



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

**ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**

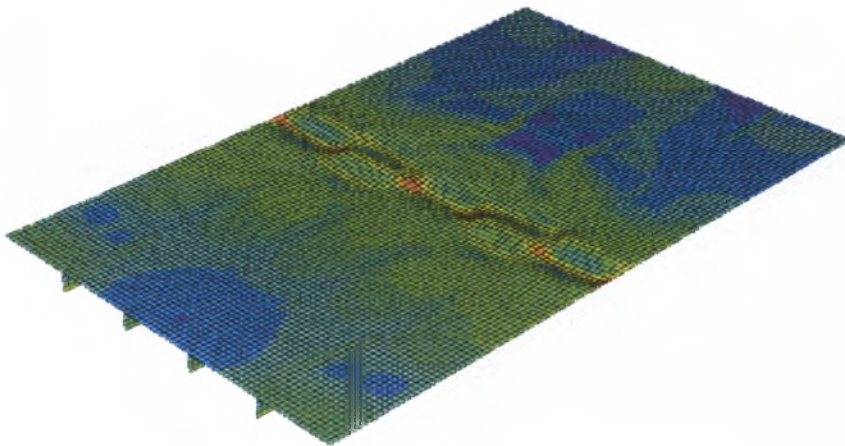
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ**



**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΩΝ  
ΠΛΑΚΩΝ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ**



**ΟΔΥΣΣΕΑΣ - ΗΛΙΑΣ ΕΥΔΑΚΗΣ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:**

**Σ.Α. ΚΑΡΑΜΑΝΟΣ**

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:**

**Ν.ΑΡΑΒΑΣ**

**Κ.ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΙΟΥ**

**ΒΟΛΟΣ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2003**



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 2528/1

Ημερ. Εισ.: 03-03-2004

Δωρεά:

Ταξιδετικός Κωδικός: ΠΤ ΜΜΒ

2003

ΞΥΔ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000070521

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>Ευχαριστίες</b> .....	3
<b><u>Κεφάλαιο #1.</u></b> Εισαγωγή.....	4
1.1) Ιστορική ανασκόπηση.....	5
1.2) Εφαρμογές ενισχυμένων μεταλλικών πλακών.....	6
1.3) Στόχος διπλωματικής εργασίας.....	7
<b><u>Κεφάλαιο #2.</u></b> Σύγκριση αναλυτικών λύσεων ευστάθειας ορθογωνικής πλάκας με αριθμητικά αποτελέσματα.....	8
2.1) Αναλυτική λύση για μονοαξονική θλίψη ορθογωνικής πλάκας.....	8
2.2) Σχεδιασμός αριθμητικών μοντέλων και αποτελέσματα για μονοαξονική θλίψη.....	14
2.3) Αναλυτική λύση για καθαρή διάτμηση ορθογωνικής πλάκας.....	20
2.4) Σχεδιασμός αριθμητικών μοντέλων και αποτελέσματα για καθαρή διάτμηση.....	23
<b><u>Κεφάλαιο #3.</u></b> Μη γραμμική ανάλυση ενισχυμένων πλακών.....	27
3.1.1) Ορθογωνική πλάκα ενός ενισχυτικού ελάσματος.....	27
3.1.2) Ανάλυση ιδιοτιμών.....	28
3.1.3) Αξονική θλίψη ορθογωνικής πλάκας ενός ενισχυτικού ελάσματος.....	32
3.1.4) Επίδραση του μεγέθους της αρχικής ατέλειας.....	44
3.1.5) Επίδραση αρχικής ατέλειας διαφορετικών μορφών.....	47
3.2) Ορθογωνική πλάκα τεσσάρων ενισχυτικών ελασμάτων.....	51
3.2.1) Ανάλυση ιδιοτιμών.....	51
3.2.2) Αξονική θλίψη ορθογωνικής πλάκας τεσσάρων ενισχυτικών ελασμάτων.....	55
3.2.3) Μελέτη της επίδρασης των διαστάσεων των ελασμάτων στην αντοχή των ενισχυμένων πλακών.....	62
3.3) Θλίψη ορθογωνικής πλάκας με ενισχυτικά κλειστής διατομής.....	71
<b><u>Κεφάλαιο #4.</u></b> Σχεδιασμός πλακών με νευρώσεις.....	79
4.1) Περιγραφή Ευρωπαϊκού κανονισμού, CEN/TC250/(Eurocode 3 part 1-5).....	79
4.2) Υπολογισμός φορτίου λυγισμού για μονοαξονική θλίψη ενισχυμένης πλάκας σύμφωνα με Ευρωπαϊκό κανονισμό (Eurocode 3).....	80
4.3) Εφαρμογή Ευρωπαϊκού κανονισμού (EC3).....	84
<b><u>Κεφάλαιο #5.</u></b> Σύνοψη - Τελικά συμπεράσματα.....	87
Βιβλιογραφία.....	89

## Ευχαριστίες

Πριν την παρουσίαση της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα να κάνω μια μικρή παρένθεση για να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που αποτέλεσαν τον κινητήριο μοχλό της προσπάθειας μου. Ευχαριστώ λοιπόν τους γονείς μου που με στήριξαν όλα αυτά τα χρόνια για να με δουν να φτάνω έως εδώ. Το να τους κάνω να νοιώσουν περήφανοι για την ολοκλήρωση των πανεπιστημιακών μου σπουδών ίσως και να αποτέλεσε το βασικότερο μου κίνητρο. Το δικό τους όνειρο αποτελεί πλέον δική μου κληρονομιά.

Παράλληλα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κύριο Καραμάνο για την συνεργασία μας στην εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας. Η καθημερινή του ενασχόληση με τα θέματα που αφορούσαν την εργασία μου και η ουσιαστική του καθοδήγηση, μου δημιούργησε μια έντονη αίσθηση ευθύνης για το τελικό αποτέλεσμα που αποτέλεσε κίνητρο των προσπαθειών μου.

Επίσης οφείλω να ευχαριστήσω τους καθηγητές που αποτελούν την εξεταστική μου επιτροπή, κυρίους Αράβα και Παπαδημητρίου, για την αποδοχή τους να παραβρεθούν στην εξέταση μου και να συμβάλλουν στην αρτιότητα της διπλωματικής μου εργασίας.

Κλείνοντας ευχαριστώ τους συμφοιτητές μου στο Εργαστήριο Μηχανικής και Αντοχής των Υλικών για την άψογη συνεργασία που είχαμε και την βοήθεια τους στις όποιες δυσκολίες αντιμετωπίσαμε.

# Κεφάλαιο #1

## Εισαγωγή

Η μεταλλική πλάκα αποτελεί βασικό δομικό στοιχείο πολλών κατασκευών (μηχανολογικών, ναυπηγικών, αεροναυπηγικών, θαλάσσιων και πολιτικού μηχανικού). Η φύση της γεωμετρίας της είναι αυτή που καθορίζει την συμπεριφορά της, και ειδικότερα την αντοχή της σε φορτία που προκαλούν ευστάθεια. Η πλειοψηφία των μεταλλικών πλακών που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές, είναι πλάκες που φέρουν ενισχυτικά ελάσματα διαφόρων διατομών. Η προσθήκη των ενισχυτικών ελασμάτων έκανε ακόμα πιο λειτουργική την χρησιμοποίηση μεταλλικών πλακών, καθώς αυξήθηκε σημαντικά ο λόγος αντοχής ως προς το βάρος της κατασκευής, ώστε να «εκμεταλλευόμαστε» σε μεγάλο βαθμό το χρησιμοποιούμενο υλικό.



Σχ.[1.1] Μεταλλική πλάκα που φέρει ενισχυτικά κλειστής διατομής

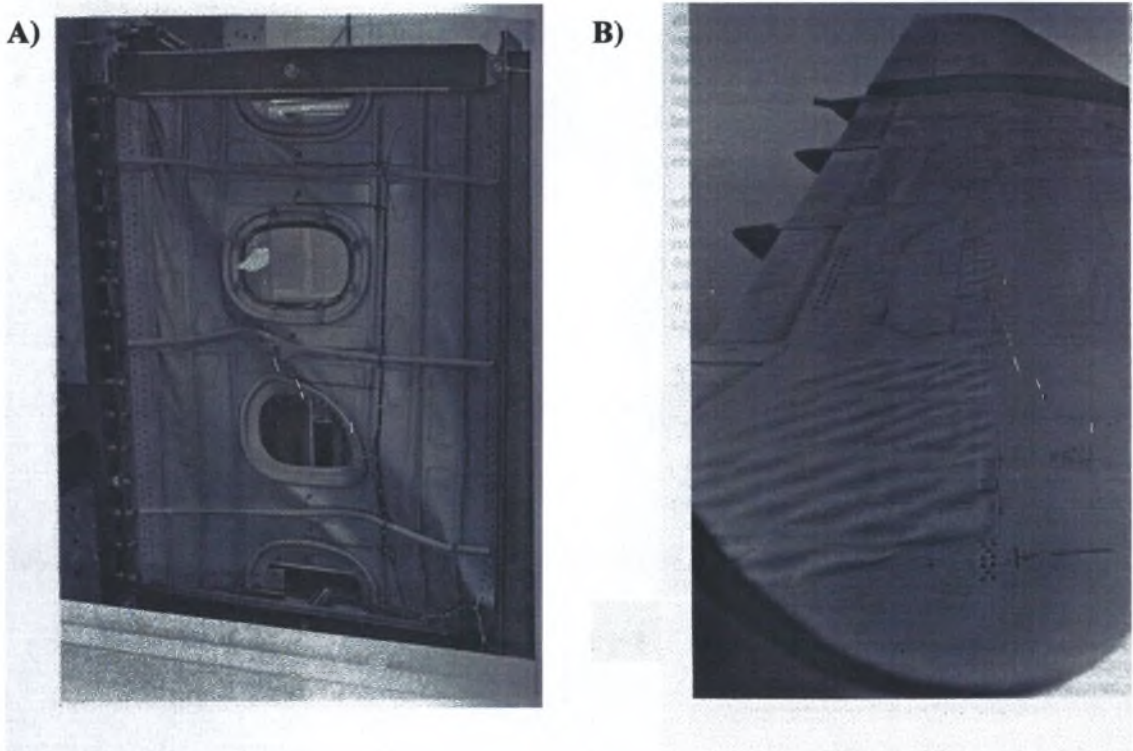
## 1.1) Ιστορική ανασκόπηση

Οι ενισχυμένες μεταλλικές πλάκες, λόγω της σπουδαιότητας τους στη δομή των κατασκευών και νέων χαρακτηριστικών που τους προσέδωσε η προσθήκη των ενισχυτικών, μελετήθηκαν εκτεταμένα από τις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα. Ο σχεδιασμός τους μέχρι τότε ήταν περισσότερο αποτέλεσμα εμπειρικών και πειραματικών προσεγγίσεων. Το 1845 ο Robert Stephenson κατά την κατασκευή εναέριας σιδηροδρομικής γέφυρας στην Βρετανία, ανέθεσε στον William Fairbairn να καθορίσει μέσω πειραμάτων την αντοχή μιας πλατφόρμας ενισχυμένης με μεταλλικά ελάσματα (Clark, 1850). Καθότι την εποχή εκείνη η θεωρητική προσέγγιση του αντικειμένου δεν ήταν ικανοποιητική, ο Fairbairn μαζί με τον καθηγητή Hodgkinson (οι οποίοι ήταν οι διασημότεροι Βρετανοί μηχανικοί στα μέσα του 19<sup>ου</sup> αιώνα) κατασκεύασαν στα εργαστήρια του πανεπιστημίου του Λονδίνου μια προσομοίωση της πραγματικής κατασκευής κλίμακας 1/6. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή της γέφυρας.

Η ανάγκη της θεωρητικής προσέγγισης της μελέτης των ενισχυμένων μεταλλικών πλακών γινόταν ολοένα και πιο έντονη. Το 1891 ο Bryan υπολόγισε την τάση λυγισμού μεταλλικής ορθογωνικής ενισχυμένης πλάκας. Ο πρώτος που ασχολήθηκε με τις ενισχυμένες μεταλλικές πλάκες ήταν ο Timoshenko (1878-1972), στις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα (Timoshenko & Gere, 1961). Πολλοί από τους τύπους που υπολόγισε χρησιμοποιούνται και κρίνονται αξιόπιστοι μέχρι σήμερα. Το 1930 οι Shuman και Back παρατήρησαν πως η τάση λυγισμού του υπολόγισε το 1891 ο Bryan ήταν μικρότερη από την τάση κατάρρευσης (Shuman & Back, 1930). Αυτό οφειλόταν στο φαινόμενο της μεταλυγισμικής αντοχής των μεταλλικών πλακών. Η αντοχή αυτή των πλακών σε φόρτιση πέραν του φορτίου λυγισμού και ο υπολογισμός του φορτίου αυτού, αποτέλεσε βασική ενασχόληση για τους πειραματικούς και θεωρητικούς ερευνητές της εποχής. Πρώτος ο von Kármán προσδιόρισε την μεταλυγισμική συμπεριφορά των μεταλλικών πλακών και την ερμήνευσε από θεωρητικής πλευράς (von Kármán, 1932). Τα αποτελέσματα των μελετών του βελτιώθηκαν στην συνέχεια από τους Sechler (1933), Cox (1933), Maquerre (1937) καθώς και από άλλους πειραματικούς και θεωρητικούς ερευνητές.

## 1.2) Εφαρμογές ενισχυμένων μεταλλικών πλακών

Οι ενισχυμένες μεταλλικές πλάκες έχουν μεγάλο αριθμό εφαρμογών. Στην αεροναυπηγική για παράδειγμα αποτελούν τα δομικά στοιχεία των βασικότερων τμημάτων του αεροσκάφους όπως βλέπουμε και στις εικόνες του σχήματος [1.2] που ακολουθούν (Singer et al, 1998):



Σχ.[1.2] A) βασικός κορμός αεροσκάφους επιβαλλόμενος σε διατμητική φόρτιση  
B) πτερύγιο αεροσκάφους που φέρει πτυχώσεις λόγω διάτμησης

Άλλες μεγάλες εφαρμογές για τις ενισχυμένες μεταλλικές πλάκες είναι η ναυπηγική και η διαστημική βιομηχανία. Παράλληλα οι ενισχυμένες πλάκες χρησιμοποιούνται σε διάφορες κατασκευές και μπορούν να αποτελούν στέγαστρα εξωτερικών χώρων, πλατφόρμες επικοινωνίας δυο επιπέδων, τοιχώματα δεξαμενών σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις κ.ο.κ.

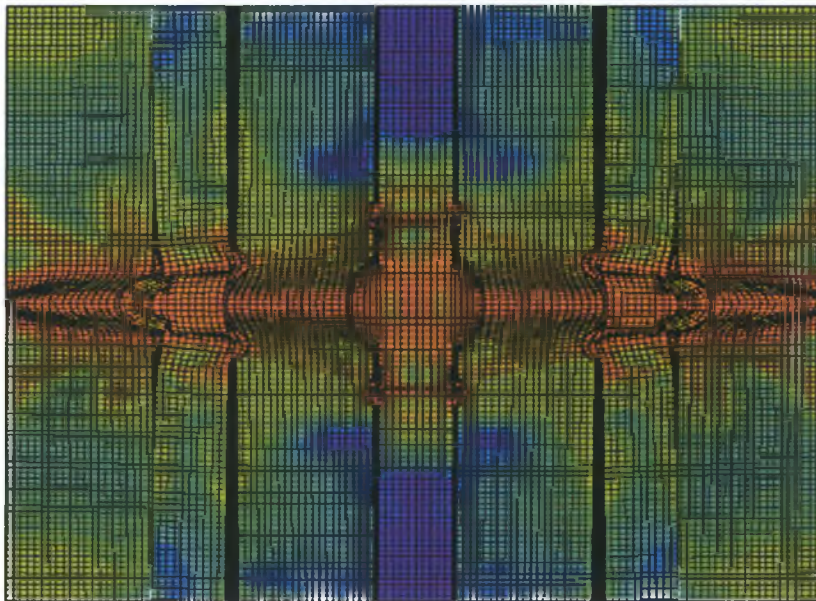
### 1.3) Στόχος διπλωματικής εργασίας

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζουμε την ευστάθεια και την μεταλυσισμική συμπεριφορά ορθογωνικών πλακών που φέρουν ενισχυτικά ελάσματα και υποβλήθηκαν σε μονοαξονική θλίψη. Σκοπός μας είναι να ορίσουμε τους παράγοντες που επηρεάζουν την συμπεριφορά αυτή και να μελετήσουμε την επιρροή τους στο φαινόμενο.

Αρχικά στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας παραθέτουμε τον αναλυτικό υπολογισμό του φορτίου λυγισμού για το πρόβλημα μονοαξονικής θλίψης και για το πρόβλημα διάτμησης, ορθογωνικής πλάκας διαφόρων διαστάσεων και συγκρίνουμε με τα αριθμητικά αποτελέσματα που πήραμε.

Στο τρίτο κεφάλαιο μελετάμε την συμπεριφορά ορθογωνικών πλακών διαφόρων διαστάσεων που φέρουν ένα ή περισσότερα ενισχυτικά ελάσματα για μονοαξονική θλίψη. Δίνουμε έμφαση στην επιρροή της αρχικής ατέλειας των μοντέλων και των διαστάσεως των ενισχυτικών.

Στο τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζουμε τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου για την μονοαξονική θλίψη ενισχυμένης ορθογωνικής πλάκας, σύμφωνα με τον Ευρωπαϊκό κώδικα (Eurocode 3) και θα εφαρμόσουμε την μεθοδολογία αυτή ενδεικτικά σε δύο από τα μοντέλα μας.



Σχ.[1.3] Κάτοψη μορφής αστοχίας ορθογωνικής πλάκας που φέρει ενισχυτικά κλειστής διατομής εξεταζόμενη σε μονοαξονική θλίψη



## Κεφάλαιο #2

### Σύγκριση αναλυτικών λύσεων ελαστικής ευστάθειας ορθογωνικής πλάκας με αριθμητικά αποτελέσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο της εργασίας παραθέτουμε τον αναλυτικό υπολογισμό του φορτίου λυγισμού για το πρόβλημα της μονοαξονικής θλίψης και για το πρόβλημα της διάτμησης, ορθογωνικής πλάκας, ώστε να συγκρίνουμε με τα αριθμητικά αποτελέσματα αντίστοιχων μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων. Η σύγκριση αυτή γίνεται με σκοπό την «βαθμονόμηση» των μοντέλων, για την καλύτερη προσομοίωση των πλακών με νευρώσεις τις οποίες θα εξετάσουμε σε επόμενο κεφάλαιο.

#### 2.1) Αναλυτική λύση για μονοαξονική θλίψη ορθογωνικής πλάκας

Οι εξισώσεις που ακολουθούν αποτελούν τις βασικές διαφορικές εξισώσεις της ελαστικής πλάκας (Timoshenko & Gere, 1961):

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

$$D\nabla^4 w - N_x w_{,xx} - 2N_{xy} w_{,xy} - N_y w_{,yy} = q(x, y) \quad (2.3)$$

όπου D είναι η καμπτική δυσκαμψία της πλάκας και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.4)$$

με E το μέτρο ελαστικότητας, t το πάχος της πλάκας και ν ο λόγος του Poisson. Οι δυνάμεις  $N_x$ ,  $N_y$  αξονικά και η  $N_{xy}$  διατμητικά, είναι οι συνεπίπεδες δυνάμεις ανά μονάδα μήκους, ενώ  $w(x,y)$  είναι η εγκάρσια μετατόπιση της πλάκας (σχήμα [2.1]). Για την προλυγισμική λύση μονοαξονικής θλίψης, χωρίς κατανεμημένο φορτίο και με

συνοριακές συνθήκες τετραέριστης πλάκας (σχέσεις (2.5) και (2.6)) έχουμε την τετριμμένη λύση για τις  $v_o(x, y)$ ,  $u_o(x, y)$ ,  $w_o(x, y)$  όπου  $v, u, w$  οι μετατοπίσεις στην διεύθυνση  $x, y, z$  αντίστοιχα:

$$w_1 = 0 \quad (2.5)$$

$$w_{1,xx} = 0 \quad (2.6)$$

$$N_{x_o} = -P_{x_o} = \sigma t \alpha \theta. \quad (2.7)$$

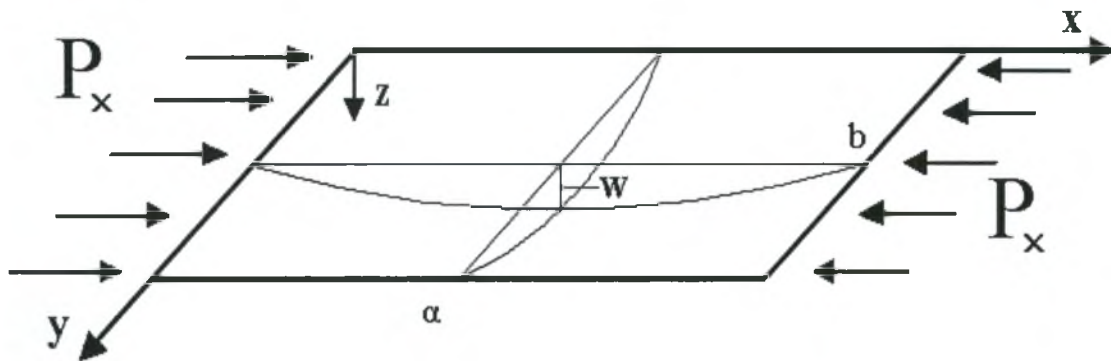
$$N_{y_o} = 0 \quad (2.8)$$

$$N_{xy_o} = 0 \quad (2.9)$$

$$u_o(x, y) = -\left(\frac{P_{x_o}}{tE}\right)x \quad (2.10)$$

$$v_o(x, y) = -\frac{v}{2} \left(\frac{P_{x_o}}{tE}\right)y \quad (2.11)$$

$$w_o(x, y) = 0 \quad (2.12)$$



Σχ. [2.1] Μονοαξονική θλίψη ορθογωνικής πλάκας

Για την γραμμικοποίηση των εξισώσεων ισορροπίας θεωρούμε τις ακόλουθες «επιπρόσθετες» μετατοπίσεις ως μια διαταραχή της προλυγισμικής λύσης:

$$u \rightarrow u_o + u_1 \quad (2.13)$$

$$v \rightarrow v_o + v_1 \quad (2.14)$$

$$w \rightarrow w_o + w_1 \quad (2.15)$$

Τότε και

$$N_x \rightarrow N_{x_0} + \Delta N_x = N_{x_0} + N_{x_1} + (\text{OAT}) \quad (2.16)$$

Ομοίως:

$$N_y \rightarrow N_{y_0} + N_{y_1} + (\text{OAT}) \quad (2.17)$$

$$N_{xy} \rightarrow N_{xy_0} + N_{xy_1} + (\text{OAT}) \quad (2.18)$$

όπου (OAT) όροι ανωτέρας τάξης.

Αντικαθιστώντας στις σχέσεις (2.1) ως (2.3) καταλήγουμε:

$$N_{x_1,x} + N_{xy_1,y} = 0 \quad (2.19)$$

$$N_{xy_1,x} + N_{y_1,y} = 0 \quad (2.20)$$

και

$$D\nabla^4 w_1 = N_{x_0} w_{1,xx} = -P_{x_0} w_{1,xx} \quad (2.21)$$

Συνεπώς το γραμμικοποιημένο πρόβλημα ευστάθειας περιγράφεται από την μερική διαφορική εξίσωση:

$$D\nabla^4 w_1 + P_{x_0} w_{1,xx} = 0 \quad (2.22)$$

Αναζητούμε λύσεις της ακόλουθης μορφής (αρμονικά κύματα στις δύο διευθύνσεις):

$$w_1(x,y) = A \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad \text{με } m,n=1,2,3,\dots \quad (2.23)$$

όπου A τυχαία σταθερά

Αντικαθιστώντας στην διαφορική εξίσωση θα έχουμε:

$$\left\{ D \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^4 \right] - P_x \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} A \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = 0 \quad (2.24)$$

Για να μην υπάρχει μόνο η τετριμμένη μηδενική λύση ( $w_1 = 0$ ) θα πρέπει να ισχύει:

$$P_x = P_x(m,n,a/b) = D \left( \frac{\alpha}{m\pi} \right)^2 \left[ \left( \frac{m\pi}{\alpha} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^2 \quad (2.25)$$

Το κρίσιμο φορτίο από την παραπάνω σχέση είναι το ελάχιστο στο οποίο μπορούμε να καταλήξουμε για όλα τα m,n. Είναι προφανές ότι το ελάχιστο φορτίο προκύπτει για n=1.

Οπότε έχουμε:

$$P_x(m,a/b) = \left( \frac{\pi\alpha}{m} \right)^2 D \left[ \left( \frac{m}{\alpha} \right)^2 + \left( \frac{1}{b} \right)^2 \right]^2 \quad (2.26)$$

ή αλλιώς

$$P_x(m, a/b) = \left( \frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \frac{D\pi^2}{b^2} \quad (2.27)$$

Βλέπουμε λοιπόν πως η τιμή του  $m$  που έχουμε το ελάχιστο  $P_{x,cr}$  εξαρτάται από τον λόγο  $a/b$  των διαστάσεων της πλάκας. Θέτοντας τώρα:

$$k_c = \left[ \left( \frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \right]_{\min} \quad (2.28)$$

Έχουμε:

$$P_{x,cr} = k_c \frac{D\pi^2}{b^2} \quad (2.29)$$

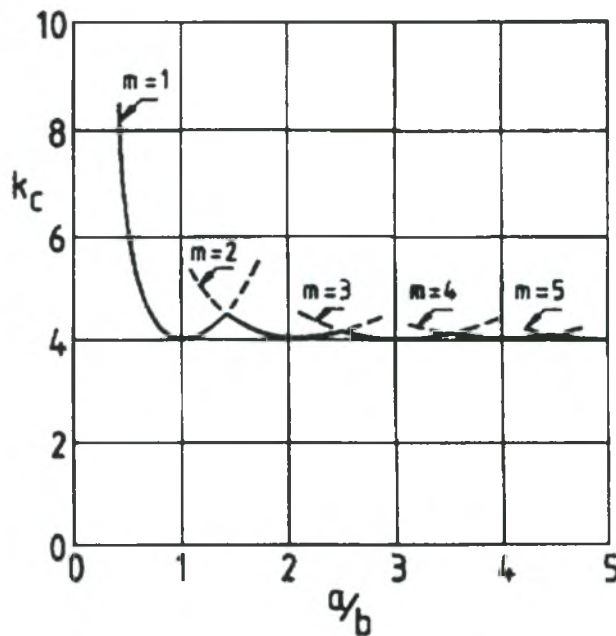
ή αλλιώς

$$P_{x,cr} = k_c \frac{Et^3\pi^2}{12(1-\nu^2)b^2} \quad (2.30)$$

Η τελευταία σχέση μπορεί να γραφεί και ως εξής:

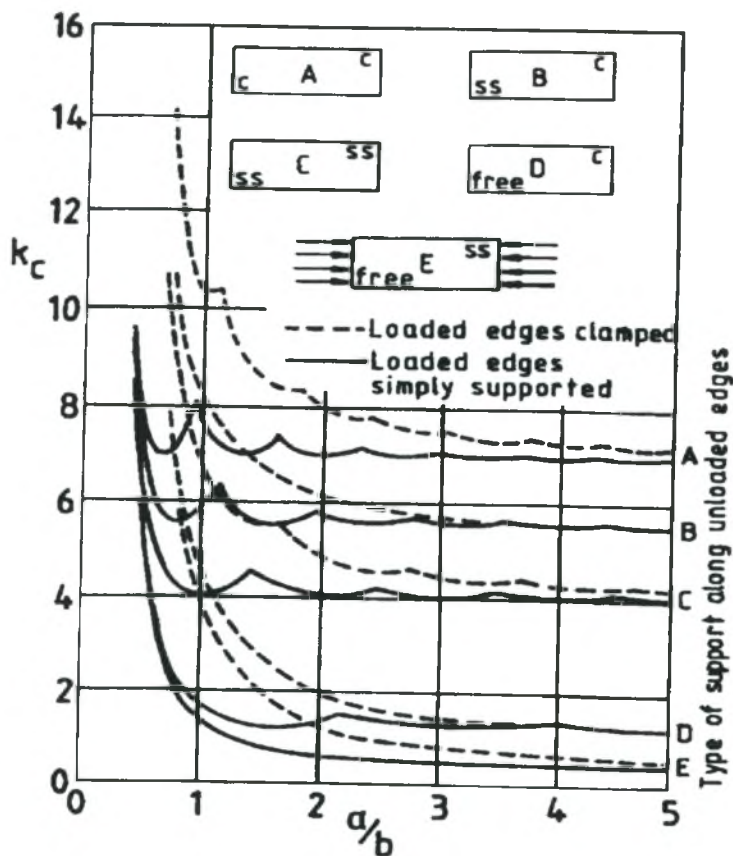
$$\sigma_{x,cr} = \frac{P_{x,cr}}{t} = k_c \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (2.31)$$

Στην περίπτωση μας (τετραέριστης πλάκας), ο συντελεστής  $k_c$  έχει υπολογιστεί αριθμητικά (σε προηγούμενες εργασίες) και η εξάρτηση του από τον λόγο  $a/b$  και το  $m$ , παρουσιάζεται στο ακόλουθο διάγραμμα (Timoshenko & Gere, 1961):



Σχ.[2.2] Διάγραμμα των τιμών  $k_c$  σε σχέση με το λόγο πλευρών της πλάκας  $a/b$

Γενικά η κρίσιμη αξονική τάση  $\sigma_{x,cr}$  μιας πλάκας εξαρτάται από τις συνοριακές συνθήκες και το λόγο  $a/b$ . Στο σχήμα [2.3] που ακολουθεί ο συντελεστής  $k_c$  έχει υπολογιστεί αριθμητικά ή αναλυτικά για διαφορετικές συνοριακές συνθήκες στις πλευρές που δέχονται τη φόρτιση και στις αφόρτιστες πλευρές της πλάκας. Με αυτό τον τρόπο, χρησιμοποιώντας τη κατάλληλη τιμή του συντελεστή  $k_c$  από το διάγραμμα, μπορούμε να υπολογίσουμε κάθε φορά από τον τύπο (2.30) το  $P_{x,cr}$  για συνοριακές συνθήκες π.χ. τετραέριστης ή πακτωμένης ορθογωνικής πλάκας ή οποιονδήποτε άλλο συνδυασμό συνοριακών συνθηκών (Timoshenko & Gere, 1961).



Σχ.[2.3] Διάγραμμα  $k_c - a/b$  ορθογωνικής πλάκας για διάφορες συνοριακές συνθήκες

### **A) Παράδειγμα τετραέριστης πλάκας:**

- $\alpha = 1\text{ m}$  , το μήκος της πλάκας
- $b = 1\text{ m}$  , το πλάτος της πλάκας
- $t = 0.001\text{ m}$  , το πάχος της πλάκας
- $\nu = 0.3$  , ο λόγος του Poisson
- $E = 2.1 \times 10^8\text{ kPa}$
- $k_c = 4$  , για τετραέριστη πλάκα με λόγο  $a/b=1$  και  $m = 1$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (2.30) καταλήγουμε στην τιμή:  $P_{X,cr}^{analytic1} = 759.2\text{ N}$

### **B) Παράδειγμα πακτωμένης πλάκας:**

- $\alpha = 1\text{ m}$ , το μήκος της πλάκας
- $b = 1\text{ m}$  , το πλάτος της πλάκας
- $t = 0.001\text{ m}$  , το πάχος της πλάκας
- $\nu = 0.3$  , ο λόγος του Poisson
- $E = 2.1 \times 10^8\text{ kPa}$
- $k_c = 10.4$  , για πακτωμένη πλάκα με λόγο  $a/b=1$  και  $m = 1$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (2.30) καταλήγουμε στην τιμή:  $P_{X,cr}^{analytic1} = 1970\text{ N}$

### **Γ) Παράδειγμα τετραέριστης πλάκας μήκους (1 x 1.5) m:**

- $\alpha = 1.5\text{ m}$  , το μήκος της πλάκας
- $b = 1\text{ m}$  , το πλάτος της πλάκας
- $t = 0.001\text{ m}$  , το πάχος της πλάκας
- $\nu = 0.3$  , ο λόγος του Poisson
- $E = 2.1 \times 10^8\text{ kPa}$
- $k_c = 4.34$  , για τετραέριστη πλάκα με λόγο  $a/b=1.5$  και  $m = 2$

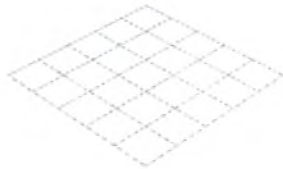
Αντικαθιστώντας στην σχέση (2.30) καταλήγουμε στην τιμή:  $P_{X,cr}^{analytic1} = 822.8\text{ N}$

Τα αριθμητικά αποτελέσματα από επίλυση πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και οι ιδιομορφές των παραπάνω παραδειγμάτων θα παρουσιαστούν σε επόμενη ενότητα της εργασίας.

