

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

# ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ ΠΑΓΟΥ ΣΕ ΠΕΔΙΟ ΙΣΟΤΡΟΠΙΚΗΣ ΚΑΙ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΤΥΡΒΗΣ

των

ΓΙΟΥΡΓΑ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ

ΚΟΤΣΑΝΙΔΗ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ

Επιβλέπων

ΣΤΑΠΟΥΝΤΖΗΣ ΕΡΡΙΚΟΣ

Βόλος, 2014-2015

14495



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 14495/1  
Ημερ. Εισ.: 02-11-2017  
Δωρεά: Συγγραφείς  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜ  
2015  
ΓΙΟ

## Περιεχόμενα

Κατάλογος εικόνων .....	4
Κατάλογος διαγραμμάτων .....	6
Σύμβολα.....	7
Περίληψη.....	8
1.Εισαγωγή.....	9
2.Βιβλιογραφική ανασκόπηση.....	13
2.1 Εισαγωγή.....	13
2.2 Χαρακτηριστικά της τύρβης.....	14
2.3 Προέλευση της τύρβης.....	15
2.4 Φυσικά χαρακτηριστικά τύρβης .....	15
2.4.1 Εξισώσεις κίνησης .....	16
2.4.2 Εξίσωση ορμής.....	17
2.4.3 Τυρβώδης κινητική ενέργεια.....	17
2.4.4 Ένταση τύρβης .....	18
2.4.5 Ομογενής τύρβη.....	18
2.4.6 Ισότροπη τύρβη.....	19
2.4.7 Φάσμα ενέργειας της τύρβης.....	19
2.5 Θεωρία Kolmogorov.....	20
2.5.1 Φάσμα ενέργειας Kolmogorov .....	22
2.6 Πρόβλημα του Stefan.....	23
2.6.1 Το πρόβλημα του Stefan με ένα γραμμικό θερμοκρασιακό προφίλ.....	24
2.6.2 Το πρόβλημα του Stefan με ένα γενικό προφίλ θερμοκρασίας.....	25
2.7 Τήξη σφαιρικών πάγων σε στροβιλώδη τυρβώδη ροή.....	26
2.8 Τήξη σφαιρικών πάγων σε ροή νερού.....	27
3. Μεθοδολογία της διπλωματικής .....	30
4. Περιγραφή πειραματικής διάταξης και οργάνων .....	32
4.1 Περιγραφή πειραματικής διάταξης.....	32
4.2 Δεξαμενή νερού .....	33
4.3 Πλέγματα .....	34
4.4 Σύστημα ταλάντωσης πλεγμάτων.....	36
4.5 Περιφερειακά όργανα και συσκευές.....	38
5. Περιγραφή πειραματικών δοκιμών.....	41

6. Περιγραφή μετρητικής μεθοδολογίας-Ακρίβεια μετρήσεων .....	43
7. Υπολογιστική προσέγγιση ροής γύρω από σφαίρα με το υπολογιστικό πρόγραμμα ANSYS FLUENT.....	45
7.1 Θεωρία .....	45
7.2 Συγκεντρώνοντας τις εξισώσεις .....	46
7.3 Γεωμετρία.....	47
7.4 Πλέγμα (mesh) .....	47
7.5 Συνθήκες προσομοίωσης .....	48
7.6 Συνθήκες στο σύνορο (boundary conditions).....	49
7.7 Αποτελέσματα .....	50
7.8 Συμπεράσματα υπολογιστικής προσέγγισης ροής γύρω από σταθερή σφαίρα .....	64
8. Πειραματικά αποτελέσματα, ανάλυση και σχολιασμός των αποτελεσμάτων .....	65
8.1 Σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο στο κέντρο της διάταξης-Σύγκριση με παρόμοια πειράματα.....	65
8.2 Σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο και σταθερό σφαιρικό δοκίμιο (πλαστικό) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο κάθετο άξονα.....	71
8.3 Σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο και σταθερό σφαιρικό δοκίμιο (πλαστικό) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο οριζόντιο άξονα .....	75
8.4 Σφαιρικά παγωμένα δοκίμια (δύο) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο κάθετο άξονα.....	79
8.5 Συγκριτικά διαγράμματα.....	83
8.6 Επίδραση της τύρβης στη διάχυση θερμότητας στον πυρήνα του παγωμένου δοκιμίου.....	88
9. Οπτικοποίηση φαινομένου με τη χρήση LIF .....	91
10. Συμπεράσματα .....	92
11. Βιβλιογραφία.....	93

## Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 1 Προσομοίωση πειραματικής διάταξης από SolidWorks.....	12
Εικόνα 2 Μόνιμη τυρβώδης ροή ως προς τις μέσες τιμές .....	16
Εικόνα 3 Διάχυση δείκτη σε τυρβώδη ροή ανοικτού καναλιού (open channel flow). ....	20
Εικόνα 4 Ροϊκό πεδίο (Αριστερά στήλη - Σφαίρα πάγου, Δεξιά στήλη -πλαστική σφαίρα).....	29
Εικόνα 5 Στροβιλότητα γύρω από παγωμένη σφαίρα (αριστερά) και πλαστική σφαίρα (δεξιά).....	29
Εικόνα 6 Δεξαμενή παλλόμενων πλεγμάτων.....	33
Εικόνα 7 Πλάγια όψη δεξαμενής-Πλεγμάτων .....	34
Εικόνα 8 Εσωτερική όψη των πλεγμάτων.....	35
Εικόνα 9 Σύστημα ταλάντωσης πλέγματος .....	37
Εικόνα 10 Μεταλλικός οδηγός προσαρμογής δοκιμίων ( το λευκό τμήμα είναι η ντίζα M6 που χρησιμοποιήθηκε για στήριξη).....	37
Εικόνα 11 Inverter εναλλαγής συχνότητας .....	38
Εικόνα 12 Διάταξη για μέτρηση θερμικής διάχυσης .....	39
Εικόνα 13 Πολλαπλασιαστής τάσης σήματος.....	39
Εικόνα 14 Μετασηματιστής σήματος.....	40
Εικόνα 15 Σύστημα laser και περιστρεφόμενου κατόπτρου.....	40
Εικόνα 16 Τροφοδοτικό περιστρεφόμενου κατόπτρου .....	41
Εικόνα 17 Σφαιρικό δοκίμιο από πάγο .....	42
Εικόνα 18 Σφαιρικό δοκίμιο από πάγο και ροδαμίνη.....	43
Εικόνα 19 Εικόνα υπολογιστικού περιβάλλοντος προγράμματος ImageJ.....	44
Εικόνα 20 Γεωμετρία πειράματος.....	47
Εικόνα 21 Γεωμετρία με πλέγμα πεπερασμένων όγκων .....	47
Εικόνα 22 Χαρακτηριστικά του προβλήματος.....	48
Εικόνα 23 Στοιχεία και κόμβοι προβλήματος .....	48
Εικόνα 24 Ιδιότητες υλικών προβλήματος.....	48
Εικόνα 25 Επιλογή περιοχών .....	49
Εικόνα 26 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/4=0,167\text{sec}$ .....	51
Εικόνα 27 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/4=0,167\text{sec}$ .....	51
Εικόνα 28 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,335\text{sec}$ .....	51
Εικόνα 29 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,335\text{sec}$ .....	52
Εικόνα 30 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,502\text{sec}$ .....	52
Εικόνα 31 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,502\text{sec}$ .....	52
Εικόνα 32 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T=0,67\text{sec}$ .....	53
Εικόνα 33 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T=0,67\text{sec}$ .....	53
Εικόνα 34 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,335\text{sec}$ .....	53
Εικόνα 35 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t=T=0,67\text{sec}$ .....	54
Εικόνα 36 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/4=0,14\text{sec}$ .....	54

Εικόνα 37 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/4$ .....	55
Εικόνα 38 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,29 \text{ sec}$ .....	55
Εικόνα 39 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή στιγμή $t=T/2=0,29 \text{ sec}$ .....	55
Εικόνα 40 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,44\text{sec}$ .....	56
Εικόνα 41 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,44\text{sec}$ .....	56
Εικόνα 42 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T=0.63\text{sec}$ .....	56
Εικόνα 43 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T=0.63\text{sec}$ .....	57
Εικόνα 44 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,29\text{sec}$ .....	57
Εικόνα 45 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t=T=0,59\text{sec}$ .....	57
Εικόνα 46 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/4=0,11\text{sec}$ .....	58
Εικόνα 47 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/4=0,11\text{sec}$ .....	58
Εικόνα 48 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,224\text{sec}$ .....	58
Εικόνα 49 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,224\text{sec}$ .....	59
Εικόνα 50 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,33\text{sec}$ .....	59
Εικόνα 51 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,33\text{sec}$ .....	59
Εικόνα 52 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T=0,44\text{sec}$ .....	60
Εικόνα 53 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T=0,44\text{sec}$ .....	60
Εικόνα 54 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t=T/2=0.224\text{sec}$ .....	60
Εικόνα 55 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t=T=0,44\text{sec}$ .....	61
Εικόνα 56 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/4=0,083\text{sec}$ .....	61
Εικόνα 57 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t= T/4=0,083\text{sec}$ .....	61
Εικόνα 58 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,167\text{sec}$ .....	62
Εικόνα 59 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,167\text{sec}$ .....	62
Εικόνα 60 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,251\text{sec}$ .....	62
Εικόνα 61 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,251\text{sec}$ .....	63
Εικόνα 62 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T=0,335\text{sec}$ .....	63
Εικόνα 63 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=T=0,335\text{sec}$ .....	63
Εικόνα 64 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t=T/2=0,167\text{sec}$ .....	64
Εικόνα 65 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t=T=0,335\text{sec}$ .....	64
Εικόνα 66 Δοκίμιο σφαίρας πάγου για χρόνους( $t,t_m/2,t_m$ ).....	70
Εικόνα 67 Δοκίμιο-μπαλάκι σε <u>κάθετη</u> διάταξη για χρόνους ( $t=0,T_m/2,T_m$ ).....	72
Εικόνα 68 Σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο και σταθερό σφαιρικό δοκίμιο (πλαστικό) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο <u>οριζόντιο</u> άξονα για χρόνους ( $t=0,T_m/2,T_m$ ).....	78
Εικόνα 69 Σφαιρικά παγωμένα δοκίμια (δύο) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο κάθετο άξονα για χρόνους ( $t=0,T_m/2,T_m$ ).....	82
Εικόνα 70 Οπτικοποίηση ροής με LIF a) στάσιμο νερό b) αδύναμη τύρβη c) πιο δυνατή τύρβη.....	91

## Κατάλογος διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1 Συνολική ροή θερμότητας $Q_s$ για διάφορες θερμοκρασίες ροής νερού .....	26
Διάγραμμα 2 Αριθμός $Nu$ για τήξη με μηδενική μέση ταχύτητα $u'/U \approx 20\%$ ( $\alpha$ ) και τήξης σε ισχυρή μέση ταχύτητα ροής με $u'/U \approx 10\%$ ( $\beta$ ).....	27
Διάγραμμα 3 Ταχύτητες στο ροϊκό πεδίο στην κάθετη και οριζόντια διεύθυνση για $x < 100$ .....	30
Διάγραμμα 4 Ταχύτητες στο ροϊκό πεδίο στην κάθετη και οριζόντια διεύθυνση για $x > 100$ .....	30
Διάγραμμα 5 $U_{rms}$ στο κέντρο ( $x = y = z = 0$ ) .....	36
Διάγραμμα 6 Υδραυλική διάμετρος –μονό παγωμένο δοκίμιο .....	65
Διάγραμμα 7 Αδιαστοτοποιημένη υδραυλική διάμετρος για το μονό δοκίμιο σφαίρας πάγου, $D_h/D_h(t=0)$ .....	66
Διάγραμμα 8 Χρόνος πλήρους τήξης για το μονό δοκίμιο σφαίρας πάγου.....	67
Διάγραμμα 9 Συντελεστής τήξης για το μονό δοκίμιο σφαίρας πάγου.....	67
Διάγραμμα 10 Σχέση κλίσης υδραυλικής διαμέτρου-θερμοκρασίας, Συγκριτικό.....	69
Διάγραμμα 11 Συντελεστής $m$ , μονό δοκίμιο.....	69
Διάγραμμα 12 Αδιάστατη υδραυλική διάμετρος, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη..	71
Διάγραμμα 13 Συντελεστής τήξης, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη .....	73
Διάγραμμα 14 Αδιάστατη υδραυλική διάμετρος, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη..	73
Διάγραμμα 15 Συντελεστής $m$ , Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη.....	74
Διάγραμμα 16 Χρόνος πλήρους τήξης, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη .....	75
Διάγραμμα 17 Αδιάστατη υδραυλική διάμετρος, Δοκίμιο-μπαλάκι σε οριζόντια διάταξη .....	76
Διάγραμμα 18 Συντελεστής τήξης, Δοκίμιο-μπαλάκι σε οριζόντια διάταξη.....	76
Διάγραμμα 19 Συντελεστής $m$ , Δοκίμιο-μπαλάκι σε οριζόντια διάταξη .....	77
Διάγραμμα 20 Χρόνος πλήρους τήξης, Δοκίμιο-μπαλάκι σε οριζόντια διάταξη .....	77
Διάγραμμα 21 Αδιάστατη υδραυλική διάμετρος, Δοκίμιο-δοκίμιο κάθετα.....	79
Διάγραμμα 22 Χρόνοι πλήρους τήξης, Δοκίμιο-δοκίμιο κάθετα.....	80
Διάγραμμα 23 Συντελεστής τήξης, Δοκίμιο-δοκίμιο κάθετα .....	80
Διάγραμμα 24 Συντελεστής τήξης Δοκίμιο-δοκίμιο κάθετα .....	81
Διάγραμμα 25 Συγκριτικό διάγραμμα $D_h, U_{rms}=44\text{mm/s}$ .....	83
Διάγραμμα 26 Συγκριτικό διάγραμμα $D_h, U_{rms}=49\text{mm/s}$ .....	84
Διάγραμμα 27 Συγκριτικό διάγραμμα $D_h, U_{rms}=53\text{mm/s}$ .....	84
Διάγραμμα 28 Συγκριτικό διάγραμμα $D_h, U_{rms}=59\text{mm/s}$ .....	85
Διάγραμμα 29 Συγκριτικό διάγραμμα $L, U_{rms}=44\text{mm/s}$ .....	85
Διάγραμμα 30 Συγκριτικό διάγραμμα $L, U_{rms}=49\text{mm/s}$ .....	86
Διάγραμμα 31 Συγκριτικό διάγραμμα $L, U_{rms}=53\text{mm/s}$ .....	86
Διάγραμμα 32 Συγκριτικό διάγραμμα $L, U_{rms}=59\text{mm/s}$ .....	87
Διάγραμμα 33 Συγκριτικό διάγραμμα $T_{melt} \cdot U_{rms}$ .....	87
Διάγραμμα 34 Μεταβολή της θερμοκρασίας του πυρήνα με το χρόνο .....	88
Διάγραμμα 35 Μεταβολή της αδιάστατης μεταβλητής $I$ με το χρόνο.....	89
Διάγραμμα 36 Κλίση της θερμοκρασίας για μεγάλη και μικρή ένταση της τύρβης.....	90

## Σύμβολα

Όπου

C = πειραματική σταθερά, αδιάστατη

f = συχνότητα πλέγματος, (Hz)

S = πλάτος ταλάντωσης ( m)

M = μέγεθος διακένου πλέγματος ( m)

$\nu$  = κινηματικό ιξώδες ( $m^2/s$ )

U = ταχύτητα (m/s)

$U_{mean}$  = μέση ταχύτητα (m/s)

$U_{rms}$  = μέση απόκλιση ταχύτητας (m/s)

$\Theta$  = θερμοκρασία ( $^{\circ}C$ )

R = ακτίνα δοκιμίου (m)

Re = αριθμός Reynolds

Nu = αριθμός Nusselt

Gr = αριθμός Grashof

c = ειδική θερμότητα (J/K)

$\lambda$  = λανθάνουσα θερμότητα (kcal/kg)

K = συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας ( $W/(m \cdot K)$ )

h = συντελεστής συναγωγής ( $W/(m^2K)$ )

TE = χρονική κλίμακα (sec)

$\sigma$  = ειδικό βάρος νερού ( $N/m^3$ )

$L_f$  = ενθαλπία τήξης νερού ( $W/(m^2K)$ )

$\rho$  = πυκνότητα νερού ( $kg/m^3$ )



## Περίληψη

Το λιώσιμο των σφαιρικών πάγων διαμέτρου 0,0375m παρατηρείται από την οπτικοποίηση της ροής σε μια δεξαμενή νερού με παραγωγή τύρβης και αναλύεται με επεξεργασία εικόνας . Στην εν λόγω εγκατάσταση η παραγόμενη τύρβη ήταν σχεδόν ισοτροπική και ομοιογενής με μηδενική μέση ταχύτητα . Για τα πειράματα του νερού χρησιμοποιήθηκαν δύο κινούμενα πλέγματα που πραγματοποιούσαν ταλάντωση μέσα στο νερό. Η ποσότητα που απετέλεσε το κύριο μέλημα της εργασίας ήταν η αλλαγή στις γραμμικές διαστάσεις της σφαίρας κατά τη διάρκεια της τήξης, ώστε να συνδεθεί με την επίδραση της έντασης της τύρβης και να συγκριθεί με τις επιπτώσεις της τύρβης στην τήξη σε υγρό μέσο . Διαπιστώθηκε ότι στροβιλισμός μειώνει σημαντικά το χρόνο τήξης και σε συνδυασμό με τις δυνάμεις άνωσης μπορεί να οδηγήσει σε επιμήκη σχήματα. Η τήξη του ενός ζεύγους των σφαιρών εξετάστηκε επίσης . Λέξεις-κλειδιά : τήξης , Σφαιρικός πάγος , Μετάδοσης Θερμότητας , Ισότροπη τύρβη, Πρόβλημα του Στέφαν.

### **Melting of Ice Spheres in Nearly Isotropic Turbulence With Zero Mean**

#### Abstract

The melting of ice spheres of diameter 0.0375 m has been observed by flow visualization in a water tank and in an air turbulence chamber. In the facility the generated turbulence was nearly isotropic and homogeneous with zero mean velocity. For the water experiments two oscillating grids were used. The quantity of main concern was the change in the linear dimensions of the sphere during melting in order to relate it to the effect of turbulence intensity and also compare the impact of turbulence on the melting in still fluid medium. It was found that turbulence greatly reduces melting times and in combination with buoyancy forces can lead to elongated shapes. The melting of a pair of spheres was also examined. Keywords: Melting, Ice Sphere, Heat Transfer, Isotropic Turbulence, Stefan Problem.

## 1.Εισαγωγή

Η τήξη στερεών αντικειμένων είναι μια κατάσταση η οποία μπορεί να συναντηθεί σε συνθήκες περιβάλλοντος αλλά και βιομηχανικές ,όπως το λιώσιμο του πάγου σε εναλλάκτες θερμότητας , διάλυση στερεών σε υγρά, λιώσιμο κρυστάλλων σιλικόνης για μικροηλεκτρονικές εφαρμογές , συγκολλήσεις βαθιάς διείσδυσης , τεχνολογία χύτευσης μετάλλων ,τήξη υπό διάφορες συνθήκες βαρύτητας στο διάστημα, απόψυξη κατεψυγμένων τροφών καθώς και το λιώσιμο χαλαζιού στη μετρολογία και των παγόβουων στη μελέτη των πάγων και την ωκεανογραφία, ανάπτυξη κρυστάλλων , κρυσταλλοποίηση μάγματος κ.λπ. Λόγω της επιρροής των αλλαγών φάσης, τα χαρακτηριστικά ορμής, θερμότητας και μεταφοράς ειδών μεταξύ φάσεων είναι σημαντικά διαφορετικά από εκείνα μεταξύ δύο φάσεων χωρίς αλλαγή φάσης ειδικότερα εάν η μεταφορά ενισχύεται από εξαναγκασμένη συναγωγή και με την παρουσία τύρβης . Ένα κινούμενο σύνορο αναπτύσσεται μεταξύ των φάσεων, το οποίο πρέπει να είναι καθορισμένο σε χώρο και χρόνο. Θερμική ενέργεια απελευθερώνεται σε αυτό το σύνορο σε μορφή λανθάνουσας θερμότητας. Δεδομένου ότι η ανάμιξη του τήγματος με τη ροή του ρευστού τροφοδοσίας δεν είναι σε θερμική ισορροπία και η λανθάνουσα θερμότητα δεν απομακρύνεται μόνο με αγωγή , οι μαθηματικές συνθήκες στο όριο είναι μη - γραμμικές , καθιστώντας τη λύση των λεγόμενων << Προβλημάτων Stefan κινούμενου συνόρου >> πολύ δύσκολη, ακόμη και σε μία διάσταση ,[1]. Μπορούμε να υποθέσουμε ότι η θερμοκρασία στο στερεό είναι ομοιόμορφη και ίση με τη θερμοκρασία τήξης . Ακόμη και σε αυτή την περίπτωση, για παράδειγμα , εάν ο πάγος λιώνει σε μια δεξαμενή με στάσιμο νερό, μια περαιτέρω περιπλοκή περίπτωση προκύπτει λόγω της ανώμαλης θερμικής διαστολής του νερού σε περίπου 4 °C , η οποία προκαλεί ένα φαινόμενο που ονομάζεται ,φαινόμενο αντιστροφής συναγωγής, [2] . Εάν κατά τη διάρκεια της αλλαγής φάσης υπάρχουν υγρά που αποτελούνται από περισσότερα από ένα χημικά είδη ( για παράδειγμα τήξη του πάγου σε αλατούχο νερό) , στη συνέχεια η φυσική συναγωγή θα οφείλεται στην ταυτόχρονη δράση των θερμικών κινητήριων δυνάμεων . Πολλά δυαδικά υγρά θα μπορούσαν να έχουν πολύ διαφορετικές μοριακές διαχυτότητες για τη θερμότητα και τη μάζα και μια τέτοια φυσική συναγωγή ονομάζεται συχνά συναγωγή διπλής διάχυσης ,[3] .

Η τήξη των πάγων με σφαιρικό σχήμα έχει λάβει πολλή προσοχή , λόγω της πειραματικής και θεωρητικής ευκολίας . Η μελέτη της θερμικής ελεύθερης συναγωγής από τήξη σφαίρας πάγου σε μια δεξαμενή νερού,[4], έδειξε ότι για θερμοκρασίες νερού πάνω από περίπου 5,3 °C έχουμε αύξηση του συνολικού αριθμού Nusselt και του ρυθμού τήξης με την αύξηση της θερμοκρασίας του νερού. Ένα οριακό στρώμα του λιωμένο υγρού σχηματίζεται στην κορυφή της σφαίρας και ρέει προς τα κάτω και διαχωρίζεται κάπου μπροστά από το χαμηλότερο σημείο στασιμότητας. Στη συνέχεια, τα διατμητικά στρώματα σχηματίζουν μια καθοδική μετακίνηση μορφής λοφίου . Σε πειράματα με σφαίρα από κερι που λιώνει σε ζεστό νερό , τα ποσοστά τήξη αυξάνονται σχεδόν γραμμικά με τη διαφορά θερμοκρασίας του νερού της δεξαμενής ,  $\Delta\theta = ( \theta_{ice} - \theta_{amb} )$  , ενώ η προς τα κάτω κίνηση τύπου λοφίου γίνεται ταραγμένη και το κάτω μέρος της σφαίρας διαβρώνεται . Για

Θερμοκρασίες νερού κάτω από 4 °C παρατηρήθηκε το αντίθετο φαινόμενο , δηλαδή ο αριθμός Nusselt και τα ποσοστά τήξης μειώθηκαν καθώς η θερμοκρασία του νερού αυξήθηκε από 0 °C έως 4 °C, ενώ το οριακό στρώμα αρχίζει στο κατώτερο μέρος της σφαίρας να διαχωρίζεται κοντά στην κορυφή . Για θερμοκρασίες νερού μεταξύ 4 και 5,3 °C η κατεύθυνση της ροής δεν είναι μοναδική και δεν υπάρχει κανένα οριακό στρώμα. Αποτελέσματα παρόμοια με του [4] βρέθηκαν στο [6]. Ο βαθμός τήξης είναι ανάλογος με το μέσο συντελεστή μεταφοράς θερμότητας και τη διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ του νερού και του πάγου και αντιστρόφως ανάλογος προς τη διάμετρο σφαίρας (D). Όπως και στο [4] το σχήμα της σφαίρας αλλάζει και μοιάζει με ένα επίμηκες σφαιροειδές με τον κύριο άξονα, κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Η περίπτωση της τήξης των σφαιρικών πάγων με μηδενική ροή ( $U_{mean}=0$ ) δεν έχει υποστεί ανάλυση σε μεγάλο βαθμό, επειδή οι περισσότερες από τις εργασίες ασχολούνται με τήξη σε ένα κινούμενο ρεύμα αέρα υπό συνθήκες εξαναγκασμένης και μεικτής συναγωγής ,[7],[8],[9], καθώς επίσης και σε κινούμενο ρεύμα νερού,[10],[11] το τελευταίο για την αντιμετώπιση των συνεπειών της ισχυρής ανισότροπης τύρβης. Σε γενικές γραμμές, ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας μεταξύ της σφαίρας πάγου και αέρα σταθερής θερμοκρασίας και υγρασίας, περιγράφεται στο [8], όπου η λανθάνουσα θερμότητα τήξης θα είναι ίση με την μεταφορά θερμότητας μέσα από το νερό, η οποία με τη σειρά της θα είναι ίση με το άθροισμα της αγωγής θερμότητας και συναγωγής μέσω του αέρα και τη συμπύκνωση των ατμών πολύ κοντά στην επιφάνεια της σφαίρας.

Για νηνεμία ( $U_{mean} = 0$ ), η ανταλλαγή θερμότητας λαμβάνει χώρα μόνο μέσω της αγωγής και της ανταλλαγής των υδρατμών μεταξύ της σφαίρας και ο αέρας καταστέλλεται . Συμβολίζοντας με  $T_{melt}$  (ή  $T_m$ ) το χρόνο για την πλήρη τήξη από την έναρξη της διαδικασίας τήξης , βρέθηκε ότι για σταθερή υγρασία του αέρα ,  $Do^2 / T_{melt}$  μεταβάλλεται σχεδόν γραμμικά με  $\Delta\Theta = \Theta_{amb} - \Theta_0$  πάγου , η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ της θερμοκρασίας του αέρα του περιβάλλοντος και την αρχική ( $t=0$ ) επιφανειακή θερμοκρασία πάγου. Σε ένα ρεύμα αέρα με  $U_{mean} \neq 0$  , μπορεί να ληφθεί υπόψη η αυξημένη ανταλλαγή θερμότητας και υδρατμών στο συντελεστή μεταφοράς θερμότητας μέσω δύο αριθμητικών σταθερών  $C_h$  και  $C_m$  ως :  $C_h \approx 1 + 0.27Re^{0.5}$  ,  $C_m \approx 1 + 0.26Re^{0.5}$  όπου  $Re = (U_{mean} * D_o)/\nu$  ,είναι ο αριθμός Reynolds της σφαίρας. Στη συνέχεια, για σταθερή υγρασία του αέρα ,  $Do^2 / ( T_m C_m^{0.82} )$  αυξάνει σχεδόν γραμμικά με  $\Delta\Theta$ . Μια μελέτη της οριζόντιας ροής του νερού γύρω από μια σφαίρα πάγου που υπόκειται σε λιώσιμο, με τη βοήθεια της μεθόδου PIV,[10], έδειξε ότι η αυξημένη κυκλοφορία στο απόρρευμα ενισχύει την αναγκαστική μεταφορά θερμότητας συναγωγής και ως εκ τούτου το σχήμα στο πίσω μέρος γίνεται επίπεδο.

Επειδή ο διαχωρισμός του οριακού στρώματος και η τοπικά μειωμένη μεταφορά θερμότητας λαμβάνει χώρα στη θέση όπου η μέγιστη διάμετρος του σωματιδίου τήξης ευθυγραμμίζει κατά την εγκάρσια κατεύθυνση της επικρατούσας εκεί ροής, το σωματίδιο τήξης είναι μικρότερο κατά την κατεύθυνση της ροής και ο λόγος  $m$  του ρεύματος ως προς τις εγκάρσια μέγιστες διαστάσεις ( $m =$  μείζων άξονας  $a$  / δευτερεύοντα άξονα  $b$ , αν το σχήμα είναι ένα σφαιροειδές) είναι μεγαλύτερος από 1,0. Η κυκλοφορία στο απόρρευμα και ο ρυθμός αύξησης του  $m$  εντείνονται καθώς αυξάνεται η ταχύτητα απορρεύματος. Από το πείραμα ,[10], που διεξήχθη με το νερό να ρέει στην οριζόντια κατεύθυνση, η συνεισφορά της ελεύθερης συναγωγής σε σχετικά χαμηλές ταχύτητες νερού

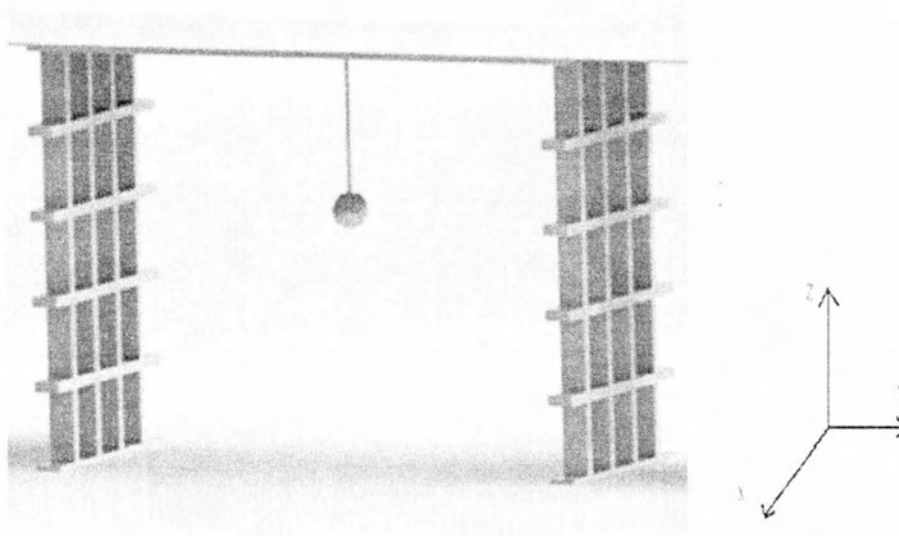
(Grashof / Reynolds<sup>2</sup> > 0.682 στο [10]), είχε ως αποτέλεσμα τα σχήματα τήξης να καταλήγουν σε μη σφαιροειδή σχήματα, αλλά ούτε και συμμετρικά, λόγω της προς τα κάτω κλίσης του λιωμένου υγρού.

Στην μετεωρολογία, υπάρχει ενδιαφέρον για το σχήμα των κόκκων χαλαζιού οι οποίοι συνήθως, για λόγους σταθερότητας, έχουν το σχήμα ενός πεπλατυσμένου σφαιροειδούς με τον ελάσσονα άξονα,  $b$ , προς την κατεύθυνση της πτώσης (κάθετα). Τέτοια σχήματα του σφαιροειδή πάγου ελέγχθηκαν σε μια αεροδυναμική σήραγγα στο [7]. Διαπιστώθηκε ότι ο συνολικός ρυθμός τήξης ( $kg/s$ ) ήταν ανάλογος προς  $Re^{0.5}$  και ένα αριθμητικό συντελεστή "χ" (με τιμές μεταξύ 0.7 και 1.0 στα πειράματά τους), ο οποίος ήταν μια αύξουσα συνάρτηση του  $m$ , δηλαδή, όσο πιο "επίπεδο" το σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο, τόσο καλύτερη είναι η συνολική ταχύτητα μεταφοράς θερμότητας ανά μονάδα επιφάνειας της και τόσο υψηλότερο το ποσοστό  $To$  "επίπεδο" χαλάζι όμως έχει σχετικά μικρότερη συνολική επιφάνεια (με την προϋπόθεση ότι το κύριο μήκος του άξονα, είναι το ίδιο) και λιγότερο συνολική μάζα που χάνεται λόγω της τήξης.

Η τήξη του πάγου σχήματος σφαίρας μελετήθηκε σε ένα θάλαμο στροβιλισμού που περιέχει δύο περιστρεφόμενους δίσκους που παρήγαγαν ισχυρή ανισότροπη τύρβη με σχεδόν μηδενική μέση ταχύτητα και ηπιότερη ισότροπη τύρβη με ισχυρή μη-μηδενική μέση ταχύτητα, όλα σε μεγάλους αριθμούς  $Re$ , [11]. Σε διαφορετικές περιπτώσεις των δοκιμών, οι σφαίρες διατηρούνται σταθερές, ή επιτρέπεται να κινούνται ελεύθερα στο θάλαμο στροβιλισμού. Σε αμφότερες τις περιπτώσεις, όπως η τήξη προχωρούσε, το αρχικά σφαιρικό σχήμα άλλαξε σε ενός ελλειψοειδούς επίμηκες σφαιροειδούς με τον κύριο άξονα, να ευθυγραμμίζεται με την κατεύθυνση της ασθενέστερης τυρβώδους έντασης. Πριν να εισαχθούν στον θάλαμο στροβιλισμού οι σφαίρες πάγου θερμαίνονται σε θερμοκρασία τήξης τους δηλαδή  $0\text{ }^{\circ}C$ . Σε ένα τέτοιο πείραμα με ανισότροπη τύρβη με  $U_{mean} = 0$ ,  $U_{rms} \approx 0,09\text{ m/s}$  και οι άλλες δύο εντάσεις τύρβης να είναι περίπου ίσες με  $0,14\text{ m/s}$ , η αρχική διάμετρος της σφαίρας πάγου ήταν  $D_0 = 18\text{ mm}$ . Η εξαναγκασμένη συναγωγή ήταν συντριπτικά μεγαλύτερη από τη φυσική συναγωγή και η μεταφερόμενη ροή θερμότητας ήταν ανάλογη με τη διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος νερού και της θερμοκρασίας του πάγου,  $\Delta\theta = \theta_{amb} - \theta_{ice}$ . Δεδομένου ότι η κλίση της θερμοκρασίας στο εσωτερικό της σφαίρας εξαφανίστηκε λόγω θερμοποίησης, ο όρος διάχυσης στην εξίσωση Stefan, [11], ήταν μηδέν και ο ρυθμός τήξης του δοκιμίου αναμενόταν να είναι ανάλογος προς  $\Delta\theta$ . Όπως και στο [11], έτσι μειώθηκε το ποσοστό τήξης στην παράγωγο της ακτίνας της σφαίρας,  $dR/dt$ . Παρά το γεγονός ότι η μεταφορά θερμότητας παρατηρήθηκε να είναι πολύ ισχυρότερη ( $Nu \approx Re^{0.8}$ ), από ό,τι σε στρωτή ροή, εξετάστηκαν δύο περιπτώσεις για τις σταθερές σφαίρες, δηλαδή  $U_{mean} = 0$  με 50% ανισοτροπία και  $U_{mean} \neq 0$  με "σχεδόν" ισότροπη τυρβώδης ροή, οδήγησε σε παρόμοιες τιμές του αριθμού Nusselt (σχετίζεται άμεσα με  $dR/dt$ ). Η εξήγηση θα μπορούσε να είναι ότι αυτοί οι δύο διαφορετικοί τύποι ροών είχαν παρόμοια μεγάλη κλίμακα αριθμών Reynolds ( $\approx 104-105$ ). Τέλος, στην περίπτωση των ελεύθερα κινούμενων δοκιμών με  $U_{mean} = 0$  και με διαμέτρους της τάξης του ολοκληρώματος κλίμακας τύρβης, διαπιστώθηκε, [11], ότι σε αντίθεση με τις περιπτώσεις σταθερών δοκιμών για τις οποίες αντανάκλαται η ανισοτροπία της ροής από το σχήμα των σωματιδίων, η τήξη ήταν ισοτροπική και συνεχιζόταν για τις εκατοντάδες των μεγάλων δινών πάνω σε χρονικές κλίμακες ( $0,13 \leq TE \leq$

0.675, χρόνοι παρατήρησης στα πειράματα > 40 sec, με  $dR / dT$  σχεδόν σταθερή σε αυτό το χρονικό διάστημα). Το γεγονός αυτό οφείλεται στη σύζευξη των μεταφραστικών δυνάμεων των ελεύθερα κινούμενων σφαιρών της περιστροφικής δυναμική τους. Ο αριθμός Nusselt βρέθηκε να είναι μια γραμμική συνάρτηση αριθμού Reynolds του σωματιδίου,  $Nu \approx Re$ . Σύμφωνα με το [11], αυτό το είδος της ροής γύρω από την κινούμενη σφαίρα και της τήξης αντιστοιχεί στο τελικό καθεστώς της μεταφοράς θερμότητας για τις οποίες ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας δεν εξαρτάται πλέον από τη διάμετρο των σωματιδίων, αλλά είναι ανάλογο μόνο στις διακυμάνσεις της ταχύτητας Root Mean Square, ( $U_{rms}$ ).

Ο σκοπός της παρούσας πειραματικής εργασίας, που χρησιμοποιεί κυρίως οπτικοποίηση της ροής και επεξεργασία εικόνας, είναι να διερευνήσει την επίδραση της ισότροπης και ομοιογενής τυρβώδης ροής στη διαδικασία τήξης των σταθερών σφαιρών πάγου και στις δύο περιπτώσεις, περιβάλλοντα νερού και περιβάλλοντα αέρα. Προκειμένου να διαχωριστούν τα αποτελέσματα της μέσης ροής και ιστροπίας, έχουμε επικεντρωθεί σε σχεδόν ιστροπική τυρβώδη ροή με μηδενική μέση ταχύτητα,  $U_{mean} = 0$ . Η τυρβώδης ροή σε νερό παράγεται με διπλό δικτύωμα ταλάντωσης, [12]. Η κύρια παράμετρος που προβληματίζει είναι η μεταβαλλόμενη  $U_{rms}$  και η επιρροή της στο ρυθμό τήξης.



Εικόνα 1 Προσομοίωση πειραματικής διάταξης από SolidWorks

## 2.Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου, δεν είναι να δοθεί μία πλήρης επισκόπηση της θεωρίας σχετικά με την τυρβώδη ροή, το πρόβλημα διάχυσης μάζας και την τύρβη παλλόμενου πλέγματος, αλλά μία εισαγωγή στις έννοιες αυτών των επιστημονικών περιοχών. Επίσης, γίνεται αναφορά στη διεθνή βιβλιογραφία ,[17],[19],σχετικά με τις εφαρμογές της τύρβης από παλλόμενο πλέγμα και τη διάχυση ουσιών σε τυρβώδη ροή.

### 2.1 Εισαγωγή

Κάνοντας μια σύντομη ιστορική αναδρομή, πρώτος ο Hagen το 1839 παρατήρησε τη μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη. Ο Hagen διαπίστωσε την εμφάνιση τύρβης,[17], με την αύξηση της ταχύτητας, των διαστάσεων και τη μείωση του ιξώδους, δεν έδωσε όμως το κριτήριο της μετάβασης. Συστηματικά πειράματα και θεωρητικές μελέτες του Osborne Reynolds (1842-1912),[17], διευκρίνισαν το φαινόμενο της μετάβασης. Συγκεκριμένα, ο Reynolds παρατήρησε στα πειράματα του ότι η μετάβαση από τη στρωτή στη τυρβώδη ροή εξαρτάται από πολλούς παράγοντες όπως είναι:

- A) Η ένταση της κινητικής ενέργειας της ροής ή αλλιώς το μέγεθος των δυνάμεων αδράνειας.
  - B) Το μέγεθος του μοριακού ιξώδους του ρευστού, που δρα ανασταλτικά, περιορίζοντας τις διαταραχές της ροής.
  - Γ) Τα στερεά τοιχώματα που περιορίζουν τη ροή
- Οι επιδράσεις αυτές λαμβάνονται υπόψη με τον αριθμό Reynolds που σε σωλήνα με διάμετρο  $d$  γράφεται:

$$Re = \frac{u D}{\nu}$$

Από φυσική άποψη, ο αριθμός Reynolds μπορεί να θεωρηθεί σαν λόγος δύο αντικρουόμενων δυνάμεων, δηλαδή των δυνάμεων αδράνειας, που σχετίζονται με τη μεταβολή της ποσότητας κινήσεως της ροής και των δυνάμεων λόγω ιξώδους. Είναι δηλαδή:

$$Re = \frac{\text{αδρανειακές δυνάμεις}}{\text{δυνάμεις ιξώδους}}$$

Για κάθε ειδικό πρόβλημα ροής υπάρχει ένας κρίσιμος αριθμός Reynolds  $Re_c$ , τέτοιος ώστε όταν:

$Re < Re_c$  η ροή είναι στρωτή

$Re > Re_c$  η ροή είναι τυρβώδης

Θεωρίες για τυρβώδεις ροές έχουν αναπτυχθεί από τον Taylor,[19], Prandl,[17], Von Karman ,[17],και άλλους. Οι θεωρίες αυτές βασίζονται στην ομοιότητα ανάμεσα στις

τυρβώδεις διακυμάνσεις και τις μοριακές κινήσεις που χαρακτηρίζονται από αταξία. Εκφράσεις για μεταφορά μάζας, ορμής και ενέργειας σχηματίζονται κατά αναλογία με τις εκφράσεις για διάχυση της ύλης, ιξώδη μεταφορά της ορμής και μεταφορά θερμότητας λόγω της τυχαίας κίνησης των μορίων.

