



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων

Ανάπτυξη Μεθόδου
Αναγνώρισης και Διάγνωσης Βλαβών σε Κατασκευές

Διδακτορική Διατριβή

Κωνσταντίνος Φ. Χριστοδούλου

Βόλος, Απρίλιος 2006



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 4920/1
Ημερ. Εισ.: 21-11-2006
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: Δ
624.171
ΧΡΙ

Η παρούσα έρευνα χρηματοδοτήθηκε από το Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων και την Ευρωπαϊκή Ένωση στα πλαίσια του Προγράμματος «Ηρακλειτος», υπό τη χορηγία MIS:88730.

Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, υπό την εποπτεία του Διευθυντή του εργαστηρίου Καθηγητή Κωνσταντίνο Παπαδημητρίου.

Η γνωριμία μου με τον Καθηγητή Κ. Παπαδημητρίου έγινε κατά τη διάρκεια παρακολούθησης του μεταπτυχιακού προγράμματος του ίδιου τμήματος, στον τομέα Μηχανικής, Υλικών & Κατεργασιών. Με την καθοδήγηση του ολοκλήρωσα την μεταπτυχιακή διπλωματική μου εργασία, στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, τον Οκτώβριο του 2001. Μετά το πέρας των μεταπτυχιακών μου σπουδών ο Καθηγητής Κ. Παπαδημητρίου με ενθαρρύνει να συνεχίσω την ενασχόληση μου με την έρευνα, προτείνοντας μου θέση υποψήφιου διδάκτορα, τον Φεβρουάριο του 2002.

Τώρα, φτάνοντας στο τέλος αυτή της μεγάλης προσπάθειας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή Κ. Παπαδημητρίου όχι μόνο για τη σοφή και πολύτιμη καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διατριβής αλλά και για τον συνεχή του αγώνα να μου εμφοσήσει όλες τις ακλόνητες αρχές και αξίες που διέπουν την επιστημονική κοινότητα και που ο ίδιος απαρέγκλιτα τηρεί τόσα χρόνια. Οι πολλές απογευματινές συζητήσεις μας ήταν άκρως απολαυστικές και αποτέλεσαν πολύτιμη πηγή εκπαίδευσης και για άλλα θέματα εκτός της έρευνας.

Τις θερμές μου ευχαριστίες θέλω να εκφράσω επίσης και προς τα άλλα δύο μέλη της Τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής, τον Καθηγητή κ. Σπύρο Καραμάνο, ο οποίος μου διδάξε υπομονετικά και διεξοδικά όχι μόνο τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, αλλά και όλα εκείνα τα θέματα των κατασκευών, και ιδίως των γεφυρών, που άπτονται του αντικειμένου του πολιτικού μηχανικού, και τον Καθηγητή κ. Αναστάσιο Σταμματέλο, για τις συμβουλές και τις εύστοχες υποδείξεις του στα πρώτα, δύσκολα βήματα μου στο χώρο των εργαστηριακών μετρήσεων.

Ευχαριστίες ανήκουν στους αγαπητούς φίλους και συναδέλφους μηχανικούς, Δρ. Ιωάννη Παπατριανταφύλλου και Δρ. Κατερίνα Σερίφη, τόσο για την αμέριστη συμπαράσταση τους, όσο και για αγαστή και εποικοδομητική συνεργασία μας όλα αυτά τα χρόνια.

Στη φίλη μου Μαρία για τη διαρκή υπομονή και κατανόηση της.

Στην οικογένεια μου, τους γονείς μου Φίλιππο και Ελισσάβετ και τα αδέρφια μου Βασίλη και Ελένη. Τους οφείλω τα πάντα.

Βόλος, Απρίλιος 2006

Κ.Φ. Χριστοδούλου

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη και πιστοποίηση μεθοδολογιών για τη διάγνωση και την αναγνώριση βλαβών σε κατασκευές, αναλύοντας μετρήσεις ταλαντώσεων, που έχουν καταγραφεί σε διάφορα σημεία τους. Η τοποθεσία και το εύρος των βλαβών προσδιορίζονται αναθερώντας παραμετροποιημένα μαθηματικά μοντέλα, που περιγράφουν τη συμπεριφορά της κατασκευής τόσο πριν όσο και μετά την εμφάνιση της δομικής βλάβης.

Η παρούσα εργασία χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος μελετάται το πρόβλημα αναθεώρησης παραμετροποιημένων μαθηματικών μοντέλων κατασκευών. Στο δεύτερο μέρος γίνεται εφαρμογή των μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων, με σκοπό την αναγνώριση και διάγνωση βλαβών στις υπό μελέτη κατασκευές. Έμφαση δίνεται στη διερεύνηση της ευαισθησίας των μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων και διάγνωσης βλαβών σε διάφορες παράμετρος (σφάλματα μοντέλων και μετρήσεων, μη μοναδικότητα των λύσεων, κλπ.), που είναι γνωστό ότι επηρεάζουν σημαντικά την αξιοπιστία τους. Η διερεύνηση αυτή γίνεται τόσο υπολογιστικά όσο και πειραματικά. Επιπλέον, προτείνεται μία μεθοδολογία για την εύρεση της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων στην κατασκευή (αριθμός και τοποθεσία αισθητήρων), κάνοντας χρήση της εντροπίας της πληροφορίας (information entropy) η οποία εκφράζει ένα απλό μέτρο της αβεβαιότητας στην εκτίμηση των παραμέτρων. Η πιστοποίηση των μεθοδολογιών που αναπτύσσονται γίνεται με τη χρήση προσομοιωμένων δεδομένων από απλές κατασκευές, τη χρήση πειραματικών δεδομένων από μία μικρή εργαστηριακή κατασκευή υπό κλίμακα, καθώς και τη χρήση μετρήσεων πεδίου από μία πραγματική γέφυρα.

Μέρος Α: Το πρόβλημα της αναθεώρησης μοντέλων κατασκευών είναι ένα αντίστροφο πρόβλημα, σύμφωνα με το οποίο οι τιμές των παραμέτρων ενός θεωρητικού μοντέλου μίας κατασκευής επαναπροσδιορίζονται, έτσι ώστε οι προβλεπόμενες μορφικές ιδιότητες του μοντέλου ή οι χρονικές ιστορίες απόκρισης, να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά με τις αντίστοιχες μετρούμενες ποσότητες. Αυτό το πρόβλημα υπολογισμού της τιμής των δομικών παραμέτρων ενός μοντέλου χρησιμοποιώντας μετρητικά δεδομένα (μορφικές ιδιότητες ή χρονικές ιστορίες απόκρισης) συνήθως διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης σταθμισμένων υπολοίπων. Ως μέτρο των υπολοίπων ορίζεται η διαφορά μεταξύ των μετρούμενων δεδομένων και των προβλεπόμενων δεδομένων από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων. Χρησιμοποιούνται συνηθισμένες τεχνικές βελτιστοποίησης για την εύρεση των βέλτιστων τιμών των δομικών παραμέτρων που ελαχιστοποιούν το μέτρο των σταθμισμένων υπολοίπων. Το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης εξαρτάται από τις

τιμές των συντελεστών βαρύτητας που σταθμίζουν τα υπόλοιπα. Η επιλογή της τιμής του συντελεστή βαρύτητας κάθε μετρούμενης ομάδας παραμέτρων εξαρτάται από την αβεβαιότητα στα μετρητικά δεδομένα και τα σφάλματα μοντελοποίησης (model error), τα οποία δεν είναι γνωστά εκ των προτέρων.

Στην παρούσα εργασία το πρόβλημα προσδιορισμού των παραμέτρων, αρχικά διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης από το οποίο προκύπτουν όλες οι Pareto βέλτιστες λύσεις για τις τιμές των παραμέτρων, και οι οποίες αντιστοιχούν σε όλες τις πιθανές τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Στη συνέχεια, η επιλογή των βέλτιστων τιμών των συντελεστών βαρύτητας γίνεται με βάση τα διαθέσιμα μετρητικά δεδομένα και τη βοήθεια της στατιστικής θεωρίας του Bayes. Προκύπτει, ότι η βέλτιστη τιμή του συντελεστή βαρύτητας μίας ομάδας μετρούμενων δεδομένων (μορφικών ιδιοτήτων ή χρονικών ιστοριών απόκρισης) είναι ασυμπτωτικά, για μεγάλο αριθμό μετρητικών δεδομένων, αντιστρόφως ανάλογη της τιμής του υπολοίπου της αντίστοιχης ομάδας. Προτείνεται ένας υπολογιστικά αποδοτικός αλγόριθμος για την ταυτόχρονη εύρεση της βέλτιστης τιμής των συντελεστών βαρύτητας και των αντίστοιχων τιμών των δομικών παραμέτρων.

Αρχικά, η προτεινόμενη μέθοδος επιδεικνύεται με τη χρήση προσομοιωμένων δεδομένων από ένα απλό σύστημα ελατηρίων-μαζών. Η μεθοδολογία στη συνέχεια εφαρμόζεται για την αναθεώρηση κατηγοριών μοντέλων που περιγράφουν μία μικρής κλίμακας τριώροφη μεταλλική εργαστηριακή κατασκευή, χρησιμοποιώντας μετρητικά δεδομένα. Τα δεδομένα προέρχονται από μετρήσεις που γίνονται τόσο όταν η κατασκευή βρίσκεται στην κατάσταση αναφοράς όσο και όταν έχει υποστεί βλάβη. Τέλος, η μεθοδολογία εφαρμόζεται για την αναθεώρηση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων μίας γέφυρας τεσσάρων ανοιγμάτων από σκυρόδεμα, χρησιμοποιώντας μορφικά δεδομένα τα οποία προσδιορίζονται από μετρήσεις ταλαντώσεων που προκαλούνται από λειτουργικά φορτία.

Συγκεκριμένα, σε αντιδιαστολή με τις συμβατικές τεχνικές προσδιορισμού των τιμών των παραμέτρων, που βασίζονται σε προεπιλεγμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας, δείχνεται ότι οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που υπολογίζονται από την προτεινόμενη μεθοδολογία δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι μεγάλου σφάλματος μοντελοποίησης ή μεγάλων σφαλμάτων στις μετρήσεις.

Μέρος Β: Παρουσιάζεται μία μεθοδολογία που βασίζεται στη στατιστική θεωρία του Bayes, για την επιλογή της κατάλληλης κατηγορίας δομικών μοντέλων ανάμεσα από μία οικογένεια ανταγωνιστικών κατηγοριών μοντέλων χρησιμοποιώντας δεδομένα δυναμικών μετρήσεων. Η μεθοδολογία βρίσκει εφαρμογή στη διάγνωση βλαβών. Επιλύεται το πρόβλημα της επιλογής της βέλτιστης κατηγορίας μοντέλων, ανάμεσα από μία ομάδα ανταγωνιστικών κατηγοριών μοντέλων, καθώς και το πρόβλημα

υπολογισμού των τιμών των παραμέτρων μίας κατηγορίας μοντέλων. Η εφαρμογή της μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών επιτυγχάνεται αντιστοιχώντας κάθε κατηγορία μοντέλων σε μία πιθανή κατάσταση βλάβης της κατασκευής, ενδεικτικής της τοποθεσίας της βλάβης. Χρησιμοποιώντας τη στατιστική θεωρία του Bayes, όλες οι πιθανές τοποθεσίες βλαβών κατατάσσονται με βάση τη μεταγενέστερη πιθανότητα (posterior probability) της αντίστοιχης κατηγορίας μοντέλων. Στη συνέχεια, το μέγεθος της βλάβης προκύπτει από την τιμή της μεταγενέστερης πιθανότητας των παραμέτρων που αντιστοιχούν στην πιθανότερη κατηγορία μοντέλων. Τα ολοκληρώματα των πιθανοτήτων που προκύπτουν από την ανάλυση είναι πολλαπλών διαστάσεων και υπολογίζονται τόσο ασυμπτωτικά, όσο και με μεθόδους δειγματοληψίας Monte Carlo και σημαίνοντων δειγμάτων (importance sampling). Αρχικά, γίνεται εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας για τον εντοπισμό της τοποθεσίας και του μεγέθους της βλάβης σε ένα απλό σύστημα ελατηρίων-μαζών χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα μετρητικά δεδομένα. Εξετάζεται ο ρόλος της διάταξης των αισθητήρων (αριθμός και τοποθεσία των αισθητήρων) στη διαγνωστική ικανότητα της μεθόδου. Η μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών εφαρμόζεται επίσης σε μία τετραώροφη μεταλλική κατασκευή, χρησιμοποιώντας και πάλι μετρούμενα μορφικά δεδομένα. Η αποτελεσματικότητα και η αξιοπιστία της προτεινόμενης μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών πιστοποιείται εξετάζοντας έξι σενάρια βλάβης αυτής της κατασκευής.

Περιεχόμενα

| | |
|---|-----|
| ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ | i |
| ΠΕΡΙΛΗΨΗ..... | ii |
| ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ..... | ix |
| ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ | xiv |
| 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ | |
| 1.1 ΈΛΕΓΧΟΣ ΔΟΜΙΚΗΣ ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΔΙΑΓΝΩΣΗΣ ΒΛΑΒΩΝ | 1 |
| 1.2 Η ΑΝΑΓΚΗ ΓΙΑ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ | 4 |
| 1.3 ΤΟΠΙΚΕΣ ΚΑΙ ΟΛΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΗΣ ΔΟΜΙΚΗΣ ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ | 6 |
| 1.4 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ..... | 8 |
| 2. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ | |
| 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 13 |
| 2.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΔΟΜΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ | 14 |
| 2.3 ΧΩΡΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΕ ΥΠΟΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ | 15 |
| 2.3.1 Γραμμική Σχέση Μεταξύ Μητρώων του Μοντέλου και Παραμέτρων..... | 16 |
| 2.3.2 Μη-Γραμμική Σχέση Μεταξύ Μητρώων του Μοντέλου και Παραμέτρων . | 16 |
| 2.4 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΜΟΡΦΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ | 17 |
| 2.4.1 Εισαγωγή | 17 |
| 2.4.2 Διατύπωση του Προβλήματος | 19 |
| 2.4.3 Ομαδοποίηση των Μορφικών Χαρακτηριστικών | 20 |
| 2.4.4 Μέθοδος Πολυκριτηριακής Αναγνώρισης | 22 |
| 2.4.5 Μέθοδος Σταθμισμένων Υπολοίπων | 23 |
| 2.4.6 Μέθοδος Βέλτιστης Στάθμισης των Μορφικών Υπολοίπων | 24 |
| 2.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ..... | 24 |

| | |
|--|-----|
| 3. ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΥΕΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΜΟΡΦΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ | |
| 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ..... | 27 |
| 3.2 ΜΕΘΟΔΟ ΒΑΥΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΒΑΣΕΙ ΜΟΡΦΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ | 28 |
| 3.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ $p(D \theta, \sigma)$ | 30 |
| 3.4 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΔΟΜΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΙΑ ΓΝΩΣΤΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΩΝ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ | 33 |
| 3.5 ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ w ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΩΝ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ σ | 33 |
| 3.6 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΩΝ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΜΟΡΦΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ..... | 34 |
| 3.6.1 Αλγόριθμος I – Προσέγγιση της $p(\sigma D)$ | 36 |
| 3.6.2 Αλγόριθμος II – Βέλτιστες Τιμές των σ και w | 37 |
| 3.7 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΘΩΡΙΑΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ $p(\theta D)$ ΚΑΙ ΤΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΔΟΜΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ | 41 |
| 3.7.1 Υπολογισμός της $\hat{\theta}$ Λύνοντας Ένα Πρόβλημα Βελτιστοποίησης | 43 |
| 3.7.2 Υπολογισμός της $\hat{\theta}$ Εφαρμόζοντας Συνθήκες Στασιμότητας | 44 |
| 3.8 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ | 46 |
| 3.8.1 Μοντέλο Δύο Βαθμών Ελευθερίας | 47 |
| 3.8.2 Μοντέλο Δέκα Βαθμών Ελευθερίας | 52 |
| 3.9 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ..... | 59 |
| 4. ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΑΓΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΒΛΑΒΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΒΑΥΕΣ | |
| 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ..... | 61 |
| 4.2 ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΑΙ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ | 62 |
| 4.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗ ΔΙΑΓΝΩΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΒΛΑΒΩΝ | 66 |
| 4.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ..... | 67 |
| 4.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΠΡΟΤΥΠΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ASCE..... | 70 |
| 4.5.1 Περιγραφή της Πρότυπης Κατασκευής..... | 70 |
| 4.5.2 Προσομοιωμένα Δεδομένα Προερχόμενα από Μοντέλο της Κατασκευής . | 71 |
| 4.5.3 Εξεταζόμενα Σενάρια Βλάβης..... | 72 |
| 4.5.4 Αναγνώριση Ιδιομορφών και Χαρακτηριστικών..... | 76 |
| 4.5.5 Διάγνωση και Προσδιορισμός Θέσης και Μεγέθους Βλάβης | 83 |
| 4.6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ..... | 104 |

| | |
|--|-----|
| 5. ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ | |
| 5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 107 |
| 5.2 ΕΝΤΡΟΠΙΑ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΩΣ ΜΕΤΡΟ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ | 110 |
| 5.3 ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΕΝΤΡΟΠΙΑΣ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ..... | 110 |
| 5.4 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΤΩΝ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ ΓΙΑ ΜΙΑ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΜΟΝΤΕΛΩΝ | 112 |
| 5.4.1 Διατύπωση του προβλήματος..... | 112 |
| 5.4.2 Υπολογιστικά Θέματα για την Εύρεση της Βέλτιστης Διάταξης Αισθητήρων..... | 114 |
| 5.5 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΤΩΝ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ ΓΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ | 117 |
| 5.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ..... | 119 |
| 5.7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ..... | 123 |
| 6. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΤΡΙΩΡΟΦΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ | |
| 6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 125 |
| 6.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΤΡΙΩΡΟΦΗΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ | 125 |
| 6.3 ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΑΞΗ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ | 127 |
| 6.4 ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ | 129 |
| 6.4.1 Παραμετρικό Μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων με 546 Βαθμούς Ελευθερίας..... | 129 |
| 6.4.2 Παραμετρικό Μοντέλο με 3 Βαθμούς Ελευθερίας..... | 131 |
| 6.5 ΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ | 132 |
| 6.6 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΎΣΗΣ ΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΤΩΝ ΜΟΡΦΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΙΠΩΝ..... | 138 |
| 6.6.1 Μοντέλο 3 Βαθμών Ελευθερίας | 138 |
| 6.6.2 Λεπτομερές Μοντέλο..... | 140 |
| 6.7 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ..... | 142 |
| 6.7.1 Μοντέλο 3 Βαθμών Ελευθερίας | 142 |
| 6.7.2 Λεπτομερές Μοντέλο..... | 148 |
| 6.8 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΤΩΝ ΜΟΡΦΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΙΠΩΝ | 151 |
| 6.8.1 Μοντέλο 3 Βαθμών Ελευθερίας | 151 |

| | | |
|---|--|------------|
| 6.8.2 | <i>Λεπτομερές Μοντέλο</i> | 154 |
| 6.9 | ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ..... | 158 |
| 7. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΓΕΦΥΡΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ | | |
| 7.1 | ΕΙΣΑΓΩΓΗ..... | 161 |
| 7.2 | ΈΛΕΓΧΟΣ ΔΟΜΙΚΗΣ ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ ΓΕΦΥΡΩΝ..... | 161 |
| 7.3 | ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΓΕΦΥΡΑΣ..... | 162 |
| 7.4 | ΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΤΗΣ ΓΕΦΥΡΑΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝΤΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΟΝΤΑΙ ΣΕ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ | 164 |
| 7.4.1 | <i>Μετρήσεις Πεδίου</i> | 164 |
| 7.4.2 | <i>Αναγνώριση Κατασκευής Χρησιμοποιώντας Λειτουργικά Φορτία</i> | 169 |
| 7.5 | ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΗΣ ΓΕΦΥΡΑΣ | 179 |
| 7.5.1 | <i>Παραμετροποιημένες Κατηγορίες Μοντέλων</i> | 180 |
| 7.6 | ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ | 181 |
| 7.6.1 | <i>Παρουσία Πολλαπλών Τοπικών Ελαχίστων</i> | 181 |
| 7.6.2 | <i>Ανωμαλίες και Ασυνέχειες στο Μέτωπο Pareto και στα Pareto Βέλτιστα Μοντέλα</i> | 188 |
| 7.6.3 | <i>Βέλτιστα Μοντέλα Χρησιμοποιώντας Μετρούμενα Μορφικά Δεδομένα (Κατηγορία Μοντέλων I - 2 Παραμέτρων)</i> | 194 |
| 7.6.4 | <i>Βέλτιστα Μοντέλα Χρησιμοποιώντας Μετρούμενα Μορφικά Δεδομένα (Κατηγορία Μοντέλων I - 3 Παραμέτρων)</i> | 198 |
| 7.6.5 | <i>Βέλτιστα Μοντέλα Χρησιμοποιώντας Μετρούμενα Μορφικά Δεδομένα (Κατηγορία Μοντέλων II - 6 Παραμέτρων)</i> | 202 |
| 7.7 | ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ..... | 206 |
| 8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ | | |
| 8.1 | ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ..... | 209 |
| 8.2 | ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΈΡΕΥΝΑ..... | 216 |
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ | | 219 |

Κατάλογος Σχημάτων

| | |
|--|----|
| Σχήμα 3.1. Μοντέλο συστήματος ελατηρίων-μαζών με N_d βαθμούς ελευθερίας. | 46 |
| Σχήμα 3.2. Η κατανομή πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta D)$ των δομικών παραμέτρων για διάφορες τιμές του ε_{ω_2} ($\mu_{\omega_1}=0$, $\mu_{\omega_2}=5\%$, $\varepsilon_{\omega_1}=1\%$)..... | 49 |
| Σχήμα 3.3. Μέτωπο Pareto και $p(\sigma_1, \sigma_2 D)$ κατά μήκος του μετώπου, (α) $\varepsilon_{\omega_2}=0.5\%$ και (β) $\varepsilon_{\omega_2}=3\%$ | 50 |
| Σχήμα 3.4. Η κατανομή πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta D)$ των δομικών παραμέτρων. | 54 |
| Σχήμα 3.5. Οι ισοϋψείς της $p(\theta D)$ των δομικών παραμέτρων..... | 55 |
| Σχήμα 4.1. Μοντέλο συστήματος ελατηρίων-μαζών με N_d βαθμούς ελευθερίας. | 67 |
| Σχήμα 4.2. (α) Η πρότυπη κατασκευή (β) Εστίαση στα διαγώνια στοιχεία | 71 |
| Σχήμα 4.3. Το διάγραμμα της πρότυπης κατασκευής..... | 73 |
| Σχήμα 4.5. Σημεία διέγερσης και μέτρησης της πρότυπης κατασκευής..... | 76 |
| Σχήμα 4.6(α). 1 ^η αναγνωρισμένη ιδιομορφή για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής τόσο κατά την y (ασθενή) διεύθυνση, όσο και κατά την x (ισχυρή) διεύθυνση. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων..... | 78 |
| Σχήμα 4.6(β). 2 ^η αναγνωρισμένη ιδιομορφή για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής τόσο κατά την y (ασθενή) διεύθυνση, όσο και κατά την x (ισχυρή) διεύθυνση. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων..... | 79 |
| Σχήμα 4.6(γ). 3 ^η αναγνωρισμένη ιδιομορφή για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής τόσο κατά την y (ασθενή) διεύθυνση, όσο και κατά την x (ισχυρή) διεύθυνση. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων..... | 80 |
| Σχήμα 4.6(δ). 4 ^η αναγνωρισμένη ιδιομορφή για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής τόσο κατά την y (ασθενή) διεύθυνση, όσο και κατά την x (ισχυρή) διεύθυνση. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων..... | 81 |

| | |
|--|-----|
| Σχήμα 4.7. Οι δύο στρεπτικές ιδιομορφές που αναγνωρίζονται στην ασύμμετρη βλάβη της 4 ^{ης} περίπτωσης..... | 82 |
| Σχήμα 4.8. Όλες οι κατηγορίες μοντέλων για τον Α' τρόπο παραμετροποίησης. Κάθε κατηγορία μοντέλων έχει τέσσερις παράμετρους στην ομάδα θ | 84 |
| Σχήμα 4.9. Όλα τα πιθανά μοντέλα για τον Β' τρόπο παραμετροποίησης. Κάθε κατηγορία μοντέλων έχει οχτώ παράμετρους στην ομάδα παραμέτρων θ | 89 |
| Σχήμα 4.10. Μερικά από τα 26 πιθανά μοντέλα που δημιουργούνται χρησιμοποιώντας των Γ' τρόπο παραμετροποίησης. Κάθε μοντέλο έχει δύο παράμετρους θ . Δύο απέναντι πλευρές του ίδιου ορόφου παραμετροποιούνται με την ίδια παράμετρο..... | 96 |
| Σχήμα 4.11. Δ' τρόπος παραμετροποίησης, χρησιμοποιώντας 16 παράμετρους θ | 100 |
| Σχήμα 5.1. Μοντέλο συστήματος ελατηρίων-μαζών με N_d βαθμούς ελευθερίας. .. | 119 |
| Σχήμα 6.1. Μπροστινή και πλαϊνή όψη της τριώροφης κατασκευής..... | 126 |
| Σχήμα 6.2. Λεπτομερή διαγράμματα των δοκών και των πυλώνων της κατασκευής. | 126 |
| Σχήμα 6.3. Η ακαμψία των ορόφων της κατασκευής αυξομειώνεται προσθέτοντας ή αφαιρώντας συρματόσχοινα. | 126 |
| Σχήμα 6.4. Κατασκευή αναφοράς (D_{000}) και οι εξεταζόμενες δομικές καταστάσεις. | 127 |
| Σχήμα 6.5. Διάταξη αισθητήρων στην εργαστηριακή κατασκευή..... | 127 |
| Σχήμα 6.6. Σύγκριση των χρονικών ιστοριών απόκρισης που προέρχονται από τις μετρήσεις και τις προβλέψεις του μορφικού μοντέλου από 2 έως 5 sec για την κατασκευή χωρίς βλάβη, (α) αισθητήρας 1 (y -ισχυρή διεύθυνση) και (β) αισθητήρας 6 (x -ασθενή διεύθυνση)..... | 128 |
| Σχήμα 6.7. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με τους 546 βαθμούς ελευθερίας. | 129 |
| Σχήμα 6.8 Τρόποι παραμετροποίησης (α) για την κατασκευή D_{111} χωρίς διαγώνια στοιχεία (β) για την κατασκευή D_{000} με διαγώνια στοιχεία. | 130 |
| Σχήμα 6.9. Το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας..... | 132 |
| Σχήμα 6.10 Αναγνωρισμένες και προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιομορφές της κατασκευής. | 135 |
| Σχήμα 6.11. Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Γ', στο χώρο των παραμέτρων για $N_{gen}=100$ χρησιμοποιώντας το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας..... | 143 |
| Σχήμα 6.12. Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Γ', στο χώρο των παραμέτρων για $N_{gen}=1000$ χρησιμοποιώντας το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας..... | 144 |

| | |
|--|-----|
| Σχήμα 6.13. Οι Pareto βέλτιστες λύσεις για την ομαδοποίηση Γ' στο χώρο των παραμέτρων για (α) 100 και (β) 1000 γενεές, για το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας. ($J_i(x) \leq 0.035, i=1, 2, 3$). | 144 |
| Σχήμα 6.14. Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Β' και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής (D_{000}), για 100 και 1000 γενεές, βάσει του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας. | 146 |
| Σχήμα 6.15. Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Β' και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τη διαμόρφωση D_{100} της κατασκευής, για 100 και 1000 γενεές, βάσει του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας. | 147 |
| Σχήμα 6.16. Το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τη διαμόρφωση D_{111} της κατασκευής, βάσει του λεπτομερούς μοντέλου ($N_{gen} = 100$). | 148 |
| Σχήμα 6.17 Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Β' και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τη διαμόρφωση D_{000} της κατασκευής, βάσει του λεπτομερούς μοντέλου ($N_{gen}=100$). | 150 |
| Σχήμα 6.18 Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Β' και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τη διαμόρφωση D_{100} της κατασκευής, βάσει του λεπτομερούς μοντέλου ($N_{gen}=100$). | 150 |
| Σχήμα 6.19 (α) Κατηγορία μοντέλων M_1 και (β) Κατηγορία μοντέλων M_3 για το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας, που παριστά την κατασκευή D_{111} | 152 |
| Σχήμα 6.20. Το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. | 152 |
| Σχήμα 6.21 Οι αναγνωρισμένες ιδιοσυχνότητες που χρησιμοποιούνται για την αναθεώρηση των μοντέλων. | 154 |
| Σχήμα 6.22 Κατηγορία μοντέλων (α) M_1 (β) M_3 , για την κατασκευή D_{000} | 155 |
| Σχήμα 6.23. Το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. | 156 |
| Σχήμα 6.24 Οι Pareto βέλτιστες λύσεις για τις δύο κατηγορίες μοντέλων M_1 και M_3 καθώς και οι βέλτιστες λύσεις που προβλέπονται από τη μέθοδο ίσης και βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. | 158 |

| | |
|--|-----|
| Σχήμα 7.1. Η δεύτερη χαραδρογέφυρα του περιφερειακού δρόμου της Καβάλας. Το συνολικό μήκος κάθε κλάδου είναι 180 μέτρα. | 163 |
| Σχήμα 7.2. Λεπτομερή σχέδια των δοκών και των πυλώνων της κατασκευής. | 163 |
| Σχήμα 7.3. Κεντρική καταγραφική μονάδα στην χαραδρογέφυρα της Καβάλας. | 164 |
| Σχήμα 7.4. Τοποθεσίες αισθητήρων. U= αισθητήρες στην κορυφή των πυλώνων, κάτω από το κατάστρωμα. | 166 |
| Σχήμα 7.5. Χρονικές ιστορίες επιταχύνσεων στην κατακόρυφη, στη διαμήκη (στην κορυφή του πυλώνα και κάτω από το κατάστρωμα) και στην εγκάρσια διεύθυνση, αντίστοιχα. | 167 |
| Σχήμα 7.6. Φάσματα των επιταχυνσιογραφημάτων του Σχήματος 7.5. | 168 |
| Σχήμα 7.7. Το καταγεγραμμένο σήμα που δε λαμβάνεται υπόψη κατά την ανάλυση, λόγω της ασυνέχειας στο 1080 δευτερόλεπτο. | 170 |
| Σχήμα 7.8. Αναγνωρισμένη και προβλεπόμενη από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ιδιομορφή της γέφυρας. | 172 |
| Σχήμα 7.9. Μοντέλο της γέφυρας: (α) Γενική όψη και (β) Λεπτομέρεια του μοντέλου στην περιοχή των ελαστομερών εφεδράνων. | 179 |
| Σχήμα 7.10. Παραμετροποίηση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων (α) κατηγορία μοντέλων I (β) κατηγορία μοντέλων II. | 181 |
| Σχήμα 7.11. Διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα, για (α) $w_1 = w_2 = 1$, (β) $w_1 = 1$ και $w_2 = 0$, (γ) $w_1 = 0$ και $w_2 = 1$, (δ) μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων. | 183 |
| Σχήμα 7.12. Διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα για την περίπτωση (α) $w_1 = w_2 = 1$ εξαιρώντας τις ιδιομορφικές συνιστώσες των καμπτικών ιδιομορφών από τη δεύτερη μορφική ομάδα. | 183 |
| Σχήμα 7.13. Διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα, για (α) $w_1 = w_2 = 1$, (β) $w_1 = 1$ και $w_2 = 0$, (γ) $w_1 = 0$ και $w_2 = 1$, (δ) μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων. | 185 |
| Σχήμα 7.14. Διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα για την περίπτωση (α) $w_1 = w_2 = 1$ εξαιρώντας τις ιδιομορφικές συνιστώσες των καμπτικών ιδιομορφών από τη δεύτερη μορφική ομάδα. | 185 |

| | |
|---|-----|
| Σχήμα 7.15. Λεπτομερέστερο διάγραμμα ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης, κοντά στην περιοχή των δύο τοπικών ελαχίστων A και B. | 186 |
| Σχήμα 7.16. (α) Pareto λύσεις για διάφορες τιμές του $w_2 \in (0, \infty)$, καθώς $w_1 = 1$ για όλες τις περιπτώσεις, (β) οι αντίστοιχες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων. | 189 |
| Σχήμα 7.17. (α) Μέτωπο Pareto και (β) Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SPEA για 100 και 1000 γενεές. | 191 |
| Σχήμα 7.18. Pareto λύσεις χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SPEA για 100 και 1000 γενεές και μεταβάλλοντας τον συντελεστή βαρύτητας $w_2 \in (0, \infty)$: (α) Χώρος αντικειμενικών συναρτήσεων, (β) Χώρος παραμέτρων. | 192 |
| Σχήμα 7.19. (α) Μέτωπο Pareto με ενδεδειγμένη σάρωση του χώρου των παραμέτρων για δύο διαφορετικά βήματα διακριτοποίησης των παραμέτρων, (β) εστίαση στην περιοχή ενδιαφέροντος. | 192 |
| Σχήμα 7.20. Λύσεις Pareto με ενδεδειγμένη σάρωση του χώρου των παραμέτρων με πολύ μικρό βήμα διακριτοποίησης των παραμέτρων: (α) Χώρος αντικειμενικών συναρτήσεων, (β) Χώρος παραμέτρων. | 193 |
| Σχήμα 7.21. Λύσεις Pareto για όλες τις μεθόδους: (α) Χώρος αντικειμενικών συναρτήσεων, (β) Χώρος παραμέτρων. | 193 |
| Σχήμα 7.22. Λύσεις για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων στο (α) χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων (β) χώρο των παραμέτρων. | 196 |
| Σχήμα 7.23. Pareto λύσεις που προκύπτουν από τον αλγόριθμο SPEA για 100 και 1000 γενεές και οι λύσεις για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α)–(δ). | 199 |
| Σχήμα 7.24. (α) Μέτωπο Pareto χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SPEA για 2000 γενεές και οι λύσεις για τις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων (α) και (δ). (β) Εστίαση στην περιοχή ενδιαφέροντος. | 205 |
| Σχήμα 7.25. Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για 2000 γενεές, μαζί με τις βέλτιστες λύσεις για τις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων (α) (◆) και (δ) (●). | 205 |
| Σχήμα 7.26. Pareto λύσεις που προκύπτουν από τον αλγόριθμο SPEA για τις δύο κατηγορίες μοντέλων I και II με 3 και 6 παράμετρους, αντίστοιχα. | 206 |

Κατάλογος Πινάκων

| | |
|--|----|
| Πίνακας 3.1. Βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων και οι αντίστοιχες τιμές των υπολοίπων..... | 48 |
| Πίνακας 3.2. Βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων και οι αντίστοιχες τιμές των μορφικών υπολοίπων χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο Π για τις κατηγορίες μοντέλων M_1 και M_2 | 56 |
| Πίνακας 3.3. Βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων και οι αντίστοιχες τιμές των μορφικών υπολοίπων χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο Π για την κατηγορία μοντέλων M_3 | 58 |
| Πίνακας 4.1. Ο λόγος των πιθανοτήτων \hat{p} της κατηγορίας μοντέλων \hat{M} και των κατηγοριών μοντέλων του S που περιέχουν την υποκατασκευή με βλάβη, χρησιμοποιώντας την ασυμπτωτική (πρώτη γραμμή) και τη μέθοδο Monte Carlo ή σημειώντων δειγμάτων (δεύτερη γραμμή)..... | 69 |
| Πίνακας 4.2. Οι πιθανότερες τιμές των δομικών παραμέτρων όλων των κατηγοριών μοντέλων που ανήκουν στην ομάδα S | 70 |
| Πίνακας 4.3. Ιδιότητες των δομικών στοιχείων..... | 71 |
| Πίνακας 4.4. Βέλτιστες τιμές των αναγνωρισμένων ιδιοσυχνοτήτων για κάθε περίπτωση βλάβης και η ποσοστιαία μεταβολή τους από τις τιμές που αντιστοιχούν στην κατασκευή στην κατάσταση αναφοράς. Όλες οι τιμές είναι σε Hz. | 77 |
| Πίνακας 4.5. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{und}$ των δομικών παραμέτρων θ κάθε κατηγορίας μοντέλων για την κατασκευή αναφοράς..... | 84 |
| Πίνακας 4.6. Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ των δομικών παραμέτρων θ κάθε κατηγορίας μοντέλων, μέγεθος της βλάβης και πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημειώντων Δειγμάτων)..... | 86 |
| Πίνακας 4.7. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{und}$ των δομικών παραμέτρων θ κάθε κατηγορίας μοντέλων για την κατασκευή αναφοράς..... | 90 |

| | |
|---|-----|
| Πίνακας 4.8. Μέγεθος βλάβης και η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων). Οι έντονες γραμματοσειρές αντιστοιχούν στις τοποθεσίες βλάβης..... | 91 |
| Πίνακας 4.9. Αποτελέσματα για την 4 ^η περίπτωση βλάβης, χρησιμοποιώντας επτά αναγνωρισμένες ιδιομορφές. Μέγεθος της βλάβης και πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων, εξαιρώντας την 6 ^η ιδιομορφή. | 94 |
| Πίνακας 4.10. Μέγεθος βλάβης και η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. Για τις περιπτώσεις βλάβης 1, 2 και 3 (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων). | 97 |
| Πίνακας 4.11. Μέγεθος βλάβης και η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων για την περίπτωση βλάβης 4 και Blind 1 και 2. (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων). | 99 |
| Πίνακας 4.12. Βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς και το μέγεθος της βλάβης για τις περιπτώσεις βλάβης 1, 2 και 3..... | 102 |
| Πίνακας 4.13. Μέγεθος της βλάβης για την περίπτωση βλάβης 4 (χρησιμοποιώντας είτε 8, είτε 7 αναγνωρισμένες ιδιομορφές) και για τις περιπτώσεις Blind 1 και Blind 2. | 103 |
| Πίνακας 5.1. Πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων, χρησιμοποιώντας την ασυμπτωτική μέθοδο (πρώτη γραμμή) και τη μέθοδο σημαινόντων δειγμάτων (δεύτερη γραμμή), για το πρώτο σενάριο βλάβης. ($N_0=3$)..... | 122 |
| Πίνακας 5.2. Πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων, χρησιμοποιώντας την ασυμπτωτική μέθοδο (πρώτη γραμμή) και τη μέθοδο σημαινόντων δειγμάτων (δεύτερη γραμμή), για το δεύτερο σενάριο βλάβης. ($N_0=3$). | 122 |
| Πίνακας 6.1. Αναγνωρισμένες ιδιοσυχνότητες (Hz) για όλες τις περιπτώσεις βλάβης. | 134 |
| Πίνακας 6.2. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, χρησιμοποιώντας το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας. | 139 |

| | |
|---|-----|
| Πίνακας 6.3. Ποσοστιαία διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιοσυχνότητες ($\Delta\omega$) και ιδομορφικές συνιστώσες ($\Delta\phi$), για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης. | 139 |
| Πίνακας 6.4. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, χρησιμοποιώντας το λεπτομερές μοντέλο. | 141 |
| Πίνακας 6.5. Ποσοστιαία διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιοσυχνότητες ($\Delta\omega$) και ιδομορφικές συνιστώσες ($\Delta\phi$), για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης. | 141 |
| Πίνακας 6.6. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατηγορία μοντέλων M_3 και οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες χρησιμοποιώντας τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. | 152 |
| Πίνακας 6.7. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατηγορία μοντέλων M_1 και οι αντίστοιχες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων. | 153 |
| Πίνακας 6.8. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων και οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες χρησιμοποιώντας τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. | 155 |
| Πίνακας 6.9. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων και οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες χρησιμοποιώντας τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. | 157 |
| Πίνακας 7.1. Βέλτιστες εκτιμήσεις των ιδιοσυχνοτήτων και των συντελεστών απόσβεσης για τις επτά κύριες ιδιομορφές. | 171 |
| Πίνακας 7.2. Τοπικές και ολικές βέλτιστες λύσεις για τις παράμετρους θ_1 , θ_2 και το συνολικό μέτρο των μορφικών υπολοίπων για την περίπτωση (α) στάθμισης των υπολοίπων ($\theta_3 = 1.51$). | 186 |
| Πίνακας 7.3. Μορφικές ιδιοσυχνότητες που προβλέπονται από τα τοπικά βέλτιστα και το ολικό βέλτιστο μοντέλο του Πίνακα 7.2, καθώς και η ποσοστιαία διαφορά τους από τις μετρούμενες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων. | 187 |
| Πίνακας 7.4. Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων, τα μορφικά υπόλοιπα των δύο μορφικών ομάδων, το συνολικό μορφικό υπόλοιπο και η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε Pareto σημείου. | 195 |

| | |
|--|-----|
| Πίνακας 7.5. Μετρούμενες και προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για όλες τις περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α)-(δ). | 197 |
| Πίνακας 7.6. Ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για τις περιπτώσεις (α)-(δ). | 197 |
| Πίνακας 7.7. Ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\phi_r}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιομορφικές συνιστώσες για τις περιπτώσεις (α)-(δ). | 197 |
| Πίνακας 7.8. Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων, τα μορφικά υπόλοιπα των δύο μορφικών ομάδων, το συνολικό μορφικό υπόλοιπο και η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε Pareto σημείου. | 198 |
| Πίνακας 7.9. Μετρούμενες και προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για όλες τις περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α)-(δ). | 200 |
| Πίνακας 7.10. Ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για τις περιπτώσεις (α)-(δ). | 201 |
| Πίνακας 7.11. Ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\phi_r}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιομορφικές συνιστώσες για τις περιπτώσεις (α)-(δ). | 201 |
| Πίνακας 7.12. Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ για τις περιπτώσεις ίσης και βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, τα μορφικά υπόλοιπα των δύο μορφικών ομάδων, το συνολικό μορφικό υπόλοιπο και η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε Pareto σημείου. | 202 |
| Πίνακας 7.13. Μετρούμενες και προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για τις δύο περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α) και (δ), και η αντίστοιχη ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$ | 203 |

| | |
|--|-----|
| Πίνακας 7.14. Ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\phi}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιομορφικές συνιστώσες για τις δύο περιπτώσεις (α) και (δ)..... | 204 |
|--|-----|

1. Εισαγωγή

1.1 Έλεγχος Δομικής Ακεραιότητας και Τεχνικές Διάγνωσης Βλαβών

Η διαδικασία εφαρμογής μιας στρατηγικής ανίχνευσης βλαβών αναφέρεται ως έλεγχος δομικής ακεραιότητας των κατασκευών (Structural Health Monitoring). Ως βλάβη ενός συστήματος ορίζεται είτε η αλλαγή των ιδιοτήτων των δομικών στοιχείων του, είτε η αλλαγή στα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά, είτε συνδυασμός αυτών. Επιπλέον, βλάβη θεωρείται και οποιαδήποτε αλλαγή στις συνοριακές συνθήκες και στη σύνδεση των επιμέρους υποκατασκευών του συστήματος. Η διαδικασία έλεγχου της δομικής ακεραιότητας των κατασκευών περιλαμβάνει την περιοδική παρακολούθηση τους για ένα χρονικό διάστημα συλλέγοντας μετρήσεις, την εξαγωγή των χαρακτηριστικών γνωρισμάτων του συστήματος αναλύοντας τις μετρήσεις για τον καθορισμό της τρέχουσας κατάστασης του σε ότι αφορά την ακεραιότητα του και τον προσδιορισμό πιθανών σεναρίων βλάβης. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι η περιοδική ενημέρωση των πληροφοριών που αφορούν την ικανότητα του συστήματος να συνεχίσει να εκτελεί της επιθυμητή λειτουργία, υπό το πρίσμα της αναπόφευκτης γήρανσης και υποβάθμισης λόγω της επίδρασης των περιβαλλοντικών συνθηκών. Ο τελικός στόχος είναι ο καθορισμός της ύπαρξης, της τοποθεσίας και του μεγέθους της βλάβης σε μια κατασκευή. Τα δεδομένα των μετρήσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν αφενός για να εξακριβωθεί εάν η κατασκευή καταπονείται και συμπεριφέρεται όπως αρχικά είχε σχεδιαστεί και αφετέρου, για να υπάρξει μία προειδοποίηση στην περίπτωση που η κατασκευή υπόκειται σε υπερβολικά φορτία και έχει ασυνήθιστη συμπεριφορά ή βλάβη.

Στις μέρες μας οι αισθητήρες είναι τεχνολογικά πολύ ανεπτυγμένοι και μπορούν να δώσουν τα απαραίτητα μετρητικά δεδομένα με πολύ μεγάλη ακρίβεια. Σε πρόσφατα συνέδρια και συμπόσια στην περιοχή της διαγνωστικής των κατασκευών (IDETC/CIE, IWSHM, ICOSSAR, EUROLYN), έχουν παρουσιαστεί σημαντικές εξελίξεις σε ότι αφορά την τεχνολογία των αισθητήρων που χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύ πεδίο εφαρμογών ελέγχου. Ωστόσο, το κοινό συμπέρασμα όλων αυτών των συναντήσεων ήταν ότι το κρίσιμο σημείο στις μέρες μας δεν είναι η απόκτηση της πληροφορίας,

αλλά οι αλγόριθμοι που θα επεξεργαστούν την πληθώρα των πληροφοριών που συλλέγονται και θα δώσουν χρήσιμα και απλά μέτρα για την αποτίμηση της παρούσας κατάστασης της κατασκευής.

Οι τεχνικές ελέγχου και διάγνωσης βλαβών μπορεί να είναι είτε «ολικές» είτε «τοπικές». Οι «ολικές» τεχνικές απαντούν μόνο στο ερώτημα ύπαρξης ή όχι βλάβης, ενώ οι «τοπικές» τεχνικές βοηθούν στον εντοπισμό της. Επίσης οι τεχνικές μπορεί να βασίζονται ή όχι σε δομικά μοντέλα. Οι μεν πρώτες βασίζονται σε μαθηματικά μοντέλα που περιγράφουν τις κατασκευές, ενώ οι δεύτερες βασίζονται στην επεξεργασία μετρητικών δεδομένων απόκρισης, (Fassois 2001, Petsounis και Fassois 2001). Και οι δυο κατηγορίες τεχνικών, έχουν επιτυχώς εφαρμοστεί στην ανίχνευση βλαβών σε κατασκευές. Οι τεχνικές που βασίζονται στη χρήση μοντέλων, επιδιώκουν να προσδιορίσουν τις παραμετρικές αλλαγές στα γραμμικά, χρονικά αμετάβλητα μοντέλα. Από την άλλη, οι τεχνικές που δε βασίζονται στη χρήση μοντέλων, περιλαμβάνουν την μορφική ανάλυση, τις δυναμικές μετρήσεις ευελιξίας, τις μεθόδους αναθεώρησης των μητρώων των μοντέλων και τις τεχνικές ανάλυσης κυματομορφών (wavelet transform). Αυτές οι μέθοδοι προσπαθούν να προσδιορίσουν βλάβες από τις αλλαγές στις αποκρίσεις των συστημάτων τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο των συχνοτήτων (χρονικές ιστορίες απόκρισης, ιδιοσυχνότητες, ιδιομορφές κλπ). Πολύ καλή ανασκόπηση αυτών των τεχνικών γίνεται στις εργασίες των Doebling et al. (1996), Doebling et al. (1998), Noori et al. (2001) και Doherty (1987). Τεχνικές ελέγχου και διάγνωσης βλαβών έχουν αναπτυχθεί και για άλλα μηχανικά συστήματα, όπως τεχνικές για τη διάγνωση διαρροών σε δίκτυα σωληνώσεων που βασίζονται στην πληροφορία μετρητικών δεδομένων ροής (Poulakis et al. 2003).

Σύμφωνα με τον Sikorsky (1999), ο έλεγχος δομικής ακεραιότητας των κατασκευών (Structural Health Monitoring) μπορεί να οριστεί με την ευρεία έννοια ως «η επί τόπου χρήση μη καταστρεπτικών μεθόδων για την αναγνώριση και ανάλυση των χαρακτηριστικών μίας κατασκευής, χρησιμοποιώντας τις αποκρίσεις της κατασκευής, με σκοπό την αναγνώριση ύπαρξης βλάβη (1ο επίπεδο διάγνωσης), τον προσδιορισμό της τοποθεσίας της βλάβης (2ο επίπεδο), την εκτίμηση του μεγέθους της βλάβης (3ο επίπεδο) και τον προσδιορισμό των συνεπειών της βλάβης στην αξιοπιστία και στη μακροζωία της κατασκευής, καθώς και στο αν η βλάβη μπορεί να επιδιορθωθεί (4ο επίπεδο)». Αν και έχουν γίνει πολλές εργασίες όπου εφαρμόζονται τεχνικές έλεγχου της δομικής ακεραιότητας διαφόρων τύπων κατασκευών, όπως για παράδειγμα μηχανολογικών ή αεροδιαστημικών κατασκευών, η εφαρμογή παρόμοιων τεχνικών σε μεγάλες κατασκευές πολιτικού μηχανικού είναι ακόμα σε προκαταρκτικό στάδιο. Ο γράφων γνωρίζει λίγους ερευνητές που προσπάθησαν να αντιμετωπίσουν την πρόκληση της μετατροπής των μετρούμενων στοιχείων έλεγχου σε μια βαθιά και εμφανή γνώση της συμπεριφοράς και της κατάστασης τέτοιου είδους κατασκευών. Η

πιθανότερη αιτία είναι η πολυπλοκότητα και η μοναδικότητα αυτών των κατασκευών, το μεγάλο μέγεθος τους, και η έκθεσή τους στο περιβάλλον που δυσκολεύει την ποσοτικοποίηση των ακριβών φορτίων καταπόνησης.

Οι τεχνικές ελέγχου της δομικής ακεραιότητας των κατασκευών που βασίζονται στην επεξεργασία ταλαντωτικών μετρήσεων χειρίζονται δύο βασικούς τύπους χαρακτηριστικών: τις δομικές παράμετρους (μάζα, ακαμψία, απόσβεση) και τις μορφικές παράμετρους (ιδιοσυχνότητες, ιδιομορφές, συντελεστές απόσβεσης). Η κύρια υπόθεση αυτών των τεχνικών είναι ότι η βλάβη μεταβάλλει σημαντικά την ακαμψία, τη μάζα ή την ενέργεια ενός συστήματος, τα οποία με τη σειρά τους προκαλούν μεταβολή στα μετρητικά δεδομένα απόκρισης του συστήματος. Αν και αυτή η υπόθεση φαίνεται να είναι λογική, η εφαρμογή της θέτει σημαντικές τεχνικές προκλήσεις. Η πιο θεμελιώδης πρόκληση είναι το γεγονός ότι καθώς η βλάβη είναι συνήθως ένα τοπικό φαινόμενο, μπορεί να μην επηρεάσει σημαντικά τις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες της κατασκευής, οι οποίες μετριούνται συνήθως στις μετρήσεις ταλαντώσεων. Άλλη μία θεμελιώδης πρόκληση είναι ότι πολλές φορές επιχειρείται διάγνωση βλαβών με μεθόδους που απαιτούν τη χρήση μετρητικών δεδομένων, αλλά τέτοια δεδομένα σχετικά με την υπό μελέτη κατασκευή δεν υπάρχουν ή είναι περιορισμένα. Αυτές οι προκλήσεις συμπληρώνονται και από πολλά άλλα πρακτικά ζητήματα που σχετίζονται με την καταγραφή επαναλαμβανόμενων και πάντα με την ίδια ακρίβεια μετρήσεων ταλαντώσεων χρησιμοποιώντας έναν περιορισμένο αριθμό θέσεων μέτρησης σε σύνθετες κατασκευές, που λειτουργούν συχνά σε δυσμενή περιβάλλοντα. Τέλος, υπάρχουν προκλήσεις που σχετίζονται με την καλύτερη χρησιμοποίηση των μη γραμμικών χαρακτηριστικών απόκρισης του συστήματος με βλάβη, την ανάπτυξη μεθόδων για τον καθορισμό του βέλτιστου αριθμού και τοποθεσίας των αισθητήρων, τον προσδιορισμό χαρακτηριστικών γνωρισμάτων ευαίσθητων σε μικρά επίπεδα βλάβης, την ικανότητα διάκρισης των χαρακτηριστικών γνωρισμάτων που άλλαξαν λόγω βλάβης και εκείνων που άλλαξαν λόγω των περιβαλλοντικών αλλαγών ή των αλλαγών στις συνθήκες μέτρησης, την ανάπτυξη στατιστικών μεθόδων για τη διάκριση των γνωρισμάτων που αντιστοιχούν στην κατασκευή με ή χωρίς βλάβη, και τη σύγκριση της απόδοσης των διαφορετικών μεθόδων διάγνωσης βλαβών όταν εφαρμόζονται χρησιμοποιώντας τα ίδια μετρητικά δεδομένα. Σε αυτά τα θέματα εστιάζεται σήμερα η έρευνα από αρκετούς παραγωγικούς τομείς, όπως η αυτοκινητοβιομηχανία, η πολεμική βιομηχανία και οι κατασκευαστικές εταιρείες πολύ μεγάλων κατασκευών, και οι οποίοι προσπαθούν παράλληλα, να εντάξουν στις καθημερινές πρακτικές τους τις δυνατότητες που προσφέρουν οι τρέχουσες τεχνικές διάγνωσης βλαβών.

Οι στρατηγικές ελέγχου και διάγνωσης βλαβών σε κατασκευές, οι οποίες χρησιμοποιούν πληροφορίες δυναμικών αποκρίσεων για να αναγνωρίσουν την

ύπαρξη, την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης, χρησιμοποιούν κυρίως τεχνικές αναθεώρησης μοντέλων.

1.2 Η Ανάγκη για Αναθεώρηση Μοντέλων

Στις μέρες μας, στα πλαίσια της δυναμικής ανάλυσης των κατασκευών, γίνεται μεγάλη προσπάθεια για τη δημιουργία μοντέλων, που να ταυτίζονται όσο το δυνατόν περισσότερο με τις υπό μελέτη κατασκευές. Η ύπαρξη ενός ακριβούς δυναμικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων μιας κατασκευής επιτρέπει τον καλύτερο σχεδιασμό της δυναμικής της συμπεριφοράς, με αποτέλεσμα να βελτιστοποιείται ο σχεδιασμός της κατασκευής και να εξοικονομούνται χρόνος και χρήματα. Το πρώτο βήμα είναι η παραγωγή ενός αναλυτικού μοντέλου, συνήθως ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο βασίζεται στις υποτιθέμενες εξισώσεις κίνησης. Ωστόσο, το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να περιέχει ανακρίβειες ή αβεβαιότητες. Το σφάλμα διακριτοποίησης, που προκύπτει λόγω στην προσέγγιση μιας συνεχούς δομής από έναν πεπερασμένο αριθμό μεμονωμένων στοιχείων, είναι έμφυτο στην τεχνική των πεπερασμένων στοιχείων. Άλλες ανακρίβειες μπορούν να οφείλονται στις υποθέσεις και τις απλοποιήσεις που γίνονται σε σχέση με την επιλογή των στοιχείων, τη μοντελοποίηση των συνοριακών συνθηκών, των συνδέσεων, κλπ.

Αυτές οι υποθέσεις και απλοποιήσεις έχουν ως συνέπεια οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές που προβλέπει το αναλυτικό μοντέλο, να μη συμπίπτουν με τα αναμενόμενα αποτελέσματα από το θεωρητικό μοντέλο. Εμφανώς, κάποιος θα επιθυμούσε ένα καλύτερο μοντέλο που να βασίζεται τόσο στα θεωρητικά όσο και στα πειραματικά αποτελέσματα. Προκειμένου να αντιμετωπιστούν τα προβλήματα ανακρίβειας στα αναλυτικά μοντέλα, η προσοχή έχει στραφεί στην ανάπτυξη μεθόδων μοντελοποίησης που να βασίζονται στις πειραματικές παρατηρήσεις. Η ερευνητική αυτή περιοχή ονομάζεται αναγνώριση συστημάτων και είναι ιδιαίτερα ενεργή τα τελευταία 40 χρόνια. Το υπό αναγνώριση μοντέλο μπορεί να είναι ένα παραμετρικό ή μη-παραμετρικό μοντέλο και, επιπλέον, μπορεί να είναι μη-γραμμικό. Μόλις επιλεγθεί το μοντέλο και η κατηγορία του μοντέλου, ακολουθεί η εκτίμηση των παραμέτρων.

Στη δυναμική των κατασκευών, η πειραματική μορφική ανάλυση μπορεί να θεωρηθεί ως ειδικός τομέας της αναγνώρισης συστημάτων για τον προσδιορισμό των μορφικών δεδομένων (ιδιοσυχνότητες, ιδιομορφές) από πειράματα ταλαντώσεων. Οι μεθοδολογίες μορφικών μετρήσεων και οι μεθοδολογίες εξαγωγής από αυτές των μορφικών χαρακτηριστικών (Ewins 2000, MC Connell 1995), έχουν ήδη αναπτυχθεί σημαντικά και θεωρούνται αξιόπιστες. Λαμβάνοντας υπόψη την ακρίβεια των οργάνων μέτρησης και των μετρητικών διατάξεων, είναι γενικά αποδεκτό ότι τα σφάλματα στις μετρήσεις είναι μικρότερα από ότι τα σφάλματα στις αναλυτικές προβλέψεις των μοντέλων. Σε αυτή τη διαπίστωση έγκειται η ανάγκη

επαναπροσδιορισμού των μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων λαμβάνοντας υπόψη το μετρητικά δεδομένα, διαδικασία που είναι γνωστή ως αναθεώρηση μοντέλων. Σκοπός της αναθεώρησης μοντέλων είναι η τροποποίηση παραμέτρων του αριθμητικού μοντέλου, όπως η μάζα, η ακαμψία και οι συντελεστές απόσβεσης, έτσι ώστε να υπάρχει καλύτερη συμφωνία μεταξύ των μετρήσεων και των προβλέψεων του μοντέλου. Ιδίως στην περίπτωση όπου το αναθεωρημένο μοντέλο πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για λόγους πρόβλεψης της συμπεριφοράς της κατασκευής σε μη δοκιμασμένες συνθήκες φόρτισης ή σε τροποποιημένες δομικές διαμορφώσεις, είναι σημαντικό η βελτίωση της σύγκλισης ανάμεσα στα μετρητικά δεδομένα και στις προβλέψεις του μοντέλου να επέλθει από τη διόρθωση των εσφαλμένων υποθέσεων μοντελοποίησης και όχι με τη δημιουργία άλλων, χωρίς φυσικό νόημα, τροποποιήσεων στο μοντέλο. Λεπτομερείς ανασκοπήσεις σχετικά με την παραμετρική αναγνώριση κατασκευών υπάρχουν στις εργασίες των Mottershead and Friswell (1993) και Doebling et al. (1996).

Η αναθεώρηση μοντέλων κατασκευών είναι ένα αντίστροφο πρόβλημα, σύμφωνα με το οποίο το μοντέλο μίας κατασκευής, συνήθως ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, προσαρμόζεται έτσι ώστε είτε οι χρονικές ιστορίες απόκρισης είτε τα μορφικά χαρακτηριστικά που προβλέπει, να συμπίπτουν όσο γίνεται περισσότερο με τις αντίστοιχες μετρούμενες ποσότητες. Σκοπός αυτής της αντίστροφης διαδικασίας είναι να αποδοθούν αναθεωρημένα μοντέλα και οι αντίστοιχες αβεβαιότητες, βασισμένα στα μετρητικά δεδομένα. Τα αναθεωρημένα αυτά μοντέλα αναμένεται να είναι ακριβέστερα στις προβλέψεις απόκρισης σε μελλοντικά φορτία, και να μπορούν να δώσουν μία εκτίμηση των αβεβαιοτήτων που σχετίζονται με τις προβλέψεις απόκρισης. Συνήθως, στην πράξη κατά την εφαρμογή του αντίστροφου προβλήματος της αναθεώρησης μοντέλων παρουσιάζονται προβλήματα αριθμητικής δισεπιλυσιμότητας (ill-conditioning) λόγω της μη ευαισθησίας της απόκρισης σε μεταβολές των παραμέτρων των μοντέλων, και μη μοναδικότητας (Udwadia and Sharma 1978; Berman 1989; Katafygiotis and Beck 1998; Katafygiotis et al. 2000) λόγω του περιορισμένου αριθμού μετρητικών δεδομένων σε σχέση με τον μεγάλο αριθμό των παραμέτρων που απαιτούνται για την περιγραφή λεπτομερειών των κατασκευών κατά τη μοντελοποίηση. Πρόσθετες δυσκολίες και περιορισμοί στην ευρωστία και την αξιοπιστία, που σχετίζονται με την ανάπτυξη αποτελεσματικών μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων είναι:

Τα σφάλματα μοντελοποίησης που είναι αναπόφευκτα, αφού η κατηγορία μοντέλων που έχει επιλεγεί δε μπορεί να προσομοιώσει πλήρως την πραγματική συμπεριφορά της κατασκευής.

Η παρουσία θορύβου στα δυναμικά μετρητικά δεδομένα, ιδιαίτερα στις μεγάλες ιδιοσυχνότητες. Τα δεδομένα δυναμικών μετρήσεων εμπεριέχουν γηγενή σφάλματα

που οφείλονται είτε σε ελαττωματικά όργανα, είτε σε περιβαλλοντικές αλλαγές κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, είτε σε ανεπαρκή επεξεργασία των αρχικών δεδομένων. Η παρουσία θορύβου, έχει σαν αποτέλεσμα να περιορίζεται ο αριθμός των μορφικών χαρακτηριστικών που μπορούν να προσδιοριστούν αξιόπιστα και ιδίως αυτών των υψηλότερων συχνοτήτων, όπου η αναλογία σήματος προς θόρυβο είναι πολύ μικρή.

Τα ελλιπή μετρητικά δεδομένα, αφού η απόκριση της κατασκευής καταγράφεται σε περιορισμένο αριθμό θέσεων, λόγω του περιορισμένου αριθμού διαθέσιμων αισθητήρων ή λόγω της περιορισμένης προσβασιμότητας στην κατασκευή. Επομένως, οι πληροφορίες σχετικά με την πλήρη ιδιομορφή είναι περιορισμένες. Επιπλέον, οι αισθητήρες δε διατάσσονται πάντα κατάλληλα πάνω στην κατασκευή ώστε να συλλέγεται η μέγιστη δυνατή πληροφορία για το μετρούμενο σύστημα.

Μη διέγερση όλων των ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής λόγω του περιορισμένου εύρους της διέγερσης και επομένως της απόκρισης. Η διέγερση ορισμένων μόνο ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής έχει σαν αποτέλεσμα να αποκρύπτονται μερικές από τις δυναμικές ιδιότητες του συστήματος. Από πειραματικής απόψεως, είναι δυσκολότερο να διεγείρει κάποιος τις υψηλότερες ιδιοσυχνότητες ενός συστήματος από ότι τις χαμηλότερες, καθώς απαιτείται περισσότερη ενέργεια.

Η σύζευξη ιδιομορφών στο μετρούμενο εύρος συχνοτήτων δυσκολεύει την αναγνώριση ιδιομορφών με πολύ κοντινές συχνότητες. Αυτή η δυσκολία παρατηρείται κυρίως στις υψηλότερες συχνότητες όπου η πυκνότητα των μορφών είναι συνήθως μεγαλύτερη.

1.3 Τοπικές και Ολικές Μέθοδοι Διάγνωσης Δομικής Ακεραιότητας Κατασκευών

Η έγκαιρη ανίχνευση οποιασδήποτε κατασκευαστικής ατέλειας επιτρέπει την όσο το δυνατόν ταχύτερη εκκίνηση των διαδικασιών αποκατάστασης, ώστε να εξασφαλιστεί η ασφάλεια και η αξιοπιστία των κατασκευών με το μικρότερο δυνατό κόστος. Αυτό όμως απαιτεί συχνή επιθεώρηση και συχνή εκτίμηση της δομικής κατάστασης τους.

Οι συνήθεις πρακτικές δομικού ελέγχου και διάγνωσης βλαβών σε κατασκευές περιλαμβάνουν τη συστηματική εξ' όψεως επιθεώρηση των κατασκευών, από έμπειρους μηχανικούς, για τον προσδιορισμό της τοποθεσίας και του εύρους των βλαβών. Αλλά το συνεχώς αυξανόμενο μέγεθος των κατασκευών καθιστούν τις τεχνικές αυτού του τύπου μη πρακτικές και αναξιόπιστες. Οι εξ' όψεως επιθεωρήσεις είναι δαπανηρές και χρονοβόρες, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις όπου απαιτείται αποσυναρμολόγηση της κατασκευής για να γίνει δυνατή η πρόσβαση στην περιοχή επιθεώρησης. Επιπλέον, δεν είναι εφικτός ο εντοπισμός βλαβών που δεν είναι ορατές από το ανθρώπινο μάτι.

Εναλλακτικές, μη καταστρεπτικές μέθοδοι διάγνωσης βλαβών είναι μέθοδοι που βασίζονται στην ακουστική, στους υπερήχους, τα μαγνητικά ή θερμικά φαινόμενα και τις ακτινογραφίες. Η εφαρμογή όμως αυτών των διαδικασιών σε ένα μεγάλο αριθμό δομικών τμημάτων είναι επίπονη και δαπανηρή. Επιπλέον, απαιτείται και η παρουσία ενός επιθεωρητή κάτι που περιορίζει τη συχνότητα των επιθεωρήσεων. Τέλος, αυτές είναι τοπικές μέθοδοι και απαιτούν μια εκ των προτέρων γνώση της τοποθεσίας της βλάβης και της προσβασιμότητας στην τοποθεσία αυτή. Οι τεχνολογικοί περιορισμοί των μεθόδων αυτών επιτρέπουν μόνο τη διάγνωση επιφανειακών βλαβών ή βλαβών που είναι κοντά στην επιφάνεια της κατασκευής.

Ωστόσο, έχουν αναπτυχθεί και άλλες τοπικές τεχνικές οι οποίες δεν απαιτούν την άμεση επέμβαση του χρήστη. Αυτές οι μεθοδολογίες έχουν σα σκοπό την επίλυση προβλημάτων που έχουν να κάνουν με τον έλεγχο δυσπρόσιτων στοιχείων των κατασκευών και με τον συχνότερο έλεγχο τους, τοποθετώντας αισθητήρες είτε απευθείας στα στοιχεία αυτά, είτε ενσωματώνοντας τους στα δομικά στοιχεία και ελέγχοντας τα από απόσταση. Οι περισσότερες από αυτές τις προσεγγίσεις βασίζονται στη χρήση αισθητήρων οπτικών ινών για τη μέτρηση της τάσης ή την παρουσία ρωγμών στα στοιχεία πάνω στα οποία είναι τοποθετημένοι (deVries et al. 1997; Maaskant et al. 1997; Fan 1995).

Όλες αυτές οι τοπικές τεχνικές μπορούν να δώσουν μία ένδειξη της τοποθεσίας της βλάβης και το πιθανό μέγεθος της για τις περιοχές όπου εφαρμόζονται. Με την ευρεία χρήση αυτών των τοπικών τεχνικών σε όλες της περιοχές της κατασκευής, μπορεί να δημιουργηθεί μία σαφείς εικόνα για την τρέχουσα κατάσταση ολόκληρης της κατασκευής. Αυτός μπορεί να είναι ένας λογικός τρόπος ελέγχου μικρών κατασκευών (π.χ. δοχεία πίεσης, πτερύγια αεροσκαφών). Όμως, για κατασκευές μεγαλύτερου μεγέθους και πολυπλοκότητας, ο έλεγχος κάθε επιμέρους τμήματος της δεν είναι εφικτός. Ωστόσο, είναι εφικτός ο έλεγχος μερικών επιλεγμένων τμημάτων τους.

Κατάλληλες για τον έλεγχο μεγάλου μεγέθους κατασκευών είναι οι μη-καταστρεπτικές μέθοδοι που ελέγχουν τα δυναμικά χαρακτηριστικά των κατασκευών μετρώντας μόνο σε ορισμένα σημεία τους, δίνοντας έναν «ολικό» ποσοτικοποιημένο τρόπο εκτίμησης της κατάστασης της κατασκευής. Αυτές οι μέθοδοι βασίζονται στο γεγονός ότι η δημιουργία βλάβης οδηγεί σε μεταβολή των δυναμικών ιδιοτήτων των κατασκευών (ιδιοσυχνοτήτων, ιδιομορφών, συντελεστών απόσβεσης). Το μειονέκτημά τους είναι ότι ο προσδιορισμός της τοποθεσίας και του μεγέθους της βλάβης γίνεται δυσκολότερος. Το κρίσιμο βήμα αυτών των μεθοδολογιών είναι η συσχέτιση των μεταβολών που παρατηρούνται στις μετρήσεις ορισμένων συγκεκριμένων σημείων, με μεταβολές που συμβαίνουν σε ολόκληρη την κατασκευή. Οι ολικές τεχνικές διαφοροποιούνται από τον τρόπο συσχέτισης αυτών των μεταβολών και από τους στόχους που θέτει η κάθε μία.

1.4 Δομή της Παρούσας Εργασίας

Στο 2^ο Κεφάλαιο παρουσιάζεται η κατηγορία των παραμετροποιημένων μοντέλων που επιλέγεται να περιγράψουν τη συμπεριφορά των κατασκευών. Οι παράμετρος αυτής της κατηγορίας μοντέλων είναι οι ελεύθερες παράμετρος που θα αναγνωρισθούν χρησιμοποιώντας δυναμικές μετρήσεις. Γίνεται περιγραφή μεθοδολογιών χωρισμού των κατασκευών σε υποκατασκευές και παραμετροποίησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια γίνεται μία σύντομη περιγραφή μερικών τεχνικών αναθεώρησης μοντέλων. Μεταξύ αυτών συμπεριλαμβάνεται η μέθοδος πολυκριτηριακής αναγνώρισης δυναμικών συστημάτων (MOID) που έχει πρόσφατα προταθεί στην εργασία των Haralampidis et al. (2005) και η ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος των σταθμισμένων υπολοίπων. Η μέθοδος πολυκριτηριακής αναγνώρισης προτείνει ένα σύνολο Pareto αποδεκτών βέλτιστων μοντέλων της κατασκευής των οποίων οι προβλέψεις είναι κοντά στα διαθέσιμα μετρητικά δεδομένα. Από την άλλη πλευρά, το μοντέλο που προτείνεται ως βέλτιστο από τη μέθοδο των υπολοίπων εξαρτάται από τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας που χρησιμοποιούνται. Στη συνέχεια εξετάζονται οι ομοιότητες των δύο μεθόδων. Ειδικότερα, διαφοροποιώντας τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας των σταθμισμένων υπολοίπων προκύπτει μία ομάδα εναλλακτικών Pareto βέλτιστων μοντέλων που είναι ένα υποσύνολο των Pareto βέλτιστων μοντέλων που λαμβάνονται από τη μέθοδο της πολυκριτηριακής αναγνώρισης. Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει, είναι ποίο από όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα θα πρέπει να επιλέξει κάποιος για να το χρησιμοποιήσει στις περαιτέρω μελέτες προβλέψεις χρησιμοποιώντας τις διαθέσιμες δυναμικές μετρήσεις.

Στο 3^ο Κεφάλαιο εξετάζεται το πρόβλημα επιλογής του πιθανότερου δομικού μοντέλου ανάμεσα από όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα, με ένα συστηματικό τρόπο που βασίζεται στις μετρούμενες μορφικές ιδιότητες. Η επιλογή του πιθανότερου μοντέλου γίνεται με τη βοήθεια της στατιστικής θεωρίας του Bayes. Οι αβεβαιότητες των παραμέτρων των μοντέλων ποσοτικοποιούνται με κατανομές πιθανοτήτων και στη συνέχεια αυτές οι κατανομές αναθεωρούνται με βάση τις πιθανότητες των μοντέλων για τα σφάλματα πρόβλεψης που ορίζονται ως η διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο μορφικές ποσότητες. Σε παλαιότερες ανάλογες μελέτες γίνεται η υπόθεση ότι τα σφάλματα πρόβλεψης έχουν κατανομή Gauss με δεδομένη τη σχέση ανάμεσα στη μεταβλητότητα του κάθε σφάλματος πρόβλεψης. Στην παρούσα εργασία η διατύπωση, η οποία βασίζεται στο θεώρημα του Bayes, επεκτείνεται ώστε να γίνει εκτίμηση της μεταβλητότητας των σφαλμάτων πρόβλεψης χρησιμοποιώντας τα μετρητικά δεδομένα. Αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη τιμή των συντελεστών βαρύτητας στη μέθοδο των σταθμισμένων υπολοίπων για μια ομάδα μετρούμενων μορφικών ιδιοτήτων είναι ασυμπτωτικά, για μεγάλο αριθμό μετρητικών δεδομένων, αντιστρόφως ανάλογη της βέλτιστης τιμής του υπολοίπου της

αντίστοιχης ομάδας. Προτείνεται ένας υπολογιστικά αποδοτικός αλγόριθμος, για την ταυτόχρονη εύρεση της βέλτιστης τιμής των συντελεστών βαρύτητας και των αντίστοιχων βέλτιστων τιμών των δομικών παραμέτρων. Η προτεινόμενη μέθοδος ονομάζεται μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων. Γίνεται επίδειξη της μεθόδου με δύο παραδείγματα, χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα από απλά συστήματα ελατηρίων-μαζών, με σκοπό την ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της μεθόδου σε σχέση με τη μέθοδο των σταθμισμένων υπολοίπων.

Στο 4^ο Κεφάλαιο, αναπτύσσεται μια μεθοδολογία επιλογής της βέλτιστης κατηγορίας μοντέλων, ανάμεσα από μία ομάδα ανταγωνιστικών κατηγοριών μοντέλων, καθώς και το πρόβλημα υπολογισμού των τιμών των παραμέτρων της βέλτιστης κατηγορίας μοντέλων. Η μεθοδολογία αυτή βρίσκει εφαρμογή στη διάγνωση βλαβών σε κατασκευές. Κάθε κατηγορία μοντέλων αντιπροσωπεύει πιθανές καταστάσεις βλάβης της κατασκευής, ενδεικτικής της τοποθεσίας της βλάβης. Χρησιμοποιώντας τη στατιστική θεωρία του Bayes, όλες οι πιθανές τοποθεσίες βλαβών κατατάσσονται με βάση τη μεταγενέστερη πιθανότητα (posterior probability) της αντίστοιχης κατηγορίας μοντέλων. Το μέγεθος της βλάβης προκύπτει από την μεταγενέστερη πιθανότητα των παραμέτρων που αντιστοιχούν στην πιθανότερη κατηγορία μοντέλων. Ο υπολογισμός των πολυδιάστατων ολοκληρωμάτων πιθανοτήτων που προκύπτουν κατά την ανάλυση γίνεται τόσο με τη χρήση ασυμπτωτικών προσεγγίσεων, όσο και με μεθόδους δειγματοληψίας Monte Carlo και σημαίνοντων δειγμάτων (importance sampling). Η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών επιδεικνύεται εφαρμόζοντας την σε δύο κατασκευές. Αρχικά η μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών εφαρμόζεται χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα μορφικά δεδομένα από ένα απλό σύστημα ελατηρίου μάζας στο οποίο δημιουργούνται διάφορες περιπτώσεις βλάβης. Στη συνέχεια η μέθοδος εφαρμόζεται για την πρόβλεψη της τοποθεσίας και του μεγέθους της βλάβης σε μία πρότυπη τετραώροφη μεταλλική κατασκευή, χρησιμοποιώντας δεδομένα αποκρίσεων που αντιστοιχούν σε διάφορα σενάρια βλάβης της κατασκευής.

Στο 5^ο Κεφάλαιο, εξετάζεται η σημασία της διάταξης των αισθητήρων (θέση και αριθμός αισθητήρων) για την αναγνώριση των κατασκευών. Αρχικά γίνεται μία ανασκόπηση στα θεωρητικά και τα υπολογιστικά ζητήματα που προκύπτουν για την επιλογή της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων με σκοπό την αναγνώριση δυναμικών χαρακτηριστικών των κατασκευών. Η εντροπία της πληροφορίας, που εκφράζει ένα απλό μέτρο της αβεβαιότητας στην εκτίμηση των παραμέτρων ενός μοντέλου, χρησιμοποιείται ως μέτρο της αποτελεσματικότητας κάθε διάταξης αισθητήρων. Προκύπτει μια χρήσιμη ασυμπτωτική προσέγγιση για τον υπολογισμό της εντροπίας της πληροφορίας, και η οποία ισχύει για έναν μεγάλο αριθμό μετρητικών δεδομένων. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η ασυμπτωτική προσέγγιση για να αποδειχτεί ότι η

επιλογή της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων μπορεί να βασιστεί απλά σε ένα ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής, αγνοώντας τις λεπτομέρειες που περιέχονται στα μετρητικά δεδομένα και τα οποία δεν είναι διαθέσιμα στο αρχικό στάδιο σχεδιασμού της διάταξης των αισθητήρων. Αποδεικνύεται επιπλέον, ότι τα άνω και κάτω όρια της εντροπίας της πληροφορίας είναι φθίνουσες συναρτήσεις του αριθμού των αισθητήρων. Με βάση αυτή τη διαπίστωση, χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος διαδοχικής τοποθέτησης αισθητήρων για να παραχθούν αποτελεσματικές διατάξεις αισθητήρων που είναι ανώτερες από αυτές που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τους γενετικούς αλγορίθμους, από την άποψη της υπολογιστικής αποδοτικότητας και ακρίβειας. Οι θεωρητικές διαπιστώσεις και η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων αλγορίθμων επιδεικνύονται με την εύρεση της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων για έναν απλό σύστημα ελατηρίων-μαζών, 10 βαθμών ελευθερίας.

Στο 6^ο Κεφάλαιο διερευνάται και συγκρίνεται η δυνατότητα εφαρμογής και η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων (πολυκριτηριακής αναγνώρισης, ίσης στάθμισης μορφικών υπολοίπων και βέλτιστης στάθμισης μορφικών υπολοίπων) που περιγράφηκαν στα Κεφάλαια 2 και 3, χρησιμοποιώντας ταλαντωτικές μετρήσεις που συλλέχθηκαν από μία μικρής κλίμακας τριώροφη μεταλλική εργαστηριακή κατασκευή η οποία βρίσκεται στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων κάθε μεθόδου. Εξετάζονται δύο παραμετρικά μοντέλα της κατασκευής. Ένα μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας και ένα λεπτομερέστερο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων 546 βαθμών ελευθερίας. Δημιουργούνται και εξετάζονται διάφορες δομικές καταστάσεις της κατασκευής. Χρησιμοποιούνται οι προτεινόμενες μέθοδοι αναθεώρησης μοντέλων για την αναθεώρηση των μοντέλων χρησιμοποιώντας μετρήσεις από τις εξεταζόμενες δομικές καταστάσεις. Η αποτελεσματικότητα κάθε μεθόδου αναθεώρησης μοντέλων εξετάζεται ενδελεχώς και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα σχετικά με τα πλεονεκτήματα της προτεινόμενης μεθόδου βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων.

Στο 7^ο Κεφάλαιο, γίνεται εφαρμογή των προτεινόμενων μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων για την αναθεώρηση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων μίας γέφυρας τεσσάρων ανοιγμάτων από σκυρόδεμα, χρησιμοποιώντας ελλιπή μορφικά δεδομένα. Τα μορφικά χαρακτηριστικά της γέφυρας προσδιορίζονται με την ανάλυση ταλαντώσεων προερχόμενων από λειτουργικά φορτία που προκαλούνται κυρίως από την κυκλοφορία οχημάτων πάνω στη γέφυρα. Υιοθετήθηκαν δύο παραμετροποιημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προτεινόμενων μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων (πολυκριτηριακής αναγνώρισης, ίσης στάθμισης μορφικών υπολοίπων και βέλτιστης στάθμισης μορφικών υπολοίπων) που περιγράφηκαν στα Κεφάλαια 2 και 3. Αποκαλύπτονται

συγκεκριμένα γνωρίσματα και δυσκολίες που σχετίζονται με την αναθεώρηση μοντέλων, όπως η παρουσία πολλαπλών τοπικών/ολικών ελαχίστων και η παρουσία ανωμαλιών και ασυνεχειών στο μέτωπο Pareto. Ερευνάται η αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου ως βέλτιστου μοντέλου από τη μεθοδολογία βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, έναντι των υπολοίπων Pareto βέλτιστων μοντέλων.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 8 γίνεται μία σύνοψη των συμπερασμάτων της παρούσας εργασίας και γίνονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα πάνω σε θέματα που σχετίζονται με την παρούσα διατριβή.

2. Τεχνικές Αναθεώρησης Μοντέλων

2.1 Εισαγωγή

Για το σχεδιασμό και την ανάλυση των κατασκευών απαιτείται γενικά ένα μαθηματικό μοντέλο που αντιπροσωπεύει τη συμπεριφορά της κατασκευής. Το καταλληλότερο εργαλείο μοντελοποίησης των κατασκευών είναι στις μέρες μας η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Εντούτοις, συχνά παρατηρείται ότι το αρχικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων είναι μια φτωχή αντανάκλαση της κατασκευής, ιδιαίτερα στον τομέα πρόβλεψης της δυναμικής συμπεριφοράς της. Οι ανακρίβειες προκύπτουν λόγω των απλοποιήσεων και των εξιδανικεύσεων που γίνονται κατά τη μοντελοποίηση. Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι αναθεώρησης του αρχικού μοντέλου των κατασκευών χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα. Αυτές οι τεχνικές βασίζονται στην ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων πρόβλεψης του μοντέλου είτε με βάση τις μετρούμενες χρονικές ιστορίες απόκρισης είτε με βάση τα μορφικά χαρακτηριστικά στην περίπτωση γραμμικών μοντέλων κατασκευών.

Σε αυτό το κεφάλαιο, αρχικά παρουσιάζεται η γενική κατηγορία των παραμετροποιημένων μοντέλων που επιλέγεται για την περιγραφή της συμπεριφοράς των κατασκευών. Οι παράμετροι των μοντέλων αυτής της κατηγορίας αποτελούν και τις ελεύθερες παράμετρος που θα αναγνωρισθούν χρησιμοποιώντας τις δυναμικές μετρήσεις. Γίνεται περιγραφή μεθοδολογιών χωρισμού των κατασκευών σε υποκατασκευές και μεθοδολογιών παραμετροποίησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια γίνεται μία σύντομη περιγραφή επιλεγμένων τεχνικών αναθεώρησης μοντέλων. Συγκεκριμένα, περιγράφεται η μέθοδος πολυκριτηριακής αναγνώρισης δυναμικών συστημάτων που έχει πρόσφατα προταθεί στην εργασία των Haralampidis et al. (2005) και η ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος των σταθμισμένων υπολοίπων. Η μέθοδος πολυκριτηριακής αναγνώρισης προτείνει ένα σύνολο Pareto αποδεκτών βέλτιστων μοντέλων της κατασκευής των οποίων οι προβλέψεις είναι κοντά στα διαθέσιμα μετρητικά δεδομένα. Από την άλλη πλευρά, το

μοντέλο που προτείνεται ως βέλτιστο από τη μέθοδο των σταθμισμένων υπολοίπων εξαρτάται από τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας που χρησιμοποιούνται. Στη συνέχεια εξετάζονται οι ομοιότητες των δύο μεθόδων. Ειδικότερα, διαφοροποιώντας τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας των σταθμισμένων υπολοίπων προκύπτει μία ομάδα εναλλακτικών Pareto βέλτιστων μοντέλων, που αποτελεί ένα υποσύνολο των βέλτιστων μοντέλων που λαμβάνονται από τη μέθοδο της πολυκριτηριακής αναγνώρισης. Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει είναι ποιο από όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα θα πρέπει να επιλέξει κάποιος για να το χρησιμοποιήσει στις περαιτέρω μελέτες προβλέψεις με βάση τις διαθέσιμες δυναμικές μετρήσεις. Μία μέθοδος για την επιλογή του πιθανότερου μοντέλου ανάμεσα από όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα, με ένα συστηματικό τρόπο που να βασίζεται στα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά, παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3.

2.2 Κατηγορία Δομικών Μοντέλων

Έστω M μία κατηγορία γραμμικών δομικών παραμετρικών μοντέλων που περιγράφουν τη δυναμική συμπεριφορά μίας κατασκευής. Έστω θ οι παράμετροι που παραμετροποιούν αυτή την κατηγορία των δομικών μοντέλων. Η εξίσωση κίνησης ενός τέτοιου συστήματος είναι

$$M(\theta)\ddot{q}(t) + C(\theta)\dot{q}(t) + K(\theta)q(t) = f(t) \quad (2.1)$$

όπου $M(\theta)$, $C(\theta)$ και $K(\theta) \in \mathbb{R}^{N_d \times N_d}$ είναι τα ολικά μητρώα μάζας, απόσβεσης και ακαμψίας αντίστοιχα, $q(t) \in \mathbb{R}^{N_d}$ είναι το μητρώο των μετατοπίσεων των βαθμών ελευθερίας (BE) του μοντέλου, $f(t) \in \mathbb{R}^{N_d}$ είναι το διάνυσμα των δυνάμεων στους BE του μοντέλου και N_d είναι ο συνολικός αριθμός των BE του μοντέλου.

Οι παράμετροι θ είναι η ομάδα των ελεύθερων παραμέτρων του μοντέλου που θέλουμε να προσδιορίσουμε χρησιμοποιώντας της μετρήσεις. Οι παράμετροι θ σχετίζονται συνήθως με τις ιδιότητες της κατασκευής, όπως η μάζα και η ακαμψία, καθώς και με τις συνοριακές συνθήκες. Μερικά παραδείγματα ιδιοτήτων των πεπερασμένων στοιχείων που μπορεί να περιλαμβάνουν οι παράμετροι είναι: μέτρο ελαστικότητας, μέγεθος διατομής, πάχος, καμπτική και στρεπτική ακαμψία, πυκνότητα της μάζας των πεπερασμένων στοιχείων που συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο, συντελεστές απόσβεσης, καθώς και τιμές της ενδοτικότητας (μεταφορική ή στρεπτική) που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο για να περιγράψουν τις συνθήκες σύνδεσης στους κόμβους, στα σύνορα και στις στηρίξεις.

Γενικώς, το μητρώο μάζας $M(\theta)$ μπορεί να θεωρηθεί γνωστό από τα κατασκευαστικά σχέδια και χρονικά αμετάβλητο. Σε όλη την παρούσα εργασία το μητρώο μάζας θεωρείται συμμετρικό και θετικά ορισμένο. Επιπλέον, το μητρώο απόσβεσης των μοντέλων της επιλεγμένης κατηγορίας μοντέλων θεωρείται ότι είναι

της μορφής $CM^{-1}K = KM^{-1}C$, το οποίο εξασφαλίζει ότι το μοντέλο των ιδιομορφών έχει κλασσική απόσβεση (classical normal modes) (Caughey and O'Kelly, 1965).

2.3 Χωρισμός Συστημάτων σε Υποκατασκευές και Παραμετροποίηση Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, αρχικά παράγονται τα μητρώα μάζας και ακαμψίας των στοιχείων, στη συνέχεια τα μητρώα μάζας και ακαμψίας υποκατασκευών που αποτελούνται από μία ομάδα στοιχείων, και τελικά τα ολικά μητρώα μάζας και ακαμψίας της κατασκευής. Αυτά τα μητρώα εξαρτώνται από τις ιδιότητες της κατασκευής, όπως το μέτρο ελαστικότητας, την πυκνότητα και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της (π.χ. διατομές, πάχος, μήκος και ροπές αδράνειας). Συνήθως, για αναθεώρηση επιλέγεται μια υποομάδα αυτών των ιδιοτήτων. Οι ιδιότητες που αναθεωρούνται συμπεριλαμβάνονται στο σύνολο των παραμέτρων θ .

Ειδικότερα, έστω K^e και M^e τα μητρώα ακαμψίας και μάζας αντίστοιχα, ενός απλού στοιχείου. Στην παρακάτω γενική μορφή, δηλώνεται η εξάρτηση αυτών των μητρώων ενός απλού στοιχείου από τις παράμετρος θ :

$$K^e = K^e(\theta) \text{ και } M^e = M^e(\theta) \quad (2.2)$$

Στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων η συνεισφορά ενός απλού στοιχείου στα ολικά μητρώα μάζας και ακαμψίας, με βάση την παραπάνω διατύπωση, δηλώνεται με την ακόλουθη μορφή

$$K(\theta) = \sum_{i=1}^{N_e} K_i^e(\theta) \text{ και } M(\theta) = \sum_{i=1}^{N_e} M_i^e(\theta) \quad (2.3)$$

όπου N_e είναι ο αριθμός των στοιχείων στο μοντέλο και \sum δηλώνει τη σύνθεση των επιμέρους μητρώων που λαμβάνει χώρα στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Οι σχέσεις (2.3) αποτελούν τις μαθηματικές εκφράσεις του γεγονότος ότι τα ολικά μητρώα μάζας και ακαμψίας συντίθενται από τα αντίστοιχα μητρώα των επιμέρους στοιχείων.