## 2.2) Σχεδιασμός αριθμητικού μοντέλου και αποτελέσματα για μονοαξονική θλίψη ορθογωνικής πλάκας

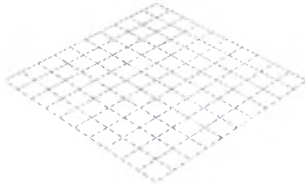
Για την προσομοίωση και την ανάλυση του προβλήματος της μονοαξονικής θλίψης χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus (έκδοση 6.3). Στον προ-επεξεργαστή Abaqus Caе σχεδιάσαμε ορθογωνική πλάκα πάχους 1mm. Οι πλευρές υποβλήθηκαν σε συνοριακές συνθήκες τετραέριστης πλάκας, ενώ τα φορτία κατανεμήθηκαν στους κόμβους των πλευρών που είχαμε την φόρτιση. Η ανάλυση αρχικά πραγματοποιήθηκε σε πλάκα διαστάσεων 1x1m για τέσσερα διαφορετικά πλέγματα με σκοπό την σύγκλιση με τα αποτελέσματα της αναλυτικής λύσης:

- Για πλέγμα πέντε στοιχείων ανά πλευρά είχαμε:



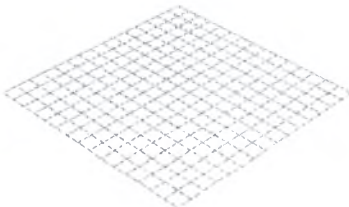
$$P_{X,cr}^{(1)} = 813,4 \text{ N}$$

- Για πλέγμα δέκα στοιχείων ανά πλευρά είχαμε:



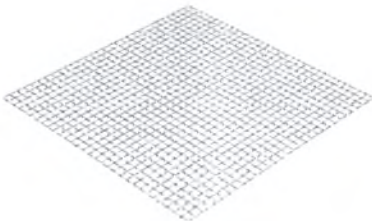
$$P_{X,cr}^{(2)} = 772,1 \text{ N}$$

- Για πλέγμα δεκαπέντε στοιχείων ανά πλευρά είχαμε:



$$P_{X,cr}^{(3)} = 764,0 \text{ N}$$

- Για πλέγμα τριάντα στοιχείων ανά πλευρά είχαμε:



$$P_{X,cr}^{(4)} = 760,9 \text{ N}$$

Γνωρίζοντας πως η αναλυτική λύση είναι  $P_{X,cr}^{analytic1} = 759,2 \text{ N}$  επιλέγουμε το πλέγμα τριάντα στοιχείων ανά πλευρά για την ανάλυση.

Στην συνέχεια εξετάσαμε σε καθένα από τα παραπάνω πλέγματα, τρία διαφορετικά στοιχεία ώστε να διαπιστώσουμε την συμπεριφορά του καθενός από αυτά για την ανάλυση. Τα στοιχεία που χρησιμοποιήσαμε ήταν τα S4R, S4 και S8R. Το στοιχείο S4R είναι τετρακομβικό στοιχείο κελύφους, το οποίο χρησιμοποιεί μειωμένη ολοκλήρωση. Το στοιχείο S4 είναι τετρακομβικό στοιχείο κελύφους πλήρους ολοκλήρωσης. Το στοιχείο S8R είναι οκτακομβικό στοιχείο κελύφους μειωμένης ολοκλήρωσης. Τα αποτελέσματα που πήραμε για το  $P_{x,cr}$  σε καθένα από τα μοντέλα αυτά παρουσιάζονται στον πίνακα του σχήματος [2.4] που ακολουθεί:

	S4R	S4	S8R
Πλέγμα 5x5	813,4 N	803,1 N	776,6 N
Πλέγμα 10x10	772,1 N	769,7 N	766,7 N
Πλέγμα 15x15	764,0 N	763,9 N	757,8 N
Πλέγμα 30x30	760,9 N	760,4 N	758,6 N

Σχ.[2.4] Κρίσιμο φορτίο ορθογωνικής πλάκας για διαφορετικά πλέγματα και διαφορετικά στοιχεία

Συμπερασματικά μπορούμε να δούμε πως το στοιχείο S4R, που χρησιμοποιεί τη μέθοδο της μειωμένης ολοκλήρωσης, συγκρινόμενο με το στοιχείο S4 δεν παρουσιάζει σημαντικές διαφορές στα αποτελέσματα, για όλα τα πλέγματα που εξετάστηκαν. Παράλληλα παρατηρούμε πως το στοιχείο S4R, συγκρινόμενο με το στοιχείο S8R παρουσιάζει μια μικρή διαφορά στο αποτέλεσμα που δίνει η οποία απαλείφεται καθώς έχουμε «πύκνωση» του πλέγματος. Σημειώνουμε πως το στοιχείο S8R δίνει καλύτερα αποτελέσματα από το S4R για το αραιό πλέγμα διότι οι περισσότεροι κόμβοι, άρα και οι ανώτερης τάξης πολυωνμικές συναρτήσεις που χρησιμοποιεί για την ανάλυση, υπερτερούν σε σχέση με το τετρακομβικό S4R. Σε ένα επαρκές όμως πλέγμα το στοιχείο S4R φαίνεται πως είναι εξίσου αξιόπιστο στα αποτελέσματα που δίνει και θα χρησιμοποιηθεί εφεξής στην παρούσα εργασία.



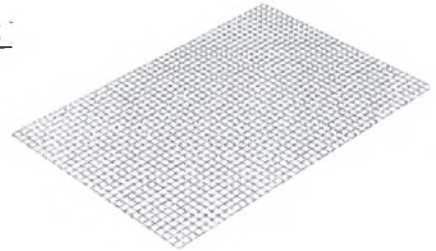
Εν συνεχεία για πλέγμα ανάλογο με το πλέγμα 30x30 που επιλέξαμε για την τετραγωνική πλάκα και χρησιμοποιώντας το στοιχείο S4R, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα από την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων για πλάκες διαφορετικών διαστάσεων. Σκοπός μας είναι να συγκρίνουμε με την αναλυτική λύση, έχοντας διαφορετικές τιμές για το λόγο  $a/b$ :

- Για  $a/b=1.5$  από τον πίνακα του σχήματος [2.2] έχουμε  $k_c = 4.34$  και συνεπώς

από την σχέση (2.30) παίρνουμε  $P_{X,cr}^{analytic1} = \underline{822.8}$

Από την ανάλυση ιδιοτιμών για το αντίστοιχο

μοντέλο έχουμε  $P_{X,cr} = \underline{825.7 N}$

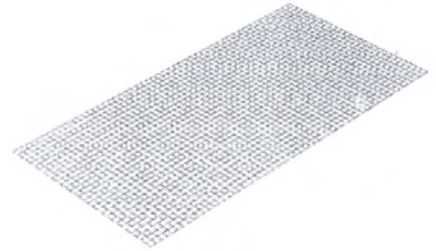


- Για  $a/b=2$  από τον πίνακα του σχήματος [2.2] έχουμε  $k_c = 4.0$  και συνεπώς από

την σχέση (2.30) παίρνουμε  $P_{X,cr}^{analytic1} = \underline{759.2 N}$

Από την ανάλυση ιδιοτιμών για το αντίστοιχο

μοντέλο έχουμε  $P_{X,cr} = \underline{760.7 N}$



- Για  $a/b=2.5$  από τον πίνακα του σχήματος [2.2] έχουμε  $k_c = 4.2$  και συνεπώς

από την σχέση (2.30) παίρνουμε  $P_{X,cr}^{analytic1} = \underline{796.3 N}$

Από την ανάλυση ιδιοτιμών για το αντίστοιχο

μοντέλο έχουμε  $P_{X,cr} = \underline{786.3 N}$



- Για  $a/b=3$  από τον πίνακα του σχήματος [2.2] έχουμε  $k_c = 4.0$  και συνεπώς από

την σχέση (2.30) παίρνουμε  $P_{X,cr}^{analytic1} = \underline{759.2 N}$

Από την ανάλυση ιδιοτιμών για το αντίστοιχο

μοντέλο έχουμε  $P_{X,cr} = \underline{760.7 N}$



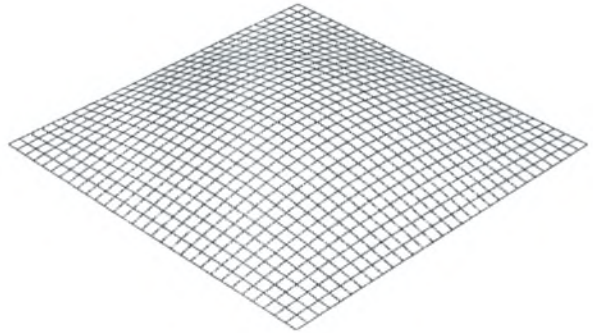
Παραθέτουμε στην συνέχεια τις τρεις πρώτες ιδιομορφές και τα αντίστοιχα κρίσιμα φορτία από τις αναλύσεις που κάναμε, συγκρινόμενα με την αναλυτική λύση.

A) Για τετραερίστη πλάκα διαστάσεων (1 x 1 m):

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(1)} = 760.7 \text{ N}$

Αναλυτική λύση για  $m=1$ :

$P_{X,cr}^{analytic1} = 759.2 \text{ N}$

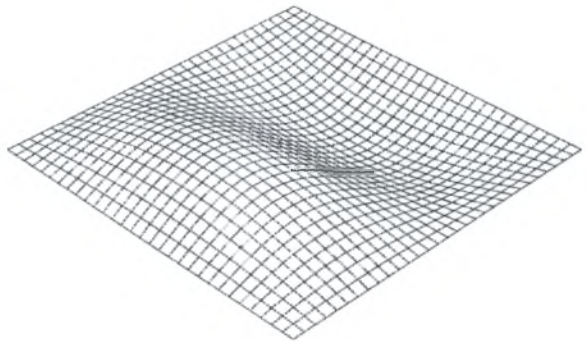


1<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(2)} = 1192.5 \text{ N}$

Αναλυτική λύση για  $m=2$ :

$P_{X,cr}^{analytic2} = 1185.0 \text{ N}$

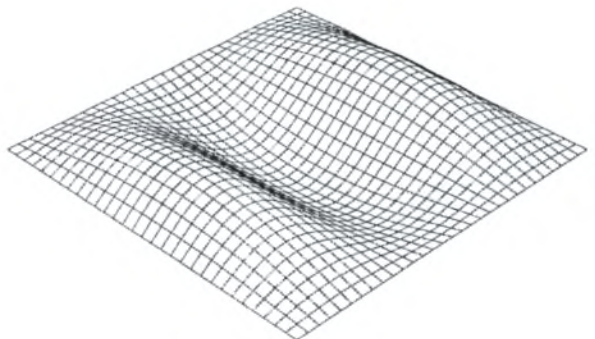


2<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(3)} = 2138.1 \text{ N}$

Αναλυτική λύση για  $m=3$ :

$P_{X,cr}^{analytic3} = 2136.5 \text{ N}$



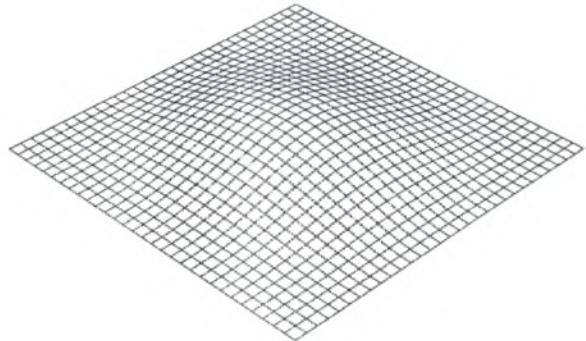
3<sup>η</sup> ιδιομορφή

B) Για πακτωμένη πλάκα διαστάσεων (1 x 1 m):

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(1)} = \underline{1925.2 \text{ N}}$

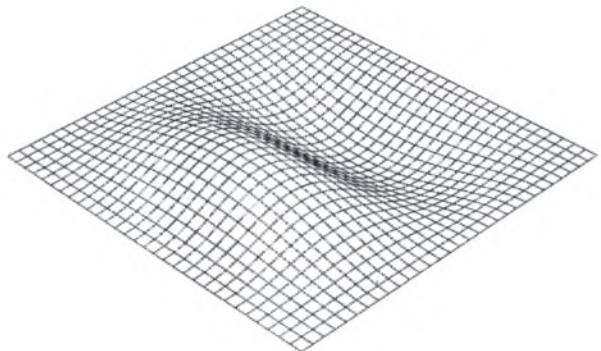
Αναλυτική λύση για  $m=1$ :

$P_{X,cr}^{analytic1} = \underline{1970.1 \text{ N}}$



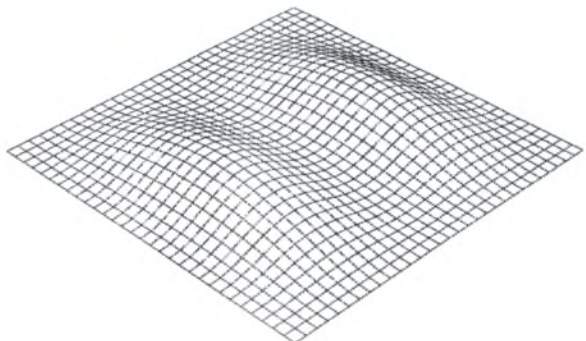
1<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(2)} = \underline{2229.7 \text{ N}}$



2<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(3)} = \underline{3788.1 \text{ N}}$



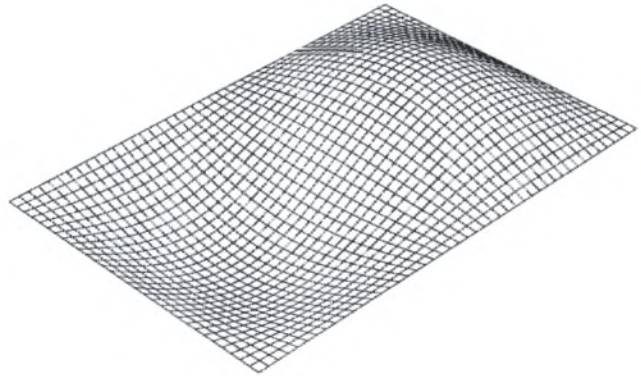
3<sup>η</sup> ιδιομορφή

Γ) Για τετραέριστη πλάκα μήκους (1 x 1.5 m):

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(1)} = 825.7 \text{ N}$

Αναλυτική λύση για  $m=2$ :

$P_{X,cr}^{analytic1} = 822.8 \text{ N}$

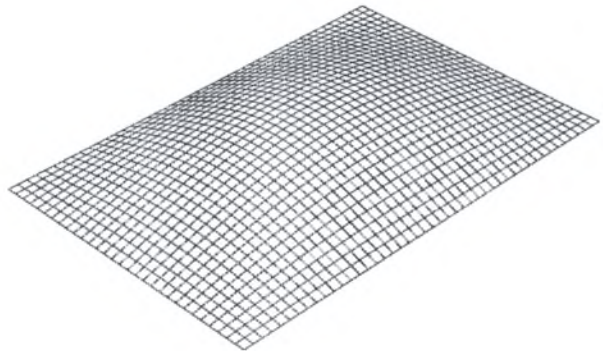


1<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(2)} = 893.1 \text{ N}$

Αναλυτική λύση για  $m=1$ :

$P_{X,cr}^{analytic2} = 890.0 \text{ N}$

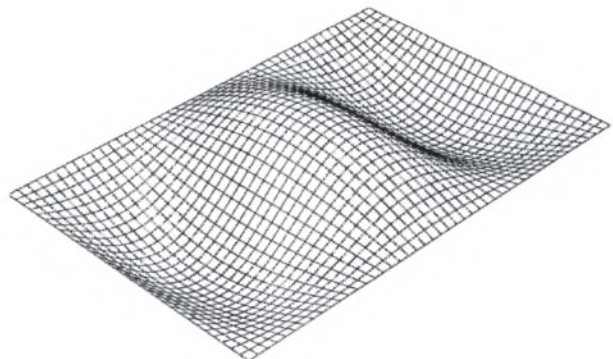


2<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $P_{X,cr}^{(3)} = 1192.5 \text{ N}$

Αναλυτική λύση για  $m=3$ :

$P_{X,cr}^{analytic3} = 1185.0 \text{ N}$

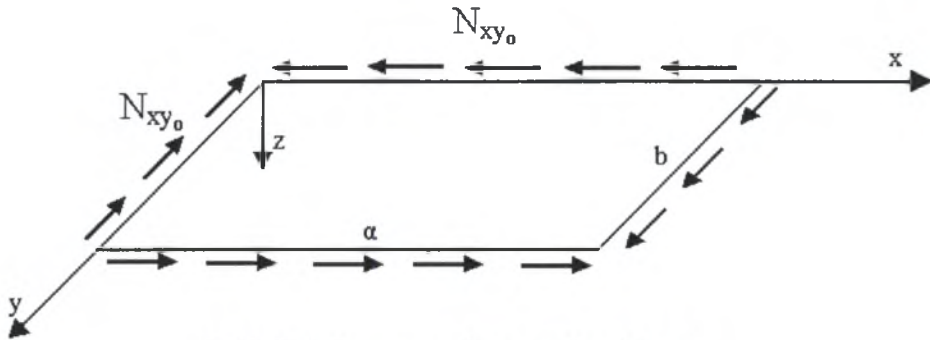


3<sup>η</sup> ιδιομορφή

### 2.3) Αναλυτική λύση για καθαρή διάτμηση ορθογωνικής πλάκας

Στην περίπτωση της καθαρής διάτμησης, η μερική διαφορική εξίσωση της πλάκας γίνεται:

$$D\nabla^4 - 2N_{xy_0} w_{1,xy} = 0 \quad (2.31)$$



Σχ.[2.5] Διάτμηση ορθογωνικής πλάκας

Η επίλυση της εξίσωσης αυτής, για πεπερασμένη τιμή του  $\alpha$  δεν είναι δυνατή με αναλυτική μέθοδο. Υπάρχει όμως αναλυτική λύση για  $\alpha \rightarrow \infty$  και αναζητάμε λύσεις της μορφής (Brush & Almroth, 1975):

$$w_1(x, y) = f(y)e^{ikx/b} \quad (2.32)$$

Όπου  $k$  είναι η παράμετρος του μήκους κύματος. Αντικαθιστούμε στην σχέση (2.31) και έχουμε:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \left(\frac{k}{b}\right)^2 \right]^2 f(y) - 2 \frac{N_{xy_0}}{D} \frac{ik}{b} \frac{\partial f(y)}{\partial y} = 0 \quad (2.33)$$

Θεωρούμε τώρα:

$$f(y) = C_1 e^{i\lambda_1 y/b} \quad (2.34)$$

όπου το  $C_1$  είναι σταθερό. Αντικαθιστούμε στην σχέση (2.33) και έχουμε:

$$\lambda^4 + 2k^2 \lambda^2 + 2 \frac{N_{xy_0}}{D} k \lambda + k^4 = 0 \quad (2.35)$$

Για κάθε τιμή του  $k$ , υπάρχουν τέσσερις λύσεις  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  και  $\lambda_4$ , συνεπώς:

$$f(y) = C_1 e^{i\lambda_1 y/b} + C_2 e^{i\lambda_2 y/b} + C_3 e^{i\lambda_3 y/b} + C_4 e^{i\lambda_4 y/b} \quad (2.36)$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (2.32) έχουμε:

$$w(x, y) = (C_1 e^{i\lambda_1 y/b} + C_2 e^{i\lambda_2 y/b} + C_3 e^{i\lambda_3 y/b} + C_4 e^{i\lambda_4 y/b}) e^{ikx/h} \quad (2.37)$$

Όπου τα  $\lambda_i$  είναι συναρτήσεις της δύναμης διάτμησης:

$$\lambda_i = \lambda_i(N_{XY_o}) \quad (2.38)$$

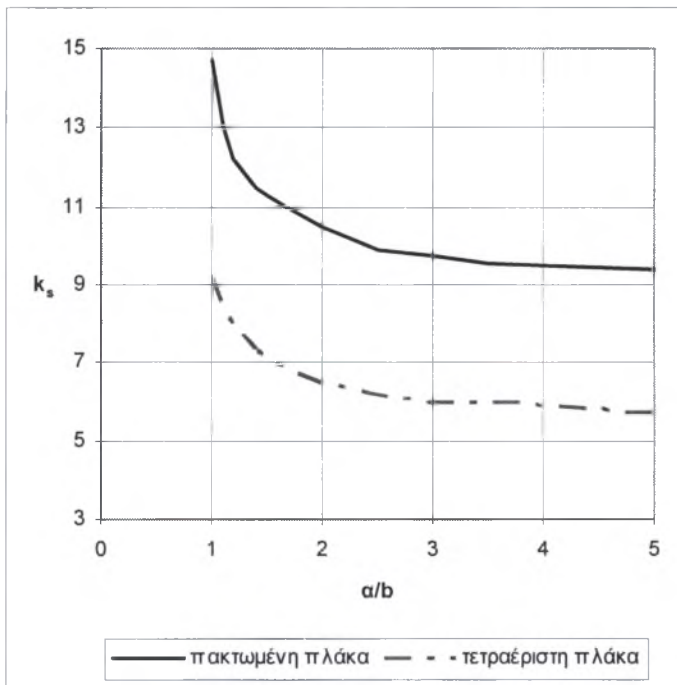
Εφαρμόζοντας στην σχέση (2.35) τις συνοριακές συνθήκες καταλήγουμε στην σχέση υπολογισμού του  $N_{XY_o}$ . Έχει αποδειχτεί (αναφορά [2.1]) πως για τις περιπτώσεις αμφιέριστης και πακτωμένης πλάκας ο τύπος που υπολογίζει το  $N_{XY_o}$  είναι ο ακόλουθος:

$$N_{XY_o,cr} = k_s \frac{\pi^2 D}{b} \quad (2.39)$$

Η τελευταία σχέση μπορεί να γραφεί και στην ακόλουθη μορφή:

$$\tau_{cr} = \frac{N_{XY_o,cr}}{h} = k_s \frac{\pi^2 D}{bt} \quad (2.40)$$

Για τις περιπτώσεις τετραέριστης και πακτωμένης πλάκας, ο συντελεστής  $k_s$  έχει υπολογιστεί αριθμητικά (σε προηγούμενες εργασίες) και η εξάρτηση του από τον λόγο  $a/b$  παρουσιάζεται στο ακόλουθο διάγραμμα (Timoshenko & Gere 1961):



Σχ.[2.6] Διάγραμμα  $k_s - a/b$  ορθογωνικής πλάκας για διάφορες συνοριακές συνθήκες

### **A) Παράδειγμα τετραέριστης πλάκας:**

- $\alpha = 1\text{ m}$  , το μήκος της πλάκας
- $b = 1\text{ m}$  , το πλάτος της πλάκας
- $t = 0.001\text{ m}$  , το πάχος της πλάκας
- $\nu = 0.3$  , ο λόγος του Poisson
- $E = 2.1 \times 10^8\text{ kPa}$
- $k_c = 9.2$  , για τετραέριστη πλάκα με λόγο  $a/b=1$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (2.39) καταλήγουμε στην τιμή:  $N_{XY_0,cr}^{analytic} = 1746.1\text{ N}$

### **B) Παράδειγμα πακτωμένης πλάκας:**

- $\alpha = 1\text{ m}$  , το μήκος της πλάκας
- $b = 1\text{ m}$  , το πλάτος της πλάκας
- $t = 0.001\text{ m}$  , το πάχος της πλάκας
- $\nu = 0.3$  , ο λόγος του Poisson
- $E = 2.1 \times 10^8\text{ kPa}$
- $k_c = 14.7$  , για πακτωμένη πλάκα με λόγο  $a/b=1$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (2.39) καταλήγουμε στην τιμή:  $N_{XY_0,cr}^{analytic} = 2789.9\text{ N}$

### **Γ) Παράδειγμα τετραέριστης πλάκας διαστάσεων (1 m x 1.5 m):**

- $\alpha = 1.5\text{ m}$  , το μήκος της πλάκας
- $b = 1\text{ m}$  , το πλάτος της πλάκας
- $t = 0.001\text{ m}$  , το πάχος της πλάκας
- $\nu = 0.3$  , ο λόγος του Poisson
- $E = 2.1 \times 10^8\text{ kPa}$
- $k_c = 7.2$  , για τετραέριστη πλάκα με λόγο  $a/b=1.5$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (2.39) καταλήγουμε στην τιμή:  $N_{XY_0,cr}^{analytic} = 1366.5\text{ N}$

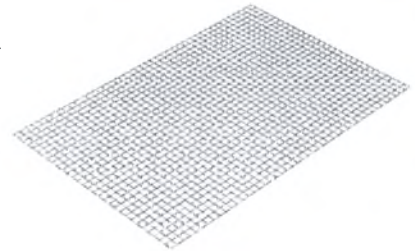
Τα αριθμητικά αποτελέσματα από επίλυση πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και οι ιδιομορφές των παραπάνω παραδειγμάτων θα παρουσιαστούν σε επόμενη ενότητα της εργασίας.

## 2.2) Σχεδιασμός αριθμητικού μοντέλου και αποτελέσματα για καθαρή διάτμηση ορθογωνικής πλάκας

Εν συνεχεία για πλέγμα ανάλογο με το πλέγμα που επιλέξαμε για την περίπτωση της μονοαξονικής θλίψης και χρησιμοποιώντας το στοιχείο S4R, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα από την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων για πλάκες διαφορετικών διαστάσεων. Σκοπός μας είναι να συγκρίνουμε με την αναλυτική λύση, έχοντας διαφορετικές τιμές για το λόγο  $a/b$ :

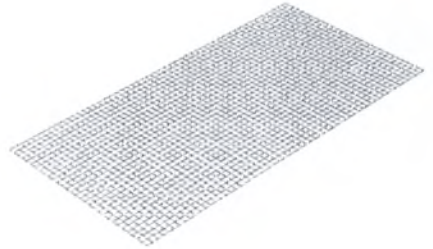
- Για  $a/b=1.5$  από τον πίνακα του σχήματος [2.6] έχουμε  $k_c=7.2$  και συνεπώς από την σχέση (2.39) παίρνουμε  $N_{XY_o,cr}^{analytic} = 1366.5 \text{ N}$

Από την ανάλυση ιδιοτιμών για το αντίστοιχο μοντέλο έχουμε  $N_{XY_o,cr} = 1366.1 \text{ N}$



- Για  $a/b=2$  από τον πίνακα του σχήματος [2.6] έχουμε  $k_c=6.4$  και συνεπώς από την σχέση (2.39) παίρνουμε  $N_{XY_o,cr}^{analytic} = 1214.6 \text{ N}$

Από την ανάλυση ιδιοτιμών για το αντίστοιχο μοντέλο έχουμε  $N_{XY_o,cr} = 1151.0 \text{ N}$



- Για  $a/b=2.5$  από τον πίνακα του σχήματος [2.6] έχουμε  $k_c=6.1$  και συνεπώς από την σχέση (2.39) παίρνουμε  $N_{XY_o,cr}^{analytic} = 1156.5 \text{ N}$

Από την ανάλυση ιδιοτιμών για το αντίστοιχο μοντέλο έχουμε  $N_{XY_o,cr} = 1101.5 \text{ N}$



- Για  $a/b=3$  από τον πίνακα του σχήματος [2.6] έχουμε  $k_c=5.9$  και συνεπώς από την σχέση (2.39) παίρνουμε  $N_{XY_o,cr}^{analytic} = 1118.6 \text{ N}$

Από την ανάλυση ιδιοτιμών για το αντίστοιχο μοντέλο έχουμε  $N_{XY_o,cr} = 1115.6 \text{ N}$



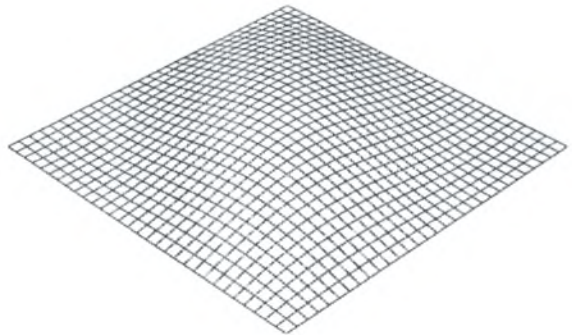


Παραθέτουμε στην συνέχεια τις τρεις πρώτες ιδιομορφές και τα αντίστοιχα κρίσιμα φορτία από τις αναλύσεις που κάναμε:

A) Για τετραερίστη πλάκα διαστάσεων (1 m x 1 m):

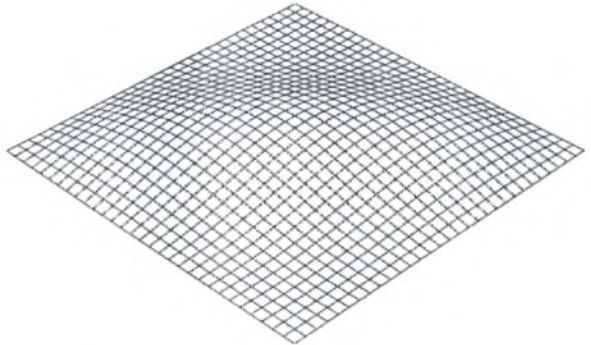
Υπολογίσαμε:  $N_{XY_0,cr}^{(1)} \underline{\underline{= 1\,783.5\text{ N}}}$

Αναλυτική λύση:  $N_{XY_0,cr}^{analytic} \underline{\underline{= 1746.1\text{ N}}}$



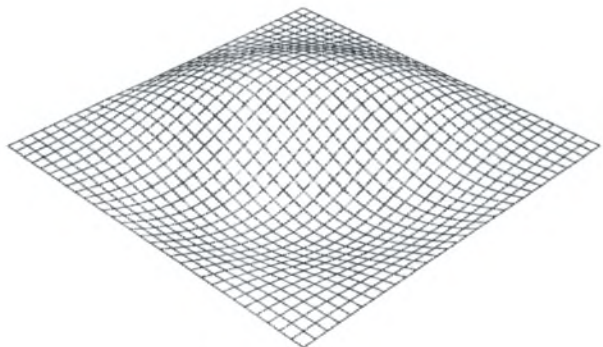
1<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $N_{XY_0,cr}^{(2)} \underline{\underline{= -1783.5\text{ N}}}$



2<sup>η</sup> ιδιομορφή (αντίστοιχη της 1<sup>ης</sup>)

Υπολογίσαμε:  $N_{XY_0,cr}^{(3)} \underline{\underline{= -2216.5\text{ N}}}$

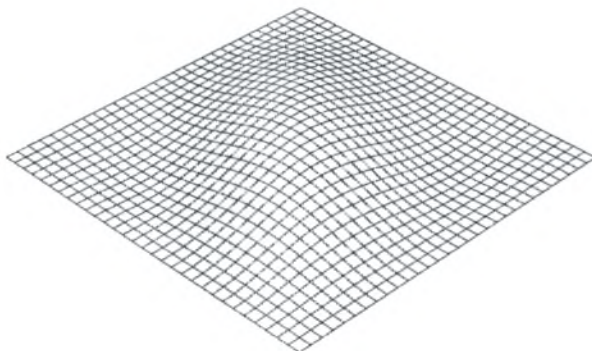


3<sup>η</sup> ιδιομορφή

B) Για πακτωμένη πλάκα διαστάσεων (1 m x 1 m):

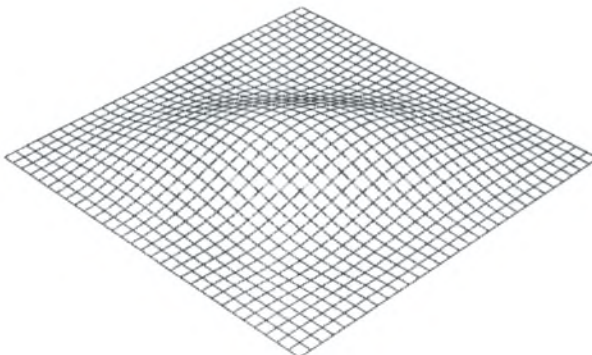
Υπολογίσαμε:  $N_{XY_o,cr}^{(1)} = 2818.0 \text{ N}$