Οι θεωρίες για τυρβώδεις ροές μεγάλης κλίμακας, αν και χρησιμοποιούνται ευρέως, είναι ημιεμπειρικές. Περισσότερο λεπτομερείς θεωρίες υπάρχουν για συγκεκριμένες περιοχές. Ο Taylor ,[19], ανέπτυξε τη ιδέα της ομογενούς και ισότροπης τύρβης, μία μαθηματική εξιδανίκευση της τύρβης, με την οποία μπορούν να εξαχθούν εκφράσεις για στατιστικές ποσότητες οι οποίες μπορούν να εξηγήσουν σημαντικές πτυχές της τυρβώδους ροής. Στη μελέτη του για διάχυση από συνεχείς κινήσεις σε ομογενή ιστροπικά πεδία, η διάχυση ύλης σε ροϊκό πεδίο, βρέθηκε ότι σχετίζεται με τη ταχύτητα διακύμανσης (random velocity) των ροϊκών σωματιδίων. Εκτεταμένη μελέτη της ομογενούς, ιστροπικής τύρβης και της διάχυσης σε ομογενή τύρβη έχει γίνει από τον Batchelor (1949,1956),[17]. Εφαρμογή ομογενούς, ιστροπικής τύρβης σε πραγματική τυρβώδη ροή έγινε από τον Kolmogorov (1941),[17]. Πιο λεπτομερής αναφορά στη θεωρία του Kolmogorov γίνεται σε επόμενη παράγραφο.

## 2.2 Χαρακτηριστικά της τύρβης

Είναι δύσκολο να δοθεί ακριβής ορισμός για την τύρβη. Ωστόσο, μπορούν να προσδιοριστούν τα χαρακτηριστικά της τύρβης .

1) Η τύρβη είναι τυχαία και χαοτική. Για αυτό το λόγο η προσέγγιση της τύρβης γίνεται με στοχαστικές μεθόδους.

2) Η διαχυτότητα της τύρβης, η οποία προκαλεί ανάμειξη και αυξημένο ρυθμό ορμής, θερμότητας και μεταφοράς μάζας, είναι ένα ακόμα χαρακτηριστικό της τύρβης. Οι διακυμάνσεις της ταχύτητας προκαλούν ανάμειξη σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό από ότι η μοριακή διάχυση. Έτσι, αν σε ένα ρευστό η ροή χαρακτηρίζεται από αταξία, αλλά ωστόσο οι διακυμάνσεις της ταχύτητας δεν είναι διασκορπισμένες σε όλη την έκταση του, τότε η ροή του ρευστού δεν χαρακτηρίζεται τυρβώδης.

3) Η τύρβη είναι περιστροφική και τρισδιάστατη. Χαρακτηρίζεται από υψηλά επίπεδα μεταβαλλόμενης στροβιλότητας. Οι στροβιλώδεις αυτές κινήσεις, που ονομάζονται δίνες, εμφανίζονται από τις μεγάλες κλίμακες μέχρι τις μικρότερες όπου κυριαρχεί η μοριακή διάχυση. Οι μικρότερες κλίμακες της τύρβης δημιουργούνται από το μηχανισμό 'vortex stretching'.

4) Οι τυρβώδεις ροές παρουσιάζουν πάντα εξασθένηση ενέργειας (dissipation). Επομένως για να διατηρηθεί μία τυρβώδης ροή χρειάζεται συνεχή τροφοδοσία ενέργειας.

5) Η τύρβη είναι συνεχές φαινόμενο. Η μικρότερη κλίμακα της τύρβης είναι πολύ μεγαλύτερη από τις μοριακές κλίμακες.

6) Η τύρβη είναι ιδιότητα της ροής και όχι του ρευστού.

### 2.3 Προέλευση της τύρβης

Η τύρβη, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, σχετίζεται με υψηλούς αριθμούς Reynolds. Είναι αποτέλεσμα της μη γραμμικής φύσης της συναγωγής (advection) η οποία δημιουργεί αλληλεπίδραση ανάμεσα σε διαφορετικής κλίμακας κινήσεις. Έτσι, μια αρχική διαταραχή με δεδομένο χαρακτηριστικό μήκος τείνει να εξαπλωθεί σε μεγαλύτερες και σε μικρότερες κλίμακες. Αυτή η εξάπλωση περιορίζεται στις μεγάλες κλίμακες από όρια ή από δυνάμεις, ενώ στις μικρές κλίμακες από το ιξώδες. Αν οι κλίμακες εκτείνονται σε μεγάλο εύρος τότε η ροή παίρνει πολύπλοκη μορφή.

### 2.4 Φυσικά χαρακτηριστικά τύρβης

Βασικό χαρακτηριστικό της τυρβώδους ροής είναι η 'ακατάστατη' μορφή της μεταβολής των τοπικών υδροδυναμικών μεγεθών, όπως είναι η ταχύτητα και η πίεση, σε συνάρτηση με το χρόνο. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται στατιστικοί οροί για την περιγραφή των μεγεθών. Πρώτος ο Reynolds μελέτησε την τυρβώδη κίνηση ως μια διασπορά γύρω από μία μέση τιμή. Έτσι, η στιγμιαία ταχύτητα  $u_i(t)$  είναι δυνατόν να αναλυθεί σε άθροισμα μίας μέσης τιμής  $U_i(t)$  και μίας διαταραχής  $u'_i(t)$ . Είναι δηλαδή ο διαχωρισμός κατά Reynolds (Reynolds decomposition):

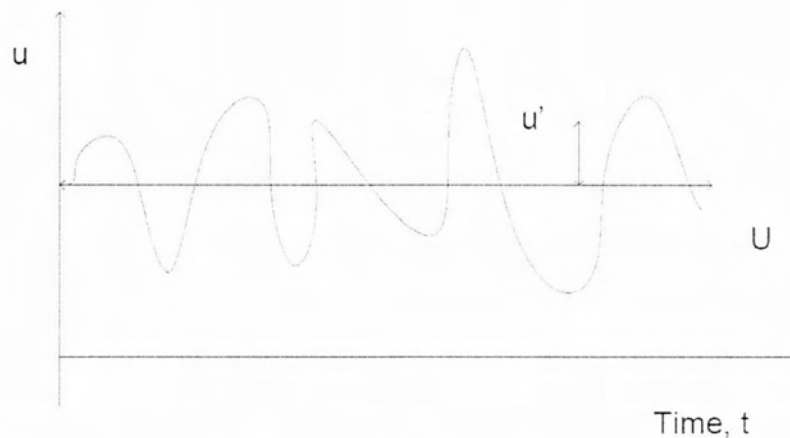
$$u_i(t) = U_i(t) + u'_i(t)$$

Όπου:

$U_i(t)$  = είναι η μέση χρονικά τιμή της ταχύτητας

$u'_i(t)$  = η ταχύτητα διαταραχής που εμφανίζει διακυμάνσεις τυχαίας ή στοχαστικής μορφής.





Εικόνα 2 Μόνιμη τυρβώδης ροή ως προς τις μέσες τιμές

Η μέση ταχύτητα  $U_i$  μπορεί να υπολογιστεί σαν ολοκλήρωμα της μορφής:

$$U_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i dt \quad (2.1)$$

όπου  $T$  μία χρονική περίοδος τουλάχιστον μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από τη μεγαλύτερη περίοδο των τυχαίων διαταραχών.

- Όταν η μέση χρονικά τιμή των υδροδυναμικών μεγεθών (π.χ. στην περίπτωση της ταχύτητας η  $U_i$  είναι σταθερή, τότε η τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται ως 'μόνιμη ως προς τις μέσες τιμές', όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.

- Όταν η μέση χρονικά τιμή των υδροδυναμικών μεγεθών δεν είναι σταθερή, τότε έχουμε 'μη μόνιμη τυρβώδη ροή ως προς τις μέσες τιμές'.

Η μέση τιμή της διακύμανσης  $u'$  είναι εξ ορισμού μηδέν:

$$\bar{u}' = 0 \quad (2.2)$$

Σε πειραματικές μετρήσεις χρησιμοποιείται η μέση χρονικά τιμή, καθώς οι μετρήσεις γίνονται σε συγκεκριμένα σημεία σε στατιστικά σταθερό πεδίο ροής (συνήθως όμως ανομοιογενές). Σε ένα ανομοιογενές ρευστό μία μέση χρονικά τιμή όπως η  $U_i$  είναι συνάρτηση της θέσης οπότε η χρήση μέσης χωρικής τιμής είναι ανώφελη. Για να έχει νόημα η μέση χρονική τιμή θα πρέπει το παραπάνω ολοκλήρωμα να είναι ανεξάρτητο από το χρόνο ( $t$ ), δηλαδή θα πρέπει η μέση ροή να είναι σταθερή:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = 0 \quad (2.3)$$

#### 2.4.1 Εξισώσεις κίνησης

- Οι εξισώσεις κίνησης σε ένα ασυμπίεστο ρευστό είναι:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{U}_1 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\sigma}_{ij} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_i} = 0, \text{ εξίσωση συνέχειας} \quad (2.5)$$

Όπου  $\bar{\sigma}_{ij}$  είναι ο τανυστής τάσης (stress tensor).

Εφαρμόζοντας το διαχωρισμό κατά Reynolds (Reynolds decomposition) στις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \text{ δηλαδή η μέση ροή είναι ασυμπίεστη.} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \text{ δηλαδή οι τυρβώδεις διαταραχές της ταχύτητας είναι ασυμπίεστες.} \quad (2.7)$$

#### 2.4.2 Εξίσωση ορμής

Από τις εξισώσεις Navier Stokes, χρησιμοποιώντας τη Reynolds decomposition και την εξίσωση συνέχειας προκύπτει τελικά:

$$\frac{DU_i}{Dt} = \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = X_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\Sigma_{ij} - \rho \overline{u_i' * u_j'}) \quad (2.8)$$

$\Sigma_{ij} - \rho \overline{u_i' * u_j'}$  = τανυστής τάσης σε τυρβώδη ροή

Η παραπάνω εξίσωση είναι η εξίσωση ορμής (Reynolds momentum equation). Η εξίσωση ορμής για τυρβώδη ροή είναι παρόμοια με την αντίστοιχη για στρωτή ροή, με τη διαφορά ότι εδώ εμφανίζεται ο όρος  $-\rho \overline{u_i' * u_j'}$  στον τανυστή τάσης. Ο όρος αυτός ονομάζεται τανυστής τάσεων Reynolds (Reynolds stress tensor) ή τανυστής τυρβωδών τάσεων και αντιπροσωπεύει τις επιπλέον τάσεις μέσα στο ρευστό λόγω των τυρβωδών διαταραχών της ταχύτητας.

#### 2.4.3 Τυρβώδης κινητική ενέργεια

Μια εξίσωση για την μέση κινητική ενέργεια που περιλαμβάνει τόσο τις μέσες όσο και τις τυρβώδεις συνιστώσες της ροής είναι η παρακάτω:

$$\frac{D}{Dt} \left[ \frac{1}{2} \overline{u_i'^2} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ -\frac{\overline{p u_j'}}{\rho} + 2\nu \bar{u}_1 S_{ij} - \overline{u_i' u_j' u_i'} \right] - 2\nu S_{ij} S_{ij} + \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

Όπου  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right]$  είναι η γωνιακή παραμόρφωση

Από την παραπάνω εξίσωση φαίνεται ότι η συνολική μεταβολή της μέσης κινητικής ενέργειας είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης φαινομένων όπως η μεταφορά, η ιξώδης απώλεια και η απώλεια λόγω τύρβης. Ο κυρίαρχος όρος στο δεξί μέρος της παραπάνω εξίσωσης είναι η απώλεια λόγω τύρβης. Όπως έχει αναφερθεί, η μέση ροή τροφοδοτείται με ενέργεια στις μεγάλες κλίμακες. Η ιξώδης απώλεια είναι ασήμαντη για τη μέση ροή καθώς οι κλίσεις της ταχύτητας είναι μικρές. Οι όροι της κίνησης αντιπροσωπεύουν τη 'χωρική κίνηση' της μέσης κινητικής ενέργειας.

Το ισοζύγιο της τυρβώδους κινητικής ενέργειας είναι:

Τυρβώδης κινητική ενέργεια:

$$\frac{D}{Dt} \left[ \frac{1}{2} \overline{u_i'^2} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ -\frac{\overline{p'u'_f}}{\rho} + 2\nu \overline{u_i s_{ij}} - \frac{1}{2} \overline{u_i'^2 u'_j} \right] - 2\nu \overline{s_{ij} s_{ij}} + \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.10)$$

Όπου  $\overline{s_{ij}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$  είναι η γωνιακή παραμόρφωση λόγω τύρβης.

Ο όρος που αντιπροσωπεύει την παραγωγή διατμητικών τάσεων είναι παρόμοιος με τον όρο της απώλειας λόγω τύρβης στην εξίσωση της μέσης κινητικής ενέργειας. Αυτοί οι όροι αναφέρονται σε μεταφορά κινητικής ενέργειας από τις μέσες προς τις τυρβώδεις κλίμακες.

Στην εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας η ιξώδης απώλεια δεν είναι ασήμαντη. Η απώλεια της τυρβώδους κινητικής ενέργειας είναι σημαντική στην τυρβώδη ροή, όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενες παραγράφους. Τέλος, οι όροι της μεταφοράς αναφέρονται σε 'χωρική κίνηση' της τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

#### 2.4.4 Ένταση τύρβης

Ένταση τύρβης κατά τους άξονες x, y, z είναι οι αντίστοιχες ποσότητες:

$$\sqrt{\overline{u^2}}, \sqrt{\overline{v^2}}, \sqrt{\overline{w^2}} = \text{ένταση της τύρβης} \quad (2.11)$$

οι παραπάνω ποσότητες είναι οι μέσες τετραγωνικές τιμές (root mean square, rms) των  $u^2$ ,  $v^2$ ,  $w^2$ .

#### 2.4.5 Ομογενής τύρβη

Η τυρβώδης ροή λέγεται ομογενής ως προς κάποιο μέγεθος, όταν η μέση τιμή αυτού του μεγέθους είναι σε κάθε σημείο του χώρου η ίδια. Π.χ. όταν η ποσότητα  $\sqrt{\overline{u^2}}$

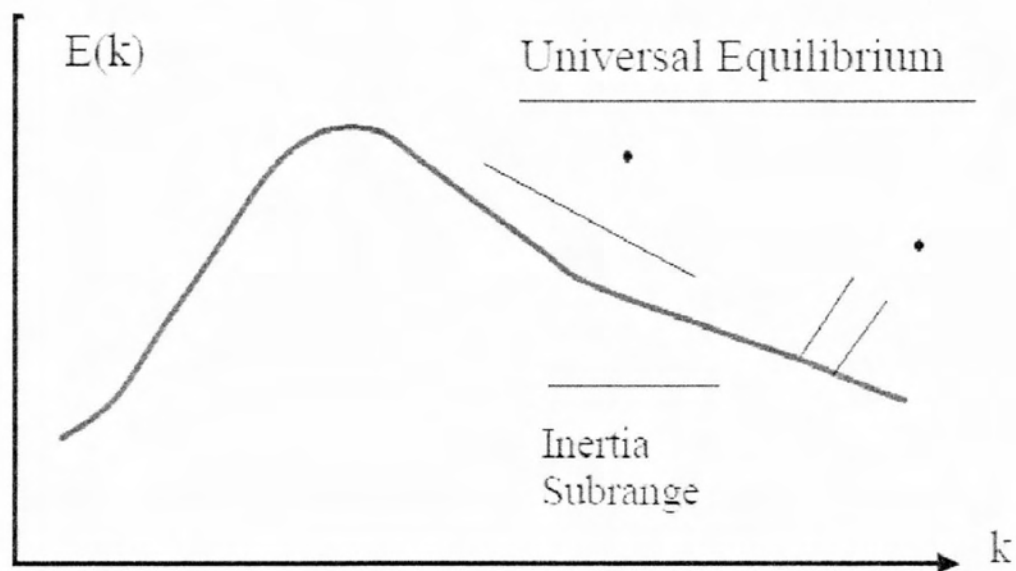
είναι παντού η ίδια, η τύρβη λέγεται ομογενής ως προς  $\sqrt{u^2}$  (ένταση κατά τη διεύθυνση x).

#### 2.4.6 Ισότροπη τύρβη

Η τυρβώδης ροή λέγεται ισότροπη ως προς κάποιο μέγεθος, όταν η τιμή του δεν αλλάζει με περιστροφή του συστήματος των αξόνων. Π.χ. η τυρβώδης ροή λέγεται ισότροπη ως προς την ένταση όταν σε κάθε σημείο ισχύει  $\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2}$ .

#### 2.4.7 Φάσμα ενέργειας της τύρβης

Οι διαταραχές της ταχύτητας (velocity fluctuations) σε μία ροή με υψηλό αριθμό Reynolds εξαπλώνονται σε όλες τις χωρικές (και χρονικές) κλίμακες του ροϊκού πεδίου. Ένα τυπικό φάσμα ενέργειας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα όπου  $E(k)$  είναι το φάσμα ενέργειας και  $k$  είναι ο κυματαριθμός. Ενέργεια παράγεται στις μεγάλες κλίμακες από τις μεγάλες δίνες (χαμηλοί κυματαριθμοί). Στη συνέχεια παράγονται όλο και μικρότερες δίνες, μέσω του μηχανισμού vortex stretching, και με αυτό τον τρόπο η ενέργεια μεταφέρεται σε μεγαλύτερους κυματαριθμούς. Τέλος, η ενέργεια εξασθενεί (dissipated) και μετατρέπεται σε θερμότητα στις μικρές κλίμακες.



Σχήμα 1 Φάσμα τυρβώδους ενέργειας

Οι μεγάλες κλίμακες περιορίζονται από τις γεωμετρικές διαστάσεις της ροής, π.χ. η διάμετρος ενός σωλήνα, οι διαστάσεις μιας δεξαμενής. Οι μεγάλες κλίμακες ονομάζονται ολοκληρωτικές (integral) κλίμακες μήκους και χρόνου.

Ο ρυθμός εξασθένησης (απώλειας) ενέργειας (dissipation rate  $\epsilon$ ) είναι περίπου ίσος με το ρυθμό παραγωγής ενέργειας που λαμβάνει χώρα στις μεγάλες κλίμακες και είναι της τάξης:

$$\varepsilon \approx \frac{\overline{u^3}}{L} \quad (2.12)$$

u: είναι η απόκλιση της ταχύτητας στις μεγάλες κλίμακες

L: είναι η ολοκληρωτική κλίμακα μήκους

Είναι αξιοσημείωτο, ότι ο ρυθμός απώλειας ενέργειας ( $\varepsilon$ ) είναι ανεξάρτητος από το ιξώδες του ρευστού και εξαρτάται μόνο από τις μεγάλες κλίμακες κίνησης της ροής. Αντιθέτως, η κλίμακα όπου συμβαίνει η απώλεια ενέργειας εξαρτάται έντονα από το ιξώδες του υγρού. Πρόκειται για τη μικρότερη κλίμακα κίνησης και ονομάζεται μικροκλίμακα Kolmogorov. Δίνεται από την εξίσωση:

$$\eta = \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.13)$$

$\nu$ : είναι το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

Ξεχωριστή αναφορά στην κλίμακα Kolmogorov και γενικότερα στη θεωρία Kolmogorov γίνεται σε επόμενη παράγραφο.

Η περιοχή όπου κυριαρχεί η μοριακή διάχυση χαρακτηρίζεται από την αντίστοιχη κλίμακα μήκους. Αυτή η κλίμακα ονομάζεται Batchelor και δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$L_B \sim \left( \frac{\nu D^2}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.14)$$

D: συντελεστής μοριακής διάχυσης.



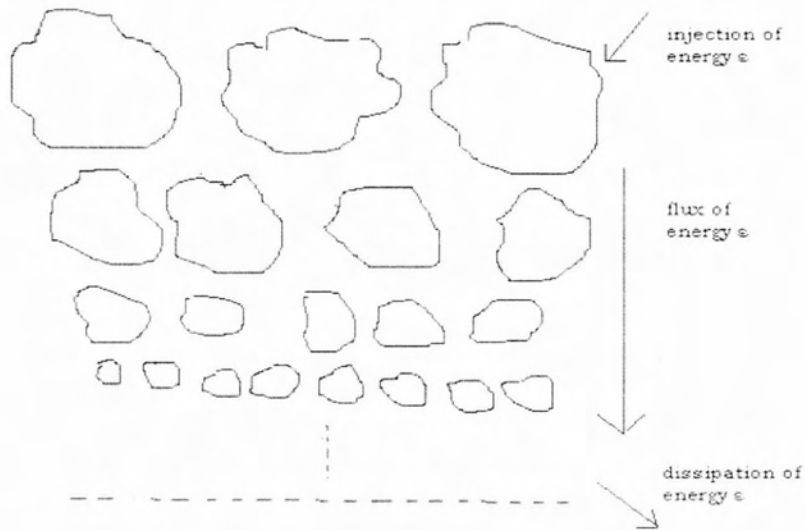
Εικόνα 3 Διάχυση δείκτη σε τυρβώδη ροή ανοικτού καναλιού (open channel flow).

## 2.5 Θεωρία Kolmogorov

Όσο ο αριθμός Reynolds είναι μικρός, οι μη γραμμικότητες (non linearities) είναι ασήμαντες, η ροή είναι στρωτή και περιγράφεται από τις εξισώσεις Navier – Stokes οι οποίες μπορούν να επιλυθούν και να μας δώσουν τις παραμέτρους για το πεδίο ροής. Όσο όμως αυξάνει ο αριθμός Reynolds τότε οι μη –γραμμικότητες γίνονται μεγάλες, στη ροή εμφανίζονται στρόβιλοι (vortices) και δίνες (eddies), οπότε η ροή παύει να είναι στρωτή, γίνεται τυρβώδης και οι εξισώσεις Navier-Stokes δεν ανταποκρίνονται σε αυτή την περίπτωση ροής.

Μία σημαντική προσπάθεια για την εξιχνίαση του προβλήματος της τύρβης έγινε το 1941 από τον Andrei N. Kolmogorov[17] με τη θεωρία του για ομογενή, ισοτροπική και

μόνιμη τυρβώδη ροή, αλλιώς γνωστή ως θεωρία K41. Η θεωρία του αναφέρεται στο ενεργειακό φάσμα της τύρβης και βασίζεται σε ιδέα του Richardson για σταδιακή εξασθένηση της ενέργειας (cascade) όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2 Εξασθένηση ενέργειας (energy cascade)

Σύμφωνα με τη θεωρία του Κολμογορον, το τυρβώδες ροϊκό πεδίο αποτελείται από δίνες διαφορετικών διαστάσεων (βλ. Σχήμα 3). Η ενέργεια που παρέχεται στο σύστημα παράγει τις μεγάλες δίνες, οι οποίες στη συνέχεια μετατρέπονται σε μικρότερες δίνες. Με αυτό τον τρόπο η ενέργεια χάνεται από τις μεγάλες κλίμακες και περνάει στις μικρότερες. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι τις μικρότερες κλίμακες όπου οι μικρότερες δίνες εξαφανίζονται υπό την επίδραση του μοριακού ιξώδους. Εκεί υπάρχει η μικροκλίμακα Κολμογορον ( $\eta$ ) όπου η ενέργεια χάνεται μέσω του ιξώδους. Σε αυτήν την κλίμακα η τύρβη εξαρτάται από το ρυθμό καταστροφής της ενέργειας από τις μοριακές δυνάμεις ( $\varepsilon$ ) ανά μονάδα μάζας και χρόνου ( $m^2 \cdot sec^{-3}$ ) και από το ιξώδες  $\nu$  ( $m^2 \cdot sec^{-1}$ ).

Στην κλίμακα Κολμογορον οι κλίμακες ταχύτητας, μήκους και χρόνου δίνονται από τους εξής τύπους:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}, \text{ κλίμακα μήκους Κολμογορον} \quad (2.15)$$

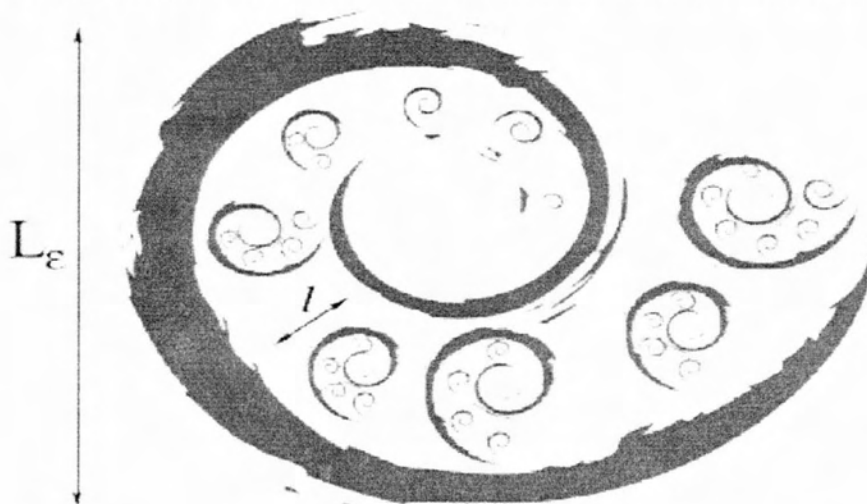
$$u = (\nu \varepsilon)^{\frac{1}{4}}, \text{ κλίμακα ταχύτητας Κολμογορον} \quad (2.16)$$

$$\tau = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}, \text{ κλίμακα χρόνου Κολμογορον} \quad (2.17)$$

Ο αριθμός Reynolds στην κλίμακα Κολμογορον ισούται με μονάδα:

$$Re = \frac{nu}{\nu} = 1 \quad (2.18)$$

Αυτό δείχνει πόσο ισχυρή είναι η παρουσία των ιξωδών δυνάμεων σε αυτή την κλίμακα



Σχήμα 3 Απεικόνιση δινών διαφόρων μεγεθών

Η τάξη μεγέθους της κλίμακας Kolmogorov και Batchelor φαίνεται στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Σε ανοικτό κανάλι το οποίο έχει βάθος 200 mm η μέση ταχύτητα ροής είναι 50 mm/s ενώ η ολοκληρωτική κλίμακα μήκους είναι περίπου το μισό του βάθους δηλ. 100 mm. Το ρευστό είναι νερό στους 200°C ενώ το κινηματικό ιξώδες του είναι  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . Με αυτά τα δεδομένα οι κλίμακες μήκους και χρόνου Kolmogorov είναι 0,7 mm και 0,6 sec. Θεωρώντας ότι η χημική ουσία που χρησιμοποιείται ως δείκτης στο συγκεκριμένο παράδειγμα (όπως φαίνεται στην παραπάνω Εικόνα 3) έχει διαχυτότητα  $D = 1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{sec}$  τότε η κλίμακα Batchelor είναι 0,02 mm, 35 φορές μικρότερη από την κλίμακα Kolmogorov, [17].

### 2.5.1 Φάσμα ενέργειας Kolmogorov

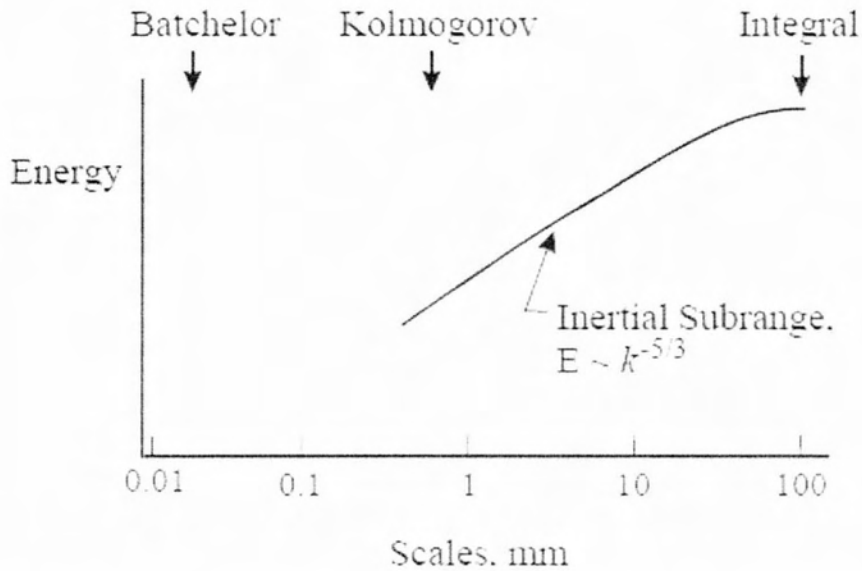
Ο κυματαριθμός μίας δίνης που έχει διάσταση L δίνεται από τον τύπο:

$$K = \frac{2\pi}{L} \quad (2.19)$$

Το ενεργειακό φάσμα περιγράφει την τυρβώδη κινητική ενέργεια συναρτήσει της κλίμακας μήκους ή του κυματαριθμού. Από το φάσμα φαίνεται το ποσό της ενέργειας που εμπεριέχεται σε κάθε κλίμακα μήκους.

Ο Kolmogorov θεώρησε ότι η τυρβώδης ανάμιξη γίνεται σε μία περιοχή κυματαριθμών από  $K_{\min}$  έως  $K_{\max}$ . Η τυρβώδης ανάμιξη μεταφέρει ενέργεια στις μικρές κλίμακες μήκους δηλαδή στους μεγάλους κυματαριθμούς. Σε κάποια περιοχή, από  $K_{\max}$  έως  $K_k$ , όπου  $K_k$  είναι ο κυματαριθμός που αντιστοιχεί στην κλίμακα Kolmogorov, η πτώση ενέργειας λόγω ιξωδών δυνάμεων δεν είναι σημαντική. Πέρα από το  $K_k$ , το ενεργειακό

φάσμα επηρεάζεται από το ιξώδες του υγρού. Επομένως, το ενεργειακό φάσμα μπορεί να χωριστεί σε τρεις περιοχές. Η πρώτη περιοχή περιλαμβάνει τις μεγάλες κλίμακες κίνησης και είναι η περιοχή όπου το σύστημα τροφοδοτείται με ενέργεια (energy subrange), ενώ η δεύτερη περιοχή περιλαμβάνει τις μικρές κλίμακες κίνησης όπου η ενέργεια χάνεται λόγω ιξώδους (dissipation subrange). Ανάμεσα σε αυτές τις δύο περιοχές, από  $K_{max}$  έως  $K_k$  όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, είναι η περιοχή όπου τόσο οι ιξώδεις όσο και οι μεγάλης κλίμακας δυνάμεις δεν είναι σημαντικές. Αυτή η περιοχή ονομάζεται inertial subrange.



Σχήμα 4 Τυπικό ενεργειακό φάσμα τυρβώδους ροής για ανοικτό κανάλι (open channel flow)

Στο Σχήμα 4 φαίνεται ένα τυπικό ενεργειακό φάσμα  $E(k)$  όπου η ενέργεια είναι συνάρτηση της κλίμακας μήκους. Όπως φαίνεται, οι μεγάλες κλίμακες μήκους έχουν την περισσότερη ενέργεια, η κατανομή της οποίας σε αυτή την περιοχή, εξαρτάται από τις οριακές συνθήκες. Οι μικρές κλίμακες μήκους έχουν πολύ μικρότερη ενέργεια. Στο inertial subrange η τύρβη εξαρτάται από το ρυθμό απώλειας ενέργειας ( $\epsilon$ ) και τον κυματάριθμο ( $k$ ). Σε αυτή την περιοχή ισχύει για την ενέργεια:

$$E(k) \approx \epsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}} \quad (2.20)$$

Ο παραπάνω τύπος είναι γνωστός ως ο '-5/3 νόμος του Kolmogorov' (-5/3 law of Kolmogorov).

Στο Σχήμα 4 φαίνεται και η κλίμακα Batchelor, η οποία είναι περισσότερο από μία τάξη μεγέθους μικρότερη από την κλίμακα Kolmogorov.

## 2.6 Πρόβλημα του Stefan

Μια μεγάλη κατηγορία προβλημάτων, συμπεριλαμβανομένου ενός ελεύθερου ή κινούμενου συνόρου, ονομάζονται προβλήματα του Stefan, [29]. Το αυθεντικό πρόβλημα



του Stefan μεταχειρίζεται το σχηματισμό του πάγου στις πολικές θάλασσες. Στα μαθηματικά και στις εφαρμογές τους, ειδικότερα για προβλήματα αλλαγής φάσης, το πρόβλημα του Stefan είναι ένα ιδιαίτερο είδος του προβλήματος συνοριακών τιμών με μερικές διαφορικές εξισώσεις, προσαρμοσμένες στην περίπτωση όπου η φάση στο σύνορο μπορεί να μεταβληθεί με το χρόνο. Το κλασικό πρόβλημα του Stefan προσπαθεί να περιγράψει τη θερμοκρασιακή κατανομή σε ένα ομογενές μέσο που υφίσταται αλλαγή φάσης, για παράδειγμα πάγος να διεισδύει στο νερό. Αυτό επιτυγχάνεται με τη λύση των εξισώσεων θερμότητας επιβάλλοντας την αρχική κατανομή της θερμοκρασίας στο σύνολο του μέσου και μια συγκεκριμένη οριακή συνθήκη, την κατάσταση Stefan, στο συμπεριλαμβανόμενο σύνορο μεταξύ των δύο φάσεων. Σημείωση ότι το συμπεριλαμβανόμενο σύνορο είναι μια άγνωστη υπερ-επιφάνεια (hyper-surface).

Από μαθηματικής πλευράς οι φάσεις είναι απλά περιοχές στις οποίες οι λύσεις της εκάστοτε μερικής διαφορικής εξίσωσης είναι συνεχής και παραγωγίσιμες σε βαθμό ίδιο με αυτόν της μερικής διαφορικής. Σε φυσικά προβλήματα τέτοιες λύσεις αντιπροσωπεύουν τις ιδιότητες του μέσου για κάθε φάση. Τα κινούμενα σύνορα (ή διεπιφάνειες) είναι απειροελάχιστα λεπτές επιφάνειες που διαχωρίζουν τις φάσεις, για αυτό οι λύσεις των υποκείμενων μερικών διαφορικών εξισώσεων και των παραγώγων τους μπορεί να έχουν ασυνέχειες κατά μήκος των διεπιφανειών.

Οι υποκείμενες μερικές διαφορικές εξισώσεις δεν είναι συμβατές στις διεπιφάνειες όπου η αλλαγή φάσης συμβαίνει, για αυτό το λόγο μια πρόσθετη συνθήκη, αυτή του Stefan, απαιτείται για να επιτευχθεί σύγκλιση. Η συνθήκη του Stefan εκφράζει την τοπική ταχύτητα ενός κινούμενου συνόρου, σαν συνάρτηση ποσοτήτων από τις δύο πλευρές του συνόρου της φάσης, που συνήθως προέρχεται από ένα φυσικό περιορισμό. Σε προβλήματα μεταφοράς θερμότητας με αλλαγή φάσης, για παράδειγμα, ο φυσικός περιορισμός είναι το ισοζύγιο της ενέργειας και η τοπική ταχύτητα στη διεπιφάνεια εξαρτάται από τις ασυνέχειες της ροής θερμότητας στην διεπιφάνεια.

### 2.6.1 Το πρόβλημα του Stefan με ένα γραμμικό θερμοκρασιακό προφίλ

Αρχίζουμε με την περιγραφή του φυσικού προβλήματος, που ερευνήθηκε από τον Stefan το 1891. Θεωρούμε μια ποσότητα θαλασσινού νερού που ψύχεται ως τη θερμοκρασία παγώματος. Υποθέτουμε ότι σε συγκεκριμένο χρόνο η θερμοκρασία του παρακείμενου αέρα μειώνεται σε  $\alpha$  βαθμούς κάτω από τη θερμοκρασία παγώματος του θαλασσινού νερού. Στη συνέχεια η θερμοκρασία του αέρα δεν αλλάζει στο χρόνο. Αποτέλεσμα είναι η αρχή της δημιουργίας κομματιών πάγου στη διεπιφάνεια μεταξύ αέρα και θαλασσινού νερού. Το στρώμα πάγου που προκύπτει μεγαλώνει σα συνάρτηση του χρόνου. Έχει βρεθεί ότι το πάχος του στρώματος του πάγου  $h$ , είναι ανάλογο με την τετραγωνική ρίζα του χρόνου που έχει περάσει. Υποθέτουμε ότι η μεταφορά θερμότητας μέσω του πάγου είναι γρήγορη. Αυτό συνεπάγεται ότι η θερμοκρασία στον πάγο έχει γραμμικό προφίλ. Στη διεπιφάνεια αέρα-πάγου η θερμοκρασία είναι περίπου  $\alpha$  βαθμούς

μικρότερη από τη θερμοκρασία παγώματος, ενώ στη διεπιφάνεια πάγου-νερού είναι περίπου η θερμοκρασία παγώματος. Αυτές οι υποθέσεις συνεπάγονται ότι η θερμότητα η οποία απομακρύνεται από τον πάγο κατά τη διάρκεια χρόνου  $dt$  είναι περίπου  $\frac{K\alpha}{h}dt$ , όπου το  $K$  είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του πάγου. Αν ένα ποσό  $dh$  του θαλασσινού νερού αλλάζει σε πάγο, τότε παράγεται ένα ποσό θερμότητας περίπου ίσο με  $\lambda\sigma dh$ , όπου το  $\lambda$  είναι η λανθάνουσα θερμότητα και  $\sigma$  το ειδικό βάρος του πάγου. Αυτό οδηγεί στην παρακάτω διαφορική εξίσωση

$$\lambda\sigma dh = \frac{K\alpha}{h} dt \quad (2.21)$$

και η λύση προκύπτει:

$$h^2(t) = \frac{2Ka}{\lambda\sigma} t \quad (2.22)$$

Ο Stefan έδειξε ότι η υπόθεση του γραμμικού προφίλ θερμοκρασίας στον πάγο είναι ρεαλιστική, διότι η ειδική θερμότητα του πάγου ( $c=0.5$ ) είναι πού μικρότερη από τη λανθάνουσα θερμότητα ( $\lambda=79$ ). Παρόλα αυτά ο Stefan στο μέλλον σημείωσε ότι το φυσικό πρόβλημα είναι πολύ πιο πολύπλοκο. Πρώτα απ' όλα η θερμοκρασία του αέρα δεν είναι σταθερή. Η θερμοκρασία του αέρα αρχίζει από τη θερμοκρασία παγώματος και στη συνέχεια μειώνεται σε μια ελάχιστη τιμή και στη συνέχεια αυξάνεται ως τη θερμοκρασία παγώματος. Ακόμα, σχετικά με αυτή διακύμανση της θερμοκρασίας του αέρα το γραμμικό προφίλ θερμοκρασίας στον πάγο είναι χαμένο, επειδή περνάει χρόνος για να αλλάξει η θερμοκρασία στον πάγο, ειδικά όταν το πάχος του οριακού στρώματος του πάγου γίνεται μεγάλο.

