

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΑΝΑΘΕΣΗ ΗΜΕΡΩΝ ΑΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΙΠΤΑΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Των

ΜΑΡΚΑ ΕΥΔΟΚΙΑ

ΡΙΖΙΝΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

ΒΟΛΟΣ , ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2019





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΑΝΑΘΕΣΗ ΗΜΕΡΩΝ ΑΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΙΠΤΑΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Των

ΜΑΡΚΑ ΕΥΔΟΚΙΑ

ΡΙΖΙΝΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝ : ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΚΟΖΑΝΙΔΗΣ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την ... Οκτωβρίου 2019.

.....

Γεώργιος Κοζανίδης

.....

Δημήτριος Παντελής

.....

Γεώργιος Λυμπερόπουλος

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η βελτιστοποίηση είναι μία αρχή που διέπει την ανάλυση πολλών περίπλοκων προβλημάτων επιχειρησιακής έρευνας. Η βαρδιολόγηση αποτελεί μία κατηγορία προβλημάτων βελτιστοποίησης, ανταποκρίνεται σε κάθε πτυχή της καθημερινής ζωής, εφόσον σχετίζεται με τη διαχείριση ανθρώπινου δυναμικού. Αρκετοί τομείς της σύγχρονης βιομηχανίας, εργοστάσια, αλλά και υπηρεσίες μέσω μαζικής μεταφοράς, στρατιωτικές μονάδες, σύστημα υγείας, υπηρεσίες άμεσης δράσης, και διάφορες άλλες επιχειρήσεις που απασχολούν προσωπικό, αντιμετωπίζουν ζητήματα που χρήζουν βελτιστοποίησης.

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται αναλαμβάνουν την κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο κατανομή, με γνώμονα τις εκάστοτε απαιτήσεις και προϋποθέσεις, συνδυάζοντας πόρους και συνθήκες. Στόχο έχουν το βέλτιστο αποτέλεσμα, την εξοικονόμηση χρημάτων, χρόνου και χώρου, και τη βελτιστοποίηση των συνθηκών λειτουργίας.

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται το ζήτημα της κατάλληλης κατανομής βαρδιών του προσωπικού μίας αεροπορικής εταιρίας. Παρουσιάζονται ο στόχος και οι λεπτομέρειες του προβλήματος, κι αναπτύσσεται μία μαθηματική μορφοποίηση γραμμικού προγραμματισμού. Στη συνέχεια, με τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού C και της Cplex, μέσω της βιβλιοθήκης callable, συντάσσεται κώδικας, ο οποίος επιλύει το πρόβλημα και παρουσιάζει τα αντίστοιχα αποτελέσματα. Τέλος, το πρόβλημα επεκτείνεται, καθώς βάσει χρήσης του κώδικα με διαφορετικά δεδομένα, εξασφαλίζεται το βέλτιστο αποτέλεσμα.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το ζήτημα που αντιμετωπίζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία, αφορά το προσωπικό μίας αεροπορικής εταιρίας, εμπίπτει στα προβλήματα βαρδιολόγησης, καθώς ασχολείται με την κατανομή ημερών ρεπό και διαθεσιμότητας (εφεξής off και available αντίστοιχα) για καθέναν από αυτούς, σύμφωνα με το δοθέν πρόγραμμα πτήσεων – βαρδιών (εφεξής duty) σε διάρκεια ενός μήνα.

Οι προϋποθέσεις που πρέπει να ληφθούν υπόψη σχετίζονται είτε με απαιτήσεις της ίδιας της αεροπορικής εταιρίας (πλήθος offs σε ένα μήνα, κοστολόγηση, κ.ά.) είτε με πιο αυστηρούς περιορισμούς (ξεκούραση προσωπικού, συνεχόμενα duties, κ.ά.).

Όλα τα παραπάνω μορφοποιούνται σε ένα μαθηματικό μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού, με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του κόστους, και λειτουργικούς περιορισμούς τις προδιαγραφές που πρέπει να πληρούνται.

Την επίλυση του προβλήματος αναλαμβάνει κώδικας γλώσσας C, ο οποίος χρησιμοποιεί τις ανωτέρω πληροφορίες, με ορισμένο το πρόγραμμα των duties, και σε συνεργασία με το πρόγραμμα της Cplex, εξάγει το βέλτιστο αποτέλεσμα, δηλαδή τη βέλτιστη ανάθεση offs και available στις κενές μέρες του μήνα, και το ελάχιστο δυνατό κόστος για κάθε περίπτωση δεδομένων.

**Λέξεις κλειδιά :**

**mathematical modelling , production planning , employee scheduling , CPLEX, shift schedule, work shift scheduling system , days-off scheduling , optimal shift scheduling , personnel scheduling , workforce planning , human resources, management system.**

**Σύστημα διαχείρισης ανθρωπίνων πόρων , ανθρώπινο δυναμικό , προγραμματισμός ανθρωπίνων πόρων , διοίκηση προσωπικού .**

## **ABSTRACT**

The subject of this thesis is about the personnel of an airline company. Appertains to work shift problems, as it deals with the distribution of the days off and the workdays for each one of the staff, according to a given month roster.

The requirements that have to be taken into consideration have to do either with the company's demands (quantity of days off in a month period, estimation of costs, etc ) , or with more strict restrictions ( staff's rest , duties in a row , etc ) .

All of the above are used so as to formulate a mathematical programming problem , and especially a linear one . The objective function is about minimizing the total cost , and operational restrains are about the requirements that have to be satisfied .

In order to solve the problem , C code takes over . The code uses the information provided in the statement of the problem and combined with the CPLEX program , the optimal solution is extracted , namely the assignment of the days off and the availabilities in a month period , and the minimum cost in any case .

### **Keywords :**

**mathematical modelling , production planning , employee scheduling , CPLEX, shift schedule, work shift scheduling system , days-off scheduling , optimal shift scheduling , personnel scheduling , workforce planning , human resources, management system .**

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Ευχαριστούμε θερμά τον καθηγητή, κ Γιώργο Κοζανίδη, για την επίβλεψη και την πολύτιμη καθοδήγησή του, καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας, καθώς επίσης όλους όσους βοήθησαν στην παροχή των απαραίτητων γνώσεων και πληροφοριών, τόσο σε γενικό γνωστικό επίπεδο, όσο και σε ειδικότερη κλίμακα, σε σχέση με το πραγματευόμενο αντικείμενο.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Πρόλογος	4
	Περίληψη	5
	Abstract	6
	Ευχαριστίες	7
1.	Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα	9
1.1.	Ιστορική αναδρομή	9
1.2.	Μαθηματική μοντελοποίηση	11
1.3.	Μέσα επίλυσης προβλήματος	12
1.4.	Προγραμματισμός ανθρώπινου δυναμικού	13
1.4.1.	Παράγοντες που επηρεάζουν τη βέλτιστη κατανομή του ανθρώπινου δυναμικού	13
1.5.	Επιχειρησιακή έρευνα στον αεροπορικό τομέα	13
1.5.1.	Είδη προβλημάτων	14
2.	Γενική προσέγγιση του προβλήματος	16
3.	Ειδική προσέγγιση του προβλήματος	18
3.1.	Ορισμός παραμέτρων προβλήματος	18
3.2.	Σκοπός του προβλήματος	19
4.	Μορφοποίηση και μαθηματικό μοντέλο	20
4.1.	Μορφοποίηση του προβλήματος	20
4.2.	Ορισμός μεταβλητών απόφασης	20
4.3.	Δημιουργία της αντικειμενικής συνάρτησης	24
4.4.	Δημιουργία των περιορισμών του προβλήματος	24
5.	Προγραμματισμός και κωδικοποίηση	30
6.	Εφαρμογή και αποτελέσματα	34
6.1.	Εφαρμογή του προβλήματος	34
6.2.	Ενδεικτικό ριπόρτ	35
6.2.1.	Αντικειμενική συνάρτηση	35
6.2.2.	Σύνολο λειτουργικών περιορισμών	35
6.2.3.	Όρια τιμών των παραμέτρων	45
6.2.4.	Είδος των παραμέτρων	48
6.3.	Αποτελέσματα εφαρμογής	48
7.	Διερεύνηση και προτάσεις μελλοντικής εργασίας	50
8	Βιβλιογραφία	52
8.1	Έντυπη βιβλιογραφία	52
8.2	Ιστοσελίδες	53



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

#### 1.1 Ιστορική αναδρομή

Από την εμφάνιση της βιομηχανικής επανάστασης (19<sup>ος</sup> αιώνας) μέχρι σήμερα παρατηρείται μια αξιοσημείωτη ανάπτυξη στο μέγεθος και την πολυπλοκότητα των επιχειρήσεων και των οργανισμών. Οι μικρές επιχειρήσεις βαθμιαία εξελίχθηκαν σε εταιρίες συγκέντρωσης μεγάλων κεφαλαίων. Μέσα σε αυτά τα πλαίσια της επαναστατικής αλλαγής, αυξήθηκε εντυπωσιακά ο καταμερισμός των ευθυνών και η κατανομή της εργασίας μέσα στις επιχειρήσεις. Όμως η αύξηση της εξειδίκευσης δημιούργησε καινούργια προβλήματα, τα οποία απασχολούν τις επιχειρήσεις και τους οργανισμούς μέχρι σήμερα. Για παράδειγμα, οι εξειδικευμένοι εργάτες, υπάλληλοι κι επιστήμονες, είχαν βαθιά γνώση του αντικειμένου με το οποίο ασχολούνταν, αλλά ελάχιστη γνώση της εργασίας των άλλων ειδικοτήτων και του τρόπου με τον οποίο οι δραστηριότητες κι οι στόχοι τους συνδέονταν με τον κύριο οργανισμό. Επίσης οι στόχοι κι οι επιδιώξεις τους πολλές φορές έρχονταν σε αντίθεση με τους στόχους και τις επιδιώξεις των άλλων ειδικοτήτων. Τέλος, η κατανομή των διαθέσιμων πόρων στις διάφορες δραστηριότητες έγινε αρκετά δύσκολη. Δημιουργήθηκε λοιπόν, η ανάγκη μιας επιστήμης η οποία όχι μόνο να έχει ως αντικείμενο την εύρεση του καλύτερου δυνατού τρόπου επίλυσης αυτών κι άλλων παρόμοιων προβλημάτων, αλλά ταυτόχρονα να ικανοποιεί την προσπάθειά μας να προσεγγίσουμε επιστημονικά την διοίκηση των οργανισμών.

Παρουσιάστηκε δηλαδή, η ανάγκη δημιουργίας της επιστήμης της Επιχειρησιακής Έρευνας (Operational Research, OR). Οι πρώτες συστηματικές δραστηριότητες της OR ξεκίνησαν στην Αγγλία, κατά τη διάρκεια του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου, όταν μία ομάδα Βρετανών επιστημόνων ξεκίνησαν τη λήψη επιστημονικών τεκμηριωμένων αποφάσεων, όσον αφορά τη διαχείριση του πολεμικού υλικού στον καλύτερο βαθμό. Μετά τον πόλεμο, αυτές οι ιδέες που αρχικά αφορούσαν τις στρατιωτικές δραστηριότητες, υιοθετήθηκαν για τη βελτίωση της αποδοτικότητας και της παραγωγικότητας του μη στρατιωτικού τομέα.

Η OR περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα τεχνικών και μεθόδων, που εφαρμόζονται για την επίλυση των προβλημάτων, με σκοπό τη βέλτιστη λήψη αποφάσεων και την αποτελεσματικότητα, όπως η προσομοίωση, ο μαθηματικός προγραμματισμός, ο γραμμικός προγραμματισμός, ο δυναμικός προγραμματισμός, ο μη γραμμικός – ακέραιος προγραμματισμός, το πρόβλημα μεταφοράς, η θεωρία των ουρών αναμονής (queueing theory), και άλλα στοχαστικά μοντέλα, Μαρκοβιανές αλυσίδες, νευρωτικά δίκτυα, ανάλυση αποφάσεων και παίγνια, προγραμματισμός κι έλεγχος αποθεμάτων. Σχεδόν όλες οι τεχνικές που αναφέρθηκαν, περιλαμβάνουν τη δημιουργία μαθηματικών μοντέλων, προσπαθώντας να περιγράψουν το εκάστοτε σύστημα. Λόγω της

υπολογιστικής και στατιστικής φύσης των περισσότερων εξ αυτών τομέων, η OR είναι αλληλένδετη με την πληροφορική και τις στατιστικές αναλύσεις. Οι επιστήμονες της επιχειρησιακής έρευνας, όταν αντιμετωπίζουν ένα νέο πρόβλημα, πρέπει να προσδιορίσουν ποια από αυτές τις τεχνικές είναι η καταλληλότερη, λαμβάνοντας υπόψη τη φύση του προβλήματος, τους υπό βελτίωση στόχους και περιορισμούς σχετικά με το χρόνο υπολογισμού και την υπολογιστική ισχύ.

Ορισμένα από τα πεδία που έχουν σημαντική αλληλεπίδραση με την Επιχειρησιακή Έρευνα είναι:

- Κατασκευαστικός τομέας, και διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας.
- Επιχειρηματικές αναλύσεις.
- Χρηματοοικονομικά.
- Πληροφορική.
- Προσομοίωση.
- Μεταφορές.
- Logistics.
- Στοχαστικά μοντέλα.

Ορισμένα προβλήματα, με τα οποία ασχολείται κι επιλύει η OR είναι τα παρακάτω:

- Ανάλυση κρίσιμης διαδρομής ή σχεδιασμός έργου: προσδιορισμός αυτών των διαδικασιών σε ένα σύνθετο έργο, που επηρεάζει τη συνολική διάρκεια του έργου.
- Βελτιστοποίηση δικτύων: όπως η εγκατάσταση τηλεπικοινωνιακών δικτύων για τη διατήρηση της ποιότητας των υπηρεσιών κατά τη διάρκεια των διακοπών.
- Προβλήματα κατανομής.
- Τοποθεσία εγκατάστασης.
- Προβλήματα ανάθεσης:
  - a. Γενικό πρόβλημα ανάθεσης.
  - b. Τετραγωνικό πρόβλημα ανάθεσης.
  - c. Πρόβλημα ανάθεσης στόχου όπλων.
- Μπεϋζιανή θεωρία αναζήτησης :αναζήτηση στόχου.
- Βέλτιστη αναζήτηση.
- Δρομολόγηση: όπως ο προσδιορισμός των διαδρομών των λεωφορείων, έτσι ώστε να απαιτούνται λιγότερα λεωφορεία.
- Διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας: διαχείριση της ροής πρώτων υλών και προϊόντων, με βάση την αβεβαιότητα της ζήτησης για τα τελικά προϊόντα.
- Αυτοματισμοί: Αυτοματοποίηση ή ενσωμάτωση ρομποτικών συστημάτων σε ανθρώπινες διαδικασίες.
- Παγκοσμιοποίηση: διεργασίες παγκοσμιοποίησης για την αξιοποίηση φθηνότερων υλικών, εργασίας γης, ή άλλων εισροών παραγωγικότητας.

- Μεταφορές: διαχείριση συστημάτων μεταφοράς και μεταφορές εμπορευμάτων.
- Χρονοδρομολόγηση:
  - a. Προγραμματισμός ανθρωπίνου δυναμικού.
  - b. Διοίκηση και διαχείριση έργου.
  - c. Διακίνηση δεδομένων δικτύου: αλλιώς γνωστά και ως μοντέλα ουράς αναμονής.
  - d. Αθλητικές εκδηλώσεις και τηλεοπτική κάλυψη τους.
- Ανάμειξη πρώτων υλών σε διυλιστήρια πετρελαίου.
- Προσδιορισμός των βέλτιστων τιμών, στο πλαίσιο των επιστημών τιμολόγησης.

