



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ: ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Επέκταση Προβλήματος Εφημεριδοπώλη με Δύο Αναξιόπιστους Προμηθευτές και Χρήση Εφεδρικού Προμηθευτή

Διπλωματική Εργασία

Υπό

Παπαδημητρίου Δαμιανού

Επιβλέπων: **Δρ. Παντελής Δημήτριος**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, Φεβρουάριος 2018

Copyright©2018 Παπαδημητρίου Δαμιανός

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εξεταστική Επιτροπή

Πρώτος Εξεταστής: Δρ. Δημήτριος Παντελής
(Επιβλέπων) Αναπληρωτής Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος
Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης
Επίκουρος Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Δημήτριο Παντελή για την πολύτιμη βοήθεια του, την καθοδήγηση του, την υπομονή του και τον χρόνο που αφιέρωσε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επιπλέον, ευχαριστώ τα υπόλοιπα δύο μέλη της εξεταστικής επιτροπής, τους καθηγητές κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο και κ. Γεώργιο Κοζανίδη για την συμμετοχή τους και τις πολύτιμες υποδείξεις τους, καθώς και τον καθηγητή κ. Ιωάννη Λυχαρόπουλο για την καίριας σημασίας βοήθειά του σε ζητήματα προγραμματισμού.

Οφείλω ακόμα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένεια μου που με στήριξε με κάθε τρόπο σε όλη τη διάρκεια της πολυετούς φοίτησης μου στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας και τους φίλους μου που μου συμπαραστεκόντουσαν σε κάθε μου προσπάθεια και επιλογή μέχρι σήμερα. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω ειδικότερα την μητέρα μου για την αμέριστη βοήθεια και συμπαράσταση που μου έχει προσφέρει και συνεχίζει να μου προσφέρει.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αντικείμενο μελέτης αποτελεί η επίλυση μίας επέκτασης του προβλήματος του «εφημεριδοπώλη». Η επέκταση αυτή συντίθεται από τη χρήση δύο αναξιόπιστων προμηθευτών και ενός τρίτου αξιόπιστου και εφεδρικού προμηθευτή. Η αναξιοπιστία των δύο πρώτων βασίζεται στην αβεβαιότητα της παραδιδόμενης ποσότητας που προσφέρουν. Η αβεβαιότητα στην παραδιδόμενη ποσότητα καθορίζεται με βάση ένα ποσοστό παραδιδόμενης παραγγελίας, το οποίο είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή καθορισμένης κατανομής. Σημαντικό χαρακτηριστικό της επέκτασης αποτελεί το γεγονός ότι η ζήτηση είναι αβέβαιη ακολουθώντας όμως συγκεκριμένη κατανομή, στοιχείο που διατηρείται από το αρχικό πρότυπο πρόβλημα του «εφημεριδοπώλη».

Στόχος αποτελεί η επίτευξη του μέγιστου ύψους κερδών ύστερα από τον καθορισμό των κατανομών της ζήτησης και του ποσοστού παραδιδόμενης παραγγελίας των αναξιόπιστων προμηθευτών καθώς και την εισαγωγή των σταθερών του προβλήματος (π.χ. κόστη, τιμής πώλησης κλπ.). Το μέγιστο κέρδος είναι συνέπεια της βέλτιστης πολιτικής των ποσοτήτων παραγγελίας που θα ανατεθούν στο σύνολο των προμηθευτών. Η βέλτιστη πολιτική είναι το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης που εφαρμόζεται πάνω στο πρόβλημα.

Πλην της επίδοξης δημιουργίας κώδικα βελτιστοποίησης σε περιβάλλον MATLAB που να παρέχει τα αρτιότερα αποτελέσματα στον ελάχιστο δυνατό χρόνο, ο σημαντικότερος στόχος ήταν η μελέτη της συμπεριφοράς του μοντέλου για διάφορες μεταβολές τόσο στο επίπεδο των σταθερών του προβλήματος όσο και στο επίπεδο της μορφής των προαναφερθεισών κατανομών.

Περιεχόμενα

Εξεταστική Επιτροπή.....	2
Ευχαριστίες.....	3
Περίληψη.....	4
Περιεχόμενα.....	5
Κατάλογος Σχημάτων.....	7
1. Εισαγωγή.....	8
1.1 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας.....	8
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	9
2. Βασικές Έννοιες.....	10
2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα.....	10
2.2 Το Πρόβλημα του «Εφημεριδοπώλη».....	11
2.3 Επίδραση Αβεβαιότητας.....	13
2.4 Αναξιόπιστοι Προμηθευτές.....	14
2.5 Χρήση Εφεδρικού Προμηθευτή.....	14
3. Μαθηματικό Μοντέλο.....	16
3.1 Παράμετροι και Εξισώσεις.....	16
3.2 Υποθέσεις.....	18
3.3 Επιλογή τιμών των Σταθερών Παραμέτρων.....	19
3.4 Υποθέσεις Μοντελοποίησης και Βελτιστοποίησης.....	21
3.5 Αποφάσεις.....	23
3.5.1 Διακριτοποίηση.....	23
4. Case Studies.....	27
4.1 1 ^ο Case Study: Μεταβολή του c_E	28
4.2 2 ^ο Case Study: Αναλογία μεταξύ c_E και c_R	30
4.3 3 ^ο Case Study: Επίδραση της τιμής πώλησης r	32
4.4 4 ^ο Case Study: Επίδραση ανικανοποίητων ζήτησεων.....	35
4.5 5 ^ο Case Study: Επίδραση της παραμέτρου h	37
4.6 6 ^ο Case Study: Επίδραση μέσης τιμής της ζήτησης.....	40
4.7 7 ^ο Case Study: Επίδραση απόκλισης της ζήτησης(αβεβαιότητα).....	43
4.8 8 ^ο Case Study: Επίδραση αβεβαιότητας των ποσοστών παραδιδόμενης παραγγελίας.....	46
4.9 9 ^ο Case Study: Επίδραση μέσης τιμής της αβεβαιότητας των προμηθευτών.....	48

5.	Επίλογος	52
5.1	Σύνοψη	52
5.2	Συμπεράσματα	53
5.3	Μελλοντικές Επεκτάσεις.....	54
5.4	Βιβλιογραφία.....	55
6.	Παραρτήματα-Κώδικες	56

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2.1: Πρότυπο προβλήματος «εφημεριδοπώλη» σε μορφής διαγράμματος ροής	11
Σχήμα 2.2: Επέκτασης μοντέλου «εφημεριδοπώλη» σε διάγραμμα ροής με 2 προμηθευτές και 1 εφεδρικό προμηθευτή	12
Σχήμα 3.1: Αναπαράσταση Διακριτοποίησης	24

1. Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο παρατίθενται, εν συντομία, πληροφορίες για τη δομή της διπλωματικής εργασίας καθώς και μία σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση αναφορικά με τη μελέτη του γενικότερου προβλήματος του «εφημεριδοπώλη».

1.1 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Εκτός του παρόντος πρώτου κεφαλαίου που παρέχει εισαγωγικές πληροφορίες η διπλωματική εργασία δομείται σε 4 επιπρόσθετα κεφάλαια. Η δομή που ακολουθεί εστιάζει στην απλούστευση των εννοιών του θέματος καθώς και στην όσο το δυνατόν καλύτερη κατανόηση της συλλογιστικής πορείας με την οποία πραγματοποιήθηκαν τα βήματα ολοκλήρωσης της διπλωματικής εργασίας.

- Κεφάλαιο 2: Θα παρουσιαστούν κάποιες περαιτέρω πληροφορίες σχετικά με το επιστημονικό πλαίσιο της εργασίας και θα πραγματοποιηθεί μία ανάλυση για τη φύση της συγκεκριμένης επέκτασης και τα συνθετικά στοιχεία που την απαρτίζουν.
- Κεφάλαιο 3: Θα αναπτυχθεί το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος και θα παρουσιαστεί η συλλογιστική πορεία λήψης αποφάσεων σχετικά με την αντιμετώπιση και επίλυσή του.
- Κεφάλαιο 4: Θα παρουσιαστούν τα πειράματα μελέτης συμπεριφοράς του μοντέλου (case studies) και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από το κάθε ένα.
- Κεφάλαιο 5: Θα γίνει μία σύνοψη της διπλωματικής εργασίας ακολουθούμενη από τα τελικά συμπεράσματα καθώς και τις πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις που επιδέχεται τόσο η συγκεκριμένη επέκταση όσο και η παρούσα διπλωματική εργασία.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Αρχικά ως προς το όνομα του μοντέλου παρατίθεται το ιστορικό παράδειγμα πάνω στο οποίο βασίστηκε.

~Κάθε πρωί ο ιδιοκτήτης ενός πρατηρίου εφημερίδων πρέπει να κάνει μία παραγγελία σε εφημερίδες που θα του χρειαστούν για εκείνη την ημέρα. Στην περίπτωση που η παραγγελία είναι πολύ μεγάλη, μέρος του συνόλου των εφημερίδων θα πρέπει να πεταχτεί ή να πουληθεί ως «περασμένες» στο τέλος της ημέρας. Στην αντίθετη περίπτωση, οι πελάτες του πρατηρίου θα δυσαρεστηθούν με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν χαμένες πωλήσεις και να μειωθεί το κέρδος του εφημεριδοπώλη. Επομένως το ζήτημα του τελευταίου είναι να βρει εκείνο το (βέλτιστο) ύψος της παραγγελίας εφημερίδων που θα του εξασφαλίζει τόσο την ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών όσο και την μεγιστοποίηση του (μέσου) κέρδους του, γνωρίζοντας την κατανομή της ζήτησης καθώς και τις παραμέτρους κόστους.~

Το μοντέλο ή πρόβλημα του «εφημεριδοπώλη» αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι και ένα από τα σημαντικότερα μέρη της επιχειρησιακής έρευνας. Ιστορικά, το μοντέλο υπάρχει και μελετάται από το 1888, όπου πρώτος ο Francis Ysidro Edgeworth χρησιμοποιώντας το κεντρικό οριακό θεώρημα προσπαθούσε να καθορίσει τα βέλτιστα χρηματικά αποθεματικά με σκοπό την ικανοποίηση τυχαίων αναλήψεων από τους καταθέτες των τραπεζών. Ωστόσο σύγχρονοι ερευνητές ισχυρίζονται ότι ο όρος “newsboy” ή “news vendor” διατυπώνεται για πρώτη φορά στο βιβλίο “Methods of Operations Research”, το 1951, από τους George E. Kimball και Philip M. Morse.

Στο σήμερα, χάρις την πολυετή μελέτη και έρευνα πολλών ερευνητών ανά τον κόσμο, το μοντέλο έχει αποκτήσει πάρα πολλές επεκτάσεις και μετατροπές. Γεγονός που το καθιστά ζωτικής σημασίας εργαλείο για πολλές επιχειρήσεις και ειδικότερα για εκείνες που επικεντρώνονται στο supply management. Ενδεικτικές χαρακτηριστικές έννοιες που προστέθηκαν στην φύση του πρότυπου και αρχικού μοντέλου αποτελούν:

- Supply disruption: Περίπτωση διακοπής της προμήθειας.
- Multi-product: Η ζήτηση, προμήθεια και πώληση άνω του ενός προϊόντος.
- Multi-supply: Η προμήθεια του προϊόντος ή προϊόντων από παραπάνω από έναν προμηθευτή.
- Unreliability: Η ύπαρξη μη αξιόπιστων προμηθευτών.

2. Βασικές Έννοιες

2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα

«Η Επιχειρησιακή Έρευνα (Operations Research) είναι ο κλάδος της επιστήμης (σύνθετος τομέας ειδικοτήτων) με αντικείμενο την εύρεση λύσεων για τη λήψη αποφάσεων. Οι λύσεις αυτές είναι κατά κανόνα “βέλτιστες” ως προς τα δεδομένα του προβλήματος. Απλά παραδείγματα Επιχειρησιακής Έρευνας, είναι η βέλτιστη κατανομή πόρων και οι βέλτιστες μεταφορές. Επί παραδείγματι η επιλογή τροφών για τη σίτιση του στρατού με ελάχιστο κόστος. Επίσης, η ελάχιστη διαδρομή μεταφοράς καυσίμων από το διωλιστήριο σε πρατήρια βενζίνες. Μία πολύ δύσκολη εφαρμογή είναι ο προγραμματισμός (scheduling) σε πραγματικό χρόνο, σε πύργο ελέγχου πολυσύχναστου αεροδρομίου, με στόχο την ασφάλεια και ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου αναμονής των αεροσκαφών.

Το βέλτιστο της λύσης ορίζεται ως προς κάποια μετρήσιμα κριτήρια π.χ. ελάχιστο κόστος, μέγιστη ευστάθεια, ελάχιστος χρόνος αναμονής ή διεκπεραίωσης, μέγιστο όριο αντοχής, ελαχιστοποίηση κάποιας νόρμας, συνδυασμός κέρδους με ρίσκο κτλ. Συχνά στις εφαρμογές, τα δεδομένα του προβλήματος είναι ελλιπή και οι “βέλτιστες” αποφάσεις λαμβάνονται υπό συνθήκη αβεβαιότητας. Για τις περιπτώσεις αυτές, χρησιμοποιούμε τη μεθοδολογία των Πιθανοτήτων και της Στατιστικής, με τους αντίστοιχους δείκτες αξιοπιστίας.

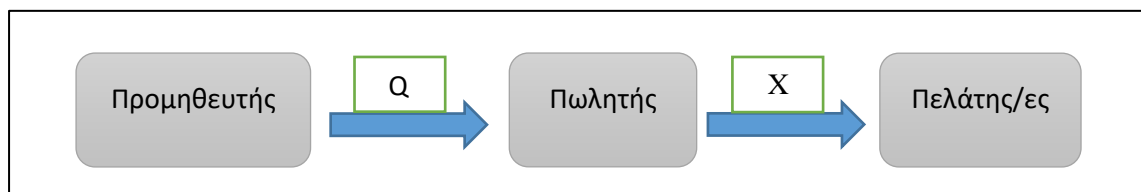
Η χαρακτηριστική διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι:

- a) Η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος.
- b) Η αξιοποίηση της δομής του μαθηματικού μοντέλου για επινόηση κατάλληλων αλγορίθμων βελτιστοποίησης.
- c) Η αριθμητική λύση με τη χρήση υπολογιστή.

Τα προβλήματα που τίθενται καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα δραστηριοτήτων, με αποτέλεσμα η μοντελοποίηση ή η προσομοίωση να αξιοποιεί διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους ή συνδυασμούς αυτών. Μία μερική εποπτεία αυτών των κλάδων που χρησιμοποιούνται ως “εργαλεία” της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι: Στατιστική, Βελτιστοποίηση, Βέλτιστος Έλεγχος, Θεωρία Παιγνίων, Νευρωνικά Δίκτυα, Ρομποτική, Επιστήμη των Υπολογιστών, Μηχανική όλων των ειδικοτήτων, Management, Έλεγχος Αποθεμάτων (Inventory Control), ακόμα και στοιχεία Ψυχολογίας και Κοινωνιολογίας.

Ιστορικά, πολύ ενδιαφέρουσα είναι η ραγδαία εξέλιξη του κλάδου της Επιχειρησιακής Έρευνας, ιδιαίτερα από τα πρώτα χρόνια του 2^{ου} Παγκοσμίου Πολέμου μέχρι σήμερα. Αυτή η εξέλιξη θα μπορούσε ίσως να συγκριθεί με την εκθετική ανάπτυξη των υπολογιστών. Από την αρχή του πολέμου, οι Άγγλοι, οι Σοβιετικοί και οι Αμερικάνοι, επινόησαν μαθηματικούς τρόπους για “βέλτιστες αποφάσεις” σχετικά με την πρόβλεψη κινήσεων εχθρικών υποβρυχίων, διαχείρισης πληροφοριών από radar, βέλτιστης κατανομής πόρων κ.α. Από τις τότε στρατιωτικές επιχειρήσεις καθιερώθηκε ο όρος Επιχειρησιακή Έρευνα. Ο πλούτος των εφαρμογών υπήρξε μεγάλος. Μόνο για το λεγόμενο Γραμμικό Προγραμματισμό έχουν γραφτεί χιλιάδες βιβλία θεωρίας και εφαρμογών. Σημειωτέον ότι ο Γραμμικός Προγραμματισμός έχει αξιοποιηθεί από εταιρείες, βιομηχανίες, εργοστάσια, κατασκευές, κυβερνήσεις και επιχειρήσεις όλων των ειδών. Το πρόβλημα είναι γενικό και πρακτικό: Πώς αποφασίζω; Έχουν δοθεί βραβεία Nobel και έχουν δημιουργηθεί ολόκληρα τμήματα Επιχειρησιακής Έρευνας σε διάσημα Πανεπιστήμια και Πολυτεχνεία.» {Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, Κολέτσος Ιωάννης, Στογιάννης Δημήτριος, Αθήνα 2012}.

2.2 Το Πρόβλημα του «Εφημεριδοπώλη»

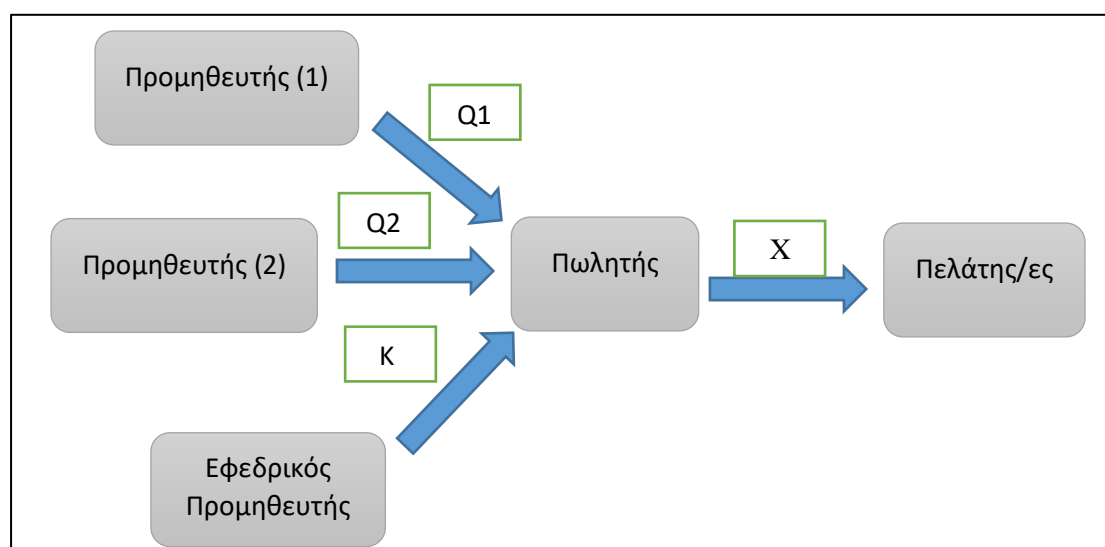


Σχήμα 2.1: Πρότυπο προβλήματος «εφημεριδοπώλη» σε μορφή διαγράμματος ροής

Με βάση το σχήμα 2.1 μπορούμε πλέον να αποκτήσουμε μία ολοκληρωμένη εικόνα σχετικά με το πρόβλημα του «εφημεριδοπώλη». Εύκολα μπορεί να γίνει κατανοητό ότι ο προμηθευτής παρέχει στον πωλητή μία ποσότητα Q και με τη σειρά του ο πωλητής καλείται να προσφέρει μια ποσότητα στον πελάτη/ες ούτως ώστε να εξασφαλιστεί η τυχαία ζήτηση X . Στην παρούσα διπλωματική εργασία καλούμαστε να βρεθούμε στην θέση του ενδιάμεσου μέρους, δηλαδή του πωλητή. Προτεραιότητα αποτελεί ο στόχος της κάλυψης της ζήτησης X και δευτερευόντως η μεγιστοποίηση του κέρδους στο τέλος αυτής της διαδικασίας. Καίριας σημασίας είναι το να γίνει αντιληπτό ότι η επίτευξη του μέγιστου ύψους κερδών δεν είναι υποδεέστερης σημασίας σε σχέση με την ικανοποίηση των πελατών και ο λόγος είναι το ότι βρισκόμαστε στη θέση του πωλητή.

Ως προς τη φύση του μοντέλου πρέπει να τονιστούν μερικά σημαντικά χαρακτηριστικά τα οποία δεν μπορούν να απεικονιστούν σε ένα διάγραμμα ροής. Πρώτον, οι διαδικασίες καθορισμού της παραγγελίας στον προμηθευτή, παράδοσης της παραγγελίας από τον προμηθευτή στον πωλητή και πώλησης ή ικανοποίησης της ζήτησης των πελατών από τον πωλητή, λαμβάνουν χώρα στην ίδια χρονική περίοδο. Όπως και στο κλασσικό παράδειγμα του «εφημεριδοπώλη» που παρουσιάστηκε στην ενότητα 1.2, η παραγγελία εφημερίδων πραγματοποιείται στην αρχή της ημέρας και η διαδικασία της πώλησης γίνεται φανερό ότι τερματίζεται στο τέλος της· συνεπώς η

περίοδος διεξαγωγής της διαδικασίας είναι μία ημέρα. Δεύτερον, επειδή αρχικά εξετάζουμε το απλούστερο δυνατό μοντέλο, υπάρχει απουσία αποθέματος. Αύτη η απλούστευση χρησιμοποιείται και στην επέκταση του μοντέλου που πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία, καθώς απώτερο στόχο αποτελεί η μελέτη της δυναμικότητας επιρροής των παραμέτρων πάνω στο πρόβλημα. Τρίτο χαρακτηριστικό είναι η απουσία περίπτωσης διακοπής προμήθειας (supply disruption). Τέταρτον η παραπάνω διαδικασία αφορά τη διακίνηση ενός συγκεκριμένου προϊόντος. Πέμπτον, γίνεται η θεώρηση ότι οι χρόνοι της παράδοσης της παραδιδόμενης ποσότητας, της διατήρησης της ποσότητας προϊόντων στη θέση του πωλητή και της πώλησης-παραλαβής ποσότητας προϊόντων από τους πελάτες, είναι αμελητέοι. Έκτον, η ζήτηση είναι τυχαία, δηλαδή άγνωστη, επομένως πρέπει σε κάθε περίοδο η ποσότητα παραγγελίας να είναι τόσο που να μπορεί να ικανοποιήσει τη ζήτηση.



