

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική εργασία

ΘΕΜΑ: Η επιρροή των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας στην ελαστοπλαστική συμπεριφορά μη λυγερών ράβδων διατομής I θερμής έλασης της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας υπό συνθήκες συνδυασμένης φόρτισης

Επιμέλεια:

ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΟΥ ΔΕΣΠΟΙΝΑ

A.M : 0898031

Επόπτης καθηγητής:

Δ. ΣΟΦΙΑΝΟΠΟΥΛΟΣ

ΒΟΛΟΣ 2003



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΑΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 2526/1

Ημερ. Εισ.: 12-03-2004

Δωρεά:

Ταξιδετικός Κωδικός: ΠΤ - ΠΜ

2003

ΑΘΑ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000072567

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ.
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	ι
1. ΠΡΟΤΥΠΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΧΑΛΥΒΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΕΣ ΤΑΣΕΙΣ	1
1.1. Η έννοια των παραμενουσών τάσεων σε σχέση με την κατεργασία	1
1.2. Προσομοιώματα (μοντέλα) κατανομής παραμενουσών τάσεων	5
1.3. Παράγοντες που επηρεάζουν τη διανομή και το μέγεθος των παραμενουσών τάσεων	7
1.4. Παραμένουσες τάσεις σε μέλη μη υποκείμενα σε αστάθεια	8
2. ΜΗ ΛΥΓΗΡΕΣ (ΧΩΡΙΣ ΚΙΝΔΥΝΟ ΑΠΩΛΕΙΑΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ) ΔΟΚΟΙ ΑΠΟ ΠΡΟΤΥΠΕΣ ΕΥΡΩΠΑΙΚΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ Ι ΘΕΡΜΗΣ ΕΛΑΣΗΣ ΥΠΟ ΣΥΝΔΙΑΣΜΕΝΗ ΦΟΡΤΙΣΗ.	11
2.1. Γενικά περί Ευρωπαϊκών διατομών Ι θερμής έλασης	11
2.2. Χρησιμοποιούμενο προσομοίωμα κατανομής παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας	13
2.3. Σήμανση και ορισμοί	16
2.4. Ταυτόχρονη δράση καμπτικής ροπής και αξονικής δύναμης	18
2.4.1. Ελαστική περιοχή	18
2.4.2. Πλαστική περιοχή	19
2.5. Ταυτόχρονη δράση καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης	24
2.5.1. Ελαστική περιοχή	24
2.5.2. Πλαστική περιοχή	25
2.6. Περιεχόμενα Κανονισμών και Διεθνούς Βιβλιογραφίας	30
2.6.1. Συνδυασμένη κάμψη και θλίψη	30
2.6.2. Συνδυασμένη κάμψη και τέμνουσα	30
3. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ-ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	33
3.1. Καμπύλες αλληλεπίδρασης	33
3.2. Σχολιασμός αποτελεσμάτων και συμπεράσματα	62
3.2.1. Καμπύλες ροπής-αξονικής	62
3.2.2. Καμπύλες ροπής-τέμνουσας	63

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	65
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	67
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	84

Εισαγωγή – Σκοπός και Αντικείμενο της Διπλωματικής Εργασίας

Αντικείμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι η διερεύνηση και προσδιορισμός της επιρροής των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας στην ελαστο-πλαστική συμπεριφορά (και κατ' επέκταση στη φέρουσα ικανότητα) μη υποκείμενων σε αστάθεια ράβδων διατομής διπλού ται (I) θερμής έλασης της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας, υπό συνθήκες συνδυασμένης φόρτισης.

Πιο συγκεκριμένα, υιοθετείται το απλουστευμένο γραμμικό προσομοίωμα κατανομής παραμενουσών τάσεων, που αναπτύσσονται λόγω ανομοιόμορφης ψύξης πελμάτων-κορμού σε διατομές I μετά την εν θερμώ έλαση τους, όπως αυτό προτάθηκε από την ECCS, και στη συνέχεια εξετάζεται αναλυτικά ο ρόλος που αυτές διαδραματίζουν στην εξέλιξη της πλαστικοποίησης μιας διατομής I, όταν το μέλος στο οποίο ανήκει κινδυνεύει μόνο από τοπική διαρροή (δηλαδή είναι εξασφαλισμένο έναντι οποιασδήποτε μορφής αστάθειας), και φορτίζεται εξωτερικά από καμπτική ροπή M ως προς τον ισχυρό άξονα σε συνδυασμό είτε με αξονική δύναμη N είτε με τέμνουσα δύναμη Q.

Με βάση την αρχή της επαλληλίας των τάσεων προσδιορίζονται οι εξισώσεις αλληλεπίδρασης (M, N) και (M, Q) για τις δύο ως άνω περιπτώσεις συνδυασμένης φόρτισης, λαμβανόμενης υπ' όψη της ύπαρξης παραμενουσών τάσεων, για όλη τη γκάμα πρότυπων διατομών I θερμικής έλασης της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας. Κατ' αυτό τον τρόπο μέσω απλών σχέσεων παρέχεται η δυνατότητα άμεσης χάραξης των σχετικών καμπύλων

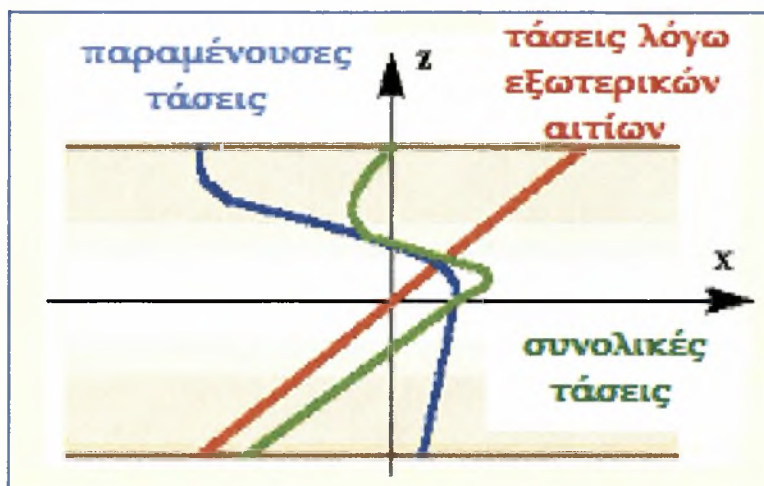
αλληλεπίδρασης για οποιαδήποτε πρότυπη διατομή **I** του εμπορίου, που παρέχει στο Μηχανικό της καθημερινής πράξης ένα ισχυρό εργαλείο δομοστατικού σχεδιασμού.

Από τη συγκριτική παρουσίαση ορισμένων χαρακτηριστικών τέτοιων καμπύλων – για κατάλληλα επιλεγμένες πρότυπες διατομές **I** διαφόρων τύπων – εξετάζεται η αξιοπιστία του επιλεγέντος προσομοιώματος παραμενουσών τάσεων σε συνδυασμό με τις παραδοχές της όλης ανάλυσης και συγκρίνονται τα αποτελέσματα της με τις συστάσεις υφιστάμενων Κανονισμών για κατασκευές από χάλυβα και τα περιεχόμενα της σχετικής βιβλιογραφίας.

Κεφάλαιο 1ο : Πρότυπες διατομές χάλυβα και παραμένουσες τάσεις

1.1. Η έννοια των παραμενουσών τάσεων σε σχέση με την κατεργασία

Εξ ορισμού, **παραμένουσες τάσεις** είναι αυτές οι οποίες υφίστανται σε ένα ελαστικό στερεό σώμα σε απουσία ή σε συνδυασμό με τάσεις που οφείλονται σε εξωτερικά αίτια, όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1. Συνολικές τάσεις ως επαλληλία παραμενουσών και τάσεων λόγω εξωτερικών αιτίων

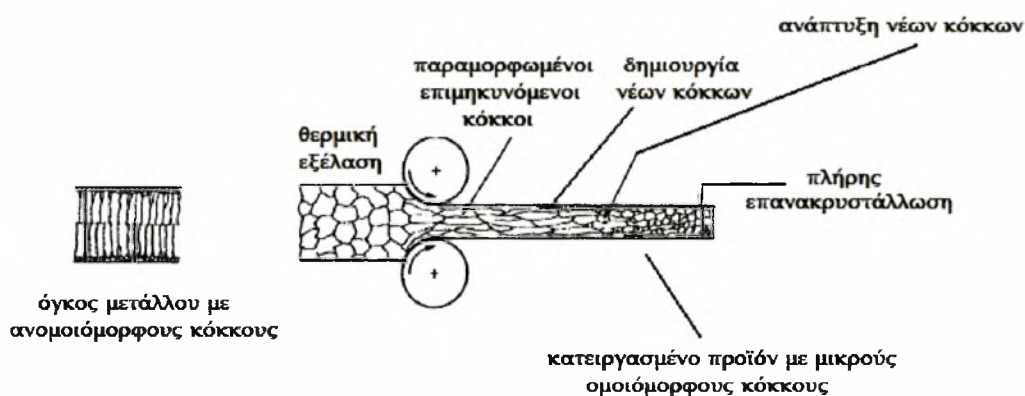
Ειδικότερα, όσον αφορά μέλη από χάλυβα, ως παραμένουσες ορίζονται οι τάσεις εκείνες οι οποίες παραμένουν στο μέλος μετά τη διαμόρφωση του σε έτοιμο προϊόν. Οι εσωτερικές αυτές τάσεις, οι οποίες βρίσκονται σε κατάσταση αυτο-ισορροπίας (self-equilibrium), αναπτύσσονται λόγω πλαστικών παραμορφώσεων, οι οποίες στη περίπτωση του δομικού χάλυβα εμφανίζονται λόγω διαφόρων αιτίων όπως πχ. **ανομοιόμορφη ψύξη**, η οποία συμβαίνει μετά την εν θερμώ έλαση προτύπων διατομών, **συγκόλληση** (πάλι λόγω ανομοιόμορφης ψύξης), **μηχανική κατεργασία** (εν ψυχρώ έλαση, κάμψη κλπ), **διάνοιξη οπών** και **κοπή** ελασμάτων (εν ψυχρώ ή με φλόγα οξυγόνου) και άλλων.

Στη καθημερινή πράξη του Πολιτικού Μηχανικού που ασχολείται με τη μελέτη και ανέγερση χαλύβδινων κατασκευών οι παραμένουσες τάσεις, οι οποίες προέρχονται από τις δύο πρώτες πηγές προέλευσης ως άνω, είναι οι πιο σημαντικές.

Αν θεωρήσει κανείς τη διαδικασία θερμής (εξ)έλασης πρότυπων διατομών χάλυβα, όπως αυτή αναπαρίσταται στο Σχήμα 2, και επικεντρωθεί η προσοχή σε διατομές διπλού ταυ (I) η διαδικασία ανάπτυξης παραμενουσών τάσεων **θερμικής κατεργασίας** λαμβάνοντας υπ' όψη ότι

- το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα σε υψηλές θερμοκρασίες είναι ιδιαιζόντως χαμηλό
- ότι το μέτρο αυτό αυξάνει ραγδαία καθώς ο χάλυβας ψύχεται σταδιακά κάτω από τους 1000⁰ F και ότι
- ο χάλυβας (όπως και άλλα υλικά) συρρικνώνεται ψυχόμενος

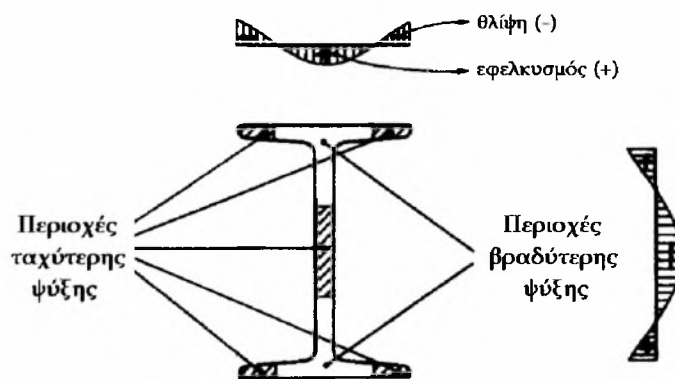
μπορεί να περιγραφεί ως εξής^[1,4,15]:



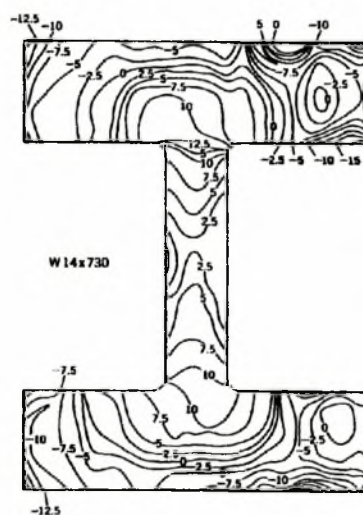
Σχήμα 2. Θερμική εξέλαση χάλυβα – σχηματική αναπαράσταση

Τα άκρα των πελμάτων μιας πρότυπης διατομής I θερμής έλασης, που γενικά είναι λεπτότερα και περισσότερο εκτεθειμένα στην επίδραση της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος, ψύχονται ταχύτερα από τη περιοχή ένωσης κορμού – πελμάτων, όπου υπάρχει μεγαλύτερη συγκέντρωση υλικού. Το γεγονός αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη **θλιπτικών παραμενουσών τάσεων**, λόγω ταχύτερης συστολής των άκρων των πελμάτων, και **εφελκυστικών παραμενουσών τάσεων** στην περιοχή ένωσης κορμού και πελμάτων, η οποία ψύχεται βραδύτερα, και της οποίας η συστολή παρεμποδίζεται από τα άκρα των πελμάτων, τα οποία έχουν ήδη ψυχθεί. Με τον

τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η ισορροπία των εσωτερικών δυνάμεων, επιπρόσθετα δε τέτοιου είδους τάσεις (τόσο θλιπτικές όσο και εφελκυστικές) μπορούν να αναπτυχθούν και στο μεσαίο τμήμα του κορμού. Αυτό συμβαίνει γιατί τούτο, επειδή είναι λεπτότερο, ψύχεται ταχύτερα από τη περιοχή ένωσης κορμού – πελμάτων, ενώ τα άκρα του κορμού (όπου η συγκέντρωση υλικού είναι μεγαλύτερη) ψύχονται βραδύτερα. Μια τέτοια τυπική κατανομή παραμενουσών τάσεων φαίνεται στο Σχήμα 3, που ακολουθεί,

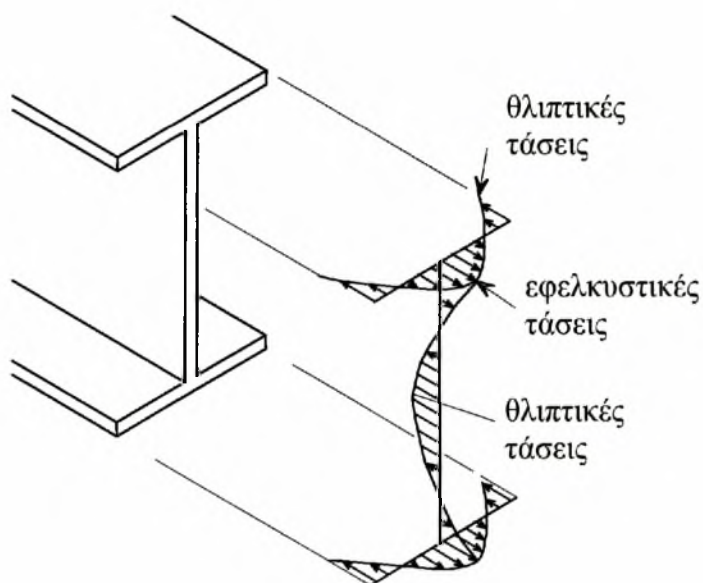


Σχήμα 3. Περιοχές βραδύτερης και ταχύτερης ψύξης σε διατομή I θερμής έλασης ενώ μια τυπική δυσδιάστατη κατανομή παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας σε μια Αμερικανική διατομή διπλού ταυ βαρέως τύπου (wide flange section) φαίνεται στο Σχήμα 4 (ισοτασικές καμπύλες σε ksi)^[19].



Σχήμα 4. Δισδιάστατη κατανομή παραμενουσών τάσεων σε θερμικά ελασμένη πρότυπη Αμερικανική διατομή W 14 x 730

Για λόγους εποπτικούς, η τρισδιάστατη παραβολικής μορφής κατανομή παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας σε διατομές I παρουσιάζεται κατωτέρω και έχει ως εξής:



Σχήμα 5. Τρισδιάστατη κατανομή παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας σε πρότυπες χαλύβδινες διατομές I θερμής έλασης

Παρόλο που οι βιομηχανοποιημένες διαδικασίες θερμής εξέλασης προτύπων διατομών χάλυβα έχουν διαφοροποιηθεί αρκετά (οι Αμερικανικές βιομηχανίες έχουν υιοθετήσει διαδικασίες που παράγουν διατομές με ελαχιστοποιημένες τις παραμένουσες τάσεις'), η Ευρωπαϊκή Βιομηχανία παραγωγής τέτοιων διατομών διατηρεί ακόμα παρεμφερείς μεταξύ τους μεθόδους, οπότε σε γενικές γραμμές η κατανομή και το μέγεθος των σχετικών παραμενουσών τάσεων δύναται να θεωρηθεί για τα προϊόντα της ως σταθερή. Στη διεθνή πρακτική υφίστανται διάφορες μη καταστροφικές ή ημι-καταστροφικές μέθοδοι μέτρησης των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας σε χαλύβδινες διατομές σε σημαντικό βάθος, περαιτέρω αναφορά επί των οποίων εκφεύγει των σκοπών της παρούσας εργασίας.

1.2. Προσομοιώματα (μοντέλα) κατανομής παραμενουσών τάσεων

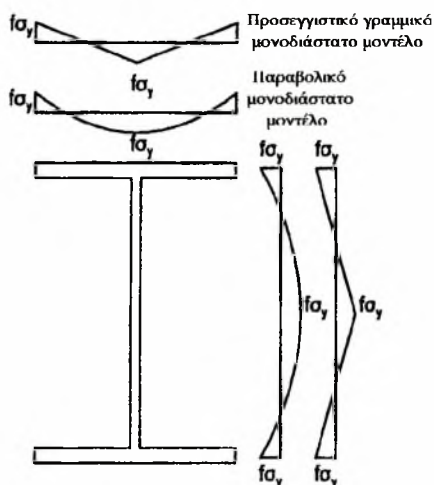
Κατά τη διάρκεια των τελευταίων 60 ετών έχει πραγματοποιηθεί τρομερά μεγάλη έρευνα σε σχέση με τις παραμενουσες τάσεις και την επιρροή τους στην αντοχή των χαλύβδινων κατασκευών^[3-6,10,17,19], ενώ υπάρχουν και αρκετά προγράμματα ανάλυσης (πχ. ADINA, PARTRAN κλπ.) τα οποία επιτρέπουν στο χρήστη να περιγράψει κάποιες αρχικές μορφές – προσομοιώματα παραμενουσών τάσεων στα μέλη και τις διατομές τους, σαν αρχικές συνθήκες της όλης μελέτης. Επίσης έχει γίνει μεγάλη προσπάθεια για την ακριβή περιγραφή της κατανομής των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας σε διάφορους τύπους διατομών, ενώ έχουν κατά καιρούς προταθεί και υιοθετηθεί ορισμένα απλουστευμένα προσομοιώματα (μοντέλα) της ακριβούς αυτής κατανομής προς χρήση κατά το σχεδιασμό^[11,20].

Ιδιαίτερα όσον αφορά τις πρότυπες χαλύβδινες διατομές I θερμής εξέλασης (ανεξάρτητα του τόπου παραγωγής τους), είναι ευρέως αποδεκτό ένα παραβολικό μονοδιάστατο μοντέλο κατανομής παραμενουσών τάσεων σε πέλματα και κορμό καθώς και η σχετική γραμμική απλούστευση του, που φαίνονται στο Σχήμα 6, όπου τα μέγιστα και τα ελάχιστα των παραμενουσών τάσεων σ_r συσχετίζονται με τη τάση διαρροής σ_y του υλικού (χάλυβα) κατασκευής σύμφωνα με τη σχέση $\sigma_r = f\sigma_y$, $f < 1$.

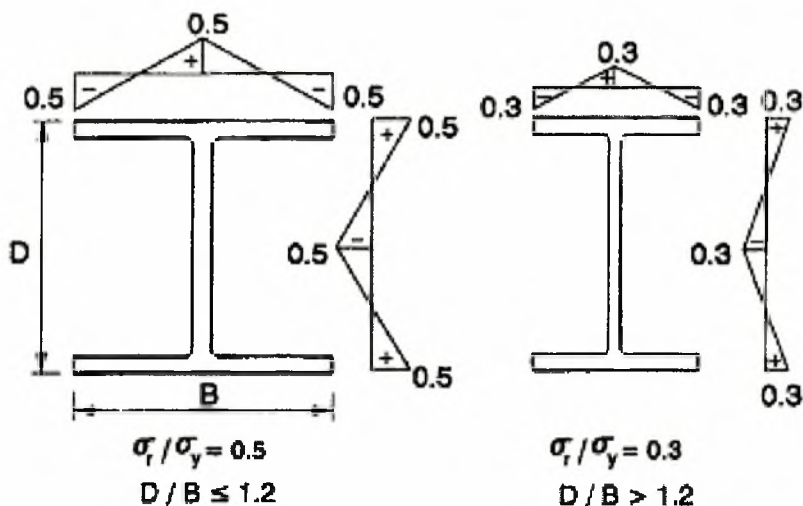
Μια τέτοιου είδους απλουστευμένη κατανομή παραμενουσών τάσεων προτάθηκε από την ECCS το 1983^[9], σύμφωνα με την οποία ο συντελεστής f θεωρείται ότι εξαρτάται από το λόγο D/B , όπου D το συνολικό ύψος της διατομής και B το πλάτος των πελμάτων. Όπως εποπτικά παρουσιάζεται στο Σχήμα 7, το εν

¹ Για περισσότερες πληροφορίες ο αναγνώστης δύναται να αποσπαστεί στην ιστοσελίδα του AISC (American Institute of Steel in Construction): www.aisc.org

λόγω προσομοίωμα υιοθετεί δύο συγκεκριμένες τιμές του συντελεστή f (που έχουν προκύψει από πειράματα): $f = 0.30$ αν $D/B > 1.2$ και $f = 0.50$ αν $D/B \leq 1.2$.



Σχήμα 6. Παραβολικό και προσεγγιστικό γραμμικό μονοδιάστατο προσομοίωμα παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας χαλύβδινων διατομών I θερμής έλασης.



Σχήμα 7. Γραμμικό μοντέλο παραμενουσών τάσεων σ_x , συναρτήσει της τάσης διαρροής σ_y .

Το μοντέλο αυτό, παρόλο που μέχρι στιγμής δεν έχει συμπεριληφθεί αυτούσιο στον Ευρωκώδικα 3, χρησιμοποιείται ευρέως στη διεθνή βιβλιογραφία. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι τούτο αποτελεί κύριο συστατικό για την ελαστο-πλαστική ανάλυση χαλύβδινων πλαισίων με ημιάκαμπτους κόμβους μέσω της καλούμενης «εξευγενισμένης μεθόδου πλαστικής άρθρωσης» (refined plastic hinge method), η

οποία βασίζεται στην αρχή της «συναρμολόγησης» της διατομής (section assemblage concept)^[7].

Το προσομοίωμα αυτό αποτελεί ουσιώδες μέρος του παρόντος πονήματος, καθόσον η κατανομή των παραμενουσών τάσεων που περιγράφει θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια για την εύρεση της επιρροής αυτών στη ελαστοπλαστική συμπεριφορά και κατ' επέκταση στη φέρουσα ικανότητα πρότυπων διατομών Ι θερμής έλασης της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας, υπό συνθήκες κάμψης περί τον ισχυρό άξονα, συνδυασμένης είτε με αξονική είτε με τέμνουσα δύναμη.

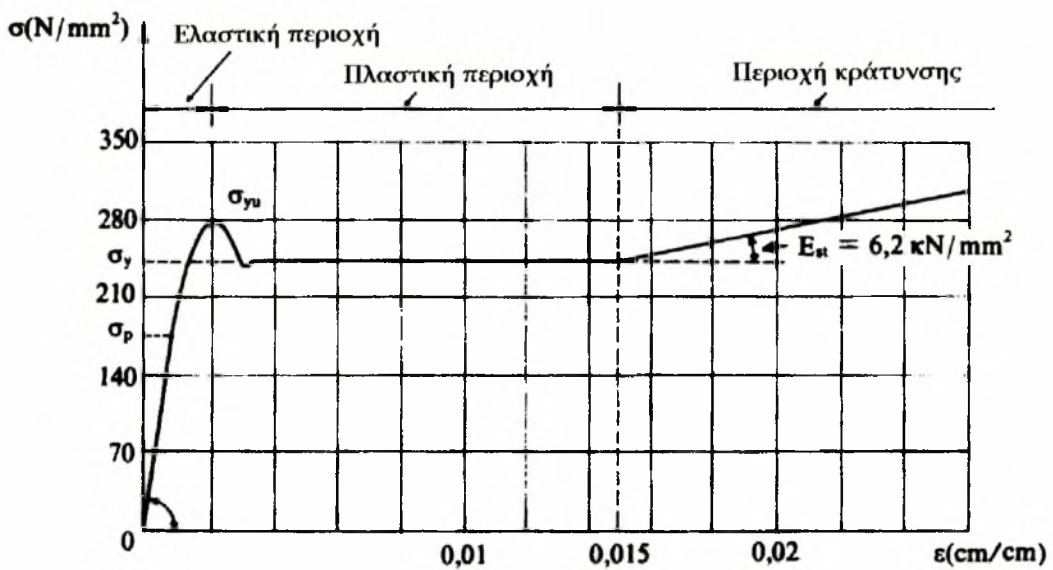
1.3. Παράγοντες που επηρεάζουν τη διανομή και το μέγεθος των παραμενουσών τάσεων

Η διανομή και το μέγεθος των παραμενουσών τάσεων, πέραν της διαδικασίας εξέλασης και των συνθηκών ψύξης, εξαρτώνται από το σχήμα και τις διαστάσεις της διατομής καθώς και από τις ιδιότητες του υλικού. Συγκεκριμένα, οι διατομές βαρέως τύπου (με ελάχιστο πάχος τοιχώματος μεγαλύτερο των 40 mm, όπως αυτή του Σχήματος 4), οι οποίες χρησιμοποιούνται για υποστυλώματα κατωτέρων ορόφων πολυορόφων κτιρίων, στη γεφυροποιία και σε ειδικά τεχνικά έργα, εμφανίζουν μεγαλύτερες τιμές παραμενουσών τάσεων και σημαντική διακύμανση αυτών κατά το πάχος του τοιχώματος της διατομής, χαρακτηριστικά που μειώνουν αισθητά την αντοχή τους.

Όσον αφορά τις ιδιότητες του υλικού (χάλυβα) της διατομής, και ιδιαίτερα της τάσης διαρροής σ_y , έχει προκύψει μετά από επεξεργασία μεγάλου αριθμού πειραματικών δεδομένων ότι το μέγεθος των παραμενουσών τάσεων σε διατομές από χάλυβα υψηλής αντοχής είναι της αυτής τάξης με εκείνο των διατομών από συνήθη δομικό χάλυβα. Κατά συνέπεια, η επιρροή των παραμενουσών τάσεων γίνεται συγκριτικά μικρότερη για χάλυβα με υψηλό όριο διαρροής ($\sigma_y \gg 248 \text{N/mm}^2$).

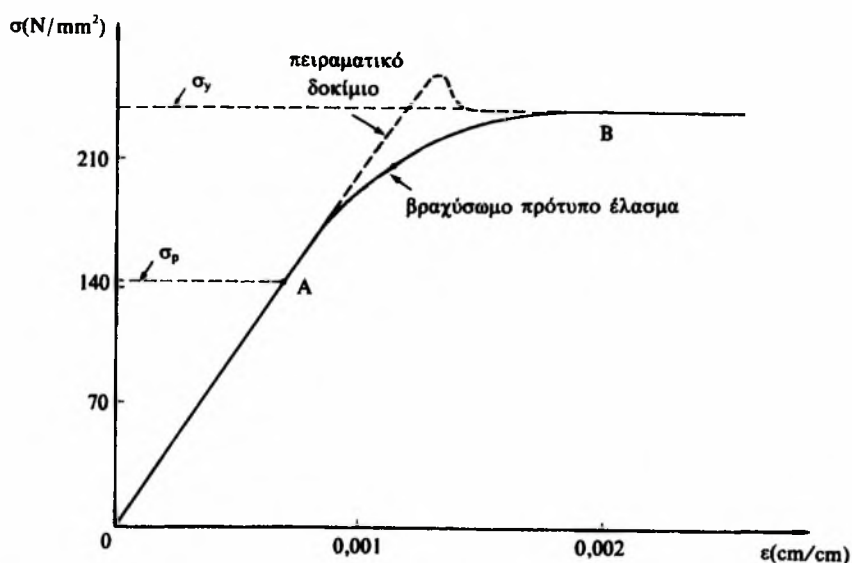
1.4. Παραμένουσες τάσεις σε μέλη μη υποκείμενα σε αστάθεια

Όπως είναι γνωστό, οι βασικές μηχανικές ιδιότητες του δομικού χάλυβα ως υλικού καθορίζονται με βάση το διάγραμμα τάσης-ανηγμένης μήκυνσης $\sigma=\sigma(\epsilon)$ ενός πειραματικού δοκιμίου (coupon test), το οποίο επιβάλλεται σε στατικό αξονικό εφελκυσμό μέχρι θραύσης. Στο Σχήμα 8 φαίνεται ένα τυπικό διάγραμμα σ - ϵ ανθρακούχου χάλυβα S235 (Fe360) με τάση διαρροής $\sigma_y = 235 \text{ N/mm}^2$, το οποίο θεωρείται πρακτικά το ίδιο για εφελκυσμό και θλίψη.



Σχήμα 8. Διάγραμμα τάσης – ανηγμένης μήκυνσης σ - ϵ ανθρακούχου χάλυβα Fe360.

Η παρουσία παραμενουσών τάσεων όμως μεταβάλλει ουσιαδώς τη μορφή του διαγράμματος τάσης-ανηγμένης παραμόρφωσης, η οποία διαφοροποιείται αισθητά σε σχέση με αυτή του παραπάνω Σχήματος, με κυριότερο χαρακτηριστικό τη μείωση της ελαστικής περιοχής. Αν θεωρήσουμε ότι αποκόπτεται ένα μικρού μήκους τμήμα ενός στύλου διατομής I θερμής έλασης από χάλυβα Fe360, με παραμένουσες όπως στο Σχήμα 5, και υποβάλλεται σε κεντρική θλίψη, τότε θα προκύψει το διάγραμμα σ - ϵ του Σχήματος 9.