Αναλυτική λύση:  $N_{XY_o,cr}^{analytic} = 2789.9 \text{ N}$



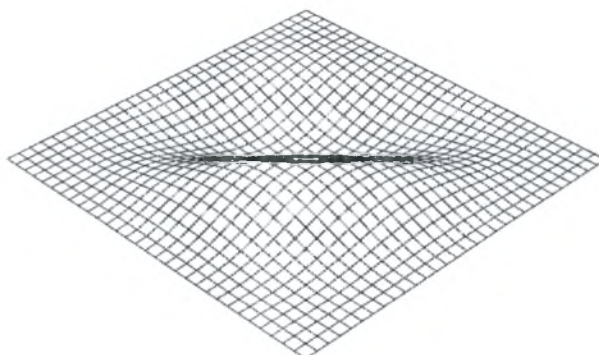
1<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $N_{XY_o,cr}^{(2)} = -2818.0 \text{ N}$



2<sup>η</sup> ιδιομορφή (αντίστοιχη της 1<sup>ης</sup>)

Υπολογίσαμε:  $N_{XY_o,cr}^{(3)} = -3270.2 \text{ N}$

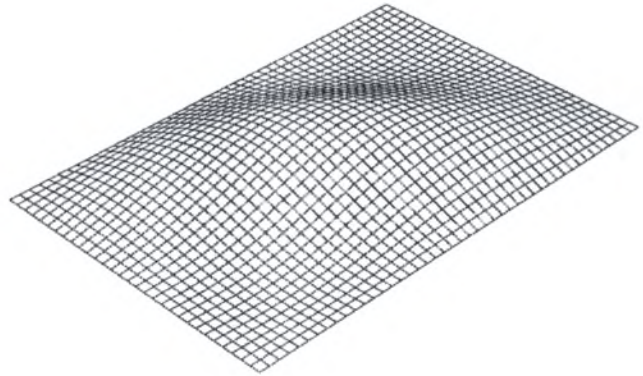


3<sup>η</sup> ιδιομορφή

Γ) Για τετραέριστη πλάκα μήκους (1 m x 1.5 m):

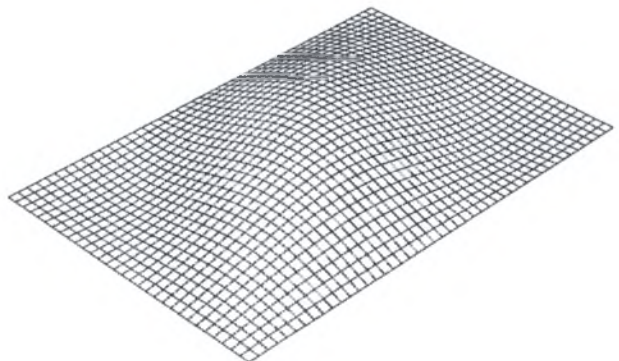
Υπολογίσαμε:  $N_{XY_0,cr}^{(1)} = 1366.1 \text{ N}$

Αναλυτική λύση:  $N_{XY_0,cr}^{analytic} = 1366.5 \text{ N}$



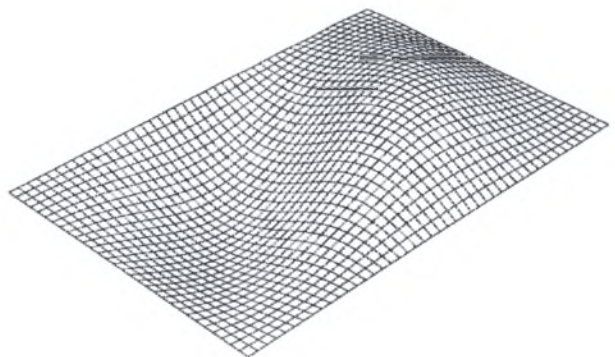
1<sup>η</sup> ιδιομορφή

Υπολογίσαμε:  $N_{XY_0,cr}^{(2)} = -1366.1 \text{ N}$



2<sup>η</sup> ιδιομορφή (αντίστοιχη της 1<sup>ης</sup>)

Υπολογίσαμε:  $N_{XY_0,cr}^{(3)} = -1421.5 \text{ N}$



3<sup>η</sup> ιδιομορφή

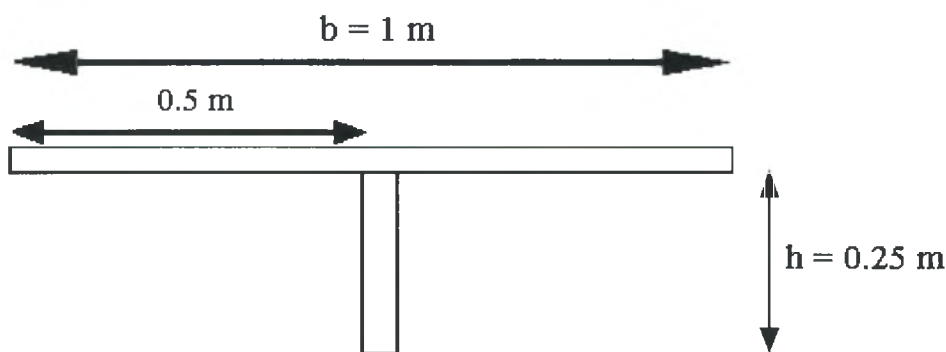
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ #3

### Μη γραμμική ελαστοπλαστική ανάλυση ενισχυμένων πλακών

Σε αυτό το κεφάλαιο της εργασίας παραθέτουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα των μη γραμμικών αναλύσεων για μονοαξονική θλίψη πλακών που φέρουν ενισχυτικά ελάσματα. Οι αναλύσεις έγιναν σε τρεις διαφορετικούς τύπους πλακών. Μελετήσαμε τις περιπτώσεις ορθογωνικής πλάκας ενός ενισχυτικού ελάσματος, ορθογωνικής πλάκας τεσσάρων ενισχυτικών ελασμάτων και ορθογωνικής πλάκας τριών ενισχυτικών ελασμάτων κλειστής διατομής.

#### 3.1.1) Ορθογωνική πλάκα ενός ενισχυτικού ελάσματος

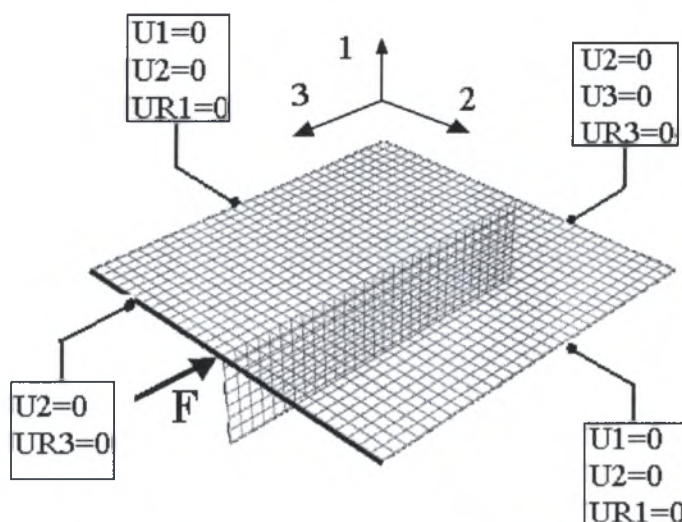
Σε αυτό το τμήμα της εργασίας μελετάμε την συμπεριφορά πλακών με ένα ενισχυτικό έλασμα. Στόχος είναι ο υπολογισμός του οριακού φορτίου της ενισχυμένης πλάκας και η μεταλυσιμική της συμπεριφορά. Η μελέτη έγινε για μια σειρά πλακών διαφορετικού μήκους, διατηρώντας τα υπόλοιπα γεωμετρικά στοιχεία όμοια σε κάθε μοντέλο. Εξετάστηκαν έξι διαφορετικές περιπτώσεις για μήκος πλάκας ενός (1m) έως έξι (6m) μέτρων αντίστοιχα. Η κοινή κάθετη διατομή των μοντέλων και τα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά εικονίζονται στο σχήμα [3.1] που ακολουθεί. Το πάχος της πλάκας  $t$  είναι ίσο με 0,016m ενώ το πάχος του ενισχυτικού  $t_s$  ισούται με 0,020m.



Σχ.[3.1] Εγκάρσια τομή της πλάκας

### 3.1.2) Ανάλυση ιδιοτιμών

Πριν προχωρήσουμε στις η γραμμικές αναλύσεις για τον υπολογισμό του οριακού φορτίου, διεξάγαμε ανάλυση ιδιοτιμών στο ελαστικό μοντέλο της πλάκας για να καταλήξουμε στο πλέγμα που θα χρησιμοποιήσουμε στην συνέχεια. Η ανάλυση ιδιοτιμών πραγματοποιήθηκε για πλάκα διαστάσεων 1x2 m. Μελετήσαμε τα αποτελέσματα των οκτώ πρώτων ιδιοτιμών για τέσσερα διαφορετικά πλέγματα. Τα πλέγματα που σχεδιάσαμε ήταν 10x20, 20x40, 30x60 και 40x80 στοιχείων αντίστοιχα, ενώ για την ανάλυση χρησιμοποιήσαμε το στοιχείο S4R. Οι συνοριακές συνθήκες που επιβλήθηκαν παρουσιάζονται σχηματικά στο σχήμα [3.2] που ακολουθεί:



Σχ.[3.2] Συνοριακές συνθήκες και φόρτιση μοντέλου ιδιοτιμών

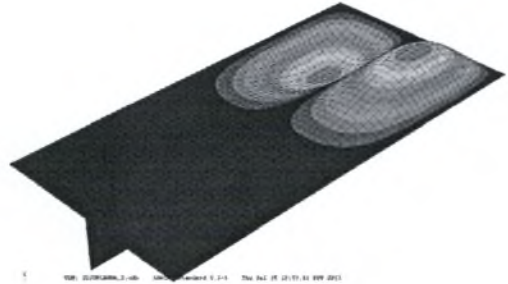
Η φόρτιση επιβλήθηκε στην πλευρά που υποδεικνύεται από το διάνυσμα  $F$  με τρόπο που θα επεξηγηθεί στην παρακάτω παράγραφο αναλυτικά και ήταν ίσο με 100 kN.

Στην συνέχεια παρουσιάζουμε τις ιδιοτιμές που μας έδωσε καθένα από τα παραπάνω πλέγματα, καθώς και τις αντίστοιχες ιδιομορφές κάθε περίπτωσης οι οποίες ήταν ίδιες ανεξαρτήτως πυκνότητας πλέγματος:

### Πρώτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 10x20 :  $F_1 = 112,44 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 20x40:  $F_1 = 106,79 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 30x60:  $F_1 = 105,70 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_1 = 105,30 \text{ kN}$

### Πρώτη ιδιομορφή



### Δεύτερη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 10x20 :  $F_2 = 119,23 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 20x40:  $F_2 = 113,32 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 30x60:  $F_2 = 112,23 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_2 = 111,85 \text{ kN}$

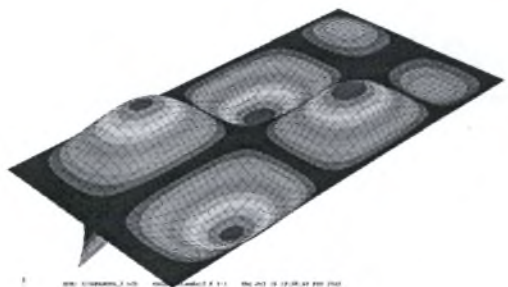
### Δεύτερη ιδιομορφή



### Τρίτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 10x20 :  $F_3 = 122,01 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 20x40:  $F_3 = 115,40 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 30x60:  $F_3 = 114,18 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_3 = 113,74 \text{ kN}$

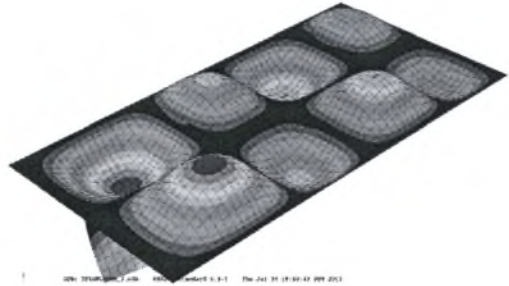
### Τρίτη ιδιομορφή



### Τέταρτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 10x20 :  $F_4 = 122,01 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 20x40:  $F_4 = 115,40 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 30x60:  $F_4 = 114,18 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_4 = 113,74 \text{ kN}$

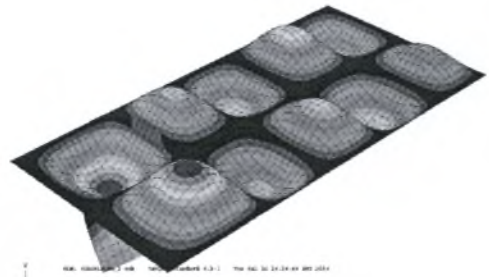
### Τέταρτη ιδιομορφή



### Πέμπτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 10x20 :  $F_5 = 149,79 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 20x40:  $F_5 = 139,92 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 30x60:  $F_5 = 138,16 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_5 = 137,54 \text{ kN}$

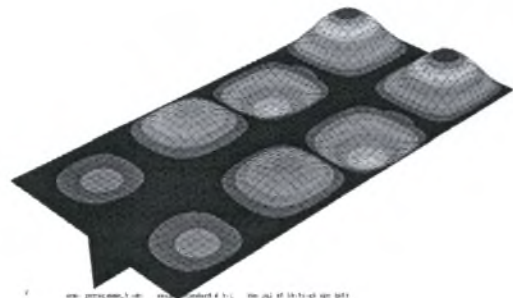
### Πέμπτη ιδιομορφή



### Έκτη ιδιοτιμή

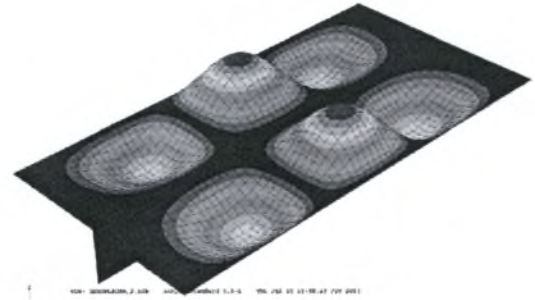
- Για πλέγμα 10x20 :  $F_6 = 154,44 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 20x40:  $F_6 = 144,13 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 30x60:  $F_6 = 142,30 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_6 = 141,65 \text{ kN}$

### Έκτη ιδιομορφή



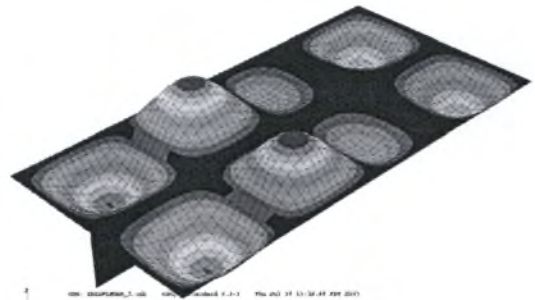
### Έβδομη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 10x20 :  $F_7 = 162,02 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 20x40:  $F_7 = 150,40 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 30x60:  $F_7 = 148,38 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_7 = 147,68 \text{ kN}$



### Όγδοη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 10x20 :  $F_8 = 167,14 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 20x40:  $F_8 = 154,58 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 30x60:  $F_8 = 152,35 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_8 = 151,56 \text{ kN}$

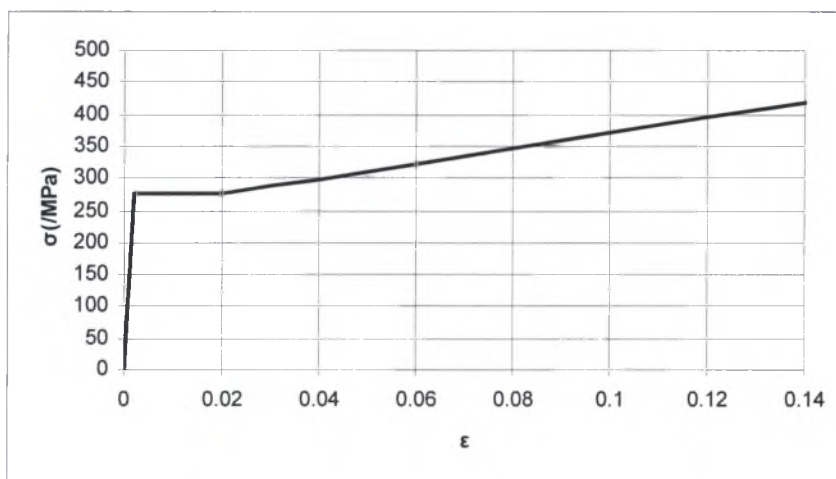


Μετά την ανάλυση ιδιοτιμών και την μελέτη των αποτελεσμάτων, επιλέγουμε το πλέγμα που θα χρησιμοποιήσουμε στις επόμενες αναλύσεις μας. Το πλέγμα αυτό είναι το 30x60 αφού για όλες τις ιδιοτιμές έδωσε αποτελέσματα πολύ κοντά σε αυτά του αρκετά πιο «πυκνού» πλέγματος 40x80.



### 3.1.3) Αξονική θλίψη ορθογωνικής πλάκας με ελαστοπλαστικό υλικό ενός ενισχυτικού ελάσματος

Σε αυτό το τμήμα της εργασίας όπως προαναφέραμε, θα μελετήσουμε την συμπεριφορά ενισχυμένων με ένα νεύρο πλακών κατά την αξονική θλίψη, για διαφορετικά μήκη. Για τη ανάλυση θα χρησιμοποιήσουμε το στοιχείο S4R ενώ ισχύουν τα γεωμετρικά στοιχεία που περιγράφονται στο σχήμα [3.1]. Το υλικό είναι χάλυβας με τάση διαρροής  $\sigma_y = 275$  MPa. Ακολουθεί το διάγραμμα ονομαστικής τάσης – παραμόρφωσης:

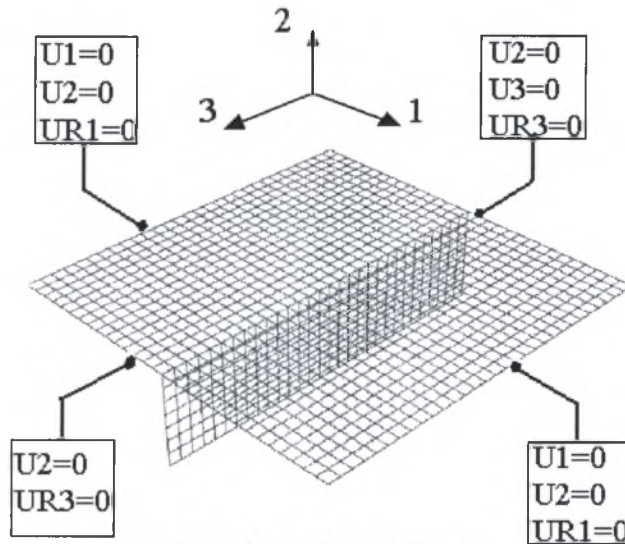


Σχ.[3.3] Διάγραμμα ονομαστικής τάσης – παραμόρφωσης

Σε κάθε μοντέλο δημιουργήσαμε μια αρχική ατέλεια, που επιβλήθηκε κατά την αρχή της ανάλυσης, η οποία κατόπιν της εφαρμογής της μετατρεπόταν σε ανενεργή (φόρτιση-αποφόρτιση). Στην προκειμένη περίπτωση η αρχική ατέλεια ήταν μια μετατόπιση του κέντρου της πλάκας εκτός του επιπέδου της κατά 5cm. Εν συνεχεία το μοντέλο δεχόταν δύναμη παράλληλη ως προς το ενισχυτικό στο σημείο τομής του με την πλάκα. Το σημείο αυτό αποτελούσε κόμβο αναφοράς (reference node) για όλους τους κόμβους της πλευράς της πλάκας, οι οποίοι ακολουθούσαν την μετατόπιση και την στροφή του με τρόπο που θα αναλύσουμε στην συνέχεια.

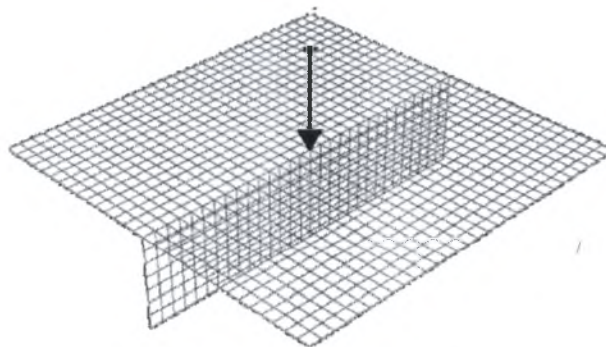
Στα ακόλουθα σχήματα παρουσιάζουμε τα βήματα της ανάλυσης που πραγματοποιήσαμε με τον ίδιο τρόπο, σε καθένα από τα μοντέλα διαφορετικού μήκους που σχεδιάσαμε:

- Συνοριακές συνθήκες ανά πλευρά:



Σχ.[3.4] Αρχική κατάσταση

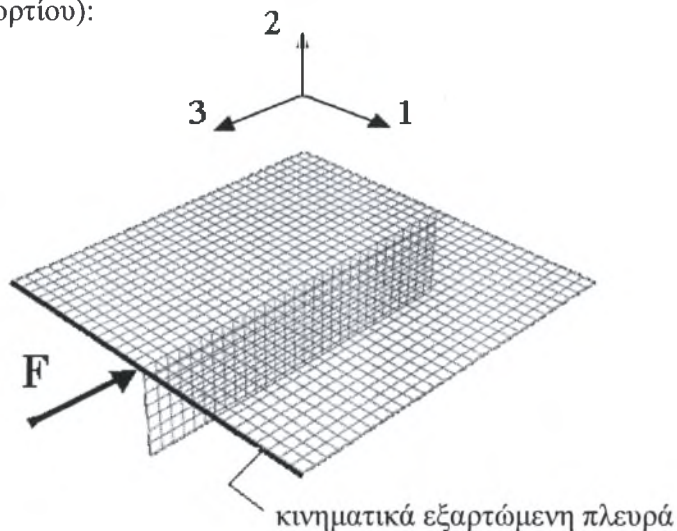
- Βήμα 1<sup>ο</sup> (Αρχική ατέλεια):



Σχ.[3.5] Επιβολή αρχικής ατέλειας

Μέσω της υποεντολής του Abaqus, boundary επιβάλλουμε στον κόμβο του κέντρου της πλάκας που υποδεικνύεται από το βέλος στο σχήμα [3.5], να μετακινηθεί κατά την διεύθυνση 2 κατά  $-5\text{cm}$ . Η αρχική αυτή ατέλεια επιβάλλεται στο μοντέλο και πριν την μετάβαση της ανάλυσης στο 2<sup>ο</sup> βήμα (επιβολή φορτίου), η συνοριακή αυτή συνθήκη μετατρέπεται σε ανενεργή.

- Βήμα 2<sup>ο</sup> (επιβολή φορτίου):

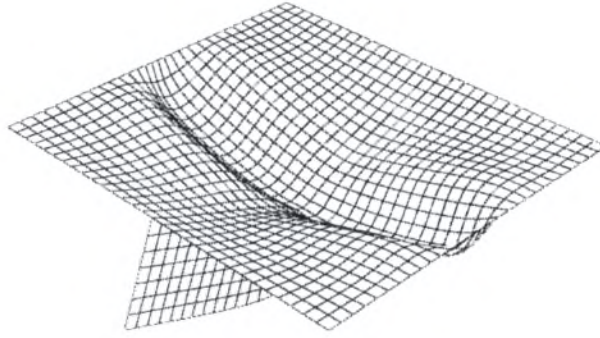


Σχ.[3.6] Επιβολή φορτίου

Η επιβολή του φορτίου γίνεται στον κόμβο του σημείου τομής της πλάκας με το ενισχυτικό που υποδεικνύει το βέλος στο παραπάνω σχήμα. Ο κόμβος αυτός αποτελεί τον κόμβο αναφοράς (reference node) για τους κόμβους της πλευράς της πλάκας στην οποία βρίσκεται. Μέσω της υποεντολής “kinematic coupling” του Abaqus επιβάλλουμε στους κόμβους της πλευράς αυτής, να «δεσμεύσουν» συγκεκριμένους βαθμούς ελευθερίας τους ακολουθώντας την στροφή και την μετατόπιση του κόμβου αναφοράς. Πιο συγκεκριμένα οι βαθμοί ελευθερίας της πλευράς που δεσμεύονται από τον κόμβο αναφοράς είναι η μετατόπιση και η στροφή κατά τους άξονες 2 και 3, δηλαδή οι U2, U3 και UR2, UR3 αντίστοιχα. Με αυτό τον τρόπο έχουμε προσομοιώσει επιβολή φορτίου από υποτιθέμενο «έμβολο» που επιδρά θλιπτικά πάνω στην πλευρά με κινηματικά ομοιόμορφο τρόπο.

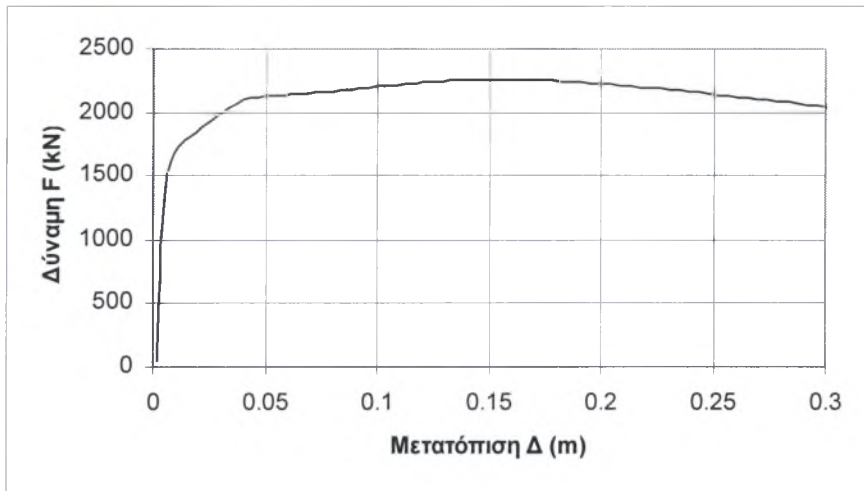
Στην συνέχεια παραθέτουμε τα μοντέλα που υποβλήθηκαν στην ανάλυση που περιγράψαμε. Σε καθένα από τα μοντέλα παρουσιάζουμε την τελική μορφή αστοχίας και το μέγιστο επιβαλλόμενο φορτίο. Παράλληλα σχεδιάσαμε το διάγραμμα δύναμης F οριζόντιας μετατόπισης  $\Delta$  του κόμβου αναφοράς, καθώς και το αντίστοιχο διάγραμμα αδιαστατοποιώντας τις δυο αυτές μεταβλητές, με την πλήρη πλαστική δύναμη  $F_p$  και την διαμήκη διάσταση L της πλάκας αντίστοιχα.

α)

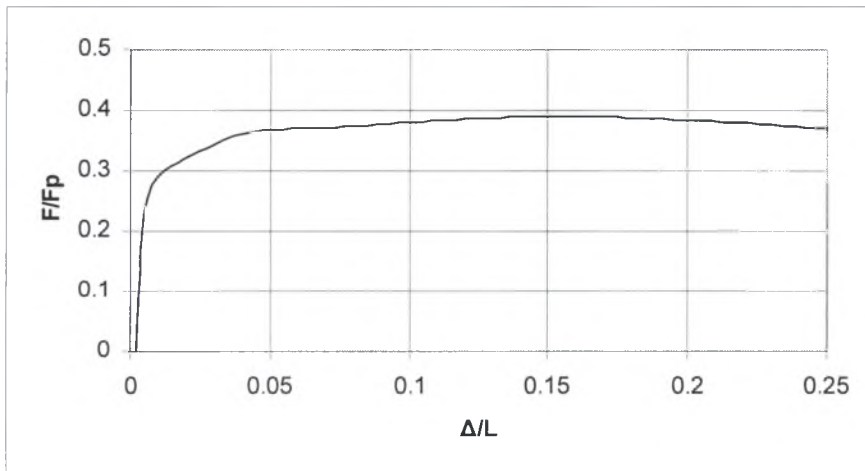


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 2256 kN

β)



γ)

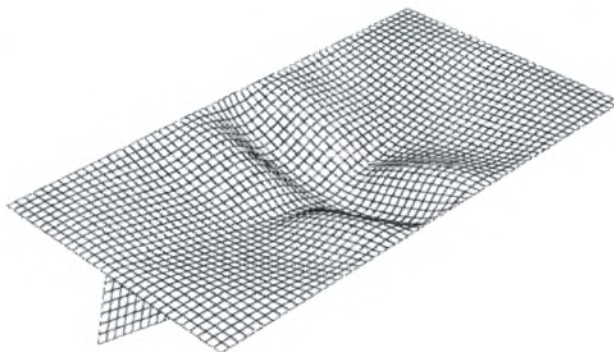


Σχ.[3.7] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 1m x 1m

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

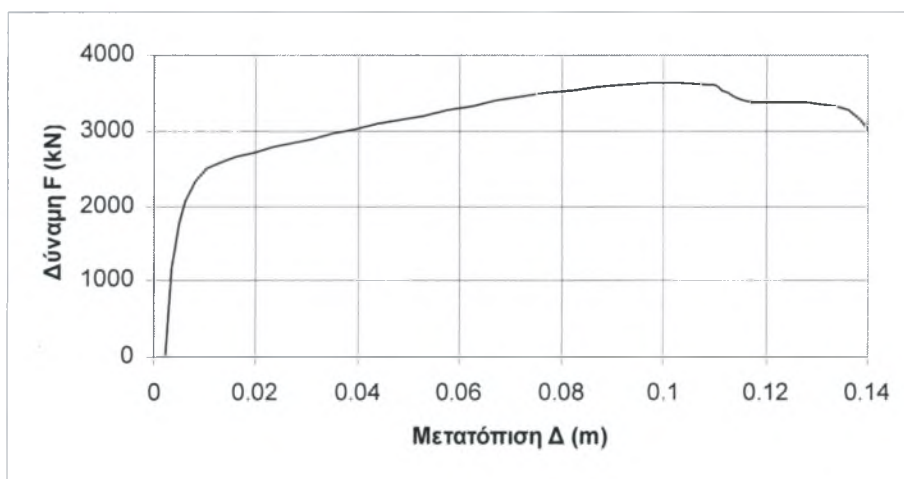
γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_y$ )

α)

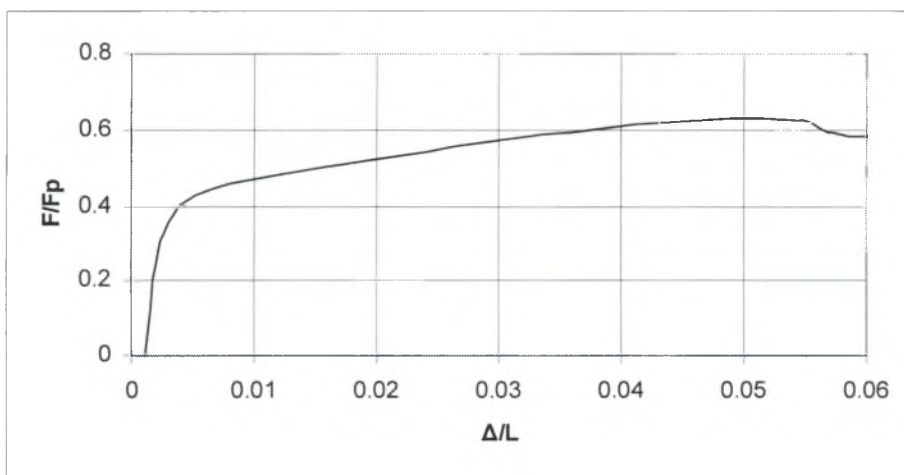


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3639.55 kN

β)



γ)



Σχ.[3.8] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 1m x 2m

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

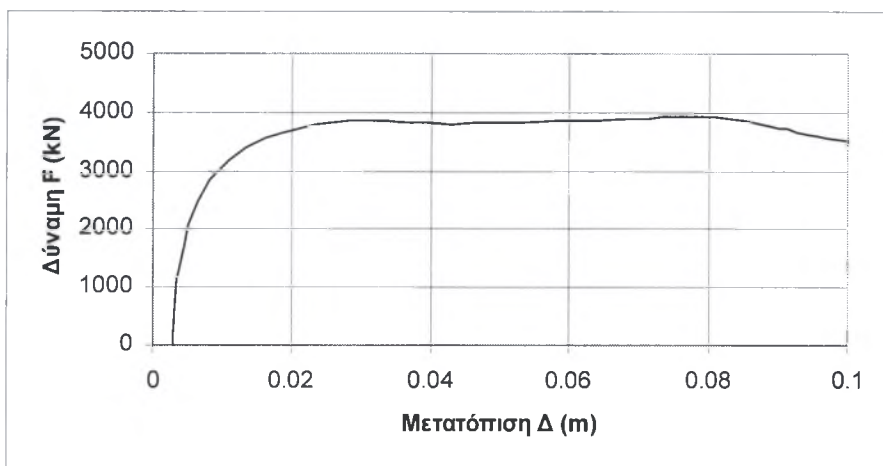
γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_Y$ )