Γενικά, τα ολικά μητρώα μάζας και ακαμψίας $M(\theta)$ και $K(\theta)$ είναι μη γραμμικές συναρτήσεις των παραμέτρων θ του μοντέλου. Ωστόσο, σε πρακτικές εφαρμογές κατά την παραμετροποίηση και τα δύο μητρώα $M(\theta)$ και $K(\theta)$ θεωρούνται συνήθως γραμμικές συναρτήσεις των θ . Οι δύο περιπτώσεις γραμμικής και μη-γραμμικής σχέσης ανάμεσα στα μητρώα $M(\theta)$ και $K(\theta)$ και στις παράμετρος θ του μοντέλου, εξετάζονται χωριστά στις παρακάτω δύο υποενότητες.

2.3.1 Γραμμική Σχέση Μεταξύ Μητρώων του Μοντέλου και Παραμέτρων

Για την περίπτωση γραμμικής σχέσης μεταξύ των μητρώων μάζας και ακαμψίας ενός δομικού μοντέλου και των παραμέτρων θ , ισχύει ότι

$$K(\theta) = K_0 + \sum_{i=1}^{N_\theta} K_i \theta_i \quad \text{και} \quad M(\theta) = M_0 + \sum_{i=1}^{N_\theta} M_i \theta_i \quad (2.4)$$

με

$$K_i = \overset{N_c}{\underset{1}{\mathbf{A}}} K_i^e \quad \text{και} \quad M_i = \overset{N_c}{\underset{1}{\mathbf{A}}} M_i^e \quad (2.5)$$

όπου N_θ είναι ο αριθμός των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για την παραμετροποίηση του δομικού μοντέλου, K_0 και M_0 είναι τα μητρώα που έχουν συντεθεί από τα μητρώα ακαμψίας και μάζας των στοιχείων που δεν εξαρτώνται από τις παράμετρος θ , ενώ K_i και M_i είναι τα μητρώα που έχουν συντεθεί από τα μητρώα ακαμψίας και μάζας στοιχείων που εξαρτώνται γραμμικά από τα θ .

Τα μητρώα K_0 , K_i , M_0 και M_i είναι σταθερά, ανεξάρτητα των παραμέτρων θ , και έχουν συντεθεί από τα αντίστοιχα μητρώα των επιμέρους στοιχείων K_0^e , K_i^e , M_0^e και M_i^e , χρησιμοποιώντας τη συνήθη διαδικασία σύνθεσης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Από τη (2.5) είναι προφανές ότι η παραμετροποίηση του μοντέλου γίνεται σε επίπεδο στοιχείου και χρησιμοποιείται για τη σύνθεση των ολικών μητρώων $K(\theta)$ και $M(\theta)$. Αφού ολοκληρωθεί η παραμετροποίηση και τα μητρώα K_0 , K_i , M_0 και M_i έχουν υπολογιστεί και αποθηκευτεί στη μνήμη του υπολογιστή, τα ολικά μητρώα μάζας και ακαμψίας εύκολα υπολογίζονται για κάθε τιμή των παραμέτρων θ χρησιμοποιώντας την παραμετροποίηση της (2.4). Αυτή η παραμετροποίηση είναι πολύ ελκυστική καθώς η διαδικασία αναθεώρησης μοντέλων απαιτεί τον επαναλαμβανόμενο υπολογισμό των ολικών μητρώων για διάφορες τιμές των παραμέτρων θ .

Αναπτύχθηκε ένα υπολογιστικά αποδοτικό λογισμικό αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων σε περιβάλλον MATLAB, για τη διαχείριση αυθαίρετων σχημάτων παραμετροποίησης που καθορίζονται από το χρήστη και περιλαμβάνουν παράμετρος που σχετίζονται με τις φυσικές ιδιότητες των στοιχείων της κατασκευής.

2.3.2 Μη-Γραμμική Σχέση Μεταξύ Μητρώων του Μοντέλου και Παραμέτρων

Στη γενική περίπτωση όπου η σχέση μεταξύ των μητρώων μάζας και ακαμψίας του μοντέλου και των παραμέτρων θ είναι μη-γραμμική, τα ολικά μητρώα ακαμψίας και μάζας δίνονται από τις ακόλουθες εκφράσεις

$$K(\boldsymbol{\theta}) = K_0 + \sum_{i=1}^{N_e} K_i \theta_i + \sum_e K_{nonl}^e(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.6)$$

$$M(\boldsymbol{\theta}) = M_0 + \sum_{i=1}^{N_e} M_i \theta_i + \sum_e M_{nonl}^e(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.7)$$

με

$$K_i = \sum_{i=1}^{N_e} K_i^e \text{ και } M_i = \sum_{i=1}^{N_e} M_i^e \quad (2.8)$$

όπου $K_{nonl}^e(\boldsymbol{\theta})$ και $M_{nonl}^e(\boldsymbol{\theta})$ είναι τα τμήματα των ολικών μητρώων που εξαρτώνται μη-γραμμικά από τις παράμετρος $\boldsymbol{\theta}$.

Για κάθε τιμή των παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}$, ο υπολογισμός των ολικών μητρώων πρέπει να επαναλαμβάνεται σε επίπεδο στοιχείου, μόνο για τα στοιχεία που έχουν μη-γραμμική εξάρτηση από τις παράμετρος $\boldsymbol{\theta}$. Στη συνέχεια, τα μητρώα αυτών των στοιχείων συντίθενται ώστε να αποτελέσουν το μη-γραμμικό μέρος των ολικών μητρώων. Αυτός ο τρόπος παραμετροποίησης είναι υπολογιστικά αποδοτικός, μόνο στην περίπτωση που υπάρχει ένας μικρός αριθμός στοιχείων των οποίων τα μητρώα μάζας και ακαμψίας έχουν μη-γραμμική σχέση με τις παράμετρος $\boldsymbol{\theta}$.

2.4 Τεχνικές Αναθεώρησης Μοντέλων με Χρήση Μορφικών Χαρακτηριστικών

2.4.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα αναγνώρισης των παραμέτρων ενός δομικού μοντέλου χρησιμοποιώντας δυναμικές μετρήσεις είναι ιδιαίτερα δημοφιλές στις μέρες μας, λόγω της σημασίας του στην αναθεώρηση δομικών μοντέλων και στον έλεγχο της δομικής ακεραιότητας των κατασκευών. Η εκτίμηση των τιμών των παραμέτρων του μοντέλου πρέπει να γίνει λαμβάνοντας υπόψη τις αβεβαιότητες που οφείλονται στους περιορισμούς των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της συμπεριφοράς της πραγματικής κατασκευής, την παρουσία σφαλμάτων στις μετρήσεις και το περιορισμένο εύρος της διέγερσης και της απόκρισης. Οι μεθοδολογίες αναγνώρισης των κατασκευών και αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων (e.g. Vanik et al. 2000; Bohle and Fritzen 2003; Hjelmstad and Shin 1996; Friswell and Mottershead 1995; Farhat and Hemez 1993; Alvin 1997) εφαρμόζονται συνήθως με τη χρήση μορφικών δεδομένων, μιας και μπορούν εύκολα να προσδιοριστούν από διαθέσιμες τεχνικές αναγνώρισης μορφικών χαρακτηριστικών, είτε για δεδομένα εξαναγκασμένης ταλάντωσης (Ewins 2000; Mc Connell 1995), είτε για δεδομένα που οφείλονται σε λειτουργικά φορτία (Katafygiotis and Yuen 2001; Beck et al. 1994). Εντούτοις,

υπάρχουν και τεχνικές αναγνώρισης των κατασκευών και αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων που βασίζονται σε χρονικές ιστορίες αποκρίσεων (Werner et al. 1987; Beck and Jennings 1980). Το βέλτιστο δομικό μοντέλο που προκύπτει από αυτές τις μεθόδους χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη της απόκρισης και της αξιοπιστίας της κατασκευής, καθώς και για τον έλεγχο της δομικής ακεραιότητάς της.

Το πρόβλημα αναγνώρισης των παραμέτρων χρησιμοποιώντας δεδομένα μετρήσεων συνήθως διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης σταθμισμένων υπολοίπων, στο οποίο οι αντικειμενικές συναρτήσεις, οι οποίες μετράνε το πόσο κοντά είναι τα μετρητικά δεδομένα με τα δεδομένα πρόβλεψης του μοντέλου, συντίθενται σε μία μόνο αντικειμενική συνάρτηση χρησιμοποιώντας συντελεστές βαρύτητας ως ακολούθως

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n w_i J_i(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.9)$$

όπου $J_i(\boldsymbol{\theta})$ είναι το μέτρο του υπολοίπου της διαφοράς μεταξύ των μετρούμενων ποσοτήτων που εμπεριέχονται στην i ομάδα, και των αντίστοιχων προβλεπόμενων ποσοτήτων από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων, για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}$ και $J(\boldsymbol{\theta})$ είναι το άθροισμα των υπολοίπων όλων των n ομάδων. Για συντομία το μέτρο $J_i(\boldsymbol{\theta})$ ονομάζεται μορφικό υπόλοιπο. Οι τιμές των συντελεστών βαρύτητας εξαρτώνται από την καταλληλότητα της κατηγορίας των μοντέλων που έχει επιλεγεί για την περιγραφή της κατασκευής και την ακρίβεια συλλογής των μετρήσεων. Δεδομένα με μεγαλύτερη αβεβαιότητα πρέπει να σταθμιστούν με μικρότερους συντελεστές βαρύτητας. Το αποτέλεσμα της αναγνώρισης εξαρτάται από τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Ωστόσο, η επιλογή των τιμών των συντελεστών βαρύτητας γίνεται αυθαίρετα, αφού η αβεβαιότητα στα μετρητικά δεδομένα και τα σφάλματα μοντελοποίησης δεν είναι γνωστά εκ των προτέρων. Στη συνέχεια χρησιμοποιούνται συνήθεις τεχνικές βελτιστοποίησης για την εύρεση των βέλτιστων τιμών των δομικών παραμέτρων που ελαχιστοποιούν το μέτρο του συνολικού μορφικού υπολοίπου. Η μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση είναι υπολογιστικά ελκυστική διαδικασία καθώς η επίλυση του προβλήματος μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας συμβατικούς αλγόριθμους ελαχιστοποίησης. Η εύρεση των βέλτιστων τιμών των συντελεστών βαρύτητας είναι ένα από τα κύρια θέματα της παρούσας εργασίας.

Εναλλακτικά, το πρόβλημα αναγνώρισης των παραμέτρων διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής αναγνώρισης κατά το οποίο υπολογίζονται οι Pareto βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων, οι οποίες αντιστοιχούν σε όλες τις πιθανές τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Το χαρακτηριστικό των Pareto λύσεων είναι ότι είναι όλες αποδεκτές, με την ιδιότητα ότι δε μπορεί να ελαττωθεί το σφάλμα σε

οποιαδήποτε αντικειμενική συνάρτηση χωρίς ταυτόχρονα να μεγαλώσει το σφάλμα σε μία άλλη τουλάχιστον αντικειμενική συνάρτηση. Η χρήση εξελικτικών αλγορίθμων είναι η ενδεδειγμένη μέθοδος για τον υπολογισμό των Pareto βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Η μέθοδος πολυκριτηριακής αναγνώρισης και η μέθοδος των σταθμισμένων υπολοίπων παρουσιάζονται με λεπτομέρεια σε παρακάτω υποενότητες.

2.4.2 Διατύπωση του Προβλήματος

Έστω ότι $D = \{\hat{\omega}_r^{(k)}, \hat{\phi}_r^{(k)} \in R^{N_0}, r = 1, \dots, m, k = 1, \dots, N_D\}$ είναι τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά μίας κατασκευής, τα οποία αποτελούνται από τις ιδιοσυχνότητες $\hat{\omega}_r^{(k)}$ και τις ιδιομορφικές συνιστώσες $\hat{\phi}_r^{(k)}$ στους N_0 μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας, όπου m είναι ο αριθμός των μετρούμενων ιδιομορφών και N_D είναι ο αριθμός των διαθέσιμων σετ μετρήσεων.

Έστω M μια κατηγορία παραμετροποιημένων δομικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της δυναμικής συμπεριφοράς της υπό μελέτη κατασκευής και έστω $\theta \in R^{N_\theta}$ η ομάδα των ελεύθερων δομικών παραμέτρων που θα αναγνωριστούν με τη χρήση των μετρούμενων μορφικών δεδομένων. Έστω επίσης, ότι $\{\omega_r(\theta), \phi_r(\theta) \in R^{N_d}, r = 1, \dots, m\}$, με N_d τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου, είναι οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές που προβλέπονται από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων θ . Τα μορφικά χαρακτηριστικά προκύπτουν λύνοντας το ιδιοπρόβλημα για τα αντίστοιχα μητρώα μάζας και ακαμψίας, $M(\theta)$ και $K(\theta)$, αντίστοιχα, το οποίο είναι

$$[K(\theta) - \omega_r^2(\theta)M] \phi_r(\theta) = 0 \quad (2.10)$$

Ο σκοπός κατά την αναγνώριση των κατασκευών χρησιμοποιώντας μορφικά δεδομένα μετρήσεων είναι ο υπολογισμός των τιμών των παραμέτρων θ ώστε τα μορφικά δεδομένα που προβλέπονται από την επιλεγμένη κατηγορία των γραμμικών μοντέλων $\{\omega_r(\theta), \phi_r(\theta), r = 1, \dots, m\}$ να είναι όσο γίνεται πιο κοντά με τα πειραματικά μορφικά δεδομένα D .

Για το σκοπό αυτό τα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σε n ομάδες. Κάθε ομάδα περιέχει ένα ή περισσότερα μορφικά χαρακτηριστικά. Για κάθε ομάδα i εισάγεται το μέτρο $J_i(\theta)$ που μετράει το υπόλοιπο της διαφοράς μεταξύ των μετρούμενων ποσοτήτων που εμπεριέχονται στην ομάδα, και των αντίστοιχων προβλεπόμενων ποσοτήτων από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων, για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων θ . Η διαφορά αυτή οφείλεται κυρίως στα σφάλματα μέτρησης και μοντελοποίησης, τα οποία παρουσιάζονται πάντα στα προβλήματα αναγνώρισης των κατασκευών.

2.4.3 Ομαδοποίηση των Μορφικών Χαρακτηριστικών

Η ομαδοποίηση των μορφικών χαρακτηριστικών $\{\omega_r(\boldsymbol{\theta}), \phi_r(\boldsymbol{\theta}), r = 1, \dots, m\}$ σε n ομάδες και η επιλογή των μορφικών υπολοίπων $J_1(\boldsymbol{\theta}), \dots, J_n(\boldsymbol{\theta})$ συνήθως ορίζονται από το χρήστη. Ειδικότερα, έστω

$$J_{\omega_r}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N_D} \sum_{k=1}^{N_D} \frac{[\omega_r(\boldsymbol{\theta}) - \hat{\omega}_r^{(k)}]^2}{[\hat{\omega}_r^{(k)}]^2} \quad (2.11)$$

και

$$J_{\phi_r}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N_D} \sum_{k=1}^{N_D} \frac{\|\beta_r^{(k)} L_0 \phi_r(\boldsymbol{\theta}) - \hat{\phi}_r^{(k)}\|^2}{\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|^2} \quad (2.12)$$

$r = 1, \dots, m$, ότι είναι τα μορφικά υπόλοιπα ανάμεσα στα N_D μετρούμενα μορφικά δεδομένα και στα αντίστοιχα προβλεπόμενα από το μοντέλο μορφικά δεδομένα για την r ιδιοσυχνότητα και των συνιστωσών της r ιδιομορφής, όπου $\|z\|^2 = z^T z$ είναι το συνήθη Ευκλείδειο μέτρο και $\beta_r^{(k)} = \hat{\phi}_r^{(k)T} L_0 \phi_r / \|L_0 \phi_r\|^2$ είναι μια σταθερά κανονικοποίησης που εξασφαλίζει ότι οι μετρούμενες συνιστώσες των ιδιομορφών στους μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας είναι κοντά στις προβλεπόμενες από το μοντέλο $\beta_r^{(k)} L_0 \phi_r(\boldsymbol{\theta})$ συνιστώσες για μία συγκεκριμένη τιμή των $\boldsymbol{\theta}$. Ο πίνακας $L_0 \in \mathbb{R}^{N_0 \times N_d}$ αντιπροσωπεύει ένα μητρώο παρατήρησης που αποτελείται από μηδενικά και μοναδιαία στοιχεία, και αντιστοιχεί τους N_d βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου στους N_0 μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου.

Ο αριθμός και το είδος των μορφικών χαρακτηριστικών που συμπεριλαμβάνονται σε κάθε ομάδα i , καθώς και ο ορισμός του μορφικού υπολοίπου $J_i(\boldsymbol{\theta})$, εξαρτώνται από τα μορφικά χαρακτηριστικά (είδος της μορφής, ιδιοσυχνότητες και/ή ιδιομορφές), το εκτιμώμενο μέγεθος της αβεβαιότητά τους και τη σημαντικότητα της κάθε μορφικής ιδιότητας στην αναγνώριση του μοντέλου. Τα μορφικά χαρακτηριστικά κάθε ομάδας επιλέγονται από το χρήστη ανάλογα με το είδος και το σκοπό της ανάλυσης. Ανάμεσα σε όλους τους δυνατούς τρόπους ομαδοποίησης αναφέρονται οι παρακάτω τρεις.

Ένας τρόπος ομαδοποίησης, η οποία ονομάζεται ομαδοποίηση A, ορίζεται έτσι ώστε κάθε ομάδα να περιέχει μία μορφική ιδιότητα, την ιδιοσυχνότητα ή την ιδιομορφή για κάθε μορφή. Σε αυτή την περίπτωση, ορίζονται $n = 2m$ μέτρα σύγκλισης που δίνονται από τα $J_i(\boldsymbol{\theta}) = J_{\omega_i}(\boldsymbol{\theta})$ και $J_{m+i}(\boldsymbol{\theta}) = J_{\phi_i}(\boldsymbol{\theta})$, $i = 1, \dots, m$. Αυτός ο τρόπος ομαδοποίησης επιτρέπει την εκτίμηση όλων των βέλτιστων μοντέλων στην περίπτωση που τα αλληλοσυγκρουόμενα κριτήρια είναι το μορφικό υπόλοιπο των διάφορων ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών. Μία υποπερίπτωση αυτής της ομαδοποίησης είναι να ληφθούν υπόψη μόνο τα πρώτα m μορφικά υπόλοιπα που

αντιστοιχούν στις ιδιοσυχνότητες, και να αγνοηθούν τα μορφικά υπόλοιπα των ιδιομορφών.

Ένας δεύτερος τρόπος ομαδοποίησης, η οποία ονομάζεται ομαδοποίηση Β, μπορεί να οριστεί ομαδοποιώντας τα μορφικά χαρακτηριστικά σε δύο ομάδες. Στην πρώτη ομάδα να περιέχονται όλες οι ιδιοσυχνότητες, με το μορφικό υπόλοιπο $J_1(\boldsymbol{\theta})$ επιλεγμένο έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει τη διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιοσυχνότητες, ενώ στη δεύτερη ομάδα να περιέχονται όλες οι συνιστώσες των ιδιομορφών, με το μορφικό υπόλοιπο $J_2(\boldsymbol{\theta})$ επιλεγμένο έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει τη διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο συνιστώσες των ιδιομορφών. Ειδικότερα, τα δύο μέτρα σύγκλισης δίνονται από τις σχέσεις

$$J_1(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m J_{\omega_r}(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.13)$$

και

$$J_2(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m J_{\phi_r}(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.14)$$

Αυτός ο τρόπος ομαδοποίησης επιτρέπει την εκτίμηση όλων των βέλτιστων μοντέλων στην περίπτωση που τα αλληλοσυγκρουόμενα κριτήρια είναι το μορφικό υπόλοιπο όλων των ιδιοσυχνοτήτων και το μορφικό υπόλοιπο όλων των ιδιομορφών.

Ένας τρίτος τρόπος ομαδοποίησης, η οποία ονομάζεται ομαδοποίηση Γ, ορίζεται έτσι ώστε κάθε ομάδα να περιέχει μία ιδιοσυχνότητα και τις συνιστώσες της αντίστοιχης ιδιομορφής που αντιστοιχούν στους μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας. Σε αυτή την περίπτωση ο αριθμός των ομάδων ισούται με τον αριθμό των αναγνωρισμένων μορφών ($n = m$). Το i μορφικό υπόλοιπο $J_i(\boldsymbol{\theta})$ αντιστοιχεί στη διαφορά ανάμεσα στη μετρούμενη και την προβλεπόμενη από το μοντέλο ιδιοσυχνότητα και των αντίστοιχων συνιστωσών των ιδιομορφών αυτής της ιδιοσυχνότητας. Ειδικότερα, το μορφικό υπόλοιπο $J_i(\boldsymbol{\theta})$ δίνεται από τη σχέση

$$J_i(\boldsymbol{\theta}) = \frac{J_{\omega_i}(\boldsymbol{\theta}) + J_{\phi_i}(\boldsymbol{\theta})}{2}, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.15)$$

Αυτός ο τρόπος ομαδοποίησης είναι κατάλληλος για τον προσδιορισμό όλων των βέλτιστων μοντέλων στην περίπτωση που τα αλληλοσυγκρουόμενα κριτήρια είναι το μορφικό υπόλοιπο των χαρακτηριστικών κάθε ιδιομορφής (ιδιοσυχνότητας και ιδιομορφικών συνιστωσών).

2.4.4 Μέθοδος Πολυκριτηριακής Αναγνώρισης

Το πρόβλημα αναγνώρισης των τιμών των παραμέτρων που ελαχιστοποιούν τα μορφικά υπόλοιπα όλων των ομάδων των μορφικών χαρακτηριστικών, μπορεί να διατυπωθεί ως ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (Haralampidis et al. 2005) ως εξής. Να βρεθούν οι τιμές των δομικών παραμέτρων θ που ελαχιστοποιούν ταυτόχρονα όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις

$$\mathbf{y} = \mathbf{J}(\theta) = (J_1(\theta), J_2(\theta), \dots, J_n(\theta)) \quad (2.16)$$

όπου $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{N_\theta}) \in \Theta$ είναι το διάνυσμα των παραμέτρων, Θ είναι το πεδίο ορισμού των τιμών των παραμέτρων, $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n) \in Y$ είναι το διάνυσμα των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων και Y είναι το πεδίο ορισμού των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων. Για ανταγωνιστικές αντικειμενικές συναρτήσεις $J_1(\theta), \dots, J_n(\theta)$, δεν υπάρχει μοναδική λύση αλλά ένα σύνολο εναλλακτικών λύσεων, γνωστές ως Pareto λύσεις, οι οποίες είναι όλες βέλτιστες, από την άποψη ότι δεν υπάρχουν άλλες λύσεις στο πεδίο των παραμέτρων που να είναι καλύτερες από αυτές όταν λαμβάνονται υπόψη όλες οι αντικειμενικές συναρτήσεις.

Χρησιμοποιώντας την ορολογία της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (Fonseca and Fleming 1995; Srinivas and Deb 1994), οι Pareto βέλτιστες λύσεις είναι τα μη-κυριαρχούμενα διανύσματα στο πεδίο των παραμέτρων Θ , που μαθηματικά ορίζονται ως εξής. Ένα διάνυσμα $\theta \in \Theta$ καλείται μη-κυριαρχούμενο στο πεδίο Θ αν και μόνο αν δεν υπάρχει κανένα άλλο διάνυσμα στο πεδίο Θ το οποίο να επικρατεί του θ . Ένα διάνυσμα θ λέγεται ότι επικρατεί ενός άλλου διανύσματος θ' αν και μόνο αν

$$J_i(\theta) \leq J_i(\theta') \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \text{ και } \exists j \in \{1, \dots, n\} : J_j(\theta) < J_j(\theta') \quad (2.17)$$

Το σύνολο των αντικειμενικών διανυσμάτων $\mathbf{y} = \mathbf{J}(\theta)$ που αντιστοιχούν στην ομάδα των μη-κυριαρχούμενων διανυσμάτων (Pareto βέλτιστων λύσεων) θ , ονομάζεται μέτωπο Pareto. Το χαρακτηριστικό των Pareto λύσεων είναι ότι δε μπορεί να βελτιωθεί το μορφικό υπόλοιπο καμίας μορφικής ομάδας χωρίς ταυτόχρονα να χειροτερέψει το μορφικό υπόλοιπο μίας τουλάχιστον άλλης μορφικής ομάδας.

Η χρήση εξελικτικών αλγορίθμων (Zitzler and Thiele, 1999) είναι η ενδεδειγμένη μέθοδος για τον υπολογισμό των Pareto βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Εναλλακτικά, στην περίπτωση μίας ή δύο παραμέτρων οι Pareto βέλτιστες λύσεις μπορούν να υπολογιστούν με μία πυκνή σάρωση της επιθυμητής περιοχής του πεδίου των παραμέτρων Θ και στη συνέχεια με εύρεση των μη-κυριαρχούμενων διανυσμάτων θ , από το σύνολο των διανυσμάτων στο Θ , που ικανοποιούν την (2.17).

Διατυπώνοντας το πρόβλημα αναγνώρισης των παραμέτρων σαν ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής ελαχιστοποίησης, δεν υπάρχει πλέον η ανάγκη αυθαίρετης επιλογής των τιμών των συντελεστών βαρύτητας για τη στάθμιση των υπολοίπων $J_i(\theta)$ κάθε ομάδας μορφικών χαρακτηριστικών, όπως συμβαίνει στην περίπτωση της μεθόδου σταθμισμένων μορφικών υπολοίπων. Ένα πλεονέκτημα της πολυκριτηριακής αναγνώρισης είναι ότι υπολογίζονται όλες οι αποδεκτές λύσεις στο πεδίο των παραμέτρων. Ωστόσο, αυτή η διαδικασία είναι χρονοβόρα, απαιτεί την ύπαρξη αλγορίθμων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης και πρέπει ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων να παραμένει μικρός, ώστε να περιορίζεται ο αριθμός των λύσεων που απαιτείται για την πλήρη περιγραφή του πολυδιάστατου μετώπου Pareto.

2.4.5 Μέθοδος Σταθμισμένων Υπολοίπων

Το πρόβλημα αναγνώρισης των τιμών των παραμέτρων βάσει δυναμικών μετρήσεων παραδοσιακά διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα σταθμισμένων υπολοίπων, στο οποίο οι επιμέρους αντικειμενικές συναρτήσεις που μετρούν το πόσο κοντά είναι τα μετρούμενα στα προβλεπόμενα από το μοντέλο μορφικά δεδομένα σταθμίζονται με συντελεστές βαρύτητας, και στη συνέχεια αθροίζονται και δημιουργούν μία και μοναδική αντικειμενική συνάρτηση. Έτσι, το πρόβλημα διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης των σταθμισμένων μορφικών υπολοίπων

$$J(\theta; \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n w_i J_i(\theta) \quad (2.18)$$

όπου w_i , $i = 1, \dots, n$ είναι οι συντελεστές βαρύτητας κάθε μορφικού υπολοίπου. Η επιλογή της τιμής του συντελεστή βαρύτητας κάθε μετρούμενης ομάδας παραμέτρων εξαρτάται από την αβεβαιότητα στα μετρητικά δεδομένα και από τα σφάλματα μοντελοποίησης. Ωστόσο, η επιλογή των τιμών των συντελεστών βαρύτητας γίνεται αυθαίρετα, καθώς η αβεβαιότητα στα μετρητικά δεδομένα και τα σφάλματα μοντελοποίησης δεν είναι γνωστά εκ των προτέρων.

Η μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση είναι υπολογιστικά ελκυστική διαδικασία καθώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν συμβατικοί αλγόριθμοι ελαχιστοποίησης για την επίλυση του προβλήματος. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας για την ελαχιστοποίηση τέτοιου είδους συναρτήσεων χωρίς περιορισμούς, χρησιμοποιήθηκε ένας επαναληπτικός αλγόριθμος που είναι διαθέσιμος στο λογισμικό MATLAB και ο οποίος βασίζεται στον αλγόριθμο Quasi-Newton.

Μπορεί να αποδειχθεί ότι η βέλτιστη λύση του προβλήματος (2.18) είναι μια από τις Pareto βέλτιστες λύσεις. Επομένως, λύνοντας μια σειρά προβλημάτων μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης του τύπου της (2.18) και διαφοροποιώντας τις τιμές

των συντελεστών βαρύτητας w_i από 0 ως 1, μπορούν να υπολογιστούν με εναλλακτικό τρόπο Pareto βέλτιστες λύσεις. Ωστόσο, πρέπει να ξεκαθαριστεί, ότι γενικώς δεν αντιστοιχούν όλες οι Pareto βέλτιστες λύσεις σε κάποια τιμή των συντελεστών βαρύτητας w . Για την περίπτωση μίας ή δύο παραμέτρων θ , η μέθοδος της πυκνής σάρωση του πεδίου των παραμέτρων που περιγράφηκε στην Ενότητα 2.4.4 είναι, σε αρκετές περιπτώσεις, πολύ περισσότερο αποτελεσματική για τον υπολογισμό των Pareto βέλτιστων λύσεων από ότι είναι η χρήση εξελικτικών αλγορίθμων.

2.4.6 Μέθοδος Βέλτιστης Στάθμισης των Μορφικών Υπολοίπων

Ένας από τους σκοπούς αυτής της διατριβής είναι να δώσει λύση στον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών των συντελεστών βαρύτητας $w = (w_1, \dots, w_n)$, ή ισοδύναμα, να προσδιοριστεί το πιθανότερο δομικό μοντέλο ανάμεσα από την ομάδα των Pareto βέλτιστων μοντέλων, χρησιμοποιώντας μετρητικά δεδομένα. Στο Κεφάλαιο 3, μία μέθοδος αναγνώρισης κατασκευών που βασίζεται στη στατιστική θεωρία του Bayes (Beck and Katafygiotis, 1998), επεκτείνεται ώστε να υπολογίζει ταυτόχρονα τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας w και τις αντίστοιχες βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων θ . Δείχνεται ότι η βέλτιστη τιμή του συντελεστή βαρύτητας κάθε ομάδας μορφικών δεδομένων είναι ασυμπτωτικά για μεγάλο αριθμό παραμέτρων αντιστρόφως ανάλογη του μορφικού υπολοίπου που προβλέπει το βέλτιστο μοντέλο για την αντίστοιχη ομάδα. Επίσης, προτείνονται αποδοτικοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των πιθανότερων τιμών των δομικών παραμέτρων που αντιστοιχούν στις πιθανότερες τιμές των συντελεστών βαρύτητας.

2.5 Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό έγινε ανασκόπηση της μεθόδου πολυκριτηριακής αναγνώρισης δυναμικών συστημάτων που έχει πρόσφατα προταθεί στην εργασία των Haralampidis et al. (2005) και της ευρέως χρησιμοποιούμενης μεθόδου των σταθμισμένων υπολοίπων. Στη συνέχεια εξετάστηκαν οι ομοιότητες των δύο μεθόδων. Το μοντέλο που προτείνεται ως βέλτιστο από τη μέθοδο των σταθμισμένων υπολοίπων εξαρτάται από τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας που χρησιμοποιούνται. Ειδικότερα, διαφοροποιώντας τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας των σταθμισμένων υπολοίπων προκύπτει μία ομάδα εναλλακτικών Pareto βέλτιστων μοντέλων που είναι ένα υποσύνολο των Pareto βέλτιστων μοντέλων που λαμβάνονται από τη μέθοδο της πολυκριτηριακής αναγνώρισης. Ωστόσο, μπορεί να υπάρχουν επιπλέον Pareto βέλιστα μοντέλα που δεν αντιστοιχούν σε κάποιες συγκεκριμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Οι Haralampidis et al. (2005) έδειξαν ότι η μεταβλητότητα των Pareto βέλτιστων μοντέλων έχει σαν αποτέλεσμα να υπάρχει σημαντική μεταβλητότητα στις προβλέψεις απόκρισης και αξιοπιστίας των κατασκευών από

Pareto βέλτιστα μοντέλα. Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει, είναι ποίο από όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα θα πρέπει να επιλέξει κάποιος για να το χρησιμοποιήσει στις περαιτέρω μελέτες πρόβλεψης χρησιμοποιώντας τις διαθέσιμες δυναμικές μετρήσεις.

Έχει αναπτυχθεί κατάλληλο λογισμικό για την αυτόματη παραμετροποίηση δομικών μοντέλων, καθώς και για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης που προκύπτει στην αναθεώρηση μοντέλων. Υβριδικές μέθοδοι βελτιστοποίησης που συνδυάζουν εξελικτικές στρατηγικές βελτιστοποίησης με μεθόδους βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης έχουν εισαχθεί στο λογισμικό, με σκοπό τη βελτίωση της υπολογιστικής ικανότητας της μεθόδου αναθεώρησης μοντέλων για τον αξιόπιστο προσδιορισμό του ολικού βέλτιστου μοντέλου από τα πολλαπλά τοπικά/ολικά βέλτιστα που συνήθως εμφανίζονται.

3. Μέθοδος Bayes για τον Προσδιορισμό Παραμέτρων Χρησιμοποιώντας Μορφικά Δεδομένα

3.1 Εισαγωγή

Με βάση τη στατιστική θεωρία του Bayes, αναπτύσσεται μια μεθοδολογία για την εύρεση της βέλτιστης τιμής των συντελεστών βαρύτητας και την εκτίμηση των βέλτιστων τιμών των δομικών παραμέτρων στη μέθοδο σταθμισμένων μορφικών υπολοίπων, η οποία αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 2, με βάση τα μετρούμενα μορφικά δεδομένα. Θεωρείται μια κατηγορία γραμμικών μοντέλων για την περιγραφή της συμπεριφοράς της υπό μελέτη κατασκευής. Σύμφωνα με τη θεωρία του Bayes, οι αβεβαιότητες των παραμέτρων του μοντέλου ποσοτικοποιούνται με κατανομές πιθανοτήτων που μετρούν την αληθοφάνεια κάθε δυνατού μοντέλου που ανήκει στην κατηγορία μοντέλων που επιλέχθηκε να αναπαριστά την κατασκευή. Γίνεται η υπόθεση ότι τα σφάλματα πρόβλεψης που μετρούν τη διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο μορφικές ποσότητες ποσοτικοποιούνται από μία κατανομή Gauss. Εφαρμόζοντας τη θεωρία του Bayes, αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη τιμή του συντελεστή βαρύτητας για μια ομάδα μετρούμενων μορφικών ιδιοτήτων είναι ασυμπτωτικά, για μεγάλο αριθμό μετρητικών δεδομένων, αντιστρόφως ανάλογη της τιμής του μορφικού υπολοίπου της αντίστοιχης ομάδας. Προτείνεται ένας υπολογιστικά αποδοτικός αλγόριθμος για την ταυτόχρονη εύρεση της βέλτιστης τιμής των συντελεστών βαρύτητας και των αντίστοιχων βέλτιστων τιμών των δομικών παραμέτρων της επιλεγμένης κατηγορίας μοντέλων. Η προτεινόμενη μέθοδος ονομάζεται μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. Η προτεινόμενη μεθοδολογία επιδεικνύεται χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα από συστήματα ελατηρίων-μαζών πολλών βαθμών ελευθερίας.

3.2 Μέθοδο Bayes για την Εκτίμηση των Παραμέτρων Βάσει Μορφικών Δεδομένων

Έστω ότι $D = \{\hat{\omega}_r^{(k)}, \hat{\phi}_r^{(k)} \in R^{N_0}, r = 1, \dots, m, k = 1, \dots, N_D\}$ είναι τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά μίας κατασκευής, τα οποία αποτελούνται από τις ιδιοσυχνότητες $\hat{\omega}_r^{(k)}$ και τις ιδιομορφικές συνιστώσες $\hat{\phi}_r^{(k)}$ στους N_0 μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας, όπου m είναι ο αριθμός των μετρούμενων μορφών και N_D είναι ο αριθμός των διαθέσιμων σετ μετρήσεων. Έστω M μια κατηγορία παραμετροποιημένων δομικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της δυναμικής συμπεριφοράς της υπό μελέτη κατασκευής και έστω $\theta \in R^{N_d}$ η ομάδα των ελεύθερων δομικών παραμέτρων που πρόκειται να αναγνωριστούν με τη χρήση των μετρούμενων μορφικών δεδομένων. Έστω επίσης ότι $\{\omega_r(\theta), \phi_r(\theta) \in R^{N_d}, r = 1, \dots, m\}$, με N_d τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου, είναι οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές που προβλέπονται από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων θ . Οι τιμές αυτές προκύπτουν λύνοντας το ιδιοπρόβλημα για τα μητρώα μάζας και ακαμψίας $M(\theta)$ και $K(\theta)$, αντίστοιχα.

Χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία του Bayes για την αναγνώριση των κατασκευών (Beck 1989; Beck and Katafygiotis 1998), η ποσοτικοποίηση της αληθοφάνειας κάθε μίας από τις δυνατές τιμές των δομικών παραμέτρων θ γίνεται χρησιμοποιώντας κατανομές πιθανοτήτων. Με τη βοήθεια του θεωρήματος του Bayes, η ανανεωμένη (μεταγενέστερη) συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta | D, \sigma, M)$ των δομικών παραμέτρων θ βάσει των μετρητικών δεδομένων D , τις υποθέσεις μοντελοποίησης M και των τιμών ενός σετ παραμέτρων σ , δίνεται από τη σχέση

$$p(\theta | D, \sigma, M) = c p(D | \theta, \sigma, M) p(\theta | \sigma, M) \quad (3.1)$$

όπου $p(D | \theta, \sigma, M)$ είναι η πιθανότητα να παρατηρηθούν τα δεδομένα από ένα μοντέλο που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων θ λαμβάνοντας υπόψη τις υποθέσεις μοντελοποίησης M και τις τιμές των σ , $p(\theta | \sigma, M)$ είναι η αρχική (εκ των προτέρων) συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των παραμέτρων του μοντέλου, και c είναι μία σταθερά κανονικοποίησης που διασφαλίζει ότι το ολοκλήρωμα της συνάρτησης $p(\theta | D, \sigma, M)$ ισούται με τη μονάδα. Οι υποθέσεις μοντελοποίησης M αναφέρονται στις υποθέσεις ανάπτυξης των δομικών μοντέλων, καθώς και σε εκείνες που απαιτούνται για την περιγραφή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας $p(D | \theta, \sigma, M)$ και της αρχικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta | \sigma, M)$. Το σετ των παραμέτρων σ περιέχει όλες τις παραμέτρους που χρειάζεται να οριστούν για την πλήρη περιγραφή των υποθέσεων μοντελοποίησης M . Το πώς συμπεριλαμβάνονται αυτές οι παράμετρος σ στην ανάλυση, θα γίνει εμφανές στην επόμενη παράγραφο. Οι μετρούμενες ποσότητες λαμβάνονται υπόψη

στις ενημερωμένες (μεταγενέστερες) εκτιμήσεις δια μέσου του όρου $p(D | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}, M)$, ενώ οποιαδήποτε εκ των προτέρων (προγενέστερη) πληροφορία εκφράζεται από τον όρο $p(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\sigma}, M)$. Από την εμπειρία, συνήθως γίνεται η υπόθεση ότι $p(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\sigma}, M) = \pi(\boldsymbol{\theta}) = \text{σταθερό}$. Για την απλοποίηση των συμβολισμών, η εξάρτηση των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας από το M παραλείπεται στην ανάλυση που ακολουθεί.

Η μορφή της $p(D | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}, M) \equiv p(D | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma})$ προκύπτει χρησιμοποιώντας ένα πιθανοτικό μοντέλο για το διάνυσμα των σφαλμάτων πρόβλεψης $\mathbf{e}^{(k)} = [e_1^{(k)}, \dots, e_m^{(k)}]$, $k = 1, \dots, N_D$, που ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες ιδιομορφικές ιδιότητες που εμπεριέχονται στο D για όλες τις $r = 1, \dots, m$ ιδιομορφές και τις αντίστοιχες ποσότητες που προβλέπονται από ένα μοντέλο που αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}$. Ειδικότερα, το σφάλμα πρόβλεψης $\mathbf{e}_r^{(k)} = [e_{\omega_r}^{(k)}, e_{\phi_r}^{(k)}]$ δίνεται ξεχωριστά για τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές από τις παρακάτω εξισώσεις σφαλμάτων πρόβλεψης:

$$e_{\omega_r}^{(k)} = \hat{\omega}_r^{(k)} - \omega_r(\boldsymbol{\theta}), \quad r = 1, \dots, m \quad (3.2)$$

$$e_{\phi_r}^{(k)} = \hat{\phi}_{jr}^{(k)} - \phi_{jr}(\boldsymbol{\theta}), \quad j = 1, \dots, N_0, r = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

όπου $e_{\omega_r}^{(k)}$ και $e_{\phi_r}^{(k)}$ είναι αντίστοιχα τα σφάλματα πρόβλεψης για την ιδιοσυχνότητα και τις συνιστώσες της ιδιομορφής r , $k = 1, \dots, N_D$, m είναι ο αριθμός των μετρούμενων μορφών και N_0 είναι ο αριθμός των αισθητήρων.

Με σκοπό να απλοποιηθούν τα σύμβολα, η εξίσωση (3.3) ξαναγράφεται στη διανυσματική μορφή

$$\mathbf{e}_{\phi_r}^{(k)} = \hat{\boldsymbol{\phi}}_r^{(k)} - \beta_r^{(k)} L_0 \boldsymbol{\phi}_r(\boldsymbol{\theta}) \quad r = 1, \dots, m \quad (3.4)$$

όπου $\beta_r^{(k)} = \hat{\boldsymbol{\phi}}_r^{(k)T} \boldsymbol{\phi}_r / (\boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_r)$ είναι μια σταθερά κανονικοποίησης που λαμβάνει υπόψη τη διαφορετική κλίμακα μεταξύ των μετρούμενων συνιστωσών των ιδιομορφών στους μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας και των προβλεπόμενων από το μοντέλο συνιστωσών για μία συγκεκριμένη τιμή των $\boldsymbol{\theta}$, ενώ $L_0 \in R^{N_0 \times N_d}$ αντιπροσωπεύει ένα μητρώο παρατήρησης που αποτελείται από μηδενικά και μοναδιαία στοιχεία και απεικονίζει τους N_d βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου στους N_0 μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου.

Ακολουθώντας τη μεθοδολογία του Bayes (Beck and Katafygiotis 1998, Katafygiotis et al. 2000) τα σφάλματα πρόβλεψης περιγράφονται από μία κατανομή Gauss με μέση τιμή μηδέν. Ειδικότερα, τα σφάλματα πρόβλεψης $\mathbf{e}_{\omega_r}^{(k)}$ για την r ιδιοσυχνότητα περιγράφονται από μία κατανομή Gauss με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση $\sigma_{\omega_r} \hat{\omega}_r^{(k)}$, δηλαδή $\mathbf{e}_{\omega_r}^{(k)} \sim N(0, \sigma_{\omega_r}^2 \hat{\omega}_r^{(k)2})$. Η παράμετρος σ_{ω_r} του σφάλματος

πρόβλεψης αντιπροσωπεύει την κλασματική διαφορά ανάμεσα στη μετρούμενη και την προβλεπόμενη από το μοντέλο ιδιοσυχνότητα για την r ιδιομορφή. Το σφάλμα πρόβλεψης για το ιδιομορφικό διάνυσμα $e_{\phi_r}^{(k)} \in R^{N_0}$ της r ιδιομορφής επίσης υποτίθεται ότι περιγράφεται από μία κατανομή Gauss με μέση τιμή μηδέν και πίνακα συμεταβλητότητας $C_{\phi_r}^{(k)} \in R^{N_0 \times N_0}$, δηλαδή $e_{\phi_r}^{(k)} \sim N(\mathbf{0}, C_{\phi_r}^{(k)})$, όπου $N(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ συμβολίζει την πολυδιάστατη κανονική κατανομή με μέση τιμή $\boldsymbol{\mu}$ και πίνακα συμεταβλητότητας Σ . Στην ανάλυση που ακολουθεί, θεωρείται ότι ο πίνακας συμεταβλητότητας είναι διαγώνιος, δηλαδή $C_{\phi_r}^{(k)} = \sigma_{\phi_r}^2 \|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0}^2 I$, όπου $\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0}^2 = \|\hat{\phi}_r^{(k)}\|^2 / N_0$, $\|\cdot\|$ είναι το συνήθη Ευκλείδειο μέτρο και I είναι ο μοναδιαίος διαγώνιος πίνακας. Η παράμετρος του σφάλματος πρόβλεψης σ_{ϕ_r} αντιπροσωπεύει τη διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από το μοντέλο συνιστώσες της r ιδιομορφής σε σχέση με μία μέση τιμή $\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0}$ των συνιστωσών των ιδιομορφών. Οι παράμετροι σ_{ω_r} και σ_{ϕ_r} αντιπροσωπεύουν τις εκτιμήσεις των σφαλμάτων πρόβλεψης των μετρούμενων ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών που περιέχονται στο D .

3.3 Υπολογισμός της $p(D | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma})$

Στην ανάλυση που ακολουθεί, θεωρείται ότι οι παράμετροι $\boldsymbol{\sigma}$ περιέχουν τις παραμέτρους σ_{ω_r} και σ_{ϕ_r} , $r = 1, \dots, m$. Αν η τιμή των παραμέτρων $\boldsymbol{\sigma}$ είναι γνωστή, και θεωρώντας ότι τα σφάλματα πρόβλεψης $e_r^{(k)}$ είναι ανεξάρτητα και ότι τα $e_{\omega_r}^{(k)}$ και $e_{\phi_r}^{(k)}$ περιγράφονται από κανονικές κατανομές Gauss, η πιθανότητα $p(D | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma})$ να παρατηρηθούν οι μετρούμενες ποσότητες D από ένα μοντέλο που ανήκει στην κατηγορία M υπολογίζεται ως εξής (Papadimitriou and Kafatygiotis 2004):

$$p(D | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) = p(\hat{\omega}_1^{(k)}, \dots, \hat{\omega}_r^{(k)}, \hat{\phi}_1^{(k)}, \dots, \hat{\phi}_m^{(k)} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) = \prod_{k=1}^{N_D} \left| \prod_{r=1}^m p(\hat{\omega}_r^{(k)} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) \cdot \prod_{r=1}^m p(\hat{\phi}_r^{(k)} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) \right| \quad (3.5)$$

Αφού τα $\omega_r(\boldsymbol{\theta})$ στην εξίσωση (3.2) είναι μία καθορισμένη ποσότητα και τα σφάλματα πρόβλεψης $e_{\omega_r}^{(k)}$ περιγράφονται από κατανομές Gauss με μέση τιμή μηδέν, τέτοιες ώστε $e_{\omega_r}^{(k)} \sim N(0, \sigma_{\omega_r}^2 \hat{\omega}_r^{(k)2})$, προκύπτει ότι οι μετρούμενες ιδιοσυχνότητες $\hat{\omega}_r^{(k)}$ επίσης περιγράφονται από κατανομές Gauss $\hat{\omega}_r^{(k)} \sim N(\omega_r(\boldsymbol{\theta}), \sigma_{\omega_r}^2 \hat{\omega}_r^{(k)2})$ με μέσες τιμές $\omega_r(\boldsymbol{\theta})$ και μεταβλητότητες $\sigma_{\omega_r}^2 \hat{\omega}_r^{(k)2}$. Επομένως, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της $\hat{\omega}_r^{(k)}$ που εμπλέκεται στην (3.5) για δεδομένες τις τιμές των $\boldsymbol{\theta}$ και των $\boldsymbol{\sigma}$, δίνεται από τη σχέση

$$p(\hat{\omega}_r^{(k)} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\omega_r} \hat{\omega}_r^{(k)}} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(\hat{\omega}_r^{(k)} - \omega_r(\boldsymbol{\theta}))^2}{\sigma_{\omega_r}^2 \hat{\omega}_r^{(k)2}} \right] \quad (3.6)$$

Παρομοίως, αφού τα $\phi_r(\theta)$ στην εξίσωση (3.4) είναι μία καθορισμένη ποσότητα και τα σφάλματα πρόβλεψης $e_{\phi_r}^{(k)}$ περιγράφονται από κατανομές Gauss με μέση τιμή μηδέν, τέτοιες ώστε $e_{\phi_r}^{(k)} \sim N(0, C_{\phi}^{(k)})$, προκύπτει ότι οι συνιστώσες των μετρούμενων ιδιομορφών $\hat{\phi}_r^{(k)}$ επίσης περιγράφονται από κατανομές Gauss $\hat{\phi}_r^{(k)} \sim N(\phi_r(\theta), C_{\phi}^{(k)})$ με μέσες τιμές $\phi_r(\theta)$ και πίνακες συμεταβλητότητας $C_{\phi}^{(k)}$. Σε αυτή την περίπτωση, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της $\hat{\phi}_r^{(k)}$ που εμπλέκεται στην (3.5) για δεδομένες τις τιμές των θ και των σ , δίνεται από τη σχέση

$$p(\hat{\phi}_r^{(k)} | \theta, \sigma) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{N_0} |C_{\phi}^{(k)}|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\|\hat{\phi}_r^{(k)} - \beta_r^{(k)} L_0 \phi_r(\theta)\|^2}{\|C_{\phi}^{(k)}\|} \right\} \quad (3.7)$$

Χρησιμοποιώντας το διαγώνιο μητρώο συμεταβλητότητας $C_{\phi}^{(k)}$ με διαγώνια στοιχεία τα $\sigma_{\phi_r}^2 \|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0}^2$ και με αντικατάσταση στην (3.7), προκύπτει ότι

$$p(\hat{\phi}_r^{(k)} | \theta, \sigma) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{N_0} (\sigma_{\phi_r})^{N_0} (\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0})^{N_0}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\|\hat{\phi}_r^{(k)} - \beta_r^{(k)} L_0 \phi_r(\theta)\|^2}{\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0}^2} \right\} \quad (3.8)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.6) και (3.8) στην εξίσωση (3.5), προκύπτει ότι

$$p(D | \theta, \sigma) = \prod_{k=1}^{N_D} \prod_{r=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\omega_r} \hat{\omega}_r^{(k)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_{\omega_r}^2} \frac{(\hat{\omega}_r^{(k)} - \omega_r(\theta))^2}{\hat{\omega}_r^{(k)2}} \right\} \times \\ \times \prod_{k=1}^{N_D} \prod_{r=1}^m \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{N_0} (\sigma_{\phi_r})^{N_0} (\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0})^{N_0}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\|\hat{\phi}_r^{(k)} - \beta_r^{(k)} L_0 \phi_r(\theta)\|^2}{\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0}^2} \right\} \quad (3.9)$$

η οποία διαδοχικά απλοποιείται σε

$$p(D | \theta, \sigma) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{mN_D} \prod_{k=1}^{N_D} \prod_{r=1}^m \hat{\omega}_r^{(k)} \prod_{r=1}^m (\sigma_{\omega_r})^{N_D}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{r=1}^m \frac{1}{\sigma_{\omega_r}^2} \sum_{k=1}^{N_D} \frac{(\hat{\omega}_r^{(k)} - \omega_r(\theta))^2}{\hat{\omega}_r^{(k)2}} \right\} \times \\ \times \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{mN_0 N_D} \prod_{k=1}^{N_D} \prod_{r=1}^m (\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0})^{N_0} \prod_{r=1}^m (\sigma_{\phi_r})^{N_0 N_D}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{r=1}^m \frac{1}{\sigma_{\phi_r}^2} \sum_{k=1}^{N_D} \frac{\|\hat{\phi}_r^{(k)} - \beta_r L_0 \phi_r(\theta)\|^2}{\|\hat{\phi}_r^{(k)}\|_{N_0}^2} \right\}$$

και

$$p(D | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m(N_0+1)N_D} \prod_{k=1}^{N_D} \prod_{r=1}^m \left(\hat{\omega}_r^{(k)} \left\| \hat{\phi}_r^{(k)} \right\|_{N_0}^{N_0} \right) \prod_{r=1}^m (\sigma_{\omega_r}^{N_D} \sigma_{\phi}^{N_0 N_D})} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{r=1}^m \frac{1}{\sigma_{\omega_r}^2} \sum_{k=1}^{N_D} \frac{(\hat{\omega}_r^{(k)} - \omega_r(\boldsymbol{\theta}))^2}{\hat{\omega}_r^{(k)2}} + \frac{1}{\sigma_{\phi}^2} \sum_{k=1}^{N_D} \frac{\left\| \hat{\phi}_r^{(k)} - \beta_1 L_0 \phi_r(\boldsymbol{\theta}) \right\|^2}{\left\| \hat{\phi}_r^{(k)} \right\|_{N_0}^2} \right\} \quad (3.10)$$

Η εξίσωση (3.10) μπορεί να ξαναγραφεί στη μορφή

$$p(D | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{b(\sqrt{2\pi})^{NN_D} \rho(\boldsymbol{\sigma})} \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma}) \right\} \quad (3.11)$$

όπου

$$J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma}) = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\sigma_i^2} J_i(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.12)$$

με $J_i(\boldsymbol{\theta}) = J_{\omega_i}(\boldsymbol{\theta})$, $J_{m+i}(\boldsymbol{\theta}) = J_{\phi_i}(\boldsymbol{\theta})$, $i = 1, \dots, m$, $n = 2m$, να παριστά το σταθμισμένο υπόλοιπο της διαφοράς ανάμεσα στα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά και στα μορφικά χαρακτηριστικά που προβλέπονται από ένα συγκεκριμένο μοντέλο της επιλεγμένης κατηγορίας μοντέλων, $J_{\omega_i}(\boldsymbol{\theta})$ και $J_{\phi_i}(\boldsymbol{\theta})$ ορίζονται από τις εξισώσεις (2.11) και (2.12), αντίστοιχα,

$$\rho(\boldsymbol{\sigma}) = \prod_{i=1}^n (\sigma_i)^{\alpha_i NN_D} \quad (3.13)$$

είναι μία συνάρτηση των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης $\boldsymbol{\sigma}$, $N = m(N_0 + 1)$ είναι ο αριθμός των μετρούμενων δεδομένων ανά μορφικό σετ μετρήσεων, $\alpha_r = 1/N$ και $\alpha_{m+r} = N_0/N$, $r = 1, \dots, m$, οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$, αντιπροσωπεύουν τον αριθμό των δεδομένων που περιέχονται σε κάθε ομάδα μορφικών χαρακτηριστικών σε σχέση με τον ολικό αριθμό των μετρήσεων, και

$$b = \prod_{k=1}^{N_D} \prod_{r=1}^m \left(\hat{\omega}_r^{(k)} \left\| \hat{\phi}_r^{(k)} \right\|_{N_0}^{N_0} \right) = c = \text{σταθερό} \quad (3.14)$$

Στο Β τρόπο ομαδοποίησης των μορφικών χαρακτηριστικών, γίνεται η υπόθεση ότι οι παράμετροι των σφαλμάτων πρόβλεψης $\sigma_{\omega_r} = \sigma_1$, $r = 1, \dots, m$, είναι οι ίδιες για όλες τις ιδιοσυχνότητες του κάθε σετ μετρήσεων $k = 1, \dots, N_D$ και ότι $\sigma_{\phi} = \sigma_2$, $r = 1, \dots, m$, είναι ίδιες για όλες τις ιδιομορφές του κάθε σετ μετρήσεων $k = 1, \dots, N_D$. Σε αυτή την περίπτωση, $n=2$, οι παράμετροι των σφαλμάτων πρόβλεψης είναι $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2)$, το μέτρο των δύο υπολοίπων δίνεται από τις (2.12) και

(2.13), αντίστοιχα, και οι εκθέτες α_i που εμφανίζονται στην (3.13) δίνονται από την $\alpha_1 = m/N$ και $\alpha_2 = mN_0/N$.

Παρομοίως, στο Γ τρόπο ομαδοποίησης των μορφικών χαρακτηριστικών, γίνεται η υπόθεση ότι οι παράμετροι του σφάλματος πρόβλεψης της ιδιοσυχνότητας και των συνιστωσών της r ιδιομορφής είναι ίδιες, δηλαδή $\sigma_{\omega_r} = \sigma_{\phi_r} = \sigma_r$, $r = 1, \dots, m$ για κάθε σετ μετρήσεων $k = 1, \dots, N_D$. Σε αυτή την περίπτωση, $n=m$, οι παράμετροι των σφαλμάτων πρόβλεψης είναι $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_m)$, το μέτρο του υπολοίπου κάθε ιδιομορφής δίνεται από την (2.14), και οι εκθέτες α_i που εμφανίζονται στην (3.13) δίνονται από την $\alpha_i = (N_0 + 1)/N$.

3.4 Βέλτιστες Τιμές των Δομικών Παραμέτρων για Γνωστές Τιμές των Παραμέτρων των Σφαλμάτων Πρόβλεψης

Εάν οι παράμετροι των σφαλμάτων πρόβλεψης σ είναι γνωστές, η βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων θ αντιστοιχούν στις τιμές του πιθανότερου μοντέλου που μεγιστοποιεί την ανανεωμένη (μεταγενέστερη) συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta | D, \sigma, M)$ που δίνεται στη σχέση (3.1). Συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας την (3.11) και υποθέτοντας ότι η εκ των προτέρων (προγενέστερη) συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας περιγράφεται από την ομοιόμορφη κατανομή, δηλαδή $p(\theta | \sigma, M) = \pi(\theta) = \text{σταθερό} \quad \forall \theta \in \Theta$, όπου Θ είναι το πεδίο ορισμού των θ , οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ των δομικών παραμέτρων θ προκύπτουν ισοδύναμα από την ελαχιστοποίηση του μέτρου των μορφικών υπολοίπων $J_D(\theta; \sigma)$ που ορίστηκε στην (3.12), δηλαδή

$$\hat{\theta}(\sigma) = \arg \min_{\theta} J_D(\theta; \sigma) \quad (3.15)$$

Ο συμβολισμός $\hat{\theta}(\sigma)$ χρησιμοποιείται για ναδειχθεί ότι η βέλτιστη τιμή $\hat{\theta}$ εξαρτάται από την τιμή των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ .

3.5 Σχέση Μεταξύ Συντελεστών Βαρύτητας w και Παραμέτρων των Σφαλμάτων Πρόβλεψης σ

Πρέπει να σημειωθεί ότι το ολικό μέτρο που δηλώνει το πόσο κοντά είναι τα μετρούμενα στα προβλεπόμενα από το μοντέλο μορφικά δεδομένα $J_D(\theta; \sigma)$, προκύπτει από την άθροιση των επιμέρους αντικειμενικών συναρτήσεων μορφικών υπολοίπων για κάθε ομάδα μορφικών χαρακτηριστικών που εμπεριέχονται στα δεδομένα D , χρησιμοποιώντας συντελεστές βαρύτητας, των οποίων οι τιμές είναι αντιστρόφως ανάλογες του τετραγώνου των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης.

Συγκρίνοντας τις $J_D(\theta; \sigma)$ και $J(\theta; w)$ που δίνονται στις (3.12) και (2.18) αντίστοιχα, είναι εμφανές ότι είναι ακριβώς οι ίδιες, εφόσον οι συντελεστές βαρύτητας

w_i επιλεγούν έτσι ώστε να είναι αντιστρόφως ανάλογες των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ_i^2 , δηλαδή

$$w_i = \frac{\alpha_i}{\sigma_i^2} \quad \text{and} \quad J(\theta; \alpha / \sigma^2) = J_D(\theta; \sigma) \quad (3.16)$$

όπου ο συμβολισμός του διανύσματος $\alpha / \sigma^2 = (\alpha_1 / \sigma_1^2, \dots, \alpha_n / \sigma_n^2)$ εισήχθη στην (3.16) για ευκολία. Επομένως, είναι κατανοητό ότι το πρόβλημα εύρεσης των βέλτιστων τιμών των συντελεστών βαρύτητας στο συνολικό μέτρο των μορφικών υπολοίπων που ορίστηκε στην (2.18), είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα εύρεσης των τιμών των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης στη διατύπωση που προέκυψε χρησιμοποιώντας τη θεωρία του Bayes.

3.6 Κατανομή Πυκνότητας Πιθανότητας των Παραμέτρων των Σφαλμάτων Πρόβλεψης Χρησιμοποιώντας Μορφικά Δεδομένα

Σε προηγούμενες μελέτες, είτε γινόταν κάποια υπόθεση για την τιμή των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)$, είτε προσδιορίζονταν με στατιστική ανάλυση πολλαπλών σετ μετρήσεων (Vanik et al. 2000). Ωστόσο, η δεύτερη μέθοδος, αν και λαμβάνει υπόψη τα σφάλματα μετρήσεων, δε λαμβάνει υπόψη τα σφάλματα μοντελοποίησης για την επιλογή των τιμών των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης. Επιπλέον, απαιτείται η ύπαρξη πολλαπλών σετ μετρήσεων που δεν είναι πάντα διαθέσιμα όταν γίνεται αναγνώριση των κατασκευών. Στη συνέχεια, το πλαίσιο που έχει αναπτυχθεί και στηρίζεται στη στατιστική θεωρία του Bayes επεκτείνεται για τον ορθολογικό υπολογισμό των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων σ των σφαλμάτων πρόβλεψης και των συντελεστών βαρύτητας w με βάση τα διαθέσιμα μετρητικά δεδομένα D , λαμβάνοντας υπόψη τα σφάλματα μοντελοποίησης και τα σφάλματα των μετρήσεων.

Σύμφωνα με το θεώρημα του Bayes, η μεταγενέστερη κατανομή πυκνότητας πιθανότητας $p(\sigma | D)$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ που βασίζεται στα μετρητικά δεδομένα D , δίνεται από την ακόλουθη σχέση

$$p(\sigma | D) = \frac{p(D | \sigma) p(\sigma)}{p(D)} \quad (3.17)$$

όπου

$p(D | \sigma)$ είναι η πιθανότητα να παρατηρηθούν τα δεδομένα από την κατηγορία μοντέλων M , που αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ .

$p(\sigma)$ είναι η αρχική (εκ των προτέρων) κατανομή πυκνότητας πιθανότητας των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ που βασίζεται στην κρίση του μηχανικού πριν τη συλλογή των μετρήσεων και συνήθως θεωρείται ομοιόμορφη. Στην παρούσα ανάλυση θεωρείται ότι $p(\sigma) = \pi(\sigma)$. Σε αυτόν τον όρο εμπεριέχεται οποιαδήποτε εκ των προτέρων πληροφορία για τις τιμές του σ .

$p(D)$ είναι μία σταθερά κανονικοποίησης που δίνεται από τη σχέση $p(D) = d = \int_{\Theta} p(D | \sigma) \pi(\sigma) d\sigma$ έτσι ώστε το ολοκλήρωμα της $p(\sigma | D)$ να ισούται με μονάδα.

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα της συνολικής πιθανότητας, ο όρος $p(D | \sigma)$ δίνεται από τη σχέση

$$p(D | \sigma) = \int_{\Theta} p(D, \theta | \sigma) d\theta = \int_{\Theta} p(D | \theta, \sigma) p(\theta | \sigma) d\theta \quad (3.18)$$

όπου, υποθέτοντας ότι η προγενέστερη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta | \sigma) = \pi(\theta)$ είναι ανεξάρτητη των σ , προκύπτει ότι

$$p(D | \sigma) = \int_{\Theta} p(D | \theta, \sigma) \pi(\theta) d\theta \quad (3.19)$$

Αντικαθιστώντας την $p(D | \theta, \sigma)$ στην (3.19) από την έκφραση που δίνεται στην (3.11), προκύπτει ότι

$$p(D | \sigma) = \int_{\Theta} \frac{1}{b(\sqrt{2\pi})^{NN_D} \rho(\sigma)} \exp\left\{-\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma)\right\} \pi(\theta) d\theta \quad (3.20)$$

και αντικαθιστώντας την (3.20) στην (3.17), η $p(\sigma | D)$ απλοποιείται στην

$$p(\sigma | D) = \frac{\pi(\sigma)}{d b(\sqrt{2\pi})^{NN_D} \rho(\sigma)} \int_{\Theta} \pi(\theta) \exp\left\{-0.5 NN_D J_D(\theta; \sigma)\right\} d\theta \quad (3.21)$$

Η βέλτιστη τιμή $\hat{\sigma}$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ για δεδομένες τις μετρήσεις D είναι αυτή που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση $p(\sigma | D)$. Ωστόσο, προκειμένου να υπολογιστεί η τιμή της $p(\sigma | D)$ για δεδομένα σ , απαιτείται ο υπολογισμός ενός πολυδιάστατου ολοκληρώματος στο χώρο των παραμέτρων Θ . Αυτό κάνει την προσέγγιση του υπολογιστικά πολύ χρονοβόρα και στις περισσότερες των περιπτώσεων αναποτελεσματική.

Στις υποενότητες που ακολουθούν, παρουσιάζονται δύο προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των βέλτιστων τιμών $\hat{\sigma}$ των παραμέτρων σ . Πρώτα, εφαρμόζεται απευθείας μία ασυμπτωτική προσέγγιση για τον αναλυτικό προσδιορισμό του

ολοκληρώματος (3.21). Έτσι προκύπτει ένας αποδοτικότερος αλγόριθμος για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $p(\boldsymbol{\sigma} | D)$ και των βέλτιστων τιμών $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης $\boldsymbol{\sigma}$. Στη δεύτερη προσέγγιση, αρχικά εφαρμόζονται συνθήκες στασιμότητας στην (3.21) ως προς τις παράμετρος $\boldsymbol{\sigma}$ και έτσι προκύπτουν οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν τα βέλτιστα $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$. Τα πολυδιάστατα ολοκληρώματα που προκύπτουν από την ανάλυση προσδιορίζονται επίσης με ασυμπτωτικές προσεγγίσεις.

3.6.1 Αλγόριθμος I – Προσέγγιση της $p(\boldsymbol{\sigma} | D)$

Εισάγεται μία ασυμπτωτική προσέγγιση που ισχύει για μεγάλο αριθμό δεδομένων ($N_D N \rightarrow \infty$) και η οποία είναι χρήσιμη για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος της (3.21). Ειδικότερα, για μία συνάρτηση $f(\boldsymbol{\theta})$ που είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και για μία συνεχή συνάρτηση $g(\boldsymbol{\theta})$, ισχύει η παρακάτω ασυμπτωτική προσέγγιση για τα ολοκληρώματα τύπου Laplace (Bleistein and Handelsman 1986; Papadimitriou et al. 1997; Papadimitriou 2004):

$$\int g(\boldsymbol{\theta}) \exp[-\beta^2 f(\boldsymbol{\theta})] d\boldsymbol{\theta} \sim (2\pi)^{N_\theta} \frac{g(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \exp[-\beta^2 f(\hat{\boldsymbol{\theta}})]}{\sqrt{|H(\hat{\boldsymbol{\theta}})|}} \text{ όταν το } \beta \rightarrow \infty \quad (3.22)$$

όπου $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ είναι η τιμή του $\boldsymbol{\theta}$ που αντιστοιχεί στο ολικό ελάχιστο της $f(\boldsymbol{\theta})$, δηλαδή $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min f(\boldsymbol{\theta})$, $H(\boldsymbol{\theta})$ είναι η Hessian της συνάρτησης $\beta^2 f(\boldsymbol{\theta})$ και $|H(\boldsymbol{\theta})|$ δηλώνει την ορίζουσα του πίνακα $H(\boldsymbol{\theta})$, για τον οποίο το (i,j) στοιχείο δίνεται από τη σχέση

$$H_{ij}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = + \frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} [\beta^2 f(\boldsymbol{\theta})] \Big|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} = + \beta^2 \frac{\partial^2 f(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} \quad (3.23)$$

Το ολοκλήρωμα της (3.21) είναι του τύπου Laplace που παρουσιάστηκε στην (3.22) με $g(\boldsymbol{\theta}) = \pi(\boldsymbol{\theta})$, $f(\boldsymbol{\theta}) = J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma})$ και $\beta^2 = 0.5NN_D$. Επομένως, όταν το $NN_D \rightarrow \infty$, δηλαδή για μεγάλο αριθμό δεδομένων, η ασυμπτωτική προσέγγιση της (3.22) μπορεί να εφαρμοστεί για το ολοκλήρωμα της (3.21), και οπότε προκύπτει

$$p(\boldsymbol{\sigma} | D) \sim c_0 (2\pi)^{N_\theta} \frac{\pi(\boldsymbol{\sigma}) \pi(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma})) \exp\{-0.5NN_D J_D(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma}); \boldsymbol{\sigma})\}}{\rho(\boldsymbol{\sigma}) \sqrt{|H_D(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma}); \boldsymbol{\sigma})|}} \quad (3.24)$$

όπου $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma})$ είναι η τιμή που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση $J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma})$ ως προς τις παραμέτρους $\boldsymbol{\theta}$ για δεδομένες τιμές των $\boldsymbol{\sigma}$, και επομένως τα $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma})$ δίνονται από την

(3.15). Επίσης, $H_D(\hat{\theta}(\sigma); \sigma)$ είναι η Hessian της συνάρτησης $0.5NN_D J_D(\theta; \sigma)$ υπολογισμένη στο $\hat{\theta}(\sigma)$, και $c_0^{-1} = d b(\sqrt{2\pi})^{NN_D}$.

Υποθέτοντας ότι η εκ των προτέρων κατανομές $\pi(\theta)$ και $\pi(\sigma)$ είναι ομοιόμορφες και επομένως είναι σταθερές στο πεδίο τιμών των δομικών παραμέτρων θ και των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ , αντίστοιχα, μπορεί να θεωρηθεί ότι $\pi(\theta) = c_\theta = \text{σταθερό}$ και $\pi(\sigma) = c_\sigma = \text{σταθερό}$ στην (3.24). Η βέλτιστη τιμή $\hat{\sigma}$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ είναι αυτή που μεγιστοποιεί την $p(\sigma | D)$ στην (3.24) ή, ισοδύναμα, αυτή που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση

$$\begin{aligned} G_D(\sigma) &= -\ln p(D | \sigma) + \kappa \\ &= \frac{NN_D}{2} J_D(\hat{\theta}(\sigma); \sigma) + \ln \rho(\sigma) + \frac{1}{2} \ln |H_D(\hat{\theta}(\sigma); \sigma)| \end{aligned} \quad (3.25)$$

όπου $\kappa = \ln(c_0 c_\theta c_\sigma) + N_\theta \ln(2\pi)$ είναι μία σταθερά που δεν επηρεάζει την επιλογή της βέλτιστης τιμής $\hat{\sigma}$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης. Η βελτιστοποίηση μπορεί να πραγματοποιηθεί αριθμητικά χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε διαθέσιμο αλγόριθμο βελτιστοποίησης μη-γραμμικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών. Πρέπει να σημειωθεί, ότι κατά τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης $G_D(\sigma)$ για μια δεδομένη τιμή των σ , απαιτείται η επίλυση ενός εσωτερικού προβλήματος βελτιστοποίησης για την εύρεση των τιμών $\hat{\theta}(\sigma)$ από την (3.15).

3.6.2 Αλγόριθμος II – Βέλτιστες Τιμές των σ και w

Εναλλακτικά, εφαρμόζοντας συνθήκες στασιμότητας στην (3.17) ως προς τις παραμέτρους σ , προκύπτουν οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι βέλτιστες τιμές $\hat{\sigma}$. Ειδικότερα, η εφαρμογή των συνθηκών στασιμότητας στην $p(\sigma | D)$ οδηγεί στο ακόλουθο σύστημα εξισώσεων για τις παραμέτρους σ που ικανοποιούνται από τις βέλτιστες τιμές $\hat{\sigma}$:

$$\left. \frac{\partial p(\sigma | D)}{\partial \sigma_i} \right|_{\sigma=\hat{\sigma}} = 0 \quad (3.26)$$

για $i = 1, \dots, n$. Αντικαθιστώντας την $p(D | \sigma)$ στην εξίσωση (3.17) με την έκφραση που δίνεται στην (3.18), υποθέτοντας ότι η εκ των προτέρων συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta | \sigma) = \pi(\theta)$ είναι ανεξάρτητη των σ και ότι η $\pi(\sigma) = c_\sigma$ είναι σταθερή και ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, η εξίσωση (3.26) παίρνει τη μορφή

$$\left. \frac{\partial}{\partial \sigma_i} \frac{p(D | \sigma) \pi(\sigma)}{d} \right|_{\sigma = \hat{\sigma}} = 0 \quad (3.27)$$

από την οποία προκύπτει ότι

$$\left. \frac{\partial}{\partial \sigma_i} \frac{\int_{\Theta} p(D | \theta, \sigma) p(\theta | \sigma) d\theta \pi(\sigma)}{d} \right|_{\sigma = \hat{\sigma}} = 0 \quad (3.28)$$

ή, ισοδύναμα,

$$\left. \int_{\Theta} \frac{\partial p(D | \theta, \sigma)}{\partial \sigma_i} \pi(\theta) d\theta \right|_{\sigma = \hat{\sigma}} = 0 \quad (3.29)$$

Αντικαθιστώντας την $p(D | \theta, \sigma)$ στην παραπάνω έκφραση με την έκφραση που δίνεται στην (3.11), παραγωγίζοντας την $p(D | \theta, \sigma)$ ως προς σ_i και χρησιμοποιώντας το βαθμωτό μέγεθος της (3.13) $\rho(\sigma) = \prod_{i=1}^{\alpha_i NN_D}$, που έχει τις ιδιότητες

$$\frac{d}{d\sigma_j} \left. \frac{1}{\rho(\sigma)} \right| = \frac{1}{\rho(\sigma)} \frac{(-\alpha_i NN_D)}{\sigma_j} \quad (3.30)$$

προκύπτει ότι στο $\sigma = \hat{\sigma}$ ικανοποιείται η σχέση

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \sigma_i} \left. \frac{1}{\rho(\sigma)} \right| \int_{\Theta} \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma) \right\} d\theta - \\ - \frac{1}{\rho(\sigma)} \int_{\Theta} \frac{1}{2} \left(\frac{-2\sigma_i \alpha_i NN_D}{\sigma_i^4} \right) J_i(\theta) \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma) \right\} d\theta = 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

ή, ισοδύναμα,

$$\begin{aligned} - \frac{1}{\rho(\sigma)} \frac{\alpha_i NN_D}{\sigma_i} \int_{\Theta} \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma) \right\} d\theta + \\ + \frac{1}{\rho(\sigma)} \frac{\alpha_i NN_D}{\sigma_i^3} \int_{\Theta} J_i(\theta) \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma) \right\} d\theta = 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Απλοποιώντας και αναδιατάσσοντας τους όρους, προκύπτει το ακόλουθο αποτέλεσμα για τις βέλτιστες τιμές $\hat{\sigma}$

$$\int_{\Theta} \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma) \right\} d\theta = \frac{1}{\sigma_i^2} \int_{\Theta} J_i(\hat{\theta}) \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma) \right\} d\theta \quad \text{στο } \sigma = \hat{\sigma} \quad (3.33)$$

Για ευκολότερη μεταχείριση της εξίσωσης (3.33) το πρώτο ολοκλήρωμα καλείται I_1 και το δεύτερο I_2 . Και τα δύο ολοκληρώματα είναι τύπου Laplace. Το πρώτο είναι τύπου Laplace, όπως αυτό της σχέσης (3.22) με $g(\boldsymbol{\theta}) = 1$, $f(\boldsymbol{\theta}) = J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma})$ και $\beta^2 = NN_D/2$. Εφαρμόζοντας ασυμπτωτική προσέγγιση που ισχύει για μεγάλο αριθμό δεδομένων, $NN_D \rightarrow \infty$, το ολοκλήρωμα αυτό παίρνει τη μορφή

$$I_1 \sim (\sqrt{2\pi})^{N_s} \frac{\exp\left\{-\frac{NN_D}{2} J_D(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma}); \boldsymbol{\sigma})\right\}}{\sqrt{|H_D(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma}); \boldsymbol{\sigma})|}} \quad (3.34)$$

Το δεύτερο ολοκλήρωμα είναι τύπου Laplace με $g(\boldsymbol{\theta}) = J_j(\boldsymbol{\theta})$, $f(\boldsymbol{\theta}) = J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma})$ και $\beta^2 = NN_D/2$. Εφαρμόζοντας ασυμπτωτική προσέγγιση που ισχύει για μεγάλο αριθμό δεδομένων, $NN_D \rightarrow \infty$, το ολοκλήρωμα παίρνει τη μορφή

$$I_2 \sim (\sqrt{2\pi})^{N_s} \frac{J_j(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma})) \exp\left\{-\frac{NN_D}{2} J_D(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma}); \boldsymbol{\sigma})\right\}}{\sqrt{|H_D(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma}); \boldsymbol{\sigma})|}} \quad (3.35)$$

όπου και για τις δύο προσεγγίσεις

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma}) = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma}) \quad (3.36)$$

και

$$H_{ij}(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma}) = \frac{NN_D}{2} \frac{\partial^2 J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \quad (3.37)$$

Αντικαθιστώντας τις ασυμπτωτικές προσεγγίσεις (3.34) και (3.35) για τα ολοκληρώματα I_1 και I_2 στην εξίσωση (3.33), προκύπτει ότι οι βέλτιστες τιμές $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ των παραμέτρων $\boldsymbol{\sigma}$, ικανοποιούν το παρακάτω σει μη-γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων

$$\sigma_i^2 = J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma})) \quad (3.38)$$

για $i = 1, \dots, 2m$ και όπου $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\sigma})$ δίνεται από την (3.15). Το αποτέλεσμα της (3.38) δείχνει ότι η βέλτιστη τιμή $\hat{\sigma}_i^2 = J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}))$ της παραμέτρου του σφάλματος πρόβλεψης σ_i^2 για την i ομάδα των μετρούμενων μορφικών ιδιοτήτων, ισούται με τη βέλτιστη τιμή του υπολοίπου ανάμεσα στα μετρούμενα μορφικά δεδομένα της i ομάδας και των αντίστοιχων προβλέψεων του βέλτιστου μοντέλου που αντιστοιχεί στις τιμές των παραμέτρων $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{opt} \equiv \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}})$.

Χρησιμοποιώντας τις (3.16) και (3.38), οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών βαρύτητας στη (2.18) δίνονται από τη σχέση

$$\hat{w}_i = \frac{\alpha_i}{J_i(\hat{\theta}_{opt})}, \quad i = 1, \dots, 2m \quad (3.39)$$

ενώ οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}(\hat{\sigma})$ που ελαχιστοποιούν τη $J_D(\theta; \hat{\sigma})$, ελαχιστοποιούν επίσης και τα βέλτιστα σταθμισμένα υπόλοιπα $J_D(\theta; \hat{w})$ στην (2.18), δηλαδή, $\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}(\hat{w})$ όπου

$$\hat{\theta}(w) = \arg \min_{\theta} J_D(\theta; w) \quad (3.40)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι βέλτιστες τιμές $\hat{\sigma}$ και $\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}(\hat{\sigma})$ υπολογίζονται ταυτόχρονα λύνοντας την (3.38) και την (3.15) ως προς σ και θ . Ισοδύναμα, οι βέλτιστες τιμές των \hat{w} και $\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}(\hat{w})$ υπολογίζονται λύνοντας ταυτόχρονα την

$$w_i = \frac{\alpha_i}{J_i(\hat{\theta}(w))}, \quad i = 1, \dots, 2m \quad (3.41)$$

και την εξίσωση (3.40) ως προς w και θ . Μπορεί να δειχτεί ότι και τα δύο προβλήματα είναι ισοδύναμα με το πρόβλημα εύρεσης των $\hat{\theta}_{opt}$ που ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση

$$I(\theta) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln J_i(\theta) \quad (3.42)$$

ως προς τις παραμέτρους θ , δηλαδή

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} I(\theta) \quad (3.43)$$

και στη συνέχεια ο υπολογισμός του βέλτιστου $\hat{\sigma}$ επιτυγχάνεται από την $\hat{\sigma}_i^2 = J_i(\hat{\theta}_{opt})$ ή του βέλτιστου \hat{w} από την $\hat{w}_i = \alpha_i / J_i(\hat{\theta}_{opt})$. Αυτό αποδεικνύεται παρατηρώντας ότι οι συνθήκες βελτιστοποίησης $\nabla_{\theta} I(\theta)|_{\theta=\hat{\theta}_{opt}} = 0$, για την αντικειμενική συνάρτηση $I(\theta)$, όπου ∇_{θ} είναι το διάνυσμα των παραγώγων ως προς τις παραμέτρους θ , είναι ακριβώς οι ίδιες με τις συνθήκες στασιμότητας $\nabla_{\sigma} J_D(\theta; \sigma)|_{\sigma=\hat{\sigma}} = 0$ της (3.15) αν το σ^2 αντικατασταθεί από τα βέλτιστα $\hat{\sigma}_i^2 = J_i(\hat{\theta}_{opt})$.

Συνοψίζοντας, από την προηγούμενη ανάλυση προκύπτει ότι οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{opt}$ οι οποίες προκύπτουν ελαχιστοποιώντας την (2.18) χρησιμοποιώντας τις βέλτιστες τιμές των συντελεστών βαρύτητας $\hat{w}_i = \alpha_i / \hat{\sigma}_i^2$ ή από την (3.15) χρησιμοποιώντας τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης $\hat{\sigma}_i^2$, μπορούν ισοδύναμα να υπολογιστούν ελαχιστοποιώντας την αντικειμενική συνάρτηση (3.42) η οποία δεν

απαιτεί τη γνώση των τιμών των συντελεστών βαρύτητας w ή των παραμέτρων σ των σφαλμάτων πρόβλεψης.

Η βελτιστοποίηση της $I(\theta)$ ως προς τις θ μπορεί να πραγματοποιηθεί αριθμητικά χρησιμοποιώντας οποιονδήποτε διαθέσιμο αλγόριθμο βελτιστοποίησης μη-γραμμικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών. Συγκρίνοντας τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για τους Αλγόριθμους I και II, αξίζει να σημειωθεί ότι στον Αλγόριθμο I, σε κάθε βήμα επίλυσης για την βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης $G_D(\sigma)$ για μια δεδομένη τιμή των σ , πρέπει να λυθεί και ένα εσωτερικό πρόβλημα βελτιστοποίησης της (3.15) για την ελαχιστοποίηση του μέτρου $J_D(\theta; \sigma)$ ως προς τις θ για μια δεδομένη τιμή των σ . Ωστόσο ο Αλγόριθμος II, περιλαμβάνει μία απλή βελτιστοποίηση της $I(\theta)$ και έτσι είναι υπολογιστικά πολύ αποδοτικότερος από ότι ο Αλγόριθμος I. Θα δειχθεί παρακάτω με υπολογιστικά παραδείγματα ότι για αρκετά μεγάλο αριθμό δεδομένων οι δύο αλγόριθμοι συγκλίνουν στις ίδιες λύσεις.

3.7 Υπολογισμός της Περιθωριακής Συνάρτησης $p(\theta | D)$ και των Βέλτιστων Τιμών των Δομικών Παραμέτρων

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Bayes η μεταγενέστερη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των θ και σ για δεδομένες μετρήσεις D είναι

$$p(\theta, \sigma | D) = c_1 p(D | \theta, \sigma) \pi(\theta, \sigma) \quad (3.44)$$

όπου $\pi(\theta, \sigma)$ είναι η εκ των προτέρων κοινή κατανομή πιθανότητας των θ και σ . Αντικαθιστώντας την $p(D | \theta, \sigma)$ από την (3.11) και υποθέτοντας ότι θ και σ είναι ανεξάρτητες πριν από τη συλλογή των δεδομένων, δηλαδή $\pi(\theta, \sigma) = \pi_\theta(\theta) \pi_\sigma(\sigma)$, η μεταγενέστερη κοινή κατανομή πιθανότητας των $p(\theta, \sigma | D)$ των δομικών παραμέτρων θ και των παραμέτρων σ των σφαλμάτων πρόβλεψης δίνεται από την

$$p(\theta, \sigma | D) = c_2 \frac{1}{\rho(\sigma)} \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma) \right\} \pi_\theta(\theta) \pi_\sigma(\sigma) \quad (3.45)$$

Η περιθωριακή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta | D)$ των δομικών παραμέτρων θ , λαμβάνοντας υπόψη τις αβεβαιότητες στις παραμέτρους σ , προκύπτει ολοκληρώνοντας την $p(\theta, \sigma | D)$ στο χώρο των παραμέτρων σ ως εξής:

$$p(\theta | D) = \int_{\Sigma} p(\theta, \sigma | D) d\sigma \quad (3.46)$$

όπου Σ είναι το πεδίο ορισμού των παραμέτρων σ με $\sigma_i \in [0, \infty)$.

Αντικαθιστώντας την $p(\theta, \sigma | D)$ από την (3.45) προκύπτει

$$p(\boldsymbol{\theta} | D) = c_2 \int_{\Sigma} \frac{\pi_{\sigma}(\boldsymbol{\sigma})}{\rho(\boldsymbol{\sigma})} \exp\left\{-\frac{NN_D}{2} J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma})\right\} d\boldsymbol{\sigma} \pi_{\theta}(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.47)$$

Στη συνέχεια υποτίθεται ότι οι παράμετρος στο διάνυσμα $\boldsymbol{\sigma}$ είναι ανεξάρτητες πριν τη συλλογή των μετρήσεων και η εκ των προτέρων συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $\pi(\boldsymbol{\sigma})$ των παραμέτρων $\boldsymbol{\sigma}$ περιγράφεται από ομοιόμορφη κατανομή, έτσι ώστε $\pi(\boldsymbol{\sigma}) = \prod_{i=1}^n \pi(\sigma_i)$ και $\pi(\sigma_i) = \text{σταθερό} \quad \forall \sigma_i \in [0, c_i]$ όταν $\alpha_i = 1$.

Αντικαθιστώντας τις $J_D(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\sigma})$ και $\rho(\boldsymbol{\sigma})$ από τις (3.12) και (3.13) αντίστοιχα και αναδιατάσσοντας τους όρους στην εξίσωση (3.47), προκύπτει

$$p(\boldsymbol{\theta} | D) = c_2 \prod_{i=1}^n \int_0^{c_i} \frac{1}{\sigma_i^{\alpha_i NN_D}} \exp\left\{-\frac{\alpha_i NN_D}{2\sigma_i^2} J_i(\boldsymbol{\theta})\right\} d\sigma_i \pi_{\theta}(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.48)$$

Να σημειωθεί ότι τα ολοκληρώματα μπορούν να προσδιοριστούν αναλυτικά χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\int_0^{\infty} \sigma^{-\alpha} \exp\left\{-\frac{\beta}{\sigma^2}\right\} d\sigma = \frac{1}{2} \beta^{-\frac{\alpha-1}{2}} \Gamma\left(\frac{\alpha-1}{2}\right) \quad \text{για } \alpha > 1 \quad (3.49)$$

και

$$\int_0^g \sigma^{-1} \exp\left\{-\frac{\beta}{\sigma^2}\right\} d\sigma = \frac{1}{2} \Gamma_{inc}\left(0, \frac{\beta}{c^2}\right) \quad \text{για } \alpha = 1 \quad (3.50)$$

όπου

$$\Gamma_{inc}(a, z) = \int_z^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \quad \text{και} \quad \Gamma_{inc}(0, z) = \int_z^{\infty} t^{-1} e^{-t} dt \quad (3.51)$$

και g είναι ένας μεγάλος αριθμός.

Στη συνέχεια εξετάζονται δύο ξεχωριστές περιπτώσεις ανάλογα με την τιμή των τιμών $\alpha_i NN_D$. Για $\alpha_i NN_D > 1$, η εξίσωση (3.48) παίρνει τη μορφή

$$p(\boldsymbol{\theta} | D) = c_3 \prod_{i=1}^n [J_i(\boldsymbol{\theta})]^{-\left(\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2}\right)} \pi_{\theta}(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.52)$$

όπου c_3 είναι μία σταθερά κανονικοποίησης επιλεγμένη έτσι ώστε το ολοκλήρωμα της $p(\boldsymbol{\theta} | D)$ να είναι ίσο με τη μονάδα.

Για $\alpha_i NN_D = 1 \quad \forall i$, η εξίσωση (3.48) παίρνει τη μορφή

$$p(\boldsymbol{\theta} | D) = c_3 \prod_{i=1}^n \Gamma_{inc} \left(0, \frac{J_i(\boldsymbol{\theta})}{2g_i^2} \right) \quad (3.53)$$

όπου g_i είναι ένας μεγάλος αριθμός.

