



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

*Προσεγγιστικός Υπολογισμός της
Δυναμικής Συμπεριφοράς Υπεράκτιας
Κατασκευής υπό Συνδυασμένα Κυματικά
Φορτία και Κρούση Πάγου*

Αλεξάνδρα Δημοπούλου

Επιβλέπων

Δ.Σ. Σοφιανόπουλος, Καθηγητής Π.Θ.

Βόλος, Ιούνιος 2018

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή: Σκοπός, Αντικείμενο και Διάρθρωση της εργασίας	1
Κεφάλαιο 1: Φορτία Συνήθων Κυμάτων σε Υπεράκτιες Κατασκευές	2
Κεφάλαιο 2: Κρουστικά Φορτία Πάγου σε Υπεράκτιες Κατασκευές	18
2.1: Ο Πάγος ως Υλικό και η Μηχανική του	18
2.2: Υφιστάμενα Πειραματικά και Αναλυτικά Αποτελέσματα	21
2.3: Αριθμητικές Προσομοιώσεις και των Τριών Πειραμάτων	33
Κεφάλαιο 3: Περιγραφή και Προσομοίωση της Μελετούμενης Κατασκευής	43
Κεφάλαιο 4: Γραμμικοποιημένη Δυναμική Ανάλυση του Προσομοιώματος	48
4.1: Υπολογισμός Συναρτήσεων Σχήματος και Επιλογή Παραμέτρων	48
4.2: Εξαναγκασμένη Ταλάντωση χωρίς Απόσβεση λόγω Κυματικών Φορτίων	55
4.3: Συνδυασμένη Δυναμική Απόκριση λόγω Κυμάτων και Κρούσης Πάγου	57
Κεφάλαιο 5: Αριθμητικά Αποτελέσματα και Σχολιασμός	58
Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα της Μελέτης και Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα	67
Παράρτημα	69

A) Αντίγραφο Κώδικα για τον Υπολογισμό των Ιδιοσυχνοτήτων της Ελεύθερης Ταλάντωσης	69
B) Αντίγραφο της Διαδικασίας Υπολογισμού των Μεγεθών ω , X_n , T_n στην Εξίσωση Κίνησης λόγω Κυματικού Φορτίου και Συνδυασμού Κυμάτων και Πάγου	70
Βιβλιογραφία	80

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: Σκοπός, Αντικείμενο και Διάρθρωση της Εργασίας

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία πραγματεύεται την απλοποιημένη χωρίς απόσβεση δυναμική ανάλυση ενός απλού προσομοιώματος υπεράκτιας κατασκευής υπό συνδυασμένη φόρτιση απλών κυματισμών και κρουστικού φορτίου επιφανειακού πάγου. Μετά από πλήρη ανάλυση της ελεύθερης καμπτικής ταλάντωσης του μοντέλου, και με βάση κάποιες παραδοχές σε θέματα μαζών, αδράνειας και βάθους ύδατος, αναλύεται η εξαναγκασμένη ταλάντωση για συγκεκριμένες τιμές των υπεισερχόμενων παραμέτρων και εξάγονται κάποια αρχικά συμπεράσματα.

Πέραν των ανωτέρω, καταδεικνύονται οι πραγματικές καταστάσεις που ιδιαίτερα αφορούν τα κρουστικά φορτία πάγου και δίνονται κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Η όλη εργασία απαρτίζεται από έξι Κεφάλαια, Παράρτημα (που αφορά το υπολογιστικό μέρος αυτής) και ενδεικτική Βιβλιογραφία.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες πρέπει στο σημείο αυτό να εκφραστούν στον Καθηγητή και Ακαδημαϊκό κ. Α.Ν. Κουνάδη για τις εύστοχες παρατηρήσεις του και την όλη καθοδήγηση του.

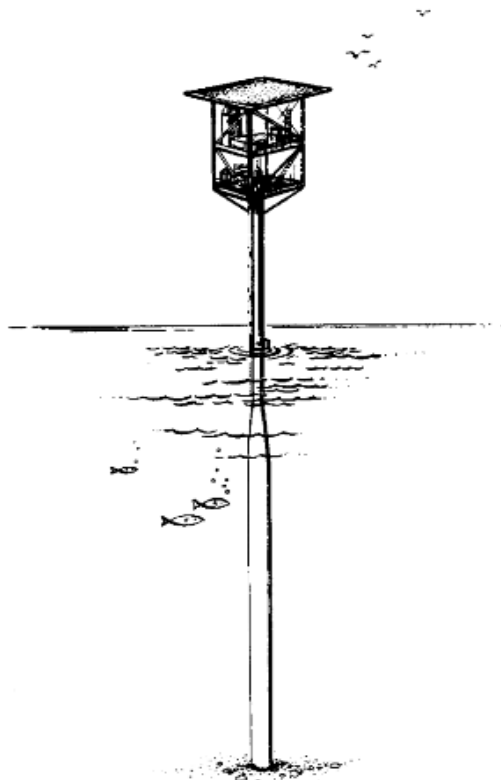
Επιπρόσθετα, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τους οικείους μου για την αμέριστη συμπαράστασή τους, καθώς και στον επιβλέποντα μου, που με οδήγησε σε γνώσεις της Επιστήμης του Πολιτικού Μηχανικού πέραν αυτών που αποκόμισα από τις προπτυχιακές μου σπουδές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΦΟΡΤΙΑ ΣΥΝΗΘΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΣΕ ΥΠΕΡΑΚΤΙΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

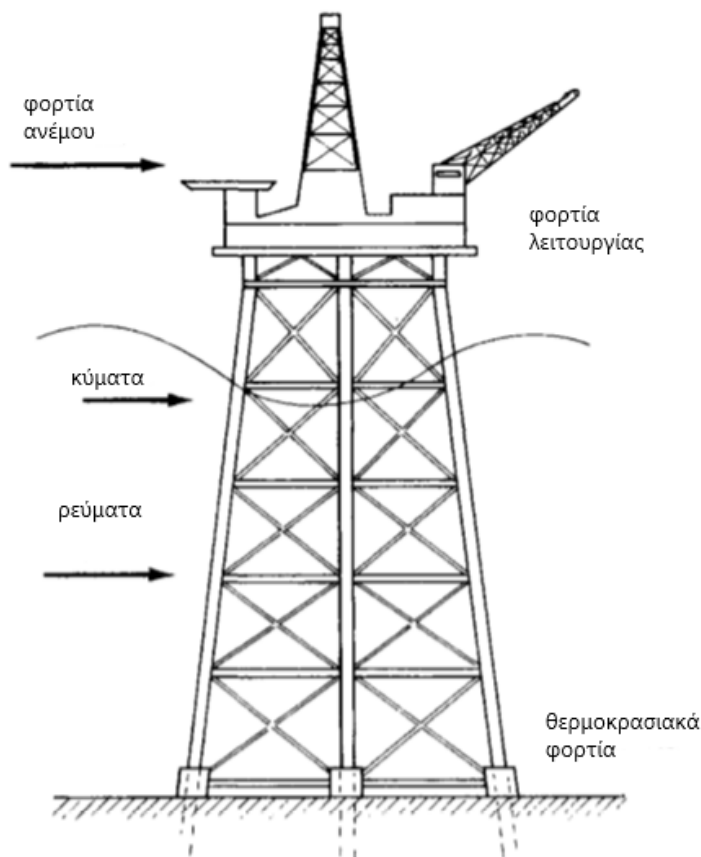
Η κατανόηση της δυναμικής απόκρισης των υπεράκτιων κατασκευών σε βαθιά νερά είναι ένα σημαντικό στοιχείο ώστε να υπολογισθεί σωστά και με ακρίβεια η ολική καταπόνηση της κατασκευής καθ' όλη τη διάρκεια ζωής της στο νερό. Το γεγονός αυτό ισχύει ουσιαστικά για κατασκευές με ελάχιστη απόσβεση και φυσική απόκριση με θεμελιώδεις ιδιοπεριόδους που είναι μεγαλύτερες από 3 sec [16]. Υπάρχουν πολύ λίγες κατασκευές που συμπεριφέρονται γραμμικά στις συνθήκες της θάλασσας και όπου έχουν απλή διαμόρφωση, ώστε να εφαρμοστούν σε αυτές θεωρητικοί υπολογισμοί χωρίς αποκλίσεις. Η κατακόρυφη πλατφόρμα κυλινδρικής διατομής, λόγω χάριν, ικανοποιεί τις παραπάνω συνθήκες.

Η ολοκληρωμένη δυναμική ανάλυση μιας μεμονωμένης κατακόρυφης πλατφόρμας, όπως αναφέρεται παραπάνω, περιγράφεται στην παρούσα διπλωματική εργασία μέσω της δημιουργίας ενός αναλυτικού μοντέλου.



Σχήμα 1.1. Κατακόρυφη πλατφόρμα παραγωγής [16]

Η εγκατάσταση υπεράκτιων κατασκευών σε συνεχώς αυξανόμενα βάθη νερού θεωρείται μια περίπλοκη διαδικασία, τόσο στη μελέτη όσο και στην εκτέλεση της [12]. Οι ιδιότητες της πραγματικής θάλασσας, υποδεικνύουν ότι οι διαταραχές στα νερά είναι συνεχώς μεταβαλλόμενες και συνεπώς η μοντελοποίηση των κυματισμών απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή, ώστε να προσεγγιστεί όσο το δυνατόν καλύτερα. Οι τρέχουσες διαδικασίες σχεδιασμού ξεκινούν με την παραδοχή εκτιμήσεων για το κλίμα του ανέμου και των κυμάτων, καθώς και για άλλες δυνάμεις (Σχήμα 1.1.2). Οι εκτιμήσεις αυτές στη συνέχεια μετατρέπονται σε φορτία που δρουν κατά μήκος στην κατασκευή και η απόκριση που αποκτά λόγω τέτοιων φορτίων μπορεί να προσδιοριστεί σήμερα για γραμμικά συστήματα χρησιμοποιώντας αριθμητικά μοντέλα, προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, κ.α.



Σχήμα 1.2. Φορτία σε σταθερή εξέδρα. Στο πάνω μέρος της κατασκευής εδράζονται τα φορτία λειτουργίας, όπως γερανοί, το βάρος του καταστρώματος κ.α., και τα φορτία ανέμου.

Το μέρος της κατασκευής μέσα στο νερό δέχεται τα κυματικά φορτία, τα ρεύματα της θάλασσας καθώς και θερμικά φορτία στη βάση της [3].

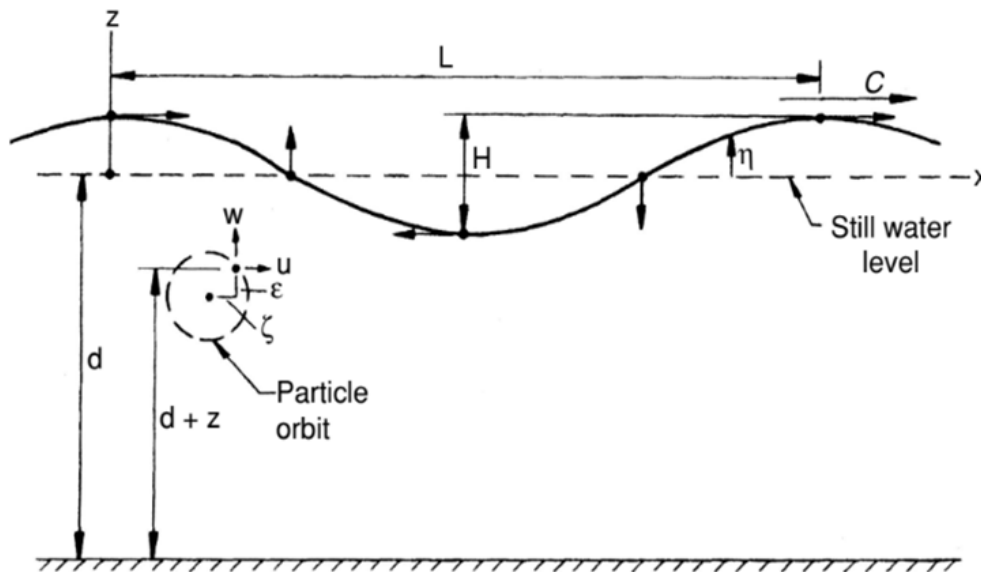
Η κίνηση των κυμάτων στην πραγματική θάλασσα μπορεί να περιγραφεί ως μια σειρά διαταραχών σε ποικίλες κατευθύνσεις, αλληλοεπιδρώντας παράλληλα μεταξύ τους με μη γραμμικό τρόπο και συνήθως σε συνδυασμό με ρεύμα. Ο πυθμένας έχει μεταβαλλόμενη κλίση και διαπερατότητα, και τα νερά είναι μη ομοιόμορφης πυκνότητας στην πραγματικότητα. Συνεπώς όπως αναφέρεται και παραπάνω, η πραγματική θάλασσα δημιουργεί δυσκολίες στην μελέτη των κυμάτων, καθώς εμφανίζει ταυτοχρόνως μη κανονικότητα, κατευθυντικότητα, και μη γραμμικότητα.

Η μη κανονικότητα στους κυματισμούς αναφέρεται στη διασπορά της κυματικής ενέργειας στο πεδίο των συχνοτήτων. Στην πράξη αυτό σημαίνει πως η πραγματική θάλασσα αποτελείται από πολλές υποκείμενες κυματικές συνιστώσες, κάθε μια από τις οποίες έχει διαφορετική συχνότητα, πλάτος και φάση. Η κατευθυντικότητα των κυματισμών αποδίδεται στο γεγονός ότι ακόμη και για μια δεδομένη συχνότητα, οι κυματικές συνιστώσες, και άρα η κυματική ενέργεια διαδίδεται προς διάφορες κατευθύνσεις. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία των βραχυκόρυφων κυματισμών της πραγματικής θάλασσας, δηλαδή όσο πιο κατευθυντικό είναι το θαλάσσιο πεδίο, τόσο πιο γρήγορα μεταβάλλεται η μορφή του κυματισμού στην εγκάρσια διεύθυνση. Τέλος, η μη γραμμικότητα αφορά την αλληλεπίδραση μεταξύ των διάφορων συχνοτήτων του κυματικού πεδίου, που ανάλογα με την καμπυλότητα (κλίση) του πεδίου, μπορεί να οδηγήσει σε γένεση νέων κυματισμών. Συνεπώς, συμπεραίνεται πως δεν πρέπει να αμελείται η συμβολή των υψηλότερων αρμονικών κυμάτων στις γραμμικές συνιστώσες.

Εν γένει, η περιγραφή των κυματισμών γίνεται με κυματικά μοντέλα δύο κατηγοριών. Η πρώτη κατηγορία είναι οι κανονικοί κυματισμοί ή αλλιώς Steady Waves (μονοχρωματικοί, μόνιμοι ή μη τυχαίοι), και η δεύτερη αφορά τους μη κανονικούς κυματισμούς. Οι μη κανονικοί είναι οι φασματικοί, μη μόνιμοι ή τυχαίοι, επονομαζόμενοι και ως Random Waves. Σαν κατηγορίες μπορούν και οι δυο να περιγράψουν γραμμικούς και μη γραμμικούς κυματισμούς, μονοκατευθυντικούς και πολυ-κατευθυντικούς.

Τα κυματικά μοντέλα που εντάσσονται στην κατηγορία των κανονικών κυματισμών περιλαμβάνουν λύσεις που εμφανίζουν περιοδικότητα. Κάθε κύμα διαδίδεται διατηρώντας τα χαρακτηριστικά και τη μορφή του ίδια σε κάθε περίοδο. Έτσι, ενώ η ροή δεν είναι μόνιμη ουσιαστικά, χρησιμοποιείται ο όρος steady wave. Οι λύσεις αυτές

είναι αναλυτικές και βασίζονται σε ένα σύνολο παραδοχών που αφορούν απλές εξισώσεις, οι οποίες δεν απαιτούν περίπλοκους μαθηματικούς υπολογισμούς. Τα συγκεκριμένα μοντέλα παραλείπουν το κυματικό φάσμα, παρόλο που η μη κανονικότητα χαρακτηρίζει την πραγματική θάλασσα, και θεωρούν ότι η ενέργεια συγκεντρώνεται γύρω από μια και μοναδική συχνότητα. Η συχνότητα αυτή αντιστοιχεί στο μέγιστο πλάτος του κυματισμού και συνεπώς το κυματικό φάσμα στην παρούσα περίπτωση ανάγεται σε ένα απλό σημείο στο πεδίο των συχνοτήτων.



Σχήμα 1.3 .Μονοχρωματικό κύμα που ταξιδεύει με ταχύτητα c σε νερά βάθους d σε σύστημα αξόνων x, z . Ο άξονας x ταυτίζεται με την στάθμη του νερού και ο πυθμένας βρίσκεται στη θέση $z=-d$ [14].

Τα κυματικά μόντελα που εφαρμόζονται είναι είτε γραμμικά, είτε ασθενώς μη γραμμικά, ή και άλλες φορές έντονα μη γραμμικά, και είναι τα εξής:

- Θεωρία Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης (γραμμική λύση)
- Θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης (μη γραμμική λύση 2^{ης} τάξης)
- Θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης (μη γραμμική λύση 5^{ης} τάξης)
- Λύσεις ροϊκής συνάρτησης ή Fourier 18^{ης} τάξης (μη γραμμική λύση 18^{ης} τάξης)

Η κατευθυντικότητα όταν οι κυματισμοί είναι κανονικοί δεν μπορεί να εισαχθεί, καθώς οι κυματισμοί περιγράφονται σε δυο διαστάσεις. Ωστόσο, η επίδραση της στο κυματικό πεδίο μπορεί να ληφθεί υπόψη μέσω του μειωτικού συντελεστή Φ , ο οποίος

εφαρμόζεται ομοιόμορφα κατά το βάθος στις τελικές τιμές των συνιστωσών της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.

Όσον αφορά τους μη κανονικούς κυματισμούς, περιλαμβάνουν κυματικές λύσεις τυχαίων κυματισμών, όπως αυτούς της πραγματικής θάλασσας. Τα κυματικά μοντέλα λαμβάνουν υπόψη τη διασπορά ενέργειας στο πεδίο των συχνοτήτων και αυτό γίνεται εφικτό μέσω κατάλληλου φάσματος συχνοτήτων. Αυτό, πρακτικά, σημαίνει ότι οι κυματισμοί λαμβάνουν ένα εύρος τιμών συχνοτήτων, κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε διαφορετικό πλάτος κύματος. Ουσιαστικά, όσο πιο “στενό” το διάγραμμα χρονοϊστορίας του κυματισμού (μικρό εύρος τιμών πλάτους), τόσο πιο “στενό” προκύπτει και το φάσμα συχνοτήτων (μικρό εύρος τιμών συχνοτήτων). Στην οριακή περίπτωση, όπου υπάρχει πολύ μικρό εύρος τιμών πλάτους, ο κυματισμός τείνει να περιγραφεί μέσω ενός κανονικού κυματισμού. Ως αποτέλεσμα της μη κανονικότητας των κυματισμών, η μορφή του κάθε κυματισμού διαφοροποιείται με τον χρόνο, ενώ τα χαρακτηριστικά του κυματισμού παραμένουν αμετάβλητα. Ο κυματισμός περιγράφεται σε τρεις διαστάσεις και συνεπώς λαμβάνεται υπόψη η κατευθυντικότητα που ορίζουν οι πραγματικοί κυματισμοί.

Στην παρούσα μελέτη εφαρμόζεται η κυματική θεωρία Airy, ή αλλιώς Stokes 1^{ης} τάξης και προσαρμόζεται αρκετά καλά στο αναλυτικό μοντέλο, ώστε να υπολογιστούν τα κυματικά φορτία σε συνδυασμό με τον πάγο.

Η κυματική θεωρία Airy, γνωστή και ως γραμμική θεωρία κυματισμών, αποτελεί το απλούστερο κυματικό μοντέλο και χρησιμοποιείται συχνά ως μια αρκετά αποτελεσματική μέθοδος υπολογισμού των χαρακτηριστικών ενός κυματισμού.

Η κυματική θεωρία Airy δίνει μια γραμμικοποιημένη συνημιτονοειδή περιγραφή της διάδοσης των κυματισμών βαρύτητας στην επιφάνεια ενός ομογενούς στρώματος ρευστού. Συγκεκριμένα, το στρώμα ρευστού θεωρείται απείρου πλάτους, με αποτέλεσμα η ροή να μελετάται σε δύο διαστάσεις. Η θεωρία Airy βασίζεται στις εξής παραδοχές:

- Το ρευστό είναι ομοιογενές και ασυμπίεστο ($\rho = ct$) και η επιφανειακή τάση είναι αμελητέα. Συνεπώς, ισχύει η εξίσωση συνέχειας της μάζας για ασυμπίεστο ρευστό:

$$\operatorname{div} \vec{U}(x,z,t) = 0 \Rightarrow$$

$$\partial u / \partial x + \partial w / \partial z = 0 \quad (1.1)$$

όπου $\vec{U}(x,z,t) = (u, w)$: το διάνυσμα της ταχύτητας σε δύο διαστάσεις.

- Η ροή είναι αστρόβιλη. Αυτό συνεπάγεται ότι δεν εμφανίζεται διατμητική τάση στη διεπιφάνεια αέρα-υγρού και στον πυθμένα. Επομένως, ισχύει η σχέση για αστρόβιλη ροή:

$$\nabla \vec{U} \times (x,z,t) = \partial w / \partial x - \partial u / \partial z = 0 \quad (1.2)$$

- Το ρευστό είναι ιδανικό ($\mu = 0$), καθώς το οριακό στρώμα στον πυθμένα θεωρείται πολύ μικρό. Έτσι, από τις γενικές εξισώσεις κίνησης Navier-Stokes και μέσω της υπόθεσης αστρόβιλης ροής προκύπτει η εξίσωση Bernoulli:

$$\rho^* \partial \varphi / \partial t + \rho g z + \rho^* (u^2 + w^2) / 2 + p_0 = c t \quad (1.3)$$

- Οι κυματισμοί είναι “μικροί”, δηλαδή το εύρος του κυματισμού πολύ μικρότερο σε σχέση με το βάθος του νερού καθώς και με το μήκος κύματος ($a \ll d$ και $a \ll \lambda$). Μέσω αυτής της υπόθεσης, η ισχύς της γραμμικής θεωρίας περιορίζεται σε περιπτώσεις κυματισμών μικρού ύψους που προελαύνουν σε βαθιά νερά και σε ρηγά νερά. Για πολύ ρηγά νερά δεν μπορεί να εφαρμοστεί η εν λόγω θεωρία.

Η θεωρία Airy βασίζεται στη συνάρτηση δυναμικού $\varphi(x,z,t)$ για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών του κυματικού πεδίου, δηλαδή το προφίλ ελεύθερης επιφάνειας, κινηματική των σωματιδίων, και ταχύτητα διάδοσης κύματος. Λόγω της παραδοχής της αστρόβιλης ροής (Εξ. 1.2), οι συνιστώσες της ταχύτητας στις διευθύνσεις, σε κάθε σημείο της ροής, εκφράζονται βάσει της συνάρτησης δυναμικού ροής ως εξής:

$$U(x,z,t) = \operatorname{grad} \varphi, \quad u = d\varphi / dx \quad \& \quad w = d\varphi / dz \quad \text{με απλή διανυσματική γραφή} \quad (1.4)$$

Έπειτα, μέσω της παραδοχής της συνέχειας της μάζας (Εξ. 1.1), η οποία θεωρεί το ρευστό ασυμπίεστο, προκύπτει η εξίσωση Laplace σε όρους δυναμικού ροής και σε όρους ταχύτητας:

$$\Delta^2 \varphi = 0 \Rightarrow \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = 0 \quad (1.5)$$

$$\Delta^2 u = 0 \Rightarrow \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dz^2} = 0 \quad (1.6)$$

Για τη μαθηματική περιγραφή της ελεύθερης επιφάνειας και της κινηματικής των σωματιδίων του ρευστού, κρίνεται απαραίτητη η θέσπιση και η εφαρμογή συνοριακών συνθηκών, οι οποίες αφορούν τόσο στον πυθμένα, όσο και στην επιφάνεια του ρευστού. Μέσω της υπόθεσης “μικρών” κυματισμών, γίνεται εφικτή η γραμμικοποίηση των οριακών συνθηκών της επιφάνειας, με τους ανώτερης τάξης όρους να αμελούνται· η εφαρμογή των οριακών συνθηκών γίνεται στη στάθμη ηρεμίας, αντί της ελεύθερης επιφάνειας.

Οι οριακές συνθήκες για να πληρείται η γραμμική θεωρία Airy πρέπει να ισχύουν τα εξής:

- Ο πυθμένας είναι οριζόντιος και αδιαπέρατος. Αυτό σημαίνει ότι ο πυθμένας δεν προσθέτει, ούτε αφαιρεί ενέργεια από τη ροή και ότι δεν ανακλά κυματική ενέργεια. Η συνθήκη αυτή συνεπάγεται ότι δεν υπάρχει κατακόρυφη ροή στον πυθμένα και άρα εκεί η κατακόρυφη ταχύτητα είναι μηδενική.

$$\partial \varphi / \partial z = 0 \quad \text{στο } z = -d \quad (1.7)$$

- Τα σωματίδια παραμένουν στην επιφάνεια. Συνεπώς η ταχύτητα ροής στην ελεύθερη επιφάνεια πρέπει να είναι ίση με την ταχύτητα στην επιφάνεια στην κατακόρυφη διεύθυνση.

$$\partial \varphi / \partial z = \partial \eta / \partial t + \partial \varphi / \partial x * \partial \eta / \partial x \quad \text{στο } z = \eta$$

$$\rightarrow \partial \varphi / \partial z = \partial \eta / \partial t \quad \text{στο } z = 0 \quad (1.8)$$

- Η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια είναι σταθερή. Μέσω αυτής της συνθήκης οι επιδράσεις της ροής του ανέμου αγνοούνται. Συνεπώς, η διαφορά πίεσης, λόγω του ανέμου, μεταξύ μιας κορυφής και μιας κοιλίας του κυματισμού είναι αμελητέα. Με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli προκύπτει:

$$\partial \varphi / \partial t + gz + 1/2 * [(\frac{\partial \varphi}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \varphi}{\partial z})^2] = 0 \quad \text{στο } z = \eta \quad \rightarrow$$

$$\partial \varphi / \partial t + g\eta = 0 \quad \text{στο } z=0 \quad (1.9)$$

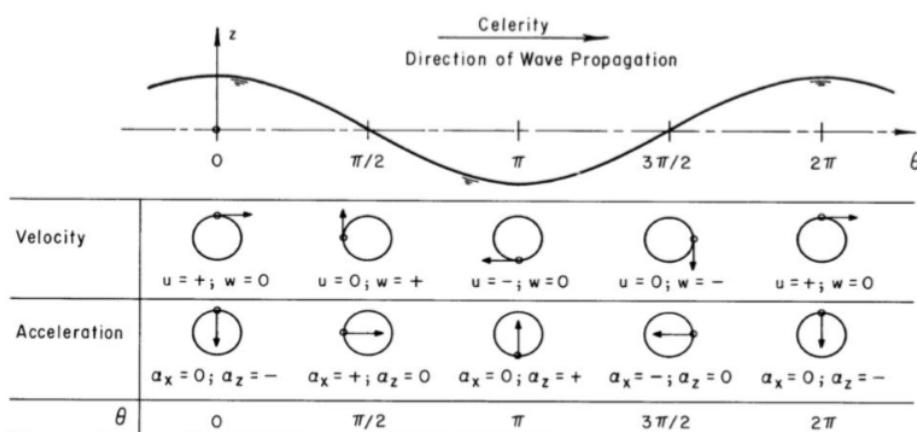
Βάσει των παραπάνω παραδοχών γίνεται εφικτή η εξαγωγή αναλυτικών λύσεων, που αφορούν σε περιοδικούς κυματισμούς, που διαδίδονται διατηρώντας τη μορφή τους σε κάθε περίοδο.

Η αναλυτική λύση για τη συνάρτηση δυναμικού προκύπτει με συνδυασμό της εξίσωσης Laplace, της κινηματικής συνθήκης πυθμένα και της δυναμικής συνθήκης επιφάνειας (Εξ. 1.5, Εξ. 1.7 και Εξ. 1.9 αντίστοιχα). Συνεπώς για έναν κυματισμό με δεδομένη συχνότητα ω , η συνάρτηση δυναμικού υπολογίζεται ως:

$$\varphi(x,z,t) = (\omega/k) * a * [\cosh(k(z+d)) / \sinh(kd)] * \sin(kx - \omega t) \tag{1.10}$$

Για την περιγραφή της διάδοσης ενός κυματισμού στις δύο διαστάσεις, ορίζεται αρχικά το σύστημα συντεταγμένων σύμφωνα με το Σχήμα 1.4.

- Ο άξονας x αντιπροσωπεύει τη στάθμη ηρεμίας του ρευστού (Still Water Level - SWL), δηλαδή την υποθετική επιφάνεια του ρευστού εν απουσία κυματισμών. Η φορά του άξονα δηλώνει τη διεύθυνση διάδοσης του κυματισμού, η οποία θεωρείται θετική από τα αριστερά προς τα δεξιά.
- Ο άξονας z είναι κάθετος στον άξονα x και παίρνει θετικές τιμές από τη στάθμη ηρεμίας (όπου $z = 0$) προς τα επάνω. Η διεύθυνση της βαρύτητας αντιστοιχεί σε αυτή του αρνητικού άξονα z . Ως αποτέλεσμα ο άξονας z παίρνει τιμές από a έως $-d$, όπου a το εύρος του κυματισμού (που περιγράφεται παρακάτω) και d το βάθος του υγρού (απόσταση της στάθμης ηρεμίας από τον πυθμένα).