α)

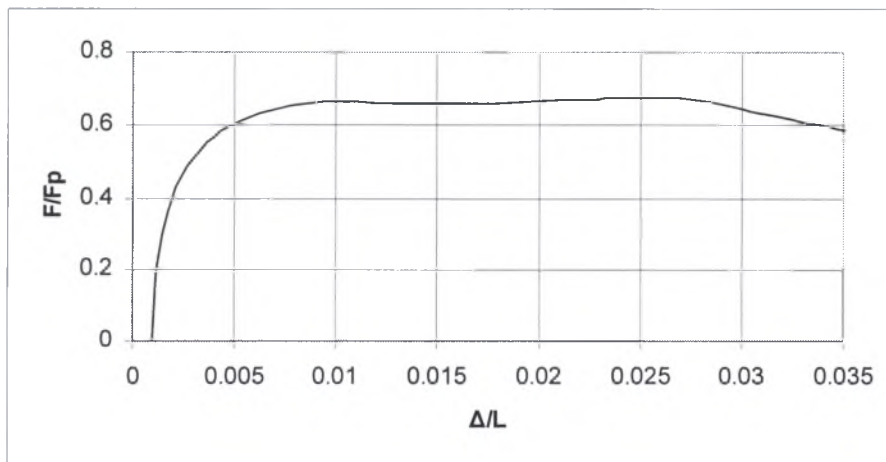


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3929.99 kN

β)



γ)



Σχ.[3.9] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 1m x 3m

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

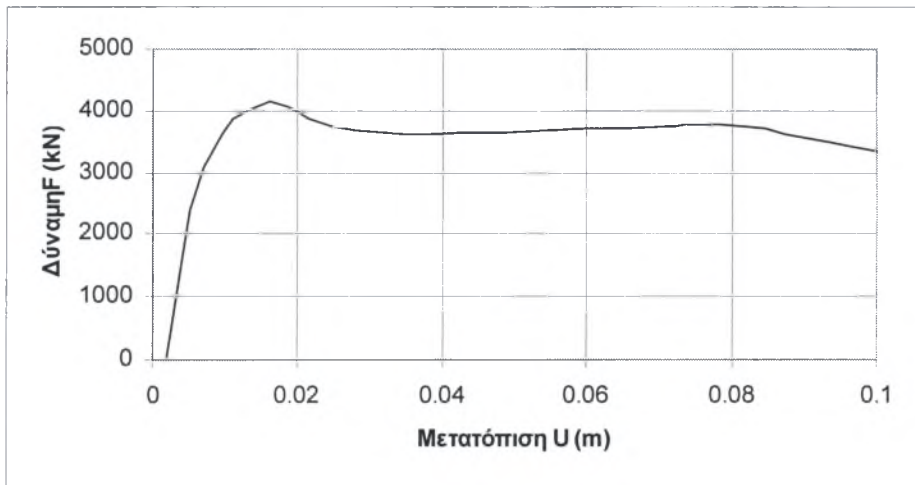
γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_y$ )

α)

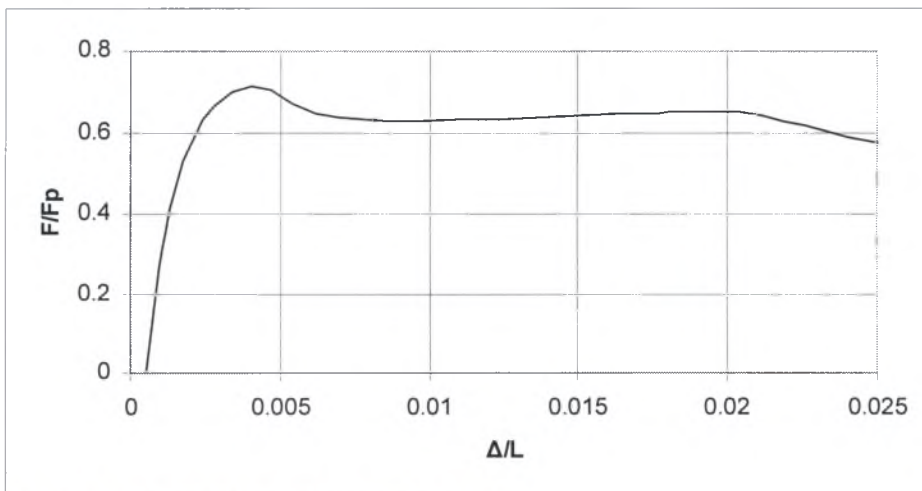


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 4137.62 kN

β)



γ)

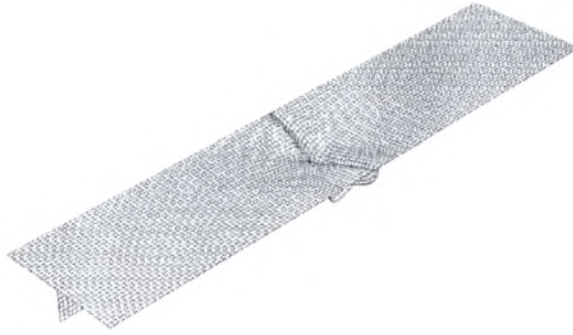


Σχ.[3.10] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 1m x 4m

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

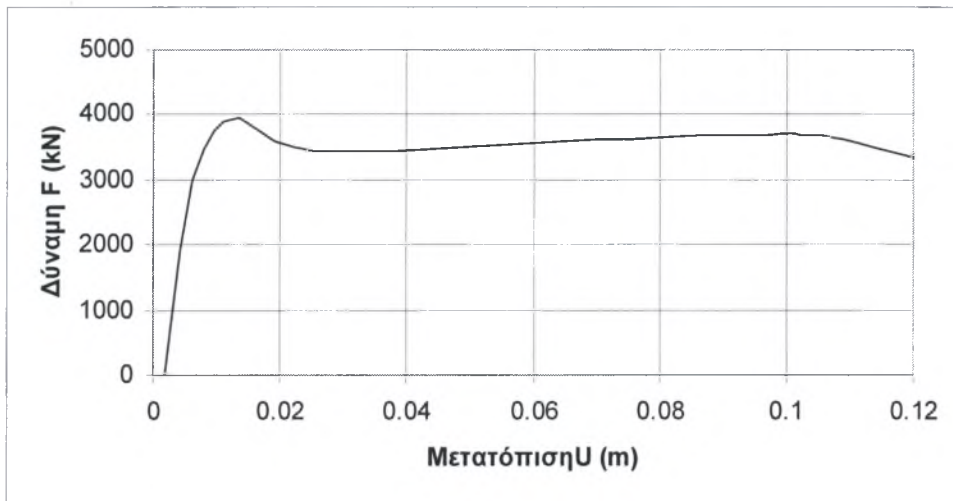
γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_Y$ )

α)

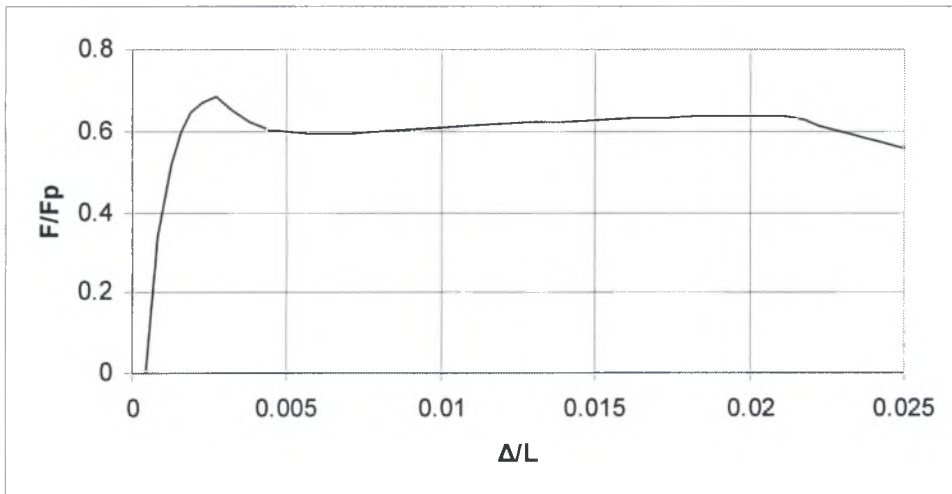


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3954.23 kN

β)



γ)



Σχ.[3.11] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 1m x 5m

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_y$ )

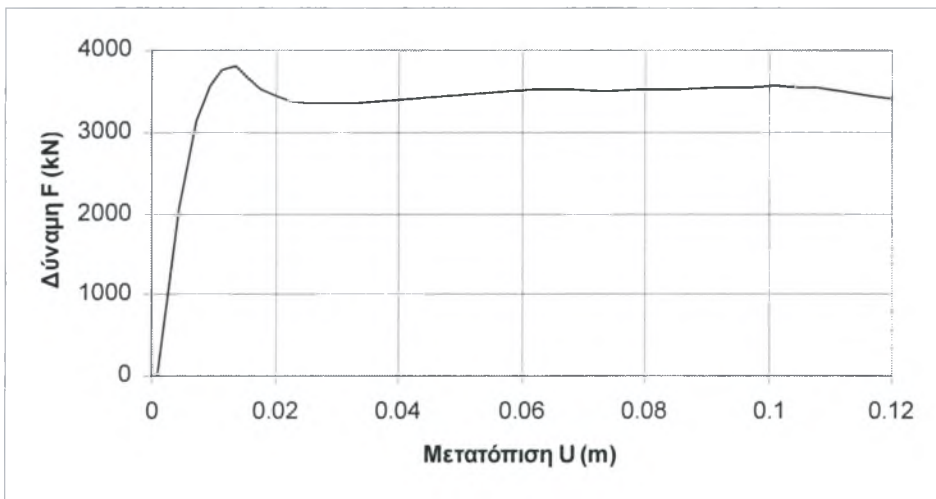


α)

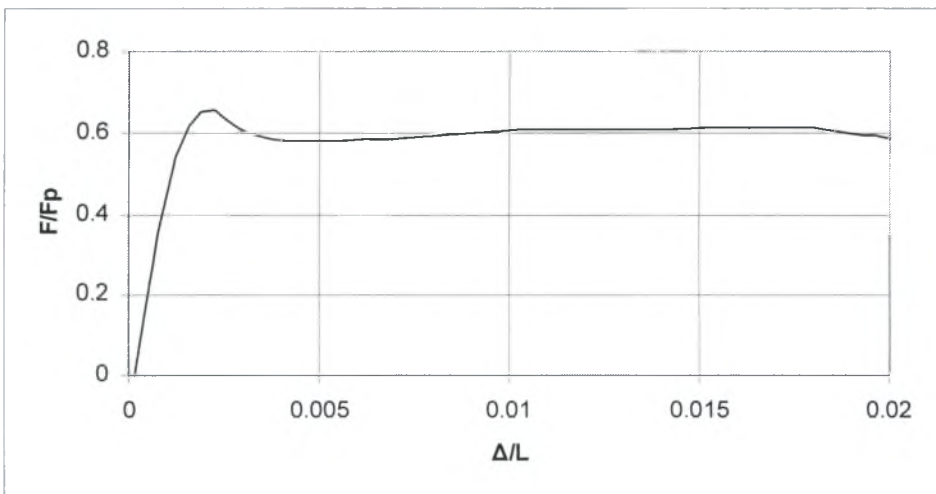


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3797.82 kN

β)



γ)

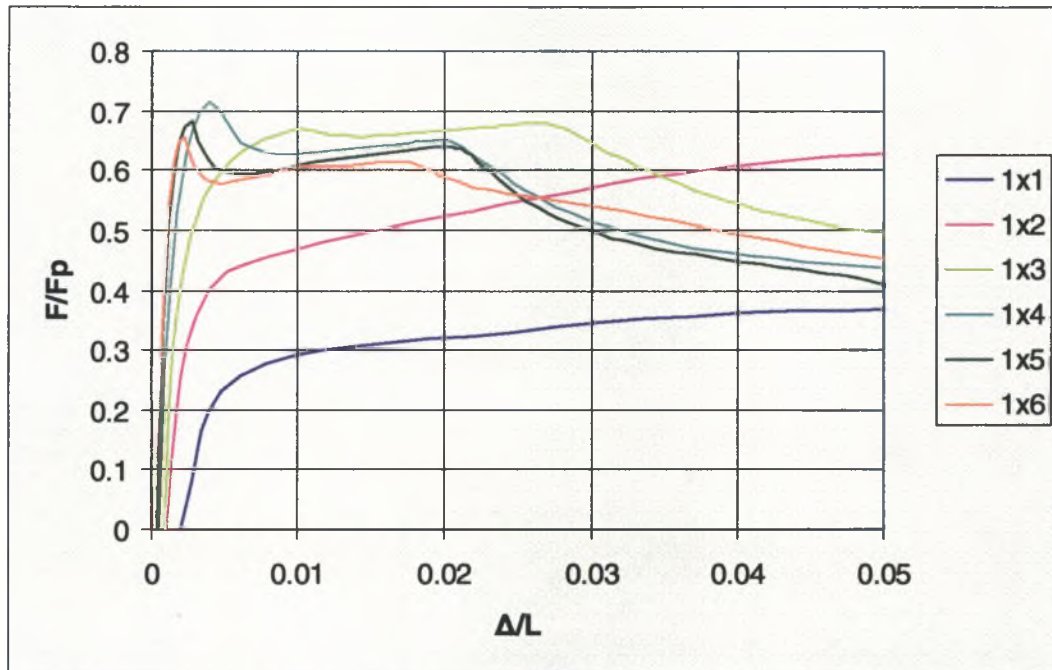


Σχ.[3.12] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 1m x 6m

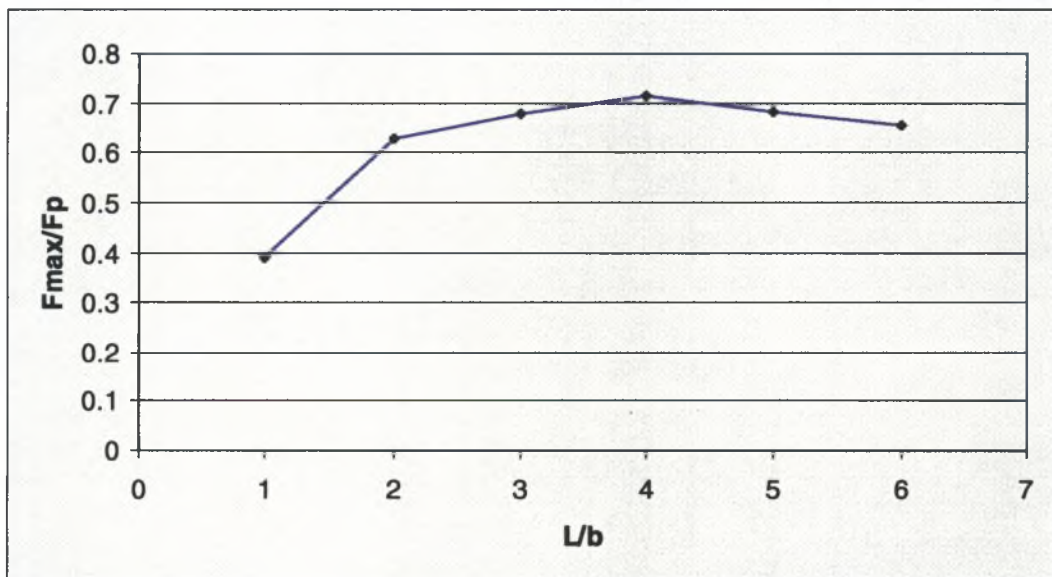
β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_y$ )

Συγκεντρωτικά για τα έξι μοντέλα έχουμε τα ακόλουθα διαγράμματα:



Σχ.[3.13] Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης δύναμης – μετατόπισης

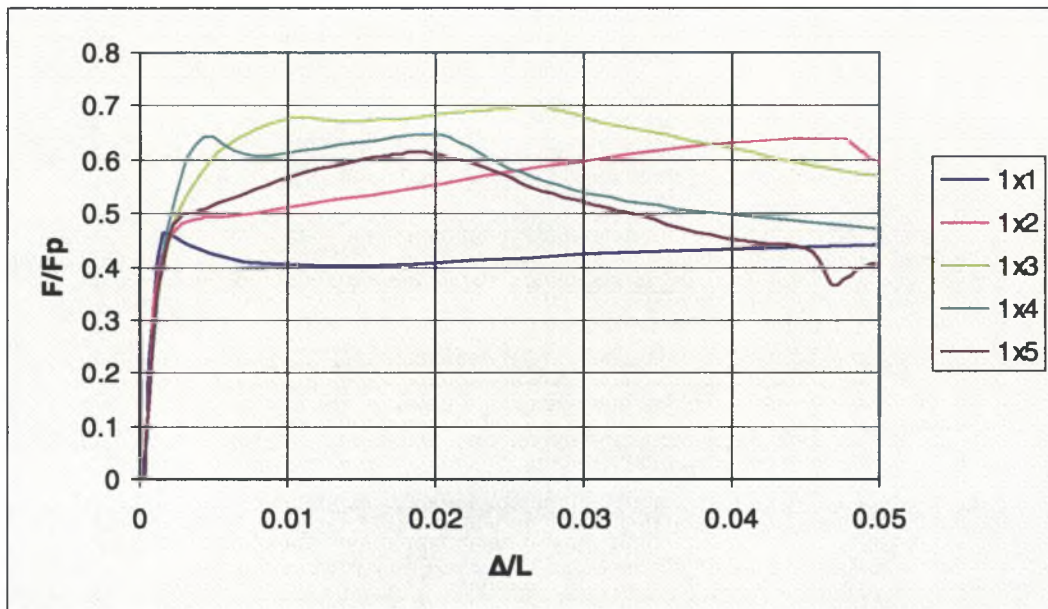


Σχ.[3.14] Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης δύναμης – λόγου  $L/b$

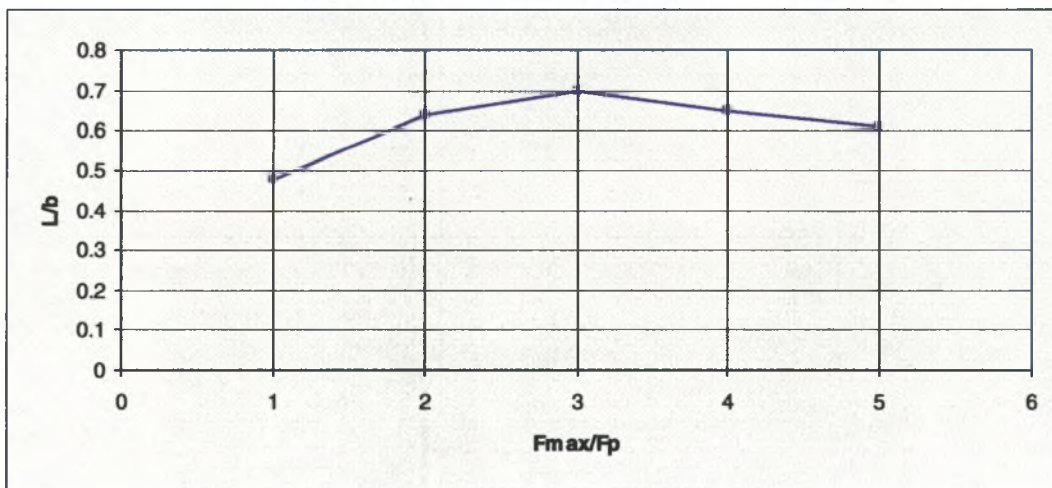
Επαναλάβαμε την διαδικασία της ανάλυσης που περιγράψαμε για όλα τα μοντέλα, επιβάλλοντας σε καθένα από αυτά μια αρχική παραμόρφωση που ήταν συνάρτηση των διαστάσεων του. Με αυτό τον τρόπο θέλαμε να επιτύχουμε μια αντικειμενικότερη σύγκριση μεταξύ τους. Η μορφή αστοχίας ήταν η ίδια που παρουσιάστηκε στις προηγούμενες αναλύσεις για καθένα από τα μοντέλα. Εξετάσαμε δύο περιπτώσεις:

**A) Αρχική μετατόπιση ίση με (L/100)cm:**

Συγκεντρωτικά για τα έξι μοντέλα έχουμε τα ακόλουθα διαγράμματα:

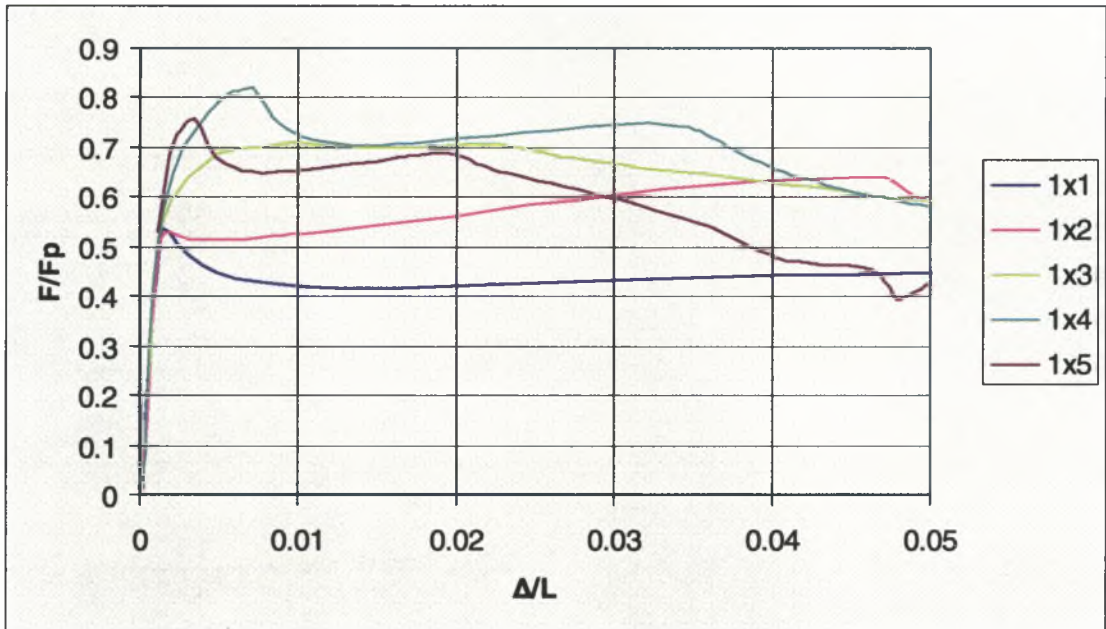


Σχ.[3.15] Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης δύναμης – μετατόπισης

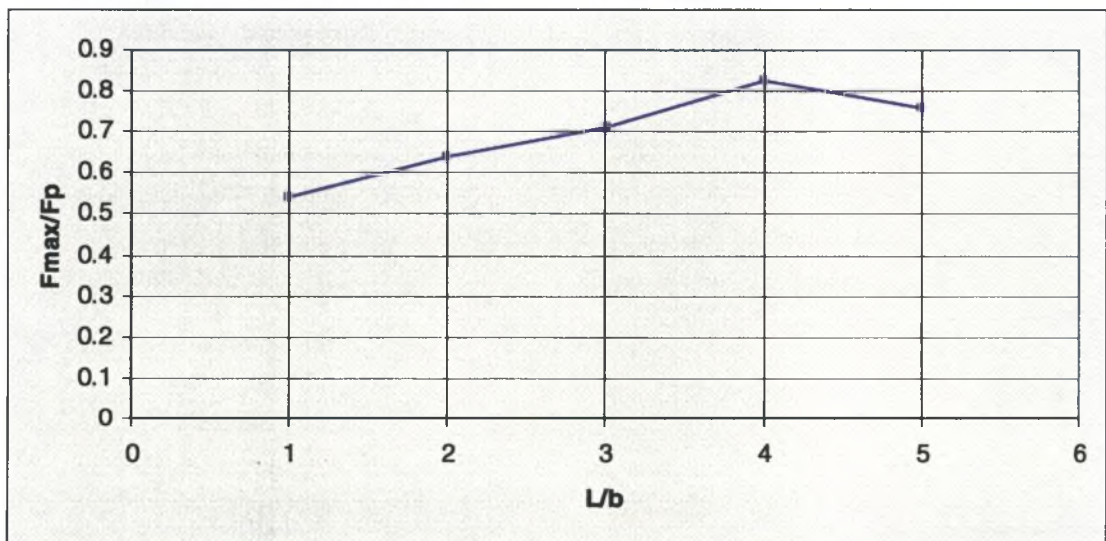


Σχ.[3.16] Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης δύναμης – λόγου L/b

B) Αρχική μετατόπιση ίση με  $(L/200)$ cm:



Σχ.[3.17] Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης δύναμης – μετατόπισης

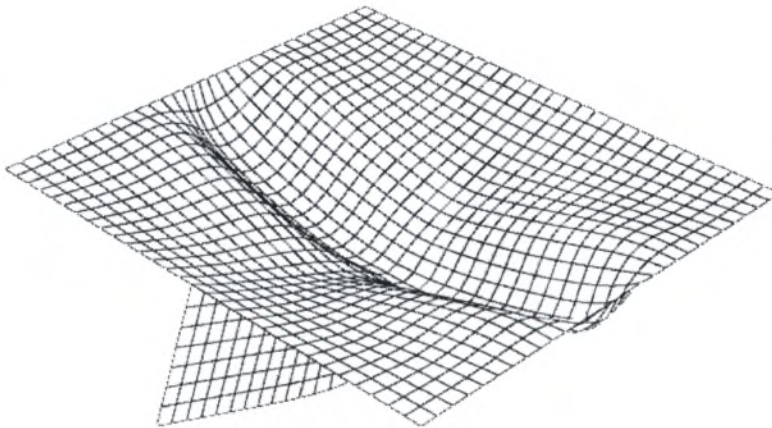


Σχ.[3.18] Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης δύναμης – λόγου  $L/b$

### 3.1.4) Επίδραση του μεγέθους της αρχικής ατέλειας

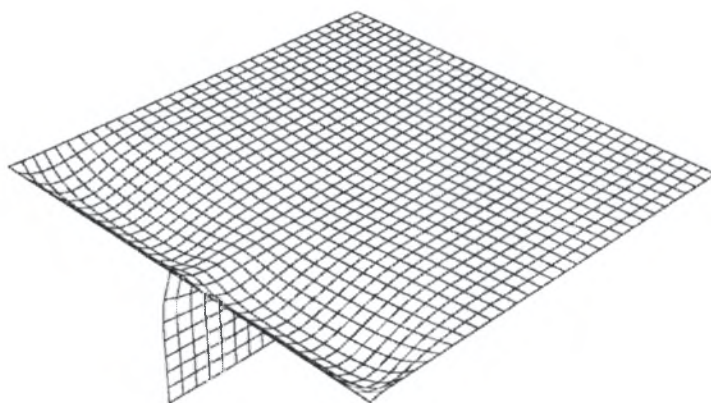
Παρατηρήσαμε πως για την συγκεκριμένη περίπτωση ενισχυμένων πλακών με ένα νεύρο, η αρχική ατέλεια που επιβάλλαμε κατά την ανάλυση έπαιξε σοβαρό ρόλο στην αστοχία της πλάκας, όπως φαίνεται και από την μορφή λυγισμού όλων των μοντέλων. Στην συνέχεια παραθέτουμε αναλύσεις που έχουν σκοπό να μελετήσουν την επίδραση της αρχικής ατέλειας τόσο στη μορφή αστοχίας, όσο και στο μέγιστο επιβαλλόμενο φορτίο. Όπως έχουμε ήδη περιγράψει, η αρχική ατέλεια όλων των μοντέλων που παρουσιάσαμε, ήταν μια εγκάρσια (κάθετη) μετατόπιση στο κέντρο της πλάκας κατά 5cm. Επαναλάβαμε την διαδικασία ανάλυσης που περιγράψαμε νωρίτερα αλλάζοντας όμως αυτή την φορά την αρχική ατέλεια του μοντέλου. Για το σκοπό αυτό επιλέξαμε το μοντέλο ενισχυμένης πλάκας ενός νεύρου διαστάσεων 1m x 1m.

Στα τέσσερα πρώτα μοντέλα η αρχική ατέλεια επέδρασε στο κέντρο της πλάκας και ήταν της τάξεως των 0.5 , 1, 2 και 3 cm αντίστοιχα. Σε αυτά παρουσιάστηκε μια κοινή μορφή αστοχίας, η οποία εικονίζεται στο σχήμα [3.19] που ακολουθεί:



Σχ.[3.19] Κοινή μορφή αστοχίας

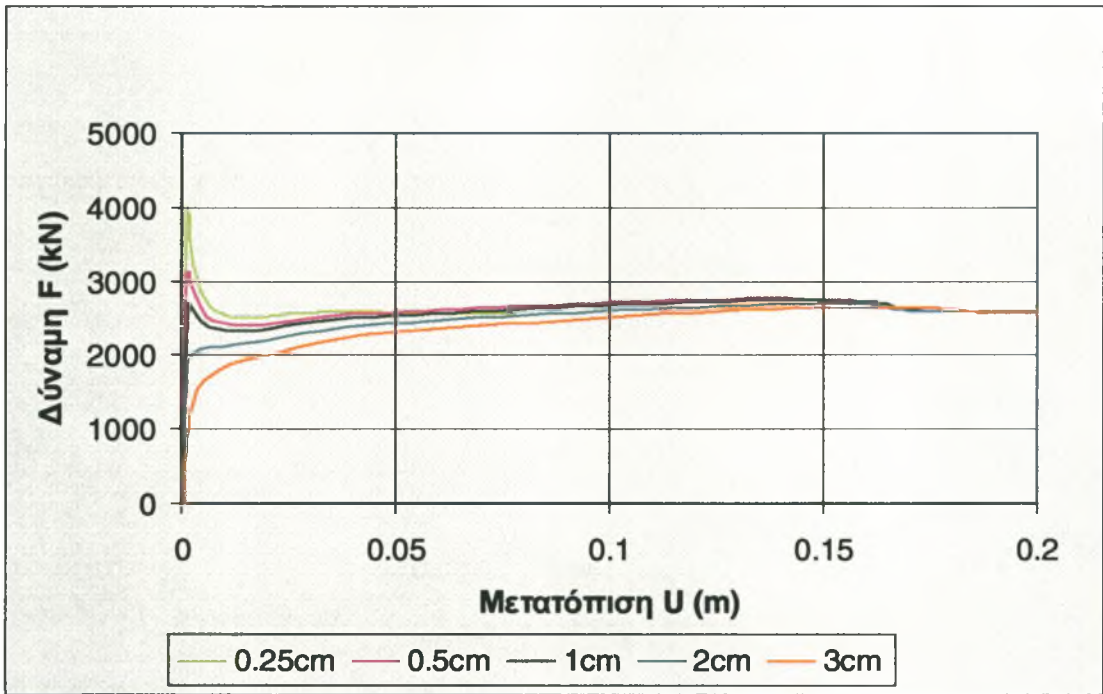
Εν συνεχεία ελαττώσαμε ακόμα περισσότερο την αρχική ατέλεια του μοντέλου, οπότε επιβάλλαμε μια αρχική κάθετη μετατόπιση της τάξεως των 0,25cm. Κατόπιν της ανάλυσης παρουσιάστηκε μια νέα μορφή αστοχίας που εικονίζεται στο σχήμα [3.20] που ακολουθεί:



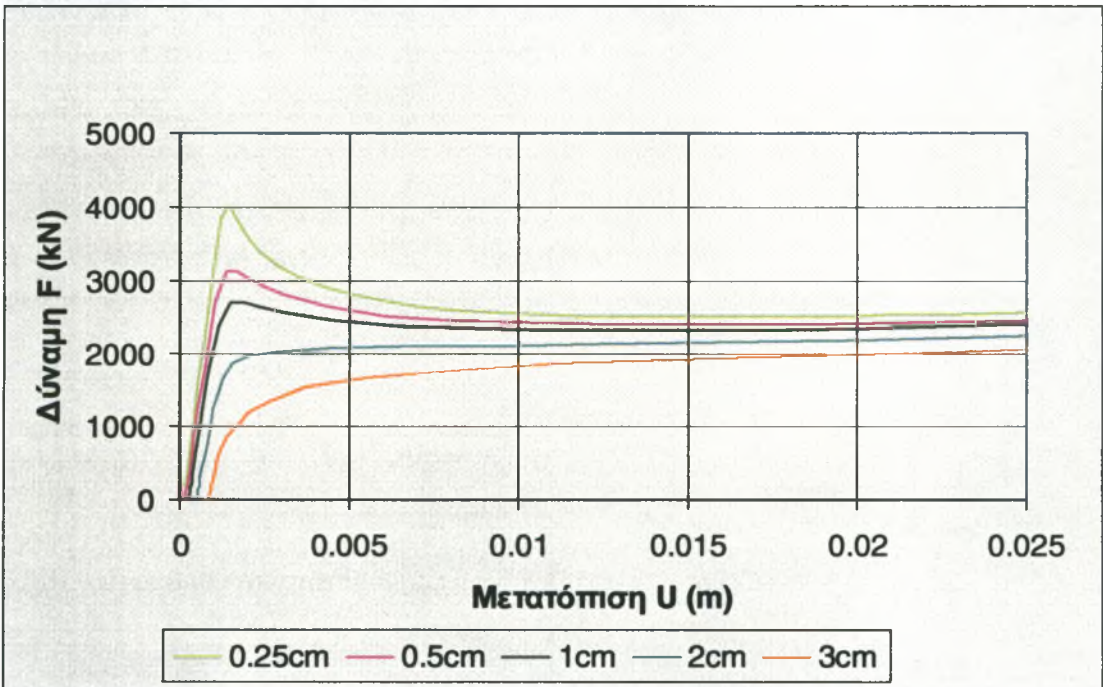
Σχ.[3.20] Μορφή αστοχίας για αρχική παραμόρφωση 0,25cm

Παρατηρούμε λοιπόν πως παρά την ίδια μορφή αρχικής ατέλειας στις αναλύσεις που προαναφέραμε, η μορφή αστοχίας δεν είναι πάντα η ίδια. Για αρχική μετατόπιση ίση με 0.25cm, η ύπαρξη του ενισχυτικού νεύρου επιδρά με τέτοιο τρόπο, ώστε η αρχική ατέλεια της κατασκευής δεν είναι αρκετά μεγάλη και δεν ωθεί την κατασκευή προς την μορφή αστοχίας που φαίνεται στο σχήμα [3.19].