## 1.2 Μαθηματική μοντελοποίηση

Η μαθηματική μοντελοποίηση είναι ένα από τα επιστημονικά πεδία που έχουν πολύ σημαντική αλληλεπίδραση στην επιχειρησιακή έρευνα.

Ένα μαθηματικό μοντέλο είναι η περιγραφή ενός συστήματος που χρησιμοποιεί μαθηματικές έννοιες και γλώσσα. Η διαδικασία ενός μαθηματικού μοντέλου ονομάζεται μαθηματική μοντελοποίηση. Τα μαθηματικά μοντέλα χρησιμοποιούνται στις φυσικές επιστήμες (όπως φυσική, βιολογία, γεωλογία), καθώς και στις κοινωνικές επιστήμες (όπως τα οικονομικά, ψυχολογία, κοινωνιολογία, πολιτικές επιστήμες). Οι φυσικοί, οι μηχανικοί, οι στατιστικοί, οι αναλυτές των ερευνητικών δραστηριοτήτων και οι οικονομολόγοι χρησιμοποιούν τα μαθηματικά μοντέλα πιο εκτεταμένα. Ένα μοντέλο βοηθά στην επεξήγηση και στην πρόβλεψη διαφόρων συμπεριφορών.

Τα μαθηματικά μοντέλα μπορούν να πάρουν πολλές μορφές, συμπεριλαμβανομένων των δυναμικών συστημάτων, των στατιστικών μοντέλων, διαφόρων εξισώσεων, ή και των θεωρητικών μοντέλων παιγνίων. Αυτοί και άλλοι τύποι μοντέλων μπορούν να αλληλεπικαλύπτονται, με ένα δεδομένο μοντέλο που περιλαμβάνει μια ποικιλία αφηρημένων δομών. Σε γενικές γραμμές, τα μαθηματικά μοντέλα μπορεί να περιλαμβάνουν λογικά μοντέλα. Σε πολλές περιπτώσεις, η ποιότητα ενός επιστημονικού πεδίου εξαρτάται από το πόσο καλά συμφωνούν τα μαθηματικά μοντέλα που αναπτύσσονται στη θεωρητική πλευρά με τα αποτελέσματα επαναλαμβανόμενων πειραμάτων.

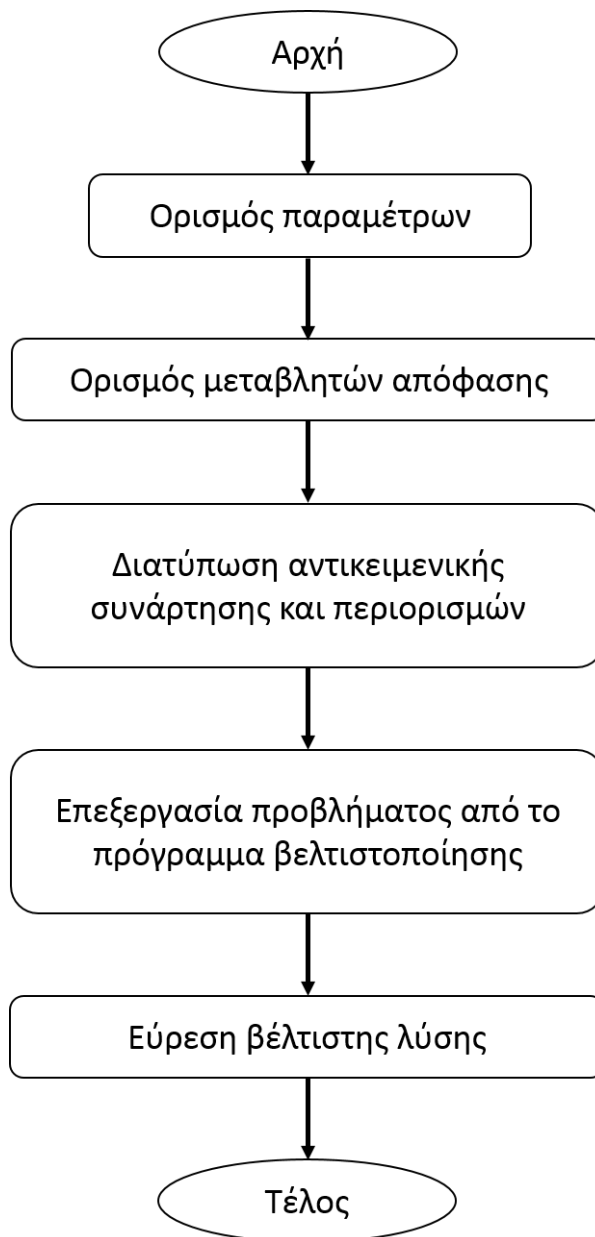
Σε γενικές γραμμές, το παραδοσιακό μοντέλο περιλαμβάνει τα εξής κυρίως στοιχεία:

1. Αντικειμενική/ές συνάρτηση/εις.
2. Παραμέτρους
3. Μεταβλητές απόφασης
4. Περιορισμούς

### 1.3 Μέσα επίλυσης προβλήματος

Η γλώσσα που χρησιμοποιήθηκε για τη μορφοποίηση του μαθηματικού μοντέλου, στην παρούσα εργασία είναι η C, η οποία σε συνδυασμό με τη CPLEX δίνει τη βέλτιστη δυνατή λύση.

Η C είναι μια γλώσσα προγραμματισμού γενικού σκοπού, που αναπτύχθηκε μεταξύ του 1972 και 1973, από τους Bell Labs και Dennis Ritchie. Η CPLEX είναι ένα πακέτο λογισμικού βελτιστοποίησης της εταιρίας IBM, η οποία γενικά, μπορεί να κληθεί με ποικίλους τρόπους από το πρόγραμμα. Στην παρούσα διπλωματική, αυτό γίνεται μέσω εντολών της βιβλιοθήκης callable. Αυτή λοιπόν, έπειτα από επεξεργασία των μεταβλητών, των περιορισμών, και της αντικειμενικής συνάρτησης, εξάγει το ζητούμενο, βέλτιστο αποτέλεσμα.



Σχήμα 1.3.α. Μορφοποίηση του προβλήματος κι επίλυση αυτού.

## 1.4 Προγραμματισμός ανθρώπινου δυναμικού

Ο προγραμματισμός ανθρωπίνου δυναμικού είναι ένα σημαντικό καθημερινό πρόβλημα επιχειρήσεων διαφόρων κλάδων, και σχετίζεται με την ορθή κατανομή του διαθέσιμου ανθρώπινου δυναμικού της εταιρίας, σε συγκεκριμένες χρονοθυρίδες (βάρδιες), βάσει των δεξιοτήτων και προσόντων των εργαζόμενων, και διαφόρων άλλων παραγόντων, με απώτερο σκοπό οι εταιρίες να ικανοποιήσουν συγκεκριμένους τύπους απαιτήσεων και ζητήσεών τους.

### 1.4.1 Παράγοντες που επηρεάζουν τη βέλτιστη κατανομή του ανθρωπίνου δυναμικού

Για να κατανεμηθεί με το βέλτιστο τρόπο το ανθρώπινο δυναμικό μίας εταιρίας, θα πρέπει ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων να λάβει υπόψη του αρκετούς παράγοντες. Τέτοιοι, πέρα τον διαφόρων δεξιοτήτων και προσόντων των εργαζομένων, είναι ο συνολικός αριθμός του διαθέσιμου εργατικού δυναμικού, ο αριθμός των γραμμών παραγωγής και ο αριθμός των προϊόντων που παράγει η επιχείρηση, η παραγωγική ικανότητα του κάθε προϊόντος, ο αριθμός των εργάσιμων ημερών και ωρών, η ζήτηση για το κάθε προϊόν κλπ.

## 1.5 Επιχειρησιακή έρευνα στον αεροπορικό τομέα

Κατά τη διάρκεια αρκετών δεκαετιών πριν, οι εναέρια μεταφορές είχαν υποστεί τρομακτική ανάπτυξη. Μαζί με αυτή την εξέλιξη, εμφανίστηκε και μία ολόκληρη γκάμα πρακτικών προβλημάτων που έχρηζαν επίλυσης. Για την επιτυχή λύση αυτών, απαιτούνταν μέθοδοι επιχειρησιακής έρευνας και σύγχρονης υπολογιστικής τεχνολογίας. Αυτές τις εφαρμογές αρχικά επωμίζονταν ειδικευμένοι τομείς εναέριων μεταφορών.

Ερχόμενοι στο σήμερα, οι απαιτήσεις των μεταφορών μέσω αέρος είναι μεγάλες καθώς καθημερινά τεράστιος αριθμός ταξιδιών πραγματοποιείται και επίσης αξιοσημείωτο είναι το ποσό των εμπορευμάτων που μεταφέρονται. Η ανάγκη για μεταφορές, ανακύπτουν από την ποικιλομορφία των δραστηριοτήτων του ανθρώπου. Παρακολουθώντας τον αριθμό των επιβατών που πετούν με διάφορα δρομολόγια κατά τη διάρκεια της ημέρας, της εβδομάδας και κατ' επέκταση του μήνα, παρατηρούνται συγκεκριμένα μοτίβα που χαρακτηρίζουν τη ζήτηση στις υπηρεσίες εναέριων μεταφορών. Επιπρόσθετα, οι εξελίξεις του παρελθόντος σε αυτό τον τομέα έφεραν στο φως ορισμένες εξαρτήσεις μεταξύ της ζήτησης των αερομεταφορών και κοινωνιο-οικονομικών χαρακτηριστικών της περιοχής με την οποία συνδέονται. Διατυπώνεται κάτι τέτοιο καθώς έχει παρατηρηθεί πως η ζήτηση είναι μεγαλύτερη σε πιο αναπτυγμένες περιοχές, ενώ παράλληλα, η εναέρια κίνηση αυξάνει την ανάπτυξη της περιοχής με την οποία είναι συνδεδεμένη. Οι εξαρτήσεις που παρατηρούνται, χρησιμοποιούνται στη διαδικασία σχεδιασμού των αερομεταφορών. Αυτή η διαδικασία περιλαμβάνει το σχεδιασμό

αεροδρομίων , τις εγκαταστάσεις μεταφορών που χρειάζονται , το δίκτυο διαδρομών και εν τέλει τον προγραμματισμό του προσωπικού που απαιτείται , το οποίο είναι και το θέμα αυτής της διπλωματικής εργασίας .

### 1.5.1 Είδη προβλημάτων

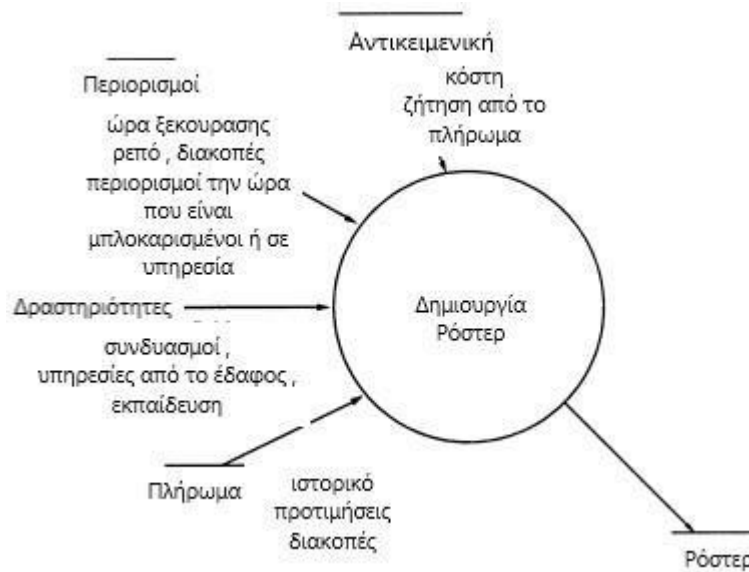
Λόγω της πολυπλοκότητας του θέματος προγραμματισμού του ανθρωπίνου δυναμικού στις αεροπορικές εταιρίες, το πρόβλημα συνήθως χωρίζεται στις εξής δύο φάσεις: στο συνδυασμό των μελών του πληρώματος με τα δρομολόγια και στην ανάθεση του προγράμματος στο προσωπικό. Αρχικά, δημιουργούνται ανώνυμοι συνδυασμοί με βάση τις απευθείας πτήσεις, τέτοιοι ώστε να καλύπτεται το προσωπικό που απαιτείται σε κάθε περίπτωση. Επομένως ο συνδυασμός, είναι μία αλληλουχία πτήσεων που ανατίθεται σε έναν ή περισσότερους εργαζόμενους, που δουλεύουν σε ένα ή περισσότερα πόστα. Έπειτα σχηματίζεται το πρόγραμμα του προσωπικού ή διαφορετικά, ρόστερ. Οι συνδυασμοί που δημιουργήθηκαν, μαζί με άλλες πιθανές δραστηριότητες, όπως η διαθεσιμότητα και οι μέρες αδείων, έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία του προσωποποιημένου ρόστερ που ανατίθεται σε κάθε εργαζόμενο. Η σύνθεση των προγραμμάτων γίνεται συνήθως σε μηνιαία βάση, λαμβάνοντας υπόψη και τον μήνα που έχει προηγηθεί. Σε κάθε περίπτωση, σύνθετοι κανόνες και περιορισμοί που προέρχονται από τη νομοθεσία και τις συμβάσεις που έχουν υπογραφεί πρέπει να ικανοποιηθούν από τη δοθείσα λύση, κι η εκάστοτε αντικειμενική συνάρτηση να βελτιστοποιηθεί.

Αν και το είδος των προβλημάτων κατά τη δημιουργία των συνδυασμών διαφέρουν από τη μία αεροπορική εταιρία στην άλλη, με σεβασμό στους κανόνες και τα κόστη, τα βασικά χαρακτηριστικά παραμένουν ίδια. Η δομή των περιορισμών είναι παρεμφερής, κι οι αντικειμενικές συναρτήσεις βασίζονται κι αντικατοπτρίζουν κατά κύριο λόγο πραγματικά κόστη.

Σε αντίθεση με τη δημιουργία συνδυασμών, το ρόστερ του πληρώματος μπορεί να υλοποιηθεί με ποικίλους τρόπους, με διαφορετική προσέγγιση. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η Βόρεια Αμερική, όπου στην πλειοψηφία τους οι αεροπορικές εταιρίες κάνουν τον μηνιαίο προγραμματισμό σε δύο βήματα: αρχικά δημιουργούνται ανώνυμα ρόστερ, κι έπειτα αυτά ανατίθενται στους εργαζόμενους με βάση τη ζήτηση προς τα εν λόγω ρόστερ από τους ίδιους (bidlines προσέγγιση).

Στις περισσότερες αντίστοιχες εταιρίες της Ευρώπης ωστόσο, τα ρόστερ δημιουργούνται απευθείας για κάθε εργαζόμενο, καλούνται ως προσωποποιημένα ή εξατομικευμένα. Αυτή η στρατηγική βασίζεται στη δίκαιη «μοιρασιά», δηλαδή όλα τα μέλη του πληρώματος θα πρέπει να έχουν προγράμματα που ικανοποιούν ορισμένα ποιοτικά κριτήρια, ή προσωπικές προτιμήσεις. Στην τελευταία περίπτωση, τα μέλη εκφράζουν τις προτιμήσεις τους, οι οποίες λαμβάνονται υπόψη κατά τη δημιουργία των ρόστερ. Έχουν προτεραιότητα σε αυτές, οι εργαζόμενοι με τα περισσότερα χρόνια εμπειρίας,

κι όσο μειώνεται η εμπειρία, τόσο μειώνονται οι προτιμήσεις που μπορούν να ικανοποιηθούν.



