

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Μεταπτυχιακή Εργασία

**ΤΑΛΑΝΤΩΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΦΑΙΡΑΣ
ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΡΟΗΣ**

υπό

ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΖΙΑΜΠΑ

Διπλωματούχου Μηχανικού Παραγωγής και Διοίκησης Δ.Π.Θ., 2014

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

2018

© 2018 Αθανάσιος Ζιαμπάς

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Ερρίκος Σταπουντζής
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Νικόλαος Πελεκάσης
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Χαραλάμπους Γεώργιος
Επ. Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου, κύριο Ερρίκο Σταπουντζή, επιβλέποντα της παρούσας εργασίας, για τη συνεχή καθοδήγηση του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής αυτής, για τις πολύτιμες επιστημονικές συμβουλές του και για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον θέμα.

Ακόμη θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές που είχα την τύχη να συνεργαστώ και να μάθω πολλά από αυτούς κατά τη διάρκεια της φοίτησής μου ως μεταπτυχιακός φοιτητής. Η βοήθεια τους, η γνώση και ο τρόπος σκέψης που μου μεταλαμπάδευσαν είναι ένα πολύτιμο δώρο που θα με ακολουθεί.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω μέσα από τα βάθη της ψυχής μου την οικογένειά μου που στέκεται δίπλα μου και με στηρίζει στην πορεία μου ως επαγγελματία μηχανικός και ως άνθρωπος.

ΤΑΛΑΝΤΩΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΦΑΙΡΑΣ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΡΟΗΣ

ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΖΙΑΜΠΑΣ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2018

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Ερρίκος Σταπουντζής, Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων
Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο εργαστήριο Ρευστομηχανικής και Στροβιλομηχανών, του τομέα Ενέργειας Βιομηχανικών Διεργασιών και Αντιρρυπαντικής Τεχνολογίας, του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και έχει ως αντικείμενο την πειραματική μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της σφαίρας σε αεροσήραγγα χωρίς ροή αέρα, με στρωτή ροή και με δίνες Von Karman. Σκοπός της εργασίας, είναι η εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για τις δυνατότητες και τη συμπεριφορά ενός σώματος που ταλαντώνεται μέσα σε ροή αέρα συνδυάζοντας γνώσεις περί ταλαντώσεων και αεροδυναμικής. Στα πρώτα κεφάλαια γίνεται μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση γενικά για τις ταλαντώσεις και πιο ειδικά του απλού εκκρεμούς και των φθινουσών ταλαντώσεων καθώς και των τύπων που χρησιμοποιούνται. Ακολουθεί αεροδυναμική μελέτη της σφαίρας και η παραγωγή δινών Von Karman. Στη συνέχεια περιγράφεται αναλυτικά ο τρόπος διεξαγωγής των εργαστηριακών πειραμάτων, ενώ παρουσιάζονται τα ποσοτικά αποτελέσματα - συμπεράσματα που προέκυψαν από τη διεξαγωγή των πειραμάτων με εκτενή σχολιασμό, βασισμένο στη θεωρία, και τέλος παρατίθεται η σχετική βιβλιογραφία.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
Κεφάλαιο 2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	3
2.1 Ταλαντώσεις.....	3
2.1.1 Η έννοια της ταλάντωσης	3
2.1.2 Απλή ταλάντωση	4
2.1.3 Αρμονικός ταλαντωτής.....	8
2.1.4 Μαθηματικό εκκρεμές.....	9
2.1.5 Ενέργεια της αρμονικής ταλάντωσης	11
2.1.6 Φθίνουσες ταλαντώσεις	12
2.1.7 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.....	13
2.2 Αεροδυναμική σφαίρας.....	14
2.2.1 Αριθμός Reynolds	14
2.2.2 Αεροδυναμική Αντίσταση (Drag).....	15
2.2.3 Συνολική Οπισθέλκουσα Αντίσταση.....	15
2.2.4 Δίνες Von Karman - Strouhal number (Sr)	18
2.2.5 Οριακό στρώμα	20
Κεφάλαιο 3 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ, ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	23
3.1 Εισαγωγή.....	23
3.2 Αεροσήραγγα.....	23
3.2.1 Βαθμονόμηση αεροσήραγγας.....	25
3.3 Παραγωγή περιοδικής ροής με δίνες Von Karman	26
3.4 Διάταξη εκκρεμούς.....	27
3.5 Όργανα μέτρησης εργαστηρίου.....	29
3.5.1 Εξοπλισμός εργαστηρίου για τη μηχανική μέθοδο ανάλυσης	29
3.6 Προσδιορισμός κυκλικών συντεταγμένων	32
Κεφάλαιο 4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ.....	34
4.1 Μηχανική μέθοδος ανάλυσης με επιταχυνσιόμετρο (accelerometer)	34
4.2 Οπτική μέθοδος ανάλυσης	40
Κεφάλαιο 5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ	44
5.1 Ταλάντωση χωρίς ροή αέρα	46
5.2 Ταλάντωση με στρωτή ροή αέρα 50 Hz.....	51
5.3 Ταλάντωση με τυρβώδη ροή αέρα 50 Hz (δίνες Von Karman)	55
5.4 Σύγκριση των αποτελεσμάτων των τριών μεθόδων	59

Κεφάλαιο 6	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΜΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ.....	62
6.1	Ταλάντωση σφαίρας χωρίς ροή αέρα (επιταχυνσιόμετρο).....	62
6.1.1	Εύρος συχνοτήτων ταλάντωσης χωρίς ροή αέρα (FFT).....	63
6.2	Ταλάντωση σφαίρας με στρωτή ροή αέρα 50 Hz (επιταχυνσιόμετρο)	64
6.2.1	Εύρος συχνοτήτων ταλάντωσης με ροή αέρα 50 Hz (FFT)	65
6.3	Ταλάντωση σφαίρας με τυρβώδη ροή 50 Hz (δίνες Von Karman) (επιταχυνσιόμετρο)	66
6.3.1	Εύρος συχνοτήτων ταλάντωσης με ροή αέρα 50 Hz με δίνες Von Karman (FFT).....	67
6.4	Συμπεράσματα των αποτελεσμάτων της μηχανικής μελέτης των ταλαντώσεων με επιταχυνσιόμετρο.....	68
Κεφάλαιο 7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ – ΠΟΣΟΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ	69
Κεφάλαιο 8	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	72

Κατάλογος Εικόνων

Κεφάλαιο 2

Εικόνα 2-1 Μαθηματικό εκκρεμές.

Εικόνα 2-2 Διαμόρφωση δινών πίσω από ένα κυλινδρικό σώμα.

Εικόνα 2-3 Ο αριθμός Strouhal σε σχέση με τον αριθμό Reynolds για κυκλικούς κυλίνδρους.

Εικόνα 2-4 Οπτική απεικόνιση ροής του οριακού στρώματος σφαίρα με λεία επιφάνεια.

Κεφάλαιο 3

Εικόνα 3-4 Διάταξη του κυλίνδρου για την παραγωγή δινών Von Karman.

Εικόνα 3-5 Δίνες Von Karman που δημιουργούνται μετά την τοποθέτηση του κυλίνδρου ως εμπόδιο.

Εικόνα 3-6 Η κεφαλή του εμβόλου με την προέκταση μπιέλας (Αριστερά) και η σύνδεση της σφαίρας με την προέκταση μπιέλας (Δεξιά).

Εικόνα 3-7 Η συνολική διάταξη του εκκρεμούς.

Εικόνα 3-8 Σκαρίφημα επιταχυνσιόμετρου KISTLER 86C10T.

Εικόνα 3-9 Το καλώδιο KISTLER TYPE 1631C του επιταχυνσιόμετρου.

Εικόνα 3-10 Ενισχυτής σήματος KISTLER TYPE 5134B και ψηφιακός παλμογράφος LEADER LBO.

Εικόνα 3-11 Μετατροπέας σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό της National Instruments.

Εικόνα 3-12 Όλος ο ηλεκτρονικός εξοπλισμός του εργαστηρίου για τη διεξαγωγή του πειράματος.

Εικόνα 3-13 Αποτύπωση κυκλικών συντεταγμένων r, φ κατά τη διάρκεια ταλάντωσης της σφαίρας.

Κεφάλαιο 4

Εικόνα 4-1 Απεικόνιση της πολυωνυμικής μορφής του σήματος $y=x$ του προγράμματος LabView

Εικόνα 4-2 Καρέ, μέσω του προγράμματος Wondershare Filmora, από τη δοκιμή ταλάντωσης του εκκρεμούς χωρίς ροή αέρα.

Εικόνα 4-3 Απεικόνιση της ταλάντωσης του εκκρεμούς χωρίς ροή αέρα από την πρώτη δοκιμή στο πρόγραμμα LabView

Εικόνα 4-4 Απεικόνιση δεδομένων στο πρόγραμμα OriginPro και διαδικασία εύρεσης συχνότητας ταλάντωσης εκκρεμούς.

Εικόνα 4-5 Απεικόνιση των αποτελεσμάτων της μεθόδου FFT στο πρόγραμμα OriginPro

Εικόνα 4-6 Απεικόνιση των αποτελεσμάτων και εύρεση συχνότητας ταλάντωσης στο διάγραμμα εύρους-συχνότητας στο πρόγραμμα OriginPro με ανάλυση FFT.

Εικόνα 4-7 Απεικόνιση των αποτελεσμάτων και εύρεση περιόδου ταλάντωσης στο διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου στο πρόγραμμα OriginPro.

Εικόνα 4-8 Καθορισμός της διάρκειας των video με το πρόγραμμα Wondershare Filmora.

Εικόνα 4-9 Ανάλυση των video σε frames με το πρόγραμμα Free Video to JPG Converter.

Εικόνα 4-10 Εύρεση των συντεταγμένων της θέσης του μαύρου σημείου από το πρόγραμμα «Ζωγραφική».

Κεφάλαιο 5

Εικόνα 5-1 Δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα με διεύθυνση προς τα αριστερά.

Εικόνα 5-2 Δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα με διεύθυνση προς τα δεξιά.

Κατάλογος Διαγραμμάτων

Κεφάλαιο 2

Διάγραμμα 2-1 Διάγραμμα θέσης – χρόνου μίας ταλάντωσης με διαφορετικές φάσεις.

Διάγραμμα 2-2 Διάγραμμα ταλάντωσης θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης σε σχέση με τον χρόνο.

Διάγραμμα 2-3 Διάγραμμα σχέσης δύναμης – θέσης μίας ταλάντωσης.

Διάγραμμα 2-4 Μεταβολές του συντελεστή αντίστασης σε σχέση με τον αριθμό Reynolds για ένα σφαιρικό σώμα.

Κεφάλαιο 3

Διάγραμμα 3-1 Η κατανομή της ταχύτητας, με τον κύλινδρο και χωρίς αυτόν, στην αεροσήραγγα.

Κεφάλαιο 5

Διάγραμμα 5-1 Ακριβής θέση του μαύρου σημείου σε pixels σε δισδιάστατο σύστημα αξόνων (x, y) για $f_{inverter} = 0$ Hz.

Διάγραμμα 5-2 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 0$ Hz.

Διάγραμμα 5-3 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον κατακόρυφο άξονα y με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 0$ Hz.

Διάγραμμα 5-4 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x , εκφρασμένες σε mm σύμφωνα με τον τύπο 5.4, με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 0$ Hz.

Διάγραμμα 5-5 Η διαφορά της περιόδου της ταλάντωσης (T) σε σχέση με τον χρόνο.

Διάγραμμα 5-6 Συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας τις δεδομένες χρονικές στιγμές για ταλάντωση χωρίς αέρα.

Διάγραμμα 5-7 Ακριβής θέση του μαύρου σημείου σε pixels σε δισδιάστατο σύστημα αξόνων (x, y) για $f_{inverter} = 50$ Hz.

Διάγραμμα 5-8 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 50$ Hz.

Διάγραμμα 5-9 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον κατακόρυφο άξονα y με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 50$ Hz.

Διάγραμμα 5-10 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x , εκφρασμένες σε mm σύμφωνα με τον τύπο 5.4, με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 50$ Hz.

Διάγραμμα 5-11 Η διαφορά της περιόδου της ταλάντωσης (T) σε σχέση με τον χρόνο.

Διάγραμμα 5-12 Συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας τις δεδομένες χρονικές στιγμές για ταλάντωση με αέρα 50 Hz.

Διάγραμμα 5-13 Ακριβής θέση του μαύρου σημείου σε pixels σε δισδιάστατο σύστημα αξόνων (x, y) για $f_{inverter} = 50$ Hz με δίνες Von Karman.

Διάγραμμα 5-14 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$ με δίνες Von Karman.

Διάγραμμα 5-15 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον κατακόρυφο άξονα y με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$ με δίνες Von Karman.

Διάγραμμα 5-16 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x , εκφρασμένες σε mm σύμφωνα με τον τύπο 5.4, με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$ με δίνες Von Karman.

Διάγραμμα 5-17 Η διαφορά της περιόδου της ταλάντωσης (T) σε σχέση με τον χρόνο.

Διάγραμμα 5-18 Συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας τις δεδομένες χρονικές στιγμές για ταλάντωση με αέρα 50 Hz και δίνες Von Karman.

Κεφάλαιο 6

Διάγραμμα 6-1 Διάγραμμα του εύρους των τιμών των επιταχύνσεων του μαύρου σημείου σε σχέση με τον χρόνο για $f_{inverter} = 0 \text{ Hz}$.

Διάγραμμα 6-2 Ανάλυση FFT για σχέση εύρους ταλάντωσης – συχνότητας για χρόνο 200 sec , Χωρίς ροή αέρα.

Διάγραμμα 6-3 Διάγραμμα του εύρους των τιμών των επιταχύνσεων του μαύρου σημείου σε σχέση με τον χρόνο για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$.

Διάγραμμα 6-4 Ανάλυση FFT για σχέση εύρους ταλάντωσης – συχνότητας για χρόνο 200 sec , με ροή αέρα 50 Hz .

Διάγραμμα 6-5 Διάγραμμα του εύρους των τιμών των επιταχύνσεων του μαύρου σημείου σε σχέση με τον χρόνο για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$ δίνες Von Karman

Διάγραμμα 6-6 Ανάλυση FFT για σχέση εύρους ταλάντωσης – συχνότητας για χρόνο 200 sec , με ροή αέρα 50 Hz .

Κατάλογος Πινάκων

Κεφάλαιο 4

Πίνακας 2-1 Ποσοστιαία επίδραση της αντίστασης λόγω τριβής και λόγω μορφής.

Πίνακας 2-2 Συντελεστής αντίστασης διαφόρων σωμάτων για κίνηση σε ρευστό με αριθμό Reynolds περίπου 10^4 .

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3-1 Χαρακτηριστικά επιταχυνσιόμετρου KISTLER.

Κεφάλαιο 7

Πίνακας 7-1 Ποσοτικά αποτελέσματα μεθόδου οπτικής ανάλυσης των πειραμάτων.

Πίνακας 7-2 Ποσοτικά αποτελέσματα μεθόδου μηχανικής ανάλυσης των πειραμάτων.

Πίνακας Συμβόλων

ρ : πυκνότητα (kg/ m^3)

m : μάζα σώματος (kg)

U : ταχύτητα μέσου (m/s)

μ : δυναμικό ιξώδες ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)

Re : αριθμός Reynolds

L : χαρακτηριστικό μήκος (m)

t : χρόνος (sec)

T : περίοδος ταλάντωσης (sec)

φ : φάση ταλάντωσης ($^\circ$)

φ_0 : αρχική φάση ταλάντωσης ($^\circ$)

ω : κυκλική συχνότητα (rad/s)

ω_0 : κυκλική ιδιοσυχνότητα (rad/s)

x : θέση ταλάντωσης (m)

x_0 : πλάτος ταλάντωσης (m)

k : σταθερά ελατηρίου (N/m)

b : συντελεστής απόσβεσης ταλάντωσης (kg/s)

F_g : βάρος (N)
 g : επιτάχυνση της βαρύτητας (m/s^2)
 R : ακτίνα σφαίρας (m)
 A : αντίσταση ρευστού
 a / acceleration : επιτάχυνση (m/s^2)
 a_{video} : επιτάχυνση από βίντεο (m/s^2)
 $a_{\text{accelerometer}}$: επιτάχυνση από επιταχυνσιόμετρο (m/s^2)
 A : επιφάνεια (m^2)
 A : πλάτος ταλάντωσης
 C_D : συντελεστής οπισθέλκουσας
 F_D : οπισθέλκουσα δύναμη (N)
 du : μεταβολή ταχύτητας (m/s)
 dy : μετατόπιση στην διεύθυνση y (mm)
 dt : μεταβολή χρόνου (sec)
 dx : μετατόπιση στην διεύθυνση x (mm)
 f : συχνότητα (Hz)
 f_0 : ιδιοσυχνότητα (Hz)
 f_{inverter} : συχνότητα inverter (Hz)
 F : δύναμη (N)
FFT : Fast Fourier Transform
Frames : στιγμιότυπα
Frame number : αριθμός στιγμιότυπου
Fps/frames per second : καρέ το δευτερόλεπτο
GAIN : ενίσχυση
 M : αριθμός Mach
Volts : μονάδα μέτρησης ρεύματος
 F_r : συνιστώσα βάρους στη διεύθυνση του νήματος
 F_e : συνιστώσα βάρους κάθετη στη διεύθυνση του νήματος
 E_p : δυναμική ενέργεια (J)
 E_k : κινητική ενέργεια (J)
 V : μέση ταχύτητα σώματος σε σχέση με το ρευστό (m/s)

Κεφάλαιο 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το θέμα της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της συμπεριφοράς ενός σώματος το οποίο ταλαντώνεται σε διάταξη εκκρεμούς και η κατανόηση του πώς το αεροδυναμικό του σχήμα παίζει ρόλο σε αυτή τη συμπεριφορά. Η αεροδυναμική ενός σώματος ή μίας κατασκευής κάτω από ορισμένες συνθήκες ταλάντωσης και ροής είναι ένα μεγάλο κεφάλαιο της Μηχανικής που απασχολεί τους μηχανικούς που προσπαθούν να δώσουν λύσεις σε φαινόμενα ταλαντώσεων αεροδυναμικών συστημάτων.

Κατασκευή θεωρούμε έναν συνδυασμό από μέρη στερεωμένα μεταξύ τους που δημιουργούν ένα υποστηριζόμενο πλαίσιο και το οποίο μπορεί να είναι μέρος ενός κτηρίου, μιας μηχανής ή ενός άλλου συστήματος.

Πριν ξεκινήσει η βιομηχανική επανάσταση, οι κατασκευές είχαν πολύ μεγάλο όγκο καθώς χρησιμοποιούνταν υλικά όπως το ξύλο, η πέτρα και άλλα ογκώδη υλικά. Τα τελευταία 200 χρόνια, με τη βοήθεια ελαφρών υλικών που έχουν υψηλή αντοχή, όπως ο χυτοσίδηρος, το αλουμίνιο, το ασάλι, καθώς και η αυξημένη γνώση των ιδιοτήτων των υλικών και της φόρτισης των κατασκευών, μας έχουν οδηγήσει στη μείωση του όγκου των κατασκευών και κατ' επέκταση και μεγάλου μέρους της μάζας τους. Η απόδοση των μηχανών, οι οποίες λειτουργούν με υψηλή περιστροφική ταχύτητα και άρα με υψηλό πλάτος ταλάντωσης των δυνάμεων διέγερσης, αυξήθηκε. Η διαδικασία της αύξησης της διέγερσης των μηχανών και ταυτόχρονα της μείωσης του όγκου και της μάζας τους καθώς και τη μείωση της ταλάντωσης τους, συνεχίζει με αυξανόμενους ρυθμούς.

Κομμάτι αυτών των διεργασιών είναι οι ταλαντώσεις, οι οποίες συμβαίνουν στις κατασκευές και στα δυναμικά συστήματα, ενώ είναι μη επιθυμητές τις περισσότερες φορές. Στην παρούσα διπλωματική θα εξετάσουμε ένα δυναμικό σύστημα, στο οποίο όμως η ταλάντωση είναι απαραίτητη και δημιουργείται από εμάς τους ίδιους.

Υπάρχουν δύο παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν το πλάτος και τη συχνότητα μίας ταλάντωσης σε μία κατασκευή:

1. Η εφαρμοσμένη διέγερση
2. Η απόκριση της κατασκευής στην διέγερση.

Αλλάζοντας είτε τη δυναμική διέγερση είτε τα δυναμικά χαρακτηριστικά της κατασκευής θα αλλάξει και η ταλάντωση.

Η διέγερση μπορεί να προέρχεται από εξωτερικούς παράγοντες όπως είναι το νερό, το έδαφος και ο αέρας, δηλαδή από σεισμούς, κύματα νερού ή ρεύματα αέρα. Μπορεί, επίσης, να είναι κι από παράγοντες εντός της κατασκευής, όπως κινούμενα φορτία και έμβολα. Εμείς δεν θα ασχοληθούμε με παράγοντες εντός της κατασκευής, αλλά θα προσπαθήσουμε να μελετήσουμε τη συμπεριφορά μιας κατασκευής που δέχεται διέγερση από εξωτερικό παράγοντα, όπως είναι η ροή αέρα.

Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο, αυτό που μας απασχολεί περισσότερο σε αυτή την εργασία, είναι η αεροδυναμική ενός σώματος ή μίας κατασκευής και το πώς το αεροδυναμικό του σχήμα επηρεάζει τη συμπεριφορά του, όταν βρίσκεται σε μια διέγερση και, στην προκειμένη περίπτωση, σε μία ταλάντωση.

Η Αεροδυναμική είναι ιδιαίτερος κλάδος της Μηχανικής των ρευστών και ειδικότερα της Δυναμικής. Ο επιστημονικός αυτός κλάδος έχει ως αντικείμενο έρευνας και μελέτης τους νόμους που διέπουν τη ροή του αέρα ή άλλων αερίων γύρω από διάφορα σώματα που έχουν ειδική μορφή με περιορισμένη τη μία από τις τρεις διαστάσεις τους κατά κατεύθυνση κίνησης, καθώς και την κίνηση τους μέσα στον αέρα. Σκοπός αυτής της μελέτης είναι η έρευνα των δυνάμεων που ασκούνται, έτσι ώστε να είναι αφενός μεν προβλέψιμη η κίνησή τους αφετέρου δε καλύτερη η σχεδίαση και βελτιστοποίηση των μεγεθών τους προς τον επιδιωκόμενο σκοπό.

Η Αεροδυναμική μέχρι πριν πέντε δεκαετίες ήταν πειραματική επιστήμη και βασιζόταν ιδιαίτερα στις αεροδυναμικές σήραγγες. Μετά όμως την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών αναπτύχθηκε έντονα και η υπολογιστική αεροδυναμική με συνέπεια πείραμα και θεωρία να συμβάλλουν πλέον στην πλήρη μελέτη της, έτσι ώστε η "υπολογιστική" να συμπληρώνει με αποτελεσματικότητα την "πειραματική αεροδυναμική".

Κεφάλαιο 2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

2.1 Ταλαντώσεις

2.1.1 Η έννοια της ταλάντωσης

Ταλάντωση είναι η διαδικασία της μεταβολής ενός μεγέθους, π.χ. της θέσης ενός κινητού, της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου κλπ. Συνήθως σχετίζουμε την έννοια της ταλάντωσης με κάποια εκτροπή του θεωρουμένου μεγέθους από την κατάσταση ισορροπίας και την επαναφορά σε αυτή ή τη μετάβαση σε μια νέα κατάσταση μετά από μερικές παλινδρομήσεις. Η γενικευμένη έννοια της ταλάντωσης περιλαμβάνει όμως κάθε είδους μετάβαση του συστήματος προς μια νέα κατάσταση ακόμα και όταν δε γίνεται παλινδρόμηση.

Το ερώτημα αν η ταλάντωση θα εκτελέσει παλινδρόμηση ή όχι, εξαρτάται από τις αποσβέσεις, δηλαδή τους παράγοντες που καταναλώνουν ενέργεια (μηχανικές τριβές, ηλεκτρικές αντιστάσεις κ.α.). Αν οι τιμές των αποσβέσεων είναι μικρές, τότε η ταλάντωση συνοδεύεται από παλινδρόμηση. Αν οι τιμές των αποσβέσεων είναι μεγάλες, τότε η μετάβαση του συστήματος προς τη θέση ισορροπίας γίνεται χωρίς διακυμάνσεις.

Οι αποσβέσεις μπορεί να είναι επιθυμητές ή όχι. Η ευστάθεια ενός αυτοκινήτου π.χ. απαιτεί αποφυγή των ταλαντώσεων του οχήματος, οι οποίες μπορεί να προκληθούν από τις ανωμαλίες του οδοστρώματος, γι' αυτό προστίθενται στην ανάρτησή του ειδικοί αποσβέστες (αμορτισέρ). Αντίθετα στην παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών ταλαντώσεων (π.χ. κεραίες εκπομπής) οι αποσβέσεις λόγω ηλεκτρικών αντιστάσεων είναι ανεπιθύμητες γιατί καταναλώνουν ενέργεια.

Αν το ταλαντευόμενο μέγεθος είναι η θέση ενός σώματος, τότε έχουμε μηχανική ταλάντωση. Αν το ταλαντευόμενο μέγεθος είναι ηλεκτρικό ρεύμα, τότε έχουμε ηλεκτρική ταλάντωση. Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τα χαρακτηριστικά των μηχανικών ταλαντώσεων.

2.1.2 Απλή ταλάντωση

Από το σύνολο των ταλαντώσεων εκεί που θα εστιάσουμε περισσότερο είναι στις λεγόμενες αρμονικές ταλαντώσεις. Αυτό γίνεται για δύο λόγους. Αφ' ενός γιατί οι φυσικές ταλαντώσεις τείνουν στις μικρές διαταραχές να είναι αρμονικές, αφ' ετέρου γιατί υπάρχει μια μαθηματική διαδικασία, η οποία είναι γνωστή ως ανάλυση Fourier, σύμφωνα με την οποία κάθε μη αρμονική ταλάντωση μπορεί να αναλυθεί σε άθροισμα αρμονικών όρων.

Στις μηχανικές ταλαντώσεις το μεταβαλλόμενο μέγεθος είναι η θέση x . Λέμε ότι το x ταλαντώνεται αρμονικά, αν μεταβάλλεται χρονικά σύμφωνα με την εξίσωση:

$$x = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (2.1)$$

Όπου:

x_0 = το πλάτος της ταλάντωσης (η μέγιστη τιμή του $x(t)$)

ω = η κυκλική συχνότητα σε rad / s

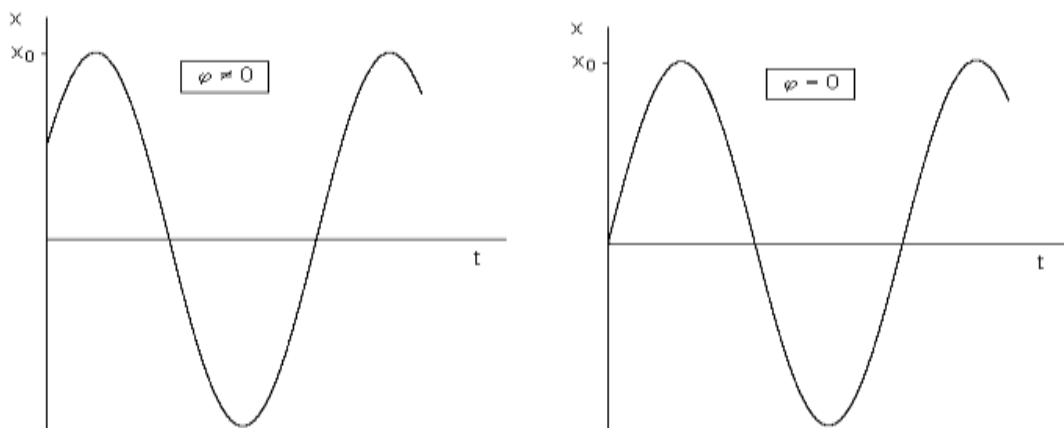
t = ο χρόνος σε s

φ = η αρχική φάση σε rad, η οποία ορίζεται από τη χρονική στιγμή έναρξης της ταλάντωσης.

Το γινόμενο της κυκλικής συχνότητας επί τον χρόνο είναι η φάση της ταλάντωσης. Μπορούμε να επιλέξουμε $\varphi = 0$, οπότε η εξίσωση της αρμονικής ταλάντωσης γράφεται σε απλούστερη μορφή:

$$x = x_0 \cdot \sin \omega t \quad (2.2)$$

Στα παρακάτω σχήματα απεικονίζονται τα διαγράμματα μιας αρμονικής ταλάντωσης με αρχική φάση $\varphi = 0$ και $\varphi \neq 0$. Παρατηρούμε ότι το ένα διάγραμμα προκύπτει από το άλλο με απλή μετατόπιση της αρχής στον άξονα του χρόνου.



Διάγραμμα 2-1 Διάγραμμα θέσης – χρόνου μίας ταλάντωσης με διαφορετικές φάσεις.

Το χρονικό διάστημα T , που μεσολαβεί μεταξύ δύο φάσεων οι οποίες διαφέρουν κατά 2π είναι η περίοδος της ταλάντωσης. Οι εκτροπές από τη θέση ισορροπίας και οι φορές που κινείται ο ταλαντωτής σε δύο χρονικές στιγμές που διαφέρουν κατά μία περίοδο, είναι ίδιες. Συχνά λέμε ότι η ταλάντωση εκτελεί σε χρόνο μιας περιόδου έναν κύκλο. Η σχέση μεταξύ της περιόδου T και της κυκλικής συχνότητας ω είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.3)$$

Το αντίστροφο της περιόδου είναι η συχνότητα ταλάντωσης f :

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.4)$$

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις (2.3, 2.4) παίρνουμε τη σχέση συχνότητας και κυκλικής συχνότητας:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{ή} \quad \omega = 2\pi f \quad (2.5)$$

Η συχνότητα δίνει το πλήθος των πραγματοποιούμενων κύκλων στη μονάδα του χρόνου. Μονάδα της συχνότητας είναι το s^{-1} , όμως συνηθίζουμε να χρησιμοποιούμε τη μονάδα Hertz (Hz) (Heinrich Rudolf Hertz 1857-1894, Γερμανός φυσικός που παρήγαγε τα ραδιοφωνικά κύματα). Ισχύει $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$.

Από τη Μηχανική γνωρίζουμε ότι η πρώτη παράγωγος της θέσης είναι η ταχύτητα v . Από την εξίσωση 2.1 παίρνουμε:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [x_0 \sin(\omega t + \varphi)] = x_0 \frac{d}{dt} [\sin(\omega t + \varphi)] = \omega x_0 \frac{d \sin(\omega t + \varphi)}{d(\omega t + \varphi)} = \omega x_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Άρα η ταχύτητα στην αρμονική ταλάντωση είναι:

$$V = \omega x_0 \cos(\omega t + \varphi) = v_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.6)$$

Όπου $V_0 = \omega x_0$ είναι το πλάτος της ταχύτητας, δηλαδή η μέγιστη τιμή της ταχύτητας του σώματος. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα είναι συνάρτηση του συνημίτονου, επομένως η φάση της είναι κατά $\pi/2$ μεγαλύτερη της φάσης της θέσης. Λέμε γι' αυτό ότι η ταχύτητα προηγείται της θέσης κατά $\pi/2$.