Στην συνέχεια στο σχήμα [3.21] παραθέτουμε σε κοινό διάγραμμα την γραφική παράσταση δύναμης –μετατόπισης για όλες τις περιπτώσεις αρχικής ατέλειας, ώστε να φανεί η επίδρασή της στην συμπεριφορά της κατασκευής.



Σχ.[3.21] Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης για διάφορες αρχικές ατέλειες

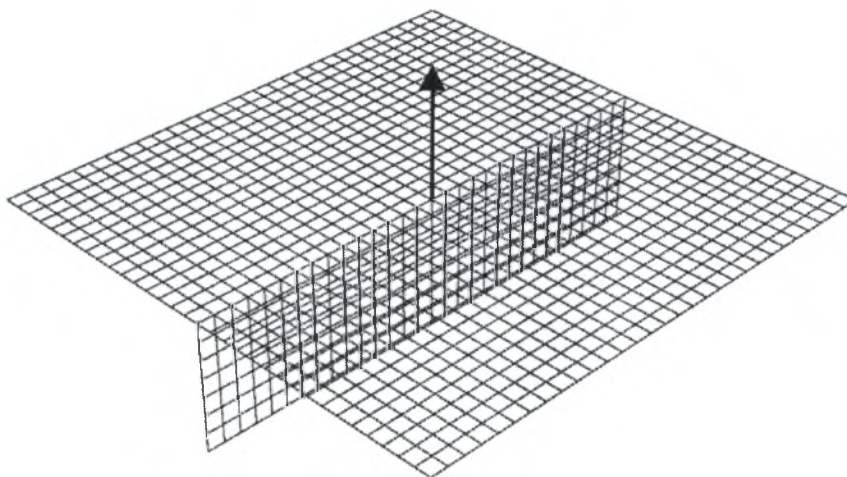


Σχ.[3.22] Μεγέθυνση Διαγράμματος δύναμης – μετατόπισης

### 3.1.5) Επίδραση αρχικής ατέλειας διαφορετικών μορφών

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε τις αναλύσεις που κάναμε για αρχική ατέλεια διαφορετικής μορφής από αυτή που περιγράψαμε έως τώρα. Σκοπός μας είναι να μελετήσουμε την επίδραση της αρχικής ατέλειας τόσο στη μορφή αστοχίας, όσο και στο μέγιστο επιβαλλόμενο φορτίο.

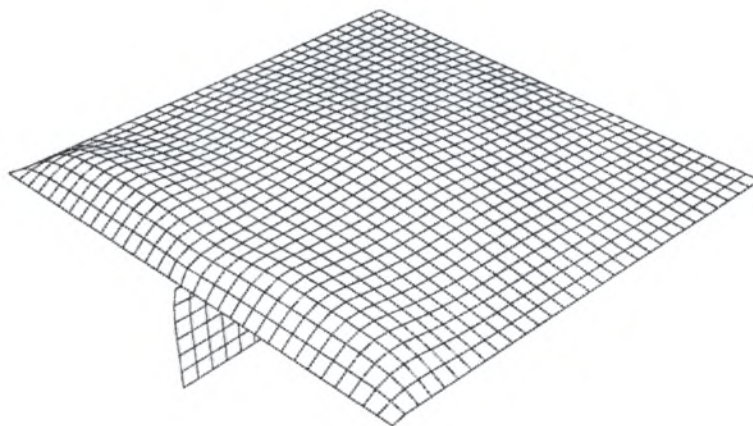
Στα επόμενα δύο μοντέλα που ακολουθούν επαναλάβαμε την διαδικασία της μη γραμμικής ανάλυσης που περιγράψαμε νωρίτερα. Επιλέξαμε το μοντέλο ενισχυμένης πλάκας ενός νεύρου διαστάσεων  $1m \times 1m$ . Στο πρώτο βήμα της ανάλυσης επιβάλαμε αρχική ατέλεια στο κέντρο της πλάκας αντίθετης φοράς από αυτή των προηγούμενων περιπτώσεων, όπως εικονίζεται στο σχήμα [3.23] που ακολουθεί.



Σχ.[3.23] Επιβολή αρχικής ατέλειας

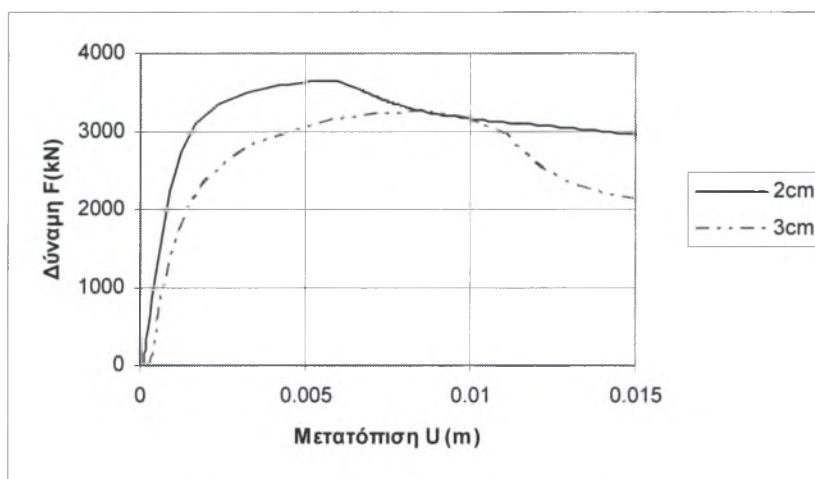
Διεξάγαμε δύο αναλύσεις για την συγκεκριμένη μορφή αρχικής μετατόπισης, 2cm και 3cm αντίστοιχα. Η νέα μορφή αστοχίας που πήραμε για τις δύο αυτές αναλύσεις ήταν κοινή και εικονίζεται στο σχήμα [3.24] που ακολουθεί.





Σχ.[3.24] Κοινή μορφή αστοχίας

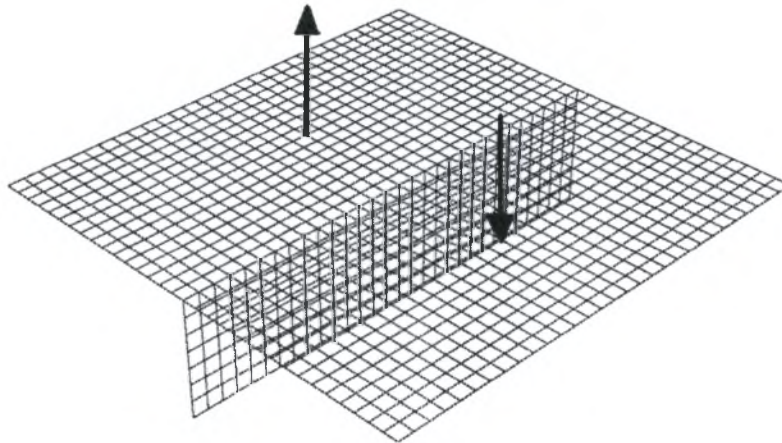
Παρατηρούμε πως και σε αυτή την περίπτωση η μορφή της αρχικής ατέλειας επηρέασε την μορφή αστοχίας και για τις δύο αυτές αναλύσεις. Στο σχήμα [3.25] εικονίζεται το κοινό διάγραμμα για τις περιπτώσεις αυτές, αρχικής ατέλειας δύο και τριών εκατοστών αντίστοιχα.



Σχ.[3.25] Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

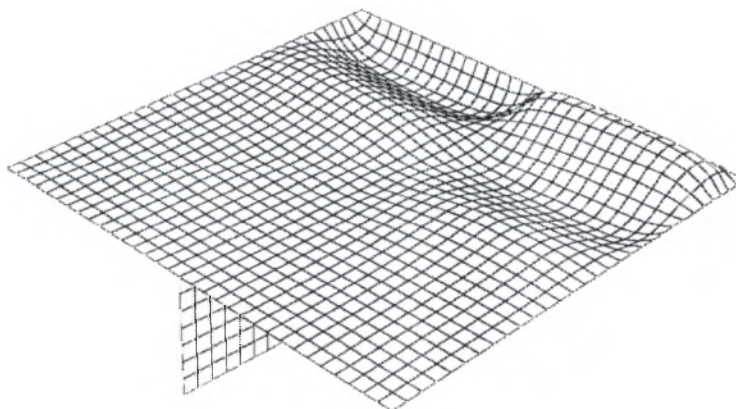
Το μέγιστο επιβαλλόμενο φορτίο στην περίπτωση αρχικής ατέλειας 2cm ήταν 3654 kN, ενώ αντίστοιχα για αρχική ατέλεια 3cm είχαμε μέγιστο φορτίο 3262 kN. Τα φορτία αυτά είναι μικρότερα των αντίστοιχων του σχήματος [3.22], διότι η διαφορετική ως προς την φορά αρχική μετατόπιση που επιβάλλαμε, οδήγησε την κατασκευή να αστοχήσει με τρόπο διαφορετικό από αυτόν της πρώτης ιδιομορφής.

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα από την ανάλυση μιας ακόμα διαφορετικής μορφής αρχικής ατέλειας. Επιλέξαμε το ίδιο μοντέλο ενισχυμένης πλάκας ενός νεύρου διαστάσεων  $1 \times 1 \text{ m}$ . Αυτή τη φορά επιβάλλαμε μια «αντισυμμετρική» ατέλεια στο μοντέλο. Στο κέντρο καθεμιάς από τις δύο επιφάνειες στις οποίες χωρίζει την πλάκα το ενισχυτικό, επιβάλλαμε από μια αρχική ατέλεια ενός εκατοστού αντίθετης όμως φοράς. Η επιβολή αυτή της αντισυμμετρικής ατέλειας παρουσιάζεται στο σχήμα [3.26] που ακολουθεί.



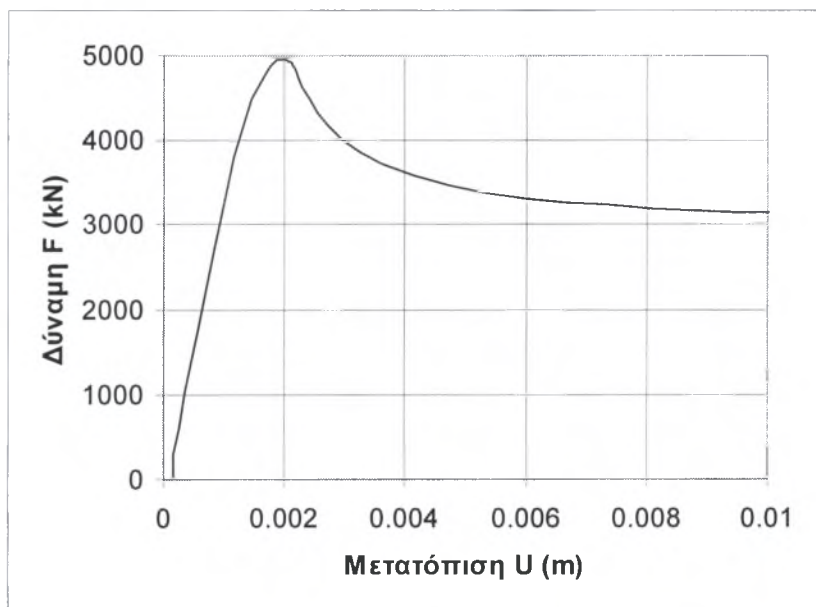
Σχ.[3.26] Επιβολή αρχικής ατέλειας «αντισυμμετρικής» μορφής

Από την συγκεκριμένη ανάλυση προέκυψε μια νέα μορφή αστοχίας η οποία εικονίζεται ακολούθως στο σχήμα [3.27].



Σχ.[3.27] Μορφή αστοχίας

Στην περίπτωση της αντισυμμετρικής ατέλειας σημειώθηκε μια μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη της τάξεως των 4962 kN. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε πως η συγκεκριμένη τιμή για το μέγιστο φορτίο, ήταν η μεγαλύτερη που παρουσιάστηκε στο σύνολο όλων των αναλύσεων που διεξάγαμε για την πλάκα ενός ενισχυτικού διαστάσεων 1x1m. Στο σχήμα [3.28] εικονίζεται το διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης.

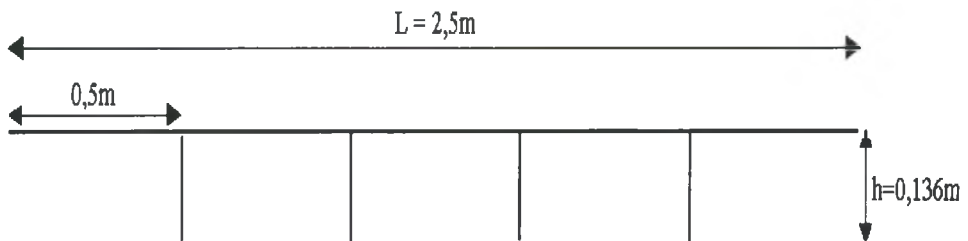


Σχ.[3.28] Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

Συμπερασματικά παρατηρούμε πως η αρχική ατέλεια είναι ένας σημαντικός παράγοντας κατά την μονοαξονική θλίψη ενισχυμένης ορθογωνικής πλάκας (όπως άλλωστε και σε πολλές λεπτότοιχες κατασκευές). Η επίδραση της αφορά τόσο την μορφή αστοχίας όσο και το φορτίο λυγισμού της κατασκευής. Όσο μειώνεται η αρχική ατέλεια τόσο μεγαλύτερο είναι το φορτίο που μπορεί να δεχτεί η πλάκα χωρίς να αστοχήσει (για ατέλεια της ίδιας μορφής). Είναι όμως σημαντικό όπως φαίνεται στο σχήμα [3.21] ότι η μεταλυγισμική συμπεριφορά της πλάκας για ίδια μορφή αρχικής ατέλειας παραμένει η ίδια ανεξαρτήτως του μεγέθους της αρχικής ατέλειας αυτής. Επίσης, διαφορετική μορφή ατέλειας μπορεί να οδηγήσει σε τελείως διαφορετική συμπεριφορά.

### 3.2) Ορθογωνική πλάκα τεσσάρων ενισχυτικών ελασμάτων

Στο τμήμα αυτό της εργασίας μελετάμε την συμπεριφορά ελαστοπλαστικών πλακών με τέσσερα ενισχυτικά νεύρα. Στόχος είναι ο υπολογισμός του οριακού φορτίου της ενισχυμένης πλάκας. Η μελέτη έγινε για μια σειρά πλακών διαφορετικού μήκους, διατηρώντας τα υπόλοιπα γεωμετρικά στοιχεία όμοια σε κάθε μοντέλο. Εξετάστηκαν τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις για μήκος πλάκας τεσσάρων (4m), έξι (6m), οκτώ (8m) και δέκα (10m) μέτρων αντίστοιχα. Η κοινή εγκάρσια διατομή των μοντέλων και τα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά εικονίζονται στο σχήμα [3.29] που ακολουθεί. Τα ενισχυτικά της πλάκας ισαπέχουν μεταξύ τους. Το πάχος της πλάκας  $t$  είναι ίσο με 0,007m ενώ το πάχος των ενισχυτικών  $t_s$  ισούται με 0,0073m.



Σχ.[3.29] Εγκάρσια τομή της πλάκας

#### 3.2.1) Ανάλυση ιδιοτιμών

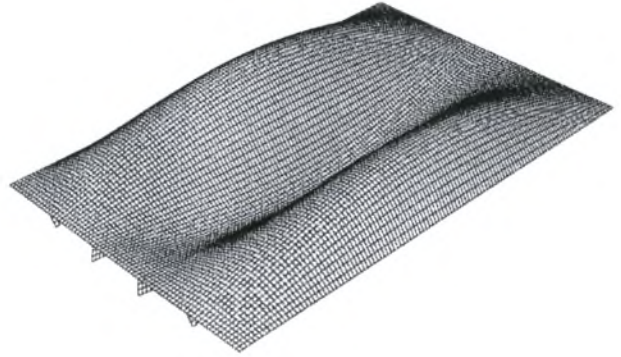
Πριν προχωρήσουμε στις μη γραμμικές αναλύσεις για τον υπολογισμό του οριακού φορτίου, διεξάγαμε ανάλυση ιδιοτιμών για να καταλήξουμε στο πλέγμα που θα χρησιμοποιήσουμε στην συνέχεια. Η ανάλυση ιδιοτιμών πραγματοποιήθηκε για πλάκα διαστάσεων 2.5x4 m. Μελετήσαμε τα αποτελέσματα των επτά πρώτων ιδιοτιμών για τέσσερα διαφορετικά πλέγματα. Τα πλέγματα που σχεδιάσαμε ήταν 20x40, 40x80, 70x240 και 100x320 στοιχείων αντίστοιχα, ενώ για την ανάλυση χρησιμοποιήσαμε το στοιχείο κελύφους S4R. Η ανάλυση που πραγματοποιήσαμε είναι η ίδια που περιγράφηκε για την ορθογωνική πλάκα ενός ενισχυτικού ελάσματος και ομοίως ακολουθήσαμε την ίδια διαδικασία σε ότι αφορά την φόρτιση και τις συνοριακές συνθήκες. Στην συνέχεια παρουσιάζουμε τις ιδιοτιμές που μας έδωσε καθένα από τα

παραπάνω πλέγματα, καθώς και τις αντίστοιχες ιδιομορφές κάθε περίπτωσης οι οποίες ήταν ίδιες ανεξαρτήτως πυκνότητας πλέγματος:

### Πρώτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 20x40 :  $F_1 = 13.727 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_1 = 13.235 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 70x240:  $F_1 = 13.108 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 100x320:  $F_1 = 13.063 \text{ kN}$

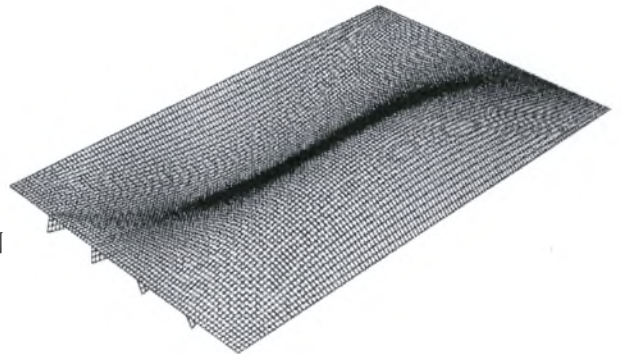
### Πρώτη ιδιομορφή



### Δεύτερη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 20x40 :  $F_2 = 13.854 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_2 = 13.412 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 70x240:  $F_2 = 13.281 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 100x320:  $F_2 = 13.221 \text{ kN}$

### Δεύτερη ιδιομορφή



### Τρίτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 20x40 :  $F_3 = 18.637 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_3 = 17.650 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 70x240:  $F_3 = 17.425 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 100x320:  $F_3 = 17.361 \text{ kN}$

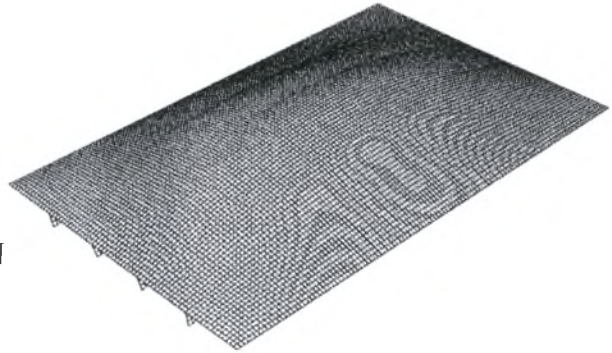
### Τρίτη ιδιομορφή



### Τέταρτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 20x40 :  $F_4 = 21.376 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_4 = 20.749 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 70x240:  $F_4 = 20.590 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 100x320:  $F_4 = 20.533 \text{ kN}$

### Τέταρτη ιδιομορφή



### Πέμπτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 20x40 :  $F_5 = 23.636 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_5 = 21.795 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 70x240:  $F_5 = 21.391 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 100x320:  $F_5 = 21.280 \text{ kN}$

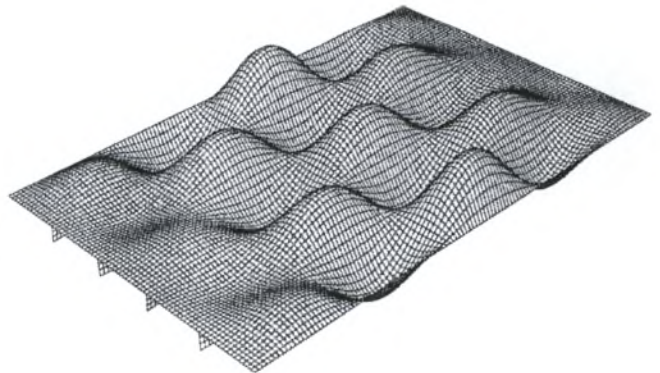
### Πέμπτη ιδιομορφή



### Έκτη ιδιοτιμή

- Για πλέγμα 20x40 :  $F_6 = 24.251 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_6 = 22.357 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 70x240:  $F_6 = 21.925 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 100x320:  $F_6 = 21.844 \text{ kN}$

### Έκτη ιδιομορφή



### Έβδομη ιδιοτιμή

### Έβδομη ιδιομορφή

- Για πλέγμα 20x40 :  $F_7 = 24.354 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 40x80:  $F_7 = 22.430 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 70x240:  $F_7 = 22.012 \text{ kN}$
- Για πλέγμα 100x320:  $F_7 = 21.908 \text{ kN}$



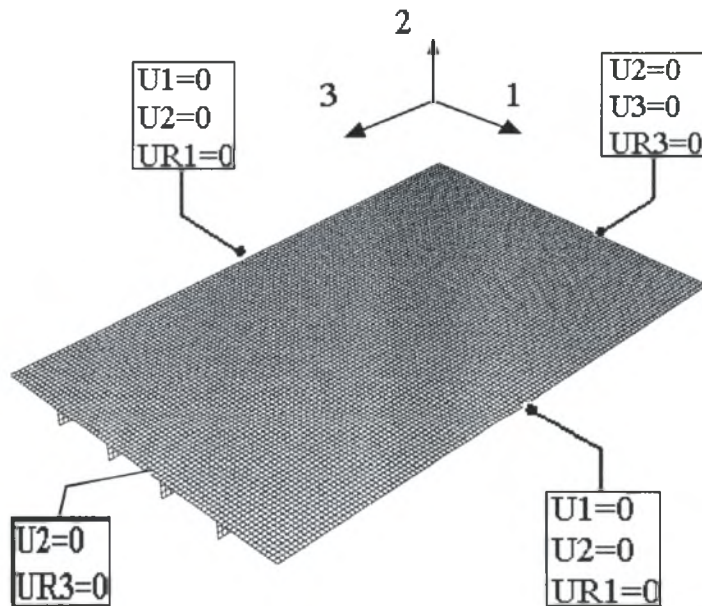
Μετά την ανάλυση ιδιοτιμών και την μελέτη των αποτελεσμάτων, επιλέγουμε το πλέγμα που θα χρησιμοποιήσουμε στις επόμενες αναλύσεις μας. Το πλέγμα αυτό είναι το 70x240 αφού για όλες τις ιδιοτιμές έδωσε αποτελέσματα πολύ κοντά σε αυτά του πολύ πιο «πυκνού» πλέγματος 100x320.

### 3.2.2) Αξονική θλίψη ορθογωνικής πλάκας τεσσάρων ενισχυτικών ελασμάτων

Σε αυτό το κομμάτι της εργασίας όπως προαναφέραμε, θα μελετήσουμε την συμπεριφορά ενισχυμένων με τέσσερα ελάσματα πλακών κατά την αξονική θλίψη, για διαφορετικά μήκη. Για τη ανάλυση θα χρησιμοποιήσουμε το στοιχείο S4R ενώ ισχύουν τα γεωμετρικά στοιχεία που περιγράφονται στο σχήμα [3.29]. Το υλικό είναι χάλυβας με τάση διαρροής  $\sigma_y = 275 \text{ MPa}$  και είναι το ίδιο με αυτό που χρησιμοποιήσαμε για την πλάκα με το ένα ενισχυτικό.

Η ανάλυση που πραγματοποιήσαμε σε κάθε μοντέλο ακολούθησε τα ίδια βήματα που περιγράψαμε για την περίπτωση της πλάκας του ενός ενισχυτικού ελάσματος και παρουσιάζεται εν συντομία σχηματικά παρακάτω:

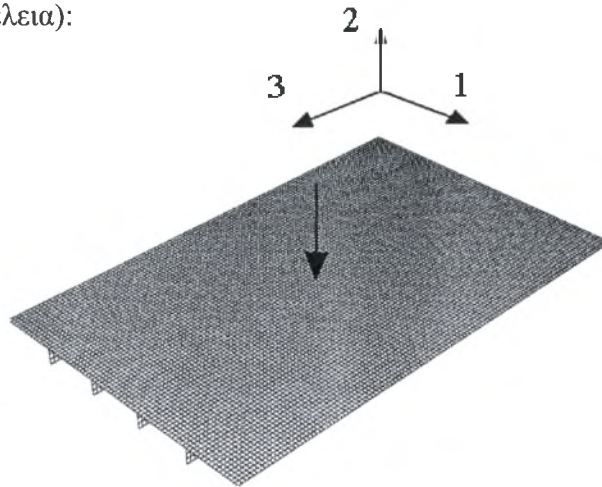
- Συνοριακές συνθήκες σε κάθε πλευρά:



Σχ.[3.30] Αρχική κατάσταση



- Βήμα 1<sup>ο</sup> (Αρχική ατέλεια):



Σχ.[3.31] Επιβολή αρχικής ατέλειας

Επιβάλλουμε στον κόμβο του κέντρου της πλάκας που υποδεικνύεται από το βέλος στο σχήμα[3.31], να μετατοπιστεί κατά την διεύθυνση 2 κατά  $-0.05\text{m}$ .

- Βήμα 2<sup>ο</sup> (επιβολή φορτίου):

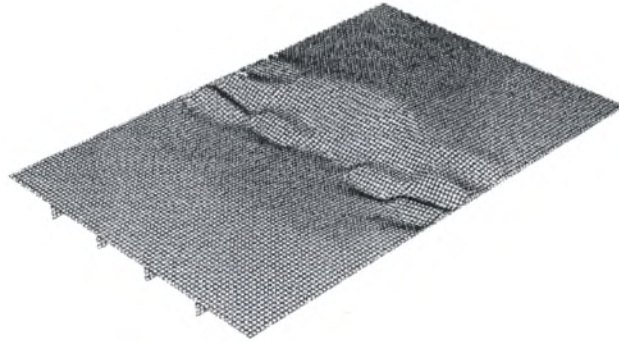


Σχ.[3.32] Επιβολή φορτίου

Το φορτίο εφαρμόζεται στον κόμβο του κέντρου της διατομής της πλάκας που υποδεικνύει το βέλος στο παραπάνω σχήμα. Ο κόμβος αυτός αποτελεί τον κόμβο αναφοράς για τους κόμβους της πλευράς της πλάκας στην οποία βρίσκεται. Η κινηματική εξάρτηση της πλευράς είναι όμοια με αυτή που περιγράψαμε για την πλάκα του ενός ενισχυτικού. Στην συνέχεια παραθέτουμε τα μοντέλα που υποβλήθηκαν στην ανάλυση που περιγράψαμε. Σε καθένα από τα μοντέλα παραθέτουμε την τελική μορφή αστοχίας και το μέγιστο επιβαλλόμενο φορτίο. Παράλληλα σχεδιάσαμε το διάγραμμα

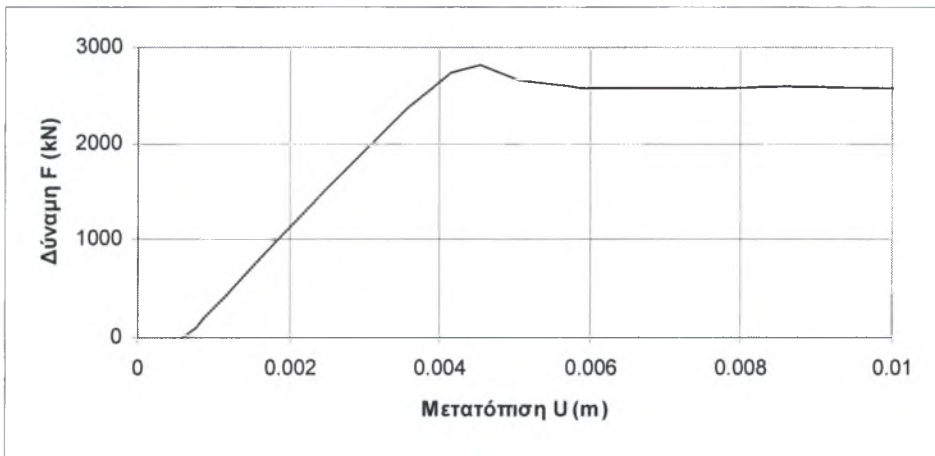
δύναμης μετατόπισης του κόμβου αναφοράς, καθώς και το αντίστοιχο διάγραμμα αδιαστατοποιώντας τις δυο αυτές μεταβλητές.