Για οποιαδήποτε τιμή $\alpha_i NN_D > 0$, συμπεριλαμβανομένης της $\alpha_i NN_D = 1$, μπορεί να γραφτεί ότι

$$p(\boldsymbol{\theta} | D) = c_3 \prod_{i=1}^n [F_i(\boldsymbol{\theta})] \quad (3.54)$$

όπου

$$F_i(\boldsymbol{\theta}) = [J_i(\boldsymbol{\theta})]^{-\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2}} \quad \text{για } \alpha_i NN_D > 1 \quad (3.55)$$

και

$$F_i(\boldsymbol{\theta}) = \Gamma_{inc} \left(0, \frac{J_i(\boldsymbol{\theta})}{2g_i^2} \right) \quad \text{για } \alpha_i NN_D = 1 \quad (3.56)$$

Εισάγοντας τα σύνολα ακέραιων αριθμοδεικτών S_1 και S_2 , τέτοια ώστε για κάθε $i \in S_1 \Rightarrow \alpha_i NN_D > 1$ και για κάθε $i \in S_2 \Rightarrow \alpha_i NN_D = 1$, η εξίσωση (3.54) μπορεί να γραφτεί στη γενική της μορφή:

$$p(\boldsymbol{\theta} | D) = c_3 \prod_{i \in S_1} J_i(\boldsymbol{\theta})^{-0.5(\alpha_i NN_D - 1)} \prod_{i \in S_2} \Gamma_{inc} \left(0, \frac{J_i(\boldsymbol{\theta})}{2g_i^2} \right) \quad (3.57)$$

Ασυμπτωτικά για μεγάλο αριθμό δεδομένων έτσι ώστε $0.5(\alpha_i NN_D - 1) \rightarrow 0.5\alpha_i NN_D$ στην (3.57), S_2 είναι ένα κενό σύνολο και η σχέση ανάμεσα στην $p(\boldsymbol{\theta} | D)$ και την $I(\boldsymbol{\theta})$, που δίνεται στην (3.42), είναι

$$p(\boldsymbol{\theta} | D) \sim c_0 \exp \left[-0.5 NN_D I(\boldsymbol{\theta}) \right] \quad (3.58)$$

όπου η $I(\boldsymbol{\theta})$ ορίστηκε στην (3.42).

Στη συνέχεια, η πιθανότερη τιμή $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ υπολογίζεται με δύο τρόπους. Είτε λύνοντας ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ή εφαρμόζοντας συνθήκες στασιμότητας για την $p(\boldsymbol{\theta} | D)$ στην πιθανότερη τιμή $\hat{\boldsymbol{\theta}}$.

3.7.1 Υπολογισμός της $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ Λύνοντας Ένα Πρόβλημα Βελτιστοποίησης

Η πιθανότερη τιμή $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ των δομικών παραμέτρων είναι αυτή που μεγιστοποιεί την $p(\boldsymbol{\theta} | D)$, δηλαδή,

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} p(\theta | D) \quad (3.59)$$

ή, ισοδύναμα, ελαχιστοποιεί την $-\ln p(\theta | D)$, δηλαδή,

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} [-\ln p(\theta | D)] = \arg \min_{\theta} \left[-\sum_{i=1}^n \ln F_i(\theta) \right] \quad (3.60)$$

όπου

$$\begin{aligned} -\ln p(\theta | D) &= -\sum_{i=1}^n \ln F_i(\theta) \\ &= \sum_{i \in S_1} \left(\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2} \right) \ln J_i(\theta) - \sum_{i \in S_2} \ln \Gamma_{mc} \left(0, \frac{J_i(\theta)}{2g_i^2} \right) \end{aligned} \quad (3.61)$$

όπου $\alpha_i NN_D > 1$ για $i \in S_1$ και $\alpha_i NN_D = 1$ για $i \in S_2$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ασυμπτωτικά για μεγάλο αριθμό δεδομένων, έτσι ώστε $\alpha_i NN_D - 1 \rightarrow \alpha_i NN_D$, το S_2 είναι ένα κενό σύνολο και το βέλτιστο μοντέλο που δίνεται μεγιστοποιώντας την περιθωριακή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta|D)$ στην (3.59) και (3.61) είναι ακριβώς το ίδιο με το βέλτιστο μοντέλο που δίνεται από την (3.43).

3.7.2 Υπολογισμός της $\hat{\theta}$ Εφαρμόζοντας Συνθήκες Στασιμότητας

Εναλλακτικά, η πιθανότερη τιμή των $\hat{\theta}$ προκύπτει εφαρμόζοντας συνθήκες στασιμότητας για την $p(\theta | D)$. Έτσι

$$\left. \frac{\partial}{\partial \theta_j} [-\ln p(\theta | D)] \right|_{\theta = \hat{\theta}} = 0 \quad (3.62)$$

το οποίο δίνει

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} \left[\sum_{i \in S_1} \left(\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2} \right) \ln J_i(\theta) - \sum_{i \in S_2} \ln \Gamma_{mc} \left(0, \frac{J_i(\theta)}{2g_i^2} \right) \right] = 0 \quad (3.63)$$

ή

$$\sum_{i \in S_1} \left(\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2} \right) \frac{1}{J_i(\theta)} \frac{\partial J_i(\theta)}{\partial \theta_j} - \sum_{i \in S_2} \frac{1}{\Gamma_{mc} \left(0, \frac{J_i(\theta)}{2g_i^2} \right)} \frac{\partial \Gamma_{mc} \left(0, \frac{J_i(\theta)}{2g_i^2} \right)}{\partial \theta_j} = 0 \quad (3.64)$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της συνάρτησης Γάμα :

$$\Gamma(0, z) = \int_z^{\infty} t^{-1} e^{-t} dt \quad (3.65)$$

και το γεγονός ότι

$$\frac{\partial \Gamma(0, z)}{\partial z} = -z^{-1} e^{-z} \quad (3.66)$$

προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma_{inc} \left(0, \frac{J_i(\boldsymbol{\theta})}{2c_i^2} \right)}{\partial \theta_j} &= - \left[\frac{J_i(\boldsymbol{\theta})}{2c_i^2} \right]^{-1} e^{-\frac{J_i(\boldsymbol{\theta})}{2c_i^2}} \frac{1}{2c_i^2} \frac{\partial J_i(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} = \\ &= - \frac{1}{J_i(\boldsymbol{\theta})} e^{-\frac{J_i(\boldsymbol{\theta})}{2c_i^2}} \frac{\partial J_i(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \end{aligned} \quad (3.67)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.67) στην εξίσωση (3.64), για $\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}$, η (3.64) παίρνει τη μορφή:

$$\sum_{i \in S_1} \left(\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2} \right) \frac{1}{J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})} \frac{\partial J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \theta_j} + \sum_{i \in S_2} \frac{1}{J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})} e^{-\frac{J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{2g_i^2}} \frac{\partial J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \theta_j} = 0 \quad (3.68)$$

Υποθέτοντας ότι $g_i = \rho_i \sqrt{J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})}$, όπου ρ_i είναι επίσης ένας μεγάλος αριθμός, η εξίσωση (3.68) παίρνει τη μορφή

$$\sum_{i \in S_1} \left(\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2} \right) \frac{1}{J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})} \frac{\partial J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \theta_j} + \sum_{i \in S_2} \frac{e^{-\frac{1}{2\rho_i^2}}}{J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})} \frac{\partial J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \theta_j} = 0 \quad (3.69)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι για μεγάλο ρ_i , $e^{-\frac{1}{2\rho_i^2}} \approx 1$. Σε αυτή την περίπτωση, εφαρμόζοντας συνθήκες στασιμότητας προκύπτει ότι:

$$\sum_{i \in S_1} \left(\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2} \right) \frac{1}{J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})} \frac{\partial J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \theta_j} + \sum_{i \in S_2} \frac{1}{J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})} \frac{\partial J_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \theta_j} = 0 \quad (3.70)$$

Έτσι, το πρόβλημα υπολογισμού τις πιθανότερες τιμές $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ των δομικών παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}$ μπορεί να διατυπωθεί ως εξής. Να βρεθεί η τιμή $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ που ελαχιστοποιεί τη γενική συνάρτηση

$$h(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i \in S_1} \ln [J_i(\boldsymbol{\theta})]^{\frac{\alpha_i NN_D - 1}{2}} + \sum_{i \in S_2} \ln J_i(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.71)$$

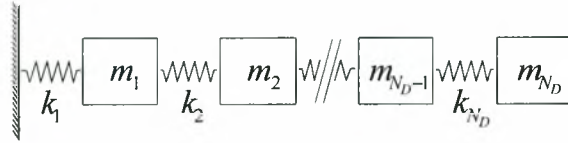
αφού στο ελάχιστο ισχύει η εξίσωση (3.70). Ισοδύναμα, μπορεί να γραφεί ότι

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} [h(\theta)] \quad (3.72)$$

Ασυμπτωτικά για μεγάλο αριθμό δεδομένων, S_2 είναι το κενό σύνολο και το βέλτιστο μοντέλο που προκύπτει από την (3.72) είναι ακριβώς το ίδιο με το βέλτιστο μοντέλο που προκύπτει από την (3.43), όπως επίσης και με το βέλτιστο μοντέλο που προκύπτει μεγιστοποιώντας την περιθωριακή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta|D)$ στη (3.59).

3.8 Αριθμητικά Παραδείγματα

Στη συνέχεια παρουσιάζονται αριθμητικά παραδείγματα για την επίδειξη των θεωρητικών συμπερασμάτων. Ας υποθέσουμε μία κατασκευή η οποία μοντελοποιείται με ένα σύστημα ελατηρίων-μαζών με N_d βαθμούς ελευθερίας, όπως αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 3.1, με το άκρο του πρώτου ελατηρίου πακτωμένο και το άκρο του τελευταίου ελατηρίου ελεύθερο. Το μοντέλο μπορεί να υποτεθεί ότι παριστάνει τη συμπεριφορά μίας κτηριακής κατασκευής με N_d ορόφους. Το ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής υποτίθεται ότι έχει ομοιόμορφη κατανομή ακαμψίας και μάζας, δηλαδή $k_i = k_0$ και $m_i = m_0$, $i = 1, \dots, N_d$. Οι τιμές των k_0 και m_0 επιλέγονται έτσι ώστε η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα της κατασκευής να ισούται με 1.0 Hz.



Σχήμα 3.1. Μοντέλο συστήματος ελατηρίων-μαζών με N_d βαθμούς ελευθερίας.

Για λόγους επίδειξης, τα μετρούμενα μορφικά δεδομένα $\hat{\omega}_r^{(k)}$ και $\hat{\phi}_r^{i(k)}$ προσομοιώνονται υπολογίζοντας τις ιδιοσυχνότητες $\omega_{r,nom}$ και τις συνιστώσες των ιδιομορφών $\phi_{r,nom}$ για το ονομαστικό μοντέλο και προσθέτοντας σε αυτές θόρυβο που περιγράφεται από μια κανονική κατανομή (Gauss), για να προσομοιαστεί η επίδραση των σφαλμάτων μέτρησης και των σφαλμάτων μοντελοποίησης. Ο θόρυβος που προστίθεται στην r ιδιοσυχνότητα και στην r ιδιομορφή περιγράφεται από μία κανονική κατανομή με χαρακτηριστικά, για την μεν ιδιοσυχνότητα $N(\mu_{\omega_r}, \varepsilon_{\omega_r}^2 \omega_{r,nom}^2)$ και για τη δε ιδιομορφή $N(\mathbf{0}, \varepsilon_{\phi_r}^2 I \|\phi_{r,nom}\|_{N_0}^2)$, όπου I είναι ο μοναδιαίος διαγώνιος πίνακας. Το μέγεθος των σφαλμάτων μέτρησης και των σφαλμάτων μοντελοποίησης ελέγχεται από τις τιμές της μέσης τιμής μ_{ω_r} και των παραμέτρων των τυπικών αποκλίσεων ε_{ω_r} και ε_{ϕ_r} . Πολλαπλά σετ μετρήσεων προσομοιώνονται επαναλαμβάνοντας την παραπάνω διαδικασία χρησιμοποιώντας το ίδιο ονομαστικό

μοντέλο και προσθέτοντας διαφορετικές δειγματοληπτικές τιμές θορύβου που προκύπτουν από την κατανομή Gauss.

3.8.1 Μοντέλο Δύο Βαθμών Ελευθερίας

Αρχικά παρουσιάζονται αποτελέσματα για ένα μοντέλο 2 βαθμών ελευθερίας, δηλαδή για $N_d = 2$. Η κατηγορία μοντέλων M που χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη συμπεριφορά της κατασκευής έχει ομοιόμορφη κατανομή μάζας, δηλαδή $m_1 = m_2 = m_0$, και κατανομή ακαμψίας που βασίζεται στην παραμετροποίηση $k_1 = k_2 = \theta k_0$, όπου η μοναδική παράμετρος θ χρησιμοποιείται για τη διαβάθμιση των σταθερών ακαμψίας των ελατηρίων. Για λόγους επίδειξης, παρουσιάζονται αποτελέσματα για την περίπτωση όπου τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σύμφωνα με τον τρόπο A που περιγράφηκε στην Ενότητα 2.4.3 και μόνο για τις μετρούμενες ιδιοσυχνότητες ($n = m = 2$), αγνοώντας τις προβλέψεις των συνιστωσών των ιδιομορφών. Αυτή η περίπτωση περιλαμβάνει δύο αντικειμενικές συναρτήσεις $J_1(\theta) = J_{\omega_1}(\theta)$ και $J_2(\theta) = J_{\omega_2}(\theta)$, και έτσι είναι δυνατή η γραφική απεικόνιση του μετώπου Pareto και των χαρακτηριστικών της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται αντιστοιχούν σε σφάλματα μοντελοποίησης με $\mu_{\omega_1} = 0$, $\mu_{\omega_2} = 5\%$, $\varepsilon_{\omega_1} = 1\%$, και για τέσσερις περιπτώσεις τιμών του $\varepsilon_{\omega_2} = 0.5\%$, 1% , 3% και 5% . Επίτηδες έγινε επιλογή των τιμών $\mu_{\omega_1} = 0$ και $\mu_{\omega_2} = 5\%$ για την προσομοίωση των σφαλμάτων μοντελοποίησης, ώστε να μην υπάρχει κανένα μοντέλο της κατηγορίας M που να μπορεί να προβλέψει ταυτόχρονα ακριβώς και τις δύο μετρούμενες ιδιοσυχνότητες. Στην ανάλυση που ακολουθεί θεωρείται ότι υπάρχουν δύο σετ μετρήσεων, δηλαδή $N_D = 2$.

Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}(\hat{\sigma})$ των δομικών παραμέτρων και οι αντίστοιχες βέλτιστες τιμές $\hat{\sigma}$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης οι οποίες υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας τους Αλγόριθμους I και II δίνονται στον Πίνακα 3.1, για διάφορες τιμές του σφάλματος μοντελοποίησης ε_{ω_2} . Σύμφωνα με τον Αλγόριθμο II (βλέπε εξίσωση (3.38)), οι βέλτιστες τιμές των υπολοίπων $\hat{\varepsilon}_i = [J_{\omega_i}(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2}$ ισούνται με τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης $\hat{\sigma}_i$, δηλαδή $\hat{\varepsilon} = \hat{\sigma}$. Αυτή η σχέση είναι ασυμπτωτικά σωστή για τα αποτελέσματα του Αλγόριθμου I. Η κανονικοποιημένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta|D)$ της δομικής παραμέτρου θ , η οποία υπολογίζεται από την εξίσωση (3.58) φαίνεται στο Σχήμα 3.2. Στο ίδιο Σχήμα, φαίνονται και οι Pareto βέλτιστες τιμές των παραμέτρων (οριζόντιες γραμμές), οι οποίες υπολογίστηκαν με μια εκτενή σάρωση του χώρου των παραμέτρων. Για παράδειγμα, οι Pareto βέλτιστες τιμές για $\varepsilon_{\omega_2} = 0.5\%$ που υπολογίστηκαν για όλα τα $\sigma_i \in [0, \infty)$, $i = 1, 2$, κυμαίνονται στην περιοχή $\hat{\theta}(\sigma) \in [1.036, 1.10]$. Το αντίστοιχο μέτωπο Pareto στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων (J_1, J_2) φαίνεται στα Σχήματα 3.3α και 3.3β για τις περιπτώσεις

Πίνακας 3.1. Βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων και οι αντίστοιχες τιμές των υπολοίπων.

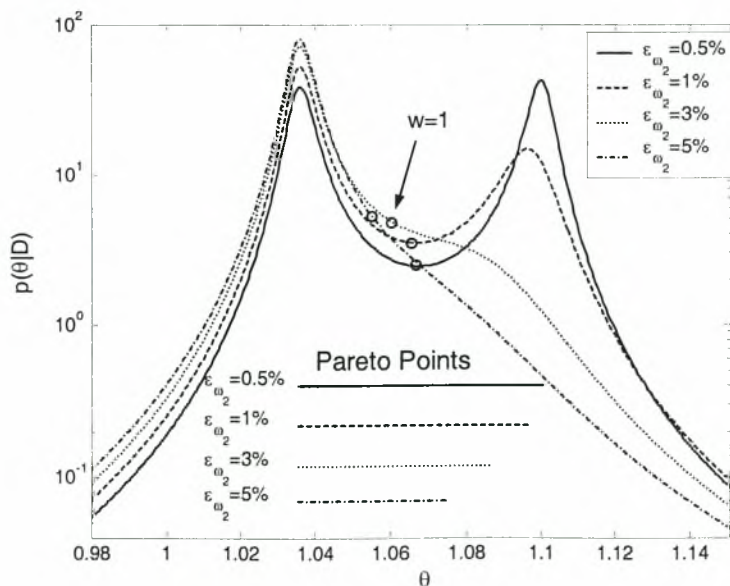
| Model Error | Proposed Methodology | | | | | | Minimization of $J(\theta; w)$ for $w=1$ | | |
|--------------------------|------------------------------|--------|--|--------|--|--------|--|---------------------------|---------------------------|
| | Optimal Models | | Optimal Residual Errors | | | | Optimal Model | Residual Errors | |
| ε_{ω_2} | $\hat{\theta}(\hat{\sigma})$ | | $\hat{\varepsilon}_1 = \hat{\sigma}_1$ (%) | | $\hat{\varepsilon}_2 = \hat{\sigma}_2$ (%) | | $\hat{\theta}_{w=1}$ | $\hat{\varepsilon}_1$ (%) | $\hat{\varepsilon}_2$ (%) |
| | Alg I | Alg II | Alg I | Alg II | Alg I | Alg II | $w=1$ | $w=1$ | $w=1$ |
| 0.5% | 1.10* | 1.10* | 3.04 | 3.04 | 0.18 | 0.18 | 1.07 | 1.49 | 1.53 |
| | 1.04 | 1.04 | 0.19 | 0.19 | 2.94 | 2.95 | | | |
| 1% | 1.04* | 1.04* | 0.19 | 0.19 | 2.83 | 2.84 | 1.07 | 1.42 | 1.50 |
| | 1.10 | 1.20 | 2.87 | 2.87 | 0.36 | 0.36 | | | |
| 3% | 1.04 | 1.04 | 0.19 | 0.19 | 2.55 | 2.57 | 1.06 | 1.19 | 1.62 |
| 5% | 1.04 | 1.04 | 0.19 | 0.19 | 2.58 | 2.58 | 1.06 | 0.94 | 2.05 |

*Ολικό Ελάχιστο

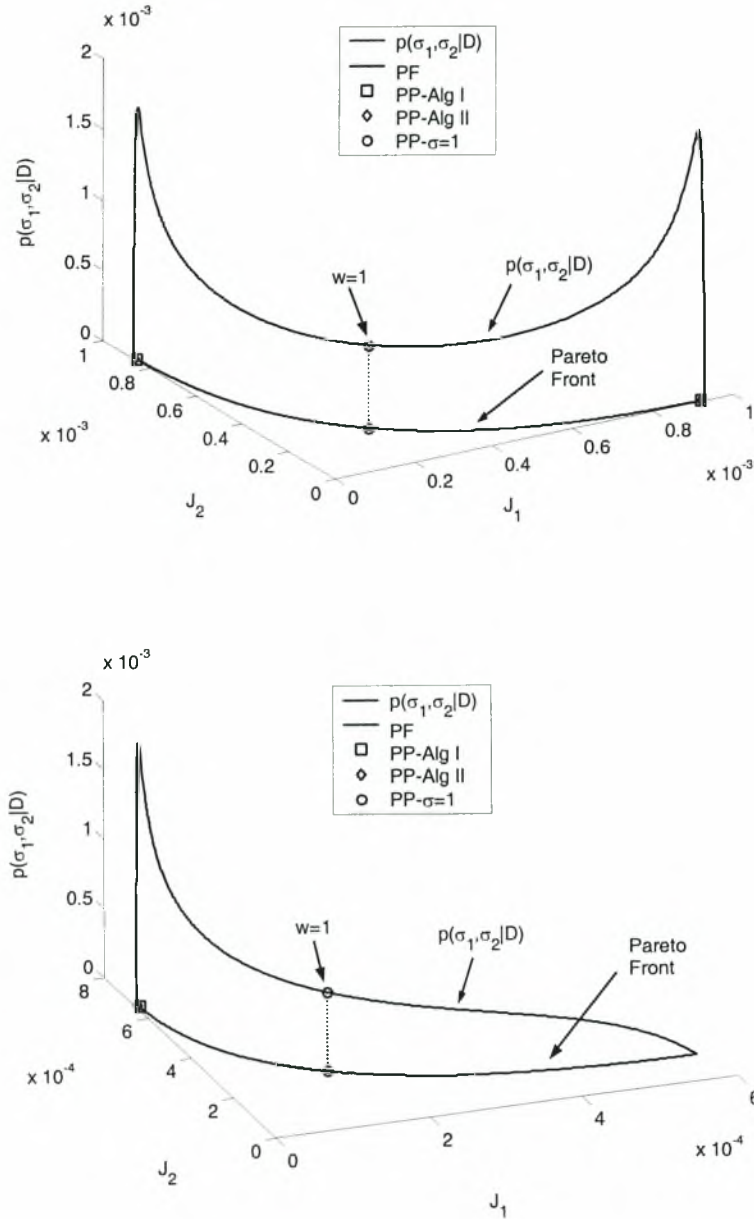
$\varepsilon_{\omega_2} = 0.5\%$ και $\varepsilon_{\omega_2} = 3\%$, αντίστοιχα. Κάθε σημείο (J_1, J_2) κατά μήκος του μετώπου Pareto αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$ ή, λόγω της (3.16), σε μία συγκεκριμένη τιμή των συντελεστών βαρύτητας $w = (w_1, w_2)$ στη (2.15). Το μορφικό υπόλοιπο $\hat{\varepsilon}_i = [J_{\omega_i}(\hat{\theta}(\underline{\sigma}))]^{1/2}$ του κάθε Pareto βέλτιστου μοντέλου $\hat{\theta}(\sigma)$ για κάθε ιδιοσυχνότητα, διαφοροποιείται καθώς κινείται κάποιος κατά μήκος του μετώπου Pareto.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\sigma_1, \sigma_2 | D)$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης κατά μήκος του μετώπου Pareto υπολογίζεται εύκολα χρησιμοποιώντας τη (3.24) και σχεδιάζεται στα Σχήματα 3.3α και 3.3β κατά μήκος του μετώπου Pareto. Οι τιμές των κορυφών (τοπικά και ολικά βέλτιστα) της $p(\sigma_1, \sigma_2 | D)$ κατά μήκος του μετώπου Pareto αντιστοιχούν στις πιθανότερες τιμές $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2)$ (βλέπε Πίνακα 3.1) των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης που υπολογίστηκαν από τον Αλγόριθμο I και αντιστοιχούν στα σημεία PP-Alg I που φαίνονται κατά μήκος του μετώπου Pareto. Τα πιθανότερα σημεία Pareto PP-Alg II, που επίσης φαίνονται σε αυτά τα σχήματα, αντιστοιχούν στις βέλτιστες τιμές $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2)$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης (βλέπε Πίνακα 3.1) οι οποίες υπολογίστηκαν από τον Αλγόριθμο II χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.38).

Παρατηρείται από τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.1 και το Σχήμα 3.3 ότι οι εκτιμήσεις των δύο Αλγορίθμων I και II είναι περίπου οι ίδιες. Επιπλέον, για την περίπτωση όπου $\varepsilon_{\omega_2} = 0.5\%$ και $\varepsilon_{\omega_1} = 1\%$, η $p(\theta|D)$ στο Σχήμα 3.2 και τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.1 αποκαλύπτουν ότι υπάρχουν δύο τοπικά πιθανότερα βέλτιστα μοντέλα στο $\hat{\theta}_1 = 1.04$ και $\hat{\theta}_2 = 1.10$, κοντά στα ακριανά σημεία των Pareto βέλτιστων σημείων. Για $\varepsilon_{\omega_2} = 0.5\%$, το βέλτιστο στο $\hat{\theta}_2 = 1.10$ είναι ολικό ελάχιστο ($\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}_2$), ενώ το τοπικό ελάχιστο στο $\hat{\theta}_1 = 1.04$ αντιστοιχεί σε λίγο μικρότερη πιθανότητα $p(\hat{\theta}_1|D) = 0.913 p(\hat{\theta}_2|D)$, φανερώνοντας ότι και τα δύο μοντέλα που ανήκουν σε δύο διαφορετικές περιοχές στο χώρο των παραμέτρων προβλέπουν τα δεδομένα σχεδόν εξίσου καλά. Και τα δύο βέλτιστα δομικά μοντέλα αντιστοιχούν σε δύο διαφορετικά Pareto σημεία (σημείο PP-Alg I ή PP-Alg II) κατά μήκος του μετώπου Pareto τα οποία είναι σχεδόν εξίσου πιθανά όπως φαίνεται και από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\sigma_1, \sigma_2|D)$ στο Σχήμα 3.3α. Για $\varepsilon_{\omega_2} = 1\%$, το βέλτιστο στο $\hat{\theta}_1 = 1.04$ είναι το ολικό ελάχιστο ($\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}_1$) και κυριαρχεί έναντι του τοπικού ελαχίστου στο $\hat{\theta}_2 = 1.10$ καθώς $p(\hat{\theta}_2|D) = 0.28 p(\hat{\theta}_1|D)$. Για τις περιπτώσεις $\varepsilon_{\omega_2} = 3\%$ και $\varepsilon_{\omega_2} = 5\%$, υπάρχει ένα μόνο βέλτιστο στο $\hat{\theta}_{opt} = 1.04$ το οποίο αντιστοιχεί σε ένα μόνο πιθανότερο Pareto σημείο (σημείο PP-Alg I ή PP-Alg II) κατά μήκος του μετώπου Pareto όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3β για την περίπτωση $\varepsilon_{\omega_2} = 3\%$.



Σχήμα 3.2. Η κατανομή πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta|D)$ των δομικών παραμέτρων για διάφορες τιμές του ε_{ω_2} ($\mu_{\omega_1} = 0$, $\mu_{\omega_2} = 5\%$, $\varepsilon_{\omega_1} = 1\%$).



Σχήμα 3.3. Μέτωπο Pareto και $p(\sigma_1, \sigma_2|D)$ κατά μήκος του μετώπου, (α) $\varepsilon_{\omega_2} = 0.5\%$ και (β) $\varepsilon_{\omega_2} = 3\%$.

Για όλες τις περιπτώσεις που μελετήθηκαν, τα Pareto βέλτιστα μοντέλα στο $\hat{\theta}_1 = 1.04$ και $\hat{\theta}_2 = 1.10$ διαφέρουν ως προς την πρόβλεψη των δύο μετρούμενων ιδιοσυχνοτήτων. Ειδικότερα, το Pareto βέλτιστο μοντέλο στο $\hat{\theta}_1 = 1.04$ προβλέπει καλά την πρώτη ιδιοσυχνότητα δίνοντας μικρό μορφικό υπόλοιπο $\hat{\varepsilon}_1 = [J_{\omega_1}(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2} \equiv \hat{\sigma}_1 = 0.19\%$ ενώ το μορφικό υπόλοιπο για τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα είναι σχετικά μεγάλο και αντιστοιχεί σε $\hat{\varepsilon}_2 = [J_{\omega_2}(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2} \equiv \hat{\sigma}_2 \geq 2.55\%$. Αντίθετα, το Pareto βέλτιστο μοντέλο στο $\hat{\theta}_2 = 1.10$ προβλέπει καλά τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα δίνοντας μικρό μορφικό υπόλοιπο $\hat{\varepsilon}_2 = [J_{\omega_2}(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2} \equiv \hat{\sigma}_2 \leq 0.36\%$, ενώ το μορφικό υπόλοιπο για την πρώτη ιδιοσυχνότητα είναι σχετικά μεγάλο και αντιστοιχεί σε $\hat{\varepsilon}_1 = [J_{\omega_1}(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2} \equiv \hat{\sigma}_1 \geq 2.87\%$.

Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.1 και για τις τέσσερις τιμές του ε_{ω_2} αξίζει να σημειωθεί ότι ανάμεσα στα δομικά μοντέλα $\hat{\theta}_1 = 1.04$ και $\hat{\theta}_2 = 1.10$, το πιθανότερο δομικό μοντέλο $\hat{\theta}_{opt}$ επιλέγεται ως αυτό που προβλέπει καλύτερα (μικρότερο μορφικό υπόλοιπο) την ιδιοσυχνότητα που περιέχει τη μικρότερη διασπορά στις μετρούμενες τιμές της (μικρότερη τιμή του ε_{ω}). Ειδικότερα, για $\varepsilon_{\omega_2} = 1\%$, 3% και 5% , το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{opt} = \hat{\theta}_1$ προβλέπει καλύτερα την πρώτη ιδιοσυχνότητα ω_1 αφού $\varepsilon_{\omega_1} = 1\% \leq \varepsilon_{\omega_2}$. Για $\varepsilon_{\omega_2} = 0.5\%$, το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{opt} = \hat{\theta}_2$ προβλέπει καλύτερα τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα ω_2 αφού $\varepsilon_{\omega_2} \leq \varepsilon_{\omega_1} = 1\%$.

Για λόγους σύγκρισης, η βέλτιστη τιμή $\hat{\theta}_{w=1}$ και η αντίστοιχη πιθανότητα $p(\hat{\theta}_{w=1} | D)$ της δομικής παραμέτρου $\hat{\theta}_{w=1}$, υπολογισμένη με τη συμβατική μέθοδο ίσης στάθμησης των υπολοίπων που αντιστοιχεί στη σταθερή τιμή $w = 1$ (ή $\sigma^2 = \alpha$), δίνονται στον Πίνακα 3.1 και φαίνονται με ένα κύκλο στο χώρο των παραμέτρων και στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων στα Σχήματα 3.2 και 3.3 (βλέπε σημείο PP- $\sigma = 1$), αντίστοιχα. Να σημειωθεί ότι η βέλτιστη τιμή $\hat{\theta}_{w=1} \approx 1.07$ διαφέρει από τις πιθανότερες τιμές $\hat{\theta}_{opt} = \hat{\theta}(\hat{\sigma}) = 1.04$ ή 1.10 υπολογισμένες στα βέλτιστα $\hat{\sigma}$. Από τα αποτελέσματα στο Σχήμα 3.2, η πιθανότητα της βέλτιστης τιμής $\hat{\theta}_{w=1} \approx 1.07$ όπως προβλέπεται από την προτεινόμενη μεθοδολογία είναι μικρή σε σχέση με την πιθανότητα της $\hat{\theta}_{opt}$. Παρόμοια, όπως δηλώνεται στον Πίνακα 3.1, το Pareto βέλτιστο σημείο για $w = 1$ αντιστοιχεί σε μορφικό υπόλοιπο που μεταβάλλεται από $\hat{\varepsilon}_1 = [J_{\omega_1}(\hat{\theta}_{w=1})]^{1/2} = 1.49\%$ σε 0.94% για την πρώτη ιδιοσυχνότητα και από $\hat{\varepsilon}_2 = [J_{\omega_2}(\hat{\theta}_{w=1})]^{1/2} = 1.53\%$ σε 2.05% για τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα. Επιπλέον, όπως φαίνεται στα Σχήματα 3.3α και 3.3β, η πιθανότητα του Pareto βέλτιστου σημείου (PP- $\sigma = 1$) που αντιστοιχεί σε $w = 1$ είναι μικρή σε σχέση με την πιθανότητα των Pareto σημείων (PP-Alg I ή PP-Alg II) που αντιστοιχούν στα πιθανότερα Pareto σημεία $\hat{\sigma}$.

Το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{w=1}$ υποθέτοντας ίσες τιμές για τους συντελεστές βαρύτητας $w = 1$ ή, ισοδύναμα, πλήρη συσχετισμένες παράμετροι των σφαλμάτων πρόβλεψης με $\sigma^2 = \alpha$, τείνει να προβλέψει και τις δύο ιδιοσυχνότητες ταυτόχρονα, χωρίς να

δείχνει κάποια προτίμηση στην ακριβέστερη πρόβλεψη μίας από τις δύο ιδιοσυχνότητες. Ειδικότερα, σε σχέση με το πιθανότερο δομικό μοντέλο $\hat{\theta}(\hat{\sigma}) = 1.04$ για $\varepsilon_{\omega_2} = 1\%$, το Pareto βέλτιστο δομικό μοντέλο $\hat{\theta}_{w=1} = 1.07$ βελτιώνει την πρόβλεψη της δεύτερης ιδιοσυχνότητας από 2.84% σε 1.50% με το τίμημα ότι χειροτερεύει την πρόβλεψη για την πρώτη ιδιοσυχνότητα από 0.19% σε 1.42%. Όπως θα φανεί και από το επόμενο παράδειγμα, αυτή η προσπάθεια καλής πρόβλεψης ταυτοχρόνως όλων των διάφορων μορφικών ιδιοτήτων μπορεί να κάνει την εκτίμηση του βέλτιστου δομικού μοντέλου $\hat{\theta}_{w=1}$ πολύ ευαίσθητη σε μεγάλα σφάλματα μοντελοποίησης ή μεγάλο θόρυβο στις μετρήσεις.

3.8.2 Μοντέλο Δέκα Βαθμών Ελευθερίας

Στη συνέχεια παρουσιάζονται αποτελέσματα για ένα μοντέλο $N_d = 10$ βαθμών ελευθερίας. Θεωρούνται τρεις κατηγορίες παραμετρικών μοντέλων M_1 , M_2 και M_3 που περιέχουν μία, δύο και πέντε παράμετροι αντίστοιχα. Και οι τρεις κατηγορίες μοντέλων επιλέγονται ώστε να έχουν ομοιόμορφη κατανομή μάζας, $m_i = m_0$, $i = 1, \dots, N_d$. Η πρώτη κατηγορία μοντέλων M_1 έχει ομοιόμορφη κατανομή ακαμψίας που βασίζεται στην παραμετροποίηση $k_i = \theta k_0$, $i = 1, \dots, N_d$ όπου η μοναδική παράμετρος θ χρησιμοποιείται για τη διαβάθμιση των σταθερών ακαμψίας και των $N_d = 10$ ελατηρίων, που θεωρούνται και πλήρως συσχετιζόμενες. Η δεύτερη κατηγορία μοντέλων M_2 περιέχει δύο παραμέτρους θ_1 και θ_2 και βασίζεται στην παραμετροποίηση $k_i = \theta_1 k_0$, $i = 1, \dots, 5$ και $k_i = \theta_2 k_0$, $i = 6, \dots, 10$. Η τρίτη κατηγορία μοντέλων M_3 περιέχει πέντε παραμέτρους θ_i , $i = 1, \dots, 5$ και βασίζεται στην παραμετροποίηση $k_{2(i-1)+j} = \theta_j k_0$, $j = 1, 2$.

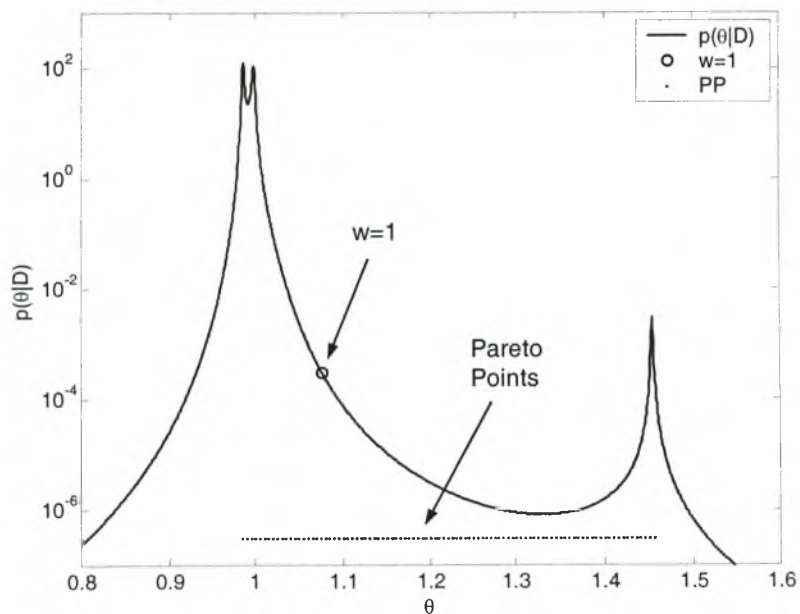
Για λόγους επίδειξης, υποτίθεται ότι οι διαθέσιμες μετρούμενες ποσότητες είναι οι τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές ($m = 4$). Θα παρουσιαστούν αποτελέσματα για την περίπτωση όπου τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σύμφωνα με τον τρόπο A που περιγράφηκε στην Ενότητα 2.4.1 και για την περίπτωση όπου έχουν τοποθετηθεί αισθητήρες στους βαθμούς ελευθερίας 2, 4, 6, 8 και 10. Έτσι, ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων είναι $n = 2m = 8$. Σε αυτή την περίπτωση το Pareto μέτωπο ανήκει σε ένα χώρο 8 διαστάσεων και έτσι δε μπορεί να αποδοθεί γραφικά. Μετρητικά δεδομένα δημιουργούνται από το ονομαστικό μοντέλο και για σφάλματα μοντέλου που αντιστοιχούν σε $\mu_{\omega_r} = 0$ και $\varepsilon_{\omega_r} = 1\%$ για $r = 1, 2$ και 3, ενώ για $r = 4$, $\mu_{\omega_4} = 20\%$ και $\varepsilon_{\omega_4} = 1\%$. Επιπλέον, για τις συνιστώσες των ιδιομορφών $\varepsilon_{\phi_r} = 5\%$ για $r = 1, \dots, 4$. Οι τιμές αυτές επιλέχθηκαν επίτηδες κατά αυτόν τον τρόπο, έτσι ώστε να μην υπάρχει κανένα μοντέλο στις κατηγορίες M_1 , M_2 και M_3 που να μπορεί να προβλέψει ταυτόχρονα ακριβώς όλες τις μορφικές ιδιότητες. Επιπλέον, η μεγάλη διαφοροποίηση ανάμεσα στην προσομοιωμένη τιμή της τέταρτης ιδιοσυχνότητας και της τιμής της ιδιοσυχνότητας που αντιστοιχεί στο ονομαστικό

μοντέλο $\theta_{nom} = 1$ εισήχθη με σκοπό την προσομοίωση σημαντικού σφάλματος μοντελοποίησης, που μπορεί να οφείλεται σε λανθασμένες υποθέσεις κατά τη μοντελοποίηση, ή σημαντικού σφάλματος στις μετρήσεις, που μπορεί να προκύψει από κάποιο χαλασμένο αισθητήρα. Αυτό επιτρέπει να μελετηθεί η συμπεριφορά της προτεινόμενης μεθοδολογίας εκτίμησης των δομικών παραμέτρων όταν υπάρχουν σημαντικά σφάλματα μοντελοποίησης ή σφάλματα μέτρησης σε μία από τις μορφικές ιδιότητες. Πρέπει να σημειωθεί ότι το ονομαστικό μοντέλο ($\theta_{nom} = 1$) είναι ένα από τα μοντέλα και στις τρεις κατηγορίες μοντέλων που μπορεί να προβλέψει πολύ καλά τις τρεις πρώτες μετρούμενες ιδιοσυχνότητες με σφάλμα 1% και να προβλέψει την τέταρτη μετρούμενη ιδιοσυχνότητα με μεγάλο σφάλμα της τάξης του 20%. Οποιαδήποτε μεταβολή στις τιμές των δομικών παραμέτρων θ από τις ονομαστικές τιμές με σκοπό να βελτιωθεί η πρόβλεψη της τέταρτης ιδιοσυχνότητας, έχει σαν αποτέλεσμα να χειροτερέψει η πρόβλεψη των τριών χαμηλότερων ιδιοσυχνοτήτων.

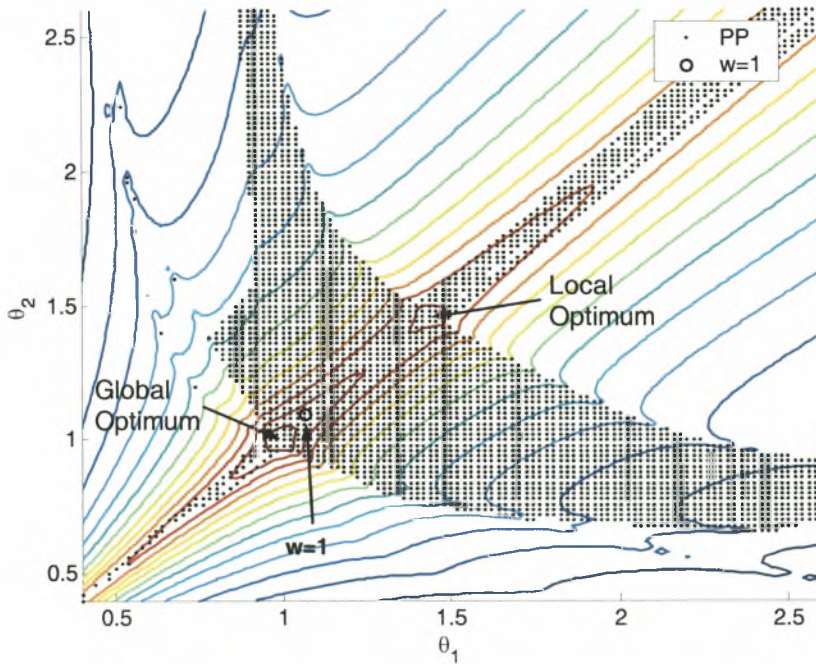
Για την περίπτωση της κατηγορίας μοντέλων M_1 και για $N_D = 2$ σετ μετρήσεων, η κατανομή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta|D)$ των δομικών παραμέτρων θ φαίνεται στο Σχήμα 3.4. Για την περίπτωση της κατηγορίας μοντέλων M_2 και για $N_D = 2$ σετ μετρήσεων, οι ισοϋψείς της κατανομή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta|D)$ στο διδιάστατο χώρο των παραμέτρων φαίνεται στο Σχήμα 3.5. Σε αυτά τα σχήματα παρατηρείται ότι προκύπτει μία αντικειμενική συνάρτηση που είναι ισχυρά μη-γραμμική, μη-κυρτή και η οποία περιλαμβάνει πολλά τοπικά/ολικά ελάχιστα. Οι Pareto βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων και στις δύο περιπτώσεις λαμβάνονται με μία εκτενή σάρωση του χώρου των παραμέτρων και φαίνονται στο Σχήμα 3.4 (σημεία PP κατά μήκος της οριζόντιας γραμμής) και Σχήμα 3.5 (σημεία PP). Παρατηρείται μία μεγάλη διακύμανση ανάμεσα στις Pareto βέλτιστες τιμές των παραμέτρων, η οποία οφείλεται στην προσπάθεια ταυτόχρονης εξισορρόπησης των τιμών των μορφικών υπολοίπων και για τις $n = 2m = 8$ αντικειμενικές συναρτήσεις. Όπως αναμενόταν, οι βέλτιστες τιμές (ολικές και τοπικές) $\hat{\theta}_{opt} = \hat{\theta}(\hat{\sigma})$ που μεγιστοποιούν την $p(\theta|D)$ ανήκουν στο σύνολο των Pareto βέλτιστων σημείων, όπως φαίνεται στα Σχήματα 3.4 και 3.5.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι συμβατικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούν την πληροφορία της παραγώγου δεν είναι αξιόπιστες στην εύρεση του ολικού ελαχίστου όταν η συνάρτηση έχει πολλαπλά τοπικά/ολικά βέλτιστα, καθώς η σύγκλιση στο ολικό βέλτιστο δεν εξασφαλίζεται. Σε αυτές τις περιπτώσεις, στρατηγικές που βασίζονται σε εξελικτικούς αλγορίθμους (Bayer 2001) είναι καταλληλότερες και αποτελεσματικότερες. Αυτές οι μέθοδοι αποτελούνται από αλγορίθμους που ψάχνουν τυχαία σε όλο το χώρο των παραμέτρων για να βρουν το ολικό ελάχιστο, αποφεύγοντας την σύγκλιση σε κάποιο τοπικό ελάχιστο. Ένα

μειονέκτημα τους είναι ότι συγκλίνουν αργά, καθώς δε κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται ένας υβριδικός αλγόριθμος που αξιοποιεί τα πλεονεκτήματα τόσο των εξελικτικών αλγορίθμων όσο και των αλγορίθμων που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου. Ειδικότερα, αρχικά χρησιμοποιείται ένας εξελικτικός αλγόριθμος που διερευνά τον χώρο των παραμέτρων και ψάχνει να βρει τη γειτονία του ολικού ελαχίστου. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος που κάνει χρήση της πληροφορίας της παραγώγου για να επιταχυνθεί η σύγκλιση στο ολικό ελάχιστο.



Σχήμα 3.4. Η κατανομή πυκνότητας πιθανότητας $p(\theta | D)$ των δομικών παραμέτρων.



Σχήμα 3.5. Οι ισοϋψείς της $p(\theta | D)$ των δομικών παραμέτρων.

Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}(\hat{\sigma})$ (ολικά και τοπικά ελάχιστα) των δομικών παραμέτρων και οι αντίστοιχες βέλτιστες τιμές $\hat{\varepsilon}_i = [J_i(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2} \equiv \hat{\sigma}_i$, $i=1, \dots, 8$, των μορφικών υπολοίπων που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο II δίνονται στον Πίνακα 3.2 για τις κατηγορίες μοντέλων M_1 και M_2 και για τις περιπτώσεις όπου υπάρχουν $N_D = 2$ και 1000 σετ δεδομένων. Η περίπτωση $N_D = 1000$ παρουσιάζεται για να δειχθεί η ασυμπτωτική συμπεριφορά της μεθοδολογίας για μεγάλο αριθμό δεδομένων. Για $N_D = 2$ και για την κατηγορία μοντέλων M_1 , η $p(\theta | D)$ έχει ένα ολικό βέλτιστο στο $\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}(\hat{\sigma}) = 0.986$ και δύο τοπικά ελάχιστα στα $\hat{\theta}_2 = 0.998$ και $\hat{\theta}_3 = 1.45$. Το τοπικό ελάχιστο στο $\hat{\theta}_2 = 0.998$ είναι περίπου εξίσου πιθανό με το ολικό ελάχιστο στο $\hat{\theta}_{opt} = 0.986$. Και τα δύο αυτά βέλτιστα δίνουν μικρά μορφικά υπόλοιπα $\hat{\varepsilon}_i = [J_i(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2} = \hat{\sigma}_i$, $i=1, 2, 3$, της τάξης του 1% για τις τρεις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες και πολύ μεγάλο μορφικό υπόλοιπο $\hat{\varepsilon}_4 = [J_4(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2} = \hat{\sigma}_4 \geq 17.1\%$ για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα. Έτσι, αυτά τα βέλτιστα δομικά μοντέλα $\hat{\theta}_{opt}$ και $\hat{\theta}_2$ προβλέπουν πολύ καλά τις τρεις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες. Αντίθετα, το τοπικό βέλτιστο μοντέλο που αντιστοιχεί στο $\hat{\theta}_3 = 1.45$, προβλέπει πολύ καλά την τέταρτη ιδιοσυχνότητα με σφάλμα της τάξης του 1%, ενώ προβλέπει με μεγάλο σφάλμα της τάξης του 20% τα μορφικά υπόλοιπα $\hat{\varepsilon}_i$, $i=1, 2, 3$, για τις τρεις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.4 η προτεινόμενη μέθοδος

που βασίζεται στη θεωρία του Bayes, δίνει πολύ μικρή πιθανότητα στο βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_3 = 1.45$, σε σχέση με την πιθανότητα του ολικά βέλτιστου μοντέλου στο $\hat{\theta}_{opt} = 0.986$ ή του αμέσως επόμενου τοπικά βέλτιστου μοντέλου στο $\hat{\theta}_2 = 0.998$.

Για σει μετρήσεων περισσότερα των $N_D = 2$, ένα από τα δύο ολικά/τοπικά ελάχιστα στην περιοχή κοντά στο $\theta = 1$ εξαφανίζεται. Για μεγάλο αριθμό σει μετρήσεων ($N_D = 1000$), το ολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $\hat{\theta}_{opt} = 1.00$ με την τιμή να συμπίπτει με την ονομαστική τιμή $\theta_{nom} = 1$ της δομικής παραμέτρου, ενώ το επόμενο τοπικό ελάχιστο στο $\hat{\theta}_2 = 1.44$ έχει αρκετές τάξεις μεγέθους μικρότερη πιθανότητα από το ολικό ελάχιστο (βλέπε Πίνακα 3.2). Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης $\hat{\sigma}$ συγκλίνουν σε τιμές κοντά στο 1% για τις τρεις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες, 20% για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα και 4.5% για τις συνιστώσες των ιδιομορφών, τιμές που είναι κοντά στο επίπεδο θορύβου που εισήχθη για να προσομοιωθούν τα σφάλματα μοντελοποίησης και τα σφάλματα των μετρήσεων. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα για την κατηγορία μοντέλων M_2 , που δίνονται στις τέσσερις τελευταίες στήλες του Πίνακα 3.2, οδηγούν σε ποιοτικά ίδια συμπεράσματα με αυτά που προέκυψαν για την κατηγορία μοντέλων M_1 .

Πίνακας 3.2. Βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων και οι αντίστοιχες τιμές των μορφικών υπολοίπων χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο II για τις κατηγορίες μοντέλων M_1 και M_2 .

| | Model Class M_1 | | | | | | Model Class M_2 | | | |
|-------------------------------------|-------------------|-------|--------|------------|--------|------|-------------------|------|------------|------|
| | $N_D=2$ | | | $N_D=1000$ | | | $N_D=2$ | | $N_D=1000$ | |
| | G* | L*2 | L3 | G | L2 | G | L | G | L | |
| Normalized $p(\hat{\theta} D)$ | 1.0 | 0.85 | 2.3E-5 | 1.0 | 6.7E-6 | 1.0 | 3.5E-5 | 1.0 | 6.7E-6 | |
| $\hat{\theta}$ | $\hat{\theta}_1$ | 0.986 | 0.998 | 1.45 | 1.000 | 1.44 | 1.00 | 1.45 | 1.00 | 1.44 |
| | $\hat{\theta}_2$ | | | | | | 1.00 | 1.46 | 1.00 | 1.44 |
| $\hat{\sigma}$ (%) | $\hat{\sigma}_1$ | 1.87 | 1.53 | 19.92 | 1.01 | 19.9 | 1.55 | 19.7 | 1.01 | 19.9 |
| | $\hat{\sigma}_2$ | 0.06 | 0.62 | 21.43 | 1.01 | 19.9 | 0.64 | 21.5 | 1.01 | 19.9 |
| | $\hat{\sigma}_3$ | 0.62 | 0.08 | 20.68 | 1.00 | 19.9 | 0.08 | 20.6 | 1.00 | 19.9 |
| | $\hat{\sigma}_4$ | 17.6 | 17.1 | 0.03 | 16.7 | 0.83 | 17.1 | 0.03 | 16.7 | 0.83 |
| | $\hat{\sigma}_5$ | 3.80 | 3.80 | 3.80 | 4.49 | 4.49 | 3.79 | 3.77 | 4.49 | 4.49 |
| | $\hat{\sigma}_6$ | 3.98 | 3.98 | 3.98 | 4.41 | 4.41 | 3.99 | 4.05 | 4.34 | 4.40 |
| | $\hat{\sigma}_7$ | 3.20 | 3.20 | 3.20 | 4.43 | 4.43 | 3.21 | 3.29 | 4.43 | 4.43 |
| | $\hat{\sigma}_8$ | 6.75 | 6.75 | 6.75 | 4.49 | 4.49 | 6.65 | 6.35 | 4.50 | 4.50 |

*G=Ολικό, L=Τοπικό ελάχιστο

Στη συνέχεια γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τους Αλγόριθμους I και II, που βασίζονται σε ασυμπτωτικές προσεγγίσεις. Οι πιθανότερες (ολικά ελάχιστες) τιμές $\hat{\theta}_{opt} = \hat{\theta}(\hat{\sigma})$ των δομικών παραμέτρων, οι αντίστοιχες τιμές των μορφικών υπολοίπων $\hat{\varepsilon}_i = [J_i(\hat{\theta}_{opt})]^{1/2} \equiv \hat{\sigma}_i$, $i=1, \dots, 8$, και η $p(\hat{\theta}_{opt} | D)$ δίνονται στον Πίνακα 3.3 για την κατηγορία μοντέλων M_3 , που περιλαμβάνει πέντε δομικές παράμετροι, για $N_D = 2$ και 1000 σετ μετρήσεων. Η διαφορά στην εκτίμηση των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης και των δομικών παραμέτρων από τους Αλγόριθμους I και II για $N_D = 2$ είναι μικρή. Όσο ο αριθμός των δεδομένων αυξάνεται, λόγω της αύξησης των σετ μετρήσεων από $N_D = 2$ σε $N_D = 1000$, οι εκτιμήσεις για τα βέλτιστα μοντέλα $\hat{\theta}(\hat{\sigma})$ από τους δύο αλγόριθμους συγκλίνουν στην ίδια τιμή. Παρόμοια σύγκλιση παρατηρείται αυξάνοντας των αριθμό των αισθητήρων ή των αριθμό των μετρούμενων ιδιομορφών. Αυτή η τάση είναι συμβατή με την περιοχή ισχύος των ασυμπτωτικών προσεγγίσεων, που τείνουν να είναι ασυμπτωτικά ακριβείς για μεγάλο αριθμό δεδομένων. Επιπλέον, όσο αυξάνεται ο αριθμός των δεδομένων, η αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης είναι της τάξης του προσομοιωμένου σφάλματος μοντελοποίησης και μετρήσεων που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία των μετρήσεων. Αυτό είναι εμφανές για την περίπτωση $N_D = 1000$, όπου οι βέλτιστες τιμές των σφαλμάτων πρόβλεψης τείνουν περίπου στο 1% για τις τρεις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες, 16.6% για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα και 4.5% για τις συνιστώσες των ιδιομορφών, που είναι της τάξης του θορύβου που εισήχθη για να προσομοιωθούν τα σφάλματα μοντελοποίησης και σφάλματα των μετρήσεων.

Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και αποτελέσματα που υπολογίστηκαν με τη χρήση συμβατικών αλγορίθμων, οι οποίοι βασίζονται σε προκαθορισμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Η βέλτιστη τιμή $\hat{\theta}_{w=1}$ των δομικών παραμέτρων, οι αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης $\hat{\varepsilon}_i = [J_i(\hat{\theta}_{w=1})]^{1/2}$ και η πιθανότητα $p(\hat{\theta}_{w=1} | D)$, υπολογιζόμενα υποθέτοντας ίσες τιμές των συντελεστών βαρύτητας $w = 1$ ή πλήρως συσχετιζόμενες παράμετροι των σφαλμάτων πρόβλεψης ($\sigma^2 = \alpha$), παρουσιάζονται επίσης στο Σχήμα 3.4 και τον Πίνακα 3.3 (βλέπε στήλες 5 και 8). Το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{w=1}$ είναι και αυτό ένα Pareto βέλτιστο σημείο αλλά διαφέρει από το πιθανότερο $\hat{\theta}_{opt} = \hat{\theta}(\hat{\sigma})$ ή τα άλλα τοπικά ελάχιστα. Όπως προβλέπετε από την προτεινόμενη μεθοδολογία, η πιθανότητα της βέλτιστης τιμής $\hat{\theta}_{w=1}$ είναι πολύ μικρότερη σε σχέση με την πιθανότητα του $\hat{\theta}_{opt} = \hat{\theta}(\hat{\sigma})$ που βασίζεται στις βέλτιστες τιμές $\hat{\sigma}$ των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης.

Πίνακας 3.3. Βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων και οι αντίστοιχες τιμές των μορφικών υπολοίπων χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο II για την κατηγορία μοντέλων M_3 .

| | | $N_D=2$ | | | $N_D=1000$ | | |
|-----------------------------------|--------------------|---|--|-------------------------------|---|--|-------------------------------|
| | | Alg I ($\hat{\epsilon} \equiv \hat{\sigma}$) | Alg II ($\hat{\epsilon} \equiv \hat{\sigma}$) | $w=1$ ($\hat{\epsilon}$) | Alg I ($\hat{\epsilon} \equiv \hat{\sigma}$) | Alg II ($\hat{\epsilon} \equiv \hat{\sigma}$) | $w=1$ ($\hat{\epsilon}$) |
| Normalized $p(\hat{\theta} D)$ | | 0.71 | 1.0000 | 8.6E-10 | 1.00 | 1.00 | 5.6E-05 |
| $\hat{\theta}$ | $\hat{\theta}_1$ | 0.976 | 0.980 | 0.997 | 0.999 | 0.998 | 1.028 |
| | $\hat{\theta}_2$ | 1.004 | 1.012 | 1.158 | 1.004 | 1.004 | 1.148 |
| | $\hat{\theta}_3$ | 1.020 | 1.006 | 1.096 | 1.000 | 0.999 | 1.068 |
| | $\hat{\theta}_4$ | 0.971 | 0.971 | 1.048 | 1.000 | 1.000 | 1.063 |
| | $\hat{\theta}_5$ | 1.004 | 1.009 | 1.137 | 1.000 | 1.000 | 1.104 |
| $\hat{\epsilon}$ (%) | $\hat{\epsilon}_1$ | 1.65 | 1.61 | 3.18 | 1.01 | 1.01 | 3.84 |
| | $\hat{\epsilon}_2$ | 0.06 | 0.06 | 3.45 | 1.01 | 1.01 | 3.24 |
| | $\hat{\epsilon}_3$ | 0.08 | 0.08 | 4.51 | 1.00 | 1.00 | 4.12 |
| | $\hat{\epsilon}_4$ | 17.2 | 17.1 | 12.9 | 16.6 | 16.6 | 12.9 |
| | $\hat{\epsilon}_5$ | 1.71 | 3.82 | 3.92 | 4.49 | 4.49 | 4.57 |
| | $\hat{\epsilon}_6$ | 1.75 | 4.11 | 5.42 | 4.40 | 4.40 | 4.87 |
| | $\hat{\epsilon}_7$ | 1.46 | 3.00 | 4.10 | 4.43 | 4.43 | 4.84 |
| | $\hat{\epsilon}_8$ | 2.91 | 6.56 | 5.32 | 4.49 | 4.49 | 4.68 |

Από τα αποτελέσματα στον Πίνακα 3.3 για $N_D=2$ φαίνεται ότι σε σχέση με την πιθανότερη τιμή των δομικών παραμέτρων $\hat{\theta}_{opt}$, το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{w=1}$ βελτιώνει την πρόβλεψη για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα από $\hat{\epsilon}_4 = 17\%$ σε $\hat{\epsilon}_4 = 12.9\%$, με κόστος ότι χειροτερεύει την πρόβλεψη των τριών χαμηλότερων ιδιοσυχνοτήτων από τιμές του $\hat{\epsilon}_i$ ($i=1,2,3$) της τάξης του 1% σε τιμές του $\hat{\epsilon}_i$ της τάξης του 3.12% ως 4.5%, πολύ υψηλότερες από τα σφάλματα που εισήχθησαν στις μετρήσεις για τις τρεις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες. Επίσης, η προτεινόμενη μεθοδολογία με συνέπεια δίνει τις βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων να είναι πολύ κοντά στις ονομαστικές τιμές ($\hat{\theta}_{nom} = 1$) με μέγιστο σφάλμα $\|\hat{\theta}_{opt} - \hat{\theta}_{nom}\|_{\infty} = 0.029$, ενώ στην περίπτωση που γίνει ίση στάθμιση των υπολοίπων ($w = 1$) το βέλτιστο μοντέλο που προκύπτει διαφέρει σημαντικά από το ονομαστικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή των μετρητικών δεδομένων, με μέγιστο σφάλμα $\|\hat{\theta}_{w=1} - \hat{\theta}_{nom}\|_{\infty} = 0.158$. Για την ακραία περίπτωση μεγάλου αριθμού δεδομένων ($N_D=1000$), το σφάλμα $\|\hat{\theta}_{opt} - \hat{\theta}_{nom}\|_{\infty} = 0.004$ τείνει στο μηδέν, ενώ το σφάλμα $\|\hat{\theta}_{w=1} - \hat{\theta}_{nom}\|_{\infty} = 0.148$ παραμένει στα ίδια υψηλά επίπεδα με πριν.

Από τη σύγκριση είναι εμφανές ότι το βέλτιστο μοντέλο που προκύπτει υποθέτοντας ίσες τιμές των συντελεστών βαρύτητας $w = 1$ ή πλήρως συσχετιζόμενες παράμετροι των σφαλμάτων πρόβλεψης ($\sigma^2 = \alpha$), προσπαθεί να προβλέψει καλά και τις τέσσερις ιδιοσυχνότητες, χωρίς να δείχνει προτίμηση στην καλύτερη πρόβλεψη μίας από τις ομάδες μορφικών χαρακτηριστικών. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, τα μεγάλα σφάλματα μοντελοποίησης ή μετρήσεων να οδηγούν τις προβλέψεις της μεθόδου και να χειροτερεύει σημαντικά την πρόβλεψη των χαμηλότερων ιδιοσυχνοτήτων. Αντίθετα, η προτεινόμενη μεθοδολογία που βασίζεται στη θεωρία του Bayes λαμβάνει υπόψη τα επίπεδα θορύβου και τα σφάλματα μοντελοποίησης, και δίνει μοντέλα που είναι σχετικά αναισθητα σε μεγάλα σφάλματα μοντελοποίησης ή κακά μετρητικά δεδομένα, κάνοντας πολύ καλές προβλέψεις για τις τρεις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες και αγνοώντας την πρόβλεψη για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα.

3.9 Συμπεράσματα

Το παρόν κεφάλαιο ασχολείται με το πρόβλημα επιλογής των βέλτιστων τιμών των συντελεστών βαρύτητας στις μεθόδους σταθμισμένων μορφικών υπολοίπων, για την εκτίμηση των δομικών παραμέτρων των κατασκευών. Το πρόβλημα διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής αναγνώρισης, όπου λαμβάνονται όλες οι Pareto βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων που αντιστοιχούν σε όλες τις πιθανές τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Με βάση τη στατιστική θεωρία του Bayes και τα μετρούμενα μορφικά δεδομένα, προτάθηκαν δύο αλγόριθμοι για τον ταυτόχρονο προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών των συντελεστών βαρύτητας και των βέλτιστων τιμών των δομικών παραμέτρων. Τα υπολογιστικά παραδείγματα δείχνουν ότι οι εκτιμήσεις των δύο αλγορίθμων είναι κοντά, ενώ συγκλίνουν ακριβώς στις ίδιες λύσεις όσο αυξάνεται ο αριθμός των μορφικών δεδομένων. Ειδικότερα δείχνεται ότι η βέλτιστη τιμή του συντελεστή βαρύτητας για μια ομάδα μετρούμενων μορφικών χαρακτηριστικών είναι ασυμπτωτικά, για μεγάλο αριθμό μετρητικών δεδομένων, αντιστρόφως ανάλογη της τιμής του μορφικού υπολοίπου της αντίστοιχης ομάδας. Τέλος, δείχθηκε ότι οι βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων που αντιστοιχούν στα βέλτιστα σταθμισμένα μορφικά υπόλοιπα, προκύπτουν ελαχιστοποιώντας το άθροισμα των λογαρίθμων των μορφικών υπολοίπων. Η προτεινόμενη μέθοδος ονομάζεται μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων. Συγκρινόμενη με συμβατικές μεθόδους, όπου γίνεται στάθμιση των μορφικών υπολοίπων με προκαθορισμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας (πχ. μέθοδος ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων), δείχθηκε ότι οι βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων που υπολογίζονται από την προτεινόμενη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι μεγάλου σφάλματος μοντελοποίησης ή μεγάλων μετρητικών σφαλμάτων.

Υβριδικοί αλγόριθμοι που βασίζονται σε συνδυασμό εξελικτικών αλγορίθμων και μεθόδων που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου αποτελούν ικανοποιητικά εργαλεία βελτιστοποίησης για την επίλυση των μη κυρτών προβλημάτων βελτιστοποίησης που προκύπτουν και για τον εντοπισμό του ολικού ελαχίστου ανάμεσα από τα πολλαπλά τοπικά ελάχιστα.

4. Μέθοδος Διάγνωσης και Αναγνώρισης Βλαβών Χρησιμοποιώντας τη Θεωρία του Bayes

4.1 Εισαγωγή

Αναπτύσσεται μια μεθοδολογία, η οποία βασίζεται στη στατιστική θεωρία του Bayes, για την επιλογή μοντέλων κατασκευών χρησιμοποιώντας δεδομένα δυναμικών μετρήσεων και η οποία βρίσκει εφαρμογή στη διάγνωση βλαβών σε κατασκευές. Αρχικά παρουσιάζεται το πρόβλημα επιλογής της βέλτιστης κατηγορίας μοντέλων, ανάμεσα από μία ομάδα ανταγωνιστικών κατηγοριών μοντέλων, καθώς και το πρόβλημα υπολογισμού των τιμών των παραμέτρων μίας κατηγορίας μοντέλων. Κάθε κατηγορία μοντέλων, αντιπροσωπεύει πιθανές καταστάσεις βλάβης της κατασκευής, ενδεικτικής της τοποθεσίας της βλάβης. Χρησιμοποιώντας τη στατιστική θεωρία του Bayes, όλες οι πιθανές καταστάσεις βλαβών κατατάσσονται με βάση την εκ των υστέρων (μεταγενέστερη) πιθανότητα (posterior probability) της αντίστοιχης κατηγορίας μοντέλων. Το μέγεθος της βλάβης προκύπτει από τη μεταγενέστερη πιθανότητα των δομικών παραμέτρων της πιθανότερης κατηγορίας μοντέλων. Δείχνεται ότι οι προβλέψεις για την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης εξαρτώνται από τη διάταξη των αισθητήρων, διότι αυτή επηρεάζει την πληροφορία που περιέχεται στα μετρητικά δεδομένα για την ταυτόχρονη παρακολούθηση όλων των πιθανών καταστάσεων βλάβης. Παρουσιάζονται ζητήματα σχετικά με τον υπολογισμό των πολυδιάστατων ολοκληρωμάτων πιθανοτήτων που προκύπτουν κατά την ανάλυση. Ο υπολογισμός τους γίνεται τόσο με τη χρήση ασυμπτωτικών προσεγγίσεων, όσο και με δειγματοληπτικές μεθόδους Monte Carlo και μεθόδους σημαίνοντων δειγμάτων (importance sampling).

Για λόγους επίδειξης της αποτελεσματικότητας της μεθοδολογίας, αρχικά γίνεται εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας για τον εντοπισμό της τοποθεσίας και του μεγέθους της βλάβης σε ένα απλό σύστημα ελατηρίων-μαζών χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα μετρητικά δεδομένα. Η μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών εφαρμόζεται επίσης για τη διάγνωση έξι περιπτώσεων βλάβης μίας τετραώροφης μεταλλικής κατασκευής, χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα ταλαντώσεων που οφείλονται σε λειτουργικά φορτία.

4.2 Επιλογή και Αναθεώρηση Βέλτιστης Κατηγορίας Μοντέλων

Η μεθοδολογία παρουσιάζεται για την περίπτωση που τα μετρητικά δεδομένα αποτελούνται από μορφικά δεδομένα. Έστω ότι $D = \{\hat{\omega}_r^{(k)}, \hat{\phi}_r^{(k)} \in R^{N_0}, r = 1, \dots, m, k = 1, \dots, N_D\}$ είναι τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά μίας κατασκευής, τα οποία αποτελούνται από τις ιδιοσυχνότητες $\hat{\omega}_r^{(k)}$ και τις ιδιομορφικές συνιστώσες $\hat{\phi}_r^{(k)}$ στους N_0 μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας, όπου m είναι ο αριθμός των μετρούμενων ιδιομορφών και N_D είναι ο αριθμός των διαθέσιμων σετ μετρήσεων. Έστω M μια κατηγορία παραμετροποιημένων δομικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της δυναμικής συμπεριφοράς της υπό μελέτη κατασκευής και έστω $\theta \in R^{N_\theta}$ η ομάδα των ελεύθερων δομικών παραμέτρων που θα αναγνωριστούν με τη χρήση των μετρούμενων μορφικών δεδομένων. Έστω επίσης ότι $\{\omega_r(\theta), \phi_r(\theta) \in R^{N_d}, r = 1, \dots, m\}$, με N_d τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου, είναι οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές που προβλέπονται από ένα συγκεκριμένο μοντέλο $M(\theta)$, της επιλεγμένης κατηγορίας μοντέλων M , που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων θ . Το διάνυσμα των σφαλμάτων πρόβλεψης $e^{(k)} = [e_1^{(k)}, \dots, e_m^{(k)}]$, $k = 1, \dots, N_D$, που ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες ιδιομορφικές ιδιότητες που εμπεριέχονται στο D για όλες τις $r = 1, \dots, m$ ιδιομορφές και τις αντίστοιχες ποσότητες που προβλέπονται από ένα μοντέλο που αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων θ . Ειδικότερα, το σφάλμα πρόβλεψης $e_r^{(k)} = [e_{\omega_r}^{(k)} e_{\phi_r}^{(k)}]$ δίνεται ξεχωριστά για τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές από τις παρακάτω εξισώσεις σφαλμάτων πρόβλεψης:

$$e_{\omega_r}^{(k)} = \hat{\omega}_r^{(k)} - \omega_r(\theta) \quad r = 1, \dots, m \quad (4.1)$$

$$e_{\phi_r}^{(k)} = \hat{\phi}_r^{(k)} - \beta_r^{(k)} L_0 \phi_r(\theta) \quad r = 1, \dots, m \quad (4.2)$$

όπου $\beta_r^{(k)} = \hat{\phi}_r^{(k)T} \phi_r / \phi_r^T \phi_r$ είναι μια σταθερά κανονικοποίησης που λαμβάνει υπόψη τη διαφορετική κλίμακα μεταξύ των μετρούμενων συνιστωσών των ιδιομορφών στους μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας και των προβλεπόμενων από το μοντέλο συνιστωσών για μία συγκεκριμένη τιμή των παραμέτρων θ , ενώ $L_0 \in R^{N_0 \times N_d}$

αντιπροσωπεύει ένα μητρώο παρατήρησης που αποτελείται από μηδενικά και μοναδιαία στοιχεία και αντιστοιχεί τους μη μετρούμενους και τους μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου. Τα σφάλματα πρόβλεψης του μοντέλου οφείλονται στα σφάλματα μοντελοποίησης και τα σφάλματα των μετρήσεων.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται μία ελκυστική μεθοδολογία, η οποία βασίζεται στη στατιστική θεωρία του Bayes, για την επιλογή της βέλτιστης κατηγορίας μοντέλων ανάμεσα από δύο ή περισσότερες ανταγωνιστικές κατηγορίες μοντέλων. Έστω ότι M_i , $i = 1, \dots, \mu$ είναι μ εναλλακτικές κατηγορίες μοντέλων. Πριν τη συλλογή των μετρήσεων, κάθε κατηγορία μοντέλων M έχει μια πιθανότητα $P(M)$ να είναι η καταλληλότερη κατηγορία μοντέλων για τη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς της κατασκευής. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Bayes, η εκ των υστέρων κατανομή πυκνότητας πιθανότητας των διάφορων κατηγοριών μοντέλων με δεδομένες τις μετρήσεις D είναι

$$P(M | D) = \frac{p(D | M) P(M)}{d} \quad (4.3)$$

όπου $p(D | M)$ είναι η πιθανότητα να παρατηρηθούν τα δεδομένα από μία κατηγορία μοντέλων M , ενώ το d είναι μία σταθερά η οποία είναι επιλεγμένη έτσι ώστε το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των μοντέλων να ισούται με μονάδα.

Υποτίθεται ότι κάθε κατηγορία μοντέλων M παραμετροποιείται με τις παράμετρος $\alpha = [\theta, \sigma]$, όπου θ και σ είναι οι δομικές παράμετρος και οι παράμετρος των σφαλμάτων πρόβλεψης, αντίστοιχα. Οι παράμετρος των σφαλμάτων πρόβλεψης σ κάθε κατηγορίας μοντέλων έχουν οριστεί με ακρίβεια στην ανάλυση του 3^{ου} Κεφαλαίου. Επίσης, για δεδομένη κατηγορία μοντέλων M , η εκ των προτέρων συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των παραμέτρων α υποτίθεται ότι είναι της μορφής $\pi(\theta, \sigma | M) = \pi_\theta(\theta) \pi_\sigma(\sigma)$. Στην (4.3), η $p(D | M)$ δίνεται από τη σχέση (Papadimitriou and Kafatygiotis 2004)

$$p(D | M) = \int p(D | \theta, \sigma, M) \pi(\theta, \sigma | M) d\sigma d\theta \quad (4.4)$$

όπου $p(D | \theta, \sigma, M)$ είναι η πιθανότητα να παρατηρηθούν τα δεδομένα από μία δεδομένη κατηγορία μοντέλων M . Υποθέτοντας ότι τα σφάλματα πρόβλεψης περιγράφονται από μία κατανομή Gauss και είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, αυτή η πιθανότητα παίρνει τη μορφή που έχει στην εξίσωση (3.11) και η οποία είναι

$$p(D | \theta, \sigma, M) = \frac{1}{b(\sqrt{2\pi})^{NN_D} \rho(\sigma)} \exp \left\{ -\frac{NN_D}{2} J_D(\theta; \sigma) \right\} \quad (4.5)$$

όπου $J_D(\theta; \sigma)$ παριστά το υπόλοιπο της διαφοράς ανάμεσα στα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά και στα προβλεπόμενα μορφικά χαρακτηριστικά από ένα συγκεκριμένο μοντέλο της επιλεγμένης κατηγορίας μοντέλων M .

Για το σκοπό αυτό, οι μορφικές ιδιότητες ομαδοποιούνται σε n ομάδες. Κάθε ομάδα περιέχει μία ή περισσότερες μορφικές ιδιότητες. Για κάθε ομάδα i εισάγεται το μέτρο $J_i(\theta)$ που μετράει το υπόλοιπο της διαφοράς μεταξύ των μετρούμενων ποσοτήτων που εμπεριέχονται στην ομάδα και των αντίστοιχων προβλεπόμενων ποσοτήτων από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων, για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων θ . Η διαφορά αυτή οφείλεται κυρίως στα σφάλματα μέτρησης και μοντελοποίησης, τα οποία παρουσιάζονται πάντα στα προβλήματα ανανώρισης των κατασκευών. Οι τρόποι ομαδοποίησης των μορφικών ιδιοτήτων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται λεπτομερώς στην Ενότητα 2.4.3. Επιπλέον, $\rho(\sigma)$ είναι μία συνάρτηση των παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης σ και η οποία υπολογίζεται στην εξίσωση (3.13).

Για λόγους επίδειξης, στην ανάλυση που ακολουθεί εξετάζεται η περίπτωση που υπάρχει μία ομάδα μορφικών δεδομένων. Σε αυτή την περίπτωση το σετ των παραμέτρων σ αποτελείται από μία μόνο παράμετρο σ . Επίσης, μπορεί εύκολα να δειχτεί ότι $J_D(\theta; \sigma) = J(\theta; D) / \sigma^2$, όπου $J(\theta; D) = J_D(\theta; 1)$ είναι ανεξάρτητο του σ .

Αντικαθιστώντας την $p(D | \theta, \sigma, M)$ από την (4.5) για την i κατηγορία μοντέλων M_i , χρησιμοποιώντας την απλοποίηση ότι $\pi(\theta, \sigma) = \pi_\theta(\theta) \pi_\sigma(\sigma)$ και κάνοντας την ολοκλήρωση στην (4.4) ως προς σ υποθέτοντας ότι η κατανομή πυκνότητας πιθανότητας $\pi_\sigma(\sigma)$ είναι ομοιόμορφη, δηλαδή $\pi_\sigma(\sigma) = c_\sigma$, προκύπτει ότι

$$p(D | M) = c_0 \int_{\Theta} [J(\theta; D)]^{-N_j} \pi_\theta(\theta) d\theta \quad (4.6)$$

όπου $J(\theta; D)$ είναι το μορφικό υπόλοιπο της i κατηγορίας μοντέλων M_i , $c_0 = 0.5 c_\sigma \Gamma(N_j) (N_j + 0.5)^{-N_j} / (2\pi)^{N_j + 0.5}$ είναι μία σταθερή ποσότητα που εξαρτάται από τον αριθμό των δεδομένων και η οποία είναι ανεξάρτητη της κατηγορίας μοντέλων, και $N_j = (N_D N_0 - 1) / 2$.

Ακόμη και όταν ο αριθμός των παραμέτρων είναι μικρός, η αριθμητική ολοκλήρωση στην (4.6) είναι υπολογιστικά απαγορευμένη. Μια ασυμπτωτική προσέγγιση βασισμένη στη μέθοδο Laplace (Bleistein and Handelsman 1986), μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δώσει μια χρήσιμη και κατανοητή εκτίμηση του ολοκληρώματος στη μορφή (Papadimitriou and Katafygiotis 2004)

$$c_0^{-1} p(D | M) \approx I(\hat{\theta}) = (2\pi)^{-\frac{N_D}{2}} \frac{\pi_{\theta}(\hat{\theta}) [J(\hat{\theta}; D)]^{-N_D}}{\sqrt{|H_D(\hat{\theta}; D)|}} \quad (4.7)$$

όπου $\hat{\theta}$ είναι η τιμή που μεγιστοποιεί την ολοκληρωτέα ποσότητα στην (4.6) ή, ισοδύναμα, ελαχιστοποιεί τη συνάρτησ σημαίνοντων δειγμάτων η $g(\theta, D) \equiv g(\theta; D, M) = N_D \ln J(\theta; D) - \ln \pi_{\theta}(\theta)$, και $H_D(\hat{\theta}; D)$ είναι η Hessian της $g(\theta, D)$ υπολογισμένη στο $\hat{\theta}$. Η προσεγγιστική εκτίμηση είναι αναξιόπιστη όταν η βέλτιστη τιμή $\hat{\theta}$ είναι έξω από το πεδίο ορισμού Θ της μεταβλητής θ .

Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει καμία εκ των προτέρων προτίμηση ως προς ποια κατηγορία μοντέλων να επιλεγεί, μπορεί να οριστεί ότι $P(M) = 1/\mu$ στην (4.3). Το αποτέλεσμα της (4.3) με την $p(D | M)$ να δίνεται από την (4.7) υποδηλώνει ότι ανάμεσα σε δύο κατηγορίες μοντέλων M_i και M_j , που προβλέπουν το ίδιο καλά τα δεδομένα των μετρήσεων, δηλαδή $J(\hat{\theta}_i; D) = J(\hat{\theta}_j; D)$, η πιθανότερη κατηγορία μοντέλων είναι αυτή όπου οι παράμετρος έχουν την μεγαλύτερη αβεβαιότητα, καθώς για αυτή την κατηγορία ο παρονομαστής στην (5.9) είναι μικρότερος. Το μητρώο $H_D(\hat{\theta}; D, M_i)$ στον παρονομαστή της (4.7) είναι το μητρώο πληροφορίας του Fisher που ποσοτικοποιεί τη αβεβαιότητα των δομικών παραμέτρων της κάθε κατηγορίας μοντέλων (Paradimitriou et al., 2000). Η τοποθεσία των αισθητήρων είναι γνωστό ότι επηρεάζει την τιμή του μητρώου πληροφορίας και την αβεβαιότητα στις δομικές παράμετρος της κάθε κατηγορίας μοντέλων. Η διάταξη των αισθητήρων που ελαχιστοποιεί την αβεβαιότητα στον προσδιορισμό των δομικών παραμέτρων μπορεί να είναι καθοριστική στην αναγνώριση της πιθανότερης κατηγορίας μοντέλων, ειδικά για την περίπτωση μοντέλων που κάνουν περίπου την ίδια καλή πρόβλεψη. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται ένας συστηματικός τρόπος για την επιλογή της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων που παρέχει πληροφορίες από τις μετρήσεις για πολλαπλές κατηγορίες μοντέλων.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η κατάταξη των κατηγοριών μοντέλων εξαρτάται επίσης και από την πολυπλοκότητα των κατηγοριών μοντέλων και τον αριθμό των δομικών παραμέτρων που παραμετροποιούν κάθε κατηγορία μοντέλων. Οι κατηγορίες μοντέλων που έχουν μεγάλο αριθμό παραμέτρων «τιμωρούνται» κατά την επιλογή της βέλτιστης κατηγορίας μοντέλων. Μια θεωρητική προσέγγιση της εξάρτησης της κατάταξης των κατηγοριών μοντέλων από τον αριθμό των παραμέτρων που έχει η κάθε κατηγορία μοντέλων μπορεί να βρεθεί στις εργασίες των Yuen (2002) και Beck and Yuen (2004).

Ένας εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του ολοκληρώματος της (4.6) είναι η δειγματοληπτική μέθοδος Monte Carlo. Σε αυτή την περίπτωση, μία προσέγγιση του ολοκληρώματος δίνεται από τη σχέση:

$$p(D | M) \approx \frac{c_0}{n} \sum_{k=1}^n [J(\theta^{(k)}; D)]^{-N_j} \pi(\theta^{(k)} | M) \quad (4.8)$$

όπου τα $\theta^{(k)}$ είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα δείγματα στο πεδίο $\Theta = \{\theta : \theta \leq \theta^u \forall i\}$ και θ^u είναι οι τιμές των θ στην αρχική κατάσταση αναφοράς της κατασκευής. Η κατάσταση αναφοράς αντιστοιχεί στην αρχική κατάσταση στην οποία η κατασκευή δεν έχει υποστεί βλάβη. Ωστόσο, η μέθοδος Monte Carlo μπορεί να απαιτεί μεγάλο αριθμό δειγμάτων και μπορεί να είναι υπολογιστικά αναποτελεσματική. Μία ακόμη εναλλακτική μέθοδος υπολογισμού του ολοκληρώματος της (4.6) είναι η μέθοδος σημειώντων δειγμάτων (importance sampling) ή απλά IS (Papadimitriou et al., 1997). Η μέθοδος σημειώντων δειγμάτων είναι αναξιόπιστη όταν το βέλτιστο $\hat{\theta}$ πέσει εκτός και σχετικά μακριά από τα όρια του πεδίου ορισμού Θ της παραμέτρου θ οπότε η πιθανότητα να δημιουργηθούν σημαντικά δείγματα με μεγάλη πυκνότητα στη σημαντική περιοχή της Θ είναι μικρή. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται η μέθοδος Monte Carlo για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος της (4.6).

Τέλος, η αβεβαιότητα $p(\theta|D, M)$ στις παράμετρος της κατηγορίας μοντέλων M υπολογίζεται εφαρμόζοντας το θεώρημα του Bayes (Beck and Katafygiotis 1998) και βρίσκοντας στη συνέχεια την περιθωριακή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των δομικών παραμέτρων του μοντέλου. Έτσι προκύπτει η σχέση (Katafygiotis et al., 2000)

$$p(\theta|D, M) = c^{-1} [J(\theta; D)]^{-N_j} \pi_{\theta}(\theta) \quad (4.9)$$

όπου c είναι μία σταθερά κανονικοποίησης που εξασφαλίζει ότι το ολοκλήρωμα της κατανομής πυκνότητας πιθανότητας ισούται με μονάδα. Πρέπει να σημειωθεί ότι το βέλτιστο μοντέλο στην επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων αντιστοιχεί σε τιμές των παραμέτρων θ που μεγιστοποιούν την $p(\theta|D, M)$.

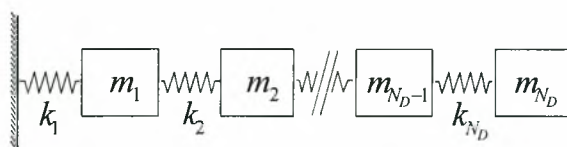
4.3 Εφαρμογή στη Διάγνωση και Αναγνώριση Βλαβών

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η διαδικασία που ακολουθείται κατά την εφαρμογή της μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών. Γίνεται η υπόθεση ότι η βλάβη προκαλεί μείωση της ακαμψίας της κατασκευής στο σημείο της βλάβης. Επίσης θεωρείται ότι η κατασκευή αποτελείται από έναν αριθμό επιμέρους υποκατασκευών. Σκοπός είναι να αναγνωριστεί ποια υποκατασκευή έχει βλάβη καθώς και το μέγεθος της αντίστοιχης βλάβης, χρησιμοποιώντας δυναμικές μετρήσεις. Για το σκοπό αυτό, εισάγεται μια οικογένεια μ κατηγοριών μοντέλων M_1, \dots, M_{μ} . Η διάγνωση βλάβης πετυχαίνεται αντιστοιχώντας κάθε κατηγορία μοντέλων σε μία πιθανή κατάσταση βλάβης της

κατασκευής, ενδεικτικής της τοποθεσίας της βλάβης. Κάθε κατηγορία μοντέλων M_i παραμετροποιείται από έναν αριθμό παραμέτρων που διαβαθμίζουν τις ακαμψίες που συνεισφέρουν στη βλάβη μίας «πιθανής» υποκατασκευής, ενώ υποτίθεται ότι όλες οι άλλες υποκατασκευές έχουν αμετάβλητη ακαμψία και ίση με αυτή που έχουν στην κατάσταση αναφοράς της κατασκευής. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Bayes για την επιλογή της πιθανότερης κατηγορίας μοντέλων, οι πιθανές τοποθεσίες της βλάβης κατατάσσονται σύμφωνα με την εκ των υστέρων πιθανότητα της αντίστοιχης κατηγορίας μοντέλων. Η πιθανότερη κατηγορία μοντέλων υποδεικνύει και την υποκατασκευή με βλάβη, ενώ η κατανομή πιθανότητας (4.9) των δομικών παραμέτρων της πιθανότερης κατηγορίας μοντέλων είναι ενδεικτική του μεγέθους της βλάβης στην αναγνωρισμένη υποκατασκευή με βλάβη.

4.4 Υπολογιστικό Παράδειγμα

Στη συνέχεια δίνεται ένα υπολογιστικό παράδειγμα για την επίδειξη των θεωρητικών συμπερασμάτων. Ας υποθέσουμε μία κατασκευή η οποία μοντελοποιείται με ένα σύστημα ελατηρίων-μαζών με N_d βαθμούς ελευθερίας, όπως αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 4.1, με το άκρο του πρώτου ελατηρίου πακτωμένο και το άκρο του τελευταίου ελατηρίου ελεύθερο. Το μοντέλο μπορεί να υποθεθεί ότι παριστάνει τη συμπεριφορά μίας κτηριακής κατασκευής με N_d ορόφους. Το ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής υποτίθεται ότι έχει ομοιόμορφη κατανομή ακαμψίας και μάζας, δηλαδή $k_i = k_0$ και $m_i = m_0$, $i = 1, \dots, N_d$. Οι τιμές των k_0 και m_0 επιλέγονται έτσι ώστε η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα της κατασκευής να ισούται με 1.0 Hz. Γίνεται η υπόθεση ότι αυτό το ονομαστικό μοντέλο αντιπροσωπεύει την κατασκευή στην κατάσταση αναφοράς, δηλαδή την κατασκευή χωρίς βλάβη.



Σχήμα 4.1. Μοντέλο συστήματος ελατηρίων-μαζών με N_d βαθμούς ελευθερίας.

Το σενάριο βλάβης που εξετάζεται είναι ότι υπάρχει μείωση της ακαμψίας του πρώτου ορόφου κατά 40%. Δημιουργούνται προσομοιωμένα δεδομένα από το μοντέλο που έχει 40% μείωση της ακαμψίας στον πρώτο ελατήριο. Για να προσομοιωθεί η επίδραση των σφαλμάτων μοντελοποίησης και των σφαλμάτων μέτρησης, προστίθεται θόρυβος 2% και 5% στις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές, αντίστοιχα, του μοντέλου με βλάβη. Τα προσομοιωμένα μορφικά δεδομένα που περιέχουν και θόρυβο, $\hat{\omega}_m$ και $\hat{\phi}_m$, χρησιμοποιούνται στη συνέχεια από τη μεθοδολογία για τον υπολογισμό της

βέλτιστης κατηγορίας μοντέλων και για την αναθεώρηση της αβεβαιότητας των δομικών παραμέτρων αυτής της κατηγορίας μοντέλων.