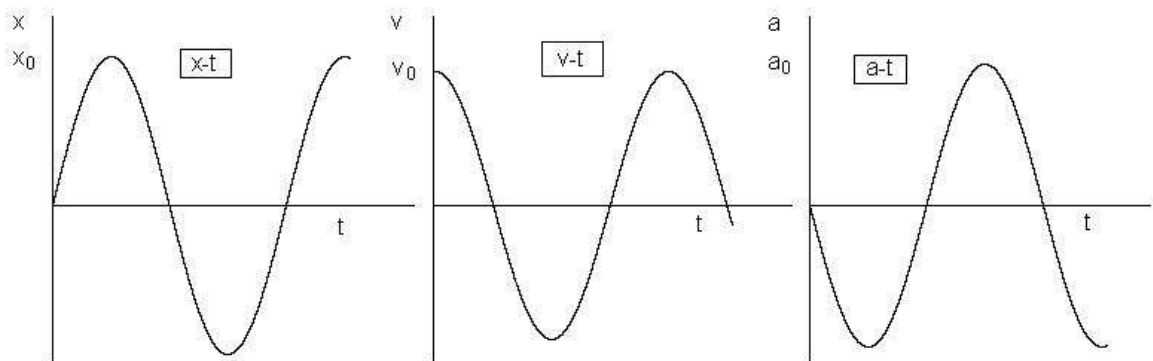
Η δεύτερη παράγωγος της θέσης ως προς το χρόνο, δηλαδή η παράγωγος της ταχύτητας ως προς το χρόνο είναι η επιτάχυνση a . Από την εξίσωση 2.6 παίρνουμε:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} [\omega x_0 \cos(\omega t + \varphi)] = \omega x_0 \frac{d}{dt} [\cos(\omega t + \varphi)] = \omega^2 x_0 \frac{d \cos(\omega t + \varphi)}{d(\omega t + \varphi)} = -\omega^2 x_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Άρα η επιτάχυνση στην αρμονική ταλάντωση είναι:

$$a = -\omega^2 x_0 \sin(\omega t + \varphi) = -a_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.7)$$

Όπου $a_0 = \omega^2 x_0$ είναι το πλάτος της επιτάχυνσης, δηλαδή η μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης του σώματος. Στο παρακάτω σχήμα εικονίζονται τα διαγράμματα $x-t$, $v-t$ και $a-t$ για αρχική φάση $\varphi = 0$.



Διάγραμμα 2-2 Διάγραμμα ταλάντωσης θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης σε σχέση με τον χρόνο.

Από την εξίσωση 2.1 της θέσης και 2.7 της επιτάχυνσης στην αρμονική ταλάντωση παρατηρούμε ότι η θέση και η επιτάχυνση ταλαντώνονται με αντίθετες φάσεις. Θέτουμε την εξίσωση της αρμονικής ταλάντωσης στην εξίσωση της επιτάχυνσης και παίρνουμε τη σχέση θέσης - επιτάχυνσης:

$$a = -\omega^2 x \quad (2.8)$$

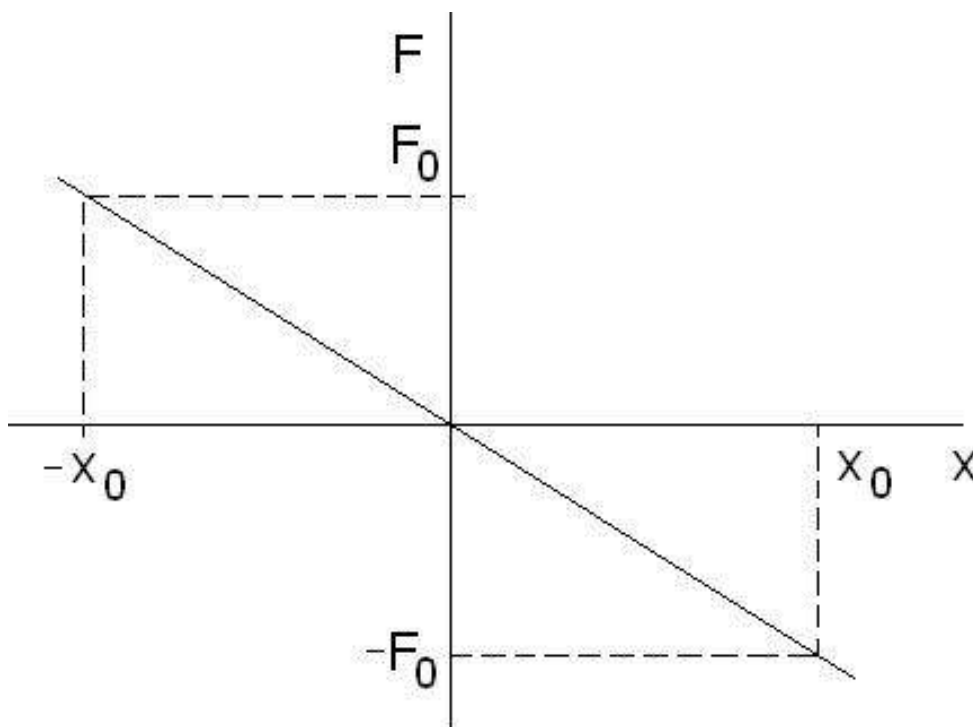
Συμπεραίνουμε ότι η επιτάχυνση είναι ανάλογη της θέσης, αλλά έχει αντίθετη φορά. Από το δεύτερο νόμο κίνησης του Νεύτωνα $F = ma$ βρίσκουμε τη συνισταμένη δύναμη, που ασκείται σε σώμα το οποίο ταλαντώνεται αρμονικά:

$$F = -m\omega^2 x_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.9)$$

όπου το γινόμενο $F_0 = m\omega^2 x_0 = ma_0$ είναι η μέγιστη τιμή - δηλαδή το πλάτος - της ασκούμενης δύναμης. Θέτουμε την εξίσωση της αρμονικής ταλάντωσης 2.1 στην εξίσωση της δύναμης 2.9 και παίρνουμε:

$$F = -m\omega^2 x \quad (2.10)$$

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζουμε τη σχέση $F - x$.



Διάγραμμα 2-3 Διάγραμμα σχέσης δύναμης - θέσης μίας ταλάντωσης.

Παρατηρούμε ότι η δύναμη είναι ανάλογη μεν, αλλά αντίθετη της θέσης, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Συμπεραίνουμε έτσι ότι στην αρμονική ταλάντωση η συνισταμένη δύναμη τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας $x = 0$.

2.1.3 Αρμονικός ταλαντωτής

Παραπάνω είδαμε ότι στην αρμονική ταλάντωση υπάρχει δύναμη επαναφοράς ανάλογη της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας. Υποθέτοντας τώρα το αντίθετο, δηλαδή ότι η συνισταμένη δύναμη είναι ανάλογη της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας:

$$F = -k \cdot x \quad (2.11)$$

Εξετάζουμε την κίνηση του σώματος.

Η δύναμη αυτή προσδίδει στο σώμα επιτάχυνση (a), η οποία σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα είναι τέτοια ώστε:

$$F = m \cdot a = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (2.12)$$

Από τις εξισώσεις 2.11 και 2.12 παίρνουμε:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0 \quad (2.13)$$

Άρα από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε ότι χρονική συνάρτηση:

$$x = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (2.14)$$

Για

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (2.15)$$

Ικανοποιεί τη σχέση 2.13

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 x_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Και

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = -m\omega_0^2 x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) + D x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) =$$

$$= -m \frac{k}{m} x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) + k x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

Άρα σύμφωνα με τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι κάθε σύστημα ταλαντώσεων που περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.16)$$

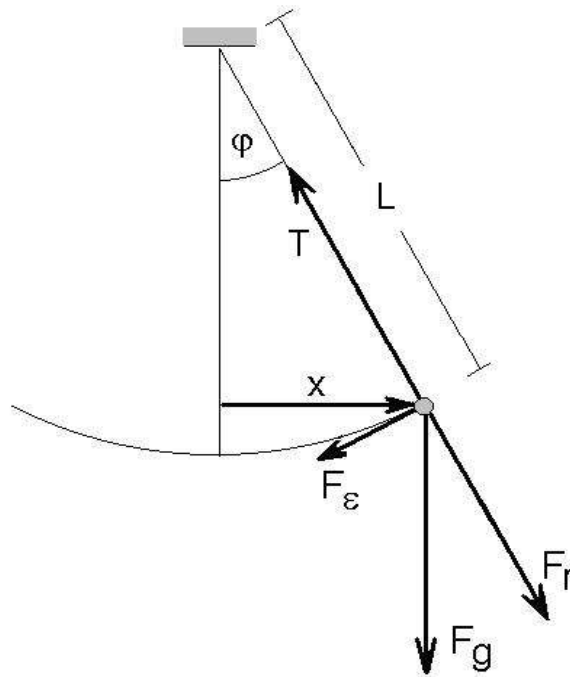
Εκτελεί αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω_0 , η οποία είναι η φυσική κυκλική συχνότητα ή κυκλική ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή και είναι χαρακτηριστική του συστήματος. Σε αντιστοιχία με την κυκλική ιδιοσυχνότητα έχουμε την ιδιοπερίοδο $T = 2\pi/\omega_0$ και την ιδιοσυχνότητα $f = \omega_0/2\pi$.

Παρακάτω παραθέτουμε το παράδειγμα του απλού εκκρεμούς που είναι κι αυτό που μας ενδιαφέρει.

2.1.4 Μαθηματικό εκκρεμές

Το μαθηματικό εκκρεμές είναι ιδεατό. Μπορεί να παρασταθεί από ένα αβαρές νήμα σταθερού μήκους L , το ένα άκρο του οποίου είναι σταθερό, ενώ από στο άλλο είναι εξαρτημένη μια μάζα m . Στη θέση ισορροπίας το νήμα του εκκρεμούς είναι κατακόρυφο. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το μαθηματικό εκκρεμές εκτός ισορροπίας. Η κίνηση της μάζας γίνεται επί κυκλικού τόξου. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη μάζα είναι το βάρος της $F_g = mg$ και η τάση του νήματος T . Για να μελετήσουμε την κίνηση αναλύουμε το βάρος F_g σε δύο συνιστώσες, την F_r κατά τη διεύθυνση του νήματος και την F_ε κάθετη στο νήμα και εφαπτόμενη στην τροχιά. Το μέτρο της F_ε είναι:

$$F_\varepsilon = mg \sin \varphi = mg \frac{x}{L} \quad (2.17)$$



Εικόνα 2-2 Μαθηματικό εκκρεμές.

Η διαφορά $T - F_r$ είναι η κεντρομόλος δύναμη. Η F_ϵ τείνει να επαναφέρει το εκκρεμές στην κατακόρυφο, που είναι η θέση ισορροπίας. Εάν θεωρήσουμε την οριακή περίπτωση όπου το ϕ τείνει στο 0 τότε η μάζα m κινείται κατά μήκος οριζόντιας χορδής, οπότε η δύναμη F_ϵ και η μετατόπιση x από τη θέση ισορροπίας έχουν ίδιες διευθύνσεις, αλλά αντίθετες φορές. Λαμβάνουμε έτσι τη διανυσματική σχέση μεταξύ των F_ϵ και x :

$$\vec{F}_\epsilon = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = -\frac{mg}{L} \vec{x} \quad (2.18)$$

Η παραπάνω εξίσωση ικανοποιεί την σχέση 2.16 που είναι η σχέση του αρμονικού ταλαντωτή και άρα για μικρές γωνίες απόκλισης της ϕ το εκκρεμές εκτελεί αρμονική ταλάντωση με κυκλική ιδιοσυχνότητα:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (2.19)$$

Εδώ να σημειωθεί ότι η συχνότητα ταλάντωσης του μαθηματικού εκκρεμούς είναι ανεξάρτητη της μάζας του.

2.1.5 Ενέργεια της αρμονικής ταλάντωσης

Ισχύει ότι:

$$F = -kx \quad (2.20)$$

Η παραπάνω σχέση είναι η δύναμη επαναφοράς σε μία αρμονική ταλάντωση. Όταν η μετατόπιση από τη θέση ισορροπίας είναι x , τότε το σύστημα της ταλάντωσης έχει μία δυναμική ενέργεια E_p , η οποία είναι ίση ως προς το έργο, που παράγει η δύναμη επαναφοράς από τη νέα θέση μέχρι τη θέση ισορροπίας $x = 0$:

$$E_p = -\int_x^0 kx dx = -\frac{1}{2}k \int_x^0 dx^2 = \frac{1}{2}kx^2 \quad (2.21)$$

Για να απλοποιήσουμε τις αλγεβρικές πράξεις παίρνουμε ως αρχική φάση $\varphi = 0$ έτσι ώστε:

$x = x_0 \sin \omega_0 t$ οπότε έχουμε τη δυναμική ενέργεια του αρμονικού ταλαντωτή:

$$E_p = \frac{1}{2}Dx_0^2 \sin^2 \omega_0 t \quad (2.22)$$

Εκτός όμως από δυναμική ενέργεια στο σύστημά μας έχουμε και κινητική ενέργεια:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Όπου η ταχύτητα του σώματος είναι $v = v_0 \cos \omega_0 t$ και άρα έχουμε την κινητική ενέργεια του ταλαντωτή που είναι:

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 \cos^2 \omega_0 t \quad (2.23)$$

Η συνολική ενέργεια του συστήματος ταλάντωσης είναι το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής του ενέργειας. Λαμβάνοντας υπ' όψη ότι ισχύει $v_0 = \omega_0 x_0$ και $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$ βρίσκουμε ότι $mv_0^2 = Dx_0^2$ και άρα η συνολική ενέργεια του ταλαντωτή δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{2}Dx_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (2.24)$$

Καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι η ενέργεια του αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση ως προς τη δυναμική ενέργεια στη μέγιστη απομάκρυνση, ή ισοδύναμα ίση ως προς την κινητική ενέργεια στη θέση ισορροπίας.

2.1.6 Φθίνουσες ταλαντώσεις

Για να περιγράψουμε όσο καλύτερα γίνεται τι συμβαίνει στις ταλαντώσεις με απόσβεση θα παραθέσουμε το γνωστό παράδειγμα ελατηρίου – μάζας μέσα σε ρευστό.

Όταν η μάζα του συστήματος εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας κατά x , τότε πέρα από τη δύναμη του ελατηρίου $F_k = -kx$, ασκείται στη μάζα και η αντίσταση F από το ρευστό. Για σχετικά μικρές ταχύτητες (v) η αντίσταση F είναι ανάλογη της ταχύτητας (v):

$$F = -bv \quad (2.25)$$

Όπου b είναι ο συντελεστής απόσβεσης ο οποίος εξαρτάται κυρίως από το ιξώδες του ρευστού και το σχήμα της μάζας. Θα θεωρήσουμε αυτήν την περίπτωση, η συνισταμένη των δυνάμεων επί της μάζας είναι τότε:

$$F = -kx - bv = -kx - b \frac{dx}{dt} \quad (2.26)$$

Η δύναμη αυτή προσδίδει στη μάζα μία επιτάχυνση $a = \frac{d^2x}{dt^2}$. Επομένως σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο κίνησης του Νεύτωνα μεταξύ της επιτάχυνσης και της συνισταμένης δύναμης ισχύει η σχέση:

$$F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2.27)$$

Από τις εξισώσεις 2.26 και 2.27 παίρνουμε:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (2.28)$$

Η εξίσωση αυτή που είναι μια γραμμική διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης με σταθερούς συντελεστές, περιγράφει το σύστημα ελατηρίου-μάζας παρουσία τριβών. Η λύση της είναι δηλαδή μια χρονική συνάρτηση, που μας δίνει την εκάστοτε θέση της μάζας.

Η εκθετική μείωση του πλάτους της ταλάντωσης σε σχέση με τον χρόνο γίνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$A = A_0 e^{-\Lambda t} \quad (2.29)$$

Όπου

A_0 είναι το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t = 0$ και $\Lambda = b / 2m$ (s^{-1}) είναι μία εκθετική σταθερά.

Σύμφωνα με τα παραπάνω διακρίνουμε δύο περιπτώσεις για τις αποσβέσεις σε σχέση με τον συντελεστή απόσβεσης:

- **Μικρές αποσβέσεις**

$$b^2 < 4 \text{ kg/s}$$

- **Μεγάλες αποσβέσεις**

$$b^2 > 4 \text{ kg/s}$$

Στο κεφάλαιο 5 που θα αναλύσουμε τα αποτελέσματα του πειράματός μας θα παραθέσουμε και τις τιμές του συντελεστή απόσβεσης για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις που εξετάσαμε. Στην περίπτωση του συγκεκριμένου πειράματος έχουμε μικρή απόσβεση και στις τρεις περιπτώσεις με διαφορετικές τιμές του συντελεστή απόσβεσης για κάθε μία ξεχωριστά.

2.1.7 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις

Στις προηγούμενες ενότητες παραθέσαμε ένα θεωρητικό μέρος με τη συμπεριφορά των ταλαντωτών, όταν δέχονται ένα στιγμιαίο εξωτερικό ερέθισμα, δηλαδή μια κρούση. Μια συνηθισμένη περίπτωση διέγερσης όμως είναι εκείνη όπου το σύστημα διεγείρεται περιοδικά σε ταλάντωση από έναν εξωτερικό διεγέρτη. Αυτό συμβαίνει π.χ. σε ένα αυτοκίνητο κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του κινητήρα, ή σε ένα κτήριο που δονείται από σεισμό. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε την απόκριση του ταλαντωτή σε αρμονική διέγερση.

Θεωρούμε ότι στη μάζα ενός ταλαντωτή με αποσβέσεις ασκείται και μια εξωτερική δύναμη, η οποία μεταβάλλεται αρμονικά σύμφωνα με την εξίσωση:

$$F = F_0 \sin \omega t \quad (2.30)$$

Πλην της δύναμης αυτής ασκούνται στη μάζα και η δύναμη επαναφοράς $-Dx$ καθώς και η δύναμη απόσβεσης $-bv$ έτσι όπως τις αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα. Η συνισταμένη δύναμη είναι επομένως:

$$\Sigma F = F_0 \sin \omega t - Dx - bv = F_0 \sin \omega t - Dx - b \frac{dx}{dt} \quad (2.31)$$

Από τον δεύτερο νόμο κίνησης του Νεύτωνα $\Sigma F = m \frac{d^2x}{dt^2}$ και την εξίσωση 2.50 έχουμε:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + Dx = F_0 \sin \omega t \quad (2.32)$$

Η εξίσωση 2.32 διαφέρει από την εξίσωση 2.28 του ταλαντωτή με αποσβέσεις κατά το ότι στο δεξιό μέλος της υπάρχει η ημιτονική συνάρτηση $F_0 = \sin \omega t$. Η εξίσωση αυτή είναι χαρακτηριστική ενός ταλαντωτή, που διεγείρεται αρμονικά από ένα εξωτερικό αίτιο. Το αίτιο αυτό το ονομάζουμε διεγέρτη.

Στη δική μας περίπτωση οι δυνάμεις που διεγείρουν την ταλάντωση της σφαίρας είναι κυρίως το βάρος της και η αεροδυναμική της αντίσταση (Drag Force) που θα αναλυθεί παρακάτω.

2.2 Αεροδυναμική σφαίρας

Αεροδυναμική ονομάζεται το κομμάτι της ρευστομηχανικής το οποίο ασχολείται με την μελέτη της ροής γύρω από σώματα αεροδυναμικής μορφής καθώς και με τις δυνάμεις που αναπτύσσονται πάνω σε αυτά. Αεροδυναμικής μορφής θεωρούνται τα στερεά σώματα τα οποία έχουν την μικρότερη διάσταση, σε σχέση με τις υπόλοιπες, στην πλευρά που είναι κάθετη στη ροή του αέρα. Τα σώματα αυτά είναι σχεδιασμένα με τρόπο τέτοιο ώστε να αποφεύγεται κατά το δυνατόν το φαινόμενο αποκόλλησης της ροής το οποίο θα αναφέρουμε παρακάτω.

2.2.1 Αριθμός Reynolds

Στη μηχανική ρευστών, ο αριθμός Reynolds (Re) είναι μια αδιάστατη ποσότητα, η οποία χρησιμοποιείται για να προσδιορίσουμε όμοια πρότυπα ροής σε διαφορετικές καταστάσεις ροής ρευστών.

Ο αριθμός Reynolds ορίζεται ως ο λόγος των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις ιξώδους και συνεπώς ποσοτικοποιεί την μεταξύ τους σημαντικότητα για μια συγκεκριμένη κατάσταση ροής. Οι δυνάμεις αυτές συνήθως προκύπτουν κατά τη διάρκεια πειραμάτων μοντελοποίησης, προκειμένου να προσδιορίσουμε την σχέση μεταξύ δυο διαφορετικών περιπτώσεων ροής. Επίσης χρησιμοποιούνται για το χαρακτηρισμό του είδους μια ροής, όπως είναι η στρωτή και η τυρβώδης ροή.

- Στρωτή ροή έχουμε για χαμηλούς αριθμούς Reynolds, όπου είναι κυρίαρχες οι δυνάμεις ιξώδους και η οποία είναι ομαλή, σταθερή κίνηση του ρευστού.
- Τυρβώδη ροή έχουμε για υψηλούς αριθμούς Reynolds, όπου είναι κυρίαρχες οι δυνάμεις αδράνειας, οι οποίες παράγουν χαοτικές δίνες και άλλες αστάθειες στην ροή.





2.2.2 Αεροδυναμική Αντίσταση (Drag)

Η αντίσταση του σώματος οφείλεται στις τάσεις τριβής στην επιφάνεια του και στις διαφορετικές πιέσεις κατά μήκος του. Το μέρος της αντίστασης που οφείλεται στις δυνάμεις τριβής ονομάζεται αντίσταση λόγω τριβής, ενώ το μέρος της αντίστασης που οφείλεται στις διαφορετικές πιέσεις κατά μήκος του ονομάζεται αντίσταση λόγω μορφής. Για πλατιά αντικείμενα η αντίσταση λόγω τριβής είναι η κυρίαρχη συνιστώσα, ενώ για ογκώδη αντικείμενα η αντίσταση λόγω μορφής είναι η κυρίαρχη συνιστώσα. Στην ακραία περίπτωση μιας πλάκας παράλληλης προς την ροή η αντίσταση οφείλεται αποκλειστικά στην τριβή, ενώ στην αντίθετη περίπτωση μιας πλάκας κάθετης προς την ροή η αντίσταση οφείλεται σχεδόν αποκλειστικά στην διαφορά πίεσης ανάμεσα στις δυο πλευρές της πλάκας.

2.2.3 Συνολική Οπισθέλκουσα Αντίσταση

Αντίσταση ή οπισθέλκουσα αντίσταση (Drag) ονομάζεται η δύναμη η οποία έχει τον ίδιο φορέα με αυτόν της ταχύτητας, αλλά αντίθετη φορά και εμφανίζεται κατά την κίνηση ενός αντικειμένου εντός του ρευστού. Η παρουσία της δύναμης οφείλεται στη διαφορετική πίεση η οποία επικρατεί στις δύο πλευρές του σώματος.

Στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 1) βλέπουμε και σε τι ποσοστό (%) επηρεάζει η εκάστοτε αντίσταση τα σώματα με διάφορα σχήματα.










Shape	Pressure drag D_p (%)	Friction drag D_f (%)
	0	100
	≈ 10	≈ 90
	≈ 90	≈ 10
	100	0

Πίνακας 1 Ποσοστιαία επίδραση της αντίστασης λόγω τριβής και λόγω μορφής.

Βασιζόμενοι σε πειράματα η συνολική αντίσταση ενός σώματος στη ροή δίνεται από τον τύπο:

$$F_D = C_D A \frac{\rho U^2}{2} \quad (2.33)$$

Στον παρακάτω πίνακα παραθέτουμε τους συντελεστές αντίστασης διαφόρων σωμάτων που έχουν προκύψει από πειράματα.

Shape	Drag Coefficient
Sphere → 	0.47
Half-sphere → 	0.42
Cone → 	0.50
Cube → 	1.05
Angled Cube → 	0.80
Long Cylinder → 	0.82
Short Cylinder → 	1.15
Streamlined Body → 	0.04
Streamlined Half-body → 	0.09

Measured Drag Coefficients

Πίνακας 2 Συντελεστής αντίστασης διαφόρων σωμάτων για κίνηση σε ρευστό με αριθμό Reynolds περίπου 10^4 .

2.2.3.1 Συνολική οπισθέλκουσα αντίσταση (Drag) σφαίρας

Σε ένα σώμα που κινείται σε ρευστό ασκείται αεροδυναμική αντίσταση (Drag Force). Για χαμηλές τιμές αριθμού Reynolds η αντίσταση σε σώμα σφαιρικού σχήματος δίνεται από τον τύπο:

$$F_D = 3\pi\mu Ud \quad (2.34)$$

Όπου

d : η διάμετρος της σφαίρας (m)

μ : ο συντελεστής ιξώδους του ρευστού ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)

U : η ταχύτητα του ρευστού σε σχέση με το σώμα (m / s)

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να επαναδιατυπωθεί σε σχέση με τον αριθμό Reynolds του ρευστού και τον συντελεστή αντίστασης (C_D):

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} = \frac{24}{\text{Re}} \quad (2.35)$$

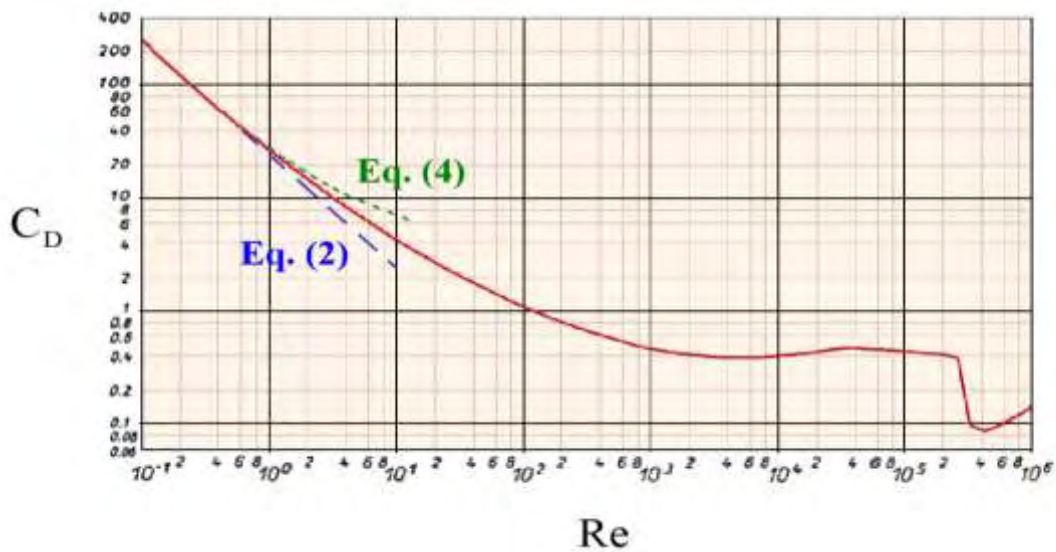
Όπου

ρ : η πυκνότητα του ρευστού (kg / m^3)

$A = \pi d^2 / 4$: η μέγιστη μετωπική επιφάνεια της σφαίρας

$\text{Re} = \rho UL / \mu$: ο αριθμός Reynolds

Τον παραπάνω τύπο μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε για να βρούμε τη συνολική οπισθέλκουσα αντίσταση της σφαίρας για μικρούς αριθμούς Reynolds ($\text{Re} < 0,5$). Το διάγραμμα δείχνει τη μεταβολή του συντελεστή αντίστασης σε μία σφαίρα, για ένα εύρος αριθμών Reynolds.



Διάγραμμα 2-4 Μεταβολές του συντελεστή αντίστασης σε σχέση με τον αριθμό Reynolds για ένα σφαιρικό σώμα.

Στη δική μας περίπτωση, γνωρίζοντας από τη βιβλιογραφία ότι $\rho=1.2 \text{ kg/m}^3$, $\mu=1.81 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ και από τα δεδομένα του πειράματός μας ότι $L=0.127 \text{ m}$ και $U=13 \text{ m/s}$, ο αριθμός Reynolds είναι $1.094 \cdot 10^5$ και άρα ο συντελεστής αντίστασης είναι περίπου $C_D=0.4$ (Με βάση το διάγραμμα 2-4).

Άρα με βάση τις διαστάσεις της σφαίρας ($A = 0,013\text{m}^2$), την πυκνότητα του αέρα, την τιμή του συντελεστή αντίστασης (0,4) και την ταχύτητα του αέρα (13 m/s^2) από τον φουσητήρα, η αντίσταση της σφαίρας στη ροή, όταν είναι ακίνητη, είναι $F_D=0,53 \text{ N}$.

2.2.4 Δίνες Von Karman - Strouhal number (Sr)

Ορισμένα πεδία ροής έχουν ένα ταλαντωτικό μοτίβο που εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds. Η περιοδική εκτόξευση στροβίλων πίσω από ένα αμβλύ σώμα που βυθίζεται σε σταθερή ελεύθερη ροή μπορεί να μας δώσει ένα τέτοιο παράδειγμα. Η Εικόνα 2-3 δείχνει ένα σκίτσο του σχηματισμού στροβίλου πίσω από έναν κύλινδρο.



Εικόνα 2-3 Διαμόρφωση δινών πίσω από ένα κυλινδρικό σώμα.

Μια δίνη είναι στη διαδικασία σχηματισμού κοντά στην κορυφή της επιφάνειας του κυλίνδρου. Κάτω και δεξιά από την πρώτη δίνη είναι μια άλλη δίνη που σχηματίστηκε λίγο πριν. Έτσι, η διαδικασία ροής μετά από έναν κύλινδρο ή σωλήνα περιλαμβάνει τον σχηματισμό και την αποβολή στροβίλων εναλλάξ από τη μια πλευρά κι από την άλλη. Οι δίνες που δημιουργούνται με αυτό το φαινόμενο ονομάζονται δίνες Von Karman. Το φαινόμενο αυτό έχει μεγάλη σημασία στο μηχανικό σχεδιασμό επειδή ο εναλλασσόμενος σχηματισμός και απόρριψη των δινών αυτών δημιουργεί επίσης εναλλασσόμενες δυνάμεις, οι οποίες εμφανίζονται συχνότερα καθώς αυξάνεται η ταχύτητα της ροής.