Σχήμα 1.2.1.α. Αναπαράσταση του προβλήματος ρόστερ, σε μία αεροπορική εταιρία.

Παρόλα αυτά, από την οπτική γωνία της λύσης, οι διαφορετικές προσεγγίσεις στη δημιουργία των ρόστερ, είναι αρκετά παρόμοιες και από την πλευρά της μοντελοποίησης, αλλά διαφέρουν κατά κύριο λόγο στο σχηματισμό της αντικειμενικής συνάρτησης. Σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους, ενώ παράλληλα λαμβάνονται υπόψη τα κριτήρια, όπως φαίνεται συγκεντρωτικά στο σχήμα 1.2.1.α. Από τη στιγμή που αυτές οι προσεγγίσεις εφαρμόζονται διαφορετικά στις αεροπορικές εταιρίες, και συνήθως συνδυάζονται κι είναι πιο εκτεταμένες, εγείρεται η απαίτηση για πιο ελαστικά συστήματα ρόστερ, που υποστηρίζουν τόσο τη μοντελοποίηση διάφορων περιβαλλόντων ρόστερ, αλλά και προσφέρουν τις κατάλληλες μεθόδους βελτιστοποίησης για την επίλυση με αποτελεσματικότητα και αποδοτικότητα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΓΕΝΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Τα ζητήματα που χρήζουν εφαρμογής βελτιστοποίησης σε μία αεροπορική εταιρία αφορούν τη διαθεσιμότητα των αεροσκαφών, την ανάθεση αυτών σε πτήσεις, τη διαθεσιμότητα και το ρόστερ του ιπτάμενου προσωπικού, και την ανάθεση αντίστοιχα, σε πτήσεις, και πολλά άλλα. Καθένα από τα ζητήματα αυτά αντιμετωπίζεται ξεχωριστά, κι έπειτα όλες οι παράμετροι συνεργάζονται ώστε να προκύψει ένα βέλτιστο καθολικό αποτέλεσμα – πρόγραμμα.

Για να γίνει αντιληπτή η χρησιμότητα της έννοιας της βελτιστοποίησης σε μία τέτοια περίπτωση, αρκεί να αναρωτηθεί κανείς πως για κάθε ερώτημα που διατυπώνεται, υπάρχει και μία απάντηση, η οποία αντιστοιχεί σε ένα αποτέλεσμα, ή μία σειρά αποτελεσμάτων. Ένα τέτοιο εφικτό αποτέλεσμα, βέλτιστο ή μη, κοστολογείται κι ερμηνεύεται σε χρηματικές μονάδες. Τι κόστος προκύπτει αν ένα συγκεκριμένο αεροσκάφος αναλάβει ένα συγκεκριμένο συνδυασμό πτήσεων; Επαρκεί η χωρητικότητά του; Μήπως το συγκεκριμένο αεροσκάφος μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποδοτικότερα σε διαφορετικό συνδυασμό πτήσεων; Ποια είναι η διαθεσιμότητα του προσωπικού για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα, και πού μπορούν να κατανεμηθούν οι υπάλληλοι; Είναι δυνατόν να αλλάξει το ρόστερ του προσωπικού, και με τι κόστος, εν μέσω κάποιου ρόστερ πτήσεων; Με ποια κριτήρια λαμβάνονται αποφάσεις για το ρόστερ των πτήσεων, πώς ένας συνδυασμός κοστίζει περισσότερο από έναν άλλον;

Όσον αφορά το προσωπικό της εταιρίας, η διαθεσιμότητα σε ανθρώπινο δυναμικό, οι πτήσεις που έχουν καθοριστεί, και το κατά πόσο είναι δυνατή η συμμετοχή κάθε ιπτάμενου σε κάθε πτήση ή συνδυασμό πτήσεων, είναι κάποιες βασικές παράμετροι που καθορίζουν τη λύση του προβλήματος. Αντίστοιχα, θα πρέπει να αποφασισθεί για καθέναν από αυτούς ποιες είναι οι λιγότερο κοστοβόρες ημέρες να εργαστούν ή όχι.

Με αναγωγή του παραπάνω θέματος στο μέγεθος ενός και μόνο υπαλλήλου, σε αυτή τη διπλωματική εργασία αποφασίζεται βάσει μηνιαίου προγράμματος βαρδιών (εφεξής *duties*), που έχει ήδη καθοριστεί με αντίστοιχες μεθόδους βελτιστοποίησης, η βέλτιστη κατανομή των αδειών – ρεπό (εφεξής *off*) και των ημερών διαθεσιμότητας (εφεξής *available*) του υπαλλήλου.

Η ημέρα ενός ιπτάμενου έχει τρεις καταστάσεις από τις οποίες μπορεί να χαρακτηριστεί: *duty*, *off*, *available*. Ως *duty* ορίζεται η κατάσταση κατά την οποία ο υπάλληλος βρίσκεται σε υπηρεσία, δηλαδή δουλεύει, κι αντίστοιχα ως *off*, η κατάσταση κατά την οποία ο υπάλληλος βρίσκεται σε άδεια. Η έννοια που ενδιαφέρει αρκετά είναι εκείνη του *available*, καθώς αποτελεί μία ενδιάμεση κατάσταση των *duty* και *off*. Όταν ένας ιπτάμενος βρίσκεται σε διαθεσιμότητα,



πρακτικά σημαίνει πως εργάζεται, διότι δεν αναλαμβάνει άμεσα κάποιο duty, αλλά είναι σε επιφυλακή για έκτακτες καταστάσεις, όπως ξαφνική έλλειψη προσωπικού σε κάποια πτήση, ή έκτακτες πτήσεις, και άλλα. Αν κι ενδέχεται μία ημέρα available να θεωρηθεί ως κάποιο είδος άδειας, εφόσον δεν προκύψουν έκτακτες υπηρεσίες, αυτή δεν μπορεί να χρεωθεί ως off, διότι δεν δίνονται τα απαραίτητα περιθώρια για να χαρακτηριστεί ως off. Με άλλα λόγια, ένας υπάλληλος σε διαθεσιμότητα σημαίνει πως βρίσκεται πάντα κοντά στο αεροδρόμιο, και θα πρέπει ανά πάσα στιγμή να μπορεί να αναλάβει κάποιο duty. Επομένως, μία ημέρα που χαρακτηρίζεται ως available, αντιμετωπίζεται σαν duty.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΕΙΔΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Εξετάζοντας αναλυτικά τη φύση του προβλήματος, τρία πράγματα φαίνεται να αποτελούν και τις βασικές αρχές του: τα δεδομένα του προβλήματος, οι περιορισμοί που πρέπει να πληρούνται, και ο τελικός στόχος που πρέπει να ικανοποιηθεί.

#### 3.1 Ορισμός παραμέτρων του προβλήματος

Δεδομένα. Ως δεδομένο μπορεί να θεωρηθεί το μηνιαίο πρόγραμμα βαρδιών (εφεξής schedule) κάθε ιπταμένου, που έχει ήδη αποφασισθεί με διαδικασίες βελτιστοποίησης, δηλαδή ποιες από τις ημέρες του μήνα ορίζονται ως προκαθορισμένο duty.

Περιορισμοί. Κάθε αεροπορική εταιρία ακολουθεί μία πολιτική, βάσει της οποίας ορίζονται, ανάμεσα σε άλλα, και οι συνθήκες εργασίας του προσωπικού της. Οι παραδοχές που λαμβάνουν χώρα στο συγκεκριμένο θέμα, αφορούν το πλήθος των offs, το κόστος της τοποθέτησης των offs / available στο χρονοδιάγραμμα, και το νομικό πλαίσιο που διέπει τη διαχείριση των offs / available (εφεξής legality) για το εκάστοτε schedule που εμφανίζεται.

Εξασφάλιση legality. Κάθε schedule που δίδεται με καθορισμένα duties ως βάση για να ληφθούν έπειτα αποφάσεις για τα offs και available, απαιτείται να τηρεί το νομικό πλαίσιο που τηρεί η πολιτική διαχείρισης ανθρώπινου δυναμικού. Η ασφάλεια κάθε πτήσης αποτελεί προτεραιότητα και σχετίζεται με δύο παραμέτρους, τη μηχανική ασφάλεια, και την ικανότητα του προσωπικού να ανταπεξέλθει. Η δεύτερη είναι που ενδιαφέρει, εν προκειμένω, καθώς σχετίζεται με το κατά πόσο είναι σε θέση κάθε ιπτάμενος να αντιμετωπίσει τις απαιτήσεις κάθε duty. Γι' αυτό και κρίνεται απαραίτητος ένας χρόνος ξεκούρασης, η τοποθέτηση του οποίου δεν είναι προφανώς τυχαία. Η εταιρία δεν επιτρέπει το μη φυσιολογικό πλήθος συνεχόμενων duties, γεγονός το οποίο πρέπει να εξασφαλίζεται κατά την επίλυση του προβλήματος. Ένα εύλογο ερώτημα είναι το γιατί πρέπει να ληφθεί αυτή η παράμετρος υπόψη, εφόσον ήδη έχει καθορισθεί το κομμάτι της σύνθεσης των duties, κι επομένως έχει ήδη θεωρηθεί ότι ικανοποιείται το απαραίτητο legality. Όπως θα γίνει κατανοητό στη συνέχεια, η λύση του προβλήματος θα πρέπει να είναι αμερόληπτη και να ανταποκρίνεται σε κάθε είδους schedule που θα προκύψει. Γι' αυτό το λόγο, η διαδικασία επίλυσης εφαρμόζεται σε πολλά τυχαία schedules, και για να εξασφαλιστεί το legality, εισάγεται μία δικλείδα ασφαλείας που αποτρέπει την ύπαρξη ορισμένων συνεχόμενων duties.

Πλήθος offs. Μία από τις προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται είναι και το πλήθος των offs του κάθε υπαλλήλου. Έχει αποφασισθεί στο χρονικό παράθυρο ενός μήνα, που εξετάζεται, κάθε υπάλληλος να έχει συγκεκριμένο

αριθμό ημερών ρεπό. Αυτή η συνθήκη, σε συνδυασμό με την απαγορευτική συνθήκη των συνεχόμενων duties, εξασφαλίζει ένα ομαλά κατανομημένο εργασιακό φόρτο, γεγονός που αποτρέπει τη συσσωρευμένη κόπωση, σωματική και ψυχική, σε ένα μόνο τμήμα του εξεταζόμενου χρονικού πλαισίου.

Κόστος τοποθέτησης off / available. Όπως έγινε κατανοητό βάσει των παραπάνω, η όλη σημασία του αποτελέσματος έγκειται στη βέλτιστη τοποθέτηση των offs και των available για κάθε ιπτάμενο. Για να κριθεί αν ένα αποτέλεσμα είναι βέλτιστο ή όχι, πρέπει να υφίσταται κάποιες μονάδες μέτρησης. Αυτές οι μονάδες αντικατοπτρίζουν το κόστος ή το κέρδος κάθε εγχειρήματος. Η εταιρία θεωρεί πως ένα διάστημα είναι χρήσιμο σαν off αν πρακτικά υπάρχει αρκετός χρόνος σε αυτό για να αξιοποιηθεί ορθά. Αντίστοιχα, επειδή η διαθεσιμότητα κατά την οποία βρίσκεται ενίοτε ο υπάλληλος, είναι ουσιαστικά μία ασταθής κατάσταση, εφόσον είναι αβέβαιο αν θα καταλήξει σε λήψη ή μη υπηρεσίας, είναι φρόνιμο αυτό το διάστημα που θα θεωρείται available, να είναι επίσης αρκετό, για την ομαλότερη μετάβαση των καταστάσεων. Επομένως, αποφεύγεται η χρήση μονών ημερών off ή available, διότι ουσιαστικά δεν προλαβαίνουν να χρησιμοποιηθούν αποδοτικά. Ορίζεται λοιπόν, κάποιο κόστος - ποινή (εφεξής penalty cost ή penalty) για κάθε περίπτωση όπου τοποθετείται μονό ρεπό ή μονή διαθεσιμότητα (εφεξής single off και single available αντίστοιχα). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η κατάσταση single off και single available δεν είναι μία απαγορευτική συνθήκη, δηλαδή μπορεί να υπάρξει, ανάλογα με το εκάστοτε schedule που ορίζεται, αλλά σίγουρα είναι μία κατάσταση που θα ήταν προτιμότερο να αποφευχθεί, εφόσον επιφέρει κόστος στην τελική λύση.

### 3.2 Σκοπός του προβλήματος

Στόχος του προβλήματος. Σκοπός ενός προβλήματος βελτιστοποίησης είναι η εύρεση της βέλτιστης λύσης, την οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση, αντιπροσωπεύει το μικρότερο δυνατό κόστος, όπως ορίστηκε παραπάνω. Για κάθε single off και single available αντίστοιχα που εμφανίζεται στην τελική λύση, η εταιρία επωμίζεται κάποιο penalty. Επομένως αυτή η λύση που περιλαμβάνει single off / available δεν είναι επιθυμητή σε σχέση με την ιδανική που δεν περιλαμβάνει κανένα single off / available, κι άρα δεν επιβαρύνει την εταιρία με penalty. Στη συνέχεια λοιπόν, θα συζητηθεί εκτενώς ο τρόπος με τον οποίο επιδιώκεται η βέλτιστη λύση, η οποία αποτελεί το ελάχιστο δυνατό συνολικό κόστος που θα μπορούσε να προκύψει, βάσει των εκάστοτε δεδομένων, και των περιορισμών που πρέπει να ικανοποιούνται, κι η οποία περιλαμβάνει το ελάχιστο δυνατό πλήθος single off και single available αντίστοιχα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

#### 4.1 Μορφοποίηση του προβλήματος

Το πρόβλημα της κατανομής των βαρδιών του εργατικού δυναμικού, αποτελεί ένα πρόβλημα απόφασης που μπορεί να αντιμετωπιστεί από μεθόδους βελτιστοποίησης, όπως ο γραμμικός προγραμματισμός. Ο γραμμικός προγραμματισμός (linear programming) είναι ένα μαθηματικό μοντέλο επιχειρησιακής έρευνας, κατά το οποίο οι άγνωστοι παράμετροι (μεταβλητές απόφασης) που το συνθέτουν, συνδέονται με γραμμικό τρόπο μεταξύ τους, ορίζοντας τόσο τους περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιούνται, όσο και την αντικειμενική συνάρτηση, που αντιπροσωπεύει και το στόχο του προβλήματος.

#### 4.2 Ορισμός μεταβλητών απόφασης

Μελετώντας αναλυτικότερα, το πρώτο πράγμα που πρέπει να ορισθεί είναι οι μεταβλητές απόφασης. Το ρόλο αυτό αναλαμβάνουν παράμετροι, των οποίων οι τιμές είναι αυτές που συνθέτουν την τελική λύση, και περιορίζονται από τους λειτουργικούς περιορισμούς. Το ζητούμενο εδώ είναι ο χαρακτήρας που θα πάρουν οι ημέρες του μήνα, αν θα είναι duty, off ή available.