Για λόγους επίδειξης, αρχικά θεωρείται μία κατασκευή με $N_d=6$ βαθμούς ελευθερίας και η οικογένεια των κατηγοριών μοντέλων $\{M_1, \dots, M_6, M_{12}, \dots, M_{16}, M_{23}, \dots, M_{26}, \dots, M_{56}\}$, όπου κάθε κατηγορία μοντέλων M_i είναι παραμετροποιημένη με μία παράμετρο που αντιστοιχεί στην ακαμψία ενός εκ των έξι ελατηρίων, ενώ η κατηγορία μοντέλων M_{ij} είναι παραμετροποιημένη με δύο παράμετρους που αντιστοιχούν στην ακαμψία δύο εκ των έξι ελατηρίων. Για κάθε κατηγορία μοντέλων οι ιδιότητες της ακαμψίας και της μάζας που δεν παραμετροποιούνται ισούνται με αυτές της ονομαστικής κατασκευής. Ο ολικός αριθμός των ξεχωριστών κατηγοριών μοντέλων που είναι δυνατόν να δημιουργηθούν με αυτή την παραμετροποίηση είναι $\mu = 21$, έξι (6) κατηγορίες μοντέλων που έχουν μία παράμετρο και δεκαπέντε (15) κατηγορίες μοντέλων που έχουν δύο παράμετρους. Αναμένεται ότι η εφαρμογή της μεθοδολογίας θα προτείνει σαν πιθανότερη κατηγορία μοντέλων είτε το M_1 που έχει μία μόνο παράμετρο για τη μοντελοποίηση της ακαμψίας του χαμηλότερου ελατηρίου, είτε τα M_{12} , M_{13} , M_{14} , M_{15} και M_{16} , όπου μία από τις δύο παράμετρους μοντελοποιεί την ακαμψία του χαμηλότερου ελατηρίου. Η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων υπολογίζεται από την (4.3). Επομένως, υποτίθεται ότι η εκ των προτέρων συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των παραμέτρων κάθε μοντέλου περιγράφεται από ομοιόμορφη κατανομή.

Τα αποτελέσματα του λόγου των πιθανοτήτων $P(M_i | D) / P(M_1 | D)$ για τις κατηγορίες μοντέλων $S = \{M_1, M_{12}, M_{13}, M_{14}, M_{15}, M_{16}\}$ που περιέχουν την υποκατασκευή που έχει βλάβη, καθώς και ο αμέσως επόμενος μεγαλύτερος λόγος $\hat{p} = \max\{P(M_i | D) / P(M_1 | D)\}$ από τις υπόλοιπες κατηγορίες μοντέλων που δεν ανήκουν στην ομάδα S , δίνονται στον Πίνακα 4.1 συναρτήσει του αριθμού N_0 των μετρούμενων σημείων και του αριθμού m των ιδιομορφών που περιέχονται στις μετρήσεις. Το μοντέλο με την αμέσως επόμενη μεγαλύτερη τιμή της πιθανότητας \hat{p} συμβολίζεται με \hat{M} στον Πίνακα 4.1. Τα αποτελέσματα υπολογίζονται χρησιμοποιώντας είτε την ασυμπτωτική μέθοδο (πρώτη γραμμή), είτε τη δειγματοληπτική μέθοδο Monte Carlo ή τη μέθοδο σημειώντων δειγμάτων (δεύτερη γραμμή). Η τοποθεσία των N_0 αισθητήρων σε όλες τις περιπτώσεις είναι στις N_0 χαμηλότερες μάζες του μοντέλου.

Πίνακας 4.1. Ο λόγος των πιθανοτήτων \hat{p} της κατηγορίας μοντέλων \hat{M} και των κατηγοριών μοντέλων του S που περιέχουν την υποκατασκευή με βλάβη, χρησιμοποιώντας την ασυμπτωτική (πρώτη γραμμή) και τη μέθοδο Monte Carlo ή σημαινόντων δειγμάτων (δεύτερη γραμμή).

| Κατηγορία Μοντέλων | $m = 2$ $N_0 = 2$ | $m = 2$ $N_0 = 3$ | $m = 2$ $N_0 = 6$ | $m = 3$ $N_0 = 3$ | $m = 4$ $N_0 = 2$ | $m = 4$ $N_0 = 3$ |
|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| M_1 | 0.87 1.0 | 0.91 1.0 | 0.98 1.0 | 0.94 1.0 | 0.94 1.0 | 0.8 1.0 |
| M_{12} | 0.130 0.120 | 0.160 0.150 | 0.150 0.120 | 0.098 0.037 | 0.079 0.079 | 0.030 0.016 |
| M_{13} | 0.370 0.170 | 0.150 0.140 | 0.160 0.140 | 0.083 0.084 | 0.074 0.035 | 0.067 0.062 |
| M_{14} | 0.340 0.060 | 0.130 0.074 | 0.092 0.056 | 0.140 0.048 | 0.790 0.0017 | 0.097 0.013 |
| M_{15} | 0.280 0.054 | 0.110 0.057 | 0.094 0.025 | 0.140 0.025 | 0.15 0.033 | 0.150 0.018 |
| M_{16} | 0.930 0.096 | 0.260 0.130 | 0.140 0.042 | 0.200 0.018 | 0.340 0.016 | 0.200 0.0087 |
| \hat{M} | 7.4e-2 | 9.4e-5 | 3.3e-9 | 6.1e-8 | 3.3e-9 | 2e-13 |

Συγκρίνοντας τους λόγους των πιθανοτήτων στον Πίνακα 4.1 για όλες τις κατηγορίες μοντέλων της ομάδας S και την μεγαλύτερη πιθανότητα \hat{p} των υπόλοιπων μοντέλων, φαίνεται ότι ο λόγος πιθανοτήτων για όλα τα μοντέλα της ομάδας S είναι πολύ μεγαλύτερος από ότι η πιθανότητα \hat{p} . Αυτό είναι ενδεικτικό του ότι η μεθοδολογία σωστά προβλέπει την τοποθεσία της βλάβης καθώς προτιμάει όλα τα μοντέλα της ομάδας S . Ανάμεσα σε όλες τις κατηγορίες μοντέλων της ομάδας S που προβλέπουν αξιόπιστα την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης, η προτεινόμενη μεθοδολογία προτιμάει, στις περισσότερες περιπτώσεις, την κατηγορία μοντέλων M_1 με τον μικρότερο αριθμό παραμέτρων. Στον Πίνακα 4.1, φαίνεται ακόμη, ότι η αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας στην πρόβλεψη της τοποθεσίας της βλάβης εξαρτάται από τον αριθμό των μετρούμενων ιδιομορφών και των αριθμό των αισθητήρων. Επιπλέον, η ασυμπτωτική μέθοδος και η μέθοδος σημαινόντων δειγμάτων δίνουν από ποιοτικής απόψεως τις ίδιες προβλέψεις για την τοποθεσία της βλάβης.

Οι πιθανότερες τιμές των παραμέτρων θ των κατηγοριών μοντέλων που περιλαμβάνονται στην ομάδα S , δίνονται στον Πίνακα 4.2 συναρτήσει του αριθμού N_0 των μετρούμενων σημείων και του αριθμού m των ιδιομορφών που περιέχονται στις μετρήσεις. Τα αποτελέσματα στον Πίνακα 4.2 προβλέπουν μείωση της ακαμψίας περίπου 40% στην πρώτη υποκατασκευή, το οποίο σημαίνει ότι το μέγεθος της βλάβης αναγνωρίζεται επίσης σωστά από όλα τα μοντέλα της ομάδας S .

Πίνακας 4.2. Οι πιθανότερες τιμές των δομικών παραμέτρων όλων των κατηγοριών μοντέλων που ανήκουν στην ομάδα S .

| Κατηγορία Μοντέλων | $m = 2$ $N_0 = 2$ | $m = 2$ $N_0 = 3$ | $m = 2$ $N_0 = 6$ | $m = 3$ $N_0 = 3$ | $m = 4$ $N_0 = 2$ | $m = 4$ $N_0 = 3$ |
|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| M_1 | 0.59 | 0.60 | 0.59 | 0.59 | 0.58 | 0.59 |
| M_{12} | 0.59 0.97 | 0.60 0.96 | 0.60 0.97 | 0.59 1.02 | 0.59 0.98 | 0.59 1.00 |
| M_{13} | 0.58 1.03 | 0.60 0.97 | 0.60 0.96 | 0.59 0.98 | 0.58 1.01 | 0.59 0.98 |
| M_{14} | 0.57 1.11 | 0.59 1.00 | 0.59 1.00 | 0.59 1.02 | 0.59 1.05 | 0.59 1.03 |
| M_{15} | 0.57 1.09 | 0.59 1.01 | 0.59 1.02 | 0.59 1.04 | 0.58 1.04 | 0.59 1.04 |
| M_{16} | 0.58 1.27 | 0.59 1.03 | 0.59 1.03 | 0.59 1.05 | 0.59 1.04 | 0.59 1.03 |

4.5 Εφαρμογή στην Πρότυπη Κατασκευή του ASCE

Στη συνέχεια η μεθοδολογία εφαρμόζεται στην πρότυπη κατασκευή που βρίσκεται στο Εργαστήριο Σεισμολογίας του Πανεπιστημίου British Columbia. Η μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών εφαρμόζεται σε αυτή την κατασκευή για να πιστοποιηθεί η αποτελεσματικότητα της σε πραγματικές κατασκευές πολιτικού μηχανικού.

4.5.1 Περιγραφή της Πρότυπης Κατασκευής

Η κατασκευή (Black and Ventura, 1998), που φαίνεται στο Σχήμα 4.2α, είναι μία τετράωροφη μεταλλική κατασκευή υπό κλίμακα και η οποία αποτελείται από δύο συνεχόμενα πλαίσια σε κάθε πλευρά της. Έχει μήκος 2.5m, πλάτος 2.5m και ύψος 3.6m. Είναι κατασκευασμένη από χάλυβα που έχει κατεργαστεί εν θερμό και έχει τύπο 300W (όριο διαρροής 300 MPa (42.6kpsi)). Οι διατομές είναι ασυνήθιστες, σχεδιασμένες ειδικά για την κατασκευή υπό κλίμακα, με ιδιότητες που δίνονται στον Πίνακα 4.3. Υπάρχουν τέσσερις πλάκες ανά όροφο: τέσσερις πλάκες 800kg στον πρώτο όροφο, τέσσερις πλάκες 600kg στο δεύτερο και τρίτο όροφο, και στον τέταρτο όροφο τέσσερις πλάκες 400kg. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.2α, σε κάθε ένα από τα τμήματα της κάθε πλευράς υπάρχει ένα διαγώνιο στήριγμα, κάθε ένα από τα οποία αποτελείται από δύο μικρότερα στοιχεία (Σχήμα 4.2β).

Πίνακας 5.3. Ιδιότητες των δομικών στοιχείων.

| Ιδιότητες | Κολώνες | Δοκάρια | Στηρίγματα |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|
| τύπος διατομής | B100×9 | S75×11 | L25×25×3 |
| μέγεθος διατομή A [m ²] | 1.133×10^{-3} | 1.43×10^{-3} | 0.141×10^{-3} |
| ροπή αδράνειας (ισχυρή διεύθυνση) I_y [m ⁴] | 1.97×10^{-6} | 1.22×10^{-6} | 0 |
| ροπή αδράνειας (ασθενή διεύθυνση) I_z [m ⁴] | 0.664×10^{-6} | 0.249×10^{-6} | 0 |
| St. Venant στρεπτική σταθερά J [m ⁴] | 8.01×10^{-9} | 38.2×10^{-9} | 0 |
| μέτρο ελαστικότητας E [Pa] | 2×10^{11} | 2×10^{11} | 2×10^{11} |
| μάζα ανά μονάδα μήκους ρ [kg/m] | 8.89 | 11.0 | 1.11 |



Σχήμα 4.2. (α) Η πρότυπη κατασκευή



(β) Εστίαση στα διαγώνια στοιχεία

4.5.2 Προσομοιωμένα Δεδομένα Προερχόμενα από Μοντέλο της Κατασκευής

Η πιστοποίηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας ελέγχου της δομικής ακεραιότητας των κατασκευών γίνεται με τη χρήση προσομοιωμένων δεδομένων που δημιουργήθηκαν στη Φάση II του πρότυπου προβλήματος. Αυτά τα προσομοιωμένα δεδομένα δημιουργήθηκαν από ένα αναλυτικό μοντέλο της κατασκευής 120 βαθμών ελευθερίας (Johnson et. al., 2000 and 2001), όπου λήφθηκε υπόψη και κάποια τυχαίοτητα στην κατανομή της μάζας και της ακαμψίας.

Ειδικότερα στην κατάσταση αναφοράς της κατασκευής, η ακαμψία των διαγώνιων στοιχείων έχει μεταβληθεί στο πεδίο [0.95, 1.05] από την ονομαστική τιμή με βάση μία ομοιόμορφη τυχαία κατανομή. Επιπλέον, η μάζα του κάθε ορόφου διαφέρει από

την ονομαστική τιμή κατά ένα πόσο που είναι άγνωστο στο χρήστη, καθώς επίσης και το κέντρο βάρους (στο μοντέλο που δημιουργεί τα δεδομένα) διαφέρει κατά λίγο από την ονομαστική του θέση. Η μεταβλητότητα των τιμών της μάζας είναι [0.9 ως 1.1]. Με αυτό τον τρόπο εισάγεται ένα σημαντικό σφάλμα μοντελοποίησης που είναι άγνωστο στον ερευνητή. Λεπτομέρειες σχετικά με τη Φάση II δίνονται στην εργασία των Dyke et al. (2000, 2003) και στην ιστοσελίδα <http://www.bc.cityu.edu.hk/asce.shm/>.

4.5.3 Εξεταζόμενα Σενάρια Βλάβης

Αφαιρώντας ένα από τα δύο μικρότερα στοιχεία που αποτελούν τα διαγώνια στηρίγματα κάθε τμήματος κάθε πλευράς της κατασκευής, έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση της ακαμψίας του αντίστοιχου τμήματος κατά 50%, της δε αντίστοιχης πλευράς του αντίστοιχου πατώματος κατά 25%. Ομοίως, αφαιρώντας και τα δύο μικρότερα στοιχεία, η ακαμψία του αντίστοιχου τμήματος μειώνεται κατά 100%, η δε ακαμψία της αντίστοιχη πλευράς του αντίστοιχου πατώματος μειώνεται κατά 50%. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να ελέγχεται το μέγεθος της βλάβης που εισάγεται σε κάθε τμήμα της κατασκευής. Η κατάσταση αναφοράς ή η κατασκευή χωρίς βλάβη είναι αυτή όπου η κατασκευή είναι πλήρως ενισχυμένη, δηλαδή δεν έχει αφαιρεθεί κανένα από τα διαγώνια στηρίγματα της.

Αποτελέσματα για τη Φάση II χρησιμοποιώντας τόσο προσομοιωμένα όσο και πειραματικά δεδομένα έχουν παρουσιαστεί από αρκετούς ερευνητές (e.g. Ching and Beck 2004; Givaldo et al. 2003). Επίσης, έχουν γίνει αρκετά συνέδρια, π.χ. 4th ASCE Engineering Mechanics Specialty Conference (2000), ASME-ASCE Joint Mechanics and Materials Conference (2001), 3rd International Workshop on Structural Health Monitoring (2001), όπου έχουν γίνει συζητήσεις των αποτελεσμάτων. Η προσομοίωση σεναρίων βλάβης επιτυγχάνεται αφαιρώντας διαγώνια στηρίγματα από διάφορα τμήματα της κατασκευής. Τα σενάρια βλάβης προσομοιώνονται στο αναλυτικό μοντέλο της κατασκευής.

Εξετάζονται τέσσερα σενάρια βλάβης:

1^ο Σενάριο βλάβης: μείωση κατά 25% της ακαμψίας κάθε πλευράς, κατά μήκος της ισχυρής διεύθυνσης x , του 1^{ου} ορόφου. Τα στηρίγματα με βλάβη φαίνονται στο Σχήμα 4.4^α. Αυτή είναι μία συμμετρική περίπτωση βλάβης.

2^ο Σενάριο βλάβης: η ίδια με αυτή της προηγούμενης περίπτωσης, μόνο που τώρα η μείωση της ακαμψίας είναι 12.5%. Αυτή είναι επίσης μία συμμετρική περίπτωση βλάβης.

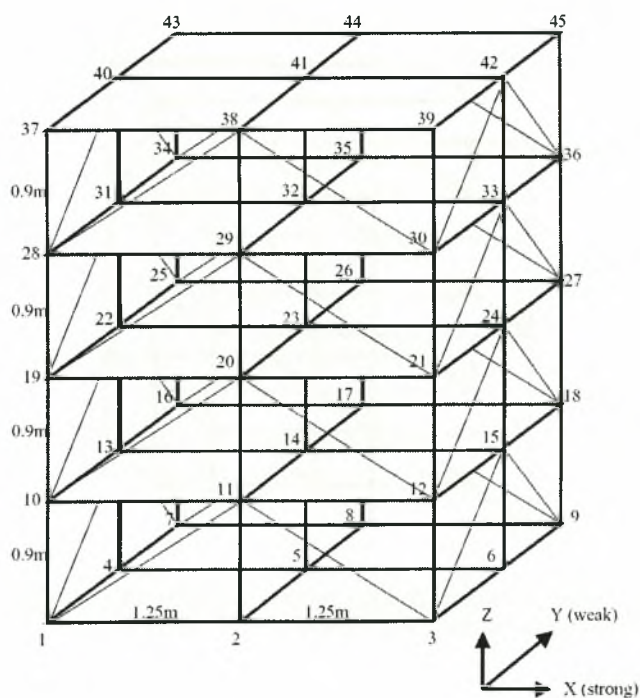
3^ο Σενάριο βλάβης: μείωση κατά 25% της ακαμψίας κάθε πλευράς, κατά μήκος της ισχυρής διεύθυνσης x , του 1^{ου} ορόφου, με επιπλέον μείωση κατά 12.5% της ακαμψίας

κάθε πλευράς, κατά μήκος της ισχυρής διεύθυνσης x , του 3^{ου} ορόφου. Αυτή είναι επίσης μία συμμετρική περίπτωση βλάβης και η τοποθεσία των στηριγμάτων με βλάβη φαίνεται στο Σχήμα 4.4(β).

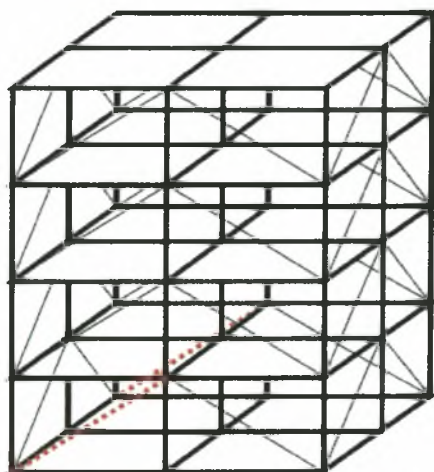
4^ο Σενάριο βλάβης: μείωση κατά 25% της ακαμψίας της εξωτερικής πλευράς, κατά μήκος της ισχυρής διεύθυνσης x , του 1^{ου} ορόφου, με επιπλέον μείωση κατά 12.5% της ακαμψίας της εξωτερικής πλευράς, κατά μήκος της ισχυρής διεύθυνσης x , του 3^{ου} ορόφου. Η ακριβής τοποθεσία των στηριγμάτων με βλάβη φαίνεται στο Σχήμα 4.4(γ). Η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε μία ασύμμετρη περίπτωση βλάβης.

Έτσι, στις τρεις πρώτες περιπτώσεις η βλάβη είναι συμμετρική, ενώ στην τέταρτη περίπτωση η βλάβη είναι μη-συμμετρική.

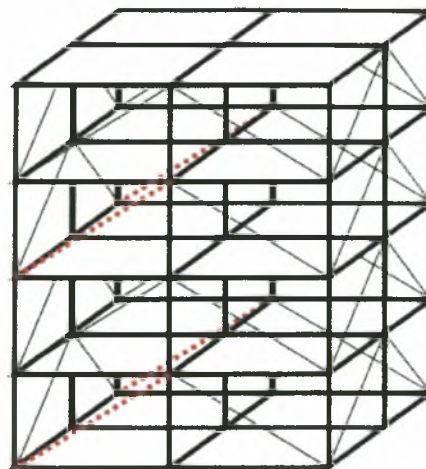
Η Φάση II με προσομοιωμένα δεδομένα περιέχει επιπλέον δύο περιπτώσεις (Blind 1 και Blind 2), όπου η τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης δεν είναι γνωστά. Αυτό που είναι γνωστό είναι ότι και στις δύο αυτές περιπτώσεις οποιοδήποτε στήριγμα έχει υποστεί βλάβη, η βλάβη αντιστοιχεί σε μείωση της ακαμψίας μεγαλύτερη από 10%. Επιπλέον, για την περίπτωση Blind 1 δίνεται ότι υπάρχει βλάβη μόνο σε ένα από τα διαγώνια στηρίγματα. Συνεπώς, η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε μία ασύμμετρη περίπτωση βλάβης.



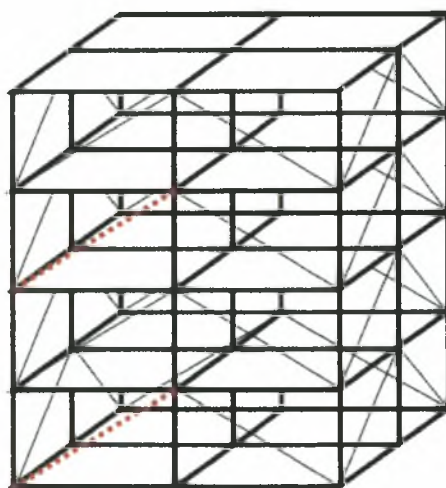
Σχήμα 4.3. Το διάγραμμα της πρότυπης κατασκευής.



Σχήμα 4.4(α). Συμμετρικό σενάριο βλάβης, **σενάριο 1** (25% βλάβη σε κάθε σημειωμένη πλευρά) και **σενάριο 2** (12.5% βλάβη σε κάθε σημειωμένη πλευρά).



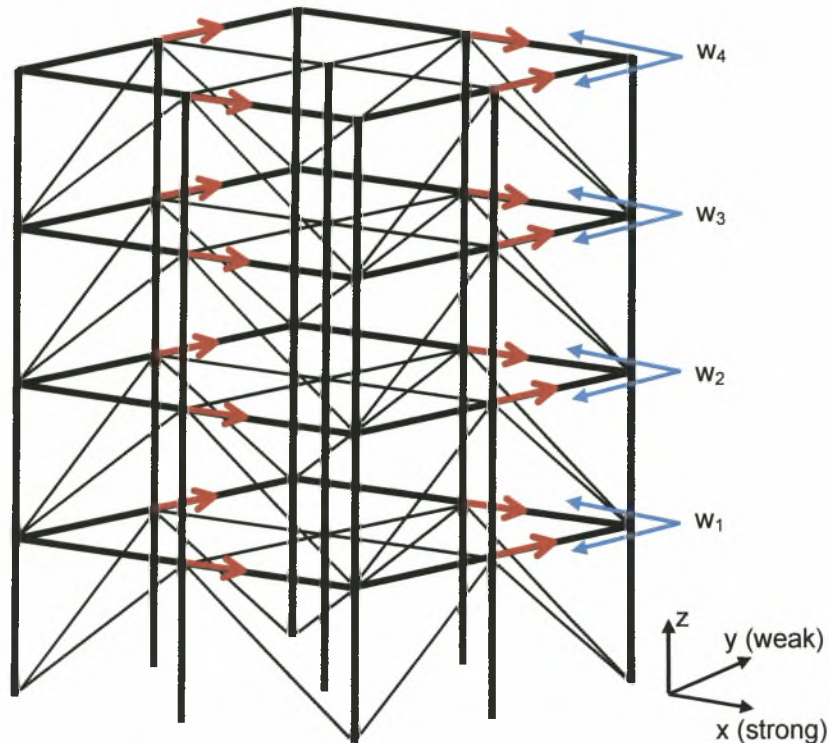
Σχήμα 4.4(β). Συμμετρικό σενάριο βλάβης, **σενάριο 3**, 25% βλάβη σε κάθε σημειωμένη πλευρά του 1^{ου} ορόφου, συν 12.5% βλάβη σε κάθε σημειωμένη πλευρά του 3^{ου} ορόφου.



Σχήμα 4.4(γ). Ασύμμετρο σενάριο βλάβης, **σενάριο 4**, βλάβη στη σημειωμένη πλευρά του 1^{ου} ορόφου, συν 12.5% βλάβη στη σημειωμένη πλευρά του 3^{ου} ορόφου.

Τα προσομοιωμένα δεδομένα, τόσο για την κατάσταση αναφοράς όσο και για τις περιπτώσεις βλάβης που εξετάζονται, δημιουργούνται διεγείροντας το αναλυτικό μοντέλο των 120 βαθμών ελευθερίας με λειτουργικά φορτία που εφαρμόζονται σε κάθε όροφο και είναι άγνωστα στους ερευνητές (Johnson et. al., 2001). Τα σημεία διέγερσης του κάθε ορόφου φαίνονται στο Σχήμα 4.5 και συμβολίζονται με w_i , $i = 1, 2, 3, 4$. Το αρχικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων έχει 45 κόμβους, 9 από τους οποίους είναι πακτωμένοι στο έδαφος. Έτσι, υπάρχουν 36 ελεύθεροι κόμβοι, και με δεδομένο ότι σε κάθε κόμβο αντιστοιχούν 6 βαθμοί ελευθερίας, το μοντέλο έχει συνολικά $36 \times 6 = 216$ βαθμούς ελευθερίας. Το μοντέλο των 120 βαθμών ελευθερίας προέρχεται από ένα μοντέλο 216 βαθμών ελευθερίας, το οποίο υπόκειται στον περιορισμό ότι η πλάκα κάθε ορόφου είναι άκαμπτη ως προς την κίνηση στο επίπεδο της. Ειδικότερα, γίνεται η υπόθεση ότι κάθε οριζόντια πλάκα συνεισφέρει μόνο στην προς την εκτός επιπέδου ακαμψία, κάνοντας τον αντίστοιχο όροφο να συμπεριφέρεται ως άκαμπτος στην κίνηση ως προς το επίπεδο. Οι υπόλοιποι βαθμοί ελευθερίας, η κατακόρυφη κίνηση και οι δύο στροφές γύρω από τους άξονες του επιπέδου που ορίζει ο κάθε όροφος, είναι ενεργοί. Εξετάζεται η περίπτωση που είναι διαθέσιμοι και οι δεκαέξι αισθητήρες. Ειδικότερα, υπάρχουν τέσσερις αισθητήρες ανά όροφο, ένας στο κέντρο της κάθε πλευράς (π.χ. στους κόμβους 11, 13, 15 και 17 του δεύτερου ορόφου στο Σχήμα 4.3), και οι οποίοι μετράνε σε διευθύνσεις παράλληλες ως προς την πλευρά, στη θετική διεύθυνση, τόσο στη x όσο και στην y διεύθυνση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.5.

Τα προσομοιωμένα δεδομένα δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα DataGen2e, το οποίο είναι ένα πρόγραμμα δημιουργίας προσομοιωμένων αποκρίσεων που αναπτύχθηκε αποκλειστικά για τη Φάση IIe του πρότυπου προβλήματος και το οποίο έχει σχεδιαστεί από την ομάδα του ASCE που είναι υπεύθυνη του τομέα Έλεγχου της Δομικής Ακεραιότητας των Κατασκευών. Το πρόγραμμα είναι διαθέσιμο στην ιστοσελίδα <http://www.bc.cityu.edu.hk/asce.shm/>. Για την 1^η και 2^η περίπτωση βλάβης η δειγματοληψία των χρονικών ιστοριών είναι 0.001sec και ο συνολικός χρόνος τους 20sec. Για την 3^η και 4^η περίπτωση βλάβης καθώς και για τις δύο περιπτώσεις όπου είναι άγνωστη η τοποθεσία της βλάβης, η δειγματοληψία των χρονικών ιστοριών είναι 0.002sec και ο συνολικός χρόνος τους 200sec. Κατά τη δημιουργία των χρονικών ιστοριών, η απόσβεση θεωρείται ίση με 1% για όλες τις ιδιομορφές και εισάγεται σφάλμα στις μετρήσεις του κάθε αισθητήρα ίσο με το 10% της μέσης τιμής των τετραγώνων (RMS) των πραγματικών αποκρίσεων των επιταχύνσεων που καταγράφει ο αντίστοιχος αισθητήρας.



Σχήμα 4.5. Σημεία διέγερσης και μέτρησης της πρότυπης κατασκευής.

4.5.4 Αναγνώριση Ιδιομορφών και Χαρακτηριστικών

Τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά (ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές) αναγνωρίστηκαν από προσομοιωμένες μετρήσεις ταλαντώσεων που οφείλονται σε λειτουργικά φορτία. Χρησιμοποιήθηκε η μεθοδολογία αναγνώρισης που περιγράφεται στην εργασία της Παυλίδου (2003) και αφορά την αναγνώριση ιδιομορφικών χαρακτηριστικών από μετρήσεις ταλαντώσεων που οφείλονται σε λειτουργικά φορτία. Οι βέλτιστες τιμές των μορφικών παραμέτρων για την περίπτωση λειτουργικών φορτίων υπολογίζονται ελαχιστοποιώντας το μέτρο της διαφοράς ανάμεσα στον πίνακα των φασματικών πυκνοτήτων διασυσχέτισης των μετρούμενων αποκρίσεων και του πίνακα των φασματικών πυκνοτήτων διασυσχέτισης των προβλεπόμενων από το μοντέλο αποκρίσεων, θεωρώντας διέγερση λευκού θορύβου (Papadimitriou et al. 2002, Pavlidou et al. 2002). Η ελαχιστοποίηση αυτού του μέτρου της διαφοράς πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας μία μέθοδο βελτιστοποίησης που βασίζεται στη μέθοδο Quasi-Newton, η οποία χρησιμοποιεί την πληροφορία της παραγώγου της

συνάρτησης που βελτιστοποιείται. Για το σκοπό αυτό, έχει αναπτυχθεί σε περιβάλλον Matlab, ένα φιλικό προς το χρήστη λογισμικό.

Άλλες στατιστικές μεθοδολογίες αναγνώρισης μορφικών παραμέτρων για την περίπτωση λειτουργικών φορτίων περιγράφονται στις εργασίες των Yuen et al. (2001), Katafygiotis and Yuen (2001), Katafygiotis et al. (2001), όπου η αβεβαιότητα και η βέλτιστες τιμές των μορφικών παραμέτρων υπολογίζονται με βάση τα φάσματα διασυσχέτισης των αποκρίσεων του συστήματος (Harris, 1996).

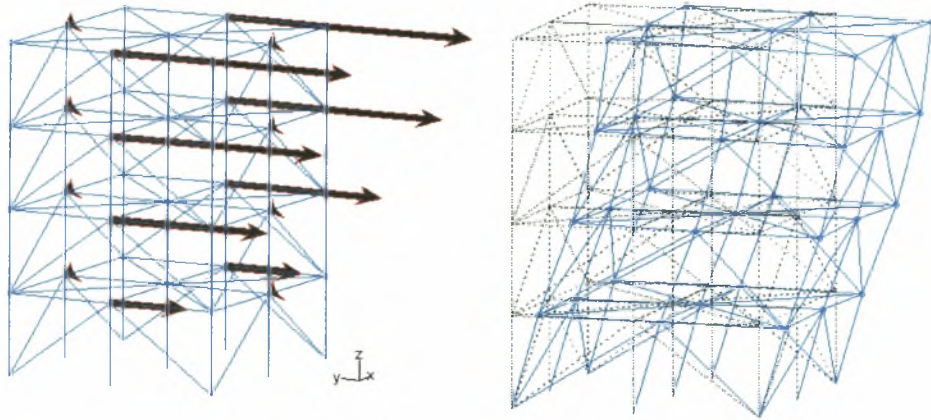
Τόσο για την περίπτωση που η κατασκευή βρίσκεται στην κατάσταση αναφοράς, όσο και για τις περιπτώσεις βλάβης που μελετώνται, αναγνωρίστηκαν 8 ιδιομορφές ($m = 8$) της κατασκευής, 4 καμπτικές στην ισχυρή x διεύθυνση και 4 καμπτικές στην ασθενή y διεύθυνση. Στον Πίνακα 4.4, φαίνονται οι βέλτιστες τιμές των αναγνωρισμένων ιδιοσυχνοτήτων για την κατάσταση αναφοράς και για τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, καθώς επίσης και η ποσοστιαία μεταβολή των ιδιοσυχνοτήτων ανάμεσα στις περιπτώσεις βλάβης και στην κατάσταση αναφοράς. Αυτή η ποσοστιαία μεταβολή υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την ακόλουθη σχέση

$$\Delta\omega = \% \text{ difference} = \frac{(\omega_{dam} - \omega_{und})}{\omega_{und}} \times 100 \quad (4.10)$$

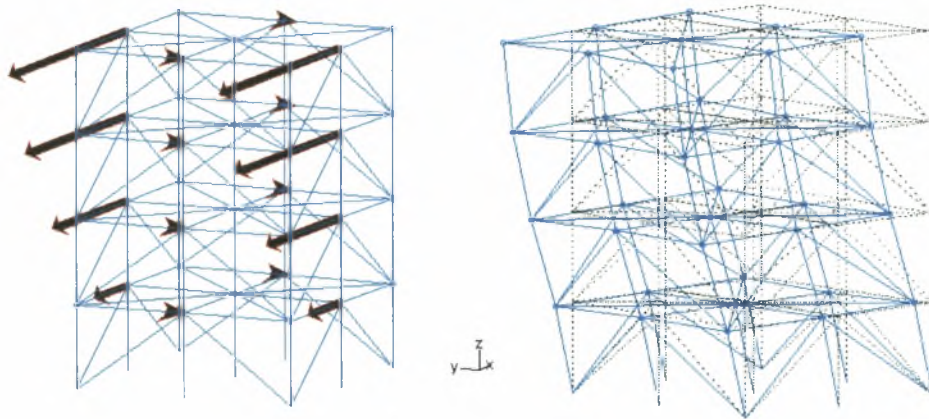
Για τις πρώτες τρεις περιπτώσεις βλάβης, οι ιδιοσυχνοτήτες στην ασθενή y διεύθυνση εκτιμάται να παραμένουν αμετάβλητες, λόγω του ότι η βλάβη είναι συμμετρική και συμβαίνει στην ισχυρή x διεύθυνση. Οι τιμές των συνιστωσών των ιδιομορφών που αντιστοιχούν στις αναγνωρισμένες ιδιοσυχνοτήτες για την κατασκευή χωρίς βλάβη, φαίνονται στο Σχήμα 4.6.

Πίνακας 4.4. Βέλτιστες τιμές των αναγνωρισμένων ιδιοσυχνοτήτων για κάθε περίπτωση βλάβης και η ποσοστιαία μεταβολή τους από τις τιμές που αντιστοιχούν στην κατασκευή στην κατάσταση αναφοράς. Όλες οι τιμές είναι σε Hz.

| χωρίς βλάβη | Περίπτωση 1 | | Περίπτωση 2 | | Περίπτωση 3 | | Περίπτωση 4 | | Blind 1 | | Blind 2 | |
|-------------|-------------|----------------|-------------|----------------|-------------|----------------|-------------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|
| | ω | $\Delta\omega$ | ω | $\Delta\omega$ | ω | $\Delta\omega$ | ω | $\Delta\omega$ | ω | $\Delta\omega$ | ω | $\Delta\omega$ |
| 8.32 y | 8.40 | 0.89 | 8.33 | 0.16 | 8.33 | 0.16 | 8.31 | -0.08 | 8.32 | 0.02 | 8.22 | -1.21 |
| 8.78 x | 8.43 | -3.96 | 8.59 | -2.16 | 8.42 | -4.07 | 8.45 | -3.78 | 8.49 | -3.25 | 8.59 | -2.12 |
| 23.19 y | 23.19 | 0.00 | 23.14 | -0.23 | 23.19 | 0.00 | 23.19 | 0.00 | 23.19 | 0.00 | 22.56 | -2.70 |
| 25.28 x | 24.57 | -2.79 | 24.96 | -1.26 | 24.04 | -4.88 | 24.75 | -2.08 | 25.27 | 0.00 | 25.14 | -0.55 |
| 36.06 y | 36.05 | -0.01 | 36.10 | 0.13 | 36.05 | -0.02 | 36.06 | -0.01 | 36.06 | 0.00 | 34.99 | -2.95 |
| 40.64 x | 40.19 | -1.10 | 40.50 | -0.35 | 40.17 | -1.16 | 40.76 | -0.72 | 40.26 | -0.94 | 40.53 | -0.27 |
| 46.19 y | 46.12 | -0.14 | 46.24 | 0.11 | 46.17 | -0.03 | 46.08 | -0.22 | 46.11 | -0.17 | 44.83 | -2.93 |
| 55.91 x | 55.32 | -1.04 | 55.42 | -0.88 | 54.62 | -2.31 | 54.71 | -2.14 | 55.59 | -0.56 | 55.95 | 0.07 |

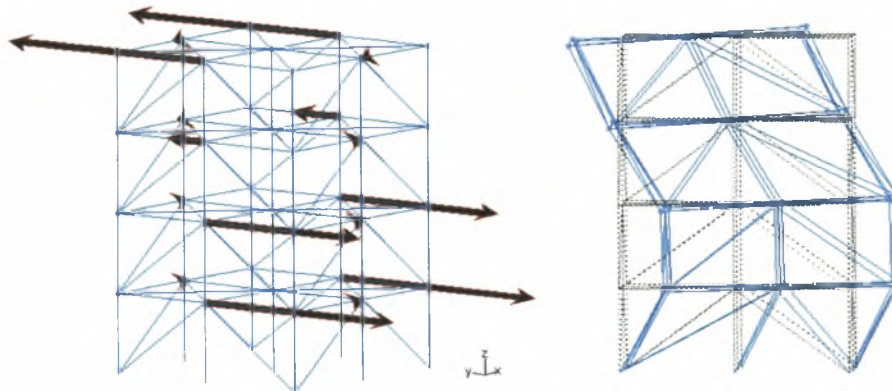


1^η ιδιομορφή στη y (ασθενή) διεύθυνση

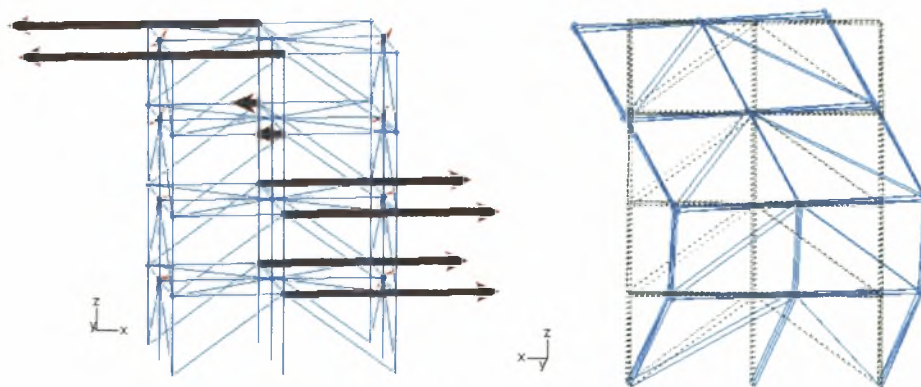


1^η ιδιομορφή στη x (ισχυρή) διεύθυνση

Σχήμα 4.6(α). 1^η αναγνωρισμένη ιδιομορφή για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής τόσο κατά την y (ασθενή) διεύθυνση, όσο και κατά την x (ισχυρή) διεύθυνση. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

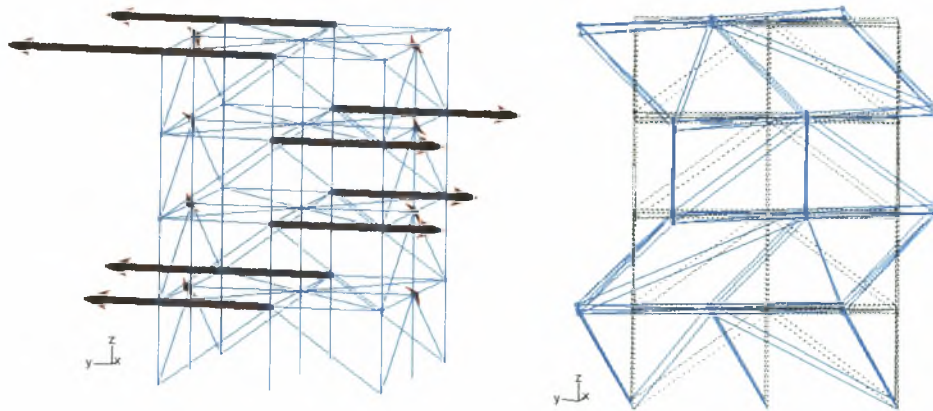


2^η ιδιομορφή στη y (ασθενή) διεύθυνση

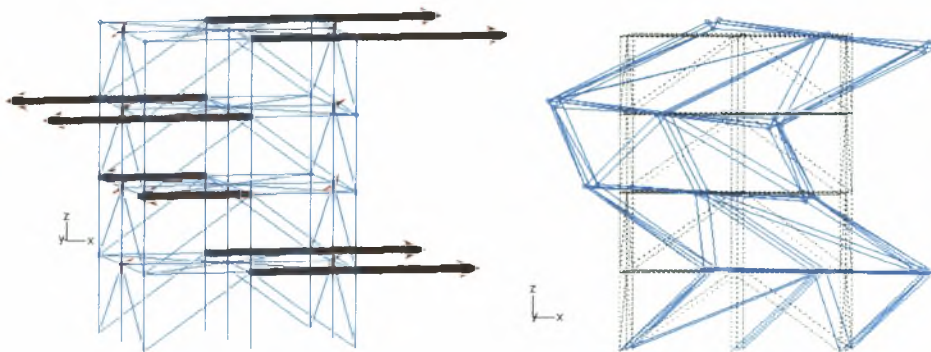


2^η ιδιομορφή στη x (ισχυρή) διεύθυνση

Σχήμα 4.6(β). 2^η αναγνωρισμένη ιδιομορφή για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής τόσο κατά την y (ασθενή) διεύθυνση, όσο και κατά την x (ισχυρή) διεύθυνση. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

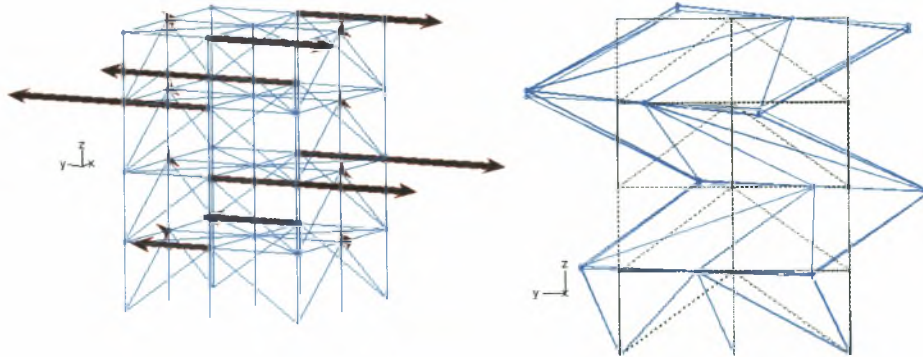


3^η ιδιομορφή στη y (ασθενή) διεύθυνση

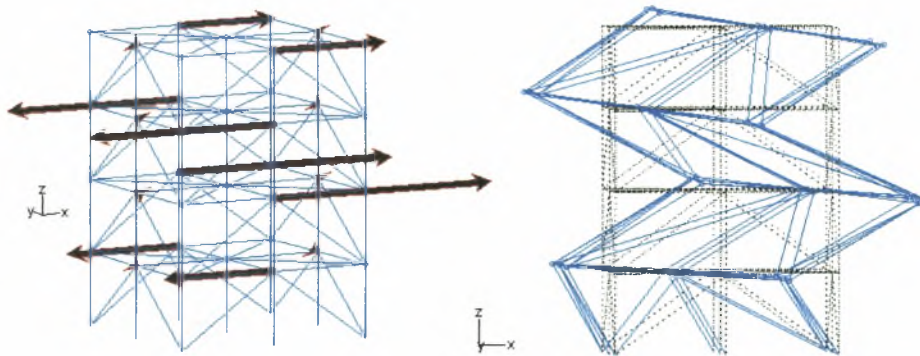


3^η ιδιομορφή στη x (ισχυρή) διεύθυνση

Σχήμα 4.6(γ). 3^η αναγνωρισμένη ιδιομορφή για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής τόσο κατά την y (ασθενή) διεύθυνση, όσο και κατά την x (ισχυρή) διεύθυνση. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.



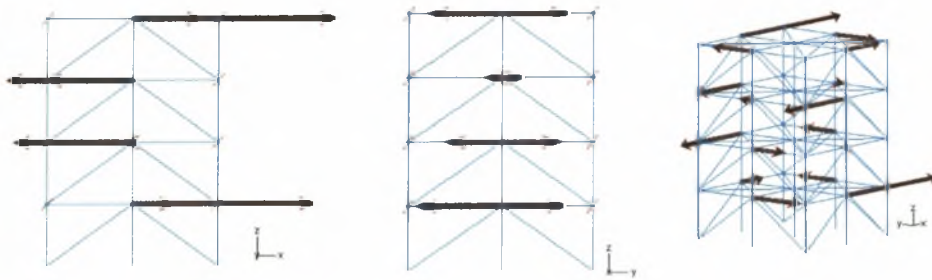
4^η ιδιομορφή στη y (ασθενή) διεύθυνση



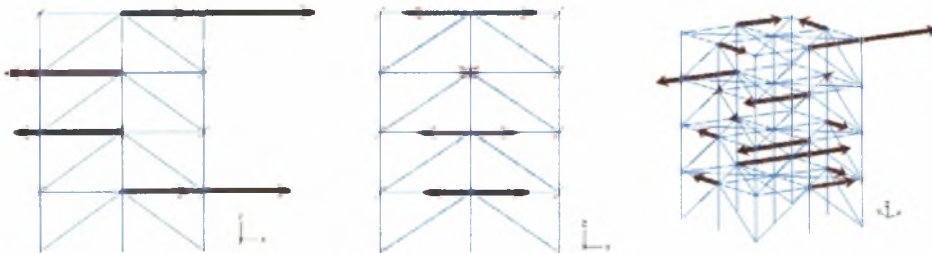
4^η ιδιομορφή στη x (ισχυρή) διεύθυνση

Σχήμα 4.6(δ). 4^η αναγνωρισμένη ιδιομορφή για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής τόσο κατά την y (ασθενή) διεύθυνση, όσο και κατά την x (ισχυρή) διεύθυνση. Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

Για την 4^η περίπτωση βλάβης, όπου υπάρχει ασύμμετρη βλάβη στην κατασκευή, η μεθοδολογία μορφικής αναγνώρισης αναγνωρίζει ξεκάθαρα δύο στρεπτικές ιδιομορφές στα 39.79Hz και στα 40.76Hz, αντίστοιχα. Οι ιδιομορφές αυτών των δύο ιδιομορφών φαίνονται στο Σχήμα 4.7. Ωστόσο, σύμφωνα με το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αντιστοιχεί στην κατασκευή της 4^{ης} περίπτωσης βλάβης, υπάρχει μόνο μια ιδιομορφή γύρω στα 40Hz και η μορφή της περιέχει σημαντική συνεισφορά στην ισχυρή x διεύθυνση. Αυτή η λανθασμένη αναγνώριση οφείλεται πιθανότατα στα σφάλματα μοντελοποίησης και του θορύβου που έχουν προστεθεί στις μετρήσεις. Αυτό παρατηρείται μόνο στην 4^η περίπτωση βλάβης όπου υπάρχει ασύμμετρη βλάβη και δεν παρατηρείται σε καμία άλλη ασύμμετρη περίπτωση βλάβης (Blind 1 και Blind 2).



Στρεπτική ιδιομορφή για την 4^η περίπτωση βλάβης στα 40.76Hz



Στρεπτική ιδιομορφή για την 4^η περίπτωση βλάβης στα 39.79Hz

Σχήμα 4.7. Οι δύο στρεπτικές ιδιομορφές που αναγνωρίζονται στην ασύμμετρη βλάβη της 4^{ης} περίπτωσης.

4.5.5 Διάγνωση και Προσδιορισμός Θέσης και Μεγέθους Βλάβης

Για τη διάγνωση βλάβης χρησιμοποιείται ένα τρισδιάστατο μοντέλο 120 βαθμών ελευθερίας, σαν και αυτό που χρησιμοποιήθηκε για τη δημιουργία των προσομοιωμένων δεδομένων. Για να προσδιοριστούν οι πλευρές της κατασκευής που έχουν υποστεί βλάβη, εισάγονται διάφοροι τρόποι παραμετροποίησης και ερευνάται η αποτελεσματικότητα τους στην αναγνώριση των σεναρίων βλάβης που εξετάζονται. Για κάθε τρόπο παραμετροποίησης, εισάγονται εναλλακτικές κατηγορίες μοντέλων που αντιστοιχούν σε πιθανές καταστάσεις βλάβης της κατασκευής. Με αυτόν τον τρόπο, εξετάζονται ενδελεχώς τα πλεονεκτήματα και οι περιορισμοί της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

Αρχικά, αναθεωρείται το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας τα μορφικά χαρακτηριστικά που αναγνωρίστηκαν από τις μετρήσεις που αντιστοιχούν στην κατάσταση αναφοράς της κατασκευής. Ειδικότερα, το μοντέλο παραμετροποιείται με τις τέσσερις παράμετρος θ_1 , θ_2 , θ_3 και θ_4 , κάθε μία εκ των οποίων μοντελοποιεί το μέτρο ελαστικότητας όλων των διαγώνιων στοιχείων στήριξης κάθε ορόφου, έτσι ώστε $E_i = \theta_i E_0$, για $i = 1, 2, 3, 4$, όπου E_0 είναι η ονομαστική τιμή για όλα τα στηρίγματα στο αρχικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και E_i είναι η τιμή του μέτρου ελαστικότητας των διαγώνιων στηριγμάτων του κάθε ορόφου. Το βέλτιστο μοντέλο που προβλέπει καλύτερα τα μετρούμενα δεδομένα αποτελεί και το αρχικό (ονομαστικό) μοντέλο και κατά τη διαδικασία διάγνωσης βλαβών αντιστοιχεί στην κατάσταση αναφοράς της κατασκευής.

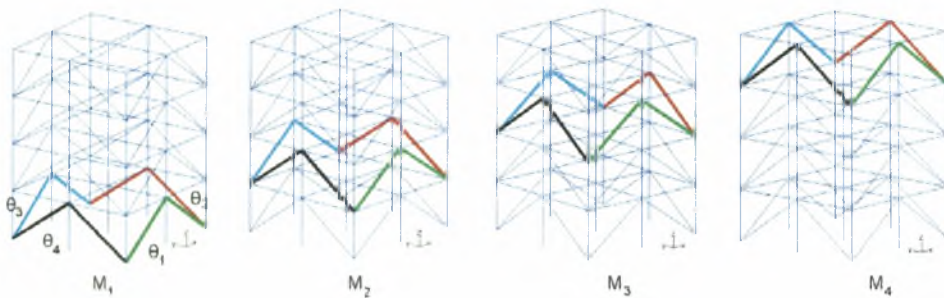
Α' Τρόπος Παραμετροποίησης

Ο Α' τρόπος παραμετροποίησης περιλαμβάνει $\mu = 4$ ξεχωριστές κατηγορίες μοντέλων, οι οποίες φαίνονται στο Σχήμα 4.8. Η οικογένεια των κατηγοριών μοντέλων $\{M_1, M_2, M_3, M_4\}$ λαμβάνεται έτσι ώστε κάθε κατηγορία μοντέλων M_i να παραμετροποιείται με τέσσερις παράμετρος θ_1 , θ_2 , θ_3 και θ_4 , κάθε μία εκ των οποίων μοντελοποιεί το μέτρο ελαστικότητας των διαγώνιων στοιχείων στήριξης της κάθε πλευράς του i ορόφου, έτσι ώστε $E_i = \theta_i E_{0i}$, για $i = 1, 2, 3, 4$, όπου E_{0i} είναι η ονομαστική τιμή στο αρχικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και E_i είναι η άγνωστη τιμή του μέτρου ελαστικότητας των παραμετροποιημένων διαγώνιων στηριγμάτων. Για κάθε κατηγορία μοντέλων, οι ιδιότητες της ακαμψίας των στηριγμάτων που δεν παραμετροποιούνται ισούνται με τις ονομαστικές τιμές του αρχικού μοντέλου της κατασκευής. Ο περιορισμός αυτού του τρόπου παραμετροποίησης είναι ότι μπορεί να διαγνωστούν περιπτώσεις βλάβης που συμβαίνουν αποκλειστικά σε έναν όροφο, ενώ δε μπορούν να διαγνωστούν βλάβες που συμβαίνουν ταυτόχρονα σε περισσότερους από έναν ορόφους. Έτσι, αν και θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα και για τις περιπτώσεις βλάβης 3 και 4, οι

περιπτώσεις αυτές δε μπορούν να αναγνωριστούν σωστά, αφού οι κατηγορίες μοντέλων που χρησιμοποιούνται δεν περιέχουν αυτές τις βλάβες.

Αρχικά γίνεται αναθεώρηση κάθε μίας από τις παραμετροποιημένες κατηγορίες μοντέλων, χρησιμοποιώντας τα αναγνωρισμένα μορφικά χαρακτηριστικά που αντιστοιχούν στην κατάσταση αναφοράς της κατασκευής. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{und}$ των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 4.5. Στη συνέχεια, οι βέλτιστες τιμές θ των παραμέτρων λαμβάνονται χρησιμοποιώντας τα αναγνωρισμένα μορφικά χαρακτηριστικά που αντιστοιχούν στις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης.

Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ των παραμέτρων θ για κάθε κατηγορία μοντέλων και περίπτωση βλάβης, το μέγεθος της βλάβης που αντιστοιχεί στην ποσοστιαία μεταβολή ανάμεσα στις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, το μέτρο των μορφικών υπολοίπων και η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων φαίνονται στον Πίνακα 4.6. Η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων υπολογίζεται από την (4.3).



Σχήμα 4.8. Όλες οι κατηγορίες μοντέλων για τον Α' τρόπο παραμετροποίησης. Κάθε κατηγορία μοντέλων έχει τέσσερις παράμετρους στην ομάδα θ .

Πίνακας 4.5. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{und}$ των δομικών παραμέτρων θ κάθε κατηγορίας μοντέλων για την κατασκευή αναφοράς.

| Παράμετρους | Μοντέλα για την κατασκευή χωρίς βλάβη | | | |
|-------------|---------------------------------------|--------|--------|--------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| θ_1 | 1.0973 | 1.0511 | 1.0882 | 1.0661 |
| θ_2 | 0.9523 | 0.9705 | 0.9684 | 0.9612 |
| θ_3 | 1.0973 | 1.0511 | 1.0882 | 1.0661 |
| θ_4 | 0.9523 | 0.9705 | 0.9684 | 0.9612 |

Υποτίθεται ότι η εκ των προτέρων κατανομή πιθανότητας των παραμέτρων κάθε κατηγορίας μοντέλων περιγράφεται από ομοιόμορφη κατανομή. Τα αποτελέσματα υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας τόσο την ασυμπτωτική προσέγγιση (Asymptotic Approximation, AA), όσο και τη μέθοδο σημαίνοντων δειγμάτων (Importance Sampling, IS). Η ποσοστιαία διαφορά ανάμεσα στις βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων $\hat{\theta}$ του πιθανότερου μοντέλου και των τιμών της κατασκευής αναφοράς $\hat{\theta}_{und}$, δηλώνει το μέγεθος της βλάβης. Αυτή η ποσοστιαία διαφορά υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την ακόλουθη σχέση

$$\Delta\theta = \% \text{ difference} = \frac{(\hat{\theta} - \hat{\theta}_{und})}{\hat{\theta}_{und}} \times 100 \quad (4.11)$$

Αναμένεται ότι η εφαρμογή της μεθοδολογίας για τις περιπτώσεις βλάβης 1 και 2, θα δώσουν σαν πιθανότερη κατηγορία μοντέλων το M_1 , όπου οι τέσσερις παράμετρος μοντελοποιούν τις τιμές της ακαμψίας κάθε μίας από τις πλευρές του πρώτου ορόφου. Πραγματικά, συγκρίνοντας την πιθανότητα κάθε μοντέλου στον Πίνακα 4.6 για όλα τα μοντέλα, για τις περιπτώσεις βλάβης 1 και 2, προκύπτει ότι η πιθανότερη κατηγορία μοντέλων η οποία περιγράφει τις αντίστοιχες περιπτώσεις βλάβης, σωστά αναγνωρίζεται να είναι η M_1 .

Επιπλέον, η ασυμπτωτική προσέγγιση και η μέθοδος σημαίνοντων δειγμάτων δίνουν ποιοτικά τις ίδιες προβλέψεις για την τοποθεσία της βλάβης. Έτσι, για τις δύο αυτές περιπτώσεις, η μεθοδολογία προβλέπει σωστά τόσο την τοποθεσία της βλάβης όσο και το μέγεθος της. Σύμφωνα με τον Πίνακα 4.6, για την 1^η περίπτωση βλάβης, το πιθανότερο μοντέλο M_1 προβλέπει μείωση της ακαμψίας ίση με 24.5% σε κάθε μία από τις πλευρές της κατασκευής που έχουν βλάβη. Αυτή η πρόβλεψη είναι πολύ κοντά στο ακριβές μέγεθος της βλάβης που είναι 25%. Τα ίδια αποτελέσματα προκύπτουν και για την 2^η περίπτωση βλάβης, μόνο που τώρα προβλέπεται 12.5% μείωση της ακαμψίας που είναι ίση με το ακριβές μέγεθος της βλάβης.

Αν και η 3^η και η 4^η περίπτωση βλάβης, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, δε μπορούν να αναγνωρισθούν με αυτό τον τρόπο παραμετροποίησης, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και για αυτές τις περιπτώσεις για λόγους επίδειξης. Για την 3^η περίπτωση βλάβης, η μεθοδολογία σωστά προβλέπει μία από τις τοποθεσίες της βλάβης, αυτή στον τρίτο όροφο. Ωστόσο, αποτυχαίνει να αναγνωρίσει τη βλάβη στον πρώτο όροφο και το μέγεθος της βλάβης και στους δύο ορόφους

Πίνακας 4.6. Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ των δομικών παραμέτρων θ κάθε κατηγορίας μοντέλων, μέγεθος της βλάβης και πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων)

| | Μοντέλα για Περίπτωση 1 | | | | Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | |
|-------------|-------------------------|---------|---------|---------|-------------------------------|--------|--------|--------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| θ_1 | 0.83 | 0.88 | 0.85 | 0.91 | -24.41 | -16.07 | -21.44 | -14.47 |
| θ_2 | 0.96 | 0.97 | 0.95 | 0.95 | 0.75 | 0.33 | -2.06 | -1.04 |
| θ_3 | 0.83 | 0.88 | 0.85 | 0.91 | -24.41 | -16.07 | -21.44 | -14.48 |
| θ_4 | 0.96 | 0.97 | 0.95 | 0.95 | 0.75 | 0.33 | -2.06 | -1.04 |
| $J(\theta)$ | 2.7E-05 | 7.8E-05 | 7.3E-05 | 1.2E-04 | | | | |
| $p(M D)$ AA | 1.00 | 8.7E-20 | 1.7E-18 | 8.0E-30 | | | | |
| $p(M D)$ IS | 1.00 | 4.4E-20 | 8.8E-19 | 6.9E-30 | | | | |

| | Μοντέλα για Περίπτωση 2 | | | | Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | |
|-------------|-------------------------|---------|---------|---------|-------------------------------|-------|--------|-------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| θ_1 | 0.96 | 0.97 | 0.97 | 1.00 | -12.50 | -7.27 | -10.48 | -6.65 |
| θ_2 | 0.94 | 0.96 | 0.93 | 0.95 | -1.72 | -1.31 | -3.56 | -0.95 |
| θ_3 | 0.96 | 0.97 | 0.97 | 1.00 | -12.50 | -7.27 | -10.48 | -6.66 |
| θ_4 | 0.94 | 0.96 | 0.93 | 0.95 | -1.72 | -1.31 | -3.56 | -0.96 |
| $J(\theta)$ | 2.0E-05 | 3.9E-05 | 2.5E-05 | 4.0E-05 | | | | |
| $p(M D)$ AA | 1.00 | 3.8E-12 | 3.5E-04 | 6.3E-13 | | | | |
| $p(M D)$ IS | 1.00 | 4.5E-12 | 2.1E-03 | 4.9E-13 | | | | |

| | Μοντέλα για Περίπτωση 3 | | | | Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | |
|-------------|-------------------------|---------|----------------|---------|-------------------------------|--------|---------------|--------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| θ_1 | 0.76 | 0.85 | 0.75 | 0.83 | -31.16 | -19.15 | -31.06 | -21.82 |
| θ_2 | 0.94 | 0.95 | 0.95 | 0.95 | -0.94 | -2.08 | -1.75 | -1.40 |
| θ_3 | 0.76 | 0.85 | 0.75 | 0.83 | -31.16 | -19.16 | -31.06 | -21.82 |
| θ_4 | 0.94 | 0.95 | 0.95 | 0.95 | -0.94 | -2.08 | -1.75 | -1.40 |
| $J(\theta)$ | 5.4E-05 | 2.5E-04 | 5.1E-05 | 2.2E-04 | | | | |
| $p(M D)$ AA | 0.08 | 1.9E-30 | 0.92 | 1.2E-27 | | | | |
| $p(M D)$ IS | 0.05 | 1.4E-30 | 0.95 | 3.6E-27 | | | | |

Πίνακας 4.6 (συνέχεια). Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ των δομικών παραμέτρων θ κάθε κατηγορίας μοντέλων, μέγεθος της βλάβης και πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων)

| | Μοντέλα για Περίπτωση 4 | | | | Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | |
|-------------|-------------------------|---------|---------|---------|-------------------------------|--------|--------|--------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| θ_1 | 0.88 | 0.88 | 0.87 | 0.94 | -19.53 | -16.63 | -20.41 | -12.30 |
| θ_2 | 0.94 | 0.95 | 0.93 | 0.93 | -1.57 | -1.65 | -3.82 | -2.93 |
| θ_3 | 0.88 | 0.88 | 0.87 | 0.94 | -19.53 | -16.63 | -20.41 | -12.30 |
| θ_4 | 0.94 | 0.95 | 0.93 | 0.93 | -1.57 | -1.65 | -3.82 | -2.93 |
| $J(\theta)$ | 5.0E-05 | 5.2E-05 | 6.2E-05 | 1.5E-04 | | | | |
| $p(M D)$ AA | 0.88 | 1.2E-01 | 7.3E-06 | 2.3E-22 | | | | |
| $p(M D)$ IS | 0.69 | 3.1E-01 | 3.1E-06 | 1.7E-22 | | | | |

| | Μοντέλα για περίπτωση Blind 1 | | | | Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | |
|-------------|-------------------------------|---------|---------|---------|-------------------------------|--------|--------|-------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| θ_1 | 0.94 | 0.88 | 0.93 | 1.02 | -14.38 | -16.00 | -14.27 | -4.36 |
| θ_2 | 0.94 | 0.96 | 0.96 | 0.96 | -1.24 | -1.06 | -0.38 | -0.11 |
| θ_3 | 1.11 | 1.07 | 1.11 | 1.02 | 1.36 | 1.94 | 1.82 | -4.54 |
| θ_4 | 0.94 | 0.96 | 0.96 | 0.96 | -1.24 | -1.06 | -0.38 | -0.12 |
| $J(\theta)$ | 2.9E-05 | 4.3E-05 | 4.6E-05 | 4.6E-05 | | | | |
| $p(M D)$ AA | 1.00 | 7.1E-08 | 2.8E-10 | 6.0E-10 | | | | |
| $p(M D)$ IS | 1.00 | 3.7E-08 | 1.5E-10 | 5.1E-10 | | | | |

| | Μοντέλα για περίπτωση Blind 2 | | | | Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | |
|-------------|-------------------------------|---------|---------|----------------|-------------------------------|--------|--------|--------|
| | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| θ_1 | 0.93 | 0.91 | 0.95 | 0.95 | -15.20 | -13.74 | -12.28 | -11.34 |
| θ_2 | 0.80 | 0.84 | 0.79 | 0.77 | -15.97 | -13.82 | -18.43 | -20.31 |
| θ_3 | 1.12 | 1.09 | 1.13 | 1.10 | 1.63 | 3.44 | 3.90 | 3.62 |
| θ_4 | 0.80 | 0.84 | 0.79 | 0.77 | -15.97 | -13.82 | -18.43 | -20.31 |
| $J(\theta)$ | 2.1E-04 | 3.6E-04 | 1.7E-04 | 1.2E-04 | | | | |
| $p(M D)$ AA | 1.2E-09 | 9.8E-20 | 2.5E-05 | 1.00 | | | | |
| $p(M D)$ IS | 1.5E-09 | 1.5E-19 | 1.4E-04 | 1.00 | | | | |

Για την περίπτωση Blind 1, η μεθοδολογία θα πρέπει να προβλέψει σαν πιθανότερη κατηγορία μοντέλων την M_2 , καθώς η βλάβη συμβαίνει στον 2^ο όροφο (Ching and Beck, 2004), στην εξωτερική πλευρά κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης και αντιστοιχεί σε μείωση της ακαμψίας κατά 16%. Αφού η βλάβη συμβαίνει μόνο σε μία από τις πλευρές του ορόφου, αυτή είναι μία περίπτωση ασύμμετρης βλάβης. Στον Πίνακα 4.6, για την περίπτωση Blind 1, φαίνεται ότι η μεθοδολογία προτείνει ως πιθανότερη κατηγορία μοντέλων την M_1 . Επιπρόσθετα, η τοποθεσία της βλάβης είναι στην εξωτερική πλευρά κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης του πρώτου ορόφου, στην πλευρά δηλαδή που παραμετροποιείται με την παράμετρο θ_1 , σύμφωνα με το Σχήμα 4.7. Η μείωση της ακαμψίας προβλέπεται ότι είναι 14.38%, κοντά στη βλάβη 16% που επιβλήθηκε. Η κατηγορία μοντέλων M_2 , που θα έπρεπε να είχε προταθεί ως η πιθανότερη από τη μεθοδολογία, προτείνεται ως η δεύτερη πιθανότερη κατηγορία μοντέλων. Αυτή η κατηγορία μοντέλων προβλέπει μείωση της ακαμψίας κατά 16%, το οποίο είναι και το ακριβές μέγεθος της βλάβης. Έτσι, για αυτή την περίπτωση βλάβης, για αυτό τον τρόπο παραμετροποίησης, η μεθοδολογία αποτυγχάνει να προβλέψει σωστά την τοποθεσία της βλάβης. Ωστόσο, η κατηγορία μοντέλων που αντιστοιχεί στην περίπτωση βλάβης που εξετάζεται, είναι η δεύτερη πιθανότερη κατηγορία και η οποία προβλέπει σωστά το μέγεθος της βλάβης.

Για την περίπτωση Blind 2, η πιθανότερη κατηγορία μοντέλων είναι η M_4 , και επομένως προβλέπεται ότι η τοποθεσία της βλάβης είναι στον τέταρτο όροφο. Οι Ching and Beck (2004) αναφέρουν στην έκθεσή τους ότι η ακριβής βλάβη συμβαίνει ταυτόχρονα σε τρεις ορόφους. Έτσι, με τον παρόν τρόπο παραμετροποίησης είναι αδύνατον να αναγνωρισθεί η σωστή τοποθεσία της βλάβης.

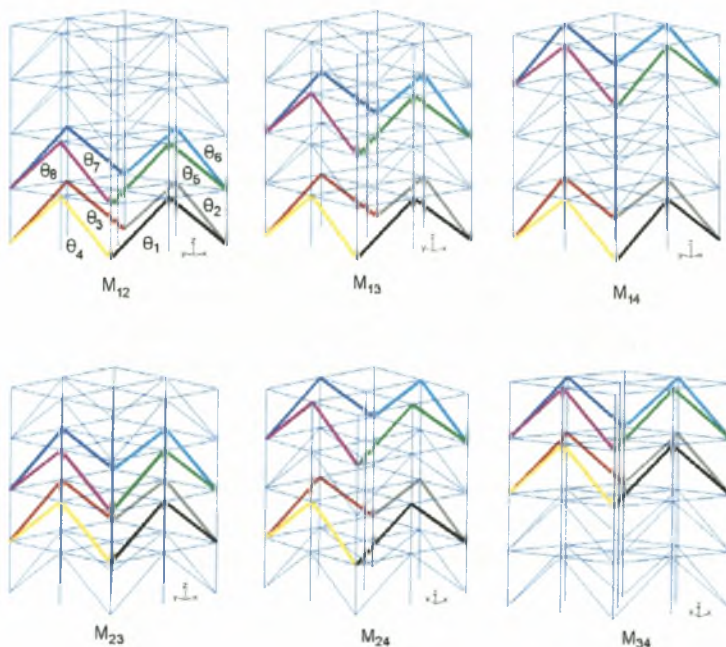
Συνοψίζοντας, χρησιμοποιώντας τον Α' τρόπο παραμετροποίησης, η τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης προβλέφθηκαν σωστά για τις περιπτώσεις βλάβης 1 και 2, ενώ για την περίπτωση Blind 1 η μεθοδολογία προτείνει ότι η βλάβη βρίσκεται στη σωστή πλευρά του πρώτου ορόφου, αντί του δευτέρου, που είναι η πραγματική τοποθεσία της βλάβης. Οι περιπτώσεις 3, 4 και Blind 2 δε μπορούν να διαγνωστούν σωστά με τον παρόν τρόπο παραμετροποίησης, αφού η βλάβη συμβαίνει ταυτόχρονα σε περισσότερους από έναν ορόφους και οι επιλεγμένες κατηγορίες μοντέλων δεν περιέχουν αυτές τις περιπτώσεις βλαβών.

B' Τρόπος Παραμετροποίησης

Για να ξεπεραστεί ο περιορισμός του Α' τρόπου παραμετροποίησης, όπου δε μπορούσαν να διαγνωστούν βλάβες που συμβαίνουν ταυτόχρονα σε δύο διαφορετικούς ορόφους, εισάγεται ένας νέος τρόπος παραμετροποίησης ο Β. Με αυτό τον τρόπο παραμετροποίησης δημιουργούνται $\mu = 6$ κατηγορίες μοντέλων, $\{M_{12}, M_{13}, M_{14}, M_{23}, M_{24}, M_{34}\}$, που φαίνονται στο Σχήμα 4.9. Σύμφωνα με αυτή την

οικογένεια κατηγοριών μοντέλων, δύο διαφορετικοί όροφοι παραμετροποιούνται ταυτόχρονα χρησιμοποιώντας οχτώ παράμετρος στην ομάδα παραμέτρων θ .

Κάθε κατηγορία μοντέλων M_j παραμετροποιείται με οχτώ παράμετρος θ . Οι δείκτες i και j για κάθε κατηγορία μοντέλων M_j δηλώνουν τους ορόφους της κατασκευής που παραμετροποιούνται σε κάθε περίπτωση. Για παράδειγμα, το μοντέλο M_{14} δηλώνει ότι οι τέσσερις πρώτες παράμετρος θ_i , $i = 1, 2, 3, 4$, παραμετροποιούν το μέτρο ελαστικότητας των διαγώνιων στηριγμάτων κάθε πλευράς του 1^{ου} ορόφου, ενώ οι υπόλοιπες τέσσερις παράμετρος θ_j , $j = 5, 6, 7, 8$, παραμετροποιούν το μέτρο ελαστικότητας των διαγώνιων στηριγμάτων κάθε πλευράς του 4^{ου} ορόφου. Επομένως οι ιδιότητες της ακαμψίας είναι $E_i = \theta_i E_{0i}$, για $i = 1, \dots, 8$, όπου E_{0i} είναι η ονομαστική τιμή του αρχικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και E_i είναι η τιμή του μέτρου ελαστικότητας κάθε παραμετροποιημένου διαγώνιου στηρίγματος. Για κάθε κατηγορία μοντέλων, οι ιδιότητες ακαμψίας των στηριγμάτων που δεν παραμετροποιούνται ισούνται με τις ονομαστικές τιμές του αρχικού μοντέλου της κατασκευής.



Σχήμα 4.9. Όλα τα πιθανά μοντέλα για τον Β' τρόπο παραμετροποίησης. Κάθε κατηγορία μοντέλων έχει οχτώ παράμετρος στην ομάδα παραμέτρων θ .

Πίνακας 4.7. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{und}$ των δομικών παραμέτρων θ κάθε κατηγορίας μοντέλων για την κατασκευή αναφοράς.

| Παράμετρους | Μοντέλα για την κατασκευή χωρίς βλάβη | | | | | |
|-------------|---------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | M_{12} | M_{13} | M_{14} | M_{23} | M_{24} | M_{34} |
| θ_1 | 1.08 | 1.05 | 1.10 | 1.03 | 1.05 | 1.07 |
| θ_2 | 0.95 | 0.97 | 0.95 | 0.97 | 0.99 | 0.96 |
| θ_3 | 1.08 | 1.05 | 1.10 | 1.03 | 1.05 | 1.07 |
| θ_4 | 0.95 | 0.97 | 0.95 | 0.97 | 0.99 | 0.96 |
| θ_5 | 1.03 | 1.06 | 1.01 | 1.07 | 1.03 | 1.02 |
| θ_6 | 0.99 | 0.96 | 0.98 | 0.96 | 0.96 | 0.98 |
| θ_7 | 1.03 | 1.06 | 1.01 | 1.07 | 1.03 | 1.02 |
| θ_8 | 0.99 | 0.96 | 0.98 | 0.96 | 0.96 | 0.98 |

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, η αναθεώρηση των παραμετροποιημένων κατηγοριών μοντέλων γίνεται χρησιμοποιώντας τα μετρούμενα μορφικά δεδομένα που αντιστοιχούν στην κατασκευή αναφοράς. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{und}$ των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 4.7.

Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που αντιστοιχούν στην κατασκευή αναφοράς συγκρίνονται με τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τα αναγνωρισμένα μορφικά χαρακτηριστικά των περιπτώσεων βλάβης που εξετάζονται. Το μέγεθος της βλάβης, η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων υπολογισμένη χρησιμοποιώντας τόσο την ασυμπτωτική προσέγγιση (AA), όσο και τη μέθοδο σημανόντων δειγμάτων (IS), καθώς και το μέτρο $J(\theta)$ των μορφικών υπολοίπων δίνονται στον Πίνακα 4.8. Το μέγεθος της βλάβης υπολογίζεται από τη σχέση (4.11).

Για την 1^η και 2^η περίπτωση βλάβης η μεθοδολογία πρέπει να προτείνει ως πιθανότερες κατηγορίες μοντέλων τις M_{12} , M_{13} και M_{14} , αφού οι πρώτες τέσσερις από τις οχτώ παράμετρους μοντελοποιούν την ακαμψία του πρώτου ορόφου.

Πίνακας 4.8. Μέγεθος βλάβης και η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων). Οι έντονες γραμματοσειρές αντιστοιχούν στις τοποθεσίες βλάβης.

| Παραμ. | Μοντέλα Περίπτωση 1 – Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | | | | Μοντέλα Περίπτωση 2 – Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | | | |
|------------------|---|----------|----------------|----------|----------|----------|---|----------------|----------|----------|----------|----------|
| | M_{12} | M_{13} | M_{14} | M_{23} | M_{24} | M_{34} | M_{12} | M_{13} | M_{14} | M_{23} | M_{24} | M_{34} |
| $\Delta\theta_1$ | -23.90 | -23.47 | -24.53 | -10.66 | -12.25 | -18.34 | -11.99 | -12.35 | -13.28 | -4.06 | -6.25 | -8.66 |
| $\Delta\theta_2$ | -0.69 | 1.62 | 0.90 | -0.65 | 0.30 | -0.94 | -1.91 | -1.37 | -1.98 | -0.07 | -0.89 | -1.55 |
| $\Delta\theta_3$ | -23.90 | -23.47 | -24.53 | -10.66 | -12.25 | -18.34 | -11.99 | -12.35 | -13.28 | -4.06 | -6.25 | -8.66 |
| $\Delta\theta_4$ | -0.69 | 1.62 | 0.90 | -0.65 | 0.30 | -0.94 | -1.91 | -1.37 | -1.98 | -0.07 | -0.89 | -1.55 |
| $\Delta\theta_5$ | -0.81 | -1.81 | 0.54 | -13.30 | -6.12 | -6.30 | -0.40 | -0.26 | 0.67 | -8.45 | -2.72 | -4.26 |
| $\Delta\theta_6$ | 0.43 | -1.68 | -1.65 | -1.95 | -0.96 | 0.08 | 0.65 | -0.29 | 0.20 | -1.82 | -0.99 | 0.63 |
| $\Delta\theta_7$ | -0.82 | -1.81 | 0.54 | -13.30 | -6.12 | -6.31 | -0.40 | -0.26 | 0.67 | -8.45 | -2.72 | -4.26 |
| $\Delta\theta_8$ | 0.43 | -1.68 | -1.65 | -1.95 | -0.96 | 0.08 | 0.65 | -0.29 | 0.20 | -1.82 | -0.99 | 0.63 |
| $J(\theta)$ | 1.5E-05 | 1.3E-05 | 8.8E-06 | 4.9E-05 | 5.8E-05 | 7.2E-05 | 1.9E-05 | 1.1E-05 | 1.4E-05 | 3.4E-05 | 4.2E-05 | 4.3E-05 |
| $p(M D)$ AA | 1.5E-10 | 2.4E-06 | 1.00 | 2.2E-36 | 1.4E-39 | 2.6E-44 | 9.9E-12 | 1.00 | 2.3E-05 | 1.4E-21 | 3.3E-25 | 4.5E-26 |
| $p(M D)$ IS | 2.7E-09 | 1.8E-06 | 1.00 | 5.4E-36 | 1.7E-39 | 1.0E-43 | 1.9E-12 | 1.00 | 2.8E-06 | 7.4E-22 | 3.9E-26 | 3.9E-27 |

| Παραμ. | Μοντέλα Περίπτωση 3 – Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | | | | Μοντέλα Περίπτωση 4 – Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | | | |
|------------------|---|----------------|----------|----------|----------|----------|---|----------------|----------|----------|----------|----------|
| | M_{12} | M_{13} | M_{14} | M_{23} | M_{24} | M_{34} | M_{12} | M_{13} | M_{14} | M_{23} | M_{24} | M_{34} |
| $\Delta\theta_1$ | -34.30 | -22.90 | -30.69 | -4.26 | -8.63 | -27.56 | -26.42 | -33.83 | -36.85 | -20.83 | -18.10 | -33.64 |
| $\Delta\theta_2$ | -0.43 | -0.76 | -0.82 | -0.88 | -1.30 | -1.41 | 15.60 | -1.68 | -1.05 | -2.28 | -1.63 | 0.53 |
| $\Delta\theta_3$ | -34.30 | -22.90 | -30.69 | -4.26 | -8.63 | -27.56 | -1.29 | 26.34 | -7.42 | 28.78 | 9.23 | -4.47 |
| $\Delta\theta_4$ | -0.43 | -0.76 | -0.82 | -0.88 | -1.30 | -1.41 | 15.60 | -1.68 | -1.05 | -2.28 | -1.63 | 0.53 |
| $\Delta\theta_5$ | 6.07 | -13.73 | -1.35 | -30.55 | -16.08 | -8.85 | -4.93 | -25.16 | -1.31 | -38.00 | -12.47 | -9.40 |
| $\Delta\theta_6$ | -0.35 | -0.70 | -0.37 | -2.11 | -0.40 | 0.72 | 11.22 | 0.33 | -0.15 | -0.02 | -1.09 | -1.47 |
| $\Delta\theta_7$ | 6.07 | -13.73 | -1.35 | -30.55 | -16.08 | -8.85 | 12.44 | 0.77 | 13.30 | 0.20 | 3.52 | 6.56 |
| $\Delta\theta_8$ | -0.35 | -0.70 | -0.37 | -2.11 | -0.40 | 0.72 | 11.22 | 0.33 | -0.14 | -0.03 | -1.09 | -1.47 |
| $J(\theta)$ | 3.2E-05 | 9.6E-06 | 3.5E-05 | 6.8E-05 | 1.7E-04 | 6.1E-05 | 5.6E-04 | 2.1E-05 | 2.5E-05 | 3.0E-05 | 9.1E-05 | 4.3E-05 |
| $p(M D)$ AA | 1.9E-22 | 1.00 | 6.7E-24 | 7.6E-36 | 3.0E-52 | 4.7E-34 | 1.3E-57 | 1.00 | 1.5E-04 | 7.2E-07 | 4.7E-27 | 4.8E-14 |
| $p(M D)$ IS | 1.8E-21 | 1.00 | 8.9E-24 | 1.2E-35 | 1.2E-52 | 5.1E-34 | 4.5E-58 | 1.00 | 1.9E-04 | 5.3E-07 | 1.8E-27 | 5.0E-14 |

Πίνακας 4.8 (συνέχεια). Μέγεθος βλάβης και η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων). Οι έντονες γραμματοσειρές αντιστοιχούν στις τοποθεσίες βλάβης.

| Param | Μοντέλα για Blind 1 – Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | | | | Μοντέλα για Blind 2 – Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | | | |
|------------------|--|----------|----------|----------|----------|----------|--|----------|----------------|----------|----------|----------|
| | M_{12} | M_{13} | M_{14} | M_{23} | M_{24} | M_{34} | M_{12} | M_{13} | M_{14} | M_{23} | M_{24} | M_{34} |
| $\Delta\theta_1$ | -0.62 | -3.09 | -3.26 | -7.00 | -7.70 | -0.20 | -9.40 | -5.91 | -6.70 | -2.37 | -2.63 | -5.77 |
| $\Delta\theta_2$ | -0.93 | -1.43 | -1.35 | -1.13 | -0.48 | -0.71 | -15.68 | -8.81 | -1.75 | -11.23 | -7.41 | -14.43 |
| $\Delta\theta_3$ | -0.19 | -5.02 | -2.11 | -6.29 | -6.79 | -0.26 | -9.78 | -5.91 | -6.70 | -2.37 | -2.63 | -5.77 |
| $\Delta\theta_4$ | -0.93 | -1.43 | -1.35 | -1.13 | -0.48 | -0.71 | -9.49 | -7.14 | -8.33 | -7.91 | 0.34 | -7.23 |
| $\Delta\theta_5$ | -17.97 | -11.96 | -10.15 | -7.64 | -5.61 | -14.47 | 2.19 | -2.75 | -0.33 | -6.65 | -2.05 | -3.51 |
| $\Delta\theta_6$ | 0.30 | 1.27 | -0.22 | -0.53 | -0.41 | 0.05 | -12.43 | -17.15 | -43.21 | -23.07 | -45.01 | -17.81 |
| $\Delta\theta_7$ | 3.96 | 6.04 | 6.01 | 8.16 | 9.34 | 3.56 | 0.45 | -2.75 | -0.32 | -6.65 | -2.05 | -3.51 |
| $\Delta\theta_8$ | 0.30 | 1.27 | -0.22 | -0.53 | -0.41 | 0.05 | -2.02 | -8.26 | 6.48 | -5.77 | 1.71 | -7.17 |
| $J(\theta)$ | 2.5E-06 | 3.0E-05 | 3.5E-05 | 3.0E-05 | 3.2E-05 | 5.7E-05 | 1.7E-04 | 9.2E-05 | 2.7E-05 | 9.1E-05 | 5.1E-05 | 3.1E-05 |
| $p(M D)$ | 1.00 | 2.4E-43 | 8.7E-48 | 3.3E-45 | 4.0E-46 | 7.9E-57 | 1.2E-37 | 6.1E-26 | 1.00 | 1.2E-25 | 7.1E-14 | 7.0E-04 |
| AA | | | | | | | | | | | | |
| $p(M D)$ | 1.00 | 8.9E-45 | 4.7E-49 | 1.2E-45 | 2.9E-47 | 2.3E-57 | 6.5E-37 | 5.0E-26 | 1.00 | 1.3E-25 | 1.1E-14 | 6.2E-04 |
| IS | | | | | | | | | | | | |

Συγκρίνοντας την πιθανότητα κάθε μοντέλου για την περίπτωση βλάβης 1 στον Πίνακα 4.8, φαίνεται ότι η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης. Ειδικότερα, για την περίπτωση βλάβης 1 το πιθανότερο μοντέλο είναι το M_{14} , όπου παραμετροποιούνται ο 1^{ος} και ο 4^{ος} όροφος. Από την ποσοστιαία μείωση των παραμέτρων θ για αυτή την κατηγορία μοντέλων, προκύπτει ότι η βλάβη βρίσκεται στις δύο πλευρές του 1^{ου} ορόφου που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης. Επιπλέον, το μέγεθος της βλάβης προβλέπεται σωστά από το πιθανότερο μοντέλο M_{14} , να είναι περίπου 25%. Επιπρόσθετα, προβλέπει μία μικρή βλάβη της τάξης του 1-2% στις άλλες πλευρές του 1^{ου} και 4^{ου} ορόφου. Αυτή η μικρή μείωση οφείλεται στα σφάλματα μοντελοποίησης και στην ύπαρξη θορύβου στις μετρήσεις και μπορεί να αγνοηθεί σε σχέση με τη μείωση του 25% που προβλέπεται στις τοποθεσίες της βλάβης.

Για την περίπτωση βλάβης 2, η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης. Ειδικότερα, σύμφωνα με τον Πίνακα 4.8 η πιθανότερη κατηγορία μοντέλων είναι το M_{13} , όπου παραμετροποιούνται ο 1^{ος} και ο 3^{ος} όροφος. Αυτή η κατηγορία μοντέλων M_{13} προβλέπει ότι το μέγεθος της βλάβης είναι 12.5% και συμβαίνει στις δύο πλευρές του 1^{ου} ορόφου που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης. Αυτό το μέγεθος της βλάβης ισούται με το ακριβές μέγεθος της βλάβης που εισήχθη στην κατασκευή.

Από τον Πίνακα 4.8, φαίνεται ότι για την περίπτωση βλάβης 3 η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία της βλάβης ενώ το μέγεθος της προβλέπεται με αρκετά καλή ακρίβεια. Ειδικότερα, η πιθανότερη κατηγορία μοντέλων είναι το M_{13} . Σύμφωνα με αυτό, η τοποθεσία της βλάβης προβλέπεται σωστά να είναι στον 1^ο και στον 3^ο όροφο. Η μείωση της ακαμψίας στις δύο πλευρές του 1^{ου} ορόφου που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης είναι περίπου 23%, ενώ η μείωση στις αντίστοιχες πλευρές του 3^{ου} ορόφου είναι περίπου 14%. Επομένως, το προβλεπόμενο μέγεθος της βλάβης για τον 1^ο όροφο είναι λίγο μικρότερο από το 25% που εισήχθη στην κατασκευή, ενώ για τον 3^ο όροφο είναι λίγο μεγαλύτερο από το 12.5% που εισήχθη. Οι μικρές αυτές διαφορές ανάμεσα στο μέγεθος της βλάβης που επιβλήθηκε και στο μέγεθος που προβλέπεται από το μοντέλο, οφείλονται στα σφάλματα μοντελοποίησης και στην ύπαρξη θορύβου στις μετρήσεις.

Η περίπτωση βλάβης 4 διαφέρει από την προηγούμενη περίπτωση 3, στο γεγονός ότι η βλάβη συμβαίνει μόνο στη μία από τις δύο πλευρές του 1^{ου} και του 3^{ου} ορόφου και επομένως η βλάβη είναι ασύμμετρη. Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, η μεθοδολογία πρέπει να προβλέψει ως πιθανότερη κατηγορία μοντέλων την M_{13} . Από τον Πίνακα 4.8 για αυτή την περίπτωση, φαίνεται ότι η μεθοδολογία προβλέπει σωστά ως πιθανότερη την κατηγορία μοντέλων M_{13} . Οι πλευρές που έχουν υποστεί βλάβη παραμετροποιούνται με τις παράμετρους θ_1 και θ_5 . Η μείωση της ακαμψίας στην πλευρά του 1^{ου} ορόφου που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης είναι περίπου 34%, ενώ η μείωση στην αντίστοιχη πλευρά του 3^{ου} ορόφου είναι περίπου 25%. Το προβλεπόμενο από το μοντέλο μέγεθος της βλάβης είναι πολύ μεγαλύτερο από το αναμενόμενο 25% και 12.5%, αντίστοιχα. Επιπλέον, φαίνεται ότι υπάρχει μία απροσδόκητη αύξηση κατά 26% της ακαμψίας της πλευράς της κατασκευής που βρίσκεται απέναντι από αυτή που έχει υποστεί βλάβη στον 1^ο όροφο. Η εσφαλμένη πρόβλεψη της τοποθεσίας και του μεγέθους της βλάβης οφείλεται στην εσφαλμένη αναγνώριση των ιδιομορφών που αντιστοιχούν στην ιδιοσυχνότητα των 40Hz, όπως περιγράφηκε σε προηγούμενη ενότητα.