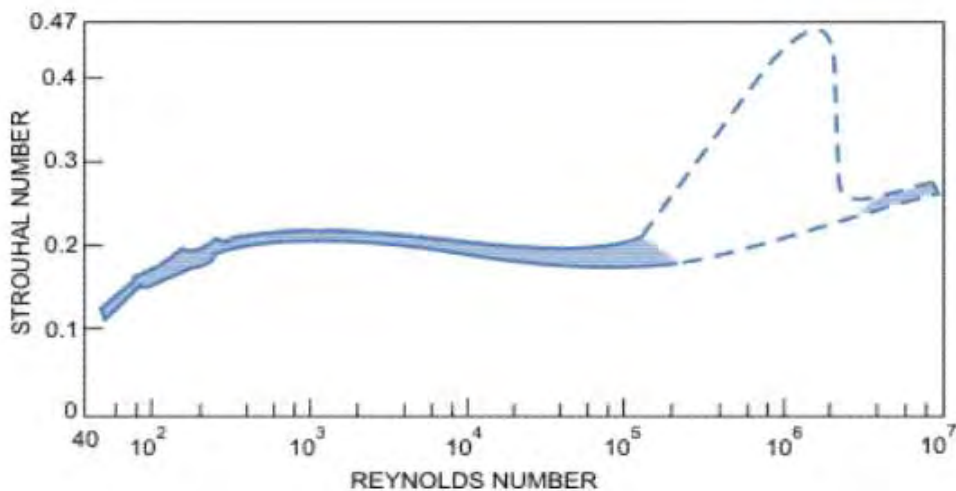
Όταν η συχνότητα βρίσκεται στην ακουστική περιοχή, ακούγεται ένας ήχος. Ο συντονισμός μπορεί να συμβεί εάν η συχνότητα απόρριψης των στροβίλων είναι κοντά στη συχνότητα δομικού κραδασμού του σώματος. Ένας αδιάστατος αριθμός, ο αριθμός Strouhal (Sr), χρησιμοποιείται συνήθως ως μέτρο της κυρίαρχης συχνότητας απόρριψης f_s .

Ο αριθμός Strouhal ορίζεται ως:

$$S_r = \frac{f_s L}{U} \quad (2.36)$$

όπου L είναι ένα χαρακτηριστικό μήκος (ίσο με τη διάμετρο D σε περίπτωση κυκλικού κυλίνδρου ή σωλήνα σε εγκάρσια ροή) και U η ελεύθερη ταχύτητα ροής.

Ο αριθμός Strouhal ενός κυκλικού κυλίνδρου είναι συνάρτηση του αριθμού Reynolds.



Εικόνα 2-4 Ο αριθμός Strouhal σε σχέση με τον αριθμό Reynolds για κυκλικούς κυλίνδρους.

Η διακύμανση στον αριθμό Strouhal συνδέεται με τις αλλαγές στη δομή ροής. Από την Εικόνα 2-4 διαπιστώνεται ότι ο αριθμός Strouhal είναι περίπου 0,2 σε ένα μεγάλο διάστημα αριθμών Reynolds. Στην κλίμακα αριθμών Reynolds $250 < Re < 2 \times 10^5$ ο εμπειρικός τύπος είναι:

$$S_r = 0.198 \left(1 - \frac{19.7}{Re} \right) \quad (2.37)$$

Για υψηλούς αριθμούς Reynolds ο σχηματισμός των δινών δεν συμβαίνει σε μία ξεχωριστή συχνότητα, αλλά πάνω από μια στενή ζώνη συχνοτήτων.

Στη περίπτωση του πειράματός μας για τη μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της σφαίρας με δίνες Von Karman, λαμβάνοντας το γεγονός ότι ο αριθμός Reynolds για τον κύλινδρο είναι περίπου 10^5 , ο αριθμός Strouhal είναι 0,2.

2.2.5 Οριακό στρώμα

Για μεγάλους αριθμούς του Reynolds, η ροή παράλληλα προς το τοίχωμα χαρακτηρίζεται από ένα λεπτό οριακό στρώμα πλάι στο τοίχωμα. Μέσα στο οριακό στρώμα η ταχύτητα του ρευστού παράλληλα προς το τοίχωμα μεταβάλλεται από την τιμή της έξω από το οριακό στρώμα στην τιμή μηδέν που επιβάλλει η φυσική οριακή συνθήκη πάνω στο τοίχωμα. Το ρευστό που βρίσκεται μέσα στο οριακό στρώμα κινείται βραδύτερα από ότι το ρευστό εκτός οριακού στρώματος. Κατά συνέπεια το οριακό στρώμα χαρακτηρίζεται από μικρότερη ροή μάζας και μικρότερη ροή ορμής.

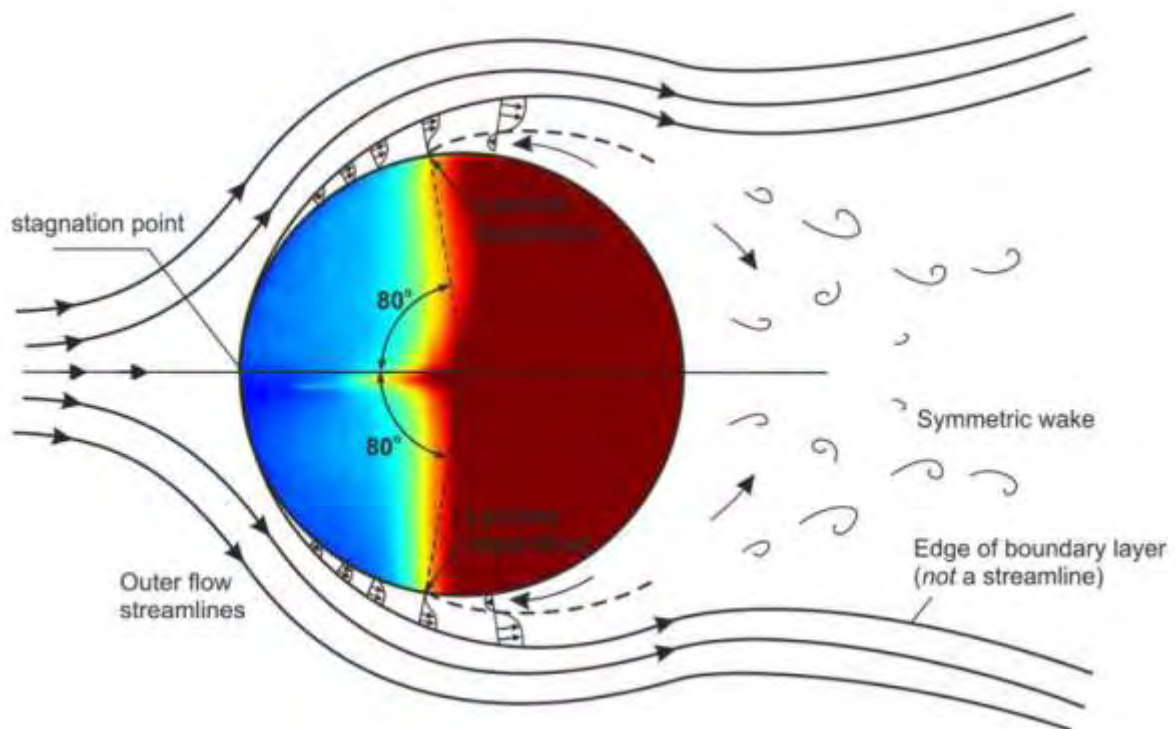
Μεγέθη που χαρακτηρίζουν το οριακό στρώμα, ανεξαρτήτως του αν είναι τυρβώδες ή όχι, είναι τα εξής:

- Το πάχος του οριακού στρώματος δ ορίζεται ως η απόσταση από το τοίχωμα όπου η ταχύτητα (ή η μέση ταχύτητα αν το στρώμα είναι τυρβώδες) έχει γίνει ίση με τα 99% της εξωτερικής ταχύτητας της ροής.
- Το πάχος μετατόπισης του οριακού στρώματος ορίζεται ως το πάχος στρώματος ρευστού που κινείται με την εξωτερική ταχύτητα της ροής που μεταφέρει παροχή ίση με την απώλεια παροχής που προκαλεί το οριακό στρώμα.

- Το πάχος ορμής του οριακού στρώματος ορίζεται σαν το πάχος στρώματος ρευστού που κινείται με την εξωτερική ταχύτητα της ροής που μεταφέρει ορμή ίση προς την απώλεια ορμής του οριακού στρώματος.
- Τέλος σημαντικό μέγεθος είναι η τάση στο τοίχωμα (μέση τάση για τυρβώδες οριακό στρώμα) και ο τοπικός συντελεστής τριβής. Ο συντελεστής τριβής ορίζεται από τη σχέση:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho V_0^2 / 2} \quad (2.36)$$

Όπου τ_w η τάση στο τοίχωμα (μέση τάση για τυρβώδες οριακό στρώμα).



Εικόνα 2-5 Οπτική απεικόνιση ροής του οριακού στρώματος σφαίρα με λεία επιφάνεια.

Στην γενική περίπτωση ο τοπικός συντελεστής τριβής εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds βασισμένο στην απόσταση από το ανάντη άκρο, και στην τραχύτητα της επιφάνειας. Σε μικρή απόσταση από το ανάντη άκρο της επιφάνειας η ροή στο οριακό στρώμα παραμένει στρωτή. Στην συνέχεια όμως η ροή γίνεται αεροδυναμικά ασταθής, δηλαδή μικρές διαταραχές δημιουργούνται καθώς διαδίδονται κατά τη φορά της ροής. Λόγω της αεροδυναμικής

αστάθειας η ροή στο οριακό στρώμα μετατρέπεται σε τυρβώδη. Για λεία επιφάνεια η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή ολοκληρώνεται όταν ο αριθμός του Reynolds βασισμένος στην απόσταση από το ανάντη άκρο υπερβεί την τιμή 5×10^5 . Η ροή παραμένει στρωτή μόνο σε ένα πολύ λεπτότερο στρώμα κοντά στην επιφάνεια, το οποίο λέγεται οριακό υπόστρωμα.

Κεφάλαιο 3 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ, ΟΡΓΑΝΑ

ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιγράψουμε την πειραματική διάταξη που δουλέψαμε, καθώς και τα χαρακτηριστικά των εξαρτημάτων που χρησιμοποιήσαμε για τη διεξαγωγή του πειράματός μας.



Εικόνα 3-1 Ο χώρος των πειραμάτων.

3.2 Αεροσήραγγα

Στην εικόνα 3-1 φαίνεται η αεροσήραγγα του εργαστηρίου Μηχανικής Ρευστών και Στροβιλομηχανών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών. Η διάταξη αυτή είναι ανοιχτού τύπου και αποτελείται από τον συλλέκτη, το τμήμα δοκιμών και το τμήμα του φυσητήρα. Τα 3 επιμέρους μέρη της διάταξης αναλύονται λεπτομερώς παρακάτω:

1. Φυσητήρας

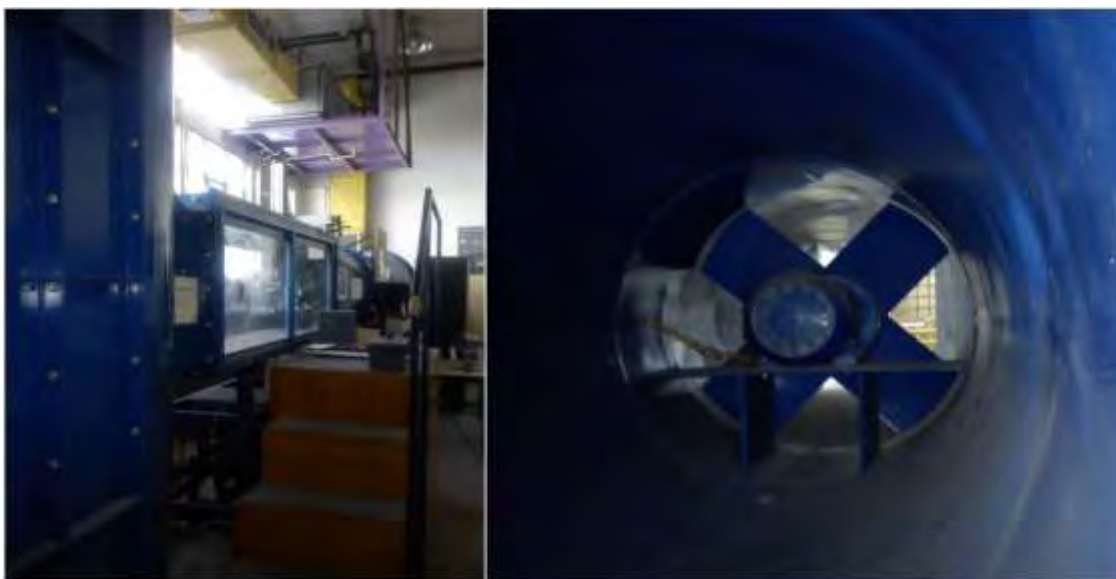
Η αναρρόφηση του αέρα γίνεται από έναν ανεμιστήρα τεσσάρων πτερυγίων του οποίου η συχνότητα περιστροφής ρυθμίζεται από έναν inverter της εταιρείας Toshiba VF-SXN που φτάνει μέχρι τα 57Hz. Η Αεροσήραγγα μπορεί να επιτύχει ταχύτητες μέχρι 22m/s. Κατά τη διεξαγωγή του πειράματος η μέγιστη ταχύτητα που μετρήθηκε ήταν 15.5m/s που αντιστοιχεί στο 50Hz.

2. Τμήμα Δοκιμών

Το τμήμα όπου γίνονται οι μετρήσεις έχει διαστάσεις 300cm x 50cm x 70cm και αποτελείται από μεταλλικό πλαίσιο καλυμμένο με πλεξιγκλάς υψηλής αντοχής. Στο επάνω μέρος υπάρχει σύστημα με οδοντώσεις και γρανάζια στο οποίο στηρίζονται τα μετρητικά όργανα και έτσι μας δίνεται η δυνατότητα για ευκολότερες μετρήσεις.

3. Συλλέκτης – Εισαγωγή Αέρα

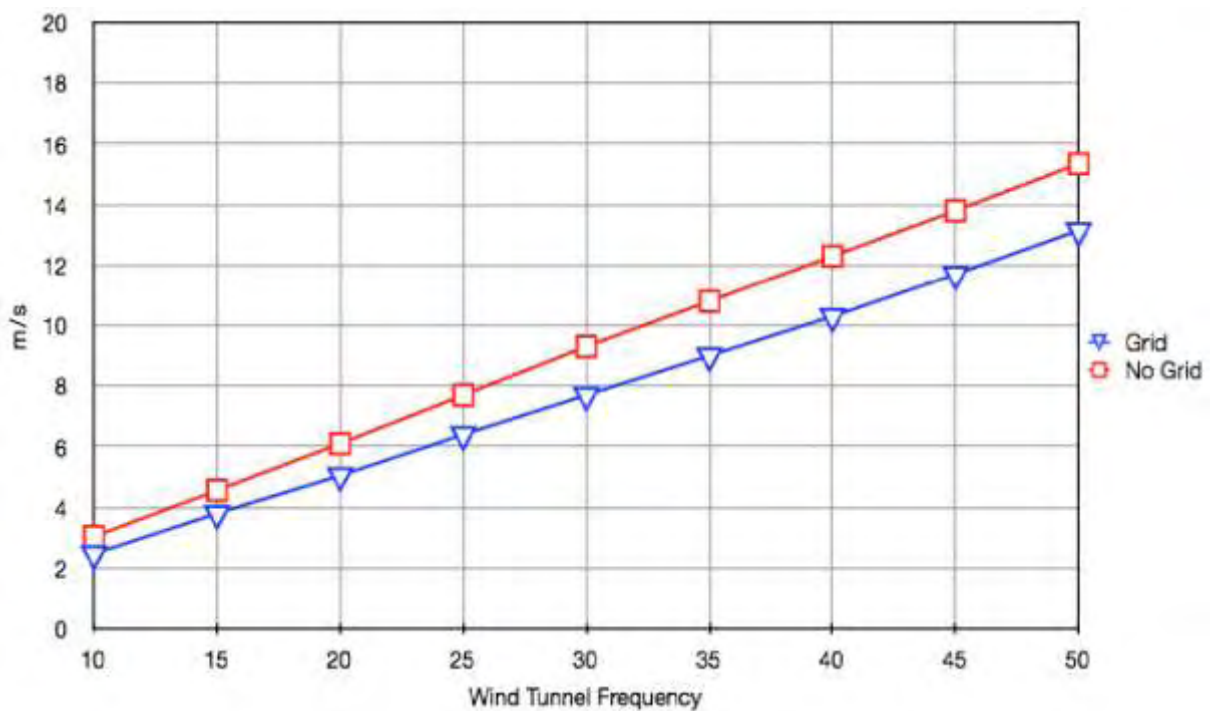
Η εισαγωγή αέρα γίνεται από συλλέκτη ορθογώνιας διατομής. Ο συλλέκτης είναι μειούμενης ορθογωνικής διατομής (110cm x 234 cm) η οποία στο τέλος έχει τις διαστάσεις της διατομής του χώρου δοκιμών. Μπροστά στην εισαγωγή υπάρχει το φίλτρο εξομάλυνσης της ροής, που περιλαμβάνει περίπου 66000 κυνέλες διαστάσεων 8x70mm και είναι κατασκευασμένο από κράμα αλουμινίου. Μετά το φίλτρο εξομάλυνσης έχουν τοποθετηθεί τρεις σειρές πλεγμάτων με σκοπό την επίτευξη ομοιομορφίας της ροής και της μείωσης της τύρβης.



Εικόνα 3-2 Χώρος δοκιμών και ανεμιστήρας αεροσήραγγας.

3.2.1 Βαθμονόμηση αεροσήραγγας

Η βαθμονόμηση της αεροσήραγγας έγινε με τη χρήση θερμό-ανεμόμετρου μεγάλης ευαισθησίας. Το θερμό-ανεμόμετρο ήταν τοποθετημένο σε ένα συγκεκριμένο σημείο μπροστά από το εκκρεμές και μετρούσε τη μέση ταχύτητα του αέρα. Ακολούθησε η αύξηση των στροφών της αεροσήραγγας μέσω του inverter της αεροσήραγγας από τα 10 Hz μέχρι τα 50 Hz με βήμα 5 Hz. Σε κάθε διαφορετική συχνότητα σημειωνόταν η ταχύτητα από το ανεμόμετρο και η συχνότητα του inverter της αεροσήραγγας. Οι μετρήσεις έγιναν στην αρχή χωρίς τον κύλινδρο στην αεροσήραγγα και μετά με αυτόν στην αεροσήραγγα. Τα αποτελέσματα που πήραμε για στρωτή και τυρβώδη ροή φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



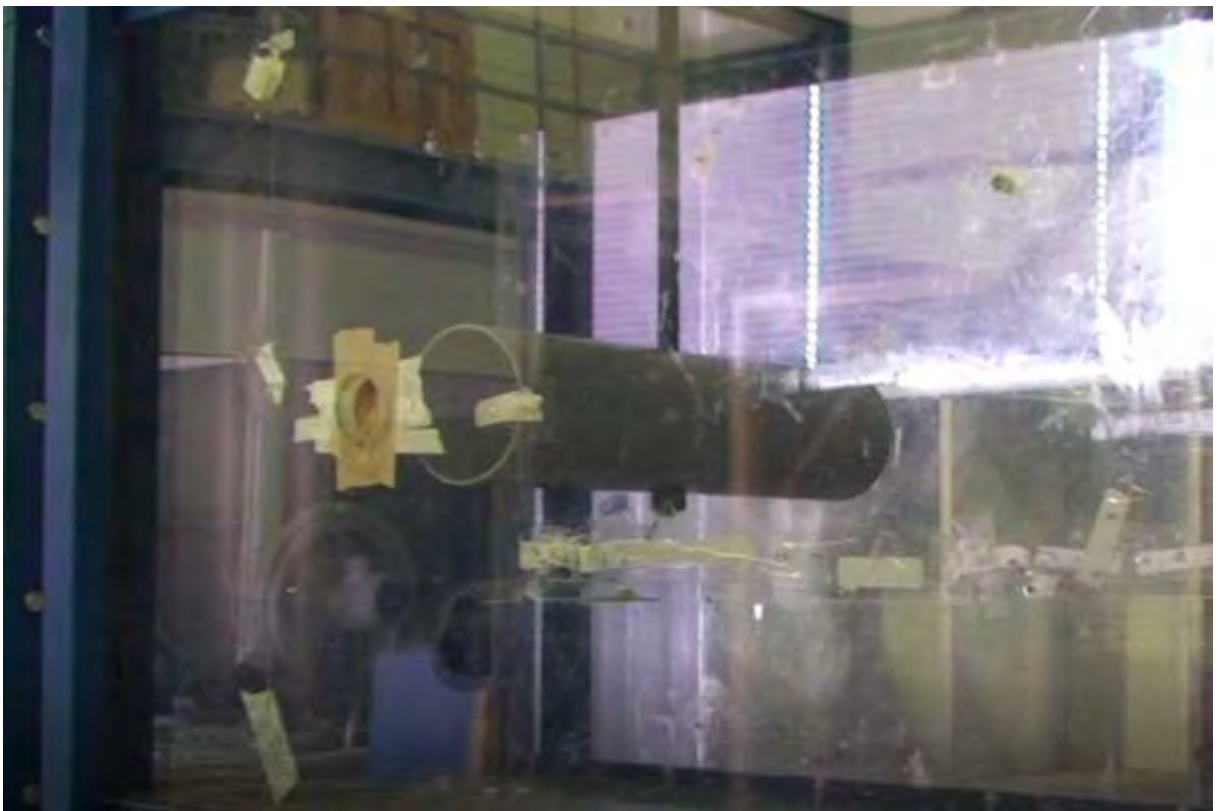
Διάγραμμα 3-1 Η κατανομή της ταχύτητας, με τον κύλινδρο και χωρίς αυτόν, στην αεροσήραγγα.

Ακόμη να σημειωθεί ότι η διαστάσεις της υποηχητικής αεροσήραγγας είναι:

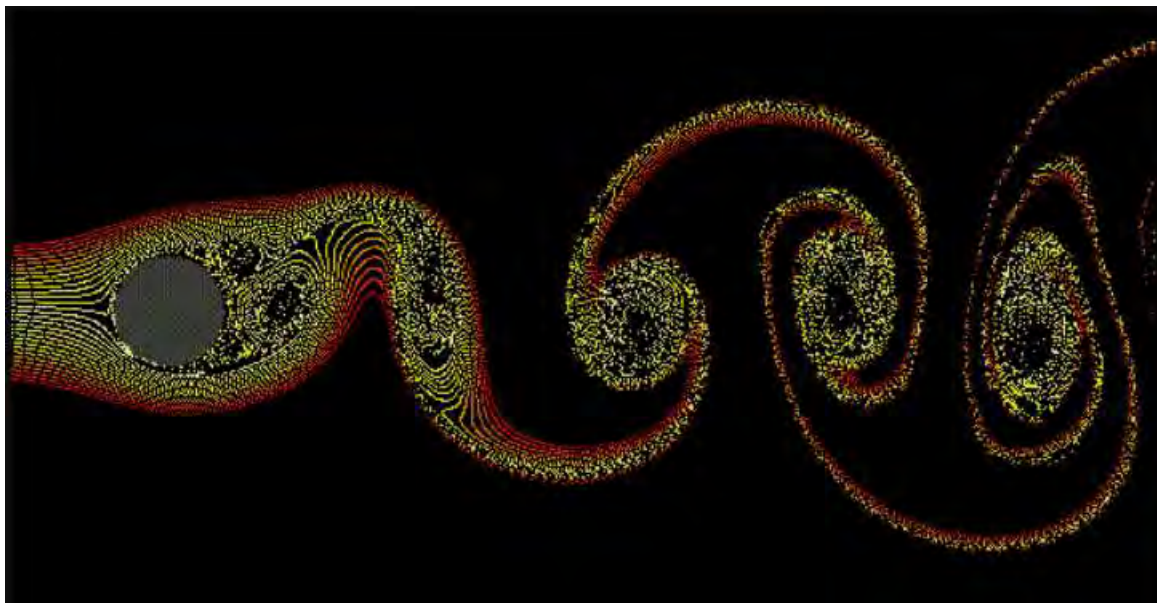
- Διατομή εργασίας 50cm x 70cm x 300cm
- Μέγιστη ταχύτητα αέρα 30 m/s

3.3 Παραγωγή περιοδικής ροής με δίνες Von Karman

Για τη διεξαγωγή του πειράματός μας θα έπρεπε σε μία από τις περιπτώσεις να δημιουργήσουμε περιοδική ροή με δίνες Von Karman στην αεροσήραγγα για να μελετήσουμε την ταλαντωτική συμπεριφορά της σφαίρας σε αυτή την μορφή ροής. Για να το πετύχουμε αυτό χρησιμοποιήσαμε ως εμπόδιο στην αρχή του κουβουκλίου της διάταξης, 1 μέτρο μετά τον ανεμιστήρα, κούφιο κύλινδρο διαμέτρου 120 mm οποίος ήταν στερεωμένος πάνω σε μπάρα, η οποία ήταν βιδωμένη στο ταβάνι της αεροσήραγγας με 2 κοχλίες. Με αυτόν τον τρόπο πετύχαμε τη δημιουργία δινών Von Karman. Παρακάτω στην Εικόνα 3-4 παρουσιάζεται η διάταξη του κυλίνδρου. Στην Εικόνα 3-5 υπάρχει μία αναπαράσταση της μεταβολής της ροής από στρωτή σε τυρβώδη και τη δημιουργία δινών Von Karman.



Εικόνα 3-4 Διάταξη του κυλίνδρου για την παραγωγή δινών Von Karman.



Εικόνα 3-5 Δίνες Von Karman που δημιουργούνται μετά την τοποθέτηση του κυλίνδρου ως εμπόδιο.

3.4 Διάταξη εκκρεμούς

Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε την ταλαντωτική συμπεριφορά της σφαίρας στις διάφορες μορφές ροής κατασκευάσαμε και τοποθετήσαμε μέσα στην αεροσήραγγα ένα εκκρεμές.

Η μορφή του εκκρεμούς αποτελείται από την κεφαλή ενός εμβόλου (πιστόνι αυτοκινήτου), τον διωστήρα (μπάρα σύνδεσης) και τη σφαίρα. Η σύνδεση της κεφαλής του εμβόλου με τον διωστήρα επιτυγχάνεται μέσω του ομφαλού της κεφαλής και ενός πείρου. Στην άλλη άκρη του διωστήρα είναι τοποθετημένη σφαίρα 7,26 kg και διαμέτρου 127 mm, η οποία είναι συνδεδεμένη με τον διωστήρα μέσω ενός εξαρτήματος σύνδεσης και 2 κοχλιών.

Το σύστημα είναι στερεωμένο στο ταβάνι της αεροσήραγγας μέσω κοχλιών και δίνει τη δυνατότητα στο εκκρεμές να κινείται μπρος-πίσω σταθερά χωρίς να αποκλίνει προς άλλες κατευθύνσεις. Κινείται δηλαδή μόνο σε επίπεδο 2 διαστάσεων (x και y).

Η εξαναγκασμένη ταλάντωση που δέχεται το εκκρεμές κατά τη διάρκεια του πειράματος επιτυγχάνεται μέσω πετονιάς, της οποίας το ένα άκρο είναι συνδεδεμένο πάνω στη σφαίρα και το άλλο έρχεται έξω από την αεροσήραγγα. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να πιάσουμε την πετονιά, να την τραβήξουμε με δύναμη και να προσδώσουμε ταλάντωση στη διάταξή μας.

Παρακάτω παρουσιάζουμε εικόνες από τη διάταξη του εκκρεμούς.



Εικόνα 3-6 Η κεφαλή του εμβόλου με την προέκταση μπιέλας (Αριστερά) και η σύνδεση της σφαίρας με την προέκταση μπιέλας (Δεξιά).



Εικόνα 3-7 Η συνολική διάταξη του εκκρεμούς.

3.5 Όργανα μέτρησης εργαστηρίου

Για την καταγραφή των πειραματικών αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκαν τα εξής εργαστηριακά μετρητικά και αποθηκευτικά όργανα.

- Επιταχυνσιόμετρο KISTLER 8632C10T
- Σταθερός υπολογιστής
- Ενισχυτής σήματος KISTLER 5134
- Ψηφιακός παλμογράφος LEADER LBO
- Μετατροπέας σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό σήμα National Instruments
- Βιντεοκάμερα υψηλής ανάλυσης SONY 50fps
- Βιντεοκάμερα κινητού μέτριας ανάλυσης 12 MP
- Πρόγραμμα καταγραφής των πειραματικών δεδομένων LabView National Instruments usb card+software
- Προγράμματα επεξεργασίας δεδομένων όπως: Microsoft Excel, OriginPro, Free Video to JPG Converter, Notepad++, Microsoft Word, Wondershare Filmora, Image J, Adobe Photoshop, Movie Editor, AutoCAD, Ζωγραφική κ.α.
- Ταινία μέτρησης (μέτρο)
- Αλφάδι
- Χαρτοταινία κόλλησης

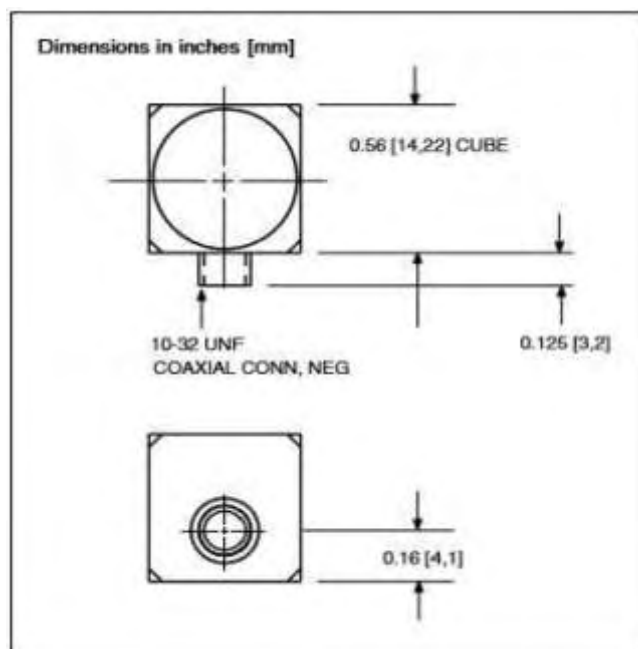
3.5.1 Εξοπλισμός εργαστηρίου για τη μηχανική μέθοδο ανάλυσης

Παρουσιάζουμε κάποιες πληροφορίες για το επιταχυνσιόμετρο, μίας διεύθυνσης, που χρησιμοποιήσαμε και είναι της εταιρείας KISTLER:

ΤΥΠΟΣ	8632C10T
ΕΥΡΟΣ ΤΙΜΩΝ (g)	± 10
ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ ±5% (mV/g)	498
ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ (Hz) ±5%	1 - 5000
ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	0 – 65 °C
ΚΑΤΩΦΛΙ ΤΙΜΩΝ (g _{rms})	0,00028
ΜΑΖΑ (gr)	6

ΓΕΙΩΣΗ	ΝΑΙ
ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ	Καλώδιο τύπου 1631C, Διαμέτρου 2 mm, κατάλληλο για χρήση σε επιταχυνσιόμετρα υψηλής εσωτερικής αντίστασης.
CROSSTALK ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ (%)	< 1
ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ (FSO)	± 1
ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ (mA / VDC)	2 – 18 / 20 - 30
ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ (Ω)	< 500
ΥΛΙΚΟ ΑΙΣΘΗΤΗΡΑ	Δίμορφο κεραμικό / Καμπτικού τύπου
ΥΛΙΚΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΚΑΛΥΜΑΤΟΣ	Σκληρό Ανοδιωμένο Αλουμίνιο

Πίνακας 3-1 Χαρακτηριστικά επιταχυνσιόμετρον KISTLER.

