ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

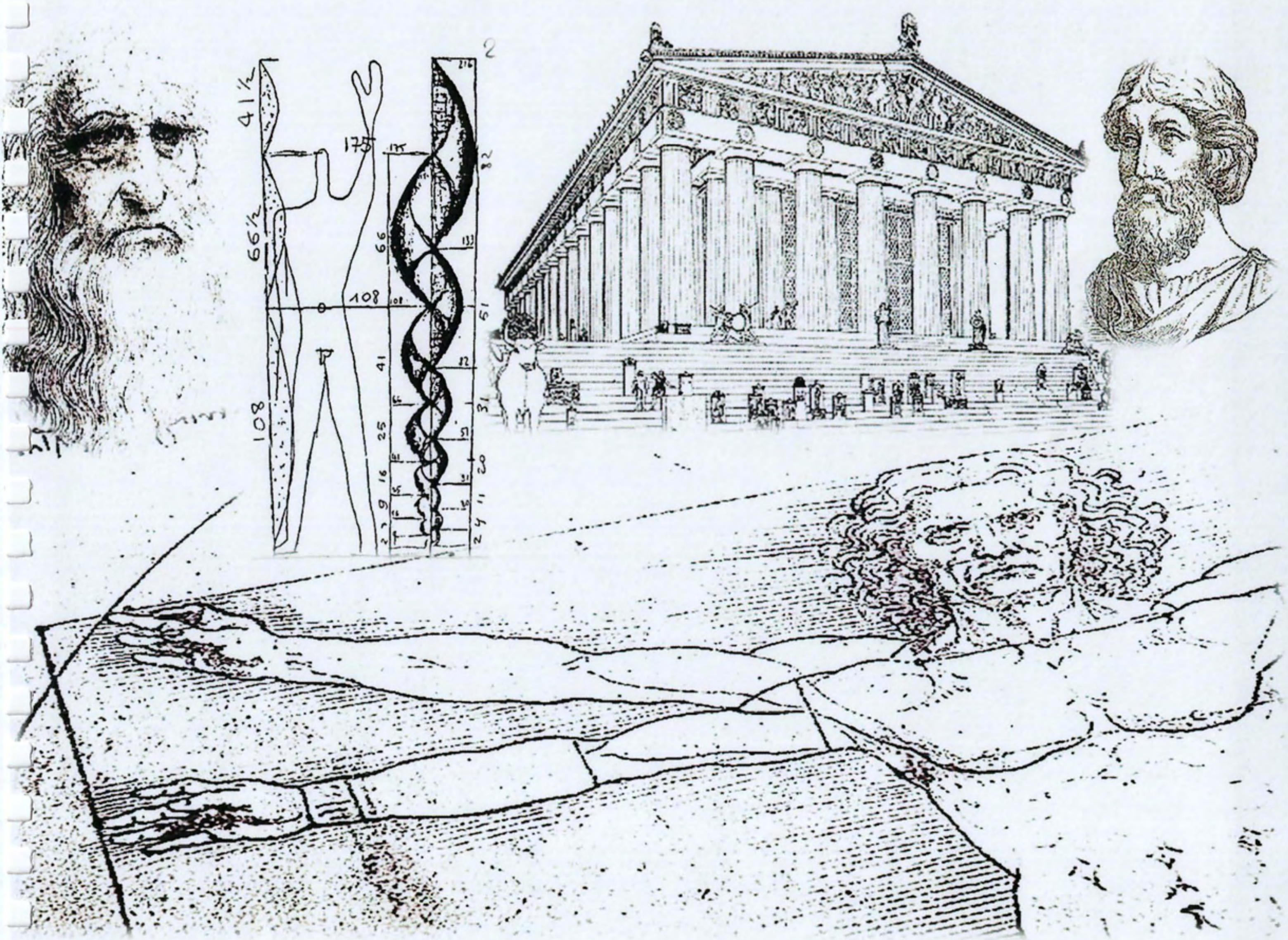
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΧΩΡΟΤΑΞΙΑΣ,
ΠΟΛΕΟΔΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Διπλωματική εργασία

«Η αναλογία στη μουσική και στο χώρο»

Χατζηευθυμίου Γεώργιος

Επιβλέπων καθηγητής: Κουσιδώνης Χρήστος



ΒΟΛΟΣ, 2019

Περίληψη

Οι αναλογίες βρίσκονται παντού. Αποτελούν τη μαθηματική απεικόνιση όλων των πραγμάτων και τις σχέσεις που βρίσκονται ανάμεσα. Τα πάντα για πολλούς είναι μαθηματικά και στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται αυτή η προσέγγιση, σε δύο φαινομενικά ασύνδετες τέχνες-επιστήμες. Ένας τρόπος ερμηνείας της μουσικής και της αρχιτεκτονικής είναι με τη χρήση των μαθηματικών. Ποια όμως είναι η σύνδεσή τους; Στην σημερινή εποχή έχουν πραγματοποιηθεί ήδη διάφορες προσεγγίσεις των μαθηματικών μοντέλων που ¨κρύβονται¨ πίσω από την μουσική και την αρχιτεκτονική και παρατηρείται πως μπορεί το αποτέλεσμα να είναι διαφορετικό, παρόλαυτα σημειώνονται οι ίδιες αναλογίες ή καλύτερα ο ίδιος συλλογισμός που οδηγεί στην δημιουργία ενός μουσικού κομματιού και ενός αρχιτεκτονικού έργου. Και τίθεται το ερώτημα: οι μουσικές αναλογίες ενυπάρχουν ή/και μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην αρχιτεκτονική; Η απάντηση σημειώνεται χιλιάδες αιώνες πριν, από τους αρχαίους Έλληνες, που με την συμβολή τους στην επιστήμη των μαθηματικών, μας προσφέρουν τις βάσεις για τη μουσική θεωρία και πλήθος αρχιτεκτονικών έργων, βασισμένα στις ίδιες μαθηματικές αρχές, δημιουργώντας τη μεγαλύτερη αρετή για αυτούς, την αρμονία. Χρόνια αργότερα, η ταύτιση των δύο μεγάλων τεχνών λαμβάνει χώρα στον σχεδιασμό όχι μόνο κτιρίων, αλλά και του χώρου, προσδίδοντας με αυτό τον τρόπο στοιχεία αρμονίας και αισθητικού κάλους.

Λέξεις-Κλειδιά: Αναλογία, τέχνη, επιστήμη, μουσική, αρχιτεκτονική, χώρος, μαθηματικά

Abstract

The proportions are everywhere. They are the mathematical representation of all things and the relationships that are in between. For many people everything is mathematics, and in this paper this theory is examined in two seemingly unrelated arts-sciences. Music is mathematics. Architecture is mathematics. But what is their connection? Nowadays, several approaches to mathematical models that are hidden behind music and architecture have already been realized and it can be observed that the result may be different, but the same proportions are noted or, more precisely, the same reasoning that leads to the creation of a musical piece and an architectural work. And the following question arises: are the musical proportions inherent and / or can be used in architecture? The answer is given thousands of centuries ago by the ancient Greeks who, with their contribution to the science of mathematics, provide us with bases for musical theory and a multitude of architectural masterpieces, based on the same mathematical principles, creating the greatest virtue for them, harmony. Years later, the identification of the two great arts was the basis for the design of not only buildings but also of space, giving in this way elements of harmony and aesthetic beauty.

Key-words: Proportions, art, science, music, architecture, space, mathematics

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένειά μου, που με στήριξε και συνεχίζει να με στηρίζει στην επίτευξη των ονείρων μου. Ιδιαίτερη μνεία στους γονείς μου, Ιορδάνη και Ευφράνθη, και στον αδερφό μου Θάνο που χωρίς αυτούς δεν θα είχα τίποτα. Επιπροσθέτως, θα ήθελα να επισημάνω την αδήριτη βοήθεια του καθηγητή μου κ. Κουσιδώνη Χρήστου, που με την συμβολή του και τις γνώσεις του μου δίδαξε πρωτίστως την αρετή της πολυμαθείας και εν συνεχεία μου κέντρισε το ενδιαφέρον για το θέμα της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Ένα τεράστιο ευχαριστώ στην Έρση Ζαφειρίου που είναι στη ζωή μου και με στηρίζει σε όλα καθώς και στον φίλο μου Δημήτρη.

Όσον αφορά την σχολή μου, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους μου του συμφοιτητές, που με τη συνύπαρξη κατάλαβα ότι η υπομονή είναι αρετή. Τέλος, θα ήθελα να αφιερώσω αυτό το πτυχίο στην οικογένεια μου, να τους ευχαριστήσω και να τους πω με αυτό ότι μόλις άρχισα.

Πίνακας Περιεχομένων

Κατάλογος Εικόνων

Κατάλογος Πινάκων

Εισαγωγή

Η, από διάφορες απόψεις, σύνδεση της μουσικής με την αρχιτεκτονική επισημαίνεται στη σχετική βιβλιογραφία από πολύ παλαιά. Τόσο στην αρχιτεκτονική όσο και στη μουσική πραγματοποιείται μία δημιουργική διαδικασία για την υλοποίηση ενός έργου της εκάστοτε τέχνης, το αποτέλεσμα της οποία οδήγησε στην έντονη διαφοροποίησή τους από τις υπόλοιπες τέχνες.

Στο βιβλίο του ο Paul Valèry «Ευπαλίνος ή ο Αρχιτέκτων» παρουσιάζει ένα διάλογο του Σωκράτη και του Φαίδρου στον οποίο γίνεται αναφορά και σύνδεση στις δύο τέχνες, την αρχιτεκτονική και τη μουσική. Αναφέρει μεταξύ άλλων πως «η μουσική και η αρχιτεκτονική μας κάνουν να σκεφτόμαστε ολωσδιόλου άλλα πράγματα εκτός από τις ίδιες, βρίσκονται στην μέση του κόσμου τούτου σαν μνημεία ενός κόσμου άλλου». Αναλύοντας τις δύο τέχνες και επιστήμες παρατηρεί μία αξιοσημείωτη διαφορά μεταξύ αυτών και των υπόλοιπων τεχνών, καθώς θεωρεί πως γεννούν ιδέες και δεν πραγματοποιείται άμεση επιρροή του έξω κόσμου, αλλά εμμέσως. Με τον γλαφυρό του λόγο ο συγγραφέας δημιουργεί μία σύνδεση της αρχιτεκτονικής με τη μουσική και εξηγεί πώς και σε τι βαθμό διαφοροποιούνται από τις υπόλοιπες ¨μιμητικές τέχνες¨. Η ισότιμη σχέση που έχουν οι τέχνες που μελετούνται εδώ και χιλιάδες χρόνια έχουν ως αφετηρία συσχέτισης την περίοδο της Αναγέννησης. Η τέχνη δεν κατείχε την θέση που γνωρίζουμε σήμερα και κατά συνέπεια η μουσική και η αρχιτεκτονική είχαν μια πολύ διαφορετική σχέση μεταξύ τους καθώς κατατασσόντουσαν σε διαφορετικά πεδία. Σημαντικό πυλώνα τέλος για την ταύτιση αυτή αποτελεί η ιστορική εξέλιξη, που σε συνδυασμό με τα τεχνολογικά μέσα, συνεισέφεραν στην ανάπτυξη νέων μεθόδων σύνδεσης της μουσικής με την αρχιτεκτονική.

Κατά πάσα πιθανότητα η κυριότερη και παλαιότερη σύνδεση έγινε από τον Πυθαγόρα, με την ανάπτυξη της θεωρίας των «αρμονικών αναλογιών», που διατύπωσε την άποψη ότι η ουσία του κόσμου βρίσκεται στην αρμονία και τη γεωμετρία. Η μουσική και η αρχιτεκτονική ήταν απλά ένα μέσο στην υπηρεσία των ιερών (ή μεταφυσικών) δοξασιών, που σε καμία περίπτωση δεν μπορούσε να συγκριθεί με την θεόπνευστη θέση των ποιητών. Κατά αυτόν τον τρόπο η αρχιτεκτονική λαμβάνει δευτερεύουσα θέση έναντι της μουσικής εξαιτίας της χειρωνακτικής φύσης της. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το έργο του Λουκιανού «Ενύπνιον ή Βίος Λουκιανού» όπου αναφέρει, «Και αν ακόμη γίνεις Φειδίας ή Πολύκλειτος και φιλοτεχνήσεις πολλά και θαυμαστά έργα, την μεν τέχνη σου θα επαινούν όλοι, αλλά κανείς φρόνιμος άνθρωπος δεν θα ευχηθεί να γίνει όμοιός σου». Αυτή τους η διάκριση έκανε σχεδόν αδύνατη την άμεση αλληλεπίδραση της αρχιτεκτονικής με την μουσική. Στο μεσαίωνα το χάσμα μεγαλώνει λόγω της κατηγοριοποίησης των τεχνών σε «βάναυσες» και «ελευθέριες» τέχνες- επιστήμες. Στις «βάναυσες» κατατάσσουν την αρχιτεκτονική, την γλυπτική και όσες γενικά σχετιζόντουσαν με την χειρωνακτική εργασία ενώ στις «ελευθέριες» συγκαταλέγουν όσες έχουν σχέση με το πνεύμα. Ο τομέας των ελεύθερων τεχνών υποβάλλεται σε μια περαιτέρω κατηγοριοποίηση αυτών των δραστηριοτήτων, το «quadrivium» και το «trivium». Στην πρώτη εντάσσονται τα μαθηματικά, η μουσική, η αριθμητική, η γεωμετρία και η αστρονομία ενώ στην δεύτερη, η ρητορική, η λογική και η γραμματική. Το μεγάλο χάσμα αυτών των τεχνών είχε ως άμεσο αποτέλεσμα την ανάδειξη της μουσικής και την απομυθοποίηση και υποτίμηση της αρχιτεκτονικής.

The Seven Liberal Arts

Trivium (the three ways)	*Quadrivium (the four ways)*
The three arts of language pertaining to the mind	*The four arts of quantity pertaining to matter*
Grammar	Arithmetic
Logic/Dialectic	Music
Rhetoric	Geometry
	Astronomy

Εικόνα 1. Οι επτά ελεύθερες τέχνες

https://gr.pinterest.com/pin/570972059002248251/

1. Πλαίσιο, αντικείμενο και στόχοι της εργασίας

Το αντικείμενο της παρούσας εργασίας πραγματεύεται την σχέση των μαθηματικών αναλογιών με τη μουσική και το χώρο. Σκοπός της μελέτης αυτής, είναι η απόδειξη ότι δύο φαινομενικά ασύνδετες τέχνες-επιστήμες, η μουσική και η αρχιτεκτονική, παρουσιάζουν το ίδιο θεωρητικό υπόβαθρο, με τη χρήση των μαθηματικών αναλογιών.

Όσον αφορά τη μουσική σαν έννοια, παρατίθενται έννοιες και ορισμοί που από τόπο σε τόπο, σίγουρα, διαφέρουν. Ωστόσο, η θεωρητική προσέγγιση που γίνεται, αφορά στη λεγόμενη δυτική μουσική, που έχει καθιερωθεί στις αναπτυγμένες χώρες και έχει εξετασθεί, όπως θα δούμε παρακάτω, αιώνες πριν.

Ο χώρος αποτελεί μία μεγάλη ομάδα επιστημών, με τη γεωμετρία, την αριθμητική, την αρχιτεκτονική, την πολεοδομία. Στόχος της μελέτης αυτής είναι η ανάλυση του χώρου των προαναφερθεισών επιστημών, με ειδική έμφαση στην αρχιτεκτονική και την πολεοδομία, υπό το σχεδιαστικό πρίσμα των αναλογιών και η πιθανή ταύτισή τους με αυτές της μουσικής.

2. Η αναλογία στη μουσική

2.1 Η ιστορία των μουσικών αναλογιών

«Μουσική είναι η απόλαυση που νιώθει η ανθρώπινη ψυχή, όταν μετράει χωρίς να ξέρει πως μετράει» - Gottfried Leibniz

Τα μαθηματικά και η μουσική αποτελούν δύο επιστήμες που έχουν μεγάλη σχέση μεταξύ τους. Στη σημερινή πραγματικότητα η μουσική είναι συνυφασμένη με την έκφραση συναισθημάτων και στη μελέτη μουσικών οργάνων, όμως διαφορετική ήταν η άποψη στην αρχαία Ελλάδα. Η μουσική αποτελούσε τέχνη και επιστήμη καθώς με τη χρήση των άρρηκτα συνδεδεμένων μαθηματικών παρουσίαζε μία βαθύτερη υπόσταση και περνούσε στο στάδιο της φιλοσοφίας. Ως προς τα μαθηματικά, πρώτοι ο Πυθαγόρας, ο Αριστόξενος και ο Ευκλείδης, και εν συνεχεία ο Αλύπιος, ο Αριστείδης Κουιντιλιανός και τελευταίος ο Σίμωνας Καρράς, η συμβολή του οποίου αποτελεί κατά τη γνώμη των πιο σπουδαίων μουσικολόγων το μεγαλύτερο γεγονός στην ελληνική μουσική του 20ου αιώνα, με τη συγγραφή του «Θεωρητικού» η βαρύτητα της μουσικής θεωρίας δίνεται στα «διαστήματα», δηλ. στις σχέσεις των αποστάσεων ανάμεσα σε δύο φθόγγους. Ίσως εδώ να προκύπτει και το συμπέρασμα της απόλυτης ελευθερίας της ελληνικής σκέψης εν συγκρίσει με αυτή της δυτικοευρωπαϊκής, καθώς εκλείπει το στοιχείο των τυποποιημένων διαστημάτων σε ένα συγκερασμένο σύστημα..

Ο Πυθαγόρας (572 - 500 π.Χ.) ήταν φιλόσοφος, μαθηματικός και θεωρητικός της μουσικής. Μια πρώτη επιστημονικά θεμελιωμένη θεωρία της μουσικής που έθεσε τις βάσεις για την ένταξη της μουσικής τέχνης στην επιστήμη προέρχεται από αυτό τον φιλόσοφο και, ιδρύοντας τη σχολή του γύρω στο 532 π.Χ., δίδασκε ότι ο κόσμος πρέπει να ερμηνεύεται με αριθμούς. Η πρώτη ανακάλυψή του αφορούσε το τονικό ύψος που δίνει το μήκος των χορδών και με υπολογισμούς καθαρά μαθηματικούς βρήκε τις αριθμητικές αναλογίες των μουσικών διαστημάτων της όγδοης (οκτάβας) της τέταρτης (4/3), της πέμπτης (3/2) καθώς και του μείζονα τόνου, τη διαφορά δηλαδή ανάμεσα στην τέταρτη και την πέμπτη (9/8). Για τους Πυθαγόρειους διάστημα είναι το ευθύγραμμο τμήμα που τα άκρα του (ακραία σημεία) σχηματίζουν αριθμητική σχέση (αναλογία αριθμών). Οι όροι διάστημα και λόγος είναι ταυτόσημοι. Σε κάθε διάστημα επομένως υπάρχουν πάντα δύο αριθμοί. (Iamblichus, 1707: 115-118)

Όσον αφορά την πρακτική εφαρμογή των θεωρητικών του προσεγγίσεων αναφορά γίνεται από τον Γαυδέντιο (4ος αιώνας μ.Χ.). Σύμφωνα με αυτό το πείραμα το οποίο αποτελεί ένα άκρως ορθολογικό, ακουστικό πείραμα, προέκυψαν οι αριθμητικές σχέσεις στη μουσική, ή αλλιώς οι μουσικές συμφωνίες. Κατά το πείραμα αυτό κατασκευάστηκε ένα μονόχορδο στο οποίο προσάρμοσε μία τεντωμένη χορδή επί ενός κανόνος (χάρακα), ο οποίος τον βοήθησε να χωρίσει τα τμήματα του οργάνου σε 2 ίσα σκέλη. Αρχικά έθεσε σε ταλάντωση όλο το μήκος της χορδής και εν συνεχεία το μισό με τη βοήθεια του υπαγωγέα, ενός κινητού καβαλάρη. Το πρώτο πόρισμα που προέκυψε ήταν η διαπασών συμφωνία (2/1), την οποία θα εξετάσουμε στη συνέχεια. (Iamblichus, 1707: 115-118)

Το πείραμα αυτό το πραγματοποίησε επίσης διαιρώντας τον κανόνα σε 3 ισοσκελή τμήματα και πραγματοποίησε ακριβώς την ίδια διαδικασία. Αρχικά έθεσε σε ταλάντωση τη χορδή και κατόπιν τα 2/3 της τελευταίας με τη βοήθεια του υπαγωγέα. Τα συμπεράσματα που διαπιστώθηκαν ήταν πως οι δύο παραχθέντες ήχοι σχημάτιζαν τη δια πέντε συμφωνία (3/2). (Iamblichus, 1707: 115-118)

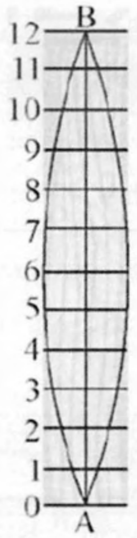
Τελική διαδικασία για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων του ήταν αυτή του διαχωρισμού του κανόνα σε 4 ίσα τμήματα. Με την ακριβώς ίδια διαδικασία προέκυψε η δια τεσσάρων συμφωνία (4/3).

Εικόνα 2.1.1: Προσδιορισμός των αριθμητικών και μουσικών σχέσεων στο μονόχορδο

Πηγή: Α. Χαραλάμπους, 1997

Το παραπάνω πείραμα αποτελούταν από μία και μόνο ταλάντωση, καθώς το τμήμα που δεν κινούταν, δεν παρήγαγε ήχο. Συμπέρασμα αυτού εκπηγάζει ότι αρχικά απαιτεί την ύπαρξη τριών διαφορετικού μήκους υποδιαιρέσεων του κανόνα (1/2,1/3,1/4), και επιπλέον επιτρέπει την παραγωγή των μουσικών συμφωνιών μεμονωμένα με εξαίρεση την τελευταία περίπτωση. Αναλυτικότερα, στην τρίτη περίπτωση δίνεται η δυνατότητα παραγωγής της δια τεσσάρων συμφωνίας (θέτοντας τον υπαγωγέα στις θέσεις 4 και 3), της δια πέντε συμφωνίας (θέτοντας τον υπαγωγέα στις θέσεις 3 και 2) και της δια πασών συμφωνίας (θέτοντας τον υπαγωγέα στις θέσεις 4 και 2). Οφείλεται να επισημανθεί ότι μόνο με αυτή την αλληλουχία θέσεων του κινητού καβαλάρη και με καμία άλλη παράγονται οι τρεις μουσικές συμφωνίες. (Iamblichus, 1707: 115-118)

Επιπροσθέτως αξιοσημείωτοι είναι οι αριθμοί που δημιουργούν αυτές τις σχέσεις και τις συμφωνίες. Έτσι διαπιστώνουμε ότι γεωμετρικά στην συγκεκριμένη περίπτωση το μήκος του μη ηχούντος τμήματος της χορδής στην περίπτωση της δια πασών συμφωνίας ισούται με το άθροισμα των μη ηχούντων τμημάτων των συμφωνιών δια τεσσάρων και δια πέντε της χορδής. (Iamblichus, 1707: 115-118)



Εικόνα 2.1.2 Απόδοση των συμφωνιών δια πασών, δια τεσσάρων και δια πέντε στον εις 12 ίσα μέρη αριθμημένο και διαιρεμένο κανόνα.

Πηγή: Α. Χαραλάμπους, 1997

Ιστορικές πηγές αναφέρουν επιπλέον τη διαίρεση του κανόνα σε 12 ίσα μέρη, όπου 12 είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) των αριθμών 2,3 και 4.

Με τον κανόνα στα 12 είναι δυνατόν να παραχθούν και οι τρεις συμφωνίες δια πασών, δια τεσσάρων και δια πέντε θέτοντας τον κινητό καβαλάρη στις θέσεις (12,6), (12,9) και (12,8), αντίστοιχα. Από εδώ βλέπουμε ότι το μήκος του μη ηχούντος τμήματος της χορδής στην περίπτωση της δια τεσσάρων συμφωνίας περιορίζεται μεταξύ των αριθμών 12 και 9, στην περίπτωση της δια πέντε περιορίζεται μεταξύ των αριθμών 12 και 8, ενώ στην περίπτωση της διαπασών περιορίζεται μεταξύ των αριθμών 12 και 6. Από αυτό το φαινόμενο προκύπτει ότι η διαφορά των εν λόγω δύο μηκών των μη ηχούντων τμημάτων της χορδής περιορίζεται μεταξύ των αριθμών 9 και 8.