### 2.6.2 Το πρόβλημα του Stefan με ένα γενικό προφίλ θερμοκρασίας.

Θα θεωρήσουμε το δεύτερο μοντέλο που περιγράφηκε από τον Stefan. Σε αυτό το μοντέλο θα λάβουμε υπόψη τη μη σταθερή μεταφορά θερμότητας. Στην παρακάτω εξίσωση η διαφορά της θερμοκρασίας παγώματος και της θερμοκρασίας του πάγου ορίζεται ως  $u(x,t)$  (με  $(x,t)>0$ ). Στο οριακό στρώμα του πάγου η θερμοκρασιακή διαφορά ικανοποιεί την παρακάτω μερική διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{K}{c\sigma} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x,t) \quad , 0 < x < h(t) , 0 < t \quad (2.23)$$

Σαν αρχική κατάσταση υποθέσαμε

$$h(0)=0 \quad (2.24)$$

Στη διεπιφάνεια αέρα-πάγου η θερμοκρασία δίνεται σα συνάρτηση του  $t$

$$u(0,t)=f(t) \quad (2.25)$$

Ενώ στη διεπιφάνεια πάγου-νερού η θερμοκρασία είναι περίπου η θερμοκρασία παγώματος

$$u(h(t),t)=0 \quad (2.26)$$

Μια ακόμα εξίσωση στη διεπιφάνεια πάγου-νερού προκύπτει από το ισοζύγιο θερμότητας:

$$\lambda \sigma \frac{dh(t)}{dt} = -K \frac{\partial u}{\partial x}(h(t), t), \quad 0 < t \quad (2.27)$$

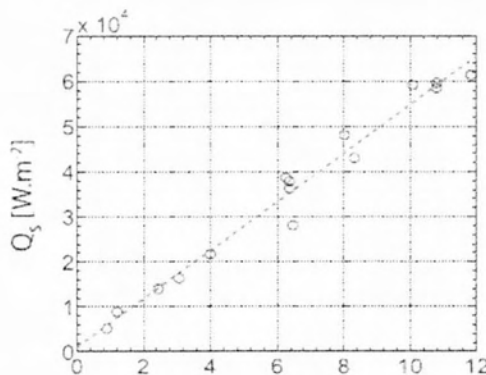
οι εξισώσεις (2.23) έως (2.27) θεωρούνται ότι είναι το πρόβλημα του Stefan.

## 2.7 Τήξη σφαιρικών πάγων σε στροβιλώδη τυρβώδη ροή

Οι Machicoane και Bonaventure και Volk,[11], στη διατριβή τους το 2013 μελέτησαν τον φαινόμενο της τήξης σφαιρικών δοκιμίων πάγων σε στροβιλώδη τυρβώδη ροή. Το κατέστησαν δυνατό χρησιμοποιώντας πειραματική διάταξη παραγωγής ροής Von-Karman αποτελούμενης από δύο περιστρεφόμενους δίσκους ,με οκτώ ίσιες λεπίδες, οι οποίοι περιστρέφονταν με σταθερή συχνότητα  $\Omega$ . Οι δίσκοι ήταν τοποθετημένοι στα άκρα της πειραματικής διάταξης και στο κέντρο αυτής η τύρβη είναι ομογενής και ισότροπη με έντονη μέση ταχύτητα  $u_z$ . Οι δύο εντάσεις τύρβης που μελετήθηκαν ήταν  $u'/U \approx 10\%$  και  $u'/U \approx 20\%$  όπου  $u'$  είναι το μέτρο της διακυμάνσεως της ταχύτητας στις τρεις διευθύνσεις και  $U$  η ταχύτητα περιστροφής των δίσκων. Από σειρά φωτογραφιών των πειραμάτων μέσω επεξεργασίας εικόνας μπόρεσε να προσδιοριστεί η μεταφορά θερμότητας ανά μονάδα επιφάνειας  $Q_s$  στην επιφάνεια της σφαίρας. Από την παρακάτω εξίσωση του Stefan ο όρος της αγωγής παραλείφτηκε καθώς ο μέσος όρος της κλίσης της θερμοκρασίας είναι μηδέν ( $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ ) λόγω θερμοποίησης στη σφαίρα.

$$\rho_p L_f \frac{dV}{dt} = \lambda_{th} S \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) - h(T_{water} - T_o)S \quad (2.28)$$

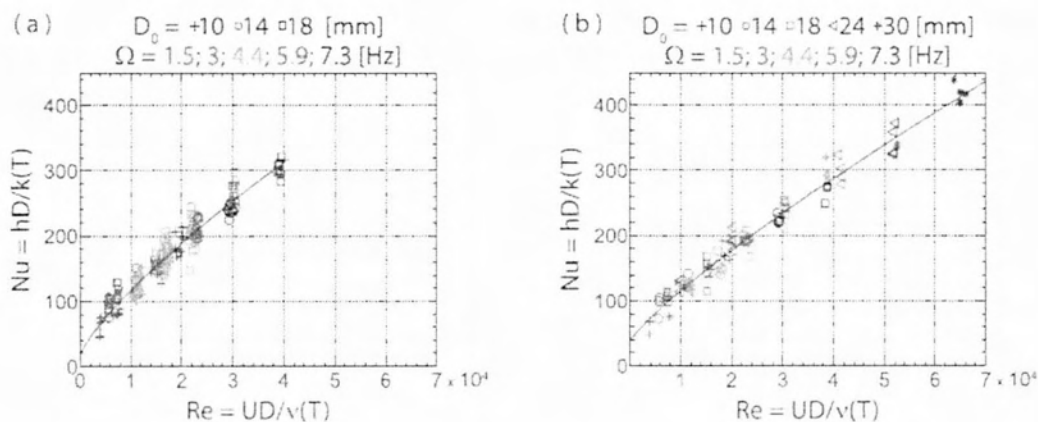
Η μελέτη κατέληξε ότι η ποσότητα  $Q_s = \rho_p L_f \frac{dR}{dt}$  είναι περίπου ίση με την ποσότητα  $Q_s = h(T_w - T_s)$  όπου  $T_s$  η θερμοκρασία της επιφάνειας της σφαίρας,  $T_w$  η θερμοκρασία του νερού,  $L_f$  η ενθαλπία τήξης και  $\frac{dR}{dt}$  η μέση ταχύτητα λιωσίματος. Προέκυψε το παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 1 Συνολική ροή θερμότητας  $Q_s$  για διάφορες θερμοκρασίες ροής νερού

Το Διάγραμμα 1 δείχνει τη μέτρηση της συνολικής ροής θερμότητας για διάφορες θερμοκρασίες ροής και σταθερή συχνότητα περιστροφής. Η κόκκινη διακεκομμένη γραμμή είναι η γραμμική προσαρμογή της  $Q_s = h(T_w - T_s)$  όπου  $h = 5380 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$  και  $T_s = -0,2^\circ\text{C}$ .

Αρχικά μελετήθηκε η τήξη η τήξη των σφαιρικών παγωμένων δοκιμίων και συγκρίθηκαν οι περιπτώσεις: τήξη με μηδενική μέση ταχύτητα  $u'/U \approx 20\%$  και τήξης σε ισχυρή μέση ταχύτητα ροής με  $u'/U \approx 10\%$ . Η εξέλιξη του αριθμού Nusselt σε συνάρτηση του αριθμού Reynolds περιγράφεται στα διαγράμματα που ακολουθούν για τις δύο περιπτώσεις. Στις δύο αυτές περιπτώσεις ο αριθμός Nu είναι τάξης μεγέθους [100, 400] για Re τάξης μεγέθους  $[5 \times 10^3, 65 \times 10^3]$ . Παρόλο που οι δύο ροές είναι πολύ διαφορετικές, με διαφορετικές τιμές μέσων και rms ταχυτήτων, βρέθηκε ο αριθμός Nu να είναι ίδιας τάξης μέτρου και στις δύο περιπτώσεις. Αυτό αντικατοπτρίζει την αδύναμη επιπτώσεις της τοπικής έντασης τύρβης για μεταφορά μάζας και θερμότητας σε τόσο πλήρως τυρβώδεις ροές. Και για τις δύο περιπτώσεις βρήκαμε τον αριθμό Nu σε συνάρτηση του αριθμού Re να περιγράφεται ικανοποιητικά από μία εμπειρική σχέση που συχνά αναφέρεται στη βιβλιογραφία  $Nu \approx \alpha + \beta \cdot Re^\gamma$ . Στη περίπτωση μας προκύπτει ότι  $\gamma = 0.84$  και  $0.78$  αντίστοιχα. Ο τοπικός αριθμός Re υπολογισμένος με ταχύτητα rms κυμαίνεται μεταξύ [1400, 23500] και [1250, 20400] αντίστοιχα.



Διάγραμμα 2 Αριθμός Nu για τήξη με μηδενική μέση ταχύτητα  $u'/U = 20\%$  (α) και τήξης σε ισχυρή μέση ταχύτητα ροής με  $u'/U = 10\%$  (β)

## 2.8 Τήξη σφαιρικών πάγων σε ροή νερού

Κατά τη μελέτη του Hao και Tao, [10], αναλύεται η ροή νερού γύρω από μια σφαίρα αποτελούμενη από πάγο εκτίθεται σε εξαναγκασμένη και μικτή συναγωγή η οποία έχει ποσοτικοποιηθεί με τη χρήση συστημάτων PIV. Ο χαρακτηρισμός ολόκληρου του πεδίου

ροής γύρω από την παγωμένη σφαίρα επιτυγχάνεται με υπολογιστική ρευστομηχανική και οπτικοποίηση της τήξης με τη χρήση σφαιρών πάγου εμποτισμένων με μπογιά. Η κίνηση του λιωμένου πάγου και η μίξη του με την κυρίως ροή αναλύονται ποιοτικά με αυτό τον τρόπο.

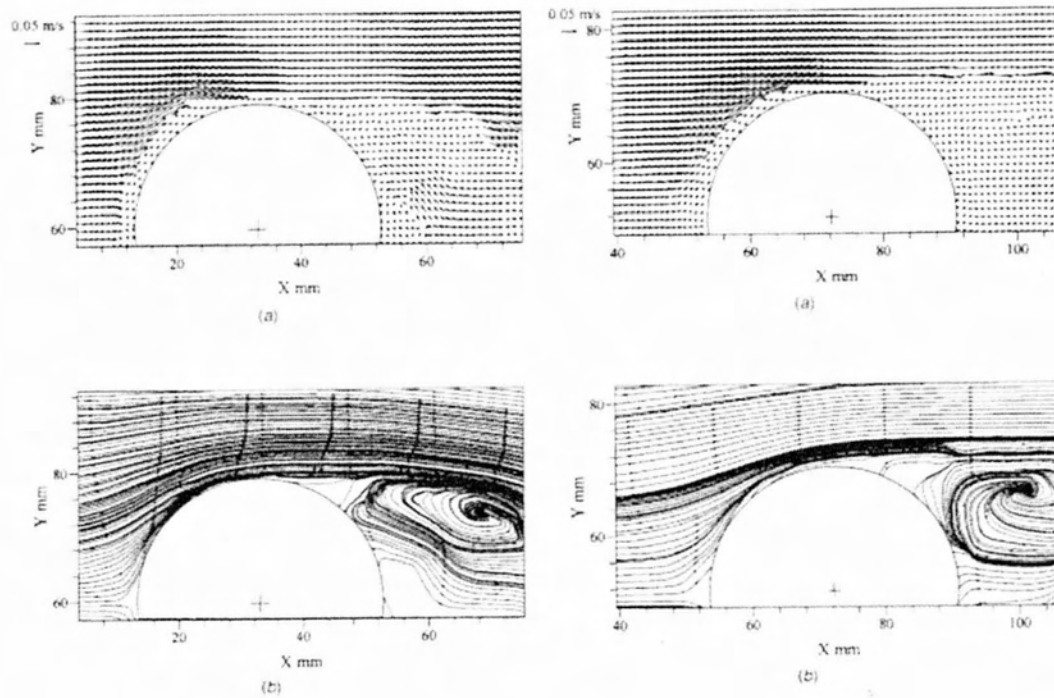
Το μοτίβο της ροής γύρω από μια σφαίρα πάγου που τήκεται στα αρχικά στάδια είναι χαρακτηριστικά περιστροφική και ποιοτικά όμοια με τη ροή γύρω από μία σφαίρα ίδιου μεγέθους που δεν τήκεται, όπου έχουμε ισόθερμο στερεό και τον σχηματισμό και διαχωρισμό οριακού στρώματος. Η κύρια διαφορά είναι η αλληλεπίδραση του λιγωμένου πάγου με την κύρια ροή. Το μίγμα αυτό του λιωμένου πάγου που προστίθεται στη ροή επάγει και μια διάχυση θερμότητας η οποία μεταβάλλει το οριακό στρώμα και γειτονικά το ροϊκό πεδίο ποσοτικά, κυρίως στα μεταγενέστερα στάδια της τήξης.

Η στροβιλότητα στο απόρρευμα επιφέρει μια μεταφορά θερμότητας μεταξύ της επιφάνειας του πάγου και του νερού στο πίσω μέρος της σφαίρας. Για αυτό το λόγο ο τοπικός συντελεστής τήξης αυξάνεται κάνοντας έτσι την επιφάνεια, που έρχεται σε επαφή με τα απορρεύματα, πιο επίπεδη. Στη συνέχεια το μοτίβο της ροής γύρω από το παγωμένο σώμα έχει επίσης αλλάξει σαν αποτέλεσμα της αλλαγής της γεωμετρίας της εξωτερικής επιφάνειας λόγω της ροής. Ο διαχωρισμός του οριακού στρώματος συμβαίνει εκεί όπου η γωνία μεταξύ του υπό τήξη σώματος ευθυγραμμίζεται με την εγκάρσια στην κυρίως ροή κατεύθυνση.

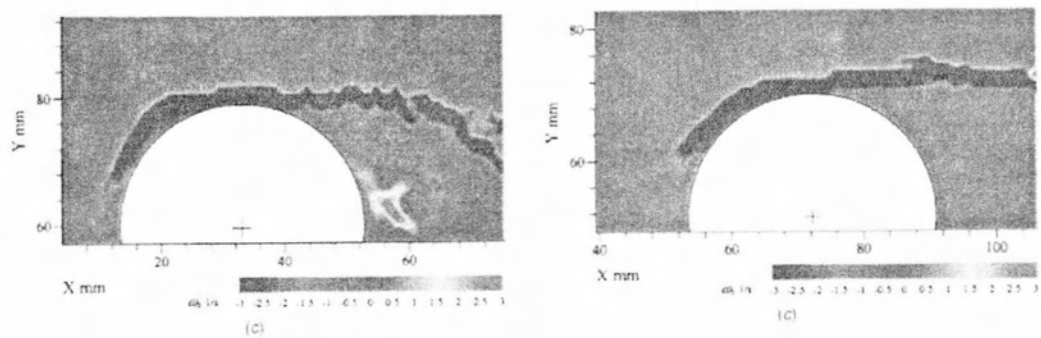
Όταν η ταχύτητα της κύριας ροής αυξάνεται η επιρροή από την ύπαρξη μια παγωμένης σφαίρας αυξάνεται κυρίως όταν η ροή γίνεται ισχυρότερη. Συνεπώς το σημείο της αποκόλλησης οριακού στρώματος μετακινείται ψηλότερα. Οι στροβιλισμοί στο πίσω μέρος της σφαίρας γίνονται πιο έντονοι και η περιοχή που καταλαμβάνουν μεγαλύτερη.

Η επίδραση της συναγωγής στη ροή γύρω από την σφαίρα πάγου αυξάνεται καθώς αυξάνεται η παράμετρος  $(Gr/Re^2)$ . Για το μεγαλύτερο εύρος πειραμάτων η φυσική συναγωγή δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα όταν  $(Gr/Re^2) > 0,682$ . Όσο μεγαλύτερη είναι η φυσική συναγωγή τόσο μεγαλύτερη είναι η πίσω επιφάνεια της σφαίρας που καλύπτεται από το λιωμένο νερό της τήξης και τόσο πιο χαμηλά το απόρρευμα μετακινείται. Η φυσική συναγωγή επίσης, μειώνει την ισχύ της στροβιλότητας της ροής στο απόρρευμα.

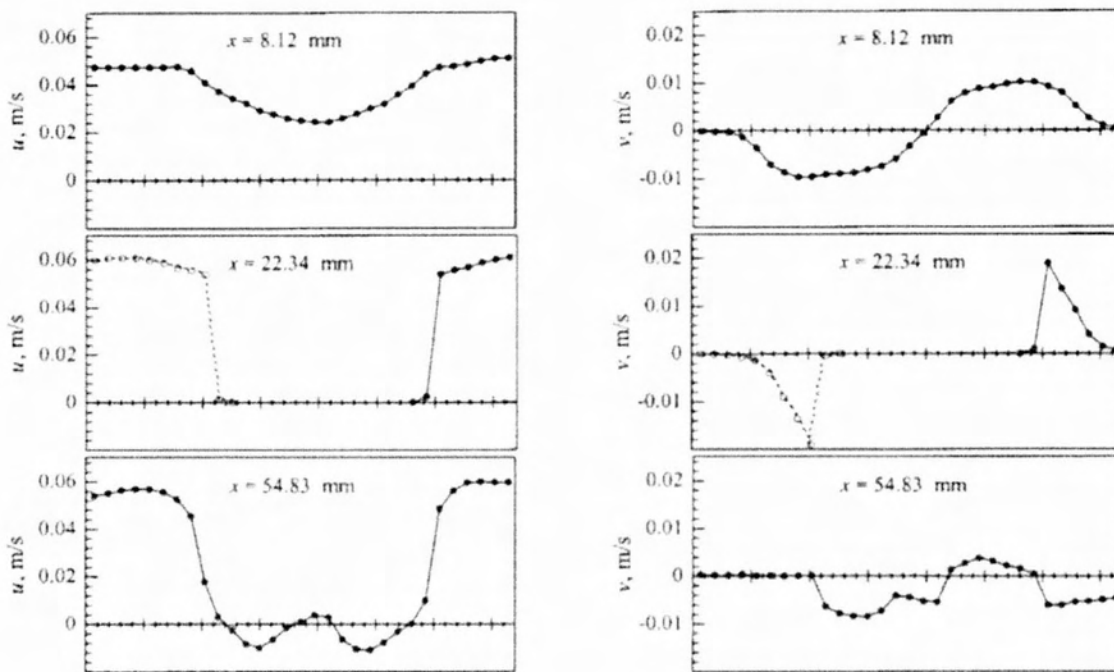
Αντίθετα, η ροή γύρω από μία αντίστοιχη σφαίρα που δεν λιώνει αλλά είναι στέρεα αρχίζει να αλλάζει κατεύθυνση κοντά στο σημείο στασιμότητας πολύ πιο πριν από ότι στην περίπτωση όπου έχουμε επίδραση της τήξης. Το πάχος του οριακού στρώματος είναι ενιαίο στην περίπτωση της στερεής σφαίρας. Το νερό που προκύπτει αντίθετα από μια παγωμένη σφαίρα που λιώνει καθιστά το οριακό στρώμα πιο παχύ και επιβραδύνει την αποκόλληση του.



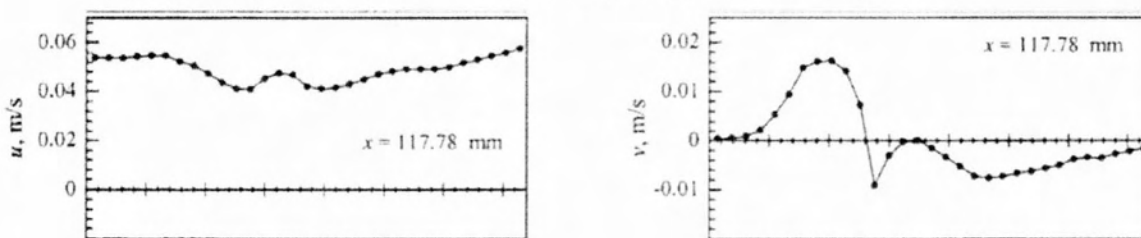
Εικόνα 4 Ροϊκό πεδίο (Αριστερά στήλη - Σφαίρα πάγου, Δεξιά στήλη -πλαστική σφαίρα)



Εικόνα 5 Στροβιλότητα γύρω από παγωμένη σφαίρα (αριστερά) και πλαστική σφαίρα (δεξιά)



Διάγραμμα 3 Ταχύτητες στο ροϊκό πεδίο στην κάθετη και οριζόντια διεύθυνση για  $x < 100$



Διάγραμμα 4 Ταχύτητες στο ροϊκό πεδίο στην κάθετη και οριζόντια διεύθυνση για  $x > 100$

### 3. Μεθοδολογία της διπλωματικής

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας. Η παρούσα διπλωματική, όπως αναφέρεται και στις προηγούμενες ενότητες, ασχολείται με την τυρβώδη διάχυση μάζας και θερμότητας ταυτόχρονα σε σχεδόν ισότροπη ομογενή τύρβη. Δηλαδή ένα φαινόμενο αρκετά δύσκολο να εξεταστεί με οποιαδήποτε άλλη μέθοδο εκτός της πειραματικής. Συνεπώς η ανάλυση της μεθοδολογίας της διπλωματικής είναι ουσιαστικά η ανάλυση της πειραματικής διαδικασίας και ο τρόπος με τον οποίο εξετάστηκαν τα αποτελέσματα που προκύψαν.

Τα αρχικά στάδια της πειραματικής διαδικασίας ξεκινούν με μια πιο γενική προσέγγιση του προβλήματος της διάχυσης και όχι της τυρβώδους διάχυσης αυτή καθ' αυτή. Πειράματα που επικεντρωνόταν στο λιώσιμο πάγου σε νερό χωρίς τύρβη, με μηδενική ταχύτητα του περιβάλλοντος ρευστού, οδήγησαν σε προκαταρκτικά

συμπεράσματα για τον τρόπο τήξης και διάχυσης του πάγου. Τέλος κατά την αρχική διαδικασία των πειραμάτων αποφασίστηκε να συμπεριληφθεί στη μεθοδολογία της διπλωματικής μια προσομοίωση της ροής που θα χρησιμοποιηθεί με υπολογιστικό πρόγραμμα ρευστομηχανικής ANSYS, FLUENT.

Το κύριο μέρος της μεθοδολογίας των πειραμάτων είχε να κάνει με τη δημιουργία τύρβης σε δεξαμενή νερού και την μελέτη διάχυσης μάζας και θερμότητας με συμμετρικά δοκίμια πάγου (σφαιρικά) καθώς και την αλληλεπίδραση που παρουσιάζει η ταχύτητα λωσίματος με την ένταση της τύρβης κάθε φορά. Το βασικό εργαλείο το οποίο χρειάστηκε για την εξαγωγή συμπερασμάτων αποφασίστηκε ,συμφώνα και παρεμφερή εργασίες να είναι ένα γεωμετρικό μέγεθος , η υδραυλική διάμετρος ,στη συνέχεια η αδιάστατη μορφή της ,δηλαδή διαιρεμένη με την αρχική διάμετρο και ο συντελεστής τήξης όπως και ο χρόνος πλήρους τήξης. Μέσω των αρχικών πειραμάτων παρατηρήθηκε η μεταβολή στη διάχυση μάζας ενός δοκιμίου ανάλογα με το τι βρίσκεται στον κοντινό περιβάλλον χώρο και επηρεάζει την γύρω ροή. Έτσι, αποφασίστηκε διάφορων διατάξεων τοποθέτηση δοκιμίων μέσα στη δεξαμενή . Οι διατάξεις που χρησιμοποιήθηκαν ήταν:

1. Ένα σφαιρικό παγάκι μόνο του
2. Δύο σφαιρικά παγάκια κάθετα στον ίδιο άξονα με μηδενική μεταξύ τους απόσταση
3. Ένα σφαιρικό παγάκι και ένα σφαιρικό μπαλάκι κάθετα στον ίδιο άξονα με μηδενική μεταξύ τους απόσταση
4. Ένα σφαιρικό παγάκι και ένα σφαιρικό μπαλάκι οριζόντια στον ίδιο άξονα με μηδενική μεταξύ τους απόσταση

Η μελέτη συμπεριφοράς της υδραυλικής διαμέτρου στις διάφορες αυτές καταστάσεις έδωσε ενδιαφέροντα αποτελέσματα σχετικά με την διάχυση της μάζας. Προϋπόθεση για την ανάλυση και καταγραφή των αποτελεσμάτων ήταν η σωστή καταγραφή , οπτικά, της συμπεριφοράς αυτής κάτι που πραγματοποιήθηκε με την λήψη φωτογραφιών ανά τακτά χρονικά διαστήματα ( 10 second για όλες τις περιπτώσεις με εξαίρεση τις περιπτώσεις έντασης τύρβης 14 Hz όπου η λήψη γινόταν ανά 5 second λόγω μεγάλης ταχύτητας αλλαγών στο δοκίμιο).

Ταυτόχρονα με την διάχυση μάζας πραγματοποιούταν κάθε φορά και διάχυση θερμότητας ,πειραματικά η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την ανάλυση του φαινομένου αυτού ήταν η χρησιμοποίηση ενός θερμοστοιχείου (thermocouple) το οποίο τοποθετημένο στο κέντρο του παγωμένου δοκιμίου έδινε την θερμοκρασία στο κέντρο του κάθε στιγμή και την καμπύλη εναλλαγής της θερμοκρασίας στο σημείο αυτό με το πέρασμα του χρόνου . Για να πραγματοποιηθεί αυτό εκτός από το θερμοστοιχείο χρησιμοποιήθηκαν μια σειρά από επιστημονικά εργαλεία και προγράμματα (LabView) που αναλύονται στην επόμενη ενότητα.

Ακόμα χρησιμοποιήθηκε και ειδική διάταξη laser σε συνδυασμό με ειδικές ουσίες στη σύσταση του δοκιμίου που έδωσαν μια πολύ ρεαλιστική οπτικοποίηση του φαινομένου όσον αφορά τη ροή του τηγμένου μέρους του δοκιμίου. Η καταγραφή του πειράματος αυτού έγινε με βιντεοκάμερα και είχε εξαιρετικό ενδιαφέρον καθώς εκτός από το ότι δίνει



μια πιο «χειροπιαστή» εικόνα στο τι συμβαίνει κατά τη διάρκεια του πειράματος, αποδεικνύει κατά πόσο επιτυγχάνεται μέση μηδενική ταχύτητα ροής, ισότροπη και ομογενής τύρβη, στο χώρο που το δοκίμιο είναι τοποθετημένο.

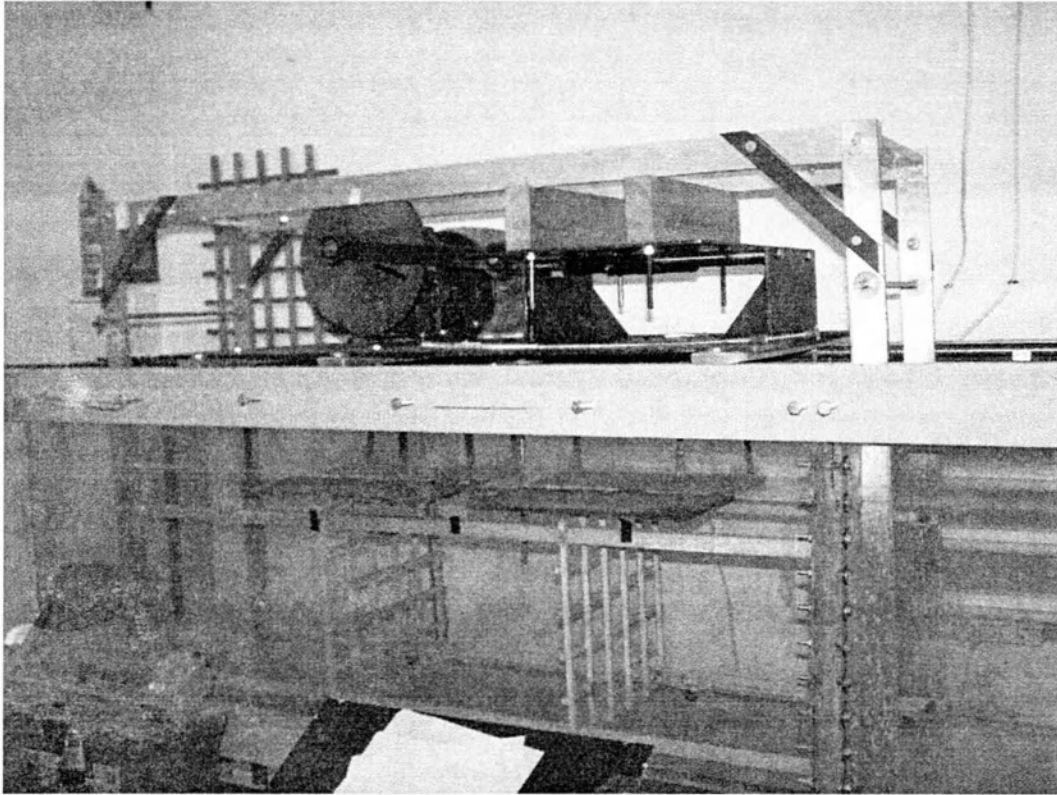
## 4. Περιγραφή πειραματικής διάταξης και οργάνων

Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφεται η πειραματική διάταξη και οι συσκευές που χρησιμοποιήθηκαν για την επίτευξη της πειραματικής διαδικασίας. Δίνεται επίσης έμφαση στις διαστάσεις και τις προδιαγραφές των συσκευών. Η εγκατάσταση της διάταξης, καθώς και η πραγματοποίηση των πειραμάτων, έλαβαν χώρα στο Εργαστήριο Ρευστομηχανικής και Στροβιλομηχανών στο ΠΡΟΚΑΤ κτίριο του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών.

### 4.1 Περιγραφή πειραματικής διάταξης

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν με τη μέθοδο του παλλόμενου πλέγματος όπου για τη δημιουργία ισότροπης και ομοιογενούς τύρβης χρησιμοποιούνται πλέγματα τα οποία ταλαντώνονται κατά την οριζόντια διεύθυνση. Για τις ανάγκες των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκε δεξαμενή νερού του εργαστηρίου η οποία τροποποιήθηκε κατάλληλα ώστε να μην υπάρχουν προβλήματα σταθερότητας. Τα δύο πλέγματα τετραγωνικού σχήματος ταλαντώνονται μέσω ηλεκτροκινητήρα, ο οποίος ρυθμίζεται μέσω ενός inverter στροφών. Η μετάδοσης της κίνησης γίνεται μέσω έκκεντρο και διωστήρα, ένα σύστημα το οποίο παραγάγει εκτός από ταλάντωση του πλέγματος και αρκετούς κραδασμούς. Στο πλαίσιο αυτό έγιναν εργασίες αναστήλωσης του συστήματος, ώστε τα πλέγματα να ταλαντώνονται όσο το δυνατόν πιο ευθύγραμμα χωρίς αποκλίσεις από την οριζόντια διεύθυνση.

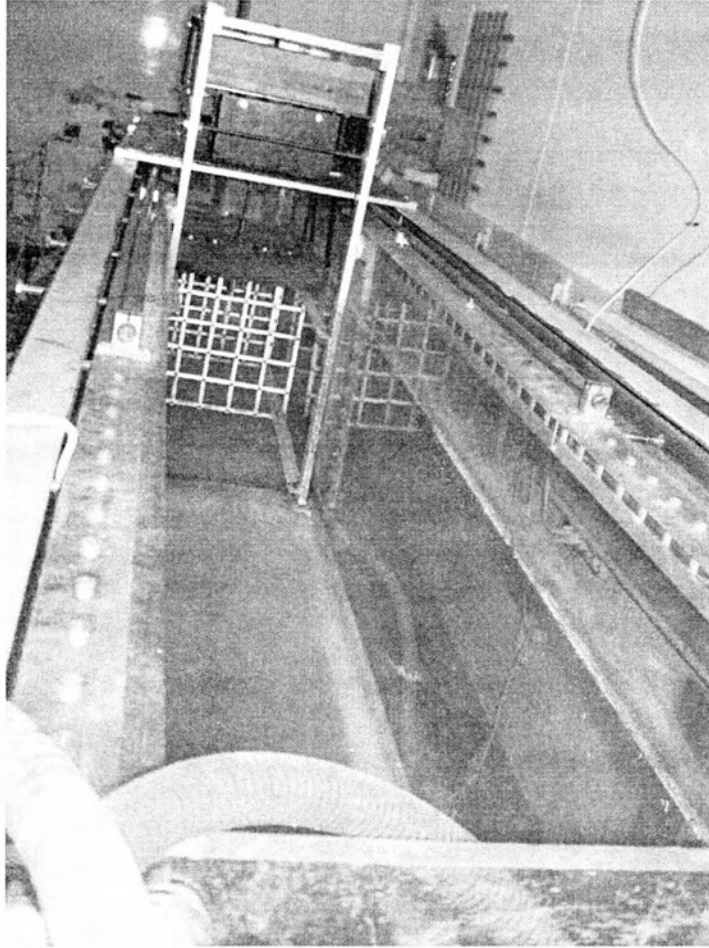
Στην περιοχή πάνω από τα πλέγματα είχαν αρχικά τοποθετηθούν μεταλλικές πλάκες οι οποίες απότρεπαν τον σχηματισμό δινών που θα επηρέαζαν το ροϊκό πεδίο όπου τα πειράματα έλαβαν χώρα και θα καθιστούν την παραγόμενη τύρβη, ισότροπη. Στις πλάκες αυτές σχηματίστηκε ένα διάκενο κυκλικής διατομής το οποίο λειτουργεί σαν οδηγός για την τοποθέτηση των δοκιμίων στη σωστή θέση, δηλαδή στο μέσο του διαστήματος μεταξύ των δύο πλεγμάτων στο σωστό ύψος και βάθος, με άλλα λόγια στο κέντρο της παραγόμενης ομοιογενούς και ισότροπης τύρβης. Οι μεταλλικές αυτές πλάκες μετά από σειρά πειραμάτων αποδείχθηκαν επιζήμιες για τη διαδικασία του πειράματος, όσον αφορά τη πρακτικότητα και μη-αποτελεσματικές όσον αφορά την ισοτροπία της τύρβης, έτσι αφαιρέθηκαν και τα πειράματα που είχαν πραγματοποιηθεί με αυτές, επαναλήφθηκαν. Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν ήταν σφαιρικής διατομής, πάγου δημιουργημένου από καθαρό νερό. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται ένα τμήμα της υδροδεξαμενής με εγκατεστημένα τα πλέγματα. Το σύστημα ταλάντωσης με τον ηλεκτροκινητήρα, το έκκεντρο και τον διωστήρα, τις μεταλλικές πλάκες που χρησιμοποιήθηκαν αρχικά στην ισοτροπία της τυρβώδους ροής και τον οδηγό πάνω στον οποίο τοποθετήθηκαν τα δοκίμια.



Εικόνα 6 Δεξαμενή παλλόμενων πλεγμάτων

## 4.2 Δεξαμενή νερού

Η δεξαμενή νερού στην οποία έγιναν όλα τα πειράματα, έχει διαστάσεις 371x39x 60 cm. Είναι κατασκευασμένη από Plexiglas και το πάχος των τοιχωμάτων είναι 1.7 cm. Στον πυθμένα της υπάρχουν 2 βάνες από τις οποίες αδειάζει το νερό από τη δεξαμενή. Η δεξαμενή βρίσκεται σε ύψος 82 cm από το πάτωμα του εργαστηρίου. Σε κάθε σειρά πειραμάτων η δεξαμενή γέμιζε με νερό ποσότητας περίπου 800 λίτρων. Η περιοχή της ομοιογένειας επεκτείνεται σε αποστάσεις  $\pm 0.07\text{m}$  από το κέντρο, ως εκ τούτου, μπορεί να υποθεθεί ότι κατά αυτόν τον όγκο ελέγχου η τύρβη είναι σχεδόν ισοτροπική και ομοιογενής με μέση ταχύτητα  $U_{\text{mean}} \approx 0$ . πειράματα τήξης διεξήχθησαν για  $U_{\text{rms}} = 0.044, 0.049, 0.053$  και  $0.058 \text{ m/s}$ . Η θερμοκρασία περιβάλλοντος του νερού στα πειράματα ήταν  $\Theta_{\text{amb}} = 15^\circ\text{C}$ .



Εικόνα 7 Πλάγια όψη δεξαμενής-Πλεγμάτων

Το νερό που χρησιμοποιήθηκε προερχόταν από γεώτρηση για να μην γίνεται άσκοπη σπατάλη πολύτιμων υδάτινων πόρων. Αυτό βέβαια είχε σαν αποτέλεσμα την παρουσία διαφόρων σωματιδίων και σκουπιδιών. Αυτός ήταν ένας από τους λόγους που η διαδικασία οπτικοποίησης της ροής και επεξεργασίας εικόνας ( flow visualization & image processing) ήταν αρκετά δύσκολη λόγω των αντανάκλασεων που προκαλούνταν με την αλληλεπίδραση νερού , σωματιδίων ,σκουπιδιών και φωτός .

### 4.3 Πλέγματα

Στην πειραματική διάταξη χρησιμοποιήθηκαν 2 παλλόμενα σε φάση πλέγματα. Το κάθε πλέγμα αποτελείται από 12 ράβδους αλουμινίου τετραγωνικής διατομής 1x1 cm και είναι πορώδες κατά 70%, δηλαδή των εμβαδόν των διάκενων προς το συνολικό εμβαδόν του πλέγματος ισούται με 0,7, ενώ το μέγεθος του διάκενου (meshsize) είναι  $M=62$  mm. Τα δύο πλέγματα βρίσκονται σε απόσταση  $L=475$  mm μεταξύ τους και προσαρμόστηκαν στο σύστημα ταλάντωσης με μία κατασκευή από συμπαγείς ράβδους αλουμινίου πάχους 1.5

cm και πλάτους 5 cm. Τέλος χρησιμοποιήθηκαν δύο μεταλλικές ντίζες διαμέτρου 6mm ώστε τα πλέγματα να βρίσκονται απολύτως ευθυγραμμισμένα.



Εικόνα 8 Εσωτερική όψη των πλεγμάτων

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθεί ότι η ένταση της τύρβης είναι ανάλογη της συχνότητας ταλάντωσης του πλέγματος. Η ένταση της τύρβης δίνεται από τον τύπο (2) όπου  $U_{rms}$  είναι η οριζόντια τυρβώδης διακύμανση της ταχύτητας και είναι ανάλογη της συχνότητας ταλάντωσης του πλέγματος  $f$ . Συγκεκριμένα οι Hopfinger και Toly [17], πρότειναν την παρακάτω εμπειρική σχέση

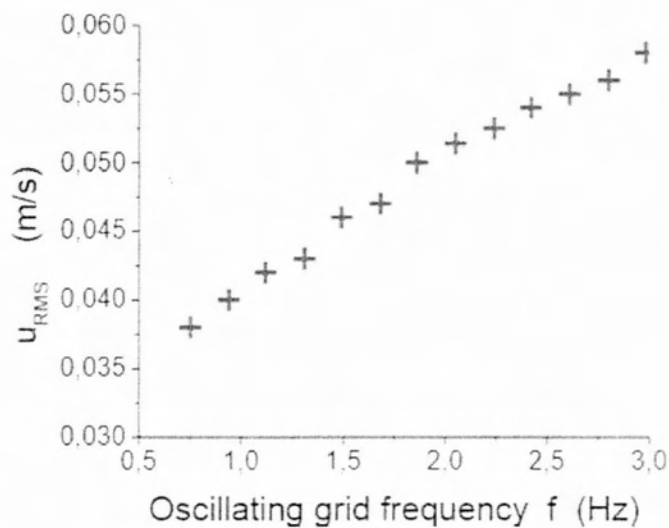
$$U_{rms} = C S^{1.5} M^{0.5} z^{-1} \quad (4.1)$$

Ενώ η ένταση της τύρβης δίνεται από τη σχέση

$$I = \frac{U_{rms}}{U}, \quad \text{όπου } U \text{ η μέση ταχύτητα.} \quad (4.2)$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι η συχνότητα είναι άμεσα εξαρτημένη από τη συχνότητα ταλάντωσης του πλέγματος.

Τα πλέγματα τίθενται σε μια σχεδόν ημιτονοειδή κίνηση μέσω ενός έκκεντρου μηχανισμού διευθύνεται από έναν ηλεκτρικό κινητήρα μεταβλητής ταχύτητας, η οποία ως εκ τούτου σχετίζεται γραμμικά με την συχνότητα ταλάντωσης  $f$  (Hz). Έχει διαπιστωθεί, ότι οι διακυμάνσεις της τυρβώδης ταχύτητας στην κεντρική περιοχή μεταξύ των πλεγμάτων μεταβάλλεται γραμμικά με τη συχνότητα  $f$  και  $S^{3/2}$ , όπου  $S$  είναι το πλάτος ταλάντωσης. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται αναφέρονται σε  $S = 60$  mm, δηλ  $S / M \approx 1$  και  $0,56 < f < 2,98$  Hz. Οι τιμές της  $U_{rms}$  στο κέντρο ( $x = y = z = 0$ ) μετράται με LDA, παρίστανται γραφικώς έναντι  $f$  στο Διάγραμμα 5.