α)

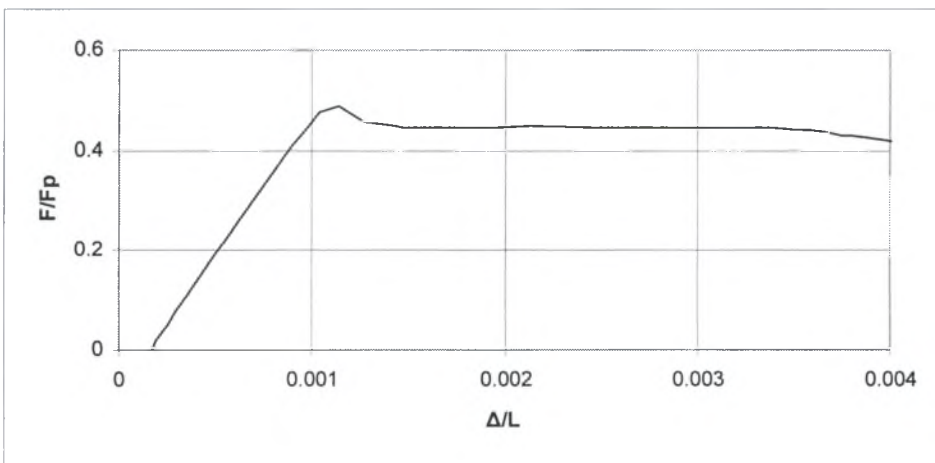


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 2821.84 kN

β)



γ)

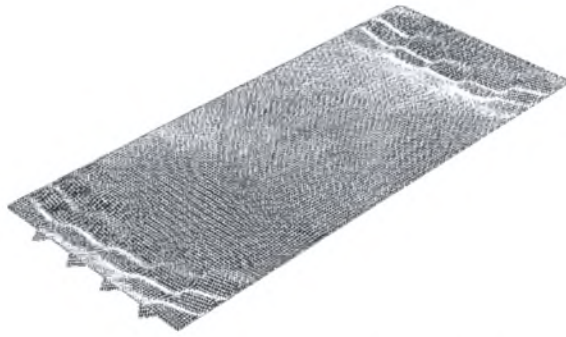


Σχ.[3.33] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 4m

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

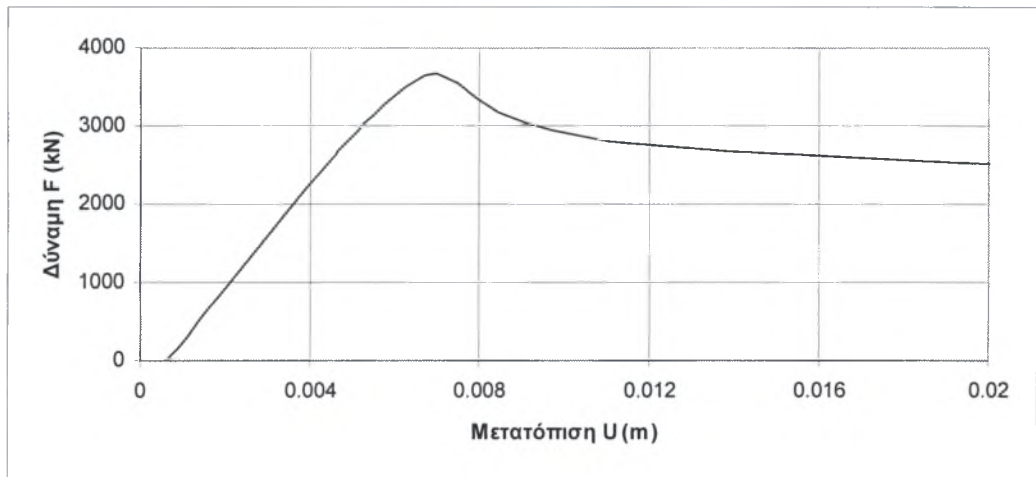
γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_Y$ )

α)

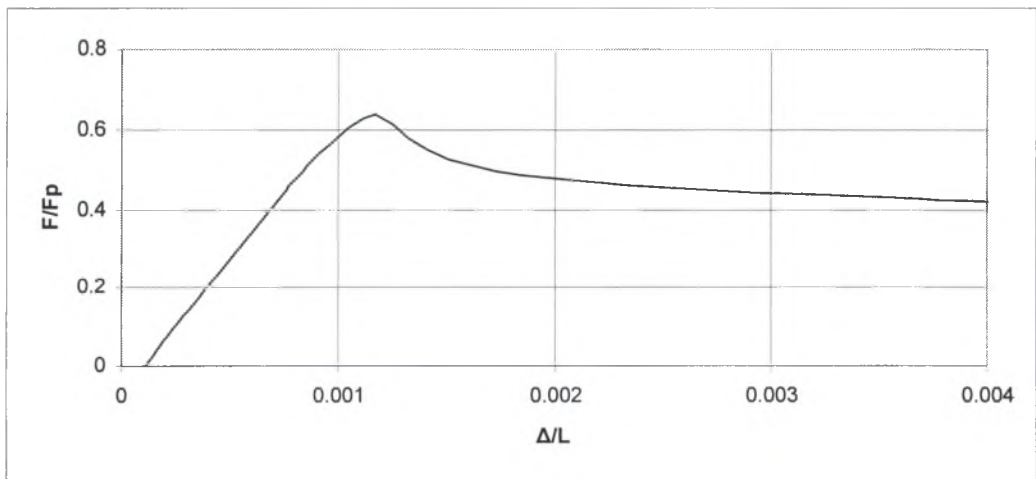


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3684.55 kN

β)



γ)



Σχ.[3.34] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 6m

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

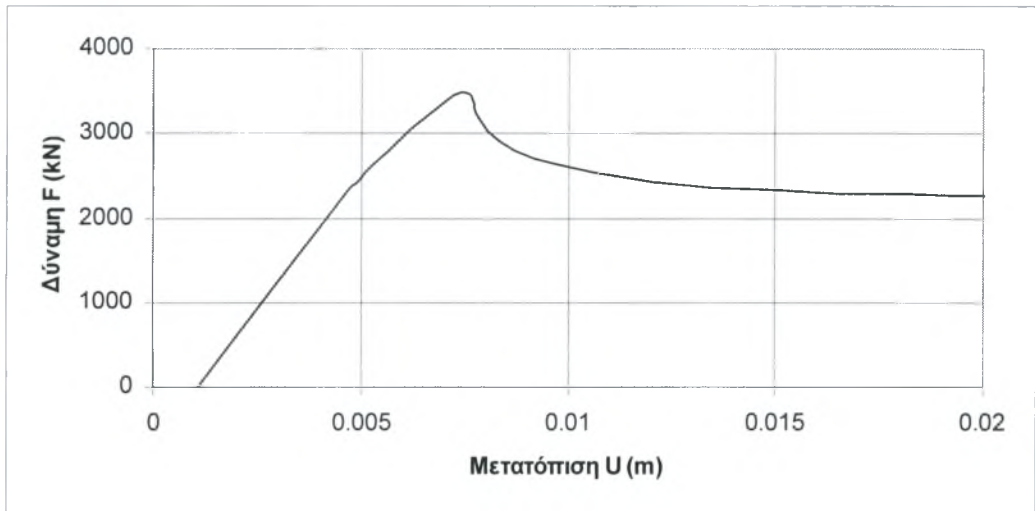
γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_y$ )

α)

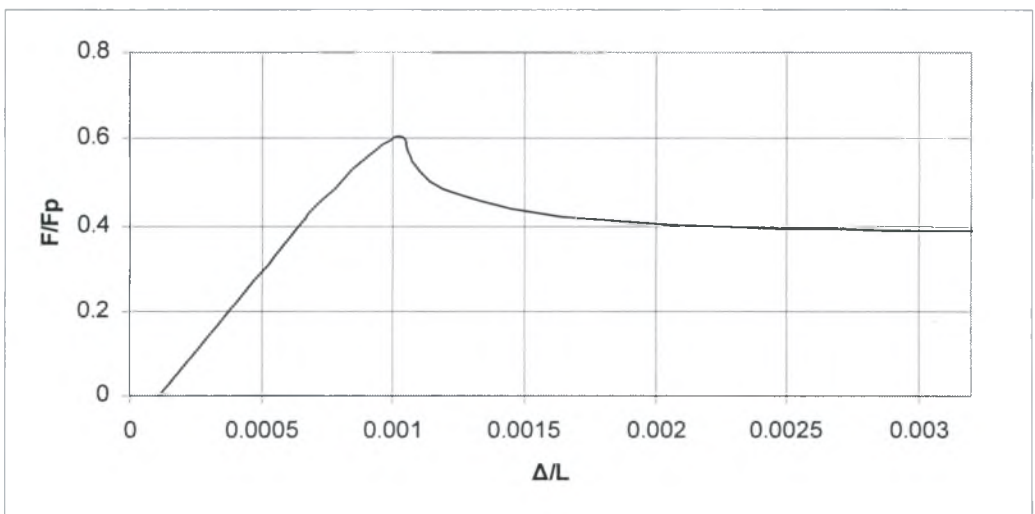


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3499 kN

β)



γ)

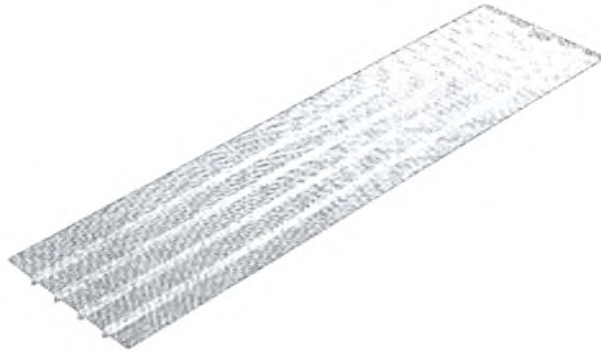


Σχ.[3.35] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 8m

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

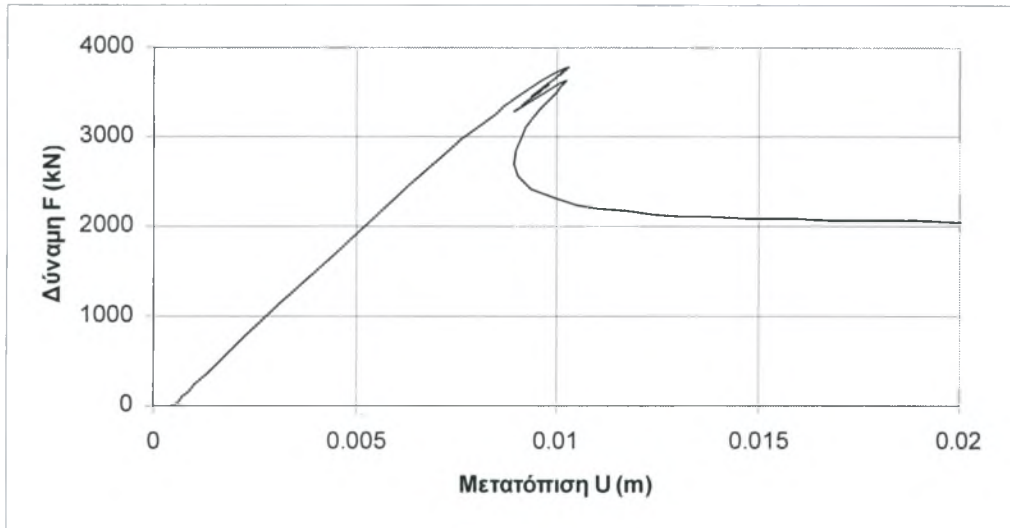
γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_y$ )

α)

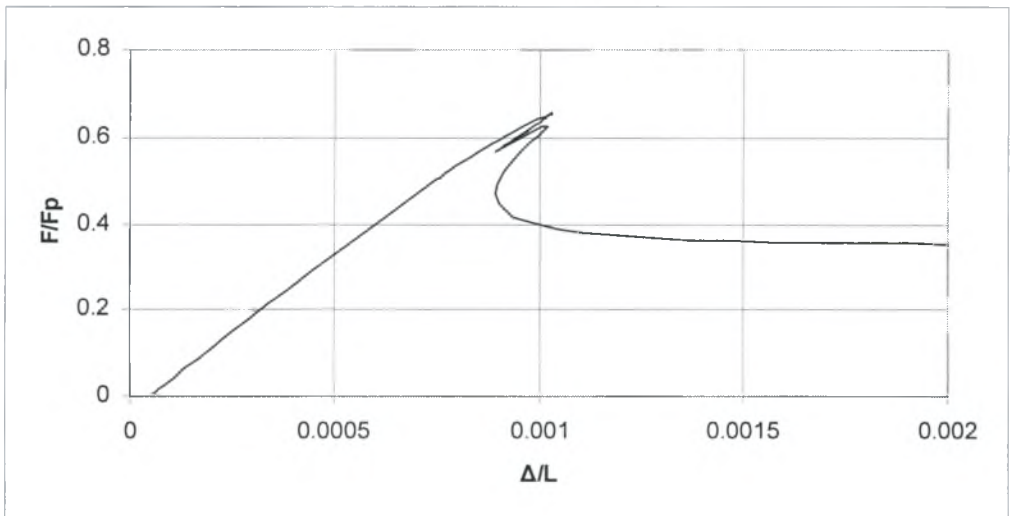


Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3789.54 kN

β)



γ)

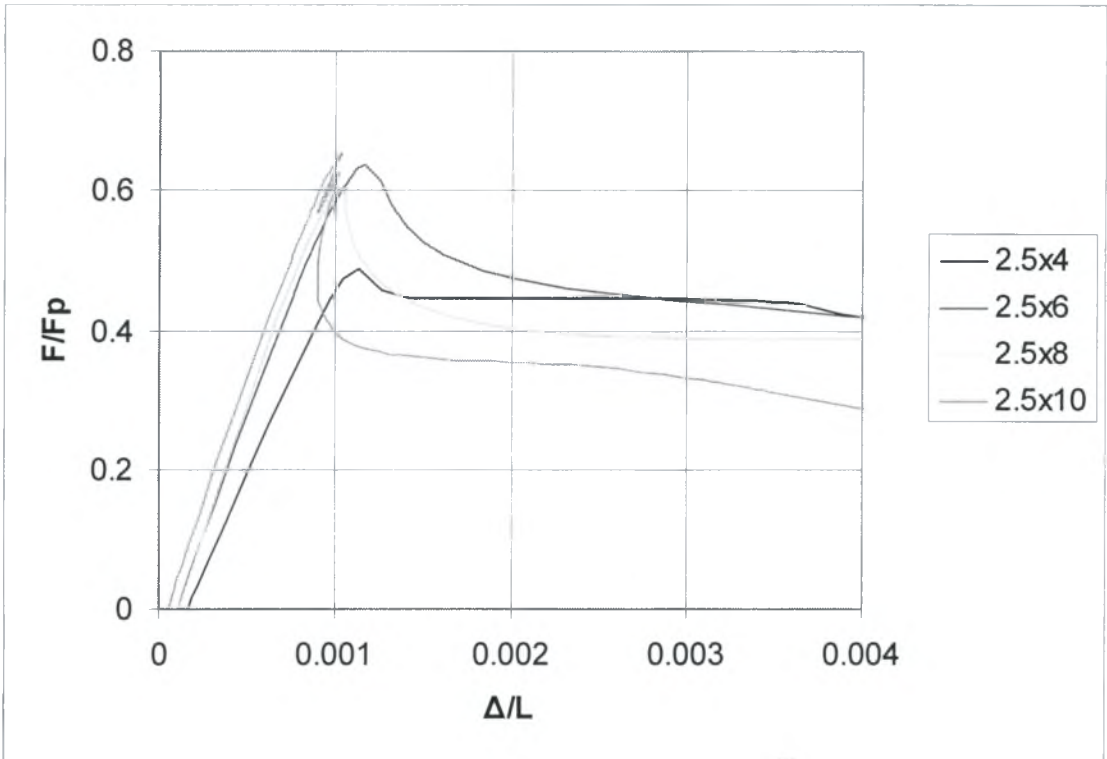


Σχ.[3.36] α) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 10m

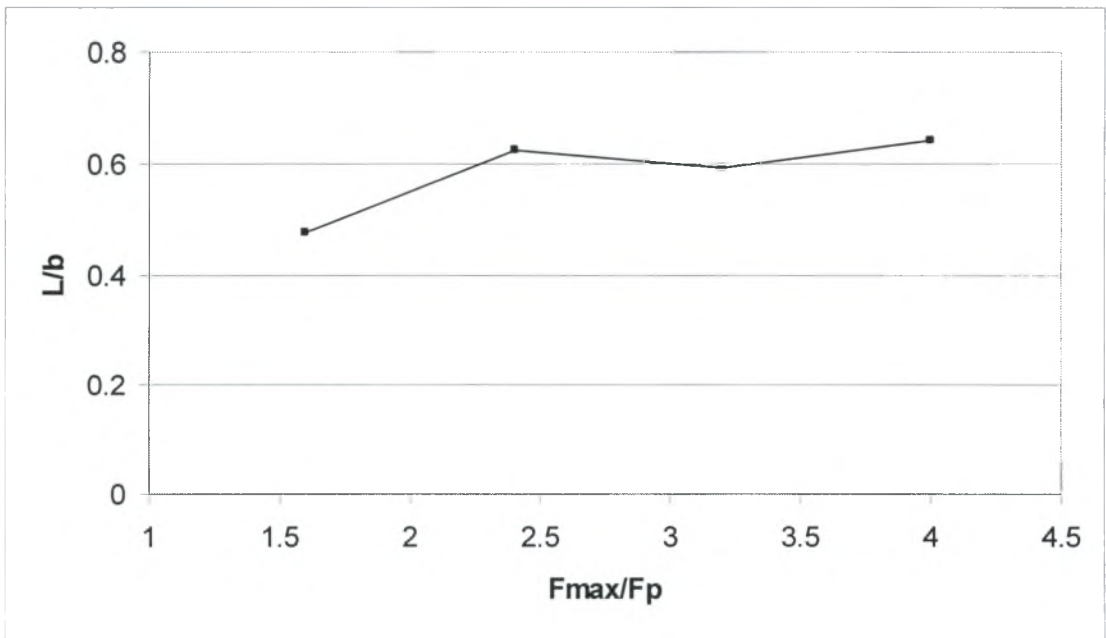
β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

γ) Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης ( $F_p = A_{TOT} \sigma_Y$ )

Συγκεντρωτικά για τα τέσσερα μοντέλα έχουμε τα ακόλουθα διαγράμματα:



Σχ.[3.37] Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης δύναμης – μετατόπισης



Σχ.[3.38] Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης δύναμης – λόγου  $L/b$

### 3.2.3) Μελέτη της επίδρασης των διαστάσεων των ελασμάτων στην αντοχή των ενισχυμένων πλακών

Σε αυτό το τμήμα της εργασίας θα μελετήσουμε την επίδραση των ενισχυτικών νεύρων. Είναι εμφανές από τις προηγούμενες αναλύσεις μας πως η προσθήκη ενισχυτικών σε μια πλάκα αυξάνει την αντοχή της σε θλιπτική φόρτιση. Στο σημείο αυτό διακρίνουμε δύο περιπτώσεις αστοχίας:

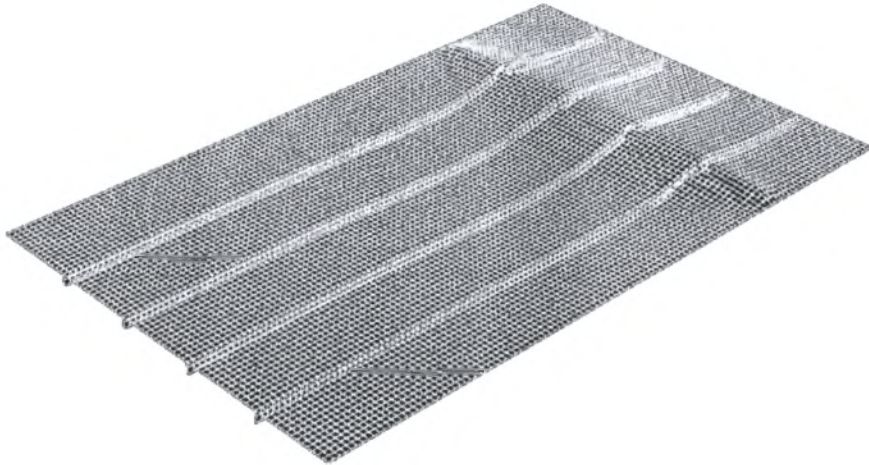
- α) Η πλάκα αστοχεί συμπαρασύροντας τα ενισχυτικά ελάσματα (μορφή αστοχίας πλάκας). Η μορφή αυτή παρατηρείται για ενισχυτικά ελάσματα «ασθενούς» διατομής.
- β) Τα ενισχυτικά ελάσματα αντιστέκονται στην παραμόρφωση ενώ η πλάκα έχει ήδη αστοχήσει τοπικά στις ενδιάμεσες περιοχές της (μορφή αστοχίας δοκού). Η μορφή αυτή παρατηρείται για ισχυρά ενισχυτικά ελάσματα.

Στόχος μας σε αυτό το τμήμα της εργασίας είναι να μελετήσουμε τις περιπτώσεις αυτές. Θα εστιάσουμε τις αναλύσεις μας για πλάκα διαστάσεων 2.5x4m τεσσάρων ενισχυτικών. Μελετήσαμε διάφορα ενισχυτικά μεταβάλλοντας σε κάθε περίπτωση το πάχος και το ύψος τους. Σε καθένα από τα μοντέλα επιβλήθηκαν οι συνοριακές συνθήκες που περιγράψαμε στις προηγούμενες αναλύσεις μας. Η αρχική μετατόπιση που επιβάλαμε στο κέντρο της πλάκας ήταν 2 εκατοστά, η δε φόρτιση επιβλήθηκε με τον ίδιο τρόπο στον κόμβο αναφοράς της κινηματικά εξαρτώμενης πλευράς. Σχηματικά τα βήματα της ανάλυσης έχουν παρουσιαστεί προηγουμένως στα σχήματα [3.30], [3.31] και [3.32].

Στα παρακάτω σχήματα παραθέτουμε για κάθε περίπτωση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ενισχυτικών, την τελική μορφή αστοχίας καθώς και το μέγιστο επιβαλλόμενο φορτίο. Παράλληλα σχεδιάσαμε το διάγραμμα δύναμης-μετατόπισης του κόμβου αναφοράς.

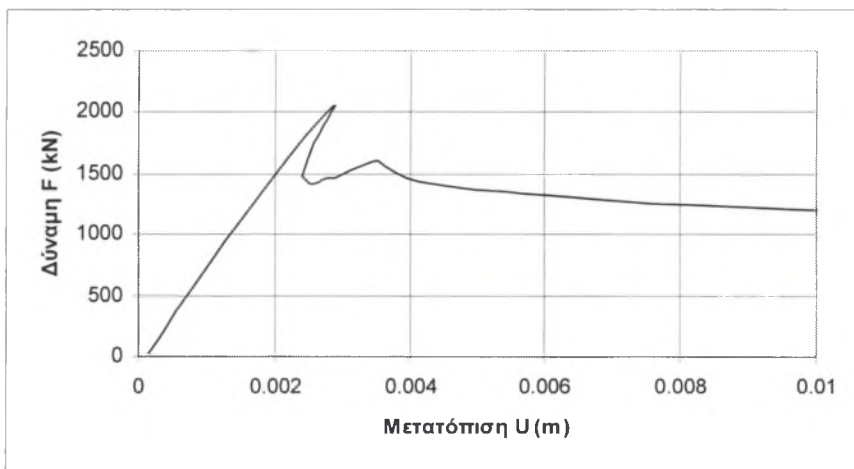
- α)** Ύψος ενισχυτικού:  $h = 70\text{mm}$   
Πάχος ενισχυτικού  $t_s = 3.3\text{mm}$

**β)**



Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 2055.74 kN

**γ)**



- Σχ.[3.39] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενισχυτικού  
β) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 4m  
γ) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης



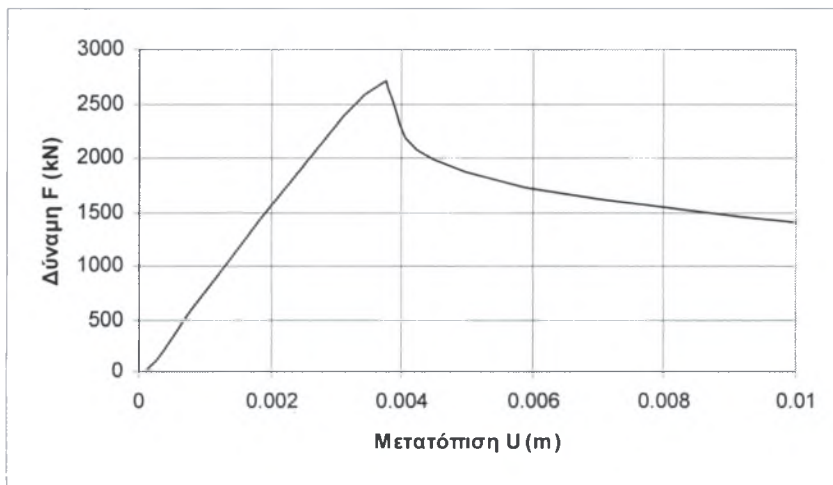
- α)** Ύψος ενισχυτικού:  $h = 70\text{mm}$   
Πάχος ενισχυτικού  $t_s = 7.3\text{mm}$

**β)**



Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 2711.31 kN

**γ)**



- Σχ.[3.40] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενισχυτικού  
β) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 4m  
γ) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

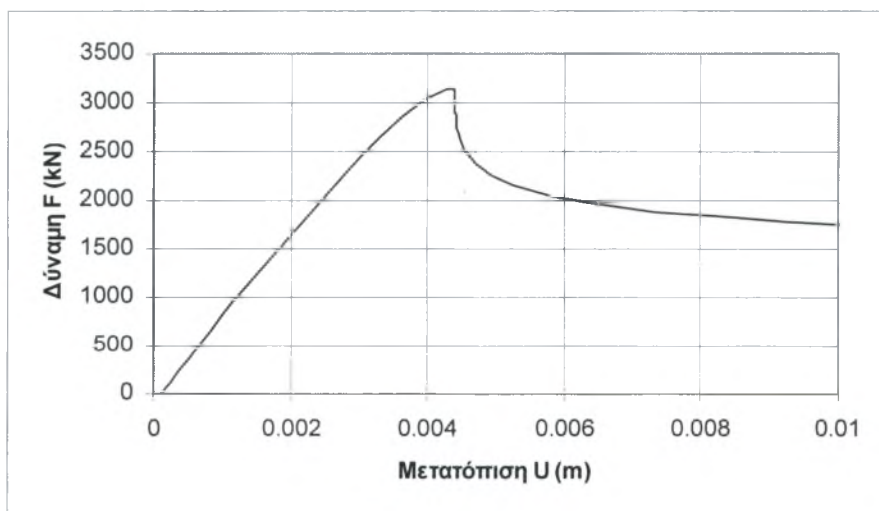
**α)** Ύψος ενισχυτικού:  $h = 70\text{mm}$   
Πάχος ενισχυτικού  $t_s = 13\text{mm}$

**β)**



Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3140.77 kN

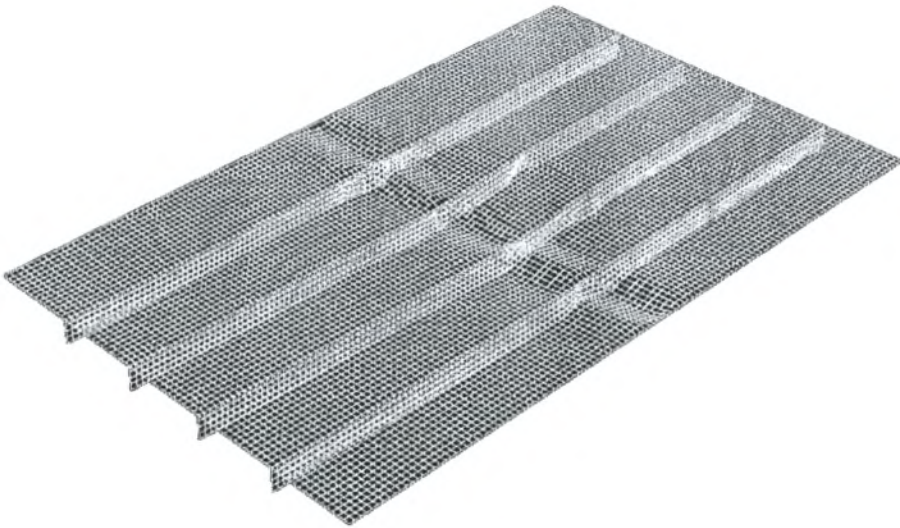
**δ)**



Σχ.[3.41] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενισχυτικού  
β) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 4m  
γ) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

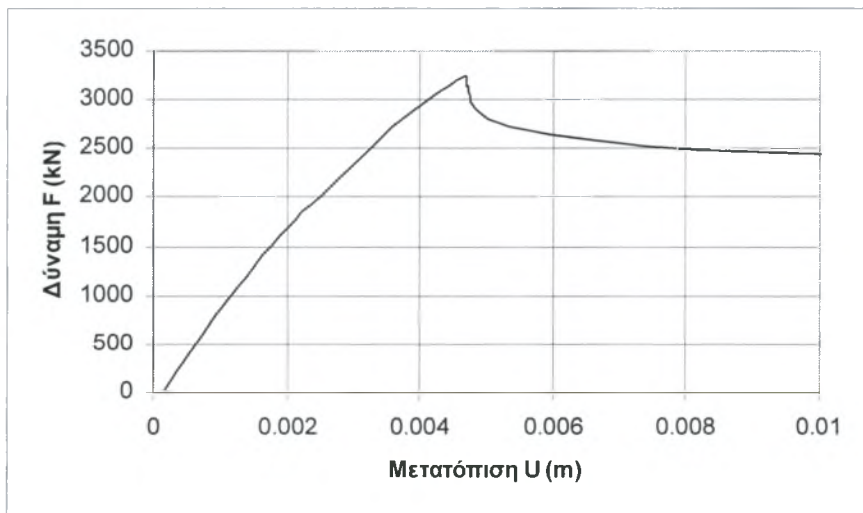
- α) Ύψος ενισχυτικού:  $h = 136\text{mm}$   
Πάχος ενισχυτικού  $t_s = 5.3\text{mm}$

β)



Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3244.61 kN

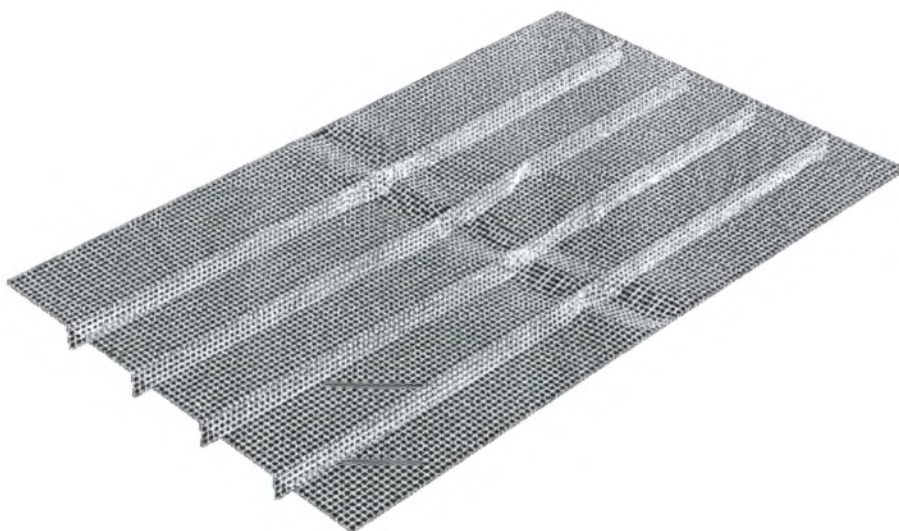
δ)



- Σχ.[3.42] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενισχυτικού  
β) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 4m  
γ) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

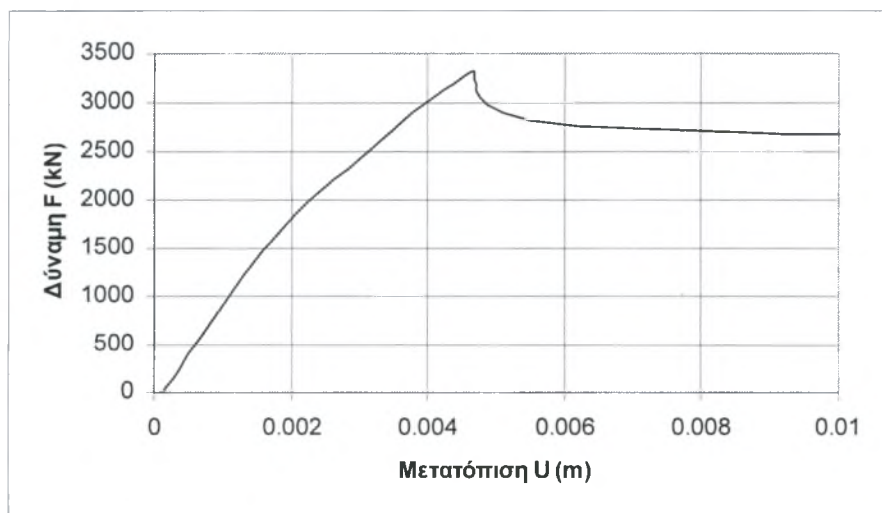
- α) Ύψος ενισχυτικού:  $h = 136\text{mm}$   
Πάχος ενισχυτικού  $t_s = 7.3\text{mm}$

β)



Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3322.35 kN

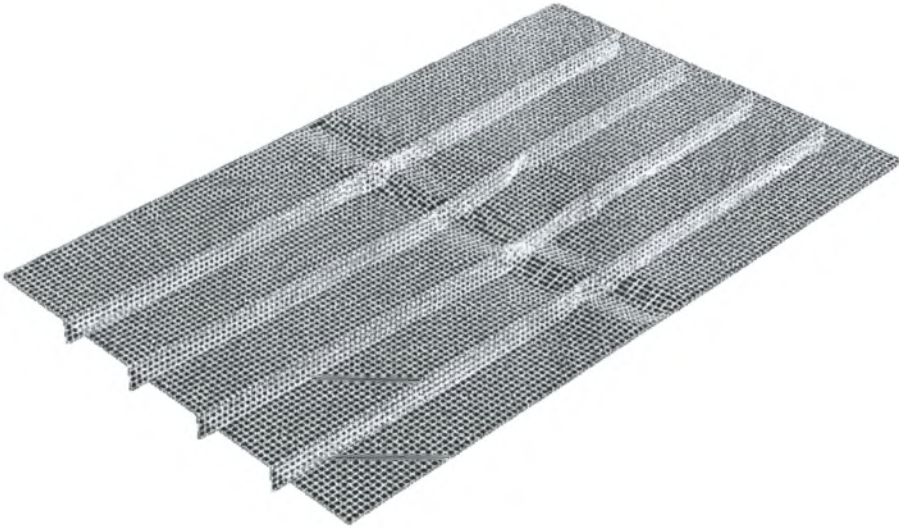
γ)