Η πυθαγόρεια φιλοσοφία ασχολήθηκε με τις μαθηματικές προεκτάσεις που έχει η μουσική, ανακαλύπτοντας μαθηματικές σχέσεις που ισχύουν μέχρι και σήμερα στο μουσικό μας σύστημα. Ο Πυθαγόρας ανακάλυψε τα μουσικά διαστήματα με την βοήθεια του μονόχορδου. Ο ήχος της χορδής μπορούσε να αλλάζει με τρεις τρόπους.

1. Αυξομειώνοντας το πάχος της χορδής,

2. Αλλάζοντας την δύναμη έλξης της χορδής, το κούρδισμα δηλαδή, και τέλος

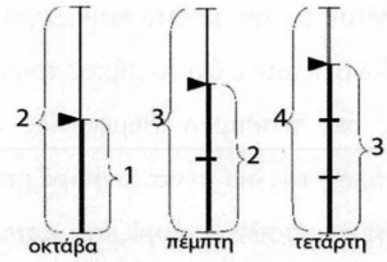
3. Αυξομειώνοντας το μήκος της χορδής τοποθετώντας έναν «ιππέα» σε διάφορες θέσεις. Όσο μειωνόταν το μήκος της χορδής τόσο πιο οξύς και διαπεραστικός γινόταν.

Οι πυθαγόρειοι παρατηρούσαν τον ήχο μεταξύ της τεντωμένης χορδής που ταλαντευόταν ελεύθερα και τον ήχο που παραγόταν ενώ ήταν χωρισμένη με την χρήση του ιππέα. Τοποθέτησαν στον αριθμητή ενός αριθμητικού κλάσματος το αρχικό μήκος της χορδής και στον παρονομαστή το μήκος της χορδής στο σημείο που ο ήχος ακουγόταν αρμονικός. Με αυτό τον τρόπο ανακάλυψαν, όπως προ-ειπώθηκε, τα αρμονικά μουσικά διαστήματα της οκτάβας (1:2), της καθαρής πέμπτης(2:3) και της καθαρής τέταρτης (3:4). Με βάση τα αρμονικά διαστήματα ακολούθησαν τρεις κατηγοριοποιήσεις μουσικών διαστημάτων

1. Τα τέλεια σύμφωνα (καθαρή οκτάβα, καθαρή πέμπτη, καθαρή τετάρτη)

2. Τα ατελή σύμφωνα (τρίτη μεγάλη, τρίτη μικρή, έκτη μεγάλη έκτη μικρή)

3. Τα διάφωνα (δευτέρα μικρή, τετάρτη αυξημένη, εβδόμη μεγάλη, εβδόμη μικρή)



Μήκος αρχικής χορδής	Μήκος χορδής 1ης οκτάβας	Μήκος χορδής πέμπτης	Μήκος χορδής τετάρτης
64 εκ.	**32 εκ.**	**42,7 εκ.**	**48 εκ.**

Εικόνα 2.1.3: Μουσικά διαστήματα σύμφωνα με τις αναλογίες της χορδής

Πηγή: http://www.mathlab.upatras.gr

Τα διαστήματα της μουσικής βασίστηκαν ως ένα βαθμό και στις αναλογίες του κύβου, ο οποίος φαίνεται να συμβολίζει την γη και τον συνδυασμό των στοιχείων της στην φιλοσοφία των πυθαγορείων. Ο κύβος έχει έξι έδρες, οχτώ κορυφές, και δώδεκα ακμές όπου οι έδρες προς τις ακμές δίνουν την αναλογία ½ που αντιστοιχεί στην ογδόη, οι έδρες και οι κορυφές δίνουν την αναλογία ¾ της καθαρής τέταρτης και οι κορυφές προς τις ακμές δίνουν την αναλογία 2/3 της καθαρής πέμπτης. Οι αναλογίες αυτές αποδείχθηκαν και από τα πειράματα στο μονόχορδο. (Σπυρίδης, 1996: 216)

Σύμφωνα με το Νικόμαχο, στον κύβο προχωρώντας κατά το μήκος, το πλάτος και το ύψος κατά ίσα διαστήματα, προκύπτει στερεό που συμφωνεί με τον εαυτό του. Επιπλέον στον κύβο διακρίνονται 12 ακμές, 8 κορυφές και 6 έδρες.

Οι αριθμοί 6,8,12 συνιστούν αρμονική αναλογία, διότι 12/6 = (12-8)/(8-6).

Στην εν λόγω αρμονική αναλογία διακρίνονται όλες οι μουσικές συμφωνίες και σε αυτό το σημείο αξίζει να επισημανθούν οι πρώτες σχέσεις μουσικών αναλογιών και αρχιτεκτονικής.

- Η δια τεσσάρων συμφωνία είναι ο λόγος 8/6, επειδή είναι ένας επίτριτος λόγος.
- Η δια πέντε συμφωνία είναι ο λόγος 12/8, επειδή είναι ένας ημιόλιος λόγος.
- Η δια πασών συμφωνία εκφράζεται με το λόγο 12/6.
- Η δια πασών και η δια πέντε συμφωνία δηλαδή η 3/1 εκφράζεται με το λόγο των διαφορών (12-6)/(8-6).
- Η δις δια πασών συμφωνία είναι ορατή στο λόγο 8/(8-6).

Η μουσική κλίμακα του Πυθαγόρα κατασκευάζεται με βάση τις αναλογίες του κύβου, ο οποίος εκφράζεται με τον αριθμό 4 της 5ης τετρακτύος (1 = τετράεδρο, 2 = οκτάεδρο, 3 = εικοσάεδρο, 4 = κύβος). Ο κύβος έχει 6 έδρες, 8 κορυφές και 12 ακμές. Οι αριθμοί 12 και 6 δίνουν την αναλογία 2/1, οι 8 και 6 την αναλογία 4/3 ενώ οι 12 και 8 την αναλογία 3/2. Επίσης ο αριθμός 8 είναι το αρμονικό μέσο των 6 και 12, ενώ το αριθμητικό μέσο των αριθμών αυτών είναι ο 9. Ο αρμονικός και αριθμητικός μέσος δίνουν την αναλογία 9/8. Έτσι προκύπτουν οι μαθηματικές αναλογίες βάσει των οποίων κατασκευάζεται η μουσική κλίμακα κατά τους Πυθαγόρειους. (Σπυρίδης, 1996: 217)

Ο Ιάμβλιχος προσθέτει ότι βάσει τέτοιων πειραμάτων ο Πυθαγόρας απέδειξε ότι οι φθόγγοι που αποδίδουν τα σύμφωνα διαστήματα της μουσικής κλίμακας αντιστοιχούν στους ακέραιους αριθμούς 6, 8, 9 και 12, ενώ παρατήρησε ότι η ογδόη προκύπτει από τη σύνδεση της πέμπτης και της τέταρτης, και προσδιόρισε τον τόνο ως τον λόγο της διαφοράς των διαστημάτων πέμπτης και τέταρτης.

Τέλος ο Πυθαγόρα απευθύνθηκε και στο πεδίο της αρχιτεκτονικής με τη θεωρία των «αρμονικών αναλογιών» όπου χρησιμοποίησαν τις μαθηματικές σχέσεις που προέκυπταν από τα μουσικά διαστήματα ως αρχιτεκτονικές αναλογίες. Η σύνδεση της μουσικής με τη γεωμετρία και τα μαθηματικά αποτέλεσε μέχρι και την περίοδο της Αναγέννησης τον βασικό άξονα επιρροής. Η αντίληψη της κοσμικής τάξης που είχαν οι αρχαίοι Έλληνες επανέρχεται στην περίοδο της αναγέννηση και η θεωρία του Πυθαγόρα χρησιμοποιείται ως βεβαίωση αυτής της πεποίθησης. Τέλος εκπηγάζει από τις συνθήκες να αναφερθεί το γεγονός ότι και σύγχρονα αρχιτεκτονικά έργα σημειώνονται ως επηρεασμένα από τις βασικές θεωρίες του Πυθαγόρα.

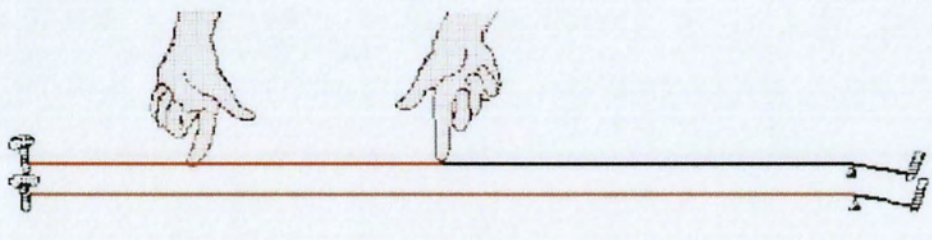
Νότες	Ντο	Ρε	Μι	Φα	Σολ	Λα	Σι	Ντο
Σχέση μηκών χορδών	1	8/9	64/81	3/4	2/3	16/27	128/243	1/2

Νότες	Ντο#	Ρε#	Μι *b*	Φα#	Σολ#	Σι *b*
Σχέση μηκών χορδών	221/236	591/710	27/32	512/729	221/354	9/16

Εικόνα 2.1.4: Νότες σύμφωνα με τις αναλογίες της χορδής

Πηγή: http://repository.library.teimes.gr

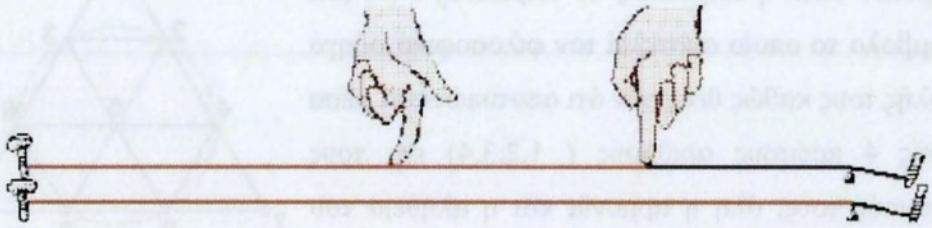
Για να πειραματιστούμε, πρώτα κρούεται η χορδή «ελεύθερη» κι αυτή δίνει π.χ. τον φθόγγο «ντο». Μετά τοποθετούμε τον «καβαλάρη» ακριβώς στο μέσο της χορδής. Αν τώρα κρούσουμε οποιοδήποτε από τα δύο ισομήκη τμήματα της διχοτομημένης χορδής, θα ακουστεί το «ντο» κατά «ογδόη οξύτερα» (μια «οκτάβα» ψηλότερα). Με το να μετακινούμε τον καβαλάρη και να μικραίνει το τμήμα της χορδής που θα κρούσουμε είναι ακριβώς όπως ένα κιθαρίστα ή βιολονίστα που παράγει μουσικούς τόνους μικραίνοντας το τμήμα της χορδής με τα δάχτυλα του. Αν συνεχίσουμε με αυτό τον τρόπο να διαιρούμε τη χορδή και να απομονώνουμε διάφορα τμήματα της, θα προκύψουν συγκεκριμένοι συσχετισμοί ήχων και μαθηματικών σχέσεων. Αν π.χ. ο ήχος που παράγεται από τις ταλαντώσεις της χορδής σε όλο το μήκος της έχει τιμή 1, οι ταλαντώσεις της μισής χορδής αποτελούν το διάστημα της «οκτάβας» με λόγο συχνότητας (2:1).



Εικόνα 2.1.5: Το πείραμα του Πυθαγόρα

Πηγή: http://www.mathlab.upatras.gr

Οι ταλαντώσεις των δύο τρίτων της χορδής δίνουν το διάστημα της «καθαρής»-«τέλειας» πέμπτης με λόγο (3:2) και των τριών τετάρτων της χορδής το διάστημα της «καθαρής» τετάρτης με λόγο (4:3).



Εικόνα 2.1.6: Το πείραμα του Πυθαγόρα

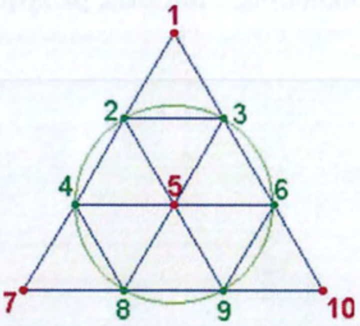
Πηγή: http://www.mathlab.upatras.gr

Έτσι, η μουσική σχέση που έχουμε κληρονομήσει από τους Αρχαίους Έλληνες μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά ως 1:2:3:4.

2.1.1 Η συμβολή του Πυθαγόρα

«Πάντα κατ' αριθμόν γίγνονται.» - Πυθαγόρας

Ο Πυθαγόρας, πέρα από φιλόσοφος και μαθηματικός, υπήρξε και δημιουργός ενός αρτίου μουσικού συστήματος. Οι λεπτομέρειες για την ζωή του καλύπτονται από ένα πέπλο μυστήριου λόγω της μυστικότητας που επιβαλλόταν στον κύκλο των μαθητών του. Σύγχρονοι μελετητές έχουν καταλήξει πως γραπτά του δεν υπάρχουν, σε αντίθεση με παλαιοτέρους που στήριζαν την αντίθετη άποψη. Ο Πυθαγόρας γεννιέται και μεσουρανεί σε μια περίοδο που τα όρια ανάμεσα στην ορθολογική σκέψη και την θρησκευτική αντίληψη του κόσμου δεν έχουν τεθεί ακόμα διακριτά, πράγμα το οποίο μπορεί να γίνει αντιληπτό ήδη από την φιλοσοφία του. Στον αριθμό αποδίδεται μια θρησκευτικότητα καθώς τον ανάγει ως την ουσία και το υλικό των πράγματων. Η κοσμική τάξη καθορίζεται από τον αριθμό και τις μαθηματικές σχέσεις. Το φιλοσοφικό σύστημα που ανέπτυξε είχε ως βάση μια δυιστική αντίληψη του κόσμου. Χώριζαν τον κόσμο σε νοητό και υλικό, οπού ο πρώτος ήταν ανώτερος του δεύτερου. Ό κόσμος της νόησης ήταν το σύμπαν, αποτελούμενο από τους καθαρούς αριθμούς και τις μαθηματικές σχέσεις, όπου βάσει των αρχών τους το συμπάν αυτό καθίσταται αυτομάτως αρμονικό και τέλειο. Αυτή τους η αντίληψη τους οδήγησε στην συστηματική μελέτη των μαθηματικών, τα οποία εφάρμοζαν σε όλα τα πεδία της ζωής τους προσπαθώντας μέσα από αυτή τους την ενασχόληση να αποκαλύψουν την αλήθεια του σύμπαντος και να κατευθυνθούν προς σε αυτό. (Σπυρίδης, 1996: 215)



Η κύρια εφαρμογή των αριθμών στην φιλοσοφία των πυθαγορείων είναι η τετρακτύς. Η τετρακτύς είναι ένα ιερό σύμβολο το οποίο αποτελεί τον φιλοσοφικό οδηγό της σχολής τους καθώς θεωρούν ότι αποτυπώνεται μέσα από τους 4 πρώτους αριθμούς (1,2,3,4) και τους συνδυασμούς τους, όλη η αρμονία και η αλήθεια του σύμπαντος. Μέσα από τα γεωμετρικά σχήματα που προέκυπταν, από την αριθμητική σειρά των λέξεων και την συμβολική ταύτιση των αριθμών με κοινωνικούς θεσμούς (γάμος = 3, δικαιοσύνη =4) οδηγήθηκαν και σε θεωρίες της μουσικής όπως των αρμονικών διαστημάτων της «αρμονίας των σφαιρών». Η αρμονία των σφαιρών είναι η θεωρία που ανέπτυξαν οι πυθαγόρειοι για το ότι οι κινήσεις των πλανητών παράγουν μουσική. Αυτή τους η αντίληψη προέκυψε από την γενικότερη θεώρηση τους για τους νόμους που διέπουν την κοσμική τάξη. (Σπυρίδης, 1996: 216)

2.1.2 Η συμβολή του Αριστόξενου

Ο Αριστόξενος τον 4^{ο} αιώνα π.Χ. επιβάλλει τη γραμμικότητα των μουσικών διαστημάτων καταργώντας τις όποιες ανισότητες μεταξύ των συνώνυμων διαστημάτων, δημιουργώντας για πρώτη φορά τον ίσο συγκερασμό στην ιστορία της μουσικής. Κατά τον Αριστόξενο, το διάστημα της διαπασών (οκτάβας) διαιρείται σε έξι ίσους μεταξύ τους τόνους και ο τόνος διαιρείται σε δύο ίσα μεταξύ τους τέταρτα.

Επιπροσθέτως ένα αποτέλεσμα της θεωρίας του Αριστόξενου στη μουσική αποτελεί το φαινόμενο των συγκερασμών στα 6,12,18 και στα 24, σύμφωνα με τους οποίους η οκτάβα χωρίζεται σε 6 (κλίμακα ίσων τόνων), σε 12 (κλίμακα ίσων ημιτονίων), σε 18 και 24 ίσα μουσικά διαστήματα. Επιπλέον ονομάζει μουσικό διάστημα την απόσταση ανάμεσα σε δύο φθόγγους διαφορετικού μουσικού ύψους. Πρέπει να σημειωθεί ότι η έννοια φθόγγος είναι συνώνυμη και της θέσεως του δεσμού που πατάει στο μουσικό όργανο το δάκτυλο, προκειμένου να παραχθεί ένας ήχος συγκεκριμένου μουσικού ύψους.

Μουσικό διάστημα	Πυθαγόρειος Οπτική	Αριστοξένειος Οπτική
4/1	Τετραπλάσιο	Δις διά πασών
2/1	Διπλάσιο	Διά πασών
3/2=1+1/2	Ημιόλιο	Δια πέντε
4/3=1+1/3	Επίτριτο	Δια τεσσάρων
9/8=1+1/8	Επόγδοο	Τονιαίο

Πίνακας 2.1.2.1: Μουσικά διαστήματα κατά Πυθαγόρα και Αριστόξενο

Πηγή: Χ. Σπυρίδης, Το μουσικό διάστημα κατά τον Αριστόξενο

2.2 Μαθηματική προσέγγιση αναλογιών

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα αρχίσουμε να εξετάζουμε τη σχέση των δύο επιστημών, της Μουσικής και των Μαθηματικών, μέσα από μια ιστορική αναδρομή και ξεκινώντας από την αρχαία Ελλάδα, όπου η μουσική και τα μαθηματικά ήταν άρρηκτα συνδεδεμένα. Στην αρχαία Ελλάδα η μουσική εθεωρείτο σαν μια αυστηρά μαθηματικά πειθαρχημένη επιστήμη που χειριζόταν αριθμητικές σχέσεις, λόγους και αναλογίες. Μακρόχρονη και επίπονη ενασχόληση λοιπόν, οδήγησε τον Πυθαγόρα στην επίγνωση ότι το χαώδες πλήθος των ήχων μεταβάλλεται σε μουσική, όταν υποβάλλεται σε αριθμητική αξία και έτσι μπορεί να υποταχτεί σε αναλογία, ρυθμό και μελωδία.

2.2.1 Αριθμητική αναλογία

Εάν μεταξύ τριών δοθέντων αριθμών $α > β > γ$ ισχύει η ισότητα των διαφορών $α- β = β-γ$, λέμε ότι δομείται μία αριθμητική αναλογία. Ο μεσαίος αριθμός β ονομάζεται αριθμητικός μέσος και εκφράζεται συναρτήσει των δύο άκρων αριθμών ως $β = (α + γ) / 2$.

Η αριθμητική αναλογία ονομάζεται και ''αναλογία κατά ποσότητα'', καθώς δεν ισχύει η ισότητα των λόγων μεταξύ των τριών διαδοχικών όρων, αλλά η ισότητα των διαφορών τους. Εάν μεταξύ των μερών ενός συνόλου δεν ισχύει η ταυτότητα του λόγου, δεν υφίσταται συνοχή μεταξύ των μερών του συνόλου. Γι' αυτό την αριθμητική αναλογία 1,2,3,4, … οι αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί την ονόμαζαν «Φυσικόν χύμα» (μη συνεκτικό) ή «ετερότητα».

2.2.1.1 Σειρές Fibonacci και χρυσή αναλογία

Η στενή σχέση που αναπτύσσεται μεταξύ Μουσικής και Μαθηματικών δεν περιορίζεται μόνο στους λόγους και αναλογίες μεταξύ των μουσικών διαστημάτων. Αυτό ήταν μόνο η αρχή. Μπορούμε να γνωρίσουμε τη σειρά Fibonacci και τη χρυσή αναλογία για να δούμε και τι μας επιφυλάσσει η συνέχεια. Οι αριθμοί Fibonacci είναι μια άπειρη σειρά ακέραιων αριθμών που ονομάστηκαν έτσι από το μαθηματικό του Μεσαίωνα Leonardo de Pisa (άλλως Fibonacci). Οι δύο πρώτοι αριθμοί είναι και οι δύο το 1, ενώ κάθε νέο μέλος της σειράς αποτελεί το άθροισμα των δύο προηγούμενων.

Έτσι έχουμε:

$$1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55 , 89 \ldots$$

Αν πάρουμε οποιουσδήποτε διαδοχικούς αριθμούς Fibonacci και τους διαιρέσουμε μεταξύ τους θέτοντας τον μεγαλύτερο αριθμό ως παρονομαστή, τότε θα προκύψει ένας αριθμός 0,6183, η αλλιώς χρυσή αναλογία. Ποια όμως είναι η σχέση της μουσικής με τη χρυσή αναλογία (φ);

Σύμφωνα με το παρακάτω σχέδιο μίας οκτάβας πιάνου, 13 νότες διαχωρίζουν κάθε οκτάβα με 8 νότες να ανήκουν σε κάθε κλίμακα, από τις οποίες οι 5^{ες} και οι 3^{ες} είναι τα βασικά θεμέλια όλων των συγχορδιών και που βασίζονται σε ολόκληρους (σωστούς) τόνους που είναι 2 βαθμίδες από την τονική, που είναι η 1^{η} νότα της κλίμακας. Παρατηρούμε επίσης ότι μια κλίμακα στο πιάνο έχει 13 πλήκτρα, από τα οποία τα 8 είναι άσπρα και τα 5 μαύρα και τα τελευταία χωρίζονται σε τμήματα των 3 και 2 πλήκτρων. Τέλος να αναφέρουμε ότι μια πεντατονική κλίμακα έχει 5 νότες, η διατονική 8 και χρωματική 13 νότες (που είναι όλοι αριθμοί Fibonacci).

Εικόνα 2.2.1.1.1: Οκτάβα πιάνου

Πηγή: http://www.mathlab.upatras.gr

Μουσικές συχνότητες και σειρές Fibonacci:

Στη Δυτική μουσική οι νότες στην κλίμακα έχουν τα θεμέλια τους στις σειρές Fibonacci, αφού οι συχνότητες των μουσικών νοτών σχετίζονται και πάλι με τους αριθμούς Fibonacci.

Λόγος Fibonacci	Συχνότητα	Νότα στην μουσική κλίμακα	Μουσική σχέση
1/1	440	ΛΑ	Τονική
2/1	880	ΛΑ	Οκτάβα
2/3	293.33	ΡΕ	Τετάρτη
2/5	176	ΦΑ	Αυξημένη Τετάρτη
3/2	660	ΜΙ	Πέμπτη
3/5	264	ΝΤΙ	Μικρή Τρίτη
3/8	165	ΜΙ	Πέμπτη
5/2	1,100	ΝΤΟ#	Τρίτη
5/3	733.33	ΦΑ#	Έκτη
5/8	275	ΝΤΟ#	Τρίτη
8/3	1,173.33	ΡΕ	Τετάρτη
8/5	704	ΦΑ	Αυξημένη Πέμπτη

Πίνακας 2.2.1.1.1: Μουσικές συχνότητες και σειρές Fibonacci

Πηγή: http://www.mathlab.upatras.gr

Βλέποντας τους λόγους της πρώτης στήλης παρατηρούμε και πάλι ότι είναι όλοι αριθμοί Fibonacci.