Σχήμα 1.4: Τοπικές ταχύτητες και επιταχύνσεις των σωματιδίων του ρευστού (Shore Protection Manual Vol.1, 1984)

Με εισαγωγή της συνάρτησης δυναμικού (Εξ. 1.10) στη δυναμική συνθήκη επιφάνειας (Εξ. 1.9), προκύπτει το προφίλ ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας. Αυτή περιγράφεται ως μια αρμονική συνάρτηση της οριζόντιας απόστασης x και του χρόνου t και ορίζεται ως εξής:

$$\eta(x,t) = a \cdot \cos(kx - \omega t) \quad (1.11)$$

όπου:

- a : το εύρος κύματος (wave amplitude), σε μέτρα [m]
- ω : η γωνιακή συχνότητα του κύματος (angular frequency), σε ακτίνια ανά δευτερόλεπτο [rad/s]
- k : ο αριθμός κύματος (angular wave number), σε ακτίνια ανά μέτρο [rad/m]

Από το Σχήμα 1.4 γίνεται φανερό ότι το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας είναι συμμετρικό ως προς τη στάθμη ηρεμίας, η οποία για γραμμικούς κυματισμούς ταυτίζεται με τη μέση στάθμη κυματισμών (ΜΣΚ). Το εύρος του κυματισμού είναι η κατακόρυφη απόσταση κάθε κορυφής ή κοιλίας από τη στάθμη ηρεμίας της θάλασσας και ισχύει $-a < \eta < a$. Ως ύψος κύματος H , ορίζεται η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ μιας κορυφής και μιας κοιλίας σε μία περίοδο. Συνεπώς για το ύψος κύματος σε κανονικούς γραμμικούς κυματισμούς ισχύει: $H = 2a$.

Η γωνιακή συχνότητα, ω , και ο αριθμός κύματος, k , αποτελούν τις χωρικές παραμέτρους του κυματισμού. Οι παράμετροι ω και k συνδέονται με τις χρονικές παραμέτρους του κύματος, οι οποίες είναι η περίοδος κύματος (wave period, T) και το μήκος κύματος (wavelength, λ), αντίστοιχα. Η περίοδος κύματος είναι ουσιαστικά η οριζόντια απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών ή κοιλιών, όπως αποτυπώνεται στο διάγραμμα εύρους-χρόνου. Το μήκος κύματος αντιπροσωπεύει την οριζόντια απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κορυφών ή κοιλιών, όπως αποτυπώνεται στο διάγραμμα εύρους-οριζόντιας απόστασης. Οι σχέσεις που συνδέουν τις εν λόγω παραμέτρους καθώς και οι μονάδες μέτρησής τους παρουσιάζονται παρακάτω.

$$T = 2\pi / \omega, [s] \text{ και } \lambda = 2\pi / k, [m] \quad (1.12)$$

Ο αριθμός κύματος και η συχνότητα δεν είναι ανεξάρτητες παράμετροι, αλλά σχετίζονται μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα, τα επιφανειακά κύματα βαρύτητας παρουσιάζουν διασπορά συχνοτήτων, δηλαδή κάθε αριθμός κύματος έχει τη δική του συχνότητα και ταχύτητα διάδοσης. Αυτό εκφράζεται μέσω της σχέσης γραμμικής διασποράς (linear dispersion relation), η οποία προκύπτει από τη δυναμική οριακή συνθήκη της επιφάνειας (DFSBC) (Εξ. 1.9) ως:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (1.13)$$

Επειδή εξ ορισμού η περίοδος είναι ο χρόνος που χρειάζεται το κύμα για να διανύσει απόσταση ίση με το μήκος κύματος, η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ορίζεται ως εξής:

$$c = \lambda/T \quad (1.14)$$

Οι συνιστώσες ταχύτητας κάθε σωματιδίου του ρευστού, στην οριζόντια (u) και κατακόρυφη (w) διεύθυνση, προκύπτουν βάσει των Εξισώσεων 1.4 και 1.10 ως εξής:

$$u(x,z,t) = [a\omega \cosh(k(z+d))/\sinh(kd)] \cos(kx - \omega t) \quad (1.15)$$

$$w(x,z,t) = [a\omega \sinh(k(z+d))/\sinh(kd)] \sin(kx - \omega t) \quad (1.16)$$

Έπειτα, οι συνιστώσες της επιτάχυνσης κάθε σωματιδίου του ρευστού, στην οριζόντια (α_x) και κατακόρυφη (α_z) διεύθυνση, προκύπτουν:

$$\alpha_x(x,z,t) = u^*(\partial u/\partial x) + w^*(\partial u/\partial z) + \partial u/\partial t \quad (1.17)$$

$$\alpha_z(x,z,t) = u^*(\partial w/\partial x) + w^*(\partial w/\partial z) + \partial w/\partial t \quad (1.18)$$

όπου:

- οι δύο πρώτοι όροι, στα αριστερά, εκφράζουν την συναγωγική επιτάχυνση (convective acceleration), δηλαδή τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας στις αντίστοιχες διευθύνσεις ως προς τη θέση, και
- ο τελευταίος όρος εκφράζει την τοπική επιτάχυνση (local acceleration), δηλαδή τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας στις αντίστοιχες διευθύνσεις ως προς τον χρόνο

Η συναγωγική επιτάχυνση περιλαμβάνει όρους ταχύτητας 2ης τάξης, οι οποίοι θεωρούνται πολύ μικροί λόγω της αρχικής υπόθεσης “μικρών” κυματισμών και μπορούν να αγνοηθούν. Συνεπώς, οι συνιστώσες της σωματιδιακής επιτάχυνσης στην οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση προκύπτουν αντίστοιχα:

$$a_x(x,z,t) = (a\omega^2 \cosh(k(z+d))) / \sinh(kd) \cdot \sin(kx - \omega t) \quad (1.19)$$

$$a_z(x,z,t) = (a\omega^2 \sinh(k(z+d))) / \sinh(kd) \cdot \cos(kx - \omega t) \quad (1.20)$$

Από το Σχήμα 1.4 γίνεται φανερό ότι η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι συμφασική με την οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας. Το ίδιο ισχύει και τις συνιστώσες κατακόρυφης ταχύτητας και οριζόντιας επιτάχυνσης, οι οποίες παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\pi/2$ με τις προαναφερόμενες.

Προκειμένου να εισαχθεί η κατευθυντικότητα που διέπει την πραγματική θάλασσα, εφαρμόζεται ο συντελεστής Φ στις τελικές τιμές των συνιστωσών της σωματιδιακής ταχύτητας και επιτάχυνσης, που οδηγεί στη γραμμική μείωση τους:

$$u_\phi = u \cdot \Phi \quad \text{και} \quad w_\phi = w \cdot \Phi \quad (1.21)$$

$$a_{x,\phi} = a_x \cdot \Phi \quad \text{και} \quad a_{z,\phi} = a_z \cdot \Phi \quad (1.22)$$

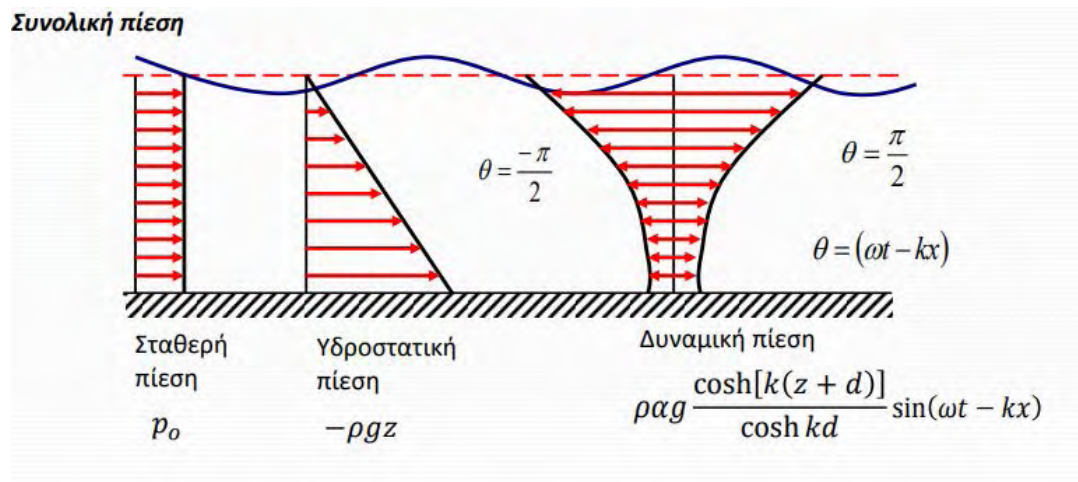
Όπως προαναφέρθηκε, ένας κυματισμός διαδίδεται, από αριστερά προς τα δεξιά, όπως ορίζει το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας. Η κίνηση αυτή της επιφάνειας προκαλεί την κίνηση των σωματιδίων του ρευστού που βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια, τα οποία ακολουθούν δεξιόστροφη τροχιακή κίνηση.

Σε κάθε περίπτωση βάρους νερών, η σωματιδιακή ταχύτητα καθώς και η διάμετρος των τροχιών μειώνεται με το βάθος. Στην περίπτωση πεπερασμένων βαθών οι ελλειπτικές τροχιές των σωματιδίων του ρευστού γίνονται όλο και πιο επιμήκεις κοντά στον πυθμένα. Λόγω της γραμμικής περιγραφής των κυματισμών λαμβάνει χώρα μεταφορά ενέργειας σε κάθε περίοδο, ενώ δεν μεταφέρεται μάζα. Η ενέργεια μεταφέρεται στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, με τα σωματίδια του ρευστού που βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια να κινούνται γύρω από μια συγκεκριμένη-μέση θέση έχοντας ταχύτητα διαφορετική από την ταχύτητα διάδοσης του κύματος (δηλαδή την ταχύτητα με την οποία κινείται μια κορυφή ή κοιλία).

Όσον αφορά στην κατανομή της πίεσης, γίνεται χρήση της εξίσωσης Bernoulli (Εξ. 5.3). Με την παραδοχή “μικρού” κύματος ($a \ll \lambda$), ισχύει ότι $u \ll u^2$ και συνεπώς ο όρος $\rho(u^2 + w^2)/2$ μπορεί να παραληφθεί. Με την εισαγωγή της συνάρτησης δυναμικού, η πίεση $P(x,z,t)$ σε κάθε σημείο του κυματικού πεδίου, δίνεται από την Εξίσωση:

$$P(x,z,t) = p_0 - \rho g z + \rho a g \left[\frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \right] \cos(kx - \omega t) \quad (1.23)$$

Διαβάζοντας την παραπάνω σχέση από τα αριστερά προς τα δεξιά, ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει τη σταθερή πίεση (π.χ. την ατμοσφαιρική), ο δεύτερος την υδροστατική πίεση που μεταβάλλεται με το βάθος και ο τρίτος τη δυναμική πίεση που εξαρτάται τόσο από το βάθος όσο και από τον χρόνο (Σχήμα 1.5).



Σχήμα 1.5: Κατανομή πίεσης των σωματιδίων του ρευστού σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli.

Έχοντας ορίσει τις προϋποθέσεις που πρέπει να υπάρχουν για να ισχύει ο απλός γραμμικός κυματισμός, υπολογίζονται τα κυματικά φορτία στην κατακόρυφη κατασκευή κυλινδρικής διατομής. Η κυριότερη και πιο ακριβής θεωρία που ακολουθείται για τον υπολογισμό των δυνάμεων, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, είναι η εξίσωση Morison.

Από την Εξίσωση 1.3 έχουμε:

$$P = \frac{-1}{2} \rho u^2 (1 - 4 \sin^2 \theta) - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.24)$$

Συνεπώς χρειαζόμαστε μια έκφραση για την δύναμη F , για τη ολική δύναμη στη οριζόντια διεύθυνση του κυματισμού. Ολοκληρώνοντας την εξίσωση της πίεσης γύρω από την κυλινδρική διατομή της κατασκευής έχουμε:

$$F_x = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} -P \delta s \cos\theta = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cos\theta \frac{D}{2} d\theta \quad (1.25)$$

όπου

-το $\cos\theta$ χρησιμοποιείται επειδή ο οριζόντιος άξονας x πάντα σχηματίζει μια γωνία θ με το δs .

-παραβλέπεται ο συμμετρικός όρος εφόσον το ολοκλήρωμα του γύρω από την επιφάνεια του κυλίνδρου θα είναι μηδέν.

Ωστόσο, στην επιφάνεια του κυλίνδρου:

$$\varphi = u \left(r + \frac{D^2}{4r} \right) \cos\theta = D u \cos\theta \quad \text{όταν } r=D/2 \quad (1.26)$$

Άρα:

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)_{r=D/2} = D \cos\theta \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1.27)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω έκφραση έχουμε:

$$F_x = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \rho \frac{\partial u}{\partial t} \frac{D^2}{2} \cos^2\theta d\theta \quad (1.28)$$

και συνεπώς λαμβάνουμε την εξής σχέση:

$$F_x = 2\rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1.29)$$

η οποία αποτελεί την έκφραση του όρου της αδρανειακής δύναμης (inertia force). Η δύναμη έχει μονάδες N/m. Ο αδρανειακός όρος της δύναμης σχετίζεται με την μεταβαλλόμενη κατανομή πίεσης $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)$.

Η λύση αυτή ανταποκρίνεται στην απλή περίπτωση, όπου ο διαχωρισμός της ροής δεν πραγματοποιείται. Ωστόσο, σε τιμές του αριθμού Reynolds που απαντώνται στην πράξη, πραγματοποιείται ο διαχωρισμός και πρέπει να ληφθεί υπόψη μαζί με τον όρο

της αδρανειακής δύναμης. Πειραματικές μετρήσεις δείχνουν ότι η αδρανειακή δύναμη δίνεται από την ισότητα:

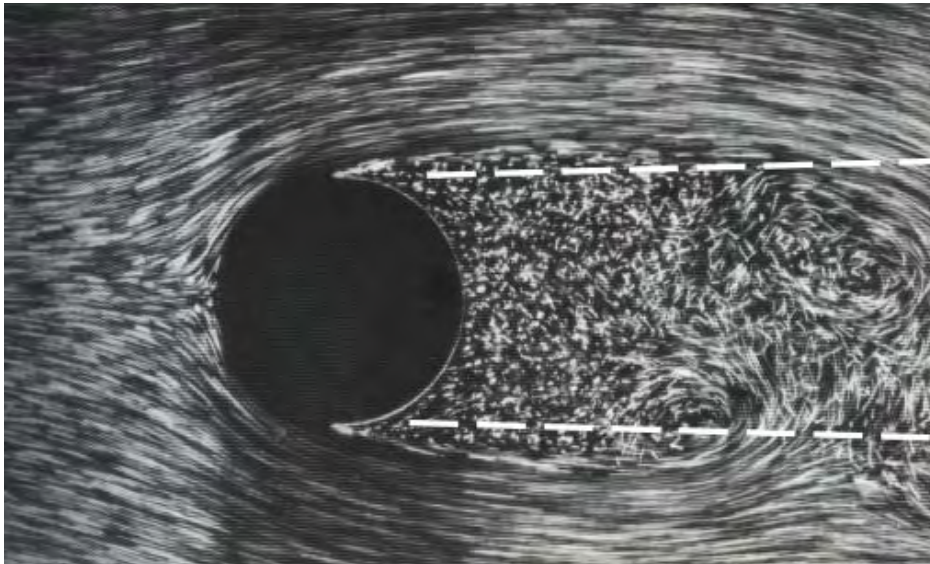
$$F_M = C_M \frac{\rho \pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1.30)$$

όπου το C_M είναι ο αδρανειακός συντελεστής για τον οποίο οι τιμές ποικίλουν με βάση τον βαθμό διαχωρισμού της ροής και τη μορφή των κυμάτων.

Ο δεύτερος όρος στην ολική δύναμη που ασκούν τα κύματα αφορά την πίεση. Οι μεγάλες διαφορές στην πίεση μεταξύ του μπροστινού και του πίσω μέρους του κυλίνδρου δημιουργεί την οπισθέλκουσα δύναμη (drag force). Έχει επικρατήσει η έκφραση

$$C_d = \frac{F_d}{(1/2 \rho u^2) A} \quad (1.31)$$

όπου η F_d είναι η οπισθέλκουσα δύναμη, u η υφιστάμενη ταχύτητα και A το εκάστοτε εμβαδόν. Στην περίπτωση κατακόρυφου κυλίνδρου $A=DL$, όπου L είναι το μήκος του κυλίνδρου και D είναι η διάμετρος του. Πειραματικά δεδομένα δείχνουν ότι ο συντελεστής οπισθέλκουσας δύναμης C_d μεταβάλλεται ανάλογα με τον αριθμό Reynolds $Re = \rho u \frac{D}{\mu}$. Οι ανωτέρω διαπιστώσεις φαίνονται στο Σχήμα 1.6, που έπεται.



Σχήμα 1.6: Ο διαχωρισμός της ροής. Η διαφορετική συμπεριφορά της ροής είναι έκδηλη μεταξύ του μπροστά και του πίσω μέρους σε στοιχείο κυκλική διατομής.

Συνδυάζοντας, λοιπόν, την F_D και την αδρανειακή δύναμη F_M λαμβάνουμε την εξίσωση Morison:

$$F = C_D \frac{1}{2} \rho u |u| D + C_M \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1.32)$$

όπου η F είναι σε μονάδες N/m

και οι δύο όροι είναι οπισθέλκουσα και αδρανειακή δύναμη αντίστοιχα ανά μέτρο μήκους. Ο όρος της απόλυτης τιμής τοποθετείται στην οπισθέλκουσα δύναμη έτσι ώστε να είναι σίγουρο πως η δύναμη είναι πάντοτε στην ίδια κατεύθυνση με τη ροή.

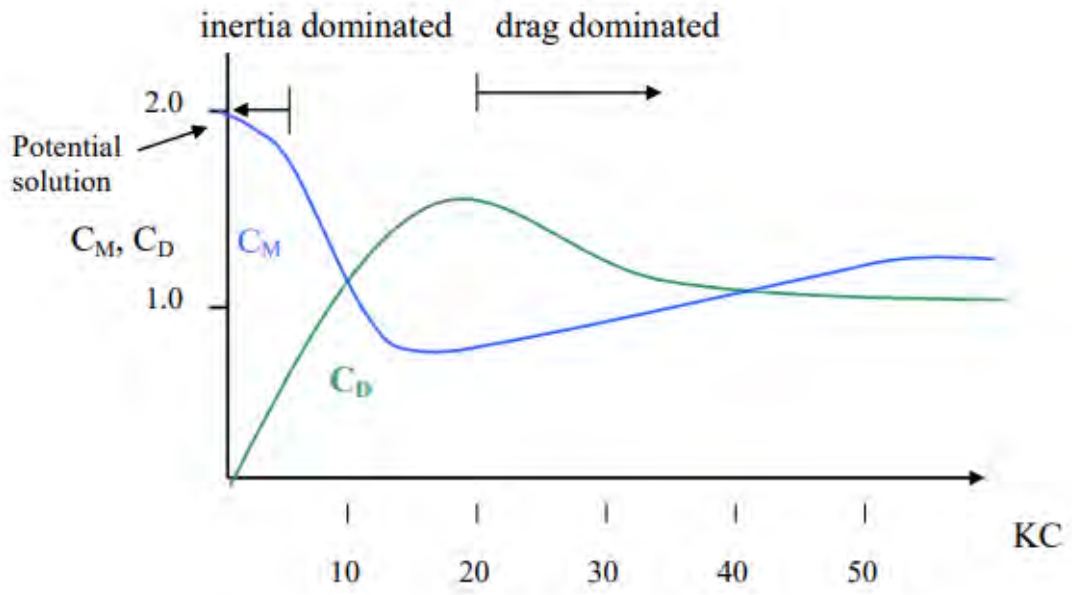
Πειραματικές μετρήσεις έχουν δείξει ότι το πλάτος της ροής του υγρού σε συνδυασμό με τη διάμετρο του κυλίνδρου έχουν μια σημαντική επίδραση στη φύση του φορτίου. Ο λόγος αυτός ορίζεται ως ο αριθμός KC (ως Σχήμα 1,7) και ισχύει:

$$KC = \frac{UT}{D} \quad (1.33)$$

όπου U το πλάτος της ταχύτητας, T η περίοδος της ταλάντωσης και D η διάμετρος του κυλίνδρου.

Για μικρές τιμές του KC το πλάτος της ταχύτητας είναι μικρό σε σχέση με τη διάμετρο του κυλίνδρου. Η ροή δεν διαχωρίζεται πλήρως, και στην ειδική περίπτωση όπου το KC είναι πολύ μικρό η ροή είναι σχεδόν σταθερή (potential flow). Τέλος στην περίπτωση όπου ο συντελεστής C_D τείνει στο μηδέν και ο C_M τείνει στο 2 έχουμε την ιδανική περίπτωση ροής.

Αντίθετα, όταν ο KC παίρνει τιμές μεγαλύτερες από 20, το πλάτος της ταχύτητας είναι μεγάλο σε σχέση με τη διάμετρο. Ταυτόχρονα, και η οπισθέλκουσα και η αδρανειακή δύναμη είναι εξίσου σημαντικές αλλά καθώς η πρώτη είναι ανάλογη του U^2 , προκύπτει ότι αυτή θα δώσει την βασική συνεισφορά στην εξίσωση Morison.



Σχήμα 1.7: Ο αριθμός KC συναρτίζει των συντελεστών C_M, C_D .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΚΡΟΥΣΤΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ ΠΑΓΟΥ ΣΕ ΥΠΕΡΑΚΤΙΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

2.1 :Ο ΠΑΓΟΣ ΩΣ ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ Η ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ (ICE MECHANICS)

Ο πάγος έχει ορισμένες γενικές ιδιότητες που τον χαρακτηρίζουν. Είναι ετερογενές, φυσικό και ανισότροπο υλικό με το σχήμα του να ποικίλλει (δεν παίρνει μια συγκεκριμένη γεωμετρικά μορφή) και είναι άγνωστο κάθε φορά, άρα και αβέβαιο.

Γενικότερα, γνωρίζουμε ότι τα περισσότερα υλικά εξαρτώνται από τη σχέση τάσης-ανηγμένης παραμόρφωσης, σ - ϵ (strain dependent materials). Ωστόσο, ο πάγος έχει παρατηρηθεί ότι δεν εξαρτάται μόνο από τον λόγο σ - ϵ , αλλά και από το $\frac{d\sigma}{dt} - \frac{d\epsilon}{dt}$, γεγονός που καθιστά τα προβλήματα πάγου time dependent (χρονικά εξαρτώμενα).

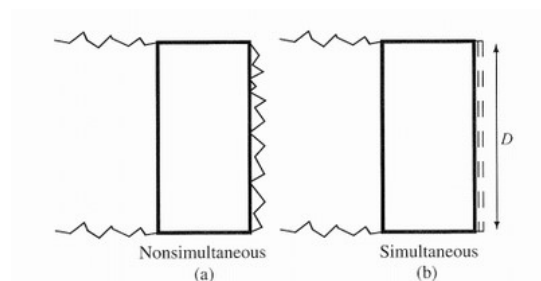
Η συμπεριφορά του πάγου όταν προσκρούει σε μια επιφάνεια εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την θερμοκρασία που έχει, την ταχύτητα του, το χρόνο, καθώς και από τις ασυνέχειες που έχει η επιφάνεια της μάζας αυτής και τις φυσικές και χημικές του ιδιότητες [8].

Η μορφή που μπορεί να έχει ο πάγος διαφέρει ανάλογα με το χρονικό στάδιο που βρίσκεται και τις συνθήκες του περιβάλλοντος που σχηματίστηκε. Υπάρχουν τύποι πάγου όπως floe, που είναι ένας φλοιός πάγου που επιπλέει στο νερό, παγόβουνο που έχει διαμορφωθεί ύστερα από μια χειμερινή περίοδο, δύο περιόδους ή και πολυετής, πάγος που σχηματίζει κορυφογραμμές από σπασμένο πάγο που ωθείται προς τα πάνω, κ.α. Ως προς την περιεκτικότητα τους γίνεται αντιληπτό ότι ανάλογα με το ποσοστό αλατιού στο νερό (το ποσοστό σε αλάτι διαφέρει σε λίμνες, θάλασσες με γλυκό νερό ή πιο αλμυρό, κλπ) ο πάγος συμπεριφέρεται διαφορετικά. Όταν είναι υψηλή η περιεκτικότητα σε αλάτι, η πυκνότητα του ρευστού είναι μεγαλύτερη άρα και η άνωση είναι μεγαλύτερη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το μέρος πάνω από τη στάθμη της θάλασσας να είναι όλο και μικρότερο.

Συνήθως, στις μελέτες υπεράκτιων κατασκευών γίνεται έρευνα σε πάγο που χρονολογικά είναι ενός έτους, δηλαδή που έχει συσσωρευτεί έχοντας περάσει μια χειμερινή περίοδος, καθώς μπορεί να μπει εύκολα σε μια νόρμα σε σχέση με αυτόν που

έχει σπάσει [1]. Επίσης ο πάγος ενός έτους είναι και ο πιο συνήθης σε περιοχές προς ανάπτυξη.

Η μορφή αστοχίας του πάγου αλλάζει και πρακτικά δεν είναι δυνατό να υπάρχει προβλεψιμότητα. Οι πιθανές μορφές είναι η ταυτόχρονη (simultaneous), η μη ταυτόχρονη (non-simultaneous), και η «σχεδόν» ταυτόχρονη (quasi-simultaneous) αστοχία [1]. Στην πρώτη περίπτωση τα φορτία αστοχίας που καταπονούν το πάγο εφαρμόζονται ομοιόμορφα στα σημεία του χώρου που πραγματοποιείται η αλληλεπίδραση, ενώ στην δεύτερη το αντίθετο, όπως φαίνεται χαρακτηριστικά στο παρακάτω Σχήμα 2.1. Τα φαινόμενα αυτά συμβαίνουν για κάθε αστοχία αντίστοιχα, ανεξάρτητα από τη γεωμετρία της κατασκευής.



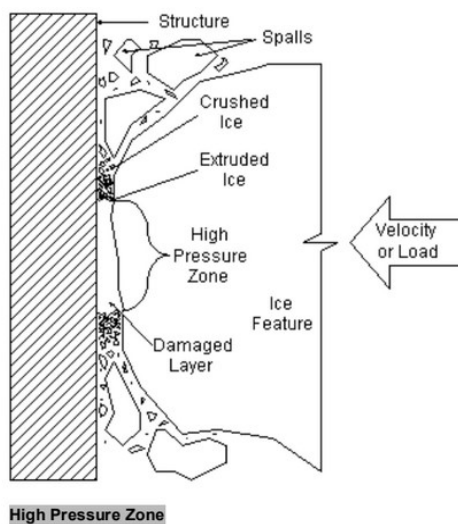
Σχήμα 2.1: Ταυτόχρονη (a) και μη ταυτόχρονη (b) αστοχία σε κάτοψη για πλάτος D [1].

Για μεγάλη ταχύτητα ή και χαμηλή θερμοκρασία της επιπλέουσας μάζας η αστοχία είναι ψαθυρής μορφής. Αντίστοιχα, για ταχύτητα μικρή ή και υψηλή θερμοκρασία, η αστοχία είναι όλκιμη και είναι επίσης μια μορφή αστοχίας λόγω ερπυσμού. Τις περισσότερες φορές υπάρχουν ασυνέχειες στις άκρες του πάγου με αποτέλεσμα να είναι μη ταυτόχρονη η παρουσία των peak loads (μέγιστα φορτία) κατά το πλάτος της κατασκευής που αλληλοεπιδρά.

Υπάρχουν κάποιες παραδοχές που ισχύουν σε κάθε περίπτωση αλληλεπίδρασης πάγου με υπεράκτια κατασκευή. Όταν φορτίζεται ο πάγος αποκτά μικρά ραγίσματα σε ευαίσθητα σημεία όπου οι τάσεις έχουν φτάσει τη μέγιστη δυνατή τιμή αντοχής. Εάν είναι συνεχές το φορτίο, τα ραγίσματα αυτά επεκτείνονται λόγω των μέγιστων τάσεων που απελευθερώνονται στις γύρω περιοχές (stress redistribution). Στη περίπτωση αυτή η αντοχή του, ανεξαρτήτως μεγέθους, καθορίζεται από την ενέργεια που διαχέεται εξαιτίας της διάδοσης του σπασμένου πάγου.

Όταν μελετάται η αλληλεπίδραση, θεωρούμε πως η μάζα του πάγου (παγόβουνο) είναι αρκετά μεγαλύτερη από την κατασκευή και καθώς προσκρούει, το 1/8 περίπου του πάγου βρίσκεται πάνω από το νερό. Όσον αφορά το περιβάλλον, η θερμοκρασία του νερού θεωρείται ότι είναι κοντά στους 0°C και το παγόβουνο εντοπίζεται σε βάθη 500 με 600 μέτρων περίπου.

Κατά την αλληλεπίδραση παρουσιάζονται επαναλαμβανόμενες φορτίσεις [1] (cyclic load variation) λόγω του δυναμικού χαρακτήρα που έχουν οι κυματικές φορτίσεις, στις οποίες βρίσκεται ο πάγος. Αρχικά υπάρχει μειωμένο φορτίο και με την πάροδο του χρόνου αυξάνεται όλο και περισσότερο μέχρι την θραύση. Τα μέρη που υφίστανται τη μεγαλύτερη καταπόνηση θεωρούνται ζώνες υψηλής πίεσης (Σχήμα 2.2, high pressure zones) και στις ζώνες αυτές παρατηρείται θρυμματισμός του πάγου. Οι θρυμματισμοί αυτοί προκαλούν τη συγκέντρωση τάσεων (stress concentration), και διαφεύγουν γρήγορα από την περιοχή της αλληλεπίδρασης. Οι ζώνες αυτές υπάρχουν για μικρά χρονικά διαστήματα και αυτό έχει ως αποτέλεσμα, σε συνδυασμό με την αστάθεια της επιφάνειας του πάγου που έχει θρυμματιστεί (damaged layer), να παρατηρούνται ταλαντώσεις στο μεταδιδόμενο φορτίο. Το σύνολο των ζωνών υψηλής πίεσης αποτελούν ουσιαστικά το ολικό φορτίο που δέχεται η κατασκευή από τον πάγο όταν προσκρούει σε αυτόν.