- Σχ.[3.43] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενισχυτικού  
β) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 4m  
γ) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

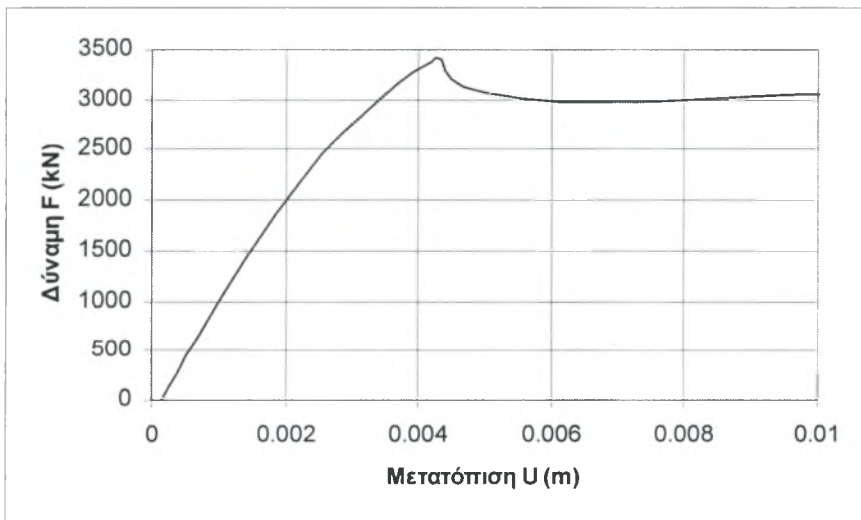
- α) Ύψος ενισχυτικού:  $h = 136\text{mm}$   
Πάχος ενισχυτικού  $t_s = 10\text{mm}$

β)



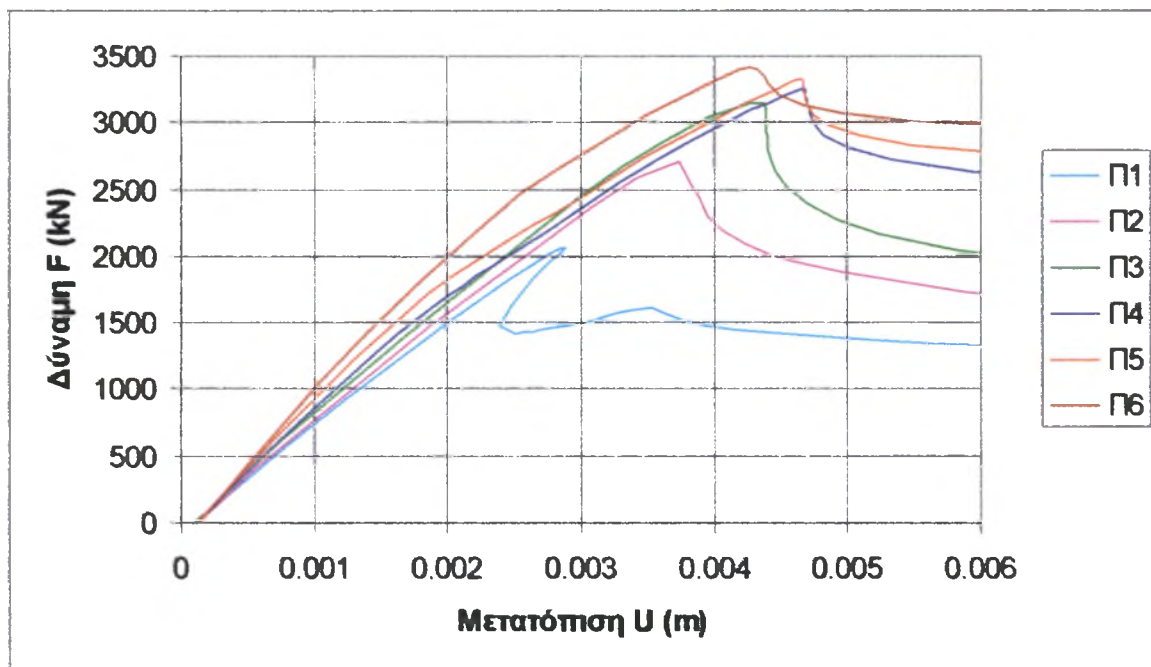
Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 3412.77 kN

γ)

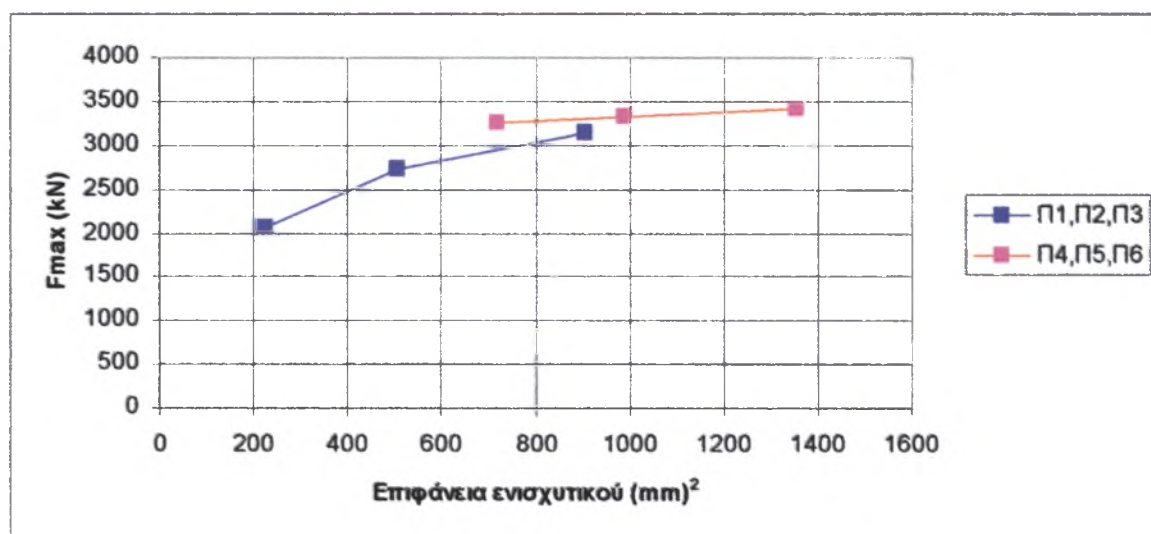


- Σχ.[3.44] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενισχυτικού  
β) Μορφή αστοχίας πλάκας 2.5m x 4m  
γ) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

Στην συνέχεια παραθέτουμε τα συγκεντρωτικά διαγράμματα για όλα τα μοντέλα:



Σχ.[3.45] Συγκεντρωτικό διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης



Σχ.[3.46] Συγκεντρωτικό διάγραμμα επιφάνειας ελάσματος – μέγιστης δύναμης  
Για τις περιπτώσεις:

Π1: ενισχυτικό με ύψος  $h = 70mm$  και πάχος  $t_s = 3.3mm$

Π2: ενισχυτικό με ύψος  $h = 70mm$  και πάχος  $t_s = 7.3mm$

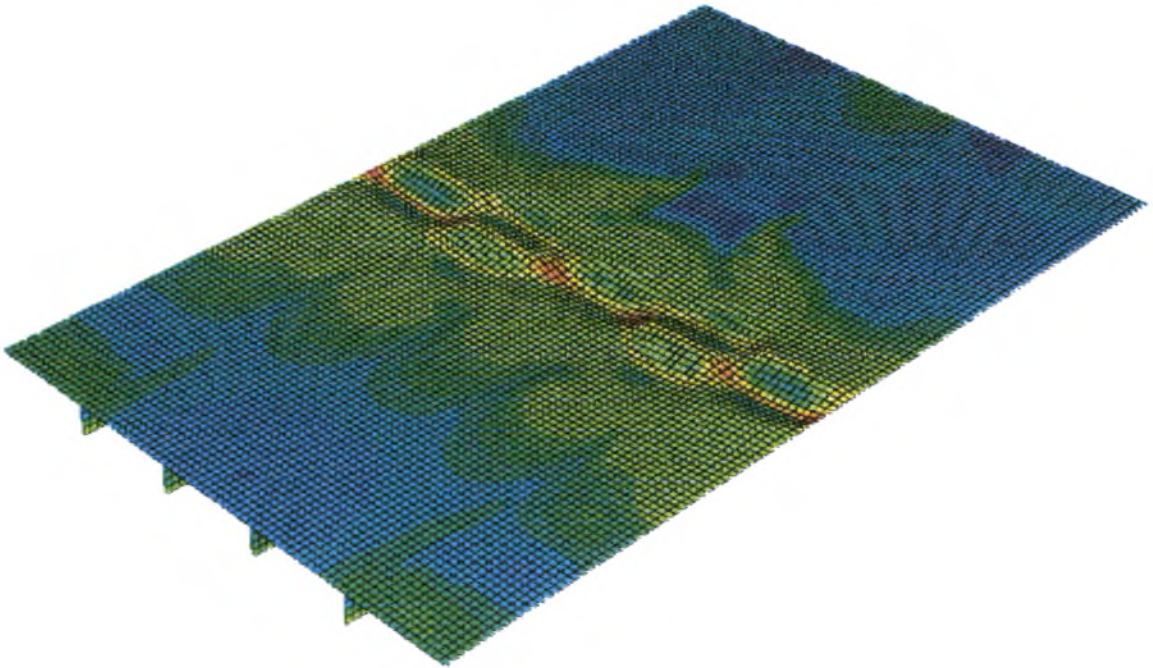
Π3: ενισχυτικό με ύψος  $h = 70mm$  και πάχος  $t_s = 13mm$

Π4: ενισχυτικό με ύψος  $h = 136mm$  και πάχος  $t_s = 5.3mm$

Π5: ενισχυτικό με ύψος  $h = 136mm$  και πάχος  $t_s = 7.3mm$

Π6: ενισχυτικό με ύψος  $h = 136mm$  και πάχος  $t_s = 10mm$

Όπως παρατηρούμε από την μορφή αστοχίας στα σχήματα που αναφέρονται στις τρεις πρώτες αναλύσεις, η πλάκα κατά την αστοχία της συμπαρασύρει τα ενισχυτικά ελάσματα. Στις επόμενες τρεις αναλύσεις τα ενισχυτικά παρουσιάζονται πιο ισχυρά από την πλάκα, η οποία αστοχεί στις ενδιάμεσες περιοχές που ορίζονται από αυτά. Για να γίνει πιο εμφανής αυτή η μορφή αστοχίας παραθέτουμε το ακόλουθο σχήμα.

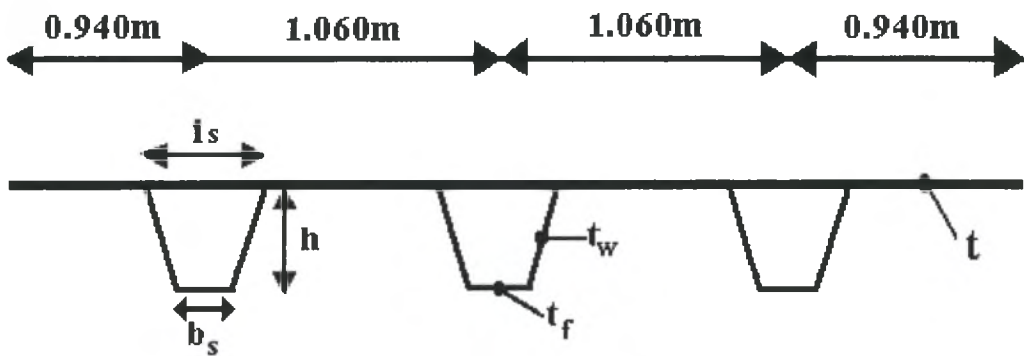


Σχ.[3.47] Τοπικός λυγισμός της πλάκας μεταξύ των ενισχυτικών ελασμάτων

Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα η αύξηση της διατομής του ενισχυτικού οδηγεί σε αύξηση του φορτίου αστοχίας. Εάν συγκρίνουμε της περιπτώσεις Π3 και Π4 βλέπουμε πως το ενισχυτικό μικρότερου εμβαδού διατομής της περίπτωσης Π4 συμπεριφέρεται καλύτερα από αυτό της περίπτωσης Π3. Αυτό συμβαίνει λόγω του ότι το ενισχυτικό έλασμα στην περίπτωση Π4 έχει μεγαλύτερο ύψος, παράγοντας που το κάνει να παρουσιάζεται ισχυρότερο λόγω της μεγαλύτερης ροπής αδρανείας του ως προς τον οριζόντιο άξονα.

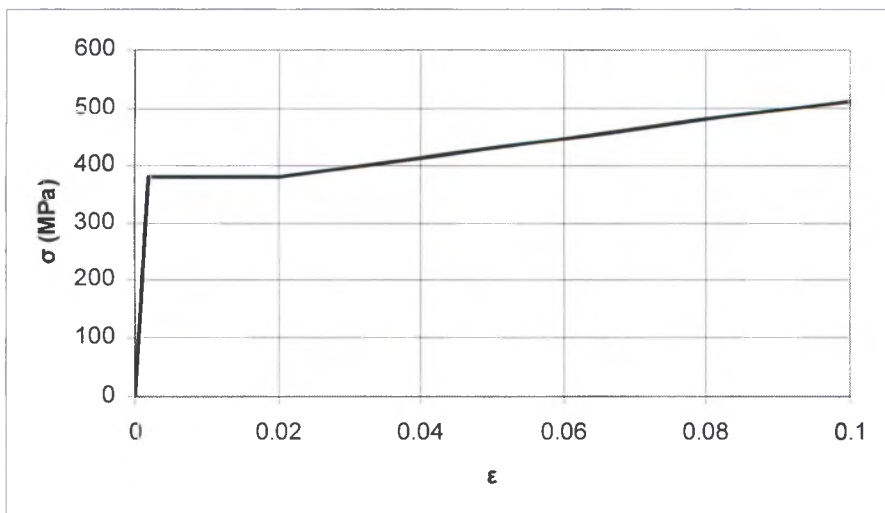
### 3.3) Θλίψη ορθογωνικής πλάκας με ενισχυτικά κλειστής διατομής

Στο τμήμα αυτό της εργασίας μελετάμε την συμπεριφορά ελαστοπλαστικών πλακών με τρία ενισχυτικά κλειστής διατομής. Στόχος είναι ο υπολογισμός του οριακού φορτίου της ενισχυμένης πλάκας. Η μελέτη έγινε για μια σειρά πλάκων με διαφορετικά πάχη για την πλάκα και τα ενισχυτικά, διατηρώντας τα υπόλοιπα γεωμετρικά στοιχεία όμοια σε κάθε μοντέλο. Το μήκος της πλάκας είναι 4.17m, ενώ το πλάτος της είναι 4m. Εξετάστηκαν τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις που θα παρουσιαστούν στην συνέχεια. Η κοινή κάθετη διατομή των μοντέλων και τα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά εικονίζονται στο σχήμα [3.48] που ακολουθεί.



Σχ.[3.48] Εγκάρσια τομή πλάκας με ενισχυτικά κλειστής διατομής

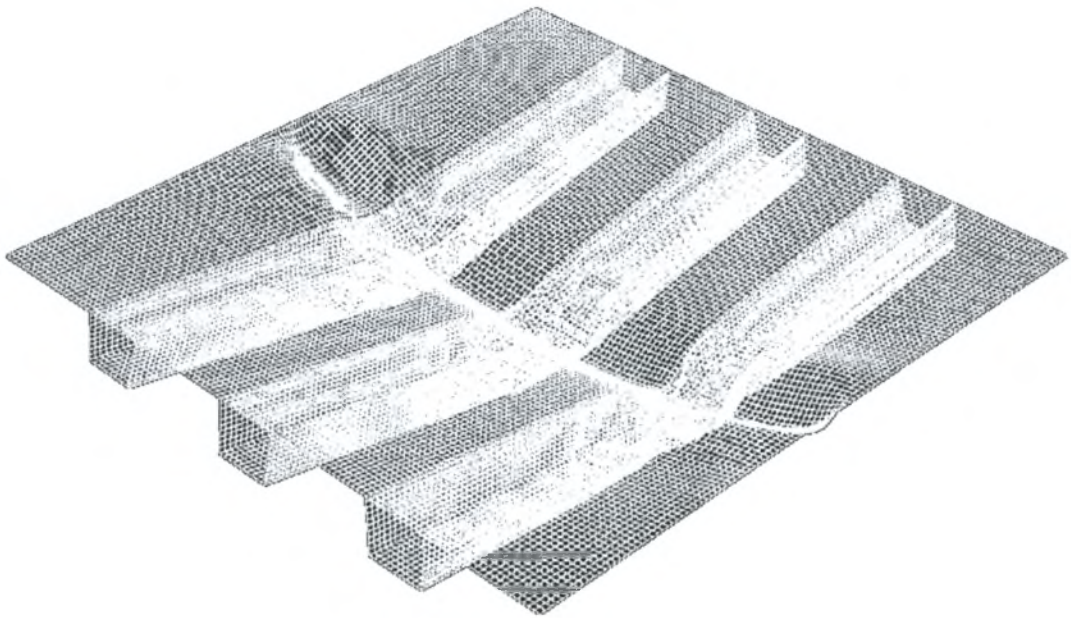
Το υλικό που χρησιμοποιήσαμε είναι χάλυβας με τάση διαρροής  $\sigma_y = 380$  MPa. Ακολουθεί το διάγραμμα ονομαστικής τάσης – παραμόρφωσης:



Σχ.[3.49] Διάγραμμα ονομαστικής τάσης – παραμόρφωσης



Σε καθένα από τα μοντέλα επιβλήθηκαν οι συνοριακές συνθήκες που περιγράψαμε στις προηγούμενες αναλύσεις μας. Η αρχική μετατόπιση που επιβάλαμε στο κέντρο της πλάκας ήταν της τάξεως των 5 εκατοστών. Η δε φόρτιση επιβλήθηκε με τον ίδιο τρόπο στον κόμβο αναφοράς της κινηματικά εξαρτώμενης πλευράς. Η κοινή μορφή αστοχίας που παρουσιάστηκε σε όλα τα μοντέλα εικονίζεται στο σχήμα [3.50].



Σχ.[3.50] Κοινή μορφή αστοχίας πλάκας με ενισχυτικά ελάσματα κλειστής διατομής

Στα παρακάτω σχήματα παραθέτουμε για κάθε περίπτωση τα πάχη της πλάκας και των ενισχυτικών καθώς και το μέγιστο επιβαλλόμενο φορτίο. Παράλληλα σχεδιάσαμε το διάγραμμα δύναμης μετατόπισης του κόμβου αναφοράς, καθώς και το αντίστοιχο διάγραμμα αδιαστατοποιώντας τις δυο αυτές μεταβλητές.

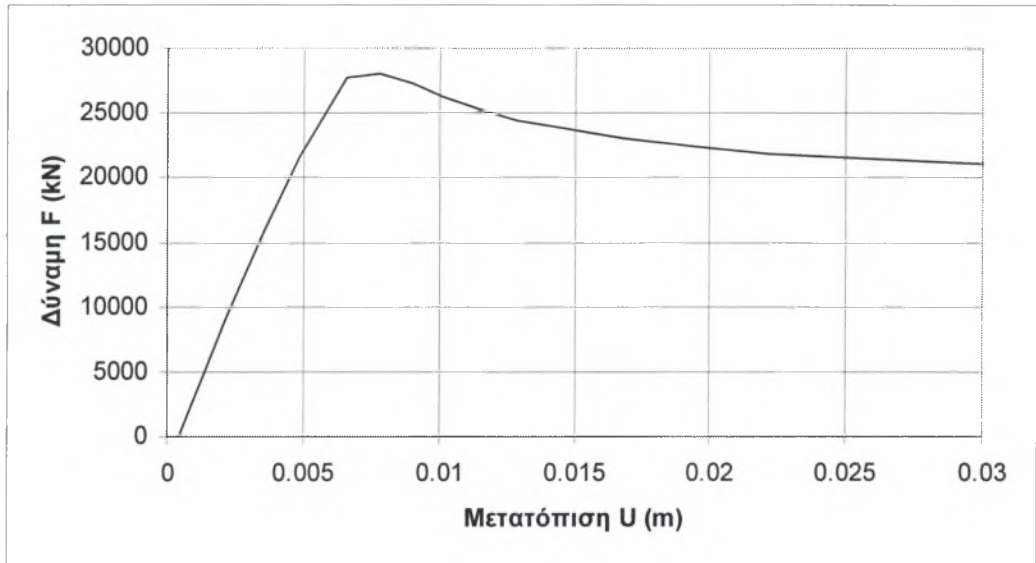
α) Πάχος πλάκας  $t = 25mm$

Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_w = 10mm$

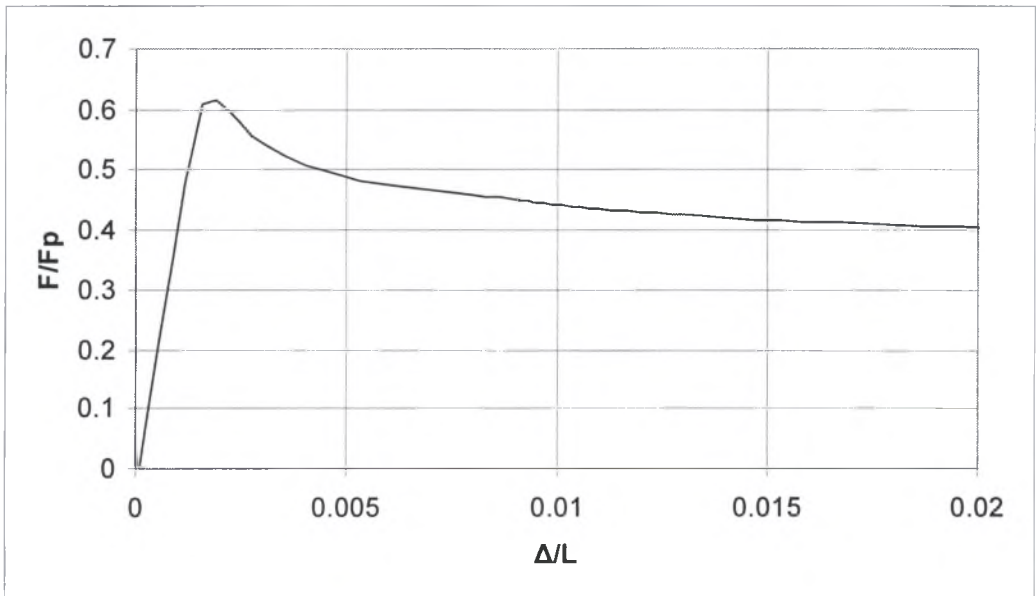
Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 10mm$

Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 27976.3 kN

β)



γ)



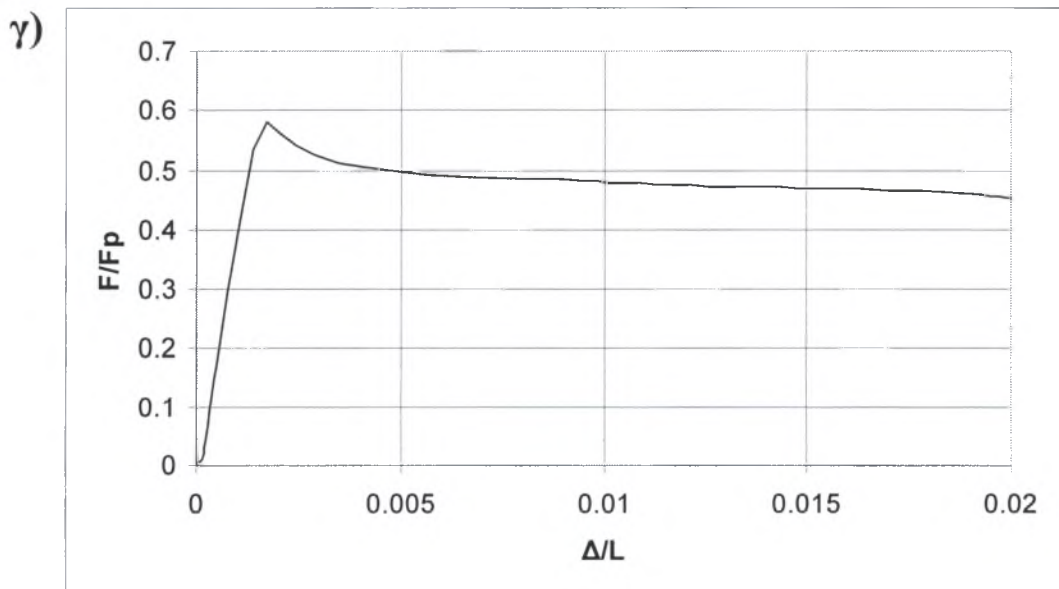
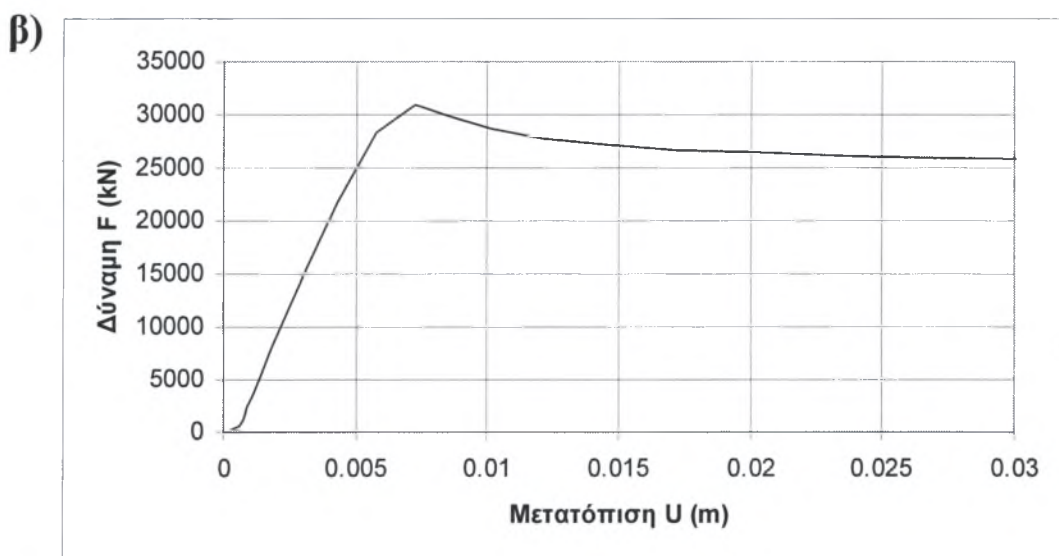
Σχ.[3.51] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά πλάκας - ενισχυτικού

β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

δ) Αδιάστατο διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

- α) Πάχος πλάκας  $t = 30mm$   
 Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_w = 10mm$   
 Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 10mm$

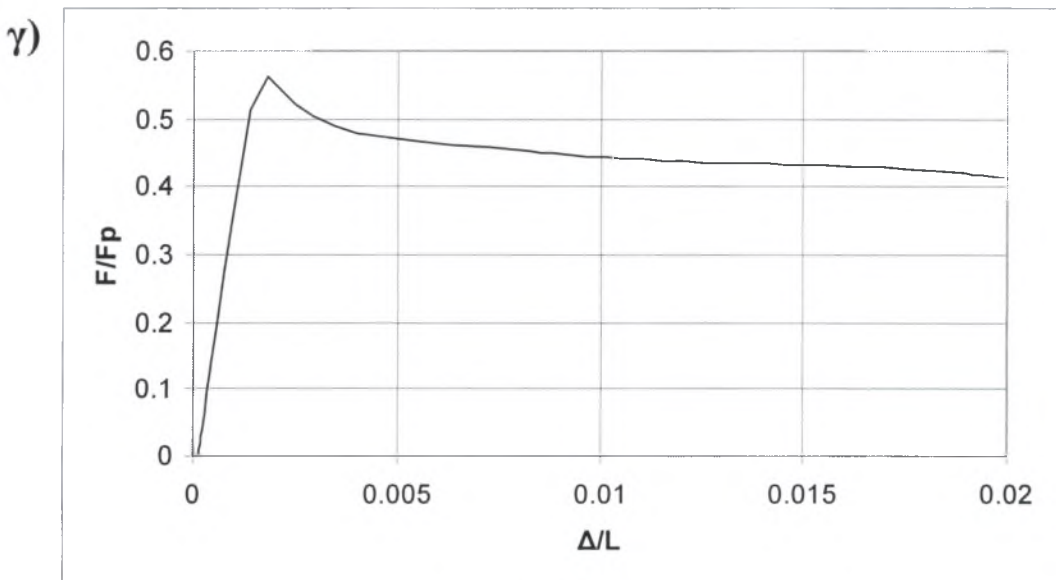
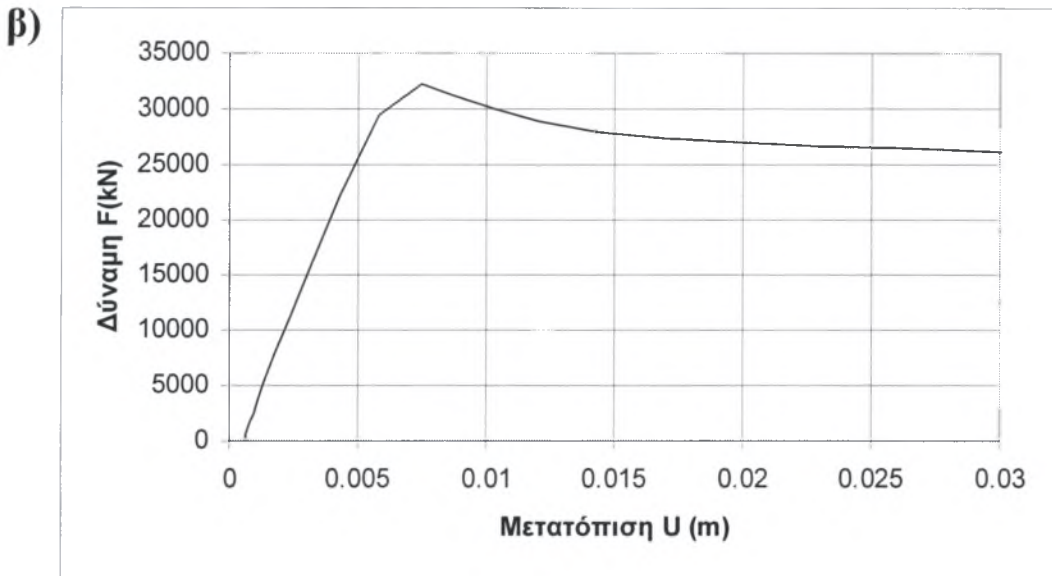
Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 30838.6 kN



- Σχ.[3.52] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά πλάκας - ενισχυτικού  
 β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης  
 δ) Αδιάστατο διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

- α) Πάχος πλάκας  $t = 30mm$   
 Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_w = 10mm$   
 Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 12mm$