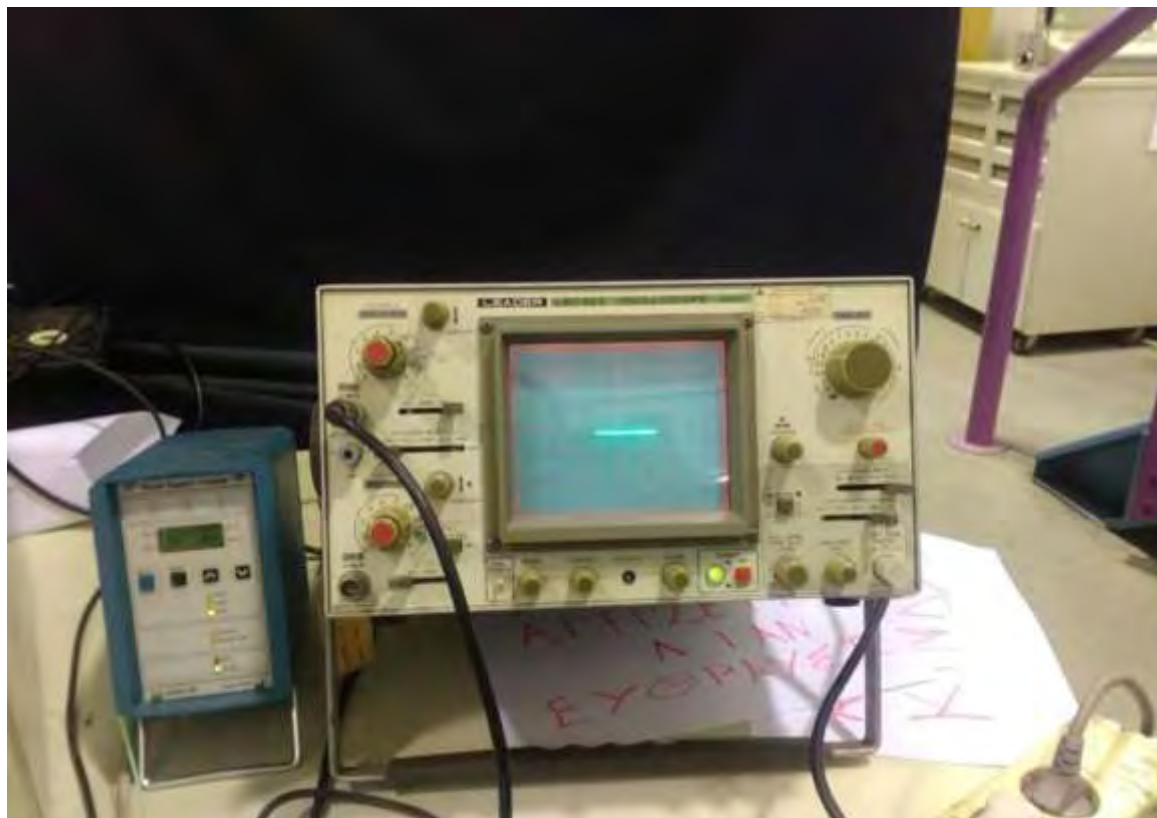


Εικόνα 3-8 Σκαρίφημα επιταχυνσιόμετρον KISTLER 86C10T.



Εικόνα 3-9 Το καλώδιο KISTLER TYPE 1631C του επιταχυνσιόμετρον.

Παρακάτω στην Εικόνα 3-9 φαίνεται αριστερά ο ενισχυτής σήματος KISTLER TYPE 5134B και δεξιά του ο ψηφιακός παλμογράφος LEADER LBO ενώ στην Εικόνα 3-10 φαίνεται ο μετατροπέας σήματος USB από αναλογικό σε ψηφιακό της National Instruments.



Εικόνα 3-10 Ενισχυτής σήματος KISTLER TYPE 5134B και ψηφιακός παλμογράφος LEADER LBO.



Εικόνα 3-11 Μετατροπέας σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό της National Instruments.

Τέλος παρουσιάζουμε μία εικόνα του υπολογιστή που χρησιμοποιήσαμε και είναι συνδεδεμένος με τα παραπάνω όργανα μέτρησης του εργαστηρίου, έτσι ώστε να αποθηκεύονται τα αποτελέσματα των μετρήσεων των πειραμάτων για τη μετέπειτα επεξεργασία τους.



Εικόνα 3-12 Όλος ο ηλεκτρονικός εξοπλισμός του εργαστηρίου για τη διεξαγωγή του πειράματος.

3.6 Προσδιορισμός κυκλικών συντεταγμένων

Για τη διεξαγωγή των πειραμάτων έπρεπε να ορίσουμε τους άξονες πάνω στους οποίους θα κινούνταν το εκκρεμές. Όπως περιγράψαμε και παραπάνω, η διάταξη του εκκρεμούς, έτσι όπως κατασκευάστηκε, του επιτρέπει να κινείται μόνο μπρος-πίσω κι έτσι, στην ταλάντωση που κάνει, η σφαίρα κινείται μόνο ως προς τους δύο άξονες x και y . Στην Εικόνα 3-13 παρουσιάζουμε τις κυκλικές συντεταγμένες του συστήματος της πειραματικής μας διάταξης όταν η σφαίρα κινείται με κατεύθυνση προς τα δεξιά.



Εικόνα 3-13 Αποτύπωση κυκλικών συντεταγμένων r, φ κατά τη διάρκεια ταλάντωσης της σφαίρας.

Οι άξονες συντεταγμένων που φαίνονται στην παραπάνω εικόνα ισχύουν και για τα 3 πειράματα που διεξήχθησαν. Επομένως, ο σκοπός της διπλωματικής εργασίας αυτής είναι να μελετήσει τις επιταχύνσεις, τις μετατοπίσεις, τις συχνότητες και το εύρος των διαμήκη ταλαντώσεων (edgewise vibrations) στην οριζόντια διεύθυνση x και στην κάθετη διεύθυνση y χρησιμοποιώντας μηχανικές και οπτικές μεθόδους ανάλυσης.

Κεφάλαιο 4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Αφού σχεδιάστηκε όλη η πειραματική διάταξη από τον επιβλέποντα καθηγητή, κύριο Ερρίκο Σταπουντζή, όπως περιγράφεται στο προηγούμενο κεφάλαιο, σχεδιάστηκε στη συνέχεια και η μεθοδολογία διεξαγωγής των πειραμάτων ως εξής:

Πραγματοποιήθηκαν εξαναγκασμένες ταλαντώσεις στο πειραματικό μας εκκρεμές με διάφορες συνθήκες ροής αέρα.

- Χωρίς ροή αέρα
- Με στρωτή ροή αέρα 50 Hz
- Με περιοδική ροή αέρα 50 Hz (δίνες Von Karman)

Με τον τρόπο αυτό έγινε μια πρώτη προσπάθεια να μελετηθεί η ταλαντωτική συμπεριφορά του εκκρεμούς, στην αρχή με εξαναγκασμένη ταλάντωση και μετά με ελεύθερη αποσβενύμενη ταλάντωση. Στόχος είναι η καταγραφή των αποτελεσμάτων σε διαγράμματα και η ανάλυσή τους με βάση τη θεωρία των ταλαντώσεων για τη διεξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων, όπως το εύρος των ταλαντώσεων και οι επιταχύνσεις που αναπτύσσονται. Τα δεδομένα που προέκυψαν από τα όργανα μέτρησης του εργαστηρίου επεξεργάστηκαν με δύο διαφορετικές μεθόδους για ακριβέστερη διεξαγωγή αποτελεσμάτων και στην συνέχεια συγκρίθηκαν ώστε να παρατηρηθούν και σχολιασθούν οι διαφορές τους.

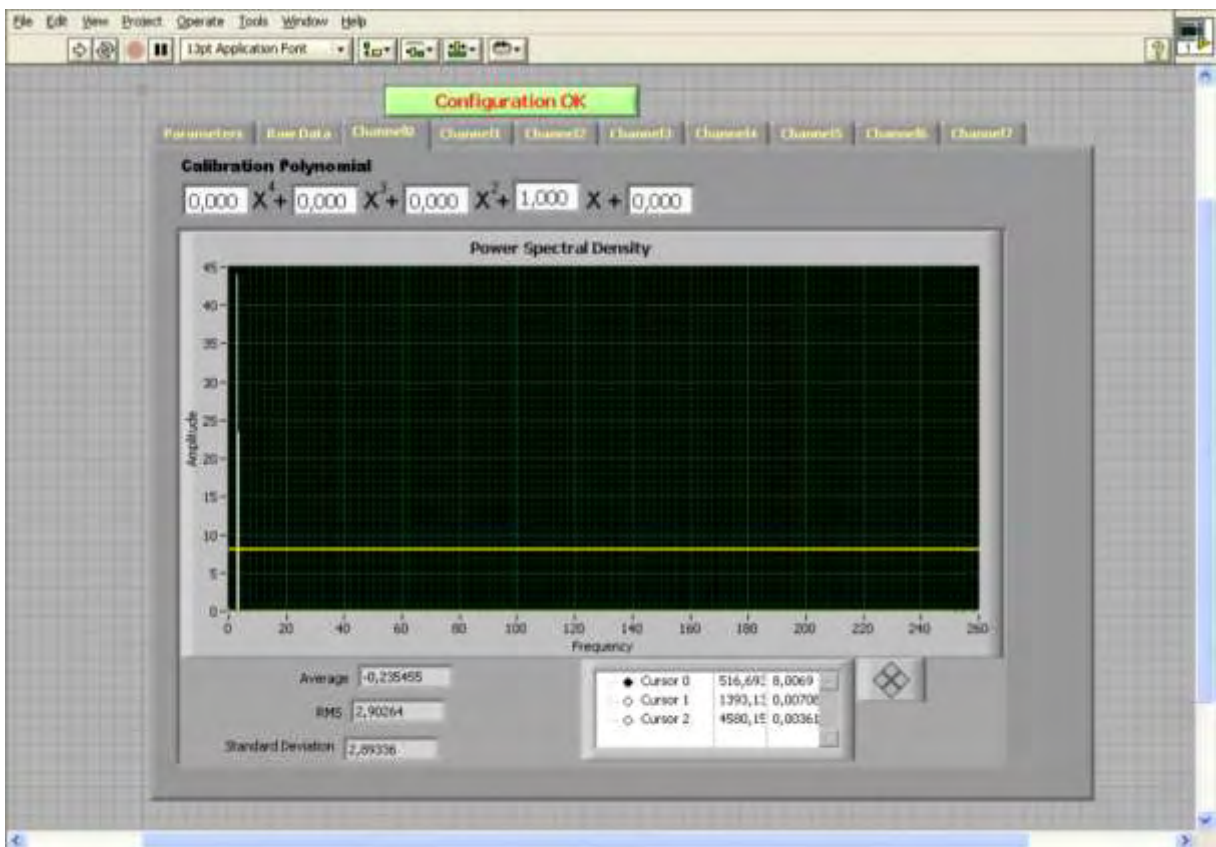
4.1 Μηχανική μέθοδος ανάλυσης με επιταχυνσιόμετρο (accelerometer)

Η πρώτη μέθοδος επεξεργασίας ήταν η μηχανική όπου στο εκκρεμές, και συγκεκριμένα στο πάνω μέρος της σφαίρας, εκεί που ενώνεται με τη μπάρα σύνδεσης, επικολλήθηκε ένα επιταχυνσιόμετρο τύπου KISTLER 8632C10T, το οποίο συνδέθηκε σε έναν ενισχυτή σήματος KISTLER 5134. Ο ενισχυτής συνδέθηκε σε ένα παλμογράφο LEADER LBO και σε έναν μετατροπέα σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό της National Instruments. Με τον

τρόπο αυτό το επιταχυνσιόμετρο καταγράφει την κίνηση του ταλαντευόμενου σώματος στέλνοντας το ηλεκτρικό σήμα της επιτάχυνσής. Το σήμα αυτό περνά από τον μετατροπέα και τον ενισχυτή, ψηφιοποιείται και ενισχύεται με αποτέλεσμα να δίνεται στην οθόνη του παλμογράφου και του υπολογιστή μια κυματομορφή σε Volts. Το λογισμικό που χρησιμοποιείται στο εργαστήριο για τη διεξαγωγή αυτών των μετρήσεων και την αποθήκευσή τους είναι της Labview National Instruments.

Συνολικά διεξήχθησαν 3 πειράματα όπου το εκκρεμές υποβλήθηκε σε ταλάντωση και για καθένα από αυτά είχε δοθεί διαφορετική μορφή ροής αέρα.

Όπως φαίνεται και στις φωτογραφίες που ακολουθούν, ο ρυθμός δειγματοληψίας έχει οριστεί με συχνότητα 1000 Hz, με τα δείγματα να είναι 200.000, δηλαδή συνολικός χρόνος δειγματοληψίας 200 δευτερόλεπτα και η μορφή της πολυωνυμικής εξίσωσης του σήματος ως $y=x$ δηλαδή γραμμική.



Εικόνα 4-1 Απεικόνιση της πολυωνυμικής μορφής του σήματος $y=x$ του προγράμματος LabView

Εφόσον ορίστηκαν οι παράμετροι έγινε δοκιμή της πειραματικής διάταξης δίνοντας αρχικά διέγερση με το χέρι στο εκκρεμές και χωρίς ροή αέρα στην αεροσήραγγα, προκειμένου να

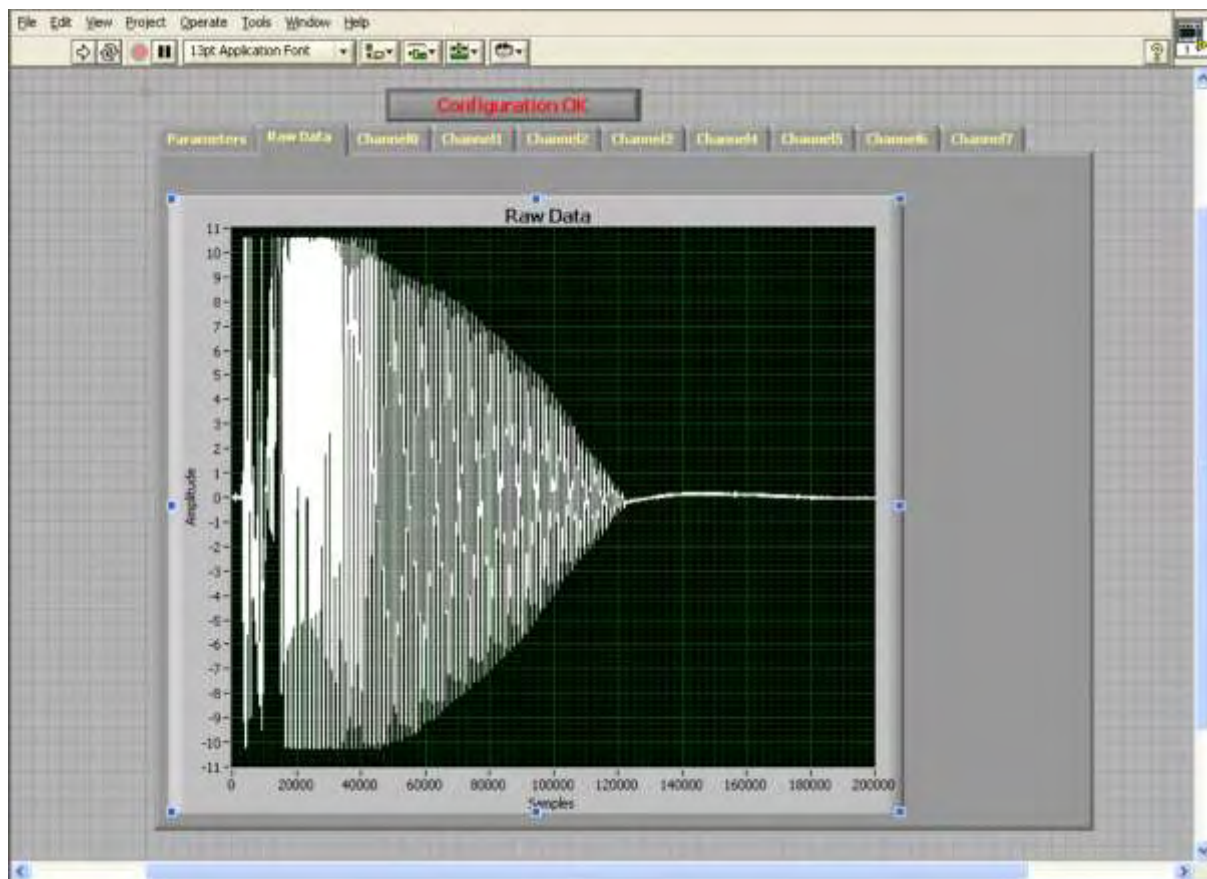
φανεί η μορφή και το εύρος της ταλάντωσης της πτέρυγας στον υπολογιστή μέσω του προγράμματος.



Εικόνα 4-2 Καρέ, μέσω του προγράμματος Wondershare Filmora, από τη δοκιμή ταλάντωσης του εκκρεμούς χωρίς ροή αέρα.

Συγκεκριμένα δόθηκε διέγερση μη σταθερού πλάτους για να φανεί η διαφορετική μορφή της κυματοειδούς καμπύλης στο πρόγραμμα καθ' όλη την διάρκεια της δειγματοληψίας. Όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα στα πρώτα 1,8 sec περίπου στο πλάτος της ταλάντωσης υπάρχει ανομοιομορφία κι αυτό συμβαίνει γιατί το εκκρεμές χτυπάει στην οροφή της αεροσήραγγας με τη δύναμη που του δώσαμε. Στα επόμενα δευτερόλεπτα και συγκεκριμένα μέχρι και τα 4,5 sec περίπου υπάρχει μία σταθεροποίηση στο εύρος ταλάντωσης περίπου $\pm 10,5$ Volts. Από εκεί και έπειτα στην ταλάντωσή μας υπάρχει απόσβεση η οποία οφείλεται αφενός στην αντίσταση του υπάρχοντος αέρα μέσα στην αεροσήραγγα και αφετέρου στην τριβή που υπάρχει στην άρθρωση της μπάρας του εκκρεμούς.

Από την εικόνα 4-3 γίνεται ξεκάθαρο ότι το εύρος της ταλάντωσης του εκκρεμούς, στην οριζόντια θέση x, εξαρτάται από τη διέγερση που θα του δοθεί και τα μεγέθη αυτά είναι ανάλογα.

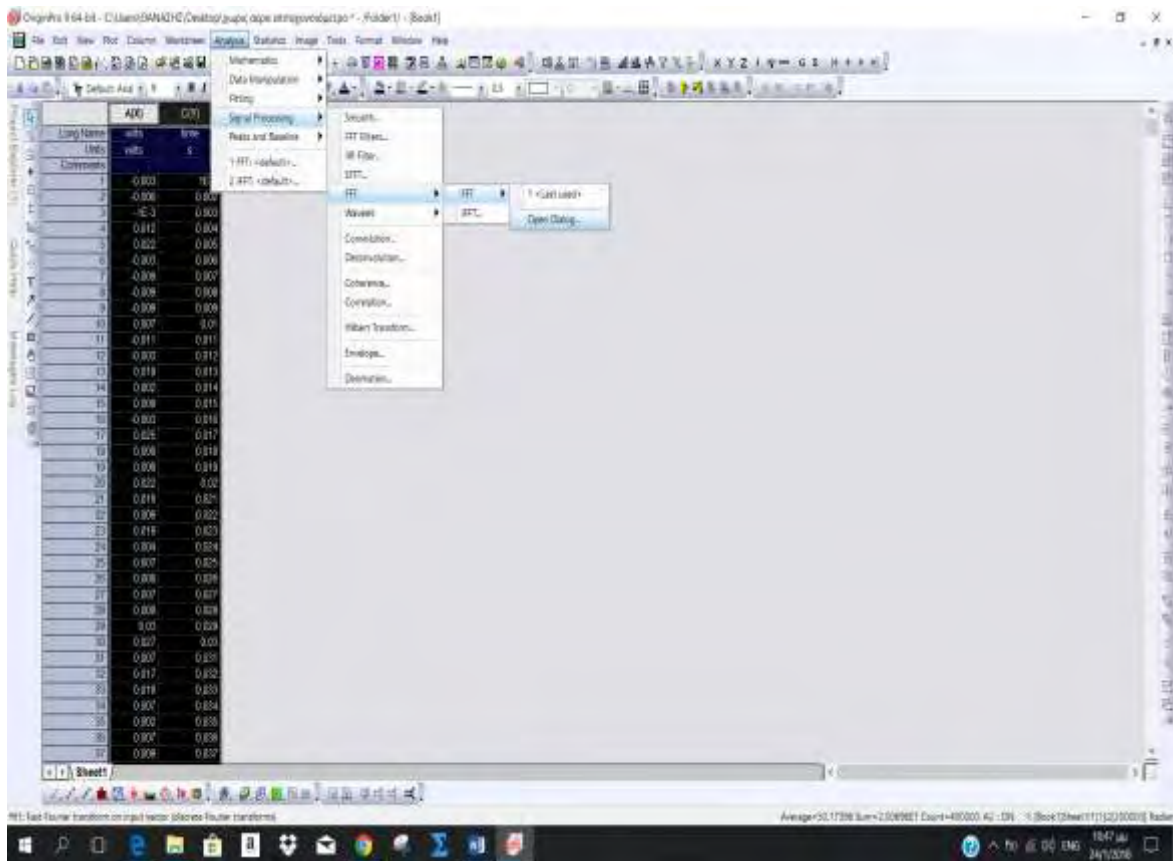


Εικόνα 4-3 Απεικόνιση της ταλάντωσης του εκκρεμούς χωρίς ροή αέρα από την πρώτη δοκιμή στο πρόγραμμα LabView

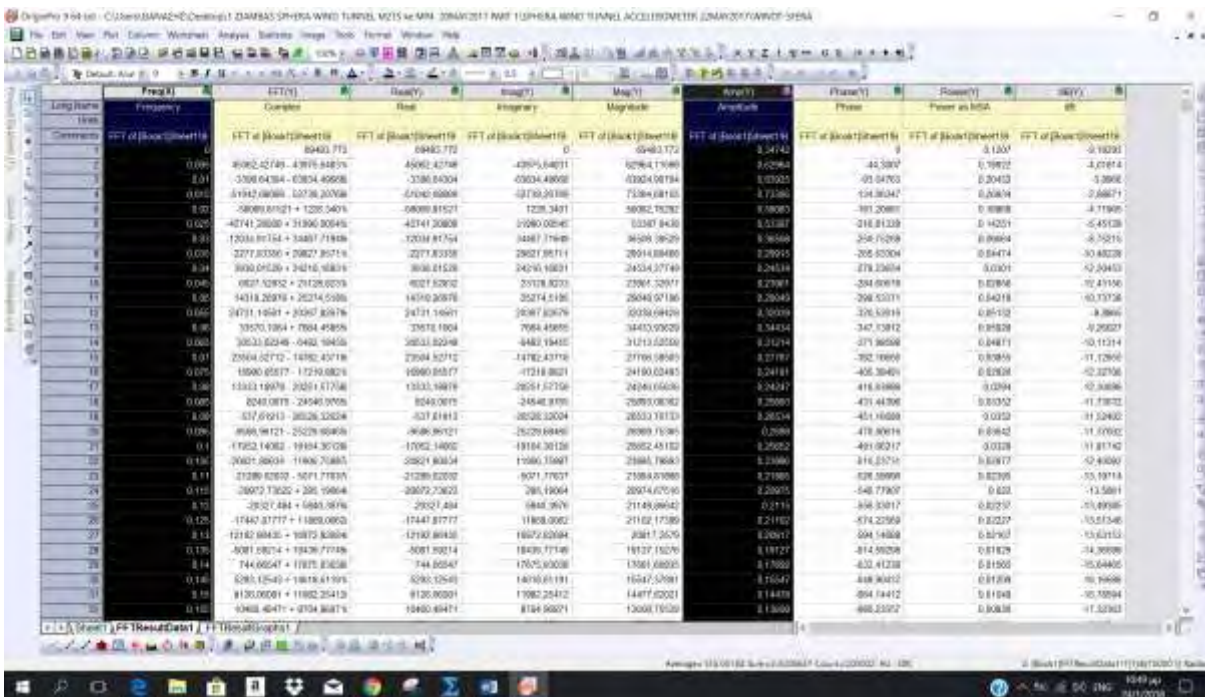
Εφόσον τώρα η πειραματική διάταξη δούλεψε σωστά, όλα τα αρχεία TXT με τις τιμές του εύρους ταλάντωσης σε Volts που προέκυψαν για τα 3 διαφορετικά πειράματα που διεξήχθησαν, αποθηκεύτηκαν στον υπολογιστή. Στη συνέχεια αναλύθηκαν στο πρόγραμμα OriginPro με τη μέθοδο FFT για την εξαγωγή της συχνότητας του εκκρεμούς.

Πιο συγκεκριμένα, στην πρώτη στήλη βρίσκονταν οι διαδοχικοί χρόνοι ανάμεσα στο κάθε δείγμα οι οποίοι ήταν $1/1000 \text{ Hz}=0,001 \text{ sec}$ για την πρώτη τιμή, $2/1000 \text{ Hz}=0,002 \text{ sec}$ για την δεύτερη τιμή και πάει λέγοντας και στην δεύτερη στήλη βρίσκονταν οι τιμές του εύρους ταλάντωσης σε Volts όπως αυτές προέκυψαν από το επιταχυνσιόμετρο.

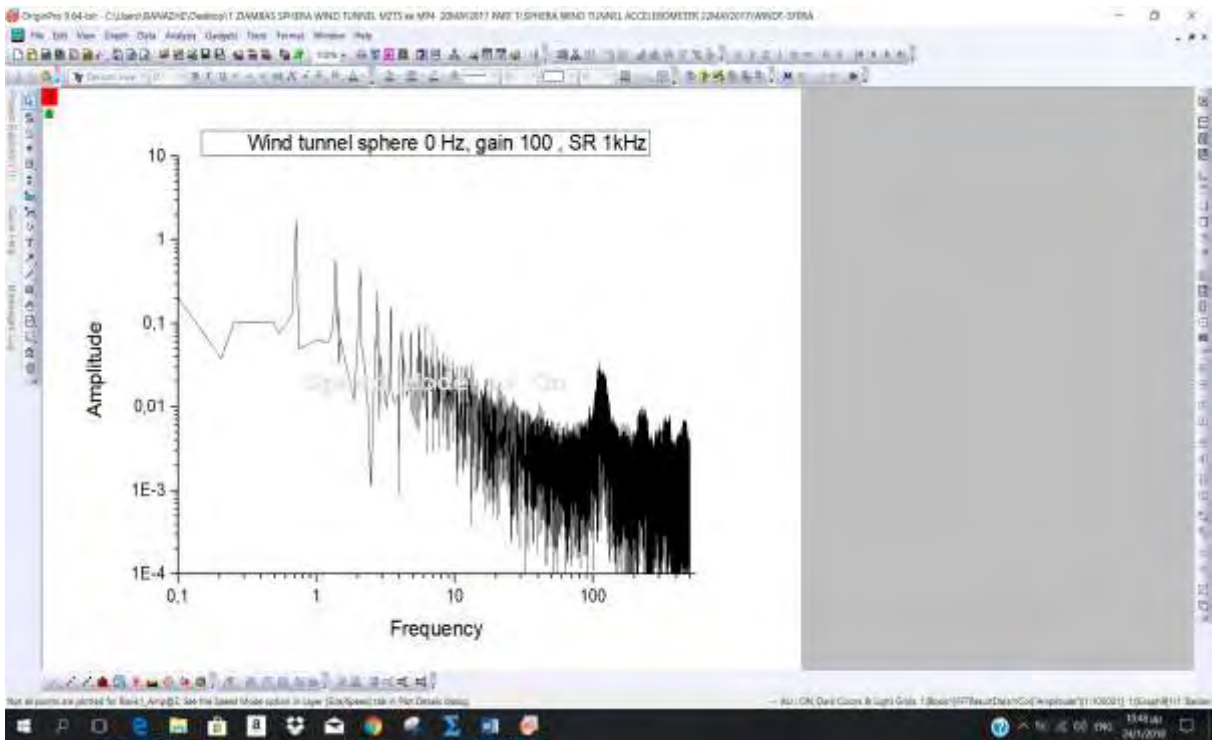
Παρακάτω φαίνεται στις φωτογραφίες η διαδικασία που ακολουθήθηκε αναλυτικά, μέσα από το πρόγραμμα OriginPro καθώς και το διάγραμμα πλάτους-συχνότητας που προέκυψε, για την εξαγωγή της συχνότητας του εκκρεμούς.



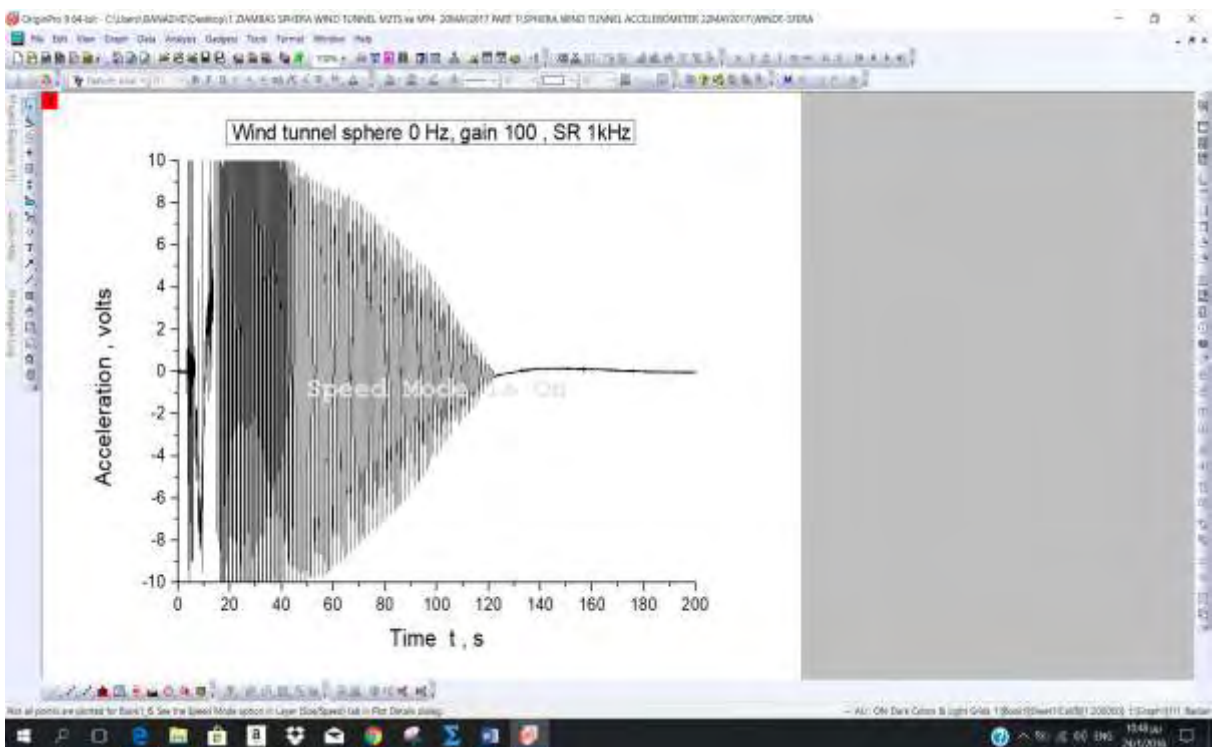
Εικόνα 4-4 Απεικόνιση δεδομένων στο πρόγραμμα OriginPro και διαδικασία εύρεσης συχνότητας ταλάντωσης εκκρεμούς.