Ορίζονται λοιπόν οι παρακάτω δυαδικές μεταβλητές απόφασης:

$$y_i \begin{cases} 1, \text{αν η ημέρα } i \text{ είναι } off \\ 0, \text{αν η ημέρα } i \text{ είναι } available \end{cases}, \text{για } i = [1, 30]$$

Οι  $y$  αφορούν τις ημέρες του μήνα, από την πρώτη (1) έως και την τελευταία (30). Η  $y$  θα πάρει την τιμή 1 αν η αντίστοιχη ημέρα χαρακτηριστεί ως off, και την τιμή 0 αν χαρακτηριστεί ως available. Πρακτικά, επειδή οι καταστάσεις duty και available σημαίνουν υπηρεσία, αν μία ημέρα είναι ορισμένη ως duty, τότε η αντίστοιχη  $y$  θα είναι ίση με 0.

$$x_i \begin{cases} 1, \text{αν η ημέρα } i \text{ είναι } single\ off \\ 0, \text{αν όχι} \end{cases}, \text{για } i = [1, 29]$$

$$w_i \begin{cases} 1, \text{αν η ημέρα } i \text{ είναι } single\ available \\ 0, \text{αν όχι} \end{cases}, \text{για } i = [1, 29]$$

Για κάθε  $y$  ορίζονται αντίστοιχα οι μεταβλητές απόφασης  $x$  και  $w$ . Για κάθε ενδεχόμενη κατάσταση της  $y$ , off ή available, υπάρχει κάποια  $x$  ή  $w$  αντίστοιχα, για να ορίσει αν θα είναι single ή όχι. Μία ημέρα χαρακτηρίζεται single off, αν η προηγούμενη και η επόμενη έχει ορισθεί ως duty (ή available). Ομοίως λειτουργεί και η  $w$ , όπου για μία available ημέρα, αν η προηγούμενη και η επόμενη έχουν ορισθεί ως off, τότε η ημέρα αυτή θεωρείται single available. Οι  $x$  και  $w$ , δεν αφορούν την τελευταία ημέρα, καθώς στο



Έστω λοιπόν, οι ημέρες του τρέχοντος μήνα, όπως απεικονίζονται, κι οι αντίστοιχες μεταβλητές,  $u$  και  $y$ , που καθορίζουν την κατάστασή τους. Για κάθε μία από αυτές, ορίζονται οι  $x$  και  $w$ , που αφορούν τις single περιπτώσεις. Υπενθυμίζεται, για την πρώτη ημέρα του επόμενου μήνα δεν υπάρχει πληροφορία, επομένως δεν μπορεί να ληφθεί απόφαση για single περίπτωση κατά την τελευταία ημέρα του τρέχοντος μήνα. Επίσης, με την ίδια λογική, λαμβάνεται υπόψη το ενδεχόμενο penalty από την τελευταία ημέρα του προηγούμενου μήνα.

Υποθετικά λοιπόν, έχει αποφασισθεί κάποιο shift schedule, για έναν και μόνο υπάλληλο, σύμφωνα με το οποίο, γνωστό είναι το ποιες από τις ημέρες του μήνα έχουν ορισθεί με duty, με τις υπόλοιπες να παραμένουν κενές. Έστω ακόμη, πως είναι δεδομένες και οι δύο τελευταίες ημέρες του προηγούμενου μήνα. Μία τέτοια κατάσταση μπορεί ενδεικτικά, να απεικονιστεί παρακάτω.

$U_{29}$ DUTY	$U_{30}$ OFF	$Y_1$ -	$Y_2$ -	$Y_3$ DUTY	$Y_4$ -	$Y_5$ -	$Y_6$ -	$Y_7$ DUTY	$Y_8$ -	ΕΠΟ- ΜΕΝΟΣ ΜΗΝΑΣ
ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟΣ ΜΗΝΑΣ									ΤΡΕΧΩΝ ΜΗΝΑΣ (ΥΠΟΛΟΙΠΕΣ ΗΜΕΡΕΣ ΤΟΥ ΜΗΝΑ)	
		$Y_{23}$ DUTY	$Y_{24}$ DUTY	$Y_{25}$ -	$Y_{26}$ -	$Y_{27}$ -	$Y_{28}$ -	$Y_{29}$ DUTY		$Y_{30}$ -

Σχήμα 4.2.β. Δεδομένα duties, σε αντιστοιχία με μεταβλητές απόφασης

Η όλη διαδικασία βελτιστοποίησης που περιγράφεται σε αυτή τη διπλωματική εργασία, εφαρμόζεται στο πεδίο καθορισμού των κενών αυτών ημερών, αν θα λάβουν το χαρακτήρα off ή available, και σύμφωνα πάντα με το βέλτιστο δυνατό τρόπο. Ωστόσο, φρόνιμο είναι αρχικά να γίνει μία περιγραφή κάθε περίπτωσης, για να γίνει κατανοητή η διαφορά μεταξύ τους, με βάση το κόστος που προκύπτει.

Για παράδειγμα, ας εξετάσουμε τις εξής περιπτώσεις:

Ι. Έστω ότι οι τελευταίες ημέρες του προηγούμενου μήνα έχουν ορισθεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Επειδή το ενδεχόμενο penalty (για single off) της τελευταίας ημέρας θα επιβαρύνει τον τρέχοντα μήνα, είναι σημαντικό να αναλυθεί κάθε πιθανός χαρακτηρισμός της  $y_1$ .

$U_{29}$ DUTY	$U_{30}$ OFF	$Y_1$ -
------------------	-----------------	------------

$U_{29}$ DUTY	$U_{30}$ OFF	$Y_1$ OFF	$X_{prev} = 0$ (δεν προκύπτει Single off)
$U_{29}$ DUTY	$U_{30}$ OFF	$Y_1$ AVAIL.	$X_{prev} = 1$ (προκύπτει Single off)

Σχήμα 4.2.γ. Single off, 1<sup>η</sup> περίπτωση.

Προφανώς και θα ισχύει  $w_{prev}=0$ , εφόσον δεν υφίσταται καν available την εν λόγω ημέρα.

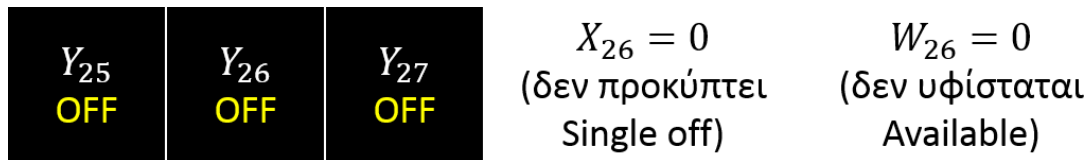
II. Με παρόμοιο τρόπο λειτουργεί κάποιο single off κατά τη διάρκεια του μήνα. Έστω ότι έχει ορισθεί κάποιο available, κατά τη διάρκεια της επίλυσης, το οποίο δημιουργεί μία κενή ημέρα, ουσιαστικά ανάμεσα σε duties.

		$Y_3$ DUTY	$Y_4$ -	$Y_5$ AVAIL.		
$Y_3$ DUTY	$Y_4$ AVAIL.	$Y_5$ AVAIL.	$X_4 = 0$ (δεν υφίσταται Off)	$W_4 = 0$ (δεν προκύπτει Single available)		
$Y_3$ DUTY	$Y_4$ OFF	$Y_5$ AVAIL.	$X_4 = 1$ (προκύπτει Single off)	$W_4 = 0$ (δεν υφίσταται Available)		

Σχήμα 4.2.δ. Single off, 2<sup>η</sup> περίπτωση.

III. Αντίστοιχη συμπεριφορά παρατηρείται και για το single available, όπως μπορεί να απεικονιστεί παρακάτω, αν για παράδειγμα, τοποθετούνται δύο off, δημιουργώντας μία κενή ημέρα ενδιάμεσα, που χρήζει χαρακτηρισμού.

		$Y_{25}$ OFF	$Y_{26}$ -	$Y_{27}$ OFF		
$Y_{25}$ OFF	$Y_{26}$ AVAIL.	$Y_{27}$ OFF	$X_{26} = 0$ (δεν υφίσταται Off)	$W_{26} = 1$ (προκύπτει Single available)		



Σχήμα 4.2.ε. Single available.

### 4.3 Δημιουργία της αντικειμενικής συνάρτησης

Εφόσον καταστεί σαφής η φύση των δυαδικών αυτών μεταβλητών μία μαθηματική σχέση των μεταβλητών απόφασης (όσων από αυτές χρειάζεται), σύμφωνα με την οποία θα υπολογίζεται το συνολικό τελικό κόστος, δηλαδή η τιμή της τελικής λύσης. Το ρόλο αυτό αναλαμβάνει η αντικειμενική συνάρτηση, η οποία εν προκειμένω, ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος που απαρτίζεται από τα επιμέρους penalties που προκύπτουν.

$$\min Z = C_o (\sum x_i + x_{prev}) + C_a (\sum w_i + w_{prev}), \text{ για } i = [1, 29]$$

όπου  $C_o$  και  $C_a$  είναι τα επιμέρους κόστη για single off και single available αντίστοιχα. Δηλαδή, στόχος είναι το άθροισμα του κόστους που προκύπτει για κάθε single off, και του κόστους που προκύπτει για κάθε single available, να είναι όσο το δυνατό μικρότερο, γεγονός που επιβεβαιώνει τη χρήση του min.

Ωστόσο, οι τιμές των επιμέρους μεταβλητών απόφασης, καθορίζονται με συγκεκριμένο τρόπο, κι όχι αυθαίρετα, αλλά ακολουθώντας τους κανονισμούς, όπως αυτοί επεξηγήθηκαν προηγουμένως. Αυτοί οι κανονισμοί, ή αλλιώς λειτουργικοί περιορισμοί, είναι μαθηματικές γραμμικές σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών απόφασης. Κάθε προϋπόθεση που πρέπει να ικανοποιείται, απεικονίζεται λοιπόν, με έναν ή με ένα σύνολο από περισσότερους λειτουργικούς περιορισμούς.

### 4.4 Δημιουργία των περιορισμών του προβλήματος

Ο πρώτος και βασικός περιορισμός που θα αναλυθεί αφορά τη δικλειδα ασφαλείας του μοντέλου, η οποία αποτρέπει την ύπαρξη επτά συνεχόμενων duties, όπως έχει αποφασισθεί από την εταιρία. Το γεγονός αυτό μαθηματικά, σημαίνει πως σε ένα οποιοδήποτε σύνολο επτά συνεχόμενων ημερών του μήνα, είναι αναγκαίο να υπάρχει τουλάχιστον ένα off. Οι υπόλοιπες ημέρες είναι ελεύθερο να χαρακτηριστούν ως duty ή available, εφόσον δεν παραβιάζεται το legality του schedule.

$$\sum_{i}^{i+6} y_i \geq 1, \text{ για } i = [1, 24]$$

Ένα ακόμη βασικό κριτήριο, είναι και το πλήθος των offs, όπως έχει αποφασισθεί από την εταιρία. Καθ' όλη τη διάρκεια του τρέχοντος μήνα, θα



πρέπει οι άδειες των ιπταμένων να είναι ακριβώς 8 σε αριθμό, ανεξαρτήτως του τρόπου με τον οποίο θα κατανεμηθούν, κι ανεξαρτήτως του αν θα είναι single off ή όχι.

$$\sum y_i = 8, \text{ για } i = [1, 30]$$

Στη συνέχεια, κι εφόσον μελετάται το κόστος των single off και single available, είναι υψίστης σημασίας να καταστρωθεί ένα σύνολο μαθηματικών σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών απόφασης  $x_i$ ,  $w_i$ ,  $x_{prev}$ ,  $w_{prev}$ , και των αντίστοιχων  $y_i$  που επηρεάζουν την τιμή τους, ώστε να καθορίζεται σαφώς ένας χαρακτηρισμός για κάθε αντίστοιχη ημέρα του μήνα.

Σε κάθε μία από τις ημέρες του τρέχοντος μήνα, αντιστοιχίζεται και κάποια μεταβλητή  $x_i$ , της οποίας η τιμή καθορίζεται αυστηρά από τις τιμές της προηγούμενης, της τρέχουσας, και της επόμενης  $y$ , όπως ήδη έχει αναλυθεί σε προηγούμενη μελέτη. Ο τρόπος με τον οποίο συντάσσεται το ακόλουθο σύνολο εξισώσεων έχει σημασία, καθώς πρέπει για κάθε ενδεχόμενη τιμή της τριάδας των  $y$  που εξετάζεται, να εξασφαλίζεται η κατάλληλη τιμή της  $x_i$ .

$$\begin{aligned} x_i &\leq y_i \\ x_i &\leq 1 - y_{i-1} \\ x_i &\leq 1 - y_{i+1} \\ x_i &\geq y_i - y_{i-1} - y_{i+1} \\ &\text{για } i = [2, 28] \end{aligned}$$

Για να γίνει κατανοητή η λειτουργία της παραπάνω ομάδας εξισώσεων, αρκεί να αποτυπωθεί σε έναν πίνακα κάθε κατάσταση, με ταυτόχρονο έλεγχο αυτών, και της τιμής της  $x_i$ , που είναι και το ζητούμενο.

Σημείωση: 0 για duty / available, 1 για off			
$Y_{i-1}$	$Y_i$	$Y_{i+1}$	$X_i$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1 (single off)
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Σχήμα4.4.α. Προϊόν περιορισμών για single off, για κάθε πιθανή περίπτωση.

Ανάμεσα σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, όπως φαίνεται, υπάρχει μία, κατά την οποία η αλληλουχία (duty / available) – (off) – (duty / available), δηλαδή 0 – 1 – 0, που καθιστά την ημέρα  $i$  που εξετάζεται, single off. Επομένως η  $x_i$ , εφόσον λαμβάνει την τιμή 1, συμμετέχει στην αντικειμενική συνάρτηση, κι επιβαρύνει με κόστος  $C_o \cdot x_i$ .

Στο ίδιο μήκος κύματος κινείται και το αντίστοιχο σύνολο εξισώσεων, το οποίο χρησιμοποιείται για την εξασφάλιση της τιμής της  $w_i$ , και του single available, σύμφωνα πάντα με τις αντίστοιχες  $y$ , δηλαδή την προηγούμενη, την τρέχουσα και την επόμενη  $y$ .

$$w_i \leq 1 - y_i$$

$$w_i \leq y_{i-1}$$

$$w_i \leq y_{i+1}$$

$$w_i \geq y_{i-1} + y_{i+1} - 1 - y_i$$

$$\text{για } i = [2, 28]$$

Κι εδώ οι τιμές των  $y$  αποτυπώνονται σε έναν πίνακα, με παράλληλο έλεγχο των περιορισμών, με σκοπό την πρόσδοση της ακριβής τιμής της  $w_i$ , που εξετάζεται. Αντίστοιχα με τον προσδιορισμό της τιμής της  $x_i$ , υπάρχει κι εδώ κατάλληλη αλληλουχία (off) – (available) – (off), που εξασφαλίζει ότι μπορεί να υπάρξει single available, και να επιφέρει κόστος  $C_a \cdot w_i$ . Όλα αυτά, μπορούν να αποσαφηνιστούν σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα που ακολουθεί.

Σημείωση: 0 για duty / available, 1 για off			
$Y_{i-1}$	$Y_i$	$Y_{i+1}$	$W_i$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1 (single available)
1	1	0	0
1	1	1	0

Σχήμα 4.4.β. Προϊόν περιορισμών για single available, για κάθε πιθανή περίπτωση.

Ξεχωριστά εξετάζονται οι περιπτώσεις της πρώτης ημέρας του τρέχοντος μήνα, και της τελευταίας ημέρας του προηγούμενου μήνα, εφόσον για τον υπολογισμό των αντίστοιχων penalties, χρησιμοποιούνται επιπλέον οι πληροφορίες των  $u_{29}$  και  $u_{30}$ .