Για να πιστοποιηθεί αυτός ο ισχυρισμός, επαναλήφθηκε η διαδικασία αναθεώρησης μοντέλων χωρίς να χρησιμοποιηθεί αυτή τη φορά η ιδιομορφή που αναγνωρίστηκε λανθασμένα. Τα νέα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.9. Φαίνεται ότι η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης. Ειδικότερα προτείνει ως πιθανότερη κατηγορία μοντέλων την M_{13} . Η μείωση της ακαμψίας στην πλευρά του 1^{ου} ορόφου που βρίσκεται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης είναι περίπου 28%, ενώ η μείωση στην αντίστοιχη πλευρά του 3^{ου} ορόφου είναι περίπου 15%. Οι τιμές αυτές είναι πολύ κοντά στις αναμενόμενες 25% και 12.5%, αντίστοιχα.

Πίνακας 4.9. Αποτελέσματα για την 4^η περίπτωση βλάβης, χρησιμοποιώντας επτά αναγνωρισμένες ιδιομορφές. Μέγεθος της βλάβης και πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων, εξαιρώντας την 6^η ιδιομορφή.

| Παραμ. | Μοντέλα για Περίπτωση 4 εξαιρώντας την 6 ^η ιδιομορφή στα 40Hz - Μέγεθος Βλάβης $\Delta\theta$ | | | | | |
|------------------|--|----------------|----------|----------|----------|----------|
| | M_{12} | M_{13} | M_{14} | M_{23} | M_{24} | M_{34} |
| $\Delta\theta_1$ | -26.42 | -28.22 | -31.45 | -27.12 | -29.53 | -28.26 |
| $\Delta\theta_2$ | 15.60 | -1.56 | -1.61 | -2.36 | 0.06 | -0.22 |
| $\Delta\theta_3$ | -1.29 | -0.22 | -2.08 | 30.38 | 19.51 | -0.42 |
| $\Delta\theta_4$ | 15.60 | -1.56 | -1.61 | -2.36 | 0.06 | -0.22 |
| $\Delta\theta_5$ | -4.93 | -14.87 | -7.21 | -26.30 | -17.27 | -16.56 |
| $\Delta\theta_6$ | 11.22 | 0.31 | 0.15 | -0.23 | -0.66 | -1.15 |
| $\Delta\theta_7$ | 12.44 | 1.16 | -3.23 | -11.20 | -14.49 | 2.92 |
| $\Delta\theta_8$ | 11.22 | 0.31 | 0.16 | -0.23 | -0.66 | -1.16 |
| $J(\theta)$ | 5.4E-04 | 7.0E-06 | 7.2E-06 | 2.2E-05 | 2.0E-05 | 3.5E-05 |
| $p(M D)$ AA | 1.3E-76 | 0.505 | 0.495 | 4.3E-21 | 1.7E-19 | 2.5E-29 |
| $p(M D)$ IS | 9.9E-79 | 0.88 | 0.12 | 4.1E-21 | 4.6E-20 | 5.1E-30 |

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των Πινάκων 4.9 και 4.8 για την 4^η περίπτωση βλάβης, φαίνεται ότι εξαιρώντας την ιδιομορφή που αναγνωρίστηκε λανθασμένα από τα μετρούμενα μορφικά δεδομένα, οι προβλέψεις για την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης είναι πολύ περισσότερο αξιόπιστες. Αυτή είναι μια περίπτωση από την οποία φαίνεται ξεκάθαρα ότι αν τα μετρούμενα μορφικά δεδομένα περιέχουν μεγάλα σφάλματα, η αποτελεσματικότητα της πρόβλεψης επηρεάζεται σημαντικά και οι εκτιμήσεις είναι αναξιόπιστες. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η ασυμπτωτική προσέγγιση (AA) δίνει ότι οι κατηγορίες μοντέλων M_{13} και M_{14} είναι το ίδιο πιθανές, πράγμα που σημαίνει ότι η πιθανότητα η βλάβη βρίσκεται στον 1^ο και στον 3^ο ή 4^ο όροφο είναι η ίδια. Η ακριβέστερη και πολύ περισσότερο υπολογιστικά χρονοβόρα μέθοδος σημαινόντων δειγμάτων (IS) δίνει ότι η κατηγορία μοντέλων M_{13} είναι πολύ πιθανότερη από την M_{14} . Επομένως η μέθοδος σημαινόντων δειγμάτων προβλέπει σωστά την τοποθεσία της βλάβης.

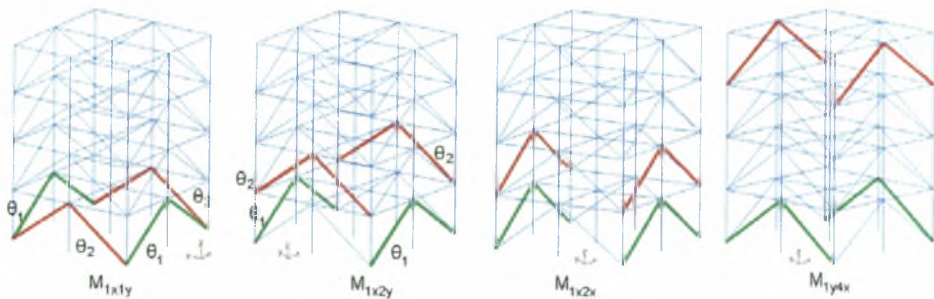
Για την περίπτωση Blind 1, από τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.8 φαίνεται ότι η μεθοδολογία προβλέπει σωστά ότι η τοποθεσία της βλάβης βρίσκεται στο δεύτερο όροφο στην εξωτερική πλευρά που βρίσκεται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης. Επιπλέον, προβλέπει ότι το μέγεθος της βλάβης αντιστοιχεί σε μείωση της ακαμψίας κατά 18%, το οποίο είναι πολύ κοντά στην επιβληθείσα μείωση της ακαμψίας που είναι 16%. Πρέπει να αναφερθεί ότι με τον Α' τρόπο παραμετροποίησης δεν κατέστη δυνατός ο προσδιορισμός της τοποθεσίας της βλάβης.

Για την περίπτωση Blind 2, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, στην εργασία των Ching and Beck (2004) αναφέρεται ότι η βλάβη συμβαίνει ταυτόχρονα σε τρεις ορόφους. Ειδικότερα, οι πλευρές που έχουν υποστεί βλάβη είναι η δεξιά πλευρά που βρίσκεται κατά μήκος της ασθενούς y διεύθυνσης του 4^{ου} ορόφου, η αριστερή πλευρά που βρίσκεται κατά μήκος της ασθενούς y διεύθυνσης του 3^{ου} ορόφου και την εξωτερική πλευρά που βρίσκεται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης του 1^{ου} ορόφου. Η παραπάνω περιγραφή των πλευρών που έχουν υποστεί βλάβη είναι σύμφωνα με το Σχήμα 4.3. Το μέγεθος της βλάβης είναι 47.48%, 39.32% και 23.79% αντίστοιχα. Επομένως, με τον παρόν τρόπο παραμετροποίησης Β' δεν είναι δυνατή η αναγνώριση της τοποθεσίας της βλάβης, αφού οι κατηγορίες μοντέλων που δημιουργούνται δεν περιλαμβάνουν αυτή την περίπτωση βλάβης. Για λόγους επίδειξης όμως, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και για αυτή την περίπτωση.

Για την περίπτωση Blind 2, η πιθανότερη κατηγορία μοντέλων είναι η M_{14} και οι πλευρές με βλάβη είναι η δεξιά πλευρά του 4^{ου} ορόφου (Σχήμα 4.3) κατά μήκος της ασθενούς y διεύθυνσης με μείωση της ακαμψίας περίπου 43% και η δεξιά πλευρά του 1^{ου} ορόφου (Σχήμα 4.3) κατά μήκος της ασθενούς y διεύθυνσης με μείωση της ακαμψίας περίπου 8%. Παρατηρείται επίσης, αύξηση της ακαμψίας κατά περίπου 6.5% στην αριστερή πλευρά του 4^{ου} ορόφου κατά μήκος της ασθενούς y διεύθυνσης και μείωση της ακαμψίας κατά περίπου 6.7% και στις δύο πλευρές κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης του 1^{ου} ορόφου. Οι εσφαλμένες προβλέψεις οφείλονται στο γεγονός ότι οι κατηγορίες μοντέλων δεν μπορούν να περιγράψουν κατάλληλα τις καταστάσεις βλάβης που εξετάζονται και οι παράμετροι παίρνουν τις καλύτερες τιμές έτσι ώστε οι προβλέψεις των μοντέλων να είναι όσο πιο κοντά γίνεται στις μετρούμενες τιμές.

Γ' Τρόπος Παραμετροποίησης

Σύμφωνα με αυτό τον τρόπο παραμετροποίησης, το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων παραμετροποιείται χρησιμοποιώντας δύο παράμετρος. Κάθε μια από τις παράμετρος παραμετροποιεί την ακαμψία των διαγώνιων στηριγμάτων δύο απέναντι πλευρών του ιδίου ορόφου. Ο συνολικός αριθμός των κατηγοριών μοντέλων $M_{\alpha\beta}$ που δημιουργούνται με αυτό τον τρόπο είναι $\mu = 26$. Για κάθε κατηγορία μοντέλων $M_{\alpha\beta}$, οι δείκτες $i, j = 1, 2, 3, 4$ δηλώνουν τους ορόφους που παραμετροποιούνται, και οι δείκτες α και β δηλώνουν τις παραμετροποιημένες πλευρές είτε στην ισχυρή x , είτε στην ασθενή y διεύθυνση. Στο Σχήμα 5.10, παρουσιάζονται ενδεικτικά μερικά μοντέλα που δημιουργούνται με τον τρόπο παραμετροποίησης Γ'. Ο περιορισμός αυτού του τρόπου παραμετροποίησης είναι ότι μπορεί να διαγνωστούν μόνο συμμετρικές περιπτώσεις βλαβών που συμβαίνουν ταυτόχρονα σε δύο απέναντι πλευρές.



Σχήμα 4.10. Μερικά από τα 26 πιθανά μοντέλα που δημιουργούνται χρησιμοποιώντας των Γ τρόπο παραμετροποίησης. Κάθε μοντέλο έχει δύο παράμετρος θ . Δύο απέναντι πλευρές του ίδιου ορόφου παραμετροποιούνται με την ίδια παράμετρο.

Κάθε παραμετροποιημένο μοντέλο αναθεωρείται χρησιμοποιώντας τα μετρούμενα μορφικά δεδομένα που αντιστοιχούν στην κατασκευή αναφοράς. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{und}$ των παραμέτρων που αντιστοιχούν στην κατασκευή αναφοράς συγκρίνονται με τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τα αναγνωρισμένα μορφικά χαρακτηριστικά των περιπτώσεων βλάβης που εξετάζονται. Το μέγεθος της βλάβης $\Delta\theta$, η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων υπολογισμένη χρησιμοποιώντας τόσο την ασυμπτωτική προσέγγιση (AA), όσο και τη μέθοδο σημαινόντων δειγμάτων (IS), καθώς και το μέτρο $J(\theta)$ των μορφικών υπολοίπων δίνονται στους Πίνακες 4.10 και 4.11.

Το μέγεθος της βλάβης $\Delta\theta$ ποσοτικοποιείται από την ποσοστιαία διαφορά ανάμεσα στις βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων $\hat{\theta}$ του πιθανότερου μοντέλου και των τιμών της κατασκευής αναφοράς $\hat{\theta}_{und}$. Για όλες τις περιπτώσεις, η ασυμπτωτική προσέγγιση και η μέθοδος σημαινόντων δειγμάτων δίνουν ποιοτικώς τις ίδιες προβλέψεις σχετικά με την πιθανότερη κατηγορία μοντέλων.

Στον Πίνακα 4.10, για την περίπτωση βλάβης 1, παρουσιάζονται οι δέκα πιθανότερες κατηγορίες μοντέλων ανάμεσα στα οποία είναι και όλα τα επτά μοντέλα που παραμετροποιούν την υποκατασκευή που έχει υποστεί βλάβη (μοντέλα με δείκτη 1x). Το συνολικά πιθανότερο μοντέλο είναι το M_{1x3y} . Φαίνεται επίσης, ότι οι κατηγορίες μοντέλων που παραμετροποιούν την υποκατασκευή που έχει υποστεί βλάβη είναι οι αμέσως πιθανότερες. Η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης, αφού προβλέπει 24% μείωση της ακαμψίας σε κάθε μία από τις δύο πλευρές του 1^{ου} ορόφου που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης και 0% μείωση της ακαμψίας στην ακαμψία των άλλων παραμετροποιημένων πλευρών του 3^{ου} ορόφου. Αξίζει να σημειωθεί ότι και τα υπόλοιπα έξι μοντέλα που παραμετροποιούν την υποκατασκευή που έχει υποστεί βλάβη, προβλέπουν σωστά την τοποθεσία της βλάβης, δύο από αυτά, M_{1x1y} και M_{1x2x} , προβλέπουν αξιόπιστα και το μέγεθος της βλάβης, ενώ τα υπόλοιπα τέσσερα (M_{1x4y} ,

$M_{1x2y}, M_{1x4x}, M_{1x3x}$) προβλέπουν επίσης μία ελαφρά μείωση ή αύξηση της ακαμψίας, της τάξεως του 6% με 9%, στις άλλες πλευρές ή ορόφους.

Πίνακας 4.10. Μέγεθος βλάβης και η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. Για τις περιπτώσεις βλάβης 1, 2 και 3 (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων).

| | Μοντέλα για Περίπτωση 1 (10 πιθανότερα μοντέλα) | | | | | | | | | |
|------------------|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | M_{1x3y} | M_{1x4y} | M_{1x1y} | M_{1x2y} | M_{1x4x} | M_{1x2x} | M_{1x3x} | M_{3x3y} | M_{3x4y} | M_{1y3x} |
| $\Delta\theta_1$ | -24.13 | -22.31 | -24.30 | -20.68 | -24.17 | -21.11 | -24.66 | -6.52 | -8.31 | 2.63 |
| $\Delta\theta_2$ | 0.37 | -7.34 | -0.12 | -9.04 | 6.79 | -2.71 | 6.83 | -11.28 | -1.60 | -20.14 |
| $J(\theta)$ | 1.3E-05 | 1.5E-05 | 2.3E-05 | 2.7E-05 | 2.9E-05 | 2.9E-05 | 3.1E-05 | 5.0E-05 | 5.2E-05 | 5.8E-05 |
| $p(M D)$ AA | 1.00 | 4.2E-04 | 7.0E-12 | 7.3E-16 | 1.7E-17 | 1.3E-17 | 3.9E-19 | 3.7E-29 | 2.6E-30 | 1.1E-32 |
| $p(M D)$ IS | 1.00 | 5.3E-04 | 1.2E-11 | 1.1E-15 | 1.3E-17 | 1.6E-17 | 5.7E-19 | 2.6E-29 | 1.8E-30 | 2.4E-32 |

| | Μοντέλα για Περίπτωση 2 (5 πιθανότερα μοντέλα) | | | | | Μοντέλα για Περίπτωση 3 (5 πιθανότερα μοντέλα) | | | |
|------------------|--|------------|------------|------------|------------|--|------------|------------|------------|
| | M_{1x3y} | M_{1x1y} | M_{1y3y} | M_{2y3y} | M_{1y4y} | M_{1x3x} | M_{1x3x} | M_{1y3x} | M_{1x1y} |
| $\Delta\theta_1$ | -11.74 | -10.04 | -12.30 | -6.28 | -12.80 | -22.93 | -11.98 | -31.30 | -27.45 |
| $\Delta\theta_2$ | -0.54 | -7.40 | 0.62 | -10.22 | 3.17 | -7.00 | -24.66 | -1.77 | -10.33 |
| $J(\theta)$ | 1.6E-05 | 1.8E-05 | 1.7E-05 | 2.0E-05 | 2.2E-05 | 3.6E-05 | 4.4E-05 | 4.3E-05 | 4.4E-05 |
| $p(M D)$ AA | 0.98 | 1.2E-02 | 4.7E-03 | 3.1E-05 | 4.7E-07 | 0.97 | 2.5E-02 | 3.1E-03 | 7.7E-04 |
| $p(M D)$ IS | 0.99 | 9.9E-03 | 4.6E-03 | 3.2E-05 | 3.8E-07 | 0.94 | 2.8E-02 | 2.8E-02 | 8.4E-04 |

Για την περίπτωση βλάβης 2, η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης. Ειδικότερα, η πιθανότερη κατηγορία μοντέλων είναι η M_{1x3y} , όπως και στην περίπτωση βλάβης 1. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.10 υπάρχει μείωση της ακαμψίας της τάξεως του 12% σε κάθε μία από τις δύο πλευρές του 1^{ου} ορόφου που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης, η οποία είναι πολύ κοντά στο 12.5% που είναι το ακριβές μέγεθος της βλάβης. Από την άλλη πλευρά, η 0% μείωση της παραμέτρου θ_2 υποδηλώνει ότι οι παραμετροποιημένες πλευρές του 3^{ου} ορόφου δεν έχουν υποστεί βλάβη. Πρέπει να σημειωθεί, ότι δεν είναι όλα τα μοντέλα που περιέχουν την υποκατασκευή με βλάβη ανάμεσα στα πιθανότερα μοντέλα. Ειδικότερα η 3^η, η 4^η, και η 5^η πιθανότερες κατηγορίες μοντέλων δεν περιέχουν τις υποκατασκευές με βλάβη. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο μικρό μέγεθος της βλάβης που εξετάζεται.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.10, φαίνεται ότι για την περίπτωση βλάβης 3, η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης στον 1^ο όροφο, ενώ προβλέπει μικρότερο μέγεθος βλάβης για τον 3^ο όροφο. Ειδικότερα, σωστά προβλέπεται ως πιθανότερο μοντέλο το M_{1x3x} . Η μείωση της ακαμψίας σε κάθε μία από τις δύο πλευρές του 1^{ου} ορόφου που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης είναι περίπου 23%, ενώ η μείωση της ακαμψίας σε κάθε μία από τις δύο πλευρές του 3^{ου} ορόφου που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης είναι περίπου 7%. Επομένως, το μέγεθος της βλάβης που προβλέπεται από το πιθανότερο μοντέλο για τον 1^ο όροφο είναι πολύ κοντά στην ακριβή βλάβη που είναι 25%, ενώ για τον 3^ο όροφο το μέγεθος της βλάβης που προβλέπεται είναι πολύ μικρότερο από αυτό που επιβλήθηκε και το οποίο είναι 12.5%.

Για την περίπτωση βλάβης 4, οι κατηγορίες μοντέλων που χρησιμοποιούνται δεν περιέχουν την υποκατασκευή που έχει υποστεί βλάβη. Επομένως, δεν αναμένεται οι προβλέψεις να είναι αξιόπιστες για αυτή την περίπτωση βλάβης. Εντούτοις, για λόγους επίδειξης τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και για αυτή την περίπτωση στον Πίνακα 4.11. Για την ακρίβεια, για αυτή την ασύμμετρη περίπτωση βλάβης, δεν προβλέπονται σωστά ούτε η τοποθεσία ούτε το μέγεθος της βλάβης.

Για την περίπτωση βλάβης Blind 1, οι κατηγορίες μοντέλων που χρησιμοποιούνται δεν είναι οι κατάλληλες για τον εντοπισμό αυτής της ασύμμετρης περίπτωσης βλάβης, αφού κάθε κατηγορία μοντέλων προβλέπει ίδιο μέγεθος βλάβης για δύο απέναντι πλευρές ενός ορόφου. Έχοντας αυτό τον περιορισμό υπόψη, μπορεί να ειπωθεί ότι η μεθοδολογία σωστά προβλέπει την τοποθεσία της βλάβης στη σωστή πλευρά του 2^{ου} ορόφου, ενώ προβλέπει μείωση της ακαμψίας κατά 16% , ποσό λίγο μικρότερο από το 32% που είναι το ακριβές ποσό της μείωσης. Το πιθανότερο μοντέλο δεν προβλέπει αλλαγή στη ακαμψία καμίας άλλης πλευράς κανενός ορόφου. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι και οι επτά δυνατές κατηγορίες μοντέλων που περιέχουν τις πλευρές που έχουν βλάβη (μοντέλα με δείκτη $2x$) είναι οι πιθανότερες κατηγορίες μοντέλων ανάμεσα στις 26 δυνατές κατηγορίες μοντέλων.

Τέλος, για την περίπτωση βλάβης Blind 2, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται για λόγους επίδειξης, αφού όπως ειπώθηκε προηγουμένως, ασύμμετρες βλάβες δε μπορούν να διαγνωστούν με το τρέχοντα τρόπο παραμετροποίησης. Η μεθοδολογία προβλέπει ως πιθανότερη κατηγορία μοντέλων το M_{3y4y} με βλάβη 20.63% κατά μήκος της ασθενούς y διεύθυνσης του 3^{ου} ορόφου και 11.5% κατά μήκος της ασθενούς y διεύθυνσης του 4^{ου} ορόφου.

Πίνακας 4.11. Μέγεθος βλάβης και η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων για την περίπτωση βλάβης 4 και Blind 1 και 2. (AA=Ασυμπτωτική Προσέγγιση, IS= Μέθοδος Σημαινόντων Δειγμάτων).

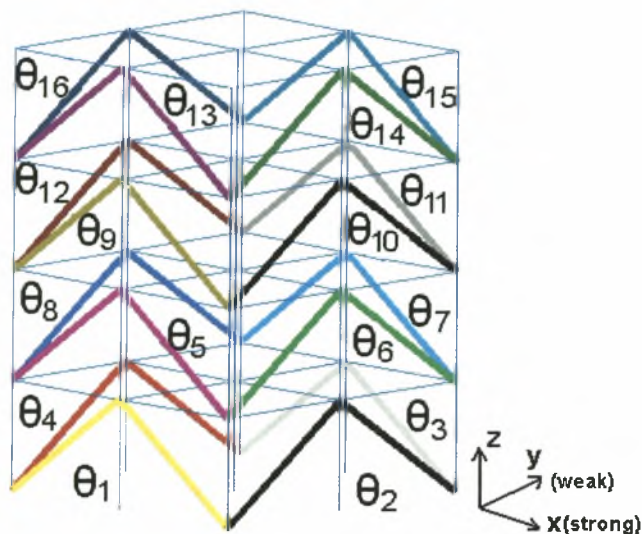
| | Μοντέλα για Περίπτωση 4 (8 πιθανότερα μοντέλα) | | | | | | | | Το σωστό και 15° πιθανότερο μοντέλο είναι το M_{1x3x} |
|------------------|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---|
| | M_{2x3y} | M_{1y2x} | M_{3x3y} | M_{2x2y} | M_{1y3x} | M_{1x3y} | M_{2x4y} | M_{2y3x} | |
| $\Delta\theta_1$ | -20.26 | -12.59 | -20.17 | -16.18 | -14.73 | -19.45 | -19.77 | -0.30 | -7.68 |
| $\Delta\theta_2$ | 0.20 | -13.32 | -1.17 | -10.73 | -8.31 | -6.95 | -0.17 | -18.92 | -15.28 |
| $J(\theta)$ | 3.5E-05 | 4.0E-05 | 4.4E-05 | 4.5E-05 | 4.6E-05 | 4.7E-05 | 4.9E-05 | 5.3E-05 | 6.9E-05 |
| $p(M D)$ AA | 0.93 | 6.8E-02 | 5.4E-04 | 9.4E-05 | 3.4E-05 | 1.6E-05 | 1.1E-07 | 4.3E-08 | 5.1E-14 |
| $p(M D)$ IS | 0.98 | 1.8E-02 | 1.5E-04 | 4.0E-05 | 1.3E-05 | 6.6E-06 | 3.7E-08 | 1.2E-08 | 2.0E-14 |

| | Μοντέλα για Blind Test 1 (10 πιθανότερα μοντέλα) | | | | | | | | | |
|------------------|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | M_{2x3y} | M_{2x3x} | M_{1y2x} | M_{2x4x} | M_{2x4y} | M_{2x2y} | M_{1x2x} | M_{1x3y} | M_{2y3y} | M_{1x1y} |
| $\Delta\theta_1$ | -16.27 | -19.49 | -13.96 | -16.52 | -15.91 | -14.60 | -4.31 | 2.01 | 1.39 | 3.09 |
| $\Delta\theta_2$ | -0.69 | 7.67 | -2.32 | 1.46 | -0.23 | -4.22 | -4.41 | -12.07 | -2.81 | -14.26 |
| $J(\theta)$ | 3.9E-05 | 4.5E-05 | 4.6E-05 | 4.7E-05 | 5.1E-05 | 5.3E-05 | 6.6E-05 | 7.6E-05 | 7.9E-05 | 8.0E-05 |
| $p(M D)$ AA | 1.00 | 4.3E-04 | 3.3E-04 | 3.6E-06 | 1.7E-06 | 1.3E-08 | 4.2E-12 | 2.3E-15 | 2.5E-16 | 1.5E-16 |
| $p(M D)$ IS | 1.00 | 3.5E-04 | 4.6E-04 | 4.4E-06 | 1.2E-06 | 1.1E-08 | 5.8E-12 | 1.9E-15 | 2.1E-16 | 1.0E-16 |

| | Μοντέλα για Blind Test 2 (10 πιθανότερα μοντέλα) | | | | | | | | | |
|------------------|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | M_{3y4y} | M_{1y4y} | M_{2y4y} | M_{2y3y} | M_{1x4y} | M_{3x4y} | M_{2x4y} | M_{2x4y} | M_{1y3y} | M_{3y4x} |
| $\Delta\theta_1$ | -20.63 | -14.87 | -15.06 | -16.71 | -6.03 | -3.39 | -9.98 | 7.92 | -6.06 | -16.34 |
| $\Delta\theta_2$ | -11.47 | -19.81 | -15.73 | -19.67 | -19.31 | -23.74 | -18.14 | -27.64 | -13.26 | -5.56 |
| $J(\theta)$ | 3.8E-05 | 7.1E-05 | 8.9E-05 | 9.9E-05 | 1.1E-04 | 1.1E-04 | 1.1E-04 | 1.2E-04 | 1.5E-04 | 1.7E-04 |
| $p(M D)$ AA | 1.00 | 4.2E-14 | 1.3E-17 | 7.3E-20 | 1.1E-21 | 3.2E-22 | 7.3E-23 | 2.1E-23 | 1.3E-28 | 3.1E-32 |
| $p(M D)$ IS | 1.00 | 1.6E-14 | 1.8E-17 | 1.2E-19 | 2.4E-22 | 8.0E-23 | 4.2E-23 | 8.2E-24 | 4.0E-29 | 6.8E-33 |

Δ' Τρόπος Παραμετροποίησης

Σύμφωνα με αυτό τον τρόπο παραμετροποίησης, το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων παραμετροποιείται χρησιμοποιώντας 16 παράμετρος, που είναι σχετικά μεγάλος αριθμός. Στην περίπτωση αυτή υπάρχει μόνο μία πιθανή κατηγορία μοντέλων, $\mu = 1$. Επομένως δεν έχει νόημα η εύρεση της πιθανότερης κατηγορίας μοντέλων. Κάθε μια από τις παράμετρος παραμετροποιεί την ακαμψία των διαγώνιων στηριγμάτων μίας εκ των πλευρών κάθε ορόφου κατά την x ή την y διεύθυνση. Η παραμετροποίηση αυτή φαίνεται στο Σχήμα 4.11.



Σχήμα 4.11. Δ' τρόπος παραμετροποίησης, χρησιμοποιώντας 16 παράμετρους θ .

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων θ βρίσκονται ελαχιστοποιώντας την αντικειμενική συνάρτηση $J(\theta)$. Για αυτή την περίπτωση όπου υπάρχουν 16 παράμετρους, η αντικειμενική συνάρτηση που προκύπτει είναι ισχυρά μη-γραμμική, μη-κυρτή και περιλαμβάνει πολλά τοπικά/ολικά ελάχιστα. Οι συμβατικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούν την πληροφορία της παραγώγου δεν είναι αξιόπιστες για την εύρεση του ολικού ελαχίστου όταν η συνάρτηση έχει πολλαπλά τοπικά/ολικά βέλτιστα, καθώς η σύγκλιση στο ολικό βέλτιστο δεν εξασφαλίζεται. Γι' αυτό το λόγο, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται ένας υβριδικός αλγόριθμος που αξιοποιεί τα πλεονεκτήματα τόσο των εξελικτικών αλγορίθμων (Bayer 2001) όσο και των αλγορίθμων που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου.

Το παραμετροποιημένο μοντέλο αναθεωρείται χρησιμοποιώντας τα μετρούμενα μορφικά δεδομένα που αντιστοιχούν στην κατασκευή αναφοράς. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{und}$ που αντιστοιχούν στην κατασκευή αναφοράς συγκρίνονται με τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τα αναγνωρισμένα μορφικά χαρακτηριστικά των περιπτώσεων βλάβης που εξετάζονται. Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς καθώς και για τις έξι περιπτώσεις βλάβης, το μέγεθος της βλάβης $\Delta\theta$ για κάθε μία από τις περιπτώσεις, που δίνεται από τη σχέση (4.11), και το μέτρο του μορφικού υπολοίπου για κάθε περίπτωση βλάβης, φαίνονται στους Πίνακες 4.12 και 4.13.

Συγκρίνοντας την προβλεπόμενη μείωση στις τιμές των δομικών παραμέτρων με την επιβληθείσα μείωση για κάθε περίπτωση βλάβης, μπορούν να βγουν συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας στον προσδιορισμό της τοποθεσίας και του μεγέθους της βλάβης. Η προβλεπόμενη μείωση στις τιμές των δομικών παραμέτρων στις τοποθεσίες όπου επιβλήθηκε η βλάβη για κάθε σενάριο βλάβης, σημειώνεται με έντονη γραμματοσειρά στα αποτελέσματα των Πινάκων 4.12 και 4.13. Αυτές οι τιμές με την έντονη γραμματοσειρά πρέπει να συγκριθούν με το επίπεδο της βλάβης που επιβάλλεται σε κάθε περίπτωση και φαίνεται στην πρώτη γραμμή των πινάκων. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι μικρές μειώσεις ή αυξήσεις της τάξης του 1% ως 5% στις τιμές των παραμέτρων που παρακολουθούν τις τοποθεσίες που δεν έχουν υποστεί βλάβη, οφείλονται στα σφάλματα μοντελοποίησης καθώς και στο θόρυβο που περιέχονται στις μετρήσεις. Η μείωση αυτή είναι πολύ μικρότερη της μείωσης που παρατηρείται στις περιπτώσεις όπου πραγματικά υπάρχει βλάβη και αγνοείται στην ανάλυση των αποτελεσμάτων. Το μέγεθος της μείωσης, το οποίο οφείλεται στα σφάλματα μοντελοποίησης και στο θόρυβο των μετρήσεων (ή σε σφάλματα ανάλυσης των μετρήσεων), εξαρτάται από το ίδιο το πρόβλημα και την κατηγορία μοντέλων που χρησιμοποιείται για τη διάγνωση βλάβης.

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα για την περίπτωση βλάβης 1, η τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης αναγνωρίζεται σωστά ότι είναι στις δύο απέναντι πλευρές του πρώτου ορόφου. Προβλέπεται μείωση της ακαμψίας κατά 25% σε αυτές τις πλευρές, η οποία είναι ίση με το ακριβές επίπεδο βλάβης που έχει εισαχθεί.

Για την περίπτωση βλάβης 2, η τοποθεσία της βλάβης αναγνωρίζεται σωστά αλλά το μέγεθος της προβλέπεται να είναι μεγαλύτερο από αυτό που πραγματικά είναι. Ειδικότερα, παρατηρείται μείωση της ακαμψίας των δύο απέναντι πλευρών του πρώτου ορόφου κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης κατά 18%, ενώ η ακριβής μείωση είναι 12.5%. Επομένως, το μέγεθος της βλάβης προβλέπεται να είναι μεγαλύτερο κατά 33%. Η μεθοδολογία αποτυγχάνει να προσδιορίσει με ακρίβεια το μέγεθος της βλάβης στην περίπτωση βλάβης 2, λόγω του ότι το μέγεθος της βλάβης είναι μικρό σε σχέση με αυτό της περίπτωσης βλάβης 1. Οι προβλέψεις της μεθοδολογίας για μικρές βλάβες, επηρεάζονται από τα σφάλματα μοντελοποίησης.

Για την περίπτωση βλάβης 3, η τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης αναγνωρίζονται σωστά από την προτεινόμενη μεθοδολογία. Ειδικότερα, η μεθοδολογία σωστά προβλέπει ότι υπάρχει ταυτόχρονη συμμετρική βλάβη στον 1^ο και 3^ο όροφο, που αντιστοιχεί σε μείωση της ακαμψίας σε περίπου 25% και 12.5%, αντίστοιχα, που είναι και το ακριβές μέγεθος της βλάβης που έχει επιβληθεί.

Πίνακας 4.12. Βέλτιστες τιμές των δομικών παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς και το μέγεθος της βλάβης για τις περιπτώσεις βλάβης 1, 2 και 3.

| | Κατάσταση αναφοράς | Περίπτ. 1 | | Περίπτ. 2 | | Περίπτ. 3 | |
|---------------|--------------------|---|-----------------------|---|-----------------------|--|-----------------------|
| | | Επιβληθείσα βλάβη 25% in θ_1 25% in θ_3 | $\Delta\theta$ (%) | Επιβληθείσα βλάβη 12.5% in θ_1 12.5% in θ_3 | $\Delta\theta$ (%) | Επιβληθείσα βλάβη 25% in θ_1, θ_3 12.5% in θ_0, θ_{11} | $\Delta\theta$ (%) |
| θ_1 | 1.0860 | 0.8208 | -24.42 | 0.8904 | -18.01 | 0.8121 | -25.22 |
| θ_2 | 0.9559 | 0.9706 | 1.54 | 0.9431 | -1.34 | 0.9552 | -0.07 |
| θ_3 | 1.0860 | 0.8208 | -24.42 | 0.8904 | -18.01 | 0.8121 | -25.22 |
| θ_4 | 0.9559 | 0.9706 | 1.54 | 0.9431 | -1.34 | 0.9552 | -0.07 |
| θ_5 | 0.9780 | 0.9638 | -1.46 | 0.9865 | 0.87 | 1.0345 | 5.78 |
| θ_6 | 1.0235 | 1.0157 | -0.76 | 0.9994 | -2.35 | 0.9867 | -3.60 |
| θ_7 | 0.9780 | 0.9638 | -1.46 | 0.9865 | 0.87 | 1.0346 | 5.78 |
| θ_8 | 1.0235 | 1.0157 | -0.76 | 0.9994 | -2.35 | 0.9867 | -3.60 |
| θ_9 | 1.0165 | 1.0204 | 0.39 | 1.0681 | 5.09 | 0.8907 | -12.37 |
| θ_{10} | 1.0040 | 0.9873 | -1.67 | 0.9824 | -2.15 | 0.9852 | -1.87 |
| θ_{11} | 1.0165 | 1.0204 | 0.39 | 1.0682 | 5.09 | 0.8907 | -12.37 |
| θ_{12} | 1.0040 | 0.9872 | -1.67 | 0.9824 | -2.15 | 0.9852 | -1.88 |
| θ_{13} | 1.0164 | 1.0309 | 1.43 | 1.0361 | 1.95 | 0.9971 | -1.90 |
| θ_{14} | 0.9626 | 0.9608 | -0.19 | 0.9948 | 3.35 | 0.9929 | 3.15 |
| θ_{15} | 1.0164 | 1.0309 | 1.43 | 1.0362 | 1.95 | 0.9970 | -1.91 |
| θ_{16} | 0.9625 | 0.9608 | -0.19 | 0.9948 | 3.35 | 0.9929 | 3.15 |

Για την ασύμμετρη περίπτωση βλάβης 4, χρησιμοποιώντας είτε 8, είτε 7 αναγνωρισμένες ιδιομορφές, η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία της βλάβης να είναι στη μία πλευρά του 1^{ου} και στη μία πλευρά του 3^{ου} ορόφου, που βρίσκονται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης. Από την άλλη όμως προβλέπει ότι το μέγεθος της βλάβης είναι μεγαλύτερο κατά 10% στον 1^ο και 3^ο όροφο, από αυτό που πραγματικά είναι. Ειδικότερα, παρατηρείται μείωση της ακαμψίας κατά 28% και 15% για τον 1^ο και 3^ο όροφο αντίστοιχα, το οποίο είναι 10% μεγαλύτερο από την επιβληθείσα μείωση της ακαμψίας που είναι 25% και 12.5% αντίστοιχα. Πρέπει να τονιστεί σε αυτό το σημείο, ότι ως τώρα καμία από τις κατηγορίες μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτό το πρότυπο πρόβλημα δεν κατόρθωσε να προβλέψει σωστά το μέγεθος της βλάβης για αυτή την ασύμμετρη περίπτωση βλάβης. Αυτή η

κατηγορία μοντέλων με τις 16 παράμετρους δίνει την καλύτερη ως τώρα πρόβλεψη σχετικά με το μέγεθος της βλάβης.

Πίνακας 4.13. Μέγεθος της βλάβης για την περίπτωση βλάβης 4 (χρησιμοποιώντας είτε 8, είτε 7 αναγνωρισμένες ιδιομορφές) και για τις περιπτώσεις Blind 1 και Blind 2.

| | Περίπτ. 4 Επιβληθείσα βλάβη 25% in θ_1 25% in θ_9 | | Περίπτ. 4 Επιβληθείσα βλάβη: 25% in θ_1 25% in θ_9 | | Blind 1 Επιβληθείσα βλάβη 16% in θ_5 | | Blind 2 Βλάβη 11.96% in θ_1 19.66% in θ_{12} 23.74% in θ_{14} | |
|---------------|---|-----------------------|--|--|--|-----------------------|--|-----------------------|
| | | $\Delta\theta$ (%) | | ιδιομορφές (7) $\Delta\theta$ (%) | | $\Delta\theta$ (%) | | $\Delta\theta$ (%) |
| θ_1 | 0.7796 | -28.21 | 0.7772 | -28.43 | 1.0930 | 0.64 | 0.9554 | -12.03 |
| θ_2 | 0.9488 | -0.74 | 0.9493 | -0.69 | 0.9470 | -0.93 | 0.8687 | -9.12 |
| θ_3 | 1.0323 | -4.94 | 1.0403 | -4.21 | 1.0933 | 0.67 | 1.0640 | -2.03 |
| θ_4 | 0.9488 | -0.74 | 0.9493 | -0.69 | 0.9470 | -0.93 | 0.9710 | 1.58 |
| θ_5 | 0.9909 | 1.32 | 0.9829 | 0.50 | 0.8360 | -14.52 | 0.9697 | -0.85 |
| θ_6 | 0.9998 | -2.32 | 0.9999 | -2.31 | 0.9995 | -2.35 | 1.0080 | -1.52 |
| θ_7 | 0.9977 | 2.01 | 1.0070 | 2.97 | 0.9814 | 0.35 | 0.9726 | -0.56 |
| θ_8 | 0.9998 | -2.32 | 0.9999 | -2.31 | 0.9995 | -2.35 | 1.0114 | -1.19 |
| θ_9 | 0.8622 | -15.18 | 0.8540 | -15.99 | 1.0035 | -1.28 | 1.0215 | 0.49 |
| θ_{10} | 1.0068 | 0.28 | 1.0067 | 0.27 | 0.9981 | -0.59 | 1.0184 | 1.43 |
| θ_{11} | 1.0128 | -0.36 | 1.0194 | 0.29 | 1.0122 | -0.42 | 1.0200 | 0.35 |
| θ_{12} | 1.0068 | 0.28 | 1.0067 | 0.26 | 0.9981 | -0.59 | 0.8081 | -19.51 |
| θ_{13} | 1.0537 | 3.67 | 1.0566 | 3.96 | 1.0051 | -1.11 | 1.0178 | 0.14 |
| θ_{14} | 0.9750 | 1.29 | 0.9746 | 1.26 | 0.9875 | 2.59 | 0.7576 | -21.29 |
| θ_{15} | 1.0592 | 4.22 | 1.0562 | 3.92 | 1.0146 | -0.17 | 1.0227 | 0.62 |
| θ_{16} | 0.9750 | 1.29 | 0.9747 | 1.26 | 0.9875 | 2.59 | 0.9572 | -0.56 |

Για την ασύμμετρη περίπτωση βλάβης Blind 1, η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης. Υποτίθεται ότι η τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης για την περίπτωση Blind 1 είναι άγνωστα. Ωστόσο, σύμφωνα με την εργασία των Ching and Beck (2003) η ακριβής βλάβη βρίσκεται στο δεύτερο όροφο στην εξωτερική πλευρά που βρίσκεται κατά μήκος της ισχυρής x διεύθυνσης, και το μέγεθος της βλάβης αντιστοιχεί σε μείωση της ακαμψίας κατά 16%. Πρόκειται λοιπόν, για μία ασύμμετρη περίπτωση βλάβης. Η μεθοδολογία σωστά προβλέπει την

τοποθεσία της βλάβης και μείωση της ακαμψίας κατά 15%, το οποίο είναι πολύ κοντά στο ακριβές μέγεθος βλάβης. Αποτελέσματα για αυτή την περίπτωση βλάβης έχουν δημοσιευτεί μόνο από τους Ching and Beck (2003), οι οποίοι προτείνουν ότι η βλάβη βρίσκεται σε δύο πλευρές, σε μία του 2^{ου} και σε μία του 1^{ου} ορόφου.

Για την ασύμμετρη περίπτωση βλάβης Blind 2, η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης. Όπως και στην περίπτωση Blind 1, έτσι και στην περίπτωση Blind 2, υποτίθεται ότι η τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης είναι άγνωστα, αλλά σύμφωνα με την εργασία των Ching and Beck (2003) η βλάβη συμβαίνει σε μία πλευρά του 1^{ου} ορόφου, σε μία πλευρά του 3^{ου} ορόφου και σε μία πλευρά του 4^{ου} ορόφου, και το μέγεθος της βλάβης είναι 11.9%, 19.66 και 23.74%, αντίστοιχα. Το μέγεθος της βλάβης που προβλέπεται από την προτεινόμενη μεθοδολογία για τις τρεις αυτές τοποθεσίες είναι 12%, 19.5% και 21.5%, αντίστοιχα, το οποίο είναι σχεδόν το ίδιο με το ακριβές μέγεθος βλάβης που έχει εισαχθεί στο μοντέλο. Η προτεινόμενη μεθοδολογία προβλέπει επίσης μείωση κατά περίπου 9% στην ακαμψία σε μία ακόμη πλευρά του 1^{ου} ορόφου, δίπλα από αυτή που έχει πραγματικά βλάβη. Επειδή όμως είναι δεδομένο από τον ορισμό του προβλήματος ότι στις τοποθεσίες όπου υπάρχει βλάβη η ακαμψία μειώνεται περισσότερο από 10%, η περίπτωση να υπάρχει βλάβη σε αυτή την τοποθεσία αποκλείεται. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μεθοδολογία που προτάθηκε από τους Ching and Beck (2003) προβλέπει τις βλάβες και στις τέσσερις παραπάνω τοποθεσίες, σε μία παραπάνω θέση δηλαδή από αυτές που πραγματικά υπάρχει βλάβη. Επιπλέον, η μεθοδολογία τους υπερεκτιμάει το μέγεθος της βλάβης στον 4^ο όροφο και το προβλέπει να είναι της τάξης του 38%, το οποίο είναι πολύ μεγαλύτερο από το πραγματικό μέγεθος που είναι 23.74%.

4.6 Συμπεράσματα

Εξετάστηκαν όλες οι περιπτώσεις βλάβης (συμμετρικές και ασύμμετρες) της Φάσης II του πρότυπου προβλήματος, που αφορά μία τετραώροφη μεταλλική κατασκευή, με τη χρήση της προτεινόμενης μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών. Εισήχθησαν τέσσερις οικογένειες εναλλακτικών κατηγοριών μοντέλων (τρόποι παραμετροποίησης), που περιέχουν δύο ως 16 παράμετρος. Εξετάστηκε η επίδραση της επιλεγμένης οικογένειας εναλλακτικών κατηγοριών μοντέλων, της παραμετροποίησης, των σφαλμάτων μοντελοποίησης, των σφαλμάτων των μετρήσεων, της τοποθεσίας και του μεγέθους της βλάβης, στην αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών. Δείχθηκε, ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών αναγνωρίζει επιτυχώς την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης και για τις έξι περιπτώσεις βλάβης που εξετάστηκαν, υπό τον όρο ότι η επιλεγμένη οικογένεια μοντέλων ή, ισοδύναμα, οι καταστάσεις βλάβης που παρακολουθούνται από την οικογένεια των εναλλακτικών κατηγοριών μοντέλων περιέχουν την πραγματική βλάβη.

Η αξιοπιστία της μεθόδου προσδιορισμού της βλάβης εξαρτάται από το μέγεθος των σφαλμάτων μοντελοποίησης και των σφαλμάτων στις μετρήσεις, σε σχέση με το μέγεθος της βλάβης. Συγκεκριμένα, οι βλάβες μικρού μεγέθους είναι δυσκολότερο να εντοπισθούν λόγω της ύπαρξης των παραπάνω σφαλμάτων. Ειδικότερα, τα σφάλματα μέτρησης που οφείλονται στον ανακριβή προσδιορισμό μιας ή περισσότερων μορφικών ιδιοτήτων μπορεί να έχουν σημαντικές επιπτώσεις στην αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθοδολογίας και να την οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα. Για την περαιτέρω βελτίωση της προτεινόμενης μεθοδολογίας απαιτείται η μείωση των σφαλμάτων μοντελοποίησης, δημιουργώντας μοντέλα κατασκευών υψηλής πιστότητας, και η ανάπτυξη μεθοδολογιών επεξεργασίας των δεδομένων που θα ελαττώνουν τα σφάλματα των μετρήσεων και επεξεργασίας δεδομένων.

4. Μέθοδος Διάγνωσης και Αναγνώρισης Βλαβών Χρησιμοποιώντας τη Θεωρία του Bayes 106

5. Βέλτιστη Διάταξη Αισθητήρων

5.1 Εισαγωγή

Η αναγνώριση μοντέλων κατασκευών χρησιμοποιώντας μετρητικά δεδομένα ταλαντώσεων παίζει σημαντικό ρόλο στην αναθεώρηση μοντέλων και στον έλεγχο δομικής ακεραιότητας των κατασκευών. Για την εκτίμηση των τιμών των δομικών παραμέτρων των μοντέλων πρέπει πρώτα να ληφθούν υπόψη οι αβεβαιότητες που οφείλονται στις περιορισμένες δυνατότητες των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της συμπεριφοράς της πραγματικής κατασκευής, τα σφάλματα που περιέχονται στις μετρήσεις και το περιορισμένο εύρος συχνοτήτων της διέγερσης και επομένως της απόκρισης. Ειδικότερα, η ποιότητα των πληροφοριών που μπορεί να εξαχθεί από τις μετρήσεις για τον υπολογισμό των δομικών παραμέτρων εξαρτάται από τον αριθμό και τη θέση των αισθητήρων πάνω στην κατασκευή. Ο στόχος κατά το σχεδιασμό της διάταξης αισθητήρων είναι να γίνει μία οικονομικώς αποδοτική επιλογή του βέλτιστου αριθμού και της βέλτιστης θέσης των αισθητήρων, έτσι ώστε τα μετρητικά δεδομένα που συλλέγονται να περιέχουν όσο γίνεται περισσότερη πληροφορία για την κατάσταση της κατασκευής.

Έχουν ήδη δημοσιευτεί αρκετές εργασίες που έχουν σαν αντικείμενο την βέλτιστη τοποθέτηση ενός συγκεκριμένου αριθμού αισθητήρων πάνω σε κατασκευές για τον προσδιορισμό των μορφικών χαρακτηριστικών τους ή τον προσδιορισμό των δομικών παραμέτρων μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων κατασκευών (Shah and Udwardia 1978, Kammer 1991, Udwardia 1994, Kirkegaard and Brincker 1994, Penny et al. 1994, Hemez and Farhat 1994, Cobb and Liebst 1996, Reynier and Abou-Kandil 1999, Shi et al. 2000). Συγκεκριμένα, έχουν αναπτυχθεί μεθοδολογίες που βασίζονται στην θεωρία πληροφοριών (e.g. Kammer 1991, Udwardia 1994, Kirkegaard and Brincker 1994, Kotulski 1990, Sobczyk 1987, Heredia-Zavoni et al. 1999, Heredia-Zavoni and Esteva 1998) για τη συστηματική επίλυση προβλημάτων που σχετίζονται με το πρόβλημα εύρεσης της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων. Στις εργασίες των Kammer (1991), Udwardia (1994) and Kirkegaard and Brincker (1994) η βέλτιστη διάταξη αισθητήρων επιλέγεται να είναι αυτή που μεγιστοποιεί ένα οποιοδήποτε μέτρο (την ορίζουσα ή το ίχνος) του μητρώου πληροφορίας Fisher (Fisher Information Matrix - FIM). Στις

εργασίες των Heredia-Zavoni et al. (1999) and Heredia-Zavoni and Esteva (1998), πραγματεύεται η περίπτωση μεγάλων αβεβαιοτήτων που παρουσιάζονται κατά την αναθεώρηση μοντέλων. Ως βέλτιστη διάταξη αισθητήρων επιλέγεται εκείνη η οποία ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους, η οποία προκύπτει χρησιμοποιώντας τη θεωρία του Bayes, και η οποία περιλαμβάνει το ίχνος του αντίστροφου του μητρώου FIM για κάθε μοντέλο.

Οι Papadimitriou et al. (2000) εισήγαγαν την εντροπία της πληροφορίας (Jaynes 1978), ως το μέτρο που επιτυγχάνει καλύτερα το στόχο της μετρητικής διάταξης, που είναι να ελαχιστοποιήσει τις αβεβαιότητες στην εκτίμηση των δομικών παραμέτρων. Συγκεκριμένα, ως βέλτιστη διάταξη αισθητήρων επιλέγεται αυτή που ελαχιστοποιεί το την εντροπία της πληροφορίας δεδομένου ότι δίνει ένα άμεσο μέτρο αυτής της αβεβαιότητας. Ειδικότερα, αυτό το μέτρο που βασίζεται στην εντροπία της πληροφορίας επίλυσε το ζήτημα της αυθαίρετης επιλογής ενός κατάλληλου μέτρου για το μητρώο πληροφορίας Fisher, όπως αυτό εμφανίζεται στις προηγούμενες προσεγγίσεις που βασίζονται στο μητρώο πληροφορίας Fisher. Συγκεκριμένα, αποδείχθηκε ότι η εντροπία της πληροφορίας εξαρτάται από την ορίζουσα του μητρώου πληροφορίας Fisher και όχι από το ίχνος του μητρώου.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της εντροπίας της πληροφορίας είναι ότι επιτρέπει τη σύγκριση μεταξύ διατάξεων αισθητήρων που περιλαμβάνουν διαφορετικό αριθμό αισθητήρων σε κάθε διαμόρφωση (Papadimitriou et al 2000, Papadimitriou 2004, Yuen 2001). Η εντροπία της πληροφορίας είναι ιδιαίτερα χρήσιμη γιατί «ζυγίζει» το κόστος των αισθητήρων, με την πληροφορία που λαμβάνεται από τους επιπλέον αισθητήρες για την κατάσταση της κατασκευής, επιτρέποντας κατά συνέπεια να λαμβάνονται οι οικονομικώς αποδοτικότερες αποφάσεις σχετικά με τη βέλτιστη ενοργάνωση. Επιπλέον, η εντροπία της πληροφορίας έχει χρησιμοποιηθεί για να σχεδιαστούν τα βέλτιστα χαρακτηριστικά της διέγερσης (π.χ., μέγεθος και εύρος συχνοτήτων), πράγμα που είναι χρήσιμο στον προσδιορισμό γραμμικών και μη γραμμικών μοντέλων (Metallidis et al. 2003).

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν επίσης αναφορές σχετικά με τα υπολογιστικά ζητήματα που προκύπτουν για την εύρεση της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων. Το πρόβλημα εύρεσης της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Μία ενδελεχής έρευνα όλων των πιθανών διατάξεων των αισθητήρων είναι υπολογιστικά απαγορευτική ακόμη και για κατασκευές με μικρό αριθμό βαθμών ελευθερίας. Ο Kammer (1991) πρότεινε έναν αποτελεσματικό επαναληπτικό αλγόριθμο για την τοποθέτηση αισθητήρων για την περίπτωση αναγνώρισης μορφικών παραμέτρων. Αρχικά υπολογίζεται το μητρώο FIM για όλους βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου και οι αισθητήρες με τη μικρότερη επίπτωση στην ελάττωση της ορίζουσας του FIM αποσύρονται διαδοχικά από την κατασκευή, μέχρι

να προκύψει ο επιθυμητός αριθμός αισθητήρων. Οι γενετικοί αλγόριθμοι (GA) έχουν επίσης προταθεί σαν ένας εναλλακτικός αποτελεσματικός τρόπος (Bedrossian and Masri 2003, Yao et al. 1993, Worden and Burrows 2001) βελτιστοποίησης διάταξης αισθητήρων, μίας και η σύγκλιση στο ολικό ελάχιστο της προηγούμενης διαδικασίας δεν ήταν εξασφαλισμένη. Οι γενετικοί αλγόριθμοι (GA) είναι καλά υπολογιστικά εργαλεία για την προσεγγιστική επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης που προκύπτει, ερευνώντας ένα απειροελάχιστο κλάσμα του συνολικού αριθμού των πιθανών διατάξεων των αισθητήρων. Τέλος, ο Udwardia (1994) έδειξε ότι η χρήση του ίχνους του μητρώου FIM σαν δείκτη απόδοσης είναι υπολογιστικά πολύ ελκυστική, καθώς η λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης που προκύπτει είναι απλή και ακριβής.

Ο σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να συνοψιστούν πρόσφατα δημοσιευμένα θεωρητικά και υπολογιστικά θέματα που σχετίζονται με το σχεδιασμό της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων με σκοπό τον προσδιορισμό δομικών παραμέτρων, χρησιμοποιώντας μία ή περισσότερες κατηγορίες μοντέλων. Σύμφωνα με τη μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4, η περίπτωση των πολλαπλών κατηγοριών μοντέλων είναι χρήσιμη στον υπολογισμό της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων γιατί με αυτό τον τρόπο επιτρέπετε η εξαγωγή όσο το δυνατόν περισσότερης πληροφορίας από τα μετρητικά δεδομένα.

Παρακάτω παρουσιάζεται μία διατύπωση για το σχεδιασμό της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων για τον προσδιορισμό δομικών παραμέτρων, η οποία βασίζεται στην εντροπία της πληροφορίας. Η εντροπία της πληροφορίας, που εκφράζει ένα απλό μέτρο της αβεβαιότητας στην εκτίμηση των παραμέτρων, χρησιμοποιήθηκε ως μέτρο απόδοσης για κάθε διάταξη αισθητήρων. Για την επιλογή της κατηγορίας μοντέλων και/ή για τις εφαρμογές διάγνωσης βλαβών, το πρόβλημα διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης για την εύρεση των Pareto βέλτιστων διαμορφώσεων των αισθητήρων που ταυτόχρονα ελαχιστοποιούν κατάλληλα διαμορφωμένους δείκτες της εντροπίας της πληροφορίας, και τα οποία σχετίζονται με τις πολλαπλές κατηγορίες μοντέλων και/ή πιθανά σενάρια βλάβης. Χρησιμοποιήθηκε η ασυμπτωτική προσέγγιση για να αποδειχτεί ότι η επιλογή της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων μπορεί να βασιστεί απλά σε ένα ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής, αγνοώντας τις λεπτομέρειες που περιέχονται στα μετρητικά δεδομένα και τα οποία δεν είναι διαθέσιμα στο αρχικό στάδιο σχεδιασμού της διάταξης των αισθητήρων. Λαμβάνονται υπόψη θέματα ευρωστίας που σχετίζονται με τις αβεβαιότητες του ονομαστικού μοντέλου, εισάγοντας σαν μέτρο απόδοσης το πολυδιάστατο ολοκλήρωμα της εντροπίας της πληροφορίας πάνω στο χώρο των αβέβαιων δομικών παραμέτρων του μοντέλου.

Συζητούνται υπολογιστικά ζητήματα που σχετίζονται με τον υπολογισμό της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων. Εκμεταλλευόμενοι τα θεωρητικά αποτελέσματα που προκύπτουν στην παρούσα εργασία, προτείνεται ένας υπολογιστικά αποδοτικός αλγόριθμος για το σχηματισμό διατάξεων αισθητήρων που αντιστοιχούν σε τιμές της εντροπίας της πληροφορίας που είναι πολύ κοντά στα κάτω και στα άνω όρια της εντροπίας της πληροφορίας. Οι θεωρητικές διαπιστώσεις και η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων αλγορίθμων επιδεικνύονται με την εύρεση της βέλτιστης διαμόρφωσης αισθητήρων για έναν απλό σύστημα ελατηρίων-μαζών, 10 βαθμών ελευθερίας. Συγκεκριμένα, τα αριθμητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι δίνουν διατάξεις αισθητήρων που μπορεί να είναι πάρα πολύ καλές προσεγγίσεις της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων.

5.2 Εντροπία της Πληροφορίας ως Μέτρο Αβεβαιότητας των Τιμών των Παραμέτρων

Η ανανεωμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\boldsymbol{\theta} | D, \sigma, M) \equiv p(\boldsymbol{\theta} | D, M)$ των παραμέτρων $\boldsymbol{\theta} \in R^{N_\theta}$, που περιγράφηκε στην Ενότητα 4.3 για τα μορφικά δεδομένα, δίνει μία διασπορά στην αβεβαιότητα των τιμών των παραμέτρων, η οποία βασίζεται στην πληροφορία που περιέχεται στα μετρητικά δεδομένα. Ένα μοναδικό βαθμωτό μέτρο της αβεβαιότητας στον προσδιορισμό των δομικών παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}$ δίνεται από την εντροπία της πληροφορίας, το οποίο ορίστηκε από τον Jaynes (1978):

$$H(\delta, D) = E_\theta[-\ln p(\boldsymbol{\theta} | D, M)] = -\int \ln p(\boldsymbol{\theta} | D, M) p(\boldsymbol{\theta} | D, M) d\boldsymbol{\theta} \quad (5.1)$$

όπου με E_θ συμβολίζεται η μαθηματική προσδοκία ως προς $\boldsymbol{\theta}$. Χρησιμοποιώντας τη μορφή της εξίσωσης (4.9) για την ανανεωμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(\boldsymbol{\theta} | D, M)$, η εντροπία της πληροφορίας παίρνει την απλοποιημένη μορφή

$$H(\delta, D) = \ln c(D) + N_j E_\theta[\ln J(\boldsymbol{\theta}; D, M)] - E_\theta[\ln \pi_\theta(\boldsymbol{\theta})] \quad (5.2)$$

και εξαρτάται μόνο από τα διαθέσιμα μετρητικά δεδομένα D και το διάνυσμα δ που δηλώνει τη διάταξη των αισθητήρων.

5.3 Ασυμπτωτική Προσέγγιση της Εντροπίας της Πληροφορίας

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται ασυμπτωτική προσέγγιση της εντροπίας της πληροφορίας, η οποία ισχύει για μεγάλο αριθμό δεδομένων ($N_j = (NN_0 - 1)/2 \rightarrow \infty$) και η οποία είναι χρήσιμη για το σχεδιασμό της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων. Παρατηρώντας ότι τα ολοκληρώματα που ορίζουν τους συντελεστές c και E_θ της εξίσωσης (5.2) είναι τύπου Laplace, αυτά μπορούν να προσδιοριστούν χρησιμοποιώντας το ασυμπτωτικό ανάπτυγμα της μεθόδου Laplace. Ειδικότερα, μπορεί να δειχτεί (Paradimitriou, 2004) ότι για μεγάλο αριθμό μετρητικών

δεδομένων ($N_j \rightarrow \infty$), προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα για τις εκφράσεις που εμφανίζονται στην (5.2):

$$c \sim \pi_{\theta}(\hat{\theta}) \frac{(2\pi)^{N_{\theta}/2} \hat{\sigma}^{-2N_j}}{\sqrt{\det h(\hat{\theta}; \delta, M)}} \quad (5.3)$$

$$E_{\theta}[\ln J(\theta; D, M)] = c \int \ln[J(\theta; D, M)] [J(\theta; D, M)]^{-N_j} \pi_{\theta}(\theta) d(\theta) \sim \ln \hat{\sigma}^2 \quad (5.4)$$

και

$$E_{\theta}[\ln \pi_{\theta}(\theta)] \sim \ln \pi_{\theta}(\hat{\theta}) \quad (5.5)$$

όπου $\hat{\theta}$ είναι οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων θ οι οποίες ελαχιστοποιούν τη $J(\theta; D, M)$, η οποία παριστάνει το υπόλοιπο ανάμεσα στις μετρούμενες ποσότητες και στις αντίστοιχες προβλεπόμενες ποσότητες από ένα συγκεκριμένο μοντέλο της κατηγορίας μοντέλων M . Επίσης, $\hat{\sigma}^2$ είναι η βέλτιστη τιμή του σφάλματος πρόβλεψης που δίνεται από τη σχέση $\hat{\sigma}^2 = J(\hat{\theta}; D, M)$ (βλέπε εξίσωση 3.42) και $h(\theta; \delta, M)$ είναι ένα $N_{\theta} \times N_{\theta}$ θετικά ορισμένο μητρώο που ορίζεται από τη σχέση

$$h(\theta; \delta, M) = -\nabla_{\theta} \nabla_{\theta}^T \ln[J(\theta; D, M)]^{-N_j} \rightarrow \frac{1}{\sigma^2} Q(\delta, \theta) \text{ καθώς το } N_j \rightarrow \infty \quad (5.6)$$

στην οποία $\nabla_{\theta} = [\frac{\partial}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial}{\partial \theta_{N_{\theta}}}]^T$ είναι το συνήθεις διάνυσμα των παραγώγων.

Για την περίπτωση που οι μετρούμενες ποσότητες είναι οι χρονοϊστορίες απόκρισης, το μητρώο $Q(\delta, \theta)$ που εμφανίζεται στην εξίσωση (5.6) είναι ένα θετικά ημιορισμένο μητρώο της μορφής

$$Q(\delta, \theta) = \sum_{j=1}^{N_d} \delta_j P^{(j)}(\theta) \quad (5.7)$$

γνωστό και ως μητρώο πληροφορίας Fisher (Bleistein and Handelsman 1986) και περιέχει πληροφορίες σχετικά με τις τιμές των παραμέτρων, με βάση τα δεδομένα που έχουν συλλεχθεί από όλα τα σημεία μέτρησης.

Το μητρώο $P^{(j)}(\theta)$ είναι ένα θετικά ημιορισμένο μητρώο που δίνεται από τη σχέση

$$P^{(j)}(\theta) = \sum_{m=1}^N \nabla_{\theta} q_j(m; \theta) \nabla_{\theta}^T q_j(m; \theta) \quad (5.8)$$

το οποίο περιέχει πληροφορίες σχετικά με τις τιμές των παραμέτρων θ με βάση τις χρονοϊστορίες απόκρισης που έχουν συλλεχθεί από έναν αισθητήρα τοποθετημένο στον j βαθμό ελευθερίας. Για διέγερση με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, το μητρώο

$P^{(j)}(\boldsymbol{\theta})$ εξαρτάται μόνο από την απόκριση $q_j(m; \boldsymbol{\theta})$ του βέλτιστου μοντέλου στο συγκεκριμένο βαθμό ελευθερίας j , ενώ είναι ανεξάρτητο από της διάταξης των αισθητήρων δ . Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (5.3), (5.4) και (5.5) στην εξίσωση (5.2) και απλοποιώντας, τελικά προκύπτει ότι

$$H(\delta, D) \sim H(\delta, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\sigma}) = \frac{1}{2} N_{\theta} [\ln(2\pi) + \ln \hat{\sigma}^2] - \frac{1}{2} \ln[\det Q(\delta, \hat{\boldsymbol{\theta}})] \quad (5.9)$$

Η σημαντικότητα του ασυμπτωτικού αποτελέσματος στο σχεδιασμό της μετρητικής διάταξης θα γίνει εμφανής στη συζήτηση που θα ακολουθήσει στην Ενότητα 5.5.

Χρησιμοποιώντας την μορφή της εξίσωσης (5.9) και των θετικά ημιορισμένων μητρώων $P^{(j)}(\boldsymbol{\theta})$ και $Q(\delta, \boldsymbol{\theta})$, μπορεί εύκολα ναδειχτεί ότι η τιμή της εντροπίας της πληροφορίας ελαττώνεται όσο προστίθενται επιπλέον αισθητήρες στην κατασκευή, δηλαδή,

$$H(\delta_1 + \delta_2, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\sigma}) \leq H(\delta_1, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\sigma}) \quad (5.10)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την ερμηνεία της εντροπίας της πληροφορίας ως μέτρο της αβεβαιότητας στην εκτίμηση των παραμέτρων, διαισθητικά αυτό πρέπει να αναμένεται, επειδή η προσθήκη ενός ή περισσότερων αισθητήρων στην κατασκευή θα έχει σαν αποτέλεσμα την παροχή περισσότερων πληροφοριών για τις παραμέτρους του συστήματος. Επιπλέον μπορεί εύκολα ναδειχτεί ότι το ελάχιστο (μέγιστο) της εντροπίας της πληροφορίας, $H_{\min}^{(L)}$ ($H_{\max}^{(L)}$), για L αισθητήρες είναι ένα πάνω όριο για το ελάχιστο (μέγιστο) της εντροπίας της πληροφορίας, $H_{\min}^{(L+R)}$ ($H_{\max}^{(L+R)}$), για $L + R$ αισθητήρες με $R \geq 0$. Δηλαδή,

$$H_{\min}^{(L+R)} \leq H_{\min}^{(L)} \quad \text{and} \quad H_{\max}^{(L+R)} \leq H_{\max}^{(L)} \quad (5.11)$$

Οι παραπάνω δύο ισχυρισμοί αποδεικνύονται στην εργασία του Papadimitriou (2004). Μία άμεση συνέπεια των παραπάνω ισχυρισμών είναι ότι η ελάχιστη (μέγιστη) τιμή της εντροπίας της πληροφορίας, που αντιστοιχεί στη βέλτιστη (χειρίστη) διάταξη των αισθητήρων για L αισθητήρες, είναι φθίνουσες συναρτήσεις του αριθμού των αισθητήρων L . Αυτή η τάση παρατηρείται επίσης στα αριθμητικά αποτελέσματα στην εργασία των Papadimitriou et al. (2000).

5.4 Σχεδιασμός της Βέλτιστης Διάταξης των Αισθητήρων για μία Κατηγορία Μοντέλων

5.4.1 Διατύπωση του προβλήματος

Στα παρακάτω, γίνεται η υπόθεση ότι μπορεί να μετρηθεί η απόκριση μόνο στους N_p από τους N_d ($N_p \leq N_d$) βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου. Αυτοί οι N_p βαθμοί

ελευθερίας αναφέρονται ως μετρήσιμοι βαθμοί ελευθερίας, και είναι οι βαθμοί ελευθερίας στους οποίους ενδεχομένως μπορεί να τοποθετηθούν αισθητήρες. Για παράδειγμα, οι στροφικοί βαθμοί ελευθερίας εξαιρούνται από την ομάδα των μετρούμενων βαθμών ελευθερίας.

Κατά το σχεδιασμό της διάταξης των αισθητήρων, αυτό που επιθυμείται είναι να σχεδιαστούν διατάξεις αισθητήρων έτσι ώστε τα μετρητικά δεδομένα που συλλέγονται να περιέχουν όσο γίνεται περισσότερη πληροφορία για τις παραμέτρους της κατηγορίας μοντέλων η οποία χρησιμοποιείται για να αντιπροσωπεύσει τη συμπεριφορά της κατασκευής. Η εντροπία της πληροφορίας, που εισήχθη στη σχέση (5.1) ως μέτρο της αβεβαιότητας των παραμέτρων του συστήματος, δίνει ένα μέτρο των χρήσιμων πληροφοριών που περιλαμβάνονται στα μετρητικά δεδομένα. Η διάταξη που δίνει την περισσότερη πληροφορία, δίνει ταυτόχρονα και τη μικρότερη αβεβαιότητα στις εκτιμήσεις των παραμέτρων ή, ισοδύναμα, ελαχιστοποιεί την εντροπία της πληροφορίας. Κατά συνέπεια, η βέλτιστη διάταξη αισθητήρων είναι αυτή που ελαχιστοποιεί την εντροπία της πληροφορίας.

Το πρόβλημα εύρεσης της βέλτιστης (ή χειρίστη) διάταξη των αισθητήρων για έναν δεδομένο αριθμό αισθητήρων διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η αντικειμενική συνάρτηση που ελαχιστοποιείται είναι η εντροπία της πληροφορίας που δίνεται στην εξίσωση (5.1). Η βέλτιστη (ή χειρίστη) διάταξη των αισθητήρων ελαχιστοποιεί (ή μεγιστοποιεί) την εντροπία της πληροφορίας. Οι μεταβλητές ως προς τις οποίες γίνεται η ελαχιστοποίηση, σχετίζονται με τη θέση των αισθητήρων.

Πρέπει να τονιστεί ότι στο αρχικό στάδιο σχεδιασμού της διάταξης των αισθητήρων, τα μετρητικά δεδομένα δεν είναι διαθέσιμα. Κατά συνέπεια, η εντροπία της πληροφορίας που ορίζεται από την (5.1) δεν προσδιορίζεται εντελώς, αφού είναι σαφές ότι εξαρτάται από τις λεπτομέρειες που περιλαμβάνονται στα μετρητικά δεδομένα D . Για να αποκτήσει χρηστικό νόημα η εντροπία της πληροφορίας, πρέπει να εξαλειφθεί η εξάρτησή της από τα μετρητικά δεδομένα D . Αυτό μπορεί να γίνει εξετάζοντας την οριακή περίπτωση του μεγάλου αριθμού μετρητικών δεδομένων ($N_D \rightarrow \infty$), πράγμα όχι σπάνιο σε εφαρμογές της δυναμικής των κατασκευών. Προσεγγίζοντας ασυμπτωτικά την εντροπία της πληροφορίας προκύπτει η σχέση (5.9), η οποία δεν εξαρτάται πλέον από τα μετρητικά δεδομένα D . Η μόνη εξάρτηση της εντροπίας της πληροφορίας από τα δεδομένα προέρχεται αποκλειστικά από τις βέλτιστες τιμές

$$\hat{\theta} \equiv \hat{\theta}(\delta, D) = \arg \min_{\theta} J(\theta; D, M) \quad \text{and} \quad \hat{\sigma}^2 = J(\hat{\theta}; D, M) \quad (5.12)$$

Συνεπώς, η εντροπία της πληροφορίας στην (5.9) μπορεί να οριστεί αποκλειστικά από τις βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ των δομικών παραμέτρων και τις βέλτιστες τιμές $\hat{\sigma}^2$ των

παραμέτρων των σφαλμάτων πρόβλεψης που αναμένονται για συγκεκριμένη ομάδα δυναμικών μετρήσεων, ενώ οι λεπτομέρειες των χρονικών ιστοριών απόκρισης δεν εμφανίζονται στη διατύπωση του προβλήματος.

Επιπλέον, επειδή τα μετρητικά δεδομένα δεν είναι διαθέσιμα, δε μπορεί να γίνει καμία εκτίμηση για τις βέλτιστες τιμές του μοντέλου $\hat{\theta}$ και $\hat{\sigma}^2$. Κατά συνέπεια, προκειμένου να συνεχιστεί η διαδικασία σχεδιασμού της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων, πρέπει να γίνει κάποια υπόθεση για τις τιμές αυτών των παραμέτρων. Στην πράξη, χρήσιμες διατάξεις των αισθητήρων μπορούν να ληφθούν υποθέτοντας ότι οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του μοντέλου $\hat{\theta}$ και $\hat{\sigma}^2$ έχουν την ίδια τιμή με τις ονομαστικές τιμές των παραμέτρων, που επιλέχθηκαν κατά το σχεδιασμό του συστήματος. Σε αυτή την περίπτωση, η εντροπία της πληροφορίας στην (5.9) παίρνει τη μορφή (για μεγάλο αριθμό δεδομένων N_j)

$$H(\delta, \theta_0, \sigma_0^2) = \frac{1}{2} N_\theta [\ln(2\pi) + \ln \sigma_0^2] - \frac{1}{2} \ln[\det Q(\delta, \theta_0)] \quad (5.13)$$

η οποία εξαρτάται από το διάνυσμα που περιγράφει τη διάταξη των αισθητήρων δ και τις επιλεγμένες τιμές των παραμέτρων θ_0 και σ_0^2 του μοντέλου της κατασκευής και του σφάλματος πρόβλεψης, αντίστοιχα. Η παραπάνω έκφραση αποτελεί και μία τεκμηριωμένη απόδειξη του γεγονότος ότι ο σχεδιασμός της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων βασίζεται αποκλειστικά στο ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής, αγνοώντας τις λεπτομέρειες των χρονικών ιστοριών απόκρισης.

Ένα μέτρο της αποτελεσματικότητας της διάταξης δ των αισθητήρων για μία κατηγορία μοντέλων M , προκύπτει εισάγοντας τον δείκτη της εντροπίας της πληροφορίας (Information Entropy Index) $IEI(\delta)$, ο οποίος ορίζεται από τη σχέση

$$IEI(\delta) = \frac{H(\delta) - H(\delta_{best})}{H(\delta_{worst}) - H(\delta_{best})} \quad (5.14)$$

όπου $H(\delta_{best})$ και $H(\delta_{worst})$ είναι η εντροπία της πληροφορίας (Papadimitriou et al. 2000) υπολογιζόμενες για τη βέλτιστη και τη χειρίστη διαμόρφωση των N_0 αισθητήρων, αντίστοιχα. Σε αυτή την περίπτωση η τιμή της $IEI(\delta)$ παίρνει τιμές μεταξύ μηδέν και ένα. Η εντροπία της πληροφορίας $H(\delta)$ ορίζεται από την (5.9).

5.4.2 Υπολογιστικά Θέματα για την Εύρεση της Βέλτιστης Διάταξης Αισθητήρων

Για ένα μοντέλο μιας κατασκευής με N_d βαθμούς ελευθερίας, ο αριθμός όλων των δυνατών διαμορφώσεων που περιέχουν N_0 αισθητήρες είναι

$$N_s = \frac{N_d!}{N_0!(N_d - N_0)!} \quad (5.15)$$

ο όποιος για τις περισσότερες περιπτώσεις πρακτικού ενδιαφέροντος μπορεί να είναι ένας εξαιρετικά μεγάλος αριθμός, ακόμη και για τις περιπτώσεις που περιλαμβάνουν έναν σχετικά μικρό αριθμό N_p μετρούμενων βαθμών ελευθερίας. Κατά συνέπεια, ο υπολογισμός όλων των δυνατών διατάξεων των αισθητήρων και η μετέπειτα επιλογή της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων είναι εξαιρετικά χρονοβόρα διαδικασία και στις περισσότερες περιπτώσεις απαγορευτική. Επομένως, πρέπει να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικές προσεγγιστικές τεχνικές για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης και τον υπολογισμό καλών εκτιμήσεων για τις διατάξεις των αισθητήρων που αντιστοιχούν σε τιμές της εντροπίας της πληροφορίας, κοντά στην ελάχιστη τιμή της.

Συγκεκριμένα, η χρήση γενετικών αλγορίθμων (Goldberg 1989, Michalewicz 1999) είναι η καλύτερη λύση για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης και την εύρεση λύσεων που είναι κοντά στη βέλτιστη λύση (Papadimitriou 2004, Bedrossian and Masri 2003, Yao et al. 1993). Λεπτομέρειες για θέματα που σχετίζονται με τη χρήση των γενετικών αλγορίθμων για την εύρεση της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων, συμπεριλαμβανομένου και προβλημάτων σύγκλισης, μπορούν να βρεθούν στην εργασία του Papadimitriou (2002).

Μια συστηματικότερη και υπολογιστικά πολύ αποδοτικότερη προσέγγιση για τον υπολογισμό της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων για έναν σταθερό αριθμό αισθητήρων N_0 είναι να χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος διαδοχικής τοποθέτησης αισθητήρων (Sequential Sensor Placement - SSP) (Papadimitriou 2004). Ο συνολικός αριθμός των διατάξεων που υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SSP είναι πάρα πολύ μικρός σε σχέση με τον αριθμό όλων των δυνατών διατάξεων των αισθητήρων.

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο διαδοχικής τοποθέτησης αισθητήρων (SSP), οι θέσεις των N_0 αισθητήρων υπολογίζονται διαδοχικά τοποθετώντας έναν αισθητήρα τη φορά σε μια θέση της κατασκευής που οδηγεί στη μεγαλύτερη μείωση της εντροπίας της πληροφορίας. Ο αλγόριθμος SSP μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί σε μια αντίστροφη κατάταξη, αρχίζοντας από την τοποθέτηση N_d αισθητήρων σε όλους τους βαθμούς ελευθερίας της κατασκευής και αφαιρώντας διαδοχικά ενός αισθητήρα τη φορά από τη θέση που οδηγεί στη μικρότερη αύξηση της εντροπίας της πληροφορίας.

Η διαδοχική τοποθέτηση κάθε αισθητήρα στην κατασκευή απαιτεί τη βελτιστοποίηση της εντροπίας της πληροφορίας ως προς μία μόνο θέση του αισθητήρα. Η λύση βρίσκεται εύκολα κάνοντας μια ενδελεχή αναζήτηση στο χώρο των παραμέτρων. Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SSP, ο συνολικός αριθμός που πρέπει να υπολογιστεί η συνάρτηση για τη βέλτιστη τοποθέτηση του i αισθητήρα, με δεδομένο

ότι έχουν ήδη τοποθετηθεί στην κατασκευή οι $(i-1)$ αισθητήρες, είναι ίσος με $(N_d - i + 1)$, όπου N_d είναι ο συνολικός αριθμός των βαθμών ελευθερίας. Κατά συνέπεια, ο συνολικός αριθμός που πρέπει να υπολογιστεί η συνάρτηση για το σχεδιασμό της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων για N_0 αισθητήρες χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SSP είναι $\sum_{i=1}^{N_0} (N_d - i + 1) \leq N_0 N_d$. Επιπλέον, ο σχεδιασμός της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων από 1 έως και N_d αισθητήρες απαιτεί τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης για όχι περισσότερες από $N_d(N_d + 1)/2$ φορές, που είναι ένας πολύ μικρός αριθμός σε σχέση με τον αριθμό N_s , που δίνεται από τη σχέση (5.15).

Ο αλγόριθμος διαδοχικής τοποθέτησης αισθητήρων δίνει τη βέλτιστη διάταξη αισθητήρων μόνο στην περίπτωση για την οποία οι βέλτιστες θέσεις των i αισθητήρων είναι ένα υποσύνολο των βέλτιστων θέσεων αισθητήρων για τους $(i+1)$ αισθητήρες, για όλα τα i από 1 έως N_0 . Εντούτοις, η τελευταία υπόθεση γενικώς δεν ισχύει και η διάταξη αισθητήρων που υπολογίζεται από τον αλγόριθμο SSP δεν μπορεί να εγγυηθεί ότι είναι και η βέλτιστη. Οι διατάξεις αισθητήρων που υπολογίζονται από τον αλγόριθμο SSP παρέχουν τιμές της εντροπίας της πληροφορίας που είναι τα άνω όρια της ελάχιστης τιμής της εντροπίας της πληροφορίας. Αριθμητικές εφαρμογές (Papadimitriou 2004) δείχνουν ότι αυτά τα όρια, στις περισσότερες από τις περιπτώσεις που εξετάζονται, συμπίπτουν με, ή είναι πολύ κοντά, με την ακριβή τιμή της ελάχιστης εντροπίας της πληροφορίας. Συνεπώς, ο αλγόριθμος SSP προτιμάται έναντι των γενετικών αλγορίθμων, επειδή διατηρεί υψηλά επίπεδα ακρίβειας με την ελάχιστη υπολογιστική προσπάθεια. Επιπλέον, η λύση που δίνεται από τον αλγόριθμο SSP θα μπορούσε να περιληφθεί στον αρχικό πληθυσμό των γενετικών αλγορίθμων προκειμένου να επιταχυνθεί η σύγκλιση των γενετικών αλγορίθμων και να βελτιωθεί η εκτίμηση της βέλτιστης τοποθεσίας των αισθητήρων.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι η μέγιστη τιμή της εντροπίας της πληροφορίας που αντιστοιχεί στη χειρίστη διάταξη των αισθητήρων είναι επίσης χρήσιμη επειδή όταν συγκρίνεται με την ελάχιστη τιμή της εντροπίας της πληροφορίας, δίνει ένα μέτρο της μείωσης που μπορεί να επιτευχθεί βελτιστοποιώντας τη διάταξη των αισθητήρων. Επιπλέον, όπως φαίνεται στην επόμενη ενότητα, η μέγιστη τιμή της εντροπίας της πληροφορίας απαιτείται στην εκτίμηση της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων για τον προσδιορισμό της καλύτερης κατηγορίας μοντέλων ανάμεσα από διάφορες εναλλακτικές κατηγορίες μοντέλων. Η χειρίστη διάταξη αισθητήρων μπορεί να ληφθεί από τους προαναφερθέντες αλγορίθμους με τη μεγιστοποίηση αντί της ελαχιστοποίησης της εντροπίας της πληροφορίας. Στην πραγματικότητα, το λογισμικό των γενετικών αλγορίθμων που χρησιμοποιείται για την εύρεση της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί, με μικρές τροποποιήσεις, για την εύρεση της χειρίστης διάταξης αισθητήρων. Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο

SSP, μια προσέγγιση της χείριστης διάταξης αισθητήρων λαμβάνεται τοποθετώντας διαδοχικά έναν αισθητήρα τη φορά στη θέση που οδηγεί στη μικρότερη μείωση της εντροπίας της πληροφορίας.

5.5 Σχεδιασμός της Βέλτιστης Διάταξης των Αισθητήρων για Πολλαπλές Κατηγορίες Μοντέλων

Η προτεινόμενη βέλτιστη ενοργάνωση εξαρτάται από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων, που συνήθως επιλέγεται με βάση τα σενάρια βλάβης που ελέγχονται. Για παράδειγμα, στο Κεφάλαιο 4, εισήχθησαν διάφοροι τρόποι παραμετροποίησης προκειμένου να προσδιοριστούν τα διαφορετικά σενάρια βλάβης, και για κάθε τρόπο, υπήρξαν διάφορες κατηγορίες μοντέλων. Μια βέλτιστη ενοργάνωση πρέπει να δίνει μετρήσεις που να περιέχουν πληροφορίες για πολλαπλές κατηγορίες μοντέλων M_1, \dots, M_μ .

Εξετάζεται η γενική περίπτωση για την οποία η βέλτιστη διάταξη αισθητήρων για μια κατηγορία μοντέλων διαφέρει από τη βέλτιστη διάταξη αισθητήρων που αντιστοιχεί σε μια άλλη κατηγορία μοντέλων. Για ευκολία, εισάγετε το σύνολο $\{1, 2, \dots, N_p\}$ όλων των πιθανών βαθμών ελευθερίας, που συνδέονται με τις θέσεις και τις διευθύνσεις στη φυσική κατασκευή, κατά μήκος των οποίων μπορούν να γίνουν οι μετρήσεις. Υποτίθεται επίσης ότι $\mathbf{x} \in R^{N_0}$ συμβολίζει το διάνυσμα διάταξης των αισθητήρων, το οποίο περιέχει τους N_0 μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας από το σύνολο των $\{1, 2, \dots, N_p\}$. Δηλαδή κάθε στοιχείο του \mathbf{x} παίρνει ακέραιες τιμές που κυμαίνονται από 1 ως N_p . Προκειμένου να ληφθεί υπόψη ότι για κάθε κατηγορία μοντέλων οι βαθμοί ελευθερίας που μετρώνται μπορεί να είναι διαφορετικοί, εισάγεται το διάνυσμα αντιστοιχίας $\delta_i(\mathbf{x})$, το οποίο αντιστοιχεί το "φυσικό" διάνυσμα διάταξης των αισθητήρων \mathbf{x} , στο διάνυσμα διάταξης των αισθητήρων δ_i για μια συγκεκριμένη κατηγορία μοντέλων M_i . Συγκεκριμένα, $\delta_i(\mathbf{x})$ είναι ένα διάνυσμα με μηδενικά και μονάδες, με τις θέσεις των μονάδων στο διάνυσμα $\delta_i(\mathbf{x})$ να δηλώνουν τους βαθμούς ελευθερίας της κατηγορίας μοντέλων M_i που αντιστοιχούν στους "φυσικούς" βαθμούς ελευθερίας που προσδιορίζονται στο διάνυσμα \mathbf{x} .

Έστω ότι $J_i(\mathbf{x}) \equiv IEI_i(\delta_i(\mathbf{x}))$ δηλώνει την αποτελεσματικότητα μίας διάταξης αισθητήρων \mathbf{x} για την i κατηγορία μοντέλων M_i . Η συνάρτηση $IEI_i(\delta_i(\mathbf{x}))$, που εισήχθη στην (5.14), δίνει την εξάρτηση του δείκτη της εντροπίας της πληροφορίας από τις μετρούμενες τοποθεσίες \mathbf{x} για την κατηγορία μοντέλων M_i .

Η βέλτιστη διάταξη αισθητήρων για την κατηγορία μοντέλων M_i επιλέγεται ως αυτή που ελαχιστοποιεί το δείκτη της εντροπίας της πληροφορίας $J_i(\mathbf{x})$. Το πρόβλημα αναγνώρισης των βέλτιστων θέσεων των αισθητήρων που ελαχιστοποιούν τον δείκτη της εντροπίας της πληροφορίας για όλες τις κατηγορίες μοντέλων διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης που διατυπώνεται ως εξής. Να βρεθούν

οι τιμές των παραμέτρων \mathbf{x} που ελαχιστοποιούν ταυτόχρονα τις αντικειμενικές συναρτήσεις (Paradimitriou 2005)

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = (J_1(\mathbf{x}), J_2(\mathbf{x}), \dots, J_\mu(\mathbf{x})) \quad (5.16)$$

Για αλληλοσυγκρουόμενα κριτήρια $J_1(\boldsymbol{\theta}), \dots, J_n(\boldsymbol{\theta})$, δεν υπάρχει μοναδική λύση, αλλά μία ομάδα εναλλακτικών λύσεων, οι οποίες είναι όλες βέλτιστες, από την άποψη ότι δεν υπάρχουν άλλες λύσεις στο πεδίο των παραμέτρων που να είναι καλύτερες από αυτές όταν λαμβάνονται υπόψη όλα τα κριτήρια. Αυτές οι εναλλακτικές λύσεις, που εξισορροπούν τις τιμές της εντροπίας της πληροφορίας για διάφορες κατηγορίες μοντέλων, είναι γνωστές στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης ως Pareto βέλτιστες λύσεις. Ένα πλεονέκτημα της μεθοδολογίας της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι ότι λαμβάνονται όλες οι αποδεκτές λύσεις που υπάρχουν για τις κατηγορίες μοντέλων που εμπλέκονται στην ανάλυση. Αυτές οι λύσεις θεωρούνται βέλτιστες υπό την έννοια ότι η εντροπία της πληροφορίας για μία κατηγορία μοντέλων δε μπορεί να βελτιωθεί χωρίς ταυτόχρονα να χειροτερέψει η εντροπία της πληροφορίας για μια άλλη κατηγορία μοντέλων. Τα βέλτιστα σημεία κατά μήκος του μετώπου Pareto παρέχουν αναλυτικές πληροφορίες σχετικά με την αποτελεσματικότητα της διάταξης των αισθητήρων για κάθε κατηγορία μοντέλων.

Στην παρούσα εργασία, για την ελαχιστοποίηση του πολυκριτηριακού προβλήματος που προκύπτει, χρησιμοποιείται ο εξελικτικός αλγόριθμος Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA) (Zitzler and Thiele 1999), ο οποίος βασίζεται σε γενετικούς αλγόριθμους. Επίσης, έχουν προταθεί ευρετικοί αλγόριθμοι για την εύρεση αποτελεσματικών διατάξεων αισθητήρων που είναι ανώτερες, από την άποψη της ακρίβειας και της υπολογιστικής αποδοτικότητας, από τις διατάξεις αισθητήρων που παρέχονται από τους εξελικτικούς αλγόριθμους (π.χ. γενετικοί αλγόριθμοι), κατάλληλοι για την επίλυση των μονοκριτηριακών ή πολυκριτηριακών προβλημάτων βελτιστοποίησης που προκύπτουν.