Εικόνα 4-5 Απεικόνιση των αποτελεσμάτων της μεθόδου FFT στο πρόγραμμα OriginPro



Εικόνα 4-6 Απεικόνιση των αποτελεσμάτων και εύρεση συχνότητας ταλάντωσης στο διάγραμμα εύρους-συχνότητας στο πρόγραμμα OriginPro με ανάλυση FFT.



Εικόνα 4-7 Απεικόνιση των αποτελεσμάτων και εύρεση περιόδου ταλάντωσης στο διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου στο πρόγραμμα OriginPro.

Επίσης από τα αρχεία TXT των οποίων οι τιμές ήταν σε Volts, δεδομένου ότι τα 0,498 Volts αντιστοιχούν σε επιτάχυνση βαρύτητας ίση με 1 (g), δηλαδή 9,81 (m/s²), με την χρήση του παρακάτω τύπου για την κατάλληλη τιμή κάθε φορά της ενίσχυσης (GAIN), πετύχαμε τη μετατροπή της τυπικής απόκλισης (Standard Deviation) των τιμών του εύρους ταλάντωσης της πτέρυγας από Volts σε επιτάχυνση (acceleration) m/s².

$$\text{acceleration (m/s}^2\text{)} = [9,81/(0,498 * \text{GAIN})] * \text{Standard Deviation (Volts)} \quad (4.1)$$

Ως ενίσχυση (GAIN) ορίζεται ο λόγος μεγέθους του σήματος εξόδου προς το αντίστοιχο μέγεθος του σήματος εισόδου.

Τα διαγράμματα που προέκυψαν από την συγκεκριμένη μέθοδο επεξεργασίας των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται και σχολιάζονται εκτενώς στο κεφάλαιο 6.

4.2 Οπτική μέθοδος ανάλυσης

Η δεύτερη μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε ήταν η οπτική, όπου βιντεοκάμερα υψηλής ανάλυσης (SONY) κατέγραψε την κίνηση του εκκρεμούς σε όλες τις μορφές ροής αέρα που θέλαμε να εξετάσουμε. Για την ακρίβεια καταγράφηκε η κίνηση του μικρού μαύρου σημείου σφαιρικού σχήματος στο πάνω μέρος της σφαίρας, στο σημείο που ενώνεται η σφαίρα με τη μπάρα.

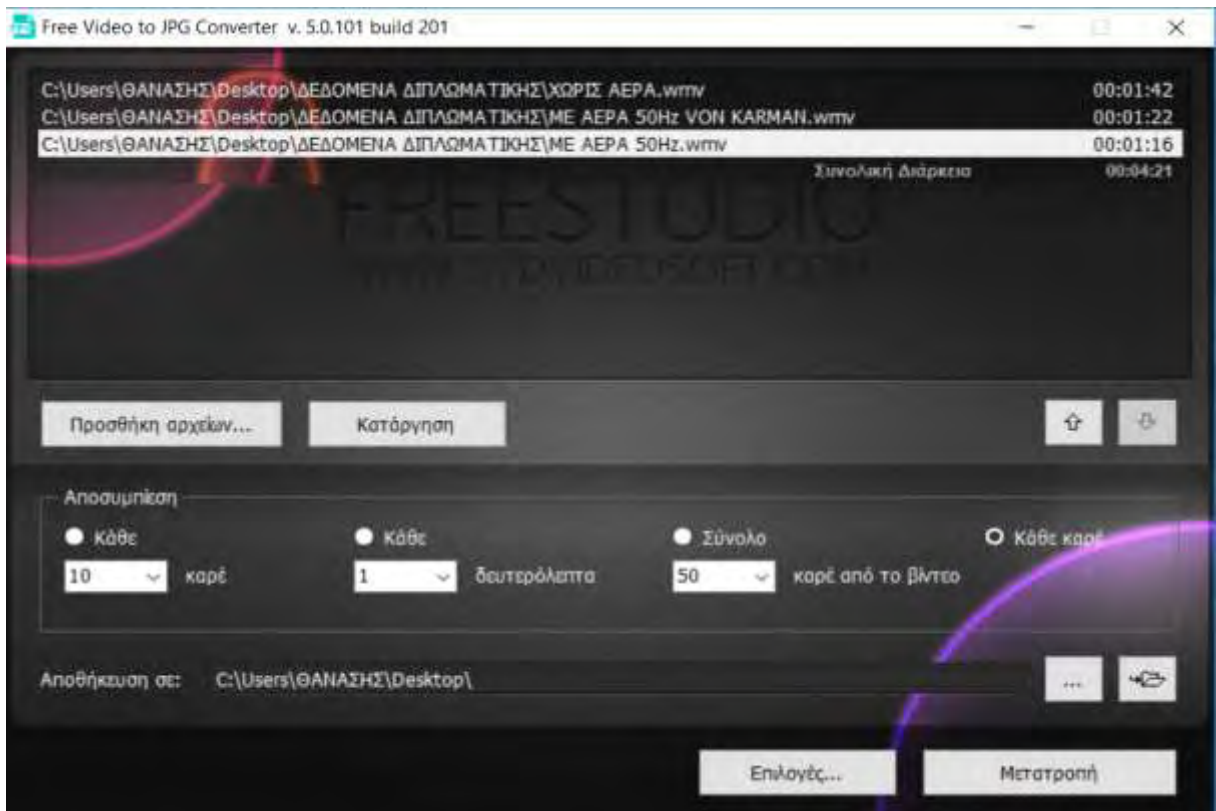
Στη συνέχεια ακολούθησε επεξεργασία του βίντεο των ταλαντώσεων ώστε να διασπαστεί σε μικρότερης διάρκειας βίντεο μέσω του προγράμματος Wondershare Filmora και να αναλυθεί σε frames μέσα από το πρόγραμμα Free Video to JPG Converter. Αρχικά το πρωτότυπο βίντεο της κάμερας ήταν 50 frames/sec και κατά την περικοπή του σε μικρότερα μετατράπηκε σε 25 frames/sec.

Η διάρκεια των βίντεο καθορίστηκε, στα 102 sec για την ταλάντωση χωρίς ροή αέρα, στα 76 sec για την ταλάντωση με ροή αέρα 50 Hz και στα 82 sec για την ταλάντωση με δίνες Von Karman, δηλαδή το χρονικό διάστημα που ξεκινάει και σταματάει να ταλαντώνεται το εκκρεμές. Έτσι προέκυψαν 2553, 1917 και 20174 στιγμιότυπα (frames) με χρονική απόσταση

μεταξύ τους περίπου $t=0,04$ sec για τις 3 περιπτώσεις αντίστοιχα. Παρακάτω παρουσιάζονται φωτογραφίες από την διαδικασία περικοπής και ανάλυσης σε frames.



Εικόνα 4-8 Καθορισμός της διάρκειας των video με το πρόγραμμα Wondershare Filmora.



Εικόνα 4-9 Ανάλυση των video σε frames με το πρόγραμμα Free Video to JPG Converter.

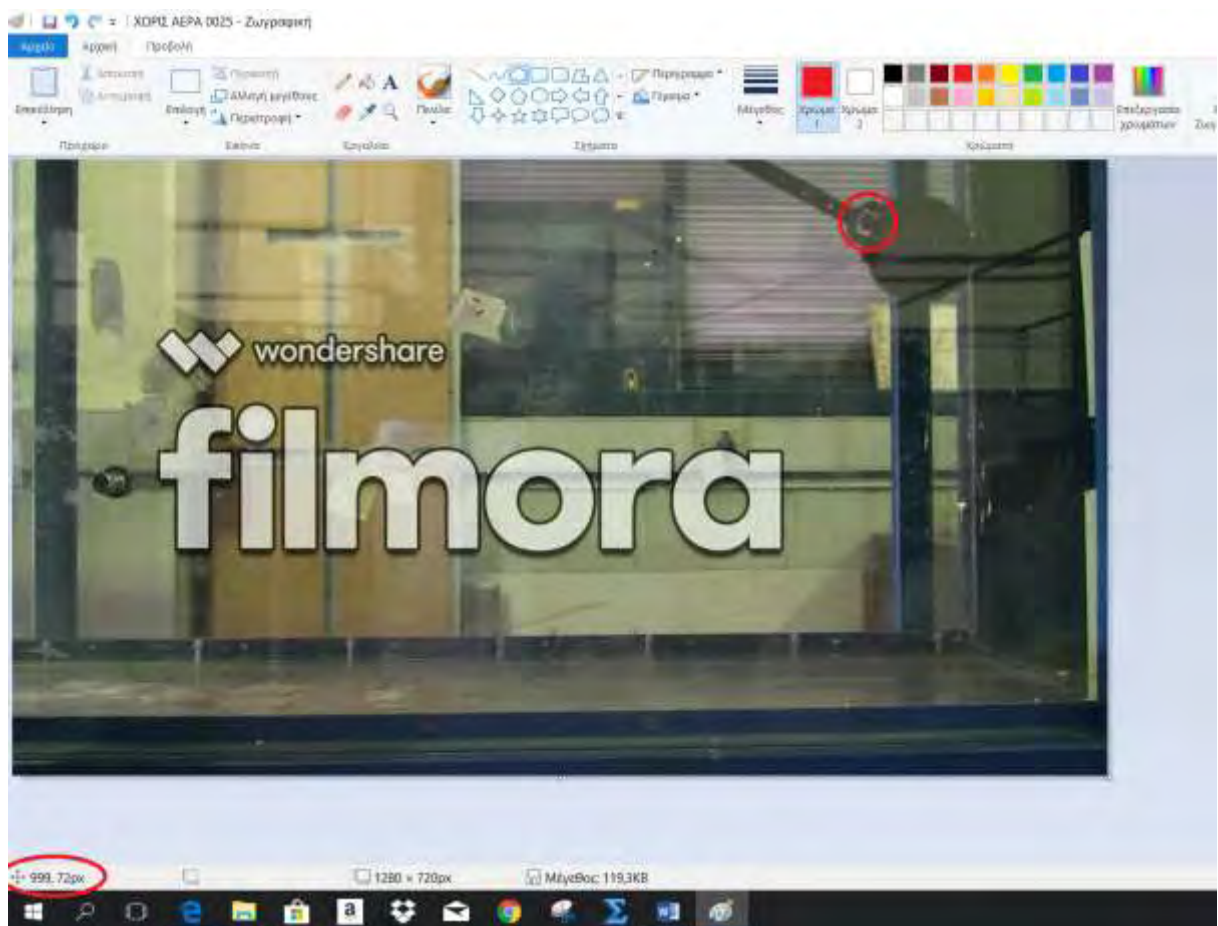
Με αυτόν τον τρόπο, μέσω των frames βρέθηκε η συχνότητα ταλάντωσης του εκκρεμούς σε όλες τις μορφές ροής που εξετάζουμε, αφού σύμφωνα με την θεωρία των ταλαντώσεων, η περίοδος (T) της ταλάντωσης για βιντεοκάμερα των 25 frames per second εξάγεται από τον τύπο:

$$T \text{ (sec)} = \text{frame number}/25 \quad (4.2)$$

Και η συχνότητα (f) από τον τύπο:

$$f \text{ (Hz)} = 1/T \quad (4.3)$$

Το μαύρο σημείο στο πάνω μέρος της σφαίρας σε κάθε στιγμιότυπο αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη θέση-απόσταση του σημείου από την αρχή των αξόνων, για την αντίστοιχη χρονική στιγμή. Η εύρεση των συντεταγμένων θέσης έγινε με τη χρήση του προγράμματος ζωγραφική, όπως παρουσιάζεται στην επόμενη εικόνα (4-10).



Εικόνα 4-10 Εύρεση των συντεταγμένων της θέσης του μαύρου σημείου από το πρόγραμμα ζωγραφική.

Κάτω και αριστερά, κυκλωμένες με κόκκινο χρώμα φαίνονται οι συντεταγμένες της θέσης του σημείου σε pixels χρησιμοποιώντας ως σημείο μηδέν (0,0) την πάνω αριστερή γωνία για αρχή της μέτρησης. Να σημειωθεί πως τα στιγμιότυπα αυτά είχαν διαστάσεις 1280x720 pixels.

Στη συνέχεια τα pixels μετατράπηκαν σε χιλιοστά (mm) γνωρίζοντας πως η διάμετρος της σφαίρας είναι 120 mm και στο πρόγραμμα ζωγραφική αυτή η απόσταση αντιστοιχεί σε 125 pixels. Έτσι κάνοντας την αναλογία προέκυψε ο παρακάτω τύπος:

$$dx \text{ (mm)} = dx \text{ (pixels)} * 120/125 \quad (4.4)$$

Εφόσον, λοιπόν, υπολογισθούν η θέση και η αντίστοιχη χρονική στιγμή, μπορούν στη συνέχεια να εξαχθούν αποτελέσματα για την στιγμιαία ταχύτητα παραγωγίζοντας τη θέση ως προς το χρόνο με την χρήση του τύπου:

$$U = dx/dt \quad (4.5)$$

αλλά και για την στιγμιαία επιτάχυνση παραγωγίζοντας την ταχύτητα με τον χρόνο ως εξής:

$$a = dU/dt \quad (4.6)$$

Μέσα από τις δυνατότητες του προγράμματος OriginPro.

Τελικά, από στατιστική ανάλυση των στιγμιαίων επιταχύνσεων και μετατοπίσεων και πάλι με χρήση του προγράμματος OriginPro, βρέθηκαν οι μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις τους, για τις τιμές συχνοτήτων της ταλάντωσης. Ακόμα, απεικονίστηκε σε διαγράμματα η ακριβής κίνηση του μαύρου σημείου και στους δύο άξονες (x, y) σε pixels για τις 3 μορφές ταλάντωσης του εκκρεμούς.

Κεφάλαιο 5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν και σχολιασθούν τα αποτελέσματα της οπτικής μεθόδου ανάλυσης των ταλαντώσεων από την επεξεργασία των βίντεο που τραβήχτηκαν κατά την διάρκεια των πειραμάτων. Με την εκτέλεση των πειραμάτων, στόχος είναι να προκύψουν αποτελέσματα σχετικά με το εύρος των επιταχύνσεων που αναπτύσσει η σφαίρα, καθώς ταλαντώνεται σε διάφορες μορφές ροής.

Σημειώνεται πως όλα τα διαγράμματα που θα παρουσιαστούν σε αυτό το κεφάλαιο, προέκυψαν μέσα από το πρόγραμμα OriginPro (student version).

Για τη διαδικασία των, εξαναγκασμένων στην αρχή και αποσβενυμένων μετά, ταλαντώσεων της σφαίρας χρησιμοποιήθηκε πετονιά, το ένα άκρο της οποίας ήταν δεμένο πάνω στη σφαίρα και το άλλο άκρο κατέληγε εκτός αεροσήραγγας. Με τον τρόπο αυτό προσδίδαμε μία αρχική δύναμη στη σφαίρα για να ξεκινήσει η ταλάντωση της.

Συνολικά διεξήχθησαν 3 πειράματα όπου στην αεροσήραγγα επικρατούσαν διαφορετικές συνθήκες ροής αέρα. Στο πρώτο πείραμα θα μελετήσουμε την ταλαντωτική συμπεριφορά της σφαίρας χωρίς να υπάρχει ροή αέρα. Στο δεύτερο πείραμα θα μελετήσουμε την ταλαντωτική συμπεριφορά της σφαίρας με στρωτή ροή αέρα και στο τρίτο πείραμα θα μελετήσουμε την ταλαντωτική συμπεριφορά της σφαίρας με τυρβώδη ροή (δίνες Von Karman). Να σημειωθεί ότι στο δεύτερο και στο τρίτο πείραμα όπου υπάρχει ροή αέρα, η συχνότητα των στροφών του ανεμιστήρα της αεροσήραγγας, μέσω του inverter, είχε οριστεί στα 50 και 43.7 Hz αντίστοιχα που σημαίνει ότι ο αέρας έχει ταχύτητα:

- 13 m/s στη στρωτή ροή (43.7 Hz) και
- 13 m/s στην περιοδική ροή (δίνες Von Karman) (50 Hz)

Στο εκκρεμές που εξετάζουμε ασκούνται πολλές δυνάμεις κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων, όπως η δύναμη της βαρύτητας, η αντίσταση του αέρα στη σφαίρα, η τριβή στην άρθρωση του εκκρεμούς κ.α.

Παρακάτω παρουσιάζουμε, σε 2 Εικόνες, τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης σε δύο διαφορετικές διευθύνσεις ταχύτητας.



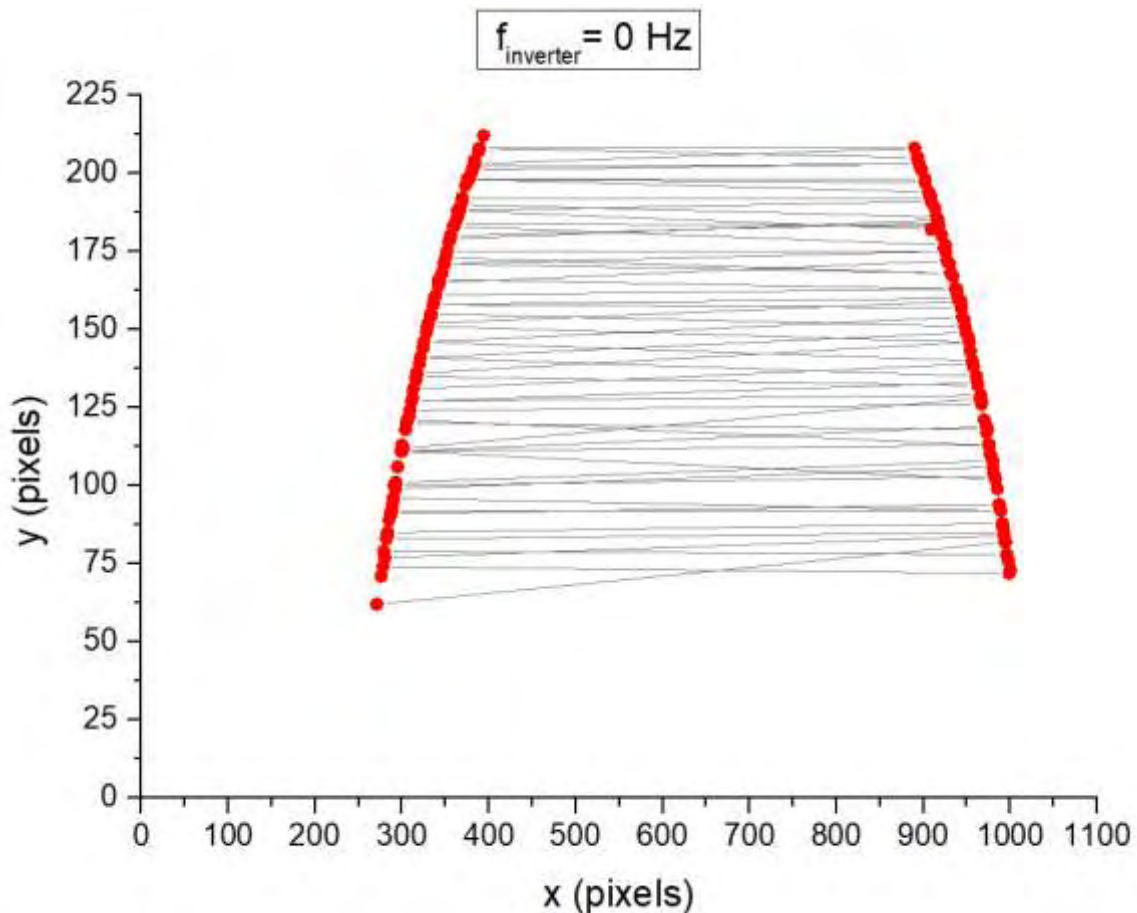
Εικόνα 5-1 Δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα με διεύθυνση προς τα αριστερά.



Εικόνα 5-2 Δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα με διεύθυνση προς τα δεξιά.

5.1 Ταλάντωση χωρίς ροή αέρα

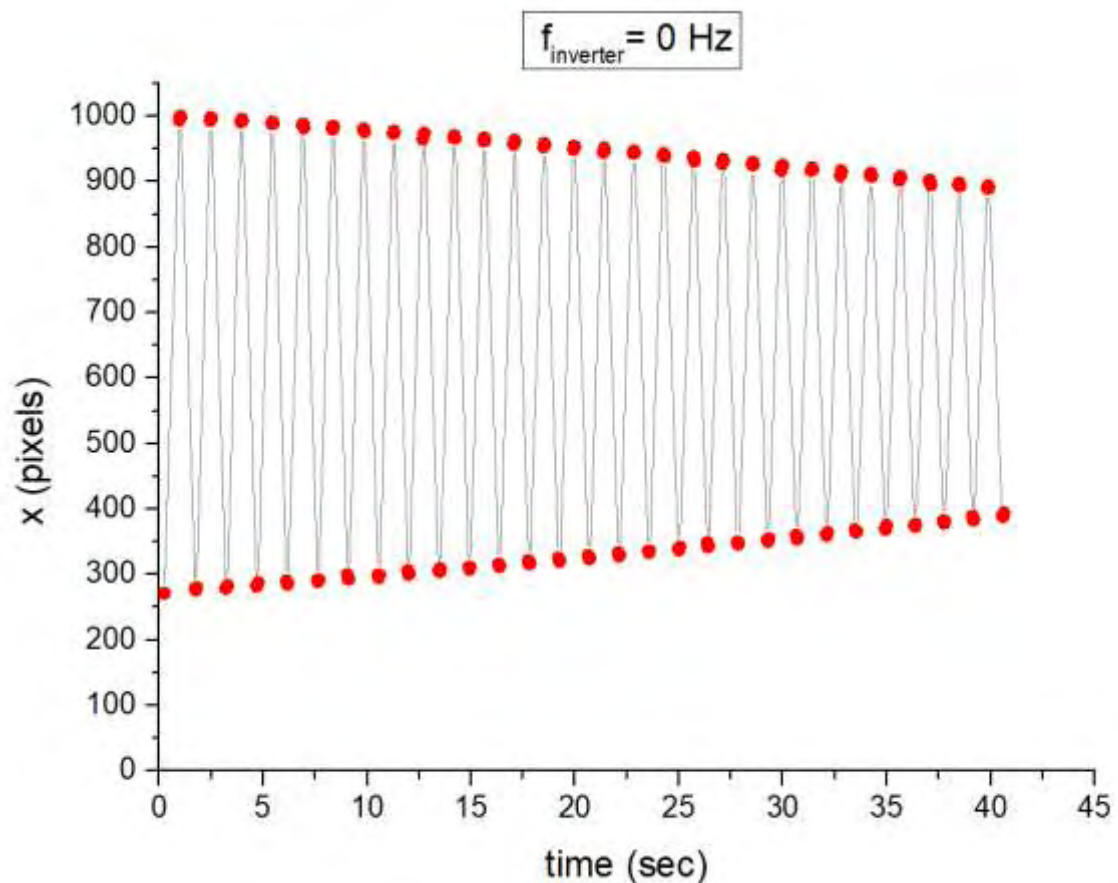
Στην περίπτωση της ταλάντωσης της σφαίρας χωρίς ροή αέρα στην αεροσήραγγα επικρατούν συνθήκες άπνοιας, ενώ οι αντιστάσεις που συναντάει στην ταλάντωσή της η σφαίρα είναι η αντίσταση από τα μόρια του αέρα που υπάρχουν στην αεροσήραγγα καθώς και η αντίσταση τριβής στην άρθρωση με την κεφαλή του πιστονιού. Εδώ να θυμίσουμε ότι η διαδικασία που ακολουθήσαμε ήταν αυτή που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 4. Αφού διασπάσαμε το βίντεο σε καρέ, καταγράψαμε, με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, τη θέση του μαύρου σημείου και το παρουσιάζουμε σε διάφορα διαγράμματα για να εξαγάγουμε συμπεράσματα για τη συμπεριφορά του. Να σημειώσουμε ότι στην προκειμένη περίπτωση η διάρκεια της ταλάντωσης είναι 102 sec και το βίντεο έχει διασπαστεί σε 2553 frames (25 frames/s). Για λόγους συντομίας έχουμε καταγράψει τη θέση στα πρώτα 1000 frames περίπου και συγκεκριμένα τα ακρότατα σημεία και 1 σημείο πριν και μετά τα ακρότατα.



Διάγραμμα 5-1 Ακριβής θέση του μαύρου σημείου σε pixels σε δισδιάστατο σύστημα αξόνων (x, y) για $f_{inverter} = 0$ Hz.

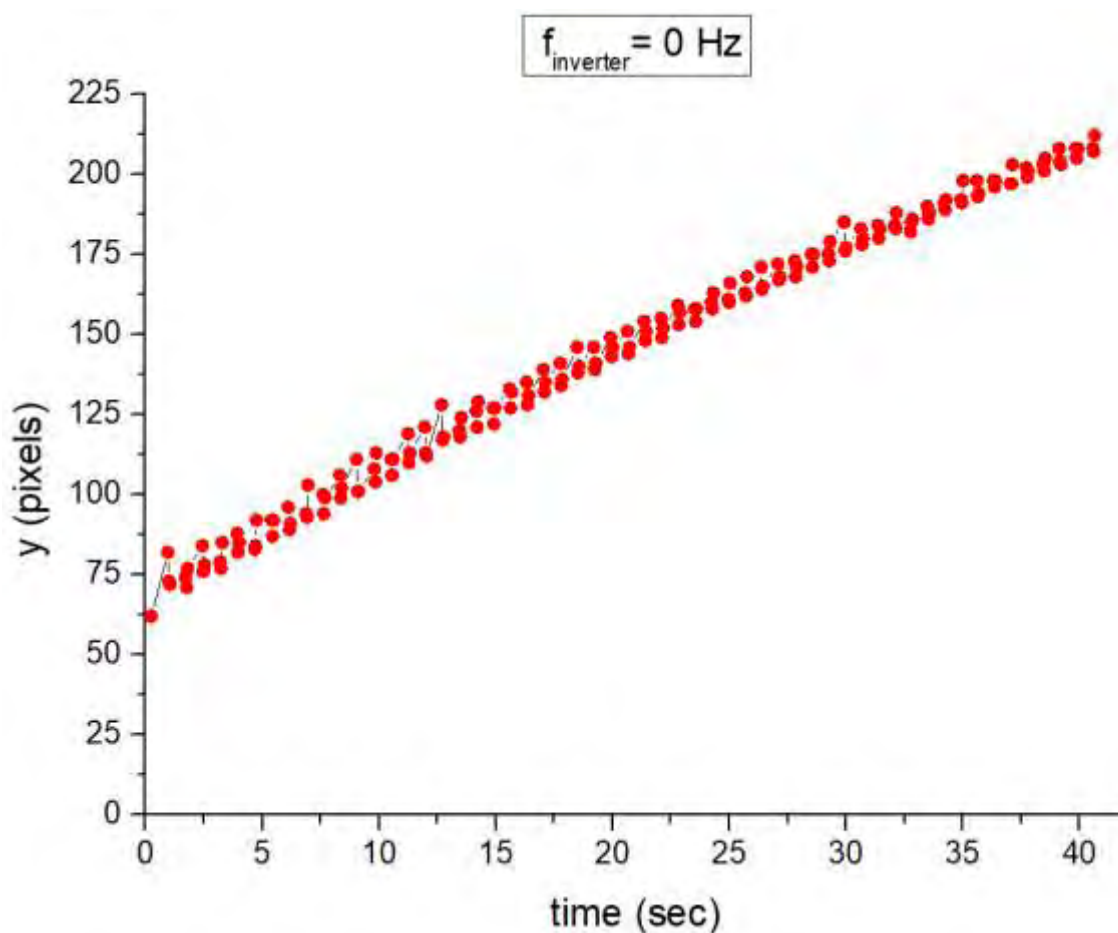
Στο διάγραμμα 5-1 παρουσιάζουμε την ακριβή θέση της σφαίρας στα ακραία σημεία της ταλάντωσής της σε σχέση με τους άξονες x, y και βλέπουμε την πορεία τους από τη στιγμή που ξεκινάει η ταλάντωση μέχρι τα πρώτα 40 δευτερόλεπτα (μέχρι το καρέ 1016). Η θέση των σημείων απεικονίζεται σε σχέση με τα pixels του προγράμματος «Ζωγραφική».

Εδώ να αναφέρουμε πως σε όλες τις απεικονίσεις των ακραίων σημείων που θα δούμε και στα επόμενα διαγράμματα, έχουμε καταγράψει εκείνα τα οποία υπάρχουν μέχρι την χρονική στιγμή 40 sec. Αυτό έγινε για λόγους οικονομίας χρόνου καθώς η καταγραφή από την αρχή μέχρι το τέλος της ταλάντωσης είναι αρκετά χρονοβόρα διαδικασία.

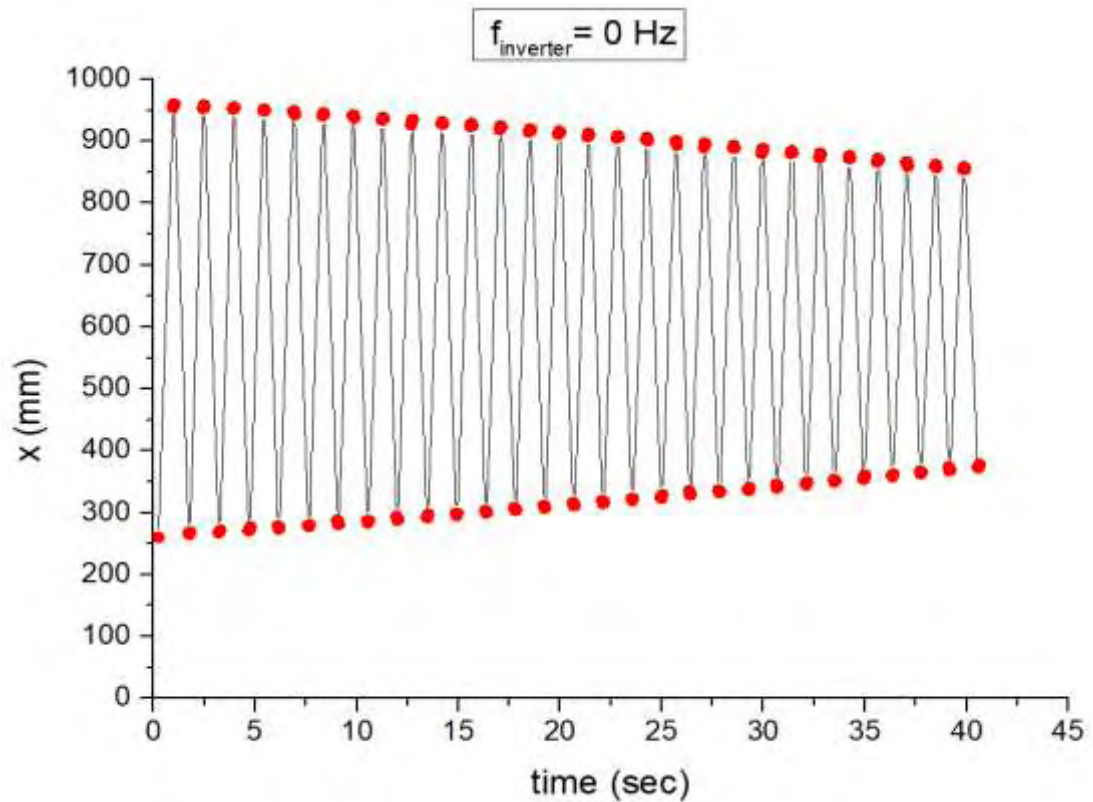


Στο διάγραμμα 5-2 απεικονίζεται η θέση των ακραίων σημείων της ταλάντωσης της σφαίρας, σε pixels, σε σχέση με τον χρόνο καταγραφής και την κίνηση στον οριζόντιο άξονα x.