Σχήμα 9. Διάγραμμα σ - ϵ μικρού μήκους υποστύλωματος διατομής I.

Παρά το γεγονός ότι και το εφελκόμενο δοκίμιο και το θλιβόμενο υποστύλωμα είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, τα αντίστοιχα διαγράμματα σ - ϵ είναι εντελώς διαφορετικά πάνω από το σημείο A. Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει, το μεν εφελκόμενο δοκίμιο παρουσιάζει πρακτικά ελαστική συμπεριφορά μέχρι το άνω όριο διαρροής, το δε μικρού μήκους υποστύλωμα δεν παρουσιάζει άνω σημείο διαρροής, ενώ το όριο αναλογίας του σ_p βρίσκεται πολύ κάτω από τη τάση διαρροής σ_y . Το υποστύλωμα συμπεριφέρεται ελαστικά μέχρι τη τάση αναλογίας σ_p (σημείο A), ενώ το διάγραμμα μετά το σημείο αυτό είναι καμπύλο (πλαστική περιοχή), οπότε ουσιαστικά προκύπτει σημαντικά μειωμένη ελαστική περιοχή (βραχύνσεων).

Η παραπάνω σημαντική διαφοροποίηση έχει τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά αποδειχτεί^[3,10,17,19] ότι έχει σαν αποτέλεσμα τη **μείωση της μέγιστης (οριακής) φέρουσας ικανότητας** ενός μέλους, **αν η αστοχία του συνδέεται με τοπική ή καθολική αστάθεια.**

Αντίθετα, η παρουσία παραμενουσών τάσεων σε ένα μέλος, που είναι εξασφαλισμένο έναντι οποιασδήποτε μορφής αστάθειας, δεν μειώνει τη μέγιστη φέρουσα ικανότητα του, και σε περίπτωση εξωτερικών δράσεων το μέλος

κινδυνεύει μόνο από τοπική διαρροή. Όμως, η ύπαρξη παραμενουσών τάσεων συνδυασμένη με την ανάπτυξη τάσεων λόγω εξωτερικών αιτίων σε τέτοιου είδους μέλη διαδραματίζει πρωτεύοντα ρόλο στη νωρίτερη έναρξη της πλαστικοποίησης της διατομής και στον τρόπο εξέλιξης της.

Η αναλυτική εύρεση του ρόλου αυτού για μέλη από πρότυπες Ευρωπαϊκές διατομής I θερμής έλασης μη υποκείμενα σε αστάθεια (υπό συνθήκες συνδυασμένης φόρτισης) αποτελεί το κατ' εξοχήν αντικείμενο του παρόντος πονήματος, όπως διεξοδικά θα αναπτυχθεί στη συνέχεια.

Πάντως, μια αρχική άκρως εποπτική επίδειξη του εν λόγω ρόλου (βασισμένη στην αρχή της επαλληλίας των τάσεων και στο ελαστικό-ιδεατά πλαστικό μοντέλο) παρατίθεται στο 3^ο Κεφάλαιο του συγγράμματος [6], ενώ διεξοδική αναφορά για την επιρροή (συνδυασμένη ή μη με άλλες παραμέτρους) παραμενουσών τάσεων δίδεται στη βιβλιογραφική αναφορά [19].

**Κεφάλαιο 2ο : Μη λυγηρές (χωρίς κίνδυνο απώλειας ευστάθειας) δοκοί
από πρότυπες Ευρωπαϊκές διατομές I θερμής έλασης υπό
συνδυασμένη φόρτιση**

2.1. Γενικά περί Ευρωπαϊκών διατομών I θερμής έλασης

Αν εξαιρέσει κανείς την Βρετανική Βιομηχανία παραγωγής πρότυπων διατομών I θερμής έλασης, η οποία - εναρμονιζόμενη με τη πολιτική της χώρας αυτής όσον αφορά τους κώδικες κατασκευής σιδηρών δομικών έργων (BS αντί EC3) – συνεχίζει να παράγει διατομές που χρησιμοποιούνται μόνο στη Μ. Βρετανία (UC, UB, UBP κ.α.), η σχετική Βιομηχανία των χωρών της Ευρωπαϊκής Ένωσης (μη εξαιρουμένων και των προς πλήρη ένταξη ανατολικών χωρών) τη τελευταία δεκαετία παράγει του ίδιου τύπου διατομές, με σταθερές παραμέτρους υλικών και διαστάσεων. Από αυτές κανείς μπορεί να διακρίνει (πέραν των διατομών τύπου HL [24 τον αριθμό], HD [38] και HP [32] που χρησιμοποιούνται σε ειδικά έργα) τους ακόλουθους ευρύτατα παραγόμενους τύπους διατομών:

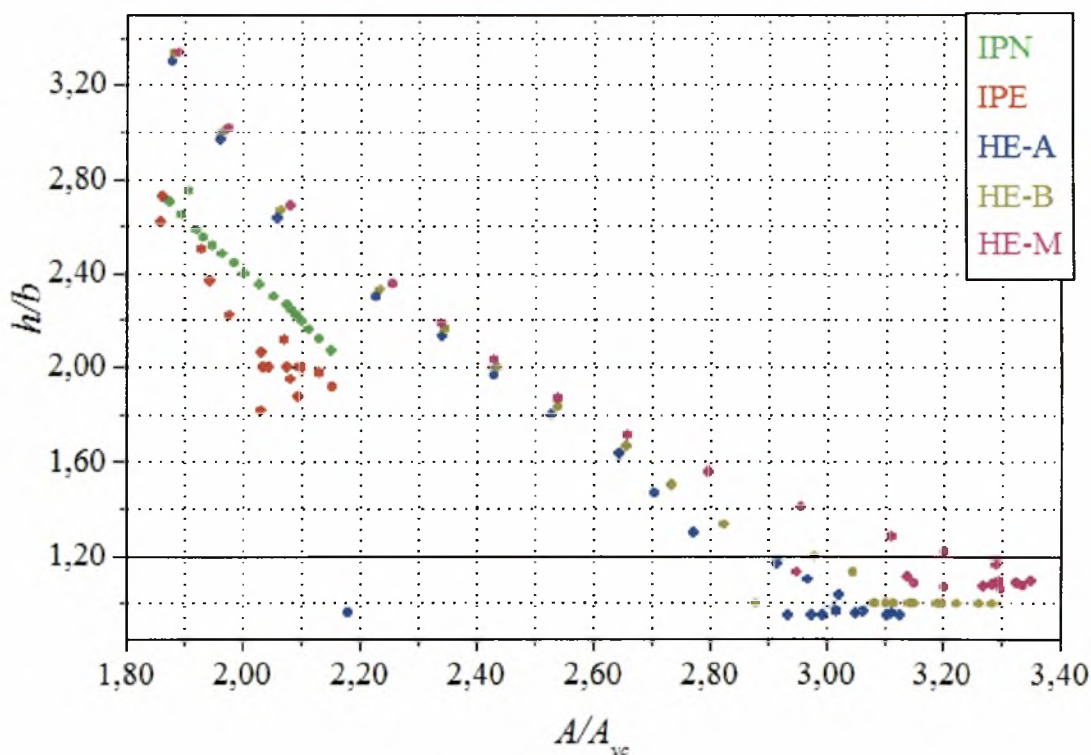
IPE	: 17 διατομές	(100 – 120 – 140 – 160 – 180 – 200 – 220 – 240 – 270 – 300 – 330 – 360 – 400 – 450 – 500 – 550 – 600) (<i>υψίκορμες δοκοί</i>)
IPN	: 18 διατομές	(120 – 140 – 160 – 180 – 200 – 220 – 240 – 260 – 280 – 300 – 320 – 340 – 360 – 380 – 400 – 450 – 500 – 550) (<i>στενές δοκοί</i>)
IPE-A	: 17 διατομές ως άνω	
IPEo	: 13 διατομές	(180 – 200 – 220 – 240 – 270 – 300 – 330 – 360 – 400 – 450 – 500 – 550 – 600)
HE-A	: 24 διατομές	(100 – 120 – 140 – 160 – 180 – 200 – 220 – 240 – 260 – 280 – 300 – 320 – 340 – 360 – 400 – 450 – 500 – 550 – 600 – 650 – 700 – 800 – 900 – 1000) (<i>πλατύπελμες διατομές ελαφρών πελμάτων, IPBl κατά DIN</i>)
HE-AA	: 24 διατομές ως άνω	
HE-B	: 24 διατομές ως άνω	(<i>πλατύπελμες διατομές, IPB κατά DIN</i>)

HE-M : 24 διατομές ως άνω (*πλατύπελμες διατομές ενισχυμένων πελμάτων, IPBν* κατά DIN)

Στις διατομές του γενικότερου τύπου **HE** περιλαμβάνονται επίσης 14 είδη μη πλήρως τυποποιημένα, τα οποία έχουν ως εξής:

HE 600x337, 600x399, 650x343, 650x407, 700x352, 700x418, 800x373, 800x444, 900x391, 900x466, 1000x393, 1000x409, 1000x488, 1000x579.

Για την εποπτική διαπίστωση της μεταβολής του λόγου h/b (από τον οποίο εξαρτάται η τιμή του συντελεστή f του γραμμικού απλουστευμένου μοντέλου παραμενουσών τάσεων των Σχημάτων 6 και 7 της ECCS) χαράσσεται το διάγραμμα (A/A_{vc} , h/b) για τους πιο αντιπροσωπευτικούς τύπους διατομών (IPE, IPN, HE-A, HE-B, HE-M) και παρατίθεται στο Σχήμα 10, όπου A_{vc} η επιφάνεια διάτμησης (shear area) και A το συνολικό εμβαδόν της διατομής.



Σχήμα 10. Διαφοροποίηση του λόγου (h/b) συναρτήσεως του λόγου (A/A_{vc}) σε χαρακτηριστικού τύπου χαλύβδινες διατομές **I** θερμής έλασης της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας

Επιπρόσθετα, από τους σχετικούς Πίνακες των ανωτέρω τυποποιημένων διατομών μπορεί κανείς εύκολα να διαπιστώσει ότι ο λόγος h/b κυμαίνεται ανά τύπο διατομής ως εξής:

IPN	:	$2.069 \leq h/b \leq 2.75$
IPE	:	$1.818 \leq h/b \leq 2.727$
IPE-A	:	$1.782 \leq h/b \leq 2.714$
IPEο	:	$1.978 \leq h/b \leq 2.723$

Προφανώς για όλες τις ως άνω διατομές $h/b > 1.2$

HE-A	:	$0.960 \leq h/b \leq 3.300$ ($h/b < 1.2$ μέχρι τη διατομή HE-A 360)
HE-B	:	$1.000 \leq h/b \leq 3.333$ ($h/b < 1.2$ μέχρι τη διατομή HE-B 340)
HE-M	:	$1.132 \leq h/b \leq 3.338$ ($h/b < 1.2$ μέχρι τη διατομή HE-M 320)

Αντίθετα, για τις διατομές τύπου **HE** ο λόγος h/b για μερικές είναι μικρότερος της τιμής 1.2 και για μερικές μεγαλύτερος, με προφανές αποτέλεσμα στη μέγιστη τιμή των παραμενουσών τάσεων σ_r σε σχέση με τη τάση διαρροής σ_y .

Στο Παράρτημα Α, στο τέλος της παρούσας, παρατίθενται σχετικοί Πίνακες με τα πλήρη στοιχεία των ως άνω διατομών της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας.

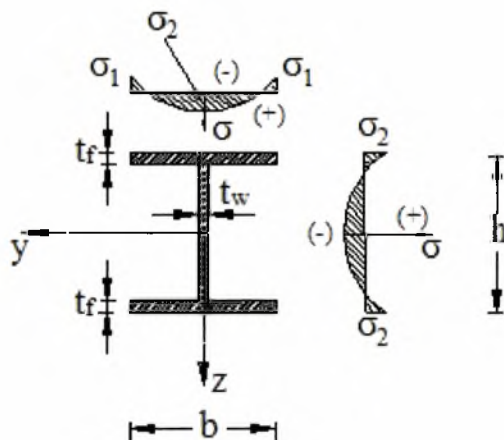
2.2. Χρησιμοποιούμενο προσομοίωμα κατανομής παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας

Θεωρούμε κατ' αρχή το παραβολικό προσομοίωμα κατανομής παραβολικών τάσεων θερμικής κατεργασίας για μια θερμής έλασης διατομή **I** που φαίνεται στο Σχήμα 11. Σύμφωνα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και τη σύμβαση προσήμων του Σχήματος αυτού, και αν οι μέγιστες τιμές των παραμενουσών τάσεων είναι για $y = b/2$ και $y = 0$ ίσες με σ_1 και σ_2 αντίστοιχα, ορίζουμε ως $\sigma_r = \sigma_{ry}(y)$ τη συνάρτηση που περιγράφει τη κατανομή των τάσεων αυτών στα πέλματα και ως $\sigma_r = \sigma_{rz}(z)$ στο κορμό, και τότε θα ισχύει ότι:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ry}(0) = \sigma_2 \quad , \quad \sigma_{ry}\left(\pm \frac{b}{2}\right) = \sigma_1 \\ \sigma_{rz}(0) = \sigma_2 \left(\pm \frac{h}{2}\right) = \sigma_2 \\ 2t_f \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_{ry}(y) dy + t_w \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{rz}(z) dz = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

οπότε εύκολα υπολογίζεται ότι

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ry}(y) &= \frac{4(\sigma_1 - \sigma_2)}{b^2} y^2 + \sigma_2 \\ \sigma_{rz}(z) &= Az^2 + B \\ \text{όπου} \\ A &= \frac{24}{5h^2} \left[\sigma_2 + \frac{A_f}{12A_w} (\sigma_1 + 2\sigma_2) \right] \\ B &= \sigma_2 - \frac{h^2}{2} A \\ A_f &= 2bt_f \quad , \quad A_w \cong ht_w \end{aligned} \right\} \quad (2)$$



Σχήμα 11. Παραβολικό προσομοίωμα κατανομής παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας για διατομές I θερμής έλασης

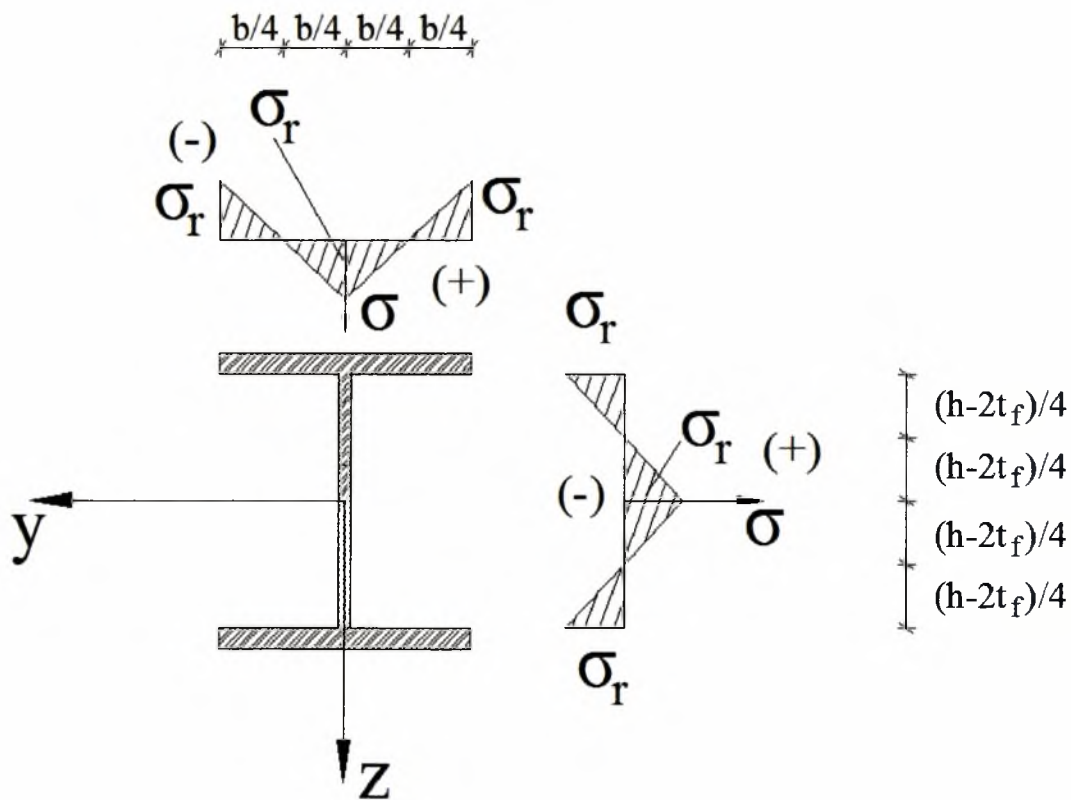
Αντί του παραβολικού αυτού μοντέλου στο εξής υιοθετείται το **απλουστευμένο γραμμικό προσομοίωμα** της ECCS^[9] (κατ' ουσία αυτό του Σχήματος 7), το οποίο παρουσιάζεται εκ νέου στο Σχήμα 11. Κατά συνέπεια, η κατανομή των παραμενουσών τάσεων περιγράφεται από τις ακόλουθες συναρτήσεις:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r(y,z) &= kf_y \left(1 - \frac{4}{b}|y| \right) \text{ για } |z| > \frac{h-2t_f}{2} \\ \sigma_r(y,z) &= kf_y \left(\frac{4}{h-2t_f}|z| - 1 \right) \text{ για } |z| \leq \frac{h-2t_f}{2} \\ 0 &\leq k \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

όπου

$$kf_y = \sigma_r \text{ με } k = 0.30 \text{ για } \frac{h}{b} > 1.2 \text{ και } k = 0.50 \text{ για } \frac{h}{b} \leq 1.2 \quad (4)$$

με f_y τη τάση διαρροής του χάλυβα, από τον οποίο είναι κατασκευασμένη η διατομή.

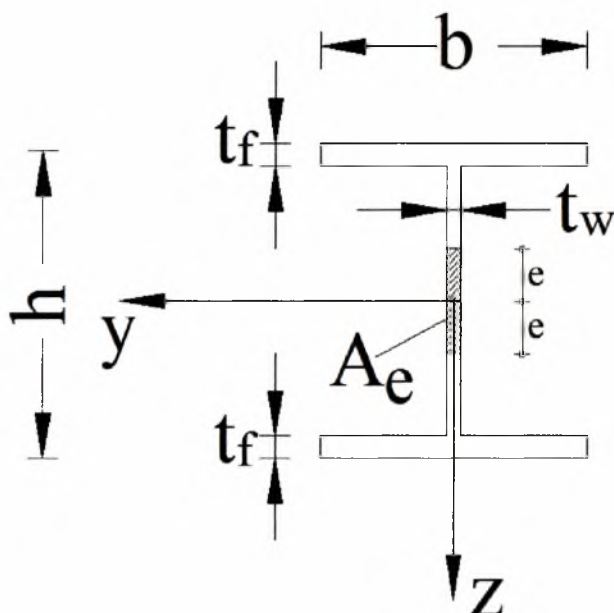


Σχήμα 12. Απλουστευμένο γραμμικό προσομοίωμα παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας για διατομές I θερμής έλασης, που χρησιμοποιείται στη παρούσα εργασία

2.3. Σήμανση και ορισμοί

Για τη διατομή I θερμής έλασης που απεικονίζεται στο Σχήμα 13, οι διάφορες ποσότητες – γεωμετρικά χαρακτηριστικά της που θα χρησιμοποιηθούν είναι:

$$A_f = 2bt_f \quad , \quad A_w = (h - 2t_f)t_w \quad , \quad A = A_f + A_w \quad , \quad A_e = 2et_w \quad (5)$$



Σχήμα 13. Γεωμετρία και σύμβαση προσήμων μιας τυποποιημένης διατομής I.

Επιπρόσθετα, αν ορίσουμε ως W_p τη πλαστική ροπή αντίστασης της διατομής, αυτή θα ισούται με:

$$W_p = \frac{A^2}{4t_w} \left\{ 1 - \left(\frac{A_f}{A} \right)^2 \left(1 - \frac{t_w}{b} \right) \right\} \quad (6)$$

ενώ εναλλακτικά μπορεί κανείς να κάνει χρήση των τιμών της από τους Πίνακες προτύπων διατομών.

Πέραν των ανωτέρω, για τις ανάγκες της ανάλυσης που έπεται, ισχύουν και οι ακόλουθοι ορισμοί:

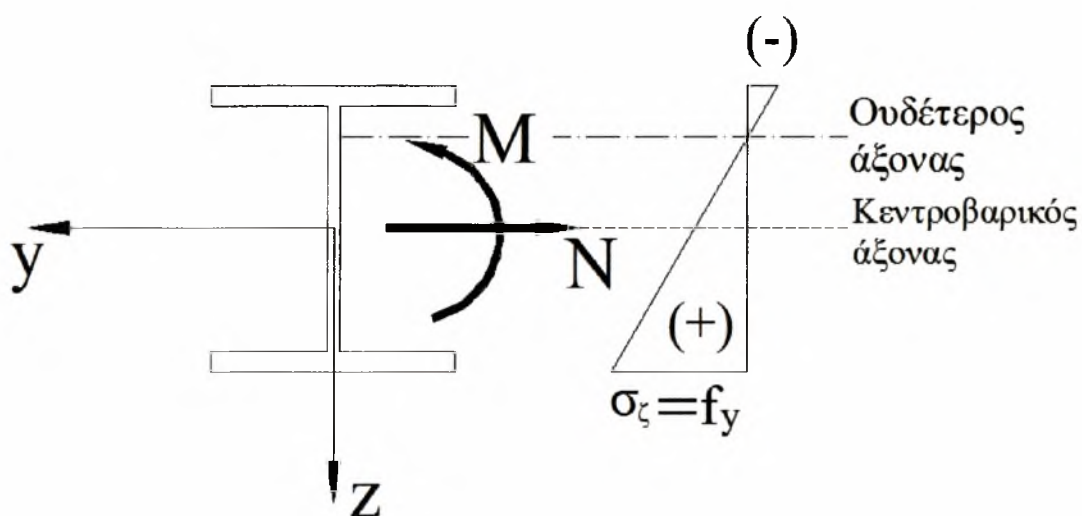
J_y : Ροπή αδράνειας της διατομής ως προς τον (ισχυρό) άξονα y.

- $M_y = M$: Καμπτική ροπή δρώσα περί τον ισχυρό άξονα y.
- $N_x = N$: Αξονική δύναμη δρώσα κατά τον άξονα x.
- $Q_z = Q$: Τέμνουσα δύναμη δρώσα κατά τον άξονα z.
- $M_p = f_y W_p$: Καμπτική ροπή, η οποία δρώσα μόνη της, προκαλεί τη πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής.
- $N_p = f_y A$: Αξονική δύναμη, η οποία δρώσα μόνη της, προκαλεί τη πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής.
- Q_p : Τέμνουσα, η οποία δρώσα μόνη της, προκαλεί τη πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής. Συνήθως η τιμή αυτής λαμβάνεται ίση με $Q_p = f_y A_w / \sqrt{3}$, παραδοχή που σημαίνει ότι η τέμνουσα παραλαμβάνεται μόνο από το κορμό της διατομής
- M_ζ : Καμπτική ροπή που απαιτείται, δρώσα μόνη της, για την έναρξη της πλαστικοποίησης της διατομής (διαρροή της 1^{ης} ίνας)
- N_ζ : Αξονική δύναμη που απαιτείται, δρώσα μόνη της, για την έναρξη της πλαστικοποίησης της διατομής (διαρροή της 1^{ης} ίνας)
- Q_ζ : Τέμνουσα δύναμη που απαιτείται, δρώσα μόνη της, για την έναρξη της πλαστικοποίησης της διατομής (διαρροή της 1^{ης} ίνας)
- M_N : Καμπτική ροπή, η οποία με ταυτόχρονη δράση αξονικής δύναμης N, προκαλεί τη πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής
- M_Q : Καμπτική ροπή, η οποία με ταυτόχρονη δράση τέμνουσας δύναμης Q, προκαλεί τη πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής.

2.4. Ταυτόχρονη δράση καμπτικής ροπής και αξονικής δύναμης^[16]

2.4.1. Ελαστική περιοχή

Χρησιμοποιώντας τη σύμβαση προσήμων του Σχήματος 14, υπό τη ταυτόχρονη δράση καμπτικής ροπής M και αξονικής δύναμης N , η πλαστικοποίηση της διατομής εκκινεί από την εξωτερική παρειά του εφελκυόμενου πέλματος.



Σχήμα 14. Κατανομή τάσεων στην ελαστική περιοχή υπό συνθήκες φόρτισης καμπτικής ροπής και αξονικής δύναμης

Κατά συνέπεια θα ισχύει ότι

$$\sigma_{\zeta} = \frac{M}{I_y} \frac{h}{2} + \frac{N}{A} + \sigma_r\left(y, \frac{h}{2}\right) \quad (7)$$

και αφού

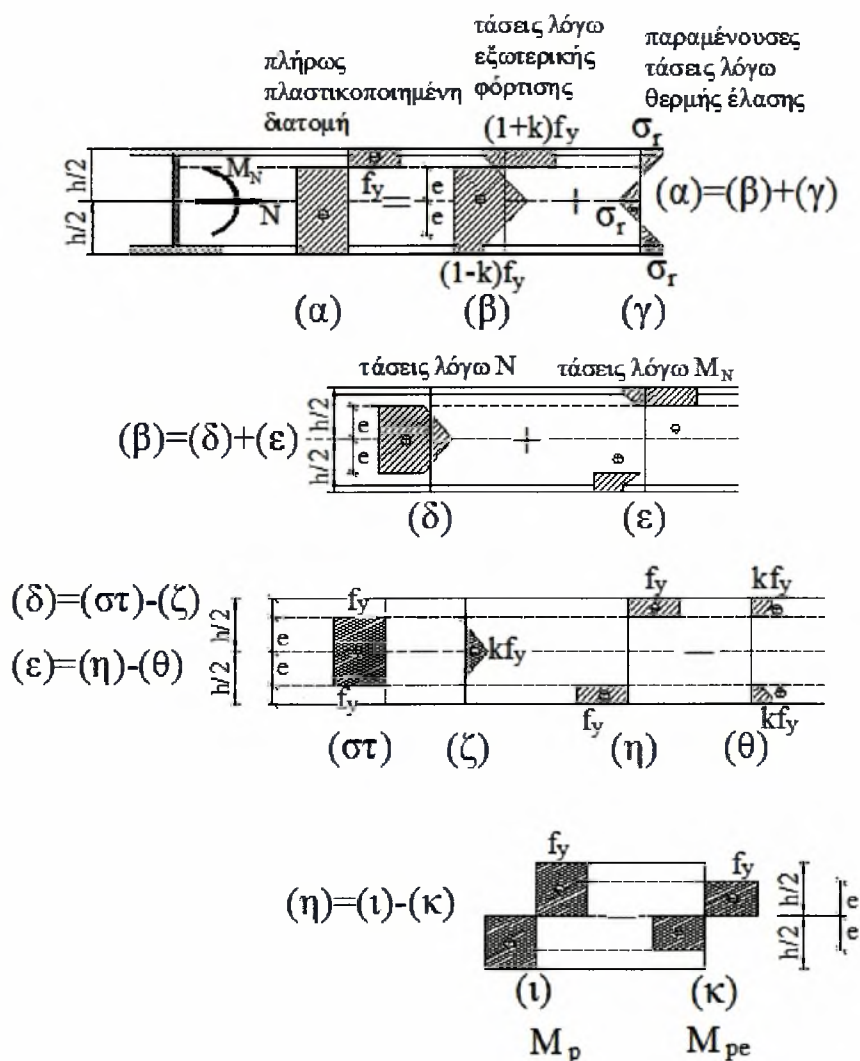
$$\left. \begin{aligned} M_{\zeta} &= f_y \frac{J_y}{h/2} \\ N_{\zeta} &= f_y A = N_p \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

καταλήγουμε στην ακόλουθη εξίσωση αλληλεπίδρασης, η οποία διαχωρίζει την ελαστική από τη πλαστική περιοχή:

$$\frac{M}{M_p} + \frac{N}{N_p} = 1 - k \quad (9)$$

2.4.2. Πλαστική περιοχή

Απομένει ο προσδιορισμός της έκφρασης της ροπής M_N , όπως αυτή ορίστηκε στην §.2.3. Προς τούτο με βάση την αρχή της επαλληλίας των τάσεων, οι οποίες αναπτύσσονται στη διατομή (λόγω M , N και παραμένουσες) μέχρι τη πλήρη πλαστικοποίηση, παρουσιάζεται στο Σχήμα 15 λεπτομερής ανάλυση της κατανομής των τάσεων για τη πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή.