Σχήμα 2.2: Μάζα πάγου που προσπίπτει σε υπεράκτια κατασκευή. Παρουσιάζονται αναλυτικά οι ζώνες υψηλής πίεσης, τα θραύσματα του πάγου και η ανομοιογένεια της θραύσης κατά το πλάτος της κατασκευής [9].

2.2 :ΥΦΙΣΤΑΜΕΝΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

2.2.1:ΠΕΙΡΑΜΑ 1^ο: ΦΟΡΤΙΑ ΣΕ ΜΙΑ OFFSHORE ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΛΟΓΩ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΜΕ ΕΠΙΠΛΕΟΥΣΑ ΜΑΖΑ ΠΑΓΟΥ [15]

Στη συγκεκριμένη δημοσίευση παρουσιάζεται το πρόβλημα της δυναμικής αλληλεπίδρασης μιας υπεράκτιας κατασκευής με μια επιπλέονσα μάζα πάγου, θεωρώντας ως κύριο μηχανισμό την ψαθυρή αστοχία του πάγου. Όσον αφορά την επαφή των δύο αντικειμένων που μελετώνται, εφόσον το γωνιακό σημείο του πάγου που επιπλέει, σε πραγματικές συνθήκες είναι ακανόνιστο, τα δύο σώματα έρχονται σε επαφή με ατελή τρόπο. Ουσιαστικά η αστοχία συμβαίνει μόνο σε ένα ορισμένο αριθμό ζωνών, έχοντας ως αποτέλεσμα πολλές διαφορετικές δυνάμεις αλληλεπίδρασης σε μέτρο και διεύθυνση.

Στο ξεκίνημα της αλληλεπίδρασης, ο πάγος έχει ελαστικές παραμορφώσεις, ε. Ωστόσο είναι πολύ μικρές σε σύγκριση με άλλου είδους, και για το λόγο αυτό συνήθως αγνοούνται.

Εάν ο πάγος έχει κολλήσει πάνω στην κατασκευή και οι δυνάμεις αλλάζουν αργά, τότε παραμορφώνεται λόγω ερπυσμού με έναν συνεχόμενο όλκιμο τρόπο. Οι πιο καλές προσεγγίσεις για την συμπεριφορά του υλικού θεωρήθηκαν αυτές που περιλαμβάνουν μη ιξωδο-γραμμικά ή ιξωδο-πλαστικά ρεολογικά μοντέλα.

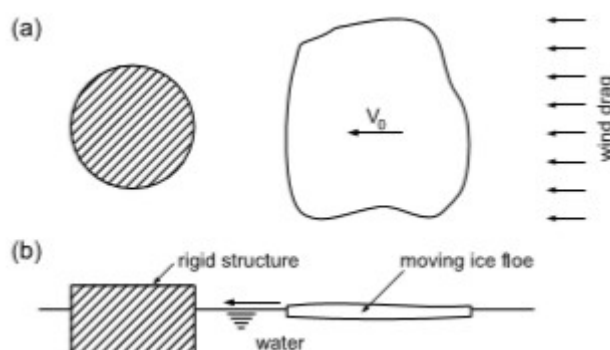
Με περαιτέρω αύξηση των παραμορφώσεων η θραύση επεκτείνεται και ο πάγος στη φάση αυτή έχει από όλκιμη, ψαθυρή συμπεριφορά. Στη φάση αυτή οι τάσεις είναι μεγαλύτερες των 5 MPa, τα φορτία μικρότερα από τις μέγιστες τιμές τους (peak forces), εκτός κι αν ο χρόνος αλληλεπίδρασης είναι μεγάλος, και οι παραμορφώσεις κυμαίνονται στα 10^{-4} με $10^{-3} s^{-1}$. Η επιπλέον αύξηση στην παραμόρφωση ή στην ταχύτητα του πάγου δεν επιφέρει αύξηση στα φορτία που του ασκούνται. Ωστόσο οι ρωγμές επεκτείνονται γρήγορα και το υλικό αστοχεί με ψαθυρό τρόπο.

Τα φορτία που ασκούνται στη μάζα του πάγου, δείχνουν σε μεγάλο βαθμό ακανόνιστα και προκαλούν χαρακτηριστικές αιχμηρές γωνίες σε τυχαία διαστήματα. Το αποτέλεσμα είναι ένα πλήθος από σπασμένα μέρη διαφόρων σχημάτων και μεγεθών να περιβάλλουν τη κατασκευή.

Οι μηχανισμοί που αναπτύσσονται στην πραγματικότητα δεν μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα μοντέλο λόγω πολλών παραμέτρων που πρέπει να ληφθούν για το υλικό, καθώς και λόγω των περιεργων φυσικών συνθηκών του θαλάσσιου πάγου. Έτσι, επιλέχθηκε μια μέθοδος που περιλαμβάνει τρεις παραμέτρους:

- την αξονική τάση σ αστοχίας (compressive stress)
- την σχετική αξονική παραμόρφωση ϵ , με την οποία γίνεται η θραύση, και
- την αξονική τάση σ που υπάρχει σε ήδη θραυσμένα κομμάτια πάγου

Το φαινόμενο που μελετάται είναι το εξής. Μια επιπλέον μάζα που βρίσκεται σε απόσταση από την κατασκευή (Σχήμα 2.3), οδηγείται από τον αέρα και τις οπισθέλκουσες δυνάμεις (Εξίσωση 1.32) του νερού. Ο πάγος κινείται με οριζόντια ταχύτητα v_0 έχοντας μια αρχική κινητική ενέργεια. Μετά από χρονικό διάστημα t_0 αλληλοεπιδρά με τους «τοίχους επαφής» της κατασκευής και αστοχεί στα σημεία όπου οι τάσεις φτάνουν την τάση ψαθυρής αστοχίας του υλικού. Καθώς ο πάγος σπάει σταδιακά και συσσωρεύεται, ύστερα βυθίζεται, και η αρχική κινητική ενέργεια διασκορπίζεται, με το $u_{ice}(t)$, όπου t ο χρόνος που πέρασε από το t_0 , σταδιακά να μειώνεται μέχρι η προσπίπτουσα μάζα να ηρεμήσει.



Σχήμα 2.3: Περιγραφή του φαινομένου που προσομοιώνεται σε (a) κάτοψη και (b) πλάγια όψη [15].

Οι τοίχοι επαφής της κατασκευής, είναι οι πάσσαλοι που το μεγαλύτερο μέρος τους είναι κάτω από το νερό, και έχουν κυλινδρικό σχήμα. Ο κύλινδρος έχει ακτίνα r_0 και αλληλοεπιδρά με μάζα πάγου ακτίνας R_0 , μέσου πάχους h κινούμενο προς τη κατασκευή με ταχύτητα $u(t)$, σύμφωνα με τα περιεχόμενα του Σχήματος 2.4. Θεωρείται αυστηρά ότι μόνο η γεωμετρία της άκρης του πάγου παίζει ρόλο στην επαφή των υλικών, και η υπόλοιπη μορφή του είναι ασήμαντη, εφόσον η μάζα του

πάγου είναι το μέγεθος που έχει το σημαντικό ρόλο. Οι τιμές των μεγεθών έχουν ως εξής:

r_o : 10 m.

R_o : 100 m.

h : παίρνει τιμές από 0.2 έως 0.5 m.

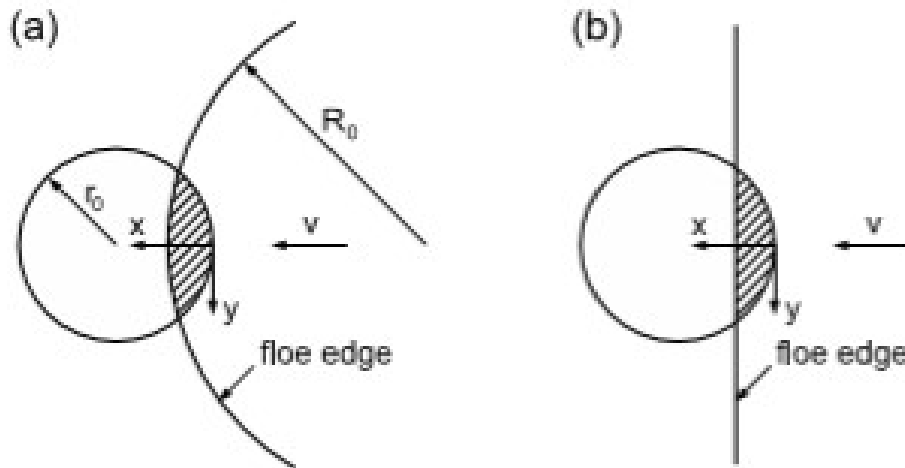
u_o : η αρχική ταχύτητα του πάγου όπου είναι μεταξύ 0.2 έως και 0.5 m/s . Για βαρύ χειμώνα, όπως για παράδειγμα είναι οι συνθήκες στην Ανταρκτική, η τιμή της είναι μεγαλύτερη.

σ_f^* : 1.66 MPa. Είναι η πιο σημαντική παράμετρος για την αστοχία και είναι η τάση αστοχίας που φτάνει ο πάγος όταν η δύναμη αποκτά τη μέγιστη, πιο δυσμενή τιμή της (peak value). Η τιμή της σ_f ακολουθεί κανονική κατανομή. Για κάθε διαφορετικό στρώμα, κομμάτι πάγου (ice cell) το σ_f είναι διαφορετικό, έτσι ώστε να έχει ένα στοχαστικό χαρακτήρα ο μηχανισμός θραύσης και ένα σχετικό στατιστικό διάγραμμα τιμών, στα διαθέσιμα εμπειρικά δεδομένα.

σ_c : 0.02 MPa και είναι η τάση που χρειάζεται για να απαλλάξει την επιφάνεια από τα συντρίμμια που σχηματίζονται κατά την αστοχία. Τα θραύσματα πάγου, ουσιαστικά απομακρύνονται προς τα πάνω και κάτω γιατί δεν μπορούν να διαφύγουν προς τα πέρα, εκεί που γίνεται η αλληλεπίδραση. Η σ_c θεωρείται ότι μένει σταθερή μέχρι τη στιγμή όπου το επόμενο κομμάτι πάγου φτάνει στον πάσσαλο και αστοχεί, πηγαίνοντας τη τάση σταδιακά στο σ_f πάλι, κ.ο.κ. Για κάθε διαφορετικό κομμάτι πάγου έχει διαφορετική τιμή, όπως και η σ_f , και σαν μέγεθος η σ_c ακολουθεί εξίσου κανονική κατανομή με τη διαφορά από τη τάση αστοχίας να είναι ανομοιόμορφη, καθώς και αυτή ακολουθεί ένα στοχαστικό τρόπο όπου τα μέρη του πάγου έχουν τυχαία μεγέθη.

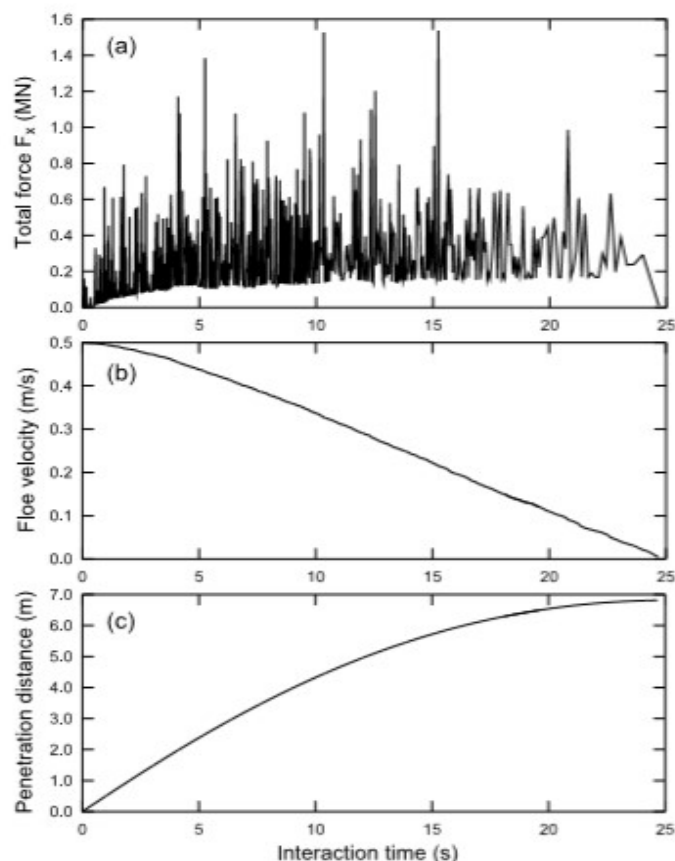
ε_f : είναι η κρίσιμη αξονική παραμόρφωση και είναι ίση με 0.02.

ρ : 900 kg/m^3 , όπου είναι η πυκνότητα του πάγου συνολικά, που θεωρείται ότι κάθε κομμάτι έχει την ίδια τιμή πυκνότητας.



Σχήμα 2.4: Κυλινδρική κατασκευή ακτίνας r_0 σε επαφή με επιπλέοντα μάζα πάγου (a) ακτίνας R_0 και (b) με άκρες που σχηματίζουν ευθεία γραμμή. Οι γραμμοσκιασμένες περιοχές δείχνουν κατά πόσο έχει διεισδύσει ο πάγος στη κατασκευή [15].

Όλες οι κατανομές πιθανότητας έγιναν από 10000 επαναλήψεις του μοντέλου. Στα τελικά αποτελέσματα φαίνεται η σχέση δύναμης στον οριζόντιο άξονα x , F_x , συναρτήσει της ταχύτητας $u(t)$, και διείσδυση του πάγου $x(t)$, για $h=0.5$ m και $u=0.5$ m/s και αυτά απεικονίζονται στο Σχήμα 2.5. Η σύγκρουση διαρκεί για 25 δευτερόλεπτα για τις θεωρήσεις που έχουν ληφθεί, και ο πάγος διανύει απόσταση 6.8 μέτρα πριν βρεθεί στην ηρεμία. Οι μέγιστες δυνάμεις είναι της τάξης του 1.6 MN και κάθε μέγιστο, peak της δύναμης έχει δεδομένα από το πείραμα το ε_f , το $h = b$ και την αρχική ταχύτητα u_0 . Κάθε peak δρα για $\frac{1}{25}$ sec κατά μέσο όρο, και για το λόγο αυτό, λόγω μικρού χρονικού διαστήματος, οι αλλαγές στην ταχύτητα δεν φαίνονται στο διάγραμμα.



Σχήμα 2.5: Διαγράμματα συναρτήσεως του χρόνου αλληλεπίδρασης για (a) την ολική δύναμη F_x , (b) την ταχύτητα του πάγου $u(t)$, (c) την διείσδυση του πάγου στην κατασκευή για πάχος πάγου $h=0.5$ m και αρχική ταχύτητα αυτού ίση με $u_0=0.5$ m/s [15].

Το μοντέλο ενσωματώνει παραμέτρους όπως οι ατέλειες στο σχήμα του πάγου και η τυχαιότητα στην αστοχία του. Άρα οι τάσεις αστοχίας θεωρούνται τυχαίες παράμετροι, με τις τιμές τους να διαφέρουν σημαντικά στις μέγιστες, δυσμενείς τιμές τους. Η τυχαιότητα ως προς τις διαστάσεις των θραυσμένων κομματιών του πάγου έχει ληφθεί υπόψη. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, που αφορούν έναν μεγάλο αριθμό μεμονωμένων φαινομένων αλληλεπίδρασης, έχουν βασιστεί σε κατανομές πιθανότητας των δυνάμεων που δέχεται ο πάγος, στις διαστάσεις του παγόβουνου και την αρχική του ταχύτητα.

Το πείραμα ωστόσο δεν έχει αναλύσει τόσο την εξάρτηση της αστοχίας του πάγου από το ρυθμό μεταβολής της παραμόρφωσης $\frac{d\varepsilon}{dt}$, και θεωρεί μεγέθη όπως το μέγεθος του πάγου, το πάχος του και η ταχύτητα του ντετερμινιστικά, ενώ στην πραγματικότητα έχουν στοχαστικό χαρακτήρα. Ωστόσο παραθέτει της κατανομές πιθανότητας για τα φορτία και δείχνει αναλυτικά τις πιθανότητες υπέρβασης των τιμών του φορτίου με

βάση τις μέγιστες τιμές που έχουν βρεθεί από τις επαναλήψεις του πειράματος, που φαίνονται στο - υπό τύπον Πίνακα – Σχήμα 2.6, που έπεται.

U_0 [m/s]	h [m]	Ro [m]	εf	T [s]	X [m]
0.5	0.5	100	0.02	24.6±0.6	6.9±0.1
0.5	0.2	100	0.02	19.6±0.6	5.5±0.1
0.2	0.5	100	0.02	15.7±0.9	1.8±0.1
0.5	0.5	50	0.02	8.8±0.4	2.6±0.1
0.5	0.5	200	0.02	86.2±1.1	22.4±0.2
0.5	0.5	100	0.01	32.0±0.6	8.8±0.1
0.5	0.5	100	0.05	15.3±0.6	4.4±0.1

Σχήμα 2.6:Μέγιστες δυσμενείς τιμές για χρόνο αλληλεπίδρασης T και ολική απόσταση διείδυσης X μαζί με τις δεδομένες αποκλίσεις τους (\pm) για διαφορετικούς συνδυασμούς αρχικής ταχύτητας του πάγου u_0 , με τον πάγο να έχει τα εξής χαρακτηριστικά:πάχος h , ακτίνα R_0 , κρίσιμη παραμόρφωση ε_f . Η κυλινδρική κατασκευή έχει ακτίνα r_0 [15].

2.2.2:ΠΕΙΡΑΜΑ 2^ο: ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΤΟΥ ΠΑΓΟΥ ΚΑΙ ΠΩΣ ΕΠΗΡΕΑΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΜΟΡΦΗ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΤΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ [1]

Το πείραμα προβλέπει τα φορτία που ασκεί ο πάγος με βάση το κατασκευαστικό πλάτος και ερευνά πώς σχετίζονται οι δυο παράμετροι, έχοντας ως υπόβαθρο 14 μετρήσεις full scale στο φάρο Norströmsgrund [1]. Η μορφή αστοχίας που έλαβε χώρα ήταν ψαθυρή, μη ταυτόχρονη και «σχεδόν» ταυτόχρονη.

Για την πίεση και τα φορτία που ασκούνται, χρησιμοποιήθηκε η σχέση:

$$F = p * D * h \quad (2.1)$$

όπου $p = A_k * D^m * h^n$ να είναι η πίεση που ασκείται στο πάγο, D το κατασκευαστικό πλάτος, h το πάχος πάγου, με:

A_k :ένας συντελεστής πειραματικός που εξαρτάται από σχετικές παραμέτρους (ποιότητα πάγου, αντοχή πάγου, θερμοκρασία, ταχύτητα, κλπ).

D^m :ο συντελεστής που λαμβάνει υπόψη όχι μόνο την ταυτόχρονη, αλλά και τη μη ταυτόχρονη αστοχία, και είναι η περίμετρος που παίρνει μέρος στην επαφή. Η τιμή του εκθέτη m προσδιορίζεται με βάση το πάχος πάγου και το μέγιστο φορτίο. Σαν μέγεθος το m καθορίζει την άνιση επαφή κατά το πλάτος της κατασκευής και τα φαινόμενα κλίμακας στη θραύση του πάγου. Σε περίπτωση όπου η μη ταυτόχρονη αστοχία δίνει τα φορτία F , το m κυμαίνεται από -0.3 έως -0.1.

h^n :το πάχος πάγου, με τον συντελεστή n να είναι εξίσου ένας δείκτης για την άνιση κατανομή της πίεσης καθ' όλο το πάχος πάγου.

Η μορφή αστοχίας του πάγου, όπως προαναφέρθηκε, αλλάζει επειδή ο πάγος είναι ένα υλικό που εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την θερμοκρασία, το ρυθμό μεταβολής τάσεων-παραμορφώσεων και τις ανομοιομορφίες της επιφάνειάς του. Η δοθείσα μελέτη βασίζεται σε φύλλα πάγου όπου δεν έχουν ορατές ασυνέχειες και αλλαγές στις αρχικές μηχανικές τους ιδιότητες. Ωστόσο τα λεία φύλλα πάγου είναι συχνό φαινόμενο λόγω παλαιότερων μεγάλης κλίμακας θραύσεων, τήξης ή διάβρωσης.

Υποστηρίζεται ότι τα μέγιστα peaks φορτία γίνονται μη ταυτόχρονα σε διαφορετικά σημεία στις εσοχές του πάγου. Για σημαντικά υψηλές ταχύτητες στις εσοχές, η αστοχία είναι ψαθυρή και είναι σταθερά μια τυχαία στοχαστική διαδικασία. Για την πίεση ισχύει η εξής έκφραση:

$$P_G = \mu_i + \sigma_i/\sqrt{n} \quad (2.2)$$

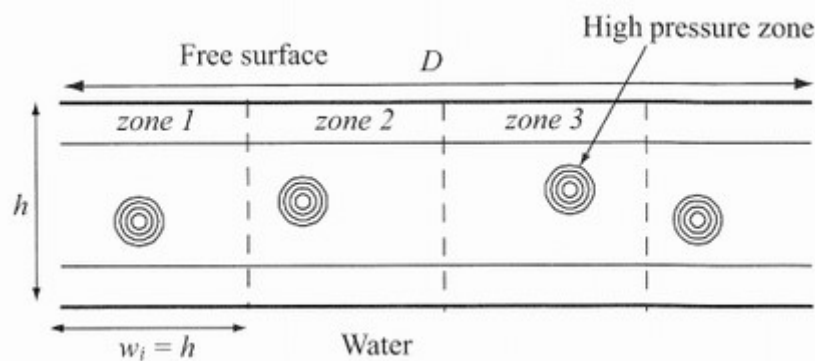
όπου:

P_G :η ολική πίεση που ασκείται στο πάγο.

μ_i :οι κρίσιμες δυσμενείς τιμές του φορτίου.

σ_i :οι σταθερές αποκλίσεις.

n :ο αριθμός που προσδιορίζει πόσες ζώνες υπάρχουν. Στο πείραμα μπορούν να αυξηθούν οι ζώνες από μία σε δέκα και να ελαττωθεί η ολική πίεση P_G κατά 40%. Η κατανομή των ζωνών φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 2.7.



Σχήμα 2.7: Υποτιθέμενη κατανομή των ζωνών υψηλής πίεσης στα φύλλα πάγου, όταν ο πάγος αστοχεί μέσω ψαθυρής θραύσης (εμπρόςθια όψη) [1].

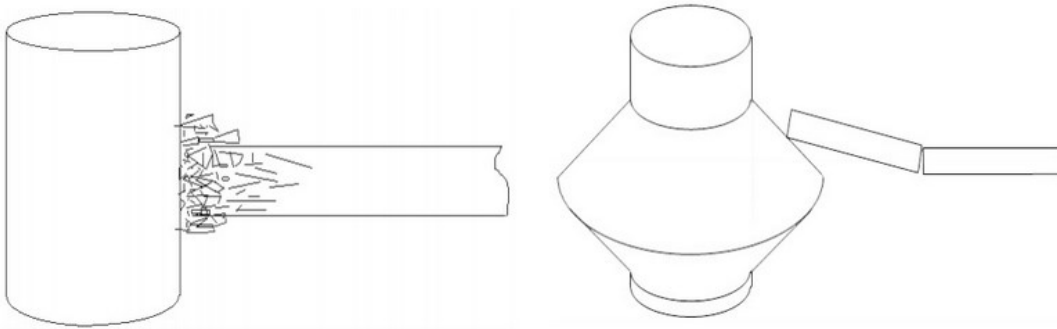
Το εν λόγω πείραμα έχει ως βασικό στόχο να εξετάσει τη σχέση του πλάτους της κατασκευής με το φορτίο που δέχεται ο πάγος κατά την επαφή τους και κατά πόσο πρέπει να ληφθεί υπόψη όταν υπολογίζονται τα φορτία αυτά. Αρχικά διαχωρίστηκε σε 14 ξεχωριστά γεγονότα και προέκυψαν τα εξής:

- Κατά την όλκιμη αστοχία παρατηρείται ταυτόχρονη αστοχία και στατική φόρτιση, με το λόγο ταχύτητας πάγου/πάχους πάγου (u/h) να κυμαίνεται μεταξύ 0 με 0.063 l/s .
- Για ταχύτητα πάγου/πάχους πάγου (u/h) από 0.33 έως 0.5 l/s η αστοχία του πάγου είναι ψαθυρή.
- Όταν η αστοχία είναι ψαθυρή γίνεται παράλληλα μη ταυτόχρονη και σχεδόν ταυτόχρονη αστοχία.
- Τέλος, πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή όταν ελαττώνεται το κατασκευαστικό πλάτος κατά την πρόβλεψη των φορτίων που δέχεται ο πάγος.

2.2.3: ΠΕΙΡΑΜΑ 3: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ ΤΟΥ ΠΑΓΟΥ ΣΕ ΜΙΑ OFFSHORE ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ [2]

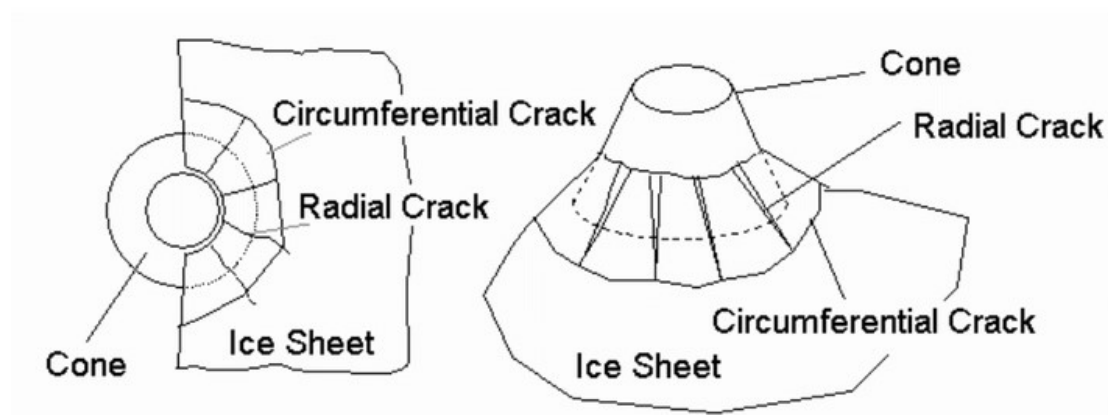
Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν γίνει αρκετές μελέτες για το πώς επιδρά η προσθήκη κώνων στους πασσάλους μιας offshore κατασκευής ώστε να ελαττωθούν οι δυνάμεις που ασκεί ο πάγος σε αυτήν. Η αριθμητική προσομοίωση του Blackerby [2], ασχολείται πιο συγκεκριμένα με τον προσδιορισμό μιας ιδανικής, βέλτιστης γωνίας που πρέπει να έχει ο κώνος, έτσι ώστε να καταπονείται η κατασκευή με το ελάχιστο δυνατό φορτίο.

Η προσομοίωση βασίζεται σε πειράματα που έχουν γίνει στη Θάλασσα Bohai της Κίνας (νότιο – ανατολικά του Πεκίνου). Κατά τη διάρκεια ενός τυπικού χειμώνα στην περιοχή, θεωρείται ότι η μάζα πάγου, που είναι χωρισμένη σε φύλλα, στρώσεις δηλαδή πάγου που επιπλέουν στα νερά της θάλασσας ταξιδεύει με ταχύτητα έως και 1 m/s . Ως προς το πάχος διαφέρει από 10 cm έως 100 cm, με 20 cm να είναι το πιο σύνηθες. Καθώς είναι πιο λεπτός ο πάγος, οι κατασκευές είναι πιο ελαφριές και λιγότερο άκαμπτες σε σχέση με αυτές που συναντώνται σε πολικές περιοχές. Οι πλατφόρμες που χρησιμοποιήθηκαν είναι τύπου JZ20-2 oil field και είναι σχεδιασμένες για να είναι κυλινδρικές jacket κατασκευές. Επειδή παρατηρήθηκαν σοβαρές δονήσεις σε χαμηλή ταχύτητα, προστέθηκαν κώνοι στα πόδια όπου σπάνε το πάγο στο πάνω και κάτω μέρος του, έχοντας γωνία των 60° και 45° .



Σχήμα 2.8: Θραύση του πάγου κατά την αστοχία για κυλινδρική κατασκευή (αριστερά) και καμπτική αστοχία του πάγου για κωνική κατασκευή (δεξιά) [2].

Οι δυνάμεις του πάγου σε μια κωνική κατασκευή είναι μικρότερες από αυτές που υπάρχουν σε μια κατακόρυφη (Σχήμα 2.8), καθώς αλλάζει η αστοχία του πάγου, και από τη θραύση μεταβαίνει στην κάμψη. Έχει διατυπωθεί ότι η καμπτική αστοχία εμφανίζεται πρώτα με τις ακτινικές ρωγμές και μετά ακολουθούν οι περιφερειακές ρωγμές, προειδοποιώντας για το μέγιστο φορτίο που ακολουθεί στη συνέχεια, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.9. Ύστερα, ο σπασμένος πάγος που βρίσκεται στις γωνίες, ανεβαίνει προς τα πάνω και καθαρίζει τον κώνο στα σημεία αυτά. Παράλληλα, η δύναμη ελαττώνεται και τείνει να μηδενιστεί, μέχρι την επόμενη επαφή με το επόμενο, άθικτο φύλλο πάγου. Ωστόσο, οι περιφερειακές ρωγμές μπορεί να μην δημιουργούνται πάντα από ανεπαρκή περιφερειακή τάση.