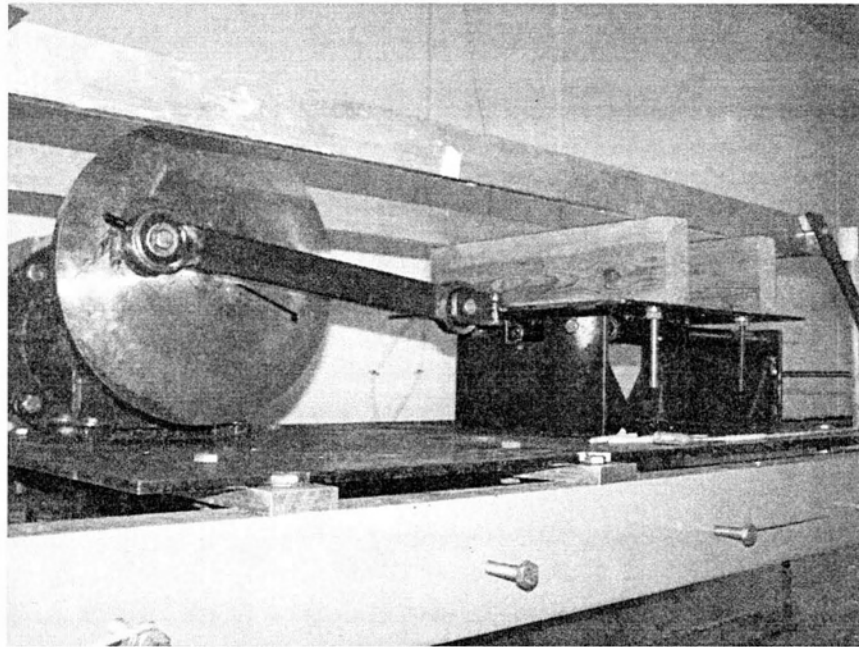


Διάγραμμα 5  $U_{rms}$  στο κέντρο ( $x = y = z = 0$ )

#### 4.4 Σύστημα ταλάντωσης πλεγμάτων

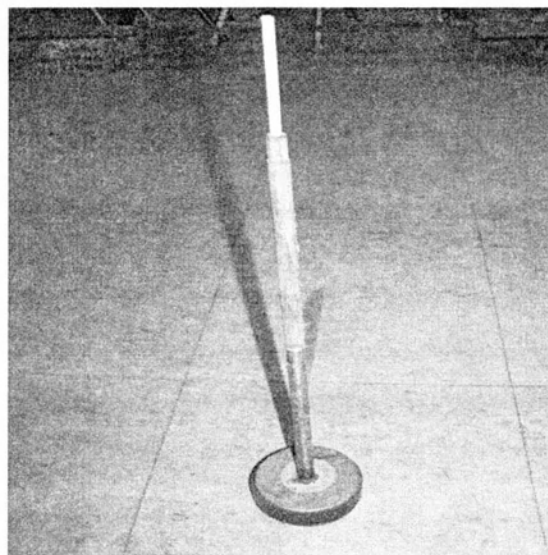
Για την παραγωγή σχεδόν αρμονικής ταλαντευτικής κίνησης, χρησιμοποιήθηκε η ήδη υπάρχουσα κατασκευή αποτελούμενη από διφασικό ηλεκτροκινητήρα 2.2 kW, από έκκεντρο καθώς κι από τράπεζα 400x400 mm οδηγούμενη από 4 αξονικά ρουλεμάν πάνω σε δύο παράλληλα βάκτρα. Το έκκεντρο αποτελείται από δίσκο 300 mm με ανοιγμένα αυλάκια για την επιλογή του επιθυμητού εύρους ταλάντευσης, καθώς και ένα διωστήρα που συνδέεται με το τραπέζι ταλάντευσης 400x400 mm. Όλη η κατασκευή προσδένεται σε μεγαλύτερων διαστάσεων τραπέζι 1100x600 mm πάνω στο οποίο δημιουργήθηκε μια οπή κυκλικής διατομής για την εφαρμογή των δοκιμών. Οι στροφές του κινητήρα ρυθμίζονταν με τη χρήση inverter ανάλογα με τις απαιτήσεις των πειραμάτων. Οι συχνότητες inverter

που χρησιμοποιήθηκαν ήταν 8,10,12 και 14 Hz αντίστοιχα. Θα αναφερθεί εκτενέστερα παρακάτω η μετατροπή των συχνοτήτων του inverter σε συχνότητες ταλάντωσης πλέγματος.



Εικόνα 9 Σύστημα ταλάντωσης πλέγματος

Στα δοκίμια προσαρμόστηκε κατά την κατασκευή τους μια πλαστική ντίζα και κάθε φορά βιδωνόταν σε έναν μεταλλικό οδηγό. Στην κορυφή του τοποθετήθηκε ένας κυλινδρικός μαγνήτης που εφαρμοζόταν πάνω στη μεταλλική τράπεζα. Αυτή η διάταξη σε συνδυασμό με τις μεταλλικές πλάκες οδηγούς προσανατόλιζε τα δοκίμια στο κέντρο της παραγόμενης ισότροπης τύρβης.



Εικόνα 10 Μεταλλικός οδηγός προσαρμογής δοκιμών ( το λευκό τμήμα είναι η ντίζα M6 που χρησιμοποιήθηκε για στήριξη)

#### 4.5 Περιφερειακά όργανα και συσκευές

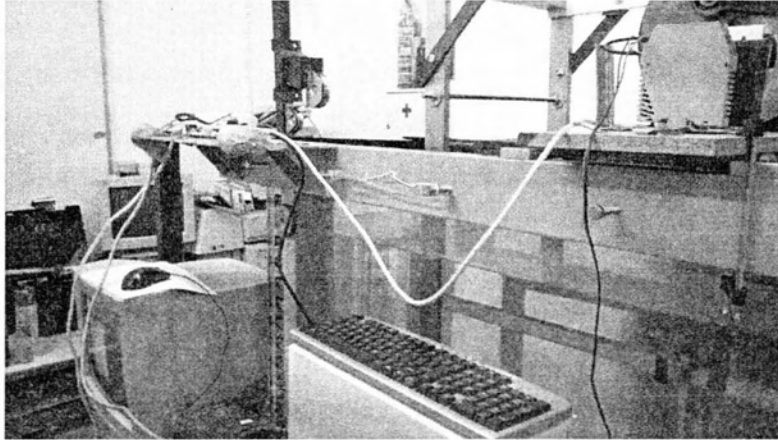
Στο πλαίσιο των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν πέραν της πειραματικής διάταξης και άλλα όργανα και συσκευές. Χρησιμοποιήθηκε ένα inverter συχνοτήτων Siemens micromaster 420(Εικόνα 11) μέσω του οποίου ρυθμίζονται οι στροφές του ηλεκτροκινητήρα και κατ' επέκταση η συχνότητα ταλάντωσης του πλέγματος. Αποτελούσε ουσιαστικά κατά τη διαδικασία των πειραμάτων το όργανο το οποίο επέτρεπε της εναλλαγές στην ένταση της τύρβης.



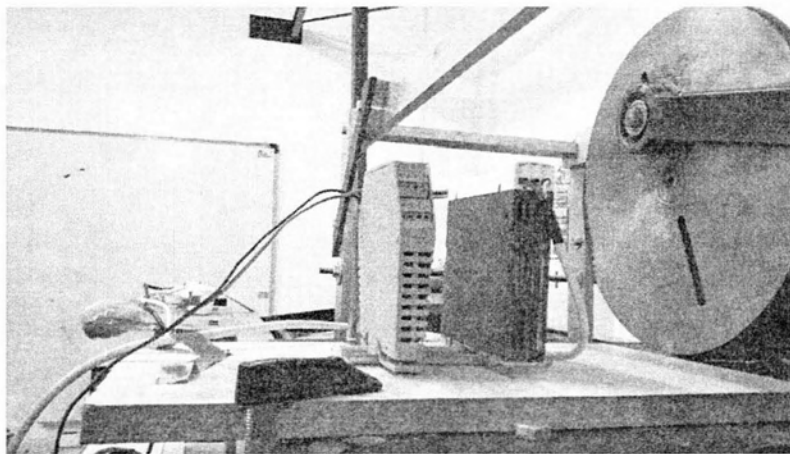
Εικόνα 11 Inverter εναλλαγής συχνοτήτων

Για τα πειράματα όπου επιχειρήθηκε οπτικοποίηση του φαινομένου έγινε χρήση κάμερας για την λήψη frames κατά τη διάρκεια των πειραμάτων, είναι μία ψηφιακή κάμερα Canon dvd camcorder PALDC21 με ταχύτητα λήψης 25 frames per second και frame analysis 720x576. Σε μερικά από τα πειράματα χρησιμοποιήθηκε για καλύτερη κατανόηση της ροής και πιο ακριβής οπτικοποίησης της laser(Εικόνα 15) και συγκεκριμένα argon-ion laser dpssl ισχύος 1.5W με εκπομπή μήκους κύματος 532nm και συχνότητα 10000Hz. Το laser χρησιμοποιήθηκε σε συνδυασμό με περιστρεφόμενο κάτοπτρο σχηματίζοντας φωτεινό

επίπεδο πάχους 3mm. Τέλος χρησιμοποιήθηκε και ένα τροφοδοτικό συνεχούς ρεύματος της εταιρίας V&A για την λειτουργία του περιστρεφόμενου κατόπτρου. Επίσης όσον αφορά το θέμα της διάχυσης θερμότητας τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν ήταν ένα θερμοστοιχείο (thermocouple) τύπου K (Εικόνα 14) σε συνδυασμό με την υπόλοιπη απαραίτητη διάταξη αποτελούμενη από πολλαπλασιαστή και μετασχηματιστή σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό και το απαραίτητο λογισμικό LabView.

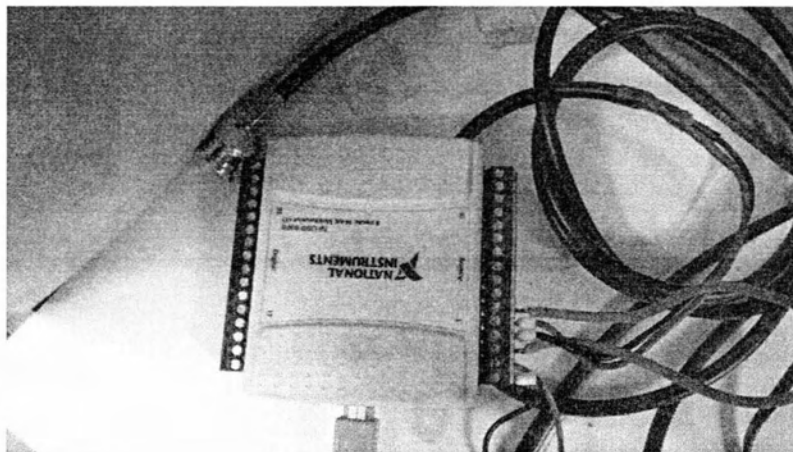


Εικόνα 12 Διάταξη για μέτρηση θερμικής διάχυσης

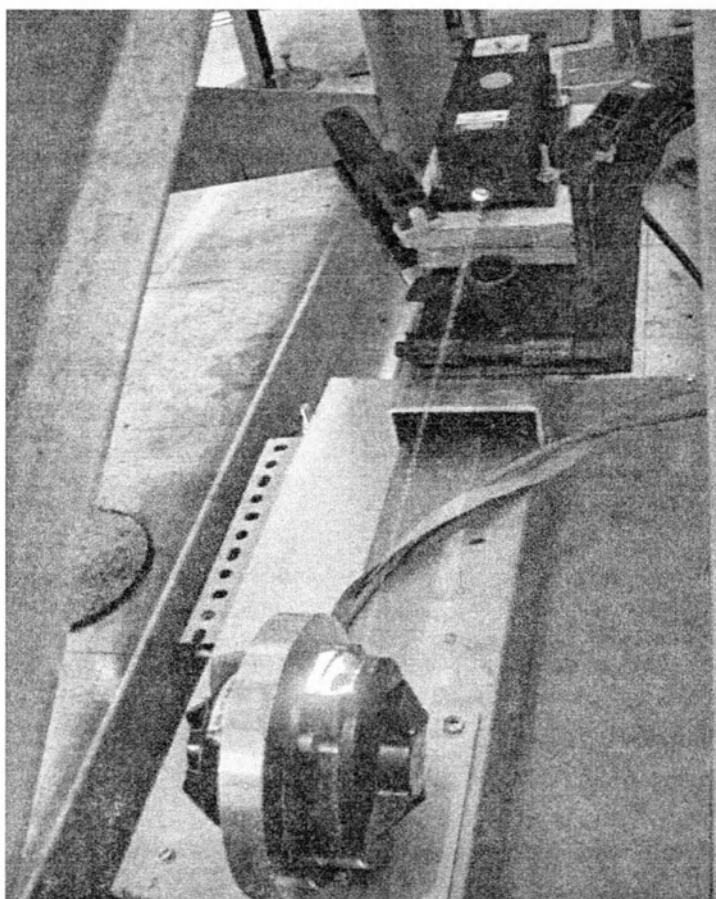


Εικόνα 13 Πολλαπλασιαστής τάσης σήματος





Εικόνα 14 Μετασχηματιστής σήματος



Εικόνα 15 Σύστημα laser και περιστρεφόμενου κατόπτρου



Εικόνα 16 Τροφοδοτικό περιστρεφόμενου κατόπτρου

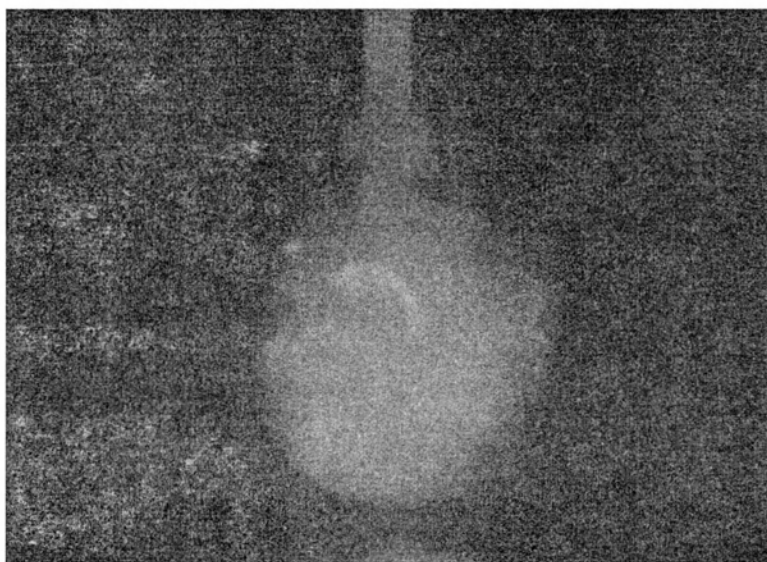
## 5. Περιγραφή πειραματικών δοκιμίων

Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν για την εκτέλεση των πειραμάτων ήταν σφαιρικού σχήματος στο σύνολο των πειραμάτων. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν σχεδόν σε όλα ήταν καθαρό νερό, με εξαίρεση τα πειράματα που χρησιμοποιήθηκε και ροδαμίνη για καλύτερη οπτικοποίηση της διάχυσης μάζας. Το σχήμα των δοκιμίων ήταν σφαιρικό. Για την κατασκευή δοκιμίων πάγου χρησιμοποιήθηκαν σφαιρικά μπαλάκια ring-rong στα οποία ανοίχθηκε οπή διαμέτρου 6mm. Πάνω στην οπή τοποθετήθηκε πλαστικό παξιμάδι που λειτουργεί σαν οδηγός για την προσαρμογή ντίζας. Στη συνέχεια τα μπαλάκια τοποθετήθηκαν στον καταψύκτη για τον σχηματισμό πάγου. Η θερμοκρασία των δοκιμίων μετά την εξαγωγή τους από τον καταψύκτη ήταν  $-17,5^{\circ}\text{C}$ . Έπειτα, τα δοκίμια προσαρμόζονται στον μεταλλικό οδηγό προσαρμογής δοκιμίων μέσω της ντίζας διαμέτρου M6. Τέλος, ο μεταλλικός οδηγός στηρίζεται εύκολα στη δεξαμενή μέσω του μαγνήτη που διαθέτει.

Σε πολλά από τα πειράματα χρησιμοποιήθηκαν σφαιρικά δοκίμια πάγου σε συνδυασμό με σταθερές σφαίρες ίδιας διαμέτρου σε διάφορους σχηματισμούς μέσα στο τυρβώδες πεδίο (κάθεται-οριζόντια). Οι σταθερές αυτές σφαίρες κατασκευάστηκαν πάλι με τη βοήθεια μπαλών ring-rong ώστε να επιτευχθεί η ίδια διάμετρος και το τέλεια σφαιρικό

σχήμα . Στην άκρη των σφαιρών είχε δημιουργηθεί οπή από την οποία γέμισαν με άμμο ώστε να είναι στέρεα απέναντι στις ισχυρές για αυτά δυνάμεις που δημιουργούσε η ροή του τυρβώδες πεδίου. Η στήριξη των σταθερών σφαιρών μέσα στη δεξαμενή έγινε με τρόπο ίδιο με των δοκιμίων πάγου, δηλαδή με έναν πανομοιότυπο μεταλλικό οδηγό προσαρμογής δοκιμίων στον οποίο οι σφαίρες στερεώνονταν με χρήση ειδικής σιλικόνης με υψηλή αντοχή στη διάβρωση .

Εξαίρεση αποτελούν τα πειράματα στα οποία χρησιμοποιήθηκε ροδαμίνη καθώς και τα πειράματα στα οποία εξετάστηκε η διάχυση της θερμότητας στο τυρβώδες πεδίο με τη χρήση θερμοστοιχείου. Για τα πειράματα οπτικοποίησης της συμπεριφοράς των δοκιμίων στο τυρβώδες πεδίο, χρησιμοποιήθηκε υδατικό διάλυμα ροδαμίνης 6G. Συγκεκριμένα, 2g ροδαμίνης σε μορφή σκόνης διαλύθηκε σε 1 λίτρο νερού με μερικές σταγόνες methylblue και το διάλυμα αυτό καταψύχθηκε πάλι σε σφαιρική μορφή με τη βοήθεια μπαλών ring-rong. Ενώ όσον αφορά τα πειράματα με τη χρήση θερμοστοιχείου τα δοκίμια δεν διαφέρουν σε τίποτα με τυπικά δοκίμια καθαρού νερού που χρησιμοποιούνταν στα πειράματα με τη διαφορά ότι πριν την τοποθέτηση στον καταψύκτη στο μπαλάκι δημιουργούταν μια μεγαλύτερη οπή και μαζί με το νερό τοποθετούνταν και η άκρη της καλωδίωσης του θερμοστοιχείου ακριβώς στο κέντρο έτσι ώστε όταν αφαιρεθεί το εξωτερικό πλαστικό κέλυφος το θερμοστοιχείο να βρίσκεται στο κέντρο ,την « καρδιά», του δοκιμίου και να μας δίνει της μετρήσεις που απαιτούνται.



Εικόνα 17 Σφαιρικό δοκίμιο από πάγο



Εικόνα 18 Σφαιρικό δοκίμιο από πάγο και ροδαμίνη

## 6. Περιγραφή μετρητικής μεθοδολογίας-Ακρίβεια μετρήσεων

Κατά την διαδικασία των πειραμάτων μια σειρά από μετρήσεις λάβανε χώρα προκειμένου να εξαχθούν τα συμπεράσματα που επιζητούνταν από την παρούσα διπλωματική . Οι μετρήσεις αυτές διεξάγονταν με την λήψη φωτογραφιών ,ανά 10 δευτερόλεπτα για τις συχνότητες 8,10,12 Hz και 5 δευτερόλεπτα για τη συχνότητα των 14 Hz. Οι διαστάσεις που αφορούσαν την εργασία ήταν η υδραυλική διάμετρος ( $D_h$ ),η οποία για να υπολογιστεί έπρεπε πρώτα να υπολογιστεί η περίμετρος (Perimeter) και η επιφάνεια (Area) του προς εξέταση αντικειμένου. Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της υδραυλικής διαμέτρου που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο εξής:

$$D_h = \frac{4 * Area}{Perimeter}$$

Ειδικά προγράμματα επεξεργασίας εικόνας (image processing) ήταν αυτά που βοήθησαν στον υπολογισμό των μεγεθών αυτών και κυρίως στην μετατροπή των μονάδων μέτρησης από rixel , επάνω στη φωτογραφία, σε πραγματικές μονάδες μετρήσεις των διαστάσεων, δηλαδή μέτρα. Χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα **Image J** και γνωρίζοντας κάποιες σταθερές διαστάσεις επάνω στο δοκίμιο , όπως ότι η διάμετρος της ντίζας ήταν 6mm , σε κάθε φωτογραφία ξεχωριστά υπολογιζόταν η αντίστοιχη αναλογία rixel-millimeter. Με ιδανική μεγέθυνση της φωτογραφίας και συνεχείς υπολογισμούς της εν

λόγω αναλογίας ( λόγω του ότι η φωτογραφική μηχανή μπορεί να είχε κουνηθεί ή το zoom λήψης άθελα να είχε μεταβληθεί) επετεύχθη ικανοποιητική ακρίβεια στους υπολογισμούς . Η μέτρηση από και μετά της περιμέτρου και της επιφάνειας του δοκίμιο στην κάθε φωτογραφική λήψη γινόταν εύκολα με προσεκτική περικύκλωση του αντικειμένου για το οποίο θέλαμε τις μετρήσεις. Έχοντας τις τιμές της περιμέτρου και της επιφάνειας αυτόματα αποθηκευμένες σε ένα υπολογιστικό φύλλο Excel ήταν εύκολο να εξαχθεί η υδραυλική διάμετρος για την κάθε λήψη και στη συνέχεια η αντίστοιχη αδιάστατη μορφή του μεγέθους διαιρώντας με την υδραυλική διάμετρο την στιγμή λήψης για τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ sec}$ . Η ιδιαίτερη προσοχή κατά τον ξεχωριστό κάθε φορά υπολογισμό της αναλογίας pixel-millimeter και της περικύκλωσης του δοκιμίου ( μεγάλη μεγέθυνση –χαμηλά dpi στο ποντίκι του υπολογιστή) χάρισε μια ιδανική ακρίβεια στους υπολογισμούς με τις τιμές της υδραυλικής περιμέτρου που προκύπτουν να είναι αναμενόμενες και τις αντίστοιχες καμπύλες σε διαγράμματα Dh-time να προκύπτουν με ομαλή κλίση, κάτι που αποδεικνυε την ικανοποιητική ακρίβεια των μετρήσεων.



Εικόνα 19 Εικόνα υπολογιστικού περιβάλλοντος προγράμματος ImageJ

Πολύ πιο δύσκολη υπόθεση αποδείχθηκε η επίτευξη ακρίβειας κατά την διάρκεια των πειραμάτων με τη χρήση θερμοστοιχείου. Η ευαίσθητη καλωδίωση του πειράματος σε συνδυασμό με τα κρουστικά φορτία του ηλεκτροκινητήρα κίνηση των πλεγμάτων έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια κατά τον υπολογισμό της θερμοκρασίας στο κέντρο του

δοκιμίου. Οι θόρυβοι που προκαλούνταν αλλοίωναν κατά πολύ το ηλεκτρικό σήμα που έφτανε στον υπολογιστή. Δυστυχώς, ενώ πολλές ιδέες εφαρμόστηκαν προκειμένου να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα καμία δεν απέφερε ένα καλό αποτέλεσμα. Το ευτυχές ήταν ότι πάρα των ανεπιθύμητων διακυμάνσεων στις πειραματικές μετρήσεις αυτές ήταν μεμονωμένες και δεν επηρέασαν την συνολική κλίση της καμπύλης που κυρίως ενδιέφερε το πείραμα. Η κλίση ήταν αυτή που αναμενόταν χωρίς όμως η ακρίβεια να βρίσκεται σε καλά επίπεδα.

## 7. Υπολογιστική προσέγγιση ροής γύρω από σφαίρα με το υπολογιστικό πρόγραμμα ANSYS FLUENT.

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει μια πρώτη προσέγγιση για την προσομοίωση και τον καθορισμό των ταχυτήτων και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας γύρω από μια σφαίρα σε συνθήκες που επικρατούν στη δεξαμενή νερού με την παραγωγή τυρβώδους ροής από δύο κινούμενα πλέγματα. Λόγω της δυσκολίας προσομοίωσης ταλάντωσης των πλεγμάτων υποθέσαμε ότι το νερό στα πλέγματα έχει ταχύτητα ίδια με αυτή της ταλάντωσης των πλεγμάτων τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Συγκεκριμένα, θα εξεταστεί η ροή γύρω από τη σφαίρα που βρίσκεται στο κέντρο από τα δύο πλέγματα για συχνότητες ταλάντωσης των πλεγμάτων 1.49, 1.68, 2.23, 2.98 Hz που αντιστοιχούν στις  $U_{rms} = 0.044$  m/s, 0.049 m/s, 0.053 m/s, 0.058 m/s που μελετήθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια.

### 7.1 Θεωρία

Η υπολογιστική ρευστομηχανική CFD (computational fluid dynamics) είναι θεμελιωδώς βασισμένη στη συγκέντρωση εξισώσεων ρευστομηχανικής, που είναι οι εξισώσεις διατήρησης μάζας, διατήρησης ορμής και διατήρησης ενέργειας. Οι ροές και σχετικά σε αυτές φαινόμενα μπορούν να περιγραφούν με μερικές διαφορικές εξισώσεις, που είναι πολύ δύσκολο να λυθούν αναλυτικά. Για να λύσουμε τέτοια προβλήματα τα κάνουμε υπολογιστικά, που γίνεται με τη μέθοδο διακριτοποίησης που υπολογίζει τις εξισώσεις με ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων. Αυτές οι εξισώσεις λύνονται χρησιμοποιώντας ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι διακριτοποίησης, αλλά οι πιο σημαντικές είναι οι πεπερασμένες διαφορές (finite differences), πεπερασμένοι όγκοι (finite volume) και τα πεπερασμένα στοιχεία. Το λογισμικό που χρησιμοποιήσαμε ANSYS FLUENT χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων.



## 7.2 Συγκεντρώνοντας τις εξισώσεις

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα χρησιμοποιήσαμε τα υπολογιστικά μοντέλα RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes turbulent models) που προσφέρουν την πιο οικονομική προσέγγιση από πλευράς υπολογιστικού χρόνου. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο k-ε το οποίο δίνει ρεαλιστικές τιμές και ακρίβεια αποτελεσμάτων πράγμα που το κάνει να είναι το πιο συχνό μοντέλο που χρησιμοποιείται για βιομηχανικές ροές. Βασίζεται στις εξισώσεις μεταφοράς για την τυρβώδη κινητική ενέργεια (k) και το dissipation rate(ε),[29]. Για την επίλυση το πρόγραμμα χρησιμοποιεί,[26] τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις:

Ισοζύγιο μάζας:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (7.1)$$

Ισοζύγιο ορμής στις 3 κατευθύνσεις:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (7.2)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (7.3)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + S_{Mz} \quad (7.4)$$

Τυρβώδης κινητική ενέργεια:

$$\rho U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \mu_t S^2 + \frac{\partial}{\partial x} (a_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_i}) - \rho \epsilon \quad (7.5)$$

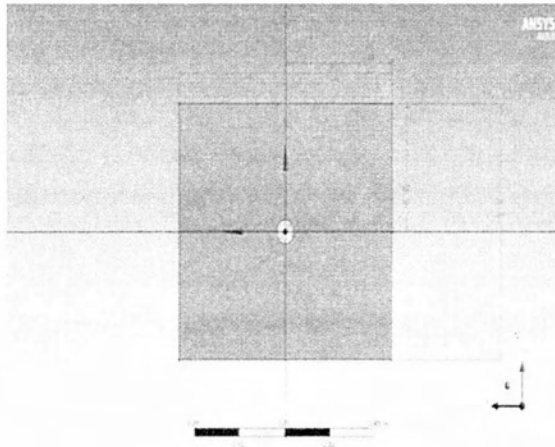
όπου  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ ,  $S_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j})$  είναι η γωνιακή παραμόρφωση

Dissipation rate:

$$\rho U_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = C_{1\epsilon} \left(\frac{\epsilon}{k}\right) \mu_t S^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_\epsilon \mu_{eff} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i}) - C_{2\epsilon} \rho \left(\frac{\epsilon^2}{k}\right) - R \quad (7.6)$$

### 7.3 Γεωμετρία

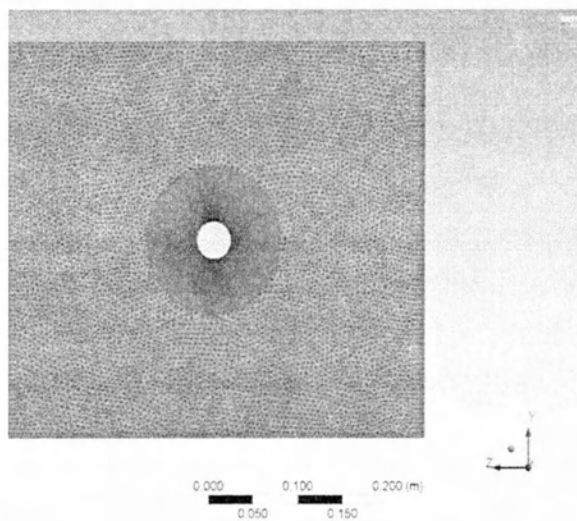
Χρησιμοποιήθηκε η παρακάτω γεωμετρία δύο διαστάσεων (x,y). Τα πλέγματα είναι τοποθετημένα στη θέση  $x=0\text{m}$  και  $x=0,45\text{m}$  και έχουν ύψος  $0,4\text{m}$  (Y άξονας). Η σφαίρα είναι τοποθετημένη στο κέντρο της απόστασης μεταξύ των πλεγμάτων, δηλαδή στη θέση  $x=22,5$  και  $Y=0,2\text{m}$  με διάμετρο  $d=0,0375\text{m}$ .



Εικόνα 20 Γεωμετρία πειράματος

### 7.4 Πλέγμα (mesh)

Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκε το παρακάτω πλέγμα (Εικόνα 21):



Εικόνα 21 Γεωμετρία με πλέγμα πεπερασμένων όγκων



Όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα χρησιμοποιήθηκε τριγωνική μέθοδος. Βάλαμε μέγεθος στοιχείων 0,0005m κοντά στη σφαίρα και τοποθετήσαμε inflation (πύκνωση πεπερασμένων όγκων) γύρω από αυτήν για μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα. Επίσης, χρησιμοποιήθηκαν inflation στην είσοδο και έξοδο της ροής για μεγαλύτερη ακρίβεια λόγω της συνημιτονοειδούς ταχύτητας που παραγόταν από τα πλέγματα.

Model (B3) > Mesh > Mesh Controls					
Object Name	All Triangles Method	Edge Sizing	Inflation	Body Sizing	Inflation 2   Inflation 3
State	Fully Defined				
Scope					
Scoping Method	Geometry Selection				
Geometry	1 Body	1 Edge	1 Face	1 Body	1 Face
Definition					
Suppressed	No				
Method	Triangles				
Element Midside Nodes	Use Global Setting				
Type	Element Size		Element Size		
Element Size	5 e-004 m		5 e-003 m		
Behavior	Soft		Soft		
Curvature Normal Angle	Default		Default		
Growth Rate	Default		1.2		1.2
Bias Type	No Bias				
Local Min Size	Default (5 e-004 m)		Default (5 e-003 m)		
Boundary Scoping Method	Geometry Selection		Geometry Selection		
Boundary	1 Edge		1 Edge		
Inflation Option	First Layer Thickness		First Layer Thickness		
First Layer Height	5 e-004 m		5 e-004 m		
Maximum Layers	50		10		
Inflation Algorithm	Pre		Pre		

Εικόνα 22 Χαρακτηριστικά του προβλήματος

Τέλος, συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 20288 κόμβοι (nodes) και 26815 στοιχεία (elements).

Statistics	
Nodes	20288
Elements	26815
Mesh Metric	None

Εικόνα 23 Στοιχεία και κόμβοι προβλήματος

## 7.5 Συνθήκες προσομοίωσης

Για την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε σαν υλικό νερό με τις ιδιότητες που φαίνονται παρακάτω. Όπως αναφέραμε και παραπάνω χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο k-ε(2 εξισώσεις) RNG. Τέλος, ενεργοποιήσαμε τη βαρύτητα ( $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ) και επιλέξαμε το χρόνο παροδικό transient.

Viscosity, $\mu$	0.001003 $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-1}$
Properties	Value
Density, $\rho$	998.2 $\text{kg m}^{-3}$

Εικόνα 24 Ιδιότητες υλικών προβλήματος

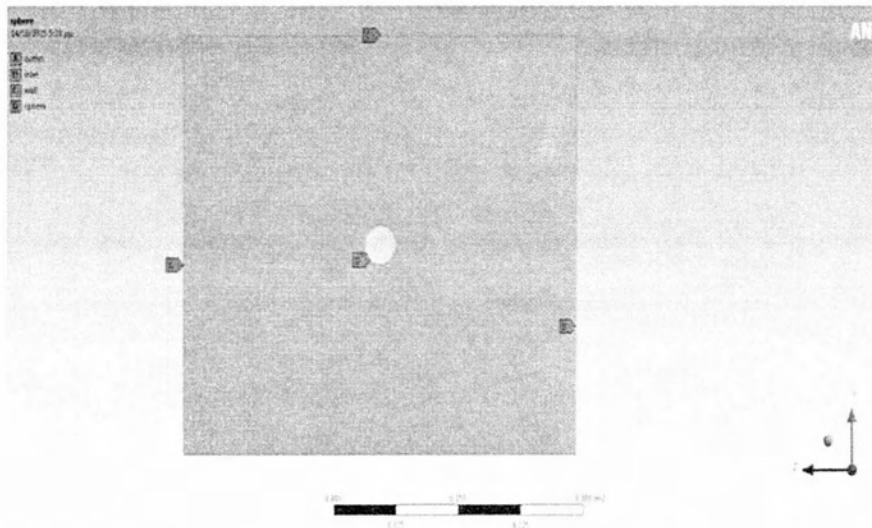
## 7.6 Συνθήκες στο σύνορο (boundary conditions)

Όπως φαίνεται και παρακάτω έχουμε ορίσει με ονόματα inlet,outlet,wall,sphere τις περιοχές. Βάλαμε σαν velocity-inlet το σύνορο A(inlet) και B(outlet), και ως wall τις περιοχές wall,sphere.

Υπόθεση: Για την υπάρχουσα προσομοίωση υποθέσαμε ότι η ταχύτητα ταλάντωσης των πλεγμάτων είναι περίπου ίδια με την ταχύτητα του νερού στο πλέγμα.

Άρα υποθέτοντας ότι το πλέγμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση της μορφής  $x(t)=A\sin(\omega t)$

με ταχύτητα  $u(t)=\omega A\cos(\omega t)$  η ταχύτητα του νερού στο πλέγμα θα είναι και αυτή  $U_w(t)=\omega A\cos(\omega t)$



Εικόνα 25 Επιλογή περιοχών

Οι τοίχοι είναι σταθεροί χωρίς ολίσθηση. Σαν συνθήκη στο σύνορο inlet-outlet προγραμματίσαμε ένα συνημιτονοειδές προφίλ ταχύτητας και το εισάγαμε στο πρόγραμμα σαν UDF(user define function). Αυτό γίνεται πηγαίνοντας Define->User-Defined->interpreted και επιλέγουμε το αρχείο που έχουμε φτιάξει σε γλώσσα προγραμματισμού C. Το πλάτος ταλάντωσης είναι 0,06m και έγιναν 4 προσομοιώσεις για τις τέσσερις τιμές της συχνότητας ταλάντωσης του πλέγματος. Παρακάτω φαίνεται ο κώδικας για συχνότητα 2.98Hz ( $U_{rms}=0.058\text{m/s}$  ή συχνότητα 14Hz στον inverter).

```
#include "udf.h"
```

```
DEFINE_PROFILE(velocity_inlet, thread, position)
```

```

{
  face_t f;
  begin_f_loop(f, thread)
  {
    real t = RP_Get_Real("flow-time");
    F_PROFILE(f, thread, position) = 1.122*cos(18.71*t);
  }
  end_f_loop(f, thread)
}

```

```

DEFINE_PROFILE(velocity_outlet, thread, position)

```

```

{
  face_t f;

```

Αποτελέσματα

```

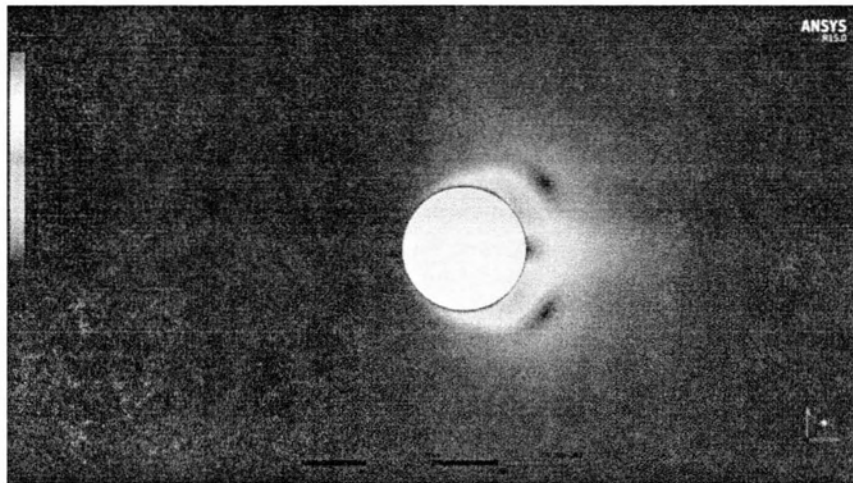
begin_f_loop(f, thread)
{
  real t = RP_Get_Real("flow-time");
  F_PROFILE(f, thread, position) = -1.122*cos(18.71*t);
}
end_f_loop(f, thread)
}

```

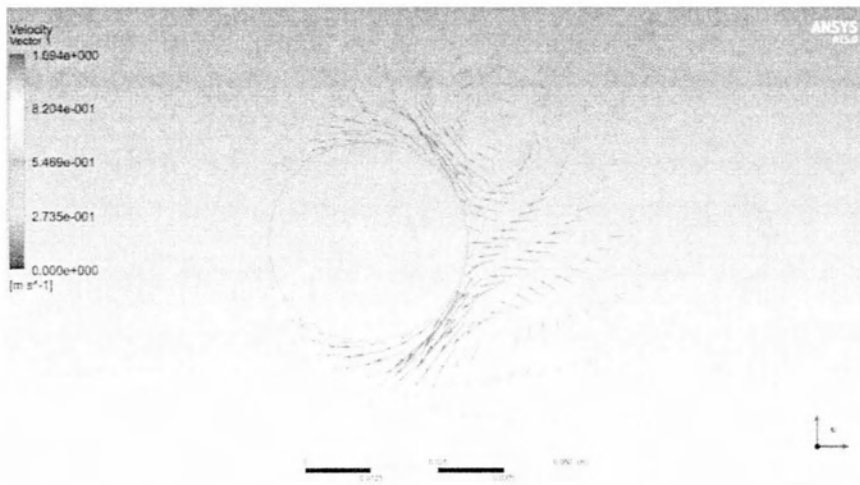
## 7.7 Αποτελέσματα

Στις παρακάτω εικόνες φαίνεται η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας καθώς και τα διανύσματα για να προσδιορίσουμε την τιμή και την διεύθυνση της ταχύτητας καθώς και η τυρβώδης κινητική ενέργεια. Οι μετρήσεις είναι τη χρονική στιγμή  $t=T/4, t=T/2, t=3T/4, t=T$ , αν  $T$  θεωρήσουμε τη χρονική περίοδο ταλάντωσης του προβλήματος, για καθεμία από τις συχνότητες ταλάντωσης του πλέγματος.