Μπορούμε να δούμε επίσης τις ακόλουθες σειρές:

1:1 ταυτοφωνία

3:2 τέλεια πέμπτη

8:5 μικρή έκτη

21:13 μικρή έκτη

∞ : ∞ αρμονική έκτη

21:13 μικρή έκτη

13:8 μικρή έκτη

5:3 μεγάλη έκτη

2:1 οκτάβα

όπου και οι δύο σειρές προχωρούν προς το άπειρο προσπαθώντας να δημιουργήσουν μια αρμονική έκτη η οποία όμως δεν υφίσταται στη μουσική και στη φύση γενικότερα αφού η αρμονική έκτη σημαίνει τέλεια ενότητα, αρμονία και ισότητα όλων των δυνάμεων. Αν συνέβαινε αυτό όλες οι δυνάμεις θα γίνονταν άδηλες και μη αντιληπτές. Αυτός είναι απλά ο συμβολισμός ενός ατέλειωτου ζητήματος περί τελειότητας για οτιδήποτε μπορεί να αναφέρεται. (www.svpcril.com/Fig_10.html)

Μια ακόμα γνωστή εφαρμογή είναι αυτή του Thorwald Kornerup που χρησιμοποιεί τη χρυσή αναλογία – το λόγο ανάμεσα σε διαδοχικούς όρους της σειράς Fibonacci (διαιρώντας αυτή τη φορά τον μεγαλύτερο αριθμό με τον μικρότερο) έτσι ώστε η σειρά

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 .....

να έχει λόγο περίπου 1.618... σαν το λόγο ανάμεσα στο διατονικό και το χρωματικό ημιτόνιο σε μια τονικότητα. Ο λόγος αυτός ονομάστηκε χρυσός μέσος-τόνος. (https://www.musictheory.net/faq)

Η χρυσή αναλογία - που εκφράζεται από τους αριθμούς Fibonacci – χρησιμοποιείται άλλοτε για να παράγει ρυθμικές αλλαγές και άλλοτε για να αναπτύξει μια μελωδική γραμμή. Μερικά παραδείγματα της παραπάνω θεωρίας εντοπίζονται στο «Σύστημα Μουσικής Σύνθεσης του Schillinger" ή συγκεκριμένα στην πρώτη κίνηση της Μουσικής για Έγχορδα, «Percussion and Celeste» του Béla Bartok's, όπου η κορύφωση τοποθετείται στο μέτρο 55 από τα 89.

Επιπλέον η μελέτη του Rothwell's (1977) αποκάλυψε παραδείγματα που χρησιμοποιείται η χρυσή αναλογία σε διάφορες μουσικές περιόδους. Από τις συνθέσεις που μελέτησε εξήγαγε το συμπέρασμα ότι σημαντικό σημείο στη δομή της σύνθεσης (ως προς τη μελωδία, το ρυθμό, τη δυναμική) είναι ότι συχνά μοίραζαν τη σύνθεση σε δύο μέρη, είτε συμμετρικά, είτε με βάση τη χρυσή αναλογία. (Beer, 1998)

Ένα γνωστό παράδειγμα είναι το χορωδιακό «Hallelujah» του Handel's. Όλο το έργο περιλαμβάνει 94 μέτρα και ένα από τα πιο σημαντικά σημεία (είσοδος με σόλο τις τρομπέτες «King of the Kings») έχουμε στο μέτρο 57 με 58, μετά τα 8/13 (!) του όλου κομματιού. Στα 8/13 των πρώτων 57 μέτρων, δηλαδή στο μέτρο 34 έχουμε την είσοδο ενός επίσης σημαντικού θέματος «The kingdom of glory…»

Τέλος οι αριθμοί Fibonacci και η χρυσή αναλογία χρησιμοποιούνται ακόμα και για το σχεδιασμό των βιβλιών, καθώς και για το σχεδιασμό υψηλής ποιότητας συρμάτων ομιλίας.

2.2.2 Γεωμετρική αναλογία

Εάν μεταξύ τριών δοθέντων αριθμών α > β > γ ισχύει η ισότητα των λόγων α/β = β/γ, λέμε ότι δομείται μια γεωμετρική αναλογία.

Ο μεσαίος αριθμός β ονομάζεται γεωμετρικός μέσος και εκφράζεται συναρτήσει των δύο άκρων αριθμών ως β = Sαγ. Παράδειγμα γεωμετρικής αναλογίας αποτελεί η τριάδα των αριθμών 4,2,1, διότι 4/2=2/1 και 2=S1*4.

2.2.3 Αρμονική αναλογία

Εάν μεταξύ τριών δοθέντων αριθμών α > β > γ ο μεσαίος δεν έχει τον ίδιο λόγο με τους άκρους ως επόμενο του ενός και προηγούμενος του άλλου, όπως συμβαίνει στη γεωμετρική αναλογία, αλλά ο μέγιστος προς τον ελάχιστο όρο έχει λόγο ίσο με το λόγο της διαφοράς του μέσου από τον μέγιστο προς τη διαφορά του ελάχιστου από το μέσο (α-β)/(β-γ) = α/γ , λέμε ότι δομείται μία αρμονική αναλογία. Παράδειγμα αρμονικής αναλογίας αποτελεί η τριάδα των αριθμών 6,4,3, διότι 6/3 = (6-4)/((4-3). (http://www.akida.info/)

Επιπροσθέτως, ο μεσαίος αριθμός β ονομάζεται αρμονικός μέσος και εκφράζεται συναρτήσει των δύο άκρων αριθμών ως β = 2αγ/(α+γ).

Σύμφωνα με την Πυθαγόρειο μουσική τα μουσικά διαστήματα διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες: τις ευφωνίες ή συμφωνίες και τις διαφωνίες ή ασυμφωνίες. Βέβαια, αξίζει να σημειωθεί ότι κατά το θεμελιώδεις αξίωμα της Πυθαγορείου μουσικής θεωρίας περί ευφωνίας ή συμφωνίας μόνο μια πολλαπλάσια ή επιμόρια σχέση μεταξύ των αριθμών των ενσαρκωτών της ιεράς τετρακτύος (1,2,3,4) εκφράζει ένα σύμφωνο μουσικό διάστημα. (Χαραλάμπους, 1997)

Το παραπάνω φαινόμενο διαπιστώνεται στα διαστήματα δις διαπασών (4/1), διαπασών (2/1), ημιόλιον (διαπέντε) (3/2), επίτριτον (4/3).

Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο κύβος που θα εξετασθεί σε πρώιμο στάδιο, και που σημειώνεται ως «Γεωμετρική Αρμονία» (Νικόμαχος, Εγχειρ. 12,26,2).

Επιπλέον, οι Πυθαγόρειοι θεωρούσαν τον αριθμό 10 τέλειο. Επειδή αυτός προκύπτει από το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων αριθμών 1+2+3+4=10, του έδωσαν όπως προειπώθηκε το όνομα «τετρακτύς». Κατά τον Θέωνα το Σμυρναίο υπάρχουν έντεκα τετρακτύες που η κάθε μια εκφράζει ένα τομέα της φιλοσοφικής σκέψης στην αρχαιότητα. Ενδεικτικά αναφέρω ότι η 4η τετρακτύς δηλώνει τα τέσσερα απλά στοιχεία φωτιά, αέρα, νερό και γη, η 6η αναφέρεται στα γεωμετρικά σχήματα: με 1 εκφράζεται το σημείο, με 2 το μήκος, με 3 η επιφάνεια και με 4 το στερεό, η 8η δίνει τα συστατικά του ζώου: τα 1,2,3 αντιστοιχούν με το λογιστικό, το θυμικό και το επιθυμητικό, δηλαδή εκφράζουν την ψυχή, ενώ το 4 το σώμα. (Σπυρίδης, 1996: 217)

Οι αναλογίες αυτές αποδείχθηκαν και στην πράξη από τα πειράματα που έκανε ο Πυθαγόρας πάνω στο «μονόχορδο», μία κατασκευή με μία μόνο χορδή και ένα κινητό καβαλάρη που διαιρούσε τη χορδή επιτρέποντας μόνο ένα τμήμα της να ταλαντώνεται. Το μονόχορδο ο Πυθαγόρας το διαίρεσε σε 12 ίσα τμήματα (όσες και οι ακμές του κύβου). Με τη χορδή «ανοιχτή» δηλαδή σε θέση να μπορεί να ταλαντώνεται όλο το μήκος της (λόγος 1, συχνότητα 1), έκρουσε και άκουσε ένα μουσικό τόνο. Στη συνέχεια περιόρισε το μέρος της χορδής που ταλαντώνεται στο μισό της μήκος, και βρήκε ότι ο ήχος που ακούστηκε είναι η διαπασών, αυτό που σήμερα ονομάζουμε οκτάβα. (Χαραλάμπους, 1997)

Το ύψος λοιπόν του ήχου επηρεάζεται από το μήκος της χορδής και μάλιστα όταν η αναλογία του μήκους είναι 1/2 (συχνότητα 2/1) έχουμε το διάστημα της οκτάβας. Έτσι ορίστηκαν τα άκρα της μουσικής κλίμακας, η υπάτη και η νήτη. Στη συνέχεια μετακινώντας τον καβαλάρη σε διάφορα σημεία, βρήκε ότι αν ταλαντωνόταν τα 3/4 της χορδής (συχνότητα 4/3) προέκυπτε ο τέταρτος φθόγγος από τους οκτώ μιας μουσικής κλίμακας, η μέση, ενώ αν ταλαντωνόταν τα 2/3 της χορδής (συχνότητα 3/2) προέκυπτε ο πέμπτος φθόγγος, η παραμέση. Οι υπόλοιποι φθόγγοι της κλίμακας κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας το λόγο 9/8 ως εξής:

Ο δεύτερος φθόγγος προκύπτει από τον λόγο του πρώτου (υπάτη) αν τον πολλαπλασιάσουμε με 9/8: 1 x 9/8 = 9/8 δηλαδή για την παραγωγή του θα ταλαντώνονται τα 8/9 της χορδής. Ο τρίτος φθόγγος προκύπτει από τον λόγο του δεύτερου (9/8) αν και πάλι πολλαπλασιαστεί με 9/8: 9/8 x 9/8 = 81/64 δηλαδή θα ταλαντώνονται τα 64/81 της χορδής. Ο έκτος φθόγγος προκύπτει από τον λόγο του πέμπτου (παραμέση) που πολλαπλασιάζεται με 9/8: 1:2/3 x 9/8 = 27/16 δηλαδή θα ταλαντώνονται τα 16/27 της χορδής. Τέλος, ο έβδομος φθόγγος προκύπτει από τον λόγο του έκτου και πάλι πολλαπλασιαζόμενου με 9/8: 1:16/27 x 9/8 = 243/128 δηλαδή για την παραγωγή του θα ταλαντώνονται τα 128/243 της χορδής. (Σπυρίδης, 1996: 228)

Με βάσει τα παραπάνω αξίζει να αναφερθεί το παράδειγμα του Παρθενώνα ως εφαρμογή της μουσικής σκέψης.

- Η μεγάλη πλευρά του Παρθενώνα έχει 17 κίονες.
- Ο αριθμός 17 είναι το άθροισμα των όρων του κλάσματος 9/8, του φθόγγου με τον οποίο κατασκευάζεται η μουσική κλίμακα.
- Η μικρή πλευρά του Παρθενώνα έχει 8 κίονες. Ο αριθμός 8 είναι το αρμονικό μέσο του αριθμού των εδρών του κύβου (6) και του αριθμού των ακμών του κύβου (12), δηλαδή των άκρων όρων της μουσικής αναλογίας.

Εικόνα 2.2.3.1: Κάτοψη/Πρόσοψη Παρθενώνα

Πηγή: http://photodentro.edu.gr/

Οι τρεις κυριότεροι «λόγοι» που χρησιμεύουν συνήθως στην αρχιτεκτονική και τις τέχνες είναι ο αριθμητικός, ο γεωμετρικός και ο αρμονικός λόγος. Το ζήτημα των τριών «λόγων» μπορούμε να εντοπίσουμε σε αρχαίες ελληνικές πηγές καθώς και σε αυστηρούς αναγεννησιακούς θησαυρούς όπως αυτούς του Leon Battista Alberti και του Andrea Palladio. Μαθηματικά, ο λόγος-μέσος είναι μία ποσότητα που έχει αξία διάμεση, μεταξύ δύο άλλων αξιών και υπολογίζεται από μία ειδική φόρμουλα ή ένα σύνολο από προϋποθέσεις. Οι φόρμουλες για τους λόγους που προαναφέραμε έχουν ως εξής:

Αριθμητικός Λόγος: $A = (\alpha + \gamma)/2$ και $\alpha<\beta = \beta<\gamma$

Γεωμετρικός Λόγος: $G = .\ (\alpha\ .\ \gamma)$ και $\alpha / \beta = \beta / \gamma$

Αρμονικός Λόγος: $H = 2\alpha\gamma / (\alpha + \gamma)$ ή $(\alpha - \beta) / \alpha = (\beta - \gamma) / \gamma$

Σύμφωνα με μια παράδοση, ο ίδιος ο Πυθαγόρας έμαθε γι' αυτούς τους λόγους σε μια επίσκεψη του στη Μεσοποταμία τον 6ο αιώνα π.Χ. Σύμφωνα με αυτή την αρχαία παράδοση ο Πυθαγόρας ήξερε και μια «χρυσή σχέση» που σύνδεε αυτές τις έννοιες

$$\alpha / (\alpha + \beta) / 2 = 2\alpha\beta / (\alpha + \beta) / 2$$

Αλλιώς ο Αρμονικός Λόγος είναι ο λόγος του τετραγώνου του γεωμετρικού λόγου προς τον αριθμητικό λόγο.

$$H = G\^{}2 / A$$

Όπως ξέρουμε, ο Πυθαγόρας δημιούργησε και έδωσε στη Δυτική Ευρώπη τα πρώτα στάδια της θεωρίας της Μουσικής που βασίζονταν σε μουσικά διαστήματα που εκφράζονταν με όρους αριθμητικών λόγων από μικρούς ακέραιους αριθμούς. Ανάμεσα σ' αυτά τα διαστήματα είναι η οκτάβα (2:1), η πέμπτη (3:2), και η τετάρτη (4:3). Εδώ οι αριθμοί 1, 2, 3 και 4 είναι ανάλογοι στις συχνότητες των τόνων, με τον μεγαλύτερο αριθμό να αντιστοιχεί σε ψηλότερο τόνο. (Ο τόνος που αντιστοιχεί στο 1 ονομάζεται τονική ενώ η τετάρτη, πέμπτη και οκτάβα προέρχονται από τους τόνους της διατονικής κλίμακας). (Χαραλάμπους, 1997)

Ο λόγος 2:1 μιας οκτάβας μπορεί να εκφραστεί επίσης σαν 12:6, έτσι ώστε η τονική να έχει σχετική συχνότητα 6. Ας υποθέσουμε ότι οι αρχαίοι Πυθαγόρειοι ήθελαν να εισάγουν ένα νέο τόνο, ακριβώς στο μέσο ανάμεσα στην τονική και την οκτάβα. Ο γεωμετρικός λόγος μεταξύ του 6 και του 12 είναι άρρητος αριθμός, έτσι ένας μουσικός τόνος που θα βασιζόταν στον λόγο αυτό δεν θα ήταν αποδεκτός. Ο αριθμητικός λόγος του 6 και του 12 είναι το 9, που οδηγεί στους λόγους 9:6 = 3:2 και 12:9 = 4:3. Έτσι σε κάθε κλίμακα ο νέος τόνος (που αντιστοιχεί στη σχετική συχνότητα 9) θα είναι μια πέμπτη πάνω από την τονική και μια τετάρτη κάτω από την οκτάβα. (Χαραλάμπους, 1997)

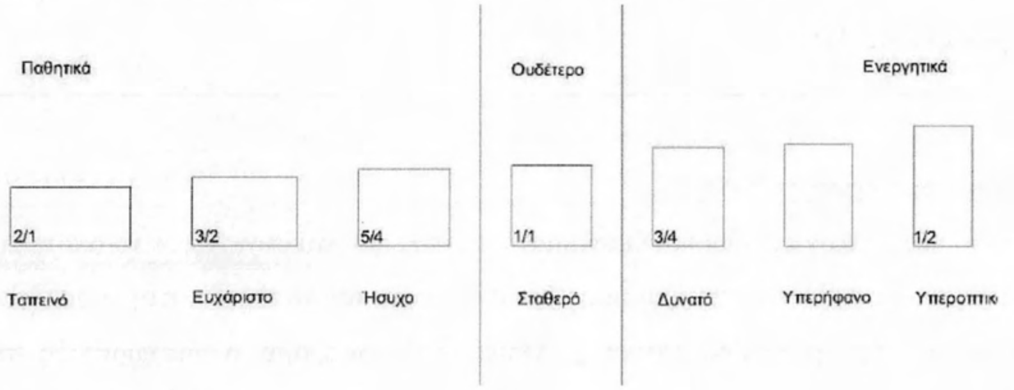
Από την άλλη πλευρά, ο αρμονικός λόγος του 6 και του 12 είναι το 8, που παράγει τους λόγους 8:6 = 4:3 και 12:8 = 3:2. Τώρα ο νέος τόνος βρίσκεται μια τετάρτη πάνω από την τονική και μια πέμπτη κάτω από την οκτάβα. Ο Άρχυτας αναφέρει: «Υπάρχουν τρεις μέσοι-λόγοι στη μουσική. Ο πρώτος είναι ο Αριθμητικός, ο δεύτερος ο Γεωμετρικός και ο τρίτος ο subcontrary που τον μετονόμασαν σε Αρμονικό». Ο όρος subcontrary αναφέρεται στο γεγονός ότι ο τόνος που βασίζεται σ' αυτό το λόγο αντιστρέφει τη διάταξη των δύο θεμελιωδών μουσικών διαστημάτων στην κλίμακα. (Χαραλάμπους, 1997)

2.3 Ενσυναισθητική μέθοδος

Οι μουσικές αναλογίες-μουσικά διαστήματα αποτέλεσαν και συνεχίζουν να αποτελούν τους βασικούς πυλώνες της μουσικής θεωρίας, κατατάσσοντας τες στη μεγαλύτερη ανακάλυψη της μουσικής ιστορίας. Όπως προαναφέραμε ο διαχωρισμός των διαστημάτων στη μουσική διακρίνεται σε τέλεια σύμφωνα, ατελή σύμφωνα και διάφωνα, και ο επιθετικός προσδιορισμός τους προκύπτει από την αίσθηση που σου προκαλούν. Τα τέλεια σύμφωνα διαστήματα δηλαδή της καθαρής όγδοης (1:2), της καθαρής πέμπτης (2:3) και της καθαρής τετάρτης (3:4) είναι διαστήματα ευχάριστα, τα οποία δημιουργούν αισθήματα ηρεμίας και ισορροπίας. Τα ατελή σύμφωνα διαστήματα της φυσικής τρίτης (4:5) και της φυσικής έκτης (3:5) είναι επίσης εύηχα, χωρίς όμως να δημιουργούν πλήρως το αίσθημα της αυταρέσκειας, όπως συμβαίνει με τα σύμφωνα διαστήματα. Τέλος, τα διάφωνα διαστήματα της δευτέρας (8:9) και της έβδομης (8:15) δημιουργούν συναίσθημα έντασης και ανησυχίας.

Κατά τον 19^{o} αιώνα παρατηρείται ένα ιδιαίτερο φαινόμενο, κυρίως στην κεντρική Ευρώπη, κατά το οποίο δίνεται μια ψυχολογική-αισθητική προσέγγιση των τεχνών αυτών, με αδήριτη έμφαση στα συναισθήματα που γεννιόνται, τόσο από ένα μουσικό κομμάτι όσο από ένα αρχιτεκτονικό έργο, αψηφώντας τη γεωμετρική του προσέγγιση. Αυτή η θεωρία της επονομαζόμενης ενσυναίσθησης δημιουργούσε γέφυρα μεταξύ των αντικειμένων και υποκειμένων, καταλύοντας το χάσμα μεταξύ τους (που ίσχυε τότε), και δίνοντας έμφαση στα βιώματα των δεκτών. Κατά το φαινόμενο αυτό, τα έργα της μουσικής και η αρχιτεκτονικής δημιουργούν αθέατες προεκτάσεις και νέα βιώματα, που μέχρι πρότινος εξεταζόταν ως εξωτερικός παράγοντας στον εκάστοτε θεατή. (Fischer, 1988)

Πρώτος ο Γερμανός Theodor Fischer πειραματίστηκε με τη θεωρία αυτή, προσπαθώντας να δημιουργήσει συναισθήματα στους θεατές απεικονίζοντας ορθογώνια σχήματα βάσει μουσικών αναλογίων. Εν συνεχεία του πειράματος αυτού ο Π. Μιχελής συσχέτισε τις αναλογίες των μουσικών διαστημάτων με ορθογώνια σχήματα διαμορφώνοντάς τα, ανάλογα με τα συναισθήματα που του προκαλούσαν. (Μιχελής, 1965)



Εικόνα 2.3.1: Κλίμακα ορθογωνίων κατά Fischer

Πηγή: Τ. Μπίρης, 2001

Για παράδειγμα ένα ορθογώνιο διαστάσεων 5:6 δημιουργεί την αίσθηση της σύγχυσης εφόσον δεν είναι ξεκάθαρο το οπτικό του βάρος ως προς τον κατακόρυφο και οριζόντιο άξονα, έτσι μπορεί να συνδεθεί με τα ατελή μουσικά διαστήματα που δημιουργούν και αυτά μία δυσανάλογη αίσθηση. Τα σύμφωνα διαστήματα 1:2, 2:3, 3:4 μπορούμε να πούμε ότι δημιουργούν και στην αρχιτεκτονική μία αίσθηση ηρεμίας, ισορροπίας και ασφάλειας σε σχέση με τα διάφωνα 8:15 ή 9:16.

Εικόνα 2.3.2: Κλίμακα ορθογωνίων κατά Μιχελή

Πηγή: Τ. Μπίρης, 2001

2.4 Μουσική συμβολή στην αρχιτεκτονική

Όπως προαναφέρθηκε σε παραπάνω κεφάλαια η αριθμητική, η γεωμετρία, η αστρονομία και η μουσική αποτελούσαν τις συνιστώσες του Quadrivium των μαθηματικών τεχνών που ονομάστηκαν Ελεύθερες Τέχνες. Η αρχιτεκτονική , ωστόσο, μαζί με τη ζωγραφική και τη γλυπτική θεωρήθηκαν απλώς χειρωνακτικά επαγγέλματα. Οι πρώτοι που κατάφεραν να αμβλύνουν το χάσμα αυτό ήταν οι αναγεννησιακοί αρχιτέκτονες οι οποίοι με τη συμβολή της μουσικής προσέδωσαν ένα θεωρητικό υπόβαθρο και μαθηματικά θεμέλια στην αρχιτεκτονική. Η μουσική για τους καλλιτέχνες της εποχής δεν ήταν απλώς μια θεωρητική υπόθεση, αλλά περιέγραφε την αρμονική μαθηματική δομή της δημιουργίας του κόσμου. Οι μουσικές αναλογίες μεταφράσθηκαν σε αρχιτεκτονικές με τη συμβολή των τριών πλατωνικών προόδων. Ο Giorgi επανερμηνεύοντας τον Τίμαιο, έδωσε μια πλήρη ανάλυση της κατάστασης. (Kruft, 1994: 87) Προκειμένου να βρει τον αριθμητικό και αρμονικό μέσο ως ακέραιο μεταξύ των αριθμών της ακολουθίας του Πλάτωνα, θεώρησε ως κατώτερο ψηφίο το 6 και το πολλαπλασίασε με τους αριθμούς της ακολουθίας. Έτσι προκύπτουν οι δύο νέες ακολουθίες 6,12,24,48 και 6,18,54,162. Στη συνέχεια, υπολόγισε τον αριθμητικό και αρμονικό μέσο της κάθε αναλογίας (για την αναλογία 6:12 είναι το 8 και το 9 , για την αναλογία 12:24 είναι το 16 και το 18, κλπ.), ενώ ο γεωμετρικός μέσο είναι η ίδια η ακολουθία (6,12,24,48). Οι παρατηρήσεις του για την αναλογία 6:8:9:12 ήταν οι εξής:

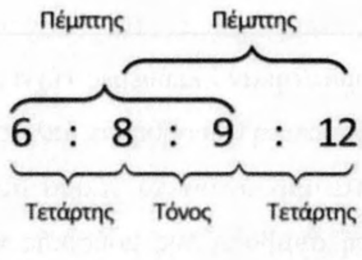
1. η αναλογία του μικρότερου άκρου ως προς το μεγαλύτερο άκρο είναι μία οκτάβα (6:12),

2. η αναλογία του μικρότερου άκρου ως προς το μεγαλύτερο μέσο είναι ένα διάστημα πέμπτης (6:9), όπως επίσης και η αναλογία του μικρότερου μέσου προς το μεγαλύτερο άκρο (8:12),

3. η αναλογία του μικρότερου άκρου ως προς το μικρότερο μέσο είναι ένα διάστημα τετάρτης (6:8), όπως επίσης και η αναλογία του μεγαλύτερου μέσου προς το μεγαλύτερο άκρο (9:12),

4. η αναλογία των δύο μέσων φτιάχνει έναν τόνο (8:9).