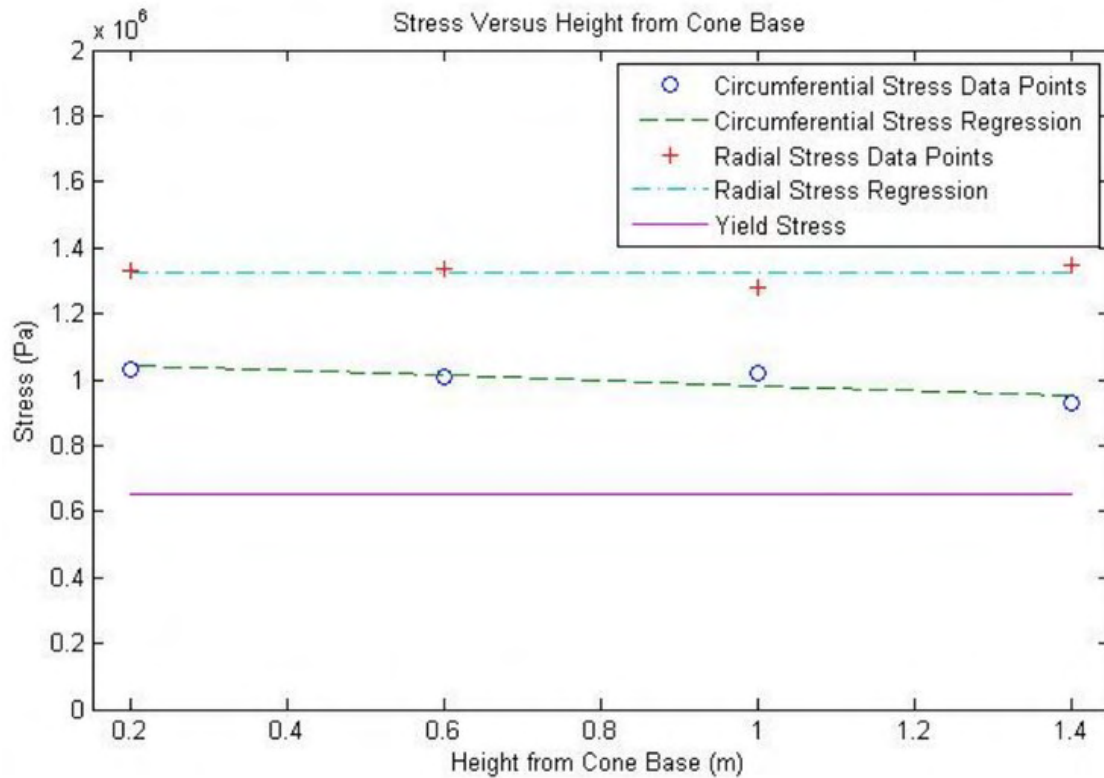
Σχήμα 2.9: Αστοχία του πάγου σε περίπτωση κωνικής υπεράκτιας κατασκευής. Γύρω από την μικρότερη ακτίνα του κώνου παρατηρούνται οι ακτινικές και περιφερειακές ρωγμές [2].

Για την εξαγωγή αποτελεσμάτων έγιναν τρεις σειρές από τεστ, όπου το καθένα εστίαζε σε διαφορετικές σχέσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών μεγεθών. Στο πρώτο τεστ, σε κάθε επανάληψη ήταν σταθερή η γωνία του κώνου, με τιμή 60° , η αρχική ταχύτητα του πάγου ίση με $u_0 = 1 \text{ m/s}$ και μεταβαλλόμενο μέγεθος το ύψος από τη βάση του κώνου όπου θα έσπαγε ο πάγος. Έχοντας τα δεδομένα αυτά, προέκυψε ότι η τάση σ_{form} στον πάγο δεν είναι ευαίσθητη ως προς το πλάτος επαφής με την κατασκευή. Οι δοκιμαστικές τιμές που πήρε το ύψος στις επαναλήψεις του πειράματος ήταν: 0,2 m , 0,6 m , 1 m και 1,4 m. Ο μαθηματικός τύπος που δίνει την σχέση τάσης και ύψους του πάγου από τη βάση του κώνου είναι:

$$y = -7,5025E^{04} * x + 1,0563E^{06} \quad (2.3)$$

$$y = -1,0000E^{03} * x + 1,3258E^{06} \quad (2.4)$$

όπου y : η τάση (περιφερειακή και ακτινική) και x : το ύψος του πάγου μετρούμενο από τη βάση του κώνου. Τα σχετικά αποτελέσματα δίδονται γραφικά στο Σχήμα 2.10.



Σχήμα 2.10: Γράφημα που παρουσιάζει την μεταβολή των τάσεων (Pa) (περιφερειακές τάσεις, ακτινικές τάσεις-δεδομένα, επαναληπτική περιφερειακή, ακτινική τάση, τάση διαρροής) σε σχέση με το ύψος (m) από την βάση του κώνου [2].

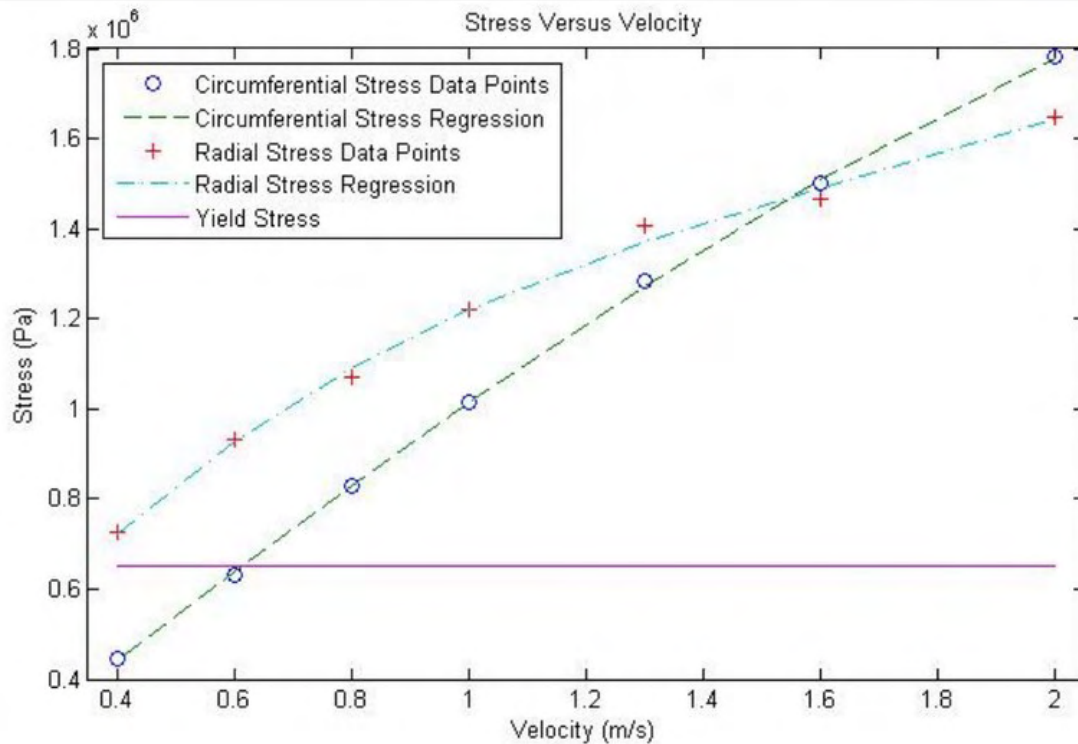
Στο δεύτερο τεστ η γωνία του κώνου παρέμεινε στις 60°, το ύψος του πάγου ήταν 1m από τη βάση του κώνου (προσεγγιστικά στο μισό του κώνου), και οι δοκιμές γίνονταν μεταβάλλοντας κάθε φορά την αρχική ταχύτητα του πάγου. Οι τιμές που δόθηκαν στην αρχική ταχύτητα ήταν κατά σειρά:

0,8 m/s, 1 m/s, 1,3 m/s, 1,6 m/s, 2 m/s. Οι προσομοιώσεις έγιναν για να αποδειχθεί κατά πόσο υπάρχει σχέση μεταξύ ταχύτητας και σ_{form} στις επιπλέουσες μάζες πάγου, και να προσδιοριστεί η φυσική σημασία της. Με βάση τα παραπάνω, βρέθηκαν οι εξής σχέσεις:

$$y = -2,6613E^{04} * x^3 - 2,7365E^{04} * x^2 + 1,03433E^{06} * x + 3,3584E^{04} \quad (2.5)$$

$$y = 1,5741E^{05} * x^3 - 7,9207E^{05} * x^2 + 1,6938E^{06} * x + 1,5982E^{05} \quad (2.6)$$

όπου y : η τάση (περιφερειακή και ακτινική) και x : η αρχική ταχύτητα του πάγου. Η όλη διαδικασία οδήγησε στο γράφημα του Σχήματος 2.11.



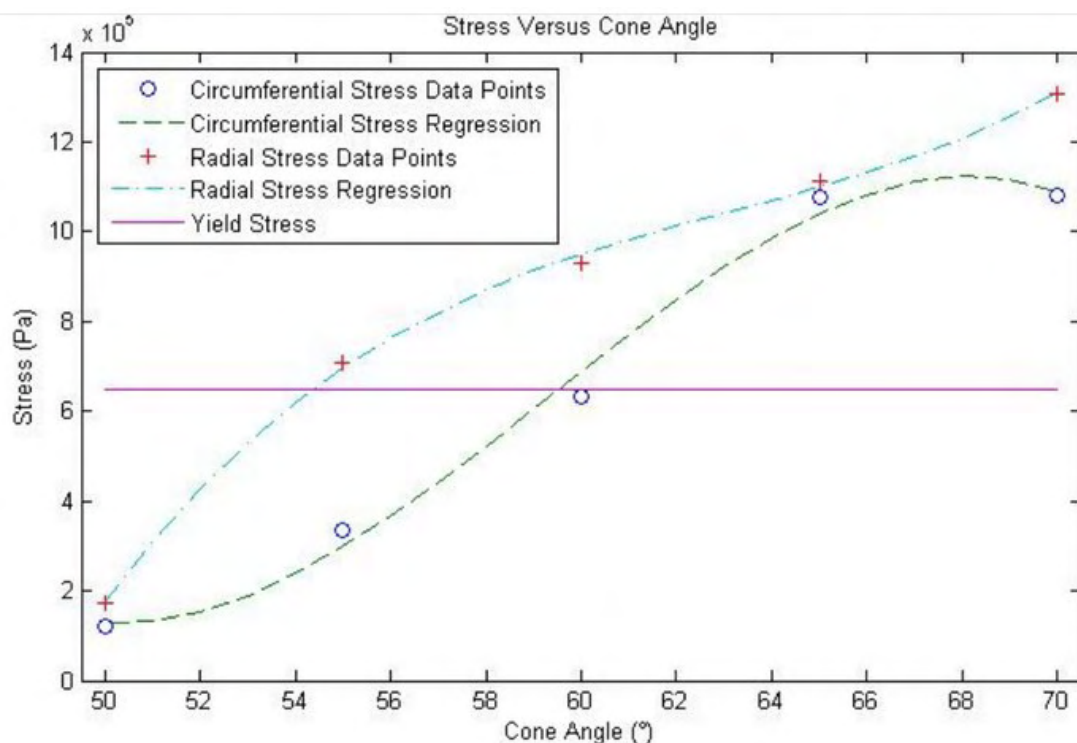
Σχήμα 2.11: Γράφημα που παρουσιάζει την μεταβολή των τάσεων (Pa) (περιφερειακές τάσεις, ακτινικές τάσεις-δεδομένα, επαναληπτική περιφερειακή, ακτινική τάση, τάση διαρροής) σε σχέση με την αρχική ταχύτητα (m/s) του πάγου [2].

Το τρίτο τεστ μετέβαλλε τη γωνία του κώνου έχοντας σταθερά το ύψος του κώνου, ίσο με 1 m, και αρχική ταχύτητα πάγου $u_0 = 0,6 \text{ m/s}$. Οι δοκιμαστικές τιμές για τη γωνία σε μοίρες, ήταν: 50° έως 70° με προσαυξήσεις των 5° για συνολικά πέντε επαναλήψεις. Και σε αυτήν τη περίπτωση το τεστ έγινε για να εξεταστεί εάν η γωνία του κώνου έχει επιρροή στην σ_{form} του πάγου. Σύμφωνα με τις μετρήσεις, η μαθηματική σχέση που προέκυψε είναι:

$$y = -3,4967E^{02} * x^3 + 6,2163E^{04} * x^2 - 3,6003E^{06} * x + 6,8444E^{07} \quad (2.7)$$

$$y = 2,1767E^{02} * x^3 - 4,1243E^{04} * x^2 + 2,6333E^{06} * x - 5,5587E^{07} \quad (2.8)$$

όπου y : η τάση (περιφερειακή και ακτινική) και x : η γωνία του κώνου. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα διακρίνονται στο Σχήμα 2.12.



Σχήμα 2.12: Γράφημα που παρουσιάζει την μεταβολή των τάσεων (Pa) (περιφερειακές τάσεις, ακτινικές τάσεις-δεδομένα, επαναληπτική περιφερειακή, ακτινική τάση, τάση διαρροής) σε σχέση με τη γωνία ($^{\circ}$) του κώνου [2].

Παρατηρείται ότι και οι δύο τάσεις αλλάζουν αναλογικά με τη γωνία του κώνου που αυξάνεται. Τα δεδομένα δίνουν κρίσιμη γωνία για τιμή γύρω στις 65° , όπου από αυτή τη τιμή και μετά σταματά να υπάρχει αναλογία. Συνεπώς προτείνεται να τοποθετείται ένας κώνος στη βάση των πασσάλων, στον οποίο και οι δύο τάσεις έχουν υπερβεί τη τάση διαρροής και μπορούν να σιγουρέψουν ότι και οι δύο θραύσεις (σε ακτινικές και περιφερειακές τάσεις) θα δημιουργηθούν.

2.3: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

2.3.1: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

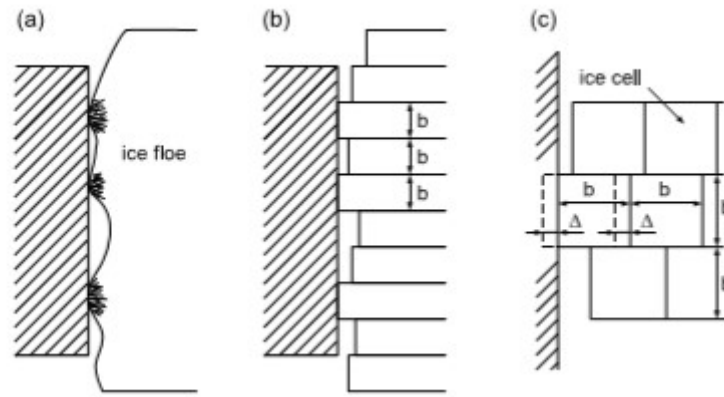
Η επιπλέον μάζα πάγου αντιμετωπίζεται ως μια συμπαγής συνεχής πλάκα πάνω στην επιφάνεια επαφής με πάχος h [15]. Η αλληλεπίδραση γίνεται σε έναν ορισμένο αριθμό μικρών ζωνών, με τοπικές θραύσεις που γίνονται μη ταυτόχρονα σε διαφορετικά σημεία. Με τη μέθοδο αυτή λαμβάνεται υπόψη η μη ομοιογένεια του υλικού καθώς και οι ανομοιογένειες κατά την επαφή. Σε κάθε ζώνη που πραγματοποιείται η αστοχία είναι ανεξάρτητη από τις άλλες, και τα γεγονότα τοπικής θραύσης αντιμετωπίζονται σαν

ξεχωριστά τυχαία φαινόμενα. Στη σύγκρουση υπολογίζεται ένας μεγάλος αριθμός μεμονωμένων φαινομένων αλληλεπίδρασης και το συνολικό φορτίο που ασκεί η κατασκευή προσδιορίζεται αριθμητικά ως ένα σύνολο μεμονωμένων φορτίσεων που προέρχονται από τις εκάστοτε επιμέρους ζώνες αλληλεπίδρασης. Επίσης προσδιορίζονται οι χρονικές μεταβολές της συνολικής δύναμης πρόσκρουσης, της ταχύτητας ροής και της απόστασης που διανύεται από το πάγο κατά τη διάρκεια ενός τυπικού συμβάντος κρούσης.

Όπως προαναφέρθηκε, τα θραυσμένα μέλη του πάγου σπάνε με τυχαίο τρόπο αποκτώντας διάφορα σχήματα και μεγέθη, με αποτέλεσμα η αστοχία να είναι μη ταυτόχρονη. Το χαρακτηριστικό που παρατηρείται στα θρυμματισμένα μέρη είναι ότι όσο μεγαλύτερη πυκνότητα έχουν, θα είναι περισσότερων ετών, και αρκετών μέτρων, έχοντας μεγαλύτερη αντοχή στην αλληλεπίδραση.

Στο πείραμα που μελετάται, το πάχος της μάζας πάγου λαμβάνεται ίσο με 1 m. Σε κάθε ζώνη τα θραύσματα φτάνουν στη κατασκευή και αστοχούν ένα ένα. Όταν αστοχεί μια ζώνη και τα υπολειπόμενα θραύσματα συσσωρεύονται ή βυθίζονται, ένα άλλο κομμάτι φτάνει αμέσως στο μέρος επαφής και ξεκινά μια καινούργια αλληλεπίδραση με την κατασκευή, αστοχώντας σε διαφορετική χρονική στιγμή, κ.ο.κ.

Στη μέθοδο θεωρείται ότι ο πάγος είναι ένα σύνολο από ομαλά συμμετρικά στο σχήμα και ανεξάρτητα μεταξύ τους στοιχεία, σύμφωνα με το Σχήμα 2.13. Κάθε στοιχείο έχει το ίδιο μέγεθος και είναι διαστάσεων $b \times b$ στο οριζόντιο επίπεδο με βάθος h ίσο με το πάχος του πάγου. Η διάσταση b αναφέρεται και στα θραυσμένα κομμάτια καθώς θεωρείται ότι κάθε στοιχείο αστοχεί λόγω της συνιστώσας της αξονικής τάσης, όταν φτάνει την αντοχή θραύσης του πάγου, σ_f . Στη φάση αυτή το στοιχείο έχει μετακινηθεί κατά Δ και η τάση επαφής αυξάνεται με γραμμικό τρόπο από 0 μέχρι τη μέγιστη τιμή (peak value). Αμέσως μετά την αστοχία η τάση επαφής πέφτει στην τιμή σ_c , με την οποία απαλλάσσεται η επιφάνεια από τα υπολείμματα της θραύσης κατά την αστοχία πηγαίνοντας τα προς τα πάνω ή και προς τα κάτω. Το φαινόμενο αυτό είναι απαραίτητο να γίνει επειδή δεν μπορούν να διαφύγουν προς τα πέρα. Η σ_c θεωρείται ότι μένει σταθερή μέχρι τη στιγμή όπου το επόμενο κομμάτι πάγου φτάσει, και επαναληφθεί η διαδικασία. Τέλος, η σ_f και η σ_c για διαφορετικά προσομοιωτικά μέρη πάγου παίρνουν διαφορετικές τιμές και σχετική απόσταση μεταξύ δύο peak loads είναι ίση με b .



Σχήμα 2.13:(a) Ατελής-ανομοιογενής επιφάνεια επαφής του πάγου και της κατασκευής, (b) ιδανική θεώρηση της επιφάνειας επαφής για διευκόλυνση της προσομοίωσης, (c) λεπτομερής όψη του πάγου και διευκρινήσεις κατά τη διείδυση [15].

Το μοντέλο βασίζεται σε τρεις βασικές παραμέτρους:

- τη μετακίνηση Δ που πραγματοποιεί το κάθε στοιχείο πάγου μήκους b ,
- την αξονική παραμόρφωση ϵ_f η οποία αντιστοιχεί στην ψαθυρή αστοχία, και
- τα μεγέθη σ_f και σ_c , με το σ_f να είναι η πιο σημαντική παράμετρος.

Γνωρίζουμε ότι η μηχανική θραύσεων εξαρτάται από την κλίμακα που χρησιμοποιείται, και αυτό ισχύει και στην περίπτωση του πάγου [15]. Συνεπώς η τάση στη ψαθυρή αστοχία εξαρτάται από τη γεωμετρία, τη μορφή και πώς κατανέμονται οι ρωγμές και τα σπασίματα στο υλικό. Είναι σημαντικό να επισημανθούν οι διαφορές στη κλίμακα από cm μέχρι και σε km με τη συνιστώσα της δύναμης αστοχίας του πάγου να ελαττώνεται, όσο αυξάνεται η επιφάνεια επαφής A , σύμφωνα με τη συναρτησιακή σχέση:

$$\sigma_f \propto A^{-\beta}, \text{ με } \frac{1}{4} \leq \beta \leq \frac{1}{2} \quad (2.9)$$

για μικρή κλίμακα $A \leq 0,1m^2$ ενώ για μεγάλες κλίμακες $A \geq 10^3m^2$. Στη συγκεκριμένη περίπτωση λαμβάνεται η τιμή $\beta = \frac{1}{4}$. Η σχέση που προκύπτει για τα σ_f , A είναι:

$$\sigma_f = \sigma_f^* * \left(\frac{A}{A_0}\right)^{-\frac{1}{4}} \quad (2.10)$$

όπου A_0 είναι η αναφερόμενη επιφάνεια επαφής και είναι ίση με $1 m^2$, και $\sigma_f^* = 1.66$ MPa η κανονικοποιημένη τάση αστοχίας. Η παραπάνω εξίσωση είναι για τις μέγιστες

δυσμενείς τιμές της σ_f . Ωστόσο από μελέτες στην Ανταρκτική [15] βρέθηκε ότι υπάρχει απόκλιση στις τιμές αυτές και είναι διαφορετική κάθε φορά. Για πάγο ενός έτους, ο οποίος είναι και ο συνήθης, η απόκλιση είναι γύρω στο 45% και για το πείραμα βρέθηκε ότι είναι της τάξης του 50%. Η σ_c , προτείνεται να είναι γύρω στα 0.05 MPa για πολυετή πάγο με 10m πάχος, ενώ για λεπτότερο $\sigma_c = 0.02$ MPa με 50% απόκλιση. Για την ε_f :

$$\Delta = \varepsilon_f * b \quad (2.11)$$

με $\varepsilon_f = 0.002$ έως 0.007 για πάγο σχετικής μορφής με το πείραμα.

Η κίνηση του πάγου πραγματοποιείται στον άξονα x και στον άξονα αυτό μετريέται η απόσταση πάγου-κατασκευής για κάθε χρονική στιγμή. Στην πρώτη επαφή $x=0$, $t=t_0$ και το x αλλάζει καθώς ο πάγος διεισδύει σταδιακά στο τείχος επαφής του πασσάλου. Οι προσεγγίσεις και οι υποθέσεις που λήφθηκαν είναι κατά σειρά οι εξής:

- έχοντας αρχική γεωμετρία, τις διαστάσεις και το πάχος h του πάγου, διακριτοποιείται σε μέρη διαλέγοντας το μέγεθος b να είναι κοντά στο h . Στη συνέχεια η μάζα m υπολογίζεται, με τη μάζα του υποκείμενου νερού να αμελείται.
- Για κάθε διακεκριμένη ζώνη επαφής δίνεται μια ξεχωριστή στοχαστική θεώρηση του φορτίου με τιμές αστοχίας για τη τάση, την απόσταση μεταξύ των μέγιστων δυσμενών τιμών και τα συνεχόμενα μέγιστα της τάσης στην αστοχία. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν τυχαίοι αριθμητικοί generators.
- Σε κάθε βήμα υπολογισμού για $t > t_0$ η επιπλέον μάζα πάγου υπόκειται μια μικρή επιμήκυνση δx , όπου είναι περίπου το $\frac{1}{10}$ με $\frac{1}{20}$ του Δ ($\Delta = \varepsilon_f * b$). Για κάθε τιμή x υπάρχει μια τοπική τάση σ λόγω φορτίου και διαφέρει για κάθε ζώνη. Όλες μαζί οι τοπικές τάσεις, πολλαπλασιασμένες με τις επιφάνειες επαφής δίνουν τη συνολική δύναμη F , σε δοσμένη θέση x .
- Θεωρώντας ότι για μια δοσμένη μετατόπιση βήματος k ($k=1,2,3..$) η δύναμη αλληλεπίδρασης F_k είναι σταθερή και το έργο για απόσταση δx είναι $F_k * \delta x$. Η ολική κινητική ενέργεια του πάγου μειώνεται λόγω μείωσης της ταχύτητας από την τιμή u_{k-1} στην u_k και ισχύει:

$$u_k^2 = u_{k-1}^2 - \frac{2 * F_k}{m} * \delta x \quad (2.12)$$

όπου $k=1,2,3..$ και $u_0 = u(t_0) = u(x = 0)$.

- Υποθέτοντας ότι η ταχύτητα μεταβάλλεται γραμμικά για κάθε βήμα, ο χρόνος δt θα είναι:

$$(\delta t)_k = \frac{2 \cdot \delta x}{u_{k-1} + u_k} \quad (2.13)$$

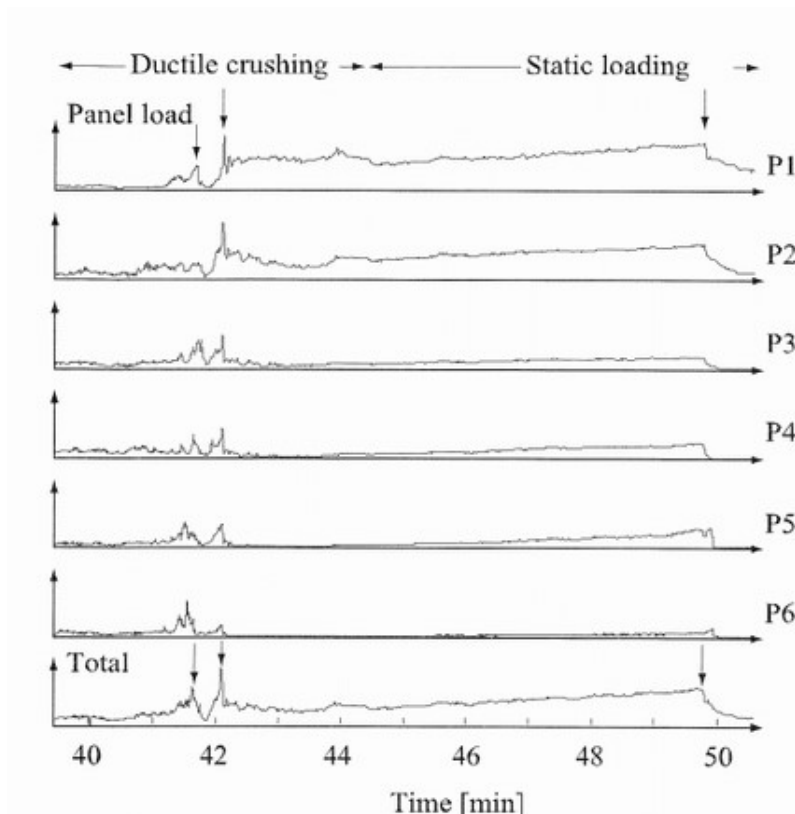
Για κάθε ζώνη επαφής που έχει μια υπόθεση βρίσκεται η μέγιστη δύναμη F και μετά προσομοιώνοντας έναν μεγάλο αριθμό από αποτελέσματα βρίσκονται οι κατανομές πιθανότητας για τα μέγιστα φορτία F .

2.3.2: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Με την βοήθεια των επιστημονικών έργων STRICE, LOLEIF ο φάρος Norströmsgrund μελετήθηκε για την μέτρηση φορτίων που δέχεται ο πάγος [1]. Ο φάρος είναι μια κυλινδρική κατασκευή με διάμετρο $D=7.6$ m. Κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, τα φορτία του πάγου υπολογίστηκαν απευθείας από εννέα πάνελ φορτίου καλύπτοντας 162° της περιμέτρου της στάθμης της θάλασσας. Στη συνέχεια τα φορτία μετρήθηκαν μέσω επιταχυνσιόμετρων, ταχύμετρων και μετρητών κλίσης. Ένας από τους σημαντικότερους σκοπούς του πειράματος ήταν να υπολογιστεί η επίδραση παραμέτρων όπως το πάχος του πάγου, η ταχύτητα του ανέμου, και οι θερμοκρασίες του αέρα στα φορτία του πάγου. Το πάχος του πάγου μετρήθηκε με τη συσκευή Laser/EM. Επιπλέον, συνεχόμενες καταγραφές από τέσσερα βίντεο σε διαφορετικές κάμερες απεικονίζουν με λεπτομέρεια τι συνέβη καθ' όλη τη διάρκεια των μετρήσεων, καταγράφοντας από τέσσερις διαφορετικές οπτικές γωνίες.

Η αλατότητα του πάγου κυμαίνεται μεταξύ 0.2 με 0.6 ppt. Η θερμοκρασία του ακολουθεί μια γραμμική κατανομή όταν ο καιρός είναι κρύος, έως μια σχεδόν σταθερή θερμοκρασία κοντά σε αυτήν του νερού (-0.1°C) όταν ο καιρός είναι θερμός [1].