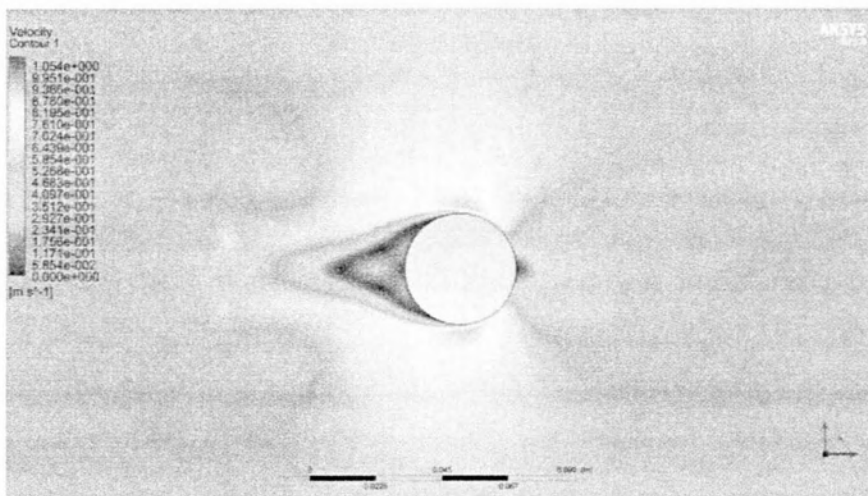
- **fgrid=1,49Hz**



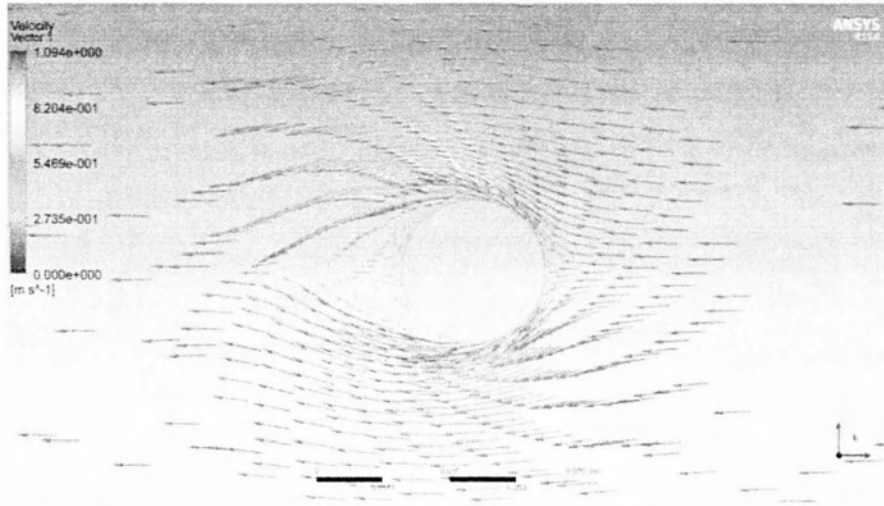
Εικόνα 26 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/4=0,167\text{sec}$



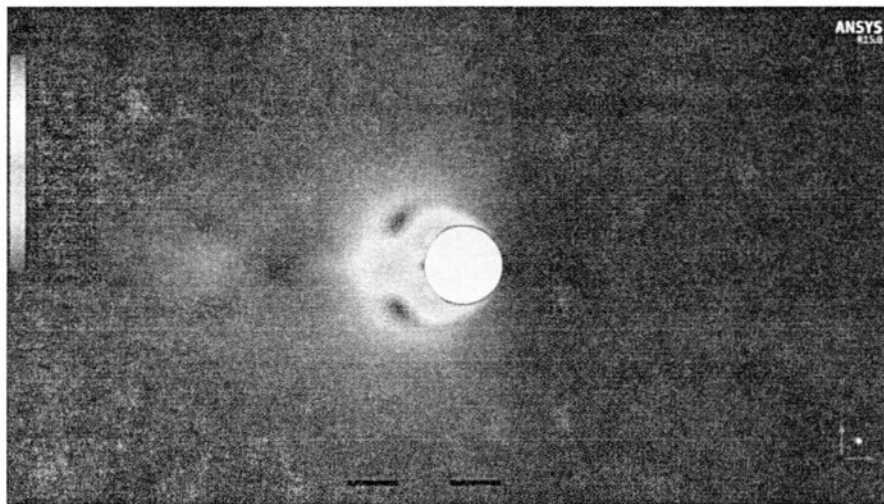
Εικόνα 27 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/4=0,167\text{sec}$



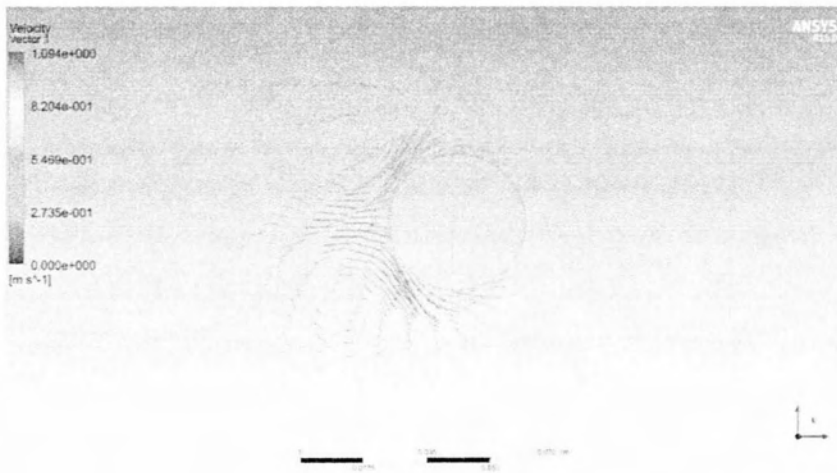
Εικόνα 28 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,335\text{sec}$



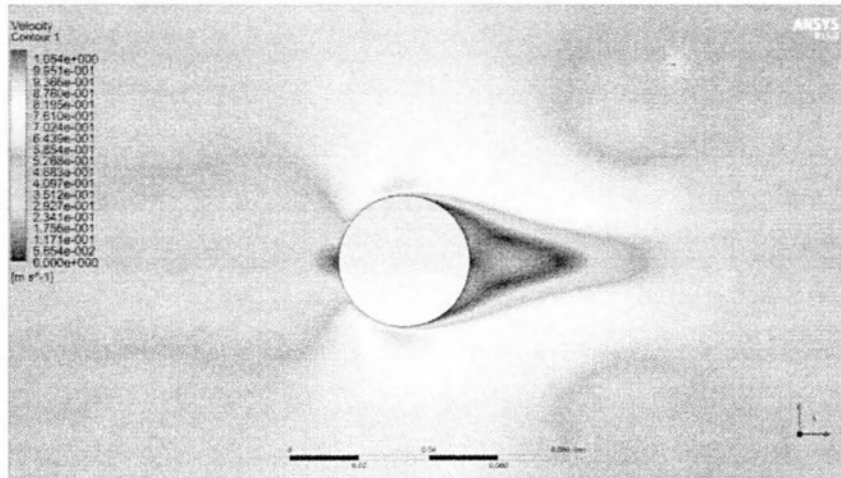
Εικόνα 29 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,335\text{sec}$



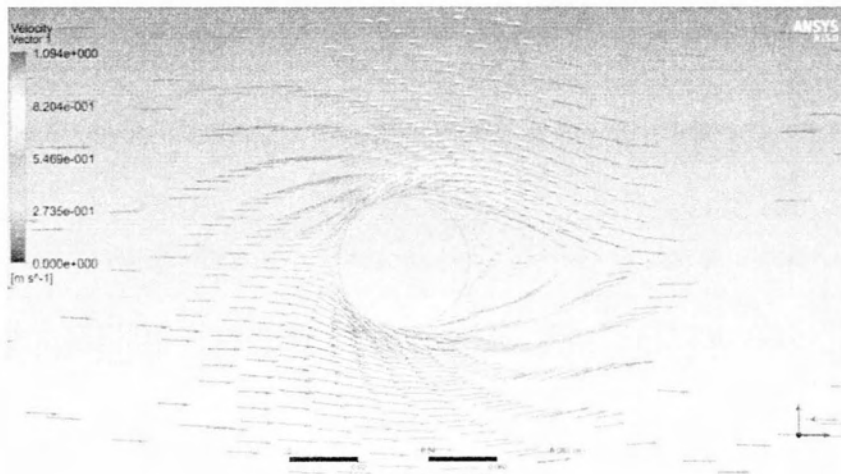
Εικόνα 30 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=3T/4=0,502\text{sec}$



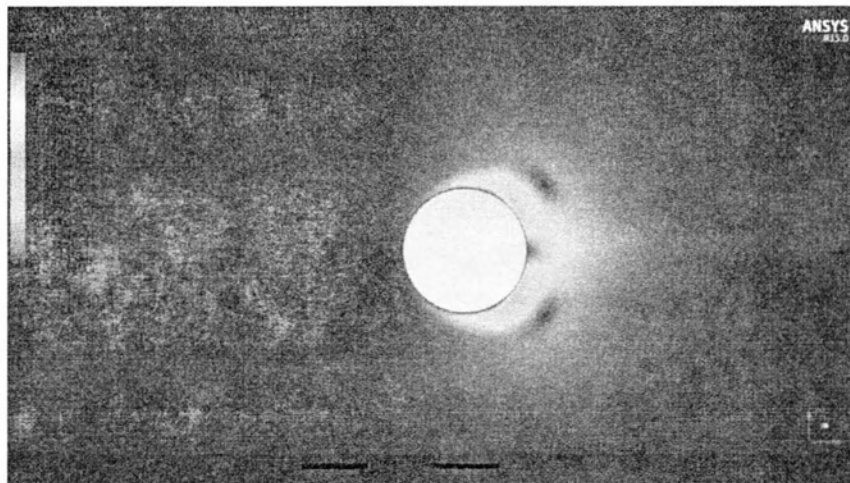
Εικόνα 31 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=3T/4=0,502\text{sec}$



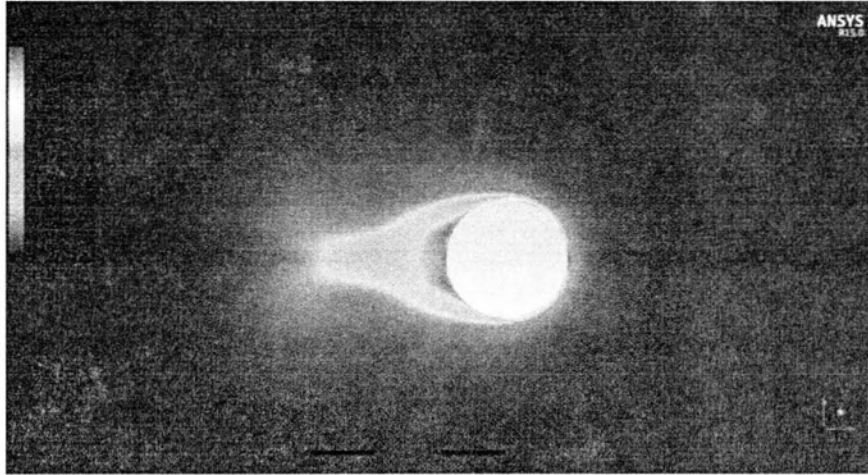
Εικόνα 32 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T=0,67\text{sec}$



Εικόνα 33 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T=0,67\text{sec}$

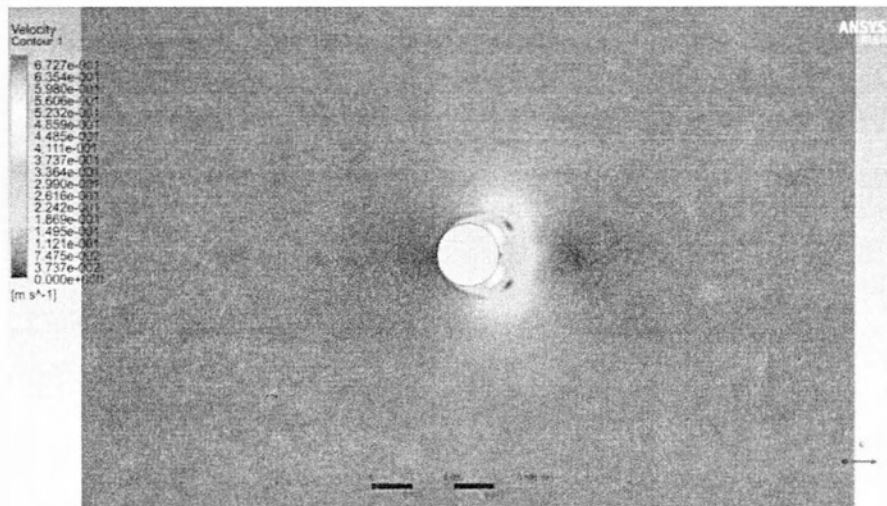


Εικόνα 34 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,335\text{sec}$

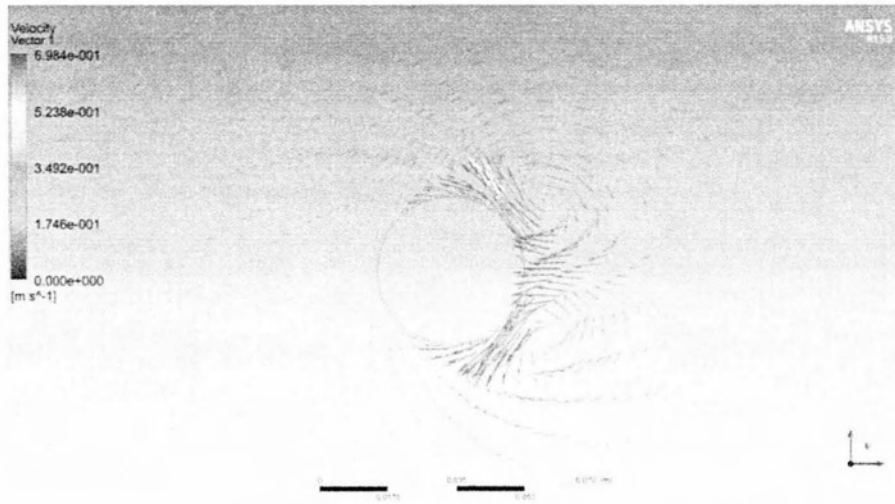


Εικόνα 35 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t=T=0,67\text{sec}$

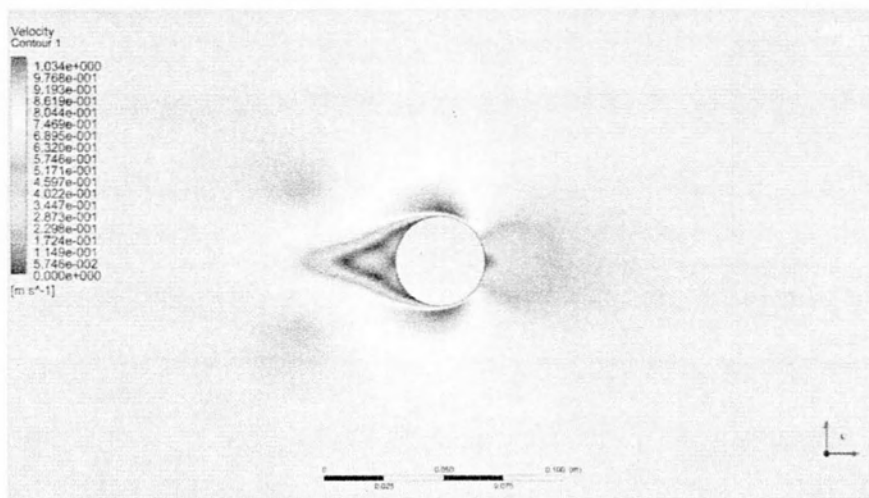
- $f_{\text{grid}} = 1,68 \text{ Hz}$



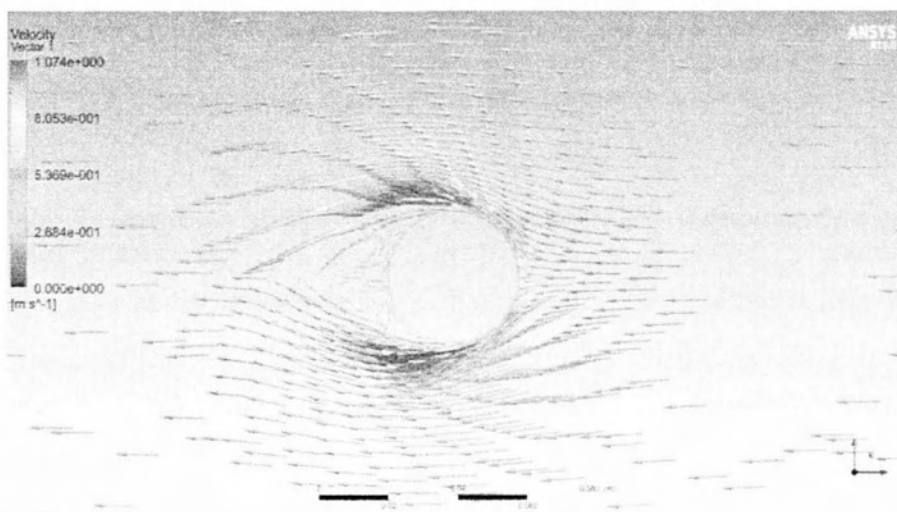
Εικόνα 36 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/4=0,14\text{sec}$



Εικόνα 37 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/4$

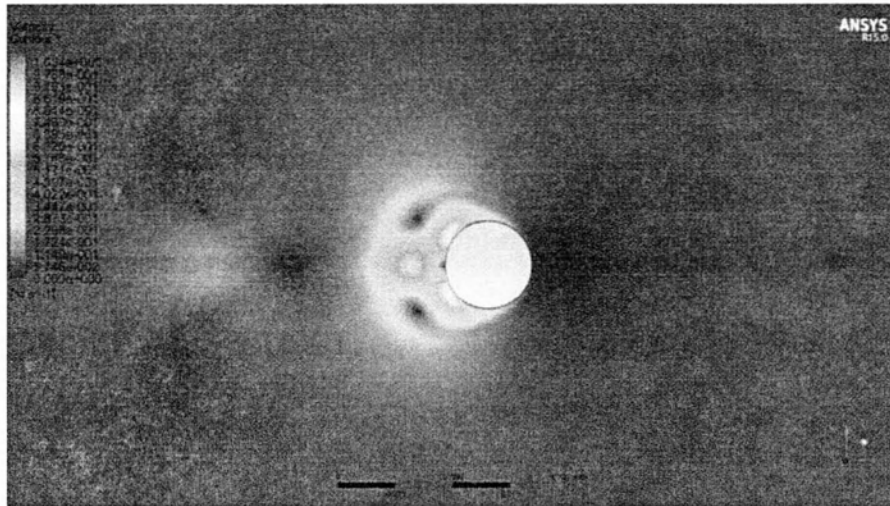


Εικόνα 38 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,29 \text{ sec}$

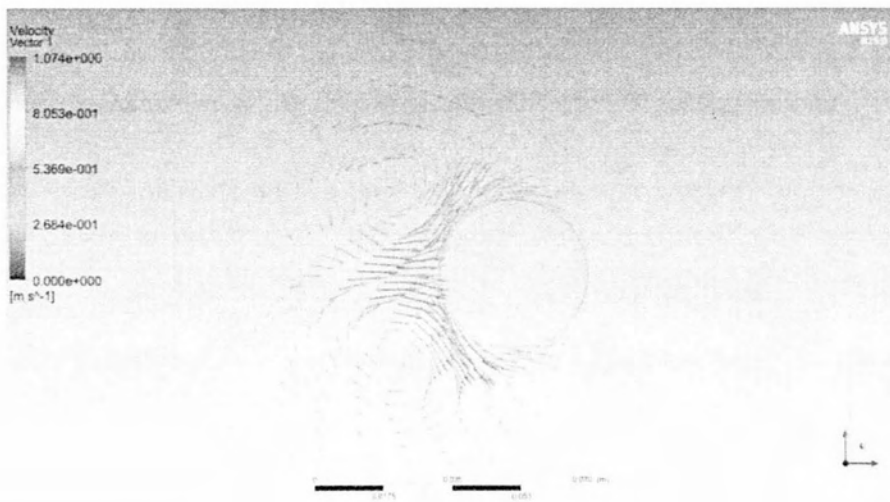


Εικόνα 39 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή στιγμή  $t=T/2=0,29 \text{ sec}$

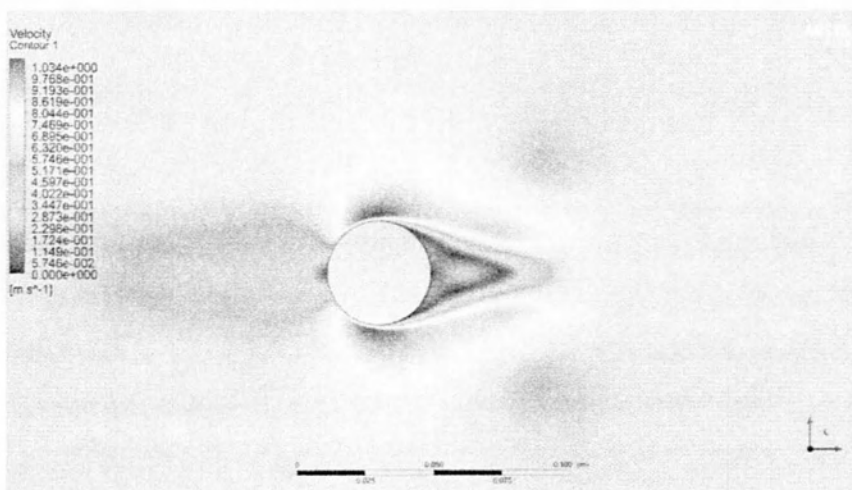




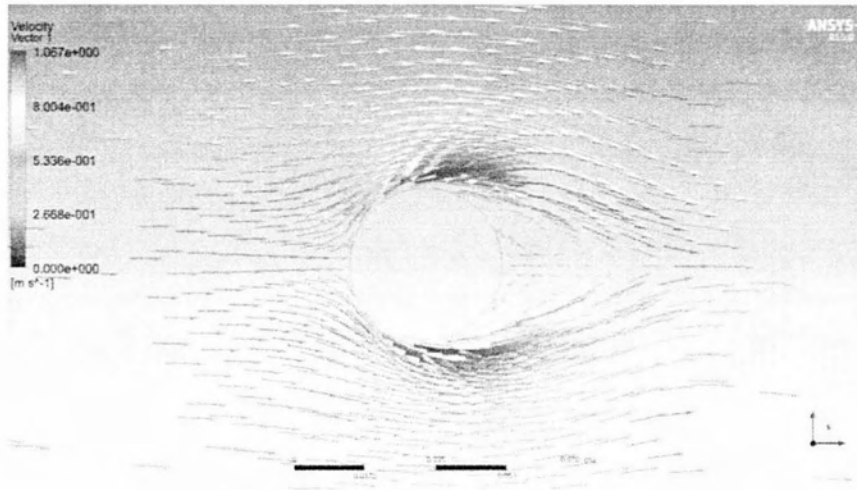
Εικόνα 40 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=3T/4=0,44\text{sec}$



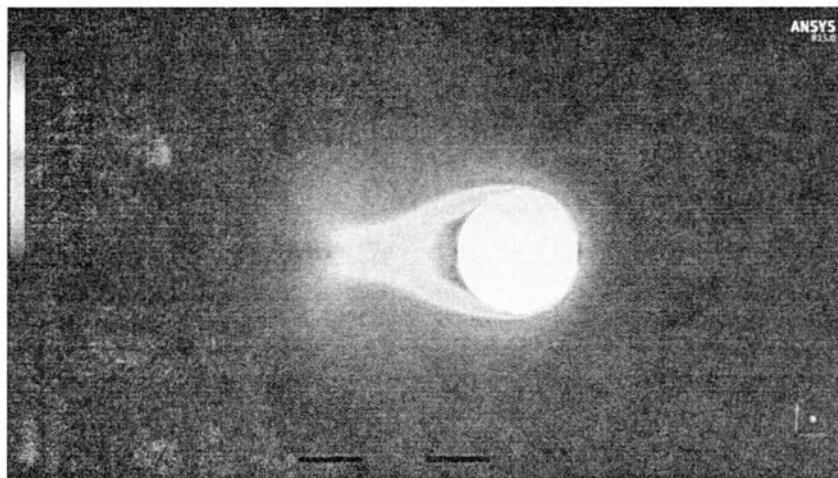
Εικόνα 41 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=3T/4=0,44\text{sec}$



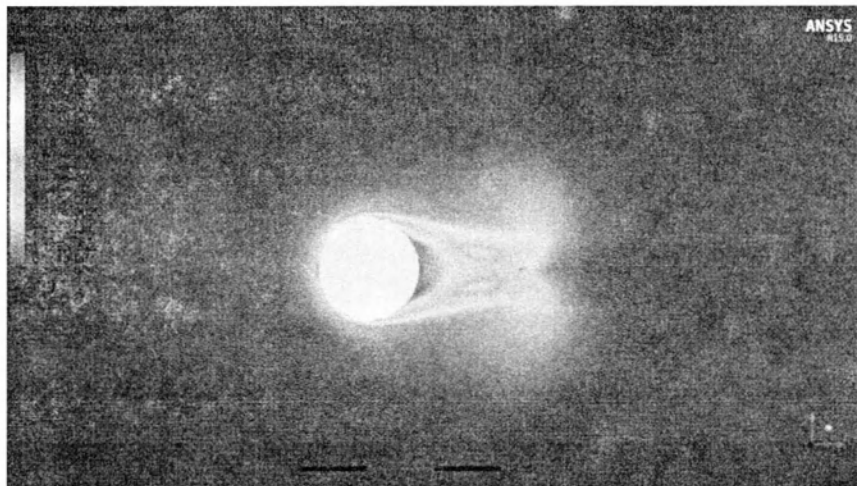
Εικόνα 42 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T=0,63\text{sec}$



Εικόνα 43 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T=0.63\text{sec}$



Εικόνα 44 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,29\text{sec}$

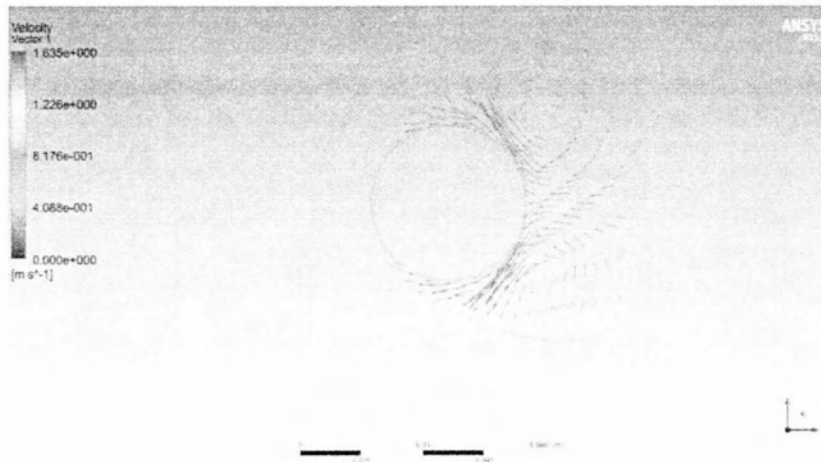


Εικόνα 45 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t=T=0,59\text{sec}$

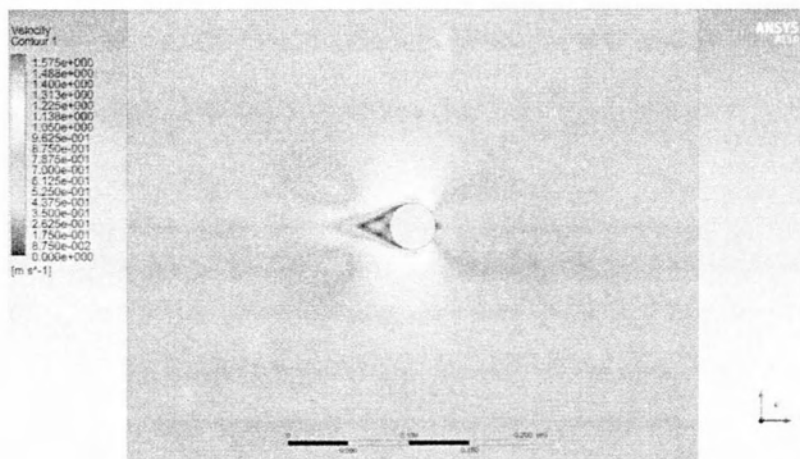
- $f_{grid}=2,23\text{Hz}$



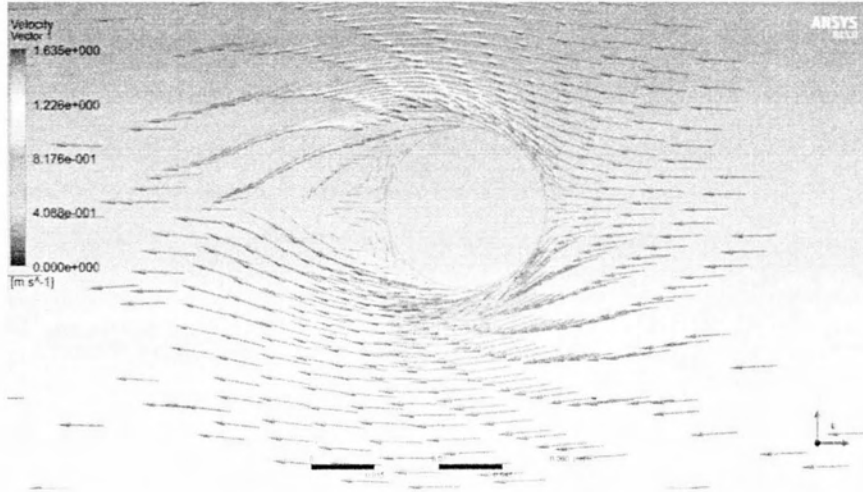
Εικόνα 46 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/4=0,11\text{sec}$



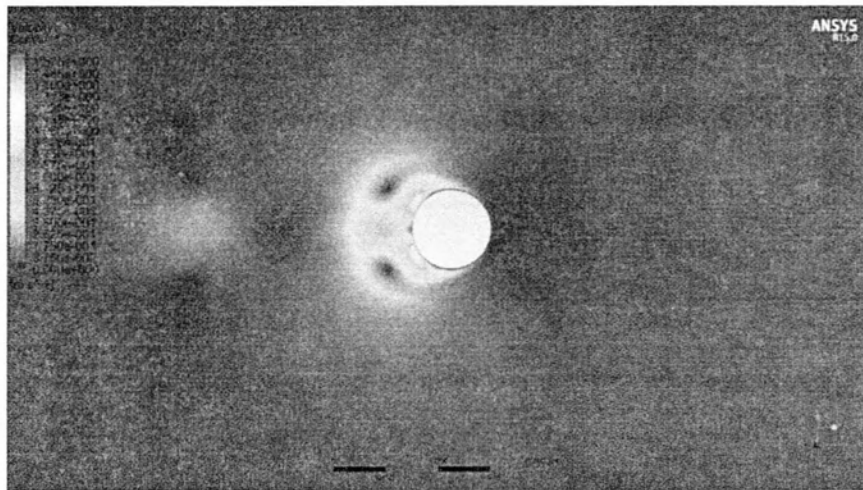
Εικόνα 47 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/4=0,11\text{sec}$



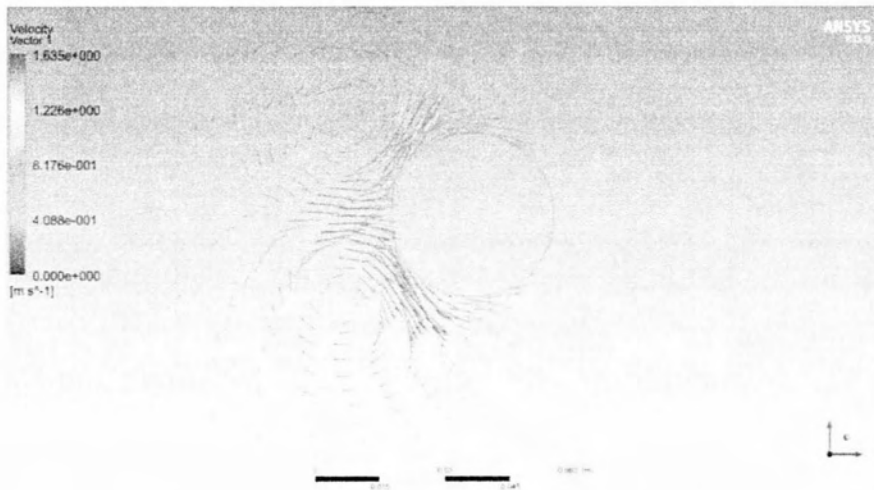
Εικόνα 48 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,224\text{sec}$



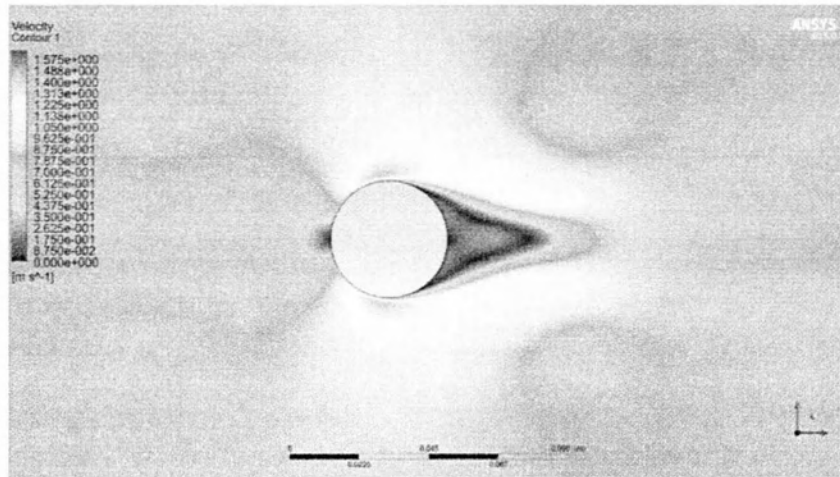
Εικόνα 49 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,224\text{sec}$



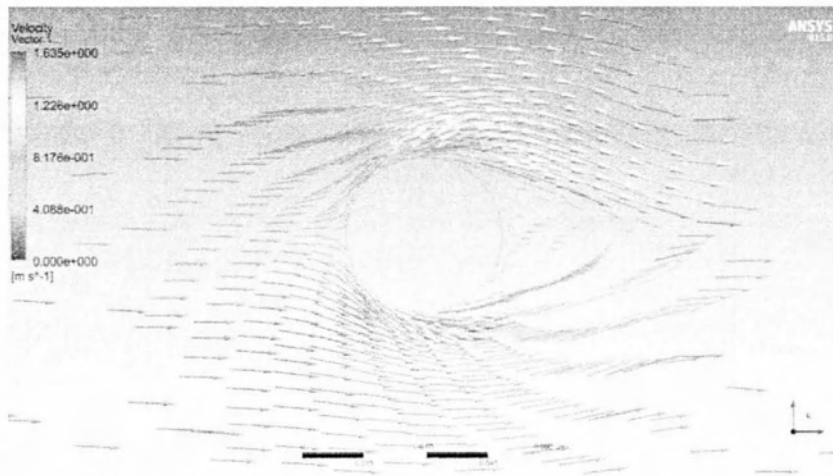
Εικόνα 50 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=3T/4=0,33\text{sec}$



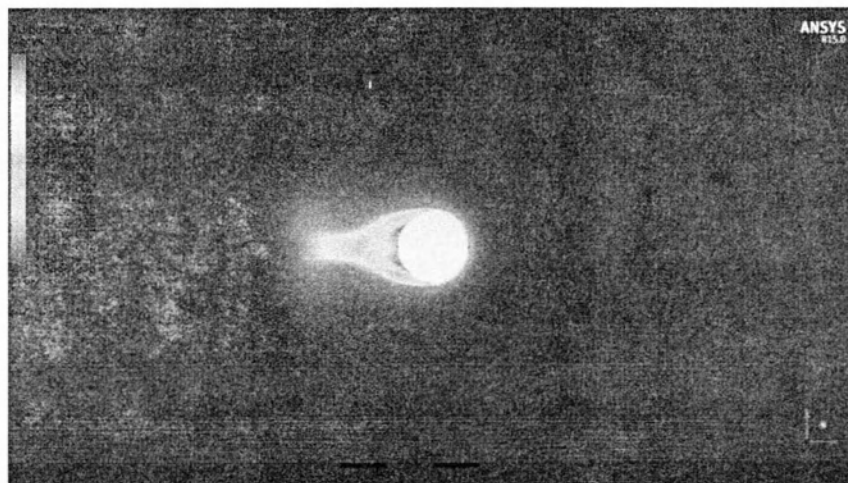
Εικόνα 51 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=3T/4=0,33\text{sec}$



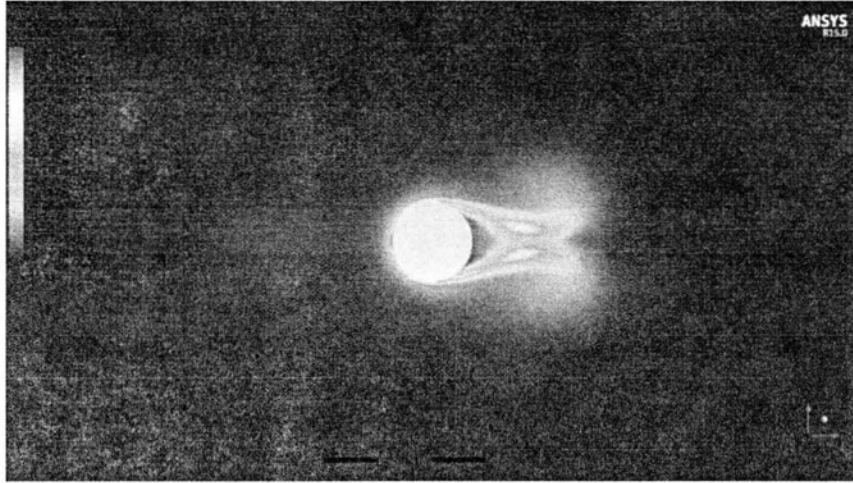
Εικόνα 52 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T=0,44\text{sec}$



Εικόνα 53 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T=0,44\text{sec}$

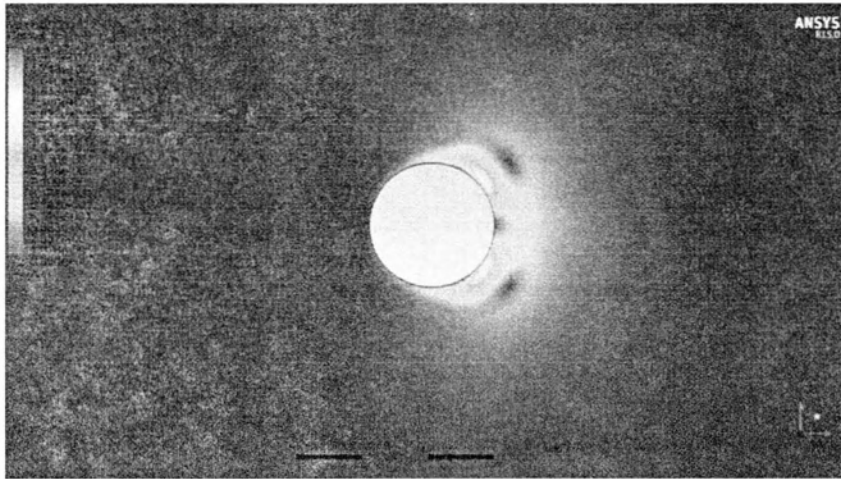


Εικόνα 54 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0.224\text{sec}$

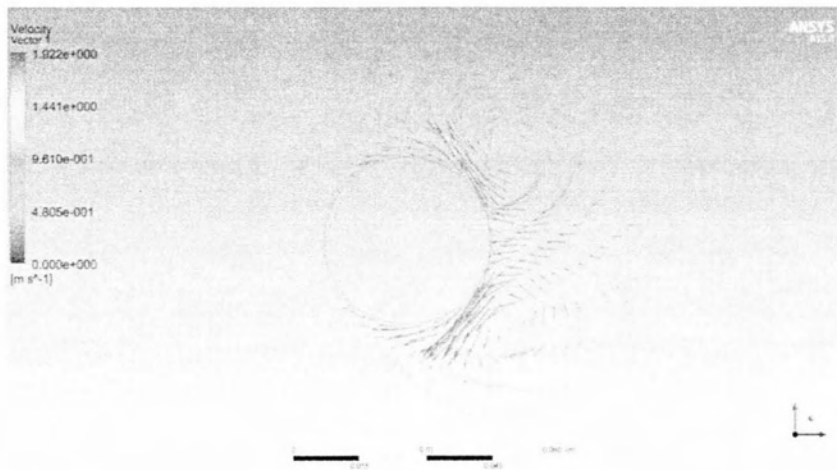


Εικόνα 55 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t=T=0,44\text{sec}$