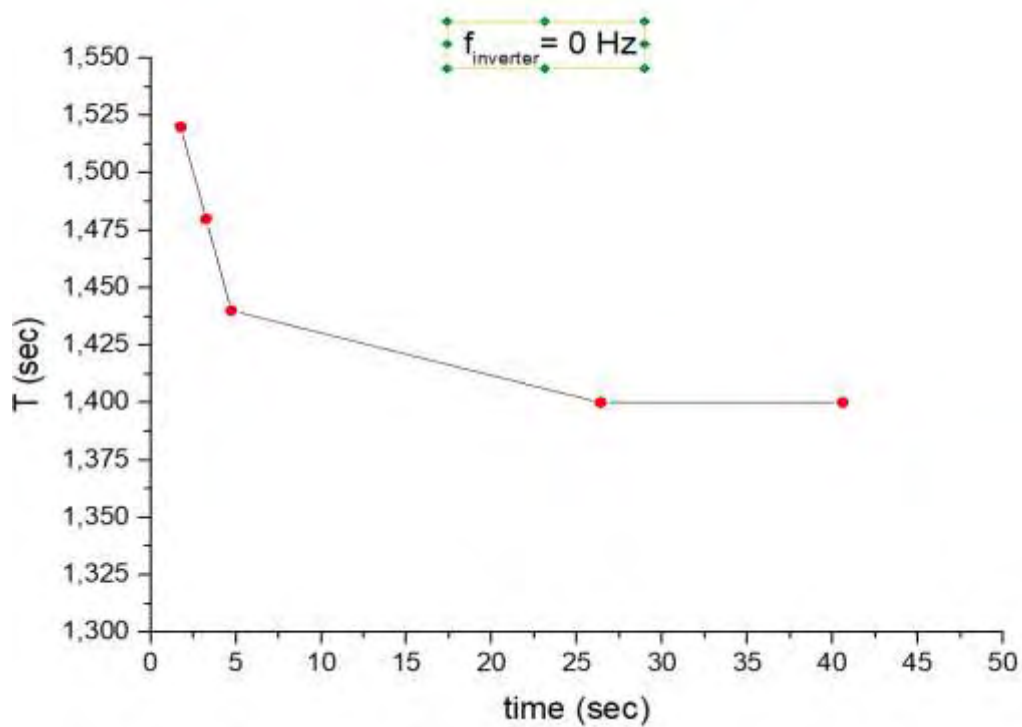
Στο διάγραμμα 5-3 παρουσιάζεται η θέση της σφαίρας σε σχέση με τον χρόνο, στον κατακόρυφο άξονα y . Αυτή η ανωμαλία που φαίνεται στη γραμμή του διαγράμματος οφείλεται στο γεγονός πως έχουμε καταγράψει και ένα σημείο πριν και μετά τα ακραία σημεία ώστε να μας βοηθήσει παρακάτω στην εύρεση της επιτάχυνσης της σφαίρας. Η μορφή του είναι εντελώς διαφορετική από το διάγραμμα 5-2, καθώς η απόσταση που διανύει η σφαίρα στον κατακόρυφο άξονα είναι πολύ μικρότερη από τον οριζόντιο και εδώ απλά βλέπουμε την φθίνουσα πορεία της. Παρόλο που η ταλάντωσή μας είναι φθίνουσα, η γραμμή πηγαίνει προς τα πάνω γιατί στο πρόγραμμα «Ζωγραφική» η αρχή των αξόνων βρίσκεται πάνω αριστερά ενώ, όσο μειώνεται το πλάτος της ταλάντωσης, η σφαίρα κινείται προς τα κάτω.



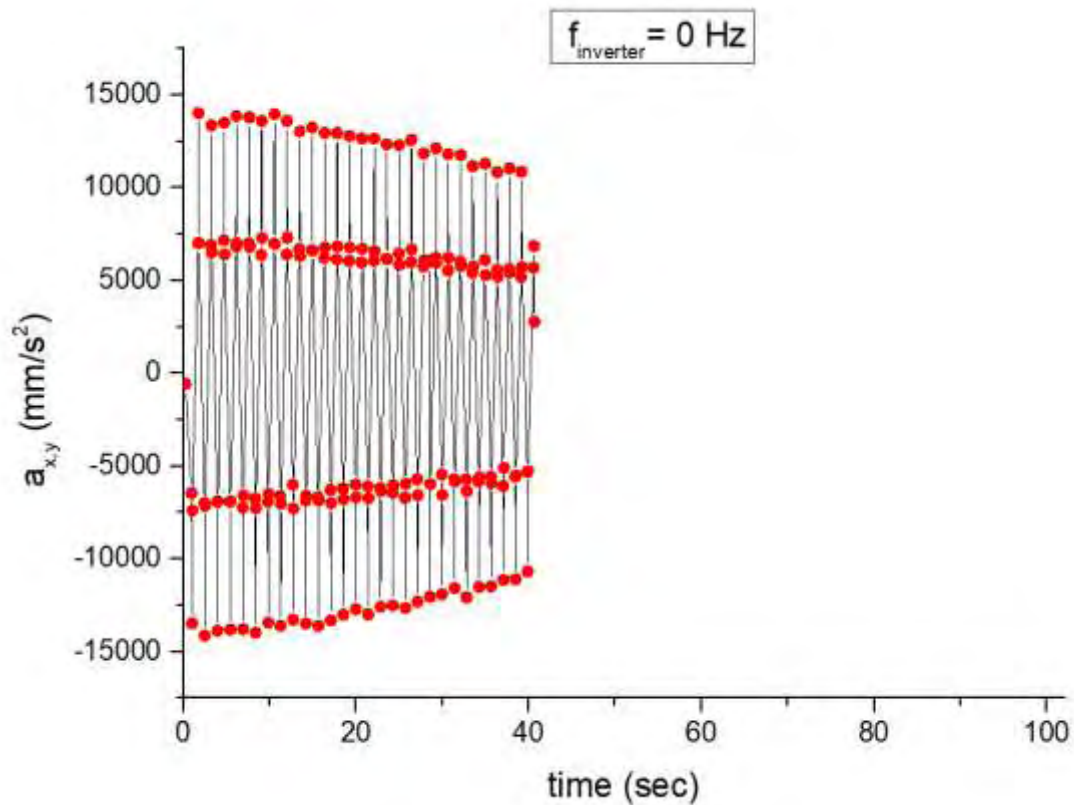
Διάγραμμα 5-3 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον κατακόρυφο άξονα y με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 0$ Hz



Διάγραμμα 5-4 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x , εκφρασμένες σε mm σύμφωνα με τον τύπο 4.4, με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 0 \text{ Hz}$



Διάγραμμα 5-5 Η διαφορά της περιόδου της ταλάντωσης (T) σε σχέση με τον χρόνο.



Διάγραμμα 5-6 Συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας τις δεδομένες χρονικές στιγμές για ταλάντωση χωρίς αέρα.

Στο διάγραμμα 5-4 βλέπουμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t=40 \text{ sec}$ είναι $A=241 \text{ mm}$.

Στο διάγραμμα 5-5 παρουσιάζεται η μείωση της περιόδου της ταλάντωσης, καθώς αυτή είναι αποσβενύμενη. Να σημειώσουμε πως έχουμε καταγράψει μόνο τα σημεία όπου η περίοδος μειώνεται. Αυτό το κάναμε γιατί δεν υπάρχει σταθερή μείωση της περιόδου κι αυτό συμβαίνει αφενός γιατί υπάρχει διαφορά κλασμάτων του δευτερολέπτου, από περίοδο σε περίοδο, που δεν μπορούσαμε να την καταγράψουμε, καθώς το προσεγγίσαμε καθαρά με μαθηματικό τρόπο σε σχέση με τις πληροφορίες του βίντεο και των frames και αφετέρου γιατί επηρεάζεται η περίοδος από τις τριβές στην άρθρωση του εκκρεμούς. Το ίδιο συμβαίνει και στις επόμενες δύο περιπτώσεις του πειράματος που θα παρουσιάσουμε παρακάτω.

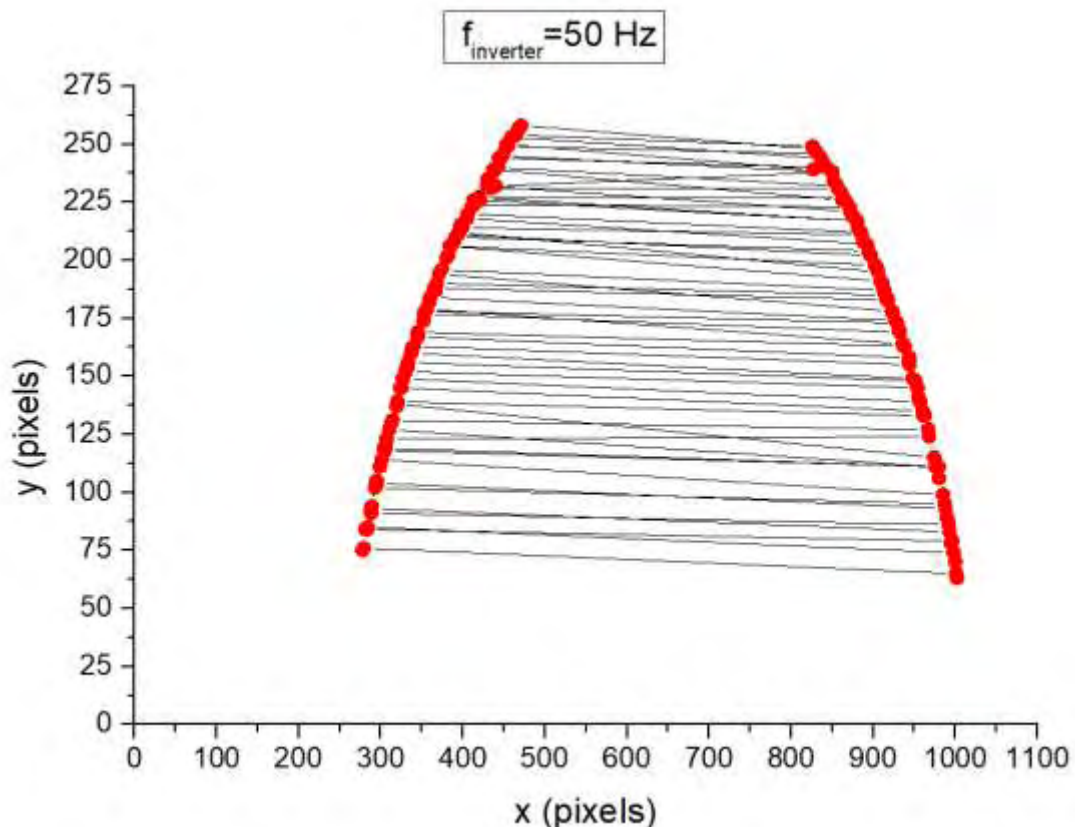
Στο διάγραμμα 5-6 παρουσιάζουμε τη συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας, δηλαδή τη συνισταμένη ανάμεσα στην επιτάχυνση στον κάθετο άξονα y και τον οριζόντιο άξονα x . Οι τιμές υπολογίστηκαν σύμφωνα με τον τύπο:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (6.1)$$

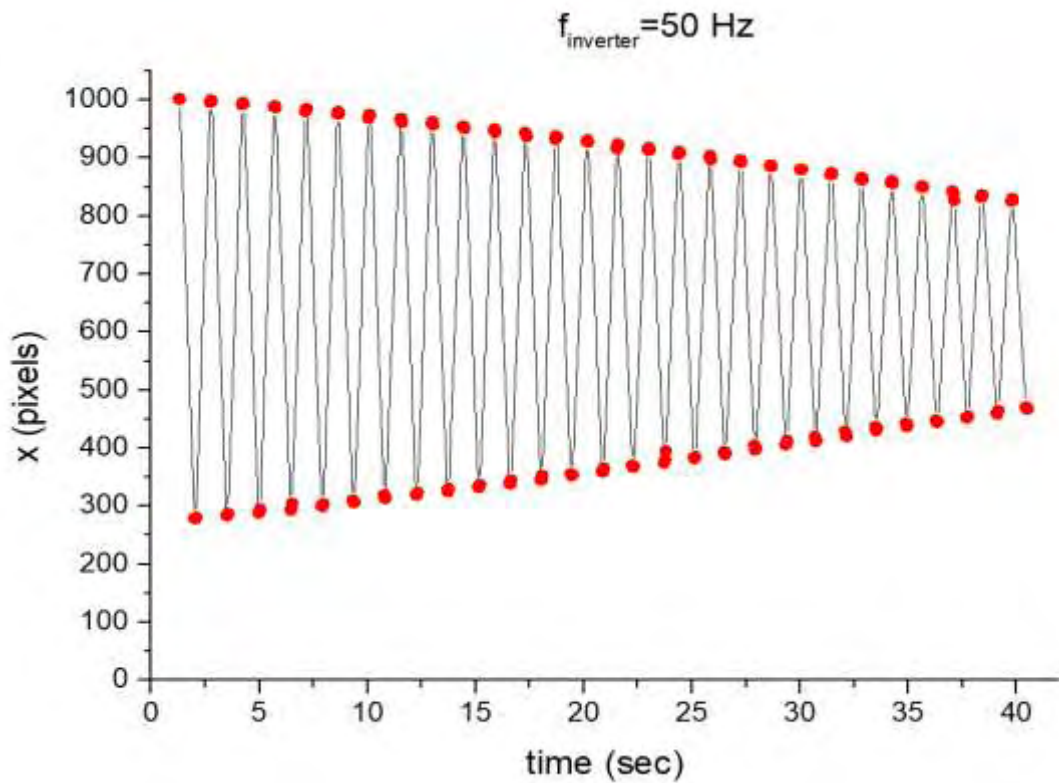
Να πούμε ότι το αρνητικό πρόσημο στην επιτάχυνση δηλώνει την αλλαγή κατεύθυνσης κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

5.2 Ταλάντωση με στρωτή ροή αέρα 50 Hz

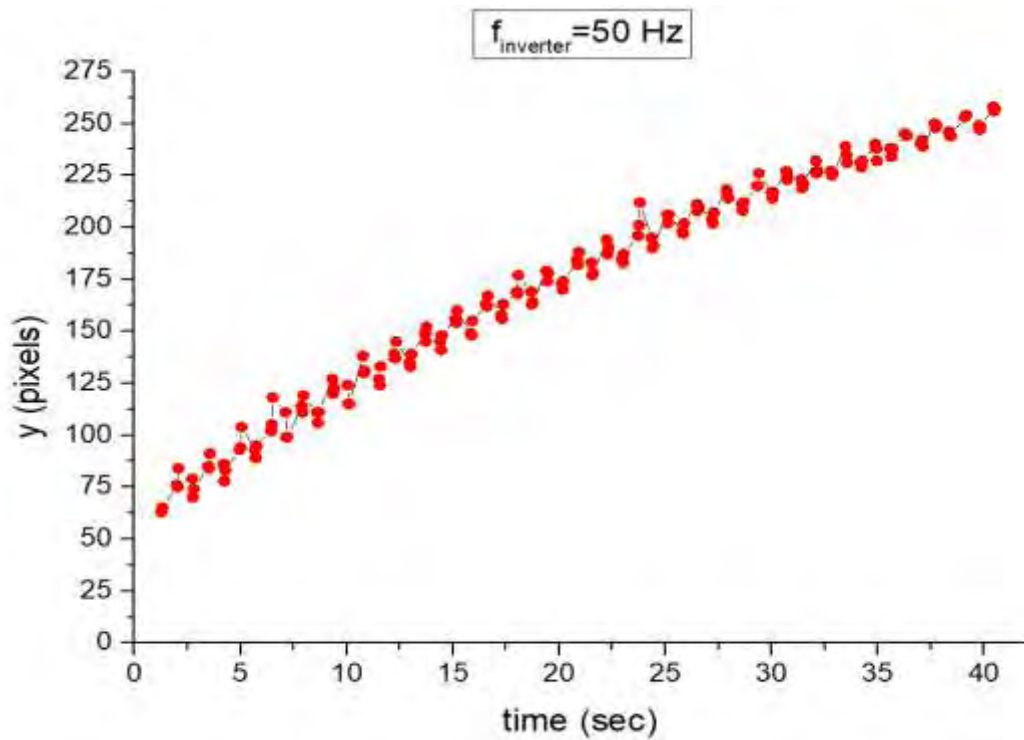
Στην περίπτωση της ταλάντωσης της σφαίρας με στρωτή ροή αέρα στην αεροσήραγγα, οι συνθήκες που επικρατούν είναι ροή αέρα με $u = 13 \text{ m/s}$, ενώ οι αντιστάσεις που συναντάει στην ταλάντωσή της η σφαίρα είναι η αντίσταση του αέρα προς την δεξιά κατεύθυνση, καθώς και η αντίσταση τριβής στην άρθρωση με την κεφαλή του πιστονιού. Και σε αυτή την περίπτωση ακολουθήσαμε τη διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω. Να σημειώσουμε ότι στην προκειμένη περίπτωση η διάρκεια της ταλάντωσης είναι 76 sec και το βίντεο έχει διασπαστεί σε 1917 frames (25 frames/s).



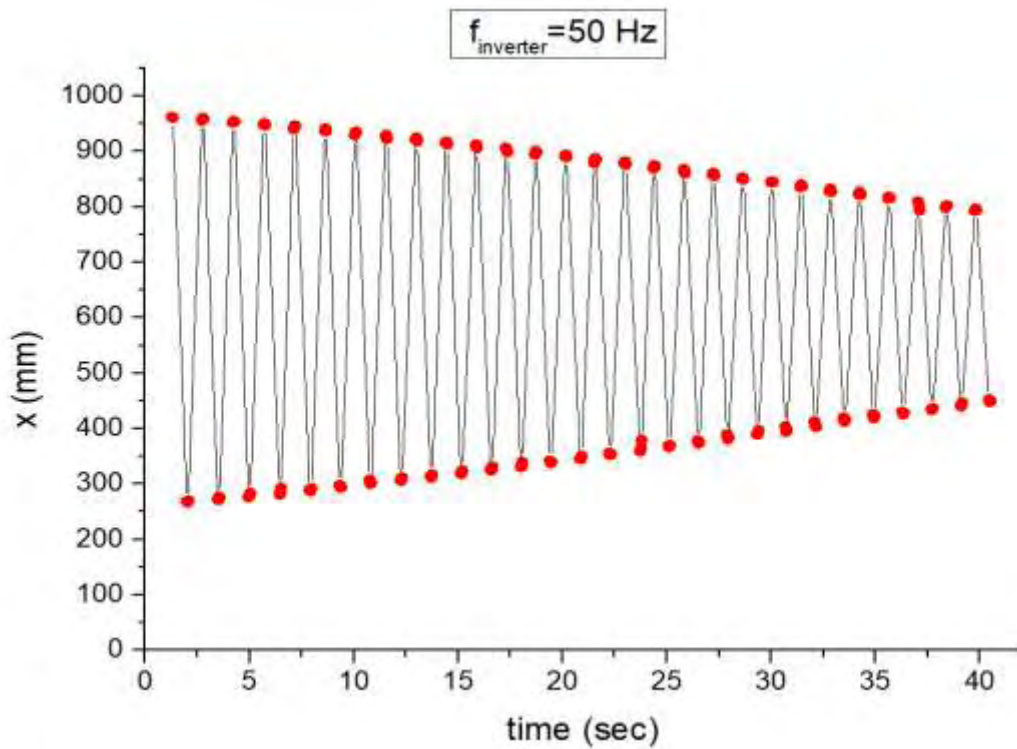
Διάγραμμα 5-7 Ακριβής θέση του μαύρου σημείου σε pixels σε δισδιάστατο σύστημα αξόνων (x, y) για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$.



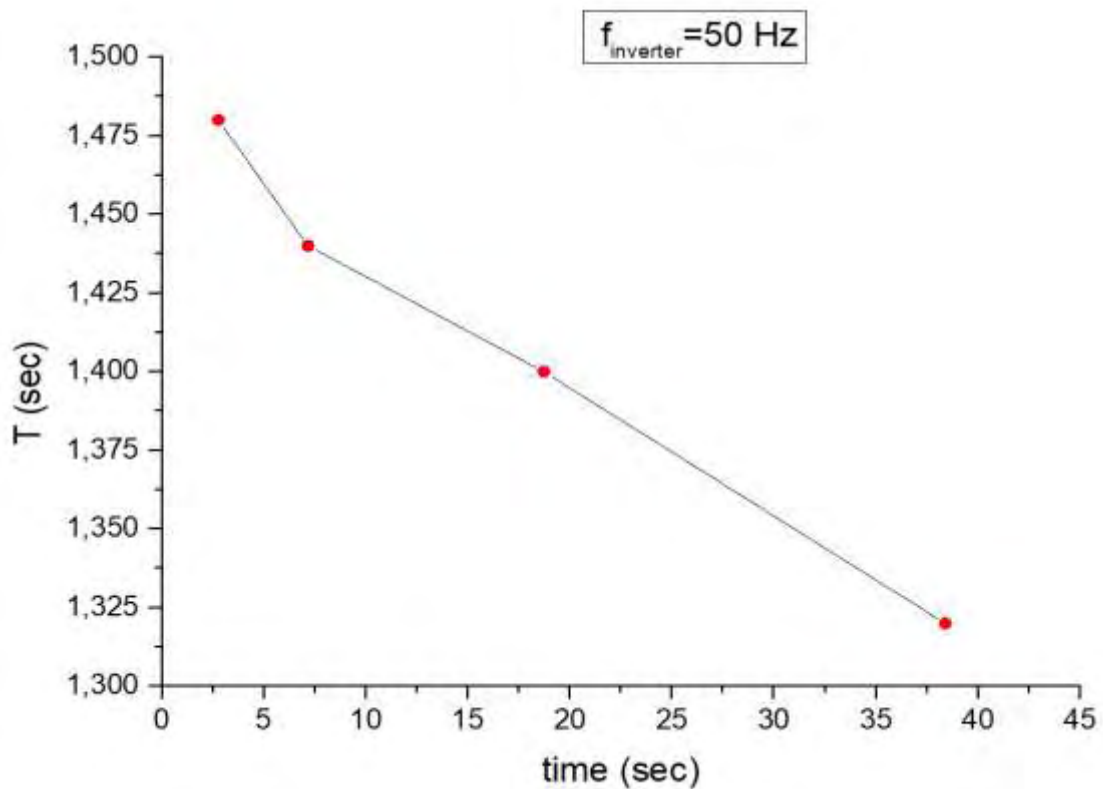
Διάγραμμα 5-8 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{\text{inverter}} = 50 \text{ Hz}$



Διάγραμμα 5-9 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον κατακόρυφο άξονα y με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{\text{inverter}} = 50 \text{ Hz}$



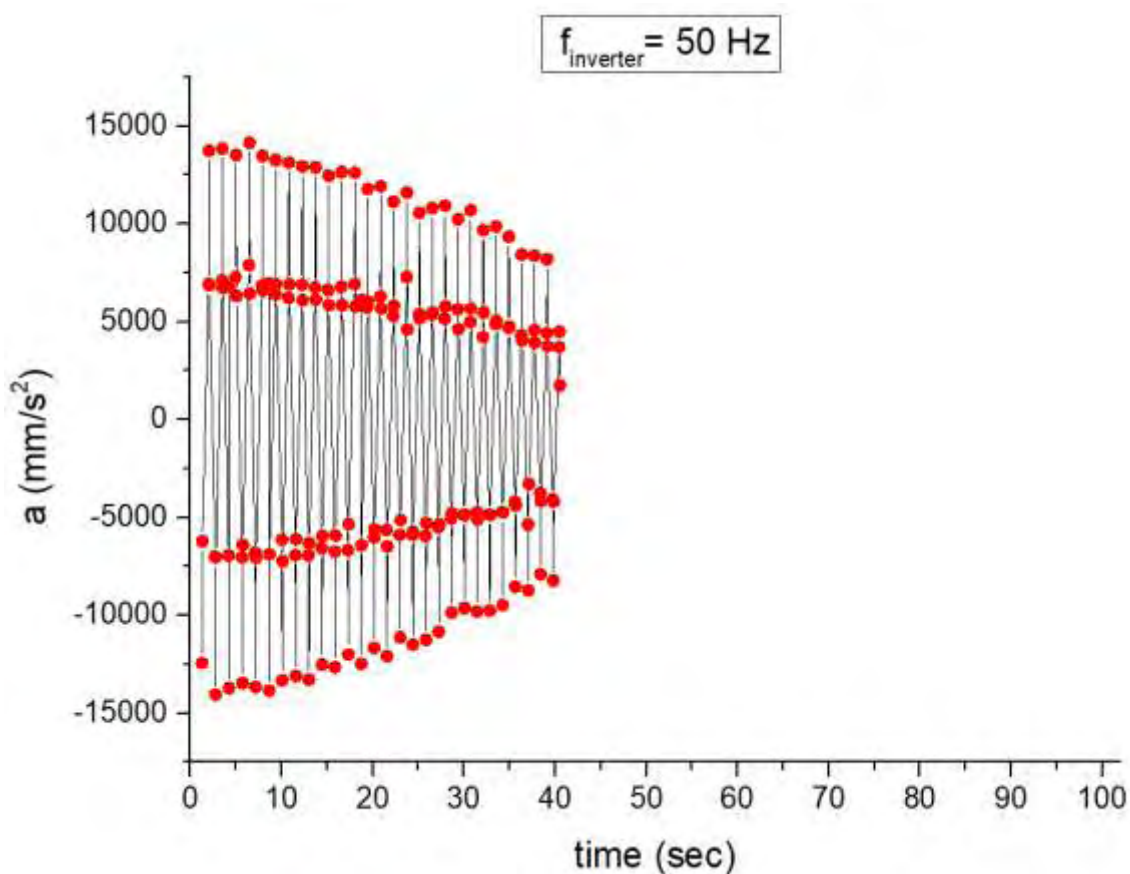
Διάγραμμα 5-10 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x , εκφρασμένες σε mm σύμφωνα με τον τύπο 4.4, με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{\text{inverter}} = 50 \text{ Hz}$.



Διάγραμμα 5-11 Η διαφορά της περιόδου της ταλάντωσης (T) σε σχέση με τον χρόνο.

Στα διαγράμματα 5-7, 5-8 και 5-9 η διαδικασία αποτύπωσης της θέσης της σφαίρας είναι ακριβώς η ίδια με την προηγούμενη περίπτωση και φαίνεται η διαφορά, καθώς ο χρόνος απόσβεσης είναι μικρότερος κατά 26 sec. Στο διάγραμμα 5-10 βλέπουμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης για τη χρονική στιγμή $t=40$ sec είναι μικρότερο από την περίπτωση χωρίς ροή αέρα και είναι $A=172$ mm

Στο διάγραμμα 5-11 πάλι καταγράψαμε τα σημεία όπου μειώνεται η περίοδος της ταλάντωσης και βλέπουμε ότι στον ίδιο χρόνο (40 sec) η περίοδος της ταλάντωσης με στρωτή ροή αέρα έχει μειωθεί στα 1,32 sec σε σχέση με την πρώτη περίπτωση που στον ίδιο χρόνο η περίοδος είχε μειωθεί στα 1,4 sec.



Διάγραμμα 5-12 Συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας τις δεδομένες χρονικές στιγμές για ταλάντωση με αέρα 50 Hz.

Στο διάγραμμα 5-12, όπου παρουσιάζεται η συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας για ταλάντωση με ροή αέρα 43,7 Hz, βλέπουμε μια μεγαλύτερη ανωμαλία στη συνέχεια των τιμών της επιτάχυνσης στις δεδομένες χρονικές στιγμές. Επίσης και εδώ, όπως και σε όλα τα διαγράμματα που παρουσιάσαμε παραπάνω, παρατηρούμε μία γρηγορότερη μείωση των

τιμών του άξονα x σε σχέση με τον χρόνο. Η μεγαλύτερη τιμή που παίρνει η επιτάχυνση είναι 14000 mm/s^2 ενώ οι κουκίδες με τις μεγαλύτερες τιμές είναι η επιτάχυνση στα ακρότατα της ταλάντωσης. Στα υπόλοιπα σημεία, τα οποία δείχνουν τις τιμές της επιτάχυνσης στα σημεία πριν και μετά τα ακρότατα, παρατηρούμε μία μεγαλύτερη διακύμανση των τιμών που σε ορισμένες χρονικές στιγμές ακόμη είναι μεγαλύτερη (πχ 24 sec). Αυτό οφείλεται προφανώς στο γεγονός ότι στη σήραγγα υπάρχει ροή αέρα και αυτή ροή προσδίδει μεγαλύτερη επιτάχυνση ή επιβράδυνση στη σφαίρα.

5.3 Ταλάντωση με τυρβώδη ροή αέρα 50 Hz (δίνες Von Karman)

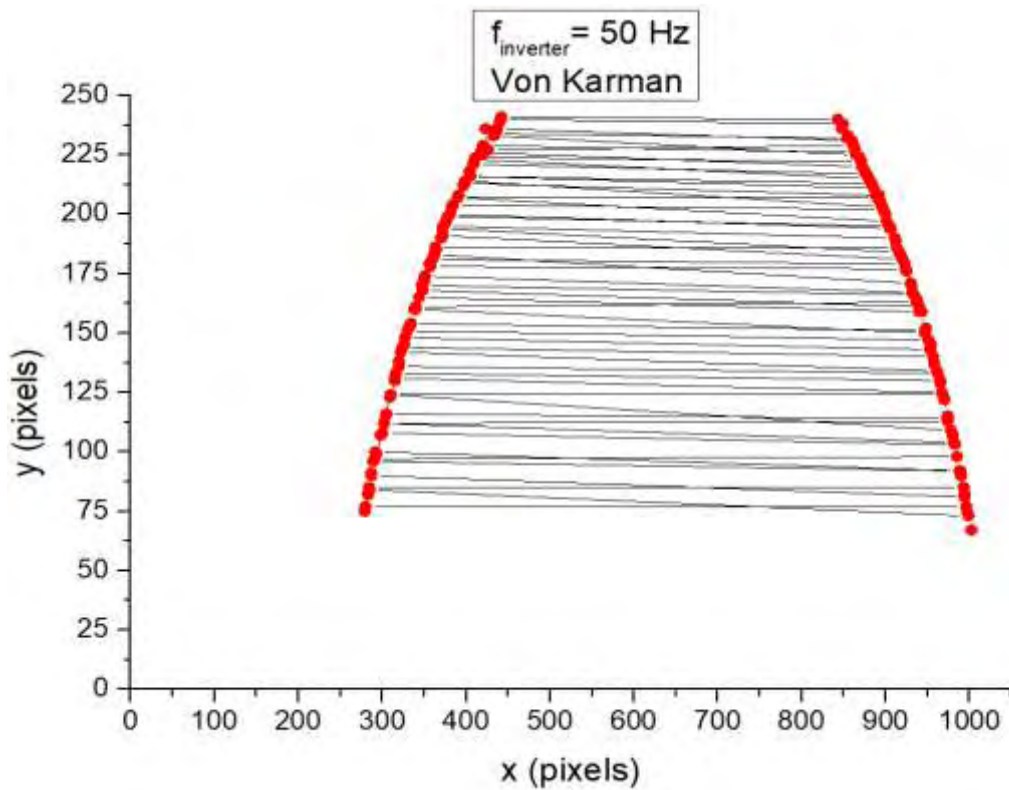
Στην περίπτωση της ταλάντωσης της σφαίρας με δίνες Von Karman στην αεροσήραγγα επικρατούν συνθήκες ροής αέρα με $u = 13 \text{ m/s}$, ενώ οι αντιστάσεις που συναντάει στην ταλάντωσή της η σφαίρα είναι η αντίσταση του αέρα προς την δεξιά κατεύθυνση, καθώς και η αντίσταση τριβής στην άρθρωση με την κεφαλή του πιστονιού. Και σε αυτή την περίπτωση ακολουθήσαμε τη διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω. Να σημειώσουμε ότι στην προκειμένη περίπτωση η διάρκεια της ταλάντωσης είναι 82 sec και το βίντεο έχει διασπαστεί σε 2074 frames (25 frames/s). Για λόγους συντομίας και εδώ, όπως και στις προηγούμενες δύο περιπτώσεις, μελετήσαμε τα πρώτα 1000 frames περίπου. Καταγράψαμε τα ακραία σημεία της ταλάντωσης καθώς και 1 σημείο μπρος και πίσω από αυτά.