Με αυτή την τεχνική, προκύπτει η σειρά των αναλογιών της αναγέννησης 6,8,9,12,16,18,24,27,32,36, κλπ. με βάση τα μουσικά διαστήματα.



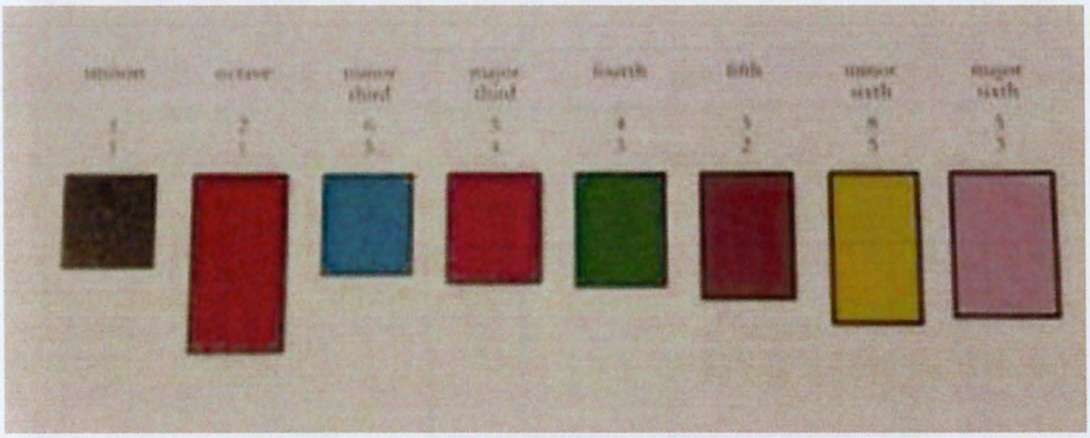
Εικόνα 2.4.1: Αναλογίες μουσικής

Πηγή: Δ. Γρίβας, 2012

2.4.1 Η συμβολή του Blondel

Ο Γάλλος αρχιτέκτονας θεωρητικός Blondel και ο μουσικός συνάδελφός του Rene Ouvrard ενδιαφέρθηκαν σε σημαντικό βαθμό για τις αναλογίες μεταξύ μουσικής και αρχιτεκτονικής. Και οι δύο πίστευαν ότι οι μουσικές αναλογίες - δηλαδή, τα διαστήματα - βρίσκονται στις ρίζες των αρχιτεκτονικών διαστάσεων. Ο Blondel, ωστόσο, διέφερε από τους αναγεννησιακούς νεοπλατωνιστές και προκατόχους καθώς δεν ενστερνίστηκε την άποψη περί καθαρών μαθηματικών στις αναλογίες, αλλά ότι βασίζεται στην πειραματική φυσική. Εδώ, ο Blondel προσεγγίζει τις πιο πρόσφατες αρχές - για παράδειγμα, τον Hermann Helmholtz, ο οποίος βασίζει τις θεωρίες του αποκλειστικά στη φυσική του μουσικού τόνου και στη φυσιολογία του αυτιού παρά στην θεωρία. Ο Helmholtz θεωρούσε σαφές ότι το αυτί θα δεχτεί μουσικούς λόγους που απέχουν πολύ από τους απλούς που χρησιμοποιούνται σε ιδανικές ή θεωρητικές συζητήσεις. Για παράδειγμα, η ίση ιδιοσυγκρασία που χρησιμοποιείται στα περισσότερα σύγχρονα όργανα πληκτρολογίου έχει διπλές και ακόμη και τριπλές ψηφιακές αναλογίες. (Hersey, 2000: 37)

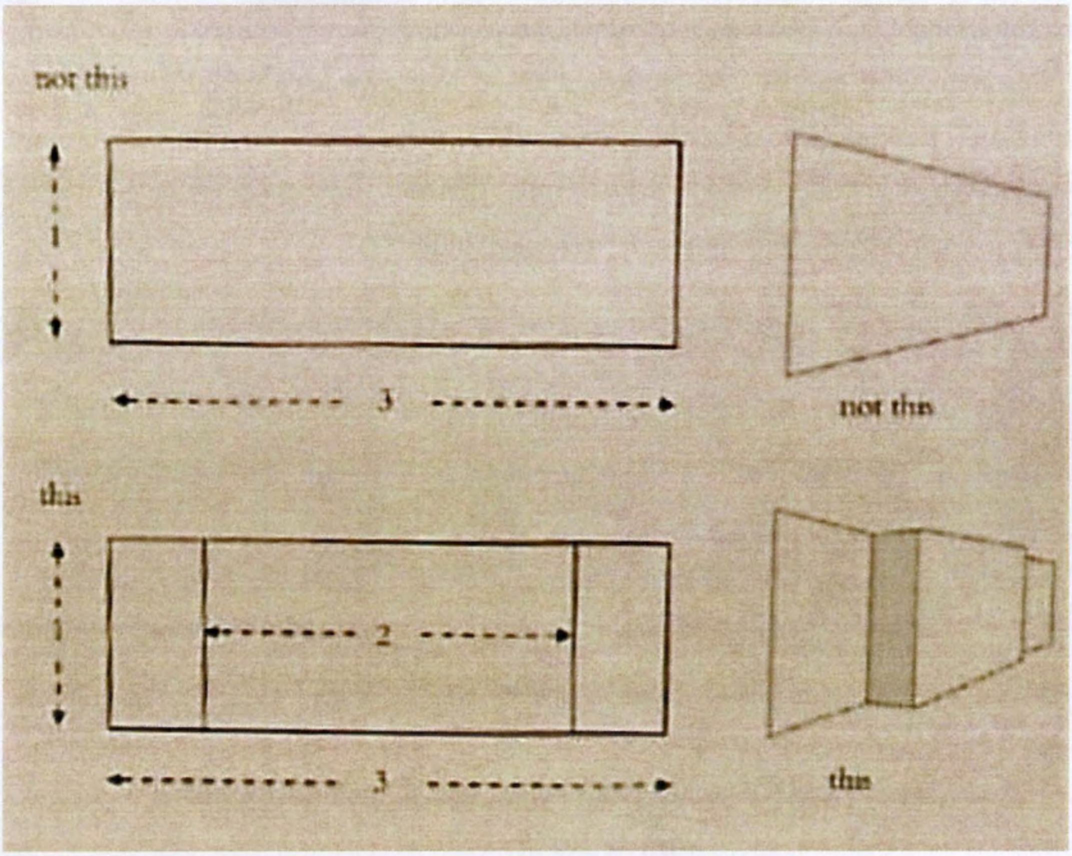
Στο Cours d' Architecture, ωστόσο, ο Blondel δημιουργεί έναν κανόνα των πιο επιθυμητών σχημάτων χρησιμοποιώντας τις απλούστερες αναλογίες. Υπάρχουν συνολικά οκτώ. Στο σχήμα 2.4.1.1, στο οποίο επανεξετάζεται το σχέδιο του Blondel, σημειώνονται αρχικά τα ονόματα των διαστημάτων και στη συνέχεια απεικονίζονται μουσικά. Κάτω από τις σημειώσεις, δίνεται την αριθμητική αναλογία που παράγει κάθε διάστημα. Κάτω από τις αναλογίες αριθμών είναι τα οκτώ ορθογώνια που ορίζονται από τον Blondel, που έχουν κωδικοποιηθεί για να ενισχύσουν την ποικιλία τους. Αυτές οι ίδιες αναλογίες μπορούν να παράγουν πολλά διαμορφωμένα σχήματα εκτός από ορθογώνια. Αλλά πρέπει να επισημανθεί ότι αυτές οι σχέσεις λειτουργούν μόνο με τα μήκη των χορδών και μόνο μέσα στην οκτάβα. Ωστόσο, αυτό αρκεί για να φανταστεί κανείς ένα κομμάτι Baroque μουσικής. (Hersey, 2000: 37)



Εικόνα 2.4.1.1: Δυσδιάστατη απεικόνιση αναλογιών κατά Blondel

Πηγή: G. Hersey, 2000: 37

Ο Blondel ωθεί τα πράγματα πολύ περισσότερο από αυτό, ωστόσο. Και στην πιο προηγμένη μουσικο-αρχιτεκτονική σκέψη του δείχνει τη μεγαλύτερη του προέλευση (ή νεωτερικότητα). Ο κόσμος μιλούσε αιώνες για τη μουσική και την αρχιτεκτονική. Ο Βιτρούβιος είχε ορίσει την οκτάβα, την πέμπτη και την τέταρτη. Αλλά δεν δήλωσε ποτέ ότι, ως εκ τούτου, τα κτίρια θα πρέπει να ενσωματώνουν τα χρονικά διαστήματα 1: 2, 3: 4 και 2: 3. Ούτε οι άλλοι προκάτοχοί του Blondel συνέβαλαν ότι αυτό ήταν νέο για τις ιδέες του Βιτρούβιου για τη μουσική. Ακόμη και ο Barboro, του οποίου η 1567 έκδοση Vitruvius είναι η πιο εξελιγμένη που έχει δημοσιευτεί μέχρι τώρα, και που γράφει εκτενώς για την αρχαία μουσική, δεν κάνει πραγματικά μια αναλογία μεταξύ μουσικών διαστημάτων και αρχιτεκτονικών. Το Cours του Blondel ήταν λοιπόν ένα μουσικο-αρχιτεκτονικό ορόσημο. (Hersey, 2000: 37)



Εικόνα 2.4.1.2: Αναλογίες κατά Blondel

Πηγή: G. Hersey, 2000: 43

3. Η αναλογία στο χώρο

«Το να γράφεις για τη Μουσική είναι σαν να χορεύεις για την Αρχιτεκτονική.» - *Steve Martin*

3.1 Αρμονία και συμμετρία

Η ρυθμική τάξη στο χώρο αποτελεί σημαντικό τομέα μελέτης, καθώς στην αρχιτεκτονική και το χώρο γενικότερα η υποτυπώδης αρμονία σημειώνεται από τους βασικούς πυλώνες και θεωρίες της συμμετρίας. Από το σημείο αυτό εκπηγάζει η αναγκαιότητα να αναφερθεί το γεγονός ότι απευθυνόμαστε σε μία υποτυπώδη αρμονία, καθώς κάθε αρχιτεκτονικό έργο που διακρίνεται από τους κανόνες της συμμετρίας δεν το κατατάσσει αρμονικό λόγω της μη εφαρμογής του προς όλες τις κατευθύνσεις. Εξαιτίας του φαινομένου αυτού, η έννοια της συμμετρίας αντικαθίσταται από την έννοια της ευμετρίας, σύμφωνα με την οποία στο αντικείμενο μελέτης ισορροπούν τα ισοδύναμα στοιχεία και όχι τα ισοσκελή, ώστε να μπορούμε να αποφανθούμε ότι: « στην τέχνη αν μπορεί να υπάρξει ευμετρία δίχως συμμετρία, η συμμετρία (αντίστροφα) δεν αρκεί δίχως ευμετρία.(...) Αυτός είναι ο λόγος που δεχόμαστε και τα εξωτερικά ασύμμετρα και τυπικά ακανόνιστα κτίρια ως ωραία (π.χ Ερέχθειο), ή θεωρούμε ως άξονες ευμετρίας μοτίβα, που δεν είναι τοποθετημένα στο κέντρο των κτιρίων αλλά στο πλάι, ή στην άκρη, όπου δηλαδή κυριαρχεί το αισθητικό κέντρο βάρους, ζυγίζοντας τις αξίες των μορφών του εκάστοτε αρχιτεκτονικού έργου.» (Μιχελής, 1965)

Πώς όμως ένα αντικείμενο αποκτά τη φήμη της αρμονίας και ποιος είναι ο ρόλος των μαθηματικών τύπων στην εντύπωση ενός αρμονικού συνόλου; Η γεωμετρική αναλογία ως κοινό χαρακτηριστικών των κτιρίων, που εμπίπτουν στον τομέα των αρμονικών κτιρίων, σε συνδυασμό με την ελευθερία του καλλιτέχνη-δημιουργού, με αποτέλεσμα την κατάληξη νόμων, δημιουργούν σίγουρα την πεποίθηση μίας αρμονικής εικόνας. Ωστόσο, η εφαρμογή ενός μαθηματικού μοντέλου στη δημιουργία ενός κτιρίου σίγουρα δεν αποτελεί πανάκεια παραγωγής αρμονίας. Αν για παράδειγμα εξετάσουμε ως προς τις αναλογίες τους δύο πανομοιότυπα κτίρια, μπορεί να διαπιστωθεί σημαντική διαφοροποίηση αισθητικής, καθώς δεν είναι απόλυτο ότι θα είναι και τα δύο το ίδιο αισθητικά ωραία. Το παραπάνω φαινόμενο αποτελεί ένα παράδειγμα κατά το οποίο πρωταγωνιστεί το αίσθημα του καλλιτέχνη και όχι οι γεωμετρικές αναλογίες του αρχιτεκτονικού έργου. (Μιχελής, 1965)

Τέλος παρατηρώντας ένα έργο τέχνης εξετάζουμε πρώτα τις βασικές αναλογίες του προκειμένου να διακρίνουμε στο αρχιτεκτόνημα της κυρίαρχες σχέσεις ύψους και πλάτους, στη συνέχεια να τις συγκρίνουμε με τις δευτερεύουσες σχέσεις των μελών του και τελικά αφήνουμε και πάλι τις λεπτομέρειες να προβάλλουν εφόσον υπάγονται αρμονικά σε αυτό. Έτσι μελετώντας ορισμένα αναγνωρισμένα αρχιτεκτονικά έργα θα παρατηρήσουμε ότι οι όψεις της εγγράφονται συνήθως σε γεωμετρικά σχήματα με σχέση πλευρών 1:2 κ.ο.κ., και σπάνια με σχέση που πλησιάζει τη μονάδα της 8:9 ή 5:6. Τα πιο ονομαστά από αυτά παρουσιάζουν τη σχέση της χρυσής τομής, περίπου 3:5.

Εν κατακλείδι θα λέγαμε ότι η αρμονία ουσιαστικά αποτελεί τις σχέσεις που δημιουργούνται μεταξύ του όλου και των μελών του, ώστε να κυριαρχήσει «η ενότις στην ποικιλία». Η ομοιότητα των μερών μεταξύ τους, δεν αρκεί για να ορίσει την αρμονία του όλου. Τα μέρη πρέπει να συντίθενται όχι μόνο μεταξύ τους ανάλογα αλλά και να εναρμονίζονται στο σύνολο. Η σύνθεση επομένως των αντιθέσεων είναι σύνθεση των μερών μεταξύ της και αυτών στο όλο, υπό ένα ενιαίο πνεύμα.

Σημαντική η συμβολή των πυθαγορείων αναφέρουν περί του ορισμού της αρμονίας ότι: «αρμονία εστί πολμιγέων ένωσις και δίχα φρονεόντων συμφρόνησις» (Φιλόλαος). [η αρμονία είναι μια ενοποίηση πραγμάτων πολλαπλώς αναμεμειγμένων και μια συμφωνία πραγμάτων που διαφωνούν] Συνεπώς μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η αρμονία εδράζεται στην αναλογία.

3.2 Υποκειμενικά στοιχεία ¨αρμονίας¨

Όσον αφορά την αρχιτεκτονική, η χρυσή τομή δεν αποτελεί την ιδεώδη αναλογία. Ο λόγος που δεν συμβαίνει το παραπάνω φαινόμενο είναι διότι η αρχιτεκτονική έννοια δεν είναι ταυτόσημη της έννοιας της γεωμετρίας. Μέσα από αυτή την τέχνη-επιστήμη διακρίνεται ένα περιεχόμενο, μία αξιοσημείωτη έκφραση συναισθημάτων του καλλιτέχνη, χωρίς να σημαίνει απαραίτητα ότι είναι ταυτόσημη των θεατών. Για το λόγο αυτό σωστά επισημαίνεται από τον Μιχελή ότι «εκφράζει την ηρεμία των τάφων με οριζόντια καθισμένα σχήματα (Αιγύπτιοι), την ψυχική ανάταση των γοτθικών αναλογιών ή την γαλήνη της ευμετρίας των Ελλήνων». Τα συναισθήματα που προκύπτουν από τις βασικές αναλογίες είναι ευδιάκριτα και σαφή και εκφράζονται με σχήματα των αναλογιών αυτών: 2/1 ή 2/3 ή 3/5. Αν πειραματισθεί κανείς με τις αναλογίες αυτές και τις εκφράσει ως γεωμετρικά σχήματα ορθογωνίων θα πρέπει να γίνει ένας διαχωρισμός τριών κατηγοριών:

Ουδέτερα: Όταν ούτε ο κατακόρυφος ούτε ο οριζόντιος άξονας υπερισχύουν (τετράγωνο)

Παθητικά: Όταν υπερισχύει ο οριζόντιος άξονας

Ενεργητικά: Όταν υπερισχύει ο κατακόρυφος άξονας

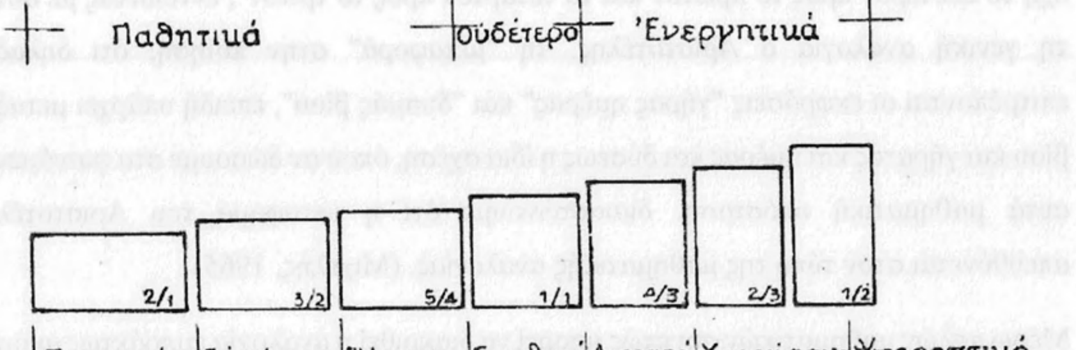
Οι απλές αυτές σχέσεις βρίσκονται και στην αρμονία των μουσικών τόνων ως σχέσεις του βασικού τόνου της κλίμακας, με την ακόλουθη σειρά:

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$
Ογδόη	**Πέμπτη**	**Τετάρτη**	**Έκτη**	**Έκτη**	**Τρίτη**	**Τρίτη**

Εικόνα 3.2.1: Μουσικά Διαστήματα

Πηγή: Ιδία Επεξεργασία

Ο Theodor Fischer στηρίχθηκε σε αυτού του είδους την προσέγγιση και διαμόρφωσε μέσω της μουσικής κλίμακας, μια ιδιαίτερη αρχιτεκτονική θεωρία όσον αφορά την αίσθηση του θεατή.



Εικόνα 3.2.2: Αρχιτεκτονική κλίμακα μουσικής κατά Fischer

Πηγή: http://repository.library.teimes.gr

Με βάση την παραπάνω κατάταξη τα ορθογώνια μπορούν επίσης να διαιρεθούν στις κατηγορίες:

- Στατικά: Όταν η μεταξύ των πλευρών τους σχέση αποτελείται από έναν ακέραιο ή (κλασματικό) αριθμό. Δηλαδή, όταν έχουμε 1,2,3,4..... ή επίσης όταν έχουμε 3/4, 4/5…
- Δυναμικά: Όταν ο αριθμός που προσδιορίζει την σχέση των πλευρών τους είναι ασύμμετρος, δηλαδή όταν έχουμε : √2, √3... Φυσικά τα ορθογώνια με σχέση πλευρών τους αριθμούς √1=1 και √4=2 ανήκουν και στις δύο ομάδες.

3.3 Οι μαθηματικές σχέσεις και ο χώρος

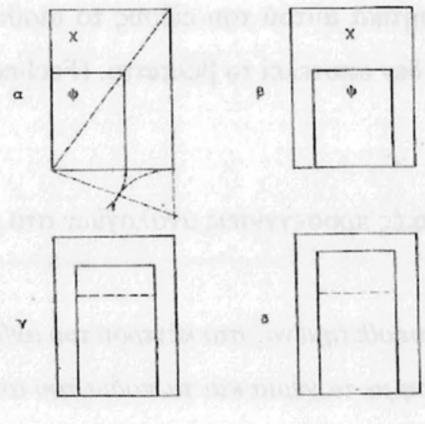
Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε αντιληπτή η υποκειμενικότητα των αναλογιών που οδηγούν στην αρμονία. Ωστόσο, σημαντική είναι και αναφορά των αντικειμενικών στοιχείων αρμονίας που θα εξετασθεί ενδελεχώς σε αυτό το κεφάλαιο.

Σε αυτό το σημείο και πολύ συνοπτικά πρέπει να αναφερθεί η διαφορά της σχέσης από την αναλογία έτσι όπως εννοείται μαθηματικά. Με τον όρο σχέση εκφράζουμε τη σύγκριση ενός μεγέθους με ένα άλλο της ίδιας φύσης, όπως για παράδειγμα όταν συγκρίνουμε μια ευθεία με μία άλλη. Η αναλογία από την άλλη πλευρά απαιτεί δύο σχέσεις για να υπάρξει, επομένως απαιτεί τέσσερα ή τουλάχιστον τρία μεγέθη και εκφράζεται με τον τύπο : **α/γ = β/δ**

Ο Αριστοτέλης αναφέρεται στον όρο αναλογία ως:" Το δε ανάλογον λέγω, όταν ομοίως έχη το δεύτερον προς το πρώτον και το τέταρτον προς το τρίτον", εννοώντας με αυτή τη γενική αναλογία ο Αριστοτέλης, τη "μεταφορά" στην ποίηση, ότι δηλαδή επιτρέπονται οι εκφράσεις "γήρας ημέρας" και "δυσμάς βίου", επειδή υπάρχει μεταξύ βίου και γήρατος και ημέρας και δύσεως η ίδια σχέση, όπου αν δώσουμε στα φαινόμενα αυτά μαθηματική υπόσταση, διαπιστώνουμε ότι η μεταφορά του Αριστοτέλη απευθύνεται στον τύπο της μαθηματικής αναλογίας. (Μιχελής, 1965)

Μέσω απλών μαθηματικών συνεπώς μπορεί να διακριθεί η αναλογία εμπράκτως ακόμη και με τρία μεγέθη. Αν θεωρήσουμε λοιπόν τα δύο μεγέθη μιας σχέσης ως σύνολο, τα οποία θέλουμε να συγκρίνουμε, όχι μόνο μεταξύ τους αλλά και προς το σύνολό τους, τότε βρίσκουμε μία αναλογία με τρία μεγέθη. Έτσι αναζητώντας τις σχέσεις μεταξύ μιας ευθείας γ και των μελών της α και β (στα οποία έχει αυτή διαιρεθεί), μπορούμε να πάρουμε διάφορες σχέσεις και μεταξύ των αναλογιών που προκύπτουν από αυτές, οι πλέον ενδιαφέρουσες είναι οι παρακάτω τέσσερεις : α/γ = β/δ , α/β = β/α , α/β = γ/α , α/β = β/γ.