Για την πρώτη λοιπόν ημέρα του τρέχοντος μήνα, στην περίπτωση του single off, οι περιορισμοί παίρνουν την εξής μορφή:

$$\begin{aligned}
x_1 &\leq y_1 \\
x_1 &\leq 1 - u_{30} \\
x_1 &\leq 1 - y_2 \\
x_1 &\geq y_1 - u_{30} - y_2
\end{aligned}$$

Και στην περίπτωση του single available:

$$\begin{aligned}
w_1 &\leq 1 - y_1 \\
w_1 &\leq u_{30} \\
w_1 &\leq y_2 \\
w_1 &\geq u_{30} + y_2 - 1 - y_1
\end{aligned}$$

Όμοια, για το penalty ενδεχόμενου single off, της τελευταίας ημέρας του προηγούμενου μήνα, που λαμβάνεται υπόψη στον τρέχον, η ομάδα εξισώσεων τροποποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned}
x_{prev} &\leq u_{30} \\
x_{prev} &\leq 1 - u_{29} \\
x_{prev} &\leq 1 - y_1 \\
x_{prev} &\geq u_{30} - u_{29} - y_1
\end{aligned}$$

Και για το penalty ενδεχόμενου single available, αντίστοιχα:

$$\begin{aligned}
w_{prev} &\leq 1 - u_{30} \\
w_{prev} &\leq u_{29} \\
w_{prev} &\leq y_1 \\
w_{prev} &\geq u_{29} + y_1 - 1 - u_{30}
\end{aligned}$$

Οι περιπτώσεις μπορούν να εξετασθούν ξεχωριστά για κάθε μία από αυτές τις ημέρες, σε παρόμοιους πίνακες, ως εξής:

(Πρώτη ημέρα τρέχοντος μήνα)				
Σημείωση: 0 για duty / available, 1 για off				
$U_{30}$	$Y_1$	$Y_2$	$X_1$	$W_1$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1 (single off)	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1 (single avail.)
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0

Σχήμα 4.4.γ. Προϊόν περιορισμών για single off / available της πρώτης ημέρας του τρέχοντος μήνα, για κάθε πιθανή περίπτωση.

Τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα αποκαλύπτουν πως για την αλληλουχία (duty / available) – (off) – (duty / available), η πρώτη ημέρα καταλήγει να είναι single off, επιφέροντας κόστος στην εταιρία ίσο με  $C_o \cdot x_1$ . Επίσης, για την αλληλουχία (off) – (available) – (off), προκύπτει single available, με κόστος  $C_a \cdot w_1$ .

(Τελευταία ημέρα προηγούμενου μήνα)				
Σημείωση: 0 για duty / available, 1 για off				
$U_{29}$	$U_{30}$	$Y_1$	$X_{prev}$	$W_{prev}$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1 (single off)	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1 (single avail.)
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0

Σχήμα 4.4.δ. Προϊόν περιορισμών για single off / available της τελευταίας ημέρας του προηγούμενου μήνα, για κάθε πιθανή περίπτωση.

Ομοίως, βάσει των δεδομένων για την τελευταία ημέρα του προηγούμενου μήνα, η αλληλουχία (duty / available) – (off) – (duty / available), προσδίδει χαρακτηρισμό single off για την τελευταία ημέρα, το κόστος της οποίας διαμορφώνεται ως  $C_o \cdot w_{prev}$ . Αντίστοιχα λοιπόν, και σύμφωνα με την αλληλουχία (off) – (available) – (off), η τελευταία ημέρα γίνεται single available, με κόστος  $C_a \cdot w_{prev}$ .

Τέλος, κάθε μεταβλητή απόφασης που χρησιμοποιείται, είναι δυαδική, και πρέπει για κάθε μία από αυτές να επισημανθεί το πεδίο ορισμού της.

$$y_i = [0, 1], \text{ για } i = [1, 30]$$

$$x_i, w_i = [0, 1], \text{ για } i = [1, 29]$$

$$u_{29}, u_{30}, x_{prev}, w_{prev} = [0, 1]$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Η πρώτη κίνηση στην κατασκευή του τρόπου επίλυσης, είναι ο ορισμός των μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν. Εδώ, κατασκευάζεται ένας μονοδιάστατος πίνακας 90 θέσεων,  $duties[i]$ , από τις οποίες, τις 30 πρώτες θέσεις (θέση 1 έως θέση 30) καταναλώνουν οι μεταβλητές  $y_i$ , και συμβολίζουν τα καθορισμένα  $duties$ , τις επόμενες 30 (θέση 31 έως θέση 60) οι μεταβλητές  $x_i$ , για τα  $single\ off$ , και τις τελευταίες 30 θέσεις (θέση 61 έως θέση 90) καταλαμβάνουν οι μεταβλητές  $w_i$ , για τα  $single\ available$ . Να σημειωθεί ότι, παρόλο που από το σύνολο των  $x_i$  και των  $w_i$ , η  $x_{30}$  και η  $w_{30}$  πρακτικά δεν εξετάζονται λόγω ελλιπούς πληροφόρησης (δεν είναι γνωστός ο τύπος της πρώτης ημέρας του επόμενου μήνα), κι επομένως αγνοούνται στον υπολογισμό της τελικής βέλτιστης λύσης, αυτές υφίστανται σαν μεταβλητές, χάριν ευμορφίας του πίνακα.

Με γνωστή πλέον, τη φύση των μεταβλητών που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν στο πρόγραμμα, επόμενο βήμα είναι η εισαγωγή των δεδομένων. Ως δεδομένο, θεωρείται το  $shift\ schedule$  που έχει αποφασισθεί, το οποίο και περιέχει τα  $duties$  του ιπταμένου για ένα μήνα. Σημαντική σημείωση που πρέπει να γίνει, είναι πως στο παρόν πρόβλημα, εξετάζεται ένας μήνας 30 ημερών. Σαφώς και η διαδικασία θα πρέπει να εφαρμόζεται και για 31 ή 28 θέσεις, ωστόσο, ο κώδικας που συντάσσεται εδώ, είναι πειραματικός, κι εξετάζεται κυρίως η λειτουργικότητά του ως προς τους περιορισμούς του προβλήματος. Αναλυτικότερα το ζήτημα θίγεται αργότερα.

Επειδή λοιπόν, το πρόγραμμα θα πρέπει να λειτουργεί αμερόληπτα γι' αυτές τις 30 ημέρες, και για κάθε ενδεχόμενο  $schedule$  που μπορεί να προκύψει, χρησιμοποιείται τυχαίος πίνακας, με κλήση κατάλληλης συνάρτησης. Ο πίνακας που παράγεται αποτελείται από 0 και 1, όπου το 0 αντιπροσωπεύει τα δοθέντα  $duties$ , και το 1 τις υπόλοιπες κενές ημέρες. Επίσης, γίνεται έλεγχος έτσι ώστε να υπάρχουν ακριβώς 15 ημέρες κενές, για τις οποίες θα αποφασισθεί αργότερα ο χαρακτήρας τους ( $off$  ή  $available$ ).

Τα  $duties$  που παράγονται, αποθηκεύονται στον πίνακα  $duties[i]$  (στις 30 πρώτες θέσεις), όπως φαίνεται, και στη συνέχεια, χρησιμοποιείται μετρητής ( $counter$ ) για την εξασφάλιση των 15 κενών ημερών, δηλαδή των 15 σε πλήθος κελιών που περιέχουν 1.

Εφόσον το  $schedule$  στο σύνολό του κατασκευάζεται με τυχαίο τρόπο, είναι απαραίτητος κάποιος έλεγχος, ώστε να εξασφαλιστεί πως η τοποθέτηση των  $duties$  τηρεί το  $legality$  που έχει αποφασισθεί. Επομένως, είναι απαγορευτική οποιαδήποτε αλληλουχία από 7  $duties$ , σκοπός για τον οποίο χρησιμοποιούνται εντολές που διασφαλίζουν την ύπαρξη τουλάχιστον ενός μη μηδενικού κελιού, δηλαδή τουλάχιστον μίας κενής ημέρας, σε κάθε αλληλουχία 7 θέσεων – ημερών.

Μετά κι από τα βασικά πρώτα βήματα, τίθεται ένα σημαντικό ερώτημα. Με ποιόν τρόπο η διαδικασία που έπεται, επεξεργάζεται μόνο τις κενές ημέρες, δηλαδή τα κελιά με 1, και δεν επηρεάζει τα δοθέντα duties, δηλαδή τα μηδενικά στοιχεία; Είναι σαφές πως, από τις μεταβλητές  $y_i$  που παράγονται μέσω του τυχαίου πίνακα, οι μηδενικές δεν θα μεταβληθούν ποτέ ως προς την τιμή τους, εφόσον αντιπροσωπεύουν τα καθορισμένα duties. Γι' αυτό το λόγο, χρησιμοποιείται μία επαναληπτική διαδικασία, κατά την οποία, για κάθε μία από τις μεταβλητές ορίζονται όρια στην τιμή τους, lower και upper bound αντίστοιχα, τα οποία για τις μηδενικές  $y_i$  γίνονται ίσα με 0, επομένως η τιμή των μεταβλητών αυτών παραμένει σταθερή κι ίση με 0. Αντίθετα, για τις υπόλοιπες κενές ημέρες, οι οποίες απεικονίζονται ως 1, το lower bound είναι 0 και το upper bound ίσο με 1, γεγονός που επιτρέπει την εναλλαγή από 0 σε 1 κι αντίστροφα, όπως κρίνεται αναγκαίο, κατά τη διάρκεια της επίλυσης.

Όσον αφορά τους λειτουργικούς περιορισμούς, και συγκεκριμένα το legality του προβλήματος, η αλληλουχία των 7 συνεχόμενων μηδενικών στοιχείων δεν είναι επιθυμητή, όπως τονίστηκε ήδη πολλές φορές. Από τα πρώτα στάδια ακόμα, του κώδικα, έχει ελεγχθεί πως απορρίπτεται εξ αρχής ως δεδομένο, να περιέχει ο πίνακας του schedule 7 συνεχόμενα duties. Ωστόσο, μία τέτοια αλληλουχία ενδέχεται να δημιουργηθεί μετέπειτα, με την προσθήκη κάποιου available, εφόσον πρακτικά κι αυτό θεωρείται υπηρεσία, και συμβολίζεται κι αυτό ως 0. Επομένως, είναι σημαντικό κάτι τέτοιο να εξετάζεται κατά τη διάρκεια επίλυσης του προβλήματος, δηλαδή κατά την επιλογή χαρακτήρα (off – 1, ή available – 0) για κάθε κενή ημέρα.

Εν συνεχεία, τακτοποιείται το θέμα των 8 σε πλήθος offs. Η συνάρτηση που χρησιμοποιείται γι' αυτό το σκοπό, κι οι εντολές που εμπεριέχονται σε αυτή, εξετάζουν το μηνιαίο schedule καθολικά, και φροντίζουν στο σύνολό τους οι μεταβλητές  $y_i$  να περιέχουν τουλάχιστον 8 μη μηδενικά στοιχεία.

Επόμενο ζήτημα που χρήζει ανάλυσης, είναι εκείνο που αφορά τους περιορισμούς των single off και single available, για όλες τις ημέρες του μήνα (πλην της τελευταίας), καθώς και για την τελευταία του προηγούμενου μήνα. Για κάθε μία από αυτές, σύμφωνα με το μαθηματικό μοντέλο που εξετάστηκε προηγουμένως, χρησιμοποιείται ένα σύνολο 4 ανισώσεων – περιορισμών, ο συνδυασμός των οποίων εξασφαλίζει την τιμή που πρέπει για το αντίστοιχο κελί.

Τόσο για τα single offs, όσο και για τα single available, οι αντίστοιχες συναρτήσεις που καλούνται, ουσιαστικά περιγράφουν τις ανισώσεις των αντίστοιχων περιορισμών που τα αναδεικνύουν. Επειδή οι ανισώσεις που ανήκουν στο ίδιο σύνολο περιορισμών, απαρτίζονται από μία συγκεκριμένη κάθε φορά τετράδα μεταβλητών του τύπου  $y_{i-1}$ ,  $y_i$ ,  $y_{i+1}$ , και  $x_i$  ή  $w_i$  αντίστοιχα, πρακτικά καλείται η ίδια συνάρτηση 4 φορές (για τις 4 ανισώσεις), για κάθε τετράδα μεταβλητών, μεταβάλλοντας κατά την κλήση της τους συντελεστές των μεταβλητών που συμμετέχουν, καθώς και το δεξί μέλος της ανίσωσης.

Single off	$X_i$	$Y_{i-1}$	$Y_i$	$Y_{i+1}$	;	Rhs	a. k. a.
#1	1	0	-1	0	$\leq$	0	$x_i \leq y_i$
#2	1	1	0	0	$\leq$	1	$x_i \leq 1 - y_{i-1}$
#3	1	0	0	1	$\leq$	1	$x_i \leq 1 - y_{i+1}$
#4	1	1	-1	1	$\geq$	0	$x_i \geq y_i - y_{i-1} - y_{i+1}$

Σχήμα 5.α. Μητρική απεικόνιση περιορισμών για single off.

Single available	$W_i$	$Y_{i-1}$	$Y_i$	$Y_{i+1}$	;	Rhs	a. k. a.
#1	1	0	1	0	$\leq$	1	$w_i \leq 1 - y_i$
#2	1	-1	0	0	$\leq$	0	$w_i \leq y_{i-1}$
#3	1	0	0	-1	$\leq$	0	$w_i \leq y_{i+1}$
#4	1	-1	1	-1	$\geq$	-1	$w_i \geq y_{i-1} + y_{i+1} - 1 - y_i$

Σχήμα 5.β. Μητρική απεικόνιση περιορισμών για single available.

Όσον αφορά το σύνολο των περιορισμών του single off και single available για την πρώτη ημέρα του τρέχοντος μήνα, αυτό εισάγεται με παρόμοιο τρόπο, με τη διαφορά ότι πλέον δεν μπορούν να κληθούν οι ίδιες συναρτήσεις για single off και single available αντίστοιχα, εφόσον χρησιμοποιείται επιπλέον η μεταβλητή  $u_{30}$ , και όχι μόνο μεταβλητές τύπου  $y_i$  αποκλειστικά. Ωστόσο, κι εδώ, οι δύο συναρτήσεις καλούνται 4 φορές για να καλύψουν τις 4 ανισώσεις που αποτελούν τις ομάδες των περιορισμών του single off και single available για την πρώτη ημέρα του τρέχοντος μήνα.

Single off First day, present month	$X_1$	$U_{30}$	$Y_1$	$Y_2$	;	Rhs	a. k. a.
#1	1	0	-1	0	$\leq$	0	$x_1 \leq y_1$
#2	1	1	0	0	$\leq$	1	$x_1 \leq 1 - u_{30}$
#3	1	0	0	1	$\leq$	1	$x_1 \leq 1 - y_2$
#4	1	1	-1	1	$\geq$	0	$x_1 \geq y_1 - u_{30} - y_2$

Σχήμα 5.γ. Μητρική απεικόνιση περιορισμών 1<sup>ης</sup> ημέρας τρέχοντος μήνα, για single off.

Single available First day, present month	$W_1$	$U_{30}$	$Y_1$	$Y_2$	;	Rhs	a. k. a.
#1	1	0	1	0	$\leq$	1	$w_1 \leq 1 - y_1$
#2	1	-1	0	0	$\leq$	0	$w_1 \leq u_{30}$
#3	1	0	0	-1	$\leq$	0	$w_1 \leq y_2$
#4	1	-1	1	-1	$\geq$	-1	$w_1 \geq u_{30} + y_2 - 1 - y_1$



Σχήμα 5.δ. Μητρική απεικόνιση περιορισμών 1<sup>ης</sup> ημέρας τρέχοντος μήνα, για single.