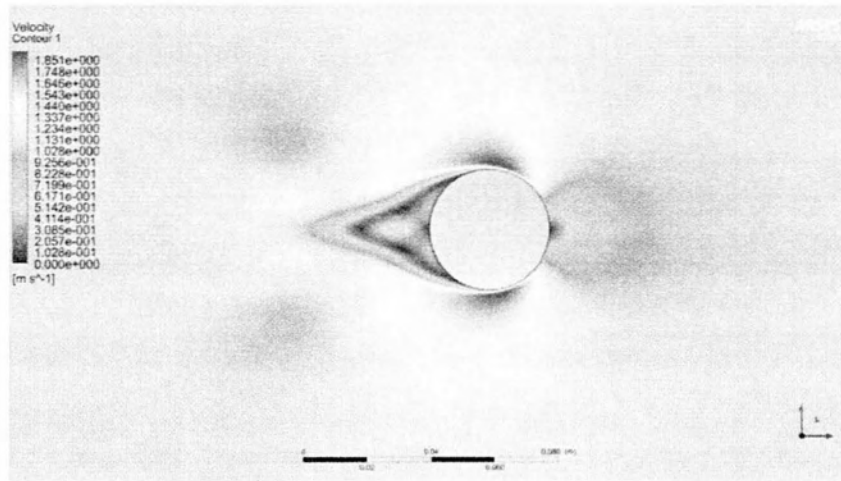
- $f_{grid}=2,98\text{Hz}$



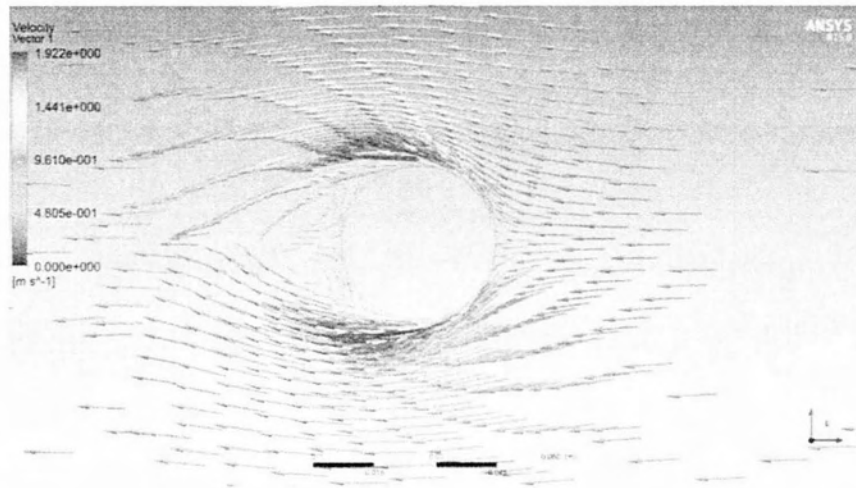
Εικόνα 56 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/4=0,083\text{sec}$



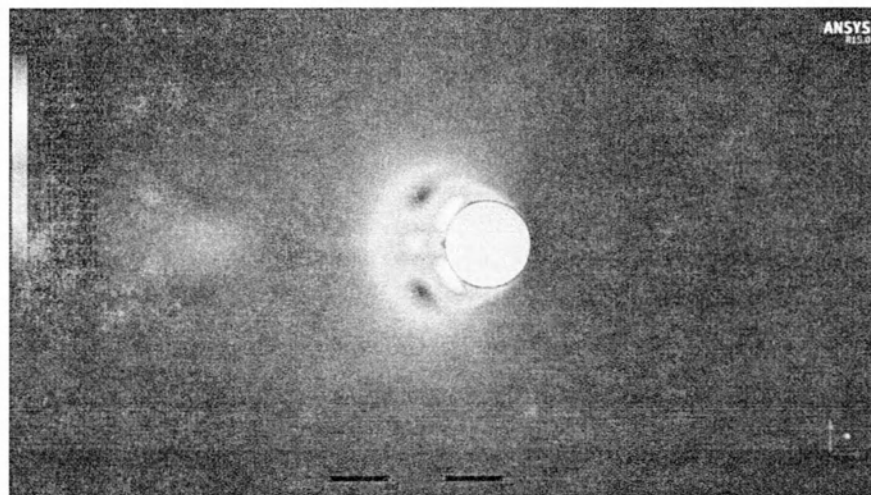
Εικόνα 57 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/4=0,083\text{sec}$



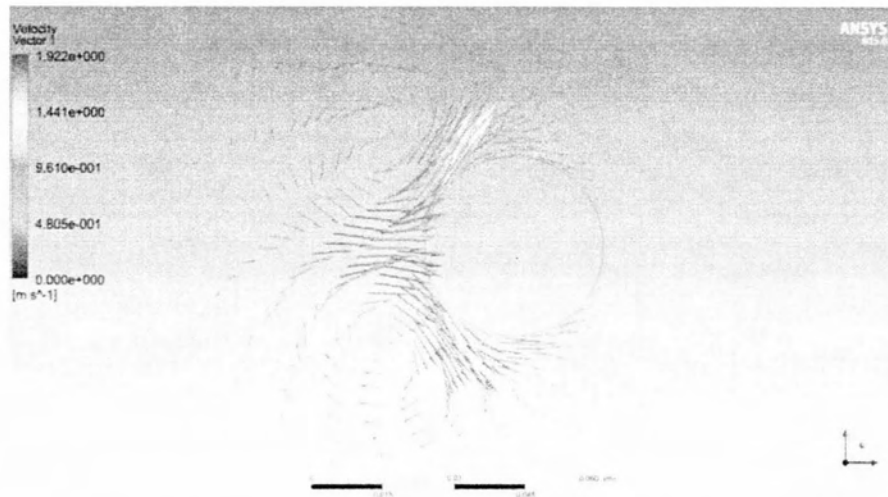
Εικόνα 58 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,167\text{sec}$



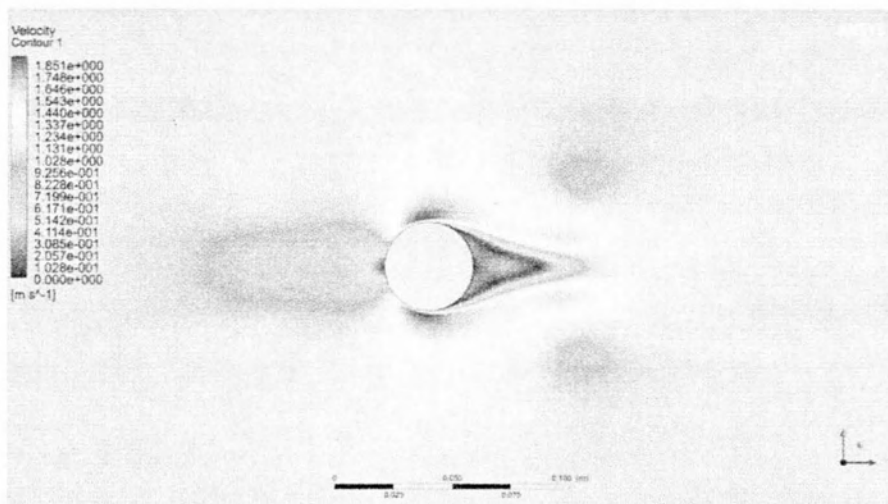
Εικόνα 59 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,167\text{sec}$



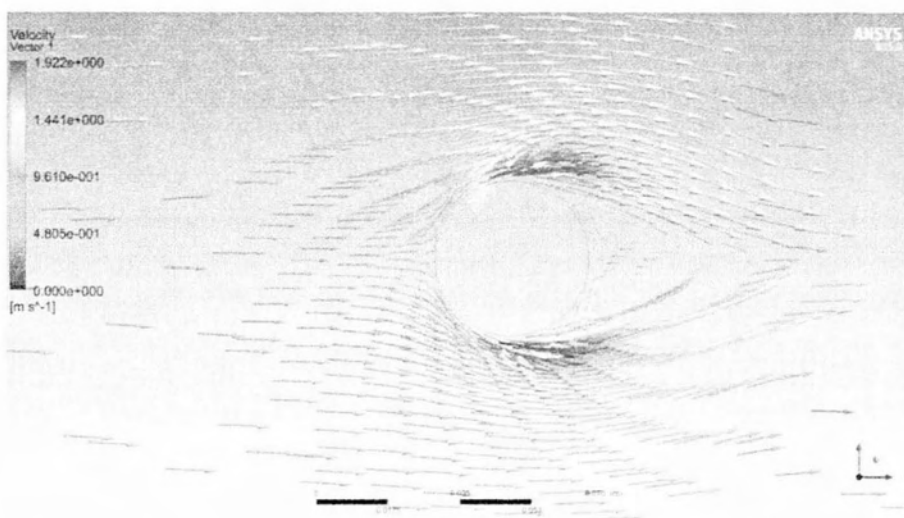
Εικόνα 60 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=3T/4=0,251\text{sec}$



Εικόνα 61 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=3T/4=0,251\text{sec}$

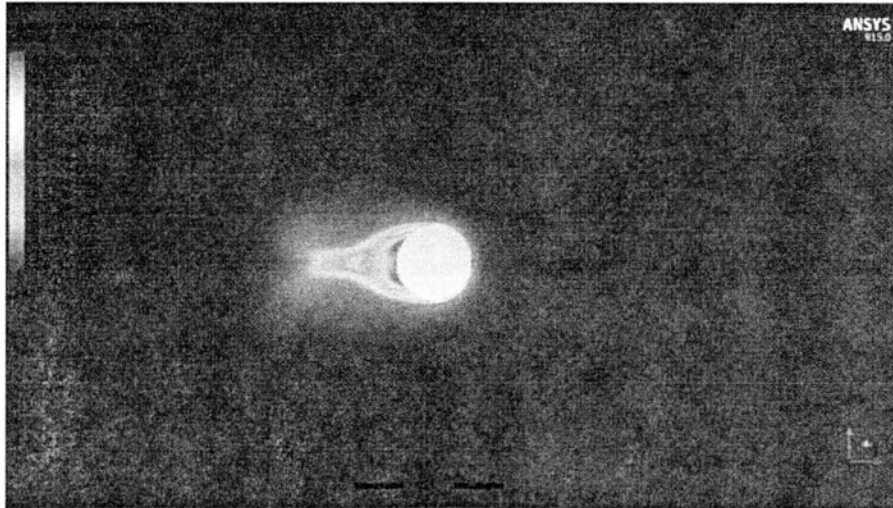


Εικόνα 62 Μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T=0,335\text{sec}$

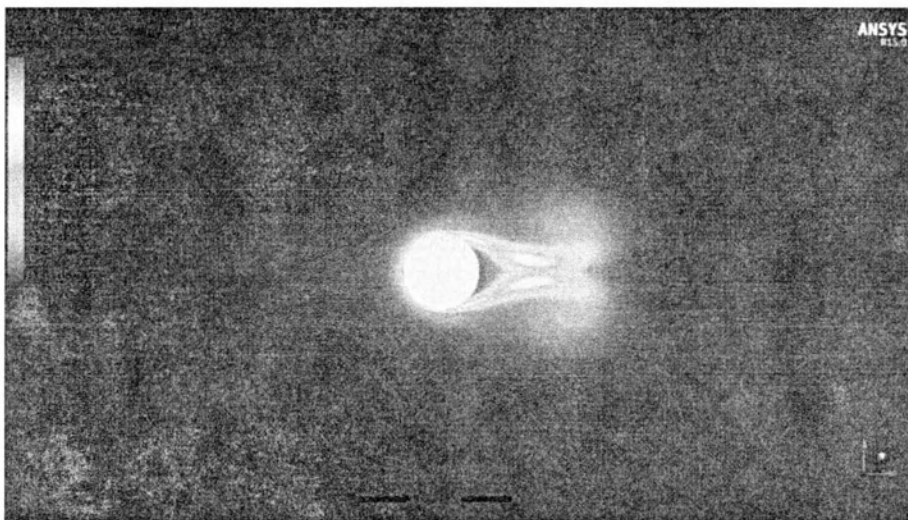


Εικόνα 63 Διανύσματα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=T=0,335\text{sec}$





Εικόνα 64 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t=T/2=0,167\text{sec}$



Εικόνα 65 Τυρβώδης κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t=T=0,335\text{sec}$

### 7.8 Συμπεράσματα υπολογιστικής προσέγγισης ροής γύρω από σταθερή σφαίρα.

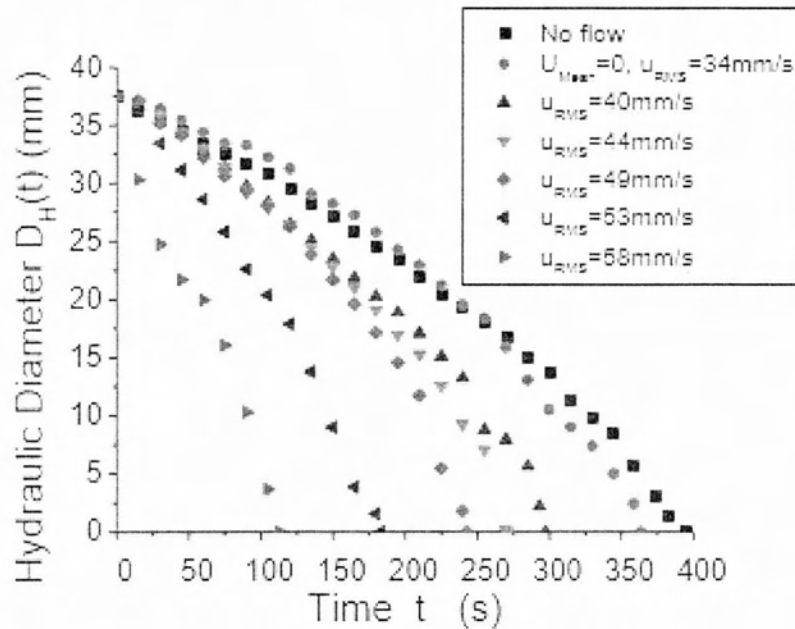
Αρχικά όπως φαίνεται από τα παραπάνω διαγράμματα όσο αυξάνεται η συχνότητα ταλάντωσης του πλέγματος αυξάνεται και η ταχύτητα γύρω από τη σφαίρα, που ήταν αναμενόμενο καθώς η συχνότητα ταλάντωσης είναι συνυφασμένη με την ταχύτητα ταλάντωσης. Επίσης, φαίνεται ότι η τυρβώδης κινητική ενέργεια μεγαλώνει όσο αυξάνεται η συχνότητα ταλάντωσης γεγονός που φανερώνει ότι η παρουσία της τύρβης γύρω από τη σφαίρα είναι μεγαλύτερη. Από τα διανύσματα διακρίνονται στροβιλισμοί στο απόρρευμα και παρατηρούμε ότι οι τιμές των διανυσμάτων είναι μεγαλύτερες όσο αυξάνεται η τύρβη που σημαίνει ότι έχουμε μεγαλύτερους στροβιλισμούς. Τέλος, φαίνεται μία περιοδικότητα που οφείλεται στην περιοδική ταχύτητα (σνημιτονοειδής). Να σημειώσουμε ότι αυτή είναι μία πρώτη προσέγγιση μελέτης της ροής που δημιουργείται από την ταλάντωση

πλεγμάτων. Στο μέλλον, θα μπορούσε να γίνει διεξοδικότερη και πιο ακριβής προσομοίωση αν στο πάνω μέρος του γεωμετρικού μας σχήματος είχαμε ελεύθερη επιφάνεια αέρα και είχαμε ταλαντευμένα πλέγματα που θα έχει σαν απόρροια τη δημιουργία κυμάτων.

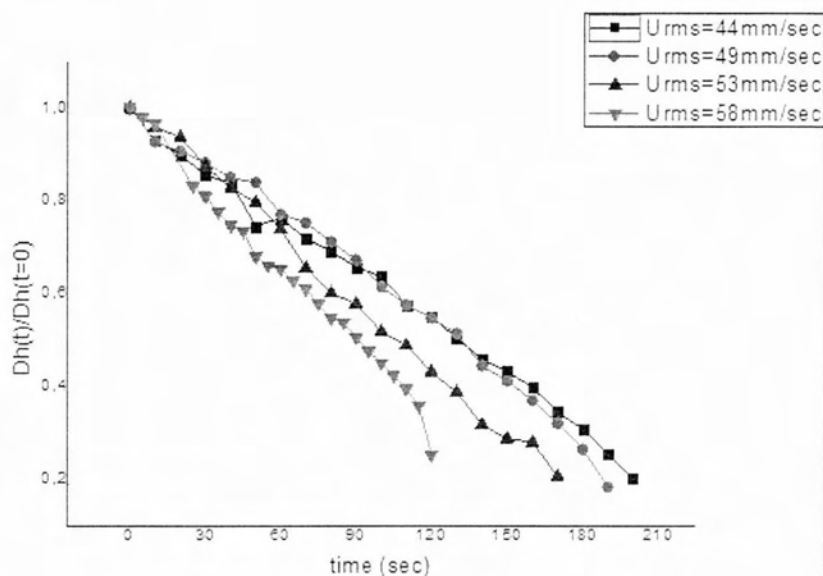
## 8. Πειραματικά αποτελέσματα, ανάλυση και σχολιασμός των αποτελεσμάτων

### 8.1 Σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο στο κέντρο της διάταξης-Σύγκριση με παρόμοια πειράματα

Η διακύμανση της υδραυλικής διαμέτρου  $D_H$  (για τον υπολογισμό βλ. κεφάλαιο 6) της σφαίρας πάγου με το χρόνο  $t$ , για διάφορα επίπεδα  $U_{rms}$  έντασης τύρβης και επίσης σε στάσιμο νερό παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 6 για διαφορά θερμοκρασίας  $\Delta\theta = 30^\circ \text{C}$ .



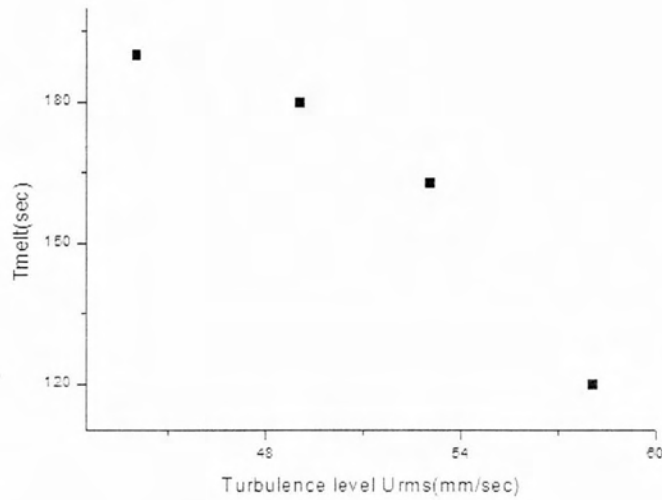
Διάγραμμα 6 Υδραυλική διάμετρος –μόνο παγωμένο δοκίμιο



Διάγραμμα 7 Αδιαστοτοποιημένη υδραυλική διάμετρος για το μονό δοκίμιο σφαίρας πάγου ,  $D_h/D_h(t=0)$

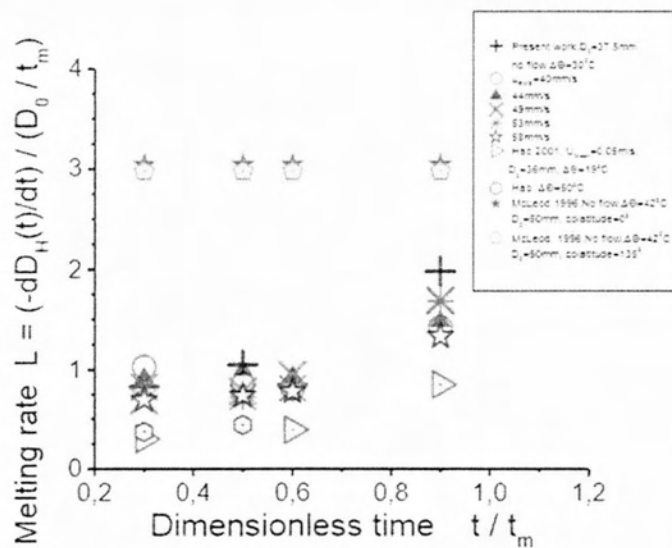
Στο Διάγραμμα 7 παρουσιάζεται η αντίστοιχη αδιαστοτοποιημένη υδραυλική διάμετρος για το μονό δοκίμιο σφαίρας πάγου ,  $D_h/D_h(t=0)$ .

Έχει παρατηρηθεί ότι όσο ισχυρότερη είναι η τύρβη τόσο υψηλότερη είναι η μεταφορά θερμότητας στην σφαίρα και τόσο ταχύτερος είναι ο ρυθμός τήξης. Η αργή κίνηση των πλεγμάτων της διάταξης και η αδύναμη τύρβη που επιτυγχάνεται τείνουν να επηρεάζουν την τήξη μόνο σε μεταγενέστερο στάδιο , λόγω επίσης και της αργής διεύδυσης της θερμότητας μέσα στην σφαίρα, όπως αναφέρθηκε νωρίτερα . Η αξιοσημείωτη επίδραση ισχυρής τύρβης στη διαδικασία τήξεως πρέπει να σχετίζεται με αλλαγές στη συμπεριφορά των οριακών στρωμάτων και την τοπική μεταφορά θερμότητας γύρω από την περιφέρεια , όπως παρατηρήθηκε επίσης σε σώματα που δεν υπόκεινται σε τήξη , αλλά επίσης και στο γεγονός ότι ισχυρές αναταράξεις είναι σε θέση να μεταφέρουν μακριά το κρύο λιωμένο ρευστό και να ξεπεράσουν τις δυνάμεις άνωσης που μπορεί τοπικά να παρεμποδίσουν την τήξη . Από το Διάγραμμα 7 , οι πλήρεις χρόνοι τήξεως,  $T_{melt}$  ( $T_m$ ) , υπολογίστηκαν ( όταν  $D_h(t) \approx 0$  ) και τα αποτελέσματα παρίστανται γραφικώς έναντι  $U_{rms}$  στο Διάγραμμα 8 .



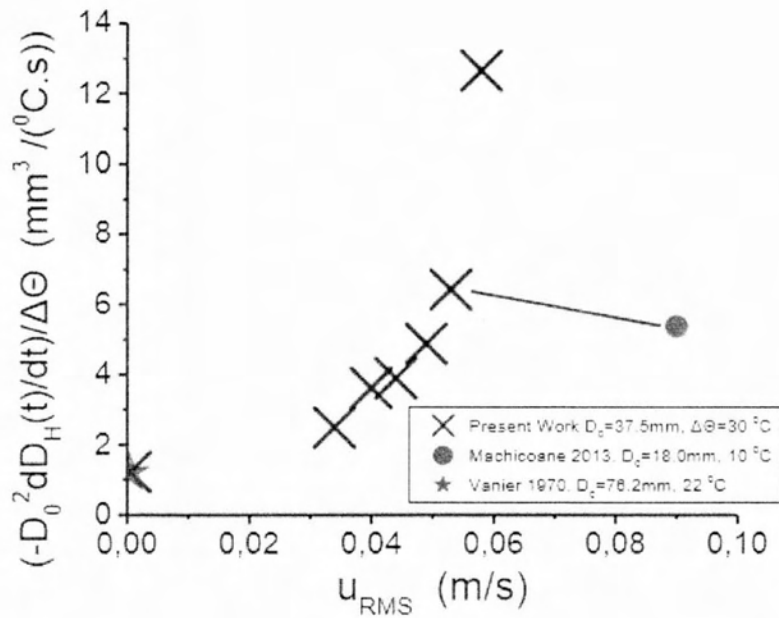
Διάγραμμα 8 Χρόνος πλήρους τήξης για το μονό δοκίμιο σφαίρας πάγου

Έχει βρεθεί ότι ο χρόνος τήξεως στην περίπτωση της ισχυρότερης έντασης τύρβης του  $U_{rms} = 0.058 \text{ m/s}$  είναι σχεδόν το ένα τέταρτο του αντίστοιχου χρόνου για την τήξη σε στάσιμο νερό της ίδιας διαφοράς θερμοκρασίας  $\Delta\theta = 30^\circ\text{C}$ . Η παραβολική μορφή του γραφήματος υποδεικνύει ότι η ένταση της τύρβης έχει ισχυρότερη από γραμμική επίδραση στο χρόνο τήξης. Το γεγονός των αισθητών αλλαγών στο ρυθμό τήξης, ανάλογα με τις συνθήκες ροής και ο χρόνος  $t$  μόνος του μπορεί να απεικονιστούν αν ένας αδιάστατος συντελεστής τήξης  $L$  εισαχθεί έτσι ώστε  $L = (-dD_h(t)/dt) / (D_o / T_m)$ , που είναι ο στιγμιαίος ρυθμός τήξης και είναι κανονικοποιημένος με το μέσο ρυθμό τήξης  $D_o / T_m$ . Το Διάγραμμα 9 δείχνει την εξέλιξη του  $L$  με το χρόνο  $t$  για διάφορους τύπους ροής. Υπάρχει επίσης η σύγκριση με κάποια πειραματικά δεδομένα από τους λοιπούς ερευνητές, τα οποία όμως δεν ταιριάζουν ακριβώς με τις παρούσες πειραματικές συνθήκες.

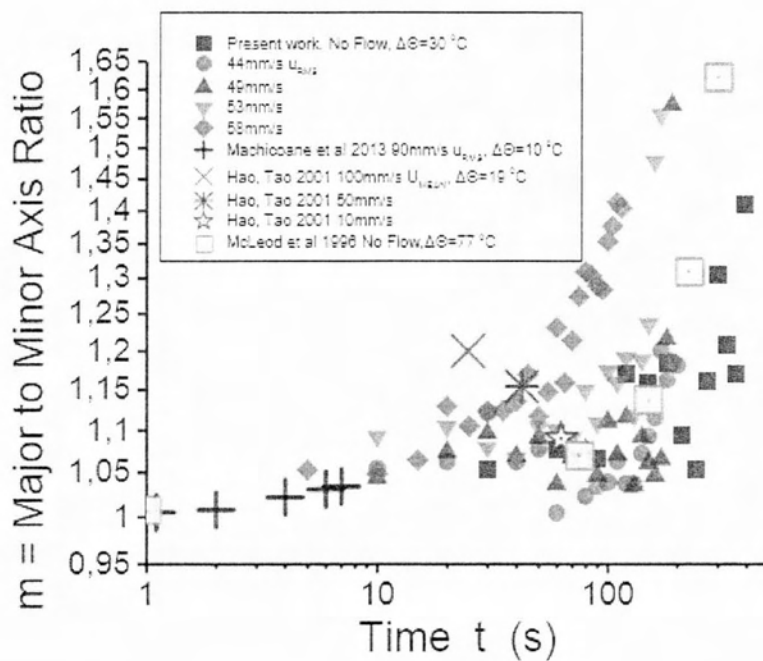


Διάγραμμα 9 Συντελεστής τήξης για το μονό δοκίμιο σφαίρας πάγου

Η αδιάστατη παράμετρος είναι πολύ μικρή για τήξη σε στάσιμο νερό, γιατί το  $tm$  είναι πάντα μεγάλο, για αυτό το  $L$  είναι μικρό για τα υψηλά ποσοστά τήξης, όπως συμβαίνει όταν υπάρχει τύρβη. Το  $L$  τείνει επίσης να αυξηθεί με την αύξηση του χρόνου, αντανακλώντας το ρυθμό πτώσης της  $D_h(t)$  που φαίνεται στο Διάγραμμα 6. Τα παρόντα δεδομένα για το  $L$  είναι κοντά σε εκείνες που αναφέρονται στο με παρόμοιο  $\Delta\theta$  και  $D_o$  τα οποία όμως αναφέρονται σε τήξη σε μία οριζόντια ροή του νερού [10], (με  $U_{mean} = 0,05$  m/s), χωρίς τύρβη. Φαίνεται ότι η εξαναγκασμένη συναγωγή, χωρίς τύρβη επιφέρει παρόμοιες αλλαγές στο μέγεθος σφαίρα με της τύρβης χωρίς μέση ταχύτητα, όπως και στα παρόντα πειράματα. Τα αποτελέσματα που εμφανίζονται επίσης στο Διάγραμμα 9, προέρχονται επίσης από πειράματα σφαιρών προς τήξη κατασκευασμένα από πολυαιθυλενογλυκόλη 600 (PEG 600, ευδιάλυτο σε νερό) σε στάσιμο ζεστό νερό [5]. Το τηγμένο υγρό σχηματίζει ένα λεπτό στρώμα στην επιφάνεια σφαίρας και είναι βαρύτερο από το νερό, βυθίζεται για να σχηματίσει ένα στροβιλώδη λοφίο σε μια απόσταση της τάξης της διαμέτρου σφαίρας. Αυτό το φαινόμενο που προκαλείται από τα διαφορετικά ποσοστά τήγματος επί της επιφανείας σφαίρας και Διάγραμμα 9 φαίνονται τα ποσοστά της τήξης στις γωνίες  $\phi$  (από την κορυφή)  $0^\circ$  και  $135^\circ$ . Το  $L(t)$  παραμένει σταθερό με το χρόνο, επειδή διαπιστώθηκε ότι η ακτίνα της σφαίρας σε διάφορες γωνίες  $\phi$  μειώθηκε γραμμικά με το χρόνο και ο ρυθμός τήξης άλλαξε γραμμικά με τη διαφορά θερμοκρασίας. Ένα γενικό συμπέρασμα από προηγούμενες εργασίες, για  $U_{mean} = 0$ , είναι ότι η συνολική ροή θερμότητας και, κατά συνέπεια, το ποσοστό τήξης αυξάνεται γραμμικά με την  $\Delta\theta$ . Για θερμοκρασία νερού άνω των  $5^\circ\text{C}$  ο βαθμός τήξης ομαλοποιείται με τα  $\Delta\theta$  και  $D_o$ , η αρχική διάμετρος της σφαίρας, σχηματίζοντας έτσι μια κανονικοποιημένη παράμετρο του αριθμού Nusselt  $(-D_o^2 dD_h / dt) / \Delta\theta$ . Η  $NU_N$  σχεδιάζεται κατά  $U_{rms}$  στο Διάγραμμα 10. Τα αποτελέσματά μας συμφωνούν με προηγούμενη πειραματική δουλειά άλλων ερευνητών η οποία αναφέρεται σε στάσιμο νερό (δεν υπάρχει ροή,  $U_{mean} = 0$ ), [11], [7]. Τα παρόντα πειραματικά δεδομένα δείχνουν πράγματι ότι η  $NU_N$  και ο βαθμός μεταφοράς θερμότητας αυξάνονται με την αύξηση της έντασης τύρβης, όπως αναφέρθηκε, επίσης, στην περίπτωση όπου η τήξη μιας σφαίρας πάγου μελετήθηκε σε ένα θάλαμο στροβιλισμού που περιείχε δύο περιστρεφόμενους δίσκους και παρήγαγε ισχυρή τύρβη, ανισότροπη με σχεδόν μηδενική μέση ταχύτητα και ηπιότερη ισότροπη τύρβη με ισχυρή μη - μηδενική μέση ταχύτητα, όλα σε υψηλό αριθμό Reynolds. Τα δύο πειραματικά σημεία στο Διάγραμμα 10, που συνδέονται με μια ευθεία γραμμή, η μία από την παρούσα εργασία και το άλλο από την εργασία με περιστρεφόμενους δίσκους βρέθηκαν να έχουν παρόμοιους αριθμούς Nusselt υπολογισμένα από την σχέση μεταξύ του αριθμού Nusselt και τον αριθμό Reynolds και με βάση τα  $U_{rms}$  ως η χαρακτηριστική ταχύτητα. Μπορεί και πάλι να υποστηριχθεί ότι η τύρβη χωρίς μία μέση ταχύτητα μπορεί να προκαλέσει αποτελέσματα που θα φέρει μια αύξηση στον αριθμό Reynolds με πεπερασμένη μέση ταχύτητα, με άλλα λόγια, η τύρβη δρα ως αποτελεσματική αύξηση του αριθμού Reynolds.



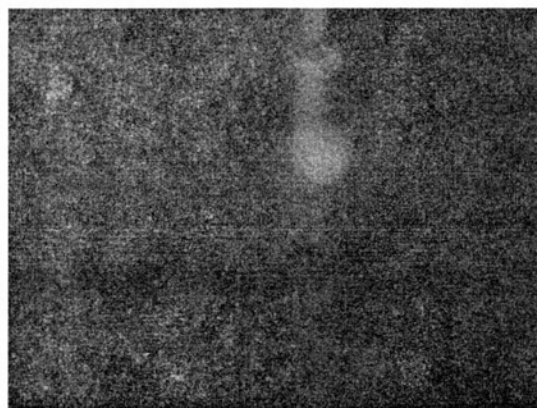
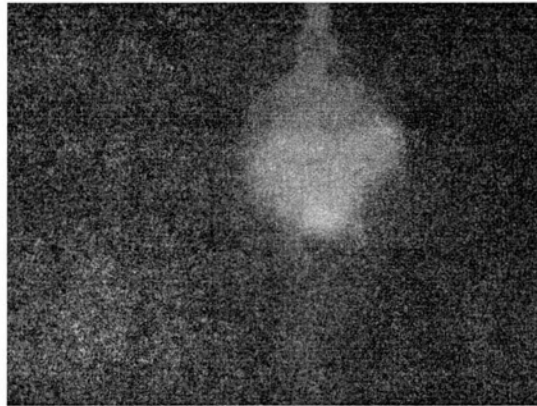
Διάγραμμα 10 Σχέση κλίσης υδραυλικής διαμέτρου-θερμοκρασίας, Συγκριτικό



Διάγραμμα 11 Συντελεστής m, μόνο δοκίμιο

Στο Διάγραμμα 11 φαίνεται η απόκλιση από το σφαιρικό σχήμα, όπως η τήξη προχωρά. Ένα μέτρο αυτής της απόκλισης είναι η αναλογία του μείζονα προς τον ελάσσονα άξονα μήκους  $m(t) = a(t) / b(t)$  σε κάθε χρονική στιγμή  $t$ . Τα αποτελέσματά μας δείχνουν ότι η ισχυρότερη η τύρβη, το υψηλότερο  $m$  προκαλείται, δηλαδή η παραμόρφωση ενισχύεται. Αναμένεται ότι  $m$  θα επηρεαστεί από τον τρόπο που είναι τοποθετημένο το δοκίμιο σε σχέση με την

κατεύθυνση της ροής (οριζόντια ή κάθετη ροή θα δώσει διαφορετικά αποτελέσματα). Επίσης, ο τρόπος που είναι τοποθετημένο και στα πειράματα με στάσιμο νερό θα παίζει κάποιο ρόλο. Αν και η μεταφορά θερμότητας με το πλαστικό δεν μπορεί να είναι σοβαρή, αναγνωρίζεται ότι η ύπαρξη ενός πλαστικού ενθέτου πρέπει να φέρει κάποια ασυμμετρία στο σχήμα της σφαίρας, καθώς λιώνει. Σύγκριση με πειραματικά δεδομένα από άλλους συναδέλφους αποκαλύπτει την ίδια τάση, ο παράγοντας  $m$  να αυξάνει με το χρόνο, αλλά να σχετίζεται και με τα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος μέσου, σε σχέση με τις δυνάμεις άνωσης όταν  $U_{mean} = 0$ , ο προσανατολισμός της τοποθέτησης σε σχέση με την κύρια ροή, η μέθοδος τοποθέτησης των στηριγμάτων και η κατεύθυνση της ασθενέστερης έντασης τύρβης.

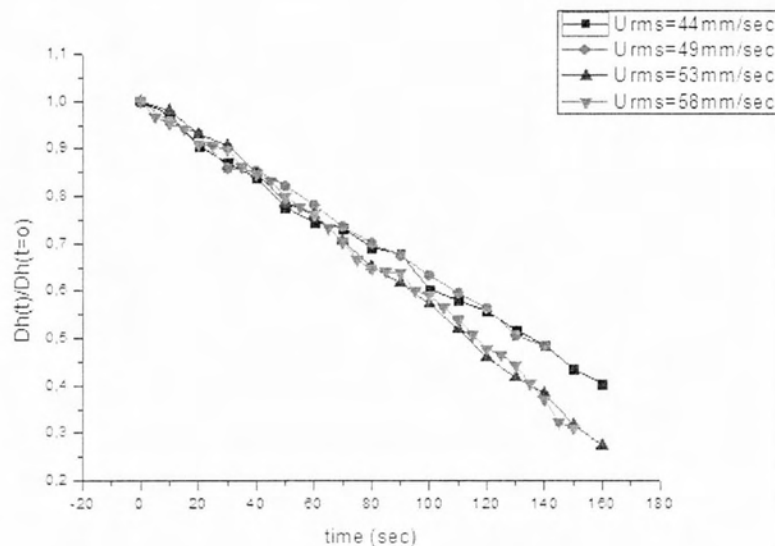


Εικόνα 66 Δοκίμιο σφαίρας πάγου για χρόνους( $t=0, T_m/2, T_m$ )

## 8.2 Σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο και σταθερό σφαιρικό δοκίμιο (πλαστικό) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο κάθετο άξονα

Στο πλαίσιο των πειραμάτων προς περαιτέρω διερεύνηση της επίδρασης της έντασης της τύρβης, στην τήξη σφαιρικών παγωμένων δοκιμίων, χρησιμοποιήθηκε και αυτό το είδος διάταξης των σφαιρών. Σκοπός του πειράματος αυτού ήταν πιο πολύ η συγκριτική προσέγγιση σε σχέση με το πείραμα του μονού δοκιμίου και κυρίως ως προς την συμπεριφορά του παγωμένου δοκιμίου κατά τη διαδικασία της τήξης όταν σε κοντινό περιβάλλον βρίσκεται ένα ίδιο αντικείμενο πολύ κοντά στο σημείο όπου η τύρβη γίνεται ισότροπη και ομογενής (κατά προσέγγιση). Το κέντρο του παγωμένου δοκιμίου και του πλαστικού απέχουν απόσταση ίση με μίας διαμέτρου, δηλ. 0,0375m στον κατακόρυφο άξονα(Υ).

Τα γραφήματα που προκύψαν από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων δείχνουν ότι στην περίπτωση δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη δεν έχουμε υστέρηση ως προς την ταχύτητα διάχυσης της μάζας συγκριτικά με την πρωταρχική περίπτωση μονού δοκιμίου. Η διακύμανση της υδραυλικής διαμέτρου  $D_h(t)/D_h(t=0)$  της σφαίρας πάγου με το χρόνο  $t$ , για διάφορα επίπεδα  $U_{rms}$  έντασης τύρβης στο Διάγραμμα 12 για διαφορά θερμοκρασίας  $\Delta\theta = 30^\circ\text{C}$ .

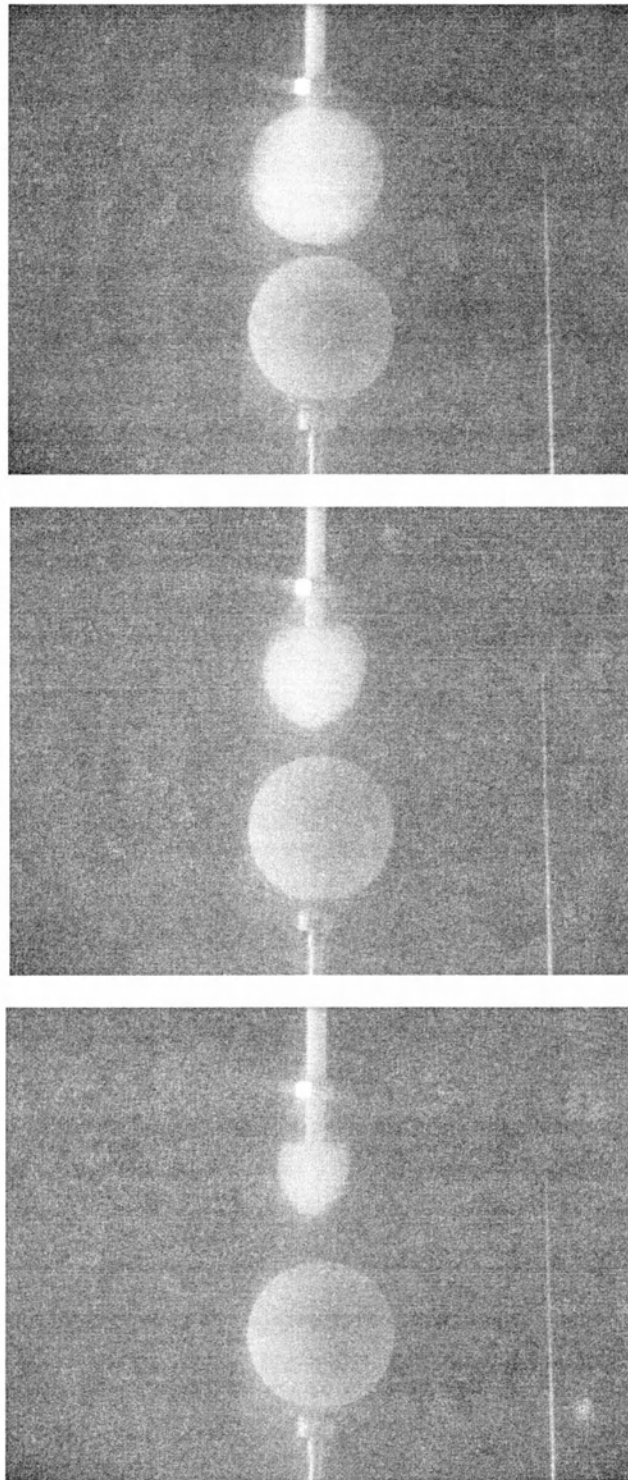


Διάγραμμα 12 Αδιάστατη υδραυλική διάμετρος, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη

Οι διαφοροποιήση στη συμπεριφορά της τήξης, σε σχέση με την περίπτωση μονού δοκιμίου, γίνεται σε αρκετά μεταγενέστερο στάδιο του πειράματος όπου  $D_h/D_0 < 0,4$  και αυτό λόγω των αλλαγών σε τοπικό επίπεδο στο πεδίο της τύρβης (βλ. Διάγραμμα 14). Αυτό που απέσπασε την προσοχή στο συγκεκριμένο πείραμα ήταν η γεωμετρική διαφοροποίηση που υπήρξε κατά τη διαδικασία της τήξης καθώς το σταθερό αντικείμενο που δεν υπόκειντο σε τήξη προστάτευε μονομερώς μια πλευρά του δοκιμίου δημιουργώντας ανομοιογένεια

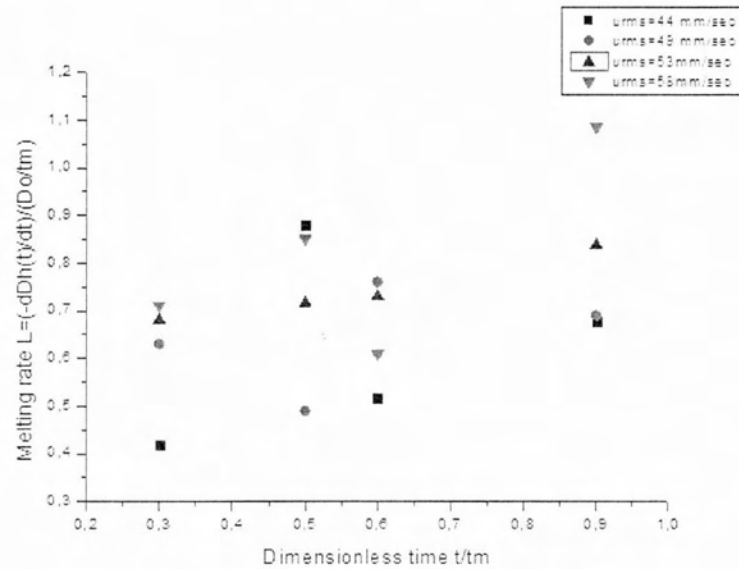


στην περιφερειακή διάχυση μάζας. Οι δίνες με διεύθυνση προς τα πάνω στο σημείο όπου θεωρητικά έχουμε ισοτροπία και βρίσκεται το δοκίμιο μας διασπώνται σε μικρότερες λόγω της παρουσίας της σταθερής σφαίρας. Στις φωτογραφίες που παρατίθενται παρακάτω το φαινόμενο αυτό γίνεται εμφανές.