Εναλλακτικά, μια λύση στο πρόβλημα μπορεί να ληφθεί με τον καθορισμό ενός γενικού μέτρου της αποτελεσματικότητας μιας διαμόρφωσης αισθητήρων δ για τον έλεγχο πολλαπλών κατηγοριών μοντέλων. Αυτό το μέτρο είναι ένα σταθμισμένο άθροισμα της κανονικοποιημένης εντροπίας της πληροφορίας για κάθε κατηγορία μοντέλων

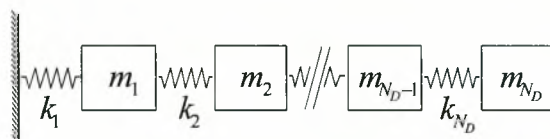
$$J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\mu} w_i J_i(\mathbf{x}) \quad (5.17)$$

Αυτή η εξίσωση είναι παρόμοια με την εξίσωση (2.17), η οποία δηλώθηκε στην αρχή αυτής της εργασίας προκειμένου να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές $\boldsymbol{\theta}$ των δομικών παραμέτρων. Το αποτελέσματα της βελτιστοποίησης εξαρτάται από τις τιμές των

συντελεστών βαρύτητας που χρησιμοποιούνται. Οι Pareto βέλτιστες διατάξεις αισθητήρων μπορούν να ληφθούν μεταβάλλοντας τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας w_i από 0 έως 1.

5.6 Υπολογιστικό Παράδειγμα

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα υπολογιστικό παραδείγματα για την επίδειξη των θεωρητικών συμπερασμάτων. Ας υποθέσουμε μία κατασκευή η οποία μοντελοποιείται με ένα σύστημα ελατηρίων-μαζών με $N_d=10$ βαθμούς ελευθερίας, όπως αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 5.1, με το άκρο του πρώτου ελατηρίου πακτωμένο και το άκρο του τελευταίου ελατηρίου ελεύθερο. Το μοντέλο μπορεί να υποθεθεί ότι παριστάνει τη συμπεριφορά μίας κατασκευής με N_d ορόφους. Το ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής υποτίθεται ότι έχει ομοιόμορφη κατανομή ακαμψίας και μάζας, δηλαδή $k_i = k_0$ και $m_i = m_0$, $i = 1, \dots, N_d$. Οι τιμές των k_0 και m_0 επιλέγονται έτσι ώστε η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα της κατασκευής να ισούται με 1.0 Hz. Γίνεται η υπόθεση ότι αυτό το ονομαστικό μοντέλο αντιπροσωπεύει την κατασκευή στην κατάσταση αναφοράς, δηλαδή την κατασκευή χωρίς βλάβη.



Σχήμα 5.1. Μοντέλο συστήματος ελατηρίων-μαζών με N_d βαθμούς ελευθερίας.

Επιλέγεται η οικογένεια των κατηγοριών μοντέλων $\{M_{12}, M_{34}, M_{56}, M_{78}, M_{910}\}$, όπου κάθε κατηγορία μοντέλων M_{ij} είναι παραμετροποιημένη με δύο παράμετρος που αντιστοιχούν στην ακαμψία δύο εκ των δέκα ελατηρίων. Κατά την επιλογή των κατηγοριών μοντέλων έγινε η υπόθεση, για λόγους επίδειξης, ότι η βλάβη συμβαίνει σε δύο διπλανά ελατήρια. Για κάθε κατηγορία μοντέλων οι ιδιότητες ακαμψίας και μάζας που δεν παραμετροποιούνται ισούνται με τις ονομαστικές τιμές της κατασκευής στην κατάσταση αναφοράς.

Προκειμένου να παρουσιαστεί η επιρροή της διάταξης αισθητήρων στην αποτελεσματικότητα πρόβλεψης της μεθοδολογίας, εξετάζεται η περίπτωση των $N_0=3$ αισθητήρων. Ο συνολικός αριθμός διατάξεων των αισθητήρων για αυτό το πρόβλημα είναι 120. Μεταξύ όλων αυτών, οι 64 είναι Pareto βέλτιστες διατάξεις αισθητήρων για τις 5 εξεταζόμενες κατηγορίες μοντέλων. Μεταξύ όλων των Pareto βέλτιστων διαμορφώσεων αισθητήρων, η διαμόρφωση $\{1, 9, 10\}$ δε δείχνει καμία προτίμηση σε οποιαδήποτε κατηγορία μοντέλων δίνοντας δεδομένα που περιέχουν την ίδια πληροφορία για όλες τις κατηγορίες μοντέλων ταυτόχρονα, από την άποψη ότι

$J_i(x) \leq J_{\min}$ για όλα τα $i = 1, 2, \dots, 5$ με μικρότερη την τιμή $J_{\min} = 0.638$. Μεταξύ των υπόλοιπων 63 Pareto βέλτιστων διατάξεων αισθητήρων, υπάρχουν διατάξεις x που παρέχουν δεδομένα που περιέχουν περισσότερη πληροφορία για μια ή περισσότερες κατηγορίες μοντέλων με $J_i(x) < 0.638$, αλλά ταυτόχρονα παρέχουν δεδομένα που περιέχουν λιγότερη πληροφορία για άλλες κατηγορίες μοντέλων της οικογένειας με $J_i(x) > 0.638$.

Για την επίδειξη της αποτελεσματικότητας της μεθοδολογίας βέλτιστης τοποθέτησης αισθητήρων για τη διάγνωση βλαβών, εξετάζονται δύο σενάρια βλάβης. Το πρώτο σενάριο βλάβης αντιστοιχεί σε μείωση της ακαμψίας του πρώτου ορόφου κατά 40% ενώ το δεύτερο σενάριο βλάβης αντιστοιχεί σε μείωση της ακαμψίας του πέμπτου ορόφου κατά 40%. Δημιουργούνται προσομοιωμένα δεδομένα από το μοντέλο που έχει 40% μειωμένη την ακαμψία στον πρώτο ή τον πέμπτο όροφο. Για να προσομοιωθεί η επίδραση των σφαλμάτων μοντελοποίησης και των σφαλμάτων μέτρησης, προστίθεται θόρυβος 2% και 5% στις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές, αντίστοιχα, των μοντέλων με βλάβη. Για την αναγνώριση της βλάβης εφαρμόζεται η μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4. Σαν πιθανά σενάρια βλάβης επιλέγονται οι πέντε κατηγορίες μοντέλων $\{M_{12}, M_{34}, M_{56}, M_{78}, M_{910}\}$. Αναμένεται, ότι η εφαρμογή της μεθοδολογίας θα προτείνει σαν πιθανότερη κατηγορία μοντέλων το M_{12} για την πρώτη περίπτωση βλάβης και την M_{56} για τη δεύτερη περίπτωση βλάβης με την τιμή της μίας από τις δύο παράμετρος να προβλέπει το μέγεθος της βλάβης στο ελατήριο με τη βλάβη. Η πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων υπολογίζεται από την (4.3). Επίσης, υποτίθεται ότι η εκ των προτέρων συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των παραμέτρων κάθε μοντέλου είναι η ομοιόμορφη κατανομή.

Τα αποτελέσματα της πιθανότητας $P(M_{ij}|D)$ για όλες τις κατηγορίες μοντέλων δίνονται στους Πίνακες 5.1 και 5.2 για το πρώτο και το δεύτερο σενάριο βλάβης, αντίστοιχα. Εξετάζεται η περίπτωση για $N_0=3$ αισθητήρες και η περίπτωση όπου υπάρχει συνεισφορά από δύο και τρεις ιδιομορφές. Οι διατάξεις των αισθητήρων για την περίπτωση των $N_0=3$ αισθητήρων είναι η βέλτιστη διάταξη αισθητήρων που αντιστοιχεί στους βαθμούς ελευθερίας $\{1, 9, 10\}$ του μοντέλου καθώς και οι εναλλακτικές άλλα μη βέλτιστες διατάξεις $\{8, 9, 10\}$ και $\{6, 8, 10\}$. Τα αποτελέσματα υπολογίζονται χρησιμοποιώντας είτε την ασυμπωτική μέθοδο (πρώτη γραμμή), είτε τη μέθοδο σημαινόντων δειγμάτων (δεύτερη γραμμή) που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4.

Από τους Πίνακες 5.1 και 5.2, φαίνεται ότι η αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών εξαρτάται από τον αριθμό των αναγνωρισμένων ιδιομορφών και την θέση των αισθητήρων. Ειδικότερα, συγκρίνοντας τις πιθανότητες στον Πίνακα 5.1 για όλες τις κατηγορίες μοντέλων για την περίπτωση των τριών ιδιομορφών ($N = 3$)

και για τη βέλτιστη διάταξη των αισθητήρων $\{1, 9, 10\}$, φαίνεται ότι η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία της βλάβης, καθώς δίνει πιθανότητα 1 για την κατηγορία μοντέλων M_{12} και μηδενική πιθανότητα σε όλες τις άλλες κατηγορίες μοντέλων.

Ακόμη και για την περίπτωση $N = 2$ ιδιομορφών, η μεθοδολογία που βασίζεται στον υπολογισμό των πιθανοτήτων με τη μέθοδο της σημαντικής δειγματοληψίας, προβλέπει ως πιθανότερη την κατηγορία μοντέλων M_{12} , με πιθανότητα 0.99. Ωστόσο, στην περίπτωση $N = 2$ ιδιομορφών, η μεθοδολογία που βασίζεται στον υπολογισμό των πιθανοτήτων με τη μέθοδο της ασυμπτωτικής προσέγγισης, δίνει λανθασμένες προβλέψεις για τη σχετική πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων. Αυτό συμβαίνει διότι η εκτίμηση της πιθανότητας της κατηγορίας μοντέλων M_{78} είναι λανθασμένη λόγω του γεγονότος ότι η βέλτιστη τιμή $\hat{\theta}$ της δομικής παραμέτρου θ , είναι πολύ έξω των ορίων $\theta \in [0, \theta^u]$.

Χρησιμοποιώντας τις άλλες δύο μη-βέλτιστες διαμορφώσεις αισθητήρων $\{8, 9, 10\}$ και $\{6, 8, 10\}$, η μεθοδολογία προβλέπει σωστά την τοποθεσία της βλάβης αλλά με τη σημαντικά χαμηλότερη πιθανότητα από αυτή που λαμβάνεται για την περίπτωση της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων $\{1, 9, 10\}$. Αυτό οφείλεται στην έλλειψη σημαντικών πληροφοριών για την αναθεώρηση της κατηγορίας μοντέλων M_{12} που παρέχονται από τις μη-βέλτιστες διατάξεις αισθητήρων. Εκτός από το ότι προτιμάται η κατηγορία μοντέλων M_{12} με πιθανότητα 0.64 (για τη διάταξη αισθητήρων $\{8, 9, 10\}$) ή 0.73 (για τη διάταξη αισθητήρων $\{6, 8, 10\}$), η μεθοδολογία προτιμάει επίσης την κατηγορία μοντέλων M_{56} με την πιθανότητα 0.36 ή 0.27, αντίστοιχα. Αυτό είναι ενδεικτικό του γεγονότος ότι η αξιοπιστία των προβλέψεων εξαρτάται από τη θέση των αισθητήρων στη κατασκευή, η οποία έχει επίπτωση στο ποσό της πληροφορίας που περιέχεται στα μετρητικά δεδομένα για την αναθεώρηση κάθε κατηγορίας μοντέλων της οικογένειας των κατηγοριών μοντέλων. Πρέπει να σημειωθεί ότι η αξιοπιστία των προβλέψεων χειροτερεύει για την περίπτωση των $N = 2$ ιδιομορφών.

Πρέπει να σημειωθεί ότι και για τις τρεις διατάξεις των αισθητήρων και για $N = 3$ διαθέσιμες ιδιομορφές, οι προβλέψεις της ασυμπτωτικής μεθόδου και της μεθόδου σημαντικής δειγματοληψίας είναι ποιοτικά οι ίδιες σε ότι αφορά την τοποθεσία της βλάβης. Ωστόσο, αυτό δεν ισχύει για την περίπτωση $N = 2$ διαθέσιμων ιδιομορφών, όπου η ασυμπτωτική μέθοδος μπορεί να δώσει λανθασμένες εκτιμήσεις, κυρίως λόγω του ότι η βέλτιστη τιμή $\hat{\theta}$ της δομικής παραμέτρου θ , είναι εκτός των ορίων $\theta \in [0, \theta^u]$.

Πίνακας 5.1. Πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων, χρησιμοποιώντας την ασυμπτωτική μέθοδο (πρώτη γραμμή) και τη μέθοδο σημειώντων δειγμάτων (δεύτερη γραμμή), για το πρώτο σενάριο βλάβης. ($N_0=3$).

| Model Class | Sensor Location {1, 9, 10} | | Sensor Location {8, 9, 10} | | Sensor Location {6, 8, 10} | |
|-------------|-------------------------------|------------|-------------------------------|--------------|-------------------------------|--------------|
| | $N = 2$ | $N = 3$ | $N = 2$ | $N = 3$ | $N = 2$ | $N = 3$ |
| M_{12} | 0 0.99 | 1.0 1.0 | 0 0.62 | 0.64 0.64 | 0 0.62 | 0.75 0.73 |
| M_{34} | 0 0 | 0 0 | 0.55 0 | 0 0 | 0.99 0 | 0 0 |
| M_{56} | 0.01 0.01 | 0 0 | 0 0.36 | 0.36 0.36 | 0 0.38 | 0.25 0.27 |
| M_{78} | 1.0 0 | 0 0 | 0.45 0.02 | 0 0 | 0.01 0 | 0 0 |
| $M_{9,10}$ | 0 0 | 0 0 | 0 0 | 0 0 | 0 0 | 0 0 |

Πίνακας 5.2. Πιθανότητα κάθε κατηγορίας μοντέλων, χρησιμοποιώντας την ασυμπτωτική μέθοδο (πρώτη γραμμή) και τη μέθοδο σημειώντων δειγμάτων (δεύτερη γραμμή), για το δεύτερο σενάριο βλάβης. ($N_0=3$).

| Model Class | Sensor Location {1, 9, 10} | | Sensor Location {8, 9, 10} | | Sensor Location {6, 8, 10} | |
|-------------|-------------------------------|---------|-------------------------------|--------------|-------------------------------|--------------|
| | $N = 2$ | $N = 3$ | $N = 2$ | $N = 3$ | $N = 2$ | $N = 3$ |
| M_{12} | 0.03 0.06 | 0 0 | 0 0.55 | 0.08 0.03 | 0.20 0.34 | 0.01 0 |
| M_{34} | 0.03 0.04 | 0 0 | 0.01 0 | 0.04 0.04 | 0.68 0.36 | 0.05 0.06 |
| M_{56} | 0.49 0.83 | 1 1 | 0 0.45 | 0.87 0.93 | 0.12 0.29 | 0.94 0.94 |
| M_{78} | 0.45 0.06 | 0 0 | 0.99 0 | 0.01 0 | 0 0.005 | 0 0 |
| $M_{9,10}$ | 0 0.01 | 0 0 | 0 0 | 0 0 | 0 0.005 | 0 0 |

Υπολογίστηκαν επίσης οι πιθανότερες τιμές των παραμέτρων της πιθανότερης κατηγορίας μοντέλων για όλες τις περιπτώσεις που προβλέπουν τη θέση της βλάβης και αποδείχθηκε να είναι κοντά σε 60% και 100% των ονομαστικών τιμών των μοντέλων της κατάστασης αναφοράς, προβλέποντας κατά συνέπεια περίπου 40% μείωση στην ακαμψία του χαμηλότερου ορόφου, πράγμα που σημαίνει ότι και το μέγεθος της βλάβης προσδιορίζεται σωστά από τη βέλτιστη κατηγορία μοντέλων.

Για το δεύτερο σενάριο βλάβης, από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.2, φαίνεται ότι προκύπτουν ποιοτικά παρόμοια αποτελέσματα σχετικά με την ακρίβεια πρόβλεψης της προτεινόμενης μεθοδολογίας και της σχέσης της με τη θέση αισθητήρων και τις πληροφορίες που περιλαμβάνονται στα μετρητικά δεδομένα. Όσο υψηλότερος ο αριθμός των ιδιομορφών, τόσο περισσότερο αξιόπιστες είναι οι προβλέψεις της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Ειδικότερα, για την περίπτωση των $N = 2$ ιδιομορφών και για τη διαμόρφωση αισθητήρων $\{8, 9, 10\}$, το σενάριο βλάβης δεν προβλέπεται σωστά δεδομένου ότι η πιθανότητα 0.45 της κατηγορίας μοντέλων M_{56} είναι χαμηλότερη από την πιθανότητα 0.55 της κατηγορίας μοντέλων M_{12} .

5.7 Συμπεράσματα

Παρουσιάστηκε μία μεθοδολογία για το σχεδιασμό της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων για τον προσδιορισμό δομικών παραμέτρων, η οποία βασίζεται στο μέτρο της εντροπίας της πληροφορίας. Η εντροπία της πληροφορίας, που εκφράζει ένα απλό μέτρο της αβεβαιότητας στην εκτίμηση των παραμέτρων, χρησιμοποιήθηκε ως μέτρο απόδοσης για κάθε διάταξη αισθητήρων. Για την επιλογή της κατηγορίας μοντέλων και/ή για τις εφαρμογές διάγνωσης βλαβών, το πρόβλημα διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης για την εύρεση των Pareto βέλτιστων διατάξεων των αισθητήρων που ταυτόχρονα ελαχιστοποιούν κατάλληλα διαμορφωμένους δείκτες της εντροπίας της πληροφορίας που σχετίζονται με τις πολλαπλές κατηγορίες μοντέλων και/ή πιθανά σενάρια βλάβης. Χρησιμοποιήθηκε η ασυμπτωτική προσέγγιση για να αποδειχτεί ότι η επιλογή της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων μπορεί να βασιστεί απλά σε ένα ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής, αγνοώντας τις λεπτομέρειες που περιέχονται στα μετρητικά δεδομένα και τα οποία δεν είναι διαθέσιμα στο αρχικό στάδιο σχεδιασμού της διάταξης των αισθητήρων.

Χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος διαδοχικής τοποθέτησης αισθητήρων (SSP) για τον προσδιορισμό των βέλτιστων και των χειρίστων διατάξεων των αισθητήρων. Ο αριθμός των υπολογισμών που απαιτούνται από τον αλγόριθμο SSP είναι πολύ μικρότερος από τον αριθμό των υπολογισμών που απαιτούνται για την εξέταση όλων των πιθανών διατάξεων των αισθητήρων, και επομένως μπορεί να ολοκληρωθεί μέσα σε λογικά χρονικά πλαίσια, ανεξαρτήτως του αριθμού των αισθητήρων και τον αριθμό

των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου. Ειδικότερα, ο αλγόριθμος SSP υπολογίζει με το μικρότερο δυνατό υπολογιστικό κόστος τη διακύμανση των κάτω και άνω ορίων της εντροπίας της πληροφορίας σε συνάρτηση του αριθμού των αισθητήρων. Η γνώση αυτών των ορίων είναι χρήσιμη όχι μόνο για τον υπολογισμό μίας αποδοτικής διαμόρφωσης αισθητήρων, αλλά και για τον προσδιορισμό του αποδοτικότερου οικονομικά αριθμού των αισθητήρων, εξισορροπώντας την ποσότητα της επιπλέον πληροφορίας που προσφέρεται από έναν επιπλέον αισθητήρα, με το κόστος απόκτησης ενός επιπλέον αισθητήρα. Η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων αλγορίθμων βέλτιστης διάταξης αισθητήρων δείχθηκε για την περίπτωση της διάγνωσης και αναγνώρισης σε κατασκευές.

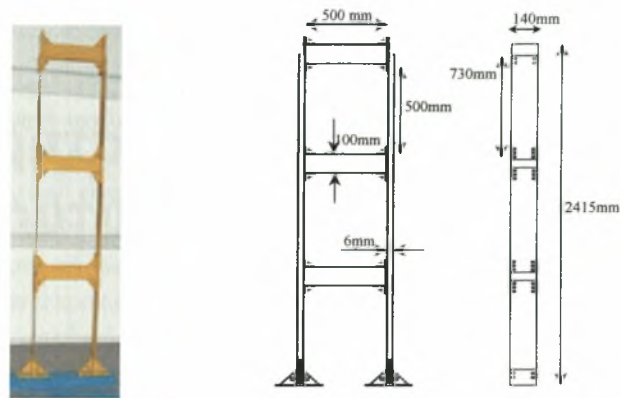
6. Εφαρμογή σε Εργαστηριακή Τριώροφη Μεταλλική Κατασκευή

6.1 Εισαγωγή

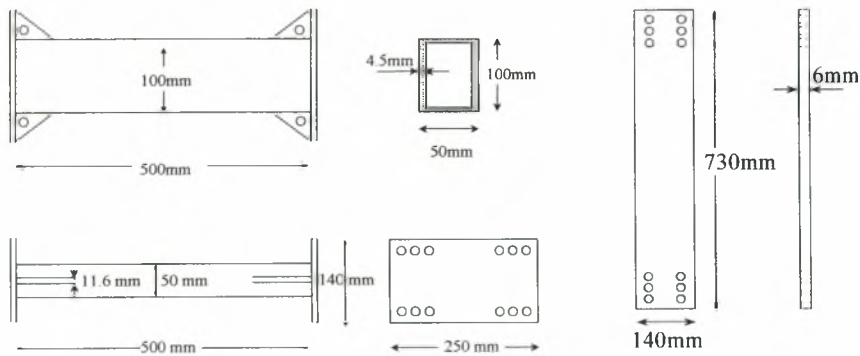
Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να διερευνηθούν και να συγκριθούν οι δυνατότητες και η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων (πολυκριτηριακής αναγνώρισης, ίσης στάθμισης μορφικών υπολοίπων και βέλτιστης στάθμισης μορφικών υπολοίπων) που περιγράφηκαν στα Κεφάλαια 2 και 3, χρησιμοποιώντας ταλαντωτικές μετρήσεις που συλλέχθηκαν από μία μικρής κλίμακας τριώροφη μεταλλική εργαστηριακή κατασκευή η οποία βρίσκεται στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Αρχικά παρουσιάζεται μια περιγραφή της υπό μελέτη εργαστηριακής κατασκευής και στη συνέχεια παρουσιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα κάθε μεθόδου. Εξετάζονται δύο παραμετρικά μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής. Ένα μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας και ένα λεπτομερέστερο μοντέλο 546 βαθμών ελευθερίας. Δημιουργούνται και εξετάζονται διάφορες δομικές καταστάσεις της κατασκευής. Χρησιμοποιούνται οι προτεινόμενες μέθοδοι αναθεώρησης μοντέλων για την αναγνώριση και βελτίωση των μοντέλων για τις εξεταζόμενες δομικές καταστάσεις. Η αποτελεσματικότητα κάθε μεθόδου αναθεώρησης μοντέλων εξετάζεται ενδελεχώς και παρουσιάζεται συγκριτική μελέτη των αποτελεσμάτων.

6.2 Περιγραφή της Εργαστηριακής Τριώροφης Μεταλλικής Κατασκευής

Μια φωτογραφία της πρόσοψης, καθώς και τα διαγράμματα της πλάγιας όψης και της πρόσοψης της εργαστηριακής κατασκευής φαίνονται στο Σχήμα 6.1. Οι όροφοι (οριζόντια δομικά στοιχεία) της κατασκευής είναι κατασκευασμένοι από χαλύβδινες κοίλες δοκούς με διαστάσεις $500 \times 100 \times 50$ mm. Κάθε όροφος στηρίζεται σε δύο κολώνες, οι οποίες είναι κατασκευασμένες από χαλύβδινες λαμαρίνες με διαστάσεις $730 \times 140 \times 6$ mm. Λεπτομερή διαγράμματα των χαλύβδινων ορόφων και των στηριγμάτων τους φαίνονται στο Σχήμα 6.2. Οι κολώνες του πρώτου ορόφου συνδέονται με το πάτωμα μέσω γωνιών, χρησιμοποιώντας βίδες και παξιμάδια. Το συνολικό ύψος της κατασκευής είναι περίπου 2.4m.



Σχήμα 6.1. Μπροστινή και πλαϊνή όψη της τριώροφης κατασκευής.



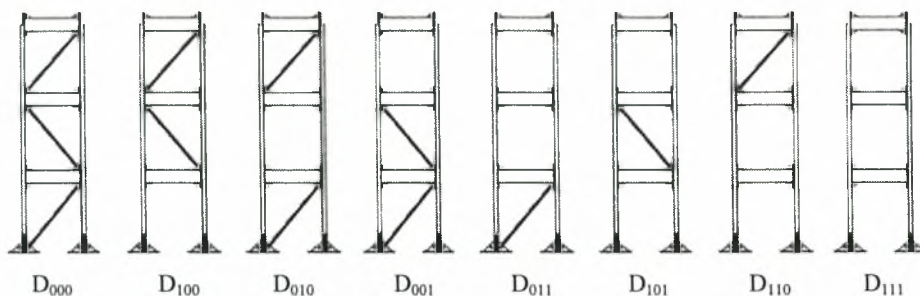
(α) Όψεις των δοκών των ορόφων

β) Όψεις των κολώνων

Σχήμα 6.2. Λεπτομερή διαγράμματα των δοκών και των πυλώνων της κατασκευής.



Σχήμα 6.3. Η ακαμψία των ορόφων της κατασκευής αυξομειώνεται προσθέτοντας ή αφαιρώντας συρματοσχοίνα.

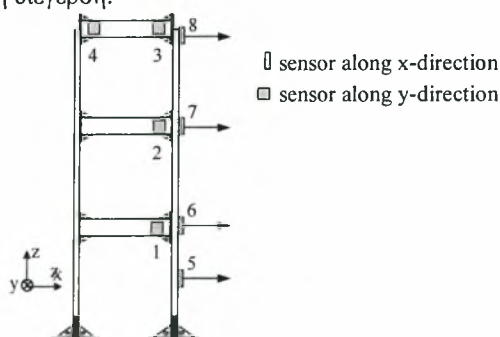


Σχήμα 6.4. Κατασκευή αναφοράς (D_{000}) και οι εξεταζόμενες δομικές καταστάσεις.

Για την εφαρμογή της μεθοδολογίας αναθεώρησης μοντέλων ή διάγνωσης βλαβών, η κατάσταση της κατασκευής όπου υπάρχει ένα συρματόσχοινο σε κάθε όροφο θεωρείται ως η κατασκευή αναφοράς ή η κατασκευή χωρίς βλάβη και συμβολίζεται με D_{000} . Όλες οι άλλες περιπτώσεις, όπου λείπουν ένα, δύο ή τρία διαγώνια συρματόσχοινα, αντιπροσωπεύουν τις διάφορες δομικές καταστάσεις με βλάβη και συμβολίζονται με D_{ijk} , όπου οι δείκτες i , j και k περιγράφουν την κατάσταση του πρώτου, δεύτερου και τρίτου ορόφου, αντίστοιχα. Οι τιμές των δεικτών i , j και k είναι είτε μονάδα εάν λείπει το συρματόσχοινο από τον αντίστοιχο όροφο, είτε μηδέν εάν υπάρχει συρματόσχοινο στον αντίστοιχο όροφο. Η κατασκευή χωρίς βλάβη καθώς και οι διάφορες εξεταζόμενες δομικές καταστάσεις εμφανίζονται σχηματικά στο Σχήμα 6.4.

6.3 Διέγερση και Διάταξη Αισθητήρων

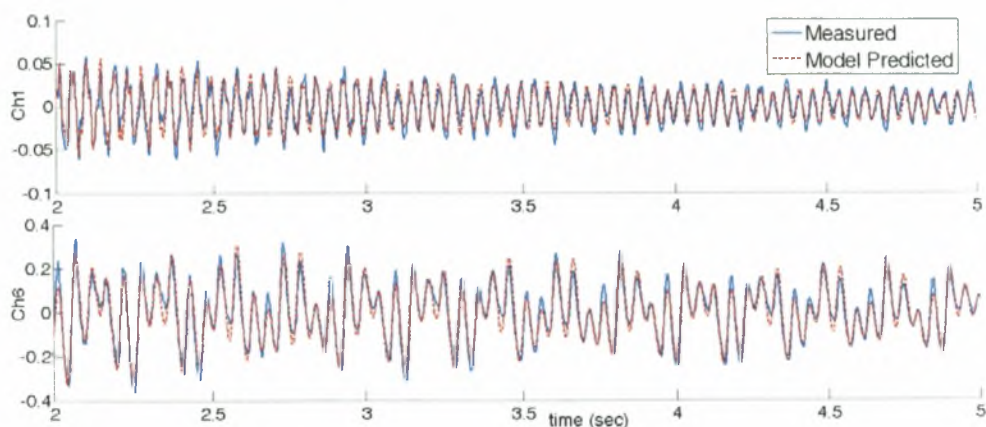
Η αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών έγινε χρησιμοποιώντας μετρήσεις ελεύθερης ταλάντωσης, που δημιουργήθηκαν χτυπώντας την κατασκευή με σφύρα διέγερσης (impulse hammer) και καταγράφοντας τις χρονικές ιστορίες επιταχύνσεων σε διάφορα σημεία της κατασκευής. Το τμήμα των χρονικών ιστοριών απόκρισης των επιταχύνσεων σε ελεύθερη ταλάντωση αντιστοιχεί σε αυτό που καταγράφεται αφότου έχει σταματήσει να εφαρμόζεται η διέγερση.



Σχήμα 6.5. Διάταξη αισθητήρων στην εργαστηριακή κατασκευή.

Τα μετρητικά δεδομένα της κατασκευής αποτελούνται από σειτ μετρήσεων (χρονοϊστοριών απόκρισης) που συλλέχθηκαν χρησιμοποιώντας οκτώ επιταχυνσιόμετρα. Τέσσερα από τα επιταχυνσιόμετρα καταγράφουν τις χρονικές ιστορίες επιταχύνσεων κατά μήκος της διεύθυνσης x ενώ τα υπόλοιπα τέσσερα κατά μήκος της διεύθυνσης y . Οι διευθύνσεις x , y , z και οι θέσεις των αισθητήρων δείχνονται σχηματικά στο Σχήμα 6.5. Οι θέσεις των αισθητήρων έχουν επιλεγεί με τέτοιο τρόπο ώστε να συλλέγονται ως όσο το δυνατόν περισσότερες πληροφορίες για τα μορφικά χαρακτηριστικά της κατασκευής. Με τη διάταξη των αισθητήρων που φαίνεται στο Σχήμα 6.5, μπορούν να προσδιοριστούν χρησιμοποιώντας την κατάλληλη τεχνική μορφικής ανάλυσης, όλες οι σημαντικές ιδιομορφές κατά μήκος της ισχυρής και της αδύναμης διεύθυνσης. Ο αισθητήρας 5 χρησιμοποιείται για να συγκεντρώσει πληροφορίες για τις τοπικές ιδιομορφές της κατασκευής που σχετίζονται με την παραμόρφωση της δεξιάς κολώνας του πρώτου ορόφου.

Στο Σχήμα 6.6 φαίνονται δύο ενδεικτικές καταγραφές χρονικών ιστοριών απόκρισης επιταχύνσεων, για χρόνο από 2 έως 5 δευτερόλεπτα, από τον αισθητήρα 1 που μετράει κατά μήκος της διεύθυνσης y (ισχυρή διεύθυνση) και από τον αισθητήρα 6 που μετράει κατά μήκος της διεύθυνσης x (ασθενή διεύθυνση), αντίστοιχα, κατά τη διάρκεια ενός πειράματος όπου χρησιμοποιήθηκε σφύρα διέγερσης για τη δημιουργία ταλαντώσεων στην κατασκευή αναφοράς D_{000} .



Σχήμα 6.6. Σύγκριση των χρονικών ιστοριών απόκρισης που προέρχονται από τις μετρήσεις και τις προβλέψεις του μορφικού μοντέλου από 2 έως 5 sec για την κατασκευή χωρίς βλάβη, (α) αισθητήρας 1 (y -ισχυρή διεύθυνση) και (β) αισθητήρας 6 (x -ασθενή διεύθυνση).

6.4 Παραμετρικές Κατηγορίες Μοντέλων

Χρησιμοποιούνται δύο κατηγορίες μοντέλων για να προσομοιώσουν τη συμπεριφορά της υπό εξέταση κατασκευής: ένα λεπτομερές μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων 546 βαθμών ελευθερίας και ένα απλό μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας. Το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας προσομοιώνει τη συμπεριφορά της κατασκευής μόνο κατά μήκος της ασθενούς x κατεύθυνσης. Η χρήση δύο κατηγοριών μοντέλων γίνεται για λόγους σύγκρισης, προκειμένου να εξεταστεί εάν ένα λεπτομερές μοντέλο είναι απαραίτητο για να αποδώσει τη συμπεριφορά της κατασκευής και να εξετάσει τη δομική ακεραιότητα της, ή εάν ένα απλό μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας είναι αρκετό ώστε να προκύψουν τα ίδια συμπεράσματα χρησιμοποιώντας πολύ λιγότερη υπολογιστική προσπάθεια. Στις παρακάτω δύο ενότητες γίνεται λεπτομερής περιγραφή αυτών των μοντέλων.

6.4.1 Παραμετρικό Μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων με 546 Βαθμούς Ελευθερίας

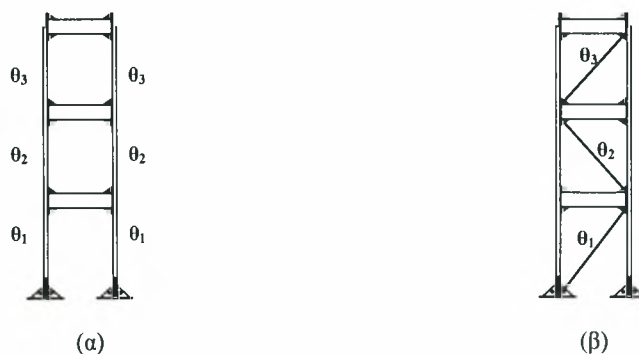
Το λεπτομερές μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων 546 βαθμών ελευθερίας εμφανίζεται σχηματικά στο Σχήμα 6.7. Κάθε όροφος μοντελοποιείται με ένα στοιχείο δοκού, ενώ οι κολώνες μεταξύ κάθε ορόφου μοντελοποιούνται με τα στοιχεία πλάκας λόγω του μικρού τους πάχους. Οι διαστάσεις και οι ιδιότητες των δύο τύπων στοιχείων υπολογίζονται από τα κατασκευαστικά σχέδια. Οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας και της πυκνότητας βασίζονται στις ιδιότητες των υλικών. Για την ακριβέστερη μοντελοποίηση της κατανομής της μάζας, οι μάζες όλων των επιμέρους στοιχείων της κατασκευής ζυγίζονται. Τα διαγώνια συρματόσχοινα μοντελοποιούνται με στοιχεία ράβδου. Για τη μοντελοποίηση της μη άκαμπτης σύνδεσης της κατασκευής με το έδαφος, χρησιμοποιήθηκαν γραμμικά στοιχεία ελατηρίων, έτσι ώστε να επιτρέπεται κατά ένα ποσό η περιστροφή της βάσης κατά μήκος της ισχυρότερης κατεύθυνσης της κατασκευής. Η ακαμψία των ελατηρίων υπολογίστηκε έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η διαφορά μεταξύ της πρώτης μετρούμενης καμπτικής ιδιομορφής, κατά μήκος της ισχυρής κατεύθυνσης y , και της αντίστοιχης πρώτης καμπτικής ιδιομορφής ενός ονομαστικού μοντέλου της κατασκευής.



Σχήμα 6.7. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με τους 546 βαθμούς ελευθερίας.

Το τελικό μοντέλο αποτελείται από 3 στοιχεία δοκού, 72 στοιχεία πλάκας (24 στοιχεία ανά όροφο) και 6 στοιχεία ελατηρίου. Υπάρχουν συνολικά 546 βαθμοί ελευθερίας. Για τα στοιχεία πλάκας που βρίσκονται στις περιοχές συνδέσεις των κολώνων με τους ορόφους έγινε η υπόθεση ότι είναι πολύ άκαμπτα, ώστε να μοντελοποιηθεί η μεγάλη ακαμψία σε αυτά τα μέρη της κατασκευής. Κατά τη μοντελοποίηση, αυτό επιτεύχθηκε δίνοντας μία μεγάλη τιμή στο μέτρο ελαστικότητας των αντίστοιχων δύσκαμπτων στοιχείων πλάκας. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε με βάση τις υποθέσεις μοντελοποίησης, τα κατασκευαστικά σχέδια και τις ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιούνται, αναφέρεται ως αρχικό (ονομαστικό) μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής.

Στη συνέχεια, η ακαμψία των κολώνων και των συρματόσχοινων αναγνωρίζεται πειραματικά χρησιμοποιώντας τις διαμορφώσεις D_{000} και D_{111} , αντίστοιχα, καθώς και τα μετρητικά δεδομένα που αντιστοιχούν σε αυτές τις δομικές διαμορφώσεις. Αρχικά, εξετάζεται η διαμόρφωση της κατασκευής D_{111} που δεν περιλαμβάνει κανένα διαγώνιο συρματόσχοινο, προκειμένου να υπολογιστεί η ακαμψία των κολώνων με βάση τα μετρητικά δεδομένα. Σε αυτή την περίπτωση, το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων παραμετροποιείται εισάγοντας κατάλληλες παράμετρος ακαμψίας. Πιο συγκεκριμένα, θεωρούνται τρεις παράμετρος θ_1 , θ_2 και θ_3 , καθεμία εκ των οποίων παραμετροποιεί το μέτρο ελαστικότητας των στοιχείων πλάκας κάθε ορόφου, έτσι ώστε, $E_i = \theta_i E_{0i}$, για $i = 1, 2, 3$, όπου E_{0i} είναι η ονομαστική τιμή του μέτρου ελαστικότητας των στοιχείων πλάκας στο αρχικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και E_i είναι η αναθεωρημένη τιμή του μέτρου ελαστικότητας κάθε στοιχείου πλάκας. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αντιστοιχεί σε τιμές των παραμέτρων $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 1$, αντιστοιχεί στο αρχικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Οι ιδιότητες ακαμψίας των στοιχείων που δεν παραμετροποιούνται ισούνται με τις ονομαστικές τιμές του αρχικού μοντέλου της κατασκευής. Ο τρόπος παραμετροποίησης του μοντέλου της κατασκευής φαίνεται στο Σχήμα 6.8α.



Σχήμα 6.8 Τρόποι παραμετροποίησης (α) για την κατασκευή D_{111} χωρίς διαγώνια στοιχεία (β) για την κατασκευή D_{000} με διαγώνια στοιχεία.

Οι παράμετροι θ_1 , θ_2 και θ_3 που αντιστοιχούν στην ακαμψία των στοιχείων πλάκας κάθε ορόφου, αναθεωρούνται ελαχιστοποιώντας το μέτρο των μορφικών υπολοίπων μεταξύ των μορφικών μετρητικών δεδομένων για αυτή τη δομική διαμόρφωση D_{111} και των προβλεπόμενων από το μοντέλο μορφικών χαρακτηριστικών. Τα μετρητικά δεδομένα αποτελούνται από τις συχνότητες και τις ιδιομορφές που προσδιορίζονται από τις δοκιμές ελεύθερης ταλάντωσης. Οι αναθεωρημένες τιμές του μέτρου ελαστικότητας των στοιχείων πλάκας κάθε ορόφου, θεωρούνται ως οι ονομαστικές τιμές για τα στοιχεία πλάκας για όλες τις δομικές διαμορφώσεις που περιλαμβάνουν διαγώνια συρματόσχοινα.

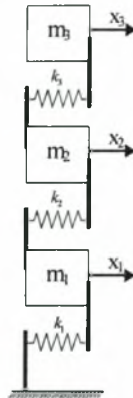
Στη συνέχεια εξετάζεται η δομική διαμόρφωση D_{000} , σύμφωνα με την οποία υπάρχει ένα διαγώνιο συρματόσχοινο σε κάθε όροφο της κατασκευής. Σε αυτή την περίπτωση, το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων παραμετροποιείται χρησιμοποιώντας τρεις παραμέτρους θ_1 , θ_2 και θ_3 που αντιστοιχούν στο μέτρο ελαστικότητας των διαγώνιων στοιχείων κάθε ορόφου, έτσι ώστε $E_i = \theta_i E_{0i}$, για $i = 1, 2, 3$, όπου E_{0i} είναι η ονομαστική τιμή του μέτρου ελαστικότητας των διαγώνιων στοιχείων του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και E_i είναι η αναθεωρημένη τιμή του μέτρου ελαστικότητας των διαγώνιων στοιχείων του κάθε ορόφου. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αντιστοιχεί σε τιμές των παραμέτρων $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 1$, αντιστοιχεί στο αρχικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για τη δομική διαμόρφωση D_{000} . Ο τρόπος παραμετροποίησης του μοντέλου της κατασκευής φαίνεται στο Σχήμα 6.8β.

Οι παράμετροι που αντιστοιχούν στην ακαμψία των διαγώνιων στοιχείων ράβδου κάθε ορόφου αναθεωρούνται ελαχιστοποιώντας το μορφικό υπόλοιπο ανάμεσα στα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά γι' αυτή τη δομική διαμόρφωση (D_{000}) και των αντίστοιχων μορφικών χαρακτηριστικών που προβλέπονται από το μοντέλο. Το αναθεωρημένο μοντέλο αντιστοιχεί στο μοντέλο που περιγράφει τη συμπεριφορά της κατασκευής στην κατάσταση αναφοράς (κατασκευή χωρίς βλάβη).

6.4.2 Παραμετρικό Μοντέλο με 3 Βαθμούς Ελευθερίας

Το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας της εργαστηριακής κατασκευής φαίνεται σχηματικά στο Σχήμα 6.9. Γίνεται η υπόθεση ότι οι μάζες m_1 , m_2 και m_3 κάθε ορόφου είναι ίσες μεταξύ τους, δηλαδή $m_1 = m_2 = m_3 = m_0$. Η ακαμψία κάθε ελατηρίου αντιστοιχεί στην ακαμψία κάθε κολώνας κάθε ορόφου συν την ακαμψία των διαγώνιων συρματόσχοινων των αντίστοιχων ορόφων, εφόσον αυτά υπάρχουν. Γίνεται η υπόθεση ότι οι ονομαστικές τιμές της ακαμψίας των ελατηρίων k_{01} , k_{02} και k_{03} είναι ίσες μεταξύ τους, δηλαδή $k_{01} = k_{02} = k_{03} = k_0$. Ο λόγος k_{0i} / m_0 , $i = 1, 2, 3$, ανάμεσα στις ονομαστικές τιμές των ακαμψιών και των μαζών του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας επιλέχθηκε ως αυτό που ελαχιστοποιεί το μέτρο της διαφοράς ανάμεσα στην πρώτη μετρούμενη ιδιομορφή για τη δομική διαμόρφωση

D_{000} και στην πρώτη ιδιομορφή που προβλέπεται από το μοντέλο της κατασκευής. Αυτό το μοντέλο αντιστοιχεί στο ονομαστικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής.



Σχήμα 6.9. Το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας.

Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων παραμετροποιείται χρησιμοποιώντας τρεις παραμέτρους θ_1 , θ_2 και θ_3 κάθε μία εκ των οποίων αντιστοιχεί στην ακαμψία κάθε ελατηρίου, έτσι ώστε $k_i = \theta_i k_{0i}$, για $i = 1, 2, 3$, όπου k_{0i} είναι η ονομαστική τιμή της ακαμψίας κάθε ελατηρίου στο ονομαστικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και k_i είναι η αναθεωρημένη τιμή της ακαμψίας κάθε ελατηρίου με βάση τα μετρητικά δεδομένα. Επομένως, το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 1$ αντιστοιχεί στο ονομαστικό μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας.

6.5 Μορφική Αναγνώριση









Οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές αναγνωρίστηκαν από μετρήσεις ελεύθερης ταλάντωσης. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για την αναγνώριση των μορφικών χαρακτηριστικών από μετρήσεις ελεύθερης ταλάντωσης περιγράφεται στην εργασία της Pavlidou (2003). Η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος από την οποία εξήχθησαν τα μορφικά χαρακτηριστικά χρησιμοποιώντας τις διαθέσιμες χρονικές ιστορίες απόκρισης, έγινε είτε με τη χρήση της μεθόδου βελτιστοποίησης Quasi-Newton, η οποία κάνει χρήση της πληροφορίας της παραγώγου, είτε με την υβριδική μέθοδο βελτιστοποίησης (Haralampidis et al. 2005) που συνδυάζει εξελικτικούς αλγόριθμους με μεθόδους βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου. Για το σκοπό αυτό, έχει αναπτυχθεί ένα κατάλληλο, φιλικό προς το χρήστη λογισμικό σε περιβάλλον προγραμματισμού Matlab (Pavlidou et al. 2003).

Σε όλες σχεδόν τις περιπτώσεις διέγερσης και για όλες τις περιπτώσεις βλάβης που εξετάζονται, αναγνωρίστηκαν εννέα ιδιομορφές, τρεις καμπτικές στην αδύνατη x κατεύθυνση, δύο καμπτικές στην ισχυρότερη y κατεύθυνση, δύο στρεπτικές και δύο τοπικές ιδιομορφές, χρησιμοποιώντας το λογισμικό μορφικής αναγνώρισης. Στον Πίνακα 6.1 φαίνονται οι αναγνωρισμένες ιδιοσυχνότητες για την κατάσταση αναφοράς (κατασκευή χωρίς βλάβη) και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, ενώ το Σχήμα 6.10 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες ιδιομορφές για την κατασκευή στην κατάσταση αναφοράς. Δεδομένου ότι οι συνιστώσες των ιδιομορφών μπορούν να υπολογιστούν μόνο στις θέσεις μέτρησης, οι κανονικοποιημένες συνιστώσες των ιδιομορφών παρουσιάζονται με τα κόκκινα βέλη στις θέσεις αυτές. Για λόγους σύγκρισης, δίπλα στις μετρούμενες ιδιομορφές παρουσιάζονται επίσης και οι ιδιομορφές που προβλέπονται από το βέλτιστο αναθεωρημένο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής.

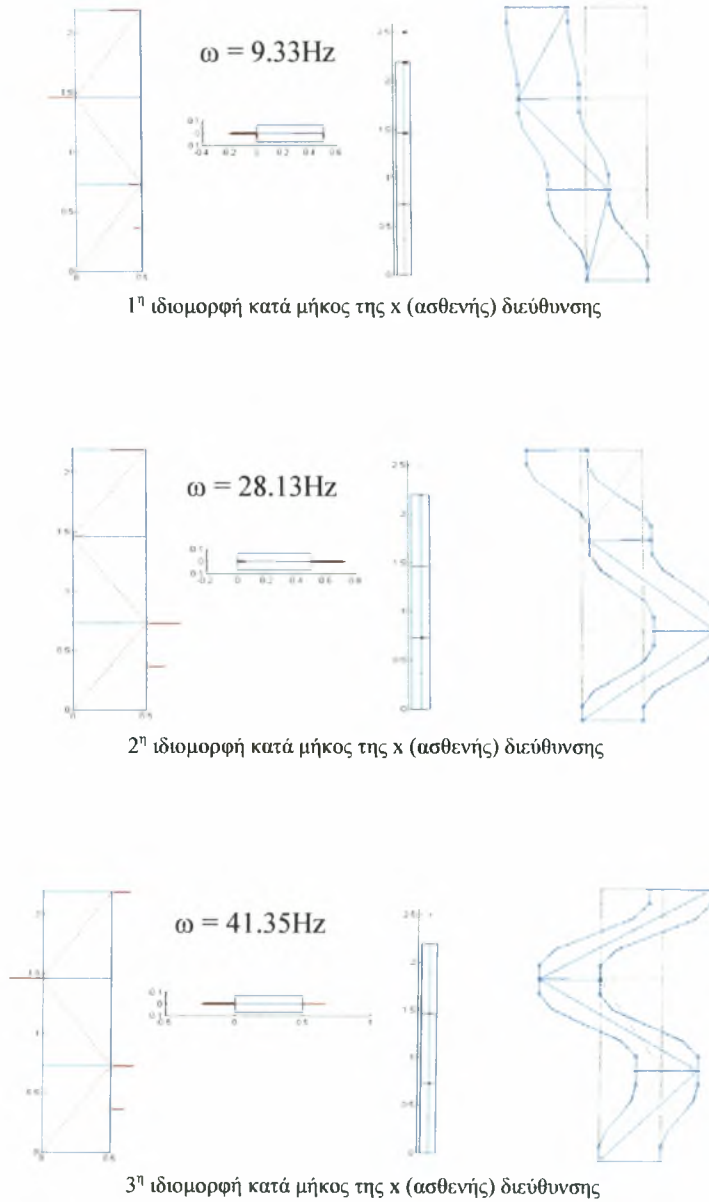
Ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα του πόσο καλά προβλέπει το βέλτιστο μορφικό μοντέλο τις μετρούμενες χρονικές ιστορίες απόκρισης των επιταχύνσεων από τους αισθητήρες 1 και 6 δείχνεται στο Σχήμα 6.6 για το χρονικό διάστημα 2 έως 5 δευτερόλεπτα. Και στις δύο περιπτώσεις παρατηρείται πάρα πολύ μικρή διαφορά μεταξύ των προβλεπόμενων και των μετρούμενων χρονικών ιστοριών.

Εξετάζοντας τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.1, αξίζει να σημειωθεί ότι ανεξαρτήτως την περίπτωση βλάβης που εξετάζεται, οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων των ιδιομορφών κατά μήκος της ισχυρής y διεύθυνσης, των στρεπτικών ιδιομορφών και των τοπικών ιδιομορφών, δε μεταβάλλονται. Με άλλα λόγια αυτές οι ιδιομορφές δεν επηρεάζονται από τις συγκεκριμένες μεταβολές της ακαμψίας που προκαλούνται στη δομή της κατασκευής. Αυτό φέρνει στο προσκήνιο την αναγκαιότητα για προσεκτική επιλογή των γνωρισμάτων των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν για να γίνει η διάκριση ανάμεσα στις κατασκευές με βλάβη και της κατασκευής χωρίς βλάβη.

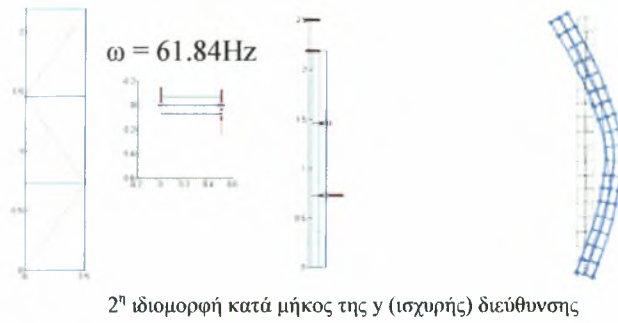
Πίνακας 6.1. Αναγνωρισμένες ιδιοσυχνότητες (Hz) για όλες τις περιπτώσεις βλάβης.

| Κατάσταση αναφοράς | Περιπτώσεις βλάβης | | | | | | | |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| |  |  |  |  |  |  |  |  |
| | 9.33 x* | 5.58 x | 6.26 x | 8.09 x | 5.89 x | 5.35 x | 4.76 x | 4.62 x |
| | 28.13 x | 24.60 x | 23.49 x | 17.33 x | 16.76 x | 14.50 x | 15.90 x | 13.77 x |
| | 41.35 x | 39.87 x | 34.47 x | 35.71 x | 24.09 x | 33.34 x | 34.67 x | 19.45 x |
| | 8.20 y | 8.15 y | 8.14 y | 8.20 y | 8.15 y | 8.16 y | 8.14 y | 8.21 y |
| | 61.84 y | 62.00 y | 61.65 y | 61.78 y | 61.63 y | 61.79 y | 61.65 y | 61.79 y |
| | 22.67 tor | 22.73 tor | 22.70 tor | 22.72 tor | 22.70 tor | 22.72 tor | 22.71 tor | 22.90 tor |
| | 93.26 tor | 93.28 tor | 93.15 tor | 93.14 tor | 93.36 tor | 93.22 tor | 93.25 tor | 93.45 tor |
| | 113.51 loc | 114.71 loc | 113.19 loc | 113.2 loc | 113.39 loc | 114.64 loc | 114.67 loc | 114.13 loc |
| | 117.21 loc | 117.67 loc | 117.09 loc | 117.15 loc | 117.23 loc | 117.56 loc | 117.61 loc | 117.35 loc |

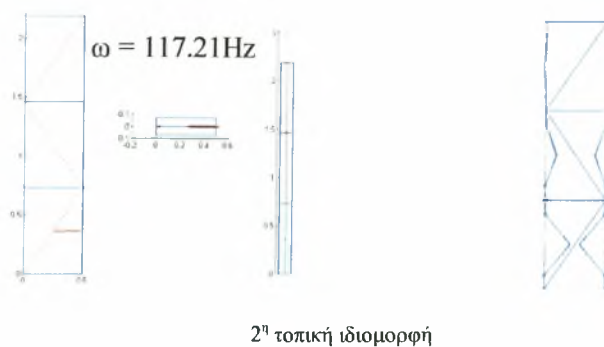
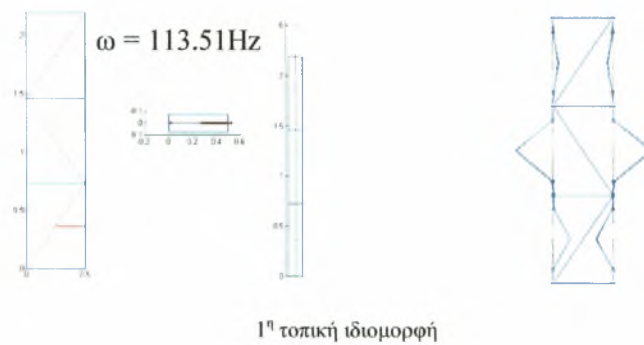
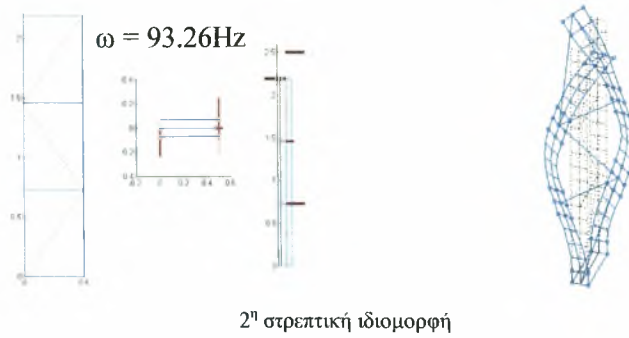
* x ,y= καμπτική ιδιομορφή κατά μήκος της ασθενούς και ισχυρής διεύθυνσης αντίστοιχα, tor= στρεπτική ιδιομορφή, loc= τοπική ιδιομορφή



Σχήμα 6.10α Αναγνωρισμένες και προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιομορφές της κατασκευής.



Σχήμα 6.10β Αναγνωρισμένες και προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιομορφές της κατασκευής.



Σχήμα 6.10γ Αναγνωρισμένες και προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιομορφές της κατασκευής.

Πρέπει να σημειωθεί ότι ενώ οι τοπικές ιδιοσυχνότητες μπορούν να αναγνωριστούν χρησιμοποιώντας τον αισθητήρα 5 (Σχήμα 6.5), είναι αδύνατον να εξαχθούν οι αντίστοιχες ιδιομορφές, καθώς απαιτούνται περισσότερα και κατάλληλα επιλεγμένα σημεία μέτρησης στο κέντρο των υπόλοιπων κολώνων των ορόφων. Οι τοπικές ιδιομορφές που φαίνονται στο Σχήμα 6.10 έχουν υπολογιστεί από το βέλτιστα αναθεωρημένο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής και δείχνονται για λόγους επίδειξης. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων έχει τέσσερις τοπικές ιδιομορφές στο εύρος συχνοτήτων από 113Hz - 135Hz.

6.6 Αναθεώρηση Μοντέλων Χρησιμοποιώντας τη Μέθοδο Ίσης Στάθμισης των Μορφικών Υπολοίπων

Στη συνέχεια παρουσιάζονται αποτελέσματα από την αναθεώρηση των μοντέλων που περιγράφηκαν στις προηγούμενες ενότητες, χρησιμοποιώντας τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά των τριών καμπτικών ιδιομορφών κατά μήκος της ασθενούς διεύθυνσης x . Χρησιμοποιείται η μέθοδος ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, με την αντικειμενική συνάρτηση να δίνεται από την εξίσωση (2.18) και τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας να ισούνται με μονάδα.

6.6.1 Μοντέλο 3 Βαθμών Ελευθερίας

Η συμπεριφορά της κατασκευής στην ασθενή διεύθυνση x περιγράφεται από το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας. Σκοπός είναι να αναθεωρηθούν οι τιμές των παραμέτρων της ακαμψίας του μοντέλου, θ_1 , θ_2 και θ_3 , χρησιμοποιώντας τα χαρακτηριστικά των τριών μετρούμενων καμπτικών ιδιομορφών κατά μήκος της ασθενούς διεύθυνσης x .


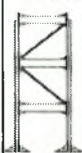





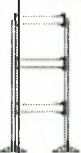
Στον Πίνακα 6.2 φαίνονται οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων για όλες τις εξεταζόμενες δομικές διαμορφώσεις που δίνονται στον Πίνακα 6.1. Για τις καταστάσεις βλάβης, η στήλη δίπλα από τις αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων δείχνει την ποσοστιαία μεταβολή των τιμών των παραμέτρων σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής. Παρατηρείται μια σημαντική μείωση της τάξης του 70% με 80% στις τιμές των παραμέτρων για τις περιπτώσεις όπου έχουν αφαιρεθεί τα συρματόσχοινα. Αυτή η μείωση δίνει μια εκτίμηση της συνεισφοράς που έχουν τα συρματόσχοινα στην πλευρική ακαμψία της κατασκευής. Επίσης, το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας μπορεί να αναγνωρίσει ξαφνικές μεταβολές στη δομή της κατασκευής που οφείλονται στην αφαίρεση του συρματόσχοινου. Συγκεκριμένα, μπορεί να προβλέψει με αξιοπιστία την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης με ικανοποιητική ακρίβεια.

Πίνακας 6.2. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, χρησιμοποιώντας το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας.

| Κατάσταση αναφοράς | Περιπτώσεις Βλάβης | | | | | | |
|--------------------|--------------------|------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|---------------|
| | D ₀₀₀ | D ₁₀₀ | % | D ₀₁₀ | % | D ₀₀₁ | % |
| θ_1 | 0.8414 | 0.2287 | -72.82 | 0.9571 | 13.76 | 0.9198 | 9.32 |
| θ_2 | 1.2115 | 1.1716 | -3.29 | 0.2219 | -81.68 | 0.9630 | -20.51 |
| θ_3 | 1.2288 | 1.1919 | -3.01 | 1.2886 | 4.86 | 0.2995 | -75.63 |

| | D ₀₀₀ | D ₀₁₁ | % | D ₁₀₁ | % | D ₁₁₀ | % | D ₁₁₁ | % |
|------------|------------------|------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|---------------|
| θ_1 | 0.8414 | 0.9576 | 13.82 | 0.2039 | -75.76 | 0.2356 | -71.99 | 0.2355 | -72.01 |
| θ_2 | 1.2115 | 0.2177 | -82.03 | 1.1285 | -6.85 | 0.2426 | -79.97 | 0.2470 | -79.61 |
| θ_3 | 1.2288 | 0.2887 | -76.51 | 0.3072 | -75.00 | 1.2781 | 4.01 | 0.2797 | -77.24 |

Πίνακας 6.3. Ποσοστιαία διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιουσχνότητες ($\Delta\omega$) και ιδομορφικές συνιστώσες ($\Delta\phi$), για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης.

| Κατάσταση αναφοράς | Περιπτώσεις Βλάβης | | | | | | | |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|--|---|
| | D ₀₀₀ | D ₁₀₀ | D ₀₁₀ | D ₀₀₁ | D ₀₁₁ | D ₁₀₁ | D ₁₁₀ | D ₁₁₁ |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $\Delta\omega$ | 0.45 | 0.12 | 0.53 | 0.53 | 1.34 | 4.10 | 1.51 | 1.39 |
| (%) | 1.52 | 1.14 | 1.32 | 3.02 | 2.41 | 2.02 | 2.59 | 1.81 |
| | 1.03 | 1.23 | 1.80 | 3.78 | 1.15 | 1.83 | 0.98 | 0.37 |
| $\Delta\phi$ | 9.12 | 7.69 | 3.82 | 5.64 | 4.10 | 4.79 | 5.63 | 6.84 |
| (%) | 13.88 | 5.19 | 5.59 | 10.06 | 12.22 | 10.16 | 1.54 | 12.34 |
| | 6.95 | 17.69 | 12.47 | 5.57 | 1.27 | 2.82 | 15.15 | 12.05 |

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι μικρές αυξομειώσεις της τάξης του 2% ως 20% στις τιμές των παραμέτρων που παρακολουθούν τις τοποθεσίες που δεν έχουν υποστεί βλάβη, οφείλονται στα σφάλματα μοντελοποίησης καθώς και στο θόρυβο των αβεβαιοτήτων. Αυτές οι διαφοροποιήσεις, και ειδικότερα οι μειώσεις, είναι πολύ μικρότερες από τις μειώσεις που παρατηρούνται στις περιπτώσεις όπου πραγματικά υπάρχει βλάβη, και

αγνοούνται στην ανάλυση των αποτελεσμάτων. Το μέγεθος της μείωσης, το οποίο οφείλεται στα σφάλματα μοντελοποίησης και στο θόρυβο των μετρήσεων (ή σε σφάλματα ανάλυσης των μετρήσεων), εξαρτάται από την κατασκευή και την κατηγορία μοντέλων που χρησιμοποιείται για τη διάγνωση βλάβων.

Στον Πίνακα 6.3 φαίνεται η ποσοστιαία διαφορά, $\Delta\omega$, ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιοσυχνότητες για την κατάσταση αναφοράς (κατασκευή χωρίς βλάβη) και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, καθώς επίσης και το αντίστοιχο ποσοστιαίο σφάλμα, $\Delta\phi$, για τις συνιστώσες των ιδιομορφών για κάθε βαθμό ελευθερίας. Παρατηρείται ότι η διαφορά είναι πάρα πολύ μικρή για τις ιδιοσυχνότητες ενώ το σφάλμα για τις συνιστώσες των ιδιομορφών είναι της τάξης του 10%.

6.6.2 Λεπτομερές Μοντέλο

Η συμπεριφορά της κατασκευής περιγράφεται από το μοντέλο των 546 βαθμών ελευθερίας. Η παραμετροποίηση του μοντέλου φαίνεται στο Σχήμα 6.8β. Σκοπός είναι να αναθεωρηθούν οι τιμές των παραμέτρων ακαμψίας του μοντέλου, θ_1 , θ_2 και θ_3 , χρησιμοποιώντας τα μορφικά χαρακτηριστικά των αναγνωρισμένων ιδιομορφών. Για να είναι δυνατή η άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων, με τα αποτελέσματα της περίπτωσης του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας, η αναθεώρηση γίνεται χρησιμοποιώντας μόνο τα μορφικά χαρακτηριστικά των τριών καμπτικών ιδιομορφών κατά μήκος της ασθενούς διεύθυνσης x .

Στον Πίνακα 6.4 δίνονται οι αναθεωρημένες τιμές των παραμέτρων για όλες τις εξεταζόμενες δομικές διαμορφώσεις του Σχήματος 6.4. Επιπλέον, δίνεται και η ποσοστιαία μεταβολή των τιμών των παραμέτρων σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής.

Όπως αναμενόταν, η ελάττωση των τιμών των παραμέτρων για τις τοποθεσίες όπου έχουν αφαιρεθεί τα συρματόσχοινα είναι της τάξης του 100%. Αυτό δείχνει ότι το μοντέλο μπορεί επιτυχώς να προσδιορίσει την ύπαρξη και τη θέση της βλάβης. Η μικρή μείωση των τιμών παραμέτρων, της τάξης ως και 14%, για τις τοποθεσίες χωρίς βλάβη οφείλεται στα σφάλματα μοντελοποίησης και την ύπαρξη θορύβου στις μετρήσεις.


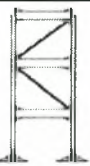





Στον Πίνακα 6.5 φαίνεται η ποσοστιαία διαφορά, $\Delta\omega$, ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιοσυχνότητες για την κατάσταση αναφοράς (κατασκευή χωρίς βλάβη) και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, καθώς επίσης και το αντίστοιχο ποσοστιαίο σφάλμα, $\Delta\phi$, για τις συνιστώσες των ιδιομορφών για κάθε βαθμό ελευθερίας. Προκύπτει ότι η διαφορά είναι πολύ μικρή για τις ιδιοσυχνότητες ενώ το σφάλμα για τις συνιστώσες των ιδιομορφών είναι της τάξης του 15%.

Πίνακας 6.4. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης, χρησιμοποιώντας το λεπτομερές μοντέλο.

| Κατάσταση αναφοράς | Περιπτώσεις Βλάβης | | | | | | |
|--------------------|--------------------|------------------|--------|------------------|---------|------------------|---------|
| | D ₀₀₀ | D ₁₀₀ | % | D ₀₁₀ | % | D ₀₀₁ | % |
| θ_1 | 0.4766 | 0.0012 | -99.75 | 0.5056 | 6.09 | 0.4766 | 0.00 |
| θ_2 | 0.4749 | 0.4749 | 0.00 | 0.0000 | -100.00 | 0.4749 | -0.01 |
| θ_3 | 0.6321 | 0.6013 | -4.88 | 0.5328 | -15.71 | 0.0000 | -100.00 |

| | D ₀₀₀ | D ₀₁₁ | % | D ₁₀₁ | % | D ₁₁₀ | % |
|------------|------------------|------------------|---------|------------------|---------|------------------|---------|
| θ_1 | 0.4766 | 0.4537 | -4.81 | 0.0000 | -100.00 | 0.0000 | -100.00 |
| θ_2 | 0.4749 | 0.0000 | -100.00 | 0.0163 | -96.56 | 0.4749 | -0.01 |
| θ_3 | 0.6321 | 0.0000 | -100.00 | 0.5444 | -13.88 | 0.0000 | -100.00 |

Πίνακας 6.5. Ποσοστιαία διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιοσυχνότητες ($\Delta\omega$) και ιδομορφικές συνιστώσες ($\Delta\phi$), για την κατάσταση αναφοράς και τις εξεταζόμενες περιπτώσεις βλάβης.

| Κατάσταση αναφοράς | Περιπτώσεις Βλάβης | | | | | | |
|--------------------|---|---|---|---|---|--|---|
| | D ₀₀₀ | D ₁₀₀ | D ₀₁₀ | D ₀₀₁ | D ₀₁₁ | D ₁₀₁ | D ₁₁₀ |
| |  |  |  |  |  |  |  |
| $\Delta\omega$ | 1.23 | 0.26 | 2.61 | 1.72 | 2.36 | 0.60 | 2.28 |
| (%) | 0.73 | 3.56 | 0.80 | 3.14 | 2.97 | 1.12 | 1.35 |
| | 0.25 | 0.66 | 0.10 | 3.45 | 1.52 | 4.90 | 0.13 |
| $\Delta\phi$ | 4.72 | 6.72 | 3.49 | 7.35 | 3.75 | 6.95 | 6.21 |
| (%) | 18.90 | 19.62 | 5.36 | 15.09 | 15.62 | 4.45 | 5.77 |
| | 16.46 | 32.27 | 6.30 | 5.63 | 11.75 | 7.02 | 4.06 |

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας με αυτά του λεπτομερούς μοντέλου, προκύπτει το γενικό συμπέρασμα ότι και τα δύο μοντέλα μπορούν αξιόπιστα να προσδιορίσουν τη θέση και τη μέγεθος της βλάβης, τουλάχιστον για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις βλάβης που εξετάζονται, όπου η βλάβη που εισάγεται είναι μεγάλη. Το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας απαιτεί πολύ λιγότερη υπολογιστική προσπάθεια από ότι το λεπτομερές μοντέλο. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα στους Πίνακες 6.5 και 6.3, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι και τα δύο μοντέλα προβλέπουν αρκετά καλά τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά, αν και το λεπτομερές μοντέλο παρουσιάζει δυνατότητες καλύτερης πρόβλεψης των μετρούμενων ιδιομορφικών συνιστωσών, όπως αυτό ήταν αναμενόμενο. Το λεπτομερές μοντέλο αναμένεται να έχει πολύ καλύτερη απόδοση σε εφαρμογές διάγνωσης βλαβών όπου το μέγεθος της βλάβης είναι σχετικά μικρό.

6.7 Αναθεώρηση Μοντέλων Χρησιμοποιώντας τη Μέθοδο Πολυκριτηριακής Αναγνώρισης

6.7.1 Μοντέλο 3 Βαθμών Ελευθερίας

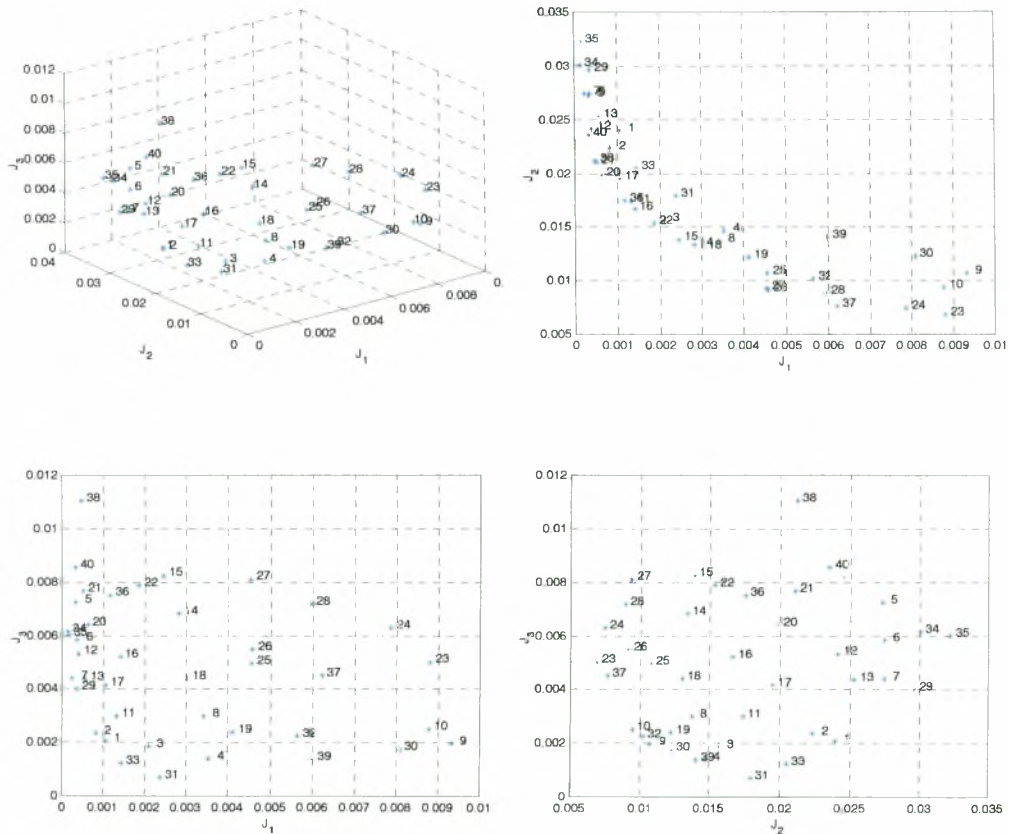
Χρησιμοποιείται η μέθοδος πολυκριτηριακής αναγνώρισης για την αναθεώρηση των τιμών των παραμέτρων ακαμψίας θ_1 , θ_2 και θ_3 του μοντέλου 3 βαθμών ελευθερίας χρησιμοποιώντας τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά των τριών καμπτικών ιδιομορφών κατά μήκος της ασθενούς διεύθυνσης x .

Αρχικά, τα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σύμφωνα με την ομαδοποίηση Γ' , όπως αυτή περιγράφεται στην Ενότητα 2.4.3 (εξ. 2.15). Επομένως, υπάρχουν τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις, κάθε μία από τις οποίες εκφράζει το μορφικό υπόλοιπο ανάμεσα στη μετρούμενη και την προβλεπόμενη από το μοντέλο ιδιοσυχνότητα και των αντίστοιχων συνιστωσών των ιδιομορφών.

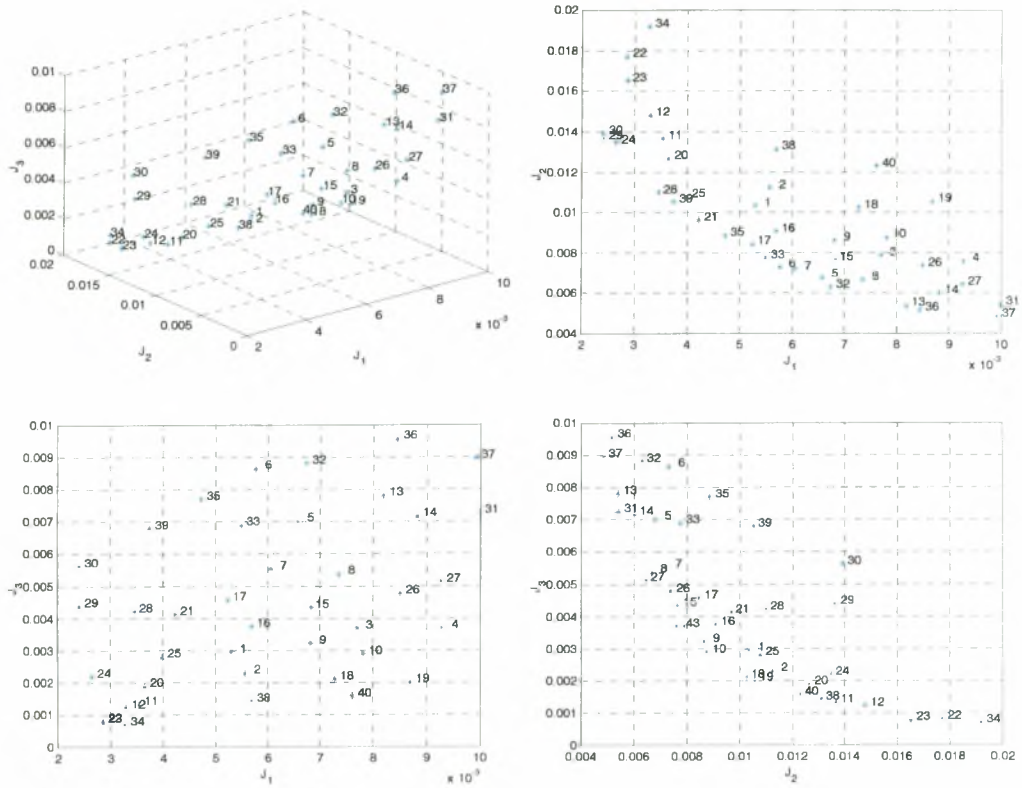
Στα Σχήματα 6.11 και 6.12 φαίνεται το μέτωπο Pareto στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων για την κατασκευή στην κατάσταση αναφοράς, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SPEA για $N_{gen} = 100$ και $N_{gen} = 1000$ γενεές, αντίστοιχα. Επιλέχθηκαν $N' = 40$ μη-κυριαρχούμενες λύσεις από την ομάδα λύσεων P' (Zitzler and Thiele 1999, Haralampidis et al. 2005). Η έρευνα για την εύρεση των Pareto βέλτιστων λύσεων $\hat{\theta}$ περιορίστηκε στην περιοχή που ορίζεται από την ανισότητα $J_i(\theta) \leq 0.035$ για $i = 1, 2, 3$. Στο Σχήμα 6.13, φαίνονται οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο πεδίο των παραμέτρων καταναμημένες κατά αύξουσα τιμή της $J_1(\hat{\theta})$. Έτσι, η πρώτη από αριστερά λύση αντιστοιχεί στο $\min(J_1(\hat{\theta}))$, ενώ η τελευταία αντιστοιχεί στο $\max(J_1(\hat{\theta}))$.

Όσο αυξάνεται ο αριθμός των γενεών από 100 σε 1000, οι λύσεις που παρέχονται από τη μέθοδο SPEA τείνουν στις Pareto βέλτιστες λύσεις. Ειδικότερα, 100 γενεές δεν

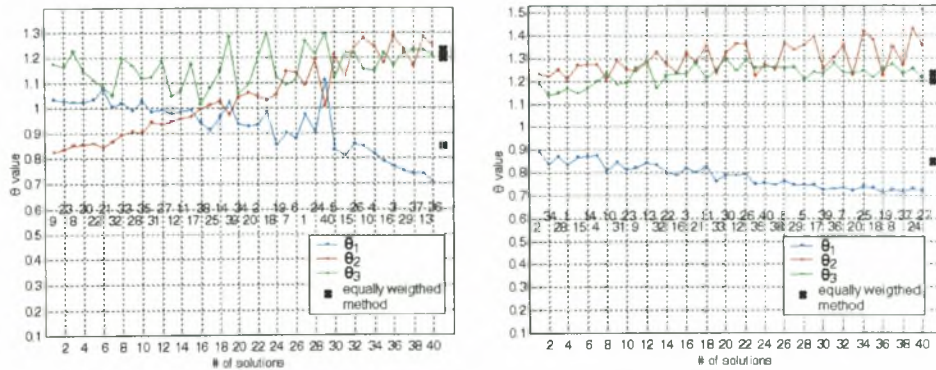
είναι αρκετές ώστε να επιτευχθεί σύγκλιση. Αυτό γίνεται εμφανές συγκρίνοντας τα Σχήματα 6.11 και 6.12, όπου φαίνεται ότι το μέτωπο Pareto για την περίπτωση $Ngen = 1000$, είναι υπό-χώρος του μετώπου Pareto για $Ngen = 100$. Επίσης, συγκρίνοντας τα Σχήματα 6.13α και 6.13β, φαίνεται ότι η διακύμανση των τιμών των παραμέτρων για τις Pareto βέλτιστες λύσεις για την περίπτωση $Ngen = 1000$ είναι ομαλότερη από αυτή για την περίπτωση $Ngen = 100$.



Σχήμα 6.11. Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Γ' , στο χώρο των παραμέτρων για $Ngen=100$ χρησιμοποιώντας το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας.



Σχήμα 6.12. Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Γ' , στο χώρο των παραμέτρων για $N_{gen}=1000$ χρησιμοποιώντας το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας.

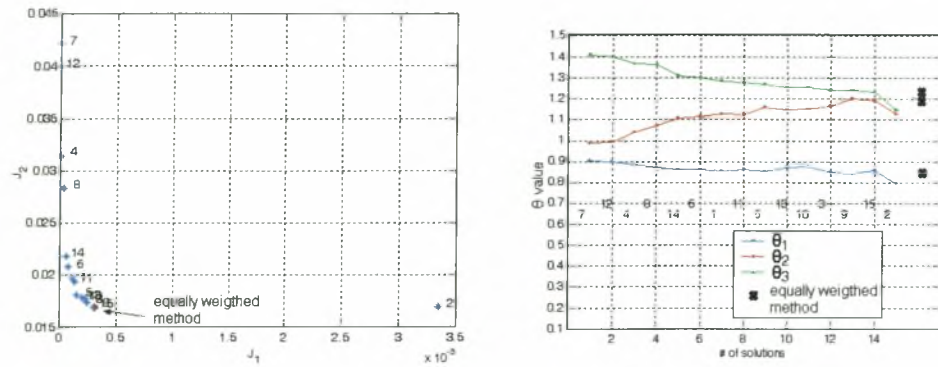


Σχήμα 6.13. Οι Pareto βέλτιστες λύσεις για την ομαδοποίηση Γ' στο χώρο των παραμέτρων για (α) 100 και (β) 1000 γενεές, για το μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας. ($J_i(x) \leq 0.035, i=1, 2, 3$).

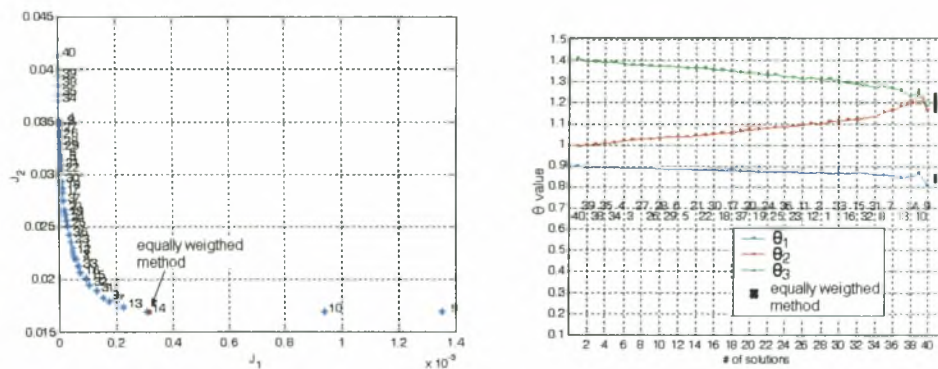
Τα αποτελέσματα του Σχήματος 6.13β δείχνουν ότι υπάρχει μια διαφοροποίηση, μέχρι και 25%, στις τιμές των παραμέτρων που αντιστοιχούν στις Pareto βέλτιστες λύσεις. Παραδείγματος χάριν, η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου θ_1 μεταβάλλεται από 0.9 έως 0.7. Επίσης, τα αποτελέσματα στο Σχήμα 6.12 δείχνουν ότι τα μορφικά υπόλοιπα που αντιστοιχούν στις Pareto βέλτιστες λύσεις μπορεί να διαφέρουν μέχρι και μία τάξη μεγέθους για όλες τις ομάδες των μορφικών χαρακτηριστικών. Στην εργασία των Haralampidis et al. (2005) έχει δειχθεί ότι τέτοιες διαφοροποιήσεις οδηγούν σε σημαντική διαφοροποίηση των προβλέψεων (απόκρισης και αξιοπιστίας) των Pareto βέλτιστων μοντέλων. Το πόσο μεγάλη είναι η μεταβλητότητα στις Pareto βέλτιστες λύσεις εξαρτάται από το πόσο μεγάλο είναι το σφάλμα μοντελοποίησης και το σφάλμα στις μετρήσεις.

Στη συνέχεια τα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σύμφωνα με την ομαδοποίηση Β' σε δύο ομάδες. Η πρώτη ομάδα αντιπροσωπεύει το συνολικό μορφικό υπόλοιπο ανάμεσα στις τρεις μετρούμενες και τις αντίστοιχες προβλεπόμενες από το μοντέλο καμπτικές ιδιοσυχνότητες, ενώ η δεύτερη ομάδα αντιπροσωπεύει το συνολικό μορφικό υπόλοιπο ανάμεσα στις αντίστοιχες μετρούμενες και προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιομορφικές συνιστώσες. Το μέτωπο Pareto στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής, για $N_{gen} = 100$ και $N_{gen} = 1000$, φαίνονται στο Σχήμα 6.14. Τα αντίστοιχα Pareto βέλτιστα αποτελέσματα για τη δομική διαμόρφωση D_{100} της κατασκευής φαίνονται στο Σχήμα 6.15. Η έρευνα για την εύρεση των Pareto βέλτιστων λύσεων θ περιορίστηκε στην περιοχή που ορίζεται από τις ανισότητες $J_1(x) \leq 0.005$ και $J_2(x) \leq 0.03$. Δεδομένου ότι τώρα υπάρχουν μόνο δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, ο χώρος των αντικειμενικών συναρτήσεων είναι διδιάστατος και το μέτωπο Pareto είναι περισσότερο εμφανές. Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι οι 100 γενεές δεν είναι αρκετές να επιτευχθεί σύγκλιση. Από τα αποτελέσματα στα Σχήματα 6.14δ και 6.15δ, παρατηρείται μια σχετικά μεγάλη μεταβλητότητα στις τιμές των Pareto βέλτιστων λύσεων. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα στο Σχήμα 6.14δ, τα οποία λαμβάνονται όταν τα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σύμφωνα με την ομαδοποίηση Β', και τα αποτελέσματα στο Σχήμα 6.13β τα οποία λαμβάνονται όταν τα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σύμφωνα με την ομαδοποίηση Γ', προκύπτει ότι οι Pareto βέλτιστες λύσεις εξαρτώνται και από τον τρόπο ομαδοποίησης των μορφικών χαρακτηριστικών που χρησιμοποιείται για την αναθεώρηση των μοντέλων.

Τέλος, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα στα Σχήματα 6.14δ και 6.15δ, φαίνεται ότι όλες οι Pareto βέλτιστες λύσεις που προκύπτουν μπορούν επιτυχώς να δώσουν μία εκτίμηση για την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης.

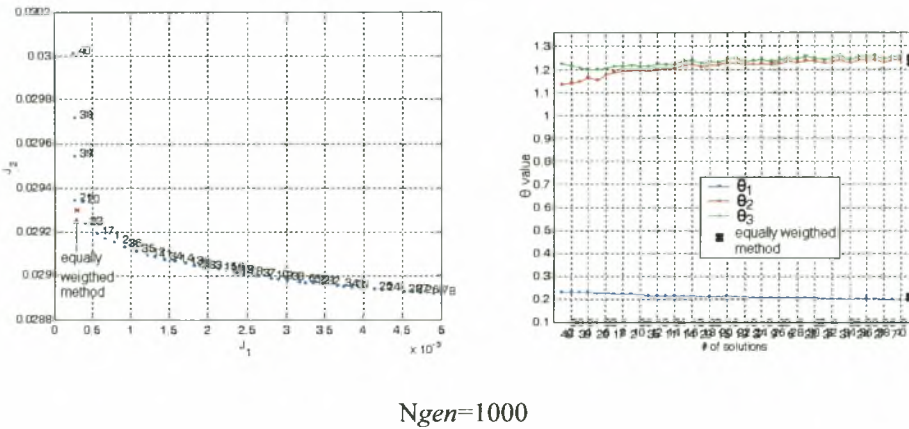
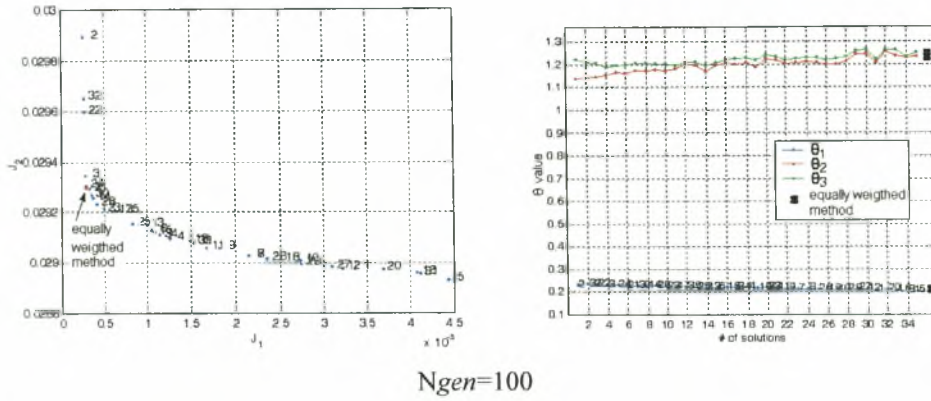


Ngen=100



Ngen=1000

Σχήμα 6.14. Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Β' και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για την κατάσταση αναφοράς της κατασκευής (D_{000}), για 100 και 1000 γενεές, βάσει του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας.



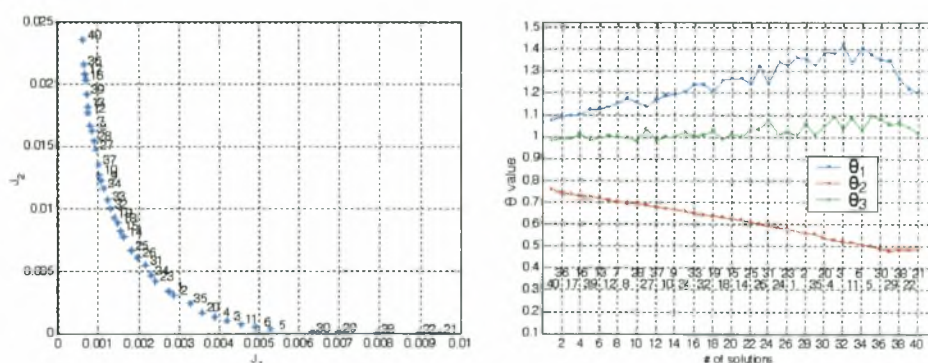
Σχήμα 6.15. Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση Β' και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τη διαμόρφωση D_{100} της κατασκευής, για 100 και 1000 γενεές, βάσει του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας.

6.7.2 Λεπτομερές Μοντέλο

Η συμπεριφορά της κατασκευής D_{111} (Σχήμα 6.8α) περιγράφεται από το μοντέλο των 546 βαθμών ελευθερίας. Σκοπός είναι να αναθεωρηθούν οι τιμές των παραμέτρων ακαμψίας του μοντέλου, θ_1 , θ_2 και θ_3 , χρησιμοποιώντας τα αναγνωρισμένα μορφικά χαρακτηριστικά του Πίνακα 6.1.