Οι δύο πρώτες δείχνουν ότι η ευθεία έχει χωριστεί σε ίσα μέρη (συμμετρική τομή), η οποία όμως καταργεί αντί να λύνει το πρόβλημα από αισθητική σκοπιά. Οι άλλες δύο όμως αναλογίες είναι όμοιες γιατί αυτές δείχνουν ότι η γ τέμνεται εξίσου ασύμμετρα . Σύμφωνα μάλιστα με τον Ghyka, σε αυτή την αναλογία έχουμε τον αμεσότερο ασύμμετρο χωρισμό. Η ευθεία δηλαδή έχει διαιρεθεί σε μέσο και άκρο λόγο. Όταν κατασκευάζουμε τη γεωμετρική διαίρεση μιας ευθείας σε μέσο και άκρο λόγο τότε αυτή η διαίρεση είναι η "χρυσή τομή" της ευθείας. Ο αριθμός φ είναι ο λόγος αυτής της σχέσεως και ισούται με: φ = (1+S5)/2 = 1,618. (Ghyka, 1977)



Εικόνα 3.3.1: Ο λόγος φ και το χρυσό ορθογώνιο

Πηγή: https://gravitonio.blogspot.com/2011/07/blog-post.html

Αν όμως η αναλογία της χρυσής τομής μας αποκαλύπτει την "ιδεώδη αρμονία", μας αποκαλύπτει επίσης ότι η γενική αναλογία δε μπορεί παρά να μας δώσει ομοιότητα σχημάτων. Το μέγιστο της διαφοράς με το μέγιστο της ενότητας δίνεται μόνο στην περίπτωση που α+β=γ, οπότε και έχουμε την ιδεώδη σύνθεση των αντιθέσεων. Αλλά ακόμα και τότε αν πάρουμε το ορθογώνιο της χρυσής τομής χ και θελήσουμε να το συνθέσουμε με την ιδεώδη αντίθεσή του, θα μοιράσουμε πάλι τις πλευρές του κατά τη χρυσή τομή, ώστε να προκύψει το ορθογώνιο ψ. Αν τώρα μετακινήσουμε το νέο ορθογώνιο ψ μέσα στο χ και φανταστούμε ότι το σχήμα αυτό παριστάνει δοκό επί στύλων, θα χρειαστεί να αναζητήσουμε ένα συγκεκριμένο υλικό κατασκευής, ώστε αν πρόκειται για μάρμαρο να ανατρέξουμε ίσως στην αναλογία του ενώ αν πρόκειται για μπετόν αρμέ θα θελήσουμε να "ψηλώσουμε" το ψ ώστε να "λεπτύνει" το επιστύλιο για να συμφωνήσει" με την αντοχή του υλικού αυτού σε κάμψη που είναι μεγαλύτερη από του μαρμάρου.

Ο Fechner πειραματίσθηκε με διάφορα ορθογώνια και απέδειξε στατιστικά ότι ο μέσος όρος των ανθρώπων προτιμά ορισμένες απλές σχέσεις και ιδιαιτέρως εκείνη της χρυσής τομής. Στο σημείο αυτό τίθεται το ερώτημα αν με αυτό τον τρόπο επιβεβαιώνεται η αντικειμενικότητα της αρμονίας. Από την άλλη πλευρά υπάρχει η πεποίθηση πως το ¨χρυσό ορθογώνιο¨ αν στραφεί έτσι ώστε η διαγώνιός του να σταθεί κατακόρυφα, δεν προκαλεί το ευάρεστο αίσθημα που της προξενούσε, ενώ αντίθετα πολλά αξιοσημείωτα αρχιτεκτονικά έργα εγγράφονται σε ένα τετράγωνο που ως σχήμα κρίνεται «χονδροειδές» ως προς της την εντύπωση που προκαλεί (Porte St-Denis), ή το παλάτι των δόγηδων στην Βενετία που διχάζεται στη μέση από έναν άξονα οριζόντιο παρά το γεγονός ότι θεωρητικά αυτού του είδους το αίσθημα που δημιουργείται σε τέτοιας μορφής αναλογίες δεν αποτελεί το βέλτιστο. (Fechner, 1865: 110-112)

3.4 Θεωρητικές και πρακτικές προσεγγίσεις αναλογίων στο χώρο

3.4.1 Βιτρούβιος

«Ο ομφαλός είναι φυσικά τοποθετημένος στο κέντρου του ανθρώπινου σώματος, και, αν σε έναν άνδρα σε ύπτια θέση με τα χέρια και τα πόδια του ανεπτυγμένα, με τον ομφαλό του ως κέντρο εγγράψουμε ένα κύκλο, θα ακουμπήσει τα δάκτυλα των χεριών και τα δάκτυλα των ποδιών του.»

Vitruvius

Ο Βιτρούβιος (80 π.Χ.-15 π.Χ.) ήταν σπουδαίος Ρωμαίος αρχιτέκτονας και συγγραφέας, η συμβολή του οποίου ήταν καταλυτική για την σύνδεση της αρχιτεκτονικής με τα μαθηματικά και κατ' επέκταση τη μουσική. Τα πιο γνωστά βιβλία του με τίτλο «Δέκα βιβλία αρχιτεκτονικής», αποτελούν ένα εξαιρετικό έργο, το οποίο παραθέτει μια λεπτομερή ανάλυση των αρχαιοελληνικών ναών, τις μετρήσεις και τις αναλογίες τους. Ωστόσο, ενώ καμία θεωρία δεν αναπτύχθηκε από τον Βιτρούβιο όσον αφορά τη σύνδεση της αρχιτεκτονικής με τη μουσική, παρόλαυτα σημαντική ήταν η συμβολή του στη δημιουργία ενός υποβάθρου, με την συνδρομή των θεωριών του Πυθαγόρα, στην ταύτιση των δύο τεχνών.

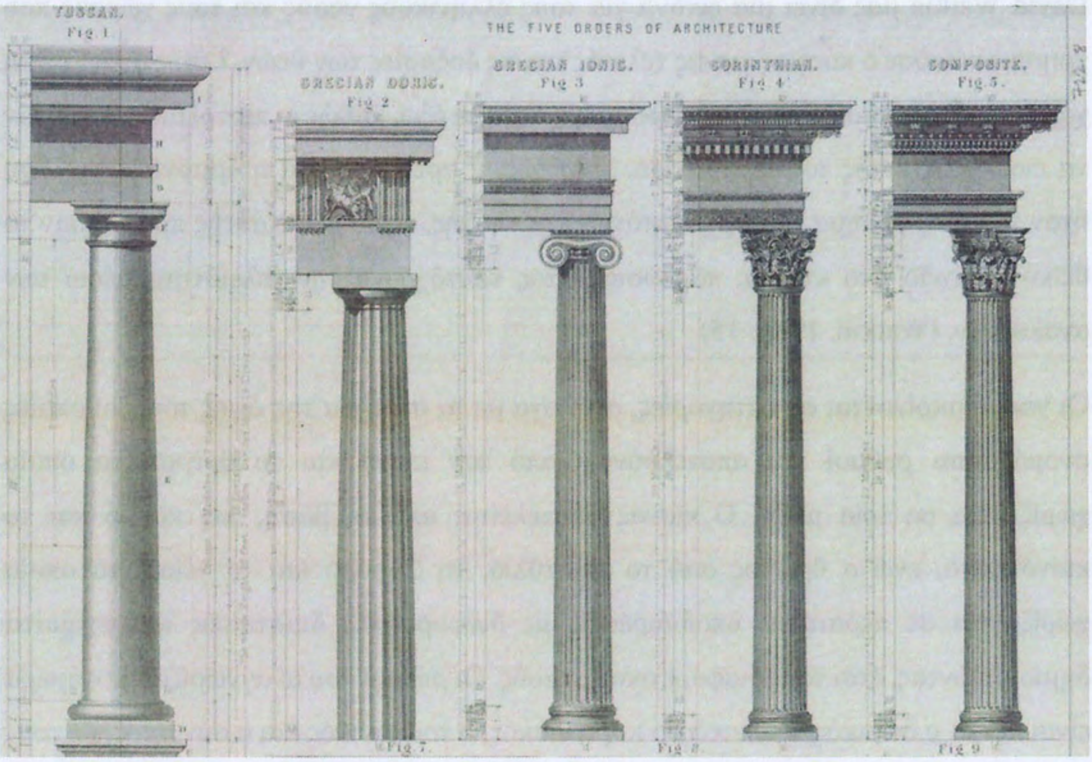
Τέσσερις (+ ένας) ρυθμοί και ναοί

Πρωτοπόροι στην οικοδόμηση κτιρίων, με τη χρήση αναλογιών που οδηγούσαν στην αρμονία, υπήρξαν οι Έλληνες και ύστερα οι Ρωμαίοι. Παράδειγμα του προαναφερθέντος φαινομένου αποτελούν οι ελληνικοί ναοί, των οποίων οι όψεις τους παρουσιάζουν αξιοσημείωτες αναλογίες. Επηρεασμένη η τέχνη της αρχιτεκτονικής των εκάστοτε εποχών (Αναγέννηση, Μοντέρνα κ.α.) από την κλασσική, που αποτέλεσε πηγή έμπνευσης, λόγω της χρήσης των αναλογιών, παρατηρείται πως θαυμαστά αριστουργήματα όπως ο Παρθενώνας αλλά και δημόσιοι χώροι όπως το Πάνθεον της Ιταλίας αναγνωρίζονται από τους δυτικούς ως έργα ιδιαίτερης αισθητικής εδώ και αρκετούς αιώνες.

Λόγω της εξωστρέφειας των αρχαιοελληνικών ναών που έδιναν οι δημιουργοί τους, οι τελευταίοι παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον κατά τη κατασκευή των όψεών τους. Ο David Watkin μας δίνει μία εικόνα για τους ελληνικούς ναούς και τους χώρους που χρησιμοποιούσε ο κόσμος για τις τελετές και τις δοξασίες των θεών. Όπως αναφέρεται χαρακτηριστικά, το κτίριο ήταν στραμμένο προς τα έξω, καθώς οι πιστοί απαγορευόταν να εισέλθουν εντός του ιερού ναού. Συνεπώς, η αρτιότητα και η αρμονία στην όψη ήταν το κύριο μέλημα των αρχιτεκτόνων της εποχής, αφού μέσω αυτής προσέδιδαν το θεϊκό στοιχείο στο κτίσμα, παρουσιάζοντας ταυτόχρονα την τελειότητα μέσω των αναλογιών. (Watkin, 1986: 15)

Οι ναοί διακρίνονται σε κατηγορίες, ανάλογα με τα στοιχεία της όψης τους, οι οποίες ονομάζονται ρυθμοί και αποτελούνται από τον κίονα και το θρίγκο, τα οποία χωρίζονται σε τρία μέρη. Ο κίονας αποτελείται από τη βάση, τον κορμό και το κιονόκρανο, ενώ ο θρίγκος από το επιστύλιο, τη ζωφόρο και το γείσο, τα οποία χωρίζονται σε περαιτέρω υποδιαιρέσεις με διαφορετικές διαστάσεις και σχήματα δημιουργώντας, έτσι τους διαφορετικούς ναούς. Οι ρυθμοί που αναγνωρίζουμε σήμερα είναι πέντε, ο δωρικός, ο ιωνικός, ο κορινθιακός, ο τοσκανικός και ο σύνθετος, με τους τρεις πρώτους να δημιουργούνται στην Ελλάδα, ενώ οι άλλοι δύο στην Ιταλία. Σημαντική διαφοροποίηση, ωστόσο, υπέστη ο δωρικός ναός όταν χρησιμοποιήθηκε από τους Ρωμαίους αρχιτέκτονες, καθώς κατά το ρωμαϊκό δωρικό ρυθμό ο κίονας στεκόταν σε βάση και χαρακτηριζόταν από λεπτότερο κορμό έναντι του ελληνικού. Όσον αφορά την χρονολογική σειρά των ναών αυτών, ο πρώτος που καταγράφεται είναι ο τοσκανικός, εν συνεχεία οι τρεις ελληνικοί και τελευταίος ο σύνθετος. Αξίζει να αναφερθεί το γεγονός ότι οι δύο σπουδαίοι πολιτισμοί βρίσκονταν στη μεγαλύτερη ακμή τους κατά τη δημιουργία των ρυθμών αυτών, γεγονός απόλυτα λογικό καθώς η αναπτυγμένη τεχνική και τεχνολογική κατάρτιση αποτελεί τη βάση για τη δημιουργία ενός νέου ρυθμού. (Vitruvius, 1960: 104-144)

Η πρώτη αναγνωρισμένη αναφορά για τους ρυθμούς αυτούς έγινε από τον Βιτρούβιο στο βιβλίο του De Architectura, σύμφωνα με το οποίο αναλύει σε σημαντικό βαθμό τους τρεις ελληνικούς ρυθμούς, τον τοσκανικό και δεν αναφέρει καθόλου την ύπαρξη του σύνθετου. Όπως προειπώθηκε χαρακτηριστικά οι ρυθμοί διαφοροποιούνται ως προς τις αναλογίες μεταξύ τους, γι' αυτό το λόγο και έχουμε διαφορετικούς τύπους. Ωστόσο, ο Ρωμαίος αρχιτέκτονας αναφέρει την ύπαρξη διαφορετικών μορφών κιονόκρανων που παρουσιάζονται στους εκάστοτε ρυθμούς, αλλά σίγουρα δεν παρατηρούνται διαφορές ως προς τις αναλογίες, και συνεπώς δεν θεωρούνται διαφορετικοί ρυθμοί. (Vitruvius, 1960: 104-144)



Εικόνα 3.4.2.1.1: Οι πέντε ρυθμοί ναών

Πηγή: http://aestheticsissues.blogspot.com/2018/01/leon-battista-alberti.html

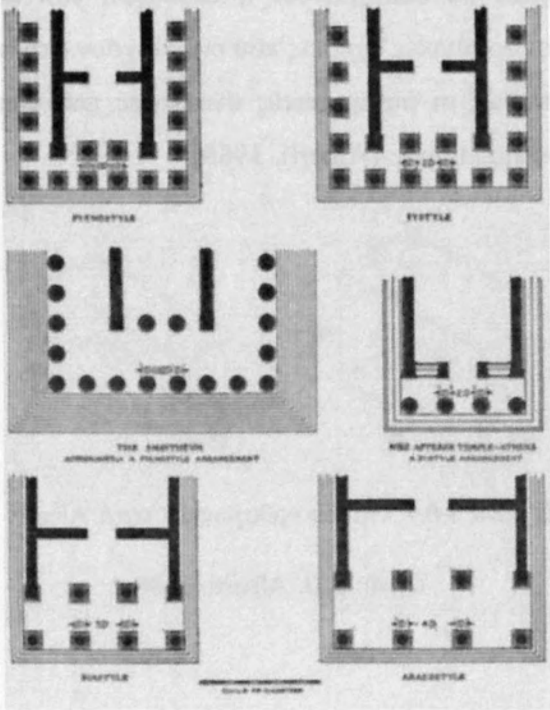
Για την αρμονία των αρχαίων κτιρίων ευθύνεται ο εμβάτης ή αλλιώς module, ένα εσωτερικό μέτρο (κανόνας-μονάδα μέτρησης), ο οποίος καθορίζει τις σχέσεις όλων των μελών προς το σύνολο του ναού αλλά και τις σχέσεις μεταξύ των στοιχείων του κίονα. Οι αρχαίοι ενστερνίστηκαν τη μεθοδολογία αυτή προκειμένου τα σχέδια των κτιρίων τους να είναι πάντοτε αναλογικά μεταξύ τους και κατά συνέπεια αρμονικά. Ο εμβάτης (μονάδα μέτρησης) είναι η κάτω διάμετρος του κίονα ή το ημι-άθροισμα της πάνω και κάτω διαμέτρου, και καθορίζει όλες τις διαστάσεις της, ούτως ώστε ανεξαρτήτως από το μέγεθος του κτιρίου, οι αναλογίες να παραμένουν ίδιες. Η μεθοδολογία για την εύρεση του εμβάτη είναι η εξής: σε ναούς τετράστυλους, εξάστυλους και οκτάστυλους χωρίζουμε την όψη σε ίσα τμήματα και το ένα από αυτά αντιστοιχεί στον εμβάτη. Τους τετράστυλους ναούς, τους χωρίζουμε σε έντεκα και μισό, τους εξάστυλους σε δεκαοκτώ και τους οκτάστυλους σε είκοσι τέσσερα και μισό μέρη και η διάμετρος του κίονα αντιστοιχεί σε όλες τις περιπτώσεις σε έναν εμβάτη. Η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται για όλους τους ρυθμούς εκτός του δωρικού, καθώς η φύση του μας επιβάλλει να τον μελετήσουμε διαφορετικά. (Chambers, 1825)

Στο βιβλίο του ο Βιτρούβιος μελετάει και αναλύει σε σημαντικό βαθμό τον εμβάτη, ώστε να δώσει μία πλήρη εικόνα για τη σπουδαιότητά του όσον αφορά τις αναλογίες των ελληνικών ρυθμών. Αναλύοντας αρχικά τον ιωνικό ρυθμό, παρατηρεί πως ο εμβάτης αντιστοιχεί με την κάτω διάμετρο του κίονα και πως το ύψος της βάσης του κίονα με την πλίνθο αποτελεί μισό εμβάτη. Επιπροσθέτως, όσον αφορά το μήκος του κιονόκρανου αντιστοιχεί σε ένα και ένα όγδοο του εμβάτη, δηλαδή 1/3 του εμβάτη. Τέλος, το ύψος του επιστηλίου του ιωνικού ρυθμού εξαρτάται από το ύψος του κίονα (αν ο κίονας έχει ύψος από 12 έως 15 πόδια, το επιστύλιο έχει ύψος μισό εμβάτη, από 15 έως 20 πόδια έχει ύψος ένα προς 12μιση του ύψους του κίονα κ.ο.κ.). Ο Βιτρούβιος κάνει αυτό το διαχωρισμό γιατί θεωρεί πως όσο ψηλότερο είναι ένα κτίριο τόσο πιο δύσκολα το αντιλαμβάνεται το ανθρώπινο μάτι εξαιτίας του πυκνού αέρα. Με σκοπό, λοιπόν, να παραμείνουν οι αναλογίες σωστές, προσαρμόζεται αντίστοιχα και η διαστασιολόγηση του επιστυλίου. Αυτό βεβαίως εφαρμόζεται σε περιπτώσεις που ο παρατηρητής βρίσκεται σε πολύ κοντινή απόσταση από το κτίριο και όπως παρατηρεί ο Chambers η σωστή γωνία θέασης δεν είναι η ίδια σε κτίρια διαφορετικών διαστάσεων, αφού αν αλλάξει ο παρατηρητής θέση, το κτίριο θα παρουσιαστεί πλήρως αναλογικό. (Vitruvius, 1960: 104-144)

Εν συνεχεία του έργου του, στο τέταρτο βιβλίο ο Βιτρούβιος αναλύει τις αναλογίες του κορινθιακού και δωρικού ρυθμού και ως πρώτη ανάλυση του κορινθιακού, διακρίνει μεγάλες ομοιότητες με τον ιωνικό ρυθμό, ως προς τις αναλογίες τους, με μόνη αλλά σημαντική διαφορά το ύψος του κιονόκρανου του δεύτερου, καθώς αντιστοιχεί στη διάμετρο της βάσης του κίονα. Για το λόγο αυτό και ο ιωνικός ρυθμός απεικονίζεται πιο ψηλός από τον κορινθιακό. Από την άλλη μεριά, ο δωρικός ρυθμός δεν περιλαμβάνει βάση και αποτελείται από χοντρούς και κοντούς κίονες προσδίδοντας ένα βάρος στην συνολική του εικόνα. Το ύψος του κιονόκρανου είναι ένας εμβάτης, καθώς και το επιστήλιο του, ενώ η κάτω διάμετρος αποτελείται από δύο εμβάτες και το ύψος του από δεκατέσσερις. Αξίζει να σημειωθεί μια αδήριτη διαφοροποίηση αυτού του ρυθμού έναντι των υπολοίπων καθώς ο εμβάτης στο δωρικό ρυθμό δεν είναι πάντα ο ίδιος, αλλά διαχωρίζεται αναλόγως με το είδος του ναού. Αναλυτικότερα αν χωρίσουμε το μήκος της κεντρικής όψης του ναού σε ίσα μέρη, ο εμβάτης αποτελεί το ένα μέρος του συνόλου. Πιο συγκεκριμένα, αν ο ναός είναι τετράστυλος, τον διχοτομούμε σε είκοσι επτά μέρη και αν είναι εξάστυλος σε σαράντα δύο. (Vitruvius, 1960: 104-144)

Όσον αφορά τον τοσκανικό κίονα σημαντική αναφορά κάνει ο A. Palladio χαρακτηρίζοντάς τον ως πιο βαρύ και καθαρό από τους υπόλοιπους ρυθμούς, καθώς αποτελείται από επτά εμβάτες σε ύψος, συμπεριλαμβανομένης της βάσης και του κιονόκρανου, όπου το κάθε ένα έχει ύψος μισό εμβάτη (Palladio, 1715: 21-22). Από την άλλη μεριά ο σύνθετος παρουσιάζει ακριβώς τις ίδιες αναλογίες με τον κορινθιακό με μόνες διαφορές τη μορφή του κιονόκρανου και το συνολικό ύψος που αντιστοιχεί σε δέκα εμβάτες.

Σε μεγάλη κλίμακα ο ρόλος του εμβάτη παρουσιάζεται στο κτίριο μέσω των μετακιονίων που αποτελούν ουσιαστικά τις αποστάσεις μεταξύ των κιόνων. Τα μετακιόνια αποτελούν το ΄΄τέμπο΄΄ του κτιρίου και ορίζουν έναν αυστηρό κανόνα σύμφωνα με τον οποίο επιτυγχάνονται οι αναλογίες. (Summerson, 1963: 10-15) Ο Βιτρούβιος, στο τρίτο του βιβλίο, κατηγοριοποιεί τους ναούς σε πέντε κατηγορίες: πυκνόστυλο, σύστυλο, εύστυλο, διάστυλο και αραιόστυλο, με τους κίονες να αυξάνουν την απόστασή τους ανά κατηγορία. Τέλος, υπολογίζει τις αναλογίες των κιόνων με βάση τον εμβάτη για κάθε ένα διαφορετικό είδος ναού και προκύπτει ότι η αναλογία της βάσης ως προς το ύψος είναι: για τον πυκνόστυλο 1:10, για τον σύστυλο και τον εύστυλο 2:19, για το διάστυλο 2:17 και για τον αραιόστυλο 1:8. (Vitruvius, 1960: 78-80) Καθένας από τους παραπάνω ρυθμούς διακρίνεται για το μοναδικό τους αρχιτεκτονικό χαρακτήρα, καθώς αποτελούνται από μοναδικές αναλογίες και επιμέρους ξεχωριστά στοιχεία. Ο δωρικός και ο τοσκανικός ρυθμός, προσδίδουν στιβαρότητα και δυναμικότητα στο κτίριο, εξαιτίας των κοντών κιόνων ενώ αντίθετα ο ιωνικός, ο κορινθιακός και ο σύνθετος δίνουν μία αίσθηση λεπτότητας και χάρης λόγω του έντονου διακοσμητικού στοιχείου και των λεπτεπίλεπτων αναλογιών τους. (Summerson, 1963: 13) Οι κλασσικοί ρυθμοί, ωστόσο, αποτυπώθηκαν υπό το πρίσμα της καθαρότητας της μορφής και αποτέλεσαν το αρχιτεκτονικό λεξιλόγιο της αρχαιότητας.