Ξεχωριστά εξετάζονται κι οι περιορισμοί για την τελευταία ημέρα του προηγούμενου μήνα, εφόσον το ενδεχόμενο penalty συμμετέχει στη διαμόρφωση της τελικής βέλτιστης λύσης. Με την ίδια λογική, όπως προηγουμένως, καταστρώνονται νέες συναρτήσεις, μία για κάθε κατάσταση, single off και single available, εφόσον εμφανίζονται οι μεταβλητές  $u_{29}$  και  $u_{30}$ .

Single off Last day, previous month	$x_{prev}$	$u_{29}$	$u_{30}$	$y_1$	;	Rhs	a. k. a.
#1	1	0	-1	0	<=	0	$x_{prev} \leq u_{30}$
#2	1	1	0	0	<=	1	$x_{prev} \leq 1 - u_{29}$
#3	1	0	0	1	<=	1	$x_{prev} \leq 1 - y_1$
#4	1	1	-1	1	>=	0	$x_{prev} \geq u_{30} - u_{29} - y_1$

Σχήμα 5.ε. Μητρική απεικόνιση περιορισμών τελευταίας ημέρας προηγούμενου μήνα, για single off.

Single available Last day, previous month	$w_{prev}$	$u_{29}$	$u_{30}$	$y_1$	;	Rhs	a. k. a.
#1	1	0	1	0	<=	1	$w_{prev} \leq 1 - u_{30}$
#2	1	-1	0	0	<=	0	$w_{prev} \leq u_{29}$
#3	1	0	0	-1	<=	0	$w_{prev} \leq y_1$
#4	1	-1	1	-1	>=	-1	$w_{prev} \geq u_{29} + y_1 - 1 - u_{30}$

Σχήμα 5.στ. Μητρική απεικόνιση περιορισμών τελευταίας ημέρας προηγούμενου μήνα, για single available.

Όλα τα παραπάνω στοιχεία που αναλύθηκαν, με βάση την τελική τιμή που λαμβάνουν, διαμορφώνουν τη βέλτιστη λύση, και προσδίδουν κάποια αξία στην αντικειμενική συνάρτηση. Ο τρόπος με τον οποίο απεικονίζεται η αντικειμενική συνάρτηση φαίνεται παρακάτω:

$$\min Z = C_o (\sum duties[i] + x_{prev}) + C_a (\sum duties[i + 30] + w_{prev})$$

$$for i = [30, 59]$$

Πλέον, έχοντας λάβει την κατάλληλη τιμή όλες οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται, για τη διαμόρφωση της αντικειμενικής συνάρτησης, το πρόγραμμα ανατρέχει σε εκείνες τις θέσεις του πίνακα  $duties[i]$ , που καταναλώνονται από τις  $x_i$  και  $w_i$  (30 ως 59, και 60 ως 89, εφόσον η τελευταία ημέρα δεν συνυπολογίζεται, επομένως  $x_{30}$  και  $w_{30}$  είναι αδιάφορες), καθώς και στις  $x_{prev}$  και  $w_{prev}$ , οι οποίες και συμμετέχουν στον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

#### 6.1 Εφαρμογή του προβλήματος

Το πρόγραμμα που αναλύθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, εφαρμόστηκε σε διαφορετικές περιπτώσεις, με διαφορετικά shift schedules, και βάσει των αποτελεσμάτων που προέκυψαν, εξήχθησαν ορισμένα συμπεράσματα. Αφενός, η λύση για κάθε πρόβλημα ξεχωριστά φαίνεται να τηρεί κάθε περιορισμό, επομένως εξασφαλίζεται η εφικτότητα, κι αφετέρου, εφόσον οι λειτουργικοί περιορισμοί χτίστηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να στοχεύουν στη βέλτιστη λύση, τότε η λύση αυτή που προκύπτει είναι και βέλτιστη, χωρίς αυτό να σημαίνει πως το συνολικό κόστος των penalties είναι απαραίτητα μηδενικό, αλλά είναι το μικρότερο δυνατό που μπορεί να επιβαρύνει την εταιρία, για το δοθέν πρόγραμμα duties.

Ενδεικτικά, για τις ανάγκες επεξήγησης κι επιβεβαίωσης των όσων έχουν ειπωθεί σε θεωρητικό επίπεδο, παρατίθενται τα αποτελέσματα κάποιου τυχαίου schedule, με τυχαία επιλογή από το χρήστη για τις δύο τελευταίες ημέρες του προηγούμενου μήνα, και duties του τρέχοντος μήνα, που παρήχθησαν ως εξής:

$U_{29}$	0	Duty	$Y_{15}$	0	Duty
$U_{30}$	1	Off	$Y_{16}$	1	Undefined
$Y_1$	0	Duty	$Y_{17}$	0	Duty
$Y_2$	0	Duty	$Y_{18}$	1	Undefined
$Y_3$	0	Duty	$Y_{19}$	0	Duty
$Y_4$	1	Undefined	$Y_{20}$	0	Duty
$Y_5$	0	Duty	$Y_{21}$	0	Duty
$Y_6$	1	Undefined	$Y_{22}$	1	Undefined
$Y_7$	1	Undefined	$Y_{23}$	0	Duty
$Y_8$	1	Undefined	$Y_{24}$	1	Undefined
$Y_9$	0	Duty	$Y_{25}$	1	Undefined
$Y_{10}$	0	Duty	$Y_{26}$	1	Undefined
$Y_{11}$	0	Duty	$Y_{27}$	0	Duty
$Y_{12}$	0	Duty	$Y_{28}$	0	Duty
$Y_{13}$	1	Undefined	$Y_{29}$	1	Undefined
$Y_{14}$	0	Duty	$Y_{30}$	1	Undefined

Σχήμα 6.1.α. Ενδεικτικό shift schedule ενός μήνα.

## 6.2 Ενδεικτικό ριπόρτ

Μετά από εφαρμογή της διαδικασίας βελτιστοποίησης, σε γλώσσα προγραμματισμού C, και σε συνεργασία με το πρόγραμμα της Cplex, όπως αναλύθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια, και με αδιάφορο ορισμό του κόστους  $C_o=50$  και  $C_a=100$ , χωρίς βλάβη της γενικότητας του προβλήματος, καταγράφονται στο παρακάτω geronτ η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, οι περιορισμοί αυτού, τα όρια τιμών των παραμέτρων και τέλος, το είδος αυτών (ακέραιοι, δυαδικοί κλπ):

### 6.2.1 Αντικειμενική συνάρτηση

*Αντικειμενική συνάρτηση, ελαχιστοποίησης συνολικού κόστους:*

Minimize

$$\begin{aligned} \text{obj: } & 50 x_{31} + 50 x_{32} + 50 x_{33} + 50 x_{34} + 50 x_{35} + 50 x_{36} + 50 x_{37} + 50 x_{38} \\ & + 50 x_{39} + 50 x_{40} + 50 x_{41} + 50 x_{42} + 50 x_{43} + 50 x_{44} + 50 x_{45} + 50 x_{46} \\ & + 50 x_{47} + 50 x_{48} + 50 x_{49} + 50 x_{50} + 50 x_{51} + 50 x_{52} + 50 x_{53} + 50 x_{54} \\ & + 50 x_{55} + 50 x_{56} + 50 x_{57} + 50 x_{58} + 50 x_{59} + 50 x_{60} + 100 x_{61} + 100 x_{62} \\ & + 100 x_{63} + 100 x_{64} + 100 x_{65} + 100 x_{66} + 100 x_{67} + 100 x_{68} + 100 x_{69} \\ & + 100 x_{70} + 100 x_{71} + 100 x_{72} + 100 x_{73} + 100 x_{74} + 100 x_{75} + 100 x_{76} \\ & + 100 x_{77} + 100 x_{78} + 100 x_{79} + 100 x_{80} + 100 x_{81} + 100 x_{82} + 100 x_{83} \\ & + 100 x_{84} + 100 x_{85} + 100 x_{86} + 100 x_{87} + 100 x_{88} + 100 x_{89} + 100 x_{90} \\ & + 50 x_{91} + 100 x_{92} \end{aligned}$$

### 6.2.2 Σύνολο λειτουργικών περιορισμών

Subject To

*Σύνολο των offs του μήνα ίσο με 8:*

$$\begin{aligned} \text{Offs\_In\_Month\#0: } & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \\ & + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} \\ & + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} \\ & + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} = 8 \end{aligned}$$

*Απαγορευτική συνθήκη αλληλουχίας με 7 duties:*

$$\text{\_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties\#1: } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 1$$

\_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#2:  $x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#3:  $x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#4:  $x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#5:  $x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#6:  $x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#7:  $x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#8:  $x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#9:  $x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#10:  $x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#11:  $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#12:  $x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#13:  $x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#14:  $x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#15:  $x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#16:  $x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#17:  $x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#18:  $x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#19:  $x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#20:  $x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#21:  $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#22:  $x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#23:  $x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} \geq 1$   
 \_Ena\_Off\_Se\_Epta\_Duties#24:  $x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} \geq 1$

*Έλεγχος single off, 1<sup>η</sup> αντίσωση:*

SingleOffs1#25:  $-x_2 + x_{32} \leq 0$   
 SingleOffs1#26:  $-x_3 + x_{33} \leq 0$   
 SingleOffs1#27:  $-x_4 + x_{34} \leq 0$   
 SingleOffs1#28:  $-x_5 + x_{35} \leq 0$   
 SingleOffs1#29:  $-x_6 + x_{36} \leq 0$   
 SingleOffs1#30:  $-x_7 + x_{37} \leq 0$   
 SingleOffs1#31:  $-x_8 + x_{38} \leq 0$

SingleOffs1#32:            - x9 + x39 <= 0  
 SingleOffs1#33:            - x10 + x40 <= 0  
 SingleOffs1#34:            - x11 + x41 <= 0  
 SingleOffs1#35:            - x12 + x42 <= 0  
 SingleOffs1#36:            - x13 + x43 <= 0  
 SingleOffs1#37:            - x14 + x44 <= 0  
 SingleOffs1#38:            - x15 + x45 <= 0  
 SingleOffs1#39:            - x16 + x46 <= 0  
 SingleOffs1#40:            - x17 + x47 <= 0  
 SingleOffs1#41:            - x18 + x48 <= 0  
 SingleOffs1#42:            - x19 + x49 <= 0  
 SingleOffs1#43:            - x20 + x50 <= 0  
 SingleOffs1#44:            - x21 + x51 <= 0  
 SingleOffs1#45:            - x22 + x52 <= 0  
 SingleOffs1#46:            - x23 + x53 <= 0  
 SingleOffs1#47:            - x24 + x54 <= 0  
 SingleOffs1#48:            - x25 + x55 <= 0  
 SingleOffs1#49:            - x26 + x56 <= 0  
 SingleOffs1#50:            - x27 + x57 <= 0  
 SingleOffs1#51:            - x28 + x58 <= 0  
 SingleOffs1#52:            - x29 + x59 <= 0

*Έλεγχος single off, 2<sup>η</sup> ανίσωση:*

SingleOffs2#53:            x1 + x32 <= 1  
 SingleOffs2#54:            x2 + x33 <= 1  
 SingleOffs2#55:            x3 + x34 <= 1  
 SingleOffs2#56:            x4 + x35 <= 1  
 SingleOffs2#57:            x5 + x36 <= 1  
 SingleOffs2#58:            x6 + x37 <= 1  
 SingleOffs2#59:            x7 + x38 <= 1  
 SingleOffs2#60:            x8 + x39 <= 1  
 SingleOffs2#61:            x9 + x40 <= 1

SingleOffs2#62:	$x_{10} + x_{41} \leq 1$
SingleOffs2#63:	$x_{11} + x_{42} \leq 1$
SingleOffs2#64:	$x_{12} + x_{43} \leq 1$
SingleOffs2#65:	$x_{13} + x_{44} \leq 1$
SingleOffs2#66:	$x_{14} + x_{45} \leq 1$
SingleOffs2#67:	$x_{15} + x_{46} \leq 1$
SingleOffs2#68:	$x_{16} + x_{47} \leq 1$
SingleOffs2#69:	$x_{17} + x_{48} \leq 1$
SingleOffs2#70:	$x_{18} + x_{49} \leq 1$
SingleOffs2#71:	$x_{19} + x_{50} \leq 1$
SingleOffs2#72:	$x_{20} + x_{51} \leq 1$
SingleOffs2#73:	$x_{21} + x_{52} \leq 1$
SingleOffs2#74:	$x_{22} + x_{53} \leq 1$
SingleOffs2#75:	$x_{23} + x_{54} \leq 1$
SingleOffs2#76:	$x_{24} + x_{55} \leq 1$
SingleOffs2#77:	$x_{25} + x_{56} \leq 1$
SingleOffs2#78:	$x_{26} + x_{57} \leq 1$
SingleOffs2#79:	$x_{27} + x_{58} \leq 1$
SingleOffs2#80:	$x_{28} + x_{59} \leq 1$

*Έλεγχος single off, 3<sup>η</sup> αντίσωση:*

SingleOffs3#81:	$x_3 + x_{32} \leq 1$
SingleOffs3#82:	$x_4 + x_{33} \leq 1$
SingleOffs3#83:	$x_5 + x_{34} \leq 1$
SingleOffs3#84:	$x_6 + x_{35} \leq 1$
SingleOffs3#85:	$x_7 + x_{36} \leq 1$
SingleOffs3#86:	$x_8 + x_{37} \leq 1$
SingleOffs3#87:	$x_9 + x_{38} \leq 1$
SingleOffs3#88:	$x_{10} + x_{39} \leq 1$
SingleOffs3#89:	$x_{11} + x_{40} \leq 1$
SingleOffs3#90:	$x_{12} + x_{41} \leq 1$
SingleOffs3#91:	$x_{13} + x_{42} \leq 1$

SingleOffs3#92:	$x_{14} + x_{43} \leq 1$
SingleOffs3#93:	$x_{15} + x_{44} \leq 1$
SingleOffs3#94:	$x_{16} + x_{45} \leq 1$
SingleOffs3#95:	$x_{17} + x_{46} \leq 1$
SingleOffs3#96:	$x_{18} + x_{47} \leq 1$
SingleOffs3#97:	$x_{19} + x_{48} \leq 1$
SingleOffs3#98:	$x_{20} + x_{49} \leq 1$
SingleOffs3#99:	$x_{21} + x_{50} \leq 1$
SingleOffs3#100:	$x_{22} + x_{51} \leq 1$
SingleOffs3#101:	$x_{23} + x_{52} \leq 1$
SingleOffs3#102:	$x_{24} + x_{53} \leq 1$
SingleOffs3#103:	$x_{25} + x_{54} \leq 1$
SingleOffs3#104:	$x_{26} + x_{55} \leq 1$
SingleOffs3#105:	$x_{27} + x_{56} \leq 1$
SingleOffs3#106:	$x_{28} + x_{57} \leq 1$
SingleOffs3#107:	$x_{29} + x_{58} \leq 1$
SingleOffs3#108:	$x_{30} + x_{59} \leq 1$

*Έλεγχος single off, 4<sup>n</sup> αντίσωση:*

SingleOffs4#109:	$x_1 - x_2 + x_3 + x_{32} \geq 0$
SingleOffs4#110:	$x_2 - x_3 + x_4 + x_{33} \geq 0$
SingleOffs4#111:	$x_3 - x_4 + x_5 + x_{34} \geq 0$
SingleOffs4#112:	$x_4 - x_5 + x_6 + x_{35} \geq 0$
SingleOffs4#113:	$x_5 - x_6 + x_7 + x_{36} \geq 0$
SingleOffs4#114:	$x_6 - x_7 + x_8 + x_{37} \geq 0$
SingleOffs4#115:	$x_7 - x_8 + x_9 + x_{38} \geq 0$
SingleOffs4#116:	$x_8 - x_9 + x_{10} + x_{39} \geq 0$
SingleOffs4#117:	$x_9 - x_{10} + x_{11} + x_{40} \geq 0$
SingleOffs4#118:	$x_{10} - x_{11} + x_{12} + x_{41} \geq 0$
SingleOffs4#119:	$x_{11} - x_{12} + x_{13} + x_{42} \geq 0$
SingleOffs4#120:	$x_{12} - x_{13} + x_{14} + x_{43} \geq 0$
SingleOffs4#121:	$x_{13} - x_{14} + x_{15} + x_{44} \geq 0$