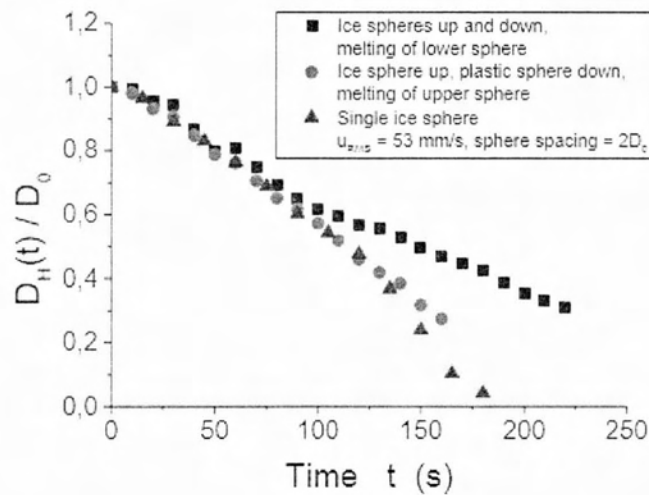


Εικόνα 67 Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη για χρόνους ( $t=0, T_m/2, T_m$ )

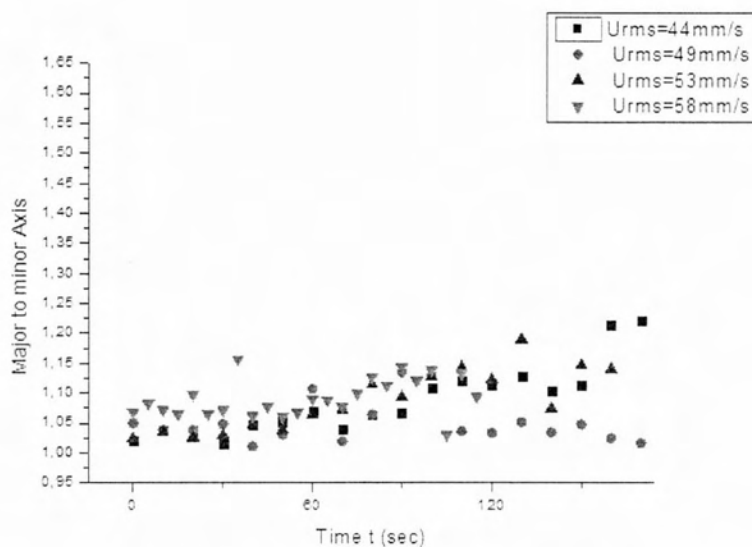
Κατά τη μελέτη του πειράματος μονού δοκιμίου για την καλύτερη ανάλυση των αποτελεσμάτων εισάγαμε μια αδιάστατη παράμετρο, τον ρυθμό τήξης  $L$  ώστε  $L = (-dD_h(t) / dt) / (D_0 / T_m)$ . Ο ρυθμός τήξης για την περίπτωση που έχουμε ζευγάρι σφαιρών με το ένα να είναι σταθερό, μας δίνει μετά από επεξεργασία των αποτελεσμάτων το παρακάτω συγκεντρωτικό Διάγραμμα 13.



Διάγραμμα 13 Συντελεστής τήξης, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη



Διάγραμμα 14 Αδιάστατη υδραυλική διάμετρος, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη

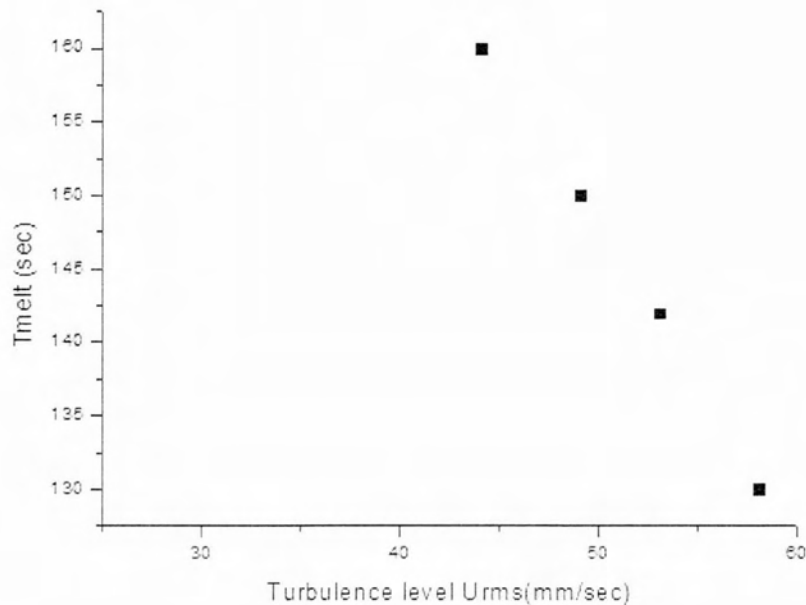


Διάγραμμα 15 Συντελεστής m, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη

Το Διάγραμμα 15 είναι το διάγραμμα το οποίο παρουσιάζει την απόκλιση από το σφαιρικό σχήμα καθώς ο χρόνος αυξάνεται για το πείραμα κάθετης διάταξης παγωμένης σφαίρας και πλαστικής σφαίρας. Παρατηρούμαι ότι με την αύξηση του χρόνου η απόκλιση από το σφαιρικό σχήμα του δοκιμίου αυξάνεται, όπως έχουν καταλήξει και συναφή πειράματα. Αυτό συμβαίνει και με την αύξηση της έντασης της τύρβης, όσο οι διακυμάνσεις αυξάνονται η απόκλιση γίνεται μεγαλύτερη. Γενικά συμπεράσματα είναι δύσκολο να εξαχθούν διότι το μέτρο μείζονα προς ελάσσονα άξονα εξαρτάται άμεσα από τη στήριξη και το περιβάλλον, όπως αναφέρθηκε και στην περίπτωση μονού δοκιμίου όπου είχαμε παρόμοια αποτελέσματα.

Ο πλήρης χρόνος τήξης του πειράματος, δηλαδή ο  $T_{melt}$ , παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 16. Όπου προκύπτουν αναμενόμενα αποτελέσματα. Όσο η ένταση της τύρβης αυξάνεται τόσο μειώνεται ο ολικός χρόνος τήξης της σφαίρας, με τη διαφορά να είναι αρκετά μεγάλη ανάμεσα στα 8Hz (0,044m/s) και 12 Hz (0,058m/s). Όπως φαίνεται και από το Διάγραμμα 17 η σχέση ανάμεσα στην ένταση της τύρβης και το χρόνο πλήρους τήξης της σφαίρας είναι στη συγκεκριμένη περίπτωση απολύτως γραμμική. Το κριτήριο για να θεωρηθεί ένας χρόνος  $t$  ως  $T_{melt}$  στη συγκεκριμένη περίπτωση ήταν  $D_h(t)/D_h(t=0)=0.4$  καθώς στο συγκεκριμένο πείραμα είχαμε συνεχώς αποκόλληση του δοκιμίου από το πλαστικό στήριγμα της για μεγαλύτερους χρόνους.

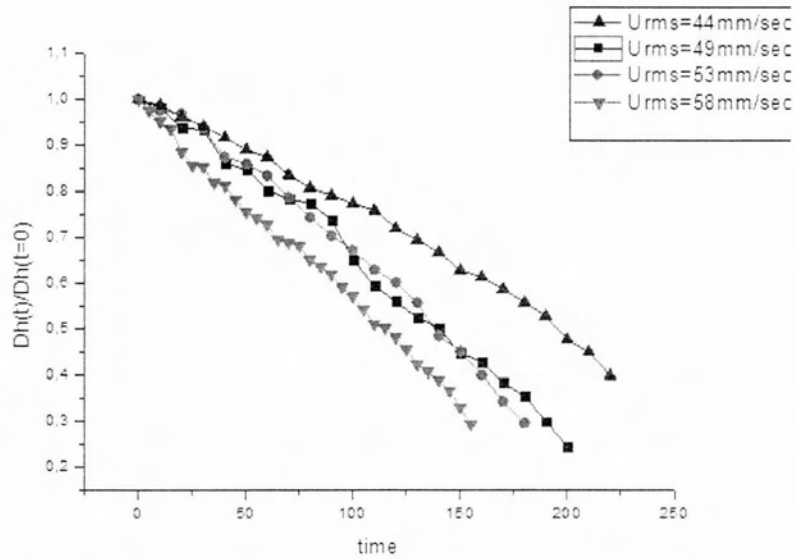
\* Κατά τη διάρκεια των περαμάτων δοκιμάστηκε και η περίπτωση όπου η σταθερή πλαστική σφαίρα απείχε απόστασή τάξης μίας διαμέτρου  $D$  από το προς εξέταση παγωμένο δοκίμιο και αναλύθηκε για τις διάφορες τιμές έντασης τύρβης που συναντούμε στην εργασία. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν δεν παρουσίασαν μεγάλο ενδιαφέρον καθώς ήταν όμοια, έως και ίδια, με την περίπτωση μονού δοκιμίου στο κέντρο της διάταξης. Η τήξη δεν επηρεάστηκε από την παρουσία της σφαίρας σε απόσταση.



Διάγραμμα 16 Χρόνος πλήρους τήξης, Δοκίμιο-μπαλάκι σε κάθετη διάταξη

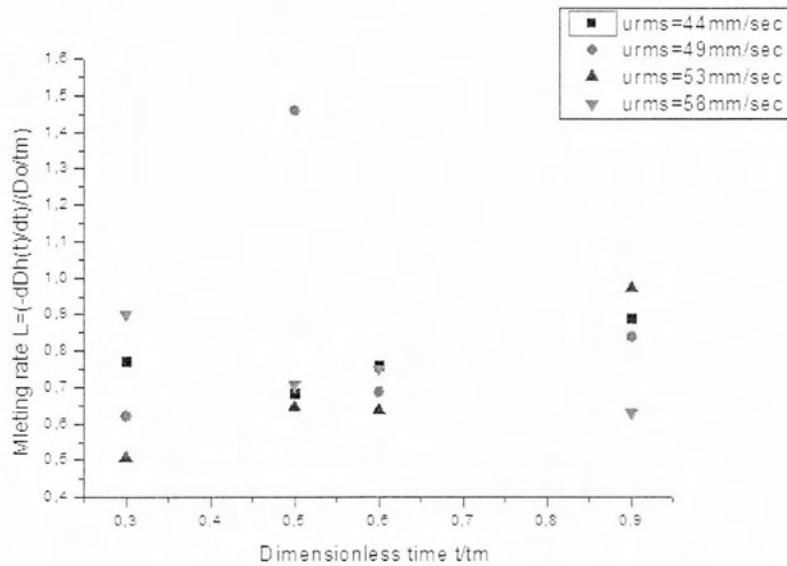
### 8.3 Σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο και σταθερό σφαιρικό δοκίμιο (πλαστικό) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο οριζόντιο άξονα

Στην προσπάθεια για περαιτέρω ανάλυση του φαινομένου διπλής διάχυσης που αναλύουμε (μάζας –θερμότητας), επιλέχθηκε μαζί με την περίπτωση όπου οι δύο σφαίρες, παγωμένη και πλαστική, είναι στον ίδιο κάθετο άξονα, να μελετηθεί και η περίπτωση όπου οι δύο αυτές σφαίρες είναι τοποθετημένες στον ίδιο οριζόντιο άξονα ή μια δίπλα στην άλλη. Η διακύμανση της υδραυλικής διαμέτρου  $D_h(t)/D_h(t=0)$  της σφαίρας πάγου με το χρόνο  $t$ , για διάφορα επίπεδα  $U_{rms}$  έντασης τύρβης παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 17 για διαφορά θερμοκρασίας  $\Delta\theta = 30^\circ\text{C}$ . Οι καμπύλες του διαγράμματος φανερώνουν μια γραμμική συμπεριφορά, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις. Οι μεγαλύτερες διακυμάνσεις στην ταχύτητα προκαλούν αύξηση στην ένταση της τύρβης και κατά συνέπεια αύξηση στην ταχύτητα μείωσης της διαμέτρου. Η συχνότητα κίνησης των πλεγμάτων 8Hz που αντιστοιχεί στην  $U_{rms}=44\text{mm/s}$  είναι καμπύλη με μικρότερη κλίση και απαιτεί μεγαλύτερο χρόνο για να φτάσει η υδραυλική διάμετρος στο θεωρητικό ελάχιστό της. Ανάλογα με την αύξηση της ταχύτητας ακολουθούν οι υπόλοιπες καμπύλες με τη σειρά που αναμενόταν.



Διάγραμμα 17 Αδιαστατη υδραυλική διάμετρος, Δοκίμιο-μπαλάκι σε οριζόντια διάταξη

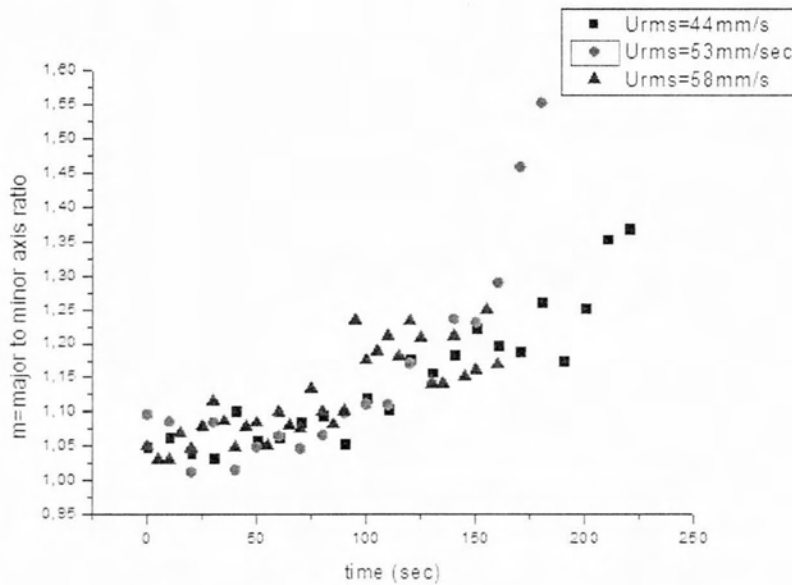
Οι καμπύλες που αντιστοιχούν σε συχνότητα 10Hz (49mm/s) και 12Hz (53mm/s) τείνουν προς την ίδια κλίση με τη μία να μπλέκεται στην άλλη. Αυτό έγκειται σε πιθανό σφάλμα κατά την διαδικασία του πειράματος καθώς η καμπύλη των 12 Hz αναμενόταν να έχει μεγαλύτερη κλίση από αυτή των 10Hz.



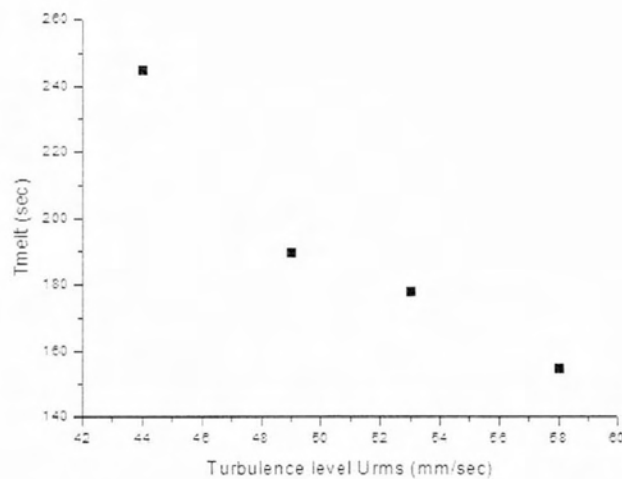
Διάγραμμα 18 Συντελεστής τήξης, Δοκίμιο-μπαλάκι σε οριζόντια διάταξη

Αντίστοιχο με τα προηγούμενα διαγράμματα για τον συντελεστή τήξης προκύπτει και για την περίπτωση που εξετάζουμε, Διάγραμμα 18. Όλες οι τιμές που προέκυψαν για το L είναι κοντά στο 1, με εξαίρεση το σημείο για  $t/T_m=0,5$  και για 49mm/s που βρίσκεται στο 1,5 και το σημείο για  $t/T_m=0,9$  και  $U_{rms}=58mm/s$  όπου βρίσκεται κοντά στο 1 αλλά χαμηλότερα από τα υπόλοιπα ενώ αναμενόταν το αντίθετο. Στο Διάγραμμα 20 οι χρόνοι πλήρους τήξης για

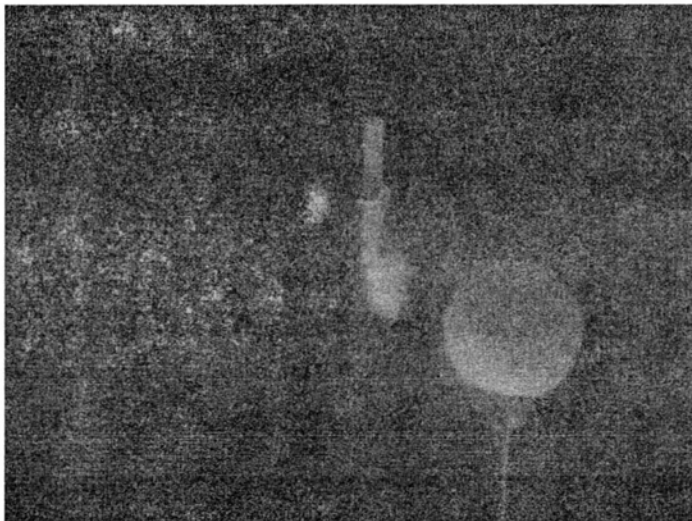
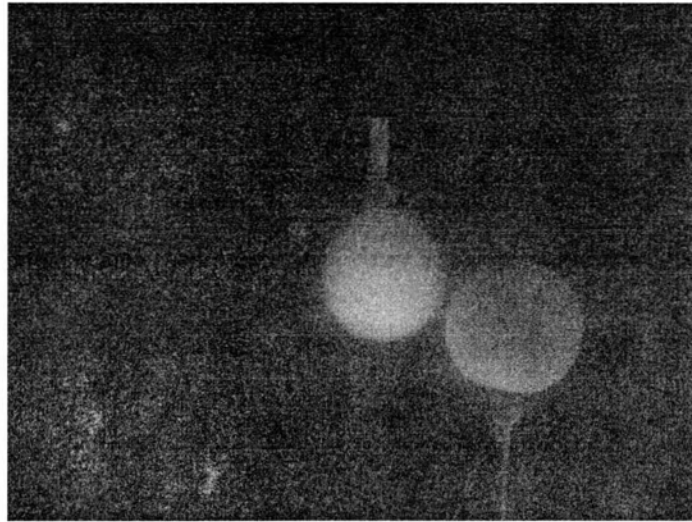
τις προς εξέταση εντάσεις τύρβης όπου αντίστοιχα για μικρότερες εντάσεις ( $U_{rms}=44\text{mm/s}$ ) έχουμε μεγαλύτερους χρόνους πλήρους τήξης από ότι για μεγαλύτερες ( $U_{rms}=58\text{mm/s}$ ) όπως και στα προηγούμενα πειράματα. Το κριτήριο, για να θεωρηθεί μια χρονική στιγμή  $t$  για χρόνος πλήρους τήξης  $T_{melt}$ , είναι  $D_h/D_0=0.3$ . Το Διάγραμμα 19 είναι ο λόγος μείζονα προς ελάσσονα άξονα, η απόκλιση από το σφαιρικό σχήμα. Είναι φανερή στην οριζόντια τοποθέτηση των δοκιμίων η ανισοτροπία που προκύπτει στην παραμόρφωση, η απόκλιση από το σφαιρικό σχήμα η οποία όμως ελαττώνεται σε αυτήν την περίπτωση για  $U_{rms}=58\text{mm/s}$  ενώ μεγαλύτερες αποκλίσεις έχουμε για μικρότερες εντάσεις όπου  $U_{rms}=44\text{mm/s}$  και  $U_{rms}=53\text{mm/s}$ .



Διάγραμμα 19 Συντελεστής  $m$ , Δοκίμιο-μπαλάκι σε οριζόντια διάταξη



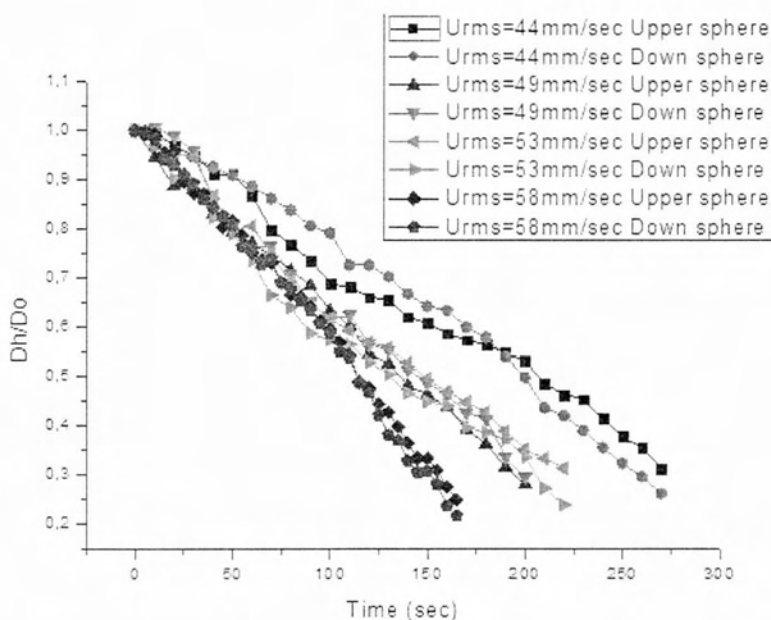
Διάγραμμα 20 Χρόνος πλήρους τήξης, Δοκίμιο-μπαλάκι σε οριζόντια διάταξη



Εικόνα 68 Σφαιρικό παγωμένο δοκίμιο και σταθερό σφαιρικό δοκίμιο (πλαστικό) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο οριζόντιο άξονα για χρόνους ( $t=0, T_m/2, T_m$ )

#### 8.4 Σφαιρικά παγωμένα δοκίμια (δύο) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο κάθετο άξονα

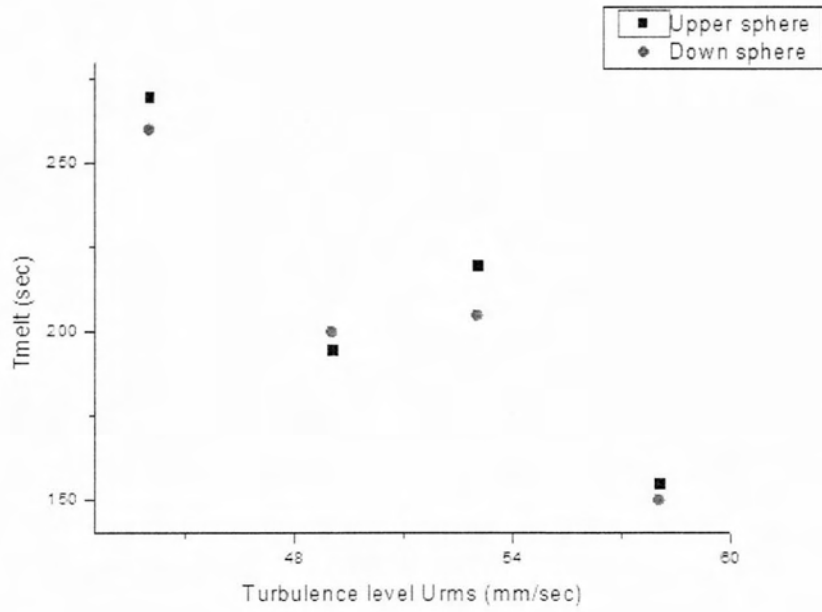
Στο πείραμα αυτό τα δύο παγωμένα δοκίμια βρισκόταν στον ίδιο κάθετο άξονα κοντά στο σημείο όπου  $U_{mean}=0$  δηλαδή η τύρβη θεωρείται ομογενής και ισότροπη. Εξετάστηκαν με επεξεργασία εικόνας και τα δύο δοκίμια στις συχνότητες που χρησιμοποιήθηκαν και στα προηγούμενα πειράματα. Το Διάγραμμα 21 δείχνει τη σχέση της υδραυλικής διαμέτρου αμφότερων των δύο δοκιμίων, συναρτήσει του χρόνου. Η συνάρτηση  $D_h(t)/D_h(t=0)$  δείχνει για όλες τις περιπτώσεις μια κλίση της καμπύλης κοινή για το επάνω και το κάτω δοκίμιο, διαφορετική όμως για την κάθε συχνότητα. Η μεγαλύτερες συχνότητες που πετυχαίνουν μια μεγαλύτερη ένταση τύρβης καταλήγουν να έχουν μεγαλύτερη κλίση κατά την μείωση της υδραυλικής διαμέτρου. Η αλλαγή της κλίσης για την κάθε περίπτωση εντάσεως τύρβης φαίνεται να συμβαίνει περίπου όταν  $D_h/D_h(t=0)=0.6$ .



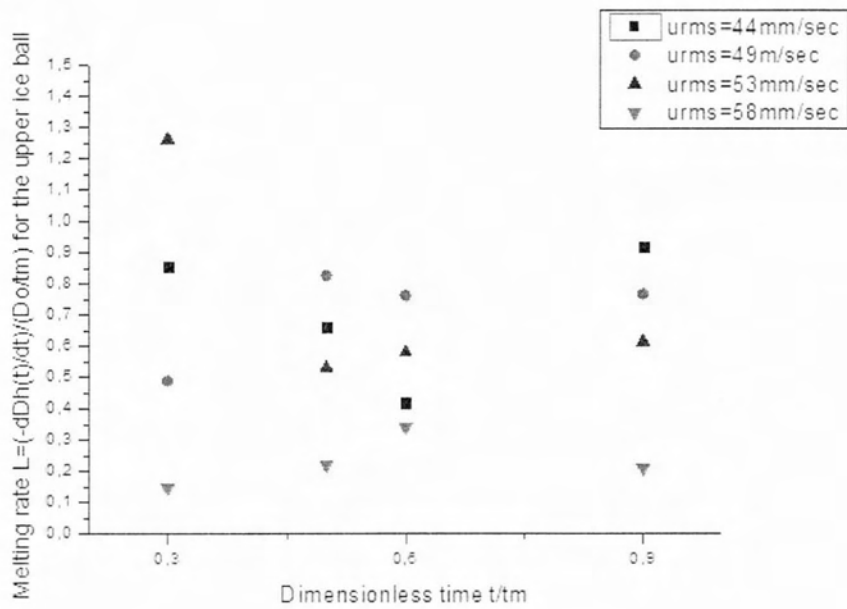
Διάγραμμα 21 Αδιάστατη υδραυλική διάμετρος, Δοκίμιο-δοκίμιο κάθετα

Ο χρόνος πλήρους τήξης με κριτήριο  $D_h(t)/D_h(t=0)=0.3$  παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 22. Είναι φανερό ότι για τις διακυμάνσεις που δοκιμάστηκαν το κάτω δοκίμιο ήταν αυτό που έλιωνε πρώτο, εκτός από τη συχνότητα των 10Hz με  $U_{rms}=49\text{mm/s}$  όπου τα δύο δοκίμια λιώνουν σχεδόν ταυτόχρονα. Οι χρόνοι που παρατηρείται η πλήρης τήξη ήταν αναμενόμενοι και γενικά μικρότεροι από αυτούς που συναντήσαμε στα προηγούμενα πειράματα.

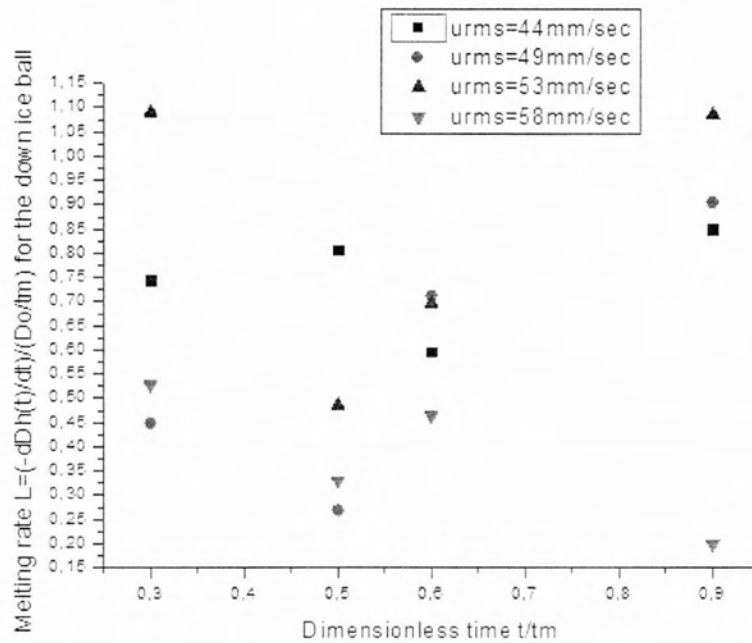




Διάγραμμα 22 Χρόνοι πλήρους τήξης, Δοκίμιο-δοκίμιο κάθετα

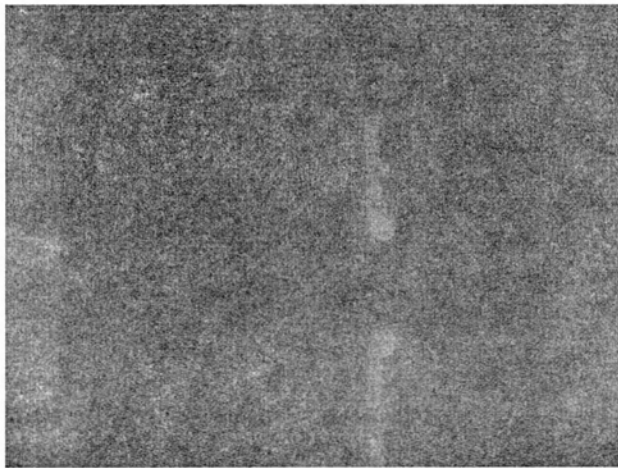
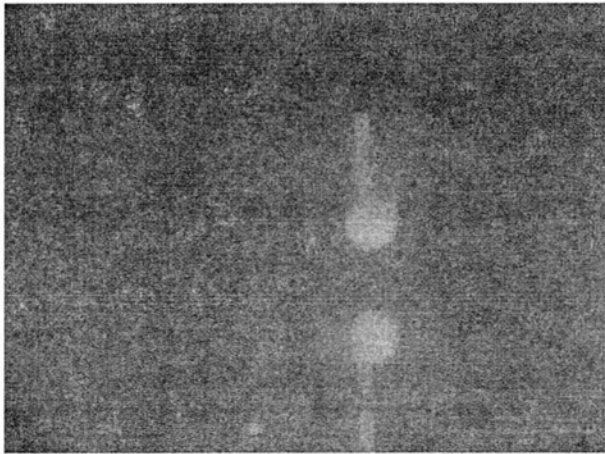
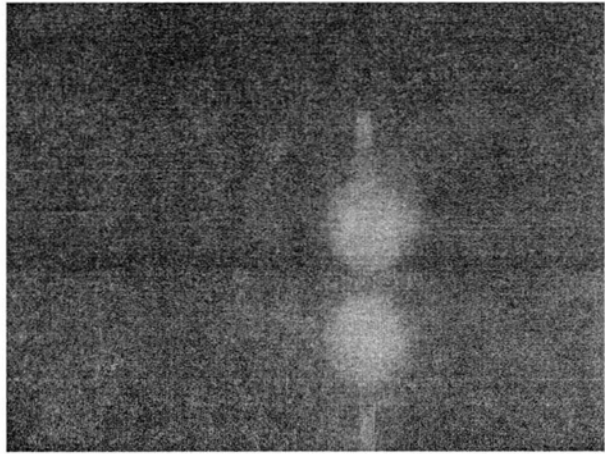


Διάγραμμα 23 Συντελεστής τήξης, Δοκίμιο-δοκίμιο κάθετα



Διάγραμμα 24 Συντελεστής τήξης Δοκίμιο-δοκίμιο κάθετα

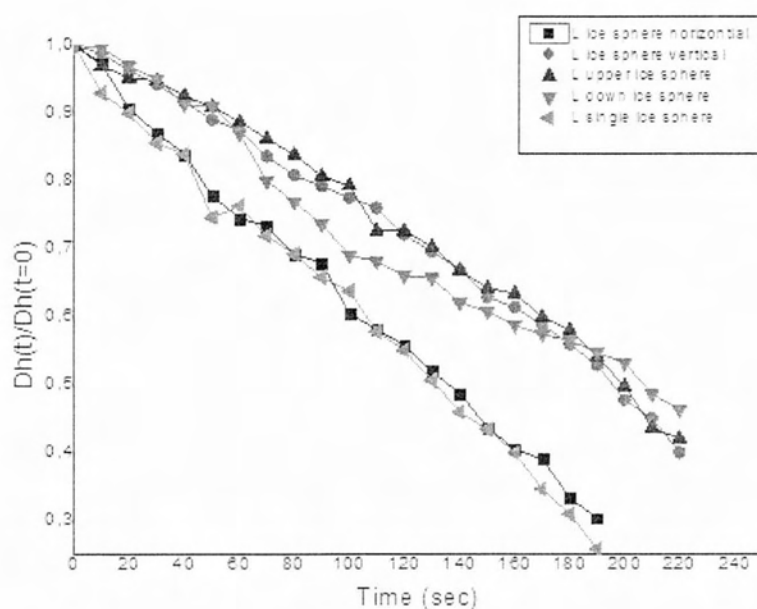
Τα παραπάνω διαγράμματα Διάγραμμα 23 και Διάγραμμα 24 δείχνουν τις τιμές που παίρνει ο συντελεστής τήξης και για τις δύο σφαίρες πάγου. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τα διαγράμματα είναι αρκετά συγκεκριμένα και καθόλου ξεκάθαρα παρόλα αυτά οι τιμές που λήφθηκαν είναι ανάμεσα στο  $0 < L < 1.5$  και για τα δύο δοκίμια, παρόμοιες δηλαδή με τις τιμές του συντελεστή στα προηγούμενα περάματα, ειδικότερα σε αυτά που ασχολούνται με κάθετη διάταξη. Εντύπωση παρουσιάζει το γεγονός ότι στην περίπτωση όπου είχαμε ένα παγωμένο δοκίμιο και ένα πλαστικό στον ίδιο κάθετο άξονα, ο συντελεστής τήξης παρουσίαζε μεγαλύτερες τιμές για τις μεγαλύτερες εντάσεις τύρβης με τις τιμές που αντιστοιχούσαν σε μικρότερες εντάσεις να ακλουθούν. Κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει σε αυτή την περίπτωση και συνεπώς συμπεραίνουμε ότι στην περίπτωση δύο παγωμένων δοκιμίων υπάρχουν και άλλοι παράμετροι που επηρεάζουν την τήξη, εκτός από το μέγεθος των διακυμάνσεων της τύρβης.



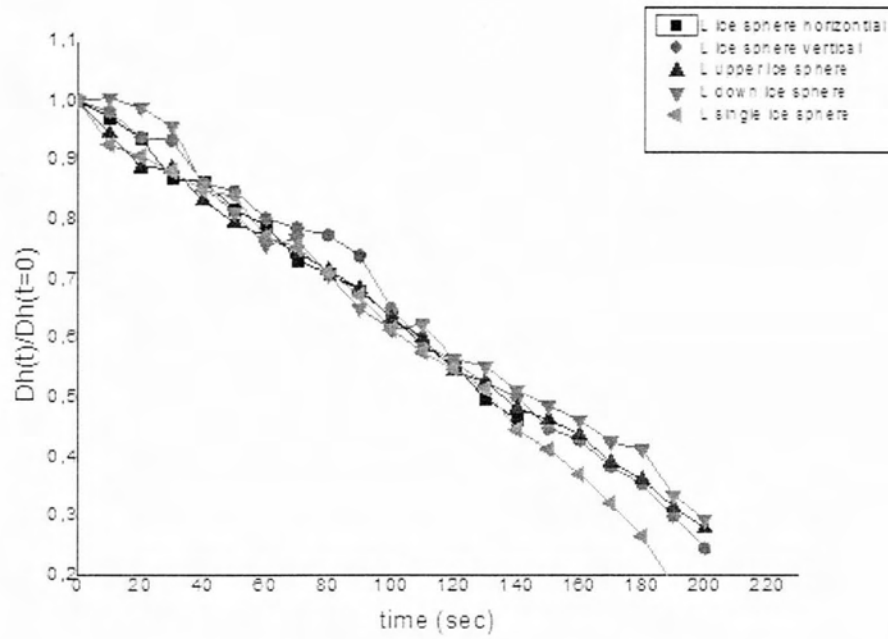
Εικόνα 69 Σφαιρικά παγωμένα δοκίμια (δύο) στο κέντρο της διάταξης στον ίδιο κάθετο άξονα για χρόνους  $(t=0, T_m/2, T_m)$

## 8.5 Συγκριτικά διαγράμματα

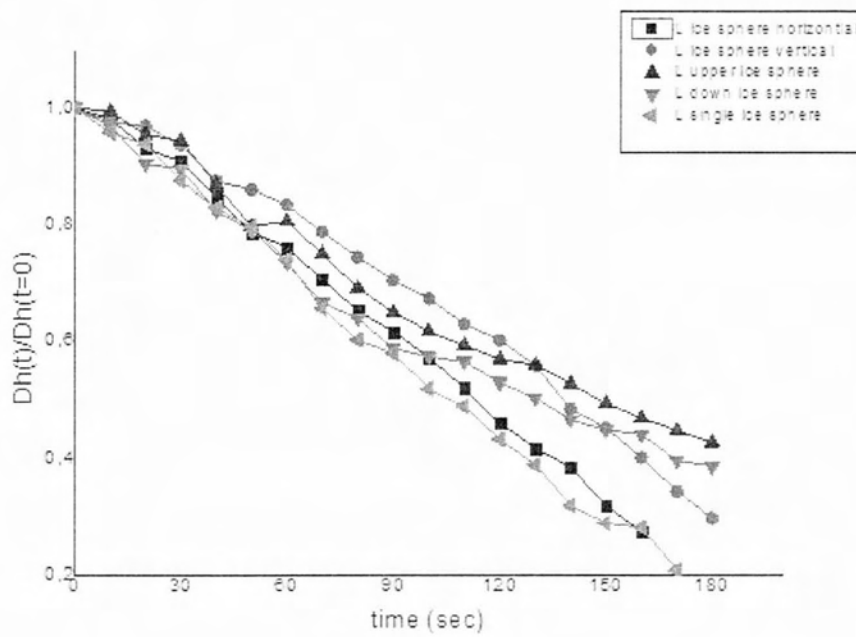
Στα παρακάτω διαγράμματα συγκρίνονται τα πειράματα που διενεργήθηκαν κατά το πέρας της εργασίας μεταξύ τους ώστε να δεχθεί η επίδραση της διάταξης των δοκιμών στην τήξη των σφαιρών πάγου κατά την έκθεση τους σε διάφορες εντάσεις της τύρβης. Στο Διάγραμμα 25 μέχρι το Διάγραμμα 28 παρουσιάζεται η υδραυλική διάμετρος των δοκιμών αδιαστατοποιημένη όπως παρουσιάστηκε και στις προηγούμενες ενότητες. Σε όλες τις εντάσεις τύρβης που εφαρμόστηκαν η μείωση της υδραυλικής διαμέτρου στην περίπτωση του μονού δοκιμίου πάγου, ήταν μεγαλύτερη με τη διαφορά από της υπόλοιπες περιπτώσεις να αυξάνεται όσο αυξάνεται η ένταση της τύρβης. Ενώ την μικρότερη κλίση παρουσιάζει η υδραυλική διάμετρος της σφαίρας πάγου που βρίσκεται πάνω από μία όμοια παγωμένη σφαίρα. Αυτό ίσως οφείλεται αφενός στην προστασία που παρέχει το κάτω παγωμένο δοκίμιο αφετέρου στην θερμοκρασιακή διαφορά που προκαλεί η παρουσία του. Δεν συμβαίνει το ίδιο με την οριζόντια διάταξη σφαίρας πάγου και πλαστικής σφαίρας όπου η υδραυλική διάμετρος της σφαίρας φαίνεται να ελαττώνεται με την ίδια κλίση που έχει το μονό δοκίμιο, ειδικότερα για μικρές εντάσεις τύρβης (44mm/s).