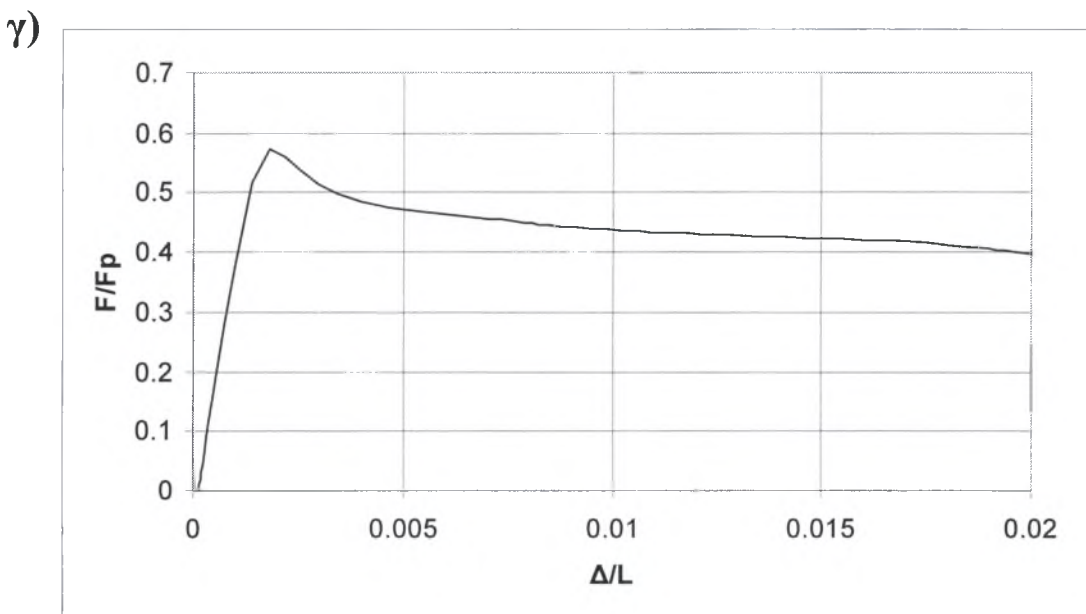
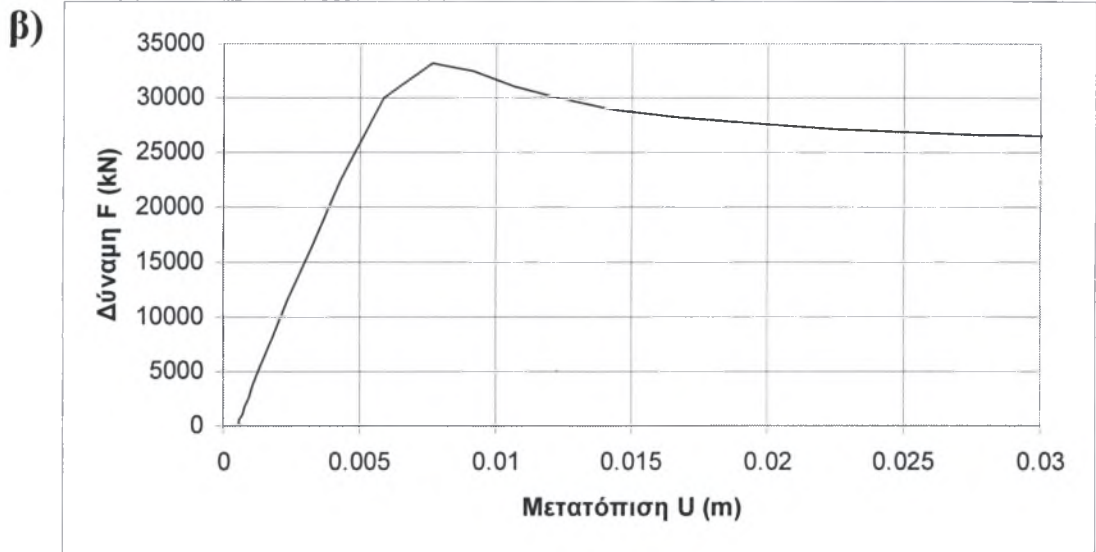
Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 32196.6 kN



Σχ.[3.53] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά πλάκας - ενισχυτικού  
 β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης  
 δ) Αδιάστατο διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

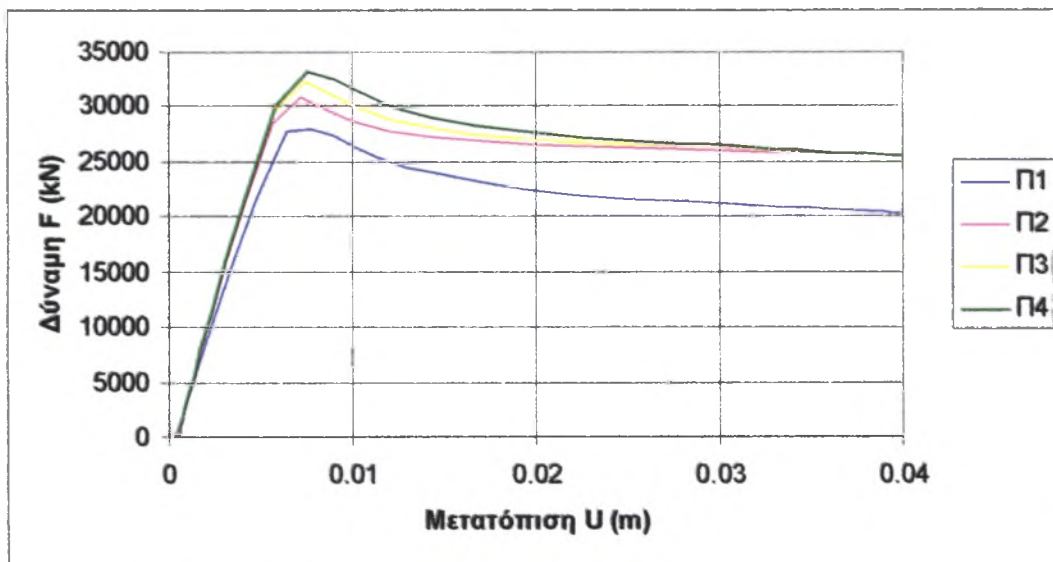
- α) Πάχος πλάκας  $t = 30mm$   
 Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_w = 10mm$   
 Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 14mm$

Μέγιστη επιβαλλόμενη δύναμη: 33197.5 kN

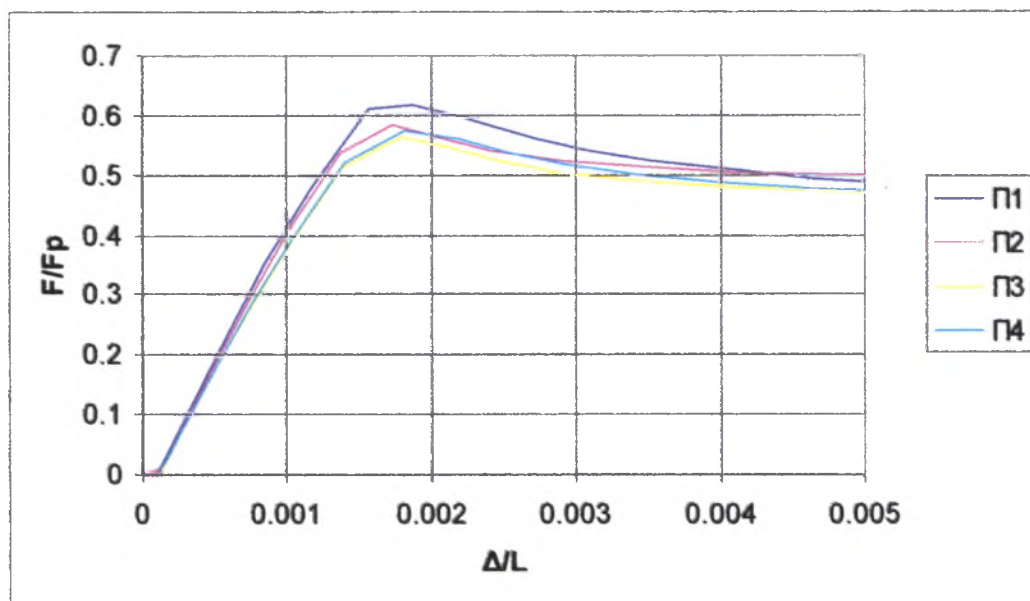


Σχ.[3.54] α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά πλάκας - ενισχυτικού  
 β) Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης  
 δ) Αδιάστατο διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης

Στην συνέχεια παραθέτουμε το συγκεντρωτικό διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης και το αντίστοιχο αδιαστατοποιημένο διάγραμμα για όλα τα μοντέλα:



Σχ.[3.55] Συγκεντρωτικό διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης



Σχ.[3.56] Συγκεντρωτικό διάγραμμα αδιάστατης δύναμης – μετατόπισης

Για περιπτώσεις:

Π1: Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 0.010m$  και πάχος πλάκας  $t = 0.025 m$

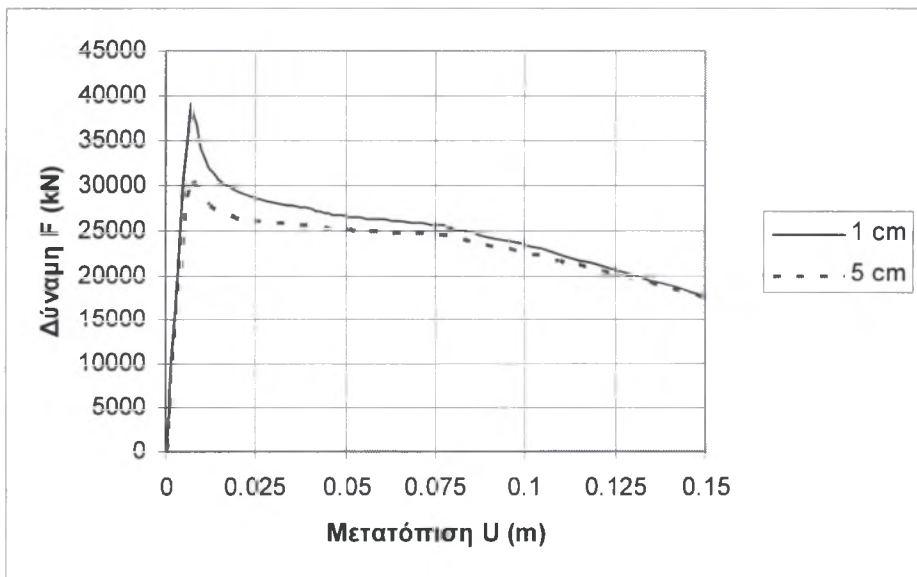
Π2: Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 0.010m$  και πάχος πλάκας  $t = 0.030 m$

Π3: Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 0.012m$  και πάχος πλάκας  $t = 0.030 m$

Π4: Πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 0.014m$  και πάχος πλάκας  $t = 0.030 m$

Στην συνέχεια επιλέξαμε ένα από τα παραπάνω μοντέλα και επιβάλλαμε σε αυτό μια μειωμένη κατά το 1/5 αρχική ατέλεια. Σκοπός μας ήταν να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα που θα πάρουμε για το φορτίο λυγισμού με τα αριθμητικά αποτελέσματα δημοσίευσης που εξέταζε το ίδιο μοντέλο με αντίστοιχη αρχική ατέλεια (de Ville et al, 2002) χρησιμοποιώντας έναν άλλο κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Η ανάλυση έγινε με τον ίδιο τρόπο που περιγράψαμε προηγουμένως, για την περίπτωση 2 όπου έχουμε πάχος μέλους του ενισχυτικού  $t_f = 0.010m$  και πάχος πλάκας  $t = 0.030m$ . Τα αριθμητικά αποτελέσματα μας έδιναν φορτίο λυγισμού  $P_{X,cr} \equiv 39093.4 \text{ kN}$ , ενώ στην δημοσίευση που προαναφέραμε το φορτίο λυγισμού ήταν  $P_{X,cr} \equiv 41896 \text{ kN}$ . Η σύγκριση κρίνεται ικανοποιητική.

Στην συνέχεια παραθέτουμε το διάγραμμα δύναμης μετατόπισης για την περίπτωση 3, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα για αρχική μετατόπιση ενός και πέντε εκατοστών αντίστοιχα. Όπως φαίνεται από το σχήμα [3.57] που ακολουθεί, ισχύουν τα συμπεράσματα από την μελέτη της επίδρασης του μεγέθους της αρχικής ατέλειας. Όσο μειώνεται η αρχική ατέλεια τόσο μεγαλύτερο είναι το φορτίο που μπορεί να δεχτεί η πλάκα χωρίς να αστοχήσει. Η δε μεταλυγισμική συμπεριφορά της πλάκας για ίδια μορφή αρχικής ατέλειας είναι της ίδιας μορφής, ενώ οι δύο καμπύλες συγκλίνουν.



Σχ.[3.57] Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης για διάφορες αρχικές ατέλειες

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ #4

### Σχεδιασμός πλακών με νευρώσεις

Σε αυτό το κεφάλαιο της εργασίας θα παρουσιάσουμε τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου για την μονοαξονική θλίψη ενισχυμένης ορθογωνικής πλάκας, σύμφωνα με την Ευρωνόρμα CEN/TC250/prEN 1993-1-5 (Eurocode 3 part 1-5). Θα περιγράψουμε επίσης την γενική φιλοσοφία σχεδιασμού σύμφωνα με τον κώδικα αυτό. Στο τέλος του κεφαλαίου ενδεικτικά θα εφαρμόσουμε την μεθοδολογία αυτή σε δύο μοντέλα μας.

#### **4.1) Περιγραφή Ευρωπαϊκού κανονισμού CEN/TC250/prEN 1993-1-5 (Eurocode 3 part 1-5)**

Η συμπεριφορά της ενισχυμένης πλάκας κατά την αστοχία της σε μονοαξονική φόρτιση είναι ένα φαινόμενο που εξαρτάται από πολλές παραμέτρους. Η κατασκευή είναι δυνατό να αστοχήσει είτε με τη μορφή πλάκας «συμπαρασύροντας» τα ενισχυτικά, είτε με τη μορφή δοκού λόγω των ισχυρών ενισχυτικών. Γενικά όμως προκύπτει ταυτόχρονα ένας συνδυασμός των δύο αυτών περιπτώσεων. Παράλληλα είναι πιθανή και η εμφάνιση τοπικού λυγισμού είτε στα ενισχυτικά ελάσματα, είτε στις υποεπιφάνειες (sub panels) της πλάκας που αυτά ορίζουν.

Σύμφωνα με τον ευροκώδικα πρέπει να υπολογιστεί μια «ενεργή» επιφάνεια  $A_{eff}$  της διατομής της ενισχυμένης πλάκας που δέχεται το φορτίο ( $A_{eff} < A_{TOT}$ ). Αυτός ο υπολογισμός της επιφάνειας  $A_{eff}$  έχει σκοπό να συμπεριλάβει το πιθανό φαινόμενο του τοπικού λυγισμού της πλάκας και των ενισχυτικών όπου όταν αυτός συμβεί, ένα σημαντικό τμήμα της κατασκευής δεν συμμετέχει στην οριακή αντοχή. Εν συνεχεία υπολογίζεται ο συντελεστής  $\chi_c$ , που αναφέρεται στην αστοχία της κατασκευής συμπεριφερόμενη ως δοκός (αστοχία νεύρων), και ο συντελεστής  $\rho$ , που αναφέρεται στην αστοχία της κατασκευής συμπεριφερόμενη ως πλάκα. Κατόπιν μέσω παρεμβολής των τελευταίων δύο συντελεστών υπολογίζεται ο συντελεστής  $\rho_c$ . Μετά τους παραπάνω υπολογισμούς, το κρίσιμο φορτίο λυγισμού για μονοαξονική θλίψη ενισχυμένης πλάκας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:



$$N_{Ed,max} = \frac{\sigma_y}{\gamma_M} A_{eff} \rho_c \quad (4.1)$$

όπου  $\gamma_M$  είναι συντελεστής ασφαλείας και  $\sigma_y$  η τάση διαρροής του χάλυβα.

## 4.2) Υπολογισμός φορτίου λυγισμού για μονοαξονική θλίψη ενισχυμένης πλάκας σύμφωνα με Ευρωπαϊκό κανονισμό (Eurocode 3)

Η ενεργή μειωμένη επιφάνεια της διατομής ενισχυμένης πλάκας κατά την θλίψη δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$A_{c,eff} = \rho_c A_{eff} \quad (4.2)$$

Η ενεργή επιφάνεια  $A_{eff}$  αποτελείται από τα ενεργά μέρη των ενισχυτικών και των υποεπιφανειών της πλάκας που αυτά ορίζουν, τα οποία επιβάλλονται μερικώς ή ολικώς σε θλιπτική φόρτιση. Η επιφάνεια  $A_{eff}$  υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$A_{eff} = \sum_{i=1}^n \rho_{sp} A_{sp,i} + \sum_{c=1}^m \rho_{st} A_{st,c} \quad (4.3)$$

όπου ο δείκτης  $c$  και ο αριθμός  $m$  αναφέρονται στα ενισχυτικά ελάσματα και ο δείκτης  $i$  και ο αριθμός  $n$  αναφέρονται στις υποεπιφάνειες (sub panels) της πλάκας αντίστοιχα. Το  $A_{sp}$  είναι το εμβαδόν της επιφάνειας της πλάκας μεταξύ δύο ενισχυτικών και το  $A_{st}$  είναι το εμβαδόν της επιφάνειας του ενισχυτικού.

Τα  $\rho_{sp}$  και  $\rho_{st}$  είναι συναρτήσεις της λυγιρότητας  $\lambda_c$ , της περιοχής της πλάκας και του ενισχυτικού αντίστοιχα.

α) για την περιοχή ενός sub panel της πλάκας έχουμε:

υπολογισμός λυγιρότητας:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28.4\epsilon\sqrt{\kappa_\sigma}} \quad (4.4)$$

Το  $\bar{b}$  είναι το πλάτος της περιοχής της πλάκας και το  $t$  το πάχος της. Για την περιοχή της πλάκας από τον πίνακα (4.1) προκύπτει  $\kappa_\sigma = 4$ .

Ενώ:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y (MPa)}} \quad (4.5)$$

Το  $\rho_{sp}$  προκύπτει από τον ακόλουθο τύπο:

$$\rho_{sp} = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \quad (4.6)$$

Για ομοιόμορφη κατανομή φορτίου έχουμε  $\psi=1$ .

β) για την περιογή του ενισχυτικού ελάσματος έχουμε:

$$\rho_{st} = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \quad (4.7)$$

Όπου το  $\bar{\lambda}_p$  υπολογίζεται από τον τύπο (4.4) με  $\bar{b}$  το ύψος του ενισχυτικού και το  $t$  το πάχος του. Για το ενισχυτικό από τον πίνακα (4.2) προκύπτει  $\kappa_\sigma = 0.43$ .

Υπολογίζουμε την ελαστική τάση λυγισμού της πλάκας  $\sigma_E$  από τον ακόλουθο τύπο:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) b^2} \quad (4.8)$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε την τάση λυγισμού για ορθοτροπική συμπεριφορά πλάκας:

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E \quad (4.9)$$

όπου:

για  $a < (1 + \gamma)^{0.25}$  έχουμε:

$$k_{\sigma,p} = \frac{2[(1 + a^2)^2 + \gamma]}{a^2(\psi + 1)(1 + \delta)} \quad (4.10)$$

ενώ για  $a > (1 + \gamma)^{0.25}$  έχουμε:

$$k_{\sigma,p} = \frac{4(1 + \sqrt{1 + \gamma})}{(\psi + 1)(1 + \delta)} \quad (4.11)$$

Στις παραπάνω σχέσεις:

$$a = a/b \quad (4.12)$$

$$\gamma = \frac{I_x}{I_p} \quad (4.13)$$

$$\delta = \frac{A_{st(tot)}}{A_p} \quad (4.14)$$

και

$\alpha, \beta$  είναι οι διαστάσεις της πλάκας,

$I_x$  είναι η ροπή αδρανείας της συνολικής διατομής της ενισχυμένης πλάκας,

$I_p$  είναι η ροπή αδρανείας της πλάκας (χωρίς τα νεύρα),

$A_{st(tot)}$  είναι το εμβαδόν της συνολικής επιφάνειας διατομής όλων των νεύρων

$A_p$  είναι το εμβαδόν της επιφάνειας όλης της πλάκας (χωρίς τα νεύρα)

Έπειτα υπολογίζουμε το μειωτικό συντελεστή  $\rho$  από τον τύπο (4.6) όπου το  $\bar{\lambda}_p$  σε αυτή την περίπτωση υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_\Lambda f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad (4.15)$$

με

$$\beta_\Lambda = \frac{A_{eff}}{A_{tot}} \quad (4.16)$$

$A_{tot}$  είναι το εμβαδόν της συνολική επιφάνεια διατομής όλης της ενισχυμένης πλάκας

Κατόπιν υπολογίζουμε τον μειωτικό συντελεστή  $\chi_c$  για αστοχία δοκού χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες διατάξεις του ENV 1993-1-1:1992 παράγραφος 5.5 ως ακολούθως:

$$\chi_c = \frac{1}{\phi + (\phi^2 - \bar{\lambda}_c^2)^{0.5}} \quad (4.17)$$

όπου η λυγιρότητα είναι:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y \beta_\Lambda}{\sigma_{cr,c}}} \quad (4.18)$$

και

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E I_x}{A_{tot} a^2} \quad (4.19)$$

Ο συντελεστής  $\phi$  υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\phi = 0.5[1 + \alpha_e(\bar{\lambda}_c - 0.2) + \bar{\lambda}_c^2] \quad (4.20)$$

Όπου η τιμή του  $\alpha_e$  εξαρτάται από τις αρχικές ατέλειες και δίνεται από τον τύπο:

$$\alpha_e = a_0 + \frac{0.09}{i/e} \quad (4.21)$$

με

$$i = \sqrt{\frac{I_x}{A_{tot}}} \quad (4.22)$$

$$e = \max(e_1, e_2) \quad (4.23)$$

Εδώ  $a_0 = 0.49$  για ενισχυτικά ανοιχτής διατομής, ενώ  $e_1$  και  $e_2$  είναι οι αποστάσεις από το κέντρο βάρους της διατομής της κατασκευής των κέντρων βάρους του ενισχυτικού και της πλάκας αντίστοιχα.

Στην συνέχεια υπολογίζουμε την τιμή του συντελεστή  $\xi$  από την εξίσωση που ακολουθεί:

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad (4.24)$$

Τέλος ο συνολικός μειωτικός συντελεστής  $\rho_c$  υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c)\xi(2 - \xi) - \chi_c \quad (4.25)$$

Αντικαθιστώντας λοιπόν πρώτα στον τύπο (4.2) και εν συνεχεία στην σχέση (4.1), υπολογίζουμε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού ενισχυμένης πλάκας.

### 4.3) Εφαρμογές Ευρωπαϊκού κανονισμού (EC3 part 1-5)

Σε αυτήν την ενότητα της εργασίας θα εφαρμόσουμε την μεθοδολογία του ευρωπαϊκού κανονισμού σε δύο από τις περιπτώσεις που εξετάσαμε στο κεφάλαιο 3 και θα συγκρίνουμε με αριθμητικά αποτελέσματα από μη γραμμική ανάλυση. Στις μη γραμμικές αναλύσεις που έγιναν για τα μοντέλα αυτά ακολουθήσαμε την διαδικασία που περιγράψαμε στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο, με την μόνη διαφορά ότι η κινηματικά εξαρτώμενη πλευρά της πλάκας περιελάμβανε και τα ενισχυτικά ελάσματα.

#### A) Περίπτωση ορθογωνικής πλάκας ενός ενισχυτικού ελάσματος μήκους a=3m

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά για την περίπτωση αυτή παρουσιάζονται στο σχήμα [3.1]. Αντικαθιστώντας τις τιμές τους στις σχέσεις (4.3) έως (4.25) έχουμε:

$$\rho_{sp} = 1.06 \Rightarrow \rho_{sp} = 1$$

$$\rho_{st} = 1.02 \Rightarrow \rho_{st} = 1$$

$$A_{eff} = 21000mm^2$$

$$\beta_A = 1$$

$$k_{\sigma,p} = 29.629$$

$$\sigma_{cr,p} = 1439.644N / mm^2$$

$$\rho = 1$$

$$\sigma_{cr,c} = 1028.667N / mm^2$$

$$\chi_c = 0.7985$$

$$\xi = 0.399$$

$$\rho_c = 0.9272$$

Στην συνέχεια αντικαθιστώντας στην σχέση (4.2) έχουμε:

$$A_{c,eff} = 19471.577mm^2$$

Συνεπώς από την σχέση (4.1) έχουμε (για  $\gamma_M=1$ ):

$$N_{Ed,max} = \underline{5354.683kN}$$

Από τα αριθμητικά αποτελέσματα που πήραμε για την περίπτωση αυτή έχουμε:

$$P_{\chi,cr} = \underline{4217.72 kN}$$

B) Περίπτωση ορθογωνικής πλάκας τεσσάρων ενισχυτικών ελασμάτων μήκους a=8m.

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά για την περίπτωση αυτή παρουσιάζονται στο σχήμα [3.29]. Αντικαθιστώντας τις τιμές τους στις σχέσεις (4.3) έως (4.25) έχουμε:

$$\rho_{sp} = 0.616$$

$$\rho_{st} = 0.763$$

$$A_{eff} = 13810mm^2$$

$$\beta_A = 0.643$$

$$k_{\sigma,p} = 33.111$$

$$\sigma_{cr,p} = 49.269N / mm^2$$

$$\rho = 0.466$$

$$\sigma_{cr,c} = 34.29N / mm^2$$

$$\chi_c = 0.148$$

$$\xi = 0.437$$

$$\rho_c = 0.3665$$

Στην συνέχεια αντικαθιστώντας στην σχέση (4.2) έχουμε:

$$A_{v,eff} = 5062.330mm^2$$

Συνεπώς από την σχέση (4.1) έχουμε (για  $\gamma_M=1$ ):

$$N_{Ed,max} = \underline{1392.140kN}$$

Από τα αριθμητικά αποτελέσματα που πήραμε για την περίπτωση αυτή έχουμε:

$$P_{X,cr} = \underline{4103.02 kN}$$

Παρατηρούμε πως στην περίπτωση A, της ορθογωνικής πλάκας ενός ενισχυτικού ελάσματος μήκους τριών μέτρων, τα αριθμητικά αποτελέσματα είναι σχετικά συμβατά με αυτά του ευρωπαϊκού κανονισμού, ο οποίος όμως δίνει μεγαλύτερη τιμή για το φορτίο λυγισμού. Στην περίπτωση B, της ορθογωνικής πλάκας τεσσάρων ενισχυτικών ελασμάτων μήκους οκτώ μέτρων, παρατηρούμε μεγάλη απόκλιση στα αριθμητικά

αποτελέσματα από αυτά του ευρωπαϊκού κανονισμού, ο οποίος σε αυτή την περίπτωση δίνει πολύ μικρότερη τιμή για το φορτίο λυγισμού.

Κλείνοντας θα πρέπει να αναφέρουμε πως ο συγκεκριμένος ευρωπαϊκός κανονισμός δεν είναι ακόμη σε στάδιο οριστικής εφαρμογής, βρίσκεται σε προκαταρκτική μορφή προς μελλοντική αναθεώρηση.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ #5

### Σύνοψη - Τελικά συμπεράσματα

Στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας παραθέτουμε μια ιστορική ανασκόπηση σε ότι αφορά την μελέτη της συμπεριφοράς των ενισχυμένων μεταλλικών πλακών από τις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα. Εν συνεχεία αναφέρουμε τις πρακτικές εφαρμογές των ενισχυμένων πλακών, παρουσιάζοντας το ευρύ φάσμα χρησιμοποίησής τους και τέλος διατυπώνουμε τον στόχο της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο της εργασίας παραθέτουμε τον αναλυτικό υπολογισμό του φορτίου λυγισμού για το πρόβλημα μονοαξονικής θλίψης και για το πρόβλημα καθαρής διάτμησης, ορθογωνικής πλάκας διαφόρων διαστάσεων και συγκρίνουμε με τα αριθμητικά αποτελέσματα που πήραμε. Στο κεφάλαιο αυτό εξάγουμε σημαντικά συμπεράσματα σε ότι αφορά την «πυκνότητα» του υπολογιστικού πλέγματος και την συμπεριφορά των στοιχείων διαφόρων τύπων, γνώσεις που εφαρμόσαμε στην συνέχεια στις επόμενες αναλύσεις που πραγματοποιήσαμε.

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο μελετήσαμε την συμπεριφορά μεταλλικών ορθογωνικών πλακών, διαφόρων διαστάσεων που φέρουν ένα ή περισσότερα ενισχυτικά ελάσματα, σε αξονική θλίψη. Δώσαμε έμφαση στην επιρροή της αρχικής ατέλειας των μοντέλων, στις διαστάσεις των ενισχυτικών ελασμάτων, καθώς και στην συμπεριφορά των κατασκευών κατά την αύξηση του πάχους των στοιχείων τους.

Στο 4<sup>ο</sup> και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάσαμε την γενική φιλοσοφία για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου σε μονοαξονική θλίψη ενισχυμένης μεταλλικής πλάκας, σύμφωνα με τον Ευρωπαϊκό κώδικα (Eurocode 3). Κατόπιν εφαρμόσαμε την μεθοδολογία αυτή ενδεικτικά σε δύο από τα μοντέλα μας και σχολιάσαμε τα αποτελέσματα.



Κατόπιν μελέτης των αριθμητικών αποτελεσμάτων από τις μη γραμμικές αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων που έγιναν για αξονική θλίψη ενισχυμένων μεταλλικών πλακών, καταλήξαμε στα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Σημαντικές παράμετροι για τον σχεδιασμό και την προσομοίωση μιας ενισχυμένης μεταλλικής πλάκας σε αξονική θλίψη, είναι οι διαστάσεις και η γεωμετρία της πλάκας και των ενισχυτικών ελασμάτων, η απόσταση μεταξύ των νεύρων, οι συνοριακές συνθήκες, ο τρόπος επιβολής του φορτίου και η αρχική ατέλεια της κατασκευής.
- Η μορφή της αρχικής ατέλειας της κατασκευής μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετική συμπεριφορά κατά τον λυγισμό. Όταν η μορφή της αρχικής ατέλειας είναι τέτοιου τύπου ώστε να ωθεί την κατασκευή να αστοχήσει σύμφωνα με την πρώτη ιδιομορφή της, τότε τα αποτελέσματα είναι αρκετά ρεαλιστικά. Στην περίπτωση που η αρχική ατέλεια είναι τέτοιου τύπου ώστε να ωθεί την κατασκευή να ακολουθήσει άλλη συμπεριφορά, τότε ενδέχεται τα αποτελέσματα που θα πάρουμε να αποκλίνουν σημαντικά.
- Όσο μειώνεται το μέγεθος της αρχικής ατέλειας αυξάνει το φορτίο λυγισμού για ίδιας μορφής αρχική ατέλεια, ενώ παραμένει ίδια η μεταλυγισμική συμπεριφορά.
- Η γεωμετρία των ενισχυτικών ελασμάτων επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό το φορτίο αστοχίας της κατασκευής καθώς και την συμπεριφορά της κατά τον λυγισμό. Η προσθήκη των ενισχυτικών ελασμάτων ισχυροποιεί την μεταλλική πλάκα και αυξάνει την συνολική ροπή αδρανείας της κατασκευής.
- Η αύξηση του πάχους της πλάκας και των ενισχυτικών ελασμάτων αυξάνει την αντοχή της κατασκευής σε αξονική θλίψη, χωρίς όμως αυτό να προϋποθέτει την σωστή εκμετάλλευση χρησιμοποιούμενου υλικού. Αυτό επιτυγχάνεται με την ταυτόχρονη επιλογή της κατάλληλης γεωμετρίας της κατασκευής.

## **Βιβλιογραφία**

- [1] I. André, H. Degée, V. de Ville de Goyet and R. Maquoi, Effect of Initial Imperfections in Numerical Simulations of Collapse Behavior of Stiffened Plates Under Compression, Eurosteel Coimbra, (2002)
- [2] D.O. Brush and B.O. Almroth, Buckling of Bars, Plates and Shells, McGraw-Hill Book Company, New York, (1975)
- [3] G.H. Bryan, On the Stability of a Plane Plate under Thrusts in its Own Plane with Applications to the Buckling of the Sides of a Ship, London Math. Soc., (1891)
- [4] E. Clark, The Britannia Conway Tubular Bridges, With General Inquiries on Beams and on the Properties of Materials Used in Construction, Day and Son, Lincoln's Inn Fields, and John Weale, High Holborn, London, (1850)
- [5] H.L. Cox, Buckling of Thin Plates in Compression, Aeronautical Research Committee, R. & M. No.1554, (1933)
- [6] V. de Ville de Goyet, R. Maquoi, Fr. Bachy and I. André, Ultimate Load Of Stiffened Compressed Plates, Eurosteel Coimbra, (2002)
- [7] Eurocode 3 design of steel structures CEN/TC250/prEN 1993-1-5, European Committee for Standardisation, Brussels, (2002)
- [8] T. von Kármán, E.E. Sechler and L.H. Donnell, The Strength of Thin Plates in Compression, ASME Applied Mechanics Transactions 54, (1932)
- [9] K. Maquerre, The Apparent Width of the Plate in Compression, NACA TM 833, (1937)
- [10] E.E. Sechler, The Ultimate Strength of Thin Flat Sheets in Compression, GALCIT Publication 27, California Institute of Technology, Pasadena, (1933)
- [11] L. Shuman and G. Back, Strength of Rectangular Plates Under Edge Compression, NACA Technical Report No.356, (1930)
- [12] J. Singer, J. Arbocz and T. Weller, Buckling Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures, John Wiley & Sons, New York, (1998)
- [13] S.P. Timoshenko and J.M. Gere, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York, (1961)
- [14] Π.Α. Καρύδης, Η Μεταλλική Κατασκευή του Πλοίου, Γ Αργυρόπουλος Ε.Π.Ε. Αθήνα, (2000)