Εικόνα 3.5.1: Μετακιόνια

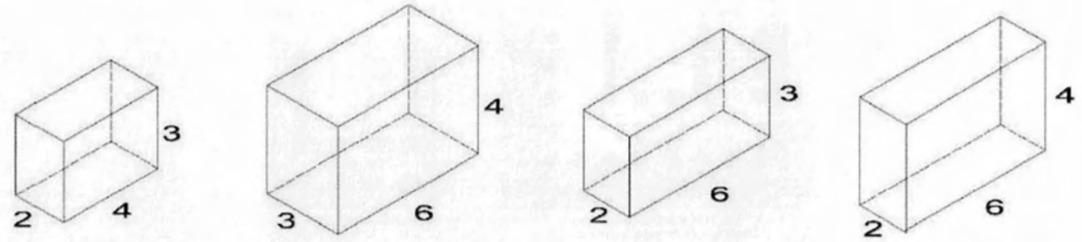
Πηγή: Vitruvius, 1960

3.4.2 Leon Batista Alberti

Ο Leon Batista Alberti (1404-1472) ήταν Ιταλός αρχιτέκτονας και υπήρξε ο πρώτος που έγραψε πραγματεία για την αρχιτεκτονική. Η πραγματεία του, που περιλάμβανε χρήσιμες πληροφορίες για την ιστορία της αρχιτεκτονικής, υλικά και τρόπους κατασκευής, αποτελούταν από δέκα βιβλία τα οποία, ωστόσο, δεν διαδόθηκαν στην Ιταλία, εξαιτίας της έλλειψης της τυπογραφίας. Ένα αξιοσημείωτο γεγονός του L.B. Alberti είναι ότι εφήρμοσε τις αρμονικές αναλογίες της μουσικής στην αρχιτεκτονική του, θεωρώντας ότι το αποτέλεσμα θα προσέδιδε παρόμοιο αισθητικό αποτέλεσμα εξαιτίας της μίμησης της λειτουργίας της φύσης.

Καθοριστική ήταν η συνεισφορά του θεωρητικού αρχιτέκτονα, καθώς αναβάθμισε τη αρχιτεκτονική και τη μουσική, επαναφέροντας τις αντιλήψεις περί συμμετρία και αρμονίας, λόγω της αντίληψης πως για την επιτυχία ενός υψηλού, αρμονικού αποτελέσματος, πρέπει να ακολουθούμε τους κανόνες της φύσης. Υπό αυτό το θεωρητικό υπόβαθρο γεννήθηκε η πρώτη επίσημη σύνδεση των δύο τεχνών, της μουσικής και της αρχιτεκτονικής. (Alberti, 1986)

Στο σημείο αυτό αξίζει να επισημανθεί η αντίληψη του περί αρμονίας καθώς αντιλαμβανόταν πως οι αρμονικές σχέσεις που ενυπάρχουν στη φύση αποκαλύπτονται μέσω της μουσικής καθώς οι μαθηματικές αναλογίες που εμπεριέχονται σε αυτή, εκφράζουν την παγκόσμια ειρήνη. (Alberti, 1986)



Εικόνα 3.6.1: Ομάδα ορθογωνίων κατά Alberti

Πηγή: L.B. Alberti, 1986

Η εφαρμογή της θεωρίας περί συσχέτισης των δύο τεχνών διαμορφώθηκε από τις αντιστοιχίες των ζευγών διάστημα-συγχορδία / επίπεδο-χώρος. Ο Alberti στο πείραμά του, χρησιμοποίησε τα διαστήματα της όγδοης (1:2), της πέμπτης (2:3) και της τετάρτης (3:4) και δημιούργησε με τις αντίστοιχες αναλογίες ορθογώνια. Για παράδειγμα, το μουσικό διάστημα 1:2 το απέδωσε σε αναλογίες μήκους-πλάτους. Όταν υπάρχουν τρία μουσικά διαστήματα δημιουργείται μια σχέση μήκους-πλάτους-ύψους με αποτέλεσμα να έχουμε ένα τρισδιάστατο όγκο. (Alberti, 1986)

3.4.3 Αναλογίες χώρου κατά Le Corbusier

«Η αρχιτεκτονική είναι το σοφό, σωστό και καταπληκτικό παιχνίδι των μορφών κάτω από το φως.» - Le Corbusier

Ο Σαρλ-Εντουάρ Ζανρέ-Γκρι, γνωστός ως Λε Κορμπυζιέ (Le Corbusier), ήταν Ελβετός αρχιτέκτονας, διάσημος για τη συνεισφορά του σε αυτό που καλείται σήμερα μοντερνισμός, ή πρώιμος μοντερνισμός. Ήταν πρωτοπόρος στις θεωρητικές μελέτες του σύγχρονου σχεδίου και αφιερώθηκε στην παροχή των καλύτερων συνθηκών διαβίωσης για τους κατοίκους των συσσωρευμένων πόλεων. Η σταδιοδρομία του είχε διάρκεια πέντε δεκαετιών, περιλαμβάνοντας κτίρια που κατασκευάστηκαν σε ολόκληρη την κεντρική Ευρώπη, την Ινδία, τη Ρωσία, και μια κατασκευή στις

Ηνωμένες Πολιτείες. Ήταν επίσης πολεοδόμος, ζωγράφος, γλύπτης, συγγραφέας και σχεδιαστής επίπλων.

Το Modulor είναι ένα εργαλείο μέτρησης το οποίο προήρθε από τις διαστάσεις του ανθρώπινου σώματος και τις θεωρίες των μαθηματικών. Όπως διακρίνεται και στην εικόνα 3.7.2 υπάρχει ένας άντρας με υψωμένο χέρι και καθορίζει τα σημεία πλήρωσης του χώρου, το πόδι, το ηλιακό πλέγμα, το κεφάλι, τα άκρα των δαχτύλων στο υψωμένο χέρι, τρία διαστήματα που παράγουν μια ακολουθία χρυσών τομών, τη σειρά Fibonacci. Τα μαθηματικά από την άλλη, προσφέρουν την πιο απλή και πιο ισχυρή παραλλαγή μια τιμής: την απλή, το διπλάσιό της, τις δύο χρυσές τομές. (Le Corbusier, 1996: 55)

Το Modulor αποτελείται από δύο σειρές-μεζούρες, την κόκκινη και τη μπλε, με τη βοήθεια του οποίου αναλύεται, εξετάζεται και σε ένα σημαντικό βαθμό προσδιορίζεται ο χώρος. Στο σημείο αυτό παρατίθενται οι ατελείς σειρές:

1. Το Πλέγμα παρέχει τις τρεις μετρήσεις 113, 70, 43 (σε εκατοστά) που έχουν λόγο φ (χρυσή τομή) και η ακολουθία Fibonacci δίνει: 43+70=113 ή 113-70=43. Αθροιζόμενες δίνουν 113+70=183, 113+70+43=226.

2. Οι τρεις αυτές μετρήσεις (113 – 183 – 226) προσδιορίζουν το χώρο που καταλαμβάνει ένας άνθρωπος ύψους 6 ποδών.

3. Η μέτρηση 113 δίνει τη χρυσή τομή του 70 και εισάγει μία πρώτη πρόοδο, τη λεγόμενη κόκκινη σειρά 4-6-10-16-27-43-70-113-183-296, κλπ.

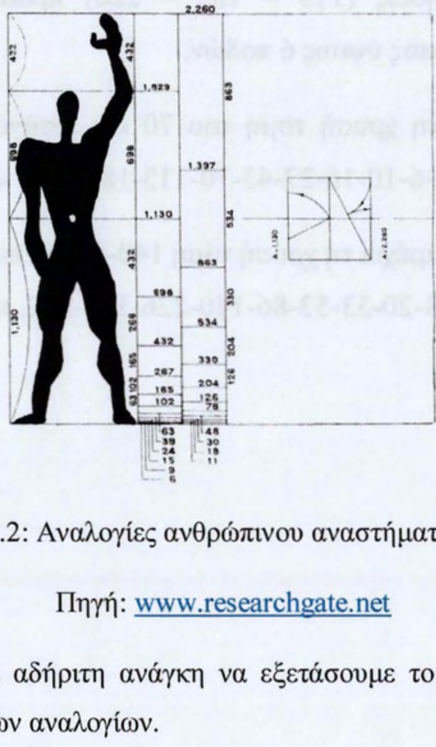
Η μέτρηση 226 (2χ113), παρέχει τη χρυσή τομή 140-86 και εισάγει τη δεύτερη πρόοδο, τη λεγόμενη μπλε σειρά 13-20-33-53-86-140-226-366-592, κλπ.

952.807	
588.867	1.177.735
363.940	727.880
224.927	449.855
139.013	278.025
85.914	171.829
53.098	106.196
32.816	65.633
20.282	40.563
12.535	25.069
7.747	15.494
4.788	9.576
2.959	5.918
1.829	3.658
1.130	2.260
698	1.397
432	863
267	534
165	330
102	204
63	126
39	78
24	48
15	30
9	18
6	11

Εικόνα 3.7.1: Κόκκινη και μπλε σειρά του Modulor

Πηγή: www.sacred-geometry.es

4. Μεταξύ αυτών των τιμών ή μετρήσεων μπορούμε να επισημάνουμε κάποιες που συνδέονται με χαρακτηριστικό τρόπο με το ανθρώπινο ανάστημα.

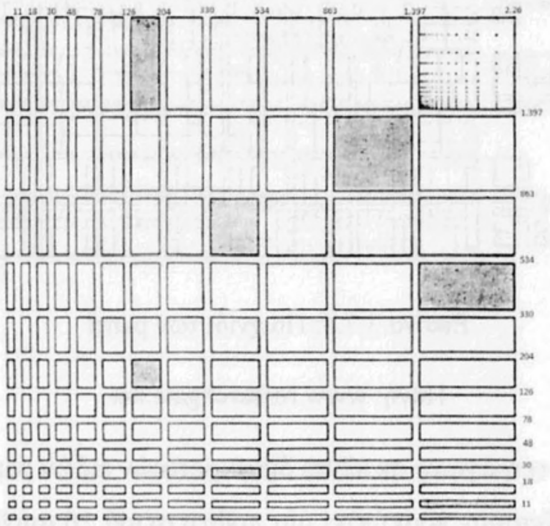


Εικόνα 3.7.2: Αναλογίες ανθρώπινου αναστήματος Modulor

Πηγή: www.researchgate.net

Στο σημείο αυτό αποτελεί αδήριτη ανάγκη να εξετάσουμε το εργαλείο Modulor για την τρισδιάστατη απεικόνιση των αναλογιών.

Στην εικόνα 3.7.3 προσδιορίζεται ο χώρος με τη χρήση των αναλογιών του Modulor. Πιο αναλυτικά ο χώρος δημιουργείται βάσει των αναλογιών της μπλε γραμμής και συνεχίζεται επ' άπειρον. Η γκρίζα σκίαση διαδραματίζει τα επίπεδα που δημιουργούνται με ποικίλες διαφοροποιήσεις είτε στο μέγεθος είτε στις αναλογίες. Τέλος, οφείλεται να αναφερθεί ο πλούτος και η ευρηματικότητα που δημιουργεί το εργαλείο Modulor, καθώς ο συνδυασμός των αναλογιών μπορεί να οδηγήσει σε σύνολα που θα ικανοποιούν ευαισθησίες, φαντασιώσεις ή ορθολογικές απαιτήσεις. (Le Corbusier,1996: 92)

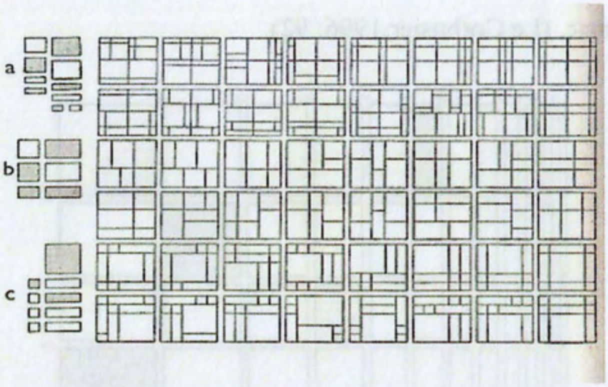


Εικόνα 3.7.3: Χωρική απεικόνιση με τη χρήση Modulor

Πηγή: www.researchgate.net

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί το επονομαζόμενο «Παιχνίδι των panel».

Παίρνουμε, για παράδειγμα, ένα τετράγωνο και παίζουμε διαιρώντας το σε τμήματα με βάση την κλίμακα Modulor. Το παιχνίδι δεν έχει τέλος. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους κατάλληλους συνδυασμούς για ομορφότερο αποτέλεσμα. (Le Corbusier, 1996: 94)



Εικόνα 3.7.4: Παιχνίδι των panel

Πηγή: www.researchgate.net

Στο (a) χωρίζεται ένα τετράγωνο σε πέντε διαφορετικών ειδών panel τμήματα και όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε προκύπτει μία πρώτη σειρά 16 συνδυασμών.

Στο (b) παίρνουμε ένα τετράγωνο όπως το (a) με τη διαφορά της ποσότητας, καθώς χωρίζεται σε τέσσερα είδη διαφορετικών panel, με τη χρήση του Modulor. Όπως διακρίνεται προκύπτει και εδώ μια πρώτη σειρά 16 συνδυασμών.

Τέλος στο (c) χωρίζουμε ένα τετράγωνο με τη χρήση του Modulor σε τρία είδη διαφορετικών panel. Προκύπτει και εδώ μια πρώτη σειρά 16 συνδυασμών.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα αναλύσουμε ένα έργο του Le Corbusier, που στηρίζεται στο Modulor και στον συγκερασμό των αναλογιών των δύο σειρών του, το μοναστήρι La Tourette.

3.4.4 Ιάννης Ξενάκης

«Ο χρυσός κανόνας αποτελεί βιολογικό νόμο της ανάπτυξης. Υπάρχει στις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος[..].Οι μουσικές διάρκειες δημιουργούνται από εκφορτώσεις των μυών που βάζουν σε λειτουργία τα ανθρώπινα μέλη. Είναι προφανές ότι οι κινήσεις τους τείνουν να πραγματοποιούνται σε χρονικά διαστήματα ανάλογα με αυτούς τους αριθμούς.

Εξού και το πόρισμα: οι διάρκειες που έχουν ως αναλογία το χρυσό αριθμό είναι πιο φυσιολογικές για τις κινήσεις του ανθρώπινου σώματος.» - Yannis Xenakis-Thysia

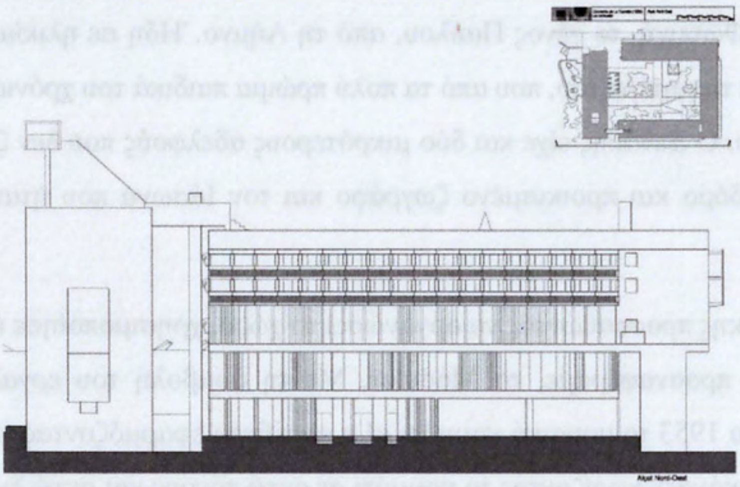
Ο Ιάννης Ξενάκης ήταν αρχιτέκτονας, μηχανικός, μαθηματικός και συνθέτης, που η συμβολή του στις επιστήμες αυτές ήταν αδήριτη. Υπήρξε ένας τους σημαντικότερους μουσικούς πρωτοπόρους στη σύγχρονη εποχή, καθώς οι καινοτομίες και οι ριζοσπαστικές προσεγγίσεις του, είχαν παγκόσμια επιρροή. Γεννήθηκε στη Βραΐλα της Ρουμανίας στις 29 Μαΐου 1921, όμως από την πλευρά των γονιών του έχει νησιώτικη καταγωγή: ο πατέρας του Κλέαρχος, έμπορος, καταγόταν από την Κρήτη και τη Νάξο, η μητέρα του Φωτεινή, το γένος Παύλου, από τη Λήμνο. Ήδη σε ηλικία 5 χρονών ο Ξενάκης έχασε τη μητέρα του, που από τα πολύ πρώιμα παιδικά του χρόνια την άκουγε να παίζει πιάνο. Ο Ξενάκης είχε και δύο μικρότερους αδελφούς που δεν ζουν πια, τον Κοσμά, πολεοδόμο και προικισμένο ζωγράφο και τον Ιάσωνα που ήταν καθηγητής φιλοσοφίας.

Ο Ιάννης Ξενάκης προσπαθώντας να οργανώσει το χώρο, χρησιμοποίησε ένα εργαλείο μέτρησης που προαναφέραμε, το Modulor. Με τη συμβολή του εργαλείου αυτού δημιούργησε το 1953 το μουσικό κομμάτι «Le sacrifice» εφαρμόζοντας τη λογική της «ακουστικής εικόνας» χωρίζοντας το κομμάτι σε οκτώ τόνους και οκτώ διάρκειες. Στο κομμάτι συνέχεια εναλλάσσεται το ζεύγος τονικό ύψος-διάρκεια.

Ένα ακόμη περίφημο έργο του Ξενάκη είναι η όψη του μοναστηριού La Tourette, στο οποίο διαπιστώθηκε ένα πρόβλημα κατά τη δημιουργία του ενώ προσπαθούσε να εφαρμόσει την ίδια μέθοδο χωρισμού των γυάλινων κυματιστών panel. Το πρόβλημα που κλήθηκε να αντιμετωπισθεί ήταν πως κατά τον σχεδιασμό του έργου έβγαινε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο. Για την επίλυση του προβλήματος αυτού, καθώς δεν ενστερνιζόταν την πεποίθηση του μοτίβου, χρησιμοποίησε την ίδια μέθοδο αλλά στον τύπο για τον υπολογισμό, αντί για την μονάδα-panel έβαλε το πλήθος μονάδων-panels, με αποτέλεσμα να πετύχει το αισθητικό αποτέλεσμα που επεδίωκε. Το γυάλινο φιλμ των όψεων που φωτίζει τους διαδρόμους και τις κοινόχρηστες αίθουσες είναι ανεξάρτητο από τη φέρουσα δομή. Αυτό το φιλμ από γυαλί έγινε άκαμπτο από λεπτές μεμβράνες από μπετόν αρμέ.

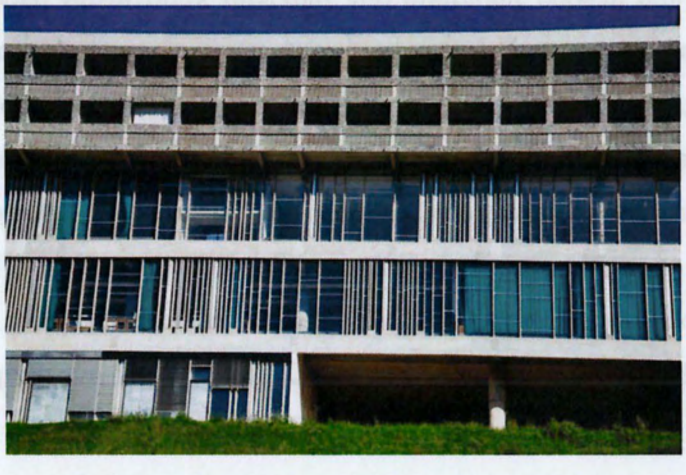
Το αισθητικό αποτέλεσμα του έργου του αναμφίβολα στηρίζεται στη συμβολή του Modulor, καθώς χωρίς αυτό υπήρχαν δύο παραδοσιακές λύσεις για την κατασκευή: η πρώτη, η πιο κοινότυπη, συνίσταται στην τοποθέτηση των μεμβρανών σε ίσες αποστάσεις, ενώ η δεύτερη, πιο σοφή, συνίσταται στη δημιουργία ρυθμικών μοτίβων κατανέμοντας τις μεμβράνες σε μεταβλητές αποστάσεις που ακολουθούν μια αριθμητική πρόοδο. Εξαιτίας της στατικότητας των δύο αυτών λύσεων, υιοθετήθηκε μία τρίτη λύση που προσωρινά ονομάστηκε «μουσικά υαλοπετάσματα».

Η όψη του μοναστηριού αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα πλήρους ελευθερίας της χρήσης του Modulor καθώς τόσο η κόκκινη όσο και η μπλε μεζούρα χρησιμοποιούνται είτε ξεχωριστά είτε μαζί, δημιουργώντας αυτές τις αριστουργηματικές ταλαντώσεις, προσφέροντας ένα όμορφο αισθητικό αποτέλεσμα.



Εικόνα 3.8.1: Όψη μοναστηριού La Tourette

Πηγή: visuallexicon.wordpress.com

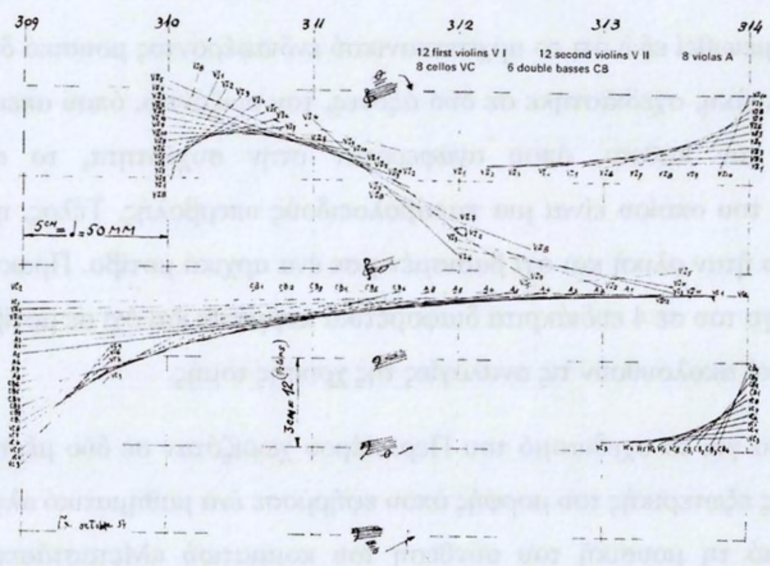


Εικόνα 3.8.2: Le Corbusier with Iannis Xenakis, Monastery of Sainte-Marie de La Tourette

Πηγή: www.flickr.com

Ένα μουσικό κομμάτι του Ιάννη Ξενάκη είναι οι Μεταστάσεις, που αυτό αποτέλεσε και την πηγή έμπνευσής του για το αρχιτεκτονικό του έργο, το περίπτερο της Philips. Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί και η διαμάχη του Ιάννη Ξενάκη με τον συνεργάτη του Le Corbusier, καθώς τόσο το περίπτερο όσο και η όψη του μοναστηριού La Tourette θεωρούνται από πολλούς ως έργα του δεύτερου.

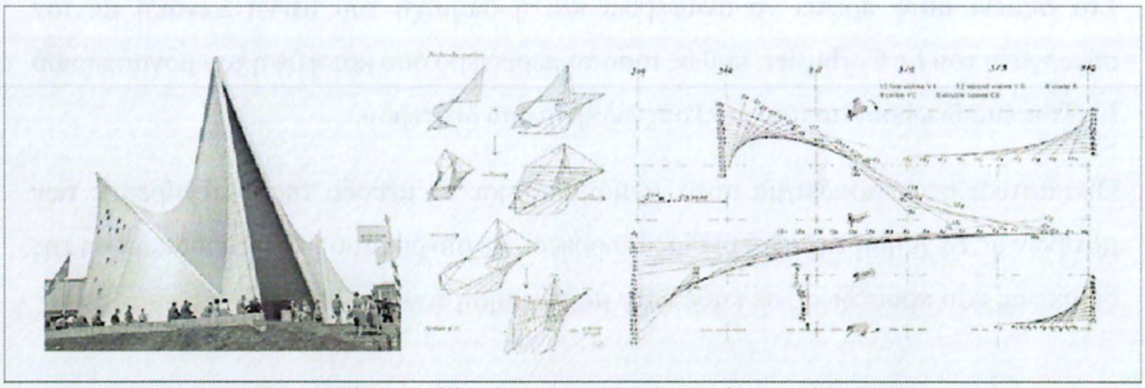
Ουσιαστικά στο παράδειγμα αυτό, χρησιμοποίησε τη μέθοδο της υποδιαίρεσης των μοτίβων με τη χρήση της ακολουθίας Fibonacci, σε συνδυασμό με την υποδιαίρεση της διάρκειας που προσέδωσε σε κάθε νότα με τη χρήση του Modulor.