Σχήμα 15. Λεπτομερής αναλυτική γραφική αναπαράσταση της συνολικής κατανομής τάσεων μιας πλήρως πλαστικοποιημένης διατομής I, υπό την επίδραση θερμικά παραγόμενων παραμένουσων τάσεων καθώς και του συνδιασμού ροπής και αξονικής δύναμης

Καθόσον η κατανομή αυτών λόγω αξονικής δύναμης εκτείνεται σε ένα μήκος $2e$ παράλληλα με το κορμό και συμμετρικά ως προς το κεντροβαρικό άξονα, ανάλογα με τη τιμή του e διακρίνουμε δύο υποπεριπτώσεις, που έχουν ως εξής:

- $\underline{2e \leq h - 2t_f}$

Όπως προκύπτει από τα διαγράμματα (δ), (στ) και (ζ) του Σχήματος 15, μπορεί να γραφεί ότι

$$N = 2et_w f_y - \int_{-e}^e t_w \sigma_r dz = 2et_w f_y - 2kf_y t_w \int_0^e \left(\frac{4}{h-2t_f} z - 1 \right) dz =$$

$$f_y \left[2et_w - 2kt_w \left(\frac{2}{h-2t_f} e^2 - e \right) \right] \Rightarrow N = \frac{N_p}{A} \left[2et_w(1+k) - \frac{4kt_w}{h-2t_f} e^2 \right] \quad (10)$$

Από την ανωτέρω εξίσωση είναι εμφανές ότι η επιρροή των παραμενουσών τάσεων ισούται με μηδέν για $e \geq h - 2t_f$. Η (10) γράφεται και υπό την ακόλουθη τροποποιημένη μορφή

$$\frac{4kt_w}{(h-2t_f)A} e^2 - \frac{2t_w(1+k)}{A} e + \frac{N}{N_p} = 0 \quad (11)$$

η οποία διαθέτει μια ρίζα

$$e = \frac{(1+k)(h-2t_f)}{4k} - \frac{h-2t_f}{4k} \sqrt{(1+k)^2 - \frac{4kA}{A_w} \frac{N}{N_p}} \quad (12)$$

Από την εξ.(10) για $k=0$ είναι προφανές ότι

$$e = \frac{A}{2t_w} \left(\frac{N}{N_p} \right) \quad (13)$$

ενώ λόγω της επιθυμητής συνθήκης $2e \leq h - 2t_f$ η εξ.(12) δίδει ότι

$$\frac{N}{N_p} \leq \frac{A_w}{A} \quad (14)$$

Επιπρόσθετα, λαμβάνοντας υπ' όψη το διάγραμμα (ε) και την ανάλυση των τάσεων λόγω της M_N , όπως αυτή παρατίθεται στα διαγράμματα (η), (θ), (ι) και (κ) του Σχήματος 13 μπορούμε να γράψουμε

$$M_N = M_p - M_{pe} - \int_F \sigma_r z dF \quad (15)$$

όπου $F = A - 2et_w$ είναι το τμήμα εκείνο της διατομής, στο οποίο δεν αναπτύσσονται τάσεις λόγω της αξονικής δύναμης N . Από το διάγραμμα (θ) προκύπτει άμεσα πως η τιμή του ολοκληρώματος στην εξ.(15) είναι ίση με μηδέν

$$\int_F \sigma_r z dF = 0 \quad (16)$$

ενώ σύμφωνα με το διάγραμμα (κ) μπορεί επίσης να γραφεί ότι:

$$M_{pe} = f_y W_{pe} = f_y \frac{t_w (2e)^2}{4} = f_y t_w e^2 \quad (17)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (5), (12), (15), (16) και (17) καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση

$$M_{pe} = f_y t_w \left\{ \begin{array}{l} \frac{(1+k)(h-2t_f)^2}{8k^2} - \frac{(h-2t_f)^2}{4k} \frac{A}{A_w} \left(\frac{N}{N_p} \right) \\ - \frac{(1+k)(h-2t_f)^2}{8k^2} \sqrt{(1+k)^2 - 4k \frac{A}{A_w} \left(\frac{N}{N_p} \right)} \end{array} \right\} \quad (18)$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω έκφραση στην εξ.(15) και λαμβάνοντας επίσης υπ' όψη και την σχέση (16) οδηγούμεθα στην εξίσωση αλληλεπίδρασης για την πλαστική περιοχή που δίνεται παρακάτω:

$$\frac{M_N}{M_p} - \frac{\chi_1}{\chi} \left(\frac{N}{N_p} \right) - \sqrt{\frac{\chi_2}{\chi^2} - \frac{\chi_3}{\chi^2} \left(\frac{N}{N_p} \right)} + \frac{\chi_4}{\chi} = 1 \quad (19\alpha)$$

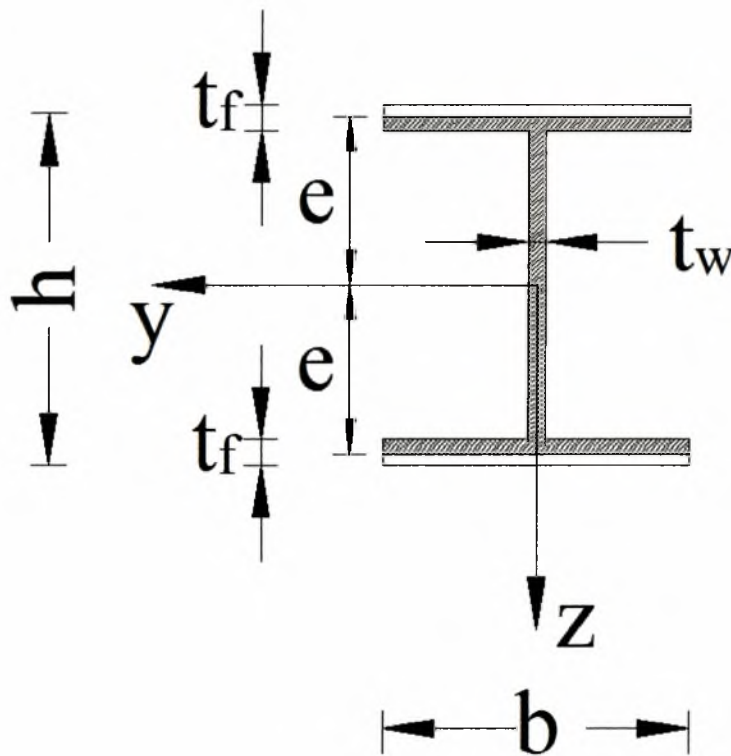
όπου

$$\left. \begin{aligned} \chi &= 1 - \left(\frac{A_f}{A} \right)^2 \left(1 - \frac{t_w}{b} \right) \\ \chi &= \frac{1}{k} \frac{A_w}{A} \\ \chi_2 &= \frac{(1+k)^4}{4k^4} \left(\frac{A_w}{A} \right)^4 \\ \chi_3 &= \frac{(1+k)^2}{k^3} \left(\frac{A_w}{A} \right)^3 \\ \chi_4 &= \frac{(1+k)^2}{k^2} \left(\frac{A_w}{A} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (19\beta)$$

η οποία ισχύει υπό τις προϋποθέσεις της ανισότητας (14).

- $\underline{2e \geq h - 2t_f}$

Όπως ήδη έχει δειχθεί, η επιρροή των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας είναι μηδενική για $2e \geq h - 2t_f$. Στη συνέχεια, αν S_{pe} είναι η επιφάνεια του γραμμοσκιασμένου τμήματος της διατομής του Σχήματος 16 (που ακολουθεί)



Σχήμα 16. Κατανομή των τάσεων λόγω αξονικής δύναμης στο κορμό και μέρος των πελμάτων μιας διατομής I : Γεωμετρικά στοιχεία

τότε θα ισχύει ότι $N = f_y S_{pe}$, σχέση η οποία μετά από σχετική μαθηματική επεξεργασία δίδει:

$$e = \frac{A}{2b} \left(\frac{N}{N_p} + \frac{b - t_w}{t_w} \frac{A_w}{A} \right) \quad (20)$$

υπό τη προϋπόθεση ότι $\frac{N}{N_p} \geq \frac{A_w}{A}$.

Κατά παρεμφερή τρόπο

$$M_{pe} = f_y W_{pe} = \left\{ \frac{t_w (2e)^2}{4} + 4 \frac{b - t_w}{2} \left(t_f - \frac{h - 2e}{2} \right) \left[e - \frac{1}{2} \left(t_f - \frac{h - 2e}{2} \right) \right] \right\} f_y \quad (21)$$

η οποία γράφεται και υπό τη μορφή

$$M_{pe} = \left\{ \frac{b}{4} \left[\frac{A}{b} \left(\frac{N}{N_p} - \frac{A_w}{A} \right) \right]^2 + \frac{b A_w}{2 t_w} \left[\frac{A}{b} \left(\frac{N}{N_p} - \frac{A_w}{A} \right) \right] + \frac{A_w^2}{4 t_w} \right\} f_y \quad (22)$$

Καθόσον οι σχέσεις (15) και (16) εξακολουθούν να ισχύουν, λαμβάνοντας υπ' όψη και την εξ.(5) καταλήγουμε στην ακόλουθη εξίσωση αλληλεπίδρασης, η οποία ισχύει

για $\frac{N}{N_p} \geq \frac{A_w}{A}$:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{M_N}{M_p} + \frac{\xi_1}{\xi} \left[\frac{A}{b} \left(\frac{N}{N_p} - \frac{A_w}{A} \right) \right]^2 + \frac{\xi_2}{\xi} \left[\frac{A}{b} \left(\frac{N}{N_p} - \frac{A_w}{A} \right) \right] + \frac{\xi_3}{\xi} = 1 \\ & \text{όπου} \\ & \xi = \frac{A^2}{4 t_w} \left\{ 1 - \left(\frac{A_f}{A} \right)^2 \left(1 - \frac{t_w}{b} \right) \right\} \\ & \xi_1 = \frac{b}{4} \\ & \xi_2 = \frac{b A_w}{2 t_w} \\ & \xi_3 = \frac{A_w^2}{4 t_w} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

2.5. Ταυτόχρονη δράση καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης^[18]

Υπό συνθήκες συνδυασμένης δράσης καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης υιοθετείται το κριτήριο ισοδύναμης τάσης του von Mises, σύμφωνα με το οποίο η συνολική τάση σ_h που αναπτύσσεται σε μια διατομή είναι ίση με

$$\sigma_h = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} \quad (24)$$

όπου σ_x και τ η ορθή (axial) και διατμητική τάση αντίστοιχα.

Για μια πλαστικοποιημένη ίνα, το εν λόγω κριτήριο δίδει

$$f_y^2 = \sigma_x^2 + 3\tau^2 \quad (25)$$

η οποία για $\sigma_x=0$ γράφεται ως

$$\tau_y = \tau_{max} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (26)$$

2.5.1. Ελαστική περιοχή

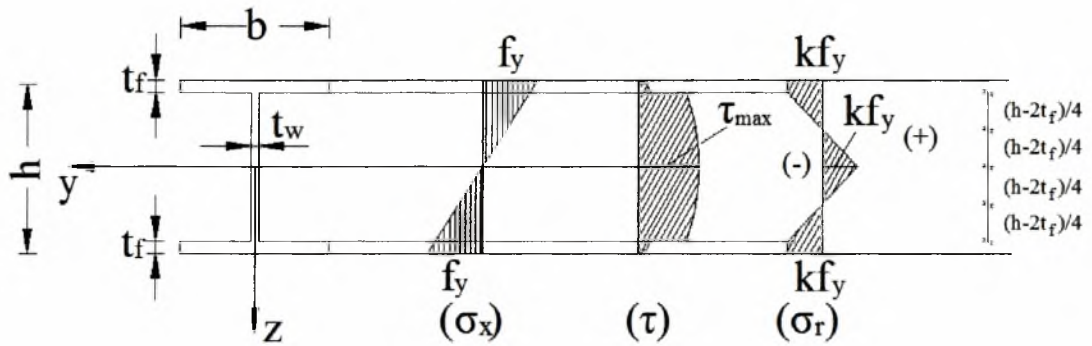
Υπό συνδυασμένη φόρτιση καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης, η πλαστικοποίηση μιας διατομής **I** θα ξεκινήσει από τις ακρότατες ίνες των πελμάτων, όπως παρουσιάζεται στο διάγραμμα κατανομής ορθών τάσεων του Σχήματος 17. Ειδικότερα, η πλέον ανεπιθύμητη μορφή κατανομής εμφανίζεται στη

θέση $z = \frac{h - 2t_f}{2}$, όπου

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{M}{J_y} \left(\frac{h - 2t_f}{2} \right) \\ \tau &= \frac{Q}{J_y t_w} \frac{A_f}{4} (h - t_f) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής του von Mises και με τη παρουσία παραμενουσών τάσεων θα ισχύει η σχέση

$$\sigma_h = f_y = \sqrt{(\sigma_x + \sigma_r)^2 + 3\tau^2} \quad (28)$$



Σχήμα 17. Κατανομή τάσεων σε μια διατομή I θερμής έλασης με παραμένουσες τάσεις υπό συνδυασμένη δράση καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης στην ελαστική περιοχή

Η παραπάνω σχέση λόγω της εξ.(27) λαμβάνει τη μορφή

$$\left(\frac{M(h-2t_f)}{2J_y} + \frac{\sigma_r}{f_y} \right)^2 + 3 \left(\frac{Q}{J_y t_w} \frac{A_f}{4} (h-t_f) \right)^2 = 1 \quad (29)$$

Πέραν των ανωτέρω, σύμφωνα με τα περιεχόμενα της §2.3. έχουμε

$$\left. \begin{aligned} f_y &= \frac{M_\zeta}{J_y} \frac{h}{2} \\ \tau_{max} = \tau_y &= \frac{f_y}{\sqrt{3}} = \frac{Q_\zeta}{J_y t_w} \left[\frac{A_f}{4} (h-t_f) + \frac{A_w}{2} \frac{h-2t_f}{2} \right] \\ \sigma_r \left(\frac{h-2t_f}{2} \right) &= k f_y \left(\frac{4}{h-2t_f} \frac{h-2t_f}{2} - 1 \right) = k f_y \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Ο συνδυασμός των δύο τελευταίων σχέσεων έχει το ακόλουθο αποτέλεσμα

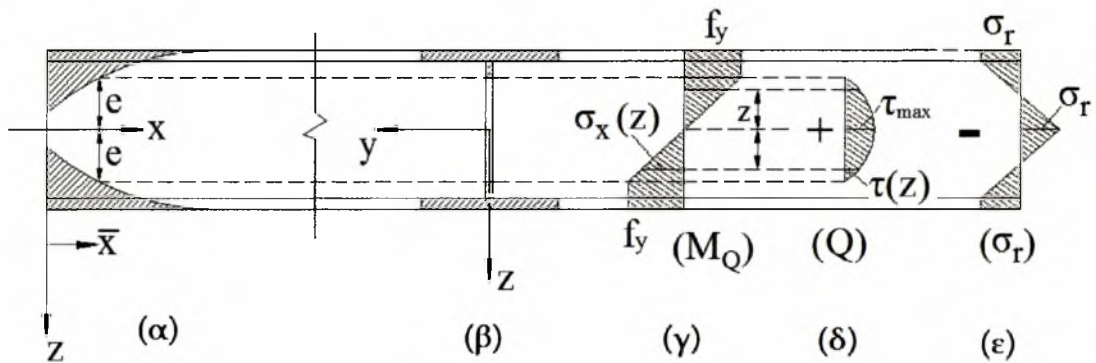
$$\left\{ \left(1 - \frac{2t_f}{h} \right) \left(\frac{M}{M_F} \right) + k \right\}^2 + \left\{ \frac{2A_f(h-t_f)}{2A_f(h-t_f) + A_w(h-2t_f)} \left(\frac{Q}{Q_F} \right) \right\}^2 = 1 \quad (31)$$

και καθόσον γενικά ισχύει ότι $t_f \ll h$ (παραδοχή που οδηγεί σε σφάλμα περίπου ίσο με 2.8%) οδηγούμεθα στην επόμενη εξίσωση αλληλεπίδρασης:

$$\left\{ \left(1 - \frac{2A_f}{h} \right) \left(\frac{M}{M_\zeta} \right) + k \right\}^2 + \left(\frac{2A_f}{A + A_f} \right)^2 \left(\frac{Q}{Q_\zeta} \right)^2 = 1 \quad (32)$$

2.5.2. Πλαστική περιοχή

Καθώς η πλαστικοποίηση εξαπλώνεται στην επιφάνεια της διατομής, λόγω της συνδυασμένης δράσης των M_Q και Q , ας υποθέσουμε ότι κατά μήκος του στοιχείου και σε απόσταση $x = \bar{x}$ από την αρχή των αξόνων μόνο ένα τμήμα του κορμού μήκους $2e$ (συμμετρικά του κυρίου άξονα) παραμένει στην ελαστική περιοχή, όπως εποπτικά παρουσιάζεται στο Σχήμα 18.



Σχήμα 18. Κατανομή τάσεων σε μια διατομή I θερμής έλασης με παραμένουσες τάσεις θερμικής κατεργασίας υπό συνδυασμένη δράση καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης στη πλαστική περιοχή.

Αν στη συνέχεια θεωρήσουμε την ισορροπία των τάσεων σε ένα απειροστό τμήμα dx του στοιχείου, που απεικονίζεται στο Σχήμα 19, μπορούμε να γράψουμε ότι:

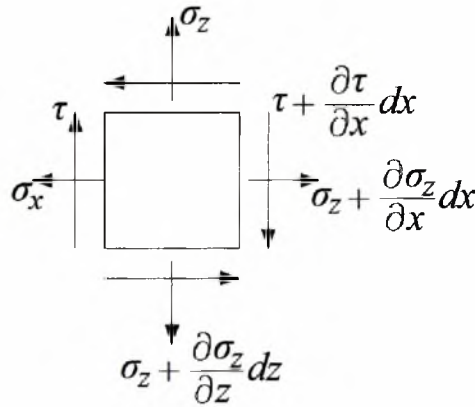
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{\partial \tau}{\partial z}, \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\frac{\partial \tau}{\partial x} \quad (33)$$

Για $z \geq e$ και $x \leq \bar{x}$ (πλαστικοποιημένη περιοχή) ισχύει ότι

$$f_y = \sigma_x = \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \Rightarrow \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0 \quad (34)$$

οπότε, λόγω της εξ.(33) προκύπτει ότι

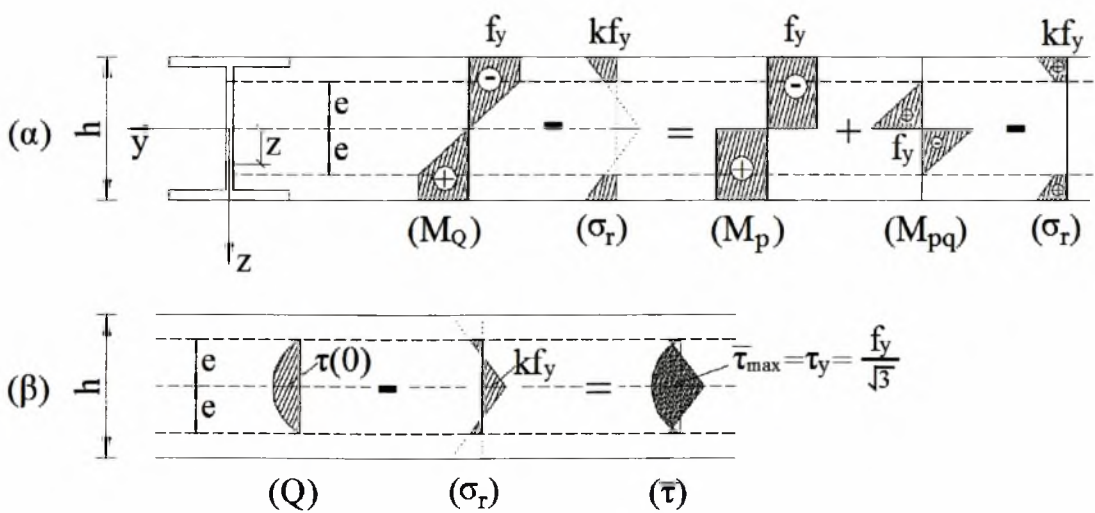
$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = 0 \quad (35)$$



Σχήμα 19. Τάσεις αναπτυσσόμενες σε ένα απειροστό τμήμα της διατομής

Η ανωτέρω σχέση υποδηλώνει ουσιαστικά ότι το διάγραμμα των διατμητικών τάσεων εκκινεί από τα σύνορα των πλαστικοποιημένων τμημάτων της διατομής, σύμφωνα και με το Σχήμα 18δ. Συνεπώς, το τμήμα του κορμού που παραλαμβάνει όλες τις διατμητικές τάσεις συμπεριφέρεται σαν μια ορθογωνική διατομή διαστάσεων $2et_w$.

Μετά τα παραπάνω δυνάμεθα να προχωρήσουμε στην λεπτομερή ανάλυση της κατανομής των τάσεων, που παρουσιάζεται γραφικά στο Σχήμα 20.



Σχήμα 20. Λεπτομερής γραφική αναπαράσταση της κατανομής των τάσεων σε μια πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή I λόγω συνδυασμένης δράσης ροπής και τέμνουσας

Από την ανωτέρω ανάλυση προκύπτει ότι:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x(z) &= f_y \frac{z}{e} \\ \tau(z) &= \frac{QS}{J_y t_w} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

όπου

$$\left. \begin{aligned} S &= t_w (e - z) \left(z + \frac{e - z}{2} \right) = \frac{t_w}{2} (e^2 - z^2) \\ J_y &= t_w \frac{(2e)^3}{12} = \frac{2}{3} t_w e^3 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

οπότε οι διατμητικές τάσεις ισούνται πλέον με

$$\tau(z) = \frac{3}{4} \frac{Q}{e t_w} \left[1 - \left(\frac{z}{e} \right)^2 \right] \quad (38)$$

$$\tau(0) = \frac{3}{4} \frac{Q}{e t_w} \quad (39)$$

Χρησιμοποιώντας το κριτήριο του von Mises και μετά από κάποιες μαθηματικές πράξεις βρίσκουμε

$$e = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{Q}{t_w f_y \sqrt{1 - k^2}} \quad (40)$$

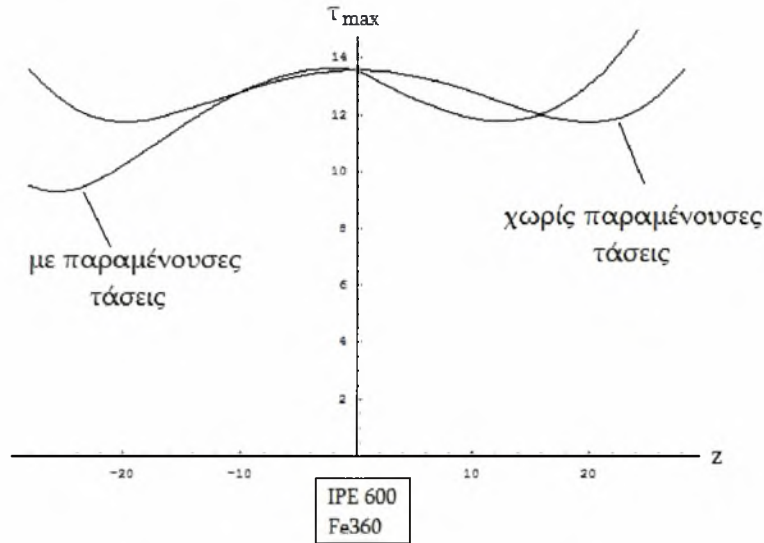
Συνδυάζοντας την τελευταία σχέση με αυτή που δίδεται στην εξ.(38) λαμβάνουμε

$$\tau(z) = f_y \sqrt{\frac{1 - k^2}{3}} \left[1 - \left(\frac{z}{e} \right)^2 \right] \quad (41)$$

που τελικά οδηγεί στη σχέση

$$\bar{\tau}_{max}(z) = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \sqrt{\left\{ \frac{z}{e} + k \left(\frac{4}{h - 2t_f} |z| - 1 \right) \right\}^2 + (1 - k^2) \left[1 - \left(\frac{z}{e} \right)^2 \right]^2} \quad (42)$$

Η ανωτέρω συνάρτηση είναι για $k=0$ συμμετρική ως προς z , ενώ για $k \neq 0$ χάνει τη συμμετρία της, λόγω της παρουσίας των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 21, για μια διατομή IPE 600 από δομικό χάλυβα Fe 360 (z σε cm και τ_{max} σε kN/cm^2).



Σχήμα 21. Γραφική αναπαράσταση της συνάρτησης που δίνεται στη σχέση (42)

Από το Σχήμα 20α προκύπτει ότι

$$M_Q = M_p + M_{pq} - \int_F \sigma_r z dF \quad (43)$$

όπου F η επιφάνεια του πλαστικοποιημένου τμήματος της διατομής. Καθόσον έχει ήδη αποδειχθεί ότι

$$\int_F \sigma_r z dF = 0 \quad (44)$$

και λόγω του γεγονότος ότι

$$M_{pq} = t_w f_y \frac{e^2}{3} \quad (45)$$

συνδυάζοντας τις σχέσεις (43), (44) και (45) και αντικαθιστώντας την τιμή του e , που δίνεται από τη σχέση (40), φθάνουμε στην ακόλουθη εξίσωση αλληλεπίδρασης για τη πλαστική περιοχή:

$$\frac{M_Q}{M_p} + \frac{9}{4(1-k)^2} \frac{A_w^2}{A^2 \left\{ 1 - \left(\frac{A_f}{A} \right)^2 \left(1 - \frac{t_w}{b} \right) \right\}} \left(\frac{Q}{Q_p} \right)^2 = 1 \quad (46)$$

2.6. Περιεχόμενα Κανονισμών και Διεθνούς Βιβλιογραφίας

2.6.1. Συνδυασμένη κάμψη και θλίψη

Τόσο στον Ευρωκώδικα 3^[8, καμπύλες λυγισμού] όσο και στους αντίστοιχους Αμερικανικούς κανονισμούς για κατασκευές από χάλυβα^[2, καμπύλες αλληλεπίδρασης] η επιρροή των παραμενουσών τάσεων έχει ληφθεί υπ' όψη για τον υπολογισμό θλιβομένων μελών που υπόκεινται σε αστάθεια, χωρίς να προβλέπονται αντίστοιχες σχέσεις αλληλεπίδρασης (ή διαγράμματα) για μέλη μικρού μήκους ή εξασφαλισμένα έναντι λυγισμού. Στη περίπτωση πιθανής αστοχίας λόγω τοπικής διαρροής, δηλαδή για μέλη πολύ μικρού μήκους σε σχέση με το ύψος της διατομής ή για διατομές εγκάρσια αμετάθετες (στις οποίες αποκλείεται το ενδεχόμενο αστοχίας μέσω λυγισμού) οι σχετικές καμπύλες αλληλεπίδρασης, για ταυτόχρονη κάμψη περί τον ισχυρό άξονα και θλίψη, των Αμερικανικών Κανονισμών^[2-6, 10, 14, 15, 17, 19] μπορούν να προσεγγιστούν από την εξίσωση αλληλεπίδρασης:

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M}{1.18M_p} = 1 \quad , \quad M \leq M_p \quad (P_y \text{ αξονικό φορτίο διαρροής, } M_p \text{ πλαστική ροπή}) \quad (47)$$

που χαρακτηρίζουν τις λεγόμενες **καμπύλες αλληλεπίδρασης** μελών «**μηδενικής λυγηρότητας**». Αυτές ουσιαστικά αποτελούν ένα **άνω όριο** της **μέγιστης** (οριακής) **φέρουσας ικανότητας μελών υποκειμένων σε συνδυασμένη φόρτιση**, ανεξάρτητα από τη λυγηρότητα τους.

2.6.2. Συνδυασμένη κάμψη και τέμνουσα

Στον Ευρωκώδικα 3 (§5.4.7) αναφέρεται ότι «η θεωρητική πλαστική αντοχή σε κάμψη μιας διατομής μειώνεται με τη παρουσία τέμνουσας δύναμης.....»

Για μικρές τιμές της τέμνουσας η μείωση αυτή είναι τόσο μικρή που εξισορροπείται από την κράτυνση και μπορεί ως εκ τούτου να αμεληθεί. Όμως, αν η τέμνουσα είναι μεγαλύτερη από το μισό της αντίστοιχης πλαστικής αντοχής τότε πρέπει να λαμβάνεται μέριμνα για την επιρροή της στην πλαστική αντοχή σε κάμψη.....» και προβλέπεται – ανάλογα με τη κατάταξη της διατομής – η ανάλογη μείωση της $c_{,Rd}$ σε $M_{v,Rd}$ σε περίπτωση που $V_{Sd} > V_{pl,Rd}$ (από την §5.4.6), σε συνδυασμό με τα περιεχόμενα της §5.4.5.2. Σε ιδιαίτερη παράγραφο γίνεται διεξοδική αναφορά στην αντίσταση έναντι λυγισμού του κορμού λόγω τέμνουσας (**κύρτωση**, απλή μεταλυγισμική μέθοδος και μέθοδος εφελκόμενης ζώνης, simple postcritical method, tension field method) και στο Σχήμα 5.6.4 παρουσιάζονται σχετικά διαγράμματα αλληλεπίδρασης αντοχής σε κύρτωση και ροπής αντοχής (interaction of shear buckling resistance and moment resistance). Πλην όμως ουδεμία αναφορά είτε πρόβλεψη υφίσταται σε σχέση με τις παραμένουσες τάσεις θερμικής κατεργασίας.

Αντίστοιχα, στους Αμερικανικούς Κανονισμούς ο σχεδιασμός μελών με διατομές διπλής συμμετρίας ή με μη ενισχυμένους κορμούς διέπεται από τα περιεχόμενα του παραρτήματος F και εναλλακτικά του παραρτήματος G ανάλογα με το μέγεθος της λυγηρότητας του κορμού h/t_w , ενώ στη §G5 παρατίθεται η επιπρόσθετη εξίσωση-κριτήριο αλληλεπίδρασης ροπής-τέμνουσας (βασισμένη στην εφελκόμενη ζώνη), χωρίς και εδώ να λαμβάνεται εμφανώς τουλάχιστον υπ' όψη η επιρροή παραμενουσών τάσεων. Πάντως, όπως αναφέρεται στη διεθνή βιβλιογραφία^[6,17,19], έχουν προταθεί πολλές, συνήθως συντηρητικές, εκφράσεις για την περιγραφή της πλαστικής αλληλεπίδρασης ροπής και τέμνουσας (flexure-shear plastic interaction) χωρίς πάντως να λαμβάνεται υπ' όψη η επιρροή παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας. Ενδεικτικά παρατίθενται δύο εμπειρικές τέτοιες σχέσεις^[12], που προτάθηκαν από τους Horne και Green αντίστοιχα:

$$M = 1 - 0.44 \frac{A - A_f}{A + A_f} Q^2 \quad (48\alpha)$$

$$M = 1 - \frac{A - A_f}{A + A_f} \left(1 - \sqrt{1 - Q^2} \right) \quad (48\beta)$$

Για περισσότερες πληροφορίες επί των σχετικών περιεχομένων των Κανονισμών για κατασκευές από χάλυβα άλλων χωρών (Μεγ. Βρετανίας, Ελβετίας, Νότιας Αφρικής, Αυστραλίας κλπ.) το πλήρες κείμενο των περισσότερων είναι διαθέσιμο στο διαδίκτυο. Πάντως, ουσιαστικές διαφοροποιήσεις έναντι των Ευρωπαϊκών και Αμερικανικών Κανονισμών δεν υφίστανται επί του θέματος.