Από τις καταγραφές των βίντεο τις χρονολογίες 2002 και 2001 στον φάρο, δύο διακριτές περιόδους επιλέχθηκαν: από 28 Φεβρουαρίου και από 31 Μαρτίου αντίστοιχα. Στη συνέχεια από τις δύο μέρες επιλέχθηκαν 14 φαινόμενα-διαστήματα για εκτενή ανάλυση, 10 από την πρώτη μέρα και 4 από τη δεύτερη. Ο στόχος ήταν να διακρίνεται η παρουσία διαφορετικών ειδών αστοχίας και πώς το πλάτος του φάρου που έρχεται σε επαφή με τον πάγο αλλάζει κάθε φορά, λόγω διαφορετικής αστοχίας. Η εστίαση έγινε σε δύο μορφές αστοχίας: την ταυτόχρονη και μη ταυτόχρονη αστοχία.



Σχήμα 2.14: Φορτία από θραύση πάγου διάρκειας ενός λεπτού με μέγιστα-peak φορτία που συνέβησαν σχεδόν ταυτόχρονα. Το γεγονός συνέβη στις 17:40, την 28^η Φεβρουαρίου 2002. Η ταχύτητα πάγου είναι $u=2$ m/s, το πάχος του $h=0.58$ m. ($u/h=0.35$ 1/s) [1].

Στο παραπάνω Σχήμα 2.14, τα γειτονικά πάνελ P1 έως P6 έχουν διαστάσεις 1.2 m πλάτος x 1.5 m ύψος. Η εικόνα δείχνει αρχικά μη ταυτόχρονη αστοχία. Το κατώτατο διάγραμμα (Total) είναι το διανυσματικό άθροισμα των φορτίων των μεγάλων πάνελ. Κάποια μέγιστα φορτία συμβαίνουν ταυτόχρονα και ύστερα 4 διακριτά γεγονότα έχουν ταυτόχρονη αστοχία για 4 διαφορετικά πάνελ. Για το λόγο αυτό θεωρήθηκε ότι η αστοχία είναι «σχεδόν» ταυτόχρονη.

Μια τυπική εικόνα από την ανάλυση είναι η μετάβαση από ψαθυρή σε όλκιμη αστοχία λόγω ταχύτητας του ρεύματος και πάχους του πάγου. Για u/h από 0.33 έως 0.5 1/s παρατηρήθηκε μη ταυτόχρονη αστοχία, και για μικρότερες τιμές, όπου $u/h=0$ ($u/h=0.063$ 1/s), υπήρξε ταυτόχρονη αστοχία έχοντας σε αυτή τη περίπτωση στατική φόρτιση και όλκιμο τρόπο θραύσης.

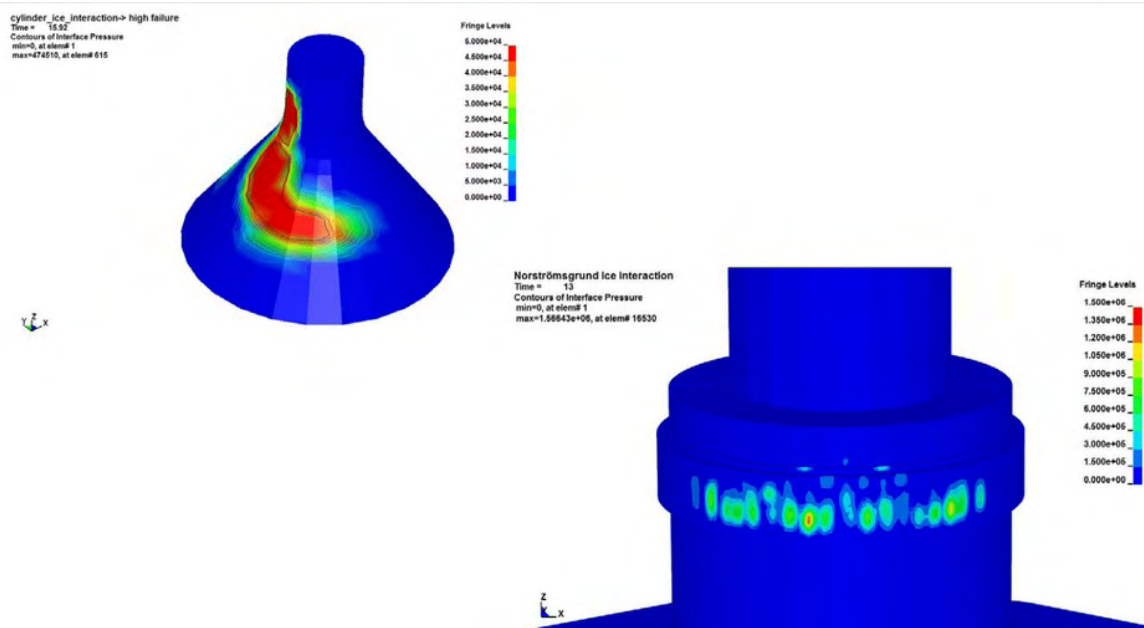
Μια τυπική ταυτόχρονη αστοχία αποτυπώθηκε έχοντας διάρκεια 10 λεπτών με τον πάγο να είναι 1.2 μέτρων στο πλάτος με μεγάλη σχετικά πυκνότητα. Η αστοχία ήταν αρχικά όλκιμη θραύση με μικρή ταχύτητα ($u=0$ m/s) με το φορτίο ελαφρώς να

αυξάνεται. Και στα 6 διαφορετικά πάνελ που υπήρχαν τα μέγιστα φορτία συνέβησαν ταυτόχρονα.

Τα παραπάνω σενάρια που παρουσιάζονται, δείχνουν ότι η μορφή αστοχίας αλλάζει σημαντικά εξαιτίας του λόγου u/h . Για τιμές 0.35 1/s και 0.042 1/s παίρνουμε ψαθυρή/σχεδόν ταυτόχρονη αστοχία και όλκιμη/ταυτόχρονη αστοχία αντίστοιχα. Για σημεία όπου η ταχύτητα είναι μεγάλη και ο πάγος είναι λεπτός η αστοχία είναι ψαθυρή και μη ταυτόχρονη, και η ολική ονομαστική πίεση είναι σχετικά χαμηλή. Το πλάτος της κατασκευής που έρχεται σε επαφή με τον πάγο D_{eff} είναι πάντα μικρότερο από το ονομαστικό πλάτος D .

Από την άλλη πλευρά, στον φάρο Norströmsgrund [1] όταν ο πάγος έχει μικρό πάχος ή και μεγάλη ταχύτητα, η αστοχία που συμβαίνει είναι σχεδόν ταυτόχρονη. Το γεγονός αυτό έρχεται σε αντίθεση με την θεωρητική προσέγγιση, η οποία θεωρεί ανεξάρτητη την αστοχία από τις παραμέτρους αυτές όταν D/h ισούται με τη μονάδα. Μια εξήγηση για την σχεδόν ταυτόχρονη αστοχία είναι το μέγεθος των ζωνών υψηλής πίεσης και το γεγονός ότι στην πραγματικότητα $D/h \neq 1$.

Βασιζόμενοι σε μεγάλης κλίμακας μετρήσεις πάνω σε δύσκαμπτες κατασκευές, τις περισσότερες φορές πραγματοποιείται μη ταυτόχρονη αστοχία. Όπως στο Σχήμα 2.15 που αφορά κωνική κατασκευή, τα φορτία δεν είναι ομοιόμορφα, με αποτέλεσμα να είναι διαφορετικές οι τάσεις ανά περιοχή. Στη συγκεκριμένη ανάλυση η σχεδόν ταυτόχρονη αστοχία συνέβη προσεγγιστικά στο 40% του πλάτους της κατασκευής και η ταυτόχρονη αστοχία έγινε έχοντας ψαθυρή θραύση, αρχικό χτύπημα και στατική φόρτιση.



Σχήμα 2.15: Τοπικές πιέσεις στον κώνο λόγω θραύσης του πάγου [6].

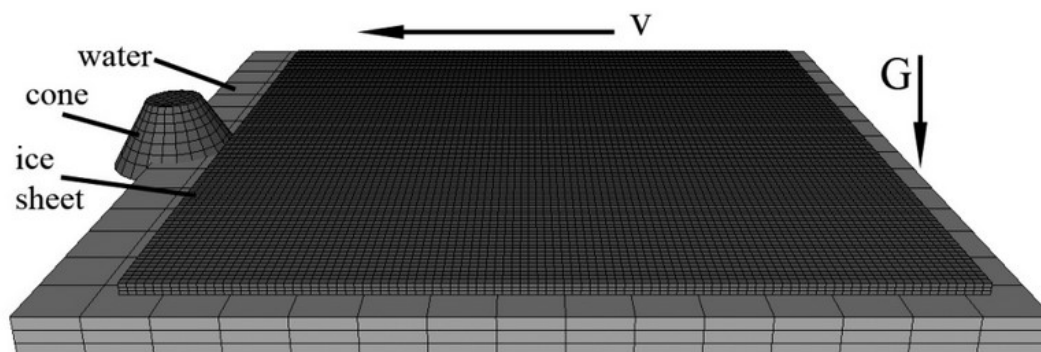
Εδώ και δεκαετίες ήταν γνωστό ότι η υψηλή ταχύτητα πάγου προκαλεί ψαθυρή αστοχία και η χαμηλή αστοχία λόγω ερπυσμού. Τα αποτελέσματα του πειράματος δείχνουν ότι το D_{eff} μπορεί να μειωθεί λόγω πρόβλεψης των φορτίων κατά την αλληλεπίδραση, επειδή η μη ταυτόχρονη θραύση θα ελαττώσει την ονομαστική πίεση όταν το πλάτος της κατασκευής αυξηθεί. Ακόμη, πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή η μείωση του κατασκευαστικού πλάτους.

2.3.3: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΤΡΙΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Το άρθρο [2] αφορά την αριθμητική προσομοίωση που έγινε για την επιθυμητή γωνία κώνου, όταν ο κώνος τοποθετείται για να μετριάσει τις δυνάμεις του πάγου σε μια offshore κατασκευή. Η ανάλυση ασχολείται κυρίως με τις τάσεις και τις παραμορφώσεις που αποκτούν τα συστατικά μέρη του πειράματος κατά την αστοχία. Πριν τη προσομοίωση του μοντέλου εισάχθηκαν η πυκνότητα, το μέτρο ελαστικότητας και ο δείκτης Poisson και για τα τρία συστατικά στοιχεία της αλληλεπίδρασης, δηλαδή τον κώνο, την επιπλέον μάζα πάγου και το νερό στο οποίο επιπλέει. Η διαδικασία της προσομοίωσης είχε ως εξής: Αρχικά επιλέχθηκαν τα στοιχεία, τα υλικά και η γεωμετρία μαζί με τις μονάδες, και ύστερα προσδιορίστηκαν οι συνθήκες στήριξης, φορτίσεων και μετατοπίσεων. Το μοντέλο είναι μια απλοποιημένη εκδοχή ενός πασσάλου μιας MUQ πλατφόρμας και παρουσιάζεται μόνο ο ανώτερος κώνος. Μοντελοποιείται ως ένα άκαμπτο σώμα με τμήματα που έχουν δεσμευμένους τους

βαθμούς ελευθερίας του. Η κατώτατη και η ανώτατη ακτίνα μένουν σταθερές στα 2 m και 0.835 m αντίστοιχα καθώς γωνία και ύψος ποικίλλουν.

Τα προγράμματα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα ANSYS και LS-DYNA, και η προσομοίωση έγινε εξολοκλήρου στο LS-DYNA, όπως παρουσιάζεται στο παρακάτω Σχήμα 2.16:



Σχήμα 2.16: Το μοντέλο της αλληλεπίδρασης όπως προσομοιώνεται στο λογισμικό LS-DYNA [2].

Η μάζα του πάγου έχει διαστάσεις 20x20x0.3 m και θεωρείται γραμμικό ισότροπο ελαστικό στερεό που έχει επιτάχυνση 9.8 m/s^2 στον άξονα z ώστε να προσομοιώσει την βαρύτητα.

Για το θαλασσινό νερό επιλέγονται διαστάσεις 23x22x1 m και προσομοιώνεται ως ένα άκαμπτο σώμα στερεό κάτω από τον πάγο, όπου περιορίζεται σε όλους τους βαθμούς ελευθερίας.

Ο πάγος διακριτοποιήθηκε σε ένα στοιχείο 100x100x3 από την επιλογή element mesh, κάνοντας το μέγεθος 0.2x0.2x0.1 m.

Τα είδη στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν ήταν SOLID164 και SHELL163. Αφού καθορίστηκαν οι επαφές μεταξύ του πάγου και του νερού καθώς και μεταξύ του πάγου και του κώνου έγινε η δοκιμή του μοντέλου. Οι προσομοιώσεις έτρεξαν για 0.1 sec η καθεμία με data output κάθε 0.002 sec.

Από την αρνητική μέγιστη περιφερειακή δύναμη στην κορυφή φαίνεται ότι το περιφερειακό σπάσιμο ξεκίνησε στο κάτω μέρος του στρώματος του πάγου (Σχήμα 2.17).



Σχήμα 2.17: Φωτογραφία από βίντεο που καταγράφει μεγάλης κλίμακας πείραμα, με την περιφερειακή θραύση στον πάγο να φαίνεται λεπτομερώς, έναντι κωνικής κατασκευής [2].

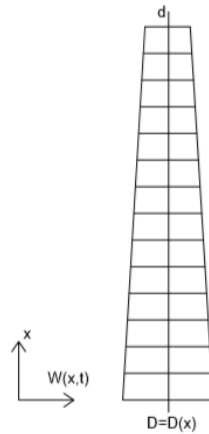
Καθώς γίνονταν δοκιμές για την φόρμουλα του μοντέλου βρέθηκε ότι υπάρχει έλλειψη για τα συστατικά ενός μοντέλου που προσομοιώνει θαλάσσιο πάγο στο ANSYS και στο LS-DYNA. Άρα κατά τις προσομοιώσεις τα σπασίματα δεν παίρνουν κάποια φόρμα αλλά πρέπει να θεωρηθεί ότι την λαμβάνουν, όταν οι κατάλληλες τάσεις υπερβούν την τάση διαρροής. Το φαινόμενο αυτό ισχύει και για τις δύο τάσεις, δηλαδή ακτινικές και περιφερειακές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΜΕΛΕΤΟΥΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

Τα τρία χαρακτηριστικά πειράματα του Κεφάλαιου 2 χρησιμοποιήθηκαν έχοντας ως στόχο την κατανόηση της λειτουργίας μιας υπεράκτιας κατασκευής που δέχεται δυναμικές φορτίσεις λόγω των κυμάτων και παράλληλα αλληλεπιδρά με επιπλέουσες μάζες πάγου. Στο πρώτο πείραμα η κατασκευή ήταν άκαμπτη και κυλινδρική, και το δεύτερο βασίστηκε σε μετρήσεις στο φάρο Norströmsgrund [1]. Στο τρίτο πείραμα έγινε προσομοίωση σε μια κυλινδρική κατασκευή όπου έχει κωνικό σχήμα στη βάση της ώστε να ελαττώνονται τα φορτία του πάγου.

Το αναλυτικό μοντέλο που θα εφαρμοσθεί στην παρούσα εργασία προσομοιώνει την κατασκευή ως ένα κατακόρυφο πρόβολο. Ο πρόβολος με μέτρο ελαστικότητας E , ροπή αδράνειας I και μάζας m ανά μονάδα μήκους είναι κυλινδρικής διατομής με συγκεντρωμένη μάζα M στο ελεύθερο άκρο του και περιστροφική αδράνεια J , λαμβάνοντας με τον τρόπο αυτό υπόψη το μέρος της κατασκευής πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας (αντλητικό συγκρότημα, γερανοί, εξοπλισμός κλπ.). Η βάση του θεωρείται πακτωμένη στο βυθό της θάλασσας. Η διατομή του είναι μεταβλητή, Σχήμα 3.1, με αυξανόμενη μορφή όσο προχωράμε από πάνω προς τα κάτω. Ωστόσο στην επίλυση της εξίσωσης κίνησής του θεωρείται για την διατομή, και άρα για την ροπή αδράνειας μια μέση τιμή, όπου είναι σταθερή και ανεξάρτητη της θέσης πάνω στην κατασκευή. Μια τέτοια απλουστευτική προσέγγιση έχει αποδειχθεί ότι δίδει αξιόπιστα αποτελέσματα, και έχει κατά κόρον εφαρμοστεί σε δυναμικές αναλύσεις ανεμογεννητριών, τόσο επίγειων όσο και υπεράκτιων.

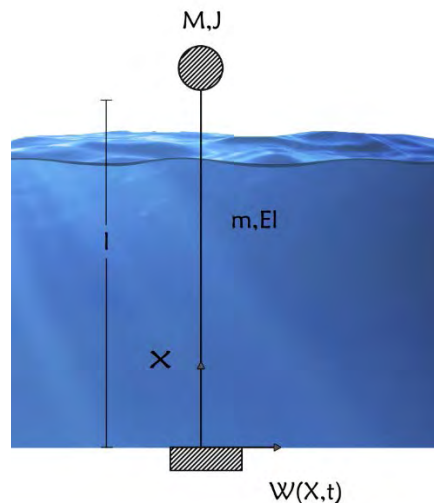


Σχήμα 3.1: Ο πρόβολος που προσομοιώνει την κατασκευή. Η διατομή του χωρίζεται σε νοητά μέρη με διαφορετική αυξανόμενη διάμετρο κατά βάθος.

Συνεπώς για τη ροπή αδράνειας I του προβόλου και για την μάζα του m ισχύουν τα εξής:

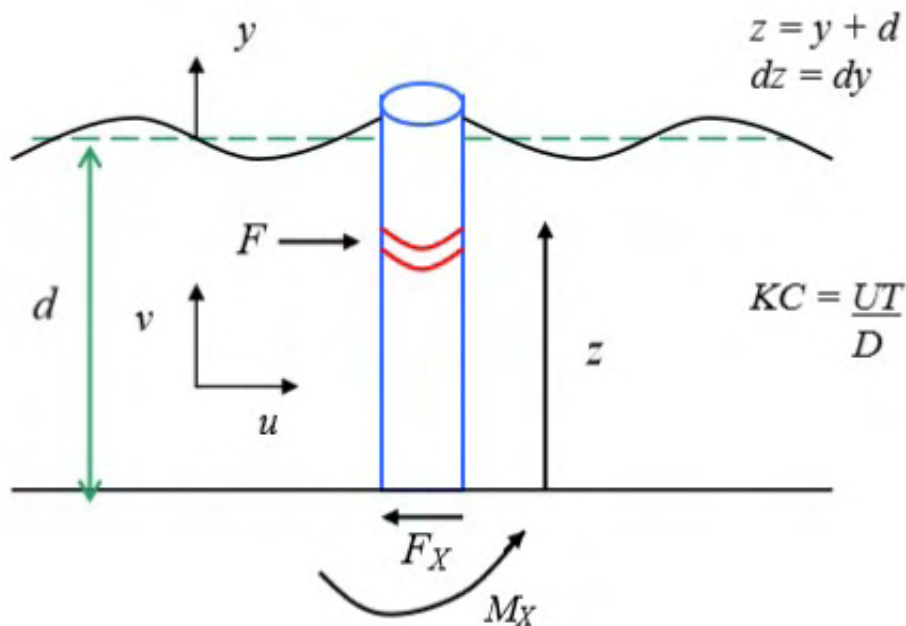
$$I = I_{mean} = \sum_{i=1}^n I_{i,middle} \quad \text{και} \quad m = m_{mean} = \sum_{i=1}^n m_{i,middle} \quad (3.1)$$

Θεωρούμε ότι η μάζα πάνω από τη θάλασσα είναι συγκεντρωμένη στο άνω ελεύθερο άκρο του προβόλου, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.2. Η μάζα είναι μεγέθους M και έχει περιστροφική αδράνεια J .



Σχήμα 3.2: Το μοντέλο προσομοίωσης για την υπεράκτια κατασκευή. Ο κατακόρυφος άξονας x βρίσκεται κατά μήκος του προβόλου και το οριζόντιο βέλος κάμψης w εξαρτάται από τη θέση x του προβόλου και την κάθε χρονική στιγμή t .

Σύμφωνα με το Κεφάλαιο 1, ο κυματισμός που προκαλεί τη δυναμική καταπόνηση στην κατασκευή είναι απλός γραμμικός με βάση τη θεωρία Airy και ακολουθεί την εξίσωση Morison 1.33. Η μέθοδος έχει δείξει ότι είναι αρκετά αξιόπιστη σε προβλήματα όπου τα πλάτη των κυματισμών είναι πεπερασμένα, όπως οι κυματισμοί που εμφανίζονται σε εργαστηριακά πειράματα. Ωστόσο η δυναμική ανάλυση πλατφόρμας είναι σε σημαντικό βαθμό ανεξάρτητη από την συγκεκριμένη θεωρία και οποιαδήποτε διαδικασία μπορεί να προσδιορισθεί από τις σειρές Fourier. Τα δυναμικά φορτία λόγω της θάλασσας είναι της μορφής $F_M(x, t)$, δηλαδή παίρνουν τιμές συναρτήσεων της θέσης x και του χρόνου t , και εφαρμόζονται κατά μήκος της κατασκευής από το σημείο που βρίσκεται η στάθμη του νερού μέχρι τη βάση του προβόλου. Η δύναμη του πάγου είναι συναρτήσεων του χρόνου, δηλαδή είναι της μορφής $F_{ice}(t)$ και ασκείται στον πρόβολο στο σημείο όπου προσκρούει ο πάγος, πάνω δηλαδή από την στάθμη της θάλασσας. Και τα δύο είδη δυνάμεων αθροιστικά, $F_M(x, t)$ και $F_{ice}(t)$ προκαλούν μια ολική δύναμη $F_x(x, t)$ καθώς και την ροπή M_x , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.3:



Σχήμα 3.3: Οι κυματικές δυνάμεις $F = F_M(x, t)$ άνα μέτρο πλάτους σύμφωνα με τον Morison.

Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας προσμετρούνται εξίσου και η συρτική και η αδρανειακή δύναμη και προστίθεται επιπλέον η δύναμη του πάγου.

Όσον αφορά τις δυνάμεις του πάγου ισχύουν οι παρακάτω παραδοχές. Για να μελετηθεί η επίδραση του πάγου σε μια κατασκευή είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε μεγέθη όπως

η ταχύτητα του πάγου, η γεωμετρία του, καθώς και τα χαρακτηριστικά του ως υλικό. Μια επιπλέον μάζα πάγου που βρίσκεται στην επιφάνεια της θάλασσας ταξιδεύει συνήθως με ταχύτητα από 1-7% της ταχύτητας του ανέμου [17]. Σε μια μάζα πάγου, η αναλογία του κομματιού που βρίσκεται πάνω από το νερό σε σχέση με αυτό που βρίσκεται από κάτω είναι συνήθως 1:2, αλλά μπορεί και να ποικίλλει από 1:1 έως και 1:7. Θεωρώντας τις συνήθεις περιεκτικότητες σε Na_2SO_4 , ο πάγος έχει μια αντοχή σε θλίψη-θραύση από 200 έως 400 psi, η οποία ποικίλλει ανάλογα με τη συγκέντρωση άλατος και το μέγεθος του φορτίου του πάγου που αλληλεπιδρά με την κατασκευή. Στη συγκεκριμένη μελέτη θεωρείται πως ο πάγος και το θαλασσινό νερό έχουν τις εξής τιμές:

	Πάγος	Νερό
Πυκνότητα ρ (kg/m^3)	960	1026
Μέτρο ελαστικότητας E (Pa)	1^{E9}	2.1^{E11}
Δείκτης Poisson ν	0.27	0.3

Σύμφωνα με το Αμερικανικό Ινστιτούτο Πετρελαίου (1979-1997) [17], η εξίσωση που προτείνεται για τον υπολογισμό της οριζόντιας δύναμης F_h που ασκείται στις κατασκευές λόγω του πάγου, έχει την εξής μορφή:

$$F_h = C_i * \sigma_{ci} * A_0 \quad (3.2)$$

όπου ο συντελεστής C_i αφορά το μέγεθος της τιμής του φορτίου του πάγου και παίρνει τιμές από 0.3 έως 0.7, το σ_{ci} είναι η αντοχή σε θλίψη του πάγου και A_0 είναι το εμβαδό-επιφάνεια της κατασκευής που βρίσκεται σε αλληλεπίδραση με τον πάγο. Στην παρούσα διπλωματική εργασία ακολουθείται η Εξίσωση 3.2 και εφαρμόζοντας τα παραπάνω προκύπτει εύλογα πως η γεωμετρία του κυλίνδρου λειτουργεί ευνοϊκά για την κατασκευή ώστε να προκαλείται η ελάχιστη δυνατή καταπόνηση.

Ωστόσο εκτός από την επίδραση του πάγου, υπάρχουν και άλλοι δυσμενείς παράγοντες για την κατασκευή, όπως είναι η ανυψωτική δύναμη στο κατάστρωμα λόγω της πλευστότητας του συσσωρευμένου πάγου που συνδέεται με τη κατασκευή στο σημείο που βρίσκεται η στάθμη του νερού. Το βάρος του πάγου κυμαίνεται από 0.89 έως 0.92 και παρ'όλο που η ανυψωτική αυτή δύναμη μπορεί να αντισταθμιστεί από την

συσσώρευση του πάγου, η δύναμη αυτή αυξάνει τα φορτία ανέμου, εξαιτίας της αύξησης της επιφάνειας που βρίσκεται εκτεθειμένη. Επιπλέον όταν συσσωρεύεται ο πάγος στις κολώνες της κατασκευής αυξάνονται τα κυματικά φορτία για τον ίδιο λόγο. Ο πάγος προκαλεί και τριβή σε διάφορες μορφές. Χαρακτηριστικές μορφές είναι η επαναλαμβανόμενη κυκλική κατάψυξη και η απόψυξη, φαινόμενα τα οποία είναι συνήθη στις offshore κατασκευές και λαμβάνουν χώρα λόγω της επέκτασης του παγωμένου νερού σε θραύσματα, πόρους και τριχοειδείς κοιλότητες. Ένα μέρος από το παγιδευμένο αυτό νερό, είναι η απαραίτητη υπέρβαση για να ενυδατωθεί το τσιμέντο και μπορεί να ελαχιστοποιηθεί εάν γίνει η κατάλληλη επιλογή των συστατικών που θα αναμειχθούν στο σκυρόδεμα.

Οι ιδέες από τέτοιου είδους έρευνες ήδη εφαρμόζονται για την σχεδίαση υπεράκτιων κατασκευών στις Αρκτικές περιοχές, ώστε να μετριάσουν την ευαισθησία που παρουσιάζουν όταν βρίσκονται αντιμέτωπες με δυνάμεις του πάγου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΟΣ

4.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Η αλληλεπίδραση της κατασκευής με τον πάγο και τις κυματικές φορτίσεις προσεγγίζεται ως μια γραμμικοποιημένη ανάλυση εξαναγκασμένης ταλάντωσης χωρίς απόσβεση. Η κατασκευή, όπως έχει αναφερθεί, είναι ένας μεταλλικός ομοιόμορφος πρόβολος με μεταβλητή κυλινδρική διατομή. Στο ελεύθερο άκρο του βρίσκεται μια συγκεντρωμένη μάζα M με περιστροφική αδράνεια J , η οποία αντιπροσωπεύει την πλατφόρμα μιας offshore κατασκευής. Οι κολώνες, αντίστοιχα, της offshore κατασκευής λειτουργούν όπως ο μεταλλικός πρόβολος του μοντέλου. Ο όρος ομοιόμορφος χρησιμοποιείται για να δηλώσει τη μέση μάζα ανά μήκος καθώς και την μέση ροπή αδρανείας του προβόλου, που χρησιμοποιούνται ως αντιπροσωπευτικά μεγέθη για κάθε σημείο κατά μήκος του.

Η εξίσωση κίνησης του προβόλου, είναι μια μερική διαφορική εξίσωση, μη ομογενής ως προς δύο μεταβλητές, τη θέση x που αναφερόμαστε κάθε φορά κατά μήκος του προβόλου, και την κάθε χρονική στιγμή t :

$$EIw''''(x, t) + m\ddot{w}(x, t) = F_{ice}(t) + F_M(x, t) \quad (4.1)$$

όπου

E, I είναι το μέτρο ελαστικότητας και η ροπή αδράνειας του προβόλου, σε (KN/m^2) και (m^4) αντίστοιχα.

$w(x, t)$: η απόκριση του συστήματος συναρτήσει των μεταβλητών x, t σε m .

$F_{ice}(t)$: η δύναμη του πάγου, σε kN .

$F_M(x, t)$: η δύναμη Morison, σε kN/m .

Οι τόνοι αναφέρονται σε μερική παράγωγο ως προς τη θέση και οι τελείες για μερική παράγωγο ως προς το χρόνο. Για να επιλυθεί η μέθοδος ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται παρακάτω.

Για να βρεθεί η απόκριση του συστήματος, αρχικά, θεωρείται ότι δεν υπάρχει εξωτερική φόρτιση στον πρόβολο ώστε λυθεί με την μέθοδο χωριζομένων μεταβλητών. Άρα η διαφορική εξίσωση γράφεται:

$$EIw''''(x, t) + m\ddot{w}(x, t) = 0 \quad (4.2)$$

Η Εξίσωση 4.2 διέπει την ελεύθερη καμπτική ταλάντωση (free flexural vibration) μιας δοκού σταθερής διατομής, όπως και έχουμε στην παρούσα εργασία. Γενικότερα, η ελεύθερη ταλάντωση είναι μια περιοδική κίνηση κατά την οποία δεν υπάρχει φόρτιση ή κάποιο διεγερτικό αίτιο τόσο στο άνοιγμα όσο και στα άκρα της δοκού, και συγκεκριμένα του προβόλου. Η λύση της εξίσωσης με βάση τα προηγούμενα θα έχει τη μορφή χωριζομένων μεταβλητών, δηλαδή:

$$w(x,t) = X_n(x) * T_n(t) \quad (4.3)$$

όπου:

$X(x)$: η επονομαζόμενη συνάρτηση σχήματος (shape function) του προβόλου που είναι αδιάστατη.