Σχήμα 2.2: Επέκτασης μοντέλου «εφημεριδοπώλη» σε διάγραμμα ροής με 2 προμηθευτές και 1 εφεδρικό προμηθευτή

Έχοντας πλέον κατανοήσει το βασικό πρότυπο μοντέλο, μπορούμε να μεταβούμε στην επέκτασή του, η οποία θα αποτελέσει το αντικείμενο μελέτης της διπλωματικής εργασίας. Στο σχήμα 2.2 παρατίθεται ένα νέο διάγραμμα ροής, στο οποίο έχουν προστεθεί δύο επιπλέον προμηθευτές. Πλέον ο πωλητής αναθέτει τις παραγγελίες του κατά βάση στους προμηθευτές (1) και (2), οι οποίοι έχουν διαφορετικά χαρακτηριστικά τα οποία θα παρατεθούν στο επόμενο κεφάλαιο. Οι δύο βασικοί προμηθευτές τροφοδοτούν τον πωλητή με διαφορετικές ποσότητες προϊόντος ($Q1 \neq Q2$), αυτό συμβαίνει γιατί αρχικά ο πωλητής εξετάζει τα διαφορετικά τους χαρακτηριστικά και με βάση αυτά διαμορφώνει και αναθέτει διαφορετικού ύψους παραγγελίες. Όμως οι προμηθευτές (1) και (2) δεν είναι “αρκετοί” για να τροφοδοτήσουν ικανοποιητικά τον πωλητή προκειμένου να εξασφαλιστεί η ζήτηση X των πελατών. Το γεγονός αυτό είναι απόρροια της αναξιοπιστίας τους, αλλιώς της ύπαρξης αβεβαιότητας ως προς την παραδιδόμενη ποσότητα, που θα αναλυθεί παρακάτω. Συμπερασματικά δημιουργείται η ανάγκη στον πωλητή να διαθέτει έναν τρίτο εφεδρικό προμηθευτή, με διαφορετικά χαρακτηριστικά από τους προηγούμενους με κυριότερο το ότι είναι φερέγγυος, δηλαδή 100% αξιόπιστος ως προς την ποσότητα που πρόκειται να παραδώσει στον πωλητή. Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι ο ρόλος του εφεδρικού είναι το να αποτρέψει την δημιουργία μεγάλου ύψους χαμένων πωλήσεων και συνεπώς σημαντική πτώση του

κέρδους. Επιπροσθέτως, πρέπει να τονιστεί ότι τα παραπάνω πέντε χαρακτηριστικά που προσδόθηκαν στο βασικό-πρότυπο μοντέλο ισχύουν και στην επέκταση που εξετάζουμε.

2.3 Επίδραση Αβεβαιότητας

Ο όρος της αβεβαιότητας είναι στενά συνδεδεμένος με τον όρο της τυχαιότητας και σηματοδοτεί το ότι δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι συνήθως για το μέγεθος μίας ποσότητας. Πολλά διαφορετικά μοντέλα έχουν εμπλουτιστεί μέσω παραγόντων αβεβαιότητας τόσο σε τομείς της Επιχειρησιακής Έρευνας όσο και στην πλειονότητα των τομέων των θετικών επιστημών γενικότερα. Ο λόγος είναι ότι μέσω της χρήσης της επίδρασης της αβεβαιότητας στα μοντέλα, κατορθώνεται το να γίνονται πιο ρεαλιστικά και διασφαλίζεται σε μεγάλο βαθμό η αποτροπή εμφάνισης αναπάντεχων γεγονότων που θα είχαν σημαντικές επιπτώσεις. Η αβεβαιότητα, επίσης, είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την επιστήμη της Στατιστικής και τη γενικότερη φύση των πιθανοτήτων. Επομένως σε πολλά προβλήματα, όπως και σε αυτό το οποίο πραγματευόμαστε, η αβεβαιότητα εκφράζεται και υπεισέρχεται μέσω κατανομών και συναρτήσεων πιθανοτήτων.

Ως προς το πρόβλημα της παρούσας διπλωματικής εργασίας υπάρχουν δύο σκέλη στα οποία εντάσσεται η επίδραση της αβεβαιότητας. Πρώτον, ως προς τη ζήτηση X των πελατών, διατηρώντας αυτό το μέρος της φύσης του βασικού προβλήματος. Θεωρούμε λοιπόν ότι η ζήτηση των πελατών μας δεν είναι επακριβώς γνωστή, αλλά γνωρίζουμε πλήρως την κατανομή που ακολουθεί ή μπορούμε να την ορίσουμε αυθαίρετα βασιζόμενοι στα χαρακτηριστικά του προβλήματος που μελετάμε. Μία επιπλέον επιδίωξη της παρούσας διπλωματικής εργασίας, ήταν η διαμόρφωση ενός γενικότερου πλαισίου που θα μπορεί να είναι εξίσου ρεαλιστικό και χρήσιμο για μεγάλο εύρος εφαρμογών. Για το σκοπό αυτό επιλέχθηκε η κανονική κατανομή ως το είδος της κατανομής της τυχαιάς μεταβλητής της ζήτησης.

Κατά δεύτερον, η επίδραση της αβεβαιότητας αποφασίστηκε να εφαρμοστεί και στο κομμάτι της αξιοπιστίας των κύριων προμηθευτών, δηλαδή στο κομμάτι της παραδιδόμενης ποσότητας. Για το σκοπό αυτό ορίσαμε για τον κάθε κύριο προμηθευτή ένα ποσοστό παραδιδόμενης παραγγελίας το οποίο, αντίστοιχα με την αβέβαιη ζήτηση, θα αποτελεί μία συνεχής τυχαιά μεταβλητή και θα υποδηλώνει ως προς τις εκατό πόσο ύψος παραδιδόμενης παραγγελίας μπορεί να τροφοδοτήσει ο προμηθευτής στον πωλητή σε σχέση με την αρχική παραγγελία που του έχει ανατεθεί. Με την ίδια νοοτροπία αντιλαμβανόμαστε ότι τα ποσοστά αυτά δεν μπορούμε να τα γνωρίζουμε, αλλά μπορούμε να καθορίσουμε τις κατανομές τους. Επιλέχθηκε λοιπόν για αυτήν την περίπτωση το είδος της ομοιόμορφης κατανομής. Ο πρώτος λόγος είναι κοινός με τον λόγο επιλογής της κανονικής κατανομής για την αβέβαιη ζήτηση που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Ο δεύτερος είναι πολύ σημαντικότερος και καθόρισε σε μεγάλο βαθμό τη συλλογιστική πορεία ολοκλήρωσης και μελέτης της διπλωματικής εργασίας και είναι η Ανάγκη Διακριτοποίησης, που θα αναλυθεί στο επόμενο κεφάλαιο. Με βάση την εμπειρία που κερδίσαμε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης αλλά

και τους στόχους του τελικού αποτελέσματος που θέσαμε (σύντομης διάρκειας βελτιστοποιήσεις), από πολύ νωρίς προέκυψε το συμπέρασμα ότι πιθανότατα θα είναι αναγκαία η μετάβαση από το αρχικό συνεχούς μορφής πρόβλημα σε ένα διακριτής μορφής πρόβλημα. Το συμπέρασμα αυτό αποτέλεσε το κίνητρο δημιουργίας κώδικα που τα στοιχεία του θα είναι εύκολα μεταβιβάσιμα στο διακριτής μορφής πρόβλημα προκειμένου να μπορούν να πραγματοποιηθούν πιθανές συγκρίσεις. Έτσι, η τελική απόφαση ως προς το είδος της κατανομής των ποσοστών παραδιδόμενης παραγγελίας των προμηθευτών ήταν η ομοιόμορφη κατανομή.

2.4 Αναξιόπιστοι Προμηθευτές

Οι αναξιόπιστοι προμηθευτές σαν χαρακτηριστικό της επέκτασης του μοντέλου που μελετάται δεν εμπεριέχουν μόνο το στοιχείο της αβεβαιότητας, το οποίο όπως προαναφέρθηκε μας οδηγεί σε μία πιο ρεαλιστική προσέγγιση του προβλήματος. Αλλά κατορθώνουν να συμπεριλάβουν μέσα στην πορεία της διαδικασίας κατά κάποιο τρόπο πιθανά ενδεχόμενα που θα συναντούσε κάποιος σε πραγματικές εφαρμογές Επιχειρησιακής Έρευνας, τα οποία μπορούν να διατυπωθούν με συνάφεια μέσα από αυτά τα ποσοστά παραδιδόμενης παραγγελίας. Το συγκεκριμένο είδος προμηθευτών αποτελεί μία από τις πιο κοινές μεθόδους επέκτασης του προβλήματος του «εφημεριδοπώλη» και βρίσκεται σε πάρα πολλές εφαρμογές Επιχειρησιακής Έρευνας. Ωστόσο πρέπει να αποσαφηνιστεί ότι η παράμετρος των αναξιόπιστων προμηθευτών στη φύση του μοντέλου δεν μπορεί να συνδεθεί ή να αξιοποιηθεί προκειμένου να συμπεριληφθούν παράμετροι όπως το Supply Disruption. Επιπλέον για την μεγαλύτερη κατανόηση της αναγκαιότητας ύπαρξης αναξιόπιστων προμηθευτών, μπορούμε να συλλογιστούμε ότι είναι σύνηθες οι προμηθευτές να μην παραδίδουν στους πωλητές πελάτες τους τις ποσότητες προϊόντων που ζητάνε σε περιπτώσεις όπου μέρος των παραδιδόμενων προϊόντων έχουν υποστεί φθορά ή δεν πληρούν όλα τα απαιτούμενα κριτήρια ποιότητας ούτως ώστε να μπορούν να διατεθούν στην επόμενη βαθμίδα της αγοράς.

2.5 Χρήση Εφεδρικού Προμηθευτή

Η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή αποτελεί μία από τις συνηθέστερες μεθόδους αντιμετώπισης των προβλημάτων που δημιουργούνται μέσα στο μοντέλο και έχουν σαν συνέπεια τη δημιουργία έλλειψης στην ποσότητα προϊόντων που μπορεί να διαθέσει ο πωλητής στους πελάτες του. Στην παρούσα επέκταση το ανάλογο πρόβλημα δημιουργείται αποκλειστικά από τους αναξιόπιστους κύριους προμηθευτές και ο εφεδρικός καλείται να το αντισταθμίσει. Η αντισταθμιση επιτυγχάνεται μέσω της αξιοπιστίας του, δηλαδή μέσω του ότι το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητάς του στον πωλητή είναι μονίμως 100%. Όπως είχε προαναφερθεί τα χαρακτηριστικά του διαφέρουν από τους κύριους προμηθευτές, αλλά σε μεγαλύτερο βαθμό από ότι διαφέρουν τα χαρακτηριστικά του ενός κύριου προμηθευτή από τον άλλον κύριο προμηθευτή. Το κυριότερο χαρακτηριστικό είναι η ύπαρξη ενός επιπρόσθετου κόστους

εξασφάλισης, πέρα από το κόστος ανά μονάδα που αγοράζει ο πωλητής. Το κόστος ανά μονάδα που αγοράζει ο πωλητής είναι το χαρακτηριστικό που καθορίζει και διαφοροποιεί τον κάθε προμηθευτή από τους υπόλοιπους και στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι το μοναδικό χαρακτηριστικό των κύριων προμηθευτών. Το κόστος εξασφάλισης ή κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας, είναι το δεύτερο χαρακτηριστικό του εφεδρικού προμηθευτή και αντιπροσωπεύει από την μία μεριά το αντίτιμο που πρέπει να καταβάλει ο πωλητής για την αξιοπιστία του εφεδρικού προμηθευτή και από την άλλη μεριά την καταβολή εγγύησης για τις μονάδες που θα παραλάβει. Θα μπορούσαν προφανώς να δοθούν επιπρόσθετες ερμηνείες σχετικά με το κόστος εξασφάλισης, αλλά οι τελευταίες εξαρτώνται αποκλειστικά από την φύση και τα χαρακτηριστικά της εφαρμογής που θα μπορούσαμε να μελετάμε. Στην παρούσα επέκταση, προκειμένου να τηρηθεί το γενικότερο πλαίσιο, το κόστος εξασφάλισης έχει την ερμηνεία που αναφέρθηκε νωρίτερα.

3. Μαθηματικό Μοντέλο

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί τον κορμό της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Σε αυτό το μέρος παρουσιάζεται και αναλύεται η συλλογιστική πορεία που ακολουθήθηκε ώστε ξεκινώντας με το μαθηματικό μοντέλο των εξισώσεων που περιγράφουν τη φύση της επέκτασης του προβλήματος του «εφημεριδοπώλη» που πραγματευόμαστε, να καταλήξουμε σε έναν κώδικα περιβάλλοντος MATLAB που θα παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα σε σύντομη χρονική διάρκεια.

3.1 Παράμετροι και Εξισώσεις

Η ανάλυση θα ξεκινήσει με την περιγραφή των στοιχείων που απαρτίζουν το μαθηματικό μοντέλο που μας διατέθηκε. Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο πρώτος στόχος αυτού του μοντέλου είναι η δημιουργία ενός γενικότερου πλαισίου, το οποίο θα μπορεί να είναι αρκετά ευέλικτο για να χρησιμοποιηθεί από το μέγιστο δυνατό εύρος εφαρμογών αυτής της μορφής. Κοινώς, στόχος είναι η επίτευξη της παραμετροποίησης και εν συνεχεία η ίδια νοοτροπία πρέπει να αποτελεί πυλώνα του κώδικα βελτιστοποίησης.

Αρχικά ορίζουμε τις παραμέτρους του προβλήματος, με βάση τις υποθέσεις και τις περιγραφές που πραγματοποιήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο:

X : Αποτελεί τη ζήτηση των πελατών του πωλητή και είναι μία συνεχής τυχαία μεταβλητή.

f : Αποτελεί τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) της ζήτησης και καθορίζει ανάλογα με την κατανομή της ζήτησης που θα επιλεγεί. Με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε η μορφή της κατανομής που θα επιλεγεί είναι η κανονική.

Q_1, Q_2 : Αποτελούν τις ποσότητες παραγγελίας (σε μονάδες) που θα ανατεθούν στους κύριους προμηθευτές (1) και (2) αντίστοιχα.

u_1, u_2 : Αποτελούν τα ποσοστά παραδιδόμενης ποσότητας παραγγελίας από τους προμηθευτές (1) και (2) αντίστοιχα προς τον πωλητή. Είναι συνεχείς τυχαίες μεταβλητές μίας ομοιόμορφης κατανομής η οποία θα οριστεί στη συνέχεια.

g_1, g_2 : Αποτελούν τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (PDF) των συνεχών τυχαίων μεταβλητών των ποσοστών παραδιδόμενης ποσότητας παραγγελίας που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή.

K : Αποτελεί την εξασφαλισμένη ποσότητα από τον εφεδρικό προμηθευτή εκφρασμένη σε μονάδες.

c_R : Αποτελεί το κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας.

c_1, c_2 : Αποτελούν τα κόστη ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από τους κύριους προμηθευτές (1) και (2) αντίστοιχα.

c_E : Αποτελεί το κόστος ανά μονάδα αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή.

r : Αποτελεί την τιμή πώλησης ανά μονάδα, από τον πωλητή προς τους πελάτες του.

p : Αποτελεί το κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης.

h : Αποτελεί την τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα.

Αρχίζοντας να κατανοούμε τη μαθηματική φύση της επέκτασης, γίνεται αντιληπτή η ανάγκη ύπαρξης ενός λογικού περιορισμού:

$$h < c_i < (c_R + c_E) < r, i = 1,2$$

Όπου $c_i=c_1$ όταν $i=1$ και $c_i=c_2$ όταν $i=2$. Ο περιορισμός αυτός πρέπει να γίνεται αντιληπτός από τον χρήστη του κώδικα βελτιστοποίησης και να τηρείται σε κάθε δοκιμή όταν αλλάζουν οι τιμές των παραμέτρων.

Το πρόβλημα βρίσκεται στο να βρεθούν οι τιμές των Q_1 , Q_2 και K που να μεγιστοποιούν το αναμενόμενο κέρδος, το οποίο εκφράζεται μέσω μίας συνάρτησης $\Pi(Q_1, Q_2, K)$. Προκειμένου να υπολογιστεί το αναμενόμενο κέρδος, χρειάζεται να οριστεί μία συνάρτηση αναμενόμενων εσόδων $L(S, K)$. Όπου S είναι η συνολική ποσότητα μονάδων που έχει παραδοθεί από τους κύριους προμηθευτές (1) και (2).

Γνωρίζοντας ότι:

-Αν η ζήτηση είναι μικρότερη του S , δεν αγοράζεται τίποτα από τον εφεδρικό προμηθευτή και υπάρχει περίσσεια προϊόντος.

-Αν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από S και μπορεί να καλυφθεί από τον εφεδρικό προμηθευτή ($S+K$), αγοράζεται όσο χρειάζεται και δεν υπάρχει ούτε περίσσεια ούτε έλλειμα.

-Αν δεν μπορεί να καλυφθεί η ζήτηση ούτε μέσω της χρήσης του εφεδρικού προμηθευτή, αγοράζεται η ποσότητα K και υπάρχει έλλειμα.

Πλέον μπορεί να διατυπωθεί η συνάρτηση των εσόδων ως εξής:

$$\begin{aligned} L(S, K) = & \int_0^S [r * x + h * (S - x)] * f(x) * dx \\ & + \int_S^{S+K} [-c_E * (x - S) + r * x] * f(x) * dx \\ & + \int_{S+K}^{\infty} [-c_E * K + r * (S + K) - p * (x - S - K)] * f(x) * dx \end{aligned}$$

Η συνάρτηση του κέρδους προκύπτει από την αφαίρεση των μέσων αναμενόμενων κοστών από τα μέσα αναμενόμενα έσοδα. Επομένως προκύπτει:

$$\Pi(Q_1, Q_2, K) = E[L(Q_1 * u_1 + Q_2 * u_2, K)] - c_1 * Q_1 * E[u_1] - c_2 * Q_2 * E[u_2] - c_R * K$$

Όπου γνωρίζουμε ότι το $E[\alpha]$ συμβολίζει την μέση τιμή ενός α και η συνάρτηση συνεπάγεται:

$$\begin{aligned} \Pi(Q_1, Q_2, K) &= \\ &= \int_{u_1=0}^1 \int_{u_2=0}^1 L(Q_1 * u_1 + Q_2 * u_2, K) * g_1(u_1) * g_2(u_2) * du_2 * du_1 - \\ &\quad - c_1 * Q_1 * E[u_1] - c_2 * Q_2 * E[u_2] - c_R * K \end{aligned}$$

Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η έκφραση της ποσότητας που επιδιώκουμε να μεγιστοποιήσουμε, που είναι το αναμενόμενο κέρδος, συναρτήσει των βέλτιστων ποσοτήτων που ψάχνουμε να καθορίσουμε. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό ότι κατά την κατάστρωση του κώδικα βελτιστοποίησης θα χρειαστεί να δώσουμε σε αυτές τις τρεις ποσότητες κάποιες αρχικές τιμές και μέσω μίας ευρετικής επαναληπτικής μεθόδου θα επιδιωχθεί η εύρεση εκείνου του συνδυασμού που θα μεγιστοποιεί το αναμενόμενο κέρδος. Ο συνδυασμός αυτός θα αποτελέσει την βέλτιστη πολιτική ποσοτήτων προς παραγωγή.

3.2 Υποθέσεις

Οι υποθέσεις ή οι παραδοχές της επέκτασης που πραγματευόμαστε θα μπορούσαν να χωριστούν σε δύο είδη: τις Θεωρητικές και τις Προγραμματιστικές. Σε αυτή την ενότητα θα αναφερθούμε στις Προγραμματιστικές καθώς το θεωρητικό υπόβαθρο που καθορίζεται από τις Θεωρητικές υποθέσεις έχει αναλυθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Αρχικά πρέπει να γίνει λόγος για την κανονική κατανομή της ζήτησης. Γνωρίζουμε ότι για να οριστεί μία κανονική κατανομή απαιτούνται να είναι γνωστή η μέση τιμή καθώς και η τυπική απόκλιση. Αυτά τα δύο στοιχεία καθορίζουν σε πολύ μεγάλο βαθμό την έκβαση των τελικών αποτελεσμάτων. Για το λόγο αυτό πρέπει να επιλεγούν με τέτοιο τρόπο ούτως ώστε μεταξύ διαφορετικών πειραμάτων-βελτιστοποιήσεων, που διατηρούν όμως μέση τιμή και τυπική απόκλιση ίδιας τάξης μεγέθους, να μπορούν να πραγματοποιηθούν συγκρίσεις και να είναι εμφανείς οι αποκλίσεις. Ύστερα από μία μικρή σειρά δοκιμών, εύκολα καταλήξαμε ότι μέση τιμή=1500 και τυπική απόκλιση=300, είναι ικανοποιητικές τιμές καθώς παρέχουν αυξημένη εποπτεία αλλά και ρεαλιστικότητα. Σε αντίθεση με σημαντικά μικρότερες τιμές που καθιστούν τις πιθανές αποκλίσεις δυσδιάκριτες.

Συνέχεια έχει ο καθορισμός της ομοιόμορφης κατανομής των ποσοστών της παραδιδόμενης ποσότητας παραγγελίας. Το κομμάτι αυτό είναι μερικώς ευκολότερο στην κατανόηση, διότι πραγματεύεται ποσοστά. Γίνεται αντιληπτό ότι τα ποσοστά αυτά κυμαίνονται σε ένα διάστημα μεταξύ του 0% και του 100%. Επομένως η ορθότερη επιλογή είναι η διαμόρφωση μίας κατανομής με αρχή το 0 και τέλος το 1. Η κίνηση αυτή διασφαλίζει ότι θα αποφευχθούν περαιτέρω μετατροπές είτε εντός των συναρτήσεων του κώδικα είτε στο τέλος της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Επιπροσθέτως σημαντική κρίθηκε από πολύ νωρίς η τροποποίηση μέρους της συνάρτησης εσόδων L . Καθώς διαπιστώθηκε ότι δεν υπήρχε φυσική σημασία για το πρόβλημα, το άνω όριο του τρίτου κατά σειρά ολοκληρώματος να είναι το $+\infty$. Πέρα από το γεγονός ότι καθιστούσε την βελτιστοποίηση τραγικά χρονοβόρα και τις περισσότερες φορές μη πραγματοποιήσιμη. Επομένως αποφασίστηκε ότι μία συνεπής, μαθηματικά, τιμή για αυτό το άνω όριο είναι το διπλάσιο της μέσης τιμής. Κατ' αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η ακεραιότητα της σημασίας της συνάρτησης αλλά και η μέγιστη δυνατή ελαχιστοποίηση της επιβάρυνσης της συνάρτησης στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Επομένως καταλήξαμε στην συνάρτηση:

$$L(S, K) = \int_0^S [r * x + h * (S - x)] * f(x) * dx + \int_S^{S+K} [-c_E * (x - S) + r * x] * f(x) * dx + \int_{S+K}^{2 * \text{μέση τιμή}} [-c_E * K + r * (S + K) - p * (x - S - K)] * f(x) * dx$$

3.3 Επιλογή τιμών των Σταθερών Παραμέτρων

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται οι τιμές των σταθερών παραμέτρων που επιλέχθηκαν για την μελέτη της επέκτασης του μοντέλου που πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία. Σε πρώτο στάδιο οι τιμές αυτές επιλέχθηκαν ικανοποιώντας τον λογικό περιορισμό που διατυπώθηκε παραπάνω. Κατά δεύτερον αποτελούν απόρροια μίας σειράς δοκιμών-βελτιστοποιήσεων που σαν στόχο είχαν να μας παρέχουν τελικά αποτελέσματα με νόημα και από τα οποία να μπορούμε να εξάγουμε συμπεράσματα πάνω στην πολιτική των ποσοτήτων παραγγελίας ανά τους προμηθευτές. Η συλλογιστική πορεία απόφασης αυτών των τιμών είναι γνωστή στους κλάδους της επιστήμης του Προγραμματισμού ως Tuning και στηρίζεται στην πρακτική δοκιμής και σφάλματος σε συνδυασμό με παρατήρηση. Για να γίνει πιο κατανοητή η παραπάνω νοοτροπία μπορούμε να παραθέσουμε ένα απλό παράδειγμα.