SingleOffs4#122:  $x_{14} - x_{15} + x_{16} + x_{45} \geq 0$   
 SingleOffs4#123:  $x_{15} - x_{16} + x_{17} + x_{46} \geq 0$   
 SingleOffs4#124:  $x_{16} - x_{17} + x_{18} + x_{47} \geq 0$   
 SingleOffs4#125:  $x_{17} - x_{18} + x_{19} + x_{48} \geq 0$   
 SingleOffs4#126:  $x_{18} - x_{19} + x_{20} + x_{49} \geq 0$   
 SingleOffs4#127:  $x_{19} - x_{20} + x_{21} + x_{50} \geq 0$   
 SingleOffs4#128:  $x_{20} - x_{21} + x_{22} + x_{51} \geq 0$   
 SingleOffs4#129:  $x_{21} - x_{22} + x_{23} + x_{52} \geq 0$   
 SingleOffs4#130:  $x_{22} - x_{23} + x_{24} + x_{53} \geq 0$   
 SingleOffs4#131:  $x_{23} - x_{24} + x_{25} + x_{54} \geq 0$   
 SingleOffs4#132:  $x_{24} - x_{25} + x_{26} + x_{55} \geq 0$   
 SingleOffs4#133:  $x_{25} - x_{26} + x_{27} + x_{56} \geq 0$   
 SingleOffs4#134:  $x_{26} - x_{27} + x_{28} + x_{57} \geq 0$   
 SingleOffs4#135:  $x_{27} - x_{28} + x_{29} + x_{58} \geq 0$   
 SingleOffs4#136:  $x_{28} - x_{29} + x_{30} + x_{59} \geq 0$

*Έλεγχος single available, 1<sup>η</sup> αντίσωση:*

SingleAv1#137:  $x_2 + x_{62} \leq 1$   
 SingleAv1#138:  $x_3 + x_{63} \leq 1$   
 SingleAv1#139:  $x_4 + x_{64} \leq 1$   
 SingleAv1#140:  $x_5 + x_{65} \leq 1$   
 SingleAv1#141:  $x_6 + x_{66} \leq 1$   
 SingleAv1#142:  $x_7 + x_{67} \leq 1$   
 SingleAv1#143:  $x_8 + x_{68} \leq 1$   
 SingleAv1#144:  $x_9 + x_{69} \leq 1$   
 SingleAv1#145:  $x_{10} + x_{70} \leq 1$   
 SingleAv1#146:  $x_{11} + x_{71} \leq 1$   
 SingleAv1#147:  $x_{12} + x_{72} \leq 1$   
 SingleAv1#148:  $x_{13} + x_{73} \leq 1$   
 SingleAv1#149:  $x_{14} + x_{74} \leq 1$   
 SingleAv1#150:  $x_{15} + x_{75} \leq 1$   
 SingleAv1#151:  $x_{16} + x_{76} \leq 1$



SingleAv1#152:	$x_{17} + x_{77} \leq 1$
SingleAv1#153:	$x_{18} + x_{78} \leq 1$
SingleAv1#154:	$x_{19} + x_{79} \leq 1$
SingleAv1#155:	$x_{20} + x_{80} \leq 1$
SingleAv1#156:	$x_{21} + x_{81} \leq 1$
SingleAv1#157:	$x_{22} + x_{82} \leq 1$
SingleAv1#158:	$x_{23} + x_{83} \leq 1$
SingleAv1#159:	$x_{24} + x_{84} \leq 1$
SingleAv1#160:	$x_{25} + x_{85} \leq 1$
SingleAv1#161:	$x_{26} + x_{86} \leq 1$
SingleAv1#162:	$x_{27} + x_{87} \leq 1$
SingleAv1#163:	$x_{28} + x_{88} \leq 1$
SingleAv1#164:	$x_{29} + x_{89} \leq 1$

*Έλεγχος single available, 2<sup>η</sup> αντίσωση:*

SingleAv2#165:	$-x_1 + x_{62} \leq 0$
SingleAv2#166:	$-x_2 + x_{63} \leq 0$
SingleAv2#167:	$-x_3 + x_{64} \leq 0$
SingleAv2#168:	$-x_4 + x_{65} \leq 0$
SingleAv2#169:	$-x_5 + x_{66} \leq 0$
SingleAv2#170:	$-x_6 + x_{67} \leq 0$
SingleAv2#171:	$-x_7 + x_{68} \leq 0$
SingleAv2#172:	$-x_8 + x_{69} \leq 0$
SingleAv2#173:	$-x_9 + x_{70} \leq 0$
SingleAv2#174:	$-x_{10} + x_{71} \leq 0$
SingleAv2#175:	$-x_{11} + x_{72} \leq 0$
SingleAv2#176:	$-x_{12} + x_{73} \leq 0$
SingleAv2#177:	$-x_{13} + x_{74} \leq 0$
SingleAv2#178:	$-x_{14} + x_{75} \leq 0$
SingleAv2#179:	$-x_{15} + x_{76} \leq 0$
SingleAv2#180:	$-x_{16} + x_{77} \leq 0$
SingleAv2#181:	$-x_{17} + x_{78} \leq 0$

SingleAv2#182: - x18 + x79 <= 0  
 SingleAv2#183: - x19 + x80 <= 0  
 SingleAv2#184: - x20 + x81 <= 0  
 SingleAv2#185: - x21 + x82 <= 0  
 SingleAv2#186: - x22 + x83 <= 0  
 SingleAv2#187: - x23 + x84 <= 0  
 SingleAv2#188: - x24 + x85 <= 0  
 SingleAv2#189: - x25 + x86 <= 0  
 SingleAv2#190: - x26 + x87 <= 0  
 SingleAv2#191: - x27 + x88 <= 0  
 SingleAv2#192: - x28 + x89 <= 0

*Έλεγχος single available, 3<sup>η</sup> αντίσωση:*

SingleAv3#193: - x3 + x62 <= 0  
 SingleAv3#194: - x4 + x63 <= 0  
 SingleAv3#195: - x5 + x64 <= 0  
 SingleAv3#196: - x6 + x65 <= 0  
 SingleAv3#197: - x7 + x66 <= 0  
 SingleAv3#198: - x8 + x67 <= 0  
 SingleAv3#199: - x9 + x68 <= 0  
 SingleAv3#200: - x10 + x69 <= 0  
 SingleAv3#201: - x11 + x70 <= 0  
 SingleAv3#202: - x12 + x71 <= 0  
 SingleAv3#203: - x13 + x72 <= 0  
 SingleAv3#204: - x14 + x73 <= 0  
 SingleAv3#205: - x15 + x74 <= 0  
 SingleAv3#206: - x16 + x75 <= 0  
 SingleAv3#207: - x17 + x76 <= 0  
 SingleAv3#208: - x18 + x77 <= 0  
 SingleAv3#209: - x19 + x78 <= 0  
 SingleAv3#210: - x20 + x79 <= 0  
 SingleAv3#211: - x21 + x80 <= 0

SingleAv3#212:            - x22 + x81 <= 0  
 SingleAv3#213:            - x23 + x82 <= 0  
 SingleAv3#214:            - x24 + x83 <= 0  
 SingleAv3#215:            - x25 + x84 <= 0  
 SingleAv3#216:            - x26 + x85 <= 0  
 SingleAv3#217:            - x27 + x86 <= 0  
 SingleAv3#218:            - x28 + x87 <= 0  
 SingleAv3#219:            - x29 + x88 <= 0  
 SingleAv3#220:            - x30 + x89 <= 0

*Έλεγχος single available, 4<sup>η</sup> αντίσωση:*

SingleAv4#221:            - x1 + x2 - x3 + x62 >= -1  
 SingleAv4#222:            - x2 + x3 - x4 + x63 >= -1  
 SingleAv4#223:            - x3 + x4 - x5 + x64 >= -1  
 SingleAv4#224:            - x4 + x5 - x6 + x65 >= -1  
 SingleAv4#225:            - x5 + x6 - x7 + x66 >= -1  
 SingleAv4#226:            - x6 + x7 - x8 + x67 >= -1  
 SingleAv4#227:            - x7 + x8 - x9 + x68 >= -1  
 SingleAv4#228:            - x8 + x9 - x10 + x69 >= -1  
 SingleAv4#229:            - x9 + x10 - x11 + x70 >= -1  
 SingleAv4#230:            - x10 + x11 - x12 + x71 >= -1  
 SingleAv4#231:            - x11 + x12 - x13 + x72 >= -1  
 SingleAv4#232:            - x12 + x13 - x14 + x73 >= -1  
 SingleAv4#233:            - x13 + x14 - x15 + x74 >= -1  
 SingleAv4#234:            - x14 + x15 - x16 + x75 >= -1  
 SingleAv4#235:            - x15 + x16 - x17 + x76 >= -1  
 SingleAv4#236:            - x16 + x17 - x18 + x77 >= -1  
 SingleAv4#237:            - x17 + x18 - x19 + x78 >= -1  
 SingleAv4#238:            - x18 + x19 - x20 + x79 >= -1  
 SingleAv4#239:            - x19 + x20 - x21 + x80 >= -1  
 SingleAv4#240:            - x20 + x21 - x22 + x81 >= -1  
 SingleAv4#241:            - x21 + x22 - x23 + x82 >= -1

SingleAv4#242:  $-x_{22} + x_{23} - x_{24} + x_{83} \geq -1$   
 SingleAv4#243:  $-x_{23} + x_{24} - x_{25} + x_{84} \geq -1$   
 SingleAv4#244:  $-x_{24} + x_{25} - x_{26} + x_{85} \geq -1$   
 SingleAv4#245:  $-x_{25} + x_{26} - x_{27} + x_{86} \geq -1$   
 SingleAv4#246:  $-x_{26} + x_{27} - x_{28} + x_{87} \geq -1$   
 SingleAv4#247:  $-x_{27} + x_{28} - x_{29} + x_{88} \geq -1$   
 SingleAv4#248:  $-x_{28} + x_{29} - x_{30} + x_{89} \geq -1$

*Έλεγχος single off τελευταίας ημέρας, προηγούμενου μήνα:*

SingleOffLastDayPreviousMonth1#249:  $x_{91} \leq 1$   
 SingleOffLastDayPreviousMonth2#250:  $x_{91} \leq 1$   
 SingleOffLastDayPreviousMonth3#251:  $x_1 + x_{91} \leq 1$   
 SingleOffLastDayPreviousMonth4#252:  $x_1 + x_{91} \geq 1$

*Έλεγχος single off πρώτης ημέρας, τρέχοντος μήνα:*

SingleOffFirstDayPresentMonth1#253:  $-x_1 + x_{31} \leq 0$   
 SingleOffFirstDayPresentMonth2#254:  $x_{31} \leq 0$   
 SingleOffFirstDayPresentMonth3#255:  $x_2 + x_{31} \leq 1$   
 SingleOffFirstDayPresentMonth4#256:  $-x_1 + x_2 + x_{31} \geq -1$

*Έλεγχος single available τελευταίας ημέρας, προηγούμενου μήνα:*

SingleDutyLastDayPreviousMonth1#257:  $x_{92} \leq 0$   
 SingleDutyLastDayPreviousMonth2#258:  $x_{92} \leq 0$   
 SingleDutyLastDayPreviousMonth3#259:  $-x_1 + x_{92} \leq 0$   
 SingleDutyLastDayPreviousMonth4#260:  $-x_1 + x_{92} \geq -2$

*Έλεγχος single available πρώτης ημέρας, τρέχοντος μήνα:*

SingleDutyFirstDayPresentMonth1#261:  $x_1 + x_{61} \leq 1$   
 SingleDutyFirstDayPresentMonth2#262:  $x_{61} \leq 1$   
 SingleDutyFirstDayPresentMonth3#263:  $-x_2 + x_{61} \leq 0$   
 SingleDutyFirstDayPresentMonth4#264:  $x_1 - x_2 + x_{61} \geq 0$

### 6.2.3 Όρια τιμών των παραμέτρων

Να σημειωθεί πως όπου οι τιμές δεν κυμαίνονται από το μηδέν έως το ένα, αλλά είναι ίσες με μηδέν, συμβαίνει το «κλείδωμα» αυτών, ελέγχοντας στον πίνακα των duties.

*Όρια τιμών μεταβλητών απόφασης:*

Bounds

$$x1 = 0$$

$$x2 = 0$$

$$x3 = 0$$

$$0 \leq x4 \leq 1$$

$$x5 = 0$$

$$0 \leq x6 \leq 1$$

$$0 \leq x7 \leq 1$$

$$0 \leq x8 \leq 1$$

$$x9 = 0$$

$$x10 = 0$$

$$x11 = 0$$

$$x12 = 0$$

$$0 \leq x13 \leq 1$$

$$x14 = 0$$

$$x15 = 0$$

$$0 \leq x16 \leq 1$$

$$x17 = 0$$

$$0 \leq x18 \leq 1$$

$$x19 = 0$$

$$x20 = 0$$

$$x21 = 0$$

$$0 \leq x22 \leq 1$$

$$x23 = 0$$

$$0 \leq x24 \leq 1$$

$$0 \leq x25 \leq 1$$

$$0 \leq x26 \leq 1$$

$$x27 = 0$$

$$x_{28} = 0$$

$$0 \leq x_{29} \leq 1$$

$$0 \leq x_{30} \leq 1$$

$$0 \leq x_{31} \leq 1$$

$$0 \leq x_{32} \leq 1$$

$$0 \leq x_{33} \leq 1$$

$$0 \leq x_{34} \leq 1$$

$$0 \leq x_{35} \leq 1$$

$$0 \leq x_{36} \leq 1$$

$$0 \leq x_{37} \leq 1$$

$$0 \leq x_{38} \leq 1$$

$$0 \leq x_{39} \leq 1$$

$$0 \leq x_{40} \leq 1$$

$$0 \leq x_{41} \leq 1$$

$$0 \leq x_{42} \leq 1$$

$$0 \leq x_{43} \leq 1$$

$$0 \leq x_{44} \leq 1$$

$$0 \leq x_{45} \leq 1$$

$$0 \leq x_{46} \leq 1$$

$$0 \leq x_{47} \leq 1$$

$$0 \leq x_{48} \leq 1$$

$$0 \leq x_{49} \leq 1$$

$$0 \leq x_{50} \leq 1$$

$$0 \leq x_{51} \leq 1$$

$$0 \leq x_{52} \leq 1$$

$$0 \leq x_{53} \leq 1$$

$$0 \leq x_{54} \leq 1$$

$$0 \leq x_{55} \leq 1$$

$$0 \leq x_{56} \leq 1$$

$$0 \leq x_{57} \leq 1$$

$$0 \leq x_{58} \leq 1$$

$$0 \leq x_{59} \leq 1$$

0 <= x60 <= 1  
0 <= x61 <= 1  
0 <= x62 <= 1  
0 <= x63 <= 1  
0 <= x64 <= 1  
0 <= x65 <= 1  
0 <= x66 <= 1  
0 <= x67 <= 1  
0 <= x68 <= 1  
0 <= x69 <= 1  
0 <= x70 <= 1  
0 <= x71 <= 1  
0 <= x72 <= 1  
0 <= x73 <= 1  
0 <= x74 <= 1  
0 <= x75 <= 1  
0 <= x76 <= 1  
0 <= x77 <= 1  
0 <= x78 <= 1  
0 <= x79 <= 1  
0 <= x80 <= 1  
0 <= x81 <= 1  
0 <= x82 <= 1  
0 <= x83 <= 1  
0 <= x84 <= 1  
0 <= x85 <= 1  
0 <= x86 <= 1  
0 <= x87 <= 1  
0 <= x88 <= 1  
0 <= x89 <= 1  
0 <= x90 <= 1  
0 <= x91 <= 1

$$0 \leq x_{92} \leq 1$$

## 6.2.4 Είδος των παραμέτρων

*Λίστα δυαδικών μεταβλητών απόφασης:*

Binaries

x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17  
x18 x19 x20 x21 x22 x23 x24 x25 x26 x27 x28 x29 x30 x31 x32  
x33 x34 x35 x36 x37 x38 x39 x40 x41 x42 x43 x44 x45 x46 x47  
x48 x49 x50 x51 x52 x53 x54 x55 x56 x57 x58 x59 x60 x61 x62  
x63 x64 x65 x66 x67 x68 x69 x70 x71 x72 x73 x74 x75 x76 x77  
x78 x79 x80 x81 x82 x83 x84 x85 x86 x87 x88 x89 x90 x91 x92

End

## 6.3 Αποτελέσματα εφαρμογής

Συγκεντρωτικά, η τελική βέλτιστη λύση, με τις τιμές όλων των μεταβλητών που συμμετέχουν στο πρόβλημα, και με έμφαση στα single offs και single available, όπου αυτά εμφανίζονται, απεικονίζεται σε πίνακα που ακολουθεί.