Κεφάλαιο 3ο : Αριθμητικά αποτελέσματα – σχολιασμός – συμπεράσματα

3.1. Καμπύλες αλληλεπίδρασης

Σε συνέχεια της προηγηθείσας θεωρητικής ανάλυσης η εργασία επικεντρώνεται στην αντιπροσωπευτική χάραξη καμπύλων αλληλεπίδρασης $M-N$ και $M-Q$ για τα σπουδαιότερα είδη διατομών **I** θερμής έλασης της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας. Προς τούτο επιλέγονται ανά είδος οι ακόλουθες διατομές:

HEA : 160, 260, 360, 400, 500, 600

HEB : 160, 260, 340, 360, 450, 550

HEM : 140, 240, 320, 340, 450, 550

IPE : 140, 200, 270, 360, 500, 600

IPE-A : 140, 220, 300, 400, 500, 600

IPEο : 180, 220, 270, 360, 450, 600

IPN : 160, 220, 280, 340, 400, 550

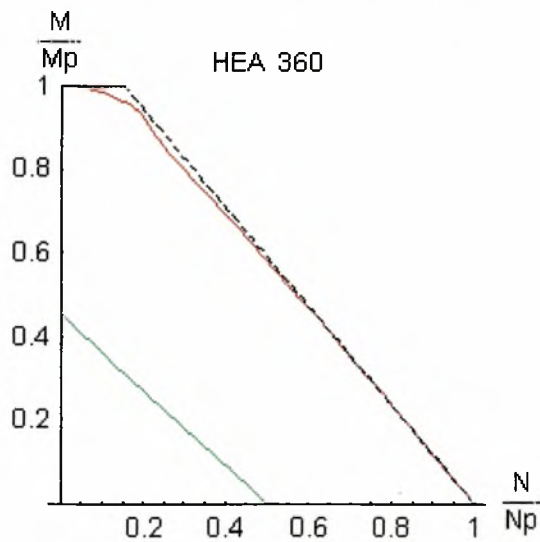
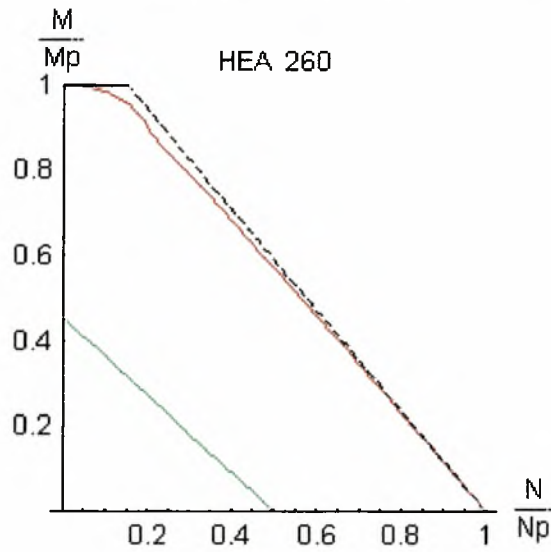
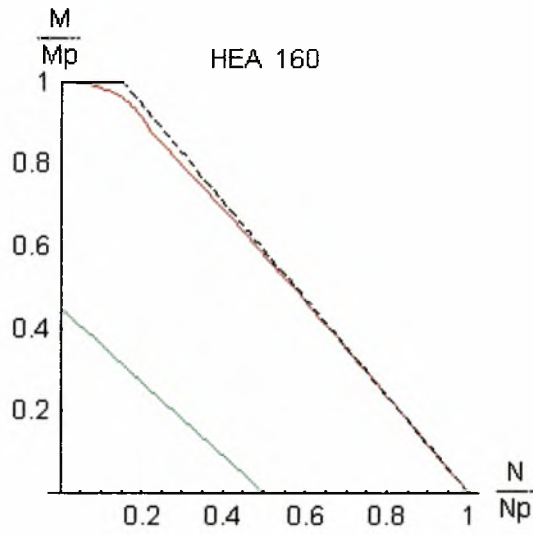
και συνέχεια χαράσσονται σε κοινά διαγράμματα οι καμπύλες αλληλεπίδρασης $M-N$ [όπως προκύπτουν από τις εξισώσεις (9), (19) και (23)] και $M-Q$ [όπως προκύπτουν από τις εξισώσεις (32), και (46)] υπό αδιάστατη μορφή, ήτοι υπό τη μορφή καμπύλων

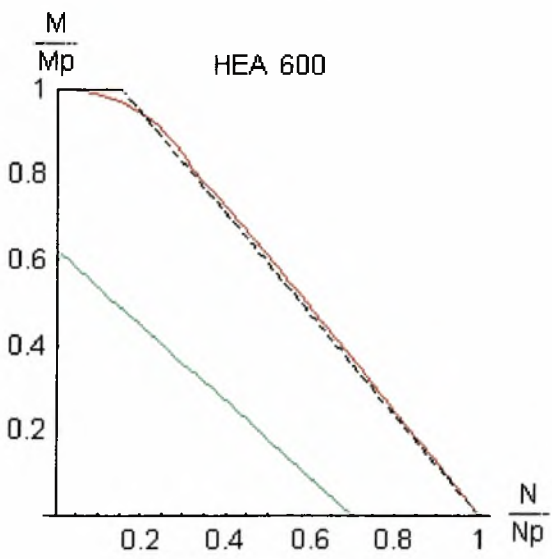
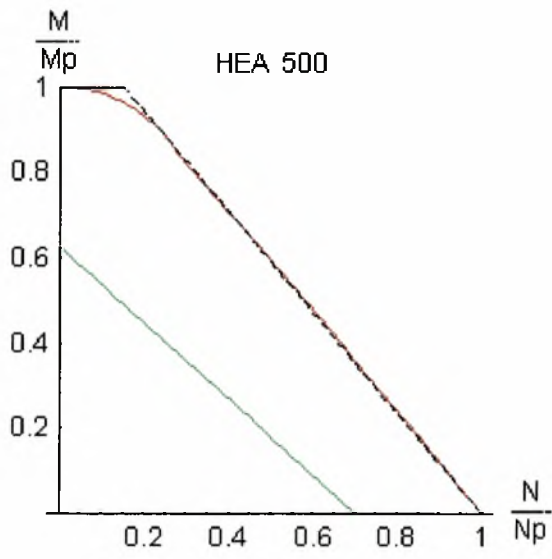
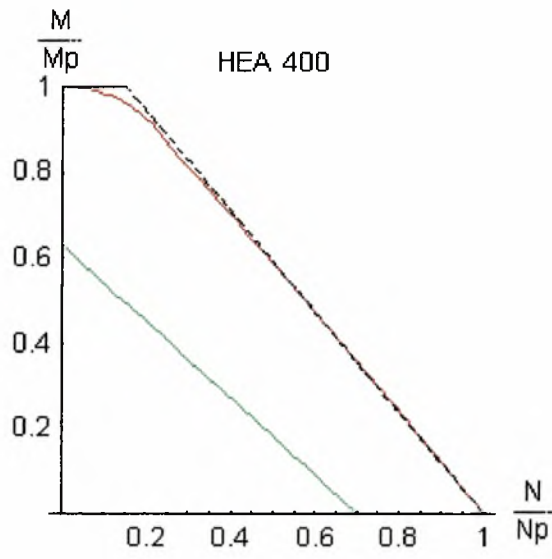
$\left(\frac{N}{N_p}, \frac{M}{M_p} \right)$ και $\left(\frac{Q}{Q_p}, \frac{M}{M_p} \right)$ αντίστοιχα. Στο Παράρτημα Β, που παρατίθεται στο

τέλος της παρούσας, περιέχονται τα σχετικά προγράμματα Mathematica για τη χάραξη των αδιάστατων αυτών καμπύλων. Στις μεν καμπύλες της πρώτης περίπτωσης παρατίθεται για λόγους σύγκρισης και η προσεγγιστική γραμμική καμπύλη της εξ.(47), ενώ για αυτές της δεύτερης οι καμπύλες των επίσης προσεγγιστικών σχέσεων (48α,β).

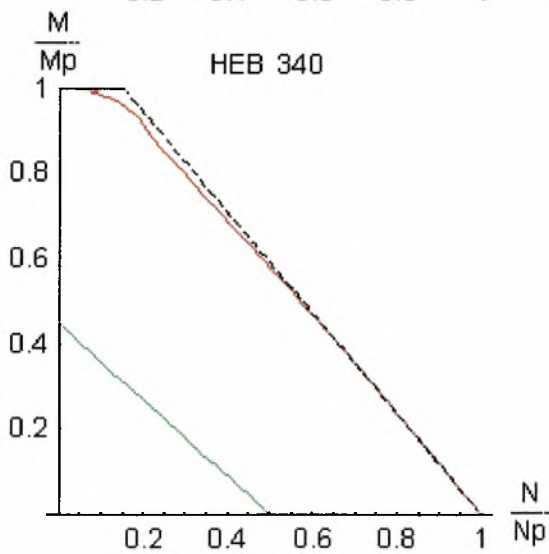
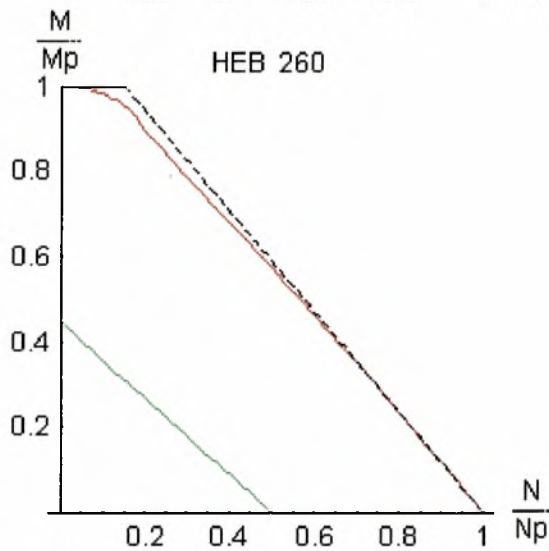
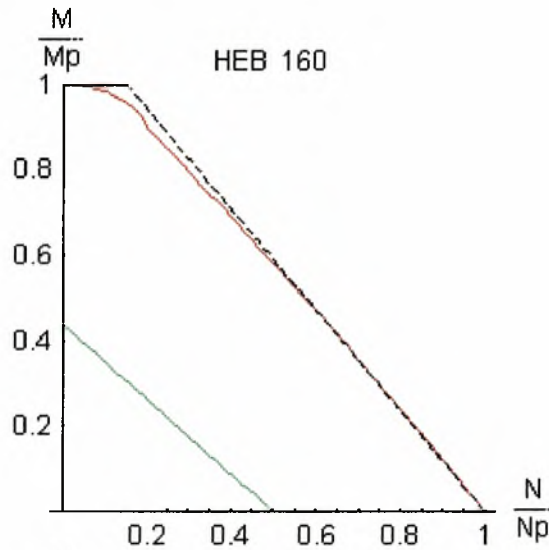
Οι καμπύλες αυτές παρουσιάζονται στη συνέχεια.

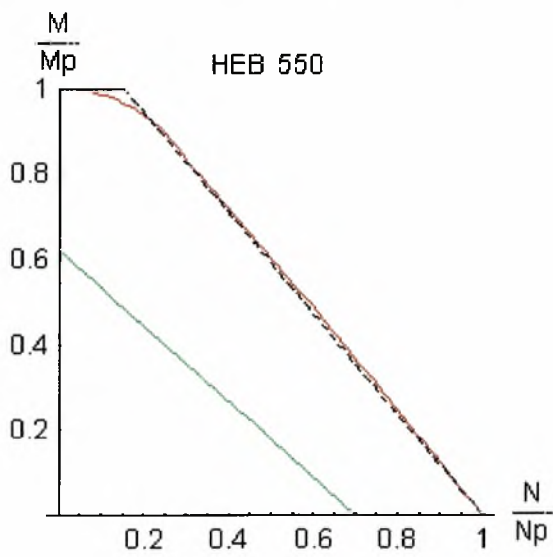
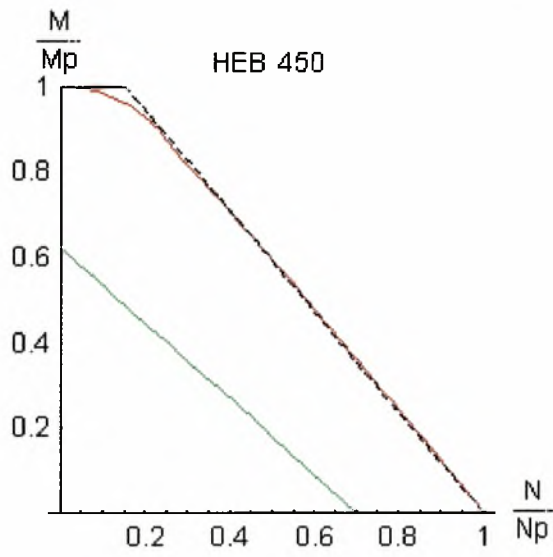
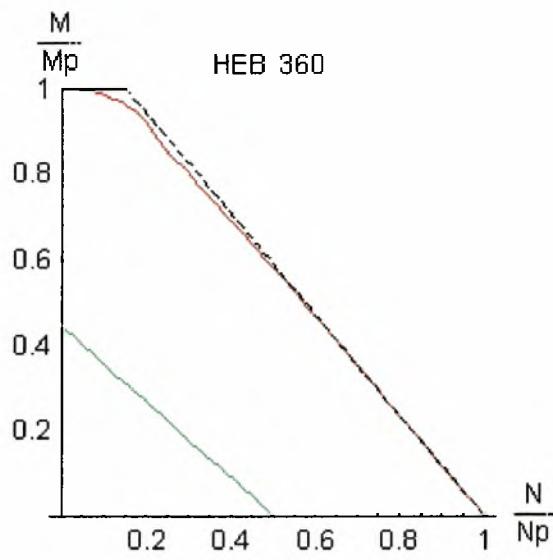
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ν ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΗΕΑ



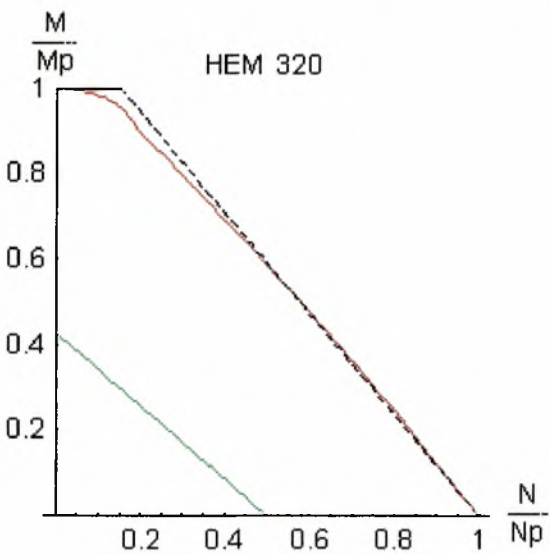
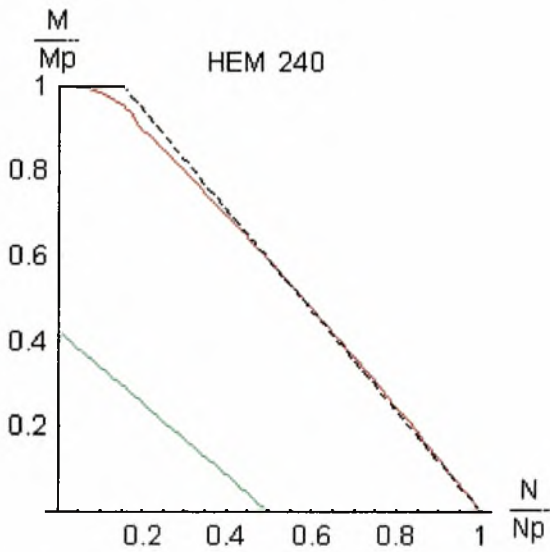
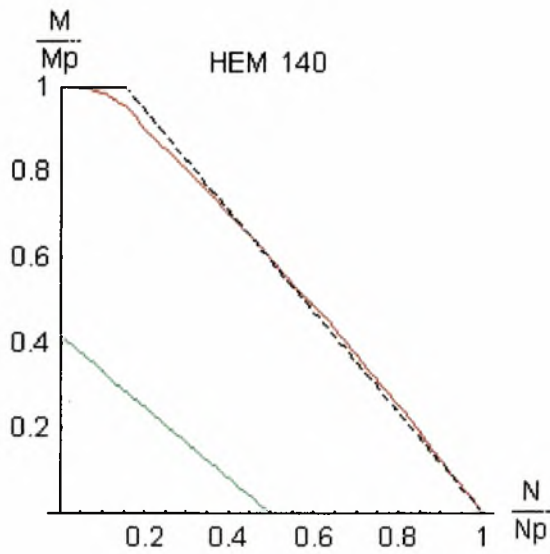


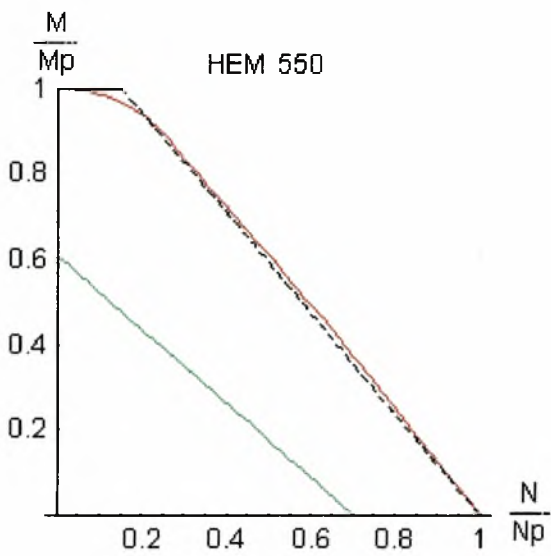
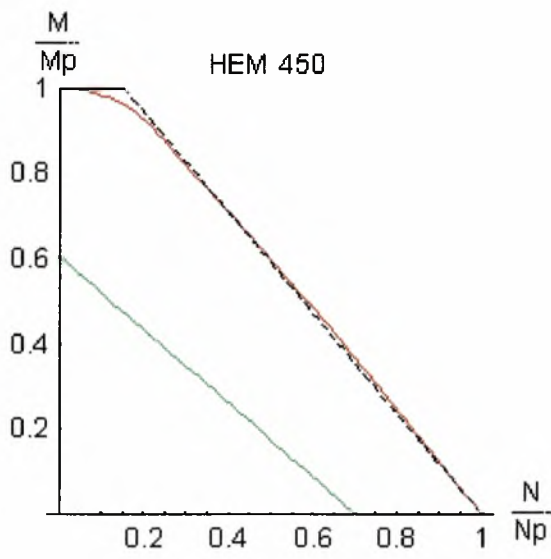
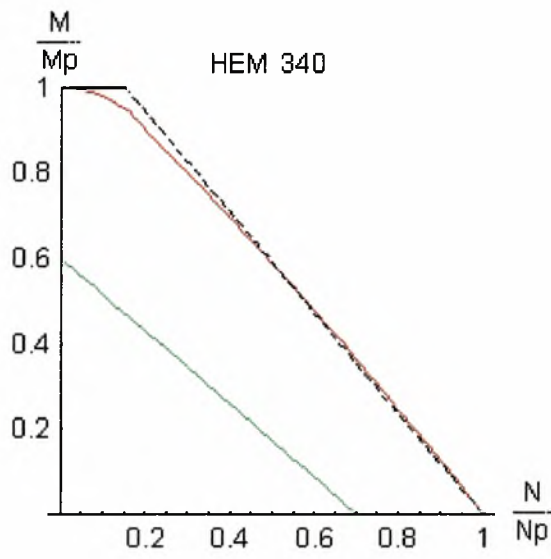
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ν ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΗΕΒ



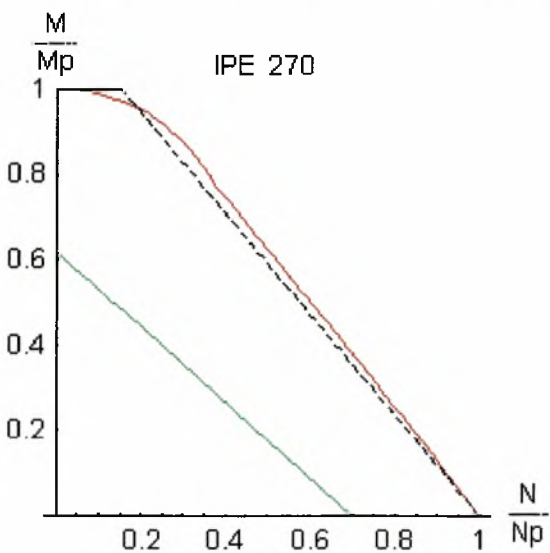
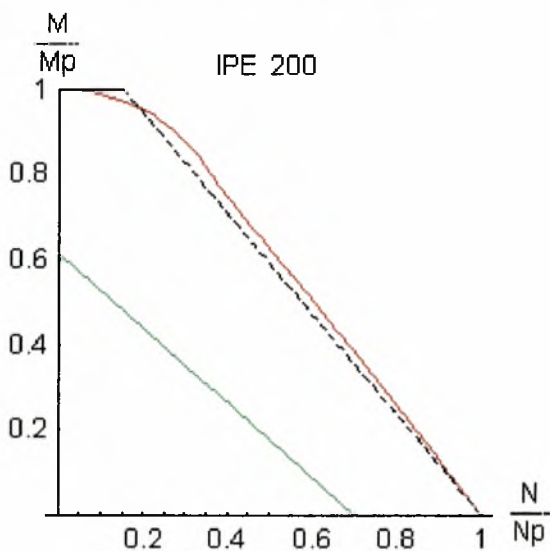
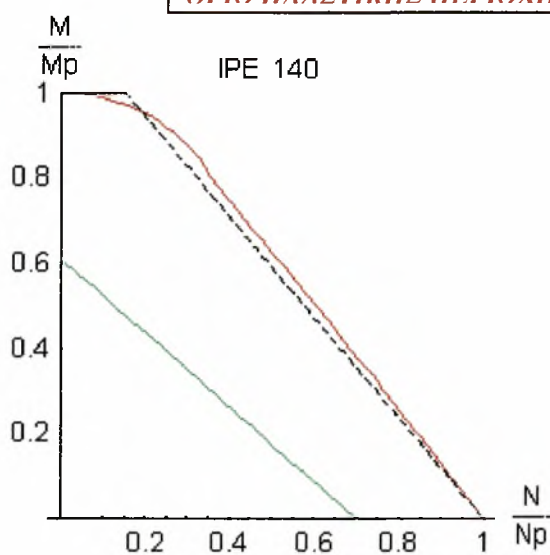


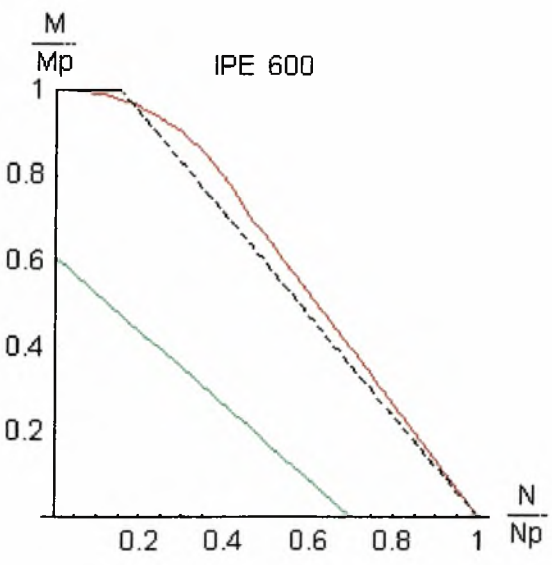
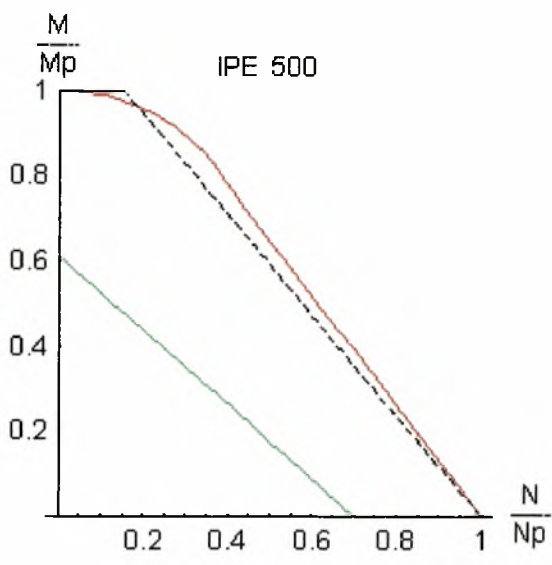
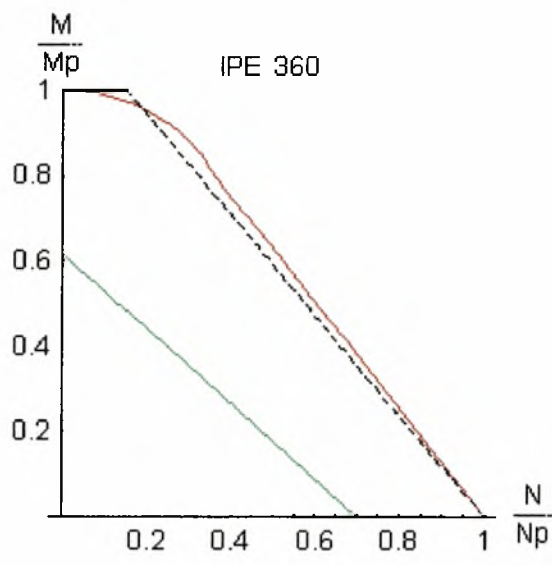
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ν ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΗΕΜ





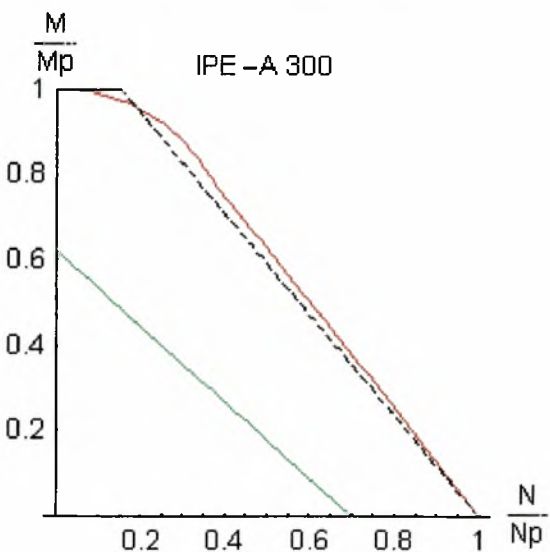
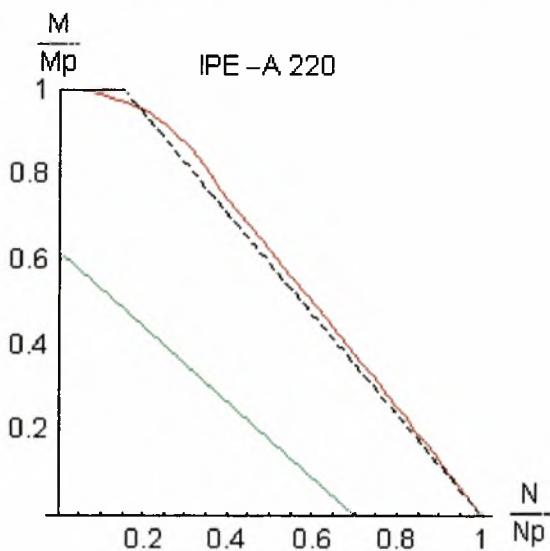
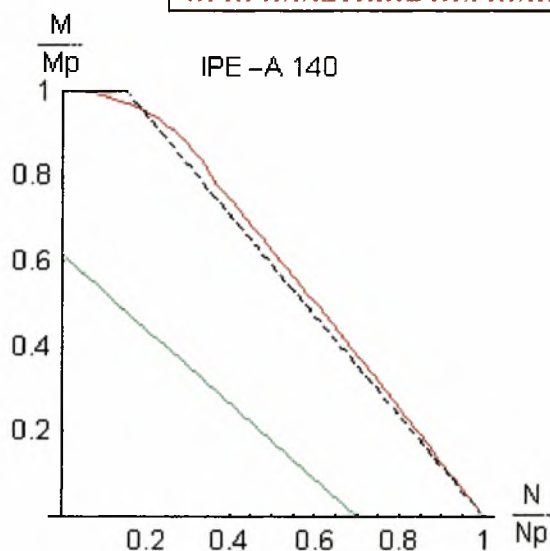
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ν ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΙΡΕ

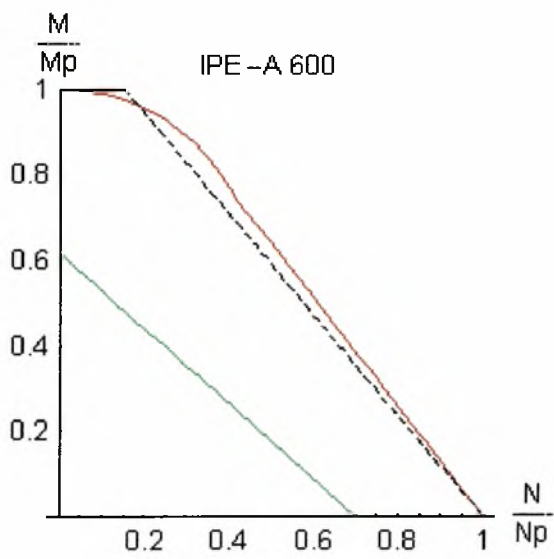
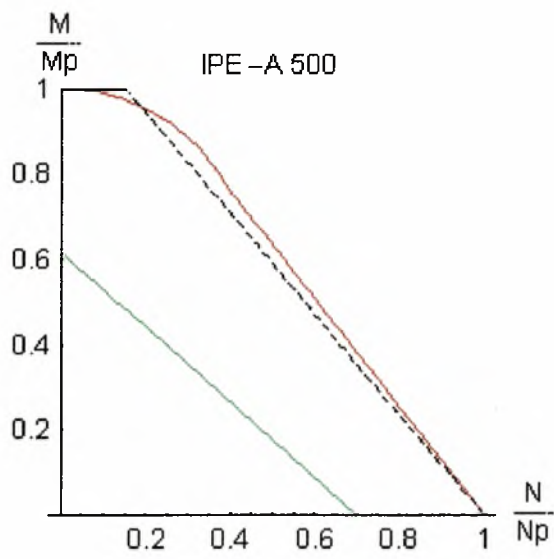
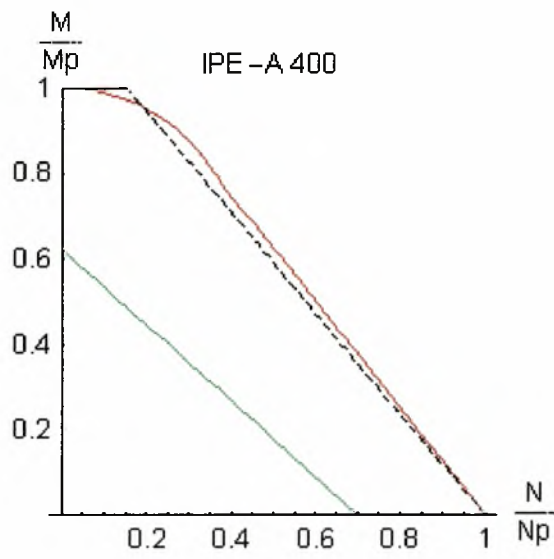