$T(t)$: η συνάρτηση χρόνου (time function) όπου έχει διαστάσεις μήκους στον προκειμένη περίπτωση.

Αναφορικά με την αναζήτηση λύσεων της μορφής όπως στην Εξ. 4.3 είναι σημαντικό να τονιστούν τα παρακάτω, καθώς το αναλυτικό μοντέλο ανήκει σε ιδιάζουσα περίπτωση.

Σε περίπτωση προβλημάτων που συνδέονται με συνήθεις διαφορικές εξισώσεις κατά κανόνα βρίσκουμε τη γενική λύση που περιλαμβάνει αυθαίρετες σταθερές και ακολούθως λαμβάνουμε την ειδική λύση του συγκεκριμένου προβλήματος προσδιορίζοντας τις αυθαίρετες σταθερές μέσω των συνοριακών ή αρχικών συνθηκών του προβλήματος [11]. Όταν έχουμε διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους η διαδικασία αυτή είναι σπάνια εφαρμόσιμη, καθώς η γενική λύση βοηθά ελάχιστα στην εύρεση της ειδικής λύσης που συνδέεται με κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα. Αντίθετα, σε πολλές περιπτώσεις μπορούν να βρεθούν οι ειδικές λύσεις μιας διαφορικής εξίσωσης που ικανοποιούν οι δοθείσες συνοριακές και αρχικές συνθήκες. Ακολούθως, οι λύσεις αυτές μπορούν να συνδυαστούν κατάλληλα, ώστε να επιτευχθεί η λύση του συγκεκριμένου φυσικού προβλήματος με το οποίο συνδέονται. Στα πλαίσια αυτής της

διαδικασίας γίνεται η αναζήτηση ειδικών λύσεων της μορφής της Εξ. 4.3 που αποτελούν γινόμενο συναρτήσεων, κάθε μια των οποίων περιέχει μια μόνο μεταβλητή.

Ο πρόβολος είναι αρχικά σε ηρεμία και έχει μηδενικές αρχικές συνθήκες. Οι συνοριακές συνθήκες συνεπώς θα είναι:

$$w(0, t) = 0$$

$$w'(0, t) = 0$$

$$-EIw''(l, t) - J\ddot{w}'(l, t) = 0$$

$$-EIw'''(l, t) + M\ddot{w}(l, t) = 0 \quad (4.4)$$

Για μια ελεύθερη ταλάντωση χωρίς διεγερτικό αίτιο, μπορούμε να υποθέσουμε ότι:

$$w(x, t) = X_n(x)e^{i\omega_n t} \quad (4.5)$$

όπου ω_n είναι οι ιδιοσυχνότητες του προβόλου και i είναι ο μιγαδικός αριθμός, όπου $i^2 = -1$. Αντικαθιστώντας την Εξ. 4.5 στην Εξ. 4.2 βρίσκουμε:

$$X_n''''(x) - k_n^4 X_n(x) = 0, \quad \text{με } k_n^4 = \frac{m\omega_n^4}{EI} \quad (4.6)$$

Ομοίως, βάζοντας τις συνοριακές συνθήκες στην ομογενή Εξίσωση κίνησης 4.4 προκύπτει:

$$X_n(0) = 0$$

$$X_n'(0) = 0$$

$$X_n'''(l) + \rho k_n^4 X_n(l) = 0 \quad \left(\rho = \frac{M}{m}\right)$$

$$X_n''(l) - \varphi k_n^4 X_n'(l) = 0 \quad \left(\varphi = \frac{J}{m}\right) \quad (4.7)$$

Το αόριστο ολοκλήρωμα της διαφορικής εξίσωσης ως προς τη συνάρτηση σχήματος είναι της μορφής:

$$X_n(x) = A_n \sin k_n x + B_n \cos k_n x + C_n \sinh k_n x + D_n \cosh k_n x \quad (4.8)$$

και είναι η συνάρτηση σχήματος της n -οστής ιδιομορφής. Απο τις συνοριακές συνθήκες που διαθέτουμε για τις παραγώγους της X_n και με βάση την Εξ. 4.8,

μορφώνουμε τις εξισώσεις σε ένα πίνακα μεγέθους 2×2 . Ο πίνακας, για να έχει μη μηδενική (τετριμμένη) λύση ως προς τις σταθερές του, θα πρέπει

$$\det[a_{ij}] = 0 \quad (4.9)$$

$$\text{όπου } a_{11} = -(\cos k_n l + \cosh k_n l) + \rho k_n (\sin k_n l - \sinh k_n l)$$

$$a_{12} = (\sin k_n l - \sinh k_n l) + \rho k_n (\cos k_n l - \cosh k_n l)$$

$$a_{21} = -(\sin k_n l + \sinh k_n l) - \varphi k_n^3 (\cos k_n l - \cosh k_n l)$$

$$a_{22} = -(\cos k_n l + \cosh k_n l) + \varphi k_n^3 (\sin k_n l + \sinh k_n l) \quad (4.10)$$

Επιλύοντας την εξίσωση 4.9 σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab προκύπτουν οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων k_n και των ιδιομορφών τους, οι οποίες ακολούθως οδηγούν στην εύρεση των αντίστοιχων ιδιοσυναρτήσεων σχήματος:

$$X_n(x) = \sin k_n x + B_n \cos k_n x - \sinh k_n x - B_n \cosh k_n x \quad (4.11)$$

όπου B_n :

$$B_n = \frac{\cos k_n l + \cosh k_n l - \rho k_n (\sin k_n l - \sinh k_n l)}{\sin k_n l - \sinh k_n l + \rho k_n (\cos k_n l - \cosh k_n l)} \quad (4.12)$$

Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθούν στις εξισώσεις οι τρεις πρώτες, κύριες ιδιομορφές αν και στόχος της μελέτης είναι να βρεθεί η πλευρική συνιστώσα της κατασκευής όπως υπολογίζεται μέσω της Εξ.4.3. Η συγκεκριμένη προσέγγιση γίνεται χωρίς να επηρεάζει τα αποτελέσματα, καθώς για την συνολική απόκριση συμβάλλει κατά 90% η 1^η ιδιομορφή, κατά περίπου 7% η 2^η ιδιομορφή, και η 3^η ιδιομορφή μαζί με τις υπόλοιπες κατά 3%. Άρα ο πρόβολος ταλαντώνεται κατά βάση σύμφωνα με τις τρεις πρώτες ιδιομορφές.

Χρησιμοποιώντας την Εξ.4.6 και τις συνοριακές συνθήκες της Εξ.4.7, ύστερα από πράξεις οδηγούμαστε στη συνθήκη ορθογωνικότητας για τον πρόβολο που μελετάμε:

$$m \int_0^1 X_n X_k dx + M X_n(l) X_k(l) + J X_n'(l) X_k'(l) = 0 \text{ για } n \neq k \quad (4.13)$$

Αφού βρέθηκε η συνάρτηση σχήματος με βάση την εξίσωση ελεύθερης ταλάντωσης του συστήματος, στη συνέχεια υπολογίσθηκαν μέσω του προγράμματος Matlab οι

τρεις πρώτες ιδιομορφές ταλάντωσης της δοκού και έγινε χάραξη αυτών, επιλέγοντας πρώτα τις παραμέτρους για τις εξισώσεις (Σχήμα 4.1 υπό τύπον Πίνακα):

Δεξωτ. (m)	2
L (m)	20
ρ χάλυβα (kg/m³)	7850
M (kg)	27013
J (m⁴)	26889.6234
E (kg/m²)	2.10E+11
Δεσωτ. (m)	1.9746
E δακτυλίου (m²)	0.079289
m (kg/m)	622.4245
ρ=M/m	120
φ=J/m (m⁴/kg)	43.2014
I_{mean} (m⁴)	0.03914

Σχήμα 4.1: Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο του προβόλου.

Οι Δεξωτ. και Δεσωτ. είναι οι διάμετροι στη βάση και στην κορυφή της κατασκευής αντίστοιχα και χρησιμοποιούνται ώστε να υπολογισθεί η επιφάνεια δακτυλίου:

$$E_{\text{δακτυλίου}} = \frac{\pi}{4} (D_{\text{εξωτ.}}^2 - D_{\text{εσωτ.}}^2) \quad (4.14)$$

Μέσω της επιφάνειας του δακτύλιου βρίσκεται η μάζα του προβόλου:

$$m = E_{\text{δακτ}} * \rho_{\text{χάλυβα}} \quad (4.15)$$

Για τη συγκεντρωμένη μάζα M που βρίσκεται στο ελεύθερο άκρο θεωρήθηκε ότι είναι έξι φορές μεγαλύτερη από την κατά μήκος μάζα του προβόλου, δηλαδή:

$$M = 6 * (m * L) \quad (4.16)$$

και στη συνέχεια η περιστροφική αδράνεια J υπολογίζεται ανάλογα με το μέγεθος της μάζας, και τα ρ , ϕ μέσω της Εξ.4.7. Το μήκος L για offshore μεμονωμένους κατακόρυφους αγωγούς (monopiles) παίρνει τυπικές τιμές βάθους γύρω στα 15-20m. Στην προκειμένη περίπτωση $L=20\text{m}$. Αντίστοιχα για τις τιμές των διαμέτρων λήφθηκε η τιμή $D_{\text{mean}} = 2\text{ m}$ και $D_{\text{εσωτ.}} = (D_{\text{mean}} - 1\text{inch}) = 1.9746\text{ m}$, καθώς τα 2m αποτελούν μια τυπική συνήθη τιμή για το μοντέλο που προσομοιώνεται.

Μετά την επιλογή των σταθερών που θα χρησιμοποιηθούν, ακολούθησε η εύρεση των τριών πρώτων ιδιομορφών X_1, X_2, X_3 και των ιδιοσυχνοτήτων $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Βρίσκοντας τις τιμές όπου η ορίζουσα είναι μηδέν (Εξ.4.9) έχουμε τα εξής:

Για n=1	k1=	0.04162
Για n=2	k2=	0.1881
Για n=3	k3=	0.304

Σχήμα 4.2: Τα k_1, k_2, k_3 που προκύπτουν για τις τρεις θεμελιώδεις ιδιομορφές.

και μέσω της Εξ.4.6, όπου $k_n^4 = \frac{m\omega_n^4}{EI}$ προκύπτουν οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιοπερίοδοι:

$$\omega_1 = 1.9907 \text{ rad} \rightarrow T_1 = 3.1562 \text{ sec.}$$

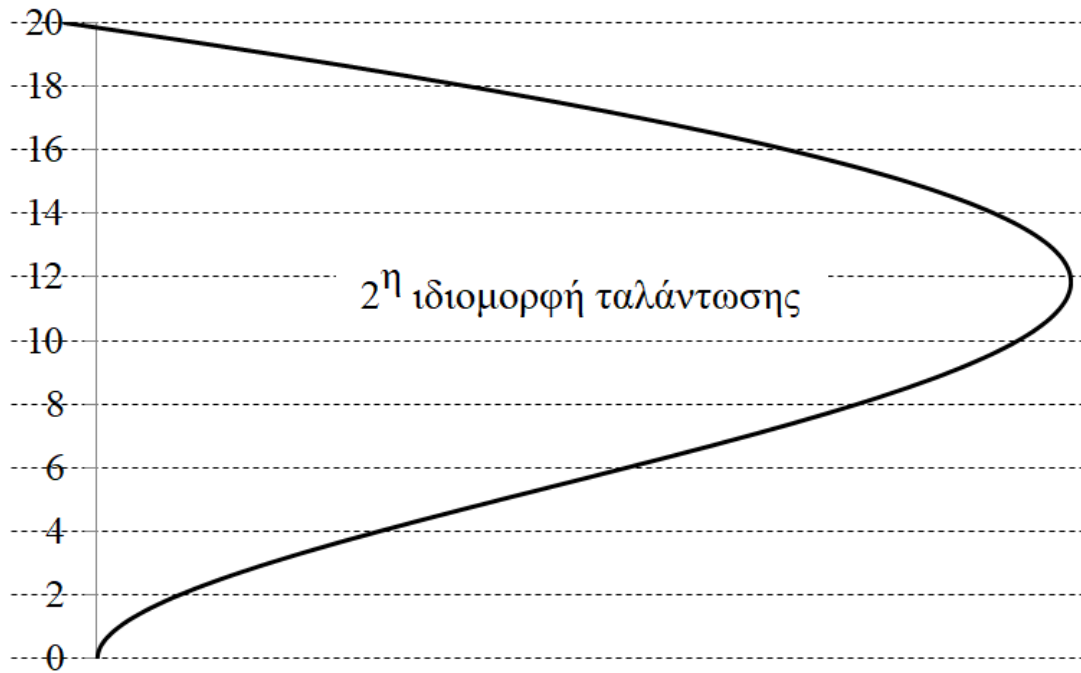
$$\omega_2 = 40.6611 \text{ rad} \rightarrow T_2 = 0.1545 \text{ sec.}$$

$$\omega_3 = 106.2060 \text{ rad} \rightarrow T_3 = 0.0591 \text{ sec.}$$

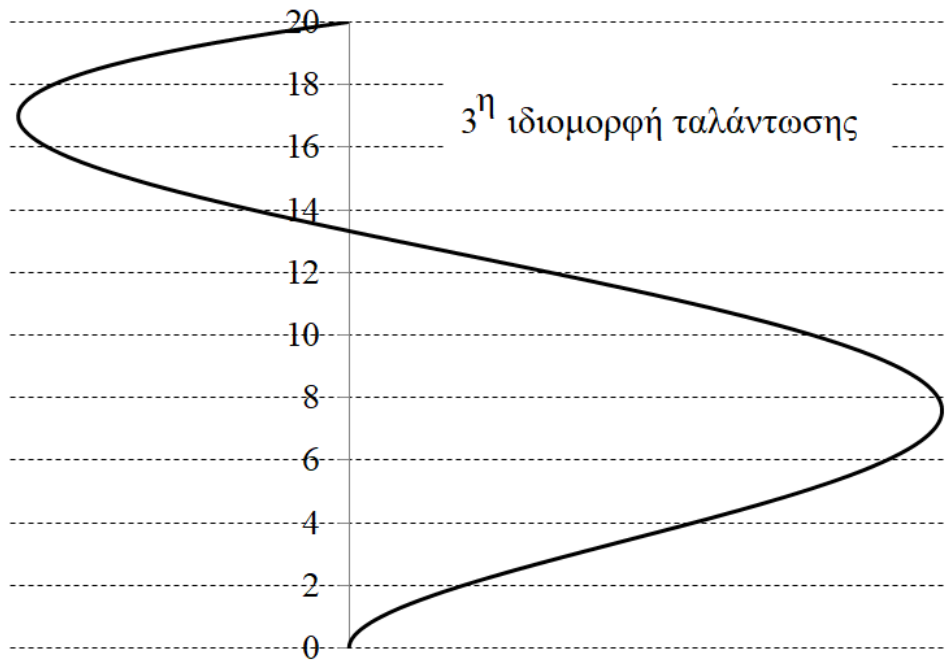
Τα $X_1(x), X_2(x), X_3(x)$ απεικονίζονται παρακάτω έχοντας αντικαταστήσει τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες σύμφωνα με την Εξ.4.11:



Σχήμα 4.1: Η ιδιομορφή $X_1(x)$ της ταλάντωσης για $n=1$ για $x:0-L$.



Σχήμα 4.2: Η ιδιομορφή $X_2(x)$ της ταλάντωσης για $n=2$ για $x:0-L$.



Σχήμα 4.3: Η ιδιομορφή $X_3(x)$ της ταλάντωσης για $n=3$ για $x:0-L$.

Για τα $X_1(x), X_2(x), X_3(x)$ υπολογίζονται οι συναρτήσεις σχήματος στο σημείο d της κατασκευής, όπου βρίσκεται η στάθμη της θάλασσας και είναι ίσο με $d=0,9*L=18m$. Άρα οι τιμές τους θα είναι:

$$X_1(d)=0.3207, X_2(d)=0.5487, X_3(d)=-0.7744$$

4.2 ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΧΩΡΙΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΛΟΓΩ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Έχοντας ήδη υπολογίσει τα $X_1(x), X_2(x), X_3(x)$ ακολουθεί η επίλυση της εξίσωσης της ταλάντωσης λόγω των κυματικών φορτίων. Αρχικά, μέσω της εξίσωσης Morison δίνεται η δύναμη F σε N/m:

$$F_M = C_D \frac{1}{2} \rho u |u| D + C_M \rho \pi \frac{D}{4} \frac{du}{dt} \quad (4.17)$$

Η κατασκευή βρίσκεται σε βαθιά νερά και για την κυκλική συχνότητα ισχύει λόγω γραμμικού κυματισμού:

$$\omega^2 = g * k \quad (4.18)$$

Η οριζόντια ταχύτητα u του κυματισμού ισούται με:

$$u = \alpha \omega \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh(kd)} \sin(\omega t - kx) \rightarrow$$

$$u = \alpha \omega e^{kz} \sin(\omega t - kx) \quad (4.19)$$

καθώς έχουμε βαθιά νερά και ο όρος $\frac{\cosh k(z+d)}{\sinh(kd)}$ απλοποιείται σε e^{kz} . Το μέγεθος z αφορά στην εξίσωση Morison την κατακόρυφη απόσταση, και σχετίζεται με τη θέση κατά μήκος του προβόλου παίρνοντας τιμές από 0 έως $d=18m$. Η τιμή του x αφορά την πλευρική μετακίνηση του πρόβολου και παίρνει τιμές από $-A$ έως A , όπου A είναι το πλάτος ταλάντωσης. Θέτουμε $x=0$, δηλαδή ότι ο πρόβολος βρίσκεται στη θέση ισορροπίας όταν εφαρμόζεται στη κατασκευή το κυματικό φορτίο και αντικαθιστώντας την τιμή, μέσω της Εξ.4.17 έχουμε:

$$F_M = C_D \frac{1}{2} \rho \alpha^2 \omega^2 e^{2kz} \sin^2(\omega t) + C_M \rho \pi \frac{D}{4} \alpha \omega^2 e^{kz} \cos(\omega t) \quad (4.20)$$

Η γενική λύση της απόκρισης της κατασκευής θα είναι:

$$w(x, t) = w_n(x, t) + w_p(x, t) \quad (4.21)$$

όπου w_n είναι το βέλος κάμψης λόγω της ομογενούς εξίσωσης ταλάντωσης και w_p είναι η ειδική λύση με $w_p(x, t)$:

$$w_p(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) T_n^p(t) \quad (4.22)$$

Για κατανεμημένο φορτίο [11]:

$$p(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) f_n(t) \quad (4.23)$$

Από την εξίσωση κίνησης προκύπτει:

$$\ddot{T}_n(t) + \omega_n^2 T_n(t) = \frac{f_n(t)}{m} \quad (4.24)$$

όπου η ειδική λύση προσδιορίζεται από το ολοκλήρωμα Duhamel:

$$T_n^p(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t f_n(\tau) \sin\omega_n(t - \tau) d\tau \quad (4.25)$$

Και το $f_n(\tau)$ θα είναι ίσο, σύμφωνα με την εξίσωση Morison (Εξ.4.20):

$$f_n(t) = C_D \frac{1}{2} \rho \alpha^2 \omega^2 \left(\frac{e^{2kd}}{2d} - \frac{1}{2k} \right) \sin^2(\omega t) + C_M \rho \pi \frac{D}{4} a \omega^2 \left(\frac{e^{kd}}{k} - \frac{1}{k} \right) \cos(\omega t) \quad (4.26)$$

έχοντας ολοκληρώσει από 0 έως d ως προς dz .

Η ολοκλήρωση γίνεται για αυτές τις τιμές επειδή μέχρι εκεί ουσιαστικά φτάνει το κύμα. Επίσης η συνάρτηση $f_n(t)$ είναι σε N/m, και με την ολοκλήρωση μετατρέπεται σε N, όπου είναι και η επιθυμητή μονάδα. Η παραπάνω διαδικασία ισχύει για οποιοδήποτε φορτίο και να είχαμε, καθώς το ολοκλήρωμα Duhamel [11] θα έμπαινε το αντίστοιχο φορτίο με τον ίδιο τρόπο στη συνάρτηση $f_n(t)$ και θα βρισκόταν το εκάστοτε αποτέλεσμα μέσω πράξεων. Λύνοντας τα ολοκληρώματα οδηγούμαστε στην παρακάτω σχέση:

$$T_n^p(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t (g_1 \sin^2(\omega t) + g_2 \cos(\omega t)) \sin\omega_n(t - \tau) d\tau \quad (4.27)$$

Για τα g_1, g_2 ισχύει ότι:

$$g_1 = C_D \frac{1}{2} \rho \alpha^2 \omega^2 \left(\frac{e^{2kd}}{2d} - \frac{1}{2k} \right) \quad (4.28)$$

$$g_2 = C_M \rho \pi \frac{D}{4} a \omega^2 \left(\frac{e^{kd}}{k} - \frac{1}{k} \right) \quad (4.29)$$

Επόμενο βήμα, είναι η χάραξη της καμπύλης $w(d,t)$ για να βρεθούν οι τιμές του t όπου εμφανίζονται τα μέγιστα και ελάχιστα w . Το βέλος κάμψης w θα είναι ίσο με:

$$w(d,t) = X_1(d)T_1 + X_2(d)T_2 + X_3(d)T_3 \quad (4.30)$$

Έχοντας υπόψιν πως οι τρεις πρώτες ιδιομορφές είναι και οι θεμελιώδεις, η χρονική συνάρτηση T υπολογίστηκε με βάση την Εξ.4.27, αντικαθιστώντας κάθε φορά τις εκάστωτε ιδιοσυχνότητες $\omega_1, \omega_2, \omega_3$.

4.3 ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΛΟΓΩ ΚΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΗΣ ΠΑΓΟΥ

Μετά απο τον υπολογισμό του βέλους w λόγω μόνο των κυματικών φορτίσεων επακολουθεί η επίλυση σε συνδυασμό κυμάτων και πάγου, με βάση τα υπάρχοντα αποτελέσματα. Η επίλυση γίνεται για δυο ξεχωριστές περιπτώσεις, δηλαδή βρίσκεται η απόκριση για την περίπτωση όπου ο πάγος έρχεται σε επαφή για πρώτη φορά με τον πρόβολο τη χρονική στιγμή όπου $w = \max w$ και την χρονική στιγμή για $w = \min w$. Για τον συγκεκριμένο τρόπο επίλυσης ισχύουν τα εξής:

Έστω t^* η χρονική στιγμή της πρόσκρουσης τότε:

$$w(x,t) = (T_h(t) + T_p(t))X_n, n=1,2,3 \quad (4.31)$$

$$T_h(t) = \frac{T_n(t^*)}{\omega_n} \sin \omega_n(t - t^*) + T_n(t^*) \cos \omega_n(t - t^*) \quad (4.32)$$

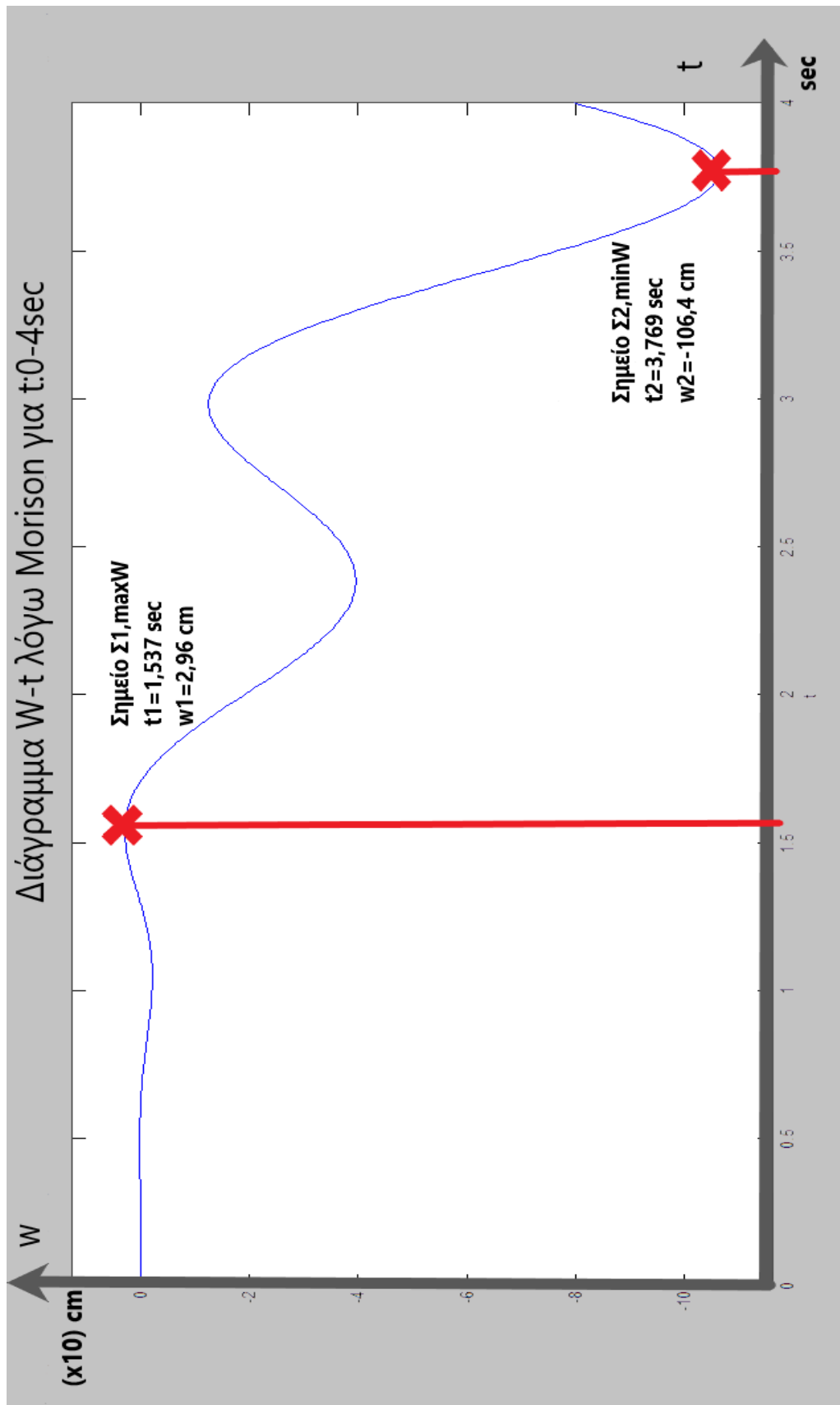
$$T_p(t) = T_{p,impact}(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_{t^*}^t (g_1 \sin^2(\omega t) + g_2 \cos(\omega t)) \sin \omega_n(t - \tau) d\tau \quad (4.33)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις σύμφωνα με την Παράγραφο 4.2 θα εφαρμοσθούν για $t_1 = 1.537 \text{sec}$ που αντιστοιχεί σε w_{\max} και για $t_2 = 3.769 \text{sec}$. Κατά αυτό τον τρόπο στη χρονική συνάρτηση συμπεριλαμβάνεται χρονικά το κομμάτι απο τη στιγμή της πρόσκρουσης και μετά. Το δεύτερο κομμάτι είναι από την λύση της ομογενούς από $t=0$ sec έως λίγο πριν τη στιγμή της πρόσκρουσης, με μόνη επίδραση τις κυματικές φορτίσεις, καθώς ο χρόνος στην παρούσα μελέτη ξεκινά από τη στιγμή της έναρξης του κυματισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:

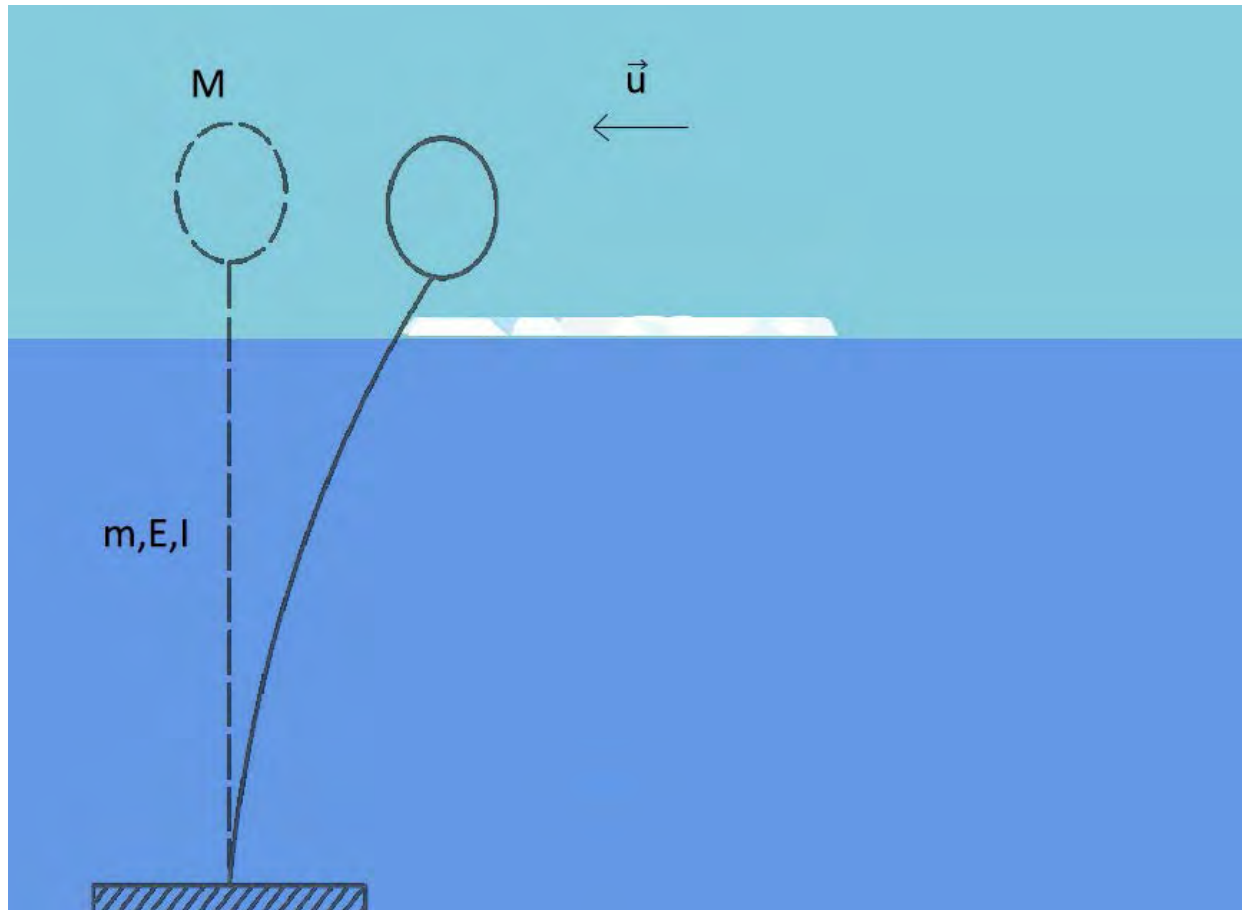
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ

Η επίλυση της εξίσωσης κίνησης της παρούσας κατασκευής έγινε αρχικά λύνοντας την μερική διαφορική εξίσωση αποκλειστικά λόγω του κύματος στον πρόβολο. Ύστερα προστέθηκε στην εξίσωση η επίδραση του πάγου και με βάση τα αποτελέσματα της προηγούμενης επίλυσης, το πρόβλημα χωρίστηκε σε δύο περιπτώσεις. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι αρχικές τιμές που εμφανίζονται το μέγιστο και το ελάχιστο βέλος κάμψης w στο σημείο που βρίσκεται η επιφάνεια της θάλασσας στην κατασκευή είναι οι $t_1=1.537\text{sec}$ με $w_{\max}=2.96\text{cm}$ και αντίστοιχα $t_2=3.769\text{sec}$. με $w_{\min}=-106.4\text{cm}$. Όπως φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα, Σχ.5.1, η κατασκευή ξεκινάει την ταλάντωση λόγω επίδρασης των κυματικών φορτίων από τη χρονική στιγμή $t=0\text{sec}$. και αυξάνεται σταδιακά μέχρι να πάρει τη μέγιστη τιμή της. Από το σημείο αυτό, στην εξαναγκασμένη ταλάντωση αρχίζει να φθίνει το πλάτος, καθώς αφού τοποθετηθεί το μοντέλο προσομοίωσης στο νερό, ύστερα κινείται με βάση το κύμα. Συνεπώς, έχοντας θεωρήσει απλό γραμμικό κυματισμό, το πλάτος εξαρτάται άμεσα από τη συχνότητα του κύματος και αλλάζει με βάση αυτό. Καθώς φθίνει το μέγιστο πλάτος της κατασκευής φτάνει στην ελάχιστη τιμή του, για $t_2=3.769\text{sec}$ και επαναλαμβάνεται πάλι το περιοδικό φαινόμενο για την μελετούμενη κατασκευή.