Όπως γίνεται προφανές στον πίνακα των αποτελεσμάτων, για τον τρέχον μήνα αποφασίζονται 17 σε πλήθος duties, με τις υπόλοιπες 13 ημέρες να εκκρεμούν ως προς το χαρακτηρισμό τους. Απόρροια της εφαρμογής της μεθόδου βελτιστοποίησης, που αναλύεται, είναι οι τιμές των  $x_i$  και  $w_i$ , και η επιρροή τους στον προσδιορισμό της τελικής βέλτιστης λύσης. Φαίνεται χαρακτηριστικά, πως αποφεύγεται η δημιουργία κάποιου single available, ενώ εμφανίζονται δύο σε πλήθος single offs, για τις ημέρες 13, 18, και ένα επιπλέον της τελευταίας ημέρας του προηγούμενου μήνα, το οποίο επιβαρύνει σε κόστος τον τρέχον μήνα.

Επομένως, βάσει της αντικειμενικής συνάρτησης, όπως έχει κατασκευαστεί, η τελική βέλτιστη λύση διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min Z = C_o (\sum x_i + x_{prev}) + C_a (\sum w_i + w_{prev}), \text{ για } i = [1, 29]$$

$$Z = C_o(x_{13} + x_{18} + x_{prev})$$

$$Z = 50(1 + 1 + 1)$$

$$Z = 150$$



# DAY	DUTIES	$X_i$	$W_i$
$U_{29}$	0 – Duty		
$U_{30}$	1 – Off	<b><math>X_{prev} = 1</math> : Single off</b>	$W_{prev} = 0$
$Y_1$	0 – Duty	$X_1 = 0$	$W_1 = 0$
$Y_2$	0 – Duty	$X_2 = 0$	$W_2 = 0$
$Y_3$	0 – Duty	$X_3 = 0$	$W_3 = 0$
$Y_4$	0 – Available	$X_4 = 0$	$W_4 = 0$
$Y_5$	0 – Duty	$X_5 = 0$	$W_5 = 0$
$Y_6$	1 – Off	$X_6 = 0$	$W_6 = 0$
$Y_7$	1 – Off	$X_7 = 0$	$W_7 = 0$
$Y_8$	1 – Off	$X_8 = 0$	$W_8 = 0$
$Y_9$	0 – Duty	$X_9 = 0$	$W_9 = 0$
$Y_{10}$	0 – Duty	$X_{10} = 0$	$W_{10} = 0$
$Y_{11}$	0 – Duty	$X_{11} = 0$	$W_{11} = 0$
$Y_{12}$	0 – Duty	$X_{12} = 0$	$W_{12} = 0$
$Y_{13}$	1 – Off	<b><math>X_{13} = 1</math> : Single off</b>	$W_{13} = 0$
$Y_{14}$	0 – Duty	$X_{14} = 0$	$W_{14} = 0$
$Y_{15}$	0 – Duty	$X_{15} = 0$	$W_{15} = 0$
$Y_{16}$	0 – Available	$X_{16} = 0$	$W_{16} = 0$
$Y_{17}$	0 – Duty	$X_{17} = 0$	$W_{17} = 0$
$Y_{18}$	1 – Off	<b><math>X_{18} = 1</math> : Single off</b>	$W_{18} = 0$
$Y_{19}$	0 – Duty	$X_{19} = 0$	$W_{19} = 0$
$Y_{20}$	0 – Duty	$X_{20} = 0$	$W_{20} = 0$
$Y_{21}$	0 – Duty	$X_{21} = 0$	$W_{21} = 0$
$Y_{22}$	0 – Available	$X_{22} = 0$	$W_{22} = 0$
$Y_{23}$	0 – Duty	$X_{23} = 0$	$W_{23} = 0$
$Y_{24}$	1 – Off	$X_{24} = 0$	$W_{24} = 0$
$Y_{25}$	1 – Off	$X_{25} = 0$	$W_{25} = 0$
$Y_{26}$	1 – Off	$X_{26} = 0$	$W_{26} = 0$
$Y_{27}$	0 – Duty	$X_{27} = 0$	$W_{27} = 0$
$Y_{28}$	0 – Duty	$X_{28} = 0$	$W_{28} = 0$
$Y_{29}$	0 – Available	$X_{29} = 0$	$W_{29} = 0$
$Y_{30}$	0 – Available		

Σχήμα 6.3.α Βέλτιστη λύση ενδεικτικού shift schedule.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

### ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όπως αναφέρθηκε σε προγενέστερα κεφάλαια, το ζήτημα που πραγματεύεται η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία, αφορά τη διαμόρφωση του shift schedule ενός μόνο υπαλλήλου αεροπορικής εταιρίας, με μεθόδους βελτιστοποίησης, με στόχο την εξασφάλιση του μικρότερου δυνατού κόστους, κι ανταποκρίνεται σε ενδεικτικό χρονικό πλαίσιο ενός μήνα 30 ημερών.

Εφόσον εξετάστηκε ενδελεχώς η διαχείριση των περιορισμών από τον κώδικα που συντάχθηκε, κι εξασφαλίζεται η βελτιστότητα, μπορεί κανείς να εντυπώσει, όσον αφορά την ακεραιότητα του κώδικα, σε μεγαλύτερης κλίμακας πρόβλημα.

Αρχικά, και με κατάλληλες τροποποιήσεις, δύναται να παρέχεται πληροφορία για περισσότερους από έναν μήνα, και να αποθηκεύονται αυτές ως ιστορικό για κάθε υπάλληλο. Το γεγονός αυτό μπορεί να φανεί χρήσιμο για πολλούς λόγους. Ένας από αυτούς για παράδειγμα, είναι να ελέγχεται η κατανομή των days off στο σύνολο του μήνα, και να μην προκύπτει κάποιου είδους επανάληψη του μοτίβου των duties ή των offs. Επίσης, όσον αφορά τις τελευταίες ημέρες του προηγούμενου μήνα, αυτές θα μπορούσαν να ωφελήσουν στην αποφυγή δημιουργίας μίας αλληλουχίας 7 συνεχόμενων duties. Παρόλο που ελέγχεται η πρώτη επτάδα του τρέχοντος μήνα, ενδέχεται ο συνδυασμός ορισμένων από τις τελευταίες ημέρες του προηγούμενου μήνα, και των πρώτων του τρέχοντος, να οδηγήσει σε μη επιθυμητή αλληλουχία από duties.

Ακόμα, η εφαρμογή του κώδικα, είναι ωφέλιμο να ανταποκρίνεται σε κάθε πιθανή κατάσταση, δηλαδή σε μήνες με 30 ημέρες, αλλά και 31 ή 28 – 29. Εκτός αυτού, θα μπορούσε να υπάρξει τρόπος με τον οποίο η διαδικασία να εναλλάσσεται αυτόματα, ανάλογα με το μήνα και το έτος, κι εν τέλει να προκύπτει καθολικό πρόγραμμα για διάστημα μεγαλύτερο του ενός μήνα για έναν ιπτάμενο.

Επί προσθέτως, υψίστης σημασίας θέμα φαίνεται να είναι και ο χειρισμός του προσωπικού συνδυαστικά. Προφανώς, αν δεν συνυπολογιστούν τα duties και τα offs όλων των υπαλλήλων συνολικά, ενδέχεται η προσπάθεια να καταλήξει σε τέλμα, καθώς υπάρχει σαν πιθανότητα για παράδειγμα, περισσότεροι ή λιγότεροι ιπτάμενοι, από όσους χρειάζονται, να είναι available την ίδια ημέρα. Για λόγους αξιοκρατίας, επίσης, κρίνεται απαραίτητη κάποιου είδους σύγκριση μεταξύ των schedules, ώστε να μην επωφελείται κάποιος υπάλληλος περισσότερο από κάποιον άλλον, αν για παράδειγμα εκμεταλλεύεται περισσότερα σαββατοκύριακα για off, σε σχέση με κάποιον άλλον.

Τέλος, και σε πιο εξειδικευμένο επίπεδο, στα θέματα της μελλοντικής ενασχόλησης εμπίπτει και το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού. Δεν

αρκεί για τον προγραμματιστή, να γνωρίζει μόνο τα δοθέντα duties. Είναι απαραίτητο να γνωστοποιούνται οι ακριβείς ώρες των duties, καθώς ενδέχεται να παραβιάζεται το legality που έχει ορίσει η εταιρία για το ανθρώπινο δυναμικό της. Εν ολίγοις, το πρώτο που γίνεται σαφές, είναι οι συνεχόμενες ώρες υπηρεσίας. Αφενός επιτρέπεται η ανάληψη υπηρεσιών για κάποιες συνεχόμενες ημέρες, λιγότερες από 7, αφετέρου δε, είναι πιθανό οι συνεχόμενες ώρες υπηρεσίας να ξεπερνούν το φυσιολογικό όριο, ή να μην προσφέρουν τον απαραίτητο χρόνο ξεκούρασης (time of rest) που χρειάζεται ο ανθρώπινος οργανισμός για να ανταπεξέλθει. Καταληκτικά, περιορισμοί που θα έπρεπε να ληφθούν υπόψη, αφορούν το χρόνο έναρξης και λήξης για κάθε duty (start time και end time αντίστοιχα), και τη διάρκεια του duty (duration) για κάθε ημέρα. Επιπλέον όφελος που προσφέρει αυτή η πληροφορία, είναι η ομαλότερη κατανομή των offs, σύμφωνα με τις ώρες υπηρεσίας.

Σε αντιδιαστολή με τα πρακτικά ζητήματα που αναλύθηκαν παραπάνω, το προσωπικό στοιχείο δε θα μπορούσε να λείπει από τέτοιου είδους διαρθρώσεις. Λόγω προσωπικών ζητημάτων που ενδέχεται να παρουσιάζονται κατά τη διάρκεια του εξεταζόμενου χρονικού πλαισίου, δίνεται η δυνατότητα υποβολής μίας φόρμας, η οποία καταγράφει τις προτιμήσεις των εργαζομένων, όσον αφορά τις ημέρες που επιθυμούν να αναλάβουν κάποιο duty, ή τις ημέρες που αναζητούν off, με χρήση κλίμακας προτίμησης, για μεγαλύτερη εξειδίκευση στο πρόγραμμα και μεγαλύτερη ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Τέτοιου είδους παράμετροι αντιμετωπίζονται πιο χαλαρά ως περιορισμοί, συμμετέχουν ωστόσο, κι αυτές στη διαμόρφωση της αντικειμενικής συνάρτησης, και στη βέλτιστη λύση, σε μικρότερο βαθμό, προφανώς.

Επεκτείνοντας τη σφαίρα του ενδιαφέροντος, όλα όσα συζητήθηκαν μέχρι τώρα, μπορούν να εφαρμοστούν συνδυαστικά, μαζί με άλλα ζητήματα που χρήζουν επίλυσης, και που εμπíπτουν στα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας. Όπως για παράδειγμα, τα duties που θα αναλάβει κάθε ιπτάμενος, το ρόστερ των εργαζομένων, το ρόστερ των πτήσεων, ή την κατανομή των αεροσκαφών σε duties, σε πιο πρώιμο επίπεδο.

Όλα τα παραπάνω, είναι εφικτό να αντιμετωπισθούν, είτε ξεχωριστά, είτε συνδυαστικά, με κύριο πάντα στόχο την έκδοση ενός καθολικού προϊόντος, που να ανταποκρίνεται στις εκάστοτε συνθήκες, καθώς επίσης και να ικανοποιεί την απαίτηση του βέλτιστου αποτελέσματος.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8**

### **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

#### **8.1 Έντυπη βιβλιογραφία**

- H.H. Tan , T.B. D’Orazio , C για Μηχανικούς , 2009 Εκδόσεις Τζιόλα
- Guo Wei , Gang Yu, Optimization Model and Algorithm for Crew Management During Airline Irregular Operations, 1997 Kluwer Academic Publishers
- Niklas Kohl, Airline Crew Rostering: Problem Types, Modeling, and Optimization, 2004 Kluwer Academic Publishers
- Cynthia Barnhart, Amy M. Cohn, Ellis L. Johnson ,Diego Klabjan ,George L. Nemhauser ,Pamela H. Vance , edited by RANDOLPH W. HALL, Handbook of Transportation Science , 1999 Kluwer Academic Publishers
- Nadia Souai, Jacques Teghem , Genetic algorithm approach for the integrated airline crew-pairing and rostering problem , European Journal of Operational Research 199 (2009)
- A.T. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, D. Sier , Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models , European Journal of Operational Research 153 (2004)
- Herbert Dawid, Johannes Konig, Christine Strauss, An enhanced rostering model for airline crews, Computers & Operations Research 28 (2001)
- Sydney C.K. Chu, Generating, scheduling and rostering of shift crew-duties: Applications at the Hong Kong International Airport , European Journal of Operational Research 177 (2007)
- Niklas Kohl, Stefan E. Karisch , Integrating Operations Research and Constraint Programming Techniques in Crew Scheduling , ” In Proceedings of the 40th Annual AGIFORS Symposium, Istanbul, Turkey, August 20–25 (2000)
- Fabio Furini , CPLEX Callable Library (C API) , Lamsade-Paris Dauphine 2016
- David M. Gay, IBM ILOG CPLEX Optimization Studio Getting Started with CPLEX, Copyright IBM Corp. 1987, 2017
- Frederick S. Hillier , Gerald J. Lieberman , Introduction to Operations Research , 2015 McGraw-Hill Education
- Κολέτσος Ιωάννης , Στογιάννης Δημήτρης , Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα , 2016
- Hamdy A. Taha , Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα , 2012 Εκδόσεις Τζιόλα

- Dusan Teodorovic , Airline Operations Research , 1988 OPA (Amsterdam) B.V.
- Panta Lucic , Dusan Teodorovic , Metaheuristics approach to the aircrew rostering problem , Springer Science and Business Media , LLC 2007

## 8.2 Ιστοσελίδες

- LINDO™ Software for Integer Programming, Linear Programming, Nonlinear Programming, Stochastic Programming, Global Optimization, <https://www.lindo.com/>
- IBM Knowledge Center, <https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/en/>