Έστω ότι επιλέγουμε τιμές για τα c_E και c_R σημαντικά υψηλότερες των c_I και c_2 , προσέχοντας πάντα να τηρείται ο λογικός περιορισμός. Το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης θα είναι να ανατεθούν υψηλές παραγγελίες στους κύριους

προμηθευτές αλλά να μην ανατεθεί καμία μονάδα προς παραγγελία στον εφεδρικό προμηθευτή (π.χ. $Q_1=2000$ $Q_2=1700$ $K=0$). Το γεγονός αυτό έχει αρνητική επίπτωση στις μελέτες μας καθώς μελετάμε μία επέκταση κατά την οποία υπάρχει η ανάγκη χρήσης ενός εφεδρικού προμηθευτή. Επομένως δεν είναι συνεπές από μεριάς μας η δημιουργία συνθηκών οι οποίες καθιστούν τον εφεδρικό προμηθευτή οικονομικά ασύμφορο για τον πωλητή.

Το παραπάνω παράδειγμα αποτέλεσε τον κυριότερο άξονα, στον οποίο βασίστηκε το Tuning. Καθώς δεν εντοπίστηκε κάποιο άλλο ζήτημα, ως προς άλλη σταθερή παράμετρο, που να μας αλλοιώνει σε ανάλογο βαθμό τη δυνατότητα παρατήρησης. Συμπεράναμε λοιπόν ότι ο λογικός περιορισμός επιδράει δραστικά στην αποφυγή ανάλογων περιπτώσεων, πλην όμως της παραπάνω. Ωστόσο στην πορεία ανακαλύφθηκε ότι είναι καίριας σημασίας η επιλογή της τιμής για την σταθερά r , κρίθηκε όμως σκόπιμο να αναλυθεί αυτή η επιλογή στην τελευταία ενότητα αυτού του κεφαλαίου, 3.5 Αποφάσεις.

Επιπρόσθετα πρέπει να υπογραμμιστεί ότι οι τιμές που επιλέχθηκαν για τις σταθερές παραμέτρους του προβλήματος δεν είναι μόνιμες για κάθε πείραμα-βελτιστοποίηση. Στα Case Studies που θα ακολουθήσουν, θα εξετάσουμε την επίδραση της κάθε μίας από αυτές τις παραμέτρους πάνω στο τελικό αποτέλεσμα αλλάζοντας την τιμή της, διατηρώντας παράλληλα τις τιμές των υπολοίπων αμετάβλητες. Επίσης, οι τιμές που θα παρατεθούν αποφασίστηκαν και για το λόγο ότι ενώ η μία εκ του συνόλου άλλαζε κατά την πορεία των πειραμάτων, το συνολικό περιβάλλον τους μας παρείχε αποτελέσματα από τα οποία μπορούσαμε να αντλήσουμε τον επαρκή αριθμό πληροφοριών που χρειαζόμασταν ώστε να πραγματοποιηθεί η μελέτη και να εξαχθούν συμπεράσματα.

Καταληκτικά, οι ενδεικτικές τιμές των σταθερών παραμέτρων είναι:

h	5
c_1	6
c_2	7
c_R	3
c_E	7
r	40
p	5

3.4 Υποθέσεις Μοντελοποίησης και Βελτιστοποίησης

Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιαστούν τα σημαντικά στοιχεία των εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν κατά την ολοκλήρωση του κώδικα βελτιστοποίησης. Θα γίνει αναφορά στις αποφάσεις που πάρθηκαν καθώς και στις υποθέσεις που χρειάστηκαν να γίνουν στο συγκεκριμένο σκέλος του κώδικα.

Η ανάλυση θα γίνει ξεκινώντας από το γενικότερο εργαλείο βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκε και στη συνέχεια θα επεκταθούμε στις ιδιότητες που προσαρμόσαμε προκειμένου να επιτύχουμε επιθυμητά αποτελέσματα.

Όπως αναφέρθηκε και πρωτίτερα ο λογικότερος τρόπος εύρεσης της βέλτιστης πολιτικής των παραγγελιών είναι μέσω μίας επαναληπτικής ευρετικής διαδικασίας, που θα απαιτεί σαν εισαγωγή (input), κάποιες αρχικές τιμές για τις μεταβλητές που επιδιώκουμε να βελτιστοποιήσουμε και μέσω της συνάρτησης ($\Pi(Q_1, Q_2, K)$) θα ελέγχεται ποιος συνδυασμός δίνει το καλύτερο αποτέλεσμα. Αναζητώντας τα σχετικά εργαλεία από την βιβλιοθήκη του MATLAB, αποφασίστηκε ότι το βολικότερο για την περίπτωση μας είναι το patternsearch. Δουλειά αυτού του εργαλείου είναι μέσω των αρχικών τιμών να δημιουργήσει αρχικά ένα mesh επιλογών, όπου σε κάθε θέση του mesh υπάρχει ένας δυνατός συνδυασμός τιμών για τις μεταβλητές που βελτιστοποιούμε. Στη συνέχεια το patternsearch εξετάζει τον κάθε συνδυασμό με τη σειρά, αναζητώντας εκείνον που θα παρέχει το μικρότερο αποτέλεσμα. Για το λόγο αυτό, όταν το χρησιμοποιούμε εισάγουμε σαν συνάρτηση την $-\Pi(Q_1, Q_2, K)$ και το τελικό αποτέλεσμα του κέρδους θα είναι το αποτέλεσμα που θα εξάγει το patternsearch με ένα “-” μπροστά του. Το συγκεκριμένο εργαλείο απαιτεί εκτός από την εισαγωγή ενός συνόλου επιλογών (options), που θα συζητηθούν στη συνέχεια, ένα σύνολο περιορισμών (λογικών). Στην περίπτωση της επέκτασης που πραγματευόμαστε ο μόνος απαραίτητος περιορισμός είναι το να μην επιτραπεί κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων οι μεταβλητές Q_1, Q_2, K να πάρουν τιμή μικρότερη του μηδενός. Αυτό είναι σχεδόν προφανές καθώς μιλάμε για ποσοότητες μονάδων οι οποίες δεν μπορούν να λαμβάνουν αρνητική τιμή.

Θα συνεχίσουμε τώρα στην ανάλυση των επιλογών (options) που καθορίζουν τόσο τον τρόπο λειτουργίας της επαναληπτικής διαδικασίας βελτιστοποίησης, όσο και τη στιγμή τερματισμού της, που αποτελεί χαρακτηριστικό ύψιστης σημασίας.

Η πρώτη απόφαση που πάρθηκε σε αυτό το κομμάτι αφορούσε την «σχολαστικότητα» που θέλαμε να έχει το patternsearch. Το patternsearch, όπως αναφέραμε, εξετάζει με τη σειρά του συνδυασμούς του mesh που έχει δημιουργήσει αναζητώντας εκείνον που προσφέρει την μικρότερη τιμή συνάρτησης. Αυτή η τιμή πρέπει να είναι μικρότερη από την τελική τιμή της προηγούμενης επανάληψης. Οπότε μόλις το patternsearch εντοπίσει τον πρώτο συνδυασμό που προσφέρει μικρότερη τιμή συνάρτησης από την προηγούμενη επανάληψη, σταματάει και προχωράει στην επόμενη επανάληψη, ασχέτως αν έχουν απομείνει και άλλοι συνδυασμοί προς εξέταση. Προκειμένου λοιπόν να πετύχουμε την χαμηλότερη δυνατή τιμή συνάρτησης σε κάθε επανάληψη (ή αλλιώς το υψηλότερο κέρδος σε κάθε επανάληψη), έπρεπε να κατευθύνουμε το patternsearch

να ελέγχει όλους τους συνδυασμούς του mesh που δημιουργεί σε κάθε επανάληψη και ύστερα να επιλέγει εκείνον που να παρέχει τη χαμηλότερη τιμή συνάρτησης. Αυτό το πετυχαίνει η επιλογή του UseCompletePoll. Εύκολα μπορούμε να αντιληφθούμε εντούτοις, ότι το κόστος αυτής της «σχολαστικότητας» είναι βραδύτερη ολοκλήρωση της κάθε επανάληψης, συνεπώς μεγαλύτερος χρόνος εκπλήρωσης της βελτιστοποίησης.

Από τις πρώτες κιόλας βελτιστοποιήσεις έγινε μία καθοριστική παρατήρηση ως προς την πορεία των επαναλήψεων. Από κάποιο σημείο και έπειτα το patternsearch πραγματοποιούσε επαναλήψεις για να εντοπίσει την μικρότερη τιμή συνάρτησης μεταξύ επαναλήψεων που είχαν σαν αποτέλεσμα, τιμές συνάρτησης που διαφέρανε από το 5^ο δεκαδικό και κάτω. Οι αποκλίσεις αυτές εύκολα μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες καθώς το tuning που έχουμε εφαρμόσει μας δίνει τιμές της τάξης των χιλιάδων μονάδων (χρηματικών ή ποσότητας). Επομένως έπρεπε να εντοπιστεί από ποια απόκλιση και έπειτα δεν έχει σημασία να συνεχίζει η επαναληπτική διαδικασία βελτιστοποίησης. Ύστερα από μία σειρά δοκιμών, καταλήξαμε ότι μία κατάλληλη τιμή, που εξοικονομεί πλήθος πολλών επαναλήψεων αλλά και διατηρεί στο μεγαλύτερο βαθμό την βέλτιστη δυνατή λύση, είναι η απόκλιση τάξεως $8e-04$. Αυτό σημαίνει ότι όταν το patternsearch εντοπίσει μία τιμή συνάρτησης που να είναι μικρότερη από την τιμή συνάρτησης της προηγούμενης επανάληψης κατά $< 8e-04$, τότε τερματίζει την επαναληπτική διαδικασία βελτιστοποίησης και εξάγει τα τελικά αποτελέσματα. Η εντολή αυτή επιτυγχάνεται μέσω της επιλογής του MeshTolerance ίσο με $8e-04$.

Ύστερα από την ανάλυση των επιλογών (options) σχετικά με την «σχολαστικότητα» και τη συνθήκη τερματισμού, σειρά έχει η επιλογή των αρχικών τιμών των μεταβλητών βελτιστοποίησης, δηλαδή των $Q1st$, $Q2st$, Kst (εντός του κώδικα). Κανονικά θα έπρεπε να πραγματοποιηθεί ξεχωριστό tuning για αυτές τις τιμές, όμως από την αρχή των case studies παρατηρήθηκε ότι δεν έχουν τόσο βαρύτατη σημασία. Ο λόγος είναι ότι στην παρούσα διπλωματική εργασία καλούμαστε να πειραματιζόμαστε γύρω από την επίδραση των παραμέτρων του προβλήματος, αυτό προϋποθέτει επαναλαμβανόμενη αλλαγή των τιμών με αποτέλεσμα να μην είναι εφικτή η βέλτιστη πρόβλεψη για τις αρχικές τιμές των μεταβλητών βελτιστοποίησης.

Ο λόγος ενασχόλησης γύρω από αυτές τις αρχικές τιμές είναι το ότι, όσο πιο κοντά βρίσκονται στις τελικές τιμές που εξάγονται από την βελτιστοποίηση, τόσο λιγότερες επαναλήψεις απαιτούνται για την διεκπεραίωση της τελευταίας.

Συνεπώς καταλήξαμε σε κάποιες ενδεικτικές τιμές, οι οποίες αποτελούν απόρροια απλής λογικής και επίβλεψης των αποτελεσμάτων διάφορων δοκιμών:

$Q1st$	1500=μέση τιμή
$Q2st$	1500=μέση τιμή
Kst	300

Μπορούμε ωστόσο να αντιληφθούμε εύκολα ότι το Kst πρέπει να είναι σημαντικά μικρότερο των υπολοίπων καθώς ο εφεδρικός προμηθευτής είναι ακριβότερος και συνεπώς λιγότερο αξιοποιήσιμος.

3.5 Αποφάσεις

Η παρούσα ενότητα αποτελεί ίσως το σημαντικότερο τμήμα του παρόντος κεφαλαίου, καθώς παραθέτει την τελευταία και ουσιαστικότερη επιλογή τιμής, της σταθερής παραμέτρου r , αλλά ολοκληρώνει την ανάλυση της συλλογιστικής πορείας που ακολουθήθηκε προκειμένου να ικανοποιηθούν και οι τελευταίοι στόχοι της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Κλείνοντας την ευρεία ενότητα των σταθερών παραμέτρων της επέκτασης, θα αναφερθούμε στην παράμετρο r . Από τις πρώτες κιόλας δοκιμές εντοπίστηκε το ζήτημα της «μη-αξιοποίησης» του εφεδρικού προμηθευτή, όπως αναφέρθηκε στο σχετικό παράδειγμα στην ενότητα 3.3. Παρατηρήθηκε ότι η αιτία αυτού του ζητήματος δεν ήταν μόνο οι πιθανώς υψηλές τιμές που κατείχαν οι σταθερές παράμετροι c_R και c_E , αλλά ήταν και η αρχικά δοσμένη τιμή για την σταθερή παράμετρο r , η οποία είχε επιλεγεί με μόνο κριτήριο την τήρηση του λογικού περιορισμού που παρατέθηκε στην ενότητα 3.1. Κοινώς διαπιστώθηκε ύστερα από μία σειρά δοκιμών, ότι ο πωλητής έπρεπε να πουλάει τις μονάδες προϊόντος στους πελάτες σε σημαντικά υψηλότερη τιμή από την τιμή που κατέβαλε στους προμηθευτές, ούτως ώστε όχι μόνο να διασφαλίζει κέρδος για την επιχείρησή του αλλά και να του είναι «χρήσιμος» ο εφεδρικός προμηθευτής. Δημιουργήθηκε λοιπόν το ζήτημα της επιλογής μίας τέτοιας τιμής που και θα εξασφαλίζει την αναγκαιότητα του εφεδρικού προμηθευτή (ώστε να έχει νόημα η μελέτη της συγκεκριμένης επέκτασης) αλλά και που δεν θα ξεπερνάει τα όρια του φυσιολογικού, καθώς επιδιώκουμε την μέγιστη δυνατή προσέγγιση της πραγματικότητας. Μία τιμή που φάνηκε ικανοποιητική σχεδόν για κάθε δοκιμή κάθε ενός από τα case studies, που θα παρατεθούν στο επόμενο κεφάλαιο, ήταν η τιμή για $r=40$. Προφανώς, με βάση όσα διατυπώθηκαν, η τιμή θα μπορούσε να είναι υψηλότερη παρέχοντας καλύτερης μορφής αποτελέσματα, αλλά όπως αναφέραμε απαιτείται η κατά το μέγιστο ρεαλιστική προσέγγιση της κάθε μελέτης.

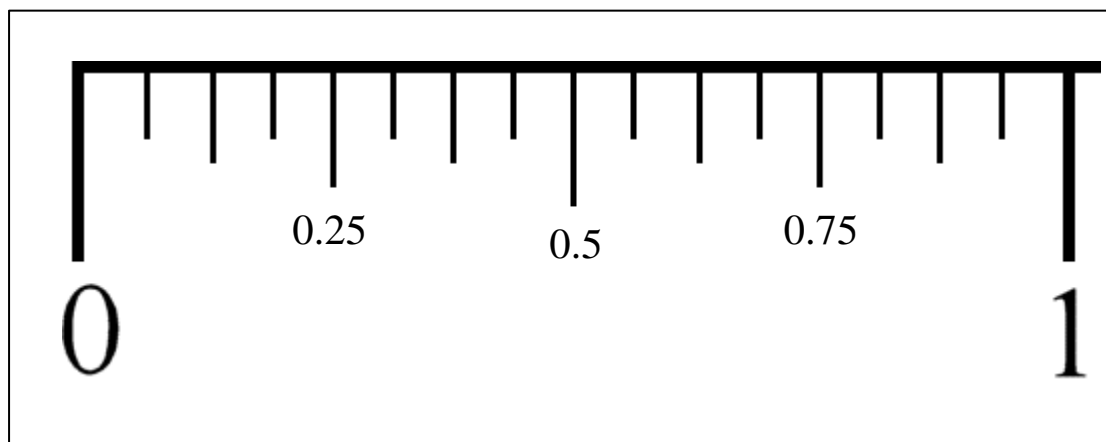
3.5.1 Διακριτοποίηση

Ύστερα από όλα τα παραπάνω, παρέμενε ένα μόνο εμπόδιο στην πλήρη ολοκλήρωση των στόχων της παρούσα διπλωματικής εργασίας και αυτό ήταν ο συνολικός χρόνος που χρειαζόταν για να ολοκληρωθεί η κάθε δοκιμή-βελτιστοποίηση. Σχεδόν κάθε δοκιμή που επιτελέστηκε για τους ανωτέρω στόχους απαιτούσε μία χρονική διάρκεια μεταξύ 2,5 έως 5 ωρών για την ολοκλήρωσή της, ενώ συχνό ήταν το φαινόμενο απαίτησης μέχρι και 8 ωρών, στην περίπτωση που ο ίδιος υπολογιστής είχε χρησιμοποιηθεί για μεγάλο πλήθος βελτιστοποιήσεων πρωτύρα. Ο τρόπος επίλυσης

του ζητήματος απαιτούσε την δραστική μετατροπή του κώδικα, προκειμένου να «ελαφρύνουμε» τον κώδικα βελτιστοποίησης, καθώς δεν υπήρχε η δυνατότητα αξιοποίησης υψηλότερης υπολογιστικής ισχύος. Στο σημείο αυτό πρέπει να παρατεθεί ότι το ενδεχόμενο ενός τέτοιου σεναρίου είχε υποτεθεί από τα πρώτα κιάλας στάδια λειτουργίας του κώδικα βελτιστοποίησης.

Η μέθοδος επίλυσης του προβλήματος και μετατροπής του κώδικα βελτιστοποίησης που αποφασίστηκε να ακολουθηθεί ήταν η μέθοδο της Διακριτοποίησης, όπως ορίζεται από την επιστήμη της Στατιστικής. Η τακτική αυτή αποτελεί ένα σύνηθες εργαλείο στον τομέα του προγραμματισμού και βρίσκει εφαρμογή σε πολλά προβλήματα διαφόρων επιστημών. Στην περίπτωση μας η μέθοδος αυτή μπορεί να αναλυθεί σε δύο μέρη: το Μαθηματικό και το Προγραμματιστικό. Ο λόγος αυτού του διαχωρισμού είναι αποκλειστικά για λόγους κατανόησης.

Ως προς το Μαθηματικό μέρος, η Διακριτοποίηση απαιτεί την μετατροπή των συνεχών συνόλων σε σύνολα με πεπερασμένο αριθμό διακριτών τμημάτων. Εστιάστηκε λοιπόν το ενδιαφέρον στο βαρύτερο σκέλος του κώδικα, που δεν ήταν άλλο από το διπλό ολοκλήρωμα της συνάρτησης του κέρδους Π . Προκειμένου να επιτευχθεί η διακριτοποίηση, έπρεπε αυτό το διπλό ολοκλήρωμα να μετατραπεί σε ένα διπλό άθροισμα, κατά τον τρόπο που ορίζει η Στατιστική. Για να πραγματοποιηθεί όμως το τελευταίο, είναι αναγκαία η μετατροπή των u_1 και u_2 , από συνεχείς τυχαίες μεταβλητές σε διακριτές. Αυτό κατορθώνεται ως εξής:



Σχήμα 3.1: Αναπαράσταση Διακριτοποίησης

Λαμβάνουμε αρχικά το διάστημα των προαναφερθέντων τυχαίων μεταβλητών $([0,1])$, εν συνεχεία το «σπάμε» σε διαστήματα ίσου μήκους. Τώρα το κάθε διάστημα έχει την ανάγκη να αποκτήσει μία ταυτότητα προσδιορισμού κατά κάποιο τρόπο, επομένως επιλέγουμε ως ορθότερο τρόπο αντιπροσώπευσής του την μέση του τιμή. Κατόπιν συνδέουμε την κάθε μία μέση τιμή με την πιθανότητα ολόκληρου του διαστήματος στο οποίο ανήκει. Εφόσον έχουμε ομοιόμορφη κατανομή η κάθε μία μέση τιμή θα κατέχει την ίδια πιθανότητα με τις υπόλοιπες, εφόσον κιάλας το κάθε διάστημα είναι ίσο σε μήκος με τα υπόλοιπα.

Στο σημείο αυτό μπορούμε να παραθέσουμε ένα ενδεικτικό παράδειγμα για την πλήρη κατανόηση της μεθόδου με βάση το Σχήμα 3.1. Έστω ότι θέλουμε να διακριτοποιήσουμε το διάστημα $[0,1]$, σε δύο διαστήματα. Το αρχικό διάστημα θα

«σπάσει» στα διαστήματα $[0,0.5]$ και $[0.5,1]$. Εύκολα μπορούμε να διακρίνουμε ότι η μέση τιμή του πρώτου διαστήματος είναι το 0.25, ενώ του δεύτερου το 0.75. Εφόσον έχουμε δύο διαστήματα αντιλαμβανόμαστε ότι η πιθανότητα του κάθε διαστήματος θα είναι το 50%, επομένως καταλήγουμε να έχουμε την τιμή 0.25 με 50% πιθανότητα και την τιμή 0.75 με 50%. Για μεγαλύτερο πλήθος διαστημάτων, βρίσκουμε την πιθανότητα του κάθε διαστήματος διαιρώντας τη μονάδα (1) με το πλήθος των διαστημάτων.

Πλέον καθίσταται εύκολη η ανάλυση του Προγραμματιστικού μέρους. Αντιλαμβανόμαστε, με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε και το ενδεικτικό παράδειγμα, ότι με βάση το πλήθος των ίσου μεγέθους διαστημάτων καθορίζονται ανάλογα οι σταθερές τιμές που θα λαμβάνουν οι g_1 και g_2 , ενώ οι πρώην τυχαίες συνεχείς μεταβλητές u_1 και u_2 , πλέον αντιπροσωπεύουν τις μέσες τιμές των διαστημάτων που ορίζουμε. Ως προς τις τελευταίες, μπορούν να παρασχεθούν εύκολα στον κώδικα βελτιστοποίησης μέσω της χρήσης παραμετρικών πινάκων. Η προκειμένη παραμετροποίηση επιτυγχάνεται καθορίζοντας μία σταθερά παράμετρο *step*, η οποία υπολογίζεται διαιρώντας το μήκος του συνολικού διαστήματος με το πλήθος των επιμέρους διαστημάτων διακριτοποίησης.