Τα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σε δύο ομάδες ανάλογα με τον τύπο τους. Η πρώτη ομάδα περιέχει τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά (ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές) των τριών καμπτικών ιδιομορφών κατά μήκος της ασθενούς διεύθυνσης x , ενώ η δεύτερη ομάδα περιέχει τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά των δύο καμπτικών ιδιομορφών κατά μήκος της ισχυρής διεύθυνσης y . Επομένως υπάρχουν δύο αντικειμενικές συναρτήσεις $J_1(\theta)$ και $J_2(\theta)$ που πρέπει να ελαχιστοποιηθούν ταυτόχρονα.

Το μέτωπο Pareto στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για την κατασκευή χωρίς διαγώνια στοιχεία D_{111} , φαίνονται στα Σχήματα 6.16α και 6.16β, αντίστοιχα. Χρησιμοποιήθηκαν $N_{gen} = 100$ γενεές. Για να αναγνωριστεί και να περιγραφεί λεπτομερώς ολόκληρο το μέτωπο Pareto επιλέχθηκαν $N^1 = 40$ μη-κυριαρχούμενες λύσεις από την ομάδα λύσεων P^1 . Η έρευνα για την εύρεση των Pareto βέλτιστων λύσεων $\hat{\theta}$ περιορίστηκε στην περιοχή που ορίζεται από τις ανισότητες $J_i(x) \leq 0.02$ για $i = 1, 2$ και $J_3(x) \leq 0.06$. Οι Pareto λύσεις που βρίσκονται εκτός αυτής της περιοχής θεωρούνται μη αποδεκτές στην αναγνώριση των κατασκευών γιατί αντιστοιχούν σε λύσεις όπου το σφάλμα ανάμεσα στα μετρούμενα και στα προβλεπόμενα από το μοντέλο μορφικά χαρακτηριστικά είναι μεγάλο.



Σχήμα 6.16. Το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τη διαμόρφωση D_{111} της κατασκευής, βάσει του λεπτομερούς μοντέλου ($N_{gen} = 100$).

Παρατηρείται μια σχετικά μεγάλη μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων θ_1 και θ_3 . Από την άλλη, για όλες τις Pareto βέλτιστες λύσεις η μεταβλητότητα στις τιμές της παραμέτρου θ_2 είναι μικρή. Οι Pareto λύσεις αντιστοιχούν σε μορφικά υπόλοιπα που διαφέρουν περισσότερο και από μία τάξη μεγέθους και για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις $J_1(\theta)$ και $J_2(\theta)$.

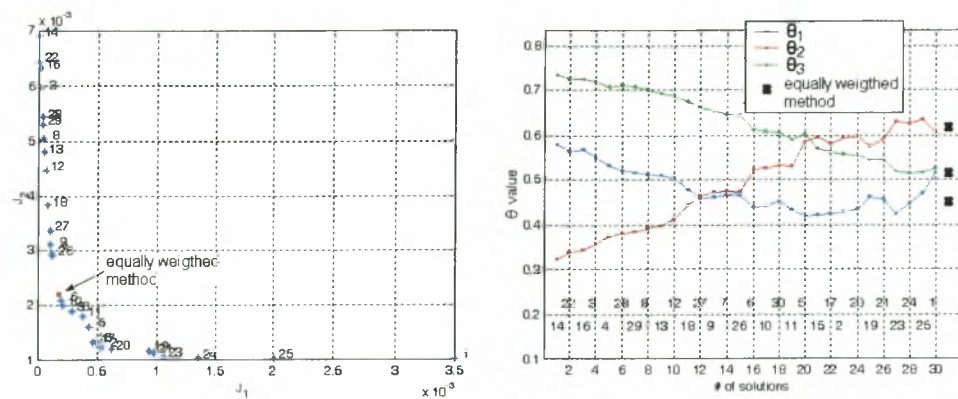
Στη συνέχεια τα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σύμφωνα με την ομαδοποίηση B'. Εξετάζεται η κατασκευή τόσο στην κατάσταση αναφοράς, D_{000} , όσο και όταν έχει τη διαμόρφωση D_{100} , που αντιστοιχεί στην κατασκευή με βλάβη όπου λείπει το συρματόσχοινο του πρώτου ορόφου. Και στις δύο περιπτώσεις για την αναθεώρηση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν μόνο τα μορφικά χαρακτηριστικά των τριών καμπτικών ιδιομορφών κατά μήκος της ασθενούς διεύθυνσης x .

Το μέτωπο Pareto στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων, φαίνονται στα Σχήματα 6.17 και 6.18, αντίστοιχα. Χρησιμοποιήθηκαν $N_{gen} = 100$ γενεές. Για να αναγνωριστεί και να περιγραφεί λεπτομερώς ολόκληρο το μέτωπο Pareto επιλέχθηκαν $N' = 40$ μη-κυριαρχούμενες λύσεις από την ομάδα λύσεων P' . Η έρευνα για την εύρεση των Pareto βέλτιστων λύσεων $\hat{\theta}$ περιορίστηκε στην περιοχή που ορίζεται από τις ανισότητες $J_i(x) \leq 0.02$ για $i = 1, 2$.

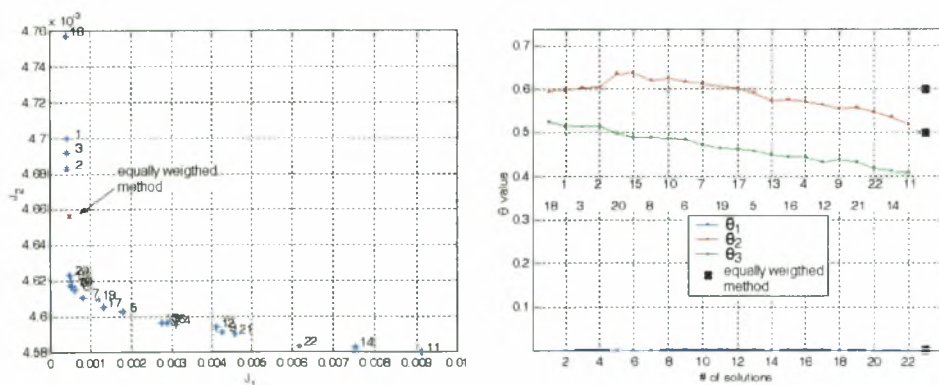
Και για τις δύο δομικές διαμορφώσεις παρατηρείται μια σχετικά μεγάλη μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων θ_1 , θ_2 και θ_3 . Για την κατασκευή στην κατάσταση αναφοράς D_{000} , οι Pareto λύσεις αντιστοιχούν σε μορφικά υπόλοιπα που διαφέρουν περισσότερο και από μία τάξη μεγέθους και για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Για τη διαμόρφωση της κατασκευής D_{100} , το μορφικό υπόλοιπο $J_2(\hat{\theta})$ κατά μήκος των Pareto σημείων δε μεταβάλλεται σημαντικά. Ειδικότερα, μεταβάλλεται από $4.58E-3$ έως $4.76E-3$. Αντίθετα, το μορφικό υπόλοιπο $J_1(\hat{\theta})$ κατά μήκος των Pareto σημείων μεταβάλλεται κατά περίπου δύο τάξης μεγέθους, από 0.004 έως 0.01.

Συγκρίνοντας τη μεταβλητότητα των παραμέτρων θ_1 για τις δύο δομικές διαμορφώσεις, είναι εμφανές ότι στην περίπτωση D_{100} η ακαμψία του διαγώνιου συρματόσχοινο του πρώτου ορόφου έχει ελαττωθεί σημαντικά, πράγμα το οποίο είναι ενδεικτικό της βλάβης αυτού του στοιχείου. Παρατηρείται επίσης, ότι η διακύμανση των τιμών των παραμέτρων θ_2 και θ_3 στην κατάσταση αναφοράς D_{000} είναι μεγαλύτερη από ότι στη διαμόρφωση με βλάβη D_{100} . Τέλος, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στα Σχήματα 6.17β και 6.18β, προκύπτει ότι η βλάβη στον πρώτο όροφο, που οφείλεται στην αφαίρεση του συρματόσχοινο, προβλέπεται από όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα.

Συνοψίζοντας, προκύπτει το συμπέρασμα ότι τόσο το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας όσο και το λεπτομερέστερο μοντέλο μπορούν να αναγνωρίσουν ξαφνικές αλλαγές στα χαρακτηριστικά της κατασκευής, που σχετίζονται με την αφαίρεση συρματόσχοινων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι περιπτώσεις βλάβης που μελετήθηκαν, προκαλούν μεταβολές μόνο στις ιδιομορφές κατά μήκος της x διεύθυνσης, και οι οποίες περιγράφονται και από τα δύο μοντέλα.



Σχήμα 6.17 Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση B' και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τη διαμόρφωση D_{000} της κατασκευής, βάσει του λεπτομερούς μοντέλου ($N_{gen}=100$).



Σχήμα 6.18 Το μέτωπο Pareto για την ομαδοποίηση B' και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τη διαμόρφωση D_{100} της κατασκευής, βάσει του λεπτομερούς μοντέλου ($N_{gen}=100$).

6.8 Αναθεώρηση Μοντέλων Χρησιμοποιώντας τη Μέθοδο Βέλτιστης Στάθμισης των Μορφικών Υπολοίπων

Ο σκοπός αυτής της ενότητας είναι να βρεθούν τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων και να συγκριθούν με τα αποτελέσματα που βρέθηκαν χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ίσης στάθμισης των υπολοίπων και τη μέθοδο πολυκριτηριακής αναγνώρισης. Χρησιμοποιούνται αντιπροσωπευτικές δομικές διαμορφώσεις της κατασκευής και αντιπροσωπευτικοί τρόποι ομαδοποίησης των μορφικών χαρακτηριστικών για να γίνει επίδειξη της αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθοδολογίας βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

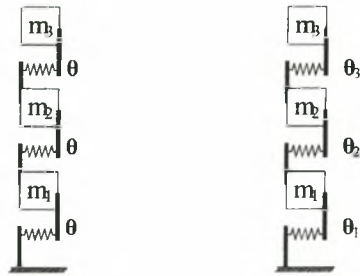
6.8.1 Μοντέλο 3 Βαθμών Ελευθερίας

Χρησιμοποιείται το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας για να περιγραφεί η δομική διαμόρφωση D_{111} της κατασκευής. Για λόγους επίδειξης, χρησιμοποιούνται και οι τρεις καμπτικές ιδιομορφές στη διεύθυνση x . Τα μορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σε δύο ομάδες, σύμφωνα με την ομαδοποίηση Β'. Η πρώτη μορφική ομάδα περιέχει όλες τις αναγνωρισμένες καμπτικές ιδιοσυχνότητες, ενώ η δεύτερη όλες τις αναγνωρισμένες ιδιομορφικές συνιστώσες.

Θεωρούνται δύο παραμετρικές κατηγορίες μοντέλων M_1 και M_3 , οι οποίες παραμετροποιούνται με μία και με τρεις παραμέτρους, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.19. Στην πρώτη κατηγορία μοντέλων M_1 γίνεται η υπόθεση ότι οι ακαμψίες και των τριών ελατηρίων είναι πλήρως εξαρτημένες, ενώ στη δεύτερη κατηγορία μοντέλων M_3 γίνεται η υπόθεση ότι η ακαμψία κάθε ελατηρίου είναι ανεξάρτητη, $k_i = \theta_i k_0$, $i = 1, 2, 3$. Επομένως, η δεύτερη κατηγορία μοντέλων έχει μεγαλύτερη ευελιξία για να προβλέψει καλά όλα τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά.

Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}(\hat{\omega})$ και $\hat{\theta}_{w=1}$ των παραμέτρων της κατηγορίας μοντέλων M_3 και οι αντίστοιχες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προκύπτουν από τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, φαίνονται στον Πίνακα 6.6. Επίσης, στον ίδιο πίνακα φαίνεται τόσο η ποσοστιαία διαφορά $\Delta \hat{\theta}$ ανάμεσα στις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των βέλτιστων μοντέλων που προβλέπονται από τις δύο μεθόδους, όσο και η ποσοστιαία διαφορά $\Delta \omega$ ανάμεσα στις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες.

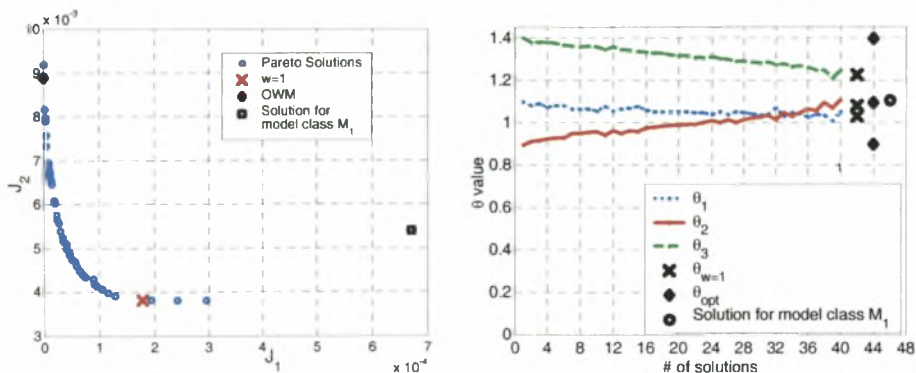
Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{opt}$ και $\hat{\theta}_{w=1}$ των δομικών παραμέτρων που προβλέπονται από τις δύο μεθοδολογίες διαφέρουν κατά 17% για την παράμετρο που αντιστοιχεί στον 1° όροφο, 16% για την παράμετρο που αντιστοιχεί στον 2° όροφο και 14% για την παράμετρο που αντιστοιχεί στον 3° όροφο. Επομένως, υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στις τιμές των δομικών παραμέτρων που προβλέπουν οι δύο μεθοδολογίες.



Σχήμα 6.19 (α) Κατηγορία μοντέλων M_1 και (β) Κατηγορία μοντέλων M_3 για το μοντέλο των 3 βαθμών ελευθερίας, που παριστά την κατασκευή D_{111} .

Πίνακας 6.6. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατηγορία μοντέλων M_3 και οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες χρησιμοποιώντας τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

| | | μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων | | μέθοδος ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων | | |
|----------------------|--------|--|--------------------|---|--------------------|-----------------------------------|
| $\hat{\theta}_1$ | | 1.0920 | | 1.0309 | | $\Delta\hat{\theta}_1 = 5.93\%$ |
| $\hat{\theta}_2$ | | 0.8979 | | 1.0803 | | $\Delta\hat{\theta}_2 = -16.18\%$ |
| $\hat{\theta}_3$ | | 1.3927 | | 1.2236 | | $\Delta\hat{\theta}_3 = 13.82\%$ |
| $\hat{\omega}$ (Hz) | | $\omega(\hat{\theta})$ | $\Delta\omega(\%)$ | $\omega(\hat{\theta})$ | $\Delta\omega(\%)$ | |
| $\hat{\omega}_{1,z}$ | 4.618 | 4.618 | -0.01 | 4.682 | 1.38 ↑ | |
| $\hat{\omega}_{2,z}$ | 13.773 | 13.773 | 0.00 | 13.523 | -1.82 ↑ | |
| $\hat{\omega}_{3,z}$ | 19.447 | 19.447 | 0.00 | 19.515 | 0.35 ↑ | |



Σχήμα 6.20. Το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

Στο Σχήμα 6.20 φαίνονται το μέτωπο Pareto στο χώρο των παραμέτρων καθώς επίσης και οι λύσεις που προτείνονται από τις μεθόδους βέλτιστης (OWM) και ίσης ($w = 1$) στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

Από τα αποτελέσματα του Σχήματος 6.20 και του Πίνακα 6.6 παρατηρείται ότι η μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων προβλέπει μεν πολύ καλά τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων, αλλά δεν προβλέπει εξίσου καλά τις ιδιομορφικές συνιστώσες. Το αντίθετο συμβαίνει με τη μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, η οποία προβλέπει πολύ καλά τις ιδιομορφικές συνιστώσες, αλλά δεν προβλέπει καθόλου καλά τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων. Τα αποτελέσματα των δύο μεθοδολογιών διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους και βρίσκονται κοντά στα δύο όρια του μετώπου Pareto.

Οι βέλτιστη τιμές $\hat{\theta}_{opt}$ και $\hat{\theta}_{w=1}$ της μίας και μοναδικής παραμέτρου της κατηγορίας μοντέλων M_1 είναι ακριβώς η ίδια και για τις δύο μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. Επιπλέον, το μέτωπο Pareto αποτελείται από ένα και μοναδικό σημείο και η Pareto βέλτιστη λύση συμπίπτει με την $\hat{\theta}_{opt}$ ή $\hat{\theta}_{w=1}$. Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στο ότι οι ιδιομορφικές συνιστώσες του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας είναι ανεξάρτητες της τιμής της παραμέτρου θ που παριστάνει την τιμή της ομοιόμορφα κατανεμημένης ακαμψίας του μοντέλου των 3 βαθμών ελευθερίας. Επομένως, η βελτιστοποίηση χρησιμοποιώντας τα δύο μορφικά υπόλοιπα είναι ισοδύναμη με τη βελτιστοποίηση χρησιμοποιώντας μόνο το μορφικό υπόλοιπο $J_1(\theta)$. Και οι τρεις μέθοδοι αναγνώρισης δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα.

Στον Πίνακα 6.7, παρουσιάζονται η βέλτιστη τιμή $\hat{\theta}_{opt}$ της δομικής παραμέτρου θ και οι αντίστοιχες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων. Παρουσιάζεται επίσης, και η ποσοστιαία διαφορά μεταξύ των μετρούμενων και των προβλεπόμενων από το μοντέλο ιδιοσυχνοτήτων $\Delta\omega$. Συγκρίνοντας τις διαφορές αυτές με εκείνες του Πίνακα 6.6, συμπεραίνεται ότι η κατηγορία μοντέλων M_3 , που περιλαμβάνει τρεις παραμέτρους, δίνει το μικρότερο μορφικό υπόλοιπο για τις ιδιοσυχνότητες και για τις δύο μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. Τέλος, για λόγους σύγκρισης, στο σχήμα 6.20 παρουσιάζεται επίσης και το Pareto σημείο για την κατηγορία μοντέλων M_1 .

Πίνακας 6.7. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για την κατηγορία μοντέλων M_1 και οι αντίστοιχες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων.

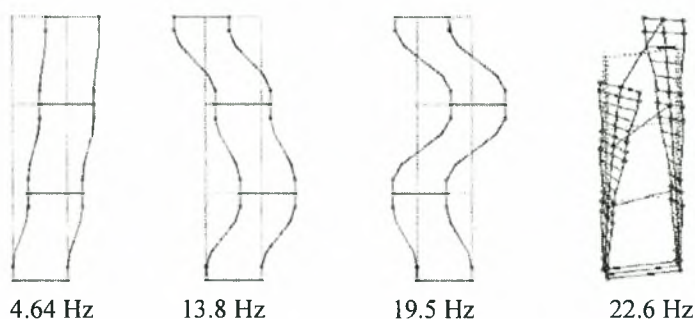
| | $\hat{\theta}$ | 1.107196 | |
|---------------------|---------------------|------------------------|--------------------|
| | $\hat{\omega}$ (Hz) | $\omega(\hat{\theta})$ | $\Delta\omega(\%)$ |
| $\hat{\omega}_{1z}$ | 4.618 | 4.7723 | 3.34 |
| $\hat{\omega}_{2z}$ | 13.773 | 13.3716 | -2.91 |
| $\hat{\omega}_{3z}$ | 19.447 | 19.3225 | -0.64 |

6.8.2 Λεπτομερές Μοντέλο

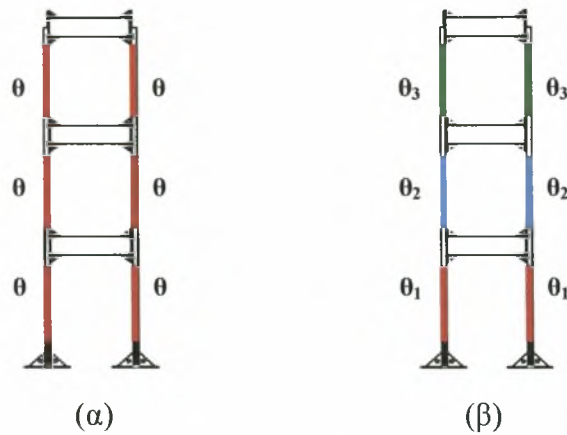
Παρουσιάζονται αποτελέσματα για την περίπτωση όπου η κατασκευή έχει τη διαμόρφωση D_{111} . Για την περιγραφή της κατασκευής χρησιμοποιείται το λεπτομερές μοντέλο. Στην ανάλυση που ακολουθεί, από τις αναγνωρισμένες ιδιομορφές, χρησιμοποιούνται μόνο οι τρεις πρώτες καμπτικές κατά μήκος της ασθενούς διεύθυνσης x και η πρώτη στρεπτική (Σχήμα 6.21). Η ομαδοποίηση των μορφικών χαρακτηριστικών γίνεται ως εξής: Η πρώτη ομάδα περιέχει όλα τα μορφικά χαρακτηριστικά των τριών καμπτικών ιδιομορφών (ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές), ενώ η δεύτερη ομάδα περιέχει τα μορφικά χαρακτηριστικά της πρώτης στρεπτικής ιδιομορφής. Επομένως, υπάρχουν δύο αντικειμενικές συναρτήσεις $J_1(\theta)$ και $J_2(\theta)$ και επομένως είναι δυνατή η γραφική απεικόνιση του μετώπου Pareto και των χαρακτηριστικών της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

Επιλέγονται δύο παραμετρικά μοντέλα M_1 και M_3 , τα οποία παραμετροποιούνται με μία και με τρεις παραμέτρους, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.22. Η δεύτερη κατηγορία μοντέλων έχει μεγαλύτερη ευελιξία για να προβλέψει καλά όλα τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά.

Η κατηγορία μοντέλων M_1 παραμετροποιείται με μία μόνο παράμετρο θ , η οποία αντιστοιχεί στην ακαμψία των στοιχείων πλάκας όλων των ορόφων. Γίνεται η υπόθεση ότι οι τιμές της ακαμψίας του κάθε ορόφου είναι πλήρως συσχετισμένες. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{opt} \equiv \hat{\theta}(\hat{\omega})$ και $\hat{\theta}_{w=1}$ των δομικών παραμέτρων και των αντίστοιχων ιδιοσυχνότητων που προβλέπονται από τις δύο μεθοδολογίες, βέλτιστης και ίσης στάθμησης των υπολοίπων, παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.8. Επίσης, στον ίδιο πίνακα παρουσιάζεται τόσο η ποσοστιαία διαφορά $\Delta\hat{\theta}$ ανάμεσα στις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των βέλτιστων μοντέλων που προβλέπονται από τις δύο μεθοδολογίες, όσο και η ποσοστιαία διαφορά $\Delta\omega$ ανάμεσα στις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες.



Σχήμα 6.21 Οι αναγνωρισμένες ιδιοσυχνότητες που χρησιμοποιούνται για την αναθεώρηση των μοντέλων.

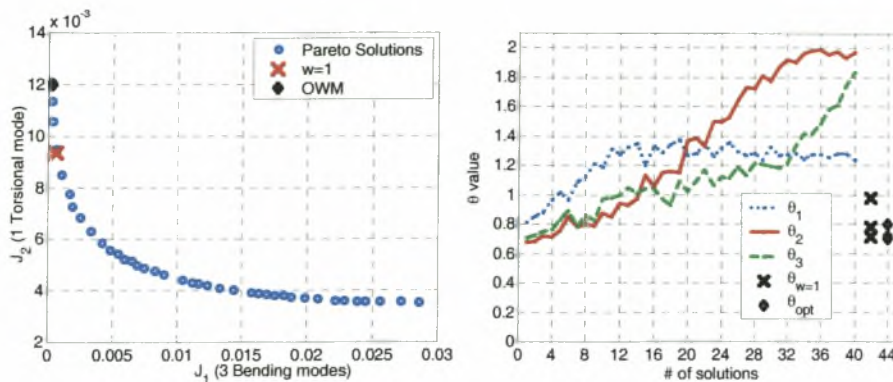


Σχήμα 6.22 Κατηγορία μοντέλων (α) M_1 (β) M_3 , για την κατασκευή D_{000} .

Πίνακας 6.8. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων και οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες χρησιμοποιώντας τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

| | | Μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων | | Μέθοδος ίσης στάθμισης των υπολοίπων | | $\Delta\hat{\theta} = -11.18\%$ |
|----------------------------|--------|---|--------------------|--|--------------------|---------------------------------|
| $\hat{\theta}$ | | 0.7406 | | 0.8338 | | |
| $\hat{\omega}$ (Hz) | | $\omega(\hat{\theta})$ | $\Delta\omega(\%)$ | $\omega(\hat{\theta})$ | $\Delta\omega(\%)$ | |
| $\hat{\omega}_{1x}$ | 4.618 | 4.722 | 2.27 | 5.009 | 8.48 ↑ | |
| $\hat{\omega}_{2x}$ | 13.773 | 13.412 | -2.62 | 14.228 | 3.31 ↑ | |
| $\hat{\omega}_{3x}$ | 19.447 | 19.536 | 0.46 | 20.727 | 6.59 ↑ | |
| $\hat{\omega}_{1\omega r}$ | 22.899 | 16.477 | -28.04 | 17.484 | -23.65 ↓ | |

Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{opt}$ και $\hat{\theta}_{w=1}$ των δομικών παραμέτρων που προβλέπονται από τις δύο μεθοδολογίες διαφέρουν κατά περίπου 11%. Επομένως, υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στις τιμές των δομικών παραμέτρων που προβλέπουν οι δύο μεθοδολογίες. Η μεθοδολογία βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων προβλέπει πολύ καλά τις τρεις πρώτες καμπτικές ιδιοσυχνότητες, ενώ δεν προβλέπει καθόλου καλά (σφάλμα 28%) τη στρεπτική ιδιομορφή. Από την άλλη, η μεθοδολογία ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων δίνει μικρότερο σφάλμα στην πρόβλεψη της στρεπτικής ιδιομορφής, από 28% τώρα είναι 23.6%, αλλά χειροτερεύει σημαντικά την πρόβλεψη για τις τρεις πρώτες καμπτικές ιδιοσυχνότητες.



Σχήμα 6.23. Το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

Στο Σχήμα 6.23 φαίνεται το μέτωπο Pareto στο χώρο των παραμέτρων, καθώς και οι λύσεις που προτείνονται από τις μεθόδους βέλτιστης (OWM) και ίσης στάθμισης ($w = 1$) των μορφικών υπολοίπων. Αν και οι λύσεις που προτείνονται από τις δύο μεθοδολογίες είναι κοντινές σε σχέση με το μέγεθος του μετώπου Pareto, από τα αποτελέσματα του Πίνακα 6.8 φαίνεται ξεκάθαρα ότι η πρόβλεψη που κάνουν για τα μορφικά χαρακτηριστικά διαφέρει σημαντικά.

Παρόμοια αποτελέσματα παρουσιάζονται στη συνέχεια για την κατηγορία μοντέλων M_3 . Η κατηγορία μοντέλων M_3 περιλαμβάνει τρεις παραμέτρους, κάθε μία εκ των οποίων αντιστοιχεί στην ακαμψία των στοιχείων πλακών του κάθε ορόφου. Η παραμετροποίηση αυτή φαίνεται στο Σχήμα 6.22β και γίνεται η υπόθεση ότι οι τιμές της ακαμψίας του κάθε ορόφου είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

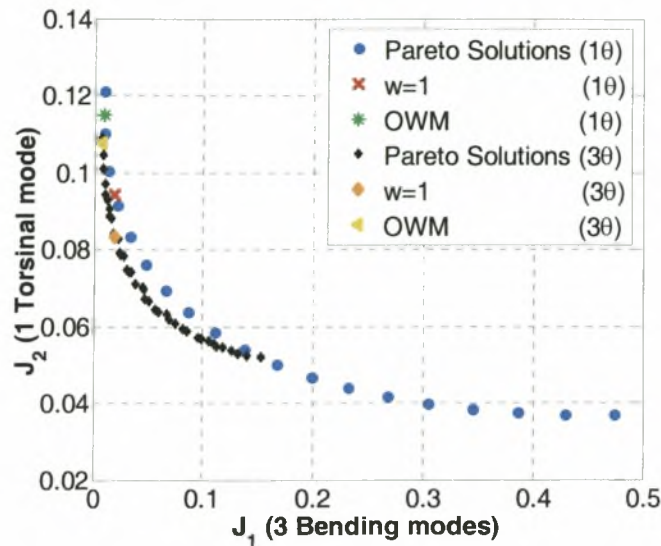
Τα αποτελέσματα για αυτή την περίπτωση είναι ποιοτικά τα ίδια με αυτά που παρουσιάστηκαν για την κατηγορία μοντέλων M_1 , η οποία περιλαμβάνει μία παράμετρο. Ειδικότερα, όπως φαίνεται από τον Πίνακα 6.9, οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{opt}$ και $\hat{\theta}_{w=1}$ των δομικών παραμέτρων που προβλέπονται από τις δύο μεθοδολογίες διαφέρουν κατά 17% για την παράμετρο που αντιστοιχεί στον 1^ο όροφο, 5% για την παράμετρο που αντιστοιχεί στον 2^ο όροφο και περίπου 9% για την παράμετρο που αντιστοιχεί στον 3^ο όροφο. Επομένως, υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στις τιμές των δομικών παραμέτρων που προβλέπουν οι δύο μεθοδολογίες.

Πίνακας 6.9. Βέλτιστες τιμές των παραμέτρων και οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες χρησιμοποιώντας τις μεθόδους βέλτιστης και ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

| | | Μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων | | Μέθοδος ίσης στάθμισης των υπολοίπων | | |
|-----------------------------|--------|---|--------------------|--|--------------------|-----------------------------------|
| $\hat{\theta}_1$ | | 0.8050 | | 0.9666 | | $\Delta\hat{\theta}_1 = -16.71\%$ |
| $\hat{\theta}_2$ | | 0.7017 | | 0.7396 | | $\Delta\hat{\theta}_2 = -5.12$ |
| $\hat{\theta}_3$ | | 0.7218 | | 0.7916 | | $\Delta\hat{\theta}_3 = -8.82$ |
| $\hat{\omega}$ (Hz) | | $\omega(\hat{\theta})$ | $\Delta\omega(\%)$ | $\omega(\hat{\theta})$ | $\Delta\omega(\%)$ | |
| $\hat{\omega}_{1z}$ | 4.618 | 4.781 | 3.54 | 5.085 | 10.11 ↑ | |
| $\hat{\omega}_{2z}$ | 13.773 | 13.467 | -2.22 | 14.305 | 3.86 ↑ | |
| $\hat{\omega}_{3z}$ | 19.447 | 19.255 | -0.98 | 20.077 | 3.24 ↑ | |
| $\hat{\omega}_{\text{tot}}$ | 22.899 | 16.884 | -26.27 | 18.183 | -20.60 ↓ | |

Η μεθοδολογία βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων προβλέπει πολύ καλά τις τρεις πρώτες καμπτικές ιδιοσυχνότητες, ενώ δεν προβλέπει καθόλου καλά (σφάλμα 26%) τη στρεπτική ιδιομορφή. Από την άλλη, η μεθοδολογία ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων δίνει μικρότερο σφάλμα στην πρόβλεψη της στρεπτικής ιδιομορφής, από 26.3% τώρα είναι 20%, αλλά χειροτερεύει σημαντικά την πρόβλεψη για τις τρεις πρώτες καμπτικές ιδιοσυχνότητες.

Τόσο τα αποτελέσματα του Πίνακα 6.9 όσο και αυτά του Πίνακα 6.8, δείχνουν ξεκάθαρα ότι το βέλτιστο μοντέλο που λαμβάνεται από τη μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων ($w = 1$), προσπαθεί να προβλέψει και τις τέσσερις μετρούμενες ιδιοσυχνότητες, χωρίς να δείχνει κάποια προτίμηση σε κάποια ομάδα μορφικών χαρακτηριστικών. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, το μεγάλο σφάλμα τόσο στη μοντελοποίηση όσο και στη μέτρηση της στρεπτικής ιδιομορφής, να οδηγούν τη μέθοδο σε σημαντικά σφάλματα πρόβλεψης για τις τρεις χαμηλότερες καμπτικές ιδιομορφές. Αντίθετα, η μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων δίνει μοντέλα που δεν επηρεάζονται από το μεγάλο σφάλμα μοντελοποίησης ή μέτρησης της στρεπτικής ιδιομορφής, προβλέπουν πολύ καλά τα μορφικά χαρακτηριστικά των τριών χαμηλότερων καμπτικές ιδιομορφών που περιέχονται στην πρώτη ομάδα, και αγνοούν την πρόβλεψη των μορφικών χαρακτηριστικών της στρεπτικής ιδιομορφής. Τα αποτελέσματα αυτά είναι παρόμοια με αυτά που προέκυψαν για την περίπτωση των προσομοιωμένων μετρητικών δεδομένων που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3.



Σχήμα 6.24 Οι Pareto βέλτιστες λύσεις για τις δύο κατηγορίες μοντέλων M_1 και M_3 καθώς και οι βέλτιστες λύσεις που προβλέπονται από τη μέθοδο ίσης και βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

Οι λύσεις Pareto και για τις δύο κατηγορίες μοντέλων M_1 και M_3 συγκρίνονται στο Σχήμα 6.24. Το μέτωπο Pareto που αντιστοιχεί στην κατηγορία μοντέλων M_3 είναι χαμηλότερο από αυτό που αντιστοιχεί στην κατηγορία μοντέλων M_1 . Αυτό οφείλεται στο ότι η κατηγορία μοντέλων M_3 , η οποία περιέχει την κατηγορία μοντέλων M_1 , περιλαμβάνει τρεις παραμέτρους και επομένως είναι περισσότερο ευέλικτη να προβλέψει τα μετρητικά δεδομένα. Όπως και στην περίπτωση της κατηγορία μοντέλων M_1 , φαίνεται ότι ενώ τα σημεία Pareto που αντιστοιχούν στις δύο μεθόδους είναι πολύ κοντά σε σχέση με το μήκος του μετώπου Pareto, τα αποτελέσματα του Πίνακα 6.9 δείχνουν ξεκάθαρα ότι οι προβλέψεις που κάνουν διαφέρουν σημαντικά.

6.9 Συμπεράσματα

Κατασκευάστηκε μία τριώροφη μεταλλική κατασκευή υπό κλίμακα στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και τοποθετήθηκαν 8 επιταχυνσιόμετρα για να καταγράψουν την ταλαντωτική της συμπεριφορά, με απώτερο σκοπό να πιστοποιηθούν οι προτεινόμενες μεθοδολογίες αναθεώρησης μοντέλων χρησιμοποιώντας πειραματικά μετρητικά δεδομένα από διάφορες δομικές καταστάσεις της κατασκευής. Εξετάζονται δύο παραμετρικά μοντέλα της κατασκευής. Ένα μοντέλο

3 βαθμών ελευθερίας και ένα λεπτομερέστερο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων 546 βαθμών ελευθερίας.

Παρατηρήθηκε μια σχετικά μεγάλη διαφοροποίηση στις Pareto βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του μοντέλου. Το μέτρο των ιδιομορφικών υπολοίπων που αντιστοιχούν στις λύσεις που βρίσκονται κατά μήκος του μετώπου Pareto, μπορεί να ποικίλει σημαντικά, ως και μία τάξη μεγέθους τουλάχιστον. Η διαφοροποίηση στα Pareto βέλτιστα μοντέλα οφείλεται στα σφάλματα μοντελοποίησης και στα σφάλματα των μετρήσεων. Σε περίπτωση απουσίας αυτών των σφαλμάτων, η λύση είναι ένα μοναδικό σημείο Pareto στο πεδίο των παραμέτρων. Η μεγάλη διαφοροποίηση στα Pareto βέλτιστα μοντέλα αναμένεται ότι θα οδηγήσει σε μεγάλη διαφοροποίηση στις προβλέψεις απόκρισης και αξιοπιστίας της κατασκευής. Εντούτοις, υπό το πρίσμα της διάγνωσης βλαβών, όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα ήταν σε θέση να προβλέψουν με αξιοπιστία την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης, για τη συγκεκριμένη μικρή εργαστηριακή κατασκευή και για τα σενάρια βλάβης που εξετάστηκαν.

Τέλος, σε αντιδιαστολή με τις συμβατικές τεχνικές προσδιορισμού των τιμών των παραμέτρων που βασίζονται σε προεπιλεγμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας, δείχνεται ότι οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που υπολογίζονται από την προτεινόμενη μεθοδολογία βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι μεγάλου σφάλματος μοντελοποίησης ή σφαλμάτων που περιέχονται στα δεδομένα των μετρήσεων. Αυτά τα αποτελέσματα είναι σε συμφωνία με τα αποτελέσματα που προέκυψαν στο 3^ο Κεφάλαιο, όπου χρησιμοποιήθηκαν προσομοιωμένα δεδομένα.

7. Εφαρμογή σε Γέφυρα Πολλαπλών Ανοιγμάτων

7.1 Εισαγωγή

Συλλέχθηκαν και αναλύθηκαν μετρήσεις ταλαντώσεων που οφείλονται σε λειτουργικά φορτία, από μία χαραδρογέφυρα τεσσάρων ανοιγμάτων κατασκευασμένη από οπλισμένο σκυρόδεμα. Τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά που αναγνωρίστηκαν (ιδιοσυχνότητες, συνιστώσες ιδιομορφών στους μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας, συντελεστές απόσβεσης) χρησιμοποιήθηκαν για την αναθεώρηση ενός αρχικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων που βασίζεται στα κατασκευαστικά σχέδια της γέφυρας. Στη συνέχεια, ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στη σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την αναθεώρηση μοντέλων με την πολυκριτηριακή μέθοδο αναγνώρισης, τη μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων και με τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. Υιοθετήθηκαν δύο παραμετροποιημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων για να γίνει επίδειξη της εφαρμογής και της αποτελεσματικότητας των προτεινόμενων μεθοδολογιών. Αποκαλύπτονται συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και δυσκολίες που σχετίζονται με την αναθεώρηση μοντέλων, όπως η παρουσία πολλαπλών τοπικών/ολικών ελαχίστων και η παρουσία ανωμαλιών και ασυνεχειών στο μέτωπο Pareto. Δείχνεται, ότι η μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων δίνει βέλτιστα μοντέλα που είναι λογικότερα από τα βέλτιστα μοντέλα που παρέχονται από τη μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

7.2 Έλεγχος Δομικής Ακεραιότητας Γεφυρών

Η ανάγκη για την αξιόπιστη αξιολόγηση της δομικής ακεραιότητας των υποδομών των εθνικών οδικών δικτύων, απαιτεί το συνεχή δομικό έλεγχο των γεφυρών, ο οποίος βασίζεται σε πραγματικές μετρήσεις ταλαντώσεων. Χρησιμοποιώντας αυτές τις μετρήσεις, είναι δυνατό να προσδιοριστούν τα δυναμικά χαρακτηριστικά της γέφυρας και να αναθεωρηθεί το μοντέλο της κατασκευής. Τα αποτελέσματα από τις διαδικασίες αναγνώρισης και αναθεώρησης είναι χρήσιμα για την εξέταση της δομικής

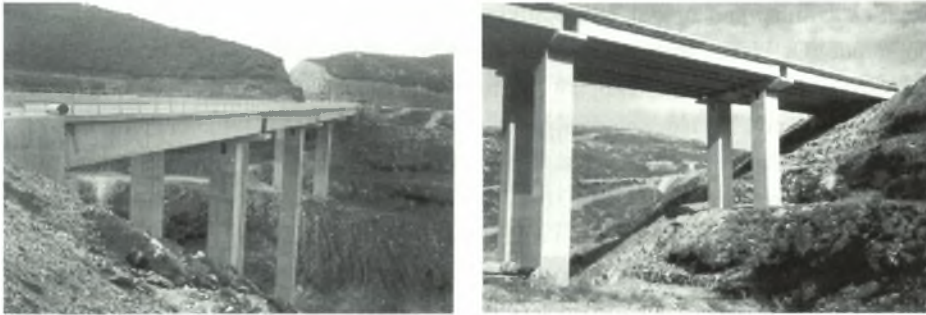
ακεραιότητας της γέφυρας, μετά την καταπόνηση της από ισχυρά φορτία (ισχυροί άνεμοι και σεισμοί), καθώς επίσης και για τον προσδιορισμό της επιδείνωσης της κατάστασης της γέφυρας λόγω της μακροχρόνιας διάβρωσης και της κόπωσης. Ο εξοπλισμός που απαιτείται για τον έλεγχο των γεφυρών και οι μεθοδολογίες αναγνώρισης είναι σημαντικά εργαλεία για τη συντήρηση των γεφυρών, η οποία αποτελεί ένα αναπόφευκτο μέρος ενός σύγχρονου συστήματος διαχείρισης γεφυρών. Επιπλέον, εκμεταλλευμένοι τις ικανότητες των σύγχρονων τεχνολογιών, τα μετρητικά στοιχεία ταλαντώσεων μπορούν να ληφθούν εξ' αποστάσεως, επιτρέποντας μια έγκαιρη αξιολόγηση της κατάστασης των γεφυρών.

Διάφορες μέθοδοι έχουν προταθεί στο παρελθόν για τον καθορισμό των μορφικών χαρακτηριστικών των γεφυρών χρησιμοποιώντας χρονικές ιστορίες απόκρισης ελεύθερης και εξαναγκασμένης (π.χ. λόγω σεισμών) ταλάντωσης, καθώς και ταλαντώσεων που οφείλονται σε λειτουργικά φορτία (π.χ. φορτία λόγω κυκλοφορίας οχημάτων και φορτία ανέμων) (Huang et al. 1999, Pappa and Ibrahim 1981, Peeters and De Roeck 2001, Asmussen et al. 1999, Farrar and James 1997). Η περίπτωση σεισμικών διεγέρσεων προσφέρει μια μοναδική ευκαιρία για τον προσδιορισμό των δυναμικών χαρακτηριστικών. Αλλά για να καταγραφούν οι αποκρίσεις των γεφυρών λόγω σεισμικών διεγέρσεων απαιτείται ένα μόνιμο σύστημα ελέγχου λόγω του ακανόνιστου χαρακτήρα των σεισμικών γεγονότων. Από την άλλη πλευρά, οι ταλαντώσεις που προέρχονται από την κυκλοφορία οχημάτων ή τα φορτία αέρα είναι προτιμότερες, δεδομένου ότι μπορούν να ληφθούν ανέξοδα χωρίς να απαιτείται η ύπαρξη μόνιμα εγκατεστημένων μετρητικών οργάνων. Μια σημαντική ανασκόπηση μεθοδολογιών αναγνώρισης των μορφικών χαρακτηριστικών κατασκευών βάσει μετρήσεων ελεύθερης ταλάντωσης και λειτουργικών φορτίων μπορεί να βρεθεί στην εργασία των Peeters and De Roeck (2001).

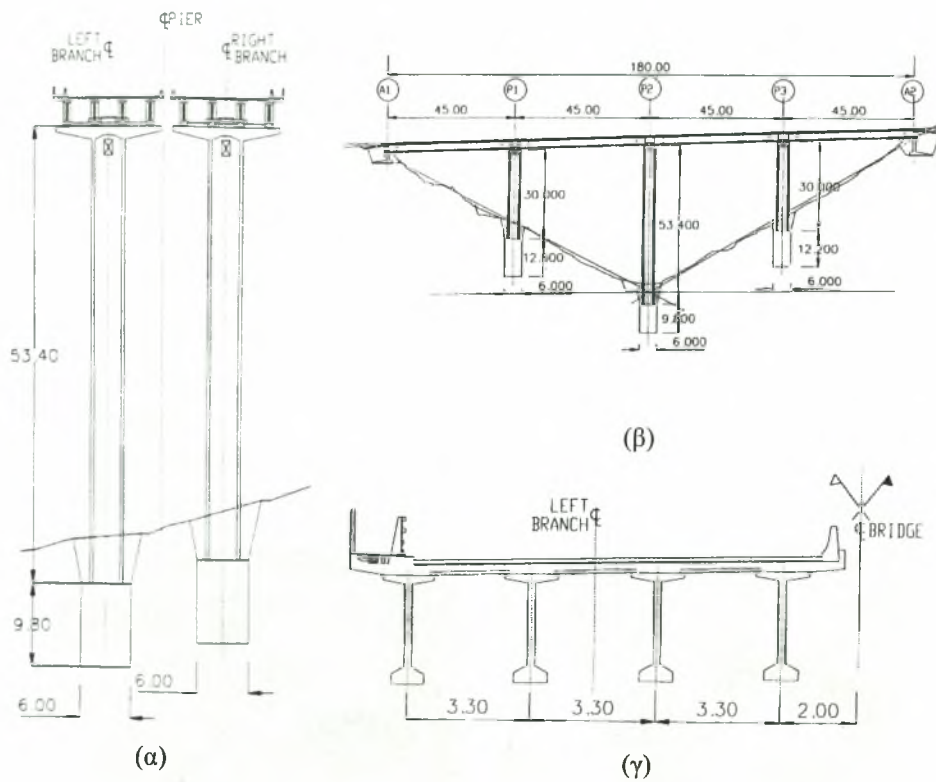
7.3 Περιγραφή της Γέφυρας

Η υπό εξέταση γέφυρα είναι μέρος της Εγνατίας Οδού, ένα από τα απαιτητικότερα έργα πολιτικού μηχανικού στην Ευρώπη. Η Εγνατία Οδός αποτελείται από ένα δίκτυο εθνικών οδών στη βόρεια Ελλάδα, έχει μήκος 700χλμ και το οδόστρωμα είναι διπλής διεύθυνσης.

Η γέφυρα είναι κατασκευασμένη από οπλισμένο σκυρόδεμα και βρίσκεται στον περιφερειακό δρόμο της πόλης της Καβάλας (Σχήμα 7.1). Έχει δύο κλάδους που βρίσκονται δίπλα-δίπλα. Κάθε κλάδος έχει μήκος 180 m, πλάτος 13 m και αποτελείται από τέσσερα ανοίγματα (4×45 m). Το κατάστρωμα της γέφυρας αποτελείται από τέσσερα προεντεταμένα δοκάρια από οπλισμένο σκυρόδεμα, τα οποία στηρίζουν το ύψους 20cm κατάστρωμα χωρίς άλλες επιπλέον εσωτερικές συνδέσεις. Επιπλέον εσωτερικές συνδέσεις υπάρχουν μόνο στα δυο ακριανά σημεία στήριξης του



Σχήμα 7.1. Η δεύτερη χαραδρογέφυρα του περιφερειακού δρόμου της Καβάλας. Το συνολικό μήκος κάθε κλάδου είναι 180 μέτρα.



Σχήμα 7.2. Λεπτομερή σχέδια των δοκών και των πυλώνων της κατασκευής.

καταστρώματος με τα ακρόβαθρα.. Η γέφυρα "επιπλέει" στα εμπλουτισμένα με χάλυβα ελαστομερή εφεδράνα, που βρίσκονται στις πάνω άκρες των πυλώνων και στα ακρόβαθρα. Οι τρεις πυλώνες είναι ιδιαίτερα ψηλοί (30 m, 53 m και 30 m αντίστοιχα) και έχουν τετραγωνική διατομή με διαστάσεις 4 m×4 m και πάχος τοιχωμάτων 40 cm. Τα τέσσερα ανοίγματα της γέφυρας συνδέονται μέσω μίας πλάκας που έχει μήκος 2 m και πάχος 20 cm, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.1. Λόγω του μικρού πάχους της πλάκας συναρμογής και λόγω των ελαστομερών εφεδράνων, κάθε άνοιγμα μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ότι είναι αμφιέριστο (simply-supported) και ότι τα ανοίγματα λειτουργούν ανεξάρτητα μεταξύ τους. Μερικά λεπτομερή σχέδια, όπου παρουσιάζονται οι κύριες διαστάσεις της γέφυρας, εμφανίζονται στο Σχήμα 7.2.

7.4 Μορφική Αναγνώριση της Γέφυρας Χρησιμοποιώντας Μετρήσεις που Οφείλονται σε Λειτουργικά Φορτία

7.4.1 Μετρήσεις Πεδίου

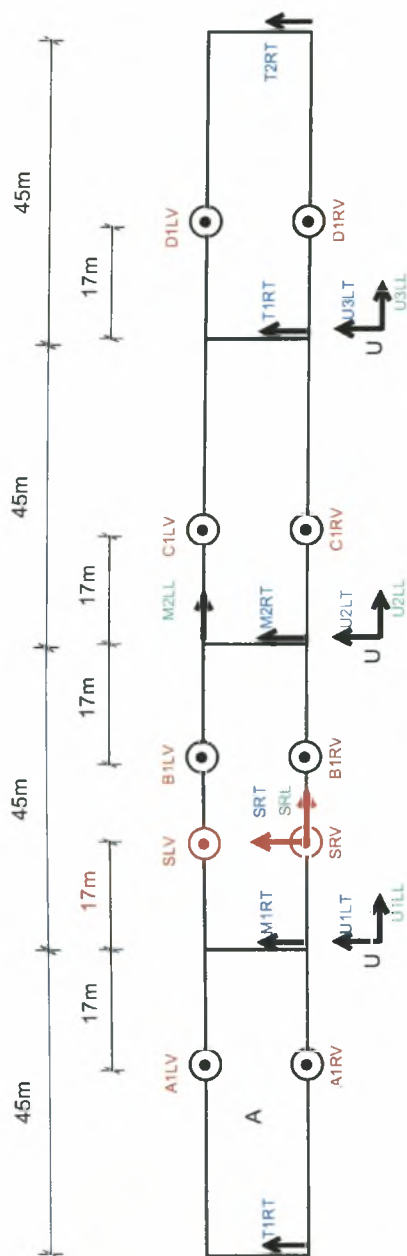
Η συλλογή των χρονικών ιστοριών ταλάντωσης που οφείλονται σε αποκρίσεις λειτουργικών φορτίων έγινε τον Απρίλιο του 2005. Χρησιμοποιήθηκε μία ειδική διάταξη αισθητήρων για την εντοπισμό της υπό μελέτη γέφυρας. Η μετρητική διάταξη βασίζονταν σε εξοπλισμό της Kinemetrics Inc. (Σχήμα 7.3), ο οποίος αποτελείται από δύο καταγραφικές μονάδες (τύπου K2), κάθε μία από τις οποίες υποστηρίζει μέχρι και δώδεκα επιταχυνσιόμετρα (μονοαξονικής φόρτισης, εύρους ±2g, τύπου FBA-11). Οι καταγραφικές μονάδες έχουν 19-bit ανάλυση και ικανότητα δειγματοληψίας μέχρι 200 δείγματα/δευτερόλεπτο. Το σύστημα έχει τη δυνατότητα ορισμού ξεχωριστού σημείου διέγερσης (triggering threshold) για κάθε αισθητήρα, ενώ δίνεται επιπλέον η δυνατότητα στο χρήστη να προκαθορίσει τους αισθητήρες που μπορούν να διεγείρουν το σύστημα. Οι καταγραφές αποθηκεύονται στις κάρτες μνήμης του συστήματος και μπορούν να ανακτηθούν είτε επί τόπου, είτε εξ' αποστάσεως με τη χρήση μόντεμ. Η τοποθέτηση των αισθητήρων και η βαθμονόμηση του συστήματος έγινε σε συνεργασία με το ΙΤΣΑΚ (Ινστιτούτο Τεχνικής Σεισμολογίας και Αντισεισμικών Κατασκευών) και την Εγνατία Οδό Α.Ε.



Σχήμα 7.3. Κεντρική καταγραφική μονάδα στην χαραδρογέφυρα της Καβάλας.

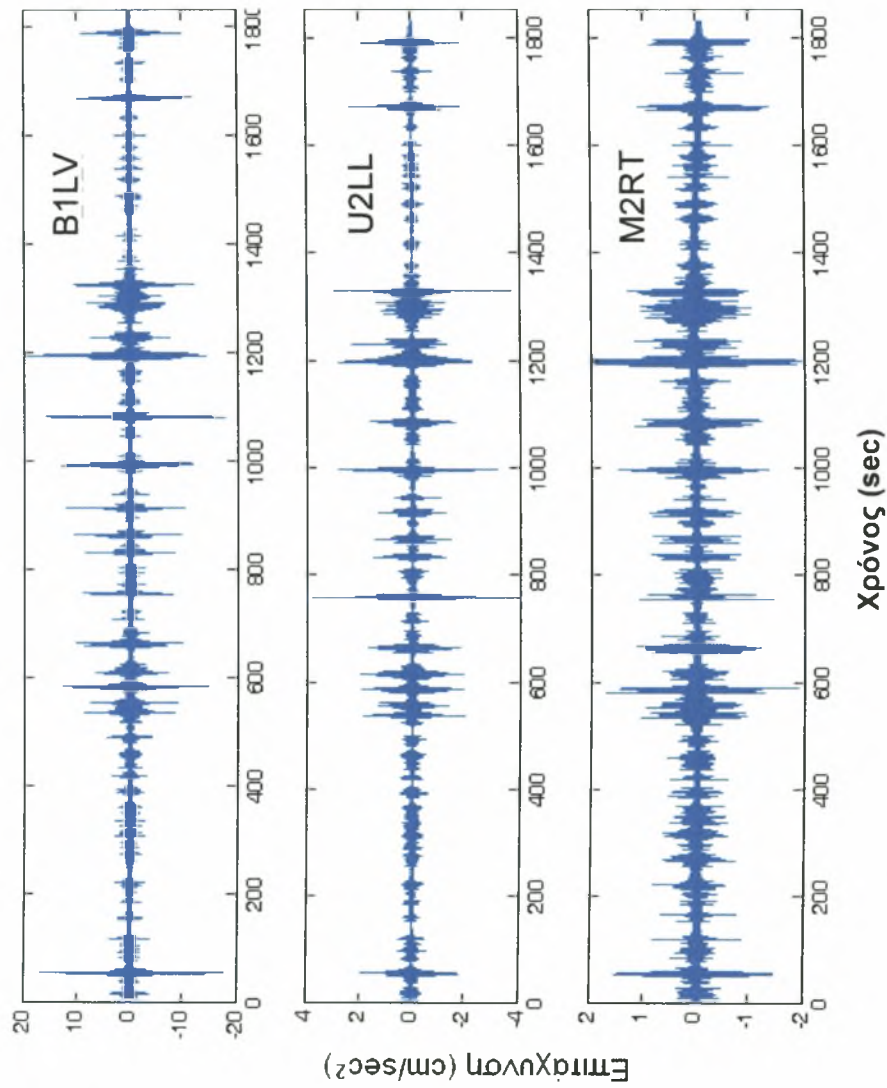
Τα σημεία τοποθέτησης των επιταχυνσιομέτρων πάνω στην κατασκευή παίζουν σημαντικό ρόλο για τη συλλογή όσο το δυνατόν καλύτερων μετρήσεων, δηλαδή μετρήσεων που να παρέχουν τη μέγιστη δυνατή πληροφορία σε ότι αφορά τα δυναμικά μορφικά χαρακτηριστικά (Yuen et al. 2001, Paradimitriou 2004). Για τη συλλογή όσο το δυνατόν περισσότερης πληροφορίας από τις ταλαντώσεις της γέφυρας, χρησιμοποιήθηκε ένα σύστημα 24 κατάλληλα τοποθετημένων επιταχυνσιομέτρων. Οι θέσεις των αισθητήρων και ο προσανατολισμός τους φαίνονται σχηματικά στο Σχήμα 7.4. Όπως φαίνεται από αυτό το σχήμα, 9 επιταχυνσιόμετρα μετρούν κατά την εγκάρσια στο κατάστρωμα διεύθυνση, 6 από τα οποία είναι τοποθετημένα πάνω στο κατάστρωμα της γέφυρας ενώ τα άλλα 3 είναι τοποθετημένα στην κορυφή των πυλώνων και κάτω από το κατάστρωμα (αισθητήρες U). Μία άλλη ομάδα 10 επιταχυνσιομέτρων μετρούν στην κατακόρυφη προς το κατάστρωμα διεύθυνση. Οι υπόλοιποι 5 αισθητήρες μετρούν κατά τη διαμήκη διεύθυνση του καταστρώματος της γέφυρας, τρεις εκ των οποίων είναι τοποθετημένοι στην κορυφή των πυλώνων και κάτω από το κατάστρωμα. Οι τέσσερις αισθητήρες με το κόκκινο χρώμα στο Σχήμα 6.4 είναι αισθητήρες που μπορούν να μετακινηθούν εύκολα και να τοποθετηθούν σε οποιοδήποτε σημείο πάνω στο κατάστρωμα ή στην κορυφή οποιουδήποτε πυλώνα. Αυτό δίνει μια επιπλέον ευελιξία στη μετρητική διάταξη επιτρέποντας τη συλλογή μετρητικών δεδομένων από οποιοδήποτε σημείο της γέφυρας και προς οποιαδήποτε διεύθυνση.

Έγινε συλλογή ταλαντωτικών αποκρίσεων της γέφυρας για περίπου 30 λεπτά. Σε αυτό το χρονικό διάστημα πέρασαν πάνω από τη γέφυρα αρκετά επιβατικά και φορτηγά οχήματα. Για να γίνει κατανοητό ότι αυτό το χρονικό διάστημα είναι αρκετά μεγάλο, αξίζει να αναφερθεί ότι ένα αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα 120km/h χρειάζεται 5.4sec για να διανύσει τα 180m του καταστρώματος της γέφυρας. Οι ταλαντώσεις που προκαλούνται από τα οχήματα έχουν αποσβεστεί μετά από περίπου 15 με 20 δευτερόλεπτα. Τρεις ενδεικτικές καταγραφές επιταχύνσεων, μία προς κάθε διεύθυνση (κατακόρυφη, διαμήκης, εγκάρσια), παρουσιάζονται στο Σχήμα 7.5. Οι αισθητήρες στους οποίους αντιστοιχούν αυτές οι χρονικές ιστορίες επιταχύνσεων είναι: B1LV (V=vertical), ο οποίος βρίσκεται στην αριστερή πλευρά του καταστρώματος, στο δεύτερο άνοιγμα και μετράει κατά μήκος της κατακόρυφης διεύθυνσης, U2LL (L=longitudinal) ο οποίος βρίσκεται στην κορυφή του δεύτερου πυλώνα, κάτω από το κατάστρωμα, και ο οποίος μετράει κατά τη διαμήκη διεύθυνση και M2RT (T=transverse) ο οποίος βρίσκεται στην αρχή του τρίτου ανοίγματος, στην δεξιά πλευρά και μετράει κατά μήκος της εγκάρσιας διεύθυνσης.

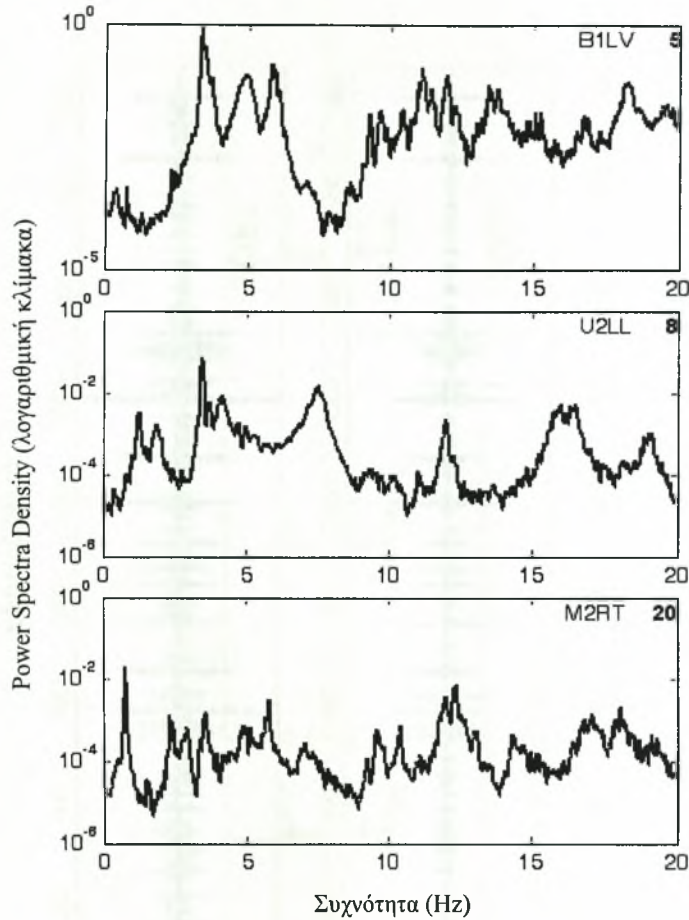


- ⊙ Αισθητήρες που μετράνε προς την κατακόρυφη διεύθυνση
- Αισθητήρες αναφοράς (μαύρο χρώμα)
- Κινούμενοι Αισθητήρες (κόκκινο χρώμα)

Σχήμα 7.4. Τοποθεσίες αισθητήρων. U= αισθητήρες στην κορυφή των πυλώνων, κάτω από το κατάστρωμα.



Σχήμα 7.5. Χρονικές ιστορίες επιταχύνσεων στην κατακόρυφη, στη διαμήκη (στην κορυφή του πυλώνα και κάτω από το κατάστρωμα) και στην εγκάρσια διεύθυνση, αντίστοιχα.



Σχήμα 7.6. Φάσματα των επιταχυνσιογραφημάτων του Σχήματος 7.5.

Μετά την καταγραφή των σημάτων, οι καταγραφές των επιταχύνσεων επεξεργάζονται με τη χρήση κατάλληλων φίλτρων ώστε να απομακρυνθούν τα διάφορα σφάλματα που προέρχονται από την όλη διαδικασία συλλογής των μετρήσεων (π.χ. απάλειψη των σφαλμάτων που προέρχονται από τα ίδια τα όργανα, του θορύβου που οφείλεται στις περιβαλλοντικές συνθήκες, διορθώσεις αντιστάθμισης (offset), κλπ).

Εξετάζοντας το Σχήμα 7.5, είναι εμφανές ότι όταν η γέφυρα διεγείρεται, το εύρος της επιτάχυνσης στην κατακόρυφη διεύθυνση είναι 5 φορές μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της διαμήκου διεύθυνσης και 10 φορές μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της εγκάρσιας

διεύθυνσης. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς η διέγερση που προκαλείται από την κίνηση των οχημάτων αποτελείται κυρίως από δυνάμεις που έχουν κατακόρυφη διεύθυνση ως προς το κατάστρωμα της γέφυρας.

Στο Σχήμα 7.6 παρουσιάζονται τα αντίστοιχα φάσματα των επιταχυνσιογραφημάτων του Σχήματος 7.5, για εύρος συχνοτήτων από 0 έως 20Hz. Εξετάζοντας το φάσμα που αντιστοιχεί σε κάθε καταγραφή, μπορεί εύκολα να προσδιοριστούν οι ιδιοσυχνότητες της γέφυρας. Γενικά, οι κορυφές του φάσματος εμφανίζονται εκεί όπου υπάρχουν ιδιοσυχνότητες και επομένως η τοποθεσία της κορυφής στον άξονα των συχνοτήτων είναι ενδεικτική της τιμής της ιδιοσυχνότητας της γέφυρας. Για παράδειγμα, μπορεί να υπολογίσει άμεσα από τις κορυφές του φάσματος ότι υπάρχει μια ιδιοσυχνότητα στα 0.8Hz και άλλη μία στα 13Hz για τον αισθητήρα M2RT κατά μήκος της εγκάρσιας διεύθυνσης, μια ιδιοσυχνότητα στα 8Hz και άλλη μία στα 17Hz για τον αισθητήρα U2LL στη διαμήκη κατεύθυνση και μια ιδιοσυχνότητα στα 3.5Hz για τον αισθητήρα B1LV στην κατακόρυφη κατεύθυνση. Εντούτοις, προκειμένου να υπολογιστούν ακριβώς οι τιμές αυτών των ιδιοσυχνοτήτων, καθώς επίσης και οι τιμές των συνιστωσών των ιδιομορφών και οι τιμές των αντίστοιχων συντελεστών απόσβεσης, απαιτείται η χρήση κατάλληλου εξειδικευμένου λογισμικού.

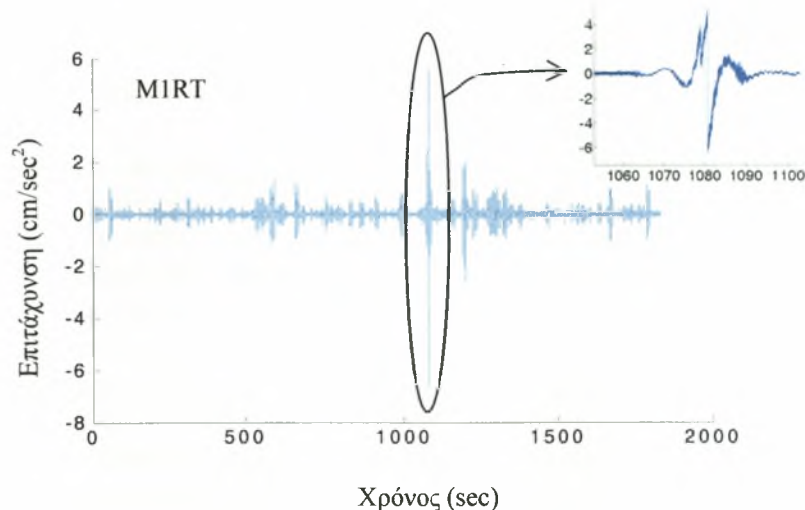
7.4.2 Αναγνώριση Κατασκευής Χρησιμοποιώντας Λειτουργικά Φορτία

Με την ανάλυση των χρονικών ιστοριών επιταχύνσεων προσδιορίστηκαν τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά της κατασκευής (ιδιοσυχνότητες, ιδιομορφές και συντελεστές απόσβεσης) με μεγαλύτερη ακρίβεια. Αυτό έγινε χρησιμοποιώντας μια μεθοδολογία αναγνώρισης βάσει αποκρίσεων που οφείλονται σε λειτουργικά φορτία και η οποία περιγράφεται την εργασία της Pavlidou (2003). Οι βέλτιστες τιμές των μορφικών χαρακτηριστικών για την περίπτωση των λειτουργικών φορτίων υπολογίζονται ελαχιστοποιώντας το μέτρο της διαφοράς μεταξύ των διαφασματικών πυκνοτήτων (cross power spectral densities) των αποκρίσεων της κατασκευής και των αντίστοιχων που προβλέπονται από το μορφικό μοντέλο, υποθέτοντας ευρυζωνική διέγερση λευκού θορύβου (Papadimitriou et al. 2002, Pavlidou et al. 2002). Η ελαχιστοποίηση του μέτρου της διαφοράς γίνεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο βελτιστοποίησης Quasi-Newton, η οποία κάνει χρήση της πληροφορίας της παραγώγου. Όλη αυτή η διαδικασία αναγνώρισης γίνεται με τη βοήθεια ενός κατάλληλου, φιλικού προς το χρήστη λογισμικού που έχει αναπτυχθεί σε περιβάλλον προγραμματισμού Matlab, και το οποίο επεκτείνει τις ικανότητες μίας παλαιότερης έκδοσης του ίδιου λογισμικού (Paulidou et al. 2003).

Η χρονική ιστορία που καταγράφηκε από τον αισθητήρα MIRT, ο οποίος βρίσκεται πάνω στο κατάστρωμα της γέφυρας, πάνω από τον αριστερό πυλώνα, και μετράει κατά την εγκάρσια διεύθυνση της γέφυρας, δεν λήφθηκε υπόψη κατά την ανάλυση. Αυτό

έγινε διότι παρατηρείται μία ασυνέχεια στο καταγεγραμμένο σήμα (περίπου τη χρονική στιγμή 1080 δευτερόλεπτα), η οποία οφείλεται είτε σε κάποιο αναπάντεχο συμβάν κοντά στην περιοχή του αισθητήρα, είτε σε δυσλειτουργία του ίδιου του αισθητήρα. Για λόγους επίδειξης, το σήμα αυτού του αισθητήρα φαίνεται στο Σχήμα 7.7.

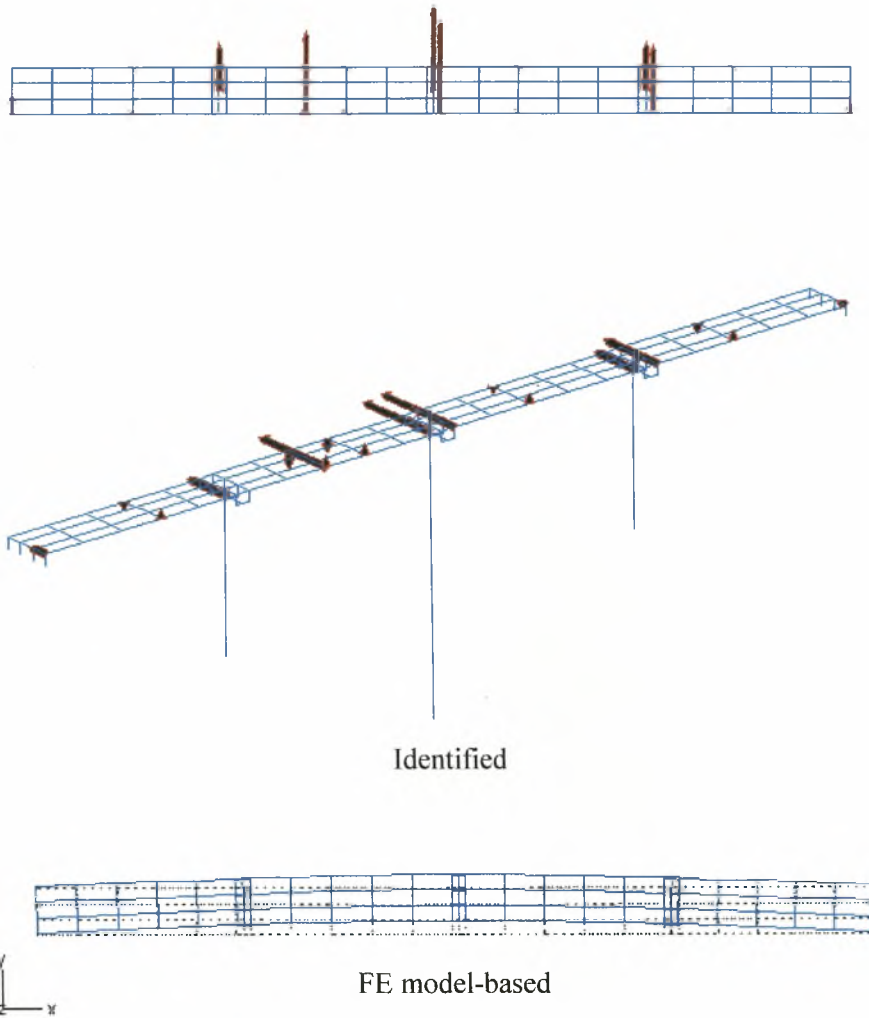
Από τη διέγερση των οχημάτων διεγέρθηκαν και αναγνωρίστηκαν καθαρά επτά ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές της γέφυρας: τρεις ιδιομορφές στην εγκάρσια κατεύθυνση, μία ιδιομορφή στη διαμήκη κατεύθυνση και τρεις πολύ κοντινές καμπτικές ιδιομορφές. Οι βέλτιστες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που αναγνωρίστηκαν και οι αντίστοιχες τιμές των συντελεστών απόσβεσης φαίνονται στον Πίνακα 7.1. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι τρεις καμπτικές ιδιομορφές είναι πολύ κοντινές. Ο διαχωρισμός τους χρησιμοποιώντας λειτουργικά φορτία έγινε με πολύ δυσκολία. Οι αντίστοιχες ιδιομορφές φαίνονται στα Σχήματα 7.8α – 7.8ζ. Τα κόκκινα βέλη βρίσκονται στα σημεία μέτρησης και το μήκος τους είναι ανάλογο της αντίστοιχης κανονικοποιημένης ιδιομορφικής συνιστώσας. Για λόγους σύγκρισης παρουσιάζονται και οι ιδιομορφές ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο περιγράφεται σε επόμενη ενότητα.



Σχήμα 7.7. Το καταγεγραμμένο σήμα που δε λαμβάνεται υπόψη κατά την ανάλυση, λόγω της ασυνέχειας στο 1080 δευτερόλεπτο.

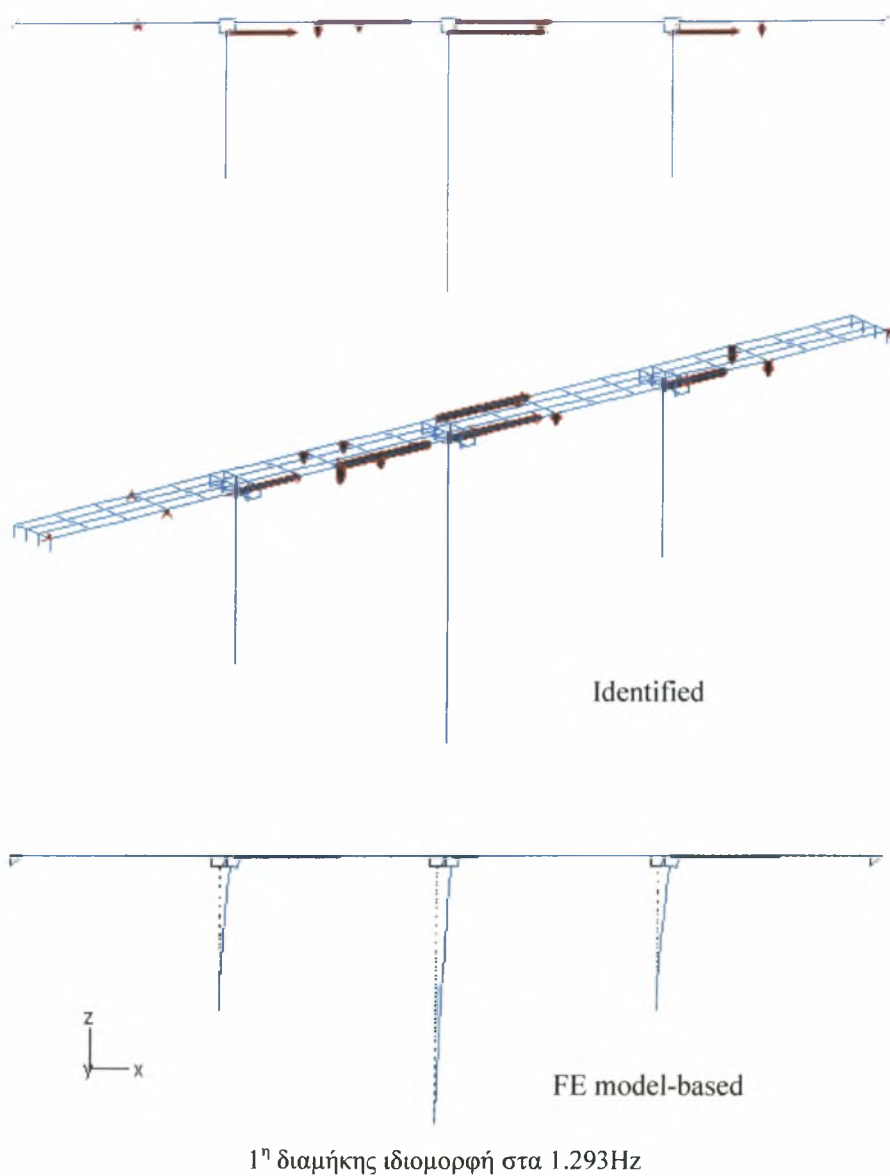
Πίνακας 7.1. Βέλτιστες εκτιμήσεις των ιδιοσυχνοτήτων και των συντελεστών απόσβεσης για τις επτά κύριες ιδιομορφές.

| | Τύπος Ιδιομορφής | Ιδιοσυχνότητα (Hz) | Συντελεστής Απόσβεσης (%) |
|---|-------------------------|--------------------|---------------------------|
| 1 | 1 ^η εγκάρσια | 0.807 | 2.59 |
| 2 | 1 ^η διαμήκης | 1.293 | 4.77 |
| 3 | 2 ^η εγκάρσια | 1.614 | 3.71 |
| 4 | 3 ^η εγκάρσια | 2.358 | 0.88 |
| 5 | 1 ^η καμπτική | 3.405 | 1.00 |
| 6 | 2 ^η καμπτική | 3.455 | 0.98 |
| 7 | 3 ^η καμπτική | 3.510 | 0.96 |

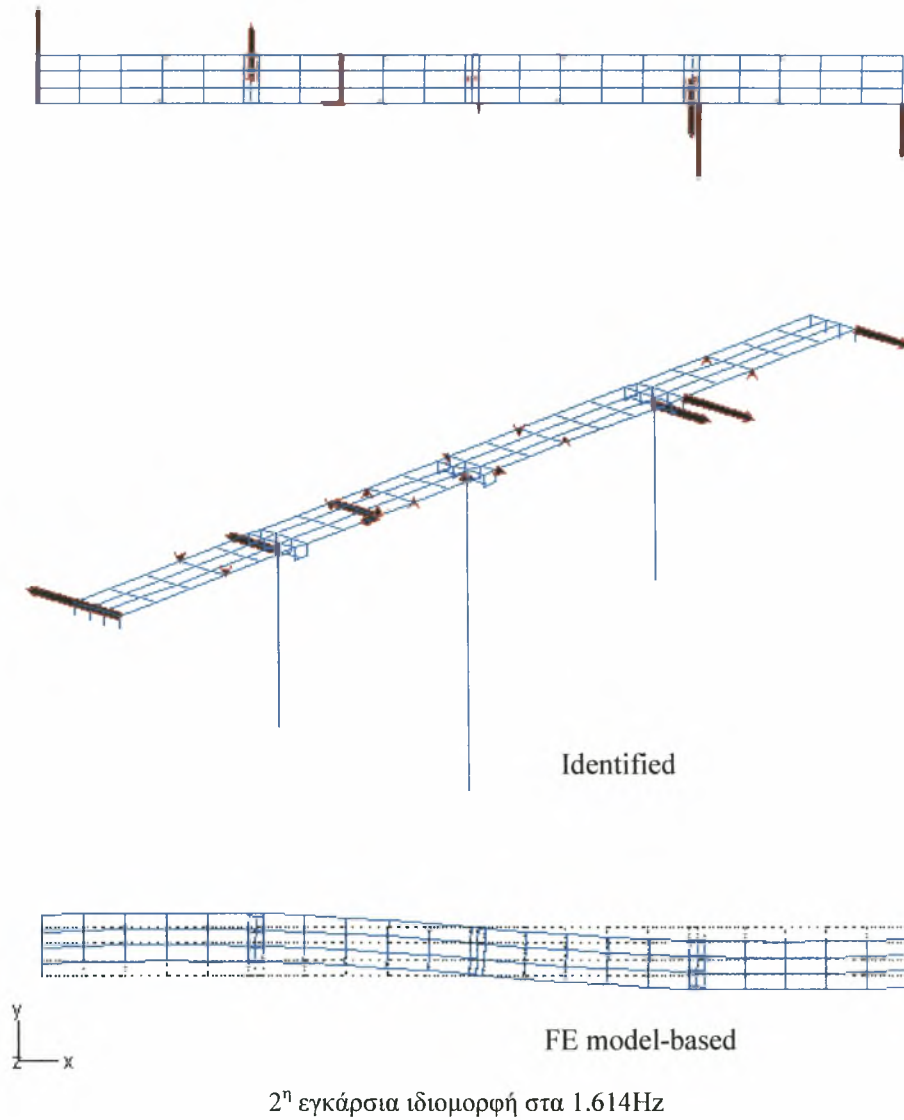


1^η εγκάρσια ιδιομορφή στα 0.807Hz

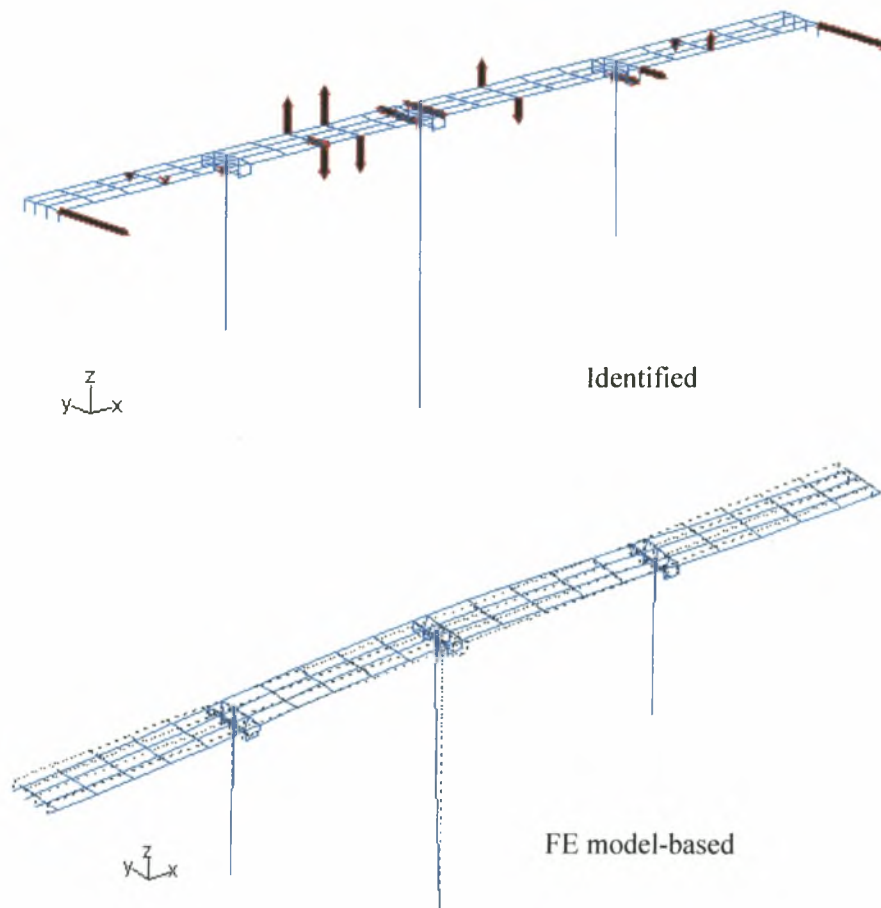
Σχήμα 7.8α. Αναγνωρισμένη και προβλεπόμενη από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ιδιομορφή της γέφυρας.



Σχήμα 7.8β. Αναγνωρισμένη και προβλεπόμενη από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ιδιομορφή της γέφυρας.

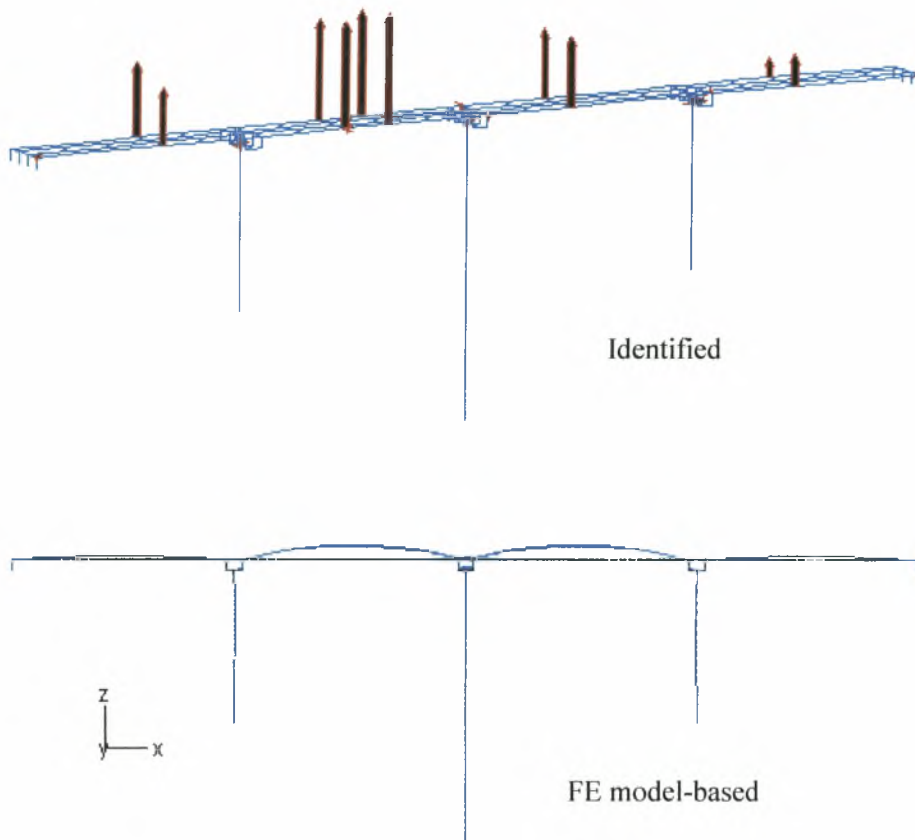


Σχήμα 7.8γ. Αναγνωρισμένη και προβλεπόμενη από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ιδιομορφή της γέφυρας.



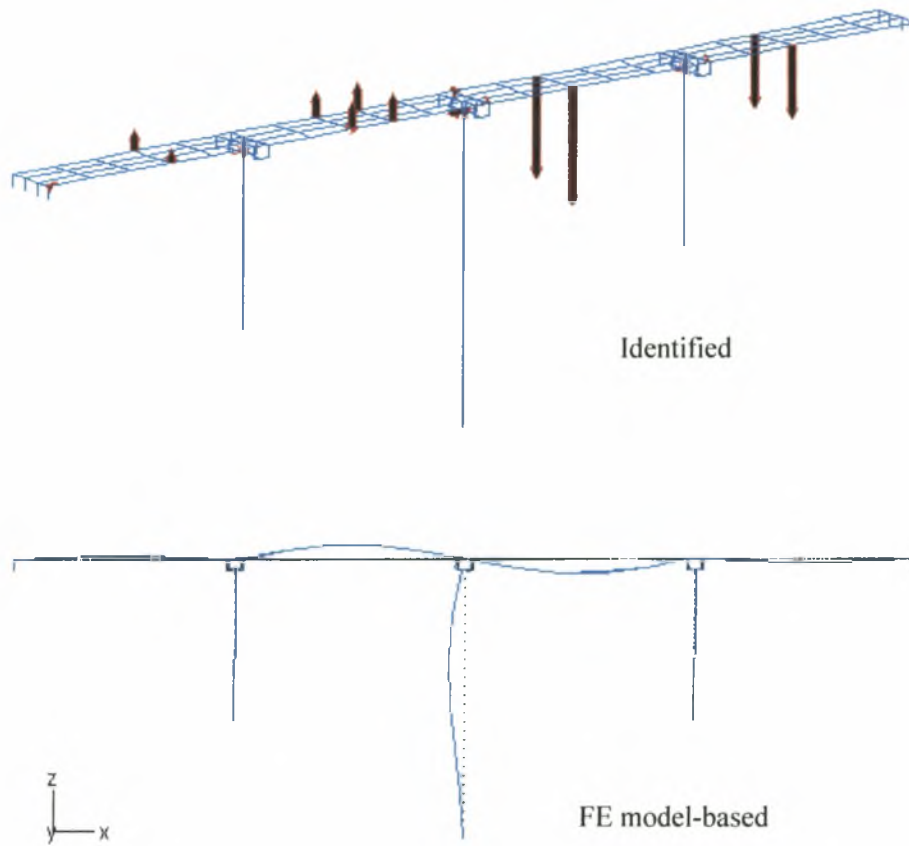
3^η εγκάρσια ιδιομορφή στα 2.358Hz

Σχήμα 7.8δ. Αναγνωρισμένη και προβλεπόμενη από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ιδιομορφή της γέφυρας.