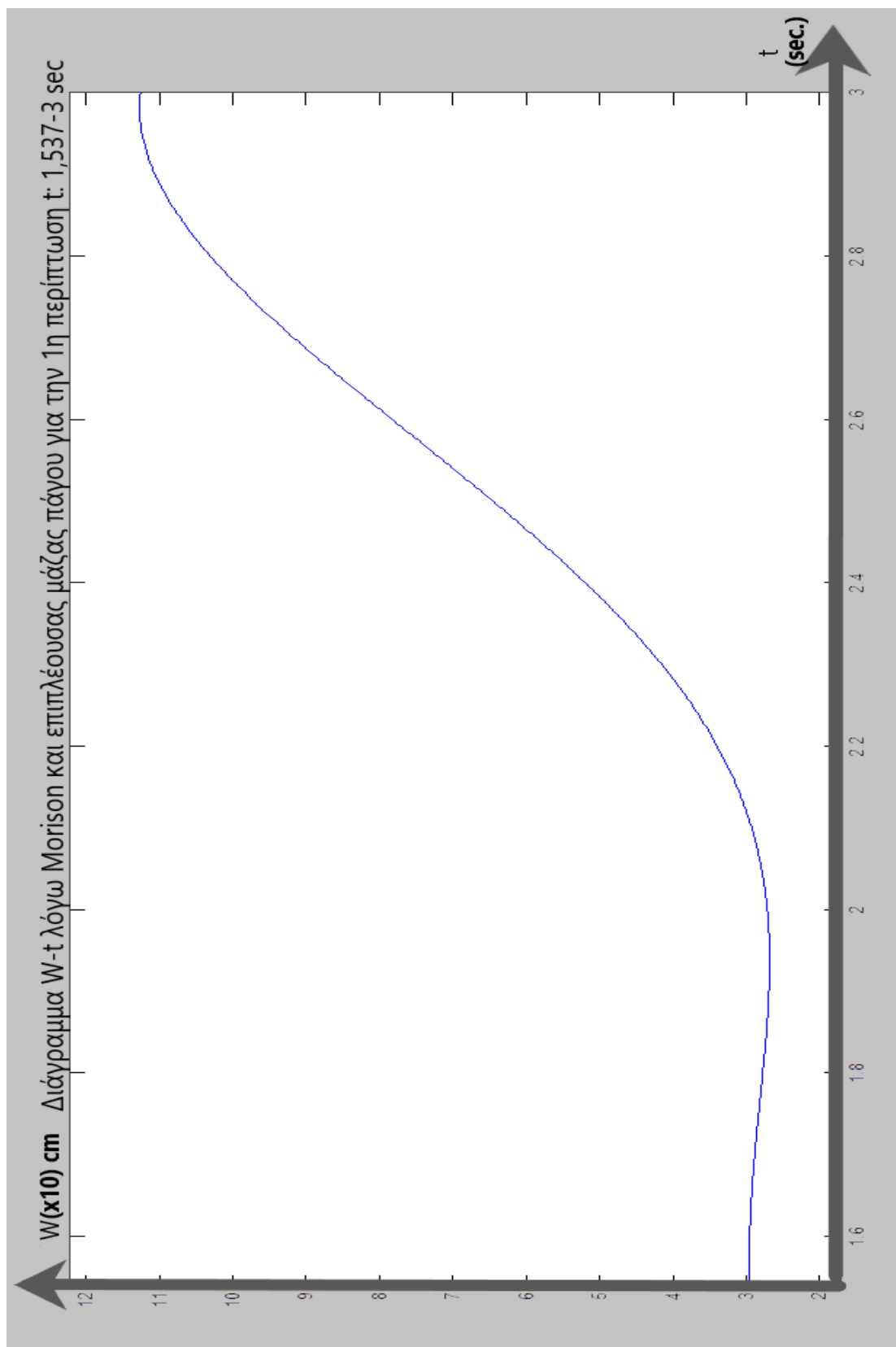
Σχήμα 5.1: Το διάγραμμα w-t λόγω κύματος από t:0-4sec.

Για να μελετηθεί η πιθανή πρόσκρουση της επιπλέουσας μάζας πάγου στις πιο δυσμενείς περιπτώσεις, επιλέγονται τα σημεία Σ1 και Σ2 και η πρόσκρουση γίνεται είτε για την ακραία θέση $x=+A$ είτε για $x=-A$.



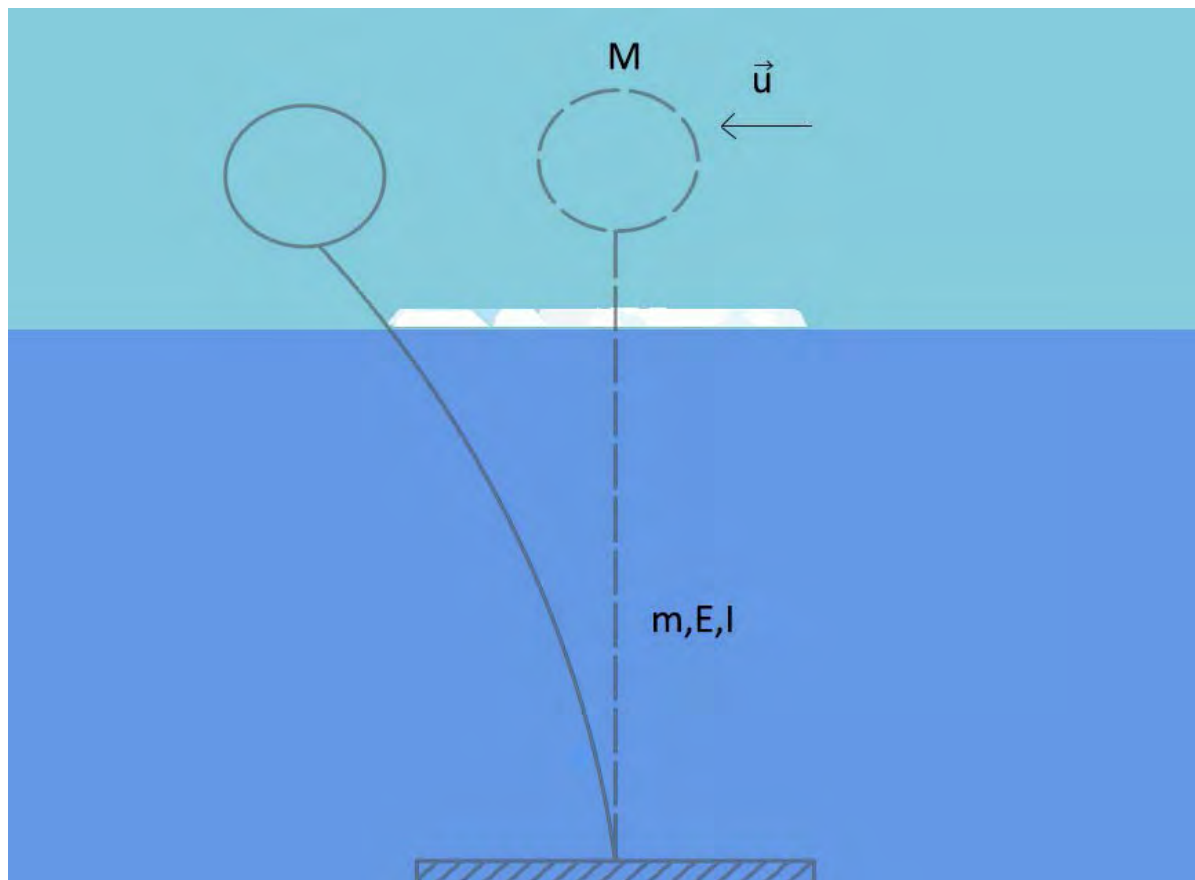
Σχήμα 5.2: 1^η περίπτωση πρόσκρουσης πάγου στην κατασκευή.

Στην 1^η περίπτωση, ο πάγος πλησιάζει και προσκρούει την κατασκευή, έχοντας ταχύτητα u , στο σημείο $x=d=0.9L=18\text{m}$. Έχοντας ο πρόβολος αυτή τη θέση, ο πάγος τον βοηθάει να επιστρέψει στην θέση ισορροπίας και να συνεχίσει την ταλάντωση. Εφόσον η ταλάντωση είναι εξαναγκασμένη και εξαρτάται πλήρως από τον διεγέρτη και την εξωτερική δύναμη, περιμένουμε να αυξηθεί το πλάτος και η συχνότητα, καθώς έχει προστεθεί κινητική ενέργεια λόγω κρούσης στο σύστημα. Η συγκεκριμένη συνθήκη για την θέση πρόσκρουσης τείνει γενικότερα να αυξήσει την πλευρική απόκριση του προβόλου και αυτό παρατηρείται και στο παρακάτω διάγραμμα.



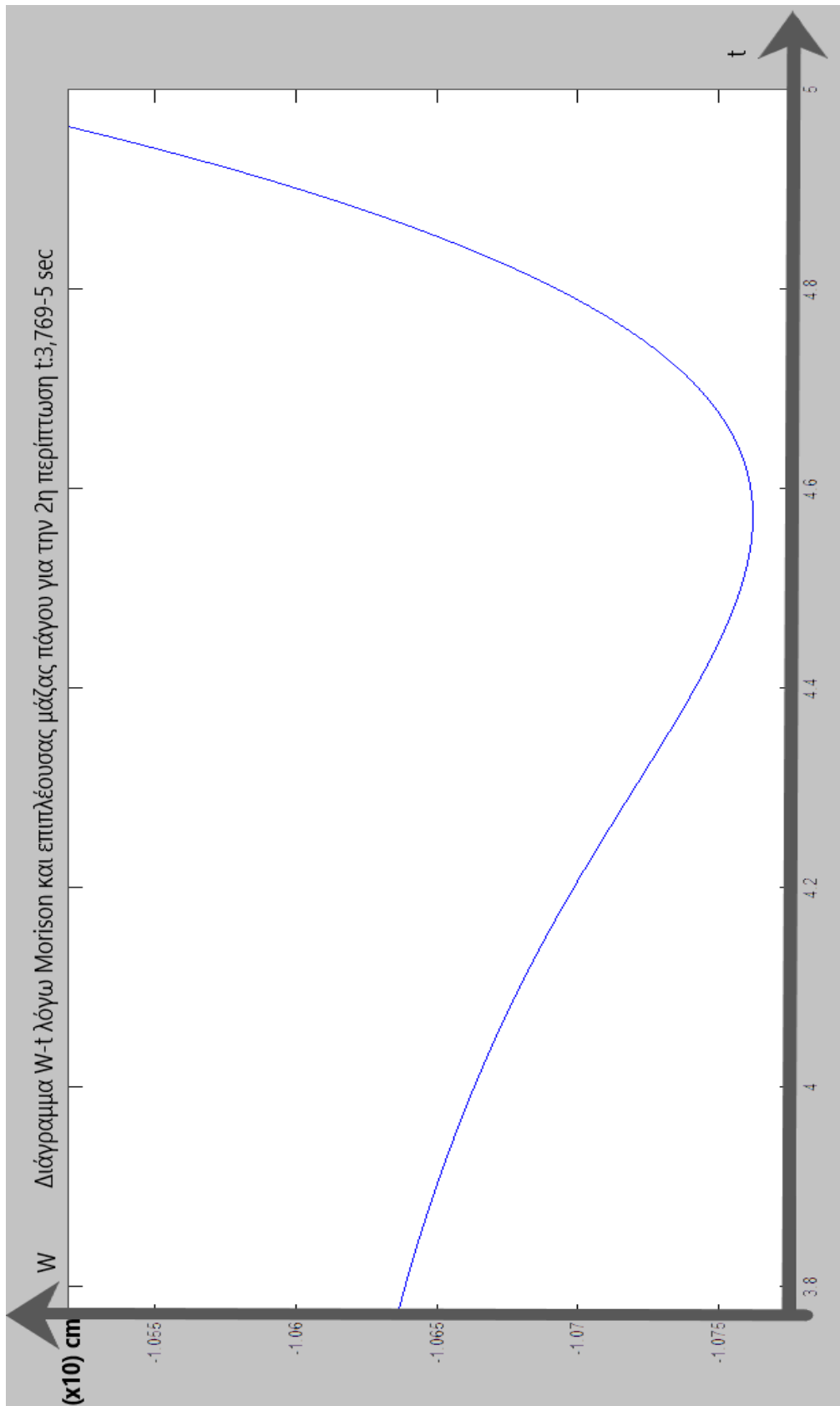
Σχήμα 5.3: Απόκριση κατασκευής όταν ο πάγος προσκρούει στην θέση $x=+A$.

Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα βέλους κάμψης-χρόνου τη χρονική στιγμή $t=1.537\text{sec}$ όπου ξεκινάει το διάγραμμα, το w παραμένει για ένα μικρό χρονικό διάστημα σταθερό λόγω κρούσης πάγου και κατασκευής. Στη συνέχεια αρχίζει και αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου και αποκτά μεγαλύτερες τιμές από αυτές που είχε όταν επιδρούσαν μόνο τα κυματικά φορτία. Ποσοτικά, πριν την κρούση $w_{\max}=+2.96\text{cm}$ και με τον συνδυασμό κυμάτων και πάγου το βέλος φτάνει τιμές μέχρι και $+1,1\text{m}$. Η δεύτερη περίπτωση παρουσιάζεται στα παρακάτω αποτελέσματα και προκύπτουν τα εξής:



Σχήμα 5.3:2^η περίπτωση πρόσκρουσης πάγου.

Στην δεύτερη περίπτωση ο πάγος χτυπάει στο σημείο όπου η κατασκευή έχει φτάσει σε ακραίο σημείο και τείνει να την οδηγήσει ακόμη πιο μακριά από την θέση ισορροπίας $x=-A$. Σε αυτή την περίπτωση περιμένουμε η πλευρική απόκριση να αυξηθεί λίγο, να μείνει στάσιμη ως τιμή και ύστερα το σώμα να επιστρέψει σε καινούργια εξαναγκασμένη ταλάντωση. Επιλύοντας, λοιπόν, την εξίσωση κίνησης και με τους δυο όρους, δηλαδή και με την δύναμη Morison και την δύναμη του πάγου έχουμε:



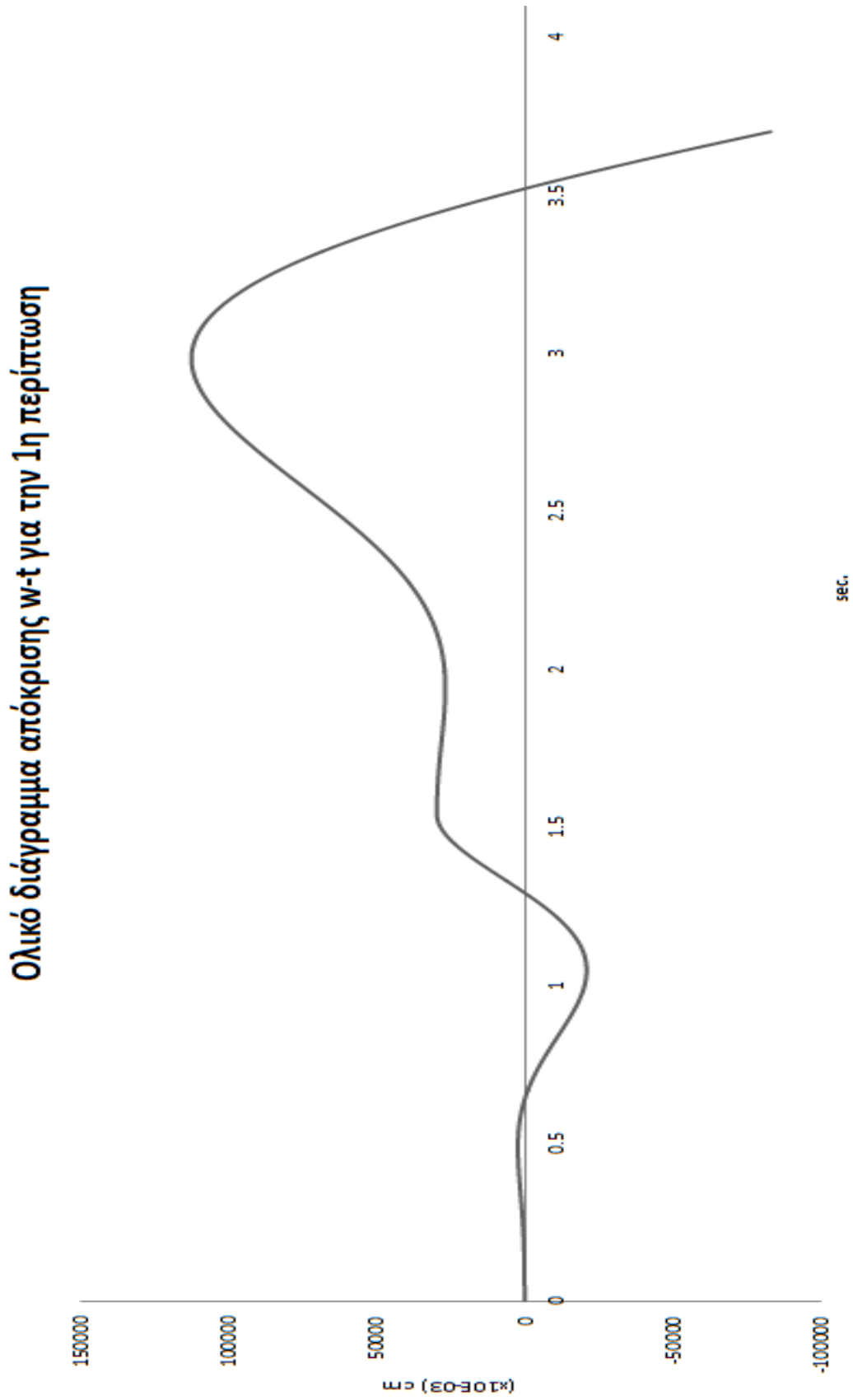
Σχήμα 5.5: Απόκριση κατασκευής όταν ο πάγος προσκρούει στην θέση $x=-A$.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, ο πάγος αναστέλλει τη φορά της ταλάντωσης για κάποια χρονική περίοδο και ύστερα επανέρχεται ξεκινώντας μια καινούργια εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση. Όπως παρατηρείται και στο διάγραμμα, είναι λογικό να ελαττώνεται το βέλος w καθώς ο πάγος εμποδίζει την κίνηση μέσω της κρούσης. Ύστερα συνεχίζεται η ταλάντωση με καινούργια δεδομένα.

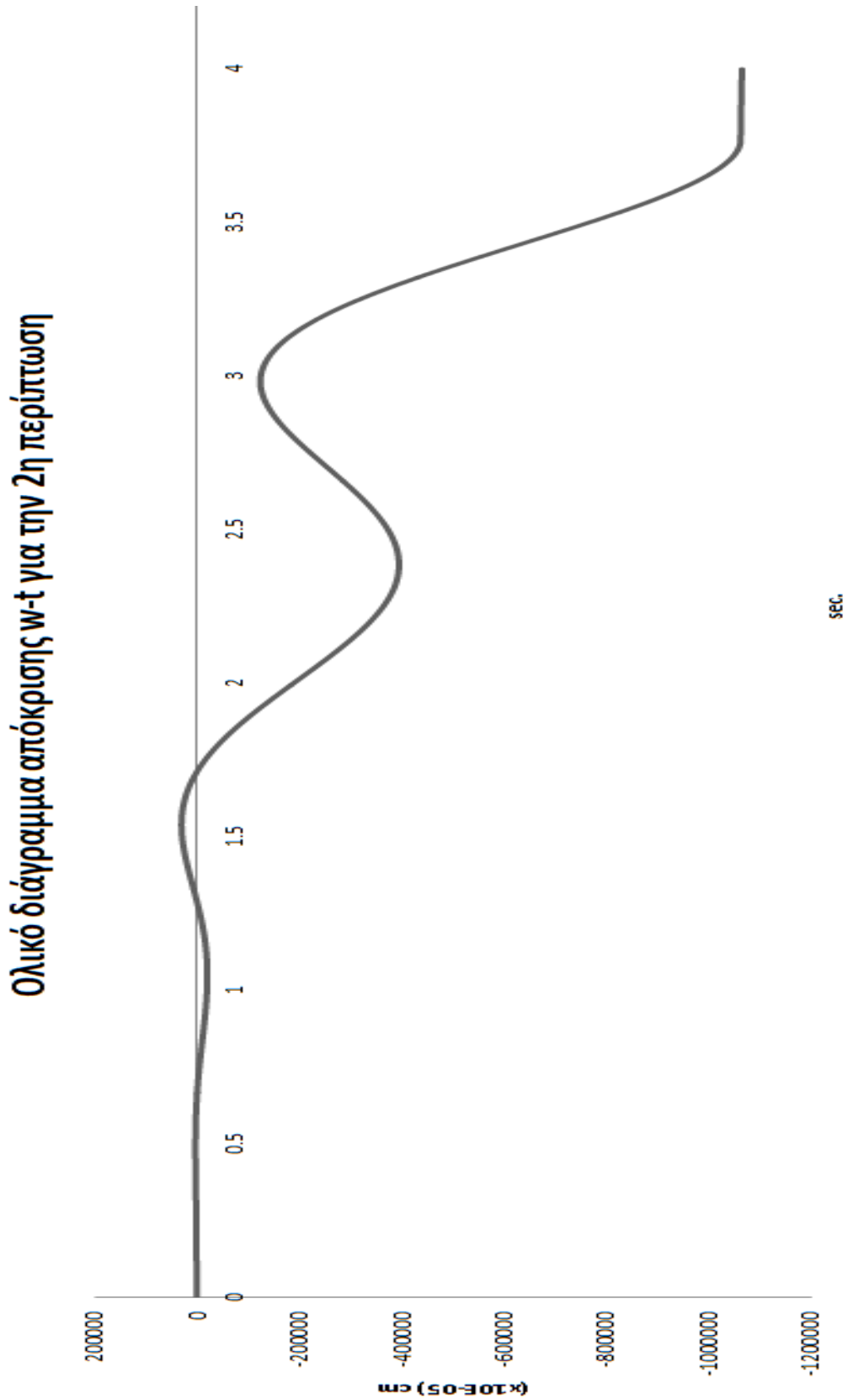
Η ταλάντωση του μοντέλου προσομοίωσης και στις δυο περιπτώσεις συνεχίζεται, με την κρούση να μην ακινητοποιεί το σύστημα. Το φαινόμενο αυτό είναι εύλογο, καθώς ο πάγος δεν μένει επί μονίμου βάσεως πάνω στην κατασκευή προσκολλημένος. Αντιθέτως, είναι ένα φορτίο που διαρκεί πολύ λίγο, συνήθως 2 με 3sec η επίδραση του, και ύστερα θρυμματίζεται και διαχέεται στο νερό.

Τέλος, είναι σημαντικό να επισημανθεί πως και τα δυο διαγράμματα παρουσιάζονται για μικρό σχετικά χρονικό διάστημα. Η πρώτη περίπτωση είναι μέχρι τα 3sec και η δεύτερη μέχρι τα 5sec. Το γεγονός αυτό συμβαίνει επειδή για παραπάνω δευτερόλεπτα δεν εμφανίζεται ουσιαστική διαφορά και παρουσιάζονται για τα συγκεκριμένα sec επειδή όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, ο πάγος είναι ένα φορτίο παροδικό και ύστερα από την κρούση συνεχίζει να πραγματοποιείται μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με νέα χαρακτηριστικά.

Συνδυάζοντας και τις δυο πιθανές ακραίες θέσεις που μπορεί να έχει η κατασκευή όταν προσπίπτει ο πάγος προκύπτουν τα επακόλουθα διαγράμματα.



Σχήμα 5.6: Ολικό διάγραμμα απόκρισης του προβόλου συναρτήσει με τον χρόνο για την 1^η περίπτωση.



Σχήμα 5.7: Ολικό διάγραμμα απόκρισης του προβόλου συναρτήσει με τον χρόνο για την 2^η περίπτωση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα διπλωματική εργασία είναι τα εξής:

- Οι τιμές για την απόκριση $w(d,t)$ που βρέθηκαν μέσω του αναλυτικού μοντέλου προσομοίωσης ανταποκρίνονται στα επιθυμητά αποτελέσματα για κάθε φάση της κίνησης. Στην αρχή αφού επιλύθηκε η εξίσωση αποκλειστικά λόγω επίδρασης του κύματος το διάγραμμα $w-t$ παριστάνει μια εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς απόσβεση με την μορφή που έχει λάβει. Επίσης τα νούμερα για την μέγιστη και ελάχιστη πλευρική απόκριση βρίσκονται σε λογικά πλαίσια. Το w_{max} είναι ίσο με $+2.96cm$ και $w_{min}=-106.4cm=-1.06m$. Για πραγματικές τιμές μιας offshore κατασκευής είναι απόλυτα λογικές για το περιβάλλον το οποίο βρίσκεται, και σε συνδυασμό με τις απλοποιήσεις που έχουν γίνει (ο κυματισμός είναι απλός και γραμμικός, γίνεται παράλειψη των ρευμάτων, της απόσβεσης, κ.α.). Στη συνέχεια ακολούθησε η επίλυση με συνδυασμό των δυο δυνάμεων, κύματος και πάγου δηλαδή, και οι τιμές της απόκρισης είχαν αλληλουχία με τις προηγούμενες. Για την πρώτη περίπτωση κρούσης η μέγιστη τιμή του w παραμένει στα ίδια επίπεδα, εφόσον η απόκριση έχει μείνει σχετικά στάσιμη και ύστερα αυξάνεται, καθώς προστίθεται κινητική ενέργεια στο σύστημα. Για την δεύτερη περίπτωση δικαιολογημένα ελαττώνεται το βέλος, αφού ακινητοποιείται στιγμιαία το σύστημα λόγω πάγου και ύστερα συνεχίζει την ταλάντωση.
- Το φαινόμενο που μελετήθηκε είχε κάποιες υποθέσεις και θεωρήσεις που αναμένεται να εμφανίζουν διαφορές συγκριτικά με πραγματικά μεγέθη ή και full scale πειράματα γενικότερα:
 - ο Για την μελέτη του προσομοιώματος θεωρήθηκε πως δεν υπάρχει απόσβεση, γεγονός που στις πραγματικές υπεράκτιες κατασκευές δεν ισχύει. Ακόμη, όπως αναφέρθηκε η ροπή αδράνειας για τον κατακόρυφο κυλινδρικό πρόβολο είναι μεταβλητή και ελαττώνεται η διάμετρος της διατομής καθ' ύψος. Ωστόσο για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων επιλέχθηκε μια μέση τιμή αυτής, και η σχέση

διατομής με την κίνηση έχει ορισμένες διαφορές και παρουσιάζει λιγότερη ακρίβεια.