Το επόμενο ερώτημα που γεννάται είναι σχετικά με το αναγκαίο πλήθος διαστημάτων. Το τελικό στάδιο της διακριτοποίησης σχετίζεται με ένα καινούργιο tuning ως προς τον αριθμό των διαστημάτων, διότι πρέπει να εξασφαλιστεί ότι θα επιτύχουμε σημαντική ελάττωση του χρόνου ολοκλήρωσης της βελτιστοποίησης αλλά όχι εις βάρος μίας σημαντικής απόκλισης των τελικών αποτελεσμάτων, αναφορικά με την βέλτιστη τιμή της συνάρτησης κέρδους. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι είναι πρακτικά αδύνατο ο νέος «διακριτός» κώδικας βελτιστοποίησης να επιτύχει το ακριβώς ίδιο βέλτιστο αποτέλεσμα κέρδους, σε σχέση με τον αρχικό «συνεχή» κώδικα βελτιστοποίησης. Είναι λοιπόν να αναγκαίο να επιτύχουμε μία σημαντικά μικρή ποσοστιαία απόκλιση μεταξύ των δύο και αυτό επιτυγχάνεται όσο αυξάνουμε το πλήθος των διαστημάτων της διακριτοποίησης. Κοινώς όσο περισσότερα τα διαστήματα, τόσο πιο πολύ ταυτίζονται «συνεχές» και διακριτό μοντέλο, όμως ταυτόχρονα αυξάνεται ο απαιτούμενος χρόνος ολοκλήρωσης της βελτιστοποίησης.

Ύστερα από μία σειρά δοκιμών πάρθηκε η απόφαση χρησιμοποίησης 40 διαστημάτων. Το συγκεκριμένο πλήθος μας διασφάλισε βελτιστοποιήσεις που ολοκληρώνονται κατά μέσο όρο εντός μίας διάρκειας 20 λεπτών και με σχεδόν αμελητέα ποσοστιαία απόκλιση μεταξύ του «διακριτού» και του «συνεχή» κώδικα βελτιστοποίησης. Χαρακτηριστικά, επιτελέστηκαν συγκρίσεις κατά την ολοκλήρωση των case studies σε μερικά από αυτά. Όπου δοκιμάστηκε, από το κάθε case study που επιλέχθηκε, εκείνη η βελτιστοποίηση που απέφερε το μέγιστο κέρδος μεταξύ των υπολοίπων, να συγκριθεί με την αντίστοιχη βελτιστοποίηση που θα πραγματοποιούταν εντός του «συνεχή» κώδικα βελτιστοποίησης. Παραθέτουμε λοιπόν για κάθε case study που επιλέχθηκε την ποσοστιαία απόκλιση μεταξύ των τελικών τιμών του κέρδους ανάμεσα στον «διακριτό» και τον «συνεχή» κώδικα βελτιστοποίησης:

<i>Case Studies:</i>	<i>Ποσοστιαία απόκλιση</i>
<i>Case Study (2)</i>	<i>1.59e-03 %</i>
<i>Case Study (3)</i>	<i>1.5e-03 %</i>
<i>Case Study (4)</i>	<i>4.33e-03 %</i>
<i>Case Study (5)</i>	<i>3.9e-02 %</i>

Εύκολα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι συγκεκριμένες αποκλίσεις είναι αμελητέες. Για περισσότερη κατανόηση, οι τιμές του κέρδους είναι της τάξεως των δεκάδων ή και εκατοντάδων χιλιάδων μονάδων και διαφέρουν μεταξύ τους από 1 έως 20 (το μέγιστο) μονάδες.

4. Case Studies

Το παρόν κεφάλαιο αποτελεί το τελευταίο κομμάτι της μελέτης στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Όπως αναφέρθηκε και πρωτύτερα, ένας από τους στόχους που τέθηκαν ήταν η μελέτη της συμπεριφοράς του μοντέλου. Για να το επιτύχουμε αυτό, καθορίσαμε μία σειρά πειραμάτων, ή αλλιώς case studies, όπου το κάθε ένα αποτελείται σχεδόν από δέκα δοκιμές-βελτιστοποιήσεις. Σε κάθε case study, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται σε μία παράμετρο του προβλήματος, η οποία σε κάθε δοκιμή-βελτιστοποίηση λαμβάνει διαφορετική τιμή, ενώ όλες οι υπόλοιπες παράμετροι παραμένουν σταθερές για όλες τις δοκιμές του case study. Με αυτόν τον τρόπο, είμαστε σε θέση να παρατηρήσουμε τη δυναμική που έχει η συγκεκριμένη παράμετρος στην έκβαση της βελτιστοποίησης. Επίσης, οι τιμές που θα λαμβάνει η συγκεκριμένη παράμετρος σε όλη την έκταση του case study, επιλέγονται κατά βάση με τέτοιο τρόπο ώστε να μας παρέχουν «χρήσιμα» αποτελέσματα, μέσω των οποίων θα έχουμε τη δυνατότητα να εξάγουμε συμπεράσματα. Επιπλέον, θα πρέπει να τονίσουμε ότι το κύριο κριτήριο επιλογής των τιμών, βασίστηκε στην εμπειρία καταφέραμε να συγκεντρώσουμε ως τώρα από όλες τις δοκιμές και τα tuning που πραγματοποιήσαμε.

Καταλήξαμε λοιπόν στην πραγματοποίηση εννέα πειραμάτων-case study. Νοητά μπορούμε να τα κατατάξουμε σε δύο ενότητες. Η πρώτη περιλαμβάνει τα πρώτα πέντε case studies, τα οποία επικεντρώνονται στις καθαρά σταθερές παραμέτρους του προβλήματος. Ενώ η δεύτερη ενότητα περιλαμβάνει τα τελευταία τέσσερα case studies, που εστιάζουν στην επιρροή που ασκούν διάφορες μεταβολές που έχουν να κάνουν με τις κατανομές της ζήτησης και των ποσοστών παραδιδόμενης παραγγελίας. Τέλος σε κάθε case study επικεντρωνόμαστε στο πώς μεταβάλλεται η βέλτιστη τιμή του κέρδους μετά την ολοκλήρωση της κάθε βελτιστοποίησης (*Peval*), αλλά και πώς μεταβάλλονται οι τελικές βέλτιστες τιμές των ποσοτήτων παραγγελίας μετά την ολοκλήρωση της κάθε βελτιστοποίησης (*Q1val*, *Q2val*, *Kval*).

Επίσης διευκρινίζεται ότι *mu* και *sigma*, υποδηλώνουν την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση αντίστοιχα της κανονικής κατανομής της ζήτησης.

4.1 1° Case Study: Μεταβολή του c_E

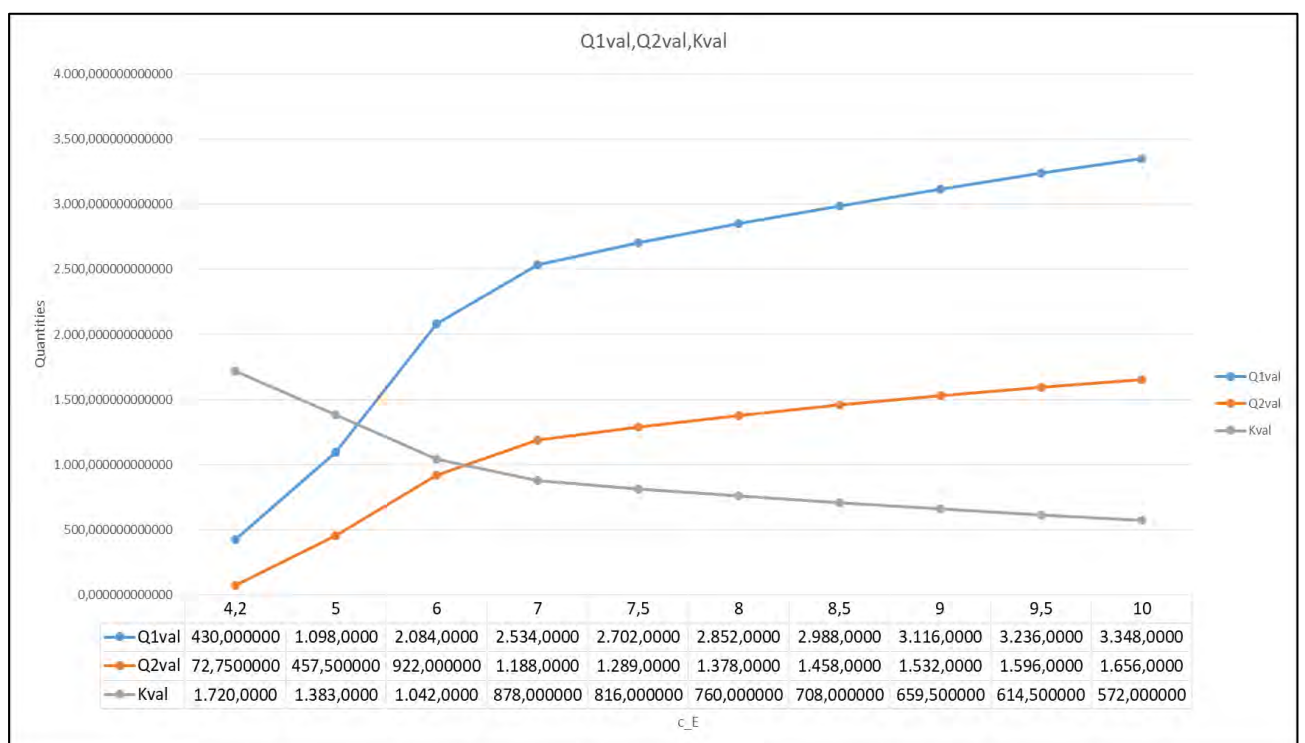
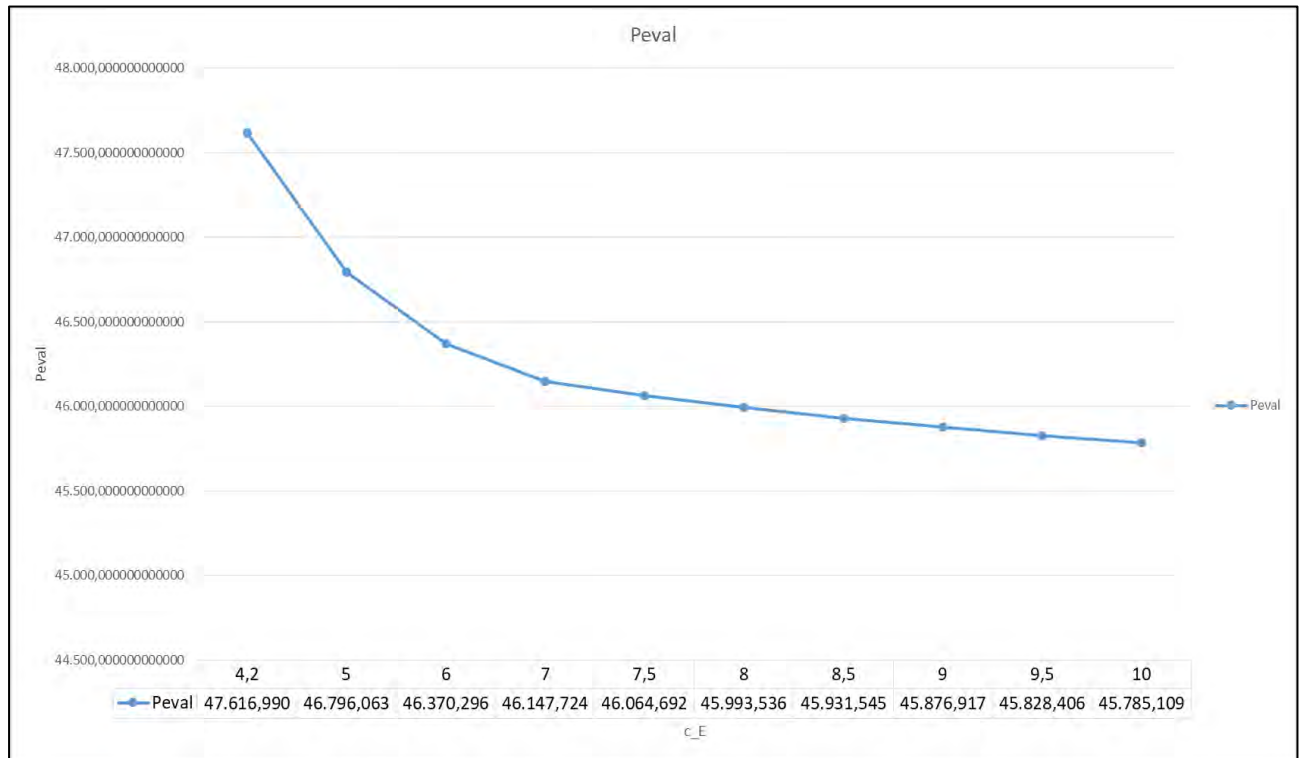
Στο παρόν case study, θα μελετηθεί η μεταβολή του c_E , όπου θα ξεκινήσουμε τη μελέτη με μία τιμή τέτοια ώστε να τηρείται οριακά ο λογικός περιορισμός της ενότητας 3.1 ($\max\{c_1, c_2\} \approx c_R + c_E$), και θα συνεχίσουμε προσδίδοντας κάθε φορά μία μεγαλύτερη τιμή στην σταθερή παράμετρο.

Αρχικά παραθέτουμε τον πίνακα των αποτελεσμάτων, χωρισμένο σε δύο σκέλη.

test	1	2	3	4	5
duration of test	3431sec	1443sec	810sec	574sec	615sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c _R	3	3	3	3	3
c _E	4,2	5	6	7	7,5
r	40	40	40	40	40
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	277	119	65	49	51
Q1val	430,000000000000	1.098,000000000000	2.084,000000000000	2.534,000000000000	2.702,000000000000
Q2val	72,75000000000000	457,50000000000000	922,00000000000000	1.188,00000000000000	1.289,00000000000000
Kval	1.720,00000000000000	1.383,00000000000000	1.042,00000000000000	878,00000000000000	816,00000000000000
Peval	47.616,990965310400	46.796,063359393700	46.370,296686237900	46.147,724955989000	46.064,692730826700
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

test	6	7	8	9	10
duration of test	529sec	566sec	482sec	468sec	563sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c _R	3	3	3	3	3
c _E	8	8,5	9	9,5	10
r	40	40	40	40	40
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	45	47	41	39	47
Q1val	2.852,00000000000000	2.988,00000000000000	3.116,00000000000000	3.236,00000000000000	3.348,00000000000000
Q2val	1.378,00000000000000	1.458,00000000000000	1.532,00000000000000	1.596,00000000000000	1.656,00000000000000
Kval	760,00000000000000	708,00000000000000	659,50000000000000	614,50000000000000	572,00000000000000
Peval	45.993,536482804000	45.931,545140409300	45.876,917942283300	45.828,406958902200	45.785,109054143300
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

Με βάση τον παραπάνω πίνακα είμαστε σε θέση να κατασκευάσουμε διαγράμματα για την καλύτερη κατανόηση της πορείας των αποτελεσμάτων.



Συμπερασματικά παρατηρούμε ότι καθώς το c_E αυξάνεται το κέρδος του πωλητή μειώνεται, ενώ ταυτόχρονα οι ποσότητες παραγγελίας προς τους κύριους προμηθευτές (1) και (2) αυξάνονται. Το τελευταίο γεγονός προκαλεί την μείωση της εξασφαλισμένης ποσότητας από τον εφεδρικό προμηθευτή.

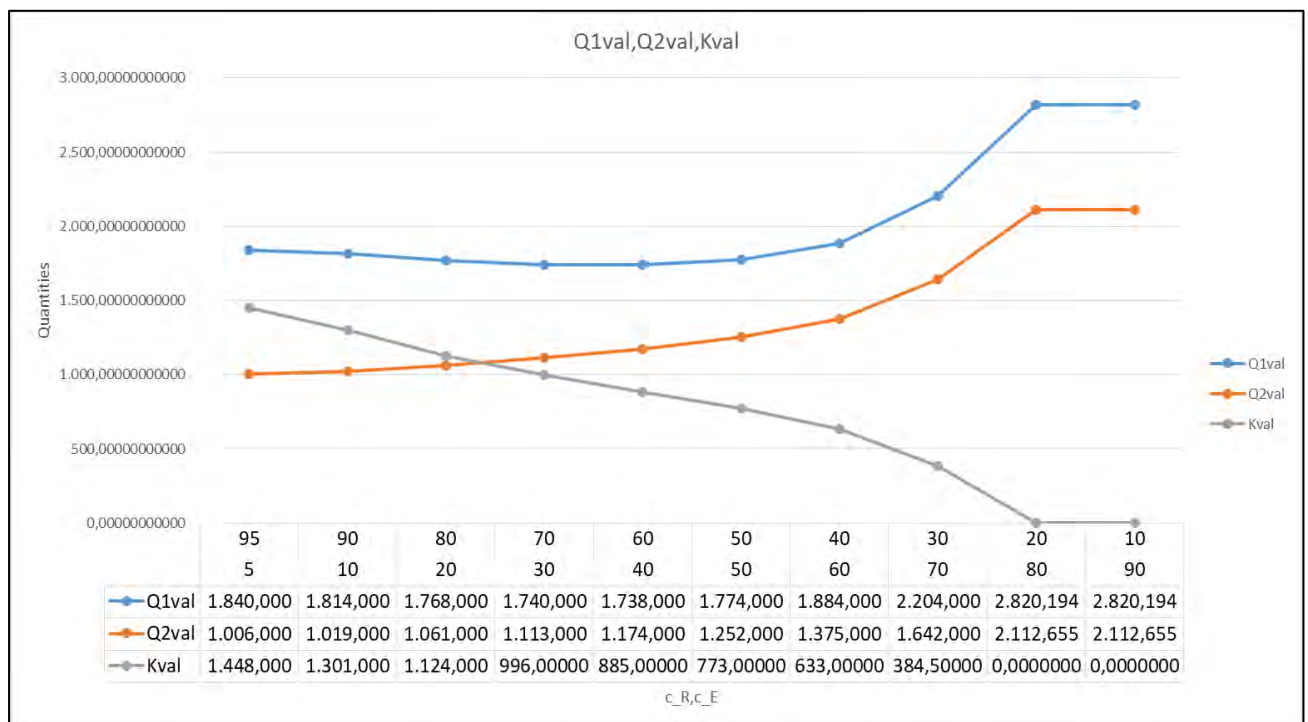
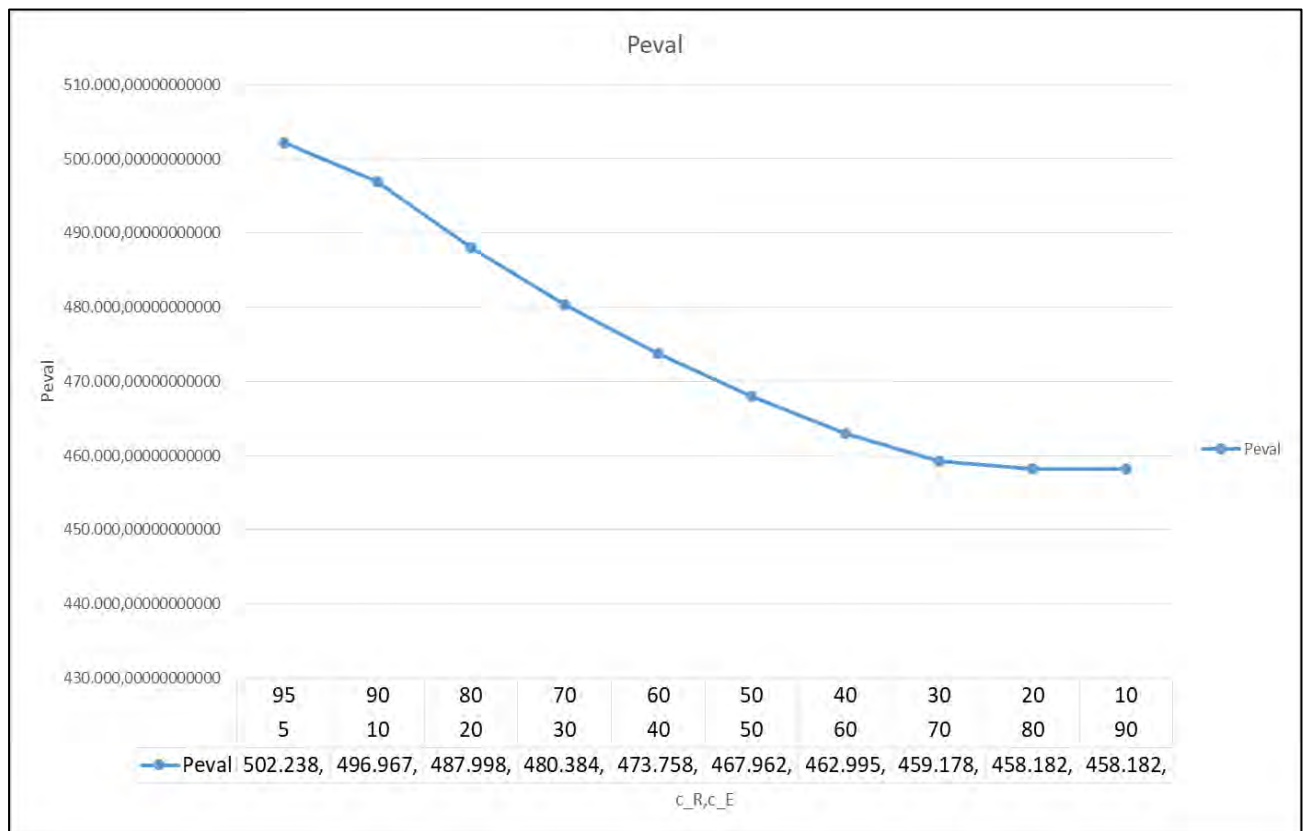
4.2.2° Case Study: Αναλογία μεταξύ c_E και c_R

Στο σημείο αυτό θα ασχοληθούμε με την επίδραση της αλλαγής της αναλογίας μεταξύ των c_E και c_R , διατηρώντας ταυτόχρονα το άθροισμα τους σταθερό. Για την ευκολότερη κατανόηση του πειράματος όλες οι τιμές των παραμέτρων πολλαπλασιάστηκα κατά τέτοιο τρόπο που τα c_E και c_R να φαίνονται σαν ποσοστά. Για παράδειγμα, ένα το c_E αποτελεί το 40% του συνολικού αθροίσματος, το c_R θα κατέχει το 60% του αθροίσματος. Επομένως θέτουμε τις τιμές 40 και 60 αντιστοίχως και προσαρμόζουμε τις τιμές των υπόλοιπων σταθερών παραμέτρων κυρίως ως προς την τάξη μεγέθους τους.

test	1	2	3	4	5
duration of test	590sec	747sec	513sec	453sec	545sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	10	10	10	10	10
c1	40	40	40	40	40
c2	50	50	50	50	50
c _R	5	10	20	30	40
c _E	95	90	80	70	60
r	400	400	400	400	400
p	10	10	10	10	10
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	51	63	45	39	45
Q1val	1.840,00000000000	1.814,00000000000	1.768,00000000000	1.740,00000000000	1.738,00000000000
Q2val	1.006,00000000000	1.019,00000000000	1.061,00000000000	1.113,00000000000	1.174,00000000000
Kval	1.448,00000000000	1.301,00000000000	1.124,00000000000	996,00000000000	885,00000000000
Peval	502.238,63322494300	496.967,19077542200	487.998,74076541200	480.384,85963558500	473.758,15779512300
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

test	6	7	8	9	10
duration of test	629sec	500sec	684sec	1137sec	1106sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	10	10	10	10	10
c1	40	40	40	40	40
c2	50	50	50	50	50
c _R	50	60	70	80	90
c _E	50	40	30	20	10
r	400	400	400	400	400
p	10	10	10	10	10
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	53	43	57	113	113
Q1val	1.774,00000000000	1.884,00000000000	2.204,00000000000	2.820,19433593750	2.820,19433593750
Q2val	1.252,00000000000	1.375,00000000000	1.642,00000000000	2.112,65527343750	2.112,65527343750
Kval	773,00000000000	633,00000000000	384,50000000000	0,00000000000	0,00000000000
Peval	467.962,96699452800	462.995,07333408200	459.178,31165706500	458.182,27541864300	458.182,27541864300
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

Με βάση τον χωρισμένο σε δύο σκέλη πίνακα, μπορούμε να κατασκευάσουμε διαγράμματα για την καλύτερη κατανόηση της πορείας των αποτελεσμάτων.



Παρατηρούμε ότι όσο ο λόγος c_R / c_E αυξάνεται, τόσο το κέρδος αποκτάει πτωτικές τάσεις. Ενώ ταυτόχρονα παρατηρείται ραγδαία αύξηση των ποσοτήτων παραγωγίας προς του κύριους προμηθευτές συνοδευόμενη από ανάλογη κατακρήμνιση της

εξασφαλισμένης ποσότητας από τον εφεδρικό προμηθευτή. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι από το προτελευταίο σημείο (test 9) και έπειτα, όπου ο λόγος είναι ίσος με 4 ($=80/20$), παρατηρείται μία σταθερή συμπεριφορά του μοντέλου, τόσο ως προς το κέρδος, όσο και ως προς τις ποσότητες παραγγελίας προς όλους τους προμηθευτές.

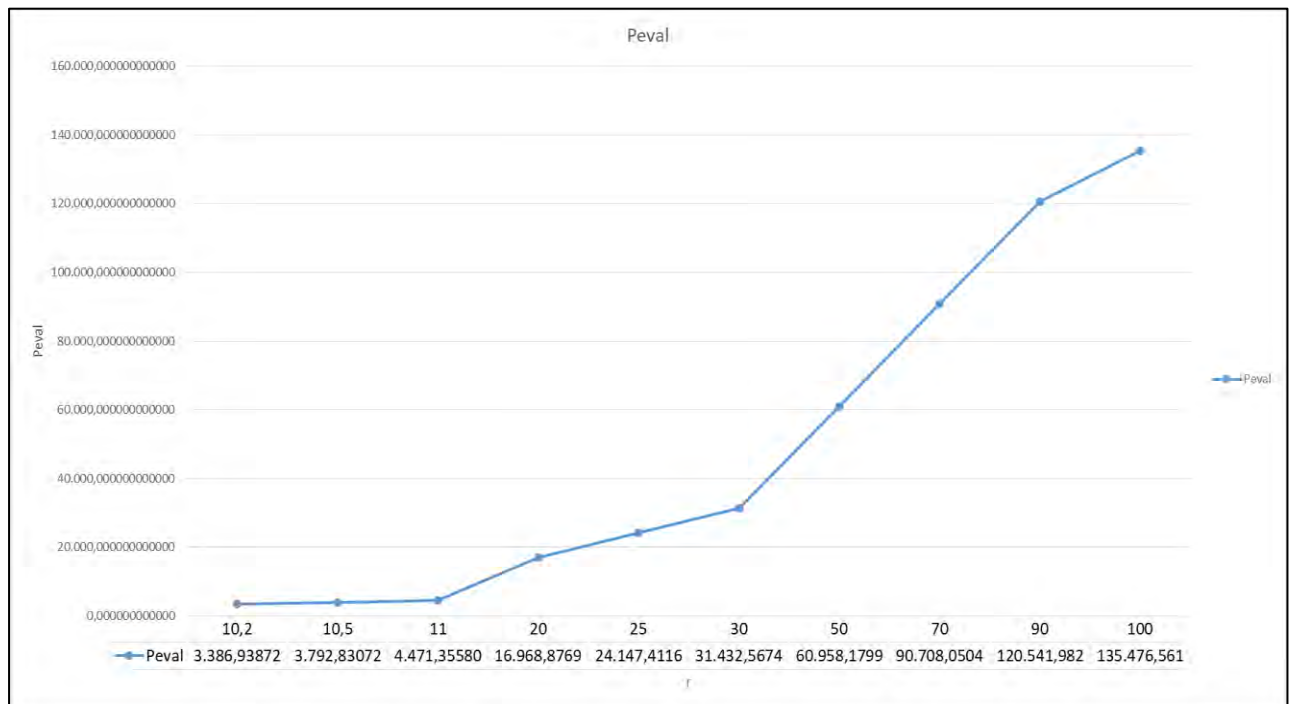
4.3.3° Case Study: Επίδραση της τιμής πώλησης r

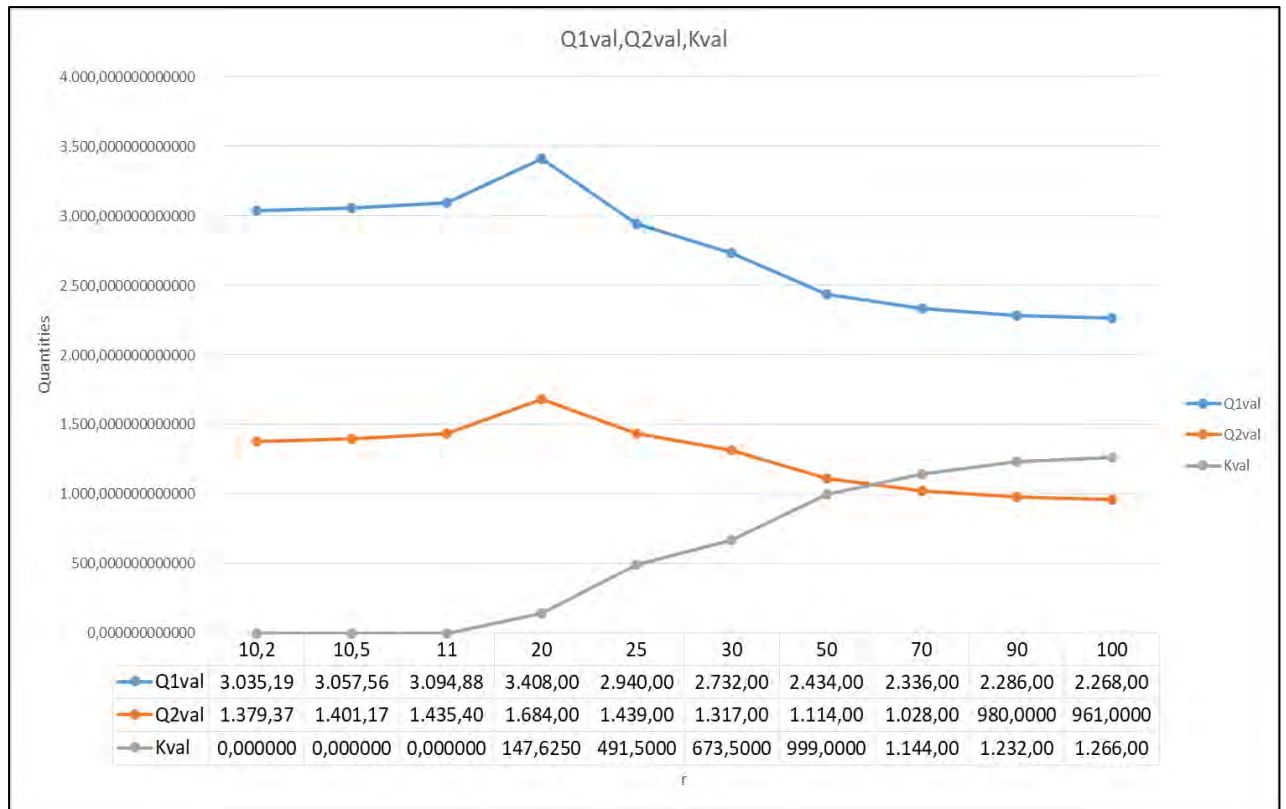
Σειρά έχει η μελέτη της σταθερής παραμέτρου r . Η εξέταση θα γίνει με παρόμοιο τρόπο με το πρώτο case study, θα δώσουμε αρχικά μία οριακή σχετικά τιμή (ως προς τον λογικό περιορισμό) στην παράμετρο και θα συνεχίσουμε αυξάνοντας την κατά την πορεία των δοκιμών. Το συγκεκριμένο case study πραγματοποιήθηκε με σκοπό να παρατηρηθούν οι μεταβολές των ποσοτήτων παραγγελίας, καθώς είναι οφθαλμοφανές ότι όσο αυξάνεται η τιμή πώλησης παρουσία μόνιμα σταθερών τιμών κόστους, το κέρδος θα αυξάνεται κατά τον ίδιο τρόπο. Επομένως εστιάζουμε στις ποσότητες και όχι στο κέρδος.

test	1	2	3	4	5
duration of test	1068sec	1119sec	1113sec	784sec	674sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	10,2	10,5	11	20	25
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	105	113	109	63	57
Q1val	3.035,198242187500	3.057,561523437500	3.094,883789062500	3.408,000000000000	2.940,000000000000
Q2val	1.379,378906250000	1.401,170898437500	1.435,404296875000	1.684,000000000000	1.439,000000000000
Kval	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000	147,625000000000	491,500000000000
Peval	3.386,938725696550	3.792,830728296560	4.471,355801114940	16.968,876957113400	24.147,411642804900
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

test	6	7	8	9	10
duration of test	617sec	806sec	534sec	515sec	539sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	30	50	70	90	100
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	53	67	45	45	47
Q1val	2.732,000000000000	2.434,000000000000	2.336,000000000000	2.286,000000000000	2.268,000000000000
Q2val	1.317,000000000000	1.114,000000000000	1.028,000000000000	980,000000000000	961,000000000000
Kval	673,500000000000	999,000000000000	1.144,000000000000	1.232,000000000000	1.266,000000000000
Peval	31.432,567417451800	60.958,179908966100	90.708,050462730900	120.541,982093882000	135.476,561442640000
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

Με βάση τον χωρισμένο σε δύο σκέλη πίνακα, μπορούμε να κατασκευάσουμε διαγράμματα για την καλύτερη κατανόηση της πορείας των αποτελεσμάτων.





Πέρα από την συνεχή αύξηση του κέρδους, παρατηρούμε ότι οι ποσότητες παραγωγής προς τους κύριους προμηθευτές αρχικά έχουν μία ανοδική τάση, στην συνέχεια εμφανίζουν ένα peak στο test 4 και εν συνεχεία αποκτούν μία συνεχή πτωτική τάση. Εν αντιθέσει, η εξασφαλισμένη ποσότητα επιδεικνύει συνεχώς μία ανοδική πορεία. Επομένως διαπιστώνουμε, παρατηρώντας παράλληλα και τις τιμές του πίνακα του δεύτερου διαγράμματος, ότι μέσω του συγκεκριμένου case study αιτιολογείται η απόφαση που πήραμε σχετικά με την σταθερά παράμετρο r (ενότητα 3.5 Αποφάσεις). Καθώς επιβεβαιώνεται ότι, μέχρι και το test 3, ο εφεδρικός προμηθευτής δεν είναι «χρήσιμος» για τον πωλητή, λόγω του ότι ο δεύτερος πουλάει φτηνά και ο πρώτος είναι σημαντικά ακριβός ως προς τις υπηρεσίες του. Όταν όμως ο πωλητής πουλάει ακριβά στους πελάτες του, εξασφαλίζει υψηλότερα κέρδη, επομένως είναι λογικό να αξιοποιεί τον εφεδρικό προμηθευτή, λόγω της ευκολίας που αποκτάει στην λήψη της βέλτιστης πολιτικής των ποσοτήτων παραγωγής.

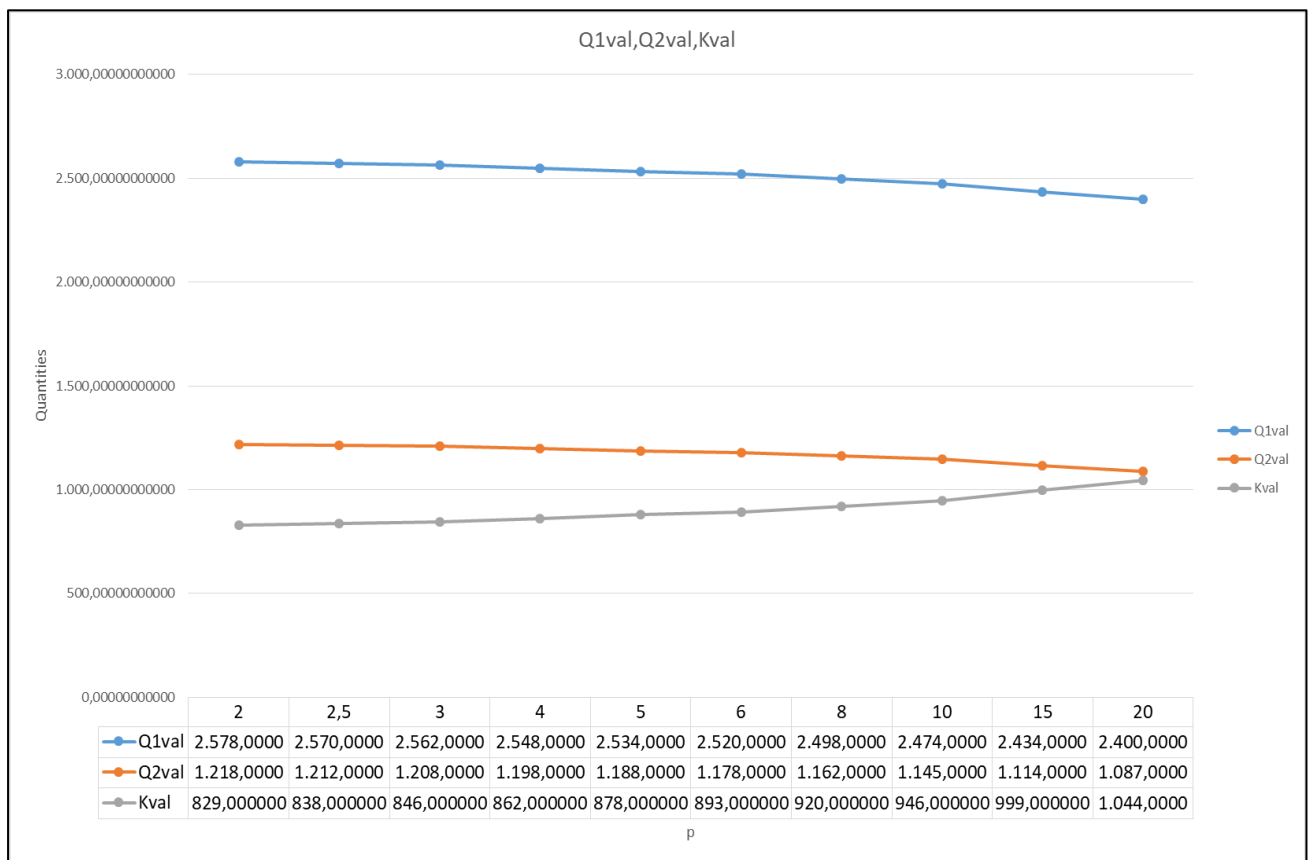
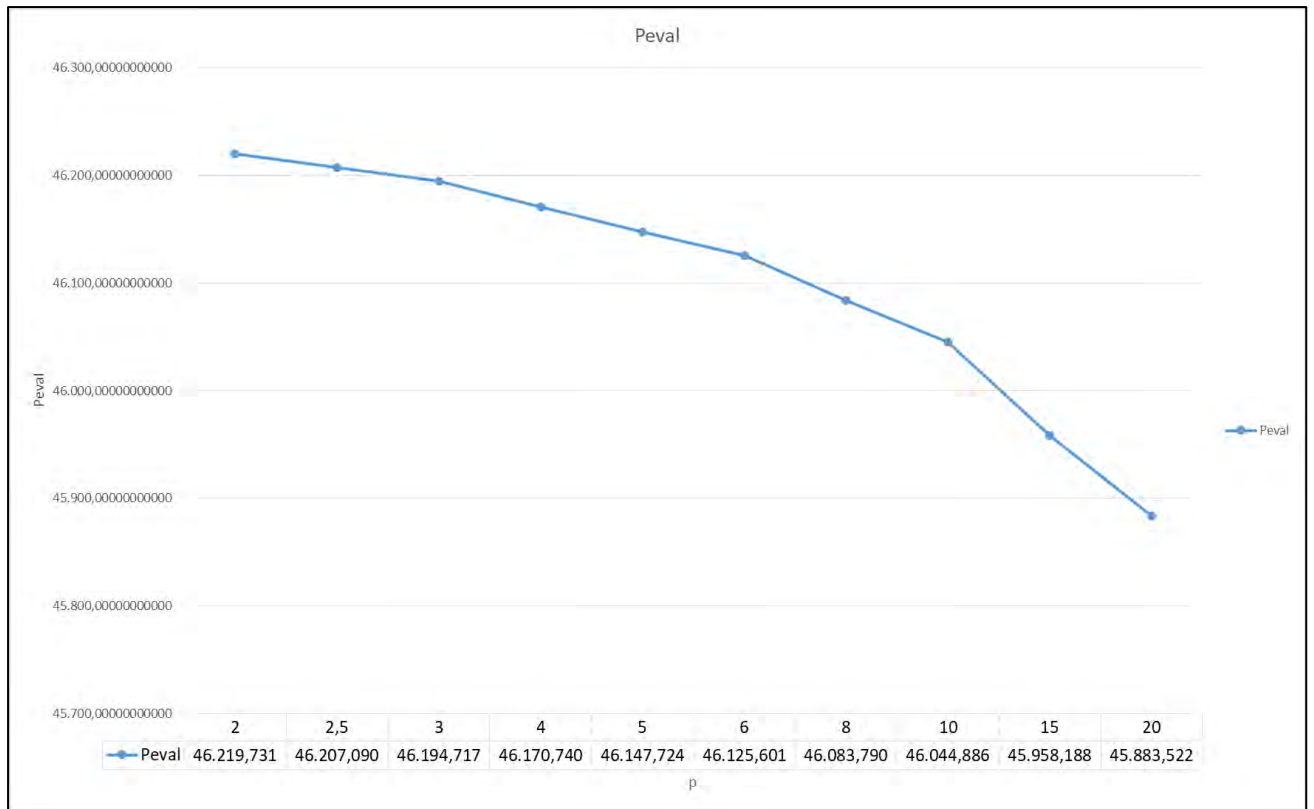
4.44° Case Study: Επίδραση ανικανοποίητων ζητήσεων

Το συγκεκριμένο case study επικεντρώνεται στην σταθερή παράμετρο p , η οποία δεν μας έχει απασχολήσει έντονα έως τώρα, κυρίως για το λόγο ότι δεν συμμετέχει στον λογικό περιορισμό του μοντέλου. Ωστόσο επιβάλλεται να μελετηθεί η επίδραση της μεταβολής της στο μοντέλο της επέκτασης. Λόγω της προαναφερθείσας «μη-συμμετοχής» της σταθερής παραμέτρου στον λογικό περιορισμού, έχουμε την δυνατότητα πρόσδοσης αυθαίρετων σχετικά τιμών. Το σύνολο αυτών των τιμών αποφασίστηκε να αρχίζει από μία τιμή αρκετά μικρότερη ακόμα και από την σταθερή παράμετρο h , και να αυξάνεται σημαντικά με το πέρασμα των δοκιμών.

Παρατίθεται αντιστοίχως με πριν ο πίνακας των αποτελεσμάτων σε δύο σκέλη και τα διαγράμματα πορείας των αποτελεσμάτων.

test	1	2	3	4	5
duration of test	657sec	754sec	706sec	618sec	574sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
p	2	2,5	3	4	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	55	61	59	51	49
Q1val	2.578,000000000000	2.570,000000000000	2.562,000000000000	2.548,000000000000	2.534,000000000000
Q2val	1.218,000000000000	1.212,000000000000	1.208,000000000000	1.198,000000000000	1.188,000000000000
Kval	829,000000000000	838,000000000000	846,000000000000	862,000000000000	878,000000000000
Peval	46.219,73139620230	46.207,09051417830	46.194,71783082140	46.170,74022902770	46.147,72495598900
MeshTolentance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

test	6	7	8	9	10
duration of test	635sec	729sec	619sec	811sec	755sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
p	6	8	10	15	20
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	53	59	51	67	63
Q1val	2.520,000000000000	2.498,000000000000	2.474,000000000000	2.434,000000000000	2.400,000000000000
Q2val	1.178,000000000000	1.162,000000000000	1.145,000000000000	1.114,000000000000	1.087,000000000000
Kval	893,000000000000	920,000000000000	946,000000000000	999,000000000000	1.044,000000000000
Peval	46.125,60146950660	46.083,79061303790	46.044,88653245900	45.958,18850851330	45.883,52209212750
MeshTolentance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025



Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε η αύξηση της παραμέτρου p , οδηγεί σε σημαντική πτώση του κέρδους του πωλητή. Αντίθετα ως προς τις ποσότητες παραγωγείας παρατηρούνται σημαντικά χαμηλές τάσεις, με τις ποσότητες παραγωγείας των κύριων

προμηθευτών να μειώνονται. Ενώ η εξασφαλισμένη ποσότητα του εφεδρικού προμηθευτή ακολουθεί ανοδική πορεία και τείνει να ξεπεράσει σε μέγεθος την ποσότητα παραγγελίας του κύριου προμηθευτή (2), στην περίπτωση που θα συνεχίζαμε πέρα από το test 10.

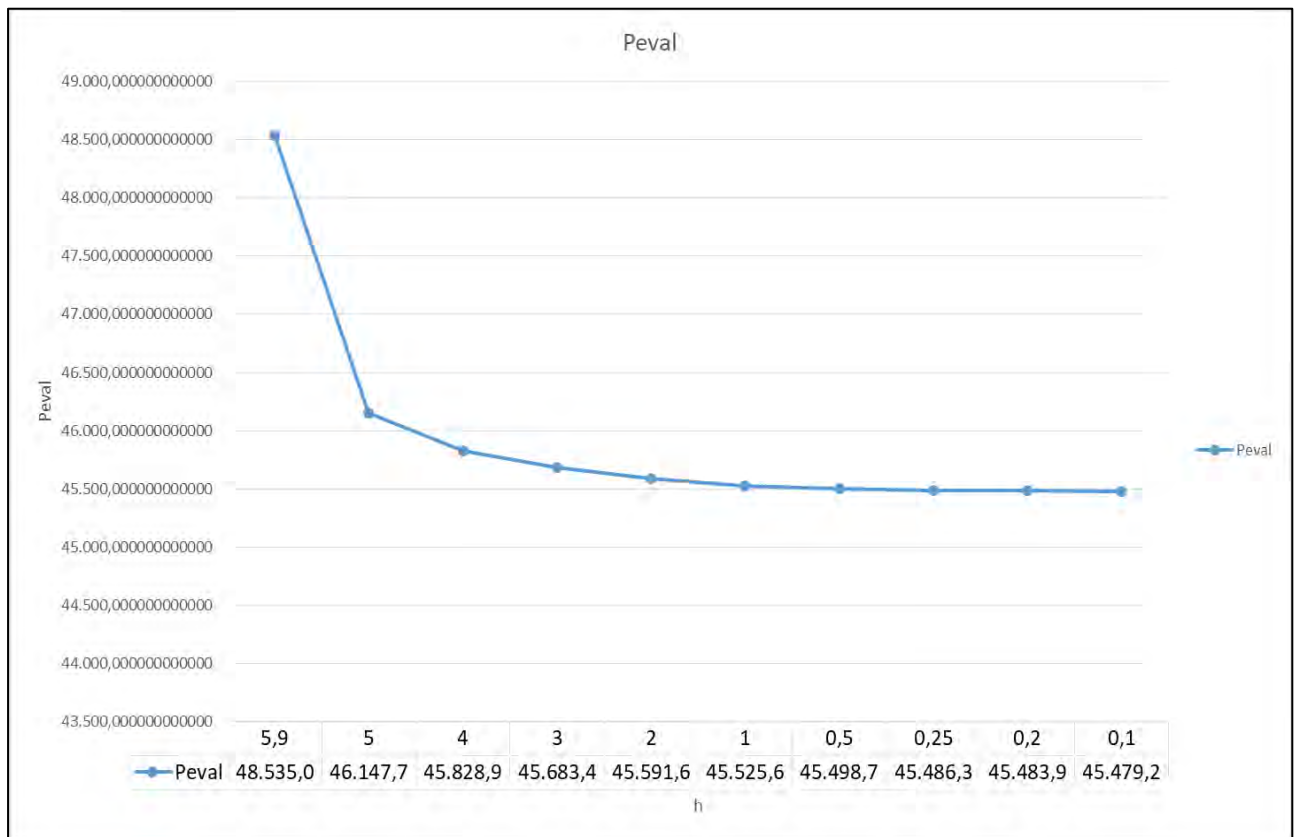
4.5.5° Case Study: Επίδραση της παραμέτρου h

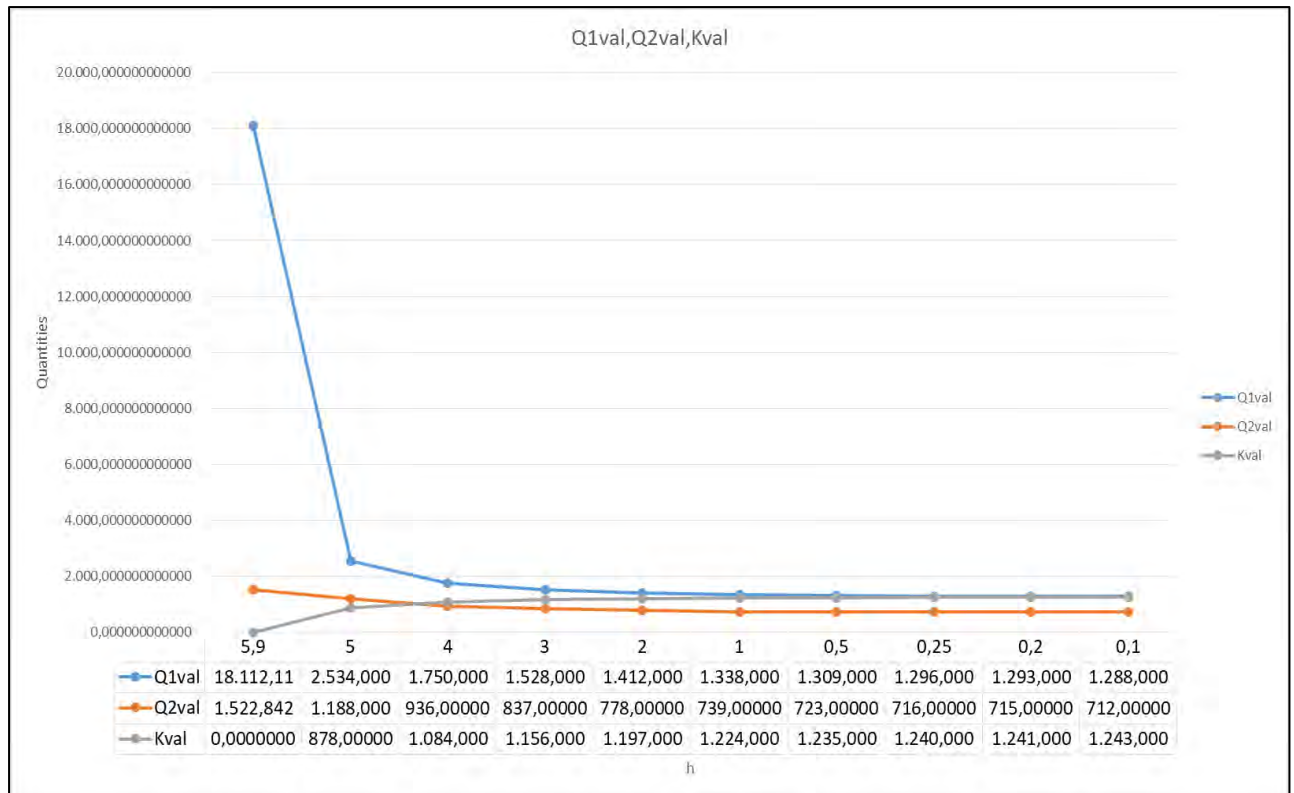
Σε αυτό το σημείο ακολουθεί ένα case study παρόμοιας νοοτροπίας με το πρώτο case study, που επικεντρώνεται στην σταθερή παράμετρο h . Όμως, λόγω του ότι η σταθερή παράμετρος αποτελεί τον πρώτο και μικρότερο όρο του λογικού περιορισμού, είμαστε αναγκασμένοι να ακολουθήσουμε μία αντίστροφη διαδικασία. Στην διαδικασία αυτή θα ξεκινήσουμε με μία τιμή οριακά συνεπή ως προς τον λογικό περιορισμό και θα συνεχίσουμε μειώνοντας την μέχρι μία σημαντικά χαμηλή τιμή.

Παρατίθεται αντιστοίχως με πριν ο πίνακας των αποτελεσμάτων σε δύο σκέλη και τα διαγράμματα πορείας των αποτελεσμάτων.

test	1	2	3	4	5
duration of test	1590sec	574sec	560sec	615sec	617sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5,9	5	4	3	2
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c R	3	3	3	3	3
c E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
ρ	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
μ	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	155	49	49	51	53
Q1val	18.112,116210937500	2.534,000000000000	1.750,000000000000	1.528,000000000000	1.412,000000000000
Q2val	1.522,842773437500	1.188,000000000000	936,000000000000	837,000000000000	778,000000000000
Kval	0,000000000000	878,000000000000	1.084,000000000000	1.156,000000000000	1.197,000000000000
Peval	48.535,084614881400	46.147,724955989000	45.828,911842209900	45.683,467186211000	45.591,666027458000
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

test	6	7	8	9	10
duration of test	463sec	614sec	654sec	754sec	761sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	1	0,5	0,25	0,2	0,1
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	39	53	57	63	67
Q1val	1.338,000000000000	1.309,000000000000	1.296,000000000000	1.293,000000000000	1.288,000000000000
Q2val	739,000000000000	723,000000000000	716,000000000000	715,000000000000	712,000000000000
Kval	1.224,000000000000	1.235,000000000000	1.240,000000000000	1.241,000000000000	1.243,000000000000
Peval	45.525,682124135000	45.498,719644686900	45.486,376358601400	45.483,988775077300	45.479,290319096500
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025





Παρατηρούμε αρχικά από το πρώτο διάγραμμα ότι καθώς μειώνεται η σταθερή παράμετρος h , μειώνεται και το κέρδος. Αξιοσημείωτη είναι μετάβαση από την οριακή τιμή στην αμέσως επόμενη (test 1 \rightarrow test 2). Όπου παρατηρείται μία πολύ απότομη πτώση του κέρδους για μία πτώση της τιμής της σταθερής παραμέτρου μόλις 15.25% (5.9 \rightarrow 5). Ωστόσο από το test 2 και έπειτα ακολουθείται μία σημαντικά πιο ήπια πτώση. Αντίστοιχη συμπεριφορά εμφανίζεται στο δεύτερο διάγραμμα η ποσότητα παραγγελίας του κύριου προμηθευτή (1). Σε αντίθεση με τον (2) και τον εφεδρικό, που παρουσιάζουν μία ήπια πτώση και άνοδο, αντίστοιχα. Σημαντικό, ωστόσο, είναι να αναφερθεί ότι η εξασφαλισμένη ποσότητα του εφεδρικού προμηθευτή τείνει να ξεπεράσει, καθώς φαίνεται, ακόμα και την ποσότητα του κύριου προμηθευτή (1), για πολύ μικρές τιμές της σταθερής παραμέτρου h .

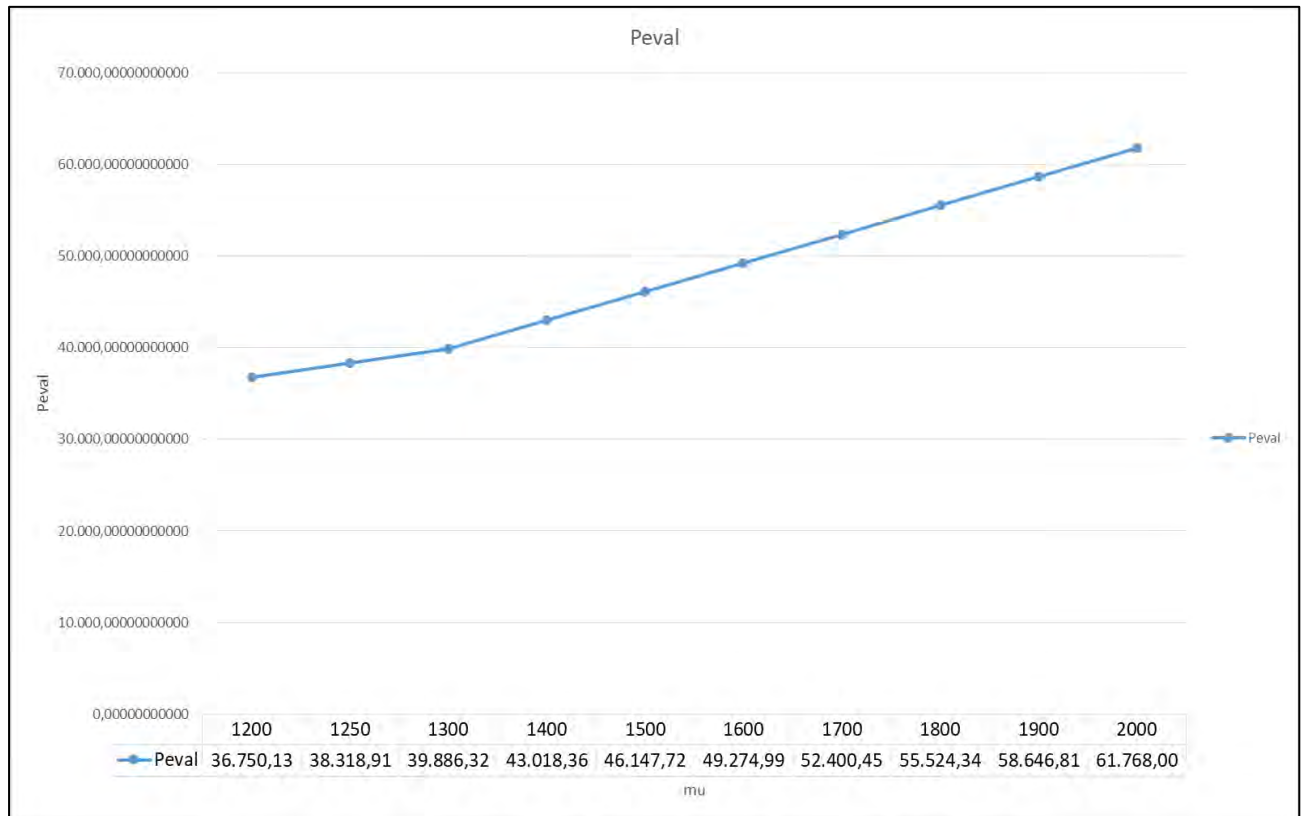
4.6.6° Case Study: Επίδραση μέσης τιμής της ζήτησης

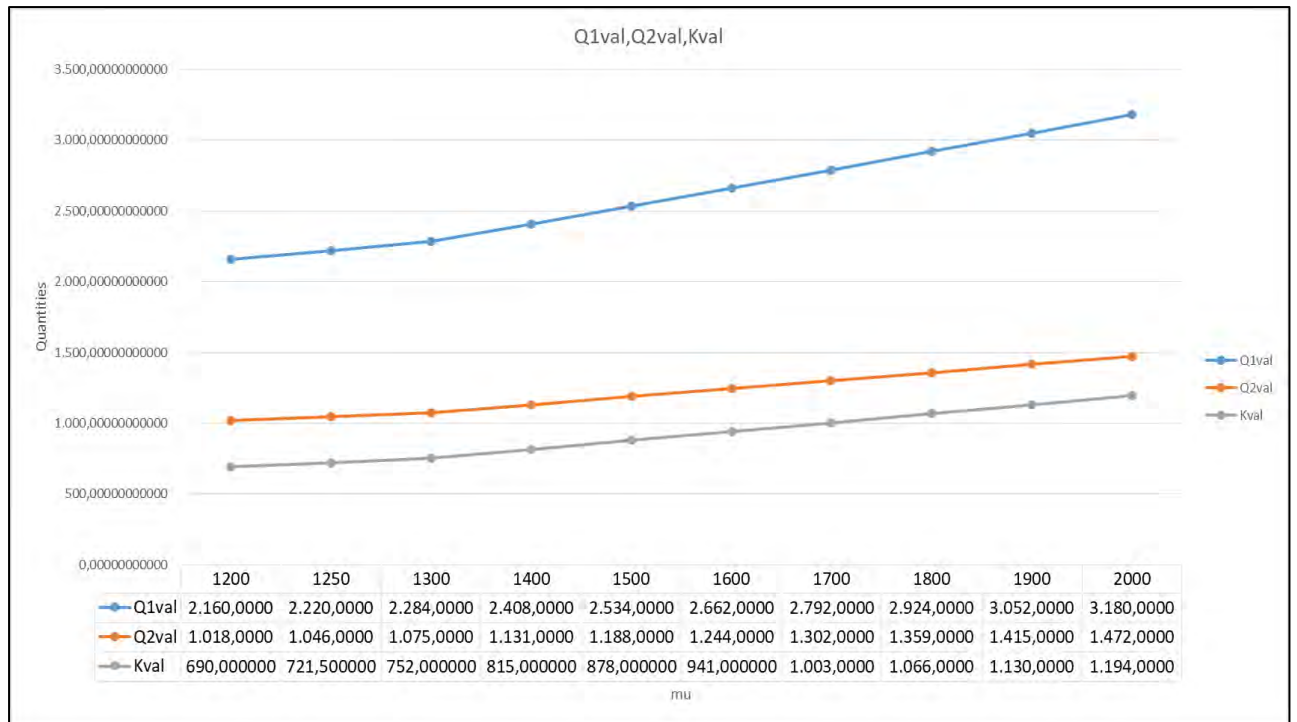
Στο σημείο αυτό θα εισαχθούμε στην μελέτη που αφορά τις μεταβολές γύρω από τις κατανομές του μοντέλου της επέκτασης. Θα ξεκινήσουμε από την μελέτη της κατανομής της ζήτησης και συγκεκριμένα θα παρατηρήσουμε την επίδραση που έχει η αύξηση της μέσης τιμής μ , ξεκινώντας από μία τιμή μικρότερη από 1500, που είχαμε έως τώρα, μέχρι την τιμή 2000. Η τυπική απόκλιση της κατανομής όπως και όλες οι υπόλοιπες σταθερές παράμετροι θα παραμείνουν ίσες, ενώ φροντίζουμε σε κάθε δοκιμή να αλλάζουμε κατάλληλα το άνω άκρο του τρίτου ολοκληρώματος της συνάρτησης των εσόδων L .

Παρατίθεται αντιστοίχως με πριν ο πίνακας των αποτελεσμάτων σε δύο σκέλη και τα διαγράμματα πορείας των αποτελεσμάτων.

test	1	2	3	4	5
duration of test	734sec	527sec	946sec	873sec	574sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
ρ	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
μ	1200	1250	1300	1400	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	61	45	49	73	49
Q1val	2.160,00000000000	2.220,00000000000	2.284,00000000000	2.408,00000000000	2.534,00000000000
Q2val	1.018,00000000000	1.046,00000000000	1.075,00000000000	1.131,00000000000	1.188,00000000000
Kval	690,00000000000	721,50000000000	752,00000000000	815,00000000000	878,00000000000
Peval	36.750,13751706860	38.318,91135448180	39.886,32315791220	43.018,36182696940	46.147,72495598900
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025
άνω άκρο 3ου ολοκληρώματος της L	2400	2500	2600	2800	3000

test	6	7	8	9	10
duration of test	768sec	948sec	1053sec	592sec	427sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1600	1700	1800	1900	2000
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	65	53	63	51	37
Q1val	2.662,000000000000	2.792,000000000000	2.924,000000000000	3.052,000000000000	3.180,000000000000
Q2val	1.244,000000000000	1.302,000000000000	1.359,000000000000	1.415,000000000000	1.472,000000000000
Kval	941,000000000000	1.003,000000000000	1.066,000000000000	1.130,000000000000	1.194,000000000000
Peval	49.274,99158454450	52.400,45926070890	55.524,34138338060	58.646,81056344010	61.768,00807052780
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025
άνω άκρο 3ου ολοκληρώματος της L	3200	3400	3600	3800	4000





Αρχικά παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται η μέση τιμή της κατανομής της ζήτησης, το κέρδος παρουσιάζει ανάλογη συμπεριφορά διατηρώντας μία ανοδική τάση. Προχωρώντας στο διάγραμμα ποσοτήτων παρατηρούμε για πρώτη φορά και τις τρεις ποσότητες να επιδεικνύουν την ίδια συμπεριφορά, καθώς και οι τρεις αυξάνονται παρόμοια με το κέρδος. Ωστόσο οφείλουμε να αναγνωρίσουμε ότι η ποσότητα παραγγελίας του κύριου προμηθευτή (1) εμφανίζει εντονότερη αύξηση, που πιθανώς να οφείλεται στο ότι έχει το μικρότερο κόστος μεταξύ των υπολοίπων.

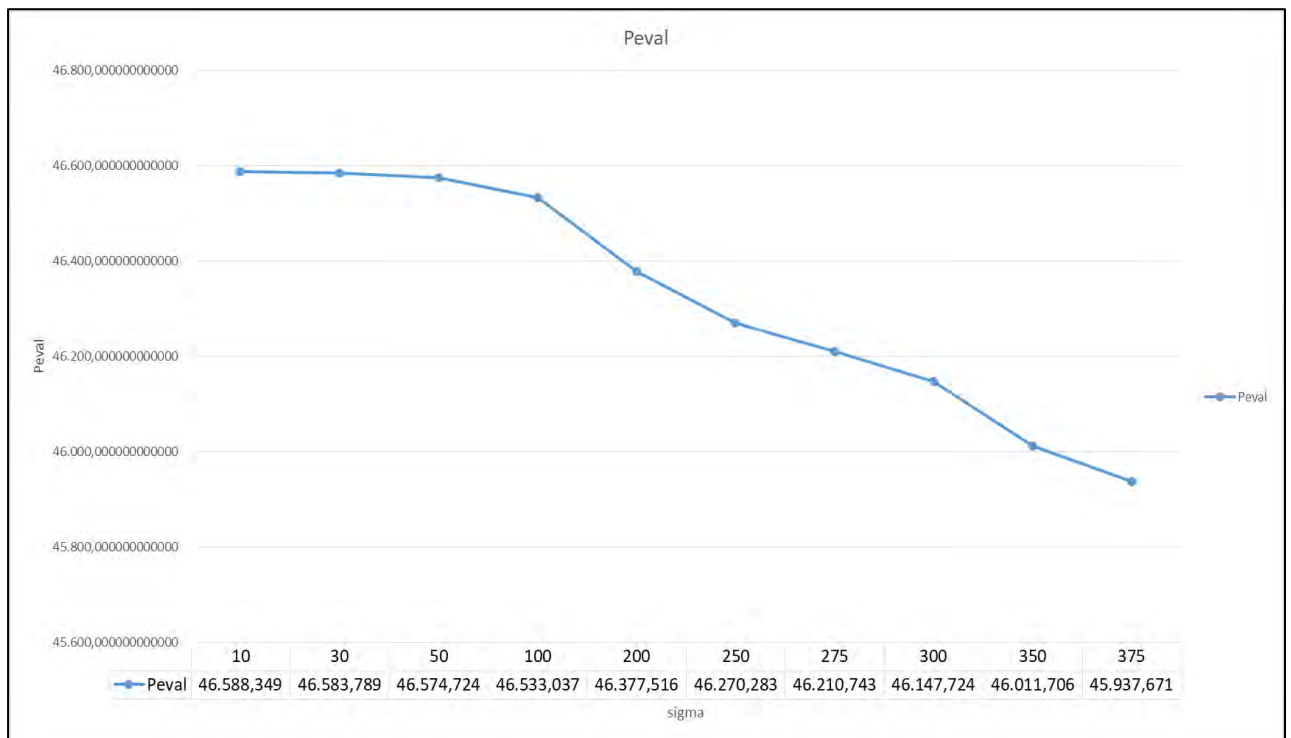
4.7.7° Case Study: Επίδραση απόκλισης της ζήτησης(αβεβαιότητα)

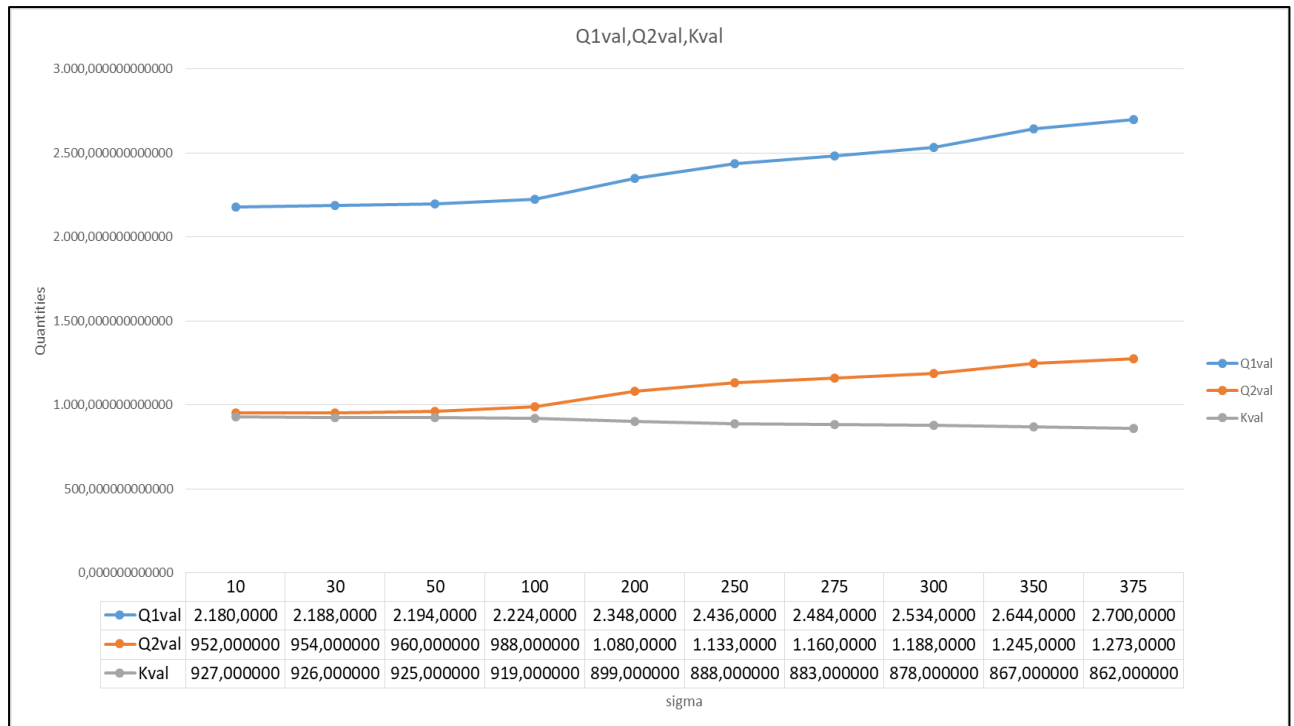
Συνεχίζουμε την μελέτη μας πάνω στις μεταβολές στην κατανομή της ζήτησης. Στο παρόν case study εστιάζουμε στο κομμάτι της αβεβαιότητας που αποτελεί, όπως έχουμε αναφέρει και στα προηγούμενα κεφάλαια, ένα από τα βασικότερα συστατικά στοιχεία της επέκτασης, όπως και του πρότυπου αρχικού προβλήματος, που πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία. Η αβεβαιότητα, ή αλλιώς η έλλειψη της γνώσης πάνω στο πόση θα είναι συγκεκριμένα η ζήτηση των πελατών του πωλητή, μπορεί να εκφραστεί μέσω της τυπικής απόκλισης που έχουμε ορίσει. Υπενθυμίζουμε ότι τη συμβολίσαμε με σ , και θα ξεκινήσουμε τη μελέτη μας προσδίδοντας της μία αρκετά μικρή τιμή (ύπαρξη μικρού βαθμού αβεβαιότητας) και θα την αυξήσουμε μέχρι την τιμή 375. Ο λόγος της επιλογής αυτής της τιμής δεν είναι τυχαίος, καθώς η τυπική απόκλιση δεν πρέπει να υπερβαίνει το $\frac{1}{4}$ της τιμής του μέσου όρου της κατανομής, δηλαδή του μ .

Παρατίθεται αντιστοίχως με πριν ο πίνακας των αποτελεσμάτων σε δύο σκέλη και τα διαγράμματα πορείας των αποτελεσμάτων.

test	1	2	3	4	5
duration of test	1175sec	1442sec	1095sec	1029sec	1064sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	10	30	50	100	200
iterations number	57	69	59	57	59
Q1val	2.180,000000000000	2.188,000000000000	2.194,000000000000	2.224,000000000000	2.348,000000000000
Q2val	952,000000000000	954,000000000000	960,000000000000	988,000000000000	1.080,000000000000
Kval	927,000000000000	926,000000000000	925,000000000000	919,000000000000	899,000000000000
Peval	46.588,349769817800	46.583,789715425700	46.574,724603633500	46.533,037949744600	46.377,516898583400
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025

test	6	7	8	9	10
duration of test	1028sec	882sec	574sec	1063sec	741sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	250	275	300	350	375
iterations number	57	49	49	59	45
Q1val	2.436,000000000000	2.484,000000000000	2.534,000000000000	2.644,000000000000	2.700,000000000000
Q2val	1.133,000000000000	1.160,000000000000	1.188,000000000000	1.245,000000000000	1.273,000000000000
Kval	888,000000000000	883,000000000000	878,000000000000	867,000000000000	862,000000000000
Peval	46.270,283864571600	46.210,743836824800	46.147,724955989000	46.011,706600235500	45.937,671282878500
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	step/2	step/2	step/2	step/2	step/2
a,b end	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025	(1/40)=0,025





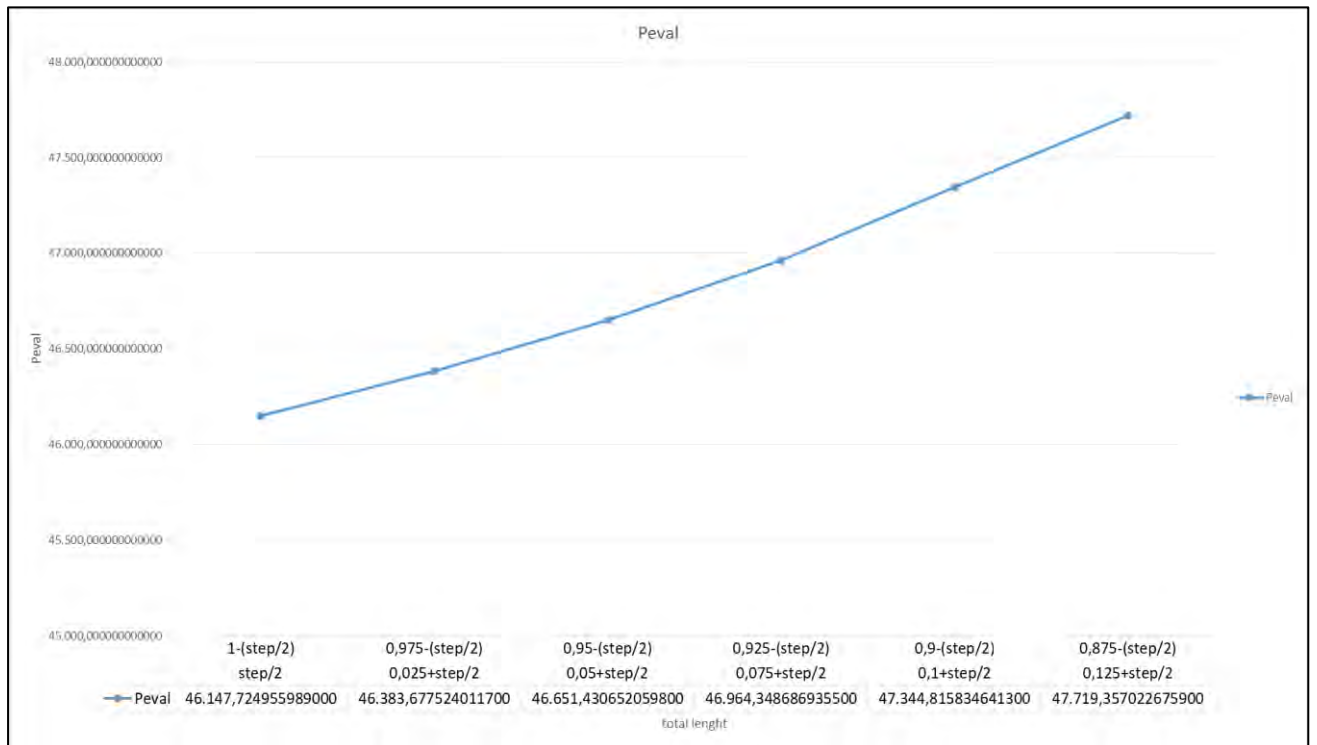
Η πρώτη βασική παρατήρηση, η οποία έχει βαρύτερη σημασία, είναι ότι όσο μεγαλώνει η τιμή της τυπικής απόκλισης, δηλαδή της αβεβαιότητας, τόσο μειώνεται και το κέρδος και μάλιστα με συνεχή και έντονο ρυθμό, παρατηρώντας την γενικευμένη κλίση της καμπύλης. Δευτερευόντως παρατηρούμε μέσω του διαγράμματος ποσοτήτων ότι κατά την αύξηση της τυπικής απόκλισης οι ποσότητες παραγγελίας των κύριων προμηθευτών (1) και (2), αποκτούν μία ήπια ανοδική τάση η οποία είναι κυρίως παρατηρήσιμη μετά το test 4. Όσο για την εξασφαλισμένη ποσότητα του εφεδρικού προμηθευτή, εντοπίζεται μία σημαντικά πιο χαμηλή πτωτική τάση.

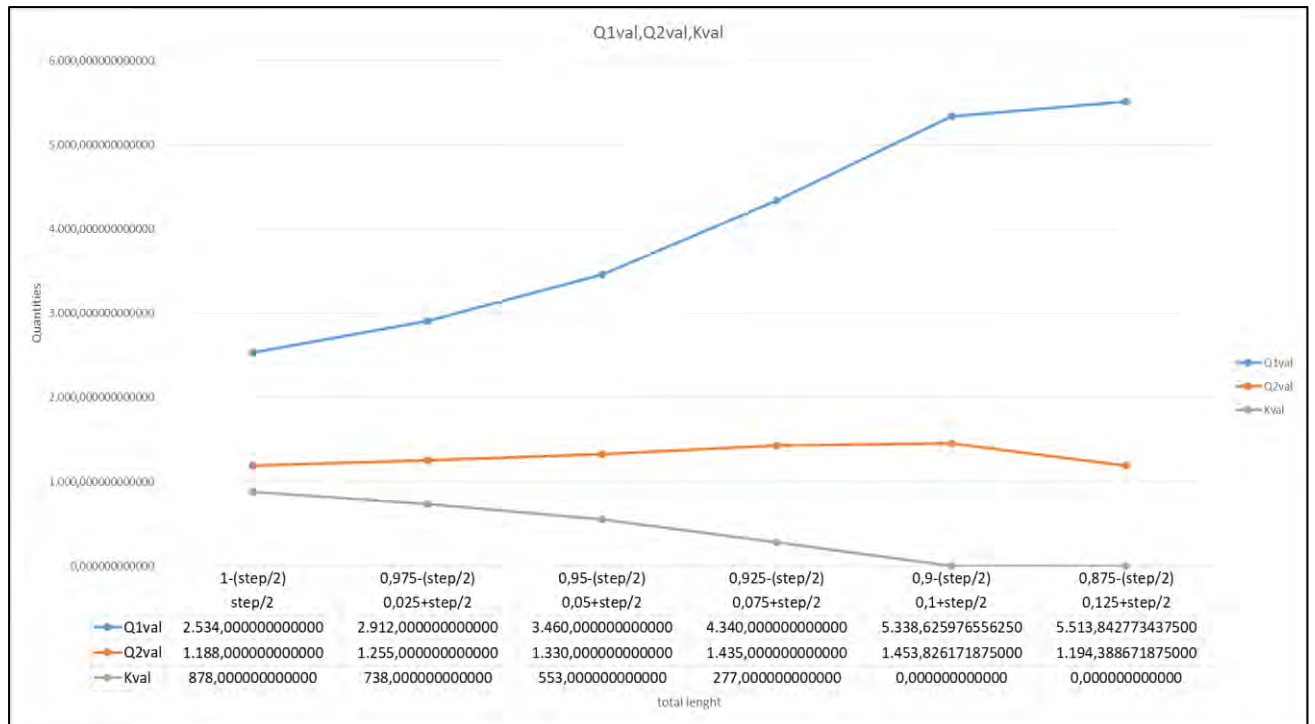
4.8 8^ο Case Study: Επίδραση αβεβαιότητας των ποσοστών παραδιδόμενης παραγγελίας

Συνεχίζουμε τη μελέτη στο κομμάτι των κατανομών μέσω του παρόντος case study, στο οποίο θα επικεντρωθούμε στην αβεβαιότητα ως προς του κύριους προμηθευτές. Έχει γίνει σαφές από τα πρώτα κιόλας κεφάλαια ότι η αβεβαιότητα αυτή πηγάζει μέσω της αναξιπιστίας τους, η οποία εκφράζεται από την ομοιόμορφη κατανομή που επιλέχθηκε για το κάθε ποσοστό παράδοσης παραγγελίας. Μέχρι στιγμής, σε κάθε case study και σε κάθε δοκιμή λαμβάνουμε την εκδοχή ότι αυτά τα ποσοστά κυμαίνονται μεταξύ 0% και 100%. Δηλαδή ως προς την διακριτή προσέγγιση, το συνολικό τμήμα που «σπάγαμε» σε επιμέρους ισομήκη διαστήματα, ήταν το $[0,1]$. Όπου η πρώτη μέση τιμή, με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε στο κεφάλαιο 4, είναι $0.025/2$ και η τελευταία $1-0.025/2$. Προκειμένου να μελετήσουμε την αβεβαιότητα, πρέπει λοιπόν να εξετάσουμε μία δοκιμή για διαφορετικά μήκη του συνολικού τμήματος που θα χωρίζεται σε επιμέρους διαστήματα. Για παράδειγμα αντί του $[0,1]$, να έχουμε $[0.25,0.75]$. Σε αυτήν την περίπτωση το νέο τμήμα, μας διασφαλίζει λιγότερη αβεβαιότητα, καθώς γνωρίζουμε με περισσότερη σιγουριά τα ποσοστά παραδιδόμενης παραγγελίας, διότι κυμαίνονται σε ένα στενότερο εύρος. Ωστόσο προκειμένου να μπορούμε να επιτύχουμε συγκρίσεις πρέπει να διατηρήσουμε την τιμή της παραμέτρου *step* ίδια. Με αυτό τον τρόπο, καθορίζουμε αρχικά το μήκος του τμήματος, στη συνέχεια με τη βοήθεια της σταθερής παραμέτρου *step* βρίσκουμε το πλήθος των ισομηκών διαστημάτων και τέλος με βάση αυτό το πλήθος βρίσκουμε την σταθερή τιμή που θα έχουν οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας g_1 και g_2 . Επομένως πρέπει σε κάθε δοκιμή να προσέχουμε να αλλάζουμε και τις τιμές των g_1 και g_2 κατάλληλα. Επίσης αντιλαμβανόμαστε ότι στη συγκεκριμένη μελέτη αναγκαστικά μελετάμε την ολοένα και μικρότερη αβεβαιότητα, καθώς ξεκινάμε από το μέγιστο δυνατό μήκος τμήματος, το $[0,1]$.

Παρατίθεται αντιστοίχως με πριν ο πίνακας των αποτελεσμάτων και τα διαγράμματα πορείας των αποτελεσμάτων.

test	1	2	3	4	5	6
duration of test	763sec	1461sec	676sec	834sec	1420sec	1566sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40	40
p	5	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300	300
iterations number	49	79	49	69	163	143
Q1val	2.534,000000000000	2.912,000000000000	3.460,000000000000	4.340,000000000000	5.338,625976556250	5.513,842773437500
Q2val	1.188,000000000000	1.255,000000000000	1.330,000000000000	1.435,000000000000	1.453,826171875000	1.194,388671875000
Kval	878,000000000000	738,000000000000	553,000000000000	277,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
Peval	46.147,724955989000	46.383,677524011700	46.651,430652059800	46.964,348686935500	47.344,815834641300	47.719,357022675900
MeshToIolerance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
u1,u2 start	step/2	0,025+step/2	0,05+step/2	0,075+step/2	0,1+step/2	0,125+step/2
u1,u2 end	1-(step/2)	0,975-(step/2)	0,95-(step/2)	0,925-(step/2)	0,9-(step/2)	0,875-(step/2)
a,b start	step/2	0,025+step/2	0,05+step/2	0,075+step/2	0,1+step/2	0,125+step/2
a,b end	1-(step/2)	0,975-(step/2)	0,95-(step/2)	0,925-(step/2)	0,9-(step/2)	0,875-(step/2)
g1,g2	(1/40)=0,025	(1/38)=0,026315789	(1/36)=0,0277777	(1/34)=0,029411764	(1/32)=0,03125	(1/30)=0,0333333





Αντίστοιχα με το case study 7, προκύπτει ένα ίσης σημασίας συμπέρασμα. Καθώς ελαττώνεται η αβεβαιότητα ως προς τους κύριους προμηθευτές, δηλαδή το μήκος του τμήματος που «σπάει» σε επιμέρους ισομήκη διαστήματα, το κέρδος αυξάνεται και μάλιστα έντονα. Ως προς τις ποσότητες παραγγελίας παρατηρούμε μέχρι και το test 5, ότι εκείνες που αφορούν τους κύριους προμηθευτές (1) και (2) αυξάνονται, με τις ποσότητες παραγγελίας που αφορούν τον πρώτο να επιδεικνύουν πολύ πιο έντονη ανοδική τάση. Ωστόσο η εξασφαλισμένη ποσότητα του εφεδρικού κατακρημνίζεται μέχρι και τον μηδενισμό της, όπου από εκείνο το σημείο και έπειτα (test 5 → test 6) ο πωλητής βασίζεται μόνο στους κύριους, λόγω της μικρής αβεβαιότητας που πλέον έχουν, και ειδικότερα στον (1). Ίσως λόγω αυτού στο test 6 η ποσότητα παραγγελίας του κύριου προμηθευτή (2) να εμφανίζεται μειωμένη.

4.99^ο Case Study: Επίδραση μέσης τιμής της αβεβαιότητας των προμηθευτών

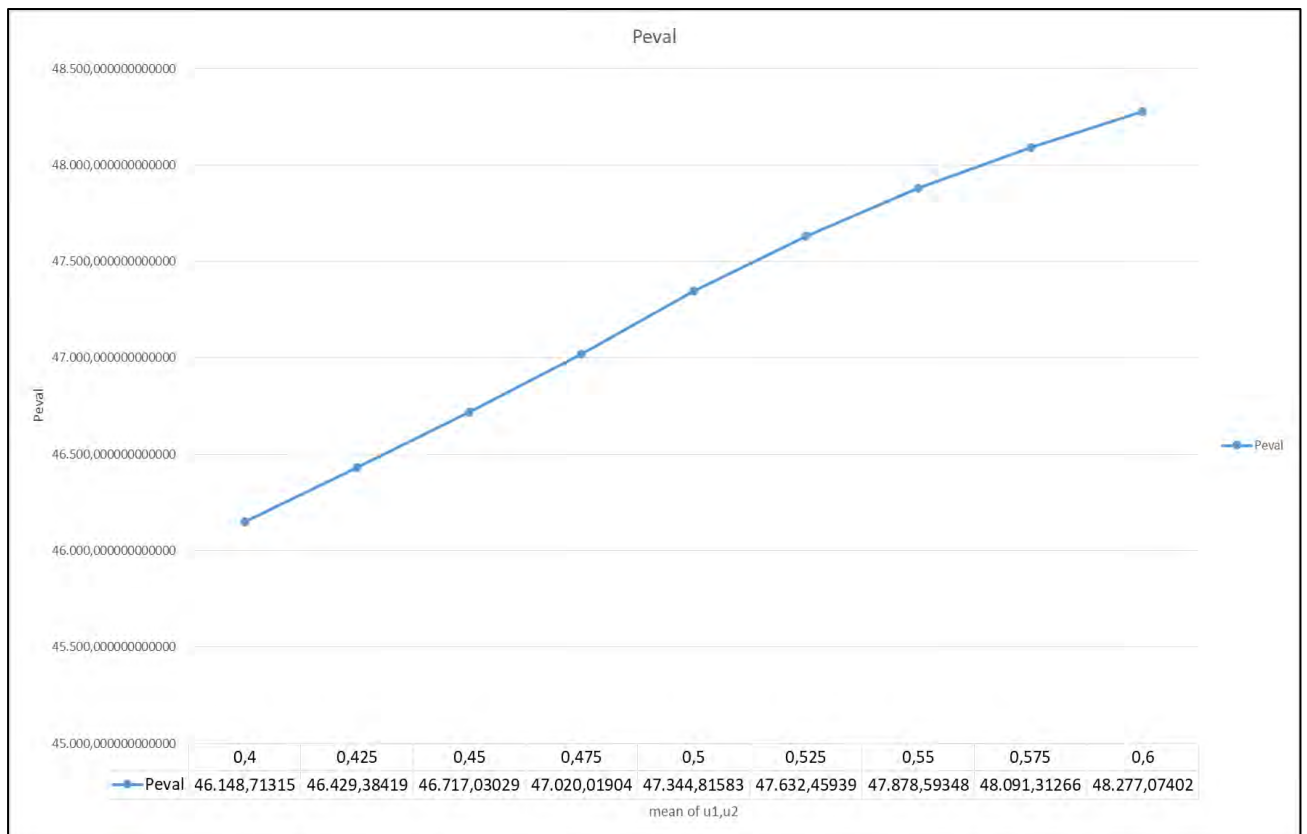
Τέλος θα κλείσουμε το παρόν κεφάλαιο με το τελευταίο case study που σχετίζεται με κατανομές και αβεβαιότητα. Στο συγκεκριμένο case study, θα ενεργήσουμε παρόμοια με το case study 6. Θα μελετήσουμε την πορεία των αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της μέσης τιμής της κατανομής των ποσοστών παραδιδόμενης παραγγελίας των κύριων προμηθευτών. Η μέση τιμή εμφανίζεται αποκλειστικά στη συνάρτηση του κέρδους Π και μέχρι τώρα λάμβανε την τιμή 0.5. Αντιλαμβανόμαστε ότι πλέον για κάθε δοκιμή πρέπει χειροκίνητα να κάνουμε αλλαγές στον κώδικα βελτιστοποίησης. Επιπλέον και σε αυτό το case study προκειμένου να είμαστε σε θέση να πραγματοποιήσουμε συγκρίσεις πρέπει η σταθερή παράμετρος $step$ να διατηρήσει την τιμή 0.025. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι προκειμένου να επιτευχθεί το συγκεκριμένο case

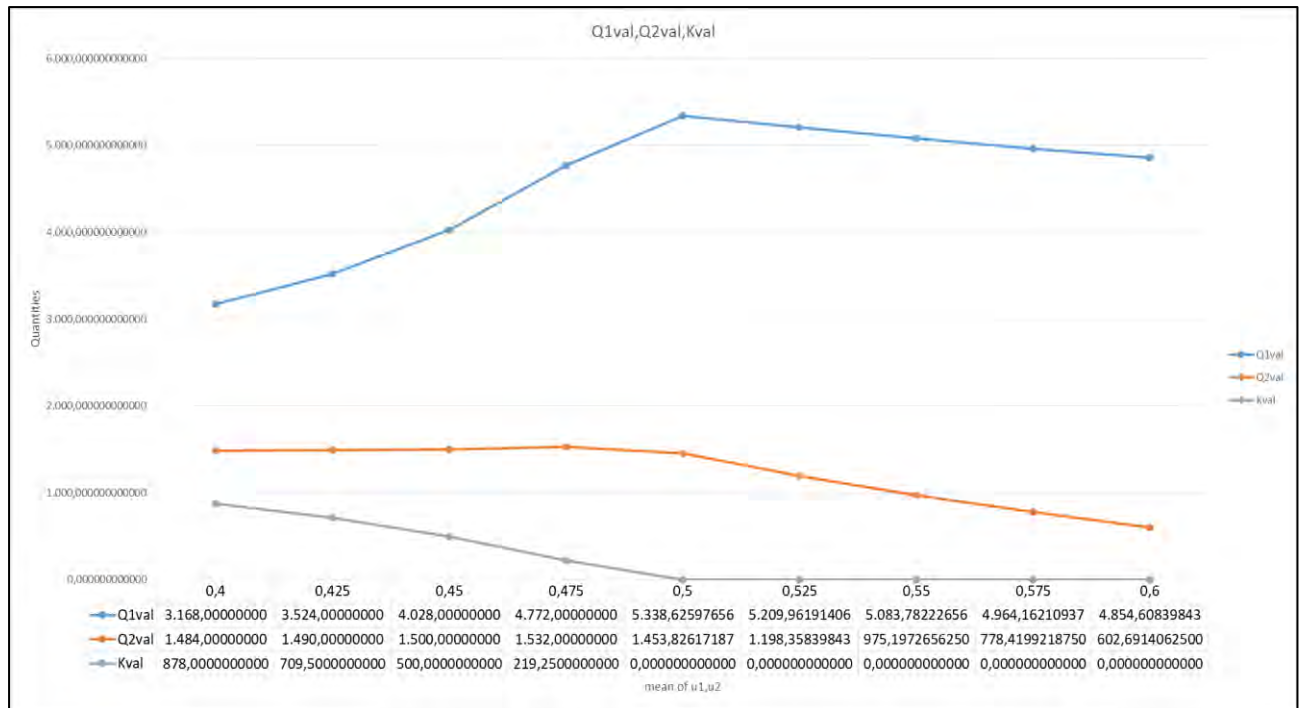
study έπρεπε να μειώσουμε το μήκος του τμήματος που χωρίζεται σε επιμέρους ισομήκη διαστήματα. Ο λόγος είναι το καθώς αυξάνεται η μέση τιμή της κατανομής πρέπει να διατηρούμε το τμήμα στο ίδιο μήκος και παράλληλα να το «μετακινούμε». Αντιλαμβανόμαστε ότι το τμήμα μήκους [0,1] δεν μπορεί να «μετακινηθεί» διότι καταλαμβάνει όλο τον δυνατό χώρο. Επομένως έπρεπε να ελαττώσουμε τόσο το μήκος, ούτως ώστε να έχουμε περιθώρια αρκετών δοκιμών, αλλά ταυτόχρονα να διατηρείται όσο μεγαλύτερο γίνεται για ουσιαστικές μελέτες. Αποφασίστηκε επομένως ένα συνολικό μήκος μεγέθους 0.8.

Παρατίθεται αντιστοίχως με πριν ο πίνακας των αποτελεσμάτων σε δύο σκέλη και τα διαγράμματα πορείας των αποτελεσμάτων.

test	1	2	3	4	5
duration of test	442sec	408sec	531sec	1400sec	1868sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5	5
c1	6	6	6	6	6
c2	7	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7	7
r	40	40	40	40	40
p	5	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300	300
iterations number	35	35	43	121	163
Q1val	3.168,000000000000	3.524,000000000000	4.028,000000000000	4.772,000000000000	5.338,625976562500
Q2val	1.484,000000000000	1.490,000000000000	1.500,000000000000	1.532,000000000000	1.453,826171875000
Kval	878,000000000000	709,500000000000	500,000000000000	219,250000000000	0,000000000000
Peval	46.148,713156852800	46.429,384197898500	46.717,030298795900	47.020,019049951700	47.344,815834641300
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
mean u1,u2	0,4	0,425	0,45	0,475	0,5
u1,u2 start	step/2	0,025+step/2	0,05+step/2	0,075+step/2	0,1+step/2
u1,u2 end	0,8-(step/2)	0,825-(step/2)	0,85-(step/2)	0,875-(step/2)	0,9-(step/2)
a,b start	step/2	0,025+step/2	0,05+step/2	0,075+step/2	0,1+step/2
a,b end	0,8-(step/2)	0,825-(step/2)	0,85-(step/2)	0,875-(step/2)	0,9-(step/2)
g1,g2	(1/32)=0,03125	(1/32)=0,03125	(1/32)=0,03125	(1/32)=0,03125	(1/32)=0,03125

test	6	7	8	9
duration of test	1709sec	1784sec	1484sec	1925sec
step	0,025	0,025	0,025	0,025
h	5	5	5	5
c1	6	6	6	6
c2	7	7	7	7
c_R	3	3	3	3
c_E	7	7	7	7
r	40	40	40	40
p	5	5	5	5
Q1st	1500	1500	1500	1500
Q2st	1500	1500	1500	1500
Kst	200	200	200	200
mu	1500	1500	1500	1500
sigma	300	300	300	300
iterations number	147	169	167	179
Q1val	5.209,961914062500	5.083,782226562500	4.964,162109375000	4.854,608398437500
Q2val	1.198,358398437500	975,197265625000	778,419921875000	602,691406250000
Kval	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
Peval	47.632,459390717600	47.878,593480492100	48.091,312666073600	48.277,074028816200
MeshToletance	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
mean u1,u2	0,525	0,55	0,575	0,6
u1,u2 start	0,125+step/2	0,15+step/2	0,175+step/2	0,2+step/2
u1,u2 end	0,925-(step/2)	0,95-(step/2)	0,975-(step/2)	1-(step/2)
a,b start	0,125+step/2	0,15+step/2	0,175+step/2	0,2+step/2
a,b end	0,925-(step/2)	0,95-(step/2)	0,975-(step/2)	1-(step/2)
g1,g2	(1/32)=0,03125	(1/32)=0,03125	(1/32)=0,03125	(1/32)=0,03125





Ως προς το πρώτο διάγραμμα παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται η μέση τιμή, το κέρδος του πωλητή ανεβαίνει, εμφανίζοντας μία πολύ υψηλή τάση. Ως προς το διάγραμμα ποσοτήτων τα πράγματα είναι λίγο πιο περίπλοκα, καθώς μέχρι και το test 4 οι ποσότητες παραγγελίας διατηρούν την τάση τους. Μέχρι και το test 4 οι ποσότητες παραγγελίας των κύριων προμηθευτών αυξάνονται σε αντίθεση με του εφεδρικού. Είναι εμφανής ωστόσο η διαφορά μεταξύ των δύο αυξανόμενων ποσοτήτων, καθώς του (1) έχει έντονη άνοδο. Η ποσότητα του (1) συνεχίζει να αυξάνεται μέχρι και στο test 5, ενώ από το ίδιο test και μετά η ποσότητα παραγγελίας του (2) μειώνεται με σταθερό ρυθμό και η εξασφαλισμένη ποσότητα του εφεδρικού παραμένει στο 0. Επιπλέον παρατηρείται ότι αντίστοιχη μείωση με την ποσότητα παραγγελίας του (2) ακολουθεί και η ποσότητα παραγγελίας του (1), από το test 6 και έπειτα. Πρωτικές αυτές τάσεις οφείλονται στο ότι κατά την πορεία των δοκιμών το τμήμα συνολικού μήκους 0.8 περικλείει ολοένα και υψηλότερα ποσοστά παραδιδόμενης παραγγελίας, αρά δεν υπάρχει η ανάγκη υψηλών παραγγελιών για να καλύψουν τις απώλειες λόγω αναξιοπιστίας, εφόσον οι κύριοι προμηθευτές είναι πιο αξιόπιστοι.

5. Επίλογος

5.1 Σύνοψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε η επέκταση του προβλήματος του «εφημεριδοπώλη», αποτελούμενη από τη χρήση δύο κύριων προμηθευτών και ενός εφεδρικού προμηθευτή. Το κυριότερο συστατικό στοιχείο της συγκεκριμένης επέκτασης είναι η αναξιοπιστία των κύριων προμηθευτών. Η αβεβαιότητα στη ζήτηση, στοιχείο του πρότυπου αρχικού μοντέλου, σαφώς διατηρείται και στο παρόν πρόβλημα. Η συγκεκριμένη επέκταση μελετήθηκε αρχικά ως προς τη φύση της, μέσω της ανάλυσης των βασικών της στοιχείων που την χαρακτηρίζουν. Στη συνέχεια παρατέθηκαν το μαθηματικό μοντέλο, οι αποφάσεις και οι υποθέσεις που χρησιμοποιήθηκαν ούτως ώστε να μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν κώδικα βελτιστοποίησης σε περιβάλλον MATLAB. Κατόπιν, ο κώδικας αυτός, που περικλείει όλες τις παραπάνω πληροφορίες, χρησιμοποιήθηκε με σκοπό την εμβάθυνση και ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας στο κομμάτι της μελέτης της συμπεριφοράς του μοντέλου της επέκτασης. Η μελέτη της συμπεριφοράς πραγματοποιήθηκε μέσω της διεξαγωγής πειραμάτων-case studies, που σκοπό είχαν την παρακολούθηση των εξαγόμενων αποτελεσμάτων του κώδικα βελτιστοποίησης κατά την μεταβολή της τιμής μίας εκ των σταθερών παραμέτρων, σε κάθε case study. Δηλαδή η μελέτη της συμπεριφοράς του μοντέλου εστίασε στην επίδραση που έχει η κάθε μία σταθερή παράμετρος του μοντέλου στο αναμενόμενο μέσο κέρδος του πωλητή καθώς και στην πολιτική των ποσοτήτων παραγγελίας των προμηθευτών.

5.2 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία ο όγκος των συμπερασμάτων είναι πολύ μεγάλος, καθώς εύκολα μπορεί να γίνει αντιληπτό ότι τα συμπεράσματα, πάνω στο αντικείμενο μελέτης, εξάγονται σχεδόν από την αρχή του δευτέρου κεφαλαίου έως και το τέλος του τετάρτου. Τα συμπεράσματα ανάλογα με το είδος τους μπορούν να χωριστούν σε συμπεράσματα σχετικά με τη φύση της επέκτασης, με τη μαθηματική της προσέγγιση και κυριότερα με τον προγραμματισμό και την κωδικοποίηση του μοντέλου. Θεωρήθηκε σκόπιμη η σύνταξη της παρούσας ενότητας, καθώς είναι αναγκαία η σύμπτυξη όλων των παραπάνω πορισμάτων σε μορφή κεντρικών ιδεών. Παραθέτουμε λοιπόν τις σημαντικότερες από αυτές τις κεντρικές ιδέες:

- 1) Το σημαντικότερο συστατικό στοιχείο της παρούσας επέκτασης, είναι η αβεβαιότητα, τόσο στη ζήτηση όσο και στα ποσοστά παραδιδόμενης παραγγελίας των κύριων προμηθευτών. Σε αυτήν πρέπει να εστιάζουμε το ενδιαφέρον μας, αλλά και την προσοχή μας για το πώς θα την προγραμματίσουμε σωστά εντός του κώδικα βελτιστοποίησης.
- 2) Το νόημα των αποτελεσμάτων συνδέεται άμεσα με την σωστή επιλογή των τιμών των σταθερών παραμέτρων.
- 3) Η επιτυχία της μοντελοποίησης και συνεπώς του κώδικα βελτιστοποίησης εξαρτάται από την σωστή επιλογή εργαλείων στο εκάστοτε περιβάλλον προγραμματισμού.
- 4) Σημαντικό παράγοντα αποτελεί η υπολογιστική ισχύς που συνδέεται άμεσα με τον απαιτούμενο χρόνο βελτιστοποίησης.
- 5) Η διαδικασία της Διακριτοποίησης αποτέλεσε ένα ιδιαίτερα χρήσιμο εργαλείο ιδίως στο κομμάτι της εξοικονόμησης χρόνου.
- 6) Σημαντικό παράγοντα κερδοφορίας του πωλητή αποτελεί η μικρή τιμή του λόγου CR/CE , της σταθερής παραμέτρου p και την όσο το δυνατόν υψηλότερη τιμή της σταθερής παραμέτρου h .
- 7) Όσο πιο μικρή είναι η αβεβαιότητα, είτε στο κομμάτι της ζήτησης, είτε στο κομμάτι των κύριων προμηθευτών, τόσο υψηλότερη κερδοφορία πετυχαίνει ο πωλητής.
- 8) Όσο υψηλότερες είναι οι μέσες τιμές των κατανομών, τόσο υψηλότερα κέρδη εξασφαλίζονται.
- 9) Οι ποσότητες παραγγελίας των προμηθευτών καθορίζονται με βάση τις παραμέτρους του προβλήματος και δεν εξαρτώνται από την τελική πορεία των κερδών.

5.3 Μελλοντικές Επεκτάσεις

Ένα σημαντικό πόρισμα που εξάχθηκε κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ύπαρξη μεγάλου εύρους δυνατών επεκτάσεων που επιδέχεται η συγκεκριμένη επέκταση. Το πόρισμα αυτό δεν ήταν απόρροια μόνο της μελέτης που πραγματοποιήθηκε και της συλλογιστικής πορείας που ακολουθήθηκε, αλλά ήταν απόρροια και των δυσκολιών που παρουσιάστηκαν ιδίως μέχρι και την ολοκλήρωση του κώδικα βελτιστοποίησης. Επομένως σε αυτή την ενότητα θα προταθούν μελλοντικές επεκτάσεις και θα παρατεθούν παράλληλα πιθανοί τρόποι ευκολότερης υλοποίησης παρόμοιων μοντέλων.

Ως προς τις πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις:

- 1) Εισαγωγή περισσότερων του ενός, προϊόντα τα οποία θα προμηθεύεται ο πωλητής από τους προμηθευτές.
- 2) Εισαγωγή του στοιχείου του χρόνου. Για παράδειγμα, ο χρόνος διανομής από τον κάθε προμηθευτή στον πωλητή.
- 3) Εισαγωγή αποθήκης στην θέση του πωλητή, δίνοντας τη δυνατότητα στο μοντέλο να πραγματεύεται και ζητήματα διαχείρισης αποθεμάτων
- 4) Εισαγωγή πλήθους πελατών, για τον πωλητή, οι οποίοι θα έχουν διαφορετικά χαρακτηριστικά μεταξύ τους, παρομοίως με τους διαφορετικούς προμηθευτές της παρούσας επέκτασης.

Ως προς τους πιθανώς προτιμότερους τρόπους υλοποίησης αντίστοιχης επέκτασης μοντέλου:

- 1) Επιλογή κατανομών, για τα στοιχεία που περιέχουν αβεβαιότητα, που να μην δημιουργούν προβλήματα στην αριθμητική επίλυση.
- 2) Δοκιμή υλοποίησης κώδικα βελτιστοποίησης σε διαφορετικό προγραμματιστικό περιβάλλον από το περιβάλλον της MATLAB. Ο λόγος είναι ότι το συγκεκριμένο περιβάλλον στο οποίο εργαστήκαμε δεν έχει τελειοποιηθεί σε τέτοιο βαθμό ούτως ώστε να επιδέχεται εύκολα προβλήματα τέτοιας πολυπλοκότητας.
- 3) Ενδέχεται να είναι ασφαλέστερη η κατασκευή ενός διακριτοποιημένου εξ' αρχής μοντέλου, καθώς μπορεί να υλοποιηθεί ευκολότερα και είναι σχεδόν σίγουρο ότι με τις κατάλληλες ρυθμίσεις θα παράγει αξιοποιήσιμα αποτελέσματα.

5.4 Βιβλιογραφία

- [1] *MathWorks* [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/> [Accessed].
- [2] *Newsvendor model* [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Newsvendor_model [Accessed].
- [3] HILL, A. V. 2017. *THE NEWSVENDOR PROBLEM* [Online]. Clamshell Beach Press. Available: - https://www.clamshellbeachpress.com/downloads/newsvendor_problem.pdf [Accessed].
- [4] STEVEN C. CHAPRA & CANALE, R. P. 2010. *NUMERICAL METHODS for ENGINEERS*, McGRAW-HILL
- [5] ΔΗΜΗΤΡΗΣ Π. ΜΠΕΡΤΣΕΚΑΣ & ΤΣΙΤΣΙΚΛΗΣ, Γ. Ν. 2010. *ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ*, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ.
- [6] ΚΟΛΕΤΣΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ & ΙΩΑΝΝΗΣ, Κ. 2012. *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα*, Αθήνα, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΣΥΜΕΩΝ.
- [7] ΠΑΠΑΟΔΥΣΣΕΥΣ, Κ., ΚΑΛΟΒΡΕΚΤΗΣ, Κ. & ΜΥΛΩΝΑΣ, Ν. 2017. *MATLAB Εισαγωγή & Εφαρμογές για Μηχανικούς*, Εκδόσεις Τζιόλα.

6. Παραρτήματα-Κώδικες

Στο παρόν τελικό κεφάλαιο παραθέτουμε τους κώδικες βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση του μοντέλου της επέκτασης που μελετήθηκε και για την μελέτη της συμπεριφοράς του στα case studies.

Κώδικας βελτιστοποίησης συνεχούς μοντέλου:

```
1 - format long
2
3 - % δημιουργία κατανομών
4
5 - mu=input('give middle value of Normal distribution of demand:');
6 - sigma=input('give fluctuation of Normal distribution of demand:');
7 - tic
8 - pd1=makedist('Uniform','lower',0,'upper',1);
9 - pd2=makedist('Uniform','lower',0,'upper',1);
10
11 - F=@(x) normcdf(x,mu,sigma);
12 - G1=@(u) cdf(pd1,u);
13 - G2=@(u) cdf(pd2,u);
14 - f=@(x) normpdf(x,mu,sigma);
15 - g1=@(u) pdf(pd1,u);
16 - g2=@(u) pdf(pd2,u);
17
18 - % καθορισμός τιμών των σταθερών παραμέτρων
19
20 - h=5;
21 - c1=6;
22 - c2=7;
23 - c_R=3;
24 - c_E=7;
25 - r=40;
26 - p=5;
27
28 - % συνάρτηση εσόδων L
29
30 - L=@(Q1,Q2,K,u1,u2) integral(@(x) (r.*x+h.*((Q1.*u1+Q2.*u2)-x)).*f(x),0,(Q1.*u1+Q2.*u2))...
31 - +integral(@(x) (-c_E.*(x-(Q1.*u1+Q2.*u2))+r.*x).*f(x),(Q1.*u1+Q2.*u2),(Q1.*u1+Q2.*u2)+K)...
32 - +integral(@(x) (-c_E.*K+r.*((Q1.*u1+Q2.*u2)+K)-p.*(x-(Q1.*u1+Q2.*u2)-K)).*f(x),(Q1.*u1+Q2.*u2)+K,3000);
33
34 - % ii=interior integral, καθορισμός του εσωτερικού ολοκληρώματος της Pe, για
35 - % διευκόλυνση
36
37 - ii=@(Q1,Q2,K,u1) integral(@(u2)L(Q1,Q2,K,u1,u2).*g1(u1).*g2(u2),0,1,'ArrayValued',true);
38
39 - % συνάρτηση κερδών Pe (δηλαδή Π)
40
41 - Pe=@(Q1,Q2,K) -c1.*mean(pd1).*Q1-c2.*mean(pd2).*Q2-K.*c_R+integral(@(u1)ii(Q1,Q2,K,u1),0,1,'ArrayValued',true);
42
43 - % καθορισμός επιλογών βελτιστοποίησης και αρχικών τιμών των μεταβλητών
44 - % βελτιστοποίησης
45
46 - options=optimoptions(@patternsearch,'MaxIter',1e5,'Display','iter','UseCompletePoll',true,'MeshTolerance',8e-4);
47 - Q1st=1500;
48 - Q2st=1500;
49 - Kst=200;
50
51 - % μέθοδος βελτιστοποίηση και εξαγόμενα αποτελέσματα
52
53 - [t,fval]=patternsearch(@(v) -Pe(v(1),v(2),v(3)),[Q1st,Q2st,Kst],[[],[],[]],[0,0,0],[[],[]],options);
54 - Q1val=t(1);
55 - Q2val=t(2);
56 - Kval=t(3);
57 - Peval=-fval;
58 - toc
59 - beep
```

Κώδικας βελτιστοποίησης διακριτού μοντέλου:

```
1 - format long
2
3 - % δημιουργία κατανομών και μεταβλητής L
4
5 - global L;
6 - mu=input('give middle value of Normal distribution of demand:');
7 - sigma=input('give fluctuation of Normal distribution of demand:');
8 - tic
9 - pd1=makedist('Uniform','lower',0,'upper',1);
10 - pd2=makedist('Uniform','lower',0,'upper',1);
11 - f=@(x) normpdf(x,mu,sigma);
12
13 - % καθορισμός τιμών των σταθερών παραμέτρων και step
14
15 - step=0.025;
16 - h=5;
17 - c1=6;
18 - c2=7;
19 - c_R=3;
20 - c_E=7;
21 - r=40;
22 - p=5;
23
24 - % καθορισμός διακριτών u1,u2 και των PDF τους g1,g2
25
26 - u1=[step/2:step:1-step/2];
27 - g1=0.025;
28
29 - u2=[step/2:step:1-step/2];
30 - g2=0.025;
31
32 - % συνάρτηση εσόδων L
33
34 - L=@(Q1,Q2,K,u1,u2) integral(@(x) (r.*x+h.*((Q1.*u1+Q2.*u2)-x)).*f(x),0,(Q1.*u1+Q2.*u2))...
35 - +integral(@(x) (-c_E.*(x-(Q1.*u1+Q2.*u2))+r.*x).*f(x),(Q1.*u1+Q2.*u2),(Q1.*u1+Q2.*u2)+K)...
36 - +integral(@(x) (-c_E.*K+r.*((Q1.*u1+Q2.*u2)+K)-p.*(x-(Q1.*u1+Q2.*u2)-K)).*f(x),(Q1.*u1+Q2.*u2)+K,3600);
37
38 - % συνάρτηση κερδών Pe (δηλαδή Π)
39
40 - Pe=@(Q1,Q2,K) loop(Q1,Q2,K,g1,g2,step)-c1.*mean(u1).*Q1-c2.*mean(u2).*Q2-K.*c_R;
41
42 - % καθορισμός επιλογών βελτιστοποίησης και αρχικών τιμών των μεταβλητών
43 - % βελτιστοποίησης
44
45 - options=optimoptions(@patternsearch,'MaxIter',1e5,'Display','iter','UseCompletePoll',true,'MeshTolerance',8e-4);
46 - Q1st=1500;
47 - Q2st=1500;
48 - Kst=200;
49
50 - % μέθοδος βελτιστοποίηση και εξαγόμενα αποτελέσματα
51
52 - [t,fval]=patternsearch(@(v) -Pe(v(1),v(2),v(3)),[Q1st,Q2st,Kst],[[],[],[]],[0,0,0],[[],[]],options);
53 - Q1val=t(1);
54 - Q2val=t(2);
55 - Kval=t(3);
56 - Peval=-fval;
57 - toc
58 - beep
59
60 - % προβολή εξαγόμενων αποτελεσμάτων στον editor
61
62 - t
63 - Peval
```

Συνάρτηση loop (σε ξεχωριστό αρχείο loop.m):

```
1  function [ final ] = loop(A,B,C,g1,g2,step)
2
3
4  -      final=[0];
5  -      global L
6  -      for a=[step/2:step:1-step/2]
7  -          for b=[step/2:step:1-step/2]
8
9  -              final=final+L(A,B,C,a,b)*g1*g2;
10
11
12  -          end
13  -      end
14
15  -      end
16
```

Η συνάρτηση loop παίζει το ρόλο του αθροιστή ή αλλιώς του διπλού αθροίσματος. Ήταν απαραίτητη η δημιουργία της ως ξεχωριστή συνάρτηση λόγω του ότι δεν μπορούσε να χρησιμοποιηθεί εναλλακτική μέθοδος και για τον λόγο αυτό η L έπρεπε να είναι global μεταβλητή εντός του διακριτού μοντέλου.