Εικόνα 3.8.3: Iannis Xenakis – Metastasis (1954)

Πηγή: classical20.com

Με τον σχεδιασμό αυτό, κατάφερε να πετύχει μία ομαλή μετάβαση από το ένα μουσικό μοτίβο μέχρι την ομαλή μετάβαση νότας σε νότα. Για την υλοποίηση αυτού χρησιμοποίησε 46 όργανα που είχαν μια μικρή διαφορά συχνότητας, ώστε να μπερδεύουν τον ακροατή στην εκάστοτε μετάβαση (δυνατά – απαλά, ψηλά – χαμηλά, γρήγορα – αργά).

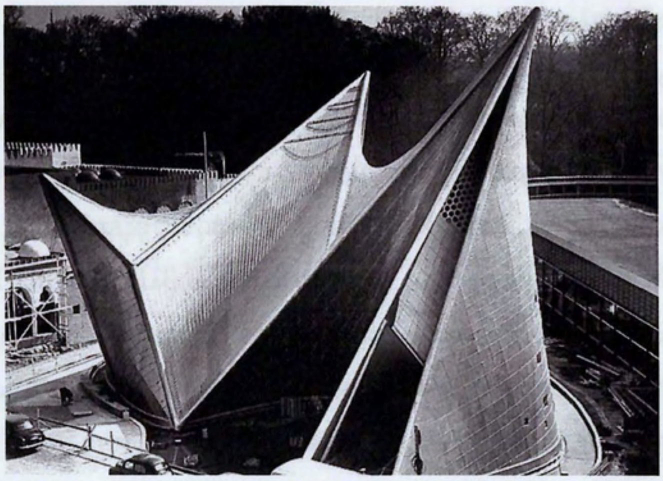


Εικόνα 3.8.4: Philips Pavilion/Metastaseis B, Iannis Xenakis (1953–1958)

Πηγή: www.researchgate.net

Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι το αρχιτεκτονικού ενδιαφέροντος μουσικό δημιούργημα του Ιάννη Ξενάκη, σχεδιάστηκε σε δύο άξονες, τον οριζόντιο, όπου απεικονιζόταν ο χρόνος και τον κάθετο, όπου αναφερόταν στην συχνότητα, το αποτέλεσμα, σχεδιαστικά, του οποίου είναι μια παραβολοειδούς υπερβολής. Τέλος, η σκέψη της σύνθεσής του ήταν ολική και όχι βασισμένη σε ένα αρχικό μοτίβο. Πρακτικά λοιπόν, χώρισε το έργο του σε 4 ευδιάκριτα διαφορετικά κομμάτια και όχι σε μοτίβα, τα οποία όμως συνολικά ακολουθούν τις αναλογίες της χρυσής τομής.

Η αρχική ιδέα για το σχεδιασμό του Περιπτέρου χωριζόταν σε δύο μέρη. Το πρώτο ήταν αυτό της εξωτερικής του μορφής όπου εφήρμοσε ένα μαθηματικό αλγόριθμο που προέκυψε από τη μουσική του σύνθεση του κομματιού «Μεταστάσεις» και στο εσωτερικό του ένα σχεδιασμό που θα έδινε την αίσθηση στον επισκέπτη ότι βρίσκεται σε στομάχι αγελάδας. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι το πρωτοποριακής σκέψης έργο του ξεπέρασε κάθε προηγούμενο καθώς δεν υπήρχε σε ολόκληρο το κτίριο ούτε μία ευθεία γραμμή, ενοποιώντας με αυτό τον τρόπο τα δάπεδα, την οροφή, τους τοίχους, τη μουσική και τον φωτισμό σε μια συνολική βιωματική εμπειρία.



Εικόνα 3.8.5: AD Classics: Expo '58 + Philips Pavilion / Le Corbusier and Iannis Xenakis

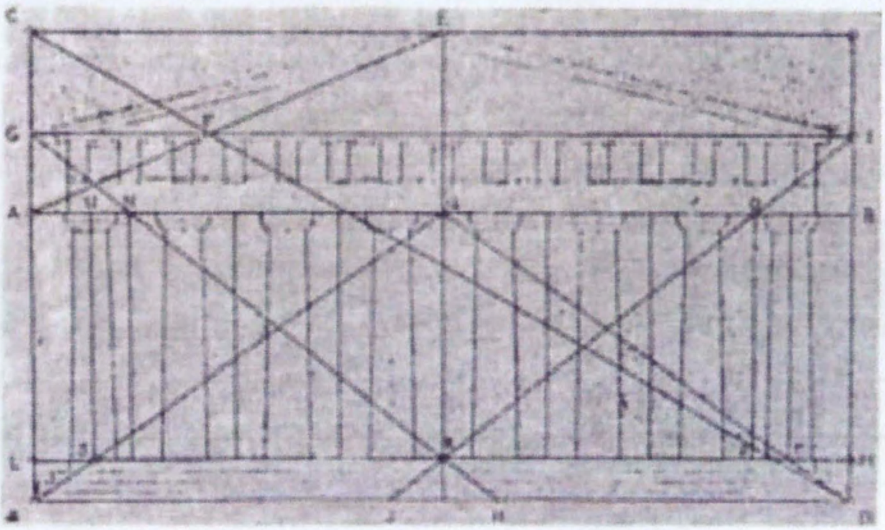
Πηγή: www.archdaily.com

Οι ομοιότητες μεταξύ της κατόψεως του Philips Pavilion και του Μεταστάσεις ξεπερνά τα όρια της φόρμας. Και οι δύο δημιουργίες έχουν προέλθει από την ίδια ιδέα, δηλαδή τη συνεχή μεταβολή μεταξύ δύο χαρακτηριστικών καταστάσεων. Στον μουσικό χώρο αυτή η κατάσταση φαίνεται όταν γίνεται η μεταβολή από συμφωνία σε ηχητικά συμπλέγματα, ενώ στον αρχιτεκτονικό χώρο εκφράζεται με την ένωση των οριζόντιων επιφανειών και των κάθετων τοίχων, με αποτέλεσμα η μία διάσταση να «χωνεύεται» μέσα στην άλλη. Οι τοίχοι και το ταβάνι συμπτύχθηκαν αρμονικά μεταξύ τους δημιουργώντας έναν ρευστό εσωτερικό χώρο.

3.5 Παραδείγματα αναλογιών στο χώρο

3.5.1 Ο Παρθενώνας

Στο κεφάλαιο αυτό θα εξετάσουμε τις θεωρητικές προσεγγίσεις των αναλογιών που προαναφέρθηκαν σε διάφορα παραδείγματα στο χώρο. Πρώτος που μελέτησε τους αρχαίους ελληνικούς ναούς, είναι ο Hambidge, ο οποίος εξετάζει τις γεωμετρικές και αριθμητικές αναλογίες των αρχαίων Ελλήνων, στο βιβλίο του «Ο Παρθενώνας και άλλοι ελληνικοί ναοί. Η δυναμική τους συμμετρία». Σημαντική αναφορά ωστόσο κάνει στο Μεσαίωνα και στην Αναγέννηση, στον Michelangelo και στον Leonardo Da Vinci, ενώ σημειώνει τη διαφορά της δυναμικής από τη στατική συμμετρία που αποτελούσε χαρακτηριστικό των Ρωμαίων (βλ. Vitruvius). Το χαρακτηριστικότερο παράδειγμα που θα εξετασθεί σε αυτό το κεφάλαιο ενδελεχώς αποτελεί ο Παρθενώνας. (Hambidge, 1924)



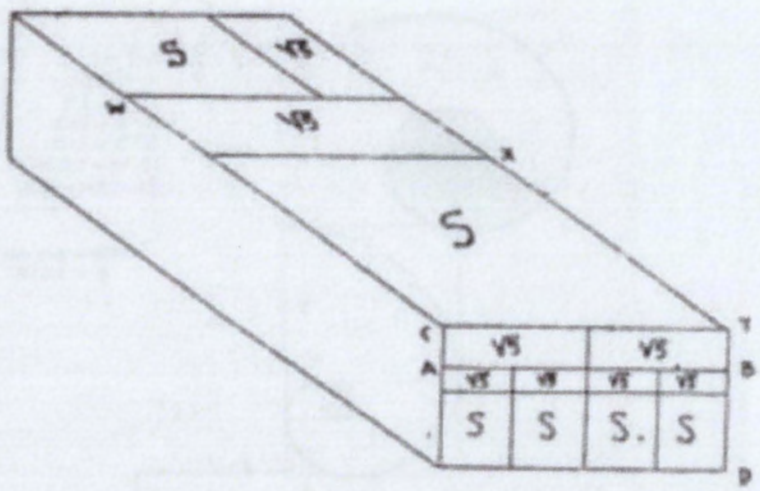
Εικόνα 3.5.1.1: Πρόσοψη του Παρθενώνα

Πηγή: www.wordpress.com

Όπως παρατηρείται, χαράσσεται το ορθογώνιο των μέγιστων διαστάσεων, ύψους και μήκους, και μέσα σε αυτό ορίζονται οι κυριότερες οριζόντιες διαιρέσεις:

- Η βάση του αετώματος
- Η γραμμή των κορυφών των κιόνων
- Η γραμμή του στυλοβάτη

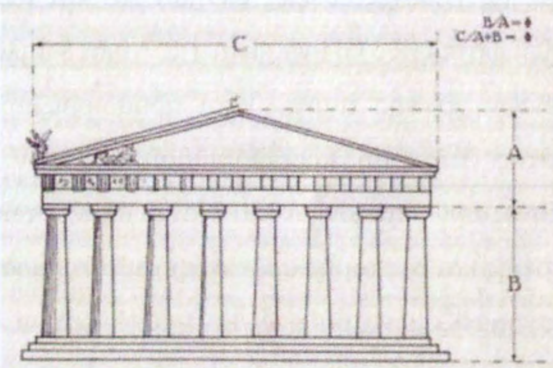
Έτσι χωρίζεται η πρόσοψη σε 4 τμήματα: αέτωμα, θριγκός, κίονας, βάση. Η κυριότερη διαίρεση είναι η μεσαία, μεταξύ φέροντος μέρους και φερόμενου. Η ευθεία ΑΒ χωρίζει το όλο ορθογώνιο σε μέσο και άκρο λόγο, δηλαδή στη χρυσή τομή. Έπειτα προσδιορίζεται το F με τις γνωστές ευθείες CD και AE και τέλος ο στυλοβάτης. Η ευθεία GH έχει χαραχθεί ώστε GR : GH να είναι 1:2 * 0,618 δηλαδή, η διαγώνιος δύο συνεχόμενων ορθογωνίων χρυσής τομής. Έτσι προσδιορίζεται το σημείο K και επομένως ο στυλοβάτης. Διά του προσδιορισμού και των σημείων N και O προσδιορίζονται οι άξονες των μεταξονίων και έτσι οι άξονες των μεσαίων κιόνων. Η σχέση μεταξύ της κάτοψης και της τομής απεικονίζεται στο παρακάτω σχεδιάγραμμα, όπου μέσα σε κάθε σχηματιζόμενο ορθογώνιο σημειώνεται η αναλογία του. Το S παριστάνει τα τετράγωνα, το V5 την αναλογία πλευρών 1:V5. Έτσι προκύπτουν εύκολα οι αναλογίες επιφανειών CB = 1/2WX, AD = 1/4WY, κτλ. (Hambidge, 1924)



Εικόνα 3.5.1.2: Τρισδιάστατο ¨ογκομετρικό¨ σχεδιάγραμμα του Παρθενώνα

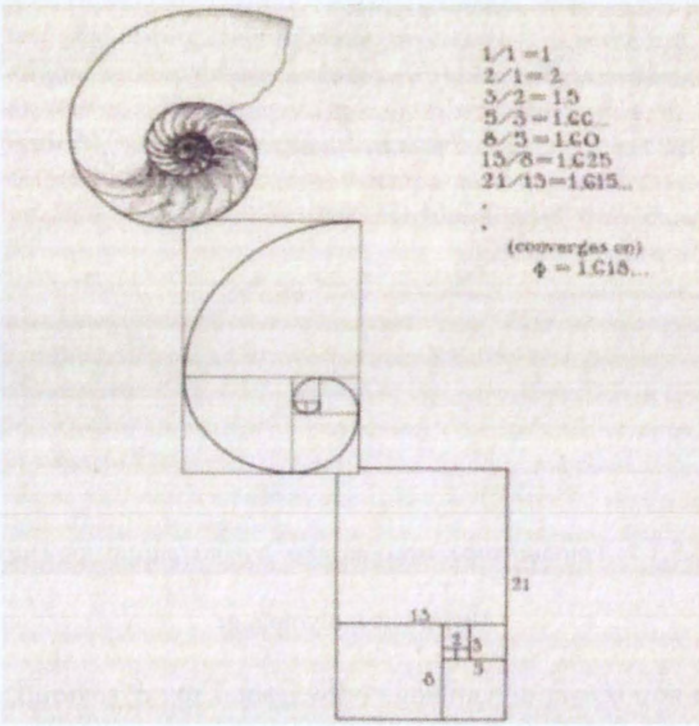
Πηγή: www.olympia.gr

Το συμπέρασμα που εξάγει ο Hambidge όσον αφορά τον σχεδιασμό, που εξετάζεται από την οπτική της χρυσής τομής φ, είναι ότι όλες οι σχέσεις των επιφανειών μπορούν να έχουν αισθητική σημασία, εάν μάλιστα συνδυάσουμε αυτά με τις γνώσεις περί φωτεινότητας επιφανειών, εντάσεων χρωμάτων κτλ. της εποχής μας. (Hambidge, 1924)



Εικόνα 3.5.3: Αναλογίες κύριας όψης (στενής πλευράς) του Παρθενώνα

Πηγή: www.olympia.gr



Εικόνα 3.5.3: Αναλογίες κύριας όψης του Παρθενώνα

Πηγή: www.olympia.gr

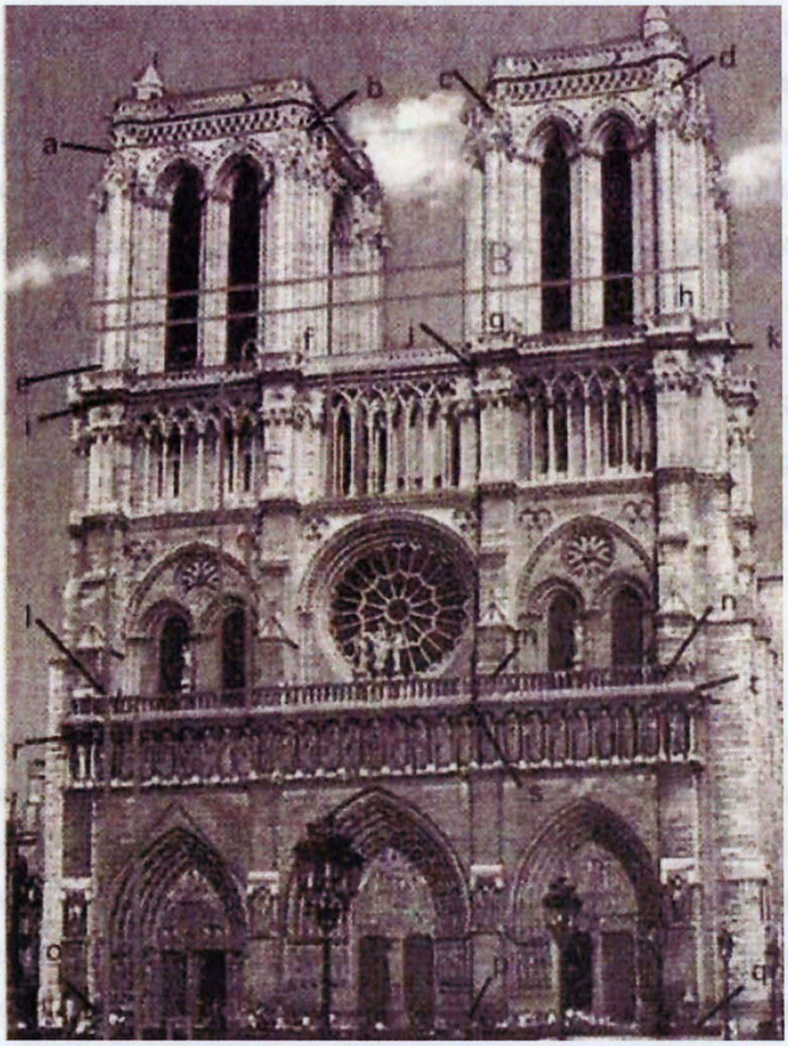
3.5.2 Καθεδρικός ναός της Παναγίας των Παρισίων

Κατά την εποχή του Leonardo Da Vinci και του Fibonacci δημιουργήθηκε ένα από τα γνωστότερα παγκοσμίως αρχιτεκτονικά έργα, ο γοτθικός, καθεδρικός ναός της Παναγίας των Παρισίων. Οι ιστορικοί της αρχιτεκτονικής διατυπώνουν διεξοδικά, ίσως ακόμα και επιτηδευμένα, σχόλια και ερμηνείες για σχεδόν όλα τα θέματα που αφορούν σε αυτό το έργο, που ανεβαίνει τόσο ψηλά στον ουρανό με αλάνθαστη τοιχοποιία, φαινομενικά για διακοσμητικούς λόγους, και όχι για τη στατική υποστήριξη των τεράστιων φορτίων που μετριάζονται, σε κάποιο βαθμό, από τα μεγάλα ανοίγματα. Όμως εκτίμηση μπορεί να κάνει κανείς για το πώς οι αρχιτέκτονες επέλεξαν τις αναλογίες των διαφόρων εξωτερικών τμημάτων. Σύμφωνα με τα παραπάνω και εξετάζοντας την πρόσοψη του ναού, διαπιστώνονται αναλογίες που πλησιάζουν τη χρυσή τομή. Αρκετά ζεύγη γραμμών σημειώνεται ότι παρουσιάζουν έναν λόγο κοντά στο 1:1,618. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν οι παρακάτω αναλογίες, οι οποίες όντας εκπληκτικά ακριβείς, δημιουργούν μια αίσθηση αρμονίας, πλησιάζοντας τον αριθμό φ:

$$(ab + bc) / ab = ab / bc = (de + ef) / bc = (ef + fg) / ef =$$

$$= ef / fg = (fh + gh) / fh = fh / gh = \varphi \text{ (σχήμα 3.5.2.1)}$$

Η επιφάνεια abfe ορίζει ένα τετράγωνο. Αν σε αυτό προστεθεί το τετράγωνο bcjf, η επιφάνεια που προκύπτει έχει το σχήμα του χρυσού τετραγώνου. Ομοίως, στην επιφάνεια cdqh (τετράγωνο) αν προστεθεί το τετράγωνο bcjf, η επιφάνεια που προκύπτει γίνεται χρυσό τετράγωνο. Φυσικά το τετράγωνο bcjf αποτελεί από μόνο του χρυσό τετράγωνο. Στη δεύτερη βαθμίδα τα όρια ijml, ορίζουν ένα τετράγωνο όπου αν προστεθεί το τετράγωνο jknm (χρυσό τετράγωνο), τότε η επιφάνεια που προκύπτει είναι το χρυσό τετράγωνο. Το αντίθετο είδωλο αυτών των τμημάτων (έννοια του καθρέπτη) στη δεξιά πλευρά, ικανοποιεί επίσης τη Θεία Αναλογία φ. Τέλος, ολόκληρη η δυτική πρόσοψη μαζί με τους πύργους, παρουσιάζει αναλογίες πολύ κοντά σ’ εκείνες του χρυσού τετραγώνου.



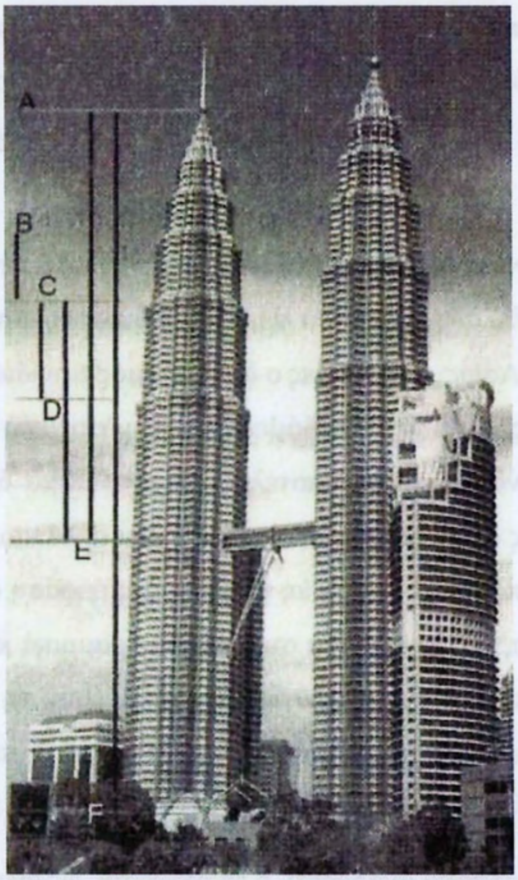
Εικόνα 3.5.2.1: Η Παναγία των Παρισίων

Πηγή: projects.mcah.columbia.edu

3.5.3 Οι δίδυμοι Πύργοι στην Kuala Lumpur

Ένα επιπλέον παράδειγμα αναλογιών στο χώρο αποτελεί αυτό των διδύμων πύργων στην Kuala Lumpur. Κατά το τέλος του 20ου αιώνα κατασκευάστηκε ένα πολύ εντυπωσιακό και επιβλητικό κτίριο από την εταιρεία πετρελαίων της Μαλαισίας, την Petronas, με ύψος 1470 πόδια. Ως το πλέον ψηλότερο κτίριο στον κόσμο, ξεπερνώντας τον πύργο του Σικάγο, Sears ήθελε να τονίσει μία νέα οικονομική υπερδύναμη, τη Μαλαισία. Οι δίδυμοι πύργοι σχεδιάστηκαν το 1998 από το αρχιτεκτονικό γραφείο Cesar Pelli και στο δομικό τους σχέδιο η βάση εκάστου πύργου αποτέλεσε μία οκτάγωνη βάση που προκύπτει από επικάλυψη δύο τετραγώνων, συμβολικών της ένωσης ουρανού και γης. Μετρήσεις των κομματιών των πύργων αποκαλύπτουν ότι οι αναλογίες τους συμπίπτουν με τον αριθμό φ:

AF / AE = CE / DE = DE / CD = φ, ανακαλώντας τη Θεία Αναλογία.



Εικόνα 3.5.3.1: Οι δίδυμοι Πύργοι της Kuala Lumpur

Πηγή: en.wikiarquitectura.com

3.5.4 Δημόσιος αστικός χώρος

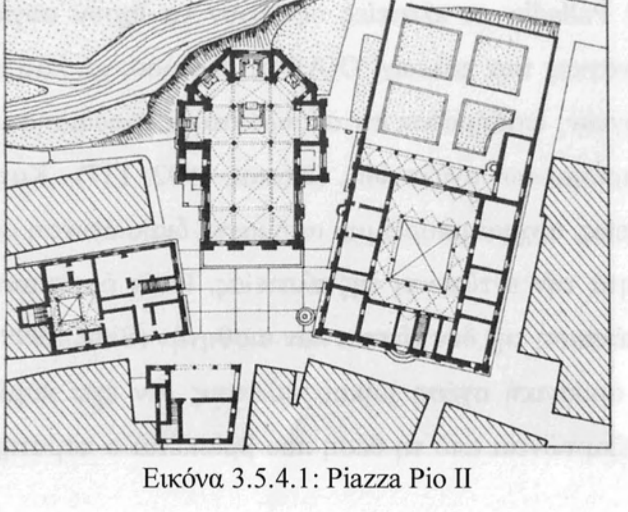
Ο πολιτισμός, οι ανάγκες και οι αντιλήψεις αντικατοπτρίζονται από την κοινωνία και η ανάγκη της για δημιουργία δημόσιου αστικού χώρου αποτέλεσε την ανασυγκρότηση της, καθώς επίσης και τη δόμηση της εκάστοτε περιοχής, ιεραρχώντας την και δίνοντάς την μορφή. Άλλωστε, με αυτό τον τρόπο προσδιορίζεται η όψη της κάθε περιοχής, με τους υπαίθριους χώρους, τις πλατείες, τους δρόμους. Τα προαναφερθέντα στοιχεία της πόλης, με τις αντίστοιχες αναλογίες τόσο μεταξύ τους όσο με το σύνολο της πόλης και τα περιβάλλοντα στοιχεία, δημιουργούν μία εικόνα και μια αίσθηση αρμονίας.