Οι δίνες Von Karman δημιουργούνται, όπως περιγράψαμε και στο κεφάλαιο 4, από κύλινδρο διατομής 120 mm.

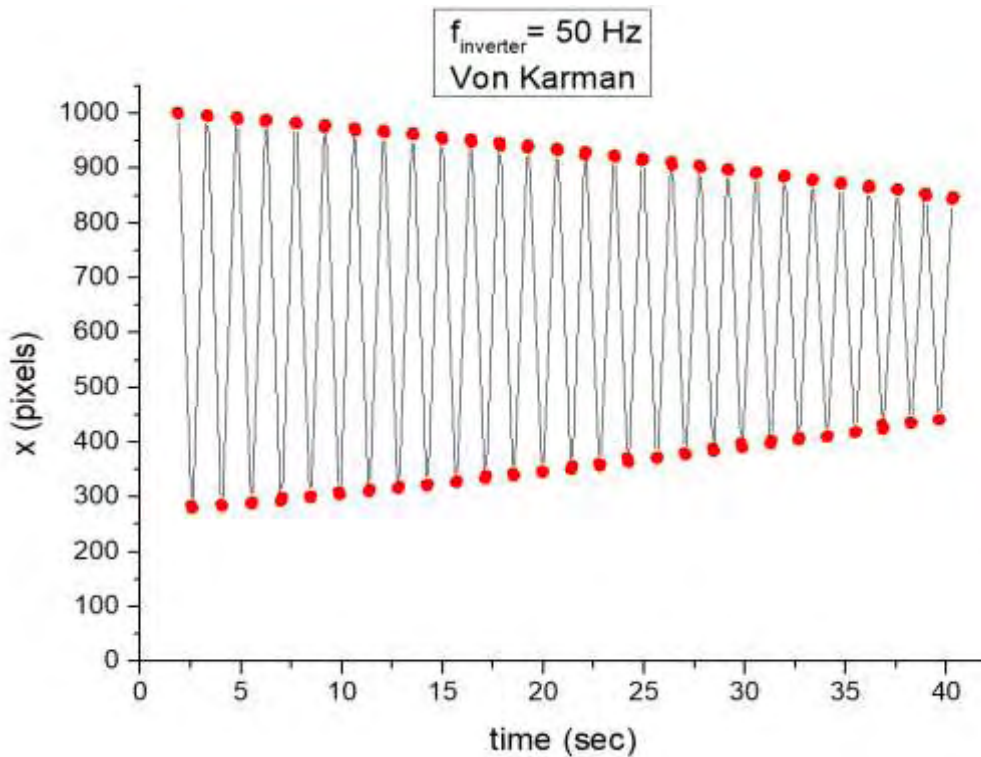
Τον αριθμό Strouhal για τη συχνότητα δημιουργίας των δινών τον ορίσαμε στην παράγραφο 2.2.3.

Σε αυτήν την κατηγορία διαγραμμάτων φαίνεται η σφαίρα να συμπεριφέρεται σε μία κατάσταση ανάμεσα στην πρώτη και τη δεύτερη περίπτωση (χωρίς ροή αέρα και στρωτή ροή αέρα αντίστοιχα), αλλά να συγκλίνει περισσότερο στη δεύτερη. Ο χρόνος της αποσβενύμενης ταλάντωσης είναι 20 sec λιγότερος από την περίπτωση χωρίς ροή αέρα και 6 sec περισσότερος από την περίπτωση με στρωτή ροή αέρα.

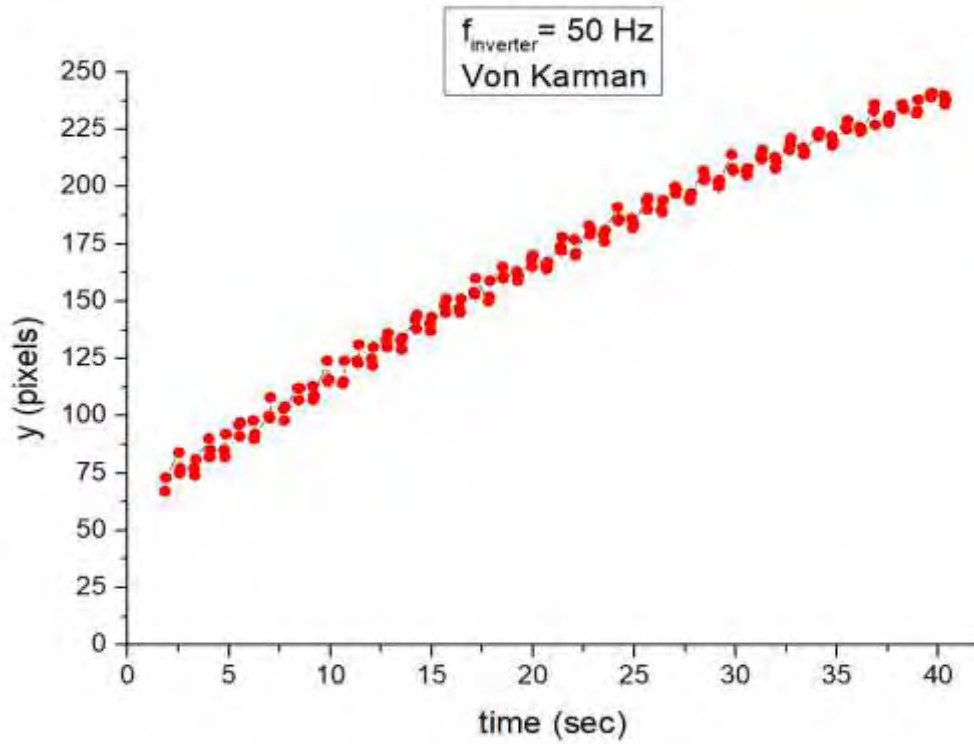
Πάλι αποτυπώσαμε εκείνα τα σημεία της σφαίρας για τα πρώτα 40 sec για να μπορέσουμε, οπτικά τουλάχιστον, να διαπιστώσουμε τις διαφορές στα διαγράμματα αυτής της περίπτωσης σε σχέση με τις άλλες δύο.



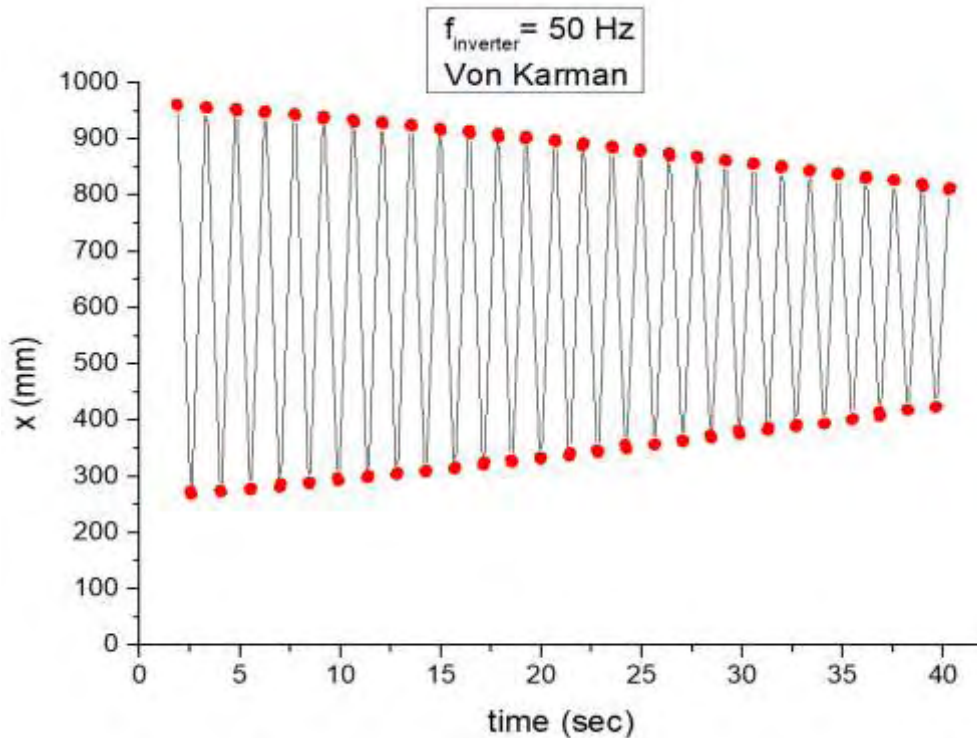
Διάγραμμα 5-13 Ακριβής θέση του μαύρου σημείου σε pixels σε διδιάστατο σύστημα αξόνων (x, y) για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$ με δίνες Von Karman.



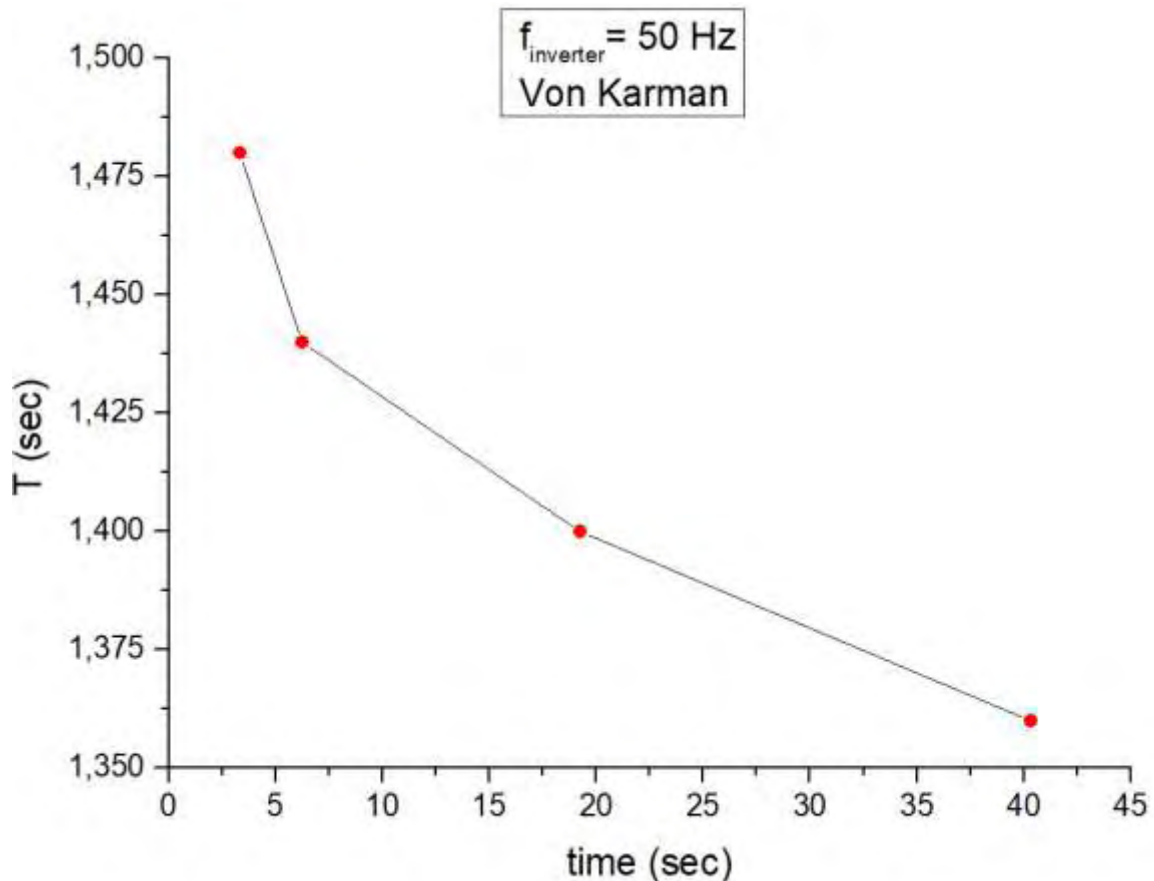
Διάγραμμα 5-14 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$ με δίνες Von Karman.



Διάγραμμα 5-15 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον κατακόρυφο άξονα y με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{\text{inverter}} = 50 \text{ Hz}$ με δίνες Von Karman.



Διάγραμμα 5-16 Μετατοπίσεις του μαύρου σημείου στον οριζόντιο άξονα x , εκφρασμένες σε mm σύμφωνα με τον τύπο 4.4, με τους αντίστοιχους χρόνους για $f_{\text{inverter}} = 50 \text{ Hz}$ με δίνες Von Karman.

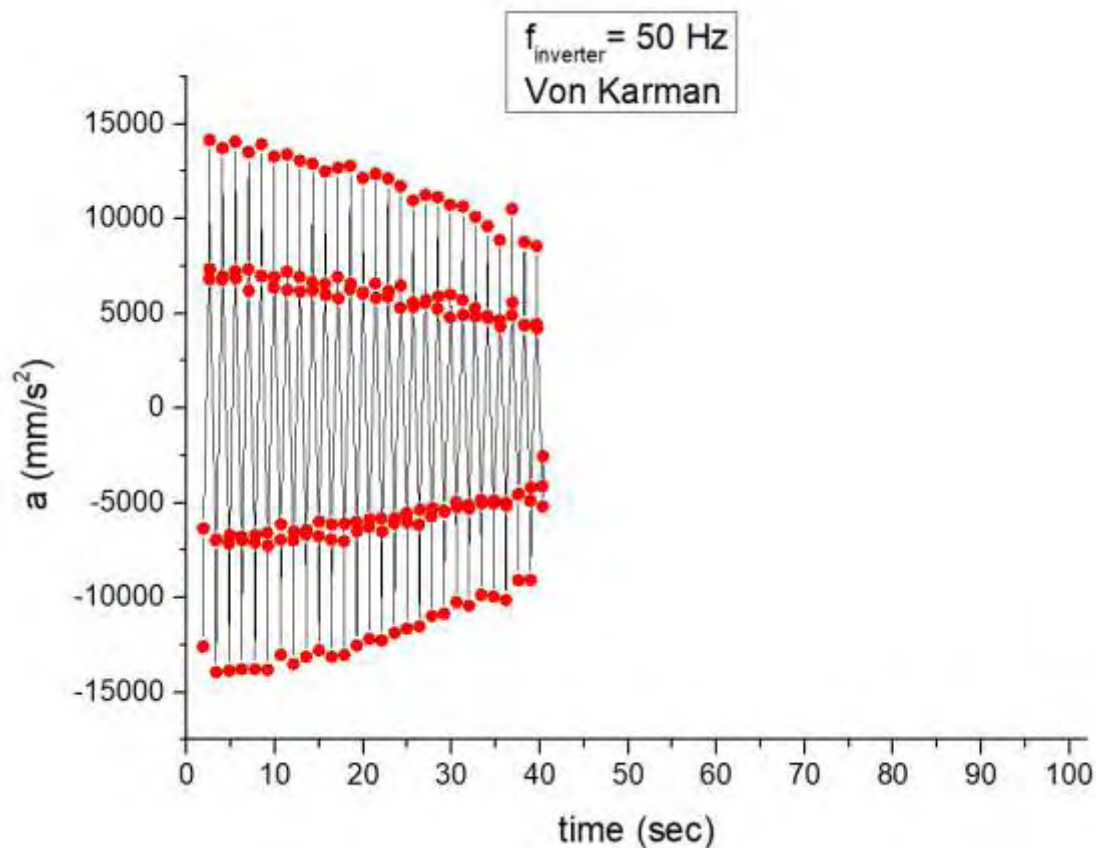


Διάγραμμα 5-17 Η διαφορά της περιόδου της ταλάντωσης (T) σε σχέση με τον χρόνο.

Στα διαγράμματα 5-13, 5-14 και 5-15 βλέπουμε τη διαφορά στη συμπεριφορά της ταλάντωσης σε σχέση με τις προηγούμενες περιπτώσεις, κυρίως στη θέση της σφαίρας σε σχέση με τον χρόνο είτε στον άξονα x είτε στον άξονα y , δηλαδή τη διαφορά στο πόσο γρήγορα φθίνει η καμπύλη. Στο διάγραμμα 5-16 και πάλι βλέπουμε τη διαφορά στη μείωση του πλάτους ταλάντωσης το οποίο για $t=40$ sec είναι $A=195$ mm.

Στο διάγραμμα 5-17 και εδώ καταγράφουμε την περίοδο στα σημεία εκείνα που μειώνεται ο χρόνος περιόδου. Για τον ίδιο χρόνο ταλάντωσης εδώ η περίοδος φθάνει τα 1,36 sec σε αντίθεση με την περίπτωση χωρίς ροή αέρα που φθάνει τα 1,40 sec και την περίπτωση με στρωτή ροή αέρα που φθάνει τα 1,32.

Παρακάτω στο διάγραμμα 5-18, όπου καταγράφεται η συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας, βλέπουμε και εδώ κάποιες ανωμαλίες στην καμπύλη, λιγότερες από την περίπτωση με στρωτή ροή αέρα και περισσότερες από την περίπτωση χωρίς ροή αέρα.



Διάγραμμα 5-18 Συνισταμένη επιτάχυνση της σφαίρας τις δεδομένες χρονικές στιγμές για ταλάντωση με αέρα 50 Hz και δίνες Von Karman.

5.4 Σύγκριση των αποτελεσμάτων των τριών μεθόδων

Βλέποντας την τροχιά του μαύρου σημείου της σφαίρας στις διάφορες μορφές ροής παρατηρούμε ότι υπάρχουν διαφορές στην ταλαντωτική συμπεριφορά της σφαίρας. Είναι και αυτό που περιμέναμε άλλωστε, καθώς διαφορετική αεροδυναμική αντίσταση επιδρά πάνω στη σφαίρα όσο αλλάζει η ροή του αέρα.

Βάσει των χρόνων των ταλαντώσεων που είναι 102, 76 και 82 sec για την ταλάντωση χωρίς αέρα, την ταλάντωση με στρωτή ροή και την ταλάντωση με τυρβώδη ροή αντίστοιχα, παρατηρούμε τη διαφορά στην διάρκεια των τριών μορφών. Από εκεί εξάγουμε εύκολα το συμπέρασμα ότι, στην περίπτωση της ταλάντωσης με στρωτή ροή αέρα, η αεροδυναμική αντίσταση (Drag) της σφαίρας είναι μεγαλύτερη απ' ότι στις άλλες δύο περιπτώσεις. Με ανάλογο τρόπο στην περίπτωση της ροής με δίνες Von Karman η αεροδυναμική αντίσταση (Drag) της σφαίρας είναι μεγαλύτερη απ' ότι στην πρώτη περίπτωση χωρίς ροή αέρα.

Στα διαγράμματα $x - y$ (pixels) των τριών περιπτώσεων φαίνεται ξεκάθαρα αυτό που αναφέρουμε παραπάνω, καθώς οι γραμμές που δημιουργούνται από τα σημεία παίρνουν μικρότερη καμπύλη στην πρώτη περίπτωση, μεγαλύτερη καμπύλη στην τρίτη περίπτωση και πολύ μεγαλύτερη καμπύλη στην δεύτερη περίπτωση.

Στα διαγράμματα x (pixels) – time (sec) και dx (mm) – time των τριών περιπτώσεων καταρχήν φαίνεται και γραφικά ότι γίνεται αποσβενούμενη ταλάντωση, αλλά και κατ' επέκταση πάλι αυτό που περιγράψαμε παραπάνω, καθώς πάλι οι νοητές γραμμές που δημιουργούν τα σημεία δημιουργούν μεγαλύτερη καμπύλη και συγκλίνουν πιο γρήγορα στην δεύτερη περίπτωση, λιγότερο στην τρίτη και ακόμη λιγότερο στην πρώτη περίπτωση.

Και στα διαγράμματα y (pixels) – time (sec) των τριών περιπτώσεων επιβεβαιώνεται η παραπάνω αναφορά μας, καθώς και πάλι η καμπύλη που δημιουργούν τα σημεία είναι μεγαλύτερη στη δεύτερη περίπτωση, μικρότερη στην τρίτη και ακόμα μικρότερη στην πρώτη. Εδώ να σημειωθεί πως οι γραφικές παραστάσεις αυτού του είδους και στις τρεις περιπτώσεις δεν είναι γραμμικές, καθώς τα σημεία περιλαμβάνουν, εκτός από τα ακρότατα, και ένα καρέ μπρος και πίσω από ακραία σημεία.

Στα διαγράμματα T (sec) – time (sec) φαίνεται ξεκάθαρα η πιο γρήγορη μείωση στη διάρκεια της περιόδου στη δεύτερη περίπτωση απ' ότι στις άλλες δύο περιπτώσεις.

Στα διαγράμματα με τη συνισταμένη επιτάχυνση της κίνησης της σφαίρας στους δύο άξονες a (mm/s^2) – time (sec) βλέπουμε κι εκεί εύκολα ότι η ροή του αέρα με την αεροδυναμική αντίσταση (Drag) που ασκεί πάνω στη σφαίρα επηρεάζει την ταλάντωσή της και μεγαλώνει την τιμή του συντελεστή απόσβεσής της.

Εδώ πρέπει να πούμε ότι, στην περίπτωση που υπάρχει ροή αέρα, η σφαίρα πριν ξεκινήσει να ταλαντώνεται και βρισκόμενη στη θέση ισορροπίας, παρουσιάζει μία ελαφριά μετατόπιση προς τα δεξιά η οποία οφείλεται στην αντίσταση (Drag) και η οποία έχει υπολογιστεί στο κεφάλαιο 2 στην ενότητα 2.2.2 ότι είναι 0,53 N.

Τέλος, επιλέγοντας τα πλάτη των ταλαντώσεων από τα διαγράμματα 6-4, 6-10 και 6-16, για τις τρεις περιπτώσεις, για το χρονικό διάστημα των 40 sec, με τη χρήση του τύπου 2.29 (ενότητα 2.1.6) βρίσκουμε τους συντελεστές απόσβεσης για κάθε μία περίπτωση.

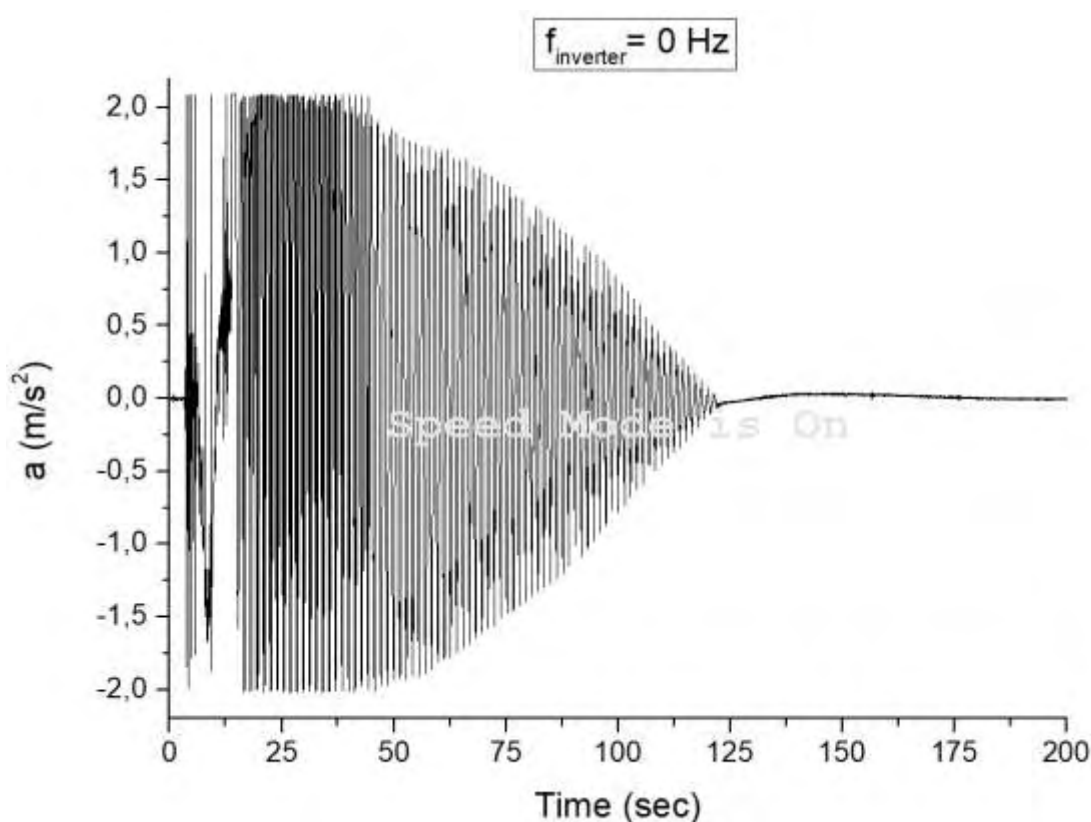
- Χωρίς ροή αέρα: $b = 0.148 \text{ kg/s}$
- Με στρωτή ροή 50 Hz: $b = 0.288 \text{ kg/s}$

- Με δίνες Von Karman 50 Hz: $b = 0.235 \text{ kg/s}$

Κεφάλαιο 6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΜΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε τα διαγράμματα με τα αποτελέσματα από το επιταχυνσιόμετρο που τοποθετήσαμε πάνω στη σφαίρα κατά τη διάρκεια των πειραμάτων. Με αυτόν τον τρόπο θα μπορούσαμε να έχουμε μία πιο ακριβή εικόνα της συμπεριφοράς της σφαίρας στις τρεις αυτές μορφές ροής, καθώς στο προηγούμενο κεφάλαιο οι καταγραφές έγιναν μέσω οπτικής παρατήρησης και χειροκίνητα ενώ εδώ με όργανο ακριβείας.

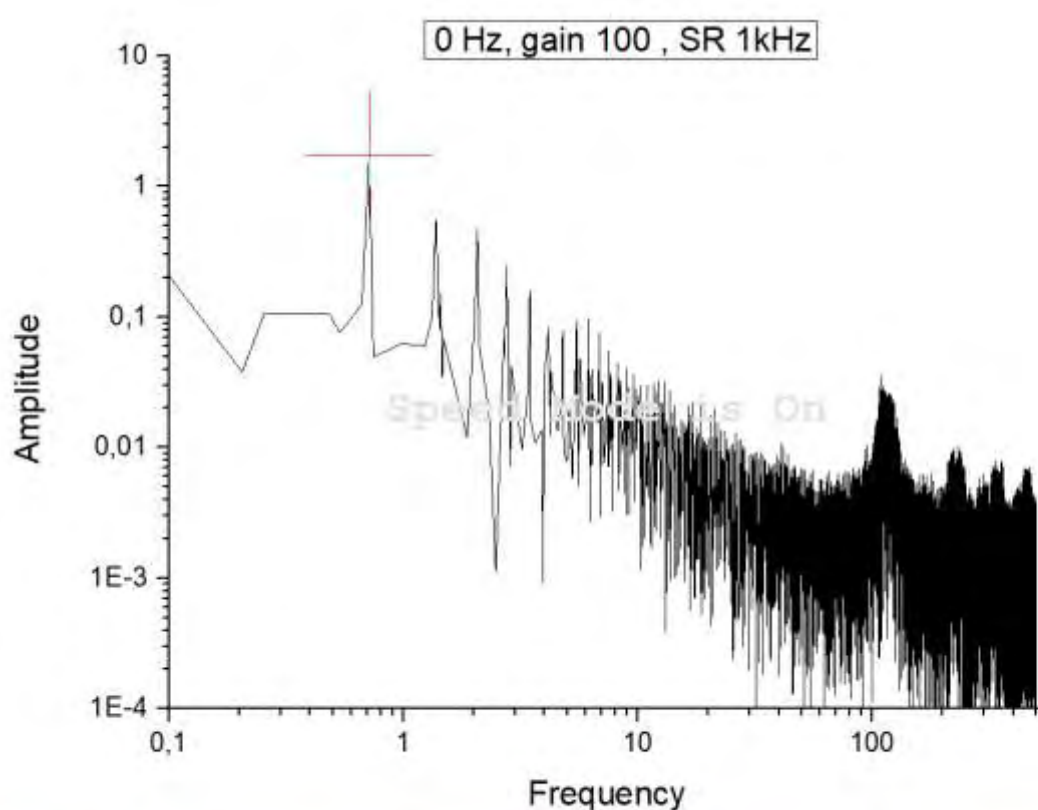
6.1 Ταλάντωση σφαίρας χωρίς ροή αέρα (επιταχυνσιόμετρο).



Διάγραμμα 6-1 Διάγραμμα του εύρους των τιμών των επιταχύνσεων του μαύρου σημείου σε σχέση με τον χρόνο για $f_{\text{inverter}} = 0 \text{ Hz}$.

Στο διάγραμμα 6-1 παρατηρούμε μία ανωμαλία, στην αρχή της ταλάντωσης, στην επιτάχυνση της σφαίρας κι αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα πρώτα δευτερόλεπτα, από τη δύναμη που δώσαμε στο εκκρεμές για την ταλάντωση, ο διωστήρας του εκκρεμούς χτυπάει ελαφρά στην κεφαλή του πιστονιού. Από εκεί και πέρα, από το 15^ο μέχρι το 37^ο δευτερόλεπτο βλέπουμε μία σταθεροποίηση της επιτάχυνσης της σφαίρας και από το 37^ο μέχρι το τέλος της ταλάντωσης, κοντά στο 120^ο δευτερόλεπτο, μία σταθερή μείωσή της μέχρι το σημείο 0. Το εύρος των επιταχύνσεων κυμαίνεται από -2 έως 2 m/s² περίπου.