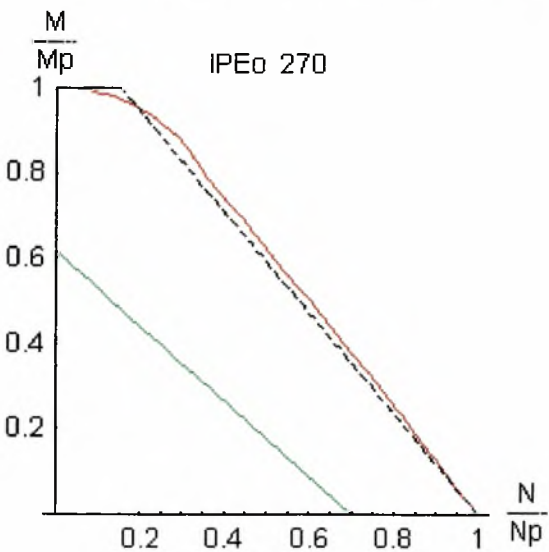
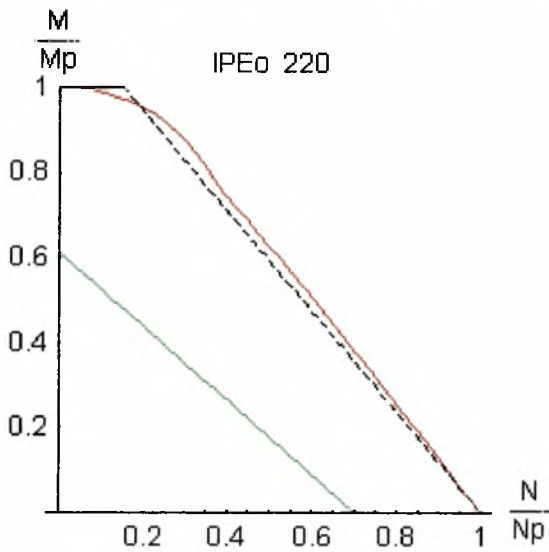
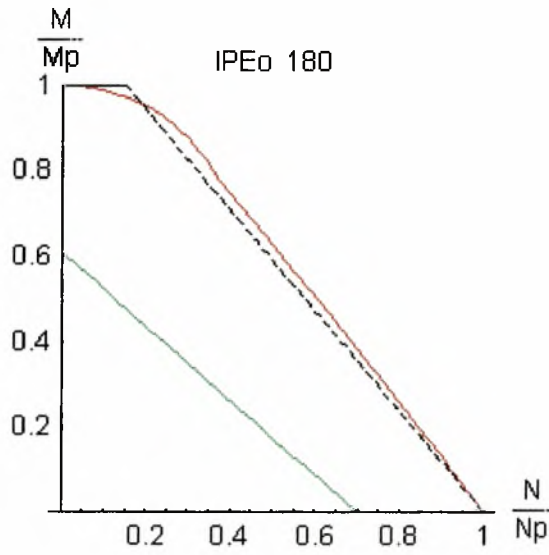
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ν ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΙΡΕ-Α

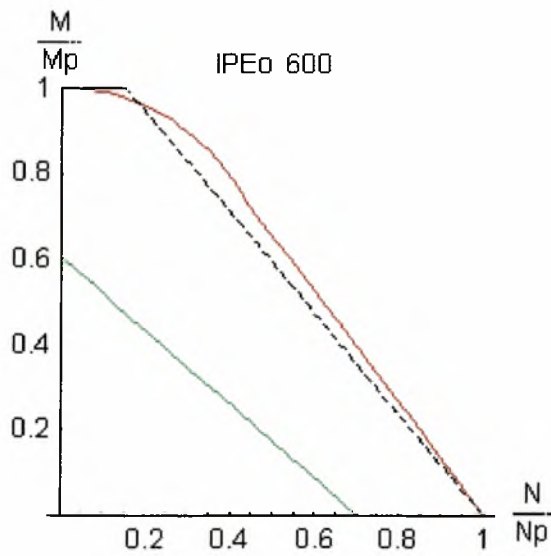
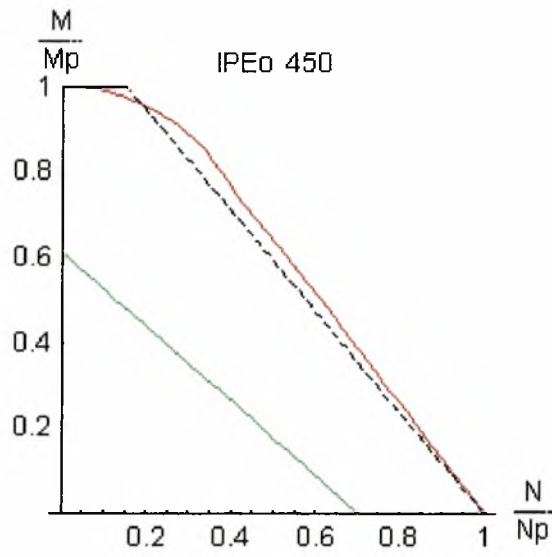
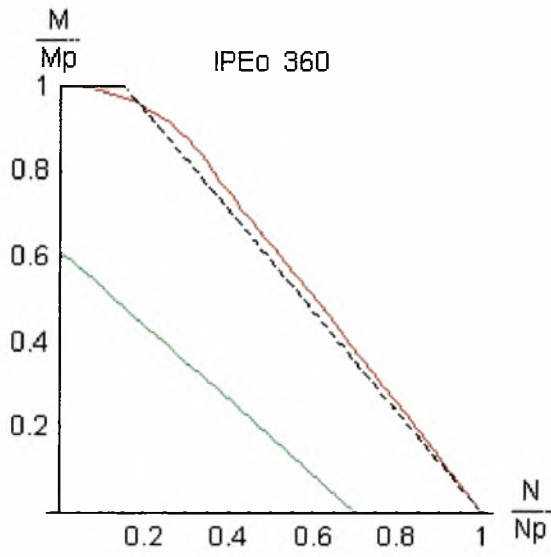
— ΟΡΙΟ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ
— ΟΡΙΟ ΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ



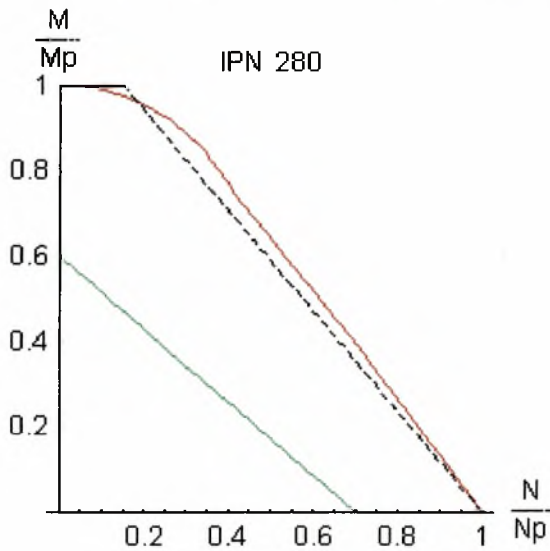
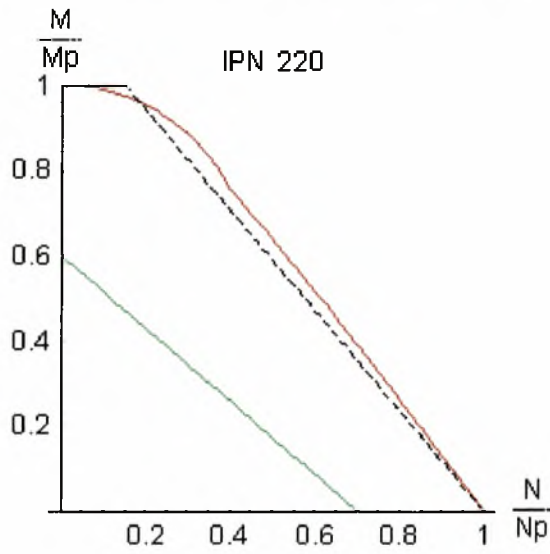
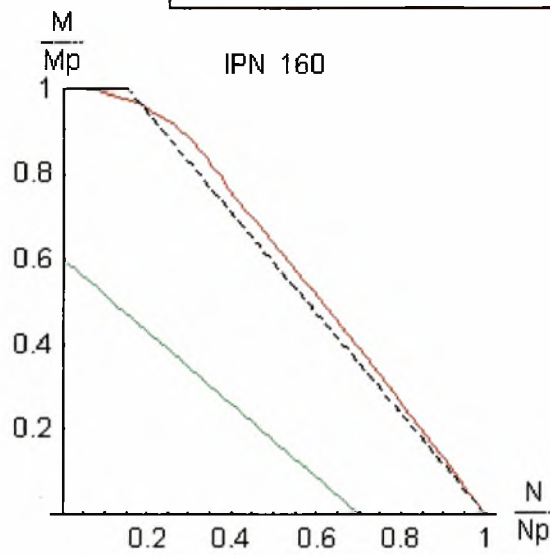


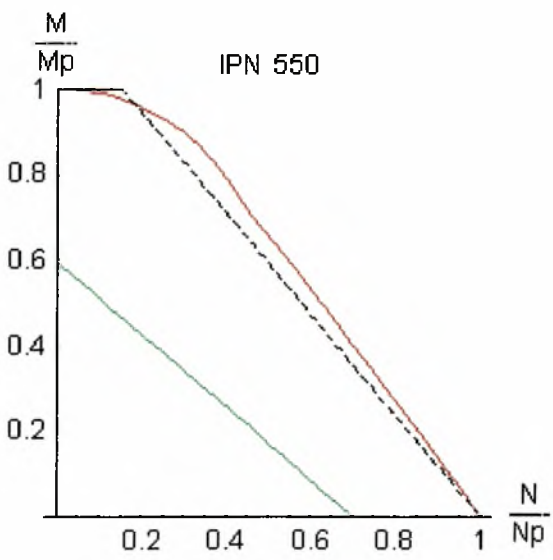
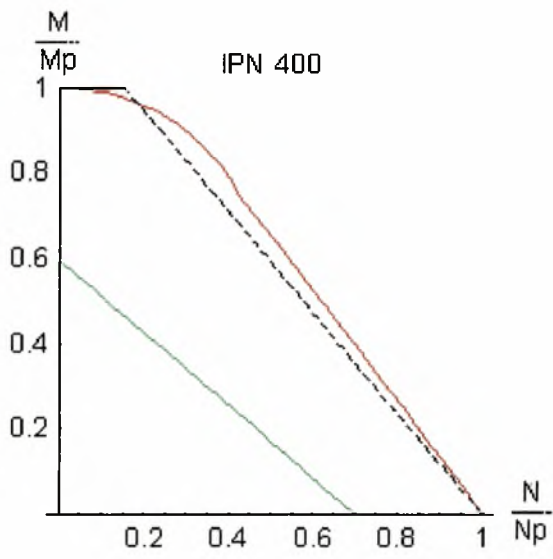
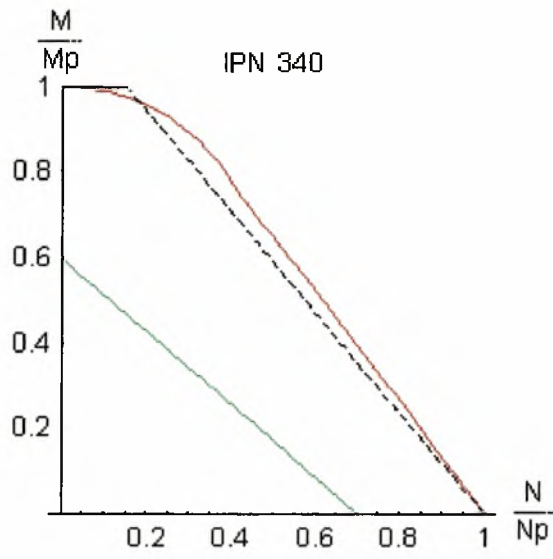
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ν ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΙΡΕο





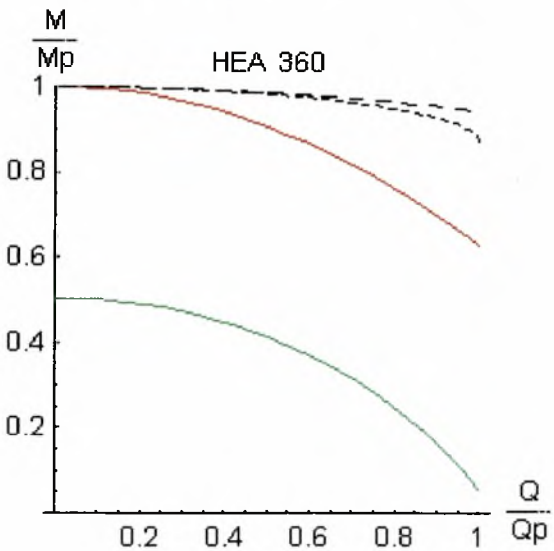
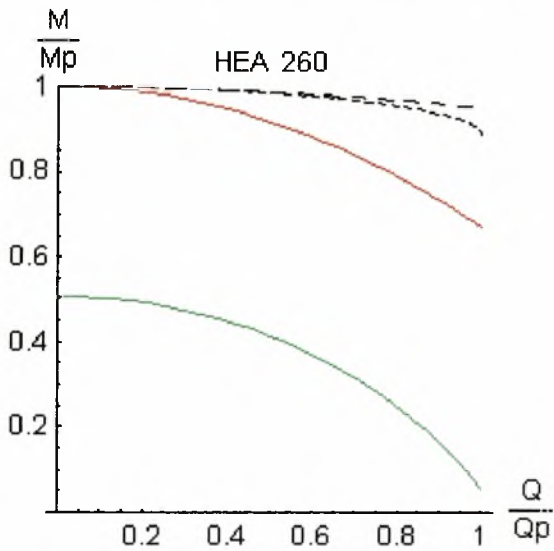
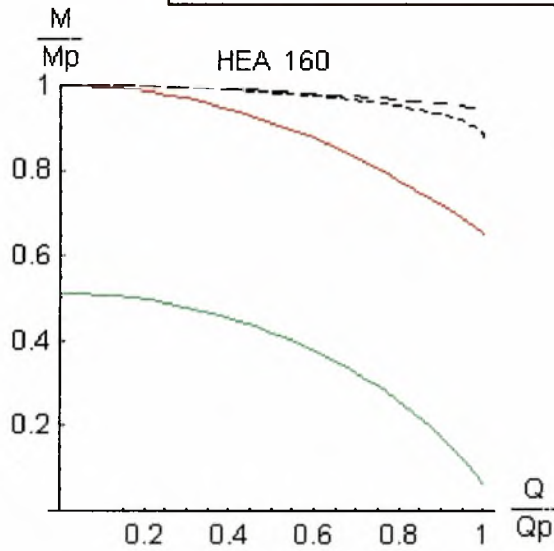
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ M-N ΔΙΑΤΟΜΕΣ IPN

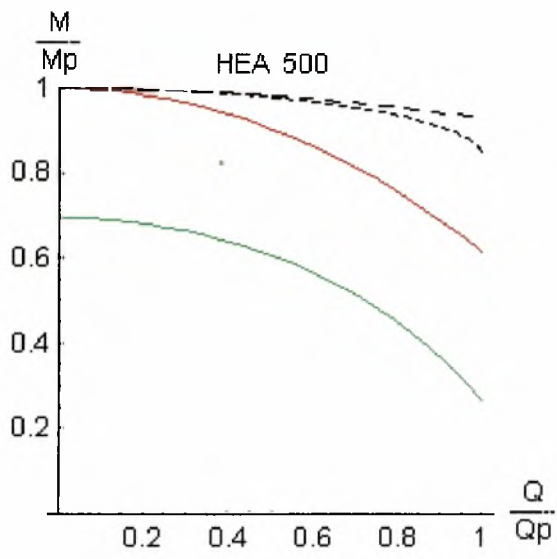
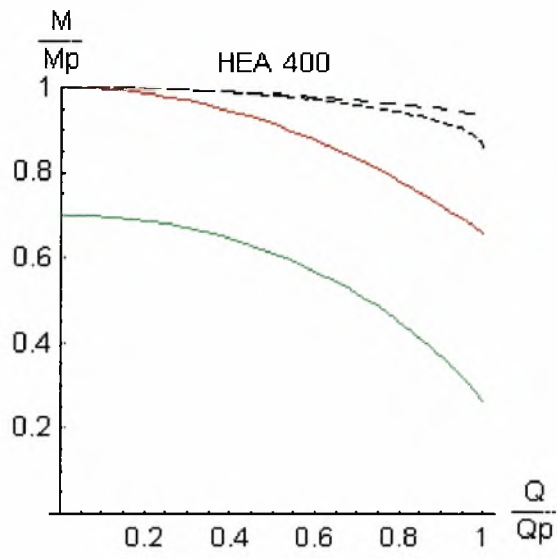




ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ο ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΗΕΑ

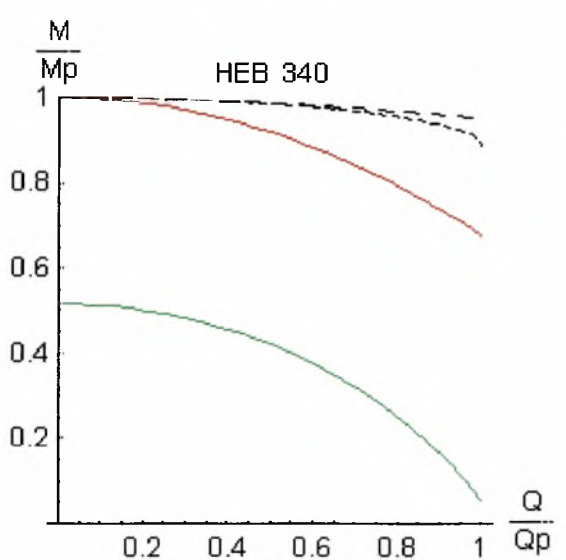
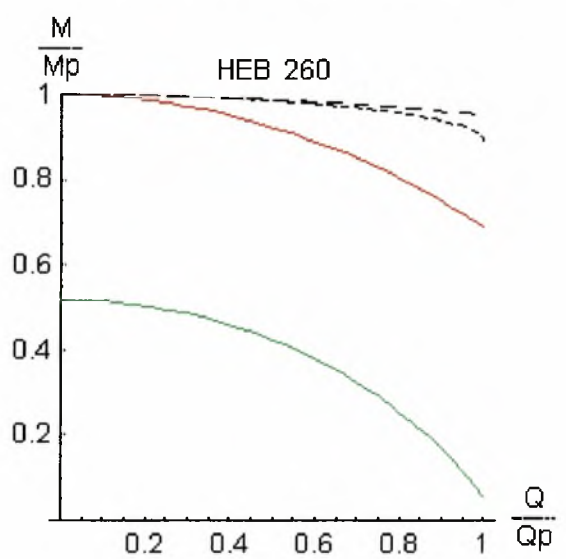
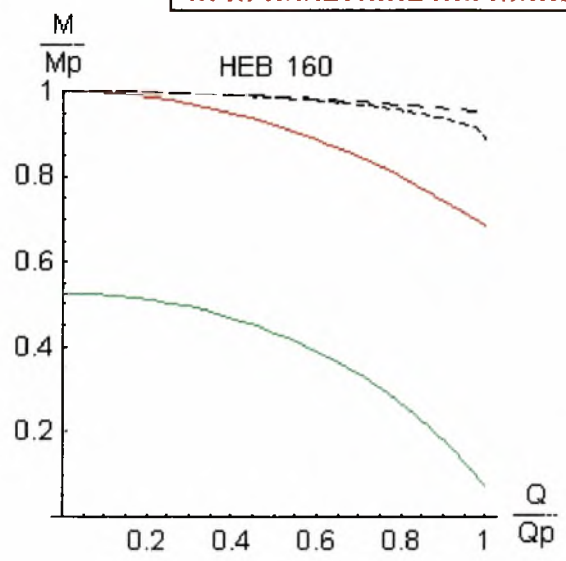
— ΟΡΙΟ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ
— ΟΡΙΟ ΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ

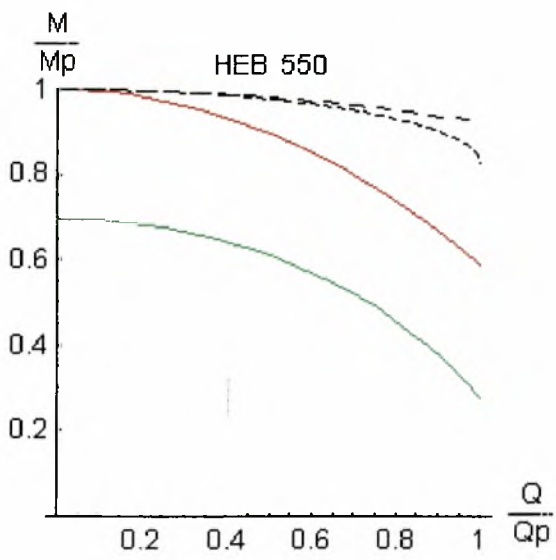
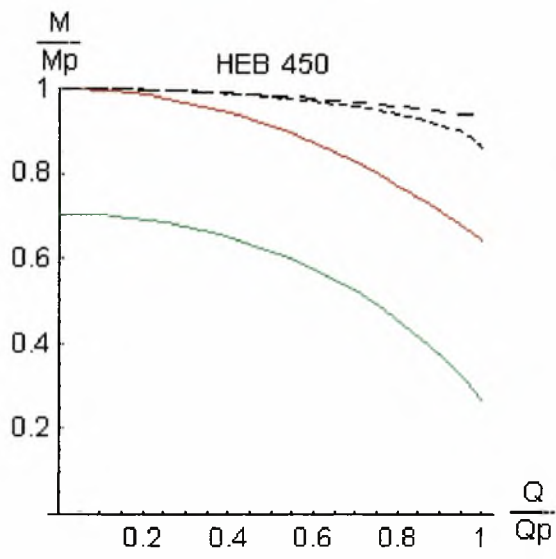
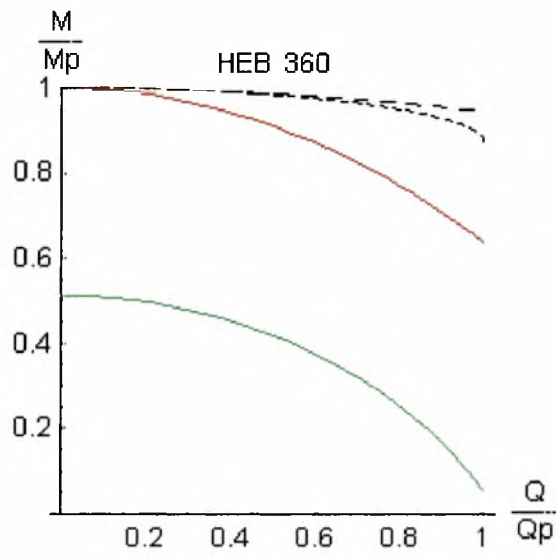




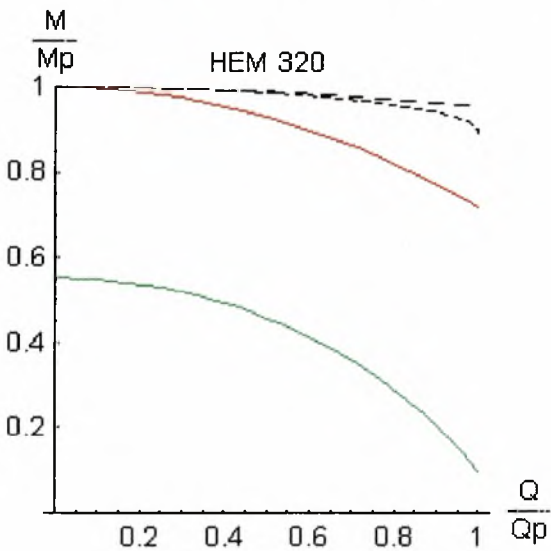
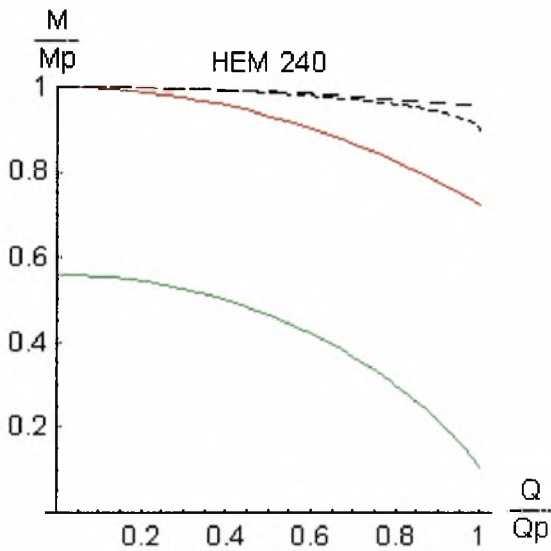
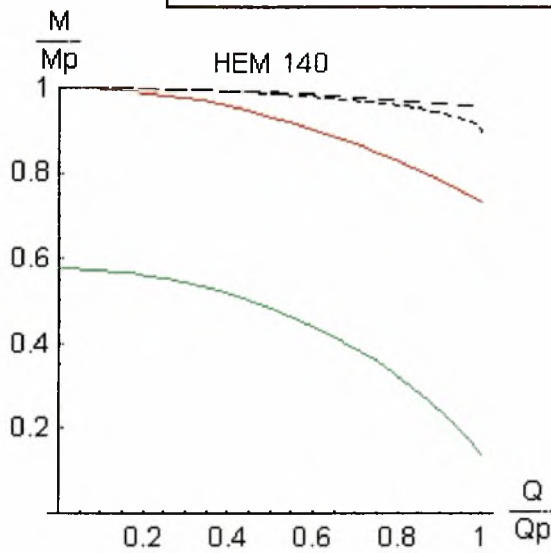
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ο ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΗΕΒ

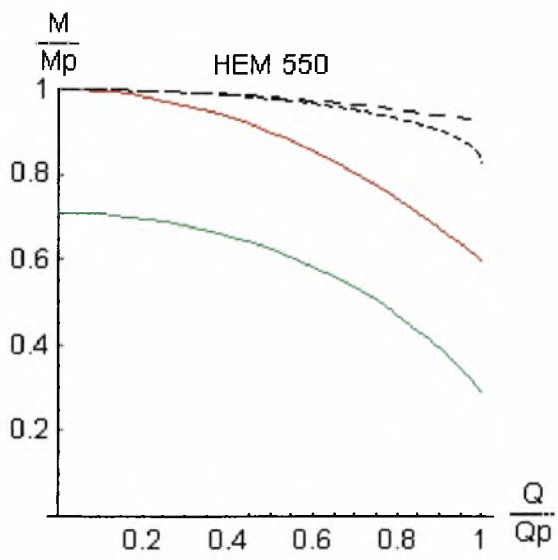
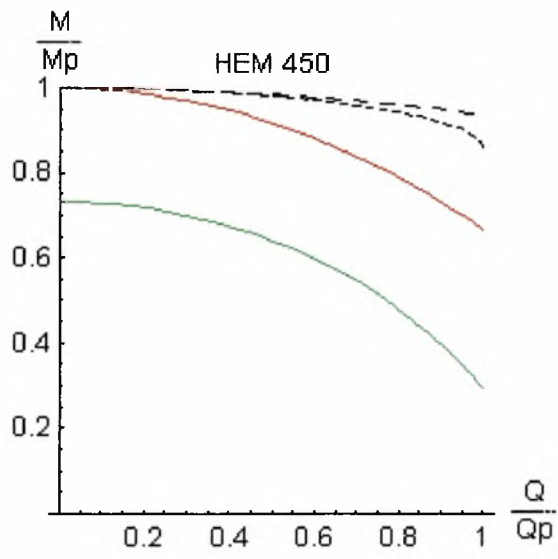
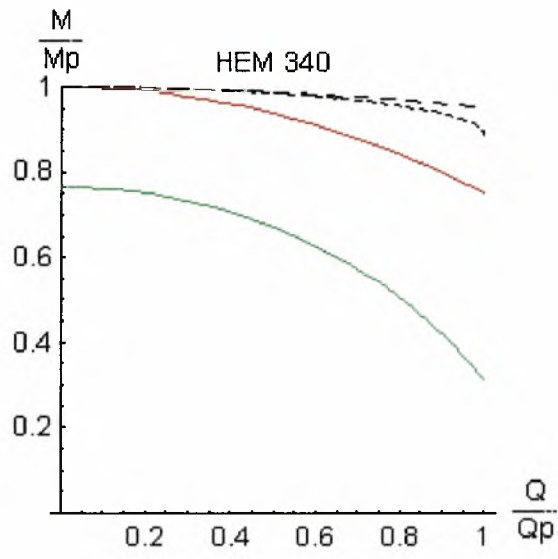
—	<i>ΟΡΙΟ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ</i>
—	<i>ΟΡΙΟ ΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ</i>



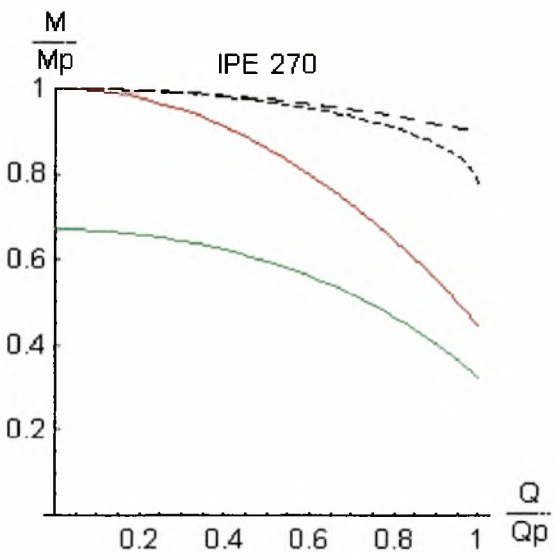
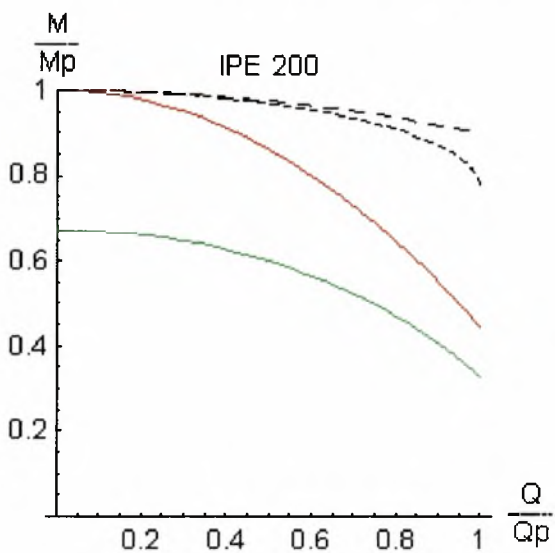
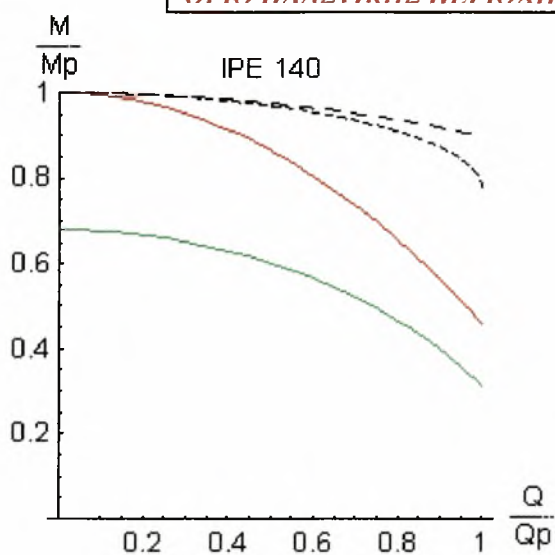