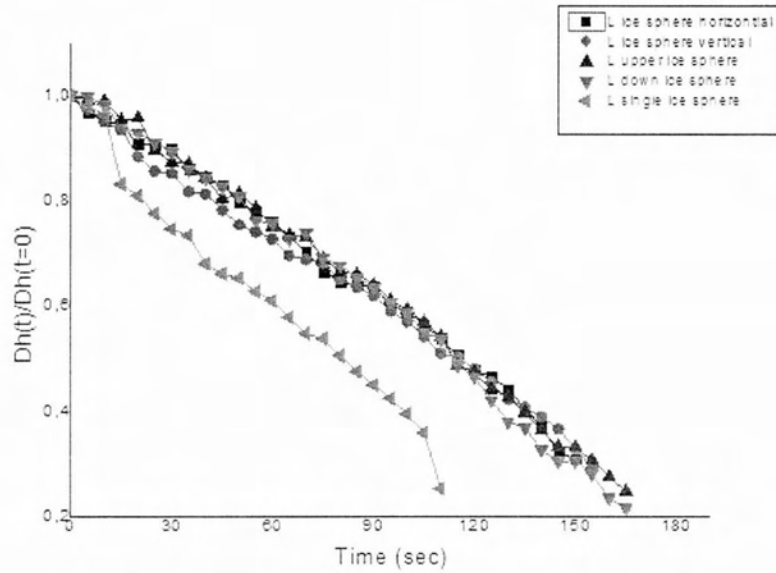
Διάγραμμα 25 Συγκριτικό διάγραμμα  $D_h, U_{rms}=44\text{mm/s}$



Διάγραμμα 26 Συγκριτικό διάγραμμα  $D_h, U_{rms}=49\text{mm/s}$

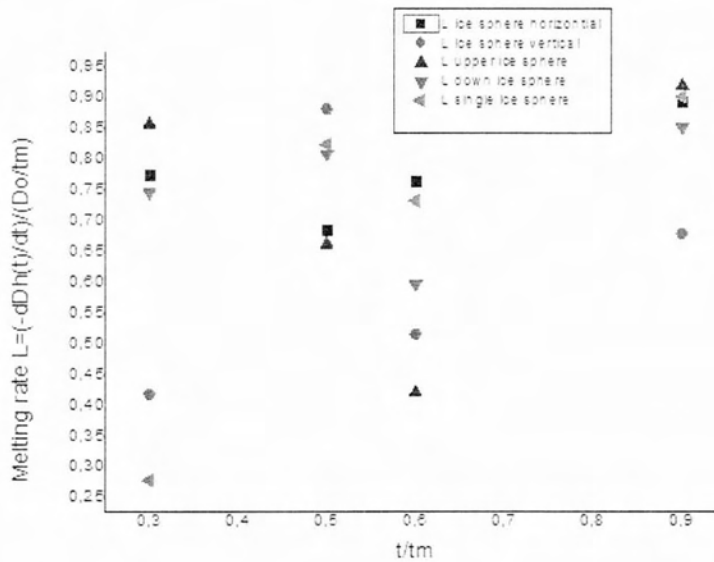


Διάγραμμα 27 Συγκριτικό διάγραμμα  $D_h, U_{rms}=53\text{mm/s}$

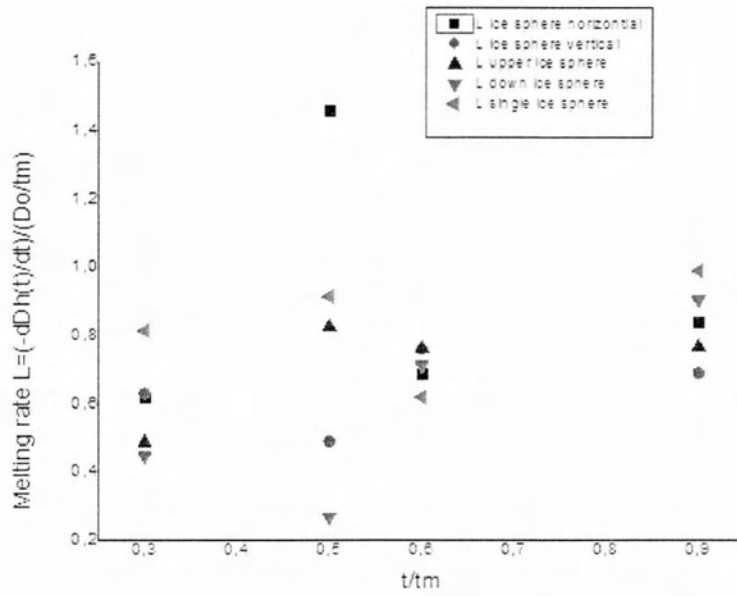


Διάγραμμα 28 Συγκριτικό διάγραμμα  $D_h$ ,  $U_{rms}=59\text{mm/s}$

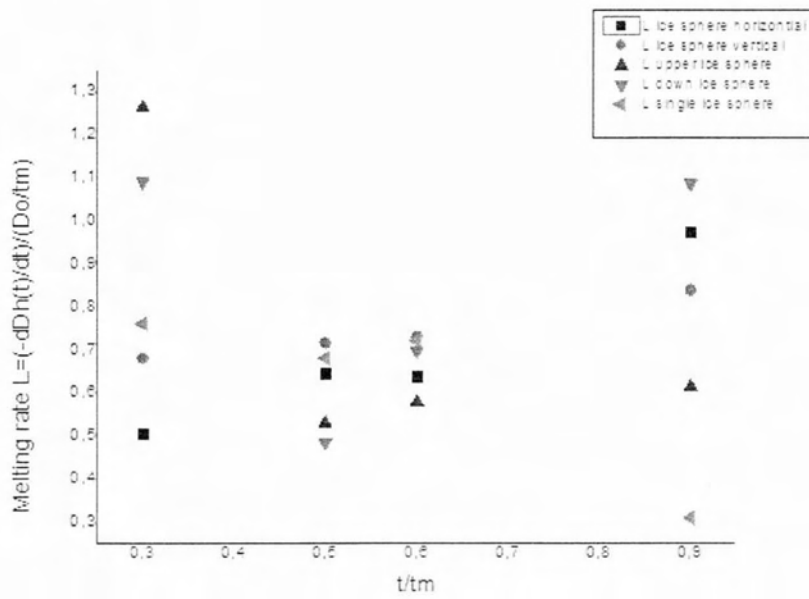
Παρακάτω παρουσιάζονται τα συγκριτικά διαγράμματα του συντελεστή τήξης ως προς τον αδιαστατοποιημένο χρόνο για κάθε μια από τις εντάσεις τύρβης που χρησιμοποιήθηκαν. Στις περισσότερες περιπτώσεις συναντούμε υψηλότερο συντελεστή τήξης για το μονό παγωμένο δοκίμιο αλλά και την περίπτωση όπου παγωμένη σφαίρα και πλαστική σφαίρα τίθενται στον ίδιο οριζόντιο άξονα. Χαρακτηριστικό είναι ότι όσο η ένταση της τύρβης αυξάνεται ο συντελεστής τήξης για την πάνω παγωμένη σφαίρα, στην κάθετη διάταξη δύο σφαιρών πάγου, μειώνεται αρκετά. Το ίδιο συμβαίνει και για την σφαίρα που βρίσκεται χαμηλότερα αλλά σε όχι τόσο μεγάλο βαθμό.



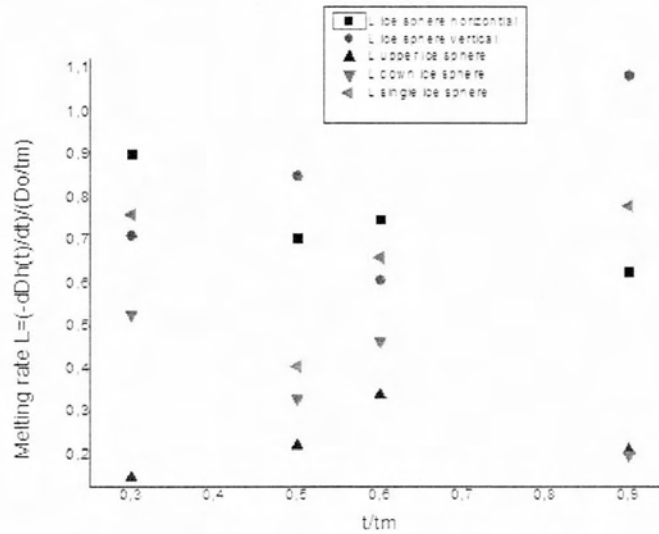
Διάγραμμα 29 Συγκριτικό διάγραμμα  $L$ ,  $U_{rms}=44\text{mm/s}$



Διάγραμμα 30 Συγκριτικό διάγραμμα L, U<sub>rms</sub>=49mm/s

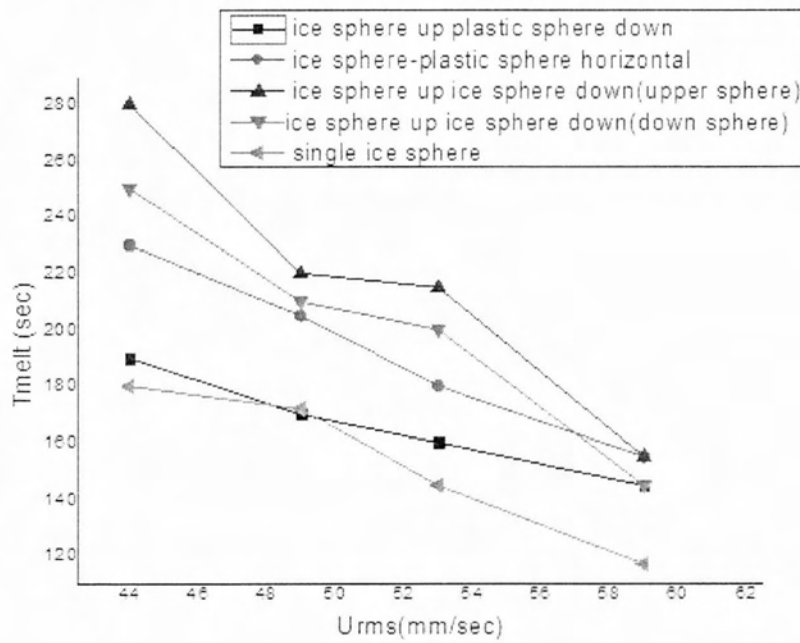


Διάγραμμα 31 Συγκριτικό διάγραμμα L, U<sub>rms</sub>=53mm/s



Διάγραμμα 32 Συγκριτικό διάγραμμα L,  $U_{rms}=59\text{mm/s}$

Το Διάγραμμα 33 αποτελεί συγκριτικό διάγραμμα χρόνων πλήρους τήξης για όλες της διαφορετικές διατάξεις δοκιμών ως προς την ένταση τύρβης που χρησιμοποιήθηκε .Οι χρόνοι στους οποίους λιώνει η μόνη της παγωμένη σφαίρα είναι μακράν μικρότεροι από του υπολοίπους με την πιο αργή τήξη να την συναντάμε στην περίπτωση όπου έχουμε δύο παγωμένες σφαίρες και συγκεκριμένα αυτή που βρίσκεται ψηλότερα. Για έντονη τύρβη όπως στα πειράματα μας για  $U_{rms}= 58\text{mm/s}$ , ο χρόνος πλήρους τήξης για τις περισσότερες περιπτώσεις είναι ίδιος με εξαίρεση την περίπτωση μονού δοκιμίου.



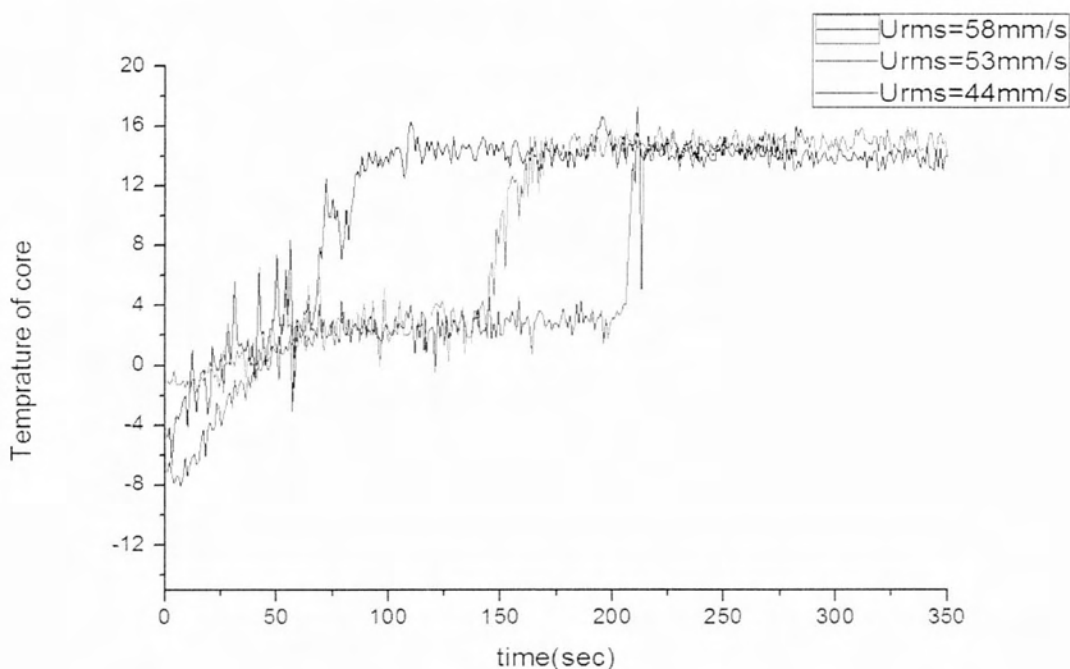
Διάγραμμα 33 Συγκριτικό διάγραμμα  $T_{melt} .U_{rms}$



## 8.6 Επίδραση της τύρβης στη διάχυση θερμότητας στον πυρήνα του παγωμένου δοκιμίου.

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα πάρουμε μια ιδέα για τη διάχυση της θερμότητας στην παγωμένη σφαίρα κατά τη διάρκεια του λιωσίματος. Αρχικά, για τη μέτρηση της θερμοκρασίας του πυρήνα του παγωμένου δοκιμίου τοποθετήθηκε στο κέντρο της σφαίρας ένα θερμοστοιχείο. Το θερμοστοιχείο τοποθετήθηκε με προσοχή στο κέντρο πριν παγώσει η σφαίρα και τα πειράματα έγιναν για μονό παγάκι στο κέντρο της διάταξης για τρεις τιμές της έντασης της τύρβης  $U_{rms}=44\text{mm/s}$ ,  $U_{rms}=53\text{mm/s}$  και  $U_{rms}=58\text{mm/s}$ . Για την εξαγωγή-συγκέντρωση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Labview.

Παραθέτουμε τα αποτελέσματα για τις παραπάνω τιμές της έντασης της τύρβης:



Διάγραμμα 34 Μεταβολή της θερμοκρασίας του πυρήνα με το χρόνο

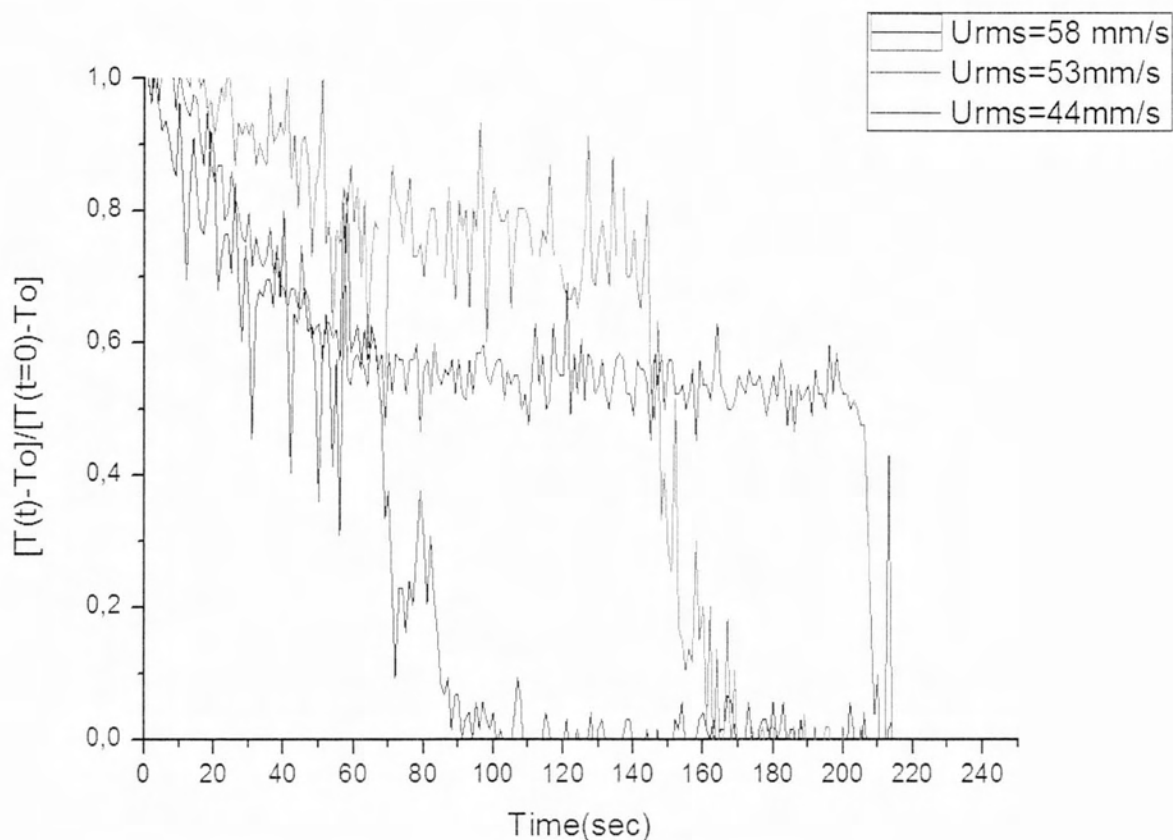
Παρατηρούμε, όπως ήταν αναμενόμενο, ότι για υψηλότερες τιμές της έντασης της τύρβης η θερμότητα από το νερό θερμοκρασίας  $\Theta_{amb} = 15^\circ\text{C}$  διεισδύει πιο γρήγορα στο εσωτερικό του δοκιμίου σφαιρικού πάγου με αποτέλεσμα να λιώνει πιο γρήγορα. Ωστόσο, επειδή τα τρία δοκίμια όπως φαίνεται δεν έχουν την ίδια θερμοκρασία στην αρχή του πειράματος, κάναμε κάποιους μετασχηματισμούς ώστε να αδιαστατοποιήσουμε τη θερμοκρασία για να βγάλουμε πιο αξιόπιστα συμπεράσματα (Διάγραμμα 35). Συγκεκριμένα, εισάγουμε στον κατακόρυφο άξονα τον αδιάστατο συντελεστή :

$$I = [T(t) - T_0] / [T(t=0) - T_0], \text{ όπου:}$$

$T(t)$ : η θερμοκρασία του πυρήνα σε κάθε χρονική στιγμή

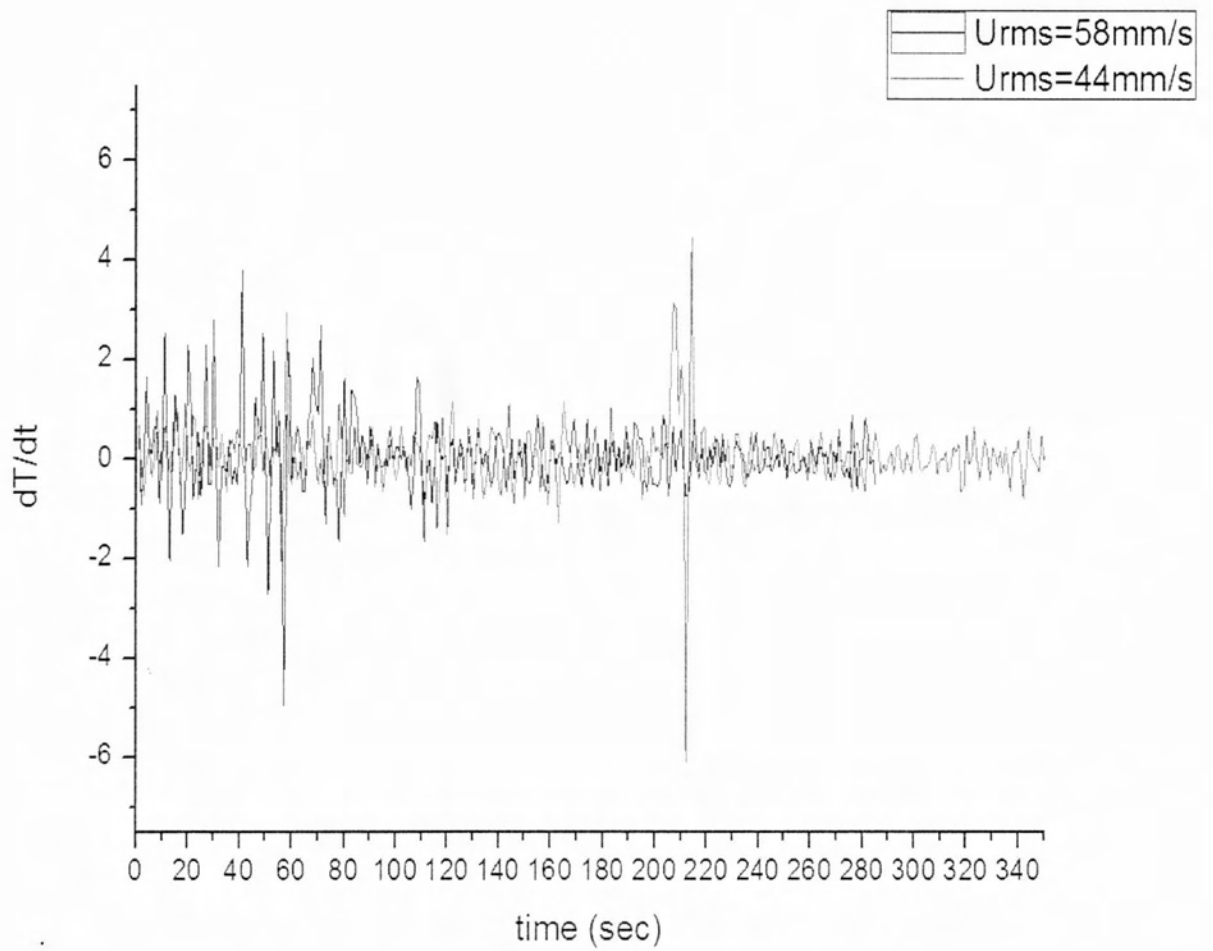
$T_0$ : η θερμοκρασία του νερού της δεξαμενής (15 °C)

$T(t=0)$  : η θερμοκρασία του πυρήνα τη χρονική στιγμή  $t=0$



Διάγραμμα 35 Μεταβολή της αδιάστατης μεταβλητής  $I$  με το χρόνο

Όπως φαίνεται και από το Διάγραμμα 35 σε υψηλότερες τιμές της τύρβης παρατηρείται πιο γρήγορη αλλαγή της θερμοκρασίας του πυρήνα. Επίσης, μπορούμε να δούμε (Διάγραμμα 36) πως η κλίση της θερμοκρασίας είναι πιο μεγάλη στις υψηλές τιμές της τύρβης  $U_{rms} = 58$  mm/s ενώ για  $U_{rms} = 44$  mm/s η κλίση είναι πιο μικρή πράγμα που σημαίνει πως η θερμότητα διαχέεται πιο γρήγορα στο εσωτερικό του δοκιμίου, καθώς η διάχυση θερμότητας εξαρτάται από την παράγωγο της θερμοκρασίας με το χρόνο.

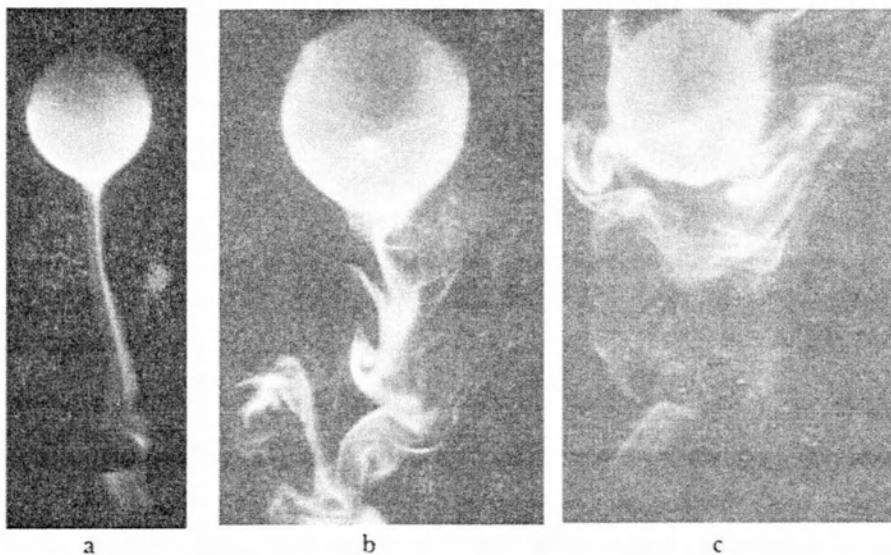


Διάγραμμα 36 Κλίση της θερμοκρασίας για μεγάλη και μικρή ένταση της τύρβης

Τέλος, οι απότομες διακυμάνσεις στη θερμοκρασία οφείλονται σε τεχνικά σφάλματα λόγω του υψηλού θορύβου που προκαλούνταν από την ταλάντωση των πλεγμάτων και την κίνηση της μηχανής, γεγονός που δεν μπορούσαμε να αποφύγουμε.

## 9. Οπτικοποίηση φαινομένου με τη χρήση LIF

Γενικά, η μέθοδος planar LIF (Laser Induced Fluorescence) είναι μία τεχνική οπτικοποίησης της ροής και ποσοτικών μετρήσεων συγκέντρωσης και θερμοκρασίας σε ροή. Μία διάταξη pLIF αποτελείται από μια πηγή φωτός (συνήθως laser), οπτικές διατάξεις για την δημιουργία φύλλου φωτός πάχους  $\approx 1$  mm, μία φωσφορίζουσα ουσία (ροδαμίνη 6G), και μία CCD (charge couple device) camera. Η φωσφορίζουσα ουσία απορροφά την ενέργεια από το φως του laser και την επανεκπέμπει σε μεγαλύτερο μήκος κύματος το οποίο ανιχνεύεται από την ccd camera. Οι ουσίες που συνήθως χρησιμοποιούνται για την οπτικοποίηση είναι ροδαμίνη 6G, και ροδαμίνη B. Η ccd camera έχει τη δυνατότητα, μέσω ειδικών φίλτρων, να καταγράφει μόνο το φως που επανεκπέμπεται. Με αυτόν τον τρόπο μπορούν να γίνουν ακριβείς μετρήσεις συγκέντρωσης και θερμοκρασίας στη ροή. Στην παρούσα εργασία, λόγω έλλειψης εξοπλισμού, χρησιμοποιήθηκε ένα μέρος της μεθόδου LIF, δηλαδή το κομμάτι της οπτικοποίησης της ροής. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν ένα laser περιστρεφόμενου κατόπτρου και τα πειράματα μαγνητοσκοπήθηκαν με μία κάμερα που έχει συχνότητα δειγματοληψίας 25 frames per second. Οι εικόνες Εικόνα 70(a,b,c) δείχνουν κάποια χαρακτηριστικά αποτελέσματα της οπτικοποίησης ροής με LIF για όλο και αυξανόμενη αστάθεια στη ροή, για παράδειγμα σε στάσιμο νερό, σε αδύναμη τύρβη και σε πιο ισχυρή τύρβη, ανάλογα με την κίνηση του πλέγματος της πειραματικής διάταξης. Το κρύο νερό που προέρχεται από την τήξη του δοκιμίου φαίνεται να κινείται σταθερά προς τα κάτω όταν δεν υπάρχει ροή και το νερό είναι στάσιμο. Σε μια αδύναμη τύρβη το «λοφίο» που σχηματίζεται λόγω των βαρυτικών δυνάμεων ξεκινά μια πιο ασταθή κίνηση ενώ σε μια δυνατότερη τύρβη κινείται προς όλες τις κατευθύνσεις επιτυγχάνοντας μια αποτελεσματική μίξη με το περιβάλλον ρευστό.



Εικόνα 70 Οπτικοποίηση ροής με LIF a) στάσιμο νερό b) αδύναμη τύρβη c) πιο δυνατή τύρβη

## 10. Συμπεράσματα

Η μείωση των διαστάσεων της σφαίρας η οποία υπόκειται σε τήξη λόγω ροής νερού επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από την παρουσία της τύρβης. Μια σχεδόν ομογενής και ισοτροπική τύρβη με μηδενική μέση ταχύτητα μειώνει τον χρόνο τήξης πολλές φορές σε σχέση με την τήξη αντίστοιχων δοκιμίων σε στάσιμο νερό. Οι δυνάμεις βαρύτητας σε συνδυασμό με τις επιδράσεις της τύρβης μπορούν να οδηγήσουν σε μια παραμόρφωση της σφαίρας σε ένα σφαιροειδές αλλά όχι σφαιρικό σχήμα κατά την διαδικασία της τήξης. Ανάλογα φαινόμενα έχουν παρατηρηθεί από προηγούμενους ερευνητές του αντικειμένου όταν η τήξη συμβαίνει κάτω από την επίδραση εξαναγκασμένης συναγωγής λόγω ενός ρεύματος υγρού ή αερίου και όπου η μέση διαφορά θερμοκρασίας είναι ανάλογη με τον συντελεστή μείωσης των γραμμικών διαστάσεων, όπως είναι η υδραυλική διάμετρος. Λόγω κάποιας αναλογίας ανάμεσα στη συμπεριφορά του συντελεστή τήξης με τύρβη και μηδενική μέση ταχύτητα και του συντελεστή τήξης χωρίς τύρβη και με πεπερασμένη μέση ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι η τύρβη επιδρά όπως μια αποτελεσματική αύξηση του αριθμού Reynolds. Όταν διακυμάνσεις της ταχύτητας της τύρβης συνοδεύονται από τυρβώδη διακυμάνσεις της θερμοκρασίας ο συντελεστής τήξης αυξάνεται ακόμα περισσότερο. Στις περιπτώσεις όπου ένα σφαιρικό δοκίμιο πάγου συνοδεύεται από ένα ίδιο πλαστικό, σε κάθετη ή οριζόντια διάταξη παρατηρήθηκε ότι στην οριζόντια περίπτωση η τήξη επιβραδύνεται με σημαντικές όμως σχηματικές διαφοροποιήσεις στο δοκίμιο (major/minor axis). Αντίθετα, στην κάθετη διάταξη παρατηρήθηκε η μεγαλύτερη σχηματική προστασία της σφαίρας πάγου αλλά σε χρόνους πλήρους τήξης παρόμοιους με αυτούς που βρέθηκαν για το μονό δοκίμιο. Στην περίπτωση όπου δύο σφαιρικά δοκίμια πάγου βρίσκονται το ένα πάνω από το άλλο, στον ίδιο κάθετο άξονα φάνηκε η σημασία των δυνάμεων βαρύτητας λόγω της διασποράς του λιωμένου κρύου ρευστού που επιδρά στην τήξη των σφαιρών. Όσον αφορά τη μελέτη της συμπεριφοράς των σφαιρικών δοκιμίων πάγου στη διάχυση θερμότητας κάτω επίδραση τύρβης με  $U_{mean}=0$  καταλήξαμε ότι η μεγαλύτερη ένταση τύρβης προκαλεί πιο γρήγορη εναλλαγή στη θερμοκρασία του δοκιμίου και συνεπώς πιο γρήγορη διάχυση της θερμότητας στον πυρήνα αυτού.

Σαν συνέχεια της πειραματικής αυτής ανάλυσης της επίδρασης τύρβης σε σφαίρες πάγου θα μπορούσε να προταθεί η πιο προσεκτική ανάλυση της διάχυσης χρησιμοποιώντας ηλεκτρονική διάταξη, για τις μετρήσεις, που θα μειώνει τους κραδασμούς και την επιρροή τους στις μετρήσεις. Επίσης μια προσέγγιση του προβλήματος διπλής διάχυσης του Stefan, όπως αυτό, κυρίως όσον αφορά το θέμα της τήξης θα ήταν χρήσιμο να μελετηθεί από μια πιο υπολογιστική ματιά, με τη χρησιμοποίηση υπολογιστικού προγράμματος ρευστομηχανικής όπως είναι το Fluent του Ansys. Μια τέτοια προσέγγιση θα επιβεβαίωνε τη μέχρι τώρα ανάλυση που έχει δεχθεί η επίδραση της τύρβης στην τήξη και τη διάχυση θερμότητας και θα ήταν πιο πρακτικό στην μελέτη και προσομοίωση διάφορων περιπτώσεων, παρά τη μεγάλη δυσκολία προγραμματισμού που προϋποθέτει.

## 11. Βιβλιογραφία

- [1] Hu H., Argyropoulos S.A. (1996). Mathematical modelling of solidification and melting: a review. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, vol. 4, pp 371-396
- [2] Merck H. J. (1954). The influence of melting and anomalous expansion on thermal convection in laminar boundary layers. *App. Sci. Res.*, vol. 4, pp 435-452
- [3] Beckermann C., Viskanta R. (1988). Double-diffusive convection due to melting. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 31, pp 2077-2089
- [4] Schenk J., Schenkels F.A.M. (1968). Thermal free convection from an ice sphere in water. *Appl. Sci. Res.*, vol. 19, pp 415-476
- [5] McLeod D.S., Riley D.S., Sparks R.J. (1996). Melting of a sphere in hot liquid. *J. Fluid Mech.*, vol. 327, pp 393-409
- [6] Vanier C.R., Tien C. (1970). Free convection melting of ice spheres. *AIChE Journ.*, vol. 16, pp 76-82
- [7] Macklin W.C. (1963). Heat transfer from hailstones. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, vol. 89, pp 360-369
- [8] Drake J.C., Mason B.J. (1966). The melting of small ice spheres and cones. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, vol. 92, pp 500-509
- [9] Goyer G.G. Lin S.S., Gitlin S.N., Plooster M.N. (1969). On the heat transfer to ice spheres and the freezing of spongy hail. *Journ. Atm. Sci.*, vol. 26, pp 319-326
- [10] Hao Y.L., Tao Y.X. (2001). Melting of a solid sphere under forced and mixed convection: Flow characteristics. *ASME Journ. Heat Transfer*, vol. 123, pp 937-950
- [11] Machicoane N., Bonaventure J., Volk R. (2013). Melting dynamics of large ice balls in a turbulent swirling flow. *Physics of Fluids*, vol. 25, pp 1251011-12510110
- [12] Stapountzis H., Zisimatou A., Papanicolaou P. (2010). Study of a dense contaminant dispersion in rectangular cavities using LIF. ISFV14 -14th International Symposium on Flow Visualization EXCO Daegu, Korea
- [13] Srdik A., Fernando H.J.S., Montenegro L. (1996). Generation of nearly isotropic turbulence using two oscillating grids. *Experiments in Fluids*, vol. 20, pp 395-397
- [14] Hwang, W., Eaton, J.K. (2004). Creating homogeneous and isotropic turbulence without a mean flow. *Experiments in Fluids*, vol. 36, pp 444-454
- [15] Stapountzis H., Charalampous G., Tziourzioumis D., Stamatelos A. (2013). Diffusion in synthetic jet generated turbulence. 4th International Conference on Jets, Wakes and Separated Flows, ICJWSF2013, Nagoya, Japan
- [16] Stapountzis H., Sawford B.L., Hunt J.C.R. (1986). Structure of the temperature field downwind of a line source in grid turbulence. *J. Fluid Mech.*, vol. 165, pp 401-424

- [17] Tennekes H., J. L. Lumley (1979) 'A First Course in Turbulence', The MIT Press, First printing edition, pp. 100-162
- [18] Άγγελος Θ. Παπαϊωάννου, , 1993, Μηχανική των Ρευστών, Εκδόσεις Κοράλι
- [19] Taylor G.I. (1935), 'Statistical theory of turbulence', *The Royal Society*, volume 151
- [20] N. Dizadji, P. Entezar (2012) 'Behavior of Ice Melting in Natural Convention', *International Scholarly and Scientific Research & Innovation* 6(1) 2012, World Academy of Science, Engineering and Technology, vol. 6 2012-01-21
- [21] Wayne S. and Chi Tien (1971) 'Free convection heat transfer from isothermal spheres in water', *Inr. J. Heat Mass Transfer*. vol. 15, pp. 327-339
- [22] Shoichiro Fukusako, Masahiko Yamada (1991) 'Recent Advances in Research on Water-Freezing and Ice-Melting Problems', *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 6, Issue 1, January 1993, pp. 90-105
- [23] Kim, Yangkyun; Hossain, Akter, Nakamura, Yuji (2013) ' Numerical study of melting of a phase change material (PCM) enhanced by deformation of a liquid-gas interface', *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 63, pp 101-112
- [24] Prosenjit Bagchi, S. Balachandar, 'Response of the wake of an isolated particle to isotropic turbulent cross-flow', Department of Theoretical and applied Mechanics, University of Illinois
- [25] Esam M. Alawadhi, ' Solidification Process with Free Convection in a Circular Enclosure', Kuwait University College of Engineering & Petroleum Mechanical Engineering Dept.
- [26] Linn Karlsson, 2013, ' The Dynamics of Drops Freezing on Cold Surfaces', Master of Science in Engineering Technology Engineering Physics and Electrical Engineering, Luleå University of Technology, Department of Engineering Sciences and Mathematics
- [27] Jinzi Mac Huang, M. Nicholas J. Moore, Leif Ristorph, (2014) Shape dynamics and scaling laws for a body dissolving in fluid flow', Under consideration for publication in *J. Fluid Mech.*
- [28] P. L. T. Brian and H. B. Hales, (1969), Effects of Transpiration and Changing Diameter on Heat and Mass Transfer to Spheres', vol. 15, Issue 3, pp. 419-425
- [29] C. Vuik, ' Some historical notes on the Stefan problem', (2013), Bentham Science Publishers, Bussum
- [30] Ansys fluent Theory guide, Release 14.0, Contains proprietary and confidential information of ANSYS, Inc. and its subsidiaries and affiliates, pp 42-136.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000137435