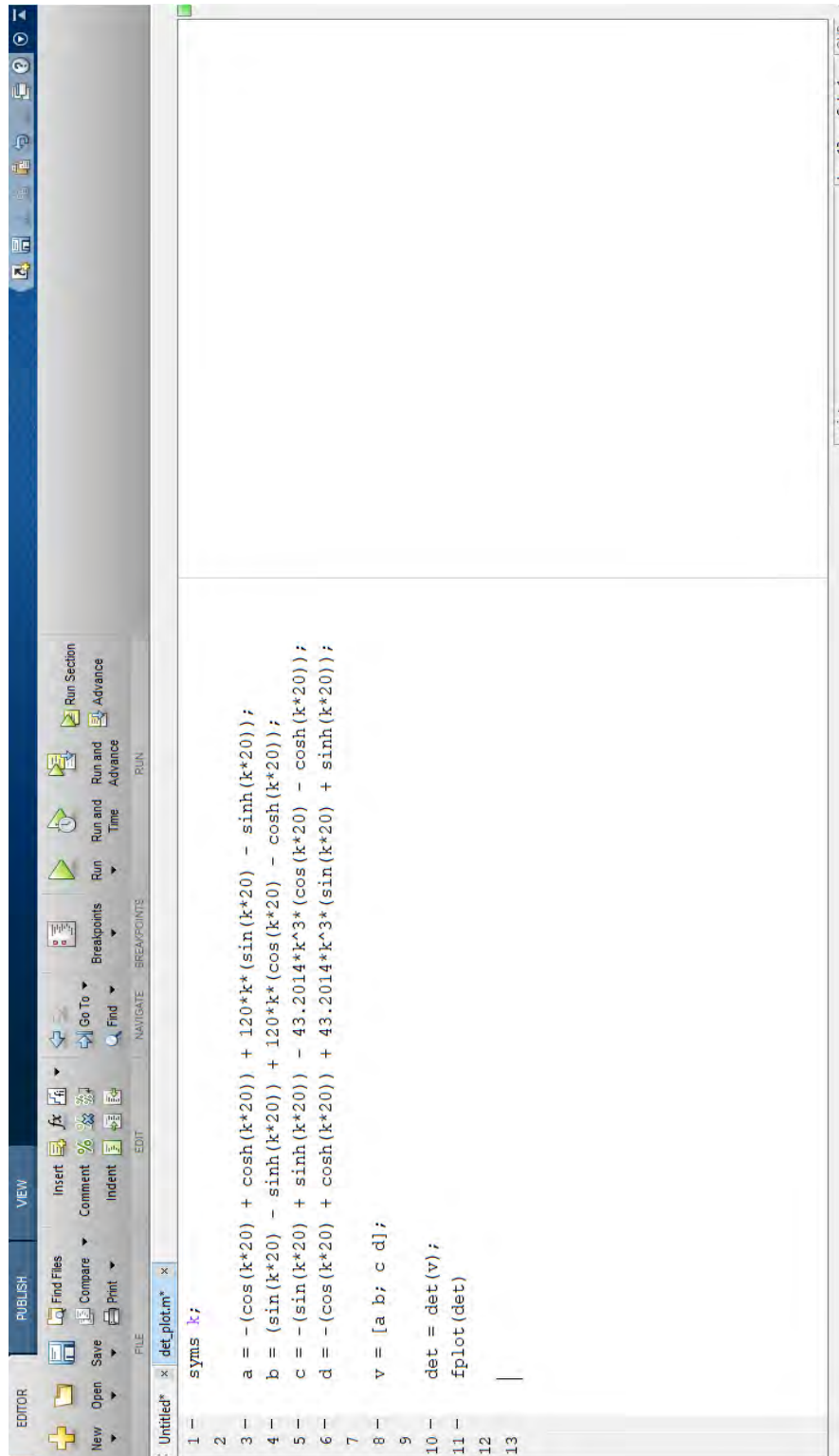
- Η επιπλέον μάζα πάγου, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως είναι ένα παροδικό φορτίο που διαρκεί για μικρό χρονικό διάστημα. Επιπλέον, και λόγω ανομοιομορφίας στην δομή του δεν προστίθεται στην αναλυτική επίλυση ως όρος ώστε να λυθεί εκ νέου με δύο όρους πλέον στο δεξί μέλος και όχι χρησιμοποιώντας το ολοκλήρωμα Duhamel χωρίς τα χαρακτηριστικά του πάγου.
- Σε πραγματικές συνθήκες, μια τυχαία μάζα πάγου προσκρούει σε μια offshore κατασκευή όχι μόνο σε ένα σημείο, όπως στην παρούσα φάση όπου θεωρήθηκε σημείο πρόσκρουσης το $x=d=18m$, αλλά σε μια επιφάνεια αρκετά τυχαία λόγω της ανομοιογένειας και της ανομοιομορφίας του ως υλικό. Στην παρούσα εργασία δεν λαμβάνεται υπόψιν, ωστόσο καθώς επιπλέει ο πάγος και ερχόμενος με ταχύτητα \vec{u} προς την κατασκευή χτυπάει στην κατασκευή αρχικά στο σημείο $x=d$ και στη συνέχεια σπάει και θρυμματίζεται.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, λοιπόν, θα παρουσίαζε ενδιαφέρον για μελλοντική έρευνα να μελετηθεί η απόκριση της κατασκευής με απόσβεση ώστε να είναι πιο ρεαλιστική. Επιπλέον όσον αφορά την κατασκευή θα είχε εξίσου ενδιαφέρον ο όρος της διαμέτρου του πρόβολου και συνεπώς και η ροπή αδράνειας να τοποθετηθούν στις εξισώσεις ως εξαρτημένα μεγέθη, δηλαδή ως $D=D(x)$ και $I=I(x)$, για να υπάρχει μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα.

Τέλος, η παρούσα μελέτη ασχολείται ουσιαστικά με την πλευρική απόκριση της κατασκευής ως μέγεθος. Ωστόσο για παραπάνω έρευνα θα μπορούσαν να προστεθούν στα αποτελέσματα τα εντατικά μεγέθη λόγω φόρτισης του μοντέλου, δηλαδή τα διαγράμματα κάμψης M και τέμνουσας Q .

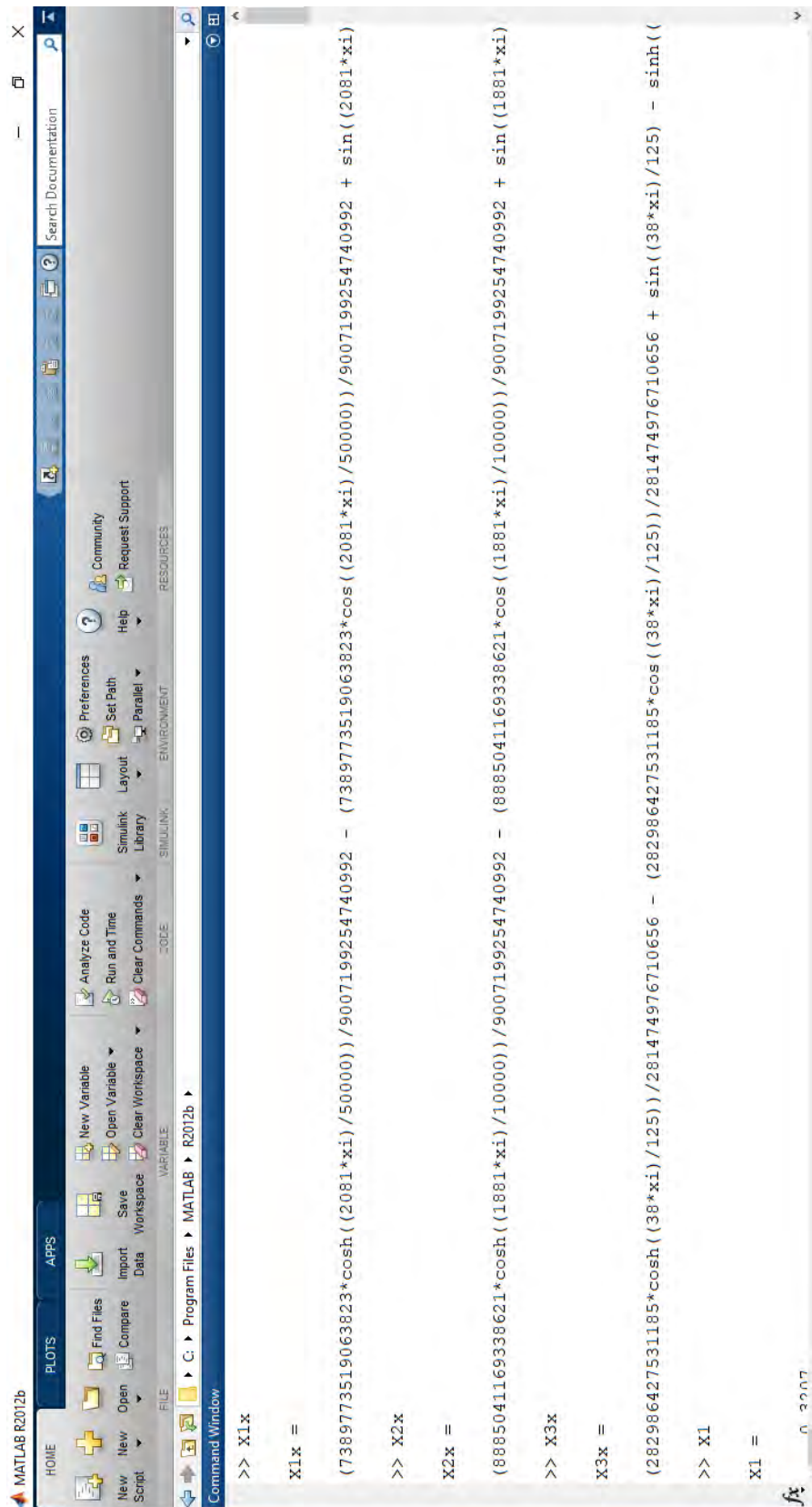
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

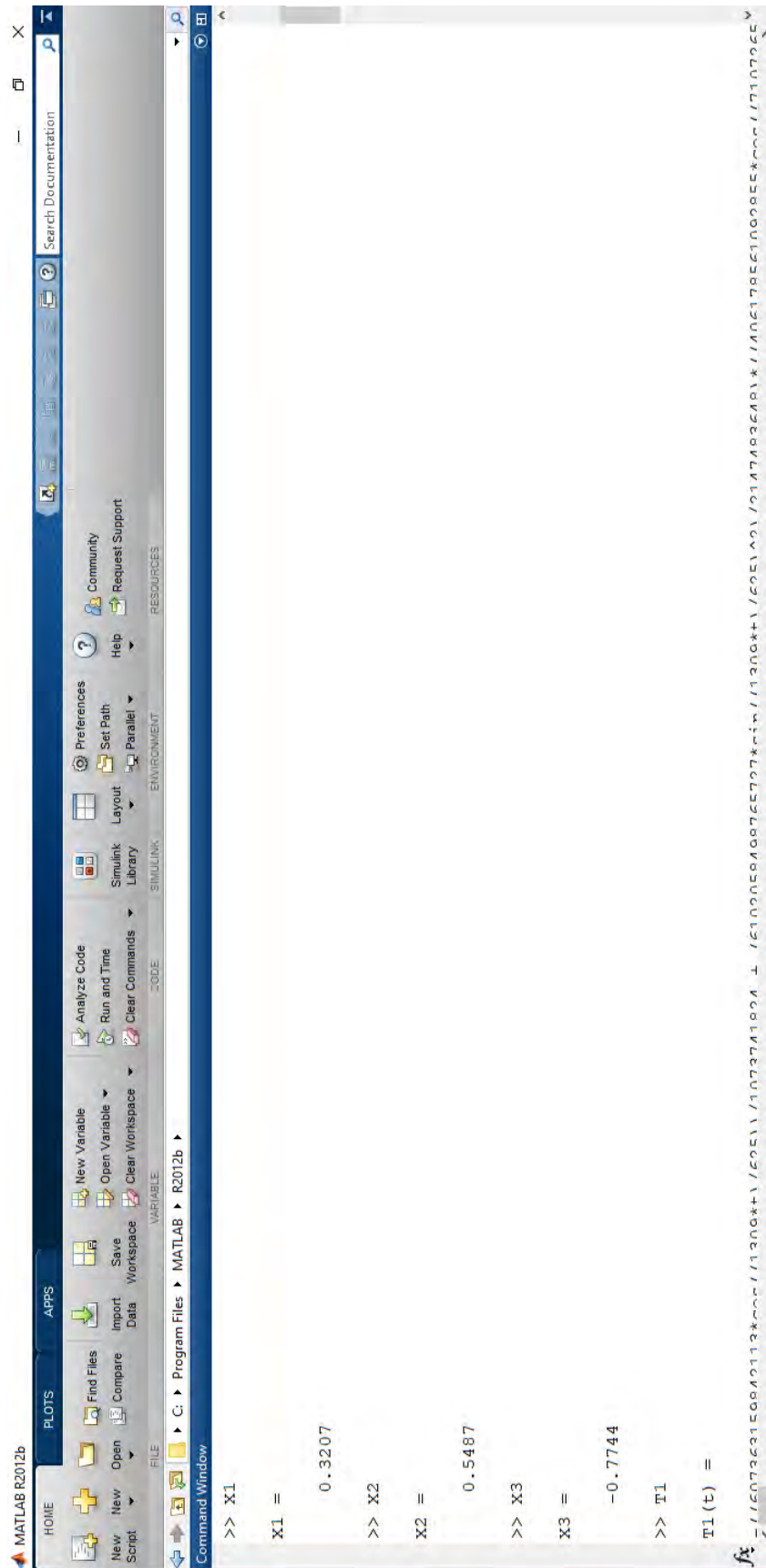
A) Αντίγραφο κώδικα για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων της ελεύθερης ταλάντωσης



```
1 - syms k;  
2  
3 - a = -(cos(k*20) + cosh(k*20)) + 120*k*(sin(k*20) - sinh(k*20));  
4 - b = (sin(k*20) - sinh(k*20)) + 120*k*(cos(k*20) - cosh(k*20));  
5 - c = -(sin(k*20) + sinh(k*20)) - 43.2014*k^3*(cos(k*20) - cosh(k*20));  
6 - d = -(cos(k*20) + cosh(k*20)) + 43.2014*k^3*(sin(k*20) + sinh(k*20));  
7  
8 - v = [a b; c d];  
9  
10 - det = det(v);  
11 - fplot(det)  
12  
13
```


B) Αντίγραφο της διαδικασίας υπολογισμού των μεγεθών w , X_n , T_n στην εξίσωση κίνησης λόγω κυματικού φορτίου και συνδυασμού κυμάτων και πάγου





```

MATLAB R2012b
HOME PLOTS APPS
+ Find Files
New Script
New Variable
Open Variable
Save Variable
Compare Variable
Clear Workspace
Workspace
Data
Import Data
Find Files
Open Variable
Save Variable
Compare Variable
Clear Workspace
Workspace
Data
Import Data
Analyze Code
Run and Time
Clear Commands
Simulink Library
Layout
Set Path
Preferences
Help
Community
Request Support
Search Documentation
FILE EDIT VIEW DEBUG
C:\Program Files\MATLAB\R2012b
Command Window
>> T1
T1(t) =
-((607363159842113*cos((1309*t)/625))/1073741824 + (6102058498765727*sin((1309*t)/625)^2)/2147483648)*(406178561092855*cos((71107265
>> T2
T2(t) =
-((661992661917129*cos((3863*t)/25000))/70368744177664 - 661992661917129/70368744177664)*(607363159842113*cos((1309*t)/625))/107374
>> T3
T3(t) =
-((607363159842113*cos((1309*t)/625))/1073741824 + (6102058498765727*sin((1309*t)/625)^2)/2147483648)*(2258064005722763*cos((1479*t
>> Tprimorisonmaxw
Tprimorisonmaxw =
-((607363159842113*cos((1309*t)/625) - 2011033/695)/1073741824 + (6102058498765727*sin((1309*t)/625)^2)/2147483648)

```

```

MATLAB R2012b
HOME PLOTS APPS
New Script New Open Find Files Import Data Save Workspace Clear Workspace New Variable Open Variable Clear Workspace Analyze Code Run and Time Clear Commands Simulink Library Layout Set Path Parallel Preferences Help Community Request Support
Search Documentation
C:\Program Files\MATLAB\R2012b
Command Window
>> Tp1morisomaxw
Tp1morisomaxw =
-((607363159842113*cos((1309*t)/625 - 2011933/625000))/1073741824 + (6102058498765727*sin((1309*t)/625 - 2011933/625000)^2)/21474836
>> Tp2morisomaxw
Tp2morisomaxw =
-((607363159842113*cos((1309*t)/625 - 2011933/625000))/1073741824 + (6102058498765727*sin((1309*t)/625 - 2011933/625000)^2)/21474836
>> Tp3morisomaxw
Tp3morisomaxw =
-((2258064005722763*cos((1479*t)/25000 - 2273223/25000000))/35184372088832 - 2258064005722763/35184372088832)*((607363159842113*cos(
/21474836
    
```

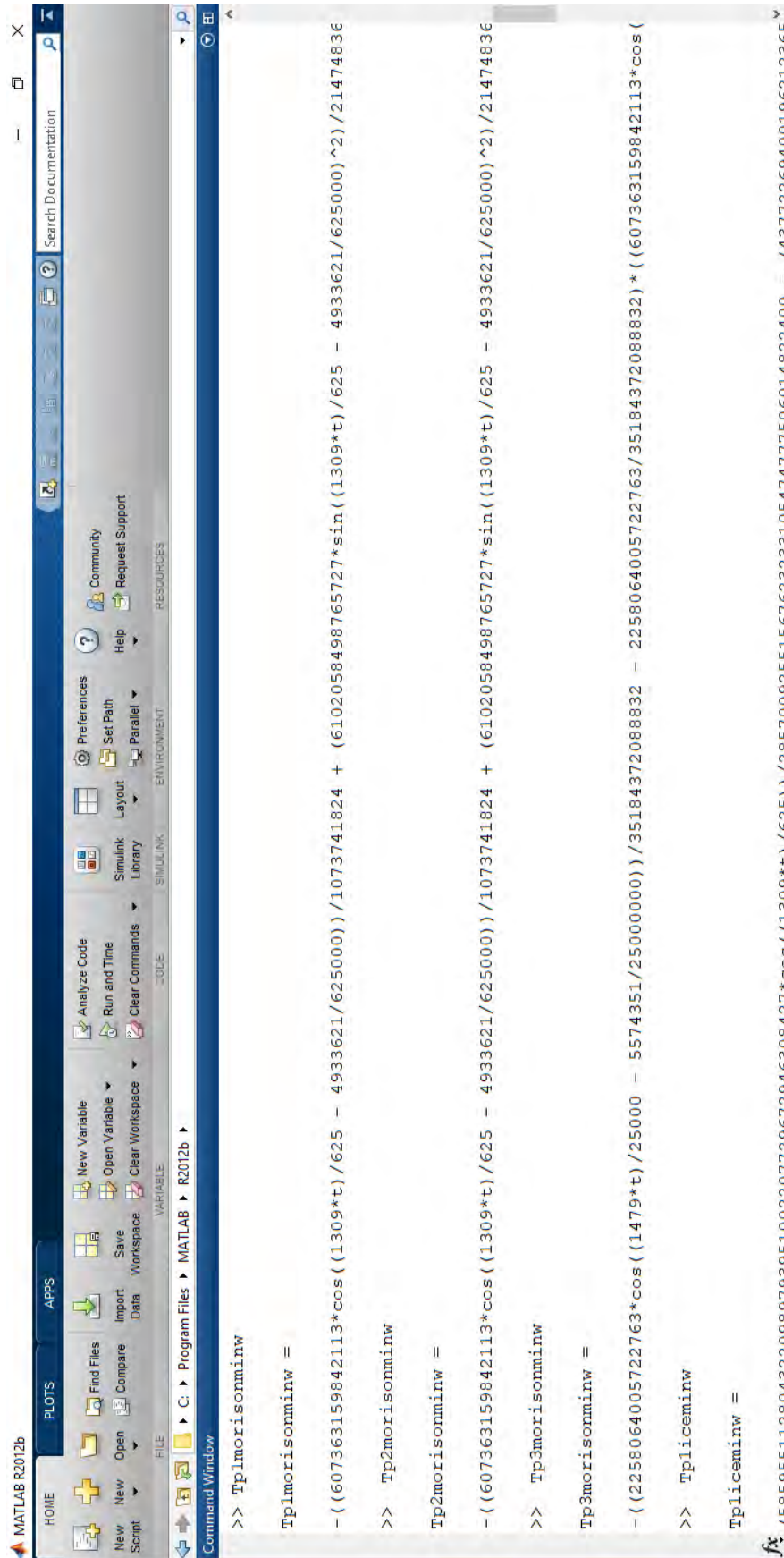
```

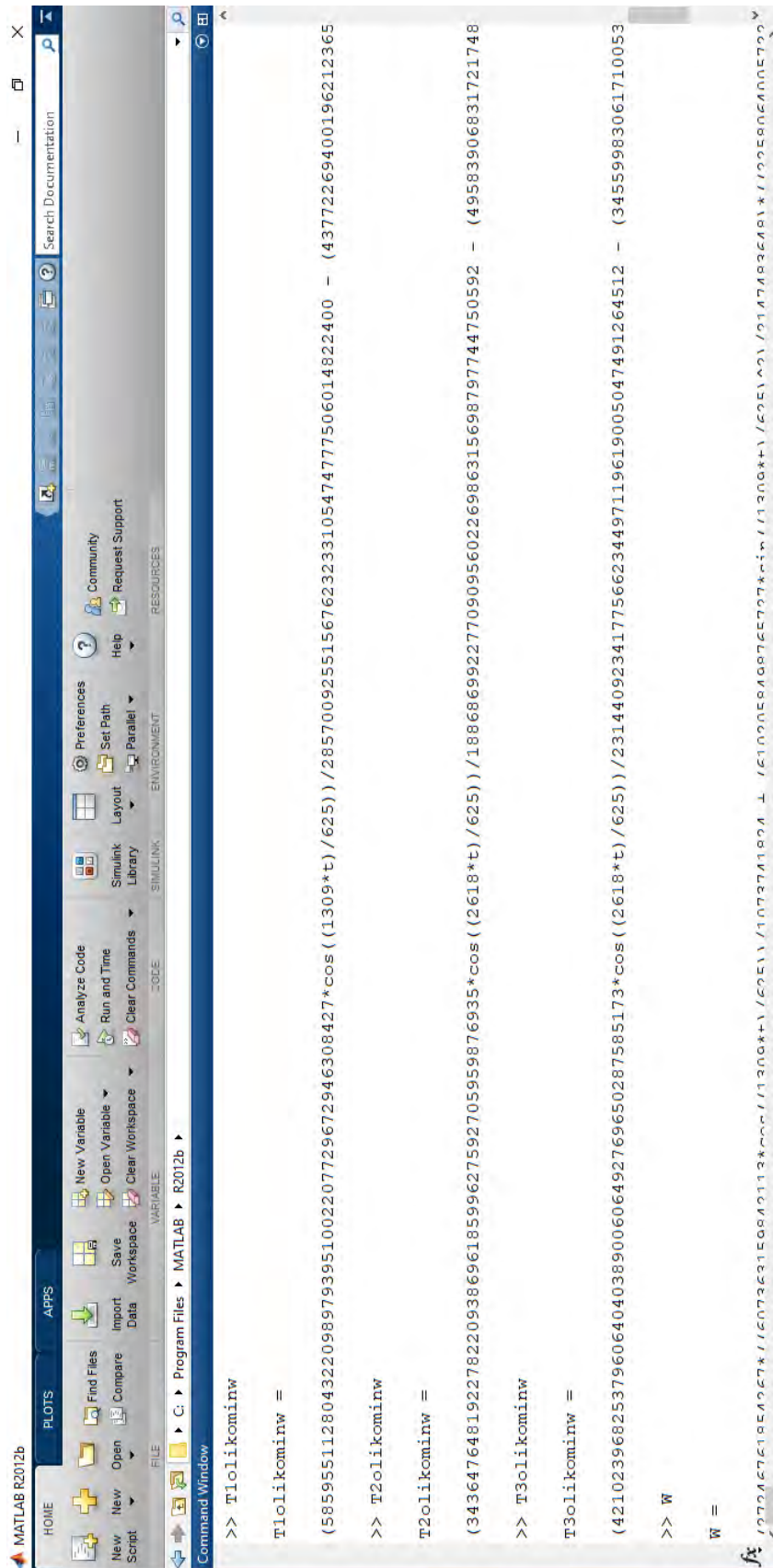
MATLAB R2012b
HOME PLOTS APPS
New Script New Folder Find Files Import Data New Variable Open Variable Save Workspace Clear Workspace Analyze Code Run and Time Clear Commands Simulink Library Layout Set Path Preferences Help Community Request Support
FILE EDIT VIEW TOOLBOX WINDOW HELP
C:\Program Files\MATLAB\R2012b
Command Window
>> Tp1licemaxw
Tp1licemaxw =
(247960462486259852913152986101225654330143383*sin((7107265679942201*t)/2251799813685248 - 10923867350071162937/2251799813685248000))

>> Tp2licemaxw
Tp2licemaxw =
(34364764819227822093869618599627592705959876935*cos((2618*t)/625))/1886869922770909560226986315698797744750592 - (495839068831721748

>> Tp3licemaxw
Tp3licemaxw =
(1258062831683169411982193922738694551*cos((1479*t)/25000 + 112703981474574739/36028797018963968))/264936785744541343390105600000 -

>> Tplmorisonminw
Tplmorisonminw =
-1/ε0*2πε0*εr1*εr2*ω0*U0*cos(ω0*t+φ0) - Α033ε01/ε0ε1/130ε*π1/ε0ε - Α033ε01/ε0ε1/130ε*π1/ε0ε - Α033ε01/ε0ε1/130ε*π1/ε0ε - Α033ε01/ε0ε1/130ε*π1/ε0ε
    
```





The screenshot shows the MATLAB R2012b Command Window with the following content:

```

W =
(27246761854267*((607363159842113*cos((1309*t)/625))/1073741824 + (6102058498765727*sin((1309*t)/625)^2)/2147483648) * ((2258064005722
>> W=X1*T1+X2*T2+X3*T3
W(t) =
(27246761854267*((607363159842113*cos((1309*t)/625))/1073741824 + (6102058498765727*sin((1309*t)/625)^2)/2147483648) * ((2258064005722
>> wminw=X1*T1olikominw+X2*T2olikominw+X3*T3olikominw
wminw =
(27739541141611676349821846537827077842137151418464525172295093387364247490030101414868088519*cos((1309*t)/625))/2237328177496742531
>> wmaxw=X1*T1olikomaxw+X2*T2olikomaxw+X3*T3olikomaxw
wmaxw =
(7161621803139959968825131836632841893933149601920943315590819*sin((7107265679942201*t)/2251799813685248 - 10923867350071162937/22517

```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Bjerkås Morten (2004), Global Design Ice Loads' Dependence of Failure Mode, International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol.14, No.3, Norway: The International Society of Offshore and Polar Engineers.
- [2] Blackerby, Jason (2017), Numerical Simulation of Dynamic Ice Forces on Offshore Structures, College of Engineering, University of Florida.
- [3] Brebbia C.A., Walker S., Dynamic analysis of offshore structures (1979), Butterworth & Co.
- [4] Chopra Anil K., Dynamics of structures-Theory and applications to earthquake engineering, New Jersey: Prentice Hall.
- [5] Clough Ray W., Penzien Joseph (1975) ,Δυναμική των κατασκευών, Τόμος Ι, Αθήνα :Εκδόσεις Παλίσιο.
- [6] Gürtner Arne, Numerical Investigations of Ice-Structure Interaction, StatoilHydro.
- [7] Harleman Donald R.F., Nolan William C., Honsinger Vernon C., Dynamic analysis of offshore structures, Chapter 28.
- [8] Ibrahim, R.A., Chalhoub, N.G., Falzarano, J (2007).: Interaction of ships and ocean structures with ice loads and stochastic ocean waves. ASME Appl. Mech. Rev. 60.
- [9] Jordaan Ian J., Mechanics of ice-structure interaction (2001), Faculty of Engineering and Applied Science, Canada.
- [10] Kärnä Tuomo, Peltola Esa, Sea ice loads on offshore structures, VTT Technical Research Centre of Finland.
- [11] Κουνάδης Αντώνιος Ν. (1989), Δυναμική των συνεχών ελαστικών συστημάτων, Τόμος Ι Γραμμικοί φορείς, Αθήνα :Εκδόσεις Συμεών.
- [12] Μέμος Κωνσταντίνος(2013), Εισαγωγή στα λιμενικά έργα, Αθήνα :Εκδόσεις Συμμετρία.
- [13] Patel Mino H.(1989), Dynamics of Offshore Structures, London: Butterworth & Co.

[14] Sorensen Robert M., Basic coastal engineering, Third edition, Bethlehem: Department of Civil and Environmental Engineering, Lehigh University.

[15] Staroszczyk Ryszard (2007), Loads on an Off-shore structure due to an ice floe impact, Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Vol.54, Szczecin:Institute of Hydro-engineering, Polish Academy of Sciences.

[16] Vandiver J. Kim (1982), Dynamic response of offshore structures, Annual Technical report, Research Supported by the U.S. Geological Survey, Department of the Interior, Massachusetts Institute of Technology.

[17] Wilson James F., Dynamics of Offshore structures, New Jersey: John Wiley & Sons.