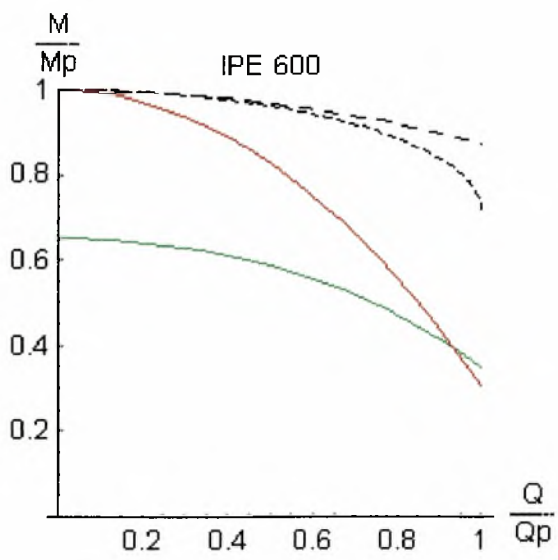
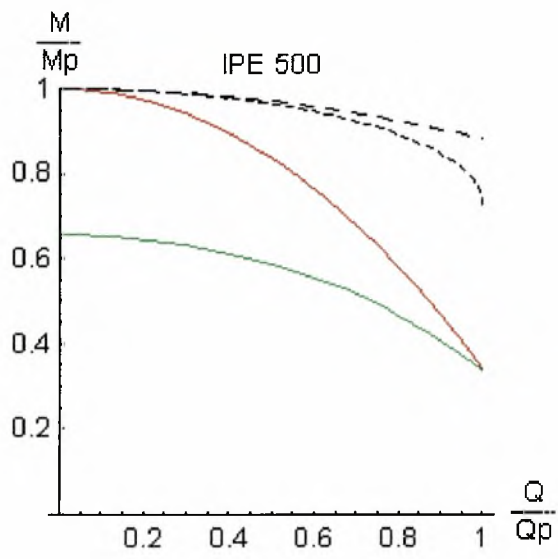
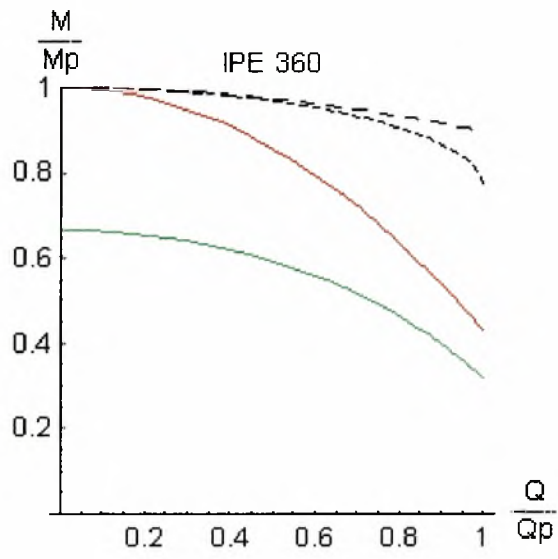
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Ο ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΗΕΜ



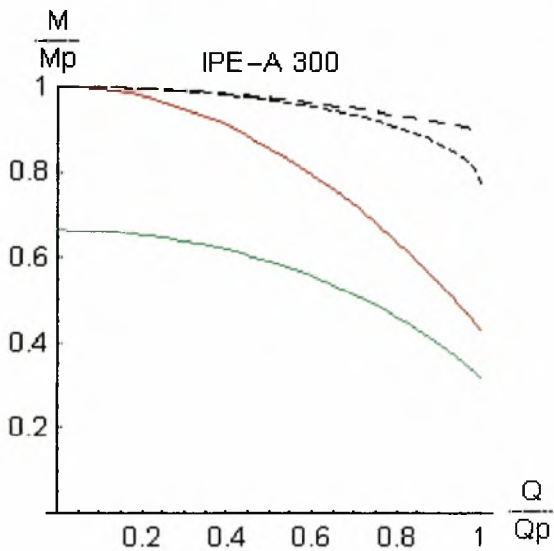
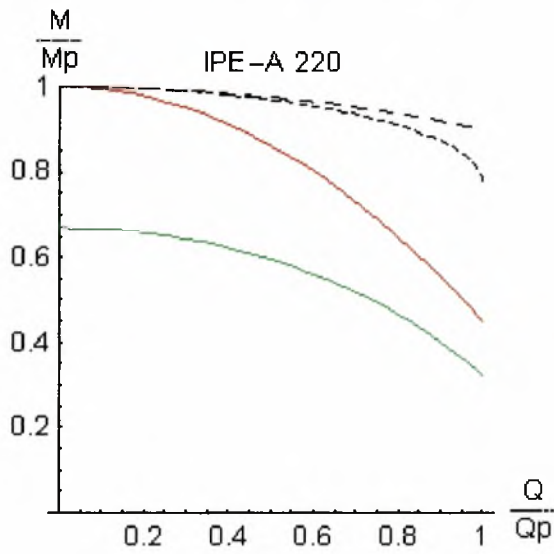
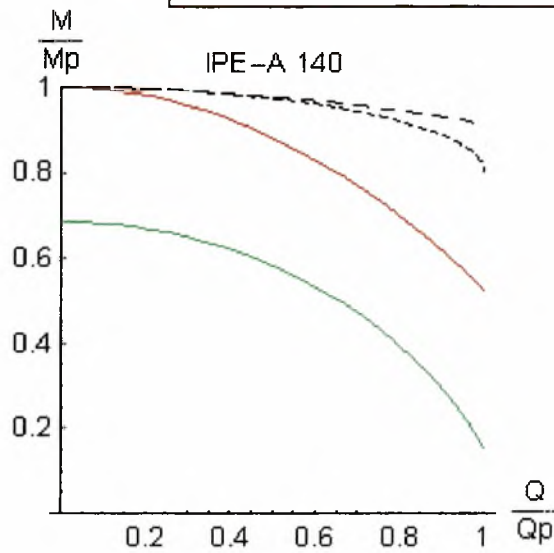


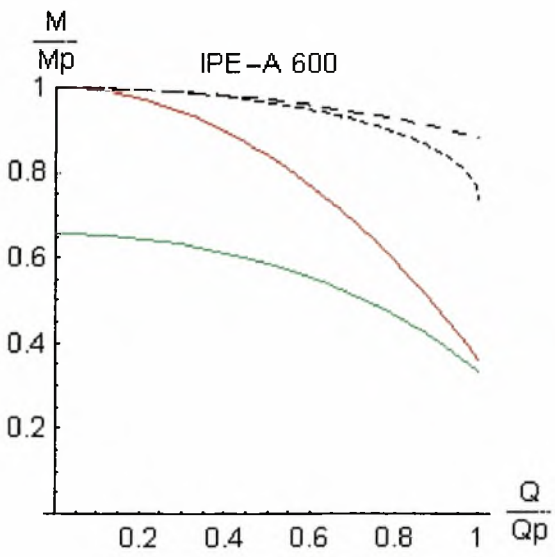
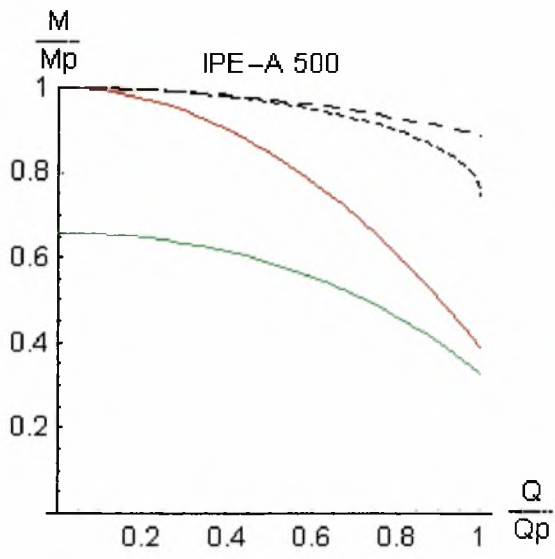
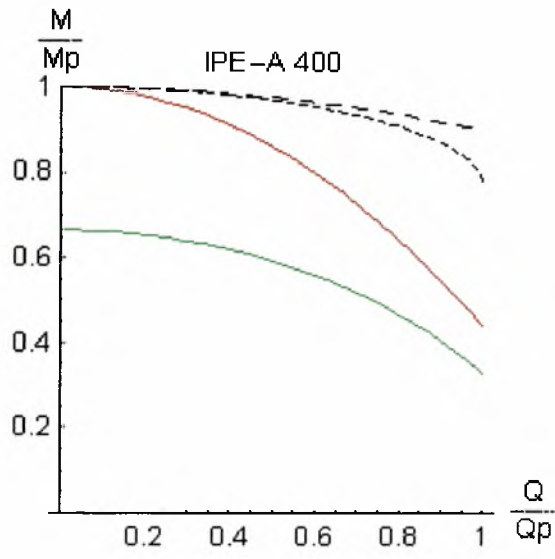
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Θ ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΙΡΕ





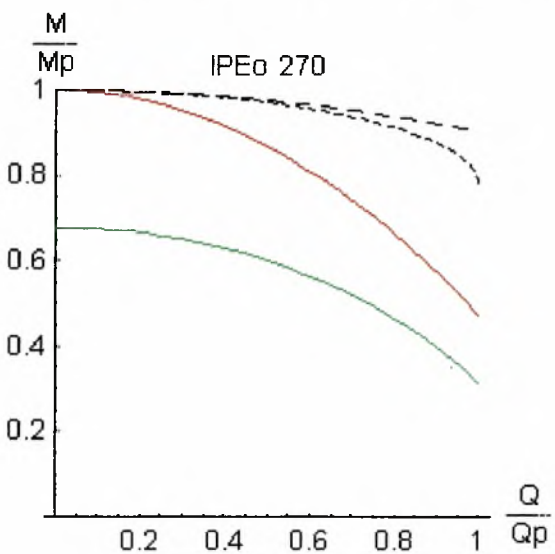
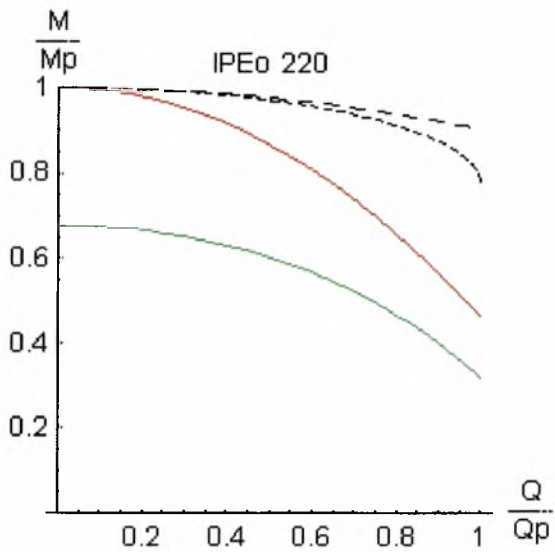
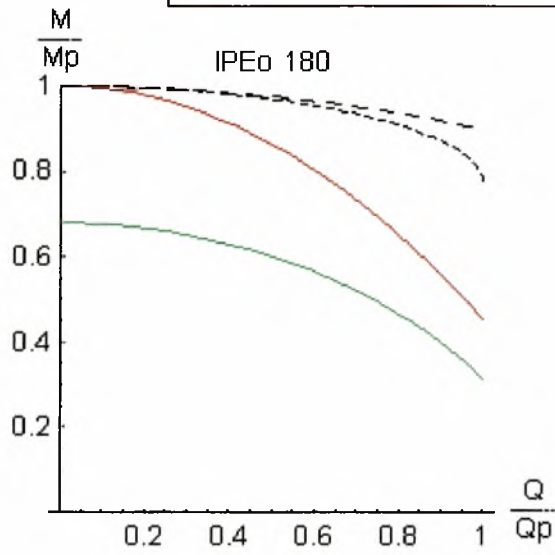
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Θ ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΙΡΕ-Α

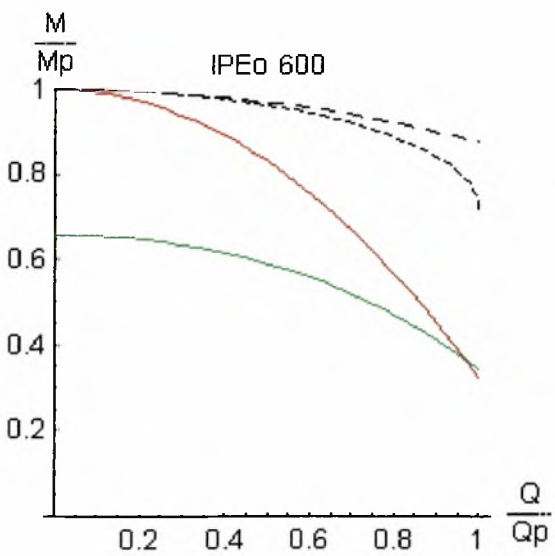
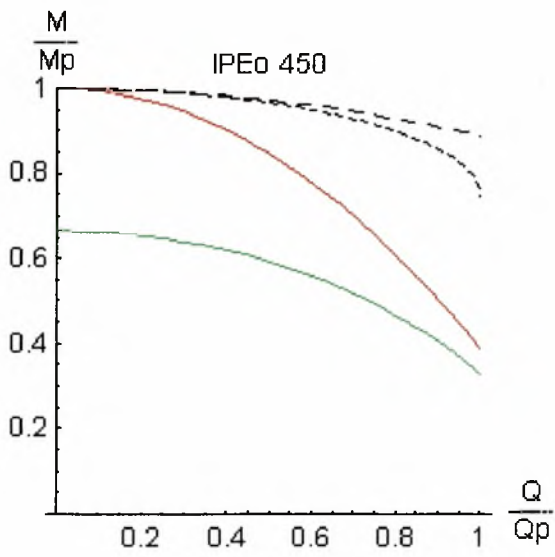
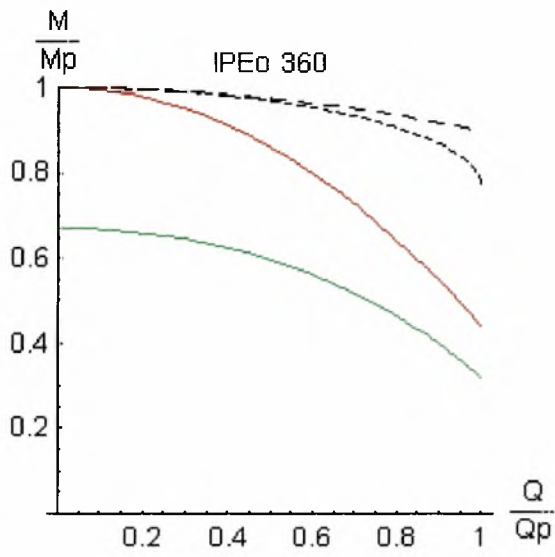




ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Θ ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΙΡΕο

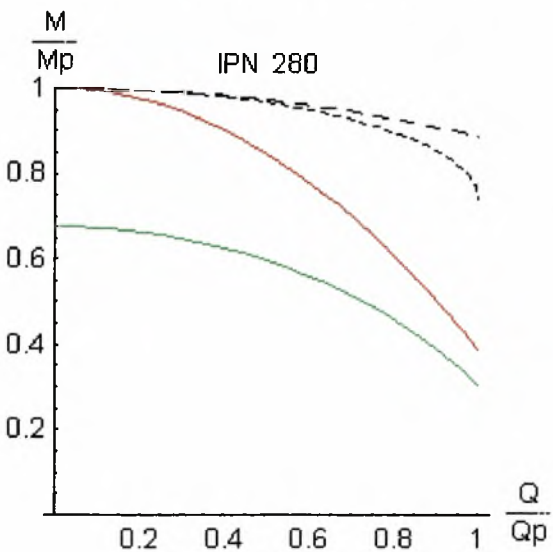
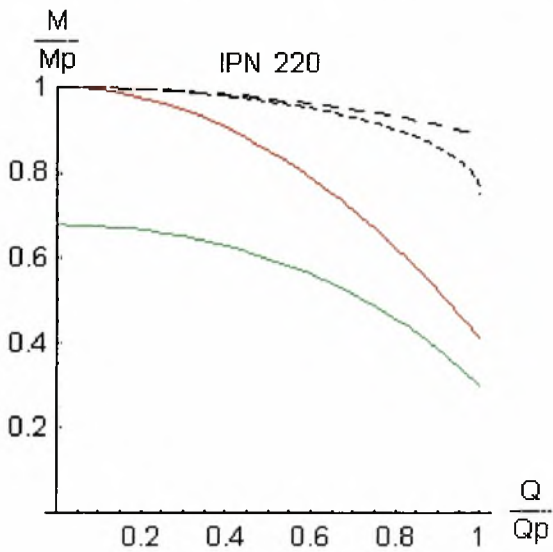
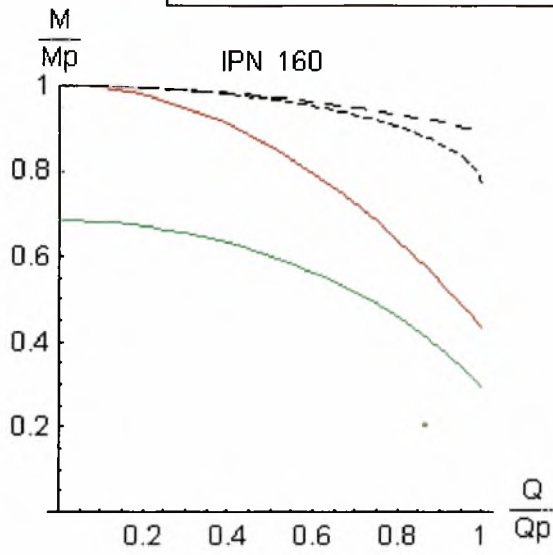
— ΟΡΙΟ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ
— ΟΡΙΟ ΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ

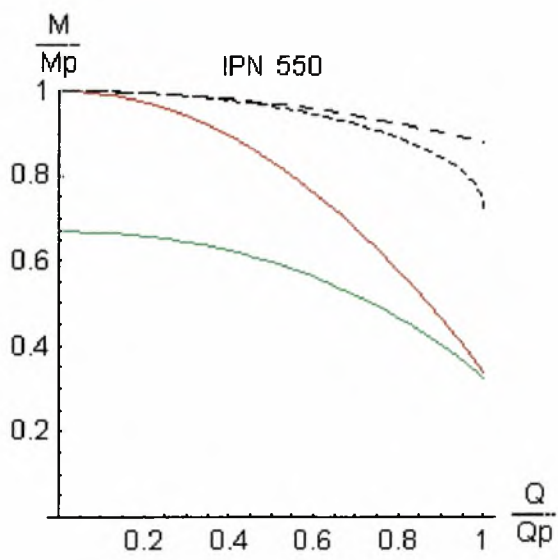
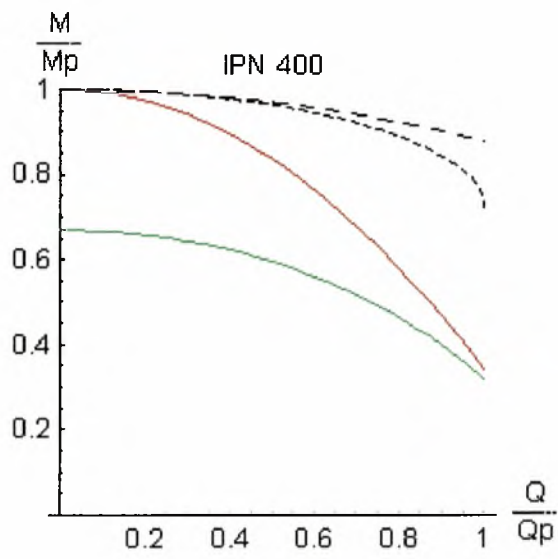
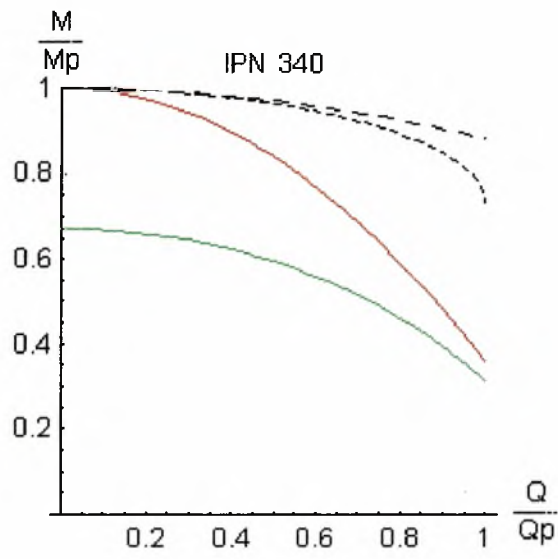




ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ Μ-Θ ΔΙΑΤΟΜΕΣ IPN

— ΟΡΙΟ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ
— ΟΡΙΟ ΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ





3.2. Σχολιασμός αποτελεσμάτων και συμπεράσματα

Με γνώμονα τη κατανομή και το ποσοστό παραμενουσών τάσεων ανά επιλεγείσα διατομή, σύμφωνα με τα περιεχόμενα των δύο πρώτων παραγράφων του 2^{ου} Κεφαλαίου της παρούσας αφ' ενός, αλλά και τις απλοποιητικές παραδοχές της όλης θεωρητικής επεξεργασίας* αφ' ετέρου, οι καμπύλες αλληλεπίδρασης – τόσο ροπής-αξονικής όσο και ροπής-τέμνουσας – παρουσιάζουν ικανοποιητική ομαλότητα και συνέχεια, οι δε σχετικές εξισώσεις είναι απλές, εύχρηστες και άμεσα εφαρμόσιμες. Ειδικότερα, ανάλογα με το είδος της συνδυασμένης εξωτερικής φόρτισης του μη λυγηρού μέλους ισχύουν τα ακόλουθα:

3.2.1. Καμπύλες ροπής-αξονικής

Για τις πλατύπελμες διατομές της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας **HE-A**, **HE-B** και **HE-M** (ανεξάρτητα του ποσοστού των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας, το οποίο σε άλλες είναι ίσο με 0.30 και σε άλλες με 0.50) η εξίσωση αλληλεπίδρασης που σχετίζεται με τη πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή βρίσκεται σε εξαιρετική συμφωνία με την αντίστοιχη προσεγγιστική των Αμερικανικών Κανονισμών, η οποία συντάχθηκε με βάση τη συμπεριφορά διατομών *W* (*wide flange beams*, πλατύπελμων), γεγονός που αποδεικνύει την ακρίβεια και την αξιοπιστία της ανάλυσης που αναπτύχθηκε στη παρούσα εργασία.

Για τις υψίκορμες διατομές όμως, η εν λόγω προσεγγιστική εξίσωση εμφανίζεται συντηρητική, καθόσον στις πλείστες των περιπτώσεων η

* π.χ. αμελούνται τα καμπύλα τμήματα συναρμογής κορμού – πελμάτων

θεωρητική καμπύλη – προϊόν της παρούσας ανάλυσης – καταδεικνύει την ύπαρξη αυξημένου άνω ορίου της φέρουσας ιακνότητας, η οποία πάντως για μη λυγηρά μέλη δεν επηρεάζεται από τη παρουσία παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας, που όμως ανάλογα με το μέγεθος τους και τη γεωμετρία της διατομής διαφοροποιούν αισθητά τον τρόπο και την «ταχύτητα» διάδωσης της διαρροής μέχρι πλήρους πλαστικοποίησης.

3.2.2. Καμπύλες ροπής-τέμνουσας

Από πλευράς μορφής και ανεξάρτητα του τύπου της διατομής και του ποσοστού των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας, οι καμπύλες αλληλεπίδρασης έχουν μακροσκοπικά τη μορφή και τη κλίση των εμπειρικών καμπύλων των *Horne* και *Green*, που όπως προαναφέρθηκε δεν συμπεριλαμβάνουν την επιρροή παραμενουσών τάσεων οποιασδήποτε προέλευσης. Πέραν της διαπίστωσης αυτής είναι εμφανές ότι οι χαραχθείσες καμπύλες αλληλεπίδρασης (και κατ' επέκταση οι αντίστοιχες εξισώσεις) συμφωνούν τόσο με τις Ευρωπαϊκές όσο και τις Αμερικανικές προβλέψεις περί μείωσης της πλαστικής ροπής αντοχής υπό τη σύγχρονη παρουσία σχετικά μεγάλης τέμνουσας δύναμης, καθόσον ουδεμία εξ' αυτών τέμνει τον άξονα των x (Q/Q_P).

Όσον αφορά τις πλατύπελμες διατομές όλων των τύπων που εξετάστηκαν, οι καμπύλες αλληλεπίδρασης παρουσιάζουν σχεδόν σταθερή και ενιαία κλίση-μορφή τόσον για το όριο της ελαστικής όσο και για αυτό της πλαστικής περιοχής. Αντίθετα, σε περιπτώσεις υψίκορμων διατομών η

πλαστικοποίηση εξελίσσεται ραγδαία και απότομα σε περίπτωση υψηλών τιμών της τέμνουσας, φαινόμενο περισσόρετο ευδιάκριτο για διατομές μεγάλου ύψους.

*Σε ακραίες περιπτώσεις το φυσικά μη αποδεκτό γεγονός τομής των καμπύλων αλληλεπίδρασης οφείλεται στην απλοποιητική παραδοχή μεταξύ των σχέσεων (31) και (32) καθώς και στη παραδοχή ανάληψης των διατμητικών τάσεων από το κορμό της διατομής και μόνο. Τέλος η παρουσία παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας σε αυτό τον τύπο διατομών **I** φαίνεται να είναι εντονότερη όσον αφορά τη πλήρη πλαστικοποίηση παρά την έναρξη της διαρροής, ενώ στις πλατύπελμες η επιρροή τους είναι και στις δύο περιπτώσεις ομοιόμορφη.*

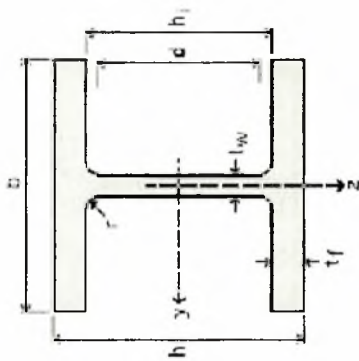
Βιβλιογραφία

1. Alpsten, A.G., 1968. Thermal Residual Stresses in Hot-Rolled Steel Members. Fritz Laboratories Report No. 337.3.
2. American Institute of Steel Construction Inc. (AISC), 1998. Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings. Chicago. IL., USA.
3. Beedle, L.S., 1991. Stability of Metal Structures: A World Review (2nd edition). Lehigh University, USA.
4. Beedle, S.L., Tall, L., 1960. Basic Column Strength. J. Struct. Div., ASCE, No ST7, 86, 139-173.
5. Bjorhovde, R. (ed.), Engstrom, M.F., Griffis, L.G., 2001. Structural Steel Selection Considerations: A Guide for Students, Educators, Designers and Builders. ASCE, Reston, VA, USA.
6. Bruneau, M., Uang, C-M., Whittaker, A., 1998. Ductile Design of Steel Structures. McGraw-Hill, New York, NY, USA.
7. Chan, S.L., Chui, P.P.T., 2000. Nonlinear Static and Cyclic Analysis of Frames with Semi-Rigid Connections, Elsevier, The Netherlands.
8. Eurocode 3, 1992. Design of Steel Structures, Part 1: General Rules and Rules for Buildings, ENV 1993-1-1. CEN, Brussels, Belgium.
9. European Convention for Constructional Steelwork (ECCS), 1983. Ultimate Limit State Calculation of Sway Frames with Rigid Joints. ECCS, Technical Working Group 8.2., Systems, Publication No. 33.
10. Galambos, T.V. (ed.) 1998. Guide to Stability Criteria for Metal Structures. Structural Stability Research Council (SSRC), 5th Edition, John Wiley & Sons, New York, NY, USA.

11. Hasham, A.S., Rasmussen, K.J.R., 2002. Interaction curves for locally buckled I-section beam-columns. *J. Constr. Steel Res.* 58, 213-241.
12. Horne, M.R., 1961. The stability of elastic-plastic structures. *Progress in Solid Mechanics*, Vol. 2, Amsterdam, The Netherlands.
13. Huber, W.A., Beedle, S.L., 1954. Residual Stresses and the Compressive Strength of Steel, *Welding J.* 33, 589-614.
14. Ketter, R.L., 1961. Further Studies of the Strength of Beam-Columns. *J. Struct. Div. ASCE*, Vol. 87, No. ST6, 135-152.
15. Kounadis, A.N., 1987. *Steel Structures: Behavior and Analysis*, Vol. II. Symeon Publishing, Athens, Greece.
16. Michaltsos, G.T., Sophianopoulos, D.S., 2002. The effect of thermal residual stresses on the bearing capacity of hot-rolled I sections under combined bending and axial force, in: Beskos, D.E., Karabalis, D.L. and Kounadis, A.N. (Eds.), *Proc. 4th National Conference on Steel Structures*, Vol. II, Typorama, Patras, Greece, pp. 367-375.
17. Salmon, C.G., Johnson, J.E., 1996. *Steel Structures: Design and Behavior* (4th edition). Addison-Wesley Pub. Co., Boston, MA, USA.
18. Sophianopoulos, D.S., Michaltsos, G.T., 2002. The effect of thermal residual stresses on the bearing capacity of hot-rolled I sections under combined bending and shearing force, in: Lamas, A. and da Silva, L.S. (Eds.), *Proc. 3rd European Conference on Steel Structures*, Auditório Laginha Serafim, Coimbra, Portugal, Vol. I, pp. 173-182.
19. Tall, L., 1974. *Structural Steel Design* (2nd edition). Krieger Pub Co., Melbourne, FL, USA.
20. Tarkamani, M.A.M., Sonmez, M., 2001. Inelastic Large Deflection Modeling of Beam-Columns. *J. Struct. Engrg., ASCE*, 127(8), 876-887.