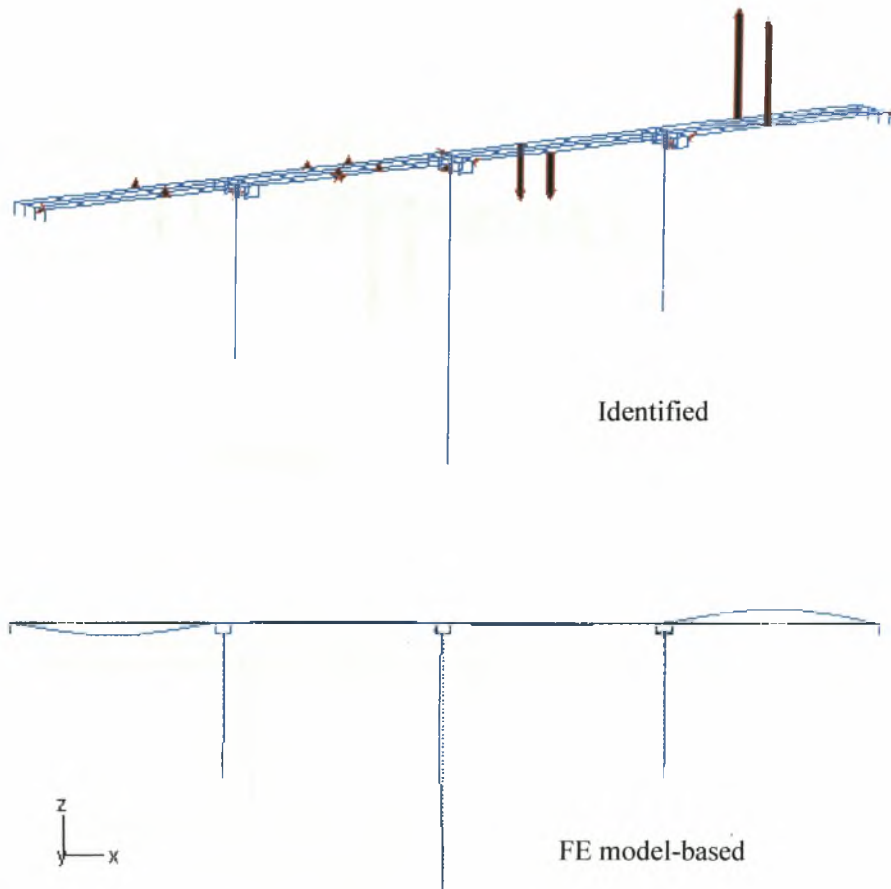
1^η καμπτική ιδιομορφή στα 3.405Hz

Σχήμα 7.8ε. Αναγνωρισμένη και προβλεπόμενη από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ιδιομορφή της γέφυρας.



2^η καμπτική ιδιομορφή στα 3.455Hz

Σχήμα 7.8στ. Αναγνωρισμένη και προβλεπόμενη από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ιδιομορφή της γέφυρας.

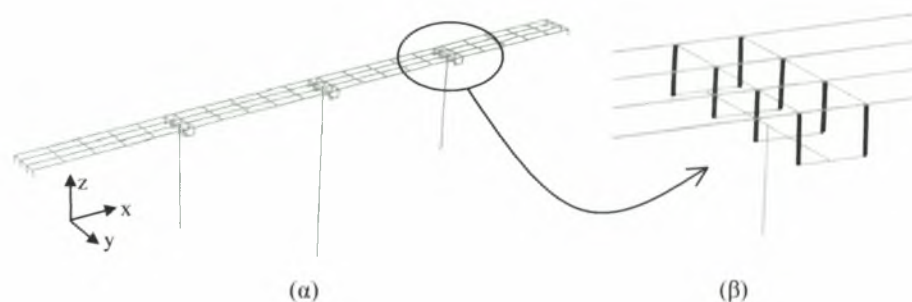


3^η καμπτική ιδιομορφή στα 3.510Hz

Σχήμα 7.8ζ. Αναγνωρισμένη και προβλεπόμενη από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ιδιομορφή της γέφυρας.

7.5 Μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων της Γέφυρας

Για την εφαρμογή των τεχνικών αναθεώρησης μοντέλων που περιγράφηκαν στα Κεφάλαια 2 και 3, δημιουργήθηκε ένα κατάλληλο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της γέφυρας. Η γέφυρα προσομοιώνεται χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τρισδιάστατα στοιχεία δοκού δύο κόμβων για τη μοντελοποίηση του καταστρώματος, των πυλώνων και των εφεδράνων. Αυτό το μοντέλο φαίνεται στο Σχήμα 7.9 και έχει 900 βαθμούς ελευθερίας. Η όλη προσομοίωση γίνεται σε περιβάλλον προγραμματισμού Matlab.



Σχήμα 7.9. Μοντέλο της γέφυρας: (α) Γενική όψη και (β) Λεπτομέρεια του μοντέλου στην περιοχή των ελαστομερών εφεδράνων

Κάθε άνοιγμα αποτελείται από τέσσερις διαμήκης δοκούς, οι οποίες παριστάνουν τα προεντεταμένα δοκάρια που στηρίζουν το κατάστρωμα, και έξι διαμήκης δοκούς, οι οποίες όλες μαζί σχηματίζουν το οριζόντιο πλέγμα που φαίνεται στο Σχήμα 7.9α. Οι ιδιότητες της διατομής κάθε διαμήκους δοκού αντιστοιχούν στην «ισοδύναμη» διατομή της προεντεταμένης δοκού καθώς και στο αντίστοιχο ενεργό πλάτος της πλάκας του καταστρώματος. Τα εγκάρσια στοιχεία δοκού στα δύο άκρα των ανοιγμάτων αντιστοιχούν στα υπάρχοντα εγκάρσια δοκάρια πάνω από τα εφεδράνα, ενώ τα άλλα τέσσερα εγκάρσια δοκάρια προσομοιώνουν τη σύζευξη των διαμήκους δοκαριών στην εγκάρσια διεύθυνση λόγω της παρουσίας του καταστρώματος.

Το κατάστρωμα στηρίζεται στους τρεις πυλώνες και στα δύο ακρόβαθρα διαμέσου των ενισχυμένων με χάλυβα ελαστομερών εφεδράνων. Τα ελαστομερή εφεδράνα προσομοιώνονται από στοιχεία δοκού, με κατάλληλες γεωμετρικές ιδιότητες και ιδιότητες υλικού, έτσι ώστε να παρέχουν την ισοδύναμη αξονική και εγκάρσια ακαμψία των εφεδράνων, ενώ η στρεπτική ακαμψία των εφεδράνων θεωρείται αμελητέα. Η θέση αυτών των στοιχείων δοκού στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων φαίνεται στο Σχήμα 7.9β. Τα στοιχεία δοκού που προσομοιώνουν τα εφεδράνα συνδέουν το κέντρο βάρους των διαμηκών δοκών του καταστρώματος με την κορυφή των πυλώνων ή των ακρόβαθρων.

Η σύνδεση μεταξύ των ανοιγμάτων γίνεται με μία πλάκα μήκους 2m και πάχους 20cm, και η οποία προσομοιώνεται επίσης στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Τα ακρόβαθρα θεωρούνται ως απαραμόρφωτα σώματα, ενώ οι πυλώνες προσομοιώνονται με στοιχεία δοκού. Η διατομή των στοιχείων των πυλώνων είναι ισοδύναμη με την $4\text{ m} \times 4\text{ m} \times 0.4\text{ m}$ κοίλα διατομή των πυλώνων. Η εγκάρσια δοκός στην κορυφή κάθε πυλώνα θεωρείται απαραμόρφωτη, ενώ θεωρείται ότι οι πυλώνες συνδέονται άκαμπτα με τη θεμελίωση.

7.5.1 Παραμετροποιημένες Κατηγορίες Μοντέλων

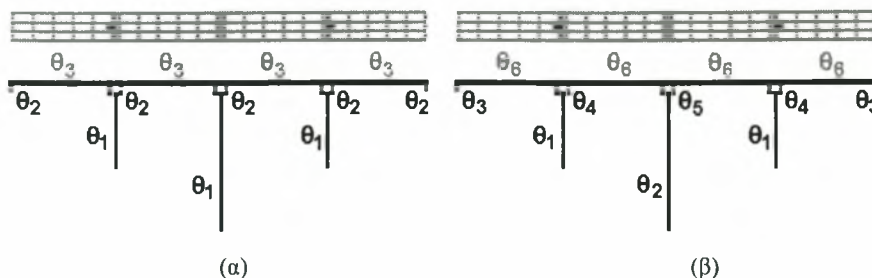
Υιοθετήθηκαν δύο παραμετροποιημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων για να γίνει επίδειξη της εφαρμογής και της αποτελεσματικότητας των προτεινόμενων μεθοδολογιών, καθώς και για την ανάδειξη των δυσκολιών που σχετίζονται με το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Οι κατηγορίες μοντέλων καθώς και η παραμετροποίηση τους φαίνονται σχηματικά στα Σχήματα 7.10α και 7.10β. Οι κατηγορίες μοντέλων βασίζονται στο ίδιο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και διαφέρουν μονον ως προς τον αριθμό και τον τύπο των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται.

Κατηγορία Μοντέλων I

Η κατηγορία μοντέλων I περιλαμβάνει τρεις παράμετρος, τις θ_1 , θ_2 και θ_3 . Η πρώτη παράμετρος θ_1 περιγράφει την ακαμψία των τριών πυλώνων, οι οποίες υποτίθεται ότι είναι πλήρως συσχετιζόμενες, η δεύτερη παράμετρος θ_2 περιγράφει στην ακαμψία των ελαστομερών εφεδράνων στους πυλώνες και τα ακρόβαθρα και η τρίτη παράμετρος θ_3 περιγράφει στην ακαμψία του καταστρώματος. Οι παράμετρος πολλαπλασιάζουν τις ονομαστικές τιμές των ιδιοτήτων των μοντέλων τις οποίες περιγράφουν, έτσι ώστε το μοντέλο που αντιστοιχεί σε τιμές των παραμέτρων $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 1$ να αντιστοιχεί στο ονομαστικό μοντέλο της γέφυρας που χρησιμοποιήθηκε στη φάση του σχεδιασμού. Αυτή η παραμετροποίηση του μοντέλου φαίνεται σχηματικά στο Σχήμα 7.10α.

Κατηγορία Μοντέλων II

Η κατηγορία μοντέλων II περιλαμβάνει 6 παράμετρος. Η παράμετρος θ_1 περιγράφει την ακαμψία των δύο πλευρικών πυλώνων, η θ_2 περιγράφει την ακαμψία του κεντρικού πυλώνα, η θ_3 περιγράφει την ακαμψία των εφεδράνων των δύο ακρόβαθρων, η θ_4 περιγράφει την ακαμψία των εφεδράνων των δύο πλευρικών πυλώνων, η θ_5 περιγράφει την ακαμψία των εφεδράνων του κεντρικού πυλώνα και η θ_6 περιγράφει στην ακαμψία του καταστρώματος. Αυτή η παραμετροποίηση του μοντέλου φαίνεται σχηματικά στο Σχήμα 7.10β.



Σχήμα 7.10. Παραμετροποίηση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων (α) κατηγορία μοντέλων I (β) κατηγορία μοντέλων II.

7.6 Αναθεώρηση Μοντέλων

Οι παραμετροποιημένες κατηγορίες μοντέλων αναθεωρούνται χρησιμοποιώντας τις επτά αναγνωρισμένες ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές της γέφυρας. Για την αναθεώρηση, τα αναγνωρισμένα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σύμφωνα με τον τρόπο Β που περιγράφηκε στην Ενότητα 2.4.3. Η πρώτη ομάδα περιέχει όλες τις ιδιοσυχνότητες, ενώ η δεύτερη όλες τις ιδιομορφικές συνιστώσες. Το μορφικό υπόλοιπο κάθε ομάδας είναι $J_1(\theta)$ και $J_2(\theta)$ αντίστοιχα, και υπολογίζεται από τις εξισώσεις (2.13) και (2.14), αντίστοιχα. Το ολικό μορφικό υπόλοιπο δίνεται από τη σχέση (2.9) για $n=2$.

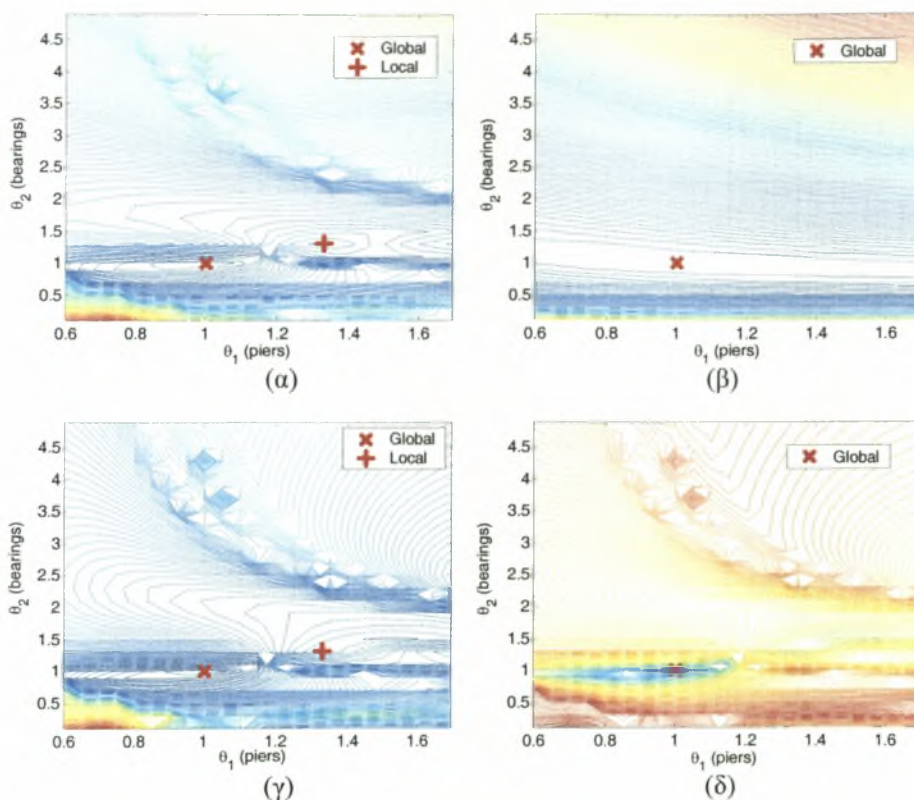
Λαμβάνονται και συγκρίνονται τα Pareto σημεία που προκύπτουν για τις ακόλουθες τιμές των συντελεστών βαρύτητας: (α) $w_1 = w_2 = 1$, η οποία ονομάζεται μέθοδος ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, (β) $w_1 = 1$ και $w_2 = 0$, που αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου λαμβάνεται υπόψη μόνο το μορφικό υπόλοιπο των ιδιοσυχνοτήτων, (γ) $w_1 = 0$ και $w_2 = 1$, που αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου λαμβάνεται υπόψη μόνο το μορφικό υπόλοιπο των ιδιομορφικών συνιστωσών και (δ) $w_1 = 1$ και $w_2 = w_{opt}$, η οποία αντιστοιχεί στη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. Επιπλέον υπολογίζεται ολόκληρο το μέτωπο Pareto και τα αντίστοιχα βέλτιστα μοντέλα. Στην περίπτωση όπου υπάρχουν δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, το μέτωπο Pareto είναι μονοδιάστατο και μπορεί να αποδοθεί γραφικά στο διδιάστατο χώρο. Τα βέλτιστα μοντέλα για τις περιπτώσεις (β) και (γ) αντιστοιχούν στα δύο ακριανά σημεία του μετώπου Pareto. Ο σχεδιασμός αυτών των σημείων στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων δίνει ένα μέτρο του μεγέθους του μετώπου Pareto.

7.6.1 Παρουσία Πολλαπλών Τοπικών Ελαχίστων

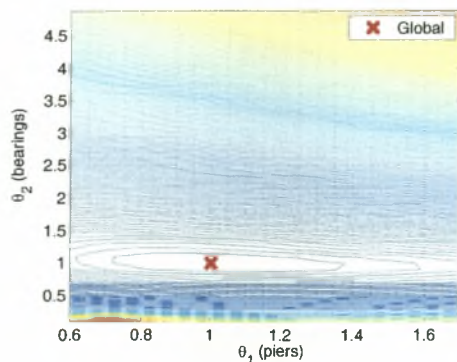
Προσομοιωμένα Δεδομένα

Με σκοπό να αποκαλυφθούν συγκεκριμένα γνωρίσματα και δυσκολίες που σχετίζονται με την αναθεώρηση μοντέλων, χρησιμοποιείται η κατηγορία μοντέλων I

και για την αναθεώρηση των παραμέτρων του μοντέλου χρησιμοποιούνται προσομοιωμένα δεδομένα που αποτελούνται από τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά επτά ιδιομορφών, του ίδιου τύπου με τις αναγνωρισμένες ιδιομορφές. Ειδικότερα, τα «μετρούμενα» προσομοιωμένα δεδομένα δημιουργούνται από ένα μοντέλο που αντιστοιχεί σε τιμές των παραμέτρων $\theta_1 = 1$, $\theta_2 = 1$ και $\theta_3 = 1.51$. Με αυτόν τον τρόπο τα μετρητικά δεδομένα δεν περιέχουν καθόλου σφάλματα μοντελοποίησης ή σφάλματα μετρήσεων. Πρέπει να αναφερθεί ότι στην περίπτωση που δεν υπάρχουν καθόλου σφάλματα στα μετρητικά δεδομένα, το μέτωπο Pareto αποτελείται από ένα μοναδικό σημείο. Αυτά τα προσομοιωμένα δεδομένα, χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για τον υπολογισμό των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων του μοντέλου θ_1 και θ_2 . Η τιμή της τρίτης παραμέτρου κρατήθηκε επίτηδες σταθερή και ίση με $\theta_3 = 1.51$, ώστε να είναι δυνατή η απεικόνιση των διαγραμμάτων των ισοϋψών των αντικειμενικών συναρτήσεων ως προς τις άλλες δύο παράμετρος και να γίνει εμφανής η παρουσία των πολλαπλών τοπικών/ολικών ελαχίστων. Τα διαγράμματα των ισοϋψών των αντικειμενικών συναρτήσεων στο διδιάστατο χώρο των παραμέτρων φαίνονται στα Σχήματα 7.11α-δ για τις τέσσερις εξεταζόμενες περιπτώσεις. Οι περιοχές με το βαθύ μπλε χρώμα αντιστοιχούν στις περιοχές των ελαχίστων της συνάρτησης. Για την περίπτωση (α) εκτός από το αναμενόμενο ολικό ελάχιστο στο σημείο $\theta_1 = \theta_2 = 1$, παρατηρούνται επιπλέον τοπικά ελάχιστα. Για την περίπτωση (β) προκύπτει μόνο ένα βέλτιστο, το ολικό βέλτιστο, στο σημείο $\theta_1 = \theta_2 = 1$. Για την περίπτωση (γ) εκτός από το αναμενόμενο ολικό ελάχιστο στο σημείο $\theta_1 = \theta_2 = 1$, υπάρχουν επιπλέον ακόμη τοπικά ελάχιστα. Συγκρίνοντας τις τρεις πρώτες περιπτώσεις, προκύπτει το συμπέρασμα ότι η παρουσία των πολλαπλών τοπικών ελαχίστων στην αντικειμενική συνάρτηση οφείλεται στο μορφικό υπόλοιπο των ιδιομορφικών συνιστωσών. Με σκοπό την περαιτέρω αναγνώριση εκείνων των ιδιομορφών στις οποίες οφείλεται η παρουσία των πολλαπλών τοπικών ελαχίστων, στο Σχήμα 7.12 παρουσιάζεται το διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης $J(\theta)$ για την περίπτωση (α) αλλά χωρίς να λαμβάνονται υπόψη αυτή τη φορά οι ιδιομορφικές συνιστώσες των τριών κοντινών καμπτικών ιδιομορφών στην αντικειμενική συνάρτηση $J_2(\theta)$, δηλαδή περιέχονται μόνο οι ιδιομορφικές συνιστώσες των τεσσάρων άλλων ιδιομορφών. Στο Σχήμα 7.12, παρατηρείται ότι υπάρχει ένα μοναδικό (ολικό) και καλά ορισμένο ελάχιστο. Με αυτόν τον τρόπο πιστοποιείται ότι η παρουσία των πολλαπλών τοπικών ελαχίστων οφείλεται στις τρεις κοντινές καμπτικές ιδιομορφές που παρουσιάζονται στην εξεταζόμενη γέφυρα.



Σχήμα 7.11. Διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα, για (α) $w_1 = w_2 = 1$, (β) $w_1 = 1$ και $w_2 = 0$, (γ) $w_1 = 0$ και $w_2 = 1$, (δ) μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων.



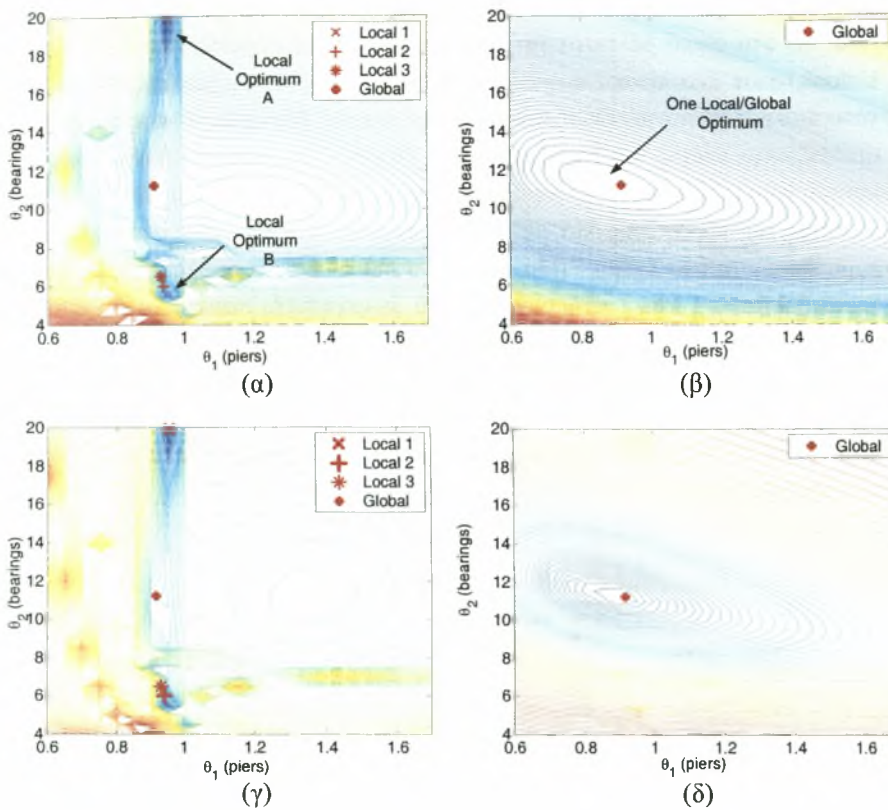
Σχήμα 7.12. Διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα για την περίπτωση (α) $w_1 = w_2 = 1$ εξαιρώντας τις ιδιομορφικές συνιστώσες των καμπτικών ιδιομορφών από τη δεύτερη μορφική ομάδα.

Πειραματικά Δεδομένα

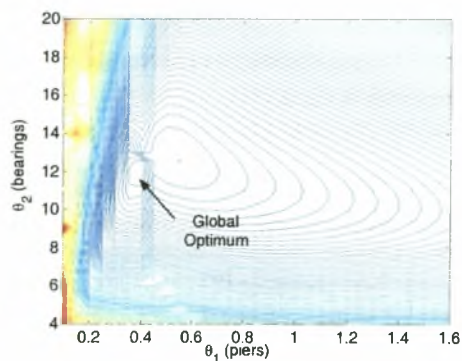
Η διαδικασία αναθεώρησης μοντέλων επαναλαμβάνεται χρησιμοποιώντας τις επτά αναγνωρισμένες ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές. Παρόμοια διαγράμματα ισοϋψών για τις αντικειμενικές συναρτήσεις για τις τέσσερις περιπτώσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως (α) ως (δ), φαίνονται στα Σχήματα 7.13 και 7.14. Στο Σχήμα 7.15 φαίνεται το διάγραμμα των ισοϋψών για την περίπτωση (α) στην περιοχή κοντά στα τοπικά ελάχιστα A και B που παρουσιάζονται στο χώρο των παραμέτρων στο Σχήμα 7.13α. Είναι εμφανές ότι υπάρχουν περισσότερα πολλαπλά τοπικά ελάχιστα και τα οποία δεν φαίνονται στο Σχήμα 7.13α λόγω του σχετικά μεγάλου βήματος που είχε επιλεγεί για τη δημιουργία του διαγράμματος των ισοϋψών. Στα σχήματα αυτά, παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά με αυτή που είχε παρατηρηθεί στην περίπτωση των προσομοιωμένων δεδομένων. Για τις περιπτώσεις (α) και (γ) παρατηρούνται πολλαπλά τοπικά ελάχιστα, ενώ για τις περιπτώσεις (β) και (δ) υπάρχει μόνο ένα τοπικό (ολικό) ελάχιστο. Το μοναδικό (ολικό) και καλά ορισμένο ελάχιστο που φαίνεται στο Σχήμα 7.14 για την περίπτωση (α) όπου δε λαμβάνονται υπόψη οι ιδιομορφικές συνιστώσες των τριών κοντινών καμπτικών ιδιομορφών, πιστοποιεί ότι η παρουσία των πολλαπλών τοπικών ελαχίστων, που παρατηρείται στο Σχήμα 7.13α, οφείλεται στις τρεις κοντινές καμπτικές ιδιομορφές.

Σε σύγκριση με τα αποτελέσματα της περίπτωσης των προσομοιωμένων δεδομένων, όταν χρησιμοποιούνται πραγματικά δεδομένα ο αριθμός των τοπικών ελαχίστων είναι σημαντικά μεγαλύτερος. Αυτό οφείλεται στα σφάλματα μοντελοποίησης και στα σφάλματα μετρήσεων που υπάρχουν στην περίπτωση που γίνεται χρήση μετρητικών δεδομένων για την αναθεώρηση των μοντέλων. Συγκρίνοντας το Σχήμα 7.13α με το Σχήμα 7.14 όπου οι ιδιομορφικές συνιστώσες των τριών κοντινών καμπτικών ιδιομορφών δε λαμβάνονται υπόψη στην αντικειμενική συνάρτηση, φαίνεται ότι το ολικό ελάχιστο έχει μετακινηθεί προς τα αριστερά στο χώρο των παραμέτρων από το σημείο $\hat{\theta}_1 = 0.861$ και $\hat{\theta}_2 = 11.389$ στο Σχήμα 7.13α, στο σημείο $\hat{\theta}_1 = 0.398$ και $\hat{\theta}_2 = 12.369$ στο Σχήμα 7.14.

Προκύπτει λοιπόν το συμπέρασμα ότι η υπό βελτιστοποίηση αντικειμενική συνάρτηση συμπεριφέρεται κατά τον ίδιο τρόπο είτε χρησιμοποιούνται προσομοιωμένα δεδομένα, είτε χρησιμοποιούνται πειραματικά δεδομένα. Η παρουσία των πολλαπλών τοπικών ελαχίστων οφείλεται στην παρουσία των πολλαπλών τοπικών καμπτικών ιδιομορφών, ενώ τα σφάλματα μοντελοποίησης και τα σφάλματα των μετρήσεων για τις αναγνωρισμένες ιδιομορφικές συνιστώσες τείνουν να αυξήσουν τον αριθμό των τοπικών ελαχίστων. Αυτή η αύξηση των τοπικών ελαχίστων περιπλέκει επιπλέον το πρόβλημα εύρεσης του ολικού ελαχίστου.

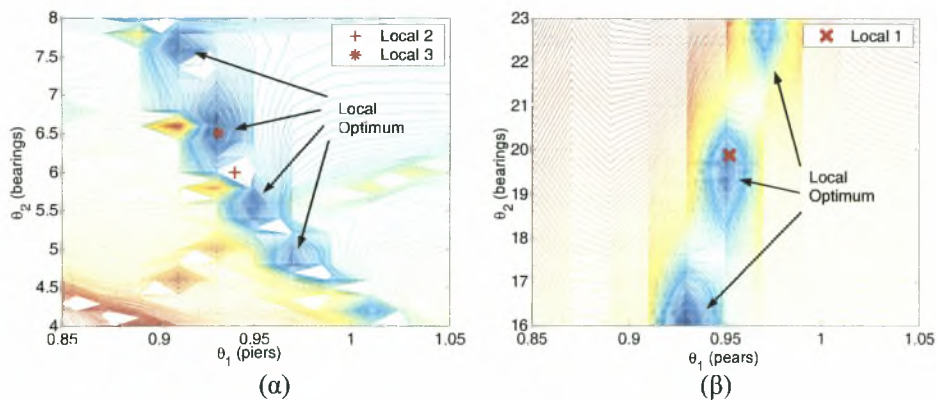


Σχήμα 7.13. Διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα, για (α) $w_1 = w_2 = 1$, (β) $w_1 = 1$ και $w_2 = 0$, (γ) $w_1 = 0$ και $w_2 = 1$, (δ) μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων.



Σχήμα 7.14. Διάγραμμα των ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα για την περίπτωση (α) $w_1 = w_2 = 1$ εξαιρώντας τις ιδιομορφικές συνιστώσες των καμπτικών ιδιομορφών από τη δεύτερη μορφική ομάδα.

Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του μοντέλου που αντιστοιχούν στα τρία τοπικά βέλτιστα και στο ολικό βέλτιστο για την περίπτωση (α), εμφανίζονται στον Πίνακα 7.2. Επίσης, στον ίδιο πίνακα εμφανίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης στα τοπικά/ολικά βέλτιστα. Οι τέσσερις τοπικές/ολικές βέλτιστες λύσεις του Πίνακα 7.2 εμφανίζονται επίσης και στα Σχήματα 7.13 και 7.14. Αυτά τα τοπικά βέλτιστα βρίσκονται χρησιμοποιώντας αλγορίθμους βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου και με αρχικές εκτιμήσεις κοντά στα τοπικά βέλτιστα που παρατηρούνται στο Σχήμα 7.13α. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι βέλτιστες λύσεις για τα τοπικά βέλτιστα 1 και 2 ανήκουν σε πολύ διαφορετικές περιοχές στο χώρο των παραμέτρων, ενώ οι τιμές του συνολικού μέτρου των μορφικών υπολοίπων που αντιστοιχούν στα δύο τοπικά βέλτιστα είναι πολύ κοντά μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, η τιμή της παραμέτρου θ_2 είναι 19.89 για το τοπικό βέλτιστο 1 και 5.99 για το τοπικό βέλτιστο 2, ενώ το μέτρο των μορφικών υπολοίπων είναι περίπου ίσο με 0.137 και για τα δύο τοπικά βέλτιστα.



Σχήμα 7.15. Λεπτομερέστερο διάγραμμα ισοϋψών της αντικειμενικής συνάρτησης, κοντά στην περιοχή των δύο τοπικών ελαχίστων Α και Β.

Πίνακας 7.2. Τοπικές και ολικές βέλτιστες λύσεις για τις παράμετρους θ_1 , θ_2 και το συνολικό μέτρο των μορφικών υπολοίπων για την περίπτωση (α) στάθμισης των υπολοίπων ($\theta_3 = 1.51$).

| $\theta_3 = 1.51$ | Βέλτιστες τιμές | | | |
|-----------------------|-----------------|---------|---------|---------|
| | Local 1 | Local 2 | Local 3 | Global |
| Παράμετρους | | | | |
| θ_1 (πυλώνες) | 0.9520 | 0.9396 | 0.9309 | 0.9149 |
| θ_2 (εφέδρανα) | 19.8916 | 5.9989 | 6.5026 | 11.2195 |
| $J(\hat{\theta})$ | 0.1373 | 0.1369 | 0.1323 | 0.1155 |

Πίνακας 7.3. Μορφικές ιδιοσυχνότητες που προβλέπονται από τα τοπικά βέλτιστα και το ολικό βέλτιστο μοντέλο του Πίνακα 7.2, καθώς και η ποσοστιαία διαφορά τους από τις μετρούμενες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων.

| Ιδιομορφή | Μετρούμενες $\hat{\omega}$ (Hz) | Local 1 ($\omega - \hat{\omega}$) | | Local 2 ($\omega - \hat{\omega}$) | | Local 3 ($\omega - \hat{\omega}$) | | Global ($\omega - \hat{\omega}$) | |
|-------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|--------------------|-------------------------------------|--------------------|-------------------------------------|--------------------|------------------------------------|--------------------|
| | | freq. (Hz) | $\hat{\omega}$ (%) | freq. (Hz) | $\hat{\omega}$ (%) | freq. (Hz) | $\hat{\omega}$ (%) | freq. (Hz) | $\hat{\omega}$ (%) |
| 1 ^η εγκάρσια | 0.807 | 0.870 | 7.8 | 0.796 | -1.4 | 0.801 | -0.7 | 0.835 | 3.5 |
| 1 ^η διαμήκης | 1.293 | 1.556 | 20.4 | 1.001 | -22.6 | 1.027 | -20.6 | 1.242 | -3.9 |
| 2 ^η εγκάρσια | 1.614 | 1.891 | 17.2 | 1.380 | -14.5 | 1.417 | -12.2 | 1.662 | 3.0 |
| 3 ^η εγκάρσια | 2.358 | 2.792 | 18.4 | 2.009 | -14.8 | 2.053 | -12.9 | 2.395 | 1.6 |
| 1 ^η καμπτική | 3.405 | 3.410 | 0.2 | 3.380 | -0.7 | 3.380 | -0.7 | 3.388 | -0.5 |
| 2 ^η καμπτική | 3.455 | 3.427 | -0.8 | 3.384 | -2.1 | 3.385 | -2.0 | 3.399 | -1.6 |
| 3 ^η καμπτική | 3.510 | 3.532 | 0.6 | 3.505 | -0.1 | 3.507 | -0.1 | 3.518 | 0.2 |

Στον Πίνακα 7.3 γίνεται σύγκριση των πειραματικά προσδιορισμένων τιμών των ιδιοσυχνοτήτων, με τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προβλέπονται από τα μοντέλα που αντιστοιχούν στα τοπικά και ολικά βέλτιστα που φαίνονται στον Πίνακα 7.2. Επίσης, στον Πίνακα 7.3 φαίνεται και η ποσοστιαία διαφορά τους. Δείχνεται ότι υπάρχει σημαντική μεταβλητότητα ανάμεσα στις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προβλέπονται από κάθε τοπικό/ολικό βέλτιστο μοντέλο για τις τρεις πρώτες ιδιομορφές. Για τις καμπτικές ιδιομορφές αυτή η διαφοροποίηση είναι σχετικά μικρή. Για το μοντέλο που αντιστοιχεί στο ολικό ελάχιστο, το ποσοστιαίο σφάλμα για τις τρεις καμπτικές και την 3^η εγκάρσια ιδιομορφή είναι σχετικά μικρό. Αντίθετα, για τις τρεις πρώτες ιδιομορφές, το σφάλμα στις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων είναι σχετικά μεγάλο, της τάξης του 4%. Περαιτέρω μείωση στην τιμή των σφαλμάτων μπορεί να επιτευχθεί διαφοροποιώντας την κατηγορία μοντέλων, για παράδειγμα, προσθέτοντας επιπλέον ελεύθερες παράμετρος.

Συνοψίζοντας, προκύπτει το συμπέρασμα ότι μπορεί να υπάρχουν πολλαπλά τοπικά/ολικά βέλτιστα και τα οποία μπορούν να περιπλέξουν την εκτίμηση του βέλτιστου (ολικού) μοντέλου χρησιμοποιώντας τις προτεινόμενες μεθοδολογίες αναθεώρησης μοντέλων. Σε αυτή την περίπτωση, οι μέθοδοι βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση της πληροφορία της παραγώγου είναι ανίκανες να βρουν την ολικά βέλτιστη λύση. Καταλληλότερες και αποτελεσματικότερες μέθοδοι για την εύρεση του ολικού ελαχίστου σε αυτές τις περιπτώσεις είναι αυτές που βασίζονται σε εξελικτικούς αλγόριθμους. Ειδικότερα, για την εύρεση των βέλτιστων λύσεων πρέπει να χρησιμοποιηθούν υβριδικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης (Haralampidis et al. 2005)

που εκμεταλλεύονται τα πλεονεκτήματα των εξελικτικών αλγορίθμων και εκείνα των μεθόδων βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται εξελικτικοί αλγόριθμοι (Beyer 2001) για να ερευνηθεί το πεδίο ορισμού των παραμέτρων και να ανιχνευθεί η γειτονιά του ολικού βέλτιστου. Στη συνέχεια, χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος που κάνει χρήση της πληροφορίας της παραγώγου, με αρχική εκτίμηση την καλύτερη εκτίμηση που λαμβάνεται από τους εξελικτικούς αλγορίθμους και χρησιμοποιώντας την πληροφορία της παραγώγου επιταχύνεται η σύγκλιση στο ολικό βέλτιστο.

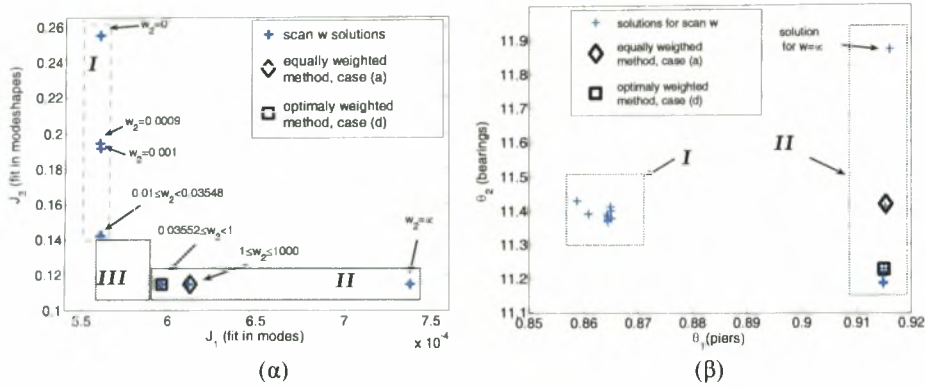
7.6.2 Ανωμαλίες και Ασυνέχειες στο Μέτωπο Pareto και στα Pareto Βέλτιστα Μοντέλα

Στη συνέχεια παρουσιάζεται το μέτωπο Pareto και τα αντίστοιχα Pareto βέλτιστα μοντέλα για την κατηγορία μοντέλων που φαίνεται στο Σχήμα 7.10α. Για να είναι εφικτή η γραφική παρουσίαση των αποτελεσμάτων στο χώρο των παραμέτρων, η τιμή της τρίτης παραμέτρου θ_3 διατηρείται σταθερή και ίση με $\theta_3 = 1.5$, έτσι ώστε η κατηγορία μοντέλων να περιλαμβάνει δύο παράμετρος θ_1 και θ_2 . Όμοια, η χρήση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων $J_1(\theta)$ και $J_2(\theta)$ επιτρέπει και τη γραφική απεικόνιση του μετώπου Pareto στο διδιάστατο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Σκοπός της ανάλυσης είναι να παρουσιαστούν οι δυσκολίες που ενδέχεται να αντιμετωπιστούν κατά τον υπολογισμό του μετώπου Pareto και των βέλτιστων λύσεων Pareto.

Για λόγους σύγκρισης, το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις υπολογίζονται χρησιμοποιώντας διάφορες μεθόδους. Αρχικά, οι Pareto βέλτιστες λύσεις υπολογίζονται διατηρώντας τον πρώτο συντελεστή βαρύτητας σταθερό, $w_1 = 1$, και διαφοροποιώντας τις τιμές του δεύτερου συντελεστή βαρύτητας στην περιοχή $w_2 \in (0, \infty)$. Η βέλτιστη λύση της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε τιμή του w_2 , βρίσκεται χρησιμοποιώντας την υβριδική μέθοδο βελτιστοποίησης (Haralampidis et al. 2005), η οποία συνδυάζει εξελικτικούς αλγόριθμους με μεθόδους βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγώγου. Η χρήση της είναι απαραίτητη για την αναγνώριση του ολικού ελαχίστου από τα πολλαπλά τοπικά ελάχιστα. Πρέπει να αναφερθεί ότι ο αριθμός των διαφορετικών τιμών που δόθηκαν στο συντελεστή βαρύτητας w_2 για να κατασκευαστεί το μέτωπο Pareto ήταν σχετικά μικρός, λόγω του μεγάλου υπολογιστικού χρόνου που απαιτεί ο υβριδικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης.

Έγινε λεπτομερής έρευνα, διαφοροποιώντας προσεκτικά τις τιμές του συντελεστή βαρύτητας w_2 , λαμβάνοντας υπόψη ότι το μέτωπο Pareto αναμένεται να είναι μία βηματική, συνεχής συνάρτηση του συντελεστή βαρύτητας w_2 . Το μέτωπο Pareto στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων φαίνεται στο Σχήμα 7.16α και υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας για τον συντελεστή βαρύτητας w_2 τις τιμές $w_2 = 0$, $w_2 = 0.001$,

$w_2 \in [0.01, 0.03548]$, $w_2 \in [0.03552, 100]$ και $w_2 = \infty$. Οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων φαίνονται στο Σχήμα 7.16β.



Σχήμα 7.16. (α) Pareto λύσεις για διάφορες τιμές του $w_2 \in (0, \infty)$, καθώς $w_1 = 1$ για όλες τις περιπτώσεις, (β) οι αντίστοιχες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων.

Φαίνεται ότι όταν η τιμή του συντελεστή βαρύτητας κυμαίνεται στην περιοχή $w_2 \in [0, 0.03548]$, προκύπτουν Pareto σημεία μέσα στην περιοχή I του Σχήματος 7.16α, με βέλτιστες λύσεις $\hat{\theta}$ οι οποίες όλες δίνουν σχεδόν το ίδιο μορφικό υπόλοιπο για τις ιδιοσυχνότητες με τιμή $J_1(\hat{\theta}) = 5.615e-4$, ενώ το μορφικό υπόλοιπο των ιδιομορφικών συνιστωσών κυμαίνεται στην περιοχή $J_2(\hat{\theta}) \in [0.1426, 0.2554]$. Αυτά τα Pareto σημεία αντιστοιχούν σε Pareto βέλτιστες λύσεις με $\hat{\theta}_1 \in [0.8586, 0.8649]$ και $\hat{\theta}_2 \in [11.3674, 11.4289]$. Παρόμοια, όταν η τιμή του συντελεστή βαρύτητας κυμαίνεται στην περιοχή $w_2 \in [0.3552, \infty)$ προκύπτουν Pareto σημεία μέσα στην περιοχή II του Σχήματος 7.16α, με βέλτιστες λύσεις $\hat{\theta}$ οι οποίες όλες δίνουν σχεδόν το ίδιο μορφικό υπόλοιπο για τις ιδιομορφικές συνιστώσες με τιμή $J_2(\hat{\theta}) = 0.1149$, ενώ το μορφικό υπόλοιπο για τις ιδιοσυχνότητες κυμαίνεται στην περιοχή $J_1(\hat{\theta}) \in [5.95e-4, 7.37e-4]$. Αυτά τα Pareto σημεία αντιστοιχούν σε Pareto βέλτιστες λύσεις με $\hat{\theta}_1 = 0.915$ και τιμές $\hat{\theta}_2$ να διαφοροποιούνται από 11.188 ως 11.869. Η τιμή της θ_2 μεγαλώνει καθώς μεγαλώνει ο συντελεστής βαρύτητας w_2 , με την τιμή $\hat{\theta}_2 = 11.869$ να αντιστοιχεί στη λύση για $w_2 = \infty$.

Ανάμεσα από όλα τα Pareto σημεία, δύο φαίνεται να είναι τα σημαντικότερα στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Ειδικότερα, αυτά τα σημεία είναι το $J_I(\hat{\theta}_I) = [5.615e-4, 0.1426]$ στην περιοχή I και $J_{II}(\hat{\theta}_{II}) = [5.95e-4, 0.1149]$ στην περιοχή II του χώρου των αντικειμενικών συναρτήσεων, και τα οποία αντιστοιχούν σε Pareto βέλτιστες λύσεις $\hat{\theta}_I = (0.8648, 11.4105)$ στην περιοχή I και $\hat{\theta}_{II} = (0.9146, 11.1889)$ στην περιοχή II του χώρου των παραμέτρων. Από μηχανικής απόψεως, τα υπόλοιπα από τα Pareto σημεία βελτιώνουν ελάχιστα το μορφικό υπόλοιπο μίας εκ των δύο μορφικών ομάδων, ενώ χειροτερεύουν σημαντικά το μορφικό υπόλοιπο της

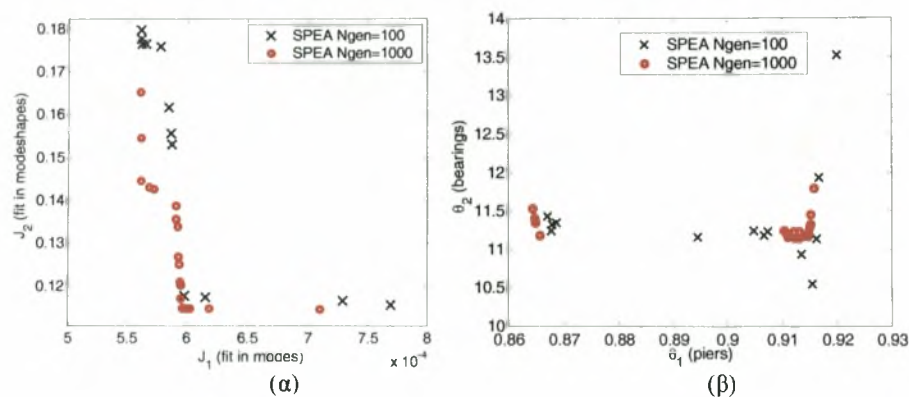
άλλης μορφικής ομάδας. Αξίζει να σημειωθεί, ότι η λύση της μεθόδου βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων αντιστοιχεί σε ένα σημείο πολύ κοντά σε ένα από αυτά τα δύο σημεία. Ειδικότερα, αντιστοιχεί στη βέλτιστη λύση πολύ κοντά στο $\hat{\theta}_D = (0.9146, 11.1889)$. Αυτό δείχνει ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων επιλέγει μία από τις δύο λογικότερες λύσεις, ανάμεσα από τις άπειρες Pareto βέλτιστες λύσεις.

Το μειονέκτημα της μεθόδου διαφοροποίησης των συντελεστών βαρύτητας για τη δημιουργία του μετώπου Pareto είναι ότι ενδέχεται να παραληφθούν σημαντικές περιοχές του, λόγω της μη γραμμικής σχέσης ανάμεσα στην απόσταση των Pareto σημείων κατά μήκος του μετώπου και του βήματος με το οποίο μεταβάλλονται οι συντελεστές βαρύτητας με τους οποίους δημιουργούνται αυτά τα σημεία. Για την ακρίβεια, το βήμα με το οποίο πρέπει να αυξάνονται οι συντελεστές βαρύτητας προκειμένου τα Pareto σημεία να είναι ομοιόμορφα καταναμημένα πάνω στο μέτωπο, είναι εντελώς άγνωστο και κυμαίνεται στην περιοχή $w_2 \in (0, \infty)$. Ωστόσο, τα Pareto σημεία στις περιοχές I και II δημιουργούνται δίνοντας τιμές στον συντελεστή w_2 , $w_2 \in [0, 0.03548]$ και $w_2 \in [0.03552, \infty]$, αντίστοιχα.

Μία άλλη σημαντική περιοχή του χώρου των αντικειμενικών συναρτήσεων είναι η περιοχή III, η οποία ορίζεται από το χώρο $S \in \{5.608e-4 \leq J_1(\theta) \leq 5.956e-4, 0.1426 \leq J_2(\theta) \leq 0.1150\}$. Παρότι χρησιμοποιήθηκε πολύ μικρό βήμα μεταβολής του συντελεστή βαρύτητας w_2 για να δημιουργηθούν Pareto σημεία στην περιοχή III, αυτό δεν επετεύχθη. Η όλη προσπάθεια δημιουργίας Pareto σημείων στην περιοχή III, οδήγησε στο ακόλουθο συμπέρασμα. Εάν υπάρχουν Pareto σημεία στην περιοχή III, αυτά θα αντιστοιχούν σε τιμές του συντελεστή βαρύτητας $w_2 \in [0.03548, 0.03552]$. Αυτή η περιοχή δεν εξετάστηκε περαιτέρω λόγω του υπολογιστικού κόστους που προκύπτει. Αν και δε μπορεί να διατυπωθεί αξιόπιστα αν είναι δυνατή ή όχι η δημιουργία Pareto σημείων στην περιοχή III, καθώς απαιτείται περαιτέρω μείωση του βήματος μεταβολής του συντελεστή βαρύτητας στην περιοχή $w_2 \in [0.03548, 0.03552]$, μπορεί να ειπωθεί ότι, είτε το μέτωπο Pareto παρουσιάζει ασυνέχεια στην περιοχή III, και αποτελείται μόνο από τις περιοχές I και II, είτε ότι η κατασκευή του στην περιοχή III είναι πρακτικά αδύνατη, λόγω της πάρα πολύ μικρής μεταβολής της τιμής του συντελεστή βαρύτητας που απαιτείται.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος SPEA (Zitzler and Thiele 1999, Haralampidis et al. 2005) για τη δημιουργία του μετώπου Pareto και των αντίστοιχων Pareto βέλτιστων σημείων. Οι λύσεις Pareto που προκύπτουν στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων φαίνονται στο Σχήμα 7.17α για 100 και 1000 γενεές αντίστοιχα. Ο αριθμός των γονέων και των γόνων που χρησιμοποιήθηκε από τον αλγόριθμο διατηρήθηκε σταθερός και ίσος με 15 και 100, αντίστοιχα. Όπως αναμένονταν, το μέτωπο Pareto που υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας 1000 γενεές είναι

σημαντικά χαμηλότερο από το μέτωπο Pareto που υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας 100 γενεές, που σημαίνει ότι 100 γενεές δεν είναι αρκετές για να συγκλίνει η μέθοδος με κάποια ικανοποιητική ακρίβεια. Οι λύσεις στο χώρο των παραμέτρων χρησιμοποιώντας 100 και 1000 γενεές αντίστοιχα, φαίνονται στο Σχήμα 7.17β. Για λόγους σύγκρισης, αναφέρεται ότι για να τρέξει ο αλγόριθμος για 1000 γενεές απαιτείται περίπου μία μέρα, χρησιμοποιώντας ένα Η/Υ με επεξεργαστή Pentium IV στα 3GHz και με 512Mb Ram.

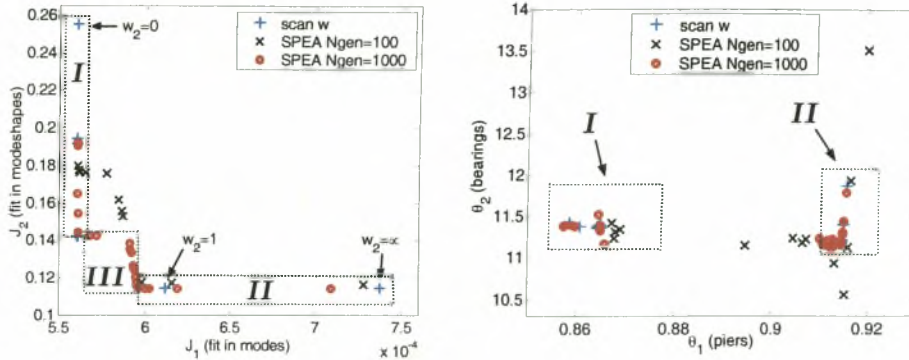


Σχήμα 7.17. (α) Μέτωπο Pareto και (β) Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SPEA για 100 και 1000 γενεές.

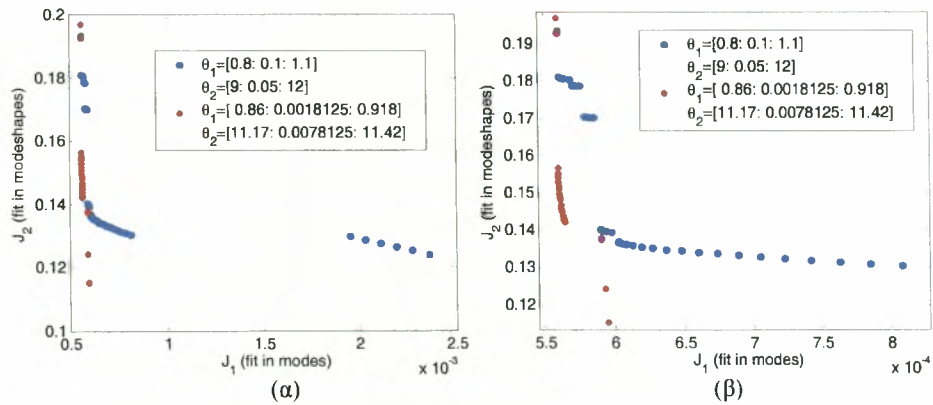
Στο Σχήμα 7.18, οι Pareto λύσεις των Σχημάτων 7.16 και 7.17 που υπολογίστηκαν και από τις δύο μεθόδους, παρουσιάζονται μαζί, τόσο στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων όσο και στο χώρο των παραμέτρων. Αξίζει να σημειωθεί ότι χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SPEA για 1000 γενεές, δημιουργούνται μερικά Pareto σημεία στην περιοχή III. Μπορεί να δείχτεί θεωρητικά ότι η πρώτη μέθοδος δημιουργεί λύσεις που αντιστοιχούν σε Pareto σημεία. Ωστόσο, το αντίστροφο δεν ισχύει. Δηλαδή, υπάρχουν επιπλέον Pareto σημεία που δε μπορούν να δημιουργηθούν διαφοροποιώντας τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Αυτό συμβαίνει και στην παρούσα περίπτωση. Οι Pareto λύσεις που δημιουργήθηκαν από τον αλγόριθμο SPEA στην περιοχή III δεν αντιστοιχούν σε καμία τιμή του συντελεστή βαρύτητας w_2 , και επομένως η πρώτη μέθοδος μπορεί να χάσει κάποιο τμήμα του μετώπου Pareto.

Τέλος, οι Pareto βέλτιστες λύσεις προκύπτουν κάνοντας μία ενδελεχή έρευνα στο χώρο των παραμέτρων, διαφοροποιώντας τις τιμές των παραμέτρων. Το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις για δύο διαφορετικά βήματα διακριτοποίησης των δομικών παραμέτρων, φαίνονται στα Σχήματα 7.19α και 7.19β, αντίστοιχα. Για αυτή τη συγκεκριμένη περίπτωση, φαίνεται ότι το μέτωπο Pareto και οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις που προκύπτουν σαρώνοντας τον χώρο των παραμέτρων, είναι πολύ ευαίσθητα στη τιμή του βήματος που χρησιμοποιείται. Στο

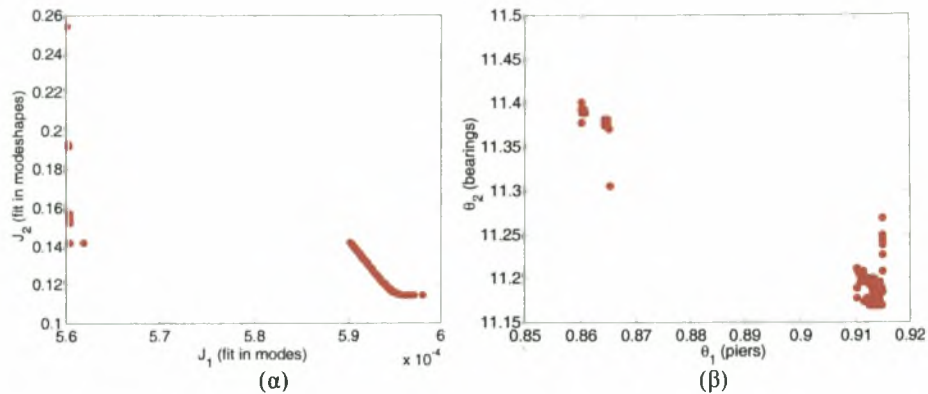
Σχήμα 7.20, παρουσιάζονται οι λύσεις Pareto κάνοντας μία πυκνότερη σάρωση του χώρου των παραμέτρων, για καλύτερη περιγραφή του μετώπου στην περιοχή III.



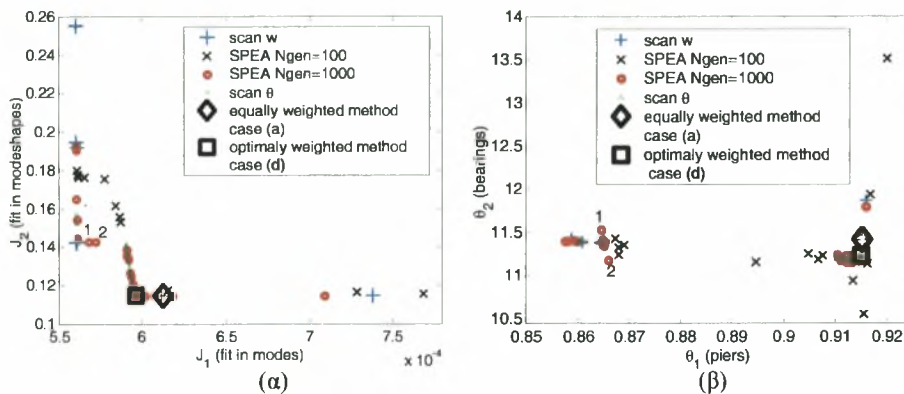
Σχήμα 7.18. Pareto λύσεις χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SPEA για 100 και 1000 γενεές και μεταβάλλοντας τον συντελεστή βαρύτητας $w_2 \in (0, \infty)$: (α) Χώρος αντικειμενικών συναρτήσεων, (β) Χώρος παραμέτρων.



Σχήμα 7.19. (α) Μέτωπο Pareto με ενδεδειγμένη σάρωση του χώρου των παραμέτρων για δύο διαφορετικά βήματα διακριτοποίησης των παραμέτρων, (β) εστίαση στην περιοχή ενδιαφέροντος.



Σχήμα 7.20. Λύσεις Pareto με ενδεδειγμένη σάρωση του χώρου των παραμέτρων με πολύ μικρό βήμα διακριτοποίησης των παραμέτρων: (α) Χώρος αντικειμενικών συναρτήσεων, (β) Χώρος παραμέτρων.



Σχήμα 7.21. Λύσεις Pareto για όλες τις μεθόδους: (α) Χώρος αντικειμενικών συναρτήσεων, (β) Χώρος παραμέτρων.

Στο Σχήμα 7.21, παρουσιάζονται για λόγους σύγκρισης οι Pareto λύσεις που προκύπτουν χρησιμοποιώντας και τις τρεις μεθοδολογίες, τόσο στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων όσο και στο χώρο των παραμέτρων. Στο ίδιο σχήμα φαίνονται και οι θέσεις των Pareto λύσεων που αντιστοιχούν στις περιπτώσεις (α) και (δ). Παρατηρώντας ότι το μέτωπο Pareto που προκύπτει από τον αλγόριθμο SPEA για 1000 γενεές έχει σχεδόν την ίδια μορφή με αυτό που προκύπτει από την πολύ πυκνή σάρωση στο χώρο των παραμέτρων, προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος SPEA για 1000 έχει συγκλίνει και παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα. Βάζοντας όλες τις λύσεις που λαμβάνονται και από τις τρεις μεθόδους στο ίδιο σύνολο λύσεων και

επαναπροσδιορίζοντας τις Pareto βέλτιστες λύσεις, προκύπτει ότι τα σημεία 1 και 2 που εμφανίζονται στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων και που υπολογίζονται από τον αλγόριθμο SPEA δεν είναι σημεία Pareto. Κατά συνέπεια, λαμβάνεται ένα ασυνεχές μέτωπο Pareto, με την ασυνέχεια να εμφανίζεται μέσα στην περιοχή III.

Η προαναφερθείσα ανάλυση παρουσίασε τις δυσκολίες που μπορεί να χρειαστεί να αντιμετωπίσει κάποιος προκειμένου να υπολογίσει το μέτωπο Pareto και τις αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις. Ειδικότερα, υπολογίστηκε ένα ανώμαλο σύνολο Pareto λύσεων, φανερόντας μία ασυνέχεια στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Επίσης, παρά το μεγάλο μήκος του μετώπου Pareto, από την άποψη της εφαρμοσμένης μηχανικής, οι περιοχές I και II μπορούν να αντικατασταθούν από δύο σημεία Pareto. Τέτοιες ανωμαλίες δεν παρατηρήθηκαν στις Pareto λύσεις που υπολογίστηκαν στο Κεφάλαιο 6 για τη μικρή τριώροφη εργαστηριακή μεταλλική κατασκευή. Η παρουσία ή όχι τέτοιων ανωμαλιών και δυσκολιών εξαρτάται από τον τύπο της κατασκευής, την κατηγορία μοντέλων που εξετάζεται και των διαθέσιμων μετρητικών δεδομένων.

7.6.3 Βέλτιστα Μοντέλα Χρησιμοποιώντας Μετρούμενα Μορφικά Δεδομένα (Κατηγορία Μοντέλων I - 2 Παραμέτρων)

Για την εύρεση των ολικών βέλτιστων και των αντίστοιχων Pareto σημείων για τις τέσσερις περιπτώσεις (α)-(δ), χρησιμοποιείται ο υβριδικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Για ευκολία, το βέλτιστο μοντέλο κάθε περίπτωσης συμβολίζεται με $\hat{\theta}_{ij}$, όπου i και j είναι οι τιμές των συντελεστών βαρύτητας w_1 και w_2 , αντίστοιχα. Έτσι για τις τέσσερις περιπτώσεις, τα αντίστοιχα βέλτιστα μοντέλα είναι $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{10}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$. Οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών βαρύτητας που υπολογίζονται από τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (περίπτωση (δ)) είναι $\hat{w}_1=1$ και $\hat{w}_2=0.34$. Οι βέλτιστες τιμές για τις δομικές παράμετρος και για τις τέσσερις περιπτώσεις δίνονται στον Πίνακα 7.4. Επιπλέον, στον Πίνακα 7.4 δίνεται το μορφικό υπόλοιπο κάθε ομάδας μορφικών δεδομένων $J_1(\hat{\theta})$ και $J_2(\hat{\theta})$, και οι αντίστοιχες πιθανότητες $p(\hat{\theta}_{11})$, $p(\hat{\theta}_{10})$, $p(\hat{\theta}_{01})$ και $p(\hat{\theta}_{opt})$, κανονικοποιημένες από την πιθανότητα $p(\hat{\theta}_{opt})$, και για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων.

Από τα αποτελέσματα στον Πίνακα 7.4, φαίνεται ότι η λύση που δίνεται από τη μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (περίπτωση (α)) είναι ελαφρώς λιγότερο πιθανή ($p(\hat{\theta}_{11})/p(\hat{\theta}_{opt})=0.868$) από τη λύση που δίνεται από τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (περίπτωση (δ)), ενώ η λύση που δίνεται από την περίπτωση (β) είναι ιδιαίτερα απίθανη καθώς $p(\hat{\theta}_{10})/p(\hat{\theta}_{opt})=2.23E-56$. Η λύση που δίνεται από την περίπτωση (γ), όπου χρησιμοποιούνται μόνο οι ιδιομορφικές συνιστώσες, είναι σημαντικά πιθανότερη από τη λύση που δίνεται από την περίπτωση (β) όπου χρησιμοποιούνται μόνο οι ιδιοσυχνότητες. Εντούτοις, η λύση

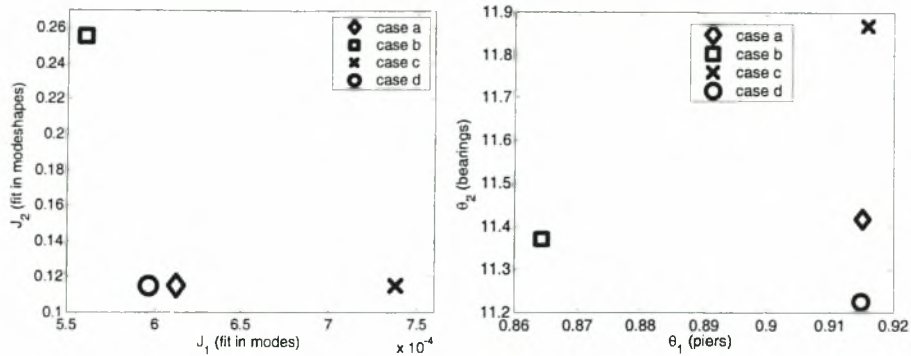
Πίνακας 7.4. Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων, τα μορφικά υπόλοιπα των δύο μορφικών ομάδων, το συνολικό μορφικό υπόλοιπο και η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε Pareto σημείου.

| Παράμετρος | Περίπτωση (α) $\hat{\theta}_{11}$ | Περίπτωση (β) $\hat{\theta}_{10}$ | Περίπτωση (γ) $\hat{\theta}_{01}$ | Περίπτωση (δ) $\hat{\theta}_{opt}$ |
|---|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| θ_1 (πυλώνες) | 0.9152 | 0.8643 | 0.9159 | 0.9149 |
| θ_2 (εφεδράνα) | 11.4175 | 11.3699 | 11.8691 | 11.2269 |
| $J_1(\hat{\theta})$ | 0.000613 | 0.000560 | 0.000738 | 0.000596 |
| $J_2(\hat{\theta})$ | 0.114827 | 0.255278 | 0.114797 | 0.114860 |
| $J(\hat{\theta})$ | 0.115440 | 0.255838 | 0.115534 | 0.115456 |
| $p(\hat{\theta})/p(\hat{\theta}_{opt})$ | 0.868 | 2.23E-56 | 0.247 | 1.000 |

που δίνεται από την περίπτωση (γ) είναι τέσσερις φορές λιγότερο πιθανή ($p(\hat{\theta}_{01})/p(\hat{\theta}_{opt}) = 0.247$) από αυτήν που δίνεται από την περίπτωση (δ). Αυτό είναι ενδεικτικό του βασικού ρόλου που διαδραματίζει η χρήση των ιδιομορφικών συνιστωσών, σε ότι αφορά το πρόβλημα αναγνώρισης των κατασκευών. Επιπλέον, όπως αναμενόταν, το μικρότερο μορφικό υπόλοιπο για την πρώτη ομάδα των μορφικών χαρακτηριστικών $J_1(\hat{\theta})$ δίνεται από το μοντέλο $\hat{\theta}_{10}$, ενώ το μικρότερο μορφικό υπόλοιπο για τη δεύτερη ομάδα των μορφικών χαρακτηριστικών $J_2(\hat{\theta})$, δίνεται από το μοντέλο $\hat{\theta}_{01}$.

Οι λύσεις που παρέχονται από τα βέλτιστα μοντέλα για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων και στο χώρο των παραμέτρων παρουσιάζονται στα σχήματα 7.22α και 7.22β, αντίστοιχα. Φαίνεται ότι οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$, που αντιστοιχούν στις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων (α), (γ) και (δ), είναι πολύ κοντά στο 0.915 για την παράμετρο των πυλώνων, ενώ διαφέρουν έως και 6%, από 11.2 έως 11.9, για την παράμετρο των εφεδράνων. Αυτά τα βέλτιστα μοντέλα δίνουν σχεδόν το ίδιο μορφικό υπόλοιπο $J_2(\hat{\theta}) \approx 0.115$ σε ότι αφορά τις ιδιομορφικές συνιστώσες. Μεταξύ των 3 βέλτιστων μοντέλων $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$, το μοντέλο $\hat{\theta}_{opt}$ δίνει το μικρότερο μορφικό υπόλοιπο $J_1(\hat{\theta}_{opt}) \approx 0.000596$ σε ότι αφορά τις ιδιοσυχνότητες. Από μηχανικής απόψεως, το $\hat{\theta}_{opt}$ είναι και το προτιμημένο βέλτιστο μοντέλο.

Το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{10}$, το οποίο προβλέπει πολύ καλά τις ιδιοσυχνότητες, διαφέρει από τα άλλα τρία μοντέλα $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$ στην πρόβλεψη της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου των πυλώνων κατά 6%, ενώ η αντίστοιχη τιμή για τα εφεδράνα είναι κοντά σε αυτή που προβλέπεται από το μοντέλο $\hat{\theta}_{11}$.



Σχήμα 7.22. Λύσεις για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων στο (α) χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων (β) χώρο των παραμέτρων.

Στον Πίνακα 7.5 γίνεται σύγκριση ανάμεσα στις πειραματικά προσδιορισμένες ιδιοσυχνότητες και τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες των βέλτιστων μοντέλων $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{10}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$. Στον Πίνακα 7.6 δίνεται το ποσοστιαίο σφάλμα ($\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$) ανάμεσα στις πειραματικά προσδιορισμένες ιδιοσυχνότητες και τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες των βέλτιστων μοντέλων, ενώ στον Πίνακα 7.7, δίνεται το αντίστοιχο ποσοστιαίο σφάλμα ($\sqrt{J_{\phi_r}(\hat{\theta})}$) των ιδιομορφικών συνιστωσών.

Παρατηρείται ότι τα βέλτιστα μοντέλα $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$, για τις περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α), (γ) και (δ) παρέχουν σχεδόν το ίδιο μορφικό υπόλοιπο για τις ιδιοσυχνότητες των τριών καμπτικών ιδιομορφών και τις ιδιομορφικές συνιστώσες και των επτά ιδιομορφών. Το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{opt}$ της περίπτωσης (δ), σε σύγκριση με τα $\hat{\theta}_{11}$ and $\hat{\theta}_{01}$, προβλέπει καλύτερα την 1^η στρεπτική και την 3^η εγκάρσια ιδιοσυχνότητα. Εντούτοις, η πρόβλεψη και των τεσσάρων βέλτιστων μοντέλων, $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{10}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$, για τις ιδιομορφικές συνιστώσες (Πίνακας 7.7) δεν είναι καλή, αφού οι τιμές των ποσοστιαίων σφαλμάτων είναι σχετικά υψηλές. Ειδικότερα, για την περίπτωση (β), το ποσοστιαίο σφάλμα για τις καμπτικές ιδιομορφές είναι σημαντικά υψηλότερο από αυτό για τις περιπτώσεις (α), (γ) και (δ).

Πίνακας 7.5. Μετρούμενες και προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για όλες τις περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α)-(δ).

| Ιδιομορφή | Μετρούμενες $\hat{\omega}_r$ (Hz) | Περίπτωση (α) $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{11})$ (Hz) | Περίπτωση (β) $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{10})$ (Hz) | Περίπτωση (γ) $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{01})$ (Hz) | Περίπτωση (δ) $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{opt})$ (Hz) |
|-------------------------|---|--|--|--|---|
| 1 ^η εγκάρσια | 0.807 | 0.836 | 0.826 | 0.838 | 0.835 |
| 1 ^η διαμήκης | 1.293 | 1.251 | 1.241 | 1.269 | 1.243 |
| 2 ^η εγκάρσια | 1.614 | 1.670 | 1.661 | 1.686 | 1.662 |
| 3 ^η εγκάρσια | 2.358 | 2.406 | 2.400 | 2.433 | 2.395 |
| 1 ^η καμπτική | 3.405 | 3.388 | 3.377 | 3.389 | 3.388 |
| 2 ^η καμπτική | 3.455 | 3.399 | 3.377 | 3.401 | 3.399 |
| 3 ^η καμπτική | 3.510 | 3.518 | 3.515 | 3.519 | 3.518 |

Πίνακας 7.6. Ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για τις περιπτώσεις (α)-(δ).

| Ιδιομορφή | Περίπτωση (α) $\hat{\theta}_{11}$ | Περίπτωση (β) $\hat{\theta}_{10}$ | Περίπτωση (γ) $\hat{\theta}_{01}$ | Περίπτωση (δ) $\hat{\theta}_{opt}$ |
|-------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 ^η εγκάρσια | 3.60 | 2.30 | 3.88 | 3.47 |
| 1 ^η διαμήκης | -3.28 | -4.01 | -1.86 | -3.89 |
| 2 ^η εγκάρσια | 3.44 | 2.94 | 4.48 | 2.99 |
| 3 ^η εγκάρσια | 2.05 | 1.80 | 3.17 | 1.57 |
| 1 ^η καμπτική | -0.50 | -0.83 | -0.47 | -0.51 |
| 2 ^η καμπτική | -1.61 | -2.27 | -1.57 | -1.62 |
| 3 ^η καμπτική | 0.24 | 0.14 | 0.26 | 0.23 |

Πίνακας 7.7. Ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\phi_r}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιομορφικές συνιστώσες για τις περιπτώσεις (α)-(δ).

| Ιδιομορφή | Περίπτωση (α) $\hat{\theta}_{11}$ | Περίπτωση (β) $\hat{\theta}_{10}$ | Περίπτωση (γ) $\hat{\theta}_{01}$ | Περίπτωση (δ) $\hat{\theta}_{opt}$ |
|-------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 ^η εγκάρσια | 8.07 | 8.14 | 8.21 | 8.01 |
| 1 ^η διαμήκης | 17.73 | 17.83 | 17.83 | 17.69 |
| 2 ^η εγκάρσια | 26.71 | 26.71 | 27.09 | 26.57 |
| 3 ^η εγκάρσια | 41.27 | 40.85 | 41.00 | 41.38 |
| 1 ^η καμπτική | 28.95 | 56.53 | 28.94 | 28.95 |
| 2 ^η καμπτική | 62.26 | 80.52 | 62.26 | 62.26 |
| 3 ^η καμπτική | 22.97 | 73.64 | 22.84 | 23.02 |

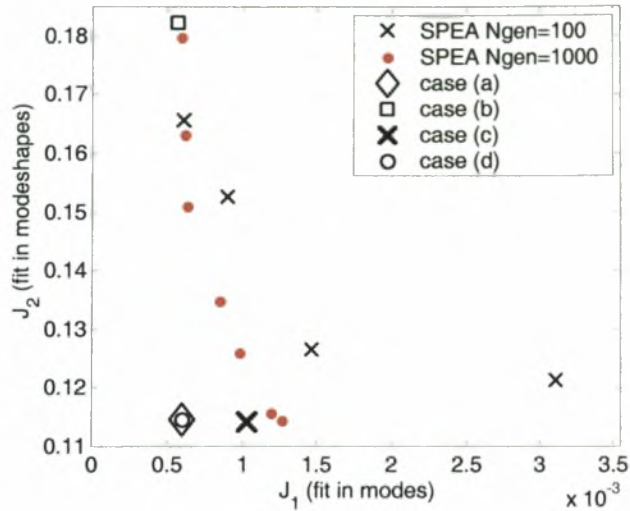
7.6.4 Βέλτιστα Μοντέλα Χρησιμοποιώντας Μετρούμενα Μορφικά Δεδομένα (Κατηγορία Μοντέλων I - 3 Παραμέτρων)

Στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη ώστε να αναγνωριστεί και η παράμετρος θ_3 της κατηγορίας μοντέλων που φαίνεται στο Σχήμα 7.10a. Για την εύρεση των βέλτιστων (ολικών) τιμών των δομικών παραμέτρων θ_1 , θ_2 και θ_3 , που αντιστοιχούν στα τέσσερα Pareto σημεία, των αντίστοιχων περιπτώσεων στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α)-(δ), χρησιμοποιείται ο υβριδικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{10}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$ που προβλέπονται για τις τέσσερις περιπτώσεις φαίνονται στον Πίνακα 7.8. Οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών βαρύτητας, όπως αυτές υπολογίζονται από τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, είναι $\hat{w}_1=1$ και $\hat{w}_2=0.36$. Στον Πίνακα 7.8, φαίνεται ότι οι λύσεις $\hat{\theta}_{11}$ και $\hat{\theta}_{opt}$, που δίνονται από τη μέθοδο ίσης (περίπτωση (α)) και βέλτιστης (περίπτωση (δ)) στάθμισης των μορφικών υπολοίπων αντίστοιχα, είναι περίπου οι ίδιες, παρά το ότι αντιστοιχούν σε διαφορετικές τιμές των παραμέτρων w_1 και w_2 .

Οι Pareto βέλτιστες λύσεις που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τον εξελικτικό αλγόριθμο SPEA για 100 και 1000 γενεές και οι λύσεις για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α)-(δ) εμφανίζονται στο Σχήμα 7.23. Το μέτωπο Pareto που προκύπτει από τον αλγόριθμο SPEA για 1000 γενεές είναι, όπως αναμενόταν, κάτω από αυτό που προκύπτει για 100 γενεές. Το γεγονός ότι τα βέλτιστα Pareto σημεία τις περιπτώσεις (α) και (δ) είναι κάτω από το μέτωπο Pareto για 1000 γενεές, σημαίνει ότι ο αλγόριθμος SPEA με 1000 γενεές δεν έχει συγκλίνει. Περισσότερες γενεές απαιτούνται για τη σύγκλιση. Τα σημεία Pareto για τις περιπτώσεις (α), (β), (γ) και (δ) δείχνουν ότι από πρακτικής απόψεως το σημείο Pareto

Πίνακας 7.8. Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων, τα μορφικά υπόλοιπα των δύο μορφικών ομάδων, το συνολικό μορφικό υπόλοιπο και η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε Pareto σημείου.

| Παράμετρος | Περίπτωση (α) $\hat{\theta}_{11}$ | Περίπτωση (β) $\hat{\theta}_{10}$ | Περίπτωση (γ) $\hat{\theta}_{01}$ | Περίπτωση (δ) $\hat{\theta}_{opt}$ |
|---|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| θ_1 (πυλώνες) | 0.8937 | 0.8727 | 0.8529 | 0.8937 |
| θ_2 (εφέδρανα) | 11.4064 | 11.3105 | 11.8817 | 11.4064 |
| θ_3 (κατάστρωμα) | 1.4732 | 1.5098 | 1.4000 | 1.4732 |
| $J_1(\hat{\theta})$ | 0.00060 | 0.00056 | 0.00103 | 0.00060 |
| $J_2(\hat{\theta})$ | 0.11456 | 0.18230 | 0.11411 | 0.11455 |
| $J(\hat{\theta})$ | 0.00480 | 0.18286 | 0.11514 | 0.00480 |
| $p(\hat{\theta}) / p(\hat{\theta}_{opt})$ | 0.985 | 5.00E-33 | 0.042 | 1.000 |



Σχήμα 7.23. Pareto λύσεις που προκύπτουν από τον αλγόριθμο SPEA για 100 και 1000 γενεές και οι λύσεις για τις τέσσερις περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α)–(δ).

είναι ένα μοναδικό σημείο, που αντιστοιχεί σχεδόν στις ίσες λύσεις των περιπτώσεων (α) και (δ).

Η λύση $\hat{\theta}_{10}$ που αντιστοιχεί στην περίπτωση (β), η οποία βασίζεται μόνο στη χρήση των ιδιοσυχνοτήτων, διαφέρει πολύ λίγο (περίπου ως και 3%) από τις βέλτιστες λύσεις $\hat{\theta}_{11}$ και $\hat{\theta}_{opt}$ των άλλων δύο μοντέλων, ενώ η λύση $\hat{\theta}_{01}$ που αντιστοιχεί στην περίπτωση (γ), η οποία βασίζεται μόνο στη χρήση των ιδιομορφικών συνιστωσών, διαφέρει ως και 5%. Η βέλτιστη λύση $\hat{\theta}_{10}$ της περίπτωσης (β), είναι απίθανη καθώς η τιμή της κανονικοποιημένης πιθανότητας είναι πολύ μικρή $p(\hat{\theta}_{10})/p(\hat{\theta}_{opt})=5.00E-33$, ενώ η βέλτιστη λύση της περίπτωσης (γ) αν και είναι περισσότερη πιθανή από αυτή της περίπτωσης (β), εξακολουθεί να είναι λιγότερο πιθανή από τις λύσεις των περιπτώσεων (α) και (δ). Η εκτίμηση του μοντέλου $\hat{\theta}_{10}$ για την περίπτωση (β) βελτιώνει ελαφρώς το μορφικό υπόλοιπο των ιδιοσυχνοτήτων από $J_1(\hat{\theta}_{opt})=J_1(\hat{\theta}_{11})=6E-4$ σε $J_1(\hat{\theta}_{10})=5.6E-4$, με το κόστος ότι χειροτερεύει σημαντικά το μορφικό υπόλοιπο των ιδιομορφικών συνιστωσών από $J_2(\hat{\theta}_{opt})=J_2(\hat{\theta}_{11})=0.1145$ σε $J_2(\hat{\theta}_{10})=0.1823$. Η εκτίμηση του μοντέλου $\hat{\theta}_{01}$ για την περίπτωση (γ), βελτιώνει ελαφρώς το μορφικό υπόλοιπο των ιδιομορφικών συνιστωσών από $J_2(\hat{\theta}_{opt})=J_2(\hat{\theta}_{11})=0.1145$ σε $J_2(\hat{\theta}_{10})=0.1141$, με το κόστος ότι χειροτερεύει σημαντικά το μορφικό υπόλοιπο των ιδιοσυχνοτήτων από $J_1(\hat{\theta}_{opt})=J_1(\hat{\theta}_{11})=6e-4$ σε $J_1(\hat{\theta}_{01})=0.001$.

Στον Πίνακα 7.9 γίνεται σύγκριση ανάμεσα στις πειραματικά προσδιορισμένες ιδιοσυχνότητες και τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες των βέλτιστων μοντέλων $\hat{\theta}_{11}$, $\hat{\theta}_{10}$, $\hat{\theta}_{01}$ και $\hat{\theta}_{opt}$. Στον Πίνακα 7.10 δίνεται το ποσοστιαίο σφάλμα ($\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$) ανάμεσα στις πειραματικά προσδιορισμένες ιδιοσυχνότητες και τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες των βέλτιστων μοντέλων, ενώ στον Πίνακα 7.11, δίνεται το αντίστοιχο ποσοστιαίο σφάλμα ($\sqrt{J_{\phi_r}(\hat{\theta})}$) των ιδιομορφικών συνιστωσών.

Πίνακας 7.9. Μετρούμενες και προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για όλες τις περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α)-(δ).

| Ιδιομορφή | Μετρούμενες $\hat{\omega}_r$ (Hz) | Περίπτωση (α) $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{11})$ (Hz) | Περίπτωση (β) $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{10})$ (Hz) | Περίπτωση (γ) $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{01})$ (Hz) | Περίπτωση (δ) $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{opt})$ (Hz) |
|-------------------------|---|--|--|--|---|
| 1 ^η εγκάρσια | 0.807 | 0.828 | 0.827 | 0.814 | 0.828 |
| 1 ^η διαμήκης | 1.293 | 1.247 | 1.240 | 1.260 | 1.247 |
| 2 ^η εγκάρσια | 1.614 | 1.661 | 1.660 | 1.660 | 1.661 |
| 3 ^η εγκάρσια | 2.358 | 2.395 | 2.397 | 2.401 | 2.395 |
| 1 ^η καμπτική | 3.405 | 3.348 | 3.378 | 3.268 | 3.348 |
| 2 ^η καμπτική | 3.455 | 3.359 | 3.380 | 3.279 | 3.359 |
| 3 ^η καμπτική | 3.510 | 3.476 | 3.514 | 3.392 | 3.476 |

Όπως φαίνεται από τους Πίνακες 7.10 και 7.11 τα βέλτιστα μοντέλα $\hat{\theta}_{11}$ και $\hat{\theta}_{opt}$ προβλέπουν το ίδιο καλά τα μετρούμενα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά. Από την άλλη πλευρά, το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{10}$ βελτιώνει σημαντικά την πρόβλεψη για 5 ιδιομορφές (ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές), ενώ ταυτόχρονα χειροτερεύει σημαντικά την πρόβλεψη των ιδιομορφικών συνιστωσών της 3^{ης} καμπτικής ιδιομορφής. Αυτό οφείλεται στο ότι η αναθεώρηση αυτού του μοντέλου γίνεται χρησιμοποιώντας μόνο τις ιδιοσυχνότητες. Το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{01}$, διατηρεί την ίδια καλή πρόβλεψη για τις ιδιομορφικές συνιστώσες, βελτιώνει την πρόβλεψη για τις πρώτες δύο ιδιοσυχνότητες, ενώ ταυτόχρονα χειροτερεύει σημαντικά την πρόβλεψη για τις τρεις καμπτικές ιδιοσυχνότητες. Από τον Πίνακα 7.11, φαίνεται ότι το ποσοστιαίο σφάλμα των ιδιομορφικών συνιστωσών ($\sqrt{J_{\phi_r}(\hat{\theta})}$) για κάθε βέλτιστη λύση είναι σχετικά μεγάλο. Ειδικότερα, το ποσοστιαίο σφάλμα για την 2^η εγκάρσια και την 2^η καμπτική ιδιομορφή είναι σημαντικά υψηλό και για τις τέσσερις περιπτώσεις.

Πίνακας 7.10. Ποσοστιαία διαφορά $100 \sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για τις περιπτώσεις (α)-(δ).

| Ιδιομορφή | Περίπτωση (α) $\hat{\theta}_{11}$ | Περίπτωση (β) $\hat{\theta}_{10}$ | Περίπτωση (γ) $\hat{\theta}_{01}$ | Περίπτωση (δ) $\hat{\theta}_{opt}$ |
|-------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 ^η εγκάρσια | 2.63 | 2.50 | 0.91 | 2.63 |
| 1 ^η διαμήκης | -3.57 | -4.10 | -2.57 | -3.57 |
| 2 ^η εγκάρσια | 2.88 | 2.86 | 2.82 | 2.88 |
| 3 ^η εγκάρσια | 1.58 | 1.67 | 1.81 | 1.58 |
| 1 ^η καμπτική | -1.68 | -0.78 | -4.02 | -1.68 |
| 2 ^η καμπτική | -2.77 | -2.16 | -5.08 | -2.77 |
| 3 ^η καμπτική | -0.96 | 0.11 | -3.35 | -0.96 |

Πίνακας 7.11. Ποσοστιαία διαφορά $100 \sqrt{J_{\phi_r}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιομορφικές συνιστώσες για τις περιπτώσεις (α)-(δ).

| Ιδιομορφή | Περίπτωση (α) $\hat{\theta}_{11}$ | Περίπτωση (β) $\hat{\theta}_{10}$ | Περίπτωση (γ) $\hat{\theta}_{01}$ | Περίπτωση (δ) $\hat{\theta}_{opt}$ |
|-------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 ^η εγκάρσια | 8.14 | 8.11 | 8.47 | 8.14 |
| 1 ^η διαμήκης | 17.77 | 17.80 | 17.95 | 17.77 |
| 2 ^η εγκάρσια | 26.89 | 26.66 | 27.82 | 26.89 |
| 3 ^η εγκάρσια | 41.11 | 40.97 | 40.51 | 41.11 |
| 1 ^η καμπτική | 28.86 | 28.36 | 28.68 | 28.86 |
| 2 ^η καμπτική | 62.21 | 61.72 | 62.10 | 62.21 |
| 3 ^η καμπτική | 22.80 | 73.32 | 22.37 | 22.80 |

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των Πινάκων 7.4 και 7.7 για την κατηγορία μοντέλων με τις δύο παράμετρος, με τα αποτελέσματα των Πινάκων 7.8 και 7.11 για την κατηγορία μοντέλων με τις τρεις παράμετρος, προκύπτει το συμπέρασμα ότι η εισαγωγή της τρίτης παραμέτρου θ_3 δεν βελτίωσε σημαντικά το μορφικό υπόλοιπο των ιδιοσυχνότητων και των ιδιομορφικών συνιστωσών. Αυτό οφείλεται στο ότι στην κατηγορία μοντέλων με τις δύο παράμετρος, η τιμή της τρίτης παραμέτρου θ_3 επιλέχθηκε να είναι ίση με $\theta_3=1.51$, η οποία είναι πολύ κοντά στη βέλτιστη τιμή που προκύπτει από την κατηγορία μοντέλων με τις τρεις παράμετρος.

7.6.5 Βέλτιστα Μοντέλα Χρησιμοποιώντας Μετρούμενα Μορφικά Δεδομένα (Κατηγορία Μοντέλων II - 6 Παραμέτρων)

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα μετρούμενα μορφικά χαρακτηριστικά, γίνεται αναθεώρηση της κατηγορίας μοντέλων με τις έξι παράμετρος που φαίνεται στο Σχήμα 7.10β. Για την εύρεση των βέλτιστων (ολικών) τιμών των δομικών παραμέτρων θ_i , $i = 1, \dots, 6$ χρησιμοποιείται ο υβριδικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Οι βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}_{11}$ και $\hat{\theta}_{opt}$ που προβλέπονται από τις μεθόδους ίσης (περίπτωση (α)) και βέλτιστης (περίπτωση (δ)) στάθμισης των υπολοίπων φαίνονται στον Πίνακα 7.12. Στον ίδιο πίνακα φαίνεται και η ποσοστιαία διαφορά $\Delta\theta$ ανάμεσα στις βέλτιστες εκτιμήσεις των παραμέτρων από τις δύο μεθοδολογίες. Οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών βαρύτητας, όπως αυτές υπολογίζονται από τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, είναι $\hat{w}_1=1$ και $\hat{w}_2=0.32$. Φαίνεται ότι οι λύσεις $\hat{\theta}_{11}$ και $\hat{\theta}_{opt}$, που δίνονται από τη μέθοδο ίσης και βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων αντίστοιχα, διαφέρουν σημαντικά. Μόνο η παράμετρος θ_6 που αντιστοιχεί στην ακαμψία του καταστρώματος της γέφυρας, προβλέπεται να έχει την ίδια τιμή και από τις δύο μεθόδους. Η βέλτιστες τιμές των παραμέτρων θ_1 και θ_2 που αντιστοιχούν στην ακαμψία των δύο πλευρικών πυλώνων και του κεντρικού πυλώνα, διαφέρουν κατά 5% και 7% αντίστοιχα, ενώ οι τιμές των παραμέτρων θ_3 , θ_4 και θ_5 που αντιστοιχούν στην ακαμψία των εφεδράνων διαφέρουν από 25