Για να εξετασθεί όμως ο δημόσιος αστικός χώρος από την οπτική των αναλογιών, εκπηγάζει από τις συνθήκες να γίνει μια ιστορική αναφορά με τέλμα την εποχή της Αναγέννησης, όπου οι αναλογίες αποτελούν βασικό πυλώνα της σχεδίασης των πλατειών. Η πλατεία ως υπαίθριος- δημόσιος χώρος σημειώνεται την εποχή της Αρχαίας Ελλάδας (Αγορά), όπου ο λαός συγκεντρωνόταν εκεί για ψυχαγωγία, ενημέρωση και άλλες ποικίλες χρήσεις. Πρώτος για αυτό το φαινόμενο απευθύνθηκε ο Αριστοτέλης, που όμως παρατηρείται δυσκολία στην έκφραση της πλατείας σε κάτοψη όσον αφορά τη διάκριση ιδιωτικού- δημόσιου χώρου. (Αραβαντινός, Κοσμάκη, 1988:.36)

Τα παραπάνω απευθύνονται στην αρχαία Ελλάδα, δηλαδή την Αθήνα και μερικές πόλεις της κεντρικής Ελλάδας. Ωστόσο σημαντική διαφοροποίηση παρατηρείται στις Ιωνικές πόλεις της Μ. Ασίας, στις οποίες ο διαχωρισμός του ιδιωτικού με τον δημόσιο χώρο είναι πιο εμφανής, λόγω του Ιπποδάμειου συστήματος που αυτό τις χαρακτηρίζει. Το φαινόμενο του κανάβου αυτού αποτελεί τον σχεδιασμό όχι μόνο των Ιωνικών πόλεων αλλά και άλλες όπως τις Ρωμαϊκές. Η πλατεία αλλά και ολόκληρη η ρωμαϊκή πόλη σχεδιάζεται σε απόλυτη συμμετρία, με ιδιαίτερη έμφαση στους δρόμους που τη διέπουν. (E. Sydenham, 2013: 12) Τα συμμετρικά γραμμικά κέντρα (οδικοί άξονες) υποτάσσουν τις πλατείες και οι αναλογίες προσαρμόζουν τη δομή των υπαίθριων χώρων, δημιουργώντας ζώνες χρήσεων γης, αποτελούμενες από δημόσιους φορείς, υπηρεσίες και κεντρικές λειτουργίες. (Αραβαντινός, Κοσμάκη, 1988:.41)

Κατά τον Μεσαίωνα η πλατεία αναδύεται, ή επανέρχεται, ως ανοιχτός χώρος οργανικά δεμένος με την πόλη, που υποδέχεται λειτουργίες που δεν προορίζονται για το εσωτερικό των κτιρίων και απευθύνονται σε ολόκληρη την κοινότητα. Κατά την περίοδο αυτή η πλατεία δημιουργείται άλλοτε μέσω του σχεδιασμού και των αντίστοιχων αναλογιών και άλλοτε ως υπαίθριοι χώροι αχρησιμοποίητοι, που δημιουργήθηκαν εκ των συνθηκών, λόγω κεντρικών οδικών αξόνων που περιτριγυρίζονταν. Οι χρήσεις αποτελούν πολιτικές, θρησκευτικές, κοινωνικές τελετές καθώς επίσης και καθημερινές συναντήσεις των κατοίκων. (Ανανιάδου-Τζημοπούλου, Καραδήμου-Γερολύμπου, 2009).

Η σπουδαιότερη εποχή που παρουσιάζεται στην ιστορία των πλατειών, είναι η μετάβαση από τον Μεσαίωνα στην Αναγέννηση. Κατά την περίοδο αυτή, όπως εξετάσθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, οι αναγεννησιακοί αρχιτέκτονες, με τη χρήση των αναλογιών της μουσικής, κατάφεραν να εισαγάγουν την, μέχρι τότε, χειρωνακτική εργασία (Αρχιτεκτονική) στον τομέα της επιστήμης. Η έννοια της ιδανικής πόλης γεννάται και τροποποιούνται σε σημαντικό βαθμό οι κανόνες οργάνωσης και σχεδιασμού της. Νέοι αστικοί υπαίθριοι χώροι σχηματίζονται εξωτερικεύοντας δύναμη και επιβλητικότητα, από διάσημους αρχιτέκτονες και καλλιτέχνες (π.χ. Palma Nova από τους Savorgnan και Scamozzi), καθώς δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην πολεοδομική και αρχιτεκτονική θεωρία της εποχης. (Αραβαντινός, Κοσμάκη, 1988:.50) Οι πλατείες σχεδιάζονται βάσει απόλυτης συμμετρίας, αρμονίας και προοπτικής, ακριβώς όπως προστάζουν οι αναγεννησιακές αρχές. Επιπροσθέτως, απαρτίζεται από επιβλητικά κτίρια, καλαίσθητα αγάλματα στο κέντρο τους, και οι αναλογίες τους εναρμονίζονται τόσο στο σύνολο της ευρύτερης περιοχής, όσο και μεταξύ των επιμέρους στοιχείων της. Αποτελεί μια εντελώς ανεξάρτητη αρχιτεκτονική επιφάνεια, μια επικάλυψη, που δημιουργεί την αρχιτεκτονική του δημόσιου χώρου (Πατέστος, 1993: 27) ενώ σημαντική είναι η συμβολή της ιδέας της ελευθέρωσης ενός κεντρικού χώρου στην πόλη, η οποία ανάγεται στο Forum και περιγράφεται από τον Βιτρούβιο. Την εποχή αυτή ολοκληρώνονται ορισμένες από τις πιο σημαντικές πλατείες. πρώτη σχεδιασμένη Αναγεννησιακή πλατεία είναι Piazza Pio II στην Pienza της Τοσκάνης, από τον Bernardo Rossellino. Το πιο αξιόλογο ίσως παράδειγμα της εποχής είναι παρέμβαση του Michelangelo, το 1544, στο Καπιτώλιο της Ρώμης, με την κατασκευή μιας αρχιτεκτονικής πλατείας που διαχρονικά έχει παραμείνει τέλεια και αμετάβλητη. Επίσης, αξιοπρόσεκτο έργο της εποχής είναι πλατεία του Αγίου Μάρκου στη Βενετία. (Πατέστος, 1993: 27)



Εικόνα 3.5.4.1: Piazza Pio II

Πηγή: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Grondplan_piazza_pioII.jpg

Εικόνα 3.5.4.2: Piazza San Marco di Venecia

Πηγή: https://www.introducingvenice.com/piazza-san-marco

Αρκετά χρόνια αργότερα στις αρχές του 20ου αιώνα ο Le Corbusier, εκπρόσωπος του Μοντέρνου Κινήματος, παρέθεσε και σχεδίασε την άποψη και όψη της ιδανικής πόλης. Επρόκειτο, ουσιαστικά, μόνο για ζώνες πρασίνου καθώς δεν περιλάμβανε πλατείες και δρόμους. Ωστόσο, ο Paul Zucker είχε αντίθετη άποψη καθώς θεωρούσε πως οι μοντέρνες πλατείες αποτελούνταν από άδειους χώρους μέσα στο δίκτυο των οδικών αξόνων. (Kostof, 1992: 137)

Σύμφωνα με τον Palladio οι πλατείες οφείλουν να έχουν συγκεκριμένο μέγεθος ανάλογα με τις ανάγκες των πόλεων. Ο Alberti ωστόσο, ως λάτρης της χρήσης των αρμονικών αναλογιών, επισημαίνει τη σπουδαιότητα σχεδίασης μιας οποιασδήποτε πλατείας υπό το πρίσμα των αναλογιών. (Kostof, 1992: 137) . Κατά τον Sitte, «όσον αναφορά τις πλατείες, αρχικά μπορεί μια ασήμαντη διαπλάτυνση μόλις λίγων μέτρων να ενισχύει αισθητά την εντύπωση της πλατείας. Όταν όμως αυτή είναι ήδη πολύ μεγάλη, τότε η επέκτασή της δεν γίνεται καν αισθητή» (Sitte, 1999: 41). Σύμφωνα με τα παραπάνω, η αρμονική σχέση μήκους-πλάτους δεν έχει καμία απολύτως αξία, καθώς τα πάντα εξαρτώνται από τη θέση που βρίσκεται ο παρατηρητής και από την προοπτική εντύπωση στη φύση. Τέλος υποστηρίζει πως όταν μία πλατεία είναι μικρή θεωρείται ιδανικότερη έναντι της μεγαλύτερης. (Sitte, 1999: 42)

Όσον αφορά τους οδικούς άξονες, διαπιστώνεται μία έμμεση συμβολή των αναλογιών, καθώς δεν υπάρχουν ενδείξεις επιτηδευμένης χρήσης για τον σχεδιασμό τους. Ωστόσο, αξιοσημείωτο χαρακτηρίζεται ακριβώς αυτό το φαινόμενο, αφού η έννοια της έμμεσης παρέμβασης, ή καλύτερη του ¨τυχαίου¨ σχεδιασμού τους, δημιουργεί ένα μεγάλο ενδιαφέρον εξετάζοντάς το, τόσο ψυχολογικά όσο και επιστημονικά. Το φαινόμενο που εξετάζεται ουσιαστικά στο σημείο αυτό, αφορά στην ανάλυση των οδικών αξόνων που ¨έτυχε¨ να σχεδιαστούν με τέτοιο τρόπο, ώστε να δημιουργούνται οι προαναφερθείσες αναλογίες. (State of Illinois, (2017)

Εξαιτίας της έλλειψης θεωριών σχεδιασμού για τους οδικούς άξονες, εκπηγάζει από τις συνθήκες να αναφερθεί ένα συγκεκριμένο παράδειγμα, τα highways της Αμερικής. Παρατηρώντας τους αυτοκινητοδρόμους της Αμερικής διαπιστώνεται μία ταύτιση στο πάχος της κάθε λωρίδας των οδικών αξόνων περίπου στα 12 πόδια. Ουσιαστικός λόγος δεν έχει δοθεί καθώς δεν υπάρχει κάποιο μαθηματικό μοντέλο που να τους οδήγησε στον ακριβή προσδιορισμό του πάχους. Επιπροσθέτως αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι ένα μέσο όχημα σημειώνεται στα 8 πόδια πάχος και ένα μέσο φορτηγό όχημα στα 14 πόδια. Από αυτό προκύπτει το συμπέρασμα πως δεν έλαβαν υπόψιν το μεγαλύτερο όχημα για τον σχεδιασμό των οδικών αξόνων και συνεπώς δεν υπήρχε συγκεκριμένος παράγοντας που επηρέασε για τον σχεδιασμό τους. Ποιο όμως είναι το στοιχείο εκείνο που εξετάσθηκε για τον σχεδιασμό τους και ποια η σχέση των οδικών αξόνων της Αμερικής με την έννοια της αναλογίας; (State of Illinois, (2017)

Η έμμεση σύνδεση των αναλογιών με το οδικό δίκτυο έγκειται στους άξονες και τους χρήστες αυτών. Αναλυτικότερα, διαπιστώνεται ότι οι οδικοί άξονες σχεδιάστηκαν με σκοπό την διευκόλυνση των χρηστών αυτοκινήτων (αυτών με τη μεγαλύτερη συχνότητα, βλ. IX) και την ασφάλεια τους. Όπως προ-ειπώθηκε ένα μέσο όχημα καταλαμβάνει 8 πόδια πάχος ενώ μία μέση λωρίδα 12. Ασφαλώς για την ασφάλεια συμπεριέλαβαν και την ταχύτητα των αυτοκινήτων, καθώς αυτό το στοιχείο μπορεί να αποτελέσει σημαντικό παράγοντα αλλοίωσης της αίσθησης του χώρου. (State of Illinois, (2017)

Ασφαλώς, όπως προ-ειπώθηκε αυτό αποτελεί μία σύμπτωση, καθώς δεν υπήρχε σαφής προσδιορισμός μεγέθους κατά τον σχεδιασμό τους. Ωστόσο, έχει δοθεί μία επιστημονική προσέγγιση από ψυχολόγους, που ισχυρίζονται ότι όσον αφορά τους αυτοκινητοδρόμους το μέγιστο πάχος των λωρίδων ορίζεται στα 12 πόδια, καθώς αυξάνοντας κι άλλο το μέγεθος, ο οδηγός δεν δύναται να επικεντρώνει την προσοχή του κατά τη διάρκεια της οδήγησης.

Συμπερασματικά λοιπόν θα λέγαμε ότι οι αναλογίες διαδραματίζουν έναν ρόλο ακούσιο ή υποσυνείδητο, καθώς, διαμορφωμένος ο χώρος σε αναλογίες, παρουσιάζει μία αίσθηση αρμονίας και ψυχολογικής σταθερότητας. Οι αναλογίες λαμβάνουν χώρα και στον κλάδο της πολεοδομίας, όχι απαραίτητα υπό τον καθολικό σχεδιασμό, αλλά δημιουργείται μία ασυναίσθητη τάση υλοποίησης των πολεοδομικών στοιχείων με την χρήση των αναλογιών, που τήνουν προς αυτές της μουσικής.

4. Συμπεράσματα

Εν κατακλείδι, η έννοια της αναλογίας παρατηρείται στους δύο τομείς, τη μουσική και το χώρο. Το ζήτημα της αρμονίας τόσο στη μουσική, ως μαθηματική προσέγγιση όσο και στο χώρο, που παρατηρείται μέσω των αναλογιών των στοιχείων, αποτελεί σημαντικό στοιχείο για το αισθητικό αποτέλεσμα. Ανεξάρτητα του τομέα, όπως προκύπτει από την παρούσα μελέτη, διαπιστώνεται, εδώ και πολλούς αιώνες εμπράκτως, η συσχέτιση των δύο τεχνών-επιστημών, της μουσικής και της αρχιτεκτονικής. Υπό το ίδιο υπόβαθρο -τα μαθηματικά- η κάθε τέχνη δημιουργεί. Παράγει πλούτο τόσο οπτικό όσο συναισθηματικό. Σε κάθε περίπτωση σίγουρα μοναδικό. Αυτό είναι και το φαινόμενο που εξετάζεται στην παρούσα εργασία. Οι αναλογίες δεν αποσκοπούν μόνο στην καλαισθησία. Η αρμονία για τους αρχαίους δεν αποτελούσε οπτική ευχαρίστηση, αλλά μέσο κατανόησης του κόσμου και τρόπο ζωής σε κάθε τους πτυχή. Αιώνες αργότερα η φιλοσοφία αυτή αποτέλεσε τα θεμέλια της επιστημονικής προσέγγισης και, με μεγαλύτερη τεχνογνωσία, τεχνολογία και νέες ιδέες, ο χώρος και η μουσική εξετάσθηκαν ενδελεχώς, με αποτέλεσμα την εύρεση της ίδιας βάσης, τα μαθηματικά και αναλυτικότερα τις αναλογίες. Σε ποιο βαθμό όμως η αρμονία θα μπορούσε να επιφέρει κοινωνική ευημερία; Θα ήταν άραγε αρκετή η χρήση των αναλογιών για τον σχεδιασμό μίας περιοχής, ώστε να προσφέρει την ευημερία αυτή;

Βιβλιογραφικές αναφορές

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ALBERTI, L.B. (1986): The Ten Books Of Architecture, Michigan: Dover Publications

ASTHON, A. (2003): Harmonography: A Visual Guide to the Mathematics of Music, New York: Bloomsbury USA

CHAMBERS, W. (1825): A Treatise on the Decorative Part of Civil Architecture, London: Priestley and Weale

FISCHER, T. (1988): Architekt und Staedtebauer, Munich: Wilhelm Ernst & Sohn Verlag

GHYKA,M., (1977): The Geometry of Art and Life, New York: Dover Publications

HAMBIDGE, J. (1924), The Parthenon and other Greek Temples, their Dynamic Symmetry, Connecticut: Yale U.P

HERSEY, G. (2000): Architecture and Geometry in the Age of the Baroque, The University of Chicago Press: London

IAMBLICHUS, I. (1707), De Vita Pythagorica, Amsterdam: Sebastiani Petzoldi

KOSTOF, S. (1992): The City Shaped - Urban Patterns and Meanings through History, Boston: Bulfinch

LE CORBUSIER (1996): Le Modulor and Modulor 2, Basel: Birkhäuser Architecture

PALLADIO, A. (2002): The Architecture of α Palladio in four Books, Cambridge: M.I.T. Press

SUMMERSON, J. (1963): The Classical Language of Architecture, London: Thames & Hudson Ltd

SYDENHAM, E., WEBB, P., MATTINGLY, A. (2013): Roman Imperial Coinage – Volume 5-A, Copenhagen: Isha Books

VALÈRY, P. (1932): Eupalinos or τhe Architect, Oxford: Oxford University Press

VITRUVIUS (1960): The ten Books on Architecture, New York: Dover Publications

WATKIN, D. (1986): A History of Western Architecture Laurence King, London: Laurence King Publishing

XENAKIS, I. (2008): Music and Architecture, Hillsdale: Pendragon Press

BEER, M. (1998): How do Mathematics and Music Relate to Each Other?, Brisbane

FECHNER, G.T. (1865): Über Die Des Goldenen Schnitts In: Archiv Für Die Zeichnender Künste vol. 11

STATE OF ILLINOIS (2017): Signing of Road District & Township Highways, Illinois Department of Transportation

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΑΝΑΝΙΑΔΟΥ-ΤΖΗΜΟΠΟΥΛΟΥ, Μ., ΚΑΡΑΔΗΜΟΥ-ΓΕΡΟΛΥΜΠΟΥ, ΑΛ. (2009): Πλατείες της Ευρώπης- Πλατείες για την Ευρώπη, Αθήνα: Εκδόσεις Ζήτη

ΑΡΑΒΑΝΤΙΝΟΣ, ΑΘ., ΚΟΣΜΑΚΗ, Π. (1988): Υπαίθριοι Χώροι στην Πόλη, Αθήνα: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ

ΜΙΧΕΛΗΣ, Π. (1965): Η Αρχιτεκτονική ως Τέχνη, Αθήνα: Ίδρυμα Παναγιώτη και Έφης Μιχελή

ΜΠΙΡΗΣ, Τ., ΔΕΜΙΡΗ, Κ., ΤΣΙΡΑΚΗ, Σ., ΑΘΑΝΑΣΟΠΟΥΛΟΣ, Γ., ΑΓΓΕΛΟΥ, Α. (2011): Αρχιτεκτονικές και Μουσικές Συμπορεύσεις, η Αντίστιξη ως Εργαλείο Μουσικής και Αρχιτεκτονικής Σύνθεσης, Αθήνα: Πατάκη

ΠΑΤΕΣΤΟΣ, Κ. (1993): Ο Σχεδιασμός της Πλατείας και Αρχιτεκτονική της Πόλης, Αθήνα: Εκδόσεις Πατέστος Κ.

ΤΣΙΝΙΚΑΣ, Ν. (2009): Αρχιτεκτονική και Μουσική, Αθήνα: University studio press

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΥΣ, Α. (1997): Η Θεωρία της Μουσικής, Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg

SITTE, C. (1999), Η Πολεοδομία σύμφωνα με τις Καλλιτεχνικές Αρχές, Αθήνα: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ

ΑΝΑΛΗΨΗ, Θ. (2016): Μουσικές Απαντήσεις σε Φιλοσοφικά Ερωτήματα και η Αντήχηση στην Αρχιτεκτονική, μέσα από το Έργο του Ιάννη Ξενάκη, Ερευνητική Εργασία, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών, Χανιά

ΓΡΙΒΑΣ, Δ. (2012): «Διαστήματα», εκεί που τα Μαθηματικά συναντούν τη Μουσική

ΔΟΞΙΑΔΗ, Κ. (1937): Οι θεωρίες των αρμονικών χαράξεων εις την αρχιτεκτονικήν, περιοδικό το 3ο μάτι, Αθήνα

ΜΑΡΓΕΤΗ, Ι. (2012): Εφαρμογές της Γεωμετρίας σε Σχεδιαστικά και Κατασκευαστικά Προβλήματα, η Περίπτωση της Αρχιτεκτονικής, Διπλωματική Εργασία, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών-Πανεπιστήμιο Κύπρου, Αθήνα

ΣΠΥΡΙΔΗΣ, Χ. (1996): Πυθαγόρειες Αναλογικότητες (Μεσότητες): Οι Γεννήτορες της Αρχαίας Ελληνικής Μουσικής Διαστηματικής

Τα Μαθηματικά Μου, Τάξη Δ', Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα

Τα Μαθηματικά Μου, Τάξη Ε', Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα

Τα Μαθηματικά Μου, Τάξη ΣΤ', Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

http://users.uoa.gr/~hspyridis/diastimaaristoxenos.pdf (Προσβάσιμη στις 20-12-18)

www.svpcril.com/Fig_10.html (Προσβάσιμη στις 15-09-18)

https://www.musictheory.net/faq (Προσβάσιμη στις 21-08-18)

www.sacred-geometry.es (Προσβάσιμη στις 29-12-18)

www.researchgate.net (Προσβάσιμη στις 10-01-19)

www.visuallexicon.wordpress.com (Προσβάσιμη στις 09-11-18)

www.flickr.com (Προσβάσιμη στις 02-10-18)

www.classical20.com (Προσβάσιμη στις 17-12-18)

www.archdaily.com (Προσβάσιμη στις 12-09-18)

www.wordpress.com (Προσβάσιμη στις 07-11-18)

www.olympia.gr (Προσβάσιμη στις 03-01-19)

www.projects.mcah.columbia.edu (Προσβάσιμη στις 20-12-18)

www.en.wikiarquitectura.com (Προσβάσιμη στις 09-12-18)

http://myria.math.aegean.gr/conferences/pythagoras/abstracts/Spiridis.PDF (Προσβάσιμη στις 12-09-18)

http://www.akida.info/ (Προσβάσιμη στις 16-12-18) http://photodentro.edu.gr/ (Προσβάσιμη στις 01-01-19)

http://www.mathlab.upatras.gr (Προσβάσιμη στις 21-09-18)

https://gr.pinterest.com/pin/570972059002248251/ (Προσβάσιμη στις 05-11-18)

http://repository.library.teimes.gr (Προσβάσιμη στις 23-01-19)

https://gravitonio.blogspot.com/2011/07/blog-post.html (Προσβάσιμη στις 22-10-18)

https://www.musictheory.net/faq (Προσβάσιμη στις 14-09-18)

http://aestheticsissues.blogspot.com/2018/01/leon-battista-alberti.html (Προσβάσιμη στις 28-11-18)

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Grondplan_piazza_pioII.jpg (Προσβάσιμη στις 09-01-19

https://www.introducingvenice.com/piazza-san-marco (Προσβάσιμη στις 11-02-19)

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΧΩΡΙΣ ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΤΟ ΚΕΙΜΕΝΟ

APPLEYARD, D., LYNCH, K., MYER J.R. (1963): The View from the Road, Cambridge: M.I.T. Press

LYNCH, K., HACH, G. (1969/1984): Sitte Planning, Cambridge: M.I.T. Press

LYNCH, K. (1981): Good City Form, Cambridge: M.I.T. Press

ΤΑΙΛΟΡ, Ν. (2000): Η Αρμονία των Πυθαγορείων, Αθήνα, Εκδόσεις Νεφέλη