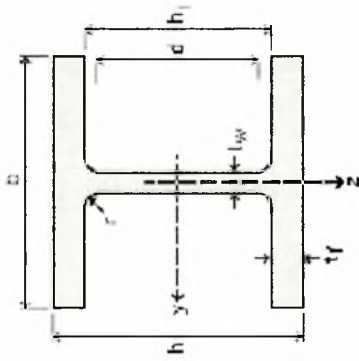
Π α ρ ά ρ τ η μ α Α

**Πίνακες τυποποιημένων διατομών Ι
από χάλυβα θερμής έλασης
της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας**



Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm ²]	I.y [cm ⁴]	W.y [cm ³]	I.z [cm ⁴]	W.z [cm ³]	I.T [cm ⁴]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m ² /m]	A.G [m ² /t]		A.vz [cm ²]	i.y [cm]	W.y.pl [cm ³]	i.z [cm]	W.z.pl [cm ³]		i.omega [cm ⁶]
IPN 120	120,00	58,00	5,10	7,70	5,10	11,39	14,49	336,54	56,09	25,19	8,69	2,49	1,51
	104,60	94,40	26,48	,45	39,83		6,74	4,82	65,25	1,32	13,71		789
IPN 140	140,00	66,00	5,70	8,60	5,70	14,64	18,63	588,75	84,11	41,45	12,56	3,96	1,72
	122,80	111,40	29,58	,52	35,75		8,75	5,62	97,75	1,49	19,84		1.779
IPN 160	160,00	74,00	6,30	9,50	6,30	18,30	23,28	960,65	120,08	64,53	17,44	6,01	1,92
	141,00	128,40	32,68	,59	32,42		11,02	6,42	139,47	1,66	27,57		3.633
IPN 180	180,00	82,00	6,90	10,40	6,90	22,36	28,45	1.484,95	164,99	96,11	23,44	8,76	2,13
	159,20	145,40	35,78	,66	29,66		13,55	7,22	191,54	1,84	37,06		6.873
IPN 200	200,00	90,00	7,50	11,30	7,50	26,82	34,13	2.198,32	219,83	138,07	30,68	12,36	2,33
	177,40	162,40	38,89	,73	27,33		16,33	8,03	255,12	2,01	48,52		12.222
IPN 220	220,00	98,00	8,10	12,20	8,10	31,69	40,32	3.141,36	285,58	192,45	39,28	16,97	2,54
	195,60	179,40	41,99	,80	25,34		19,37	8,83	331,33	2,18	62,12		20.659
IPN 240	240,00	106,00	8,70	13,10	8,70	36,96	47,02	4.358,60	363,22	261,49	49,34	22,76	2,74
	213,80	196,40	45,09	,87	23,61		22,67	9,63	421,31	2,36	78,05		33.469
IPN 260	260,00	113,00	9,40	14,10	9,40	42,77	54,41	5.896,25	453,56	341,06	60,36	30,52	2,92
	231,80	213,00	48,61	,94	21,94		26,52	10,41	526,69	2,50	95,66		51.258

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	l.y [cm4]	W.y [cm3]	l.z [cm4]	W.z [cm3]	l.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]	i.omega [cm6]	
IPN 280	280,00	119,00	10,10	15,20	10,10	48,94	62,26	7.788,86	556,35	429,55	72,19	40,40	3,07
	249,60	229,40	52,33	1,00	20,43		30,69	11,18	647,01	2,63	114,63		74.836
IPN 300	300,00	125,00	10,80	16,20	10,80	55,34	70,40	10.061,31	670,75	530,80	84,93	51,87	3,21
	267,60	246,00	55,85	1,06	19,18		35,15	11,95	781,20	2,75	135,15		106.184
IPN 320	320,00	131,00	11,50	17,30	11,50	62,32	79,28	12.844,84	802,80	652,65	99,64	66,36	3,36
	285,40	262,40	59,57	1,12	18,02		39,92	12,73	936,10	2,87	158,82		148.482
IPN 340	340,00	137,00	12,20	18,30	12,20	69,51	88,43	16.110,10	947,65	789,92	115,32	82,81	3,51
	303,40	279,00	63,09	1,18	17,04		44,99	13,50	1.106,33	2,99	184,15		202.910
IPN 360	360,00	143,00	13,00	19,50	13,00	77,78	98,95	20.126,28	1.118,13	957,61	133,93	105,12	3,66
	321,00	295,00	67,23	1,24	16,01		50,79	14,26	1.307,23	3,11	214,30		275.465
IPN 380	380,00	149,00	13,70	20,50	13,70	85,79	109,14	24.653,76	1.297,57	1.139,17	152,91	128,13	3,81
	339,00	311,60	70,75	1,31	15,23		56,48	15,03	1.518,51	3,23	245,06		365.173
IPN 400	400,00	155,00	14,40	21,60	14,40	94,41	120,12	29.992,60	1.499,63	1.351,53	174,39	156,09	3,96
	356,80	328,00	74,47	1,37	14,49		62,49	15,80	1.756,37	3,35	279,82		479.888
IPN 450	450,00	170,00	16,20	24,30	16,20	117,82	149,90	47.077,99	2.092,36	2.007,29	236,15	245,85	4,33
	401,40	369,00	83,78	1,52	12,92		79,09	17,72	2.455,51	3,66	380,11		901.465
IPN 500	500,00	185,00	18,00	27,00	18,00	143,81	182,96	70.578,44	2.823,14	2.875,94	310,91	369,61	4,70
	446,00	410,00	93,09	1,67	11,65		97,64	19,64	3.318,66	3,96	501,78		1.593.639
IPN 550	550,00	200,00	19,00	30,00	19,00	169,93	216,20	101.634,33	3.695,79	4.034,25	403,43	519,69	5,10
	490,00	452,00	101,26	1,83	10,78		113,30	21,68	4.335,08	4,32	648,48		2.704.000

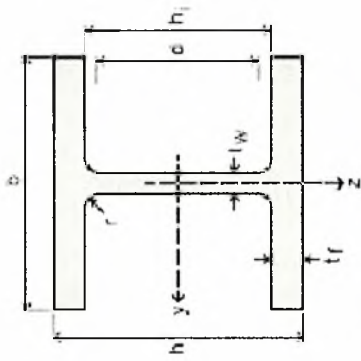


Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm ²]	I.y [cm ⁴]	W.y [cm ³]	I.z [cm ⁴]	W.z [cm ³]	I.T [cm ⁴]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m ² /m]	A.G [m ² /t]		A.vz [cm ²]	i.y [cm]	W.y.pl [cm ³]	i.z [cm]	W.z.pl [cm ³]	I.omega [cm ⁶]	
IPE A 100	98,00	55,00	3,60	4,70	7,00	6,90	8,78	141,16	28,81	13,12	4,77	,77	1,40
	88,60	74,60	21,20	,40	57,57		4,44	4,01	32,98	1,22	7,54		284
IPE 100	100,00	55,00	4,10	5,70	7,00	8,11	10,32	171,01	34,20	15,92	5,79	1,20	1,42
	88,60	74,60	23,70	,40	49,33		5,08	4,07	39,41	1,24	9,15		351
IPE A 120	117,60	64,00	3,80	5,10	7,00	8,67	11,03	257,36	43,77	22,39	7,00	1,04	1,64
	107,40	93,40	22,20	,47	54,47		5,41	4,83	49,87	1,42	10,98		705
IPE 120	120,00	64,00	4,40	6,30	7,00	10,38	13,21	317,75	52,96	27,67	8,65	1,74	1,66
	107,40	93,40	25,20	,48	45,82		6,31	4,90	60,73	1,45	13,58		890
IPE A 140	137,40	73,00	3,80	5,60	7,00	10,53	13,39	434,86	63,30	36,42	9,98	1,36	1,89
	126,20	112,20	23,20	,55	52,05		6,21	5,70	71,60	1,65	15,52		1.577
IPE 140	140,00	73,00	4,70	6,90	7,00	12,91	16,43	541,22	77,32	44,92	12,31	2,45	1,89
	126,20	112,20	26,70	,55	42,70		7,64	5,74	88,34	1,65	19,25		1.981
IPE A 160	157,00	82,00	4,00	5,90	9,00	12,72	16,18	689,28	87,81	54,43	13,27	1,96	2,10
	145,20	127,20	26,34	,62	48,70		7,80	6,53	99,09	1,83	20,70		3.095
IPE 160	160,00	82,00	5,00	7,40	9,00	15,79	20,09	869,29	108,66	68,31	16,66	3,60	2,11
	145,20	127,20	30,34	,62	39,47		9,66	6,58	123,86	1,84	26,10		3.959

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm ²]	i.y [cm4]	W.y [cm3]	i.z [cm4]	W.z [cm3]	i.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m ² /m]	A.G [m ² /t]		A.vz [cm ²]	i.y [cm]	W.y.pl [cm ³]	i.z [cm]	W.z.pl [cm ³]		i.omega [cm ⁶]
IPE A 180	177,00	91,00	4,30	6,50	9,00	15,39	19,58	1.062,74	120,08	81,89	18,00	2,70	2,34
	164,00	146,00	27,84	,69	45,15		9,20	7,37	135,33	2,05	27,96		5,933
IPE 180	180,00	91,00	5,30	8,00	9,00	18,82	23,95	1.316,96	146,33	100,85	22,16	4,79	2,35
	164,00	146,00	31,84	,70	37,13		11,25	7,42	166,41	2,05	34,60		7,431
IPE O 180	182,00	92,00	6,00	9,00	9,00	21,30	27,10	1.505,23	165,41	117,29	25,50	6,76	2,39
	164,00	146,00	34,54	,70	33,12		12,70	7,45	189,15	2,08	39,91		8,740
IPE A 200	197,00	100,00	4,50	7,00	12,00	18,45	23,47	1.591,47	161,57	117,17	23,43	4,11	2,55
	183,00	159,00	32,56	,76	41,49		11,47	8,23	181,65	2,23	36,54		10,529
IPE 200	200,00	100,00	5,60	8,50	12,00	22,39	28,48	1.943,17	194,32	142,37	28,47	6,98	2,56
	183,00	159,00	36,66	,77	34,36		14,00	8,26	220,64	2,24	44,61		12,988
IPE O 200	202,00	102,00	6,20	9,50	12,00	25,12	31,96	2.211,05	218,92	168,86	33,11	9,45	2,63
	183,00	159,00	39,26	,78	31,05		15,45	8,32	249,42	2,30	51,89		15,566
IPE A 220	217,00	110,00	5,00	7,70	12,00	22,21	28,26	2.316,51	213,50	171,42	31,17	5,69	2,82
	201,60	177,60	34,46	,84	38,02		13,55	9,05	240,21	2,46	48,49		18,707
IPE 220	220,00	110,00	5,90	9,20	12,00	26,23	33,37	2.771,84	251,99	204,89	37,25	9,07	2,83
	201,60	177,60	38,36	,85	32,36		15,88	9,11	285,41	2,48	58,11		22,672
IPE O 220	222,00	112,00	6,60	10,20	12,00	29,39	37,39	3.134,05	282,35	239,83	42,83	12,27	2,90
	201,60	177,60	41,06	,86	29,24		17,66	9,16	321,15	2,53	66,91		26,785
IPE A 240	237,00	120,00	5,20	8,30	15,00	26,18	33,31	3.290,46	277,68	240,13	40,02	8,35	3,05
	220,40	190,40	39,37	,92	35,10		16,31	9,94	311,57	2,68	62,40		31,257
IPE 240	240,00	120,00	6,20	9,80	15,00	30,75	39,12	3.891,62	324,30	283,63	47,27	12,88	3,07
	220,40	190,40	43,37	,92	30,02		19,14	9,97	366,65	2,69	73,92		37,391
IPE O 240	242,00	122,00	7,00	10,80	15,00	34,36	43,71	4.369,26	361,10	328,54	53,86	17,18	3,13
	220,40	190,40	46,17	,93	27,17		21,36	10,00	410,27	2,74	84,40		43,678
IPE A 270	267,00	135,00	5,50	8,70	15,00	30,77	39,15	4.917,29	368,34	357,97	53,03	10,30	3,45
	249,60	219,60	40,47	1,04	33,75		18,75	11,21	412,49	3,02	82,34		59,506
IPE 270	270,00	135,00	6,60	10,20	15,00	36,11	45,95	5.789,78	428,87	419,87	62,20	15,94	3,46
	249,60	219,60	44,57	1,04	28,86		22,14	11,23	484,00	3,02	96,95		70,578

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm ²]	i.y [cm ⁴]	W.y [cm ³]	i.z [cm ⁴]	W.z [cm ³]	i.T [cm ⁴]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m ² /m]	A.G [m ² /t]		A.vz [cm ²]	i.y [cm]	W.y.pl [cm ³]	i.z [cm]	W.z.pl [cm ³]	i.omega [cm ⁶]	
IPE O 270	274,00	136,00	7,50	12,20	15,00	42,31	53,84	6.947,04	507,08	513,48	75,51	24,90	3,52
	249,60	219,60	49,47	1,05	24,88		25,23	11,36	574,65	3,09	117,71		87,640
IPE A 300	297,00	150,00	6,10	9,20	15,00	36,57	46,53	7.173,49	483,06	518,97	69,20	13,43	3,83
	278,60	248,60	42,07	1,16	31,65		22,25	12,42	541,79	3,34	107,33		107,160
IPE 300	300,00	150,00	7,10	10,70	15,00	42,30	53,81	8.356,10	557,07	603,78	80,50	20,12	3,85
	278,60	248,60	46,07	1,16	27,46		25,68	12,46	628,36	3,35	125,22		125,934
IPE O 300	304,00	152,00	8,00	12,70	15,00	49,38	62,83	9.994,20	657,51	745,72	98,12	31,06	3,94
	278,60	248,60	50,97	1,17	23,81		29,05	12,61	743,82	3,45	152,59		157,690
IPE A 330	327,00	160,00	6,50	10,00	18,00	43,02	54,74	10.230,82	625,74	685,15	85,64	19,57	4,06
	307,00	271,00	47,59	1,25	29,09		26,99	13,67	701,93	3,54	133,26		171,501
IPE 330	330,00	160,00	7,50	11,50	18,00	49,21	62,61	11.766,89	713,15	788,14	98,52	28,15	4,08
	307,00	271,00	51,59	1,25	25,52		30,81	13,71	804,33	3,55	153,68		199,097
IPE O 330	334,00	162,00	8,50	13,50	18,00	57,08	72,62	13.910,37	832,96	960,38	118,57	42,15	4,16
	307,00	271,00	56,59	1,27	22,25		34,88	13,84	942,79	3,64	184,99		245,654
IPE A 360	357,60	170,00	6,60	11,50	18,00	50,28	63,96	14.515,45	811,83	944,27	111,09	26,51	4,37
	334,60	298,60	50,69	1,35	26,91		29,76	15,06	906,77	3,84	171,85		281,992
IPE 360	360,00	170,00	8,00	12,70	18,00	57,17	72,73	16.265,62	903,65	1.043,45	122,76	37,32	4,35
	334,60	298,60	54,49	1,35	23,70		35,14	14,95	1.019,15	3,79	191,10		313,580
IPE O 360	364,00	172,00	9,20	14,70	18,00	66,13	84,13	19.047,46	1.046,56	1.251,22	145,49	55,76	4,43
	334,60	298,60	59,69	1,37	20,69		40,21	15,05	1.186,08	3,86	226,92		380,267
IPE A 400	397,00	180,00	7,00	12,00	21,00	57,45	73,10	20.292,57	1.022,30	1.170,59	130,07	34,79	4,58
	373,00	331,00	55,60	1,46	25,51		35,78	16,66	1.143,90	4,00	202,07		432,224
IPE 400	400,00	180,00	8,60	13,50	21,00	66,39	84,46	23.128,35	1.156,42	1.317,82	146,42	51,08	4,56
	373,00	331,00	60,20	1,47	22,12		42,69	16,55	1.307,15	3,95	229,00		490,048
IPE O 400	404,00	182,00	9,70	15,50	21,00	75,76	96,39	26.747,02	1.324,11	1.564,25	171,90	73,10	4,64
	373,00	331,00	65,30	1,48	19,57		47,98	16,66	1.502,17	4,03	269,10		587,647
IPE A 450	447,00	190,00	7,60	13,10	21,00	67,24	85,55	29.758,80	1.331,49	1.502,40	158,15	45,67	4,83
	420,80	378,80	58,40	1,60	23,87		42,26	18,65	1.494,29	4,19	245,75		704,856

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	tf [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	l.y [cm4]	W.y [cm3]	l.z [cm4]	W.z [cm3]	i.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]		i.omega [cm6]
IPE 450	450,00	190,00	9,40	14,60	21,00	77,67	98,82	33.742,91	1.499,69	1.675,86	176,41	66,87	4,80
	420,80	378,80	63,20	1,61	20,69		50,85	18,48	1.701,79	4,12	276,38		791,005
IPE O 450	456,00	192,00	11,00	17,60	21,00	92,48	117,66	40.923,40	1.794,89	2.085,36	217,23	109,05	4,89
	420,80	378,80	70,80	1,62	17,56		59,40	18,65	2.046,26	4,21	340,99		997,576
IPE A 500	497,00	200,00	8,40	14,50	21,00	79,46	101,10	42.933,41	1.727,70	1.939,22	193,92	62,78	5,08
	468,00	426,00	62,00	1,74	21,94		50,41	20,61	1.946,01	4,38	301,62		1.125,230
IPE 500	500,00	200,00	10,20	16,00	21,00	90,80	115,52	48.198,50	1.927,94	2.141,68	214,17	89,29	5,05
	468,00	426,00	66,80	1,74	19,23		59,87	20,43	2.194,12	4,31	335,88		1.249,365
IPE O 500	506,00	202,00	12,00	19,00	21,00	107,45	136,71	57.777,26	2.283,69	2.621,75	259,58	143,47	5,13
	468,00	426,00	74,60	1,76	16,40		70,21	20,56	2.612,98	4,38	408,53		1.547,585
IPE A 550	547,00	210,00	9,00	15,70	24,00	92,19	117,29	59.979,33	2.193,03	2.432,23	231,64	86,53	5,30
	515,60	467,60	68,52	1,87	20,36		60,30	22,61	2.474,66	4,55	361,50		1.710,117
IPE 550	550,00	210,00	11,10	17,20	24,00	105,65	134,42	67.116,46	2.440,60	2.667,58	254,06	123,24	5,25
	515,60	467,60	73,62	1,88	17,78		72,34	22,35	2.787,01	4,45	400,54		1.884,098
IPE O 550	556,00	212,00	12,70	20,20	24,00	122,67	156,07	79.157,31	2.847,39	3.224,38	304,19	187,52	5,35
	515,60	467,60	81,22	1,89	15,45		82,69	22,52	3.263,38	4,55	480,52		2.302,253
IPE A 600	597,00	220,00	9,80	17,50	24,00	107,70	137,02	82.918,80	2.777,85	3.116,28	283,30	118,76	5,57
	562,00	514,00	72,92	2,01	18,72		70,14	24,60	3.141,18	4,77	442,07		2.607,364
IPE 600	600,00	220,00	12,00	19,00	24,00	122,60	155,98	92.083,40	3.069,45	3.387,34	307,94	165,42	5,51
	562,00	514,00	78,12	2,01	16,45		83,78	24,30	3.512,40	4,66	485,65		2.845,527
IPE O 600	610,00	224,00	15,00	24,00	24,00	154,66	196,76	118.302,06	3.878,76	4.520,75	403,64	318,13	5,66
	562,00	514,00	91,12	2,04	13,24		104,36	24,52	4.471,04	4,79	640,08		3.859,573
IPE 750 X 147	753,00	265,00	13,20	17,00	17,00	147,37	187,49	166.064,20	4.410,74	5.289,44	399,20	161,53	6,52
	719,00	685,00	67,12	2,51	17,06		105,41	29,76	5.109,89	5,31	630,81		7.140,538
IPE 750 X 173	762,00	267,00	14,40	21,60	17,00	173,97	221,33	205.824,99	5.402,23	6.873,44	514,86	273,58	6,71
	718,80	684,80	77,52	2,53	14,58		116,44	30,49	6.218,28	5,57	809,91		9.390,941
IPE 750 X 196	770,00	268,00	15,60	25,40	17,00	197,14	250,82	240.280,18	6.241,04	8.175,01	610,08	408,86	6,81
	719,20	685,20	86,32	2,55	12,96		127,27	30,95	7.174,18	5,71	958,80		11.294,654



Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm ²]	i.y [cm ⁴]	W.y [cm ³]	I.z [cm ⁴]	W.z [cm ³]	I.T [cm ⁴]	i.T [cm]
	h,i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m ² /m]	A.G [m ² /t]	A.vz [cm ²]	i.y [cm]	W.y.pl [cm ³]	i.z [cm]	W.z.pl [cm ³]	I.omega [cm ⁶]		
HE 100 AA	91,00	100,00	4,20	5,50	12,00	12,26	15,60	236,51	51,98	92,06	18,41	2,51	2,62
	80,00	56,00	29,26	,55	45,17		6,15	3,89	58,36	2,43	28,44		1,675
HE 100 A	96,00	100,00	5,00	8,00	12,00	16,69	21,24	349,22	72,76	133,81	26,76	5,24	2,68
	80,00	56,00	35,06	,56	33,68		7,56	4,06	83,01	2,51	41,14		2,581
HE 100 B	100,00	100,00	6,00	10,00	12,00	20,46	26,04	449,54	89,91	167,27	33,45	9,25	2,70
	80,00	56,00	40,06	,57	27,76		9,04	4,16	104,21	2,53	51,42		3,375
HE 100 M	120,00	106,00	12,00	20,00	12,00	41,84	53,24	1.142,61	190,44	399,15	75,31	68,21	2,91
	80,00	56,00	66,06	,62	14,82		18,04	4,63	235,81	2,74	116,31		9,925
HE 120 AA	109,00	120,00	4,20	5,50	12,00	14,58	18,55	413,36	75,85	158,81	26,47	2,78	3,16
	98,00	74,00	29,26	,67	45,94		6,90	4,72	84,12	2,93	40,62		4,242
HE 120 A	114,00	120,00	5,00	8,00	12,00	19,91	25,34	606,15	106,34	230,90	38,48	5,99	3,23
	98,00	74,00	35,06	,68	34,06		8,46	4,89	119,49	3,02	58,85		6,472
HE 120 B	120,00	120,00	6,50	11,00	12,00	26,73	34,01	864,37	144,06	317,52	52,92	13,84	3,26
	98,00	74,00	42,56	,69	25,71		10,96	5,04	165,21	3,06	80,97		9,410
HE 120 M	140,00	126,00	12,50	21,00	12,00	52,20	66,41	2.017,57	288,22	702,77	111,55	91,66	3,47
	98,00	74,00	68,56	,74	14,16		21,15	5,51	350,61	3,25	171,63		24,786

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	l.y [cm4]	W.y [cm3]	l.z [cm4]	W.z [cm3]	l.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]		i.omega [cm6]
HE 140 AA	128,00	140,00	4,30	6,00	12,00	18,10	23,02	719,45	112,41	274,83	39,26	3,54	3,73
	116,00	92,00	30,36	,79	43,53		7,92	5,59	123,78	3,45	59,93		10,210
HE 140 A	133,00	140,00	5,50	8,50	12,00	24,69	31,42	1.033,13	155,36	389,32	55,62	8,13	3,78
	116,00	92,00	36,56	,79	32,21		10,12	5,73	173,50	3,52	84,85		15,064
HE 140 B	140,00	140,00	7,00	12,00	12,00	33,76	42,96	1.509,23	215,60	549,67	78,52	20,06	3,82
	116,00	92,00	45,06	,81	23,88		13,08	5,93	245,43	3,58	119,78		22,479
HE 140 M	160,00	146,00	13,00	22,00	12,00	63,32	80,56	3.291,36	411,42	1.144,34	156,76	120,01	4,02
	116,00	92,00	71,06	,86	13,56		24,46	6,39	493,83	3,77	240,51		54,329
HE 160 AA	148,00	160,00	4,50	7,00	15,00	23,86	30,36	1.282,88	173,36	478,73	59,84	6,33	4,26
	134,00	104,00	36,07	,90	37,81		10,38	6,50	190,41	3,97	91,36		23,751
HE 160 A	152,00	160,00	6,00	9,00	15,00	30,47	38,77	1.672,97	220,13	615,57	76,95	12,19	4,29
	134,00	104,00	41,57	,91	29,78		13,21	6,57	245,15	3,98	117,63		31,410
HE 160 B	160,00	160,00	8,00	13,00	15,00	42,64	54,25	2.492,00	311,50	889,23	111,15	31,24	4,34
	134,00	104,00	51,57	,92	21,56		17,59	6,78	353,97	4,05	169,96		47,943
HE 160 M	180,00	166,00	14,00	23,00	15,00	76,28	97,05	5.098,26	566,47	1.758,77	211,90	162,43	4,56
	134,00	104,00	77,57	,97	12,74		30,81	7,25	674,57	4,26	325,46		108,054
HE 180 AA	167,00	180,00	5,00	7,50	15,00	28,71	36,53	1.966,90	235,56	729,97	81,11	8,33	4,81
	152,00	122,00	37,57	1,02	35,51		12,16	7,34	258,24	4,47	123,58		46,365
HE 180 A	171,00	180,00	6,00	9,50	15,00	35,57	45,25	2.510,28	293,60	924,60	102,73	14,80	4,85
	152,00	122,00	42,57	1,02	28,83		14,47	7,45	324,85	4,52	156,49		60,211
HE 180 B	180,00	180,00	8,50	14,00	15,00	51,29	65,25	3.831,13	425,68	1.362,85	151,43	42,16	4,90
	152,00	122,00	54,07	1,04	20,25		20,24	7,66	481,45	4,57	231,01		93,746
HE 180 M	200,00	186,00	14,50	24,00	15,00	89,02	113,25	7.483,13	748,31	2.580,13	277,43	203,27	5,11
	152,00	122,00	80,07	1,09	12,25		34,65	8,13	883,45	4,77	425,19		199,326
HE 200 AA	186,00	200,00	5,50	8,00	18,00	34,69	44,13	2.944,30	316,59	1.068,49	106,85	12,69	5,30
	170,00	134,00	42,59	1,13	32,62		15,45	8,17	347,06	4,92	163,17		84,491
HE 200 A	190,00	200,00	6,50	10,00	18,00	42,31	53,83	3.692,15	388,65	1.335,51	133,55	20,98	5,35
	170,00	134,00	47,59	1,14	26,89		18,08	8,28	429,48	4,98	203,82		108,000

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	l.y [cm4]	W.y [cm3]	i.z [cm4]	W.z [cm3]	I.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]	I.omega [cm6]	
HE 200 B	200,00	200,00	9,00	15,00	18,00	61,37	78,08	5.696,17	589,62	2.003,37	200,34	59,28	5,43
	170,00	134,00	60,09	1,15	18,78		24,83	8,54	642,55	5,07	305,81		171,125
HE 200 M	220,00	206,00	15,00	25,00	18,00	103,19	131,28	10.641,90	967,45	3.651,21	354,49	259,41	5,65
	170,00	134,00	86,09	1,20	11,67		41,03	9,00	1.135,15	5,27	543,22		346,258
HE 220 AA	205,00	220,00	6,00	8,50	18,00	40,45	51,46	4.170,22	406,85	1.510,49	137,32	15,93	5,85
	188,00	152,00	44,09	1,25	30,87		17,63	9,00	445,50	5,42	209,34		145,613
HE 220 A	210,00	220,00	7,00	11,00	18,00	50,57	64,34	5.409,69	515,21	1.954,56	177,69	28,46	5,92
	188,00	152,00	50,09	1,26	24,85		20,67	9,17	568,46	5,51	270,59		193,266
HE 220 B	220,00	220,00	9,50	16,00	18,00	71,56	91,04	8.090,96	735,54	2.843,26	258,48	76,57	5,99
	188,00	152,00	62,59	1,27	17,77		27,92	9,43	827,05	5,59	393,88		295,418
HE 220 M	240,00	226,00	15,50	26,00	18,00	117,46	149,44	14.604,83	1.217,07	5.012,05	443,54	315,27	6,20
	188,00	152,00	88,59	1,32	11,27		45,31	9,89	1.419,45	5,79	678,55		572,684
HE 240 AA	224,00	240,00	6,50	9,00	21,00	47,46	60,38	5.835,17	521,00	2.077,04	173,09	22,98	6,34
	206,00	164,00	49,10	1,36	28,67		21,54	9,83	570,57	5,87	264,38		239,630
HE 240 A	230,00	240,00	7,50	12,00	21,00	60,39	76,84	7.763,17	675,06	2.768,81	230,73	41,55	6,44
	206,00	164,00	56,10	1,37	22,70		25,18	10,05	744,62	6,00	351,69		328,486
HE 240 B	240,00	240,00	10,00	17,00	21,00	83,30	105,99	11.259,29	938,27	3.922,66	326,89	102,69	6,51
	206,00	164,00	68,60	1,38	16,63		33,23	10,31	1.053,15	6,08	498,42		486,946
HE 240 M	270,00	248,00	18,00	32,00	21,00	156,87	199,59	24.289,49	1.799,22	8.152,62	657,47	627,90	6,82
	206,00	164,00	106,60	1,46	9,32		60,07	11,03	2.116,95	6,39	1.005,93		1.151,987
HE 260 AA	244,00	260,00	6,50	9,50	24,00	54,21	68,97	7.980,55	654,14	2.788,04	214,46	30,31	6,85
	225,00	177,00	53,62	1,47	27,22		24,75	10,76	714,45	6,36	327,73		382,576
HE 260 A	250,00	260,00	7,50	12,50	24,00	68,24	86,82	10.454,94	836,39	3.667,56	282,12	52,37	6,96
	225,00	177,00	60,62	1,48	21,77		28,76	10,97	919,77	6,50	430,17		516,352
HE 260 B	260,00	260,00	10,00	17,50	24,00	93,10	118,44	14.919,41	1.147,65	5.134,51	394,96	123,78	7,04
	225,00	177,00	73,12	1,50	16,12		37,59	11,22	1.282,91	6,58	602,25		753,651
HE 260 M	290,00	268,00	18,00	32,50	24,00	172,64	219,64	31.306,84	2.159,09	10.448,58	779,74	719,02	7,36
	225,00	177,00	111,12	1,57	9,13		66,89	11,94	2.523,61	6,90	1.192,47		1.728,347

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	l.y [cm4]	W.y [cm3]	l.z [cm4]	W.z [cm3]	l.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]		l.omega [cm6]
HE 280 AA	264,00	280,00	7,00	10,00	24,00	61,33	78,02	10.557,96	799,85	3.664,24	261,73	36,22	7,40
	244,00	196,00	55,12	1,59	26,01		27,52	11,63	873,06	6,85	399,37		590,106
HE 280 A	270,00	280,00	8,00	13,00	24,00	76,45	97,26	13.673,28	1.012,84	4.762,64	340,19	62,10	7,51
	244,00	196,00	62,12	1,60	20,99		31,74	11,86	1.112,22	7,00	518,13		785,367
HE 280 B	280,00	280,00	10,50	18,00	24,00	103,25	131,36	19.270,25	1.376,45	6.594,52	471,04	143,72	7,59
	244,00	196,00	74,62	1,62	15,69		41,09	12,11	1.534,43	7,09	717,57		1.130,155
HE 280 M	310,00	288,00	18,50	33,00	24,00	188,77	240,16	39.547,32	2.551,44	13.162,76	914,08	807,28	7,91
	244,00	196,00	112,62	1,69	8,98		72,03	12,83	2.965,63	7,40	1.396,68		2.520,227
HE 300 AA	283,00	300,00	7,50	10,50	27,00	69,88	88,91	13.804,06	975,55	4.733,50	315,57	49,35	7,89
	262,00	208,00	60,13	1,70	24,42		32,37	12,46	1.065,29	7,30	482,31		877,152
HE 300 A	290,00	300,00	8,50	14,00	27,00	88,45	112,53	18.263,47	1.259,55	6.309,55	420,64	85,17	8,03
	262,00	208,00	68,13	1,72	19,43		37,28	12,74	1.383,27	7,49	641,17		1.199,772
HE 300 B	300,00	300,00	11,00	19,00	27,00	117,18	149,08	25.165,65	1.677,71	8.562,82	570,85	185,05	8,11
	262,00	208,00	80,63	1,73	14,80		47,43	12,99	1.868,67	7,58	870,14		1.687,791
HE 300 M	340,00	310,00	21,00	39,00	27,00	238,22	303,08	59.200,98	3.482,41	19.403,07	1.251,81	1.407,58	8,53
	262,00	208,00	130,63	1,83	7,70		90,53	13,98	4.077,67	8,00	1.913,18		4.386,028
HE 320 AA	301,00	300,00	8,00	11,00	27,00	74,34	94,58	16.447,33	1.092,85	4.959,08	330,61	55,87	7,87
	279,00	225,00	61,63	1,74	23,43		35,40	13,19	1.196,20	7,24	505,74		1.040,737
HE 320 A	310,00	300,00	9,00	15,50	27,00	97,75	124,37	22.928,56	1.479,26	6.985,23	465,68	107,97	8,05
	279,00	225,00	71,63	1,76	17,98		41,13	13,58	1.628,09	7,49	709,74		1.512,359
HE 320 B	320,00	300,00	11,50	20,50	27,00	126,82	161,34	30.823,51	1.926,47	9.238,82	615,92	225,07	8,12
	279,00	225,00	84,13	1,77	13,98		51,77	13,82	2.149,24	7,57	939,10		2.068,712
HE 320 M	359,00	309,00	21,00	40,00	27,00	245,27	312,05	68.134,82	3.795,81	19.709,31	1.275,68	1.500,59	8,49
	279,00	225,00	132,63	1,87	7,62		94,85	14,78	4.435,03	7,95	1.950,72		5.003,865
HE 340 AA	320,00	300,00	8,50	11,50	27,00	79,00	100,50	19.552,25	1.222,02	5.184,73	345,65	63,07	7,86
	297,00	243,00	63,13	1,78	22,52		38,69	13,95	1.340,92	7,18	529,30		1.231,291
HE 340 A	330,00	300,00	9,50	16,50	27,00	104,91	133,47	27.693,07	1.678,37	7.435,99	495,73	127,20	8,04
	297,00	243,00	74,13	1,79	17,13		44,95	14,40	1.850,48	7,46	755,95		1.824,364

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	i.y [cm4]	W.y [cm3]	i.z [cm4]	W.z [cm3]	i.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]	I.omega [cm6]	
HE 340 B	340,00	300,00	12,00	21,50	27,00	134,33	170,90	36.656,36	2.156,26	9.689,93	646,00	257,20	8,11
	297,00	243,00	86,63	1,81	13,49		56,09	14,65	2.408,11	7,53	985,72		2.453.634
HE 340 M	377,00	309,00	21,00	40,00	27,00	248,24	315,83	76.371,64	4.051,55	19.710,70	1.275,77	1.506,15	8,47
	297,00	243,00	132,63	1,90	7,67		98,63	15,55	4.717,57	7,90	1.952,71		5.584.496
HE 360 AA	339,00	300,00	9,00	12,00	27,00	83,79	106,61	23.037,33	1.359,13	5.410,45	360,70	70,99	7,84
	315,00	261,00	64,63	1,81	21,67		42,17	14,70	1.495,24	7,12	552,97		1.443.541
HE 360 A	350,00	300,00	10,00	17,50	27,00	112,21	142,76	33.089,75	1.890,84	7.886,84	525,79	148,82	8,04
	315,00	261,00	76,63	1,83	16,36		48,96	15,22	2.088,47	7,43	802,28		2.176.576
HE 360 B	360,00	300,00	12,50	22,50	27,00	141,98	180,63	43.193,42	2.399,63	10.141,16	676,08	292,45	8,10
	315,00	261,00	89,13	1,85	13,04		60,60	15,46	2.682,99	7,49	1.032,49		2.883.252
HE 360 M	395,00	308,00	21,00	40,00	27,00	250,58	318,81	84.866,99	4.297,06	19.521,75	1.267,65	1.507,44	8,42
	315,00	261,00	132,63	1,93	7,73		102,41	16,32	4.989,32	7,83	1.942,35		6.137.021
HE 400 AA	378,00	300,00	9,50	13,00	27,00	92,51	117,70	31.252,05	1.653,55	5.861,38	390,76	84,69	7,83
	352,00	298,00	67,13	1,89	20,46		47,95	16,30	1.824,14	7,06	599,69		1.948.416
HE 400 A	390,00	300,00	11,00	19,00	27,00	124,96	158,98	45.069,35	2.311,25	8.563,82	570,92	189,04	8,01
	352,00	298,00	80,63	1,91	15,32		57,33	16,84	2.561,80	7,34	872,86		2.942.076
HE 400 B	400,00	300,00	13,50	24,00	27,00	155,45	197,78	57.680,48	2.884,02	10.819,03	721,27	355,75	8,06
	352,00	298,00	93,13	1,93	12,41		69,98	17,08	3.231,74	7,40	1.104,04		3.817.152
HE 400 M	432,00	307,00	21,00	40,00	27,00	256,06	325,78	104.119,05	4.820,33	19.335,49	1.259,64	1.514,59	8,35
	352,00	298,00	132,63	2,00	7,83		110,18	17,88	5.570,62	7,70	1.934,13		7.410.304
HE 450 AA	425,00	300,00	10,00	13,50	27,00	99,87	127,06	41.887,59	1.971,18	6.087,53	405,84	95,61	7,77
	398,00	344,00	68,63	1,98	19,89		54,70	18,16	2.183,34	6,92	624,35		2.571.734
HE 450 A	440,00	300,00	11,50	21,00	27,00	139,93	178,03	63.721,58	2.896,44	9.465,32	631,02	243,76	8,00
	398,00	344,00	85,13	2,01	14,39		65,78	18,92	3.215,87	7,29	965,53		4.147.629
HE 450 B	450,00	300,00	14,00	26,00	27,00	171,33	217,98	79.887,52	3.550,56	11.721,32	781,42	440,48	8,04
	398,00	344,00	97,63	2,03	11,84		79,66	19,14	3.982,37	7,33	1.197,66		5.258.448
HE 450 M	478,00	307,00	21,00	40,00	27,00	263,65	335,44	131.484,29	5.501,43	19.339,04	1.259,87	1.528,79	8,31
	398,00	344,00	132,63	2,10	7,96		119,84	19,80	6.331,02	7,59	1.939,20		9.251.499

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	I.y [cm4]	W.y [cm3]	I.z [cm4]	W.z [cm3]	I.T [cm4]	I.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]		I.omega [cm6]
HE 500 AA	472,00	300,00	10,50	14,00	27,00	107,59	136,88	54,643,24	2.315,39	6.313,84	420,92	107,72	7,71
	444,00	390,00	70,13	2,08	19,33		61,91	19,98	2.576,23	6,79	649,30		3.303,783
HE 500 A	490,00	300,00	12,00	23,00	27,00	155,26	197,54	86,974,72	3.549,99	10.367,05	691,14	309,27	7,99
	444,00	390,00	89,63	2,11	13,60		74,72	20,98	3.948,86	7,24	1.058,51		5.643,053
HE 500 B	500,00	300,00	14,50	28,00	27,00	187,57	238,64	107,175,73	4.287,03	12.623,91	841,59	538,44	8,02
	444,00	390,00	102,13	2,12	11,34		89,82	21,19	4.814,57	7,27	1.291,65		7.017,696
HE 500 M	524,00	306,00	21,00	40,00	27,00	270,62	344,30	161,928,88	6.180,49	19.154,71	1.251,94	1.538,72	8,23
	444,00	390,00	132,63	2,18	8,08		129,50	21,69	7.094,27	7,46	1.932,02		11.186,745
HE 550 AA	522,00	300,00	11,50	15,00	27,00	120,13	152,84	72,871,31	2.792,00	6.766,52	451,10	133,69	7,66
	492,00	438,00	73,13	2,17	18,13		72,66	21,84	3.127,60	6,65	698,64		4.337,702
HE 550 A	540,00	300,00	12,50	24,00	27,00	166,44	211,76	111,932,16	4.145,64	10.819,04	721,27	351,54	7,95
	492,00	438,00	92,13	2,21	13,29		83,72	22,99	4.621,82	7,15	1.106,90		7.188,912
HE 550 B	550,00	300,00	15,00	29,00	27,00	199,69	254,06	136,690,81	4.970,57	13.076,89	871,79	600,33	7,98
	492,00	438,00	104,63	2,22	11,15		100,07	23,20	5.590,61	7,17	1.341,14		8.855,763
HE 550 M	572,00	306,00	21,00	40,00	27,00	278,54	354,38	197,983,89	6.922,51	19.158,41	1.252,18	1.553,54	8,18
	492,00	438,00	132,63	2,28	8,19		139,58	23,64	7.932,68	7,35	1.937,31		13.515,630
HE 600 AA	571,00	300,00	12,00	15,50	27,00	128,95	164,06	91,871,86	3.217,93	6.993,43	466,23	149,80	7,60
	540,00	486,00	74,63	2,27	17,64		81,29	23,66	3.623,06	6,53	724,47		5.380,868
HE 600 A	590,00	300,00	13,00	25,00	27,00	178,00	226,46	141,208,04	4.786,71	11.271,31	751,42	397,81	7,91
	540,00	486,00	94,63	2,31	12,98		93,21	24,97	5.350,39	7,05	1.155,66		8.978,203
HE 600 B	600,00	300,00	15,50	30,00	27,00	212,19	269,96	171,041,04	5.701,37	13.530,24	902,02	667,18	7,94
	540,00	486,00	107,13	2,32	10,96		110,81	25,17	6.425,14	7,08	1.391,06		10.965,375
HE 600 M	620,00	305,00	21,00	40,00	27,00	285,84	363,66	237,447,47	7.659,60	18.975,45	1.244,29	1.564,09	8,11
	540,00	486,00	132,63	2,37	8,31		149,66	25,55	8.772,09	7,22	1.930,38		15.907,585
HE 600 X 337	632,00	310,00	25,50	46,00	27,00	337,32	429,16	283,167,29	8.960,99	22.938,05	1.479,87	2.451,45	8,23
	540,00	486,00	149,13	2,41	7,14		180,53	25,69	10.380,50	7,31	2.309,84		19.607,711
HE 600 X 399	648,00	315,00	30,00	54,00	27,00	399,65	508,46	344,641,64	10.637,09	28.281,06	1.795,62	3.965,81	8,39
	540,00	486,00	169,63	2,45	6,14		213,62	26,03	12.456,13	7,46	2.813,74		24.813,445

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	l.y [cm4]	W.y [cm3]	l.z [cm4]	W.z [cm3]	I.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]	I.omega [cm6]	
HE 650 AA	620,00	300,00	12,50	16,00	27,00	138,15	175,76	113.944,00	3.675,61	7.220,60	481,37	167,54	7,54
	588,00	534,00	76,13	2,37	17,17		90,40	25,46	4.159,85	6,41	750,65		6.566,688
HE 650 A	640,00	300,00	13,50	26,00	27,00	189,93	241,64	175.178,15	5.474,32	11.723,87	781,59	448,30	7,87
	588,00	534,00	97,13	2,41	12,69		103,19	26,93	6.136,29	6,97	1.204,79		11.027,133
HE 650 B	650,00	300,00	16,00	31,00	27,00	225,06	286,34	210.616,01	6.480,49	13.983,99	932,27	739,20	7,90
	588,00	534,00	109,63	2,42	10,77		122,04	27,12	7.319,88	6,99	1.441,41		13.362,740
HE 650 M	668,00	305,00	21,00	40,00	27,00	293,76	373,74	281.667,50	8.433,16	18.979,16	1.244,54	1.578,91	8,06
	588,00	534,00	132,63	2,47	8,41		159,74	27,45	9.656,96	7,13	1.935,67		18.649,516
HE 650 X 343	680,00	309,00	25,00	46,00	27,00	343,90	437,54	333.715,91	9.815,17	22.719,10	1.470,49	2.442,17	8,17
	588,00	534,00	148,63	2,50	7,28		189,60	27,62	11.352,78	7,21	2.299,53		22.730,058
HE 650 X 407	696,00	314,00	29,50	54,00	27,00	407,81	518,84	405.424,86	11.650,14	28.017,64	1.784,56	3.957,93	8,32
	588,00	534,00	169,13	2,54	6,24		224,81	27,95	13.615,82	7,35	2.803,02		28.710,550
HE 700 AA	670,00	300,00	13,00	17,00	27,00	150,08	190,94	142.720,52	4.260,31	7.673,07	511,54	195,15	7,51
	636,00	582,00	78,63	2,47	16,46		100,33	27,34	4.840,14	6,34	799,71		8.155,072
HE 700 A	690,00	300,00	14,50	27,00	27,00	204,74	260,48	215.301,26	6.240,62	12.178,79	811,92	513,89	7,81
	636,00	582,00	100,13	2,50	12,25		116,97	28,75	7.031,82	6,84	1.256,74		13.351,908
HE 700 B	700,00	300,00	17,00	32,00	27,00	240,81	306,38	256.888,33	7.339,67	14.440,85	962,72	830,94	7,84
	636,00	582,00	112,63	2,52	10,48		137,10	28,96	8.327,13	6,87	1.495,04		16.064,064
HE 700 M	716,00	304,00	21,00	40,00	27,00	301,05	383,02	329.277,96	9.197,71	18.797,42	1.236,67	1.589,46	7,99
	636,00	582,00	132,63	2,56	8,51		169,82	29,32	10.538,99	7,01	1.928,78		21.397,493
HE 700 X 352	728,00	308,00	25,00	46,00	27,00	352,61	448,62	389.681,10	10.705,52	22.506,45	1.461,46	2.460,68	8,09
	636,00	582,00	148,63	2,59	7,36		201,60	29,47	12.385,90	7,08	2.292,84		26.047,586
HE 700 X 418	744,00	313,00	29,50	54,00	27,00	418,09	531,92	472.508,38	12.701,84	27.762,55	1.773,96	3.988,51	8,24
	636,00	582,00	169,13	2,63	6,31		238,97	29,80	14.840,76	7,22	2.796,54		32.848,362
HE 800 AA	770,00	300,00	14,00	18,00	30,00	171,73	218,49	208.882,10	5.425,51	8.133,72	542,25	256,81	7,35
	734,00	674,00	85,15	2,66	15,51		123,81	30,92	6.224,80	6,10	856,55		11.451,456
HE 800 A	790,00	300,00	15,00	28,00	30,00	224,66	285,83	303.442,49	7.682,09	12.638,66	842,58	596,87	7,70
	734,00	674,00	106,15	2,70	12,03		138,83	32,58	8.699,49	6,65	1.312,26		18.290,286

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm ²]	i.y [cm ⁴]	W.y [cm ³]	i.z [cm ⁴]	W.z [cm ³]	i.T [cm ⁴]	i.omega [cm ⁶]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m ² /m]	A.G [m ² /t]		A.vz [cm ²]	i.y [cm]	W.y.pl [cm ³]	i.z [cm]	W.z.pl [cm ³]		
HE 800 B	800,00	300,00	17,50	33,00	30,00	262,66	334,18	359,083,47	8.977,09	14.903,66	993,58	946,02	7,73
	734,00	674,00	118,65	2,71	10,34		161,75	32,78	10.228,71	6,68	1.553,13		21.840,229
HE 800 M	814,00	303,00	21,00	40,00	30,00	317,75	404,27	442,597,85	10.874,64	18.627,36	1.229,53	1.645,64	7,85
	734,00	674,00	136,15	2,75	8,65		194,27	33,09	12.487,70	6,79	1.930,39		27.775,287
HE 800 X 373	826,00	308,00	25,00	46,00	30,00	373,02	474,59	523,906,38	12.685,38	22.527,04	1.462,79	2.553,74	7,98
	734,00	674,00	152,15	2,78	7,47		230,33	33,23	14.696,62	6,89	2.311,39		34.071,240
HE 800 X 444	842,00	313,00	30,00	54,00	30,00	444,85	565,97	634,474,33	15.070,65	27.801,83	1.776,47	4.180,24	8,12
	734,00	674,00	173,15	2,82	6,36		276,53	33,48	17.637,80	7,01	2.827,08		42.841,825
HE 900 AA	870,00	300,00	15,00	20,00	30,00	198,25	252,23	301,144,94	6.922,87	9.041,36	602,76	334,89	7,30
	830,00	770,00	90,15	2,86	14,44		147,23	34,55	7.998,81	5,99	957,66		16.256,250
HE 900 A	890,00	300,00	16,00	30,00	30,00	251,93	320,53	422,074,83	9.484,83	13.547,46	903,16	736,77	7,63
	830,00	770,00	111,15	2,90	11,51		163,33	36,29	10.811,04	6,50	1.414,48		24.961,500
HE 900 B	900,00	300,00	18,50	35,00	30,00	291,82	371,28	494,064,56	10.979,21	15.815,88	1.054,39	1.137,47	7,66
	830,00	770,00	123,65	2,91	9,99		188,75	36,48	12.584,10	6,53	1.658,34		29.461,359
HE 900 M	910,00	302,00	21,00	40,00	30,00	332,97	423,63	570,434,02	12.537,01	18.451,75	1.221,97	1.671,01	7,73
	830,00	770,00	136,15	2,93	8,82		214,43	36,70	14.441,76	6,60	1.928,88		34.746,261
HE 900 X 391	922,00	307,00	25,00	46,00	30,00	391,17	497,67	674,346,09	14.627,90	22.322,06	1.454,21	2.597,25	7,87
	830,00	770,00	152,15	2,97	7,60		254,33	36,81	16.991,94	6,70	2.312,25		42.556,895
HE 900 X 466	938,00	312,00	30,00	54,00	30,00	466,64	593,69	814,945,66	17.376,24	27.559,76	1.766,65	4.256,14	8,01
	830,00	770,00	173,15	3,01	6,46		305,33	37,05	20.375,82	6,81	2.831,80		53.401,177
HE 1000 AA	970,00	300,00	16,00	21,00	30,00	221,81	282,21	406,451,10	8.380,44	9.500,80	633,39	403,44	7,19
	928,00	868,00	93,15	3,06	13,80		172,17	37,95	9.776,73	5,80	1.015,75		21.276,699
HE 1000 A	990,00	300,00	16,50	31,00	30,00	272,62	346,85	553,846,02	11.188,81	14.004,44	933,63	822,41	7,55
	928,00	868,00	113,65	3,10	11,37		184,56	39,96	12.824,38	6,35	1.469,71		32.073,875
HE 1000 B	1.000,00	300,00	19,00	36,00	30,00	314,44	400,05	644,748,07	12.894,96	16.275,75	1.085,05	1.254,42	7,58
	928,00	868,00	126,15	3,11	9,90		212,49	40,15	14.855,12	6,38	1.716,27		37.636,488
HE 1000 M	1.008,00	302,00	21,00	40,00	30,00	349,15	444,21	722,299,23	14.331,33	18.459,31	1.222,47	1.701,27	7,65
	928,00	868,00	136,15	3,13	8,98		235,01	40,32	16.567,95	6,45	1.939,68		43.015,036

Profile	h [mm]	b [mm]	t.w [mm]	t.f [mm]	r [mm]	G [kg/m]	A [cm2]	i.y [cm4]	W.y [cm3]	i.z [cm4]	W.z [cm3]	i.T [cm4]	i.T [cm]
	h.i [mm]	d [mm]	S.s [mm]	A.L [m2/m]	A.G [m2/t]		A.vz [cm2]	i.y [cm]	W.y.pl [cm3]	i.z [cm]	W.z.pl [cm3]		i.omega [cm6]
HE 1000 X 393	1.016,00 928,20	303,00 868,20	24,40 147,35	43,90 3,14	30,00 8,01	393,19	500,24 271,26	807,688,37 40,18	15.899,38 18.539,44	20.496,99 6,40	1.352,87 2.167,96	2.331,69	7,64 48.084,273
HE 1000 X 409	1.020,00 928,00	306,00 868,00	25,00 152,15	46,00 3,16	30,00 7,73	409,70	521,25 278,83	850.828,47 40,40	16.682,91 19.445,72	22.118,75 6,51	1.445,67 2.313,46	2.641,80	7,75 52.098,928
HE 1000 X 488	1.036,00 928,00	311,00 868,00	30,00 173,15	54,00 3,20	30,00 6,56	488,90	622,01 334,73	1.026.512,06 40,62	19.816,84 23.303,88	27.319,82 6,63	1.756,90 2.837,03	4.333,84	7,89 65.265,950
HE 1000 X 579	1.056,00 928,00	316,00 868,00	35,00 198,15	64,00 3,25	30,00 5,63	579,29	737,01 393,33	1.245.718,26 41,11	23.593,15 27.950,86	34.037,38 6,80	2.154,26 3.498,29	7.102,05	8,06 82.804,383

Στους παραπάνω Πίνακες περιέχονται τα ακόλουθα στοιχεία ανά διατομή

h	:	συνολικό ύψος διατομής [mm]
b	:	πλάτος πελμάτων [mm]
t.w	:	πάχος κορμού [mm]
t.f	:	πάχος πελμάτων [mm]
r	:	ακτίνα συναρμογής [mm]
A	:	επιφάνεια διατομής [cm ²]
A.vz	:	επιφάνεια διάτμησης [cm ²]
G	:	βάρος ανά m [kg/m]
I.y	:	ροπή αδρανείας για τον άξονα y [cm ⁴]
W.y	:	ελαστική ροπή αντίστασης για τον άξονα y [cm ³]
W.y.pl	:	πλαστική ροπή αντίστασης για τον άξονα y [cm ³]
I.z	:	ροπή αδρανείας για τον άξονα z [cm ⁴]
W.z	:	ελαστική ροπή αντίστασης για τον άξονα z [cm ³]
W.z.pl	:	πλαστική ροπή αντίστασης για τον άξονα z [cm ³]
i.y	:	ακτίνα αδρανείας για τον άξονα y [cm]
i.z	:	ακτίνα αδρανείας για τον άξονα z [cm]
I.T	:	στρεπτική ροπή αδρανείας [cm ⁴]
I.omega	:	σταθερά στρέβλωσης [cm ⁶]

i.T	:	ακτίνα αδραναείας περί τον άξονα z για μία διατομή T που αποτελείται από το θλιβόμενο πέλιμα, τις συναρμογές και το ένα τρίτο του μήκους της θλιβόμενης περιοχής του κορμού [cm]
S.s	:	length of stiff bearing (according to ENV 1993-1-1 § 5.7.2) [mm]
h.i	:	εσωτερική απόσταση μεταξύ πελιμάτων [mm]
d	:	ύψος του ευθύγραμμου τμήματος του κορμού [mm]
A.G	:	επιφάνεια βαφής ανά τόνο [m ² /t]
A.L	:	επιφάνεια βαφής ανάμτρο [m ² /m]
Theta	:	διάμετρος περιγεγραμμένου κύκλου [mm]

Κατάταξη διατομών σύμφωνα με ENV 1993-1-1 § 5.3 and το Παράρτημα D:

Κλάση PB S235	:	Κλάση για απλή κάμψη με χάλυβα S235
Κλάση PB S355	:	Κλάση για απλή κάμψη με χάλυβα S355
Κλάση PB S460	:	Κλάση για απλή κάμψη με χάλυβα S460
Κλάση PC S235	:	Κλάση για απλή θλίψη με χάλυβα S235
Κλάση PC S355	:	Κλάση για απλή θλίψη με χάλυβα S355
Κλάση PC S460	:	Κλάση για απλή θλίψη με χάλυβα S460
Κοχλίες	:	Μέγιστη διάμετρος κοχλιών (M10 - M27 μόνο). Αν δίδονται δύο τιμές η δεύτερη σχετίζεται με κοχλίες HR.
P.min, P.max	:	επιτρεπόμενες αποστάσεις μεταξύ κοχλιών κάθετα προς τη διεύθυνση της δύναμης. (ENV 1993-1-1 §6.5)

Παράρτημα Β

Προγράμματα Mathematica

για τις καμπύλες αλληλεπίδρασης

M-N

ClearAll[Wp, A, Af, Aw, b, tf, tw, h, fy, Mf, Mp, k, Jy, a, Mel, Np, Nf, NN, F1, λ, λ1, λ2, λ3, λ4, Mpl1, Mpl2, F2, ζ, ζ1, ζ2, ζ3, ζ4, π, Mpl2, F3, W, ddd, sss]

h = ...;

b = ...;

If[(h/b) > 1.2, k = 0.30, k = 0.50]

tf = ...;

tw = ...;

fy = ...;

Af = 2 * b * tf;

Aw = (h - 2 * tf) * tw;

A = Af + Aw;

$$W = \frac{1}{(h/2)} \times \left(\frac{tw \times (h - 2 \times tf)^3}{12} + 2 \times \frac{b \times tf^3}{12} + 2 \times b \times tf \times \left(\frac{h - tf}{2} \right)^2 \right)$$

$$Wp = \frac{A^2}{4 \times tw} \times \left(1 - \frac{Af^2}{A^2} \times \left(1 - \frac{tw}{b} \right) \right);$$

Mf = W * fy;

Mp = fy * Wp;

Np = fy * A;

Nf = Np;

a = Mf / Mp;

Mel = (1 - k - NN) * Mf / Mp;

F1 = Plot[Mel, {NN, 0, 1}, PlotRange -> {0, 1}];

$$\lambda = 1 - \left(\frac{Af}{A} \right)^2 \times \left(1 - \frac{tw}{b} \right);$$

$$\lambda1 = \frac{1}{k} \times \frac{Aw}{A};$$

$$\lambda2 = \frac{(1+k)^4}{4 \times k^4} \times \left(\frac{Aw}{A} \right)^4;$$

$$\lambda3 = \frac{(1+k)^2}{k^3} \times \left(\frac{Aw}{A} \right)^3;$$

$$\lambda4 = \frac{(1+k)^2}{2 \times k^2} \times \left(\frac{Aw}{A} \right)^2;$$

$$Mpl1 = 1 - \frac{\lambda4}{\lambda} + \frac{\lambda1}{\lambda} \times NN + \sqrt{\frac{\lambda2}{\lambda^2} - \frac{\lambda3}{\lambda^2}} \times NN;$$

ddd = 1 - (1/1.18);

sss = Line[{{0, 1}, {ddd, 1}}];

crc = 1.18 * (1 - NN);

F4 = Plot[crc, {NN, 0, 1}, PlotRange -> {0, 1}, PlotStyle -> {Dashing[{{0.015, 0.015}}];];

F2 = Plot[Mpl1, {NN, 0, (Aw/A)}, PlotRange -> {0, 1}];

ddd = 1 - (1/1.18);

sss = Line[{{0, 1}, {ddd, 1}}];

$$\zeta = \frac{A^2}{4 \times tw} \times \lambda;$$

$$\zeta1 = \frac{b}{4};$$

$$\zeta2 = \frac{b \times Aw}{2 \times tw};$$

$$\zeta3 = \frac{Aw^2}{4 \times tw};$$

$$\pi = \frac{A}{b} \times \left(NN - \frac{Aw}{A} \right);$$

$$Mpl2 = 1 - \frac{\zeta3}{\zeta} - \frac{\zeta1}{\zeta} \times \pi^2 - \frac{\zeta2}{\zeta} \times \pi;$$

F3 = Plot[Mpl2, {NN, (Aw/A), 1}, PlotRange -> {0, 1}];

aa = Show[F1, F2, F3, F4, Graphics[sss], AxesLabel -> {"N/Np", "M/Mp"}, PlotLabel -> ".....", AspectRatio -> Automatic,

TextStyle -> {FontFamily -> "Arial", FontSize -> 14}]

M-O

ClearAll[Wp, A, Af, Aw, b, tf, tw, h, fy, Mf, Mp, k, Jy, a, Mel, Mpl, Q, Qf, ra, c1, cc, c2, F1, F2, Mpl, W, rr, Green, Horne, F3, F4]

h = ...;

b = ...;

if[(h/b) > 1.2, k = 0.30, k = 0.50];

Jy = ...;

tf = ...;

tw = ...;

fy = ...;

Af = 2 - b - tf;

Aw = (h - 2 - tf) * tw;

A = Af + Aw;

Wp = $\frac{A^2}{4 * tw} * \left(1 - \frac{Af^2}{A^2} * \left(1 - \frac{tw}{b}\right)\right)$;

W = $\frac{1}{(h/2)} * \left(\frac{tw * (h - 2 * tf)^3}{12} - 2 * \frac{b * tf^2}{12} + 2 * b * tf * \left(\frac{h - tf}{2}\right)^2\right)$

Mf = W * fy;

Mp = fy * Wp;

rr = Mf / Mp;

Qp = fy * Aw / $\sqrt{3}$;

s1 = $\frac{Af}{4 * (h - tf)} + \frac{Aw}{2} * \frac{h - 2 * tf}{4}$;

s2 = $\frac{s1}{Jy * tw}$;

Qf = $\frac{fy}{\sqrt{3} * s2}$;

ra = Qf / Qp;

cc = $1 - \frac{2 * tf}{h}$;

c1 = $\left(\frac{2 * Af * (h - tf)}{2 * Af * (h - tf) - Aw * (h - 2 * tf)}\right)^2 * Q^2 / ra^2$;

Mel = $(\sqrt{1 - c1} - k) * Mf / (Mp * cc)$;

F1 = Plot[Mel, {Q, 0, 1}, PlotRange -> {0, 1}];

Mpl = $1 - \frac{9}{4 * (1 - k^2)} * \frac{Aw^2}{A^2} * \frac{1}{1 - \left(\frac{Af}{A}\right)^2 * \left(1 - \frac{tw}{b}\right)} * Q^2$;

F2 = Plot[Mpl, {Q, 0, 1}, PlotRange -> {0, 1}];

Green = $1 - \frac{A - Af}{A + Af} * (1 - \sqrt{1 - Q^2})$;

Horne = $1 - 0.44 * \frac{A - Af}{A + Af} * Q^2$;

F3 = Plot[Green, {Q, 0, 1}, PlotStyle -> {Dashing[{0.015, 0.015}]}, PlotRange -> {0, 1}];

F4 = Plot[Horne, {Q, 0, 1}, PlotStyle -> {Dashing[{0.03, 0.03}]}, PlotRange -> {0, 1}];

Show[F1, F2, F3, F4, AxesLabel -> {" $\frac{Q}{Qp}$ ", " $\frac{M}{Mp}$ "}, AspectRatio -> Automatic, PlotLabel -> "...", TextStyle -> {FontFamily -> "Arial", FontSize -> 14}];