6.1.1 Εύρος συχνοτήτων ταλάντωσης χωρίς ροή αέρα (FFT)

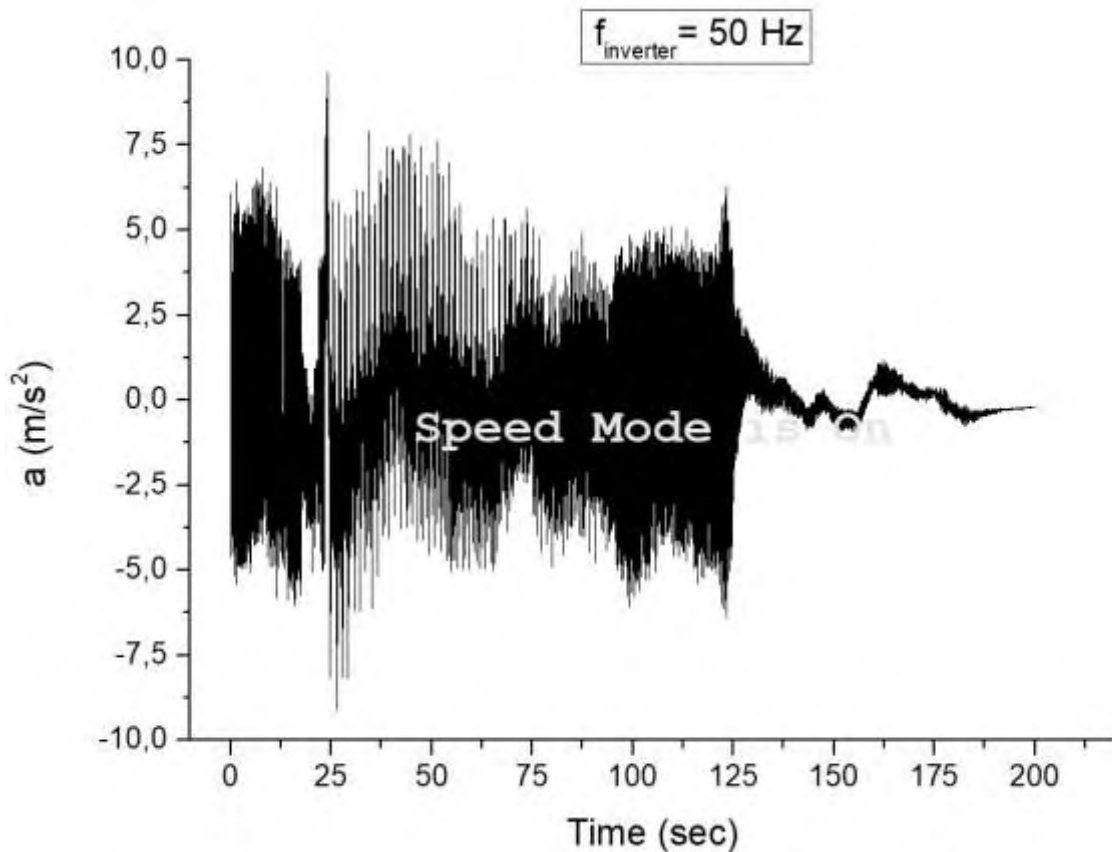


Διάγραμμα 6-2 Ανάλυση FFT για σχέση εύρους ταλάντωσης – συχνότητας για χρόνο 200 sec, Χωρίς ροή αέρα.

Από το διάγραμμα 6-2 βλέπουμε τη διακύμανση του εύρους της συχνότητας του σήματος, από το επιταχυνσιόμετρο, για την περίπτωση της ταλάντωσης της σφαίρας χωρίς ροή αέρα. Το εύρος των συχνοτήτων διαγράφει μια ομαλή σχετικά πορεία μέχρι το τέλος. Η περιοχή του διαγράμματος που μας ενδιαφέρει είναι για συχνότητα μικρότερη από 1 Hz κι εκεί η

μεγαλύτερη τιμή που παίρνει το εύρος είναι 1,73, όπως φαίνεται στο κάτω μέρος της εικόνας του διαγράμματος.

6.2 Ταλάντωση σφαίρας με στρωτή ροή αέρα 50 Hz (επιταχυνσιόμετρο)

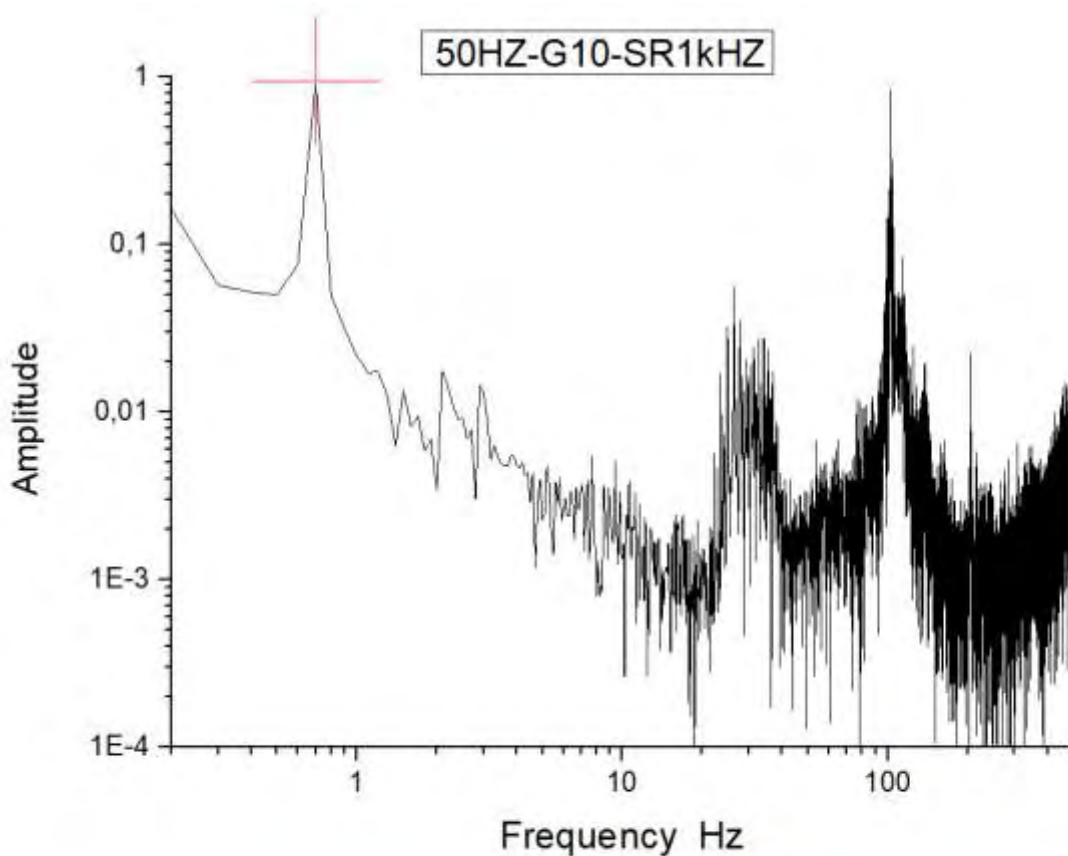


Διάγραμμα 6-3 Διάγραμμα του εύρους των τιμών των επιταχύνσεων του μαύρου σημείου σε σχέση με τον χρόνο για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$.

Στο διάγραμμα 6-3 παρατηρούμε μία ευρεία ανωμαλία στην εξέλιξη του εύρους της επιτάχυνσης κι αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι εκτός από την κίνηση του εκκρεμούς το επιταχυνσιόμετρο λαμβάνει και αντίσταση από τη ροή του αέρα που υπάρχει στην αεροσήραγγα. Το εύρος των επιταχύνσεων κυμαίνεται από -9 έως 9 m/s^2 περίπου στην αρχή, πολύ περισσότερο απ' ό τι στην προηγούμενη περίπτωση όπου ο αέρας ήταν στάσιμος και δεν υπήρχε ροή, και στη συνέχεια παίρνει χαμηλότερες τιμές μέχρι να σταθεροποιηθεί προς το τέλος από -6,2 έως 6,2 m/s^2 και να σταματήσει μετά από λίγο τη χρονική στιγμή $t=128 \text{ sec}$. Βέβαια στις τιμές που μας δίνει το επιταχυνσιόμετρο συμπεριλαμβάνεται και η επιτάχυνση σε

σχέση με την ταχύτητα του αέρα γι' αυτόν τον λόγο οι τιμές της επιτάχυνσης έχουν τόσο μεγάλη διαφορά σε σχέση με την περίπτωση όπου δεν έχουμε ροή αέρα.

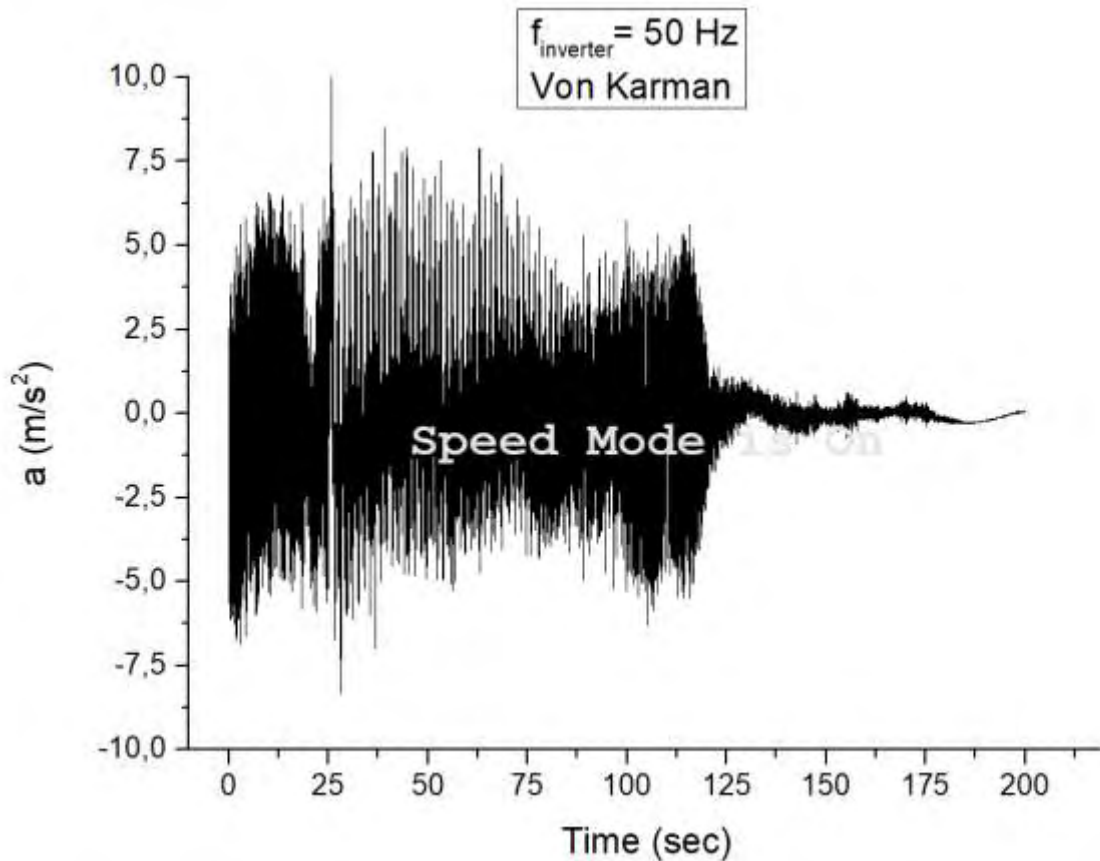
6.2.1 Εύρος συχνοτήτων ταλάντωσης με ροή αέρα 50 Hz (FFT)



Διάγραμμα 6-4 Ανάλυση FFT για σχέση εύρους ταλάντωσης – συχνότητας για χρόνο 200 sec, με ροή αέρα 50 Hz.

Στο διάγραμμα 6-4 βλέπουμε πάλι τη διακύμανση του εύρους της συχνότητας του σήματος από το επιταχυνσιόμετρο, αυτή τη φορά για την περίπτωση της ταλάντωσης της σφαίρας με στρωτή ροή αέρα. Διαπιστώνουμε οπτικά και μόνο ότι η διακύμανση δεν είναι και τόσο ομαλή όσο στην προηγούμενη περίπτωση κι ότι το εύρος των συχνοτήτων παίρνει μεγαλύτερες τιμές. Όπως και πριν οι τιμές που μας ενδιαφέρουν είναι κάτω από 1 Hz, έτσι και στην περίπτωση αυτή η μεγαλύτερη τιμή του εύρους είναι 0.94 για συχνότητα 0,7 Hz.

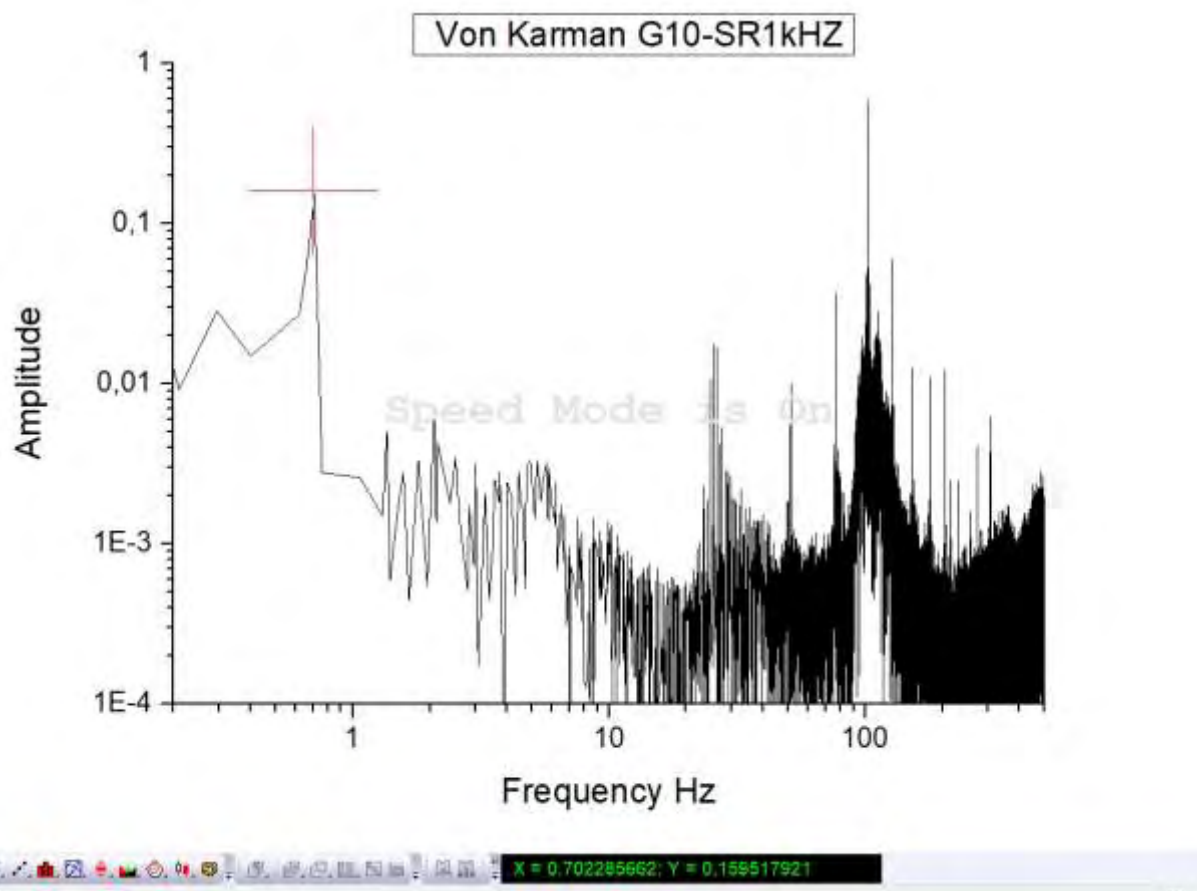
6.3 Ταλάντωση σφαίρας με τυρβώδη ροή 50 Hz (δίνες Von Karman) (επιταχυνσιόμετρο)



Διάγραμμα 6-5 Διάγραμμα του εύρους των τιμών των επιταχύνσεων του μαύρου σημείου σε σχέση με τον χρόνο για $f_{inverter} = 50 \text{ Hz}$ δίνες Von Karman.

Και σε αυτήν την περίπτωση (διάγραμμα 6-5) βλέπουμε μεγάλη ανωμαλία στη διακύμανση του εύρους των επιταχύνσεων της σφαίρας. Όπως παρατηρούμε, δεν είναι τόσο μεγάλη η διαφορά όσο είδαμε στην περίπτωση της στρωτής ροής σε σχέση με την περίπτωση χωρίς ροή αέρα. Το εύρος των επιταχύνσεων κυμαίνεται από -8 έως 8 m/s^2 περίπου στην αρχή και στη συνέχεια παίρνει μικρότερες τιμές μέχρι να φτάσει στα τελευταία δευτερόλεπτα της ταλάντωσης, όπου κυμαίνεται από -5,5 έως 5,5 m/s^2 έως ότου σταματήσει τη χρονική στιγμή $t=122 \text{ sec}$.

6.3.1 Εύρος συχνοτήτων ταλάντωσης με ροή αέρα 50 Hz με δίνες Von Karman (FFT)



Διάγραμμα 6-6 Ανάλυση FFT για σχέση εύρους ταλάντωσης – συχνότητας για χρόνο 200 sec, με ροή αέρα 50 Hz.

Στο διάγραμμα 6-6 βλέπουμε πάλι τη διακύμανση του εύρους της συχνότητας του σήματος από το επιταχυνσιόμετρο αυτή τη φορά για την περίπτωση της ταλάντωσης της σφαίρας με τυρβώδη ροή αέρα (δίνες Von Karman). Εδώ βλέπουμε ότι ισχύει κάτι ανάμεσα στην πρώτη και τη δεύτερη περίπτωση όσον αφορά τη διακύμανση, η οποία είναι πιο ομαλή από την δεύτερη περίπτωση, όπου η ροή ήταν στρωτή και είχε μεγαλύτερη ένταση. Όπως και στις προηγούμενες 2 περιπτώσεις, οι τιμές που μας ενδιαφέρουν είναι κάτω από 1Hz και στην περίπτωση αυτή η μεγαλύτερη τιμή του εύρους είναι 0.159 για συχνότητα 0,7 Hz.

6.4 Συμπεράσματα των αποτελεσμάτων της μηχανικής μελέτης των ταλαντώσεων με επιταχυνσιόμετρο

Τα συμπεράσματα που βγαίνουν από τη μηχανική ανάλυση των ταλαντώσεων και στις τρεις περιπτώσεις είναι ξεκάθαρα. Υπάρχει μεγάλη αλλαγή, όσον αφορά την επιτάχυνση, στη συμπεριφορά της σφαίρας από την πρώτη περίπτωση, όπου δεν υπάρχει καθόλου ροή αέρα στην αεροσήραγγα, με τις άλλες δύο περιπτώσεις, όπου υπάρχει ροή. Αυτό φαίνεται κι από το εύρος των επιταχύνσεων και από την μορφή των διαγραμμάτων.

Στις δύο περιπτώσεις όπου υπάρχει ροή αέρα είναι ξεκάθαρο και φαίνεται κιάλας στις θετικές τιμές της επιτάχυνσης, όπου η σφαίρα πλησιάζει τον φυσητήρα, η επιτάχυνση παίρνει μεγαλύτερες τιμές απ' ότι όταν απομακρύνεται από αυτόν. Δηλαδή στο βίντεο που αναλύσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, όταν η σφαίρα πάει προς τα αριστερά πλησιάζει τον φυσητήρα, οπότε η αντίσταση του αέρα είναι μεγαλύτερη, κι όταν πάει προς τα δεξιά απομακρύνεται από τον φυσητήρα, οπότε η πίεση του αέρα είναι λίγο μικρότερη. Αυτό έχει άμεση επίπτωση στην συμπεριφορά της σφαίρας κι αυτό φαίνεται στα διαγράμματα που παρουσιάσαμε παραπάνω.

Το φαινόμενο με την ταχύτητα του αέρα και την επίδρασή του στην ταλαντωτική συμπεριφορά της σφαίρας μπορεί να εξηγηθεί, καθώς, όταν η σφαίρα πλησιάζει τον ανεμιστήρα, πηγαίνοντας αντίθετα με τη ροή, στην ταχύτητα που έχει εκείνη της στιγμή η σφαίρα προστίθεται και η ταχύτητα της ροής του αέρα. Στην περίπτωση της απομάκρυνσης της σφαίρας, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, από τον ανεμιστήρα, πηγαίνοντας δηλαδή προς την ίδια κατεύθυνση με τη ροή, ένα μέρος της ταχύτητας του αέρα αφαιρείται από τη συνολική ταχύτητα της σφαίρας. Όπως γνωρίζουμε από τη φυσική, η επιτάχυνση είναι συνάρτηση της ταχύτητας και του χρόνου, οπότε οι διακυμάνσεις και οι διαφορές στη συμπεριφορά της σφαίρας, όσον αφορά την επιτάχυνση, εξηγούνται με το παραπάνω φαινόμενο. Γι' αυτό κι όταν η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται βλέπουμε, στις δύο αυτές περιπτώσεις, την επιτάχυνση της σφαίρας να παίρνει σχεδόν ίδιες θετικές και αρνητικές τιμές.

Τέλος να αναφέρουμε ότι ο θόρυβος που δημιουργείται και αποτυπώνεται στα αποτελέσματα του επιταχυνσιόμετρου δικαιολογείται από το γεγονός ότι μπαίνουν μέσα και ταλαντώσεις από το μοτέρ του φυσητήρα της αεροσήραγγας.

Κεφάλαιο 7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ – ΠΟΣΟΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Σκοπός των εργαστηριακών πειραμάτων που έγιναν κατά τη διάρκεια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, ήταν ο προσδιορισμός της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της σφαίρας στις τρεις μορφές ροής αέρα. Συγκεκριμένα διεξήχθησαν 3 πειράματα όπου η σφαίρα υποβλήθηκε σε εξαναγκασμένη ταλάντωση, αρχικά, και μετά αφέθηκε σε αποσβενύμενη ταλάντωση με τις τρεις αυτές διαφορετικές συνθήκες ροής.

Η διάταξη του εκκρεμούς με την κεφαλή πιστονιού και τον διωστήρα που συνδεόταν με πύρο κατασκευάστηκε κατά τέτοιον τρόπο ώστε το εκκρεμές να μην παρεκκλίνει από την κίνηση στις δύο διαστάσεις καθ' όλη τη διάρκεια των ταλαντώσεων.

Να πούμε ότι στους υπολογισμούς και τις παρατηρήσεις μας δεν λάβαμε υπόψη τον διωστήρα του εκκρεμούς, ο οποίος παίζει ρόλο στην αντίσταση της σφαίρας από τη ροή του αέρα και κατ' επέκταση στην ταλαντωτική της συμπεριφορά. Είναι γεγονός ότι το αρκετά μεγάλο βάρος της σφαίρας (7,2 kg) δεν μας βοηθάει πολύ, καθώς η συμπεριφορά της, κυρίως με γυμνό μάτι, παρουσιάζει ελάχιστη διαφορά. Με μία σφαίρα μεγαλύτερου όγκου και μικρότερης μάζας σίγουρα θα είχαμε διαφορετικά και πιο συγκεκριμένα αποτελέσματα, καθώς η επίδραση της ροής του αέρα πάνω της θα ήταν διαφορετική.

Όπως παρατηρήθηκε γενικά, με την ολοκλήρωση των τριών αυτών πειραμάτων, το αεροδυναμικό σχήμα της σφαίρας παίζει σημαντικό ρόλο στην ταλαντωτική της συμπεριφορά. Και αυτό γιατί ο συντελεστής απόσβεσης της ταλάντωσης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το σχήμα του ταλαντευόμενου σώματος και την αεροδυναμική του συμπεριφορά, καθώς στις συνθήκες που επικρατούν στην ταλάντωση υπάρχει ροή αέρα.

Τα πρώτα συμπεράσματα εξάγονται από την οπτική ανάλυση των τριών πειραμάτων ενώ στον παρακάτω πίνακα παραθέτουμε τα ποσοτικά αποτελέσματα της ανάλυσης. Να

σημειώσουμε πως, εκτός από τον χρόνο περαίωσης της ταλάντωσης (t) για κάθε μία από τις περιπτώσεις, όλα τα υπόλοιπα αποτελέσματα έχουν εξαχθεί από τα πρώτα 40 sec της ταλάντωσης σε κάθε περίπτωση ξεχωριστά.

	Ταλάντωση χωρίς ροή αέρα.	Ταλάντωση με στρωτή ροή αέρα $f_{inverter}$ 50 Hz	Ταλάντωση με δίνες Von Karman $f_{inverter}$ 50 Hz
Χρόνος περαίωσης ταλάντωσης (t)	102 sec	72 sec	82 sec
Πλάτος ταλάντωσης (A)	241 mm	172 mm	195 mm
Περίοδος ταλάντωσης (T)	1.4 sec	1.32 sec	1.36 sec
Συντελεστής απόσβεσης ταλάντωσης (b)	0.148 kg/s	0.288 kg/s	0.235 kg/s
Επιτάχυνση σφαίρας (a) (m/s^2)	14 έως -14.1 (αρχή) 10.8 έως -10.6 (τέλος)	14.1 έως -14.1 (αρχή) 8.2 έως -8.2 (τέλος)	14.2 έως -13.9 (αρχή) 8.5 έως -9 (τέλος)

Πίνακας 7-1 Ποσοτικά αποτελέσματα μεθόδου οπτικής ανάλυσης των πειραμάτων.

Καταλαβαίνουμε ότι η στρωτή ροή επηρεάζει περισσότερο την απόσβεση της ταλάντωσης της σφαίρας, την μεγαλώνει δηλαδή, κι αυτό φαίνεται από όλα τα παραπάνω αποτελέσματα. Επίσης καταλαβαίνουμε ότι, γενικότερα, εάν υπάρχει ροή, η απόσβεση της ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη και ότι η αεροδυναμική αντίσταση (Drag) είναι αυτή που θα καθορίσει την απόσβεση αυτή. Προφανώς το σχήμα, η μάζα και ο όγκος του ταλαντευόμενου σώματος παίζουν κυρίαρχο ρόλο όταν υπάρχει ροή αέρα.

Από τη μηχανική μέθοδο ανάλυσης της ταλάντωσης με το επιταχυνσιόμετρο εξαγάγαμε κάποια ποσοτικά αποτελέσματα για την επιτάχυνση τα οποία παρουσιάζουμε στον παρακάτω πίνακα (πίνακας 7-2). Ακόμη παραθέτουμε και τις μέγιστες τιμές του εύρους της συχνότητας του σήματος από το επιταχυνσιόμετρο από την ανάλυση FFT.

	Ταλάντωση χωρίς ροή αέρα.	Ταλάντωση με στρωτή ροή αέρα $f_{inverter}$ 50 Hz	Ταλάντωση με δίνες Von Karman $f_{inverter}$ 50 Hz
Χρόνος ταλάντωσης (t)	122	128	124
Επιτάχυνση σφαίρας (a) m/s ²	2 έως -2 (αρχή) 0 (τέλος)	9 έως -9 (αρχή) 6.2 έως -6.2 (τέλος)	8 έως -8 (αρχή) 5.5 έως -5.5 (τέλος)
Εύρος συχνότητας f	1.73	0.94	0.159

Πίνακας 7-2 Ποσοτικά αποτελέσματα μεθόδου μηχανικής ανάλυσης των πειραμάτων.

Βλέπουμε και στη μηχανική μέθοδο τις διαφορές στα αποτελέσματα και τη συμπεριφορά της σφαίρας με τις επιταχύνσεις να είναι μεγαλύτερες και να έχουν πιο ανώμαλη διακύμανση σε όλο το εύρος της ταλάντωσης στην περίπτωση της στρωτής ροή αέρα, λιγότερο στην περίπτωση των δινών Von Karman και ακόμη λιγότερο στην περίπτωση όπου δεν υπάρχει καθόλου ροή.

Όσον αφορά τώρα τις επιταχύνσεις, οι δύο μέθοδοι (οπτική και μηχανική) δεν έδωσαν μεν τα ίδια αποτελέσματα, αλλά τουλάχιστον έδωσαν ίδιες συμπεριφορές ανάλογα με τις μορφές ροής. Πιστεύουμε ότι η διαφορά αυτή στις τιμές προέρχεται από την ανακρίβεια της οπτικής μεθόδου εύρεσης της επιτάχυνσης και ότι τα σωστά αποτελέσματα είναι αυτά της μηχανικής μεθόδου. Συγκεκριμένα, τα στιγμιότυπα που προέκυψαν από τα μικρής σχετικά ανάλυσης βίντεο (25 frames/sec), δεν ήταν ικανά να δώσουν σωστά αποτελέσματα, παρά μόνον μια εκτίμηση για την συμπεριφορά της σφαίρας, αφού πέρα από τα καρέ όπου αποτυπωνόταν τα ακρότατα της ταλάντωσης ($u=0$), στο υπόλοιπο κομμάτι το μαύρο σημείο της σφαίρας, το οποίο είχαμε επιλέξει ως σημείο αναφοράς για τη θέση της, δεν φαινόταν καθαρά. Επίσης, σε αυτό έπαιξε καθοριστικό ρόλο και το λάθος του ανθρώπινου παράγοντα.

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, στη διακύμανση των τιμών της επιτάχυνσης (στη μηχανική μέθοδο) έπαιξε ρόλο το γεγονός ότι το επιταχυνσιόμετρο επηρεάζεται από την ένταση του αέρα και την ταλάντωση που δημιουργεί το μοτέρ του φυσητήρα στο σύνολο της αεροσήραγγας άρα και κατ' επέκταση και στη διάταξη του εκκρεμούς.

Κεφάλαιο 8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Ερρίκος Σταπουντζής, Σημειώσεις Αεροδυναμικής, Βόλος 2013
- [2] Παναγιώτης Ν. Παπανικολάου, PhD ‘ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ’ , Οκτώβριος 2010
- [3] A. A. TOWNSEND, F.R.S., THE STRUCTURE OF TURBULENT SHEAR FLOW, 1956
- [4] Abbott, I. H., & von Doenhoff, A. E. (1959). Theory of Wing Section: Including a Summary of Airfoil Data. Dover Publications
- [5] Δημήτριος Κουζούδης, Θερμοδυναμική για μηχανικούς, Γενικό Τμήμα Πολυτεχνικής Σχολής, Πανεπιστημίου Πατρών, 2 Σεπτεμβρίου 2011
- [6] Κωνσταντίνος Καραπαναγιώτης, ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟΥ ΣΕ ΦΟΡΤΙΑ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΩΝ, Πειραματική μελέτη πτέρυγας ελικοπτερου Bell Huey II, Διπλωματική εργασία, Βόλος, Ιούνιος 2017
- [7] Παπαγεωργίου Γεώργιος, ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ Της ΑΣΤΑΘΟΥΣ ΑΝΩΣΗΣ ΖΕΥΓΟΥΣ ΠΤΕΡΥΓΩΝ ΥΠΕΡΕΝΤΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ, Διπλωματική εργασία, Βόλος 2015
- [8] Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, Σημειώσεις ταλαντώσεων, Αθήνα 2011-2012
- [9] https://www.researchgate.net/figure/273823534_Flow-visualisation-with-superimposed-boundary-layer-for-smooth-sphere
- [10] https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/2052/1/02_chapter_5.pdf
- [11] <http://www.des.upatras.gr/physics/kouzoudis/ClassNotes/DialexisI/ParagogoI.pdf>
- [12] www.kistler.com
- [13] https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/2052/1/02_chapter_5.pdf

[14] <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CE%B5%CF%81%CE%BF%CE%B4%CF%85%CE%BD%CE%B1%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CE%AE>

[15] <http://www.thermopedia.com/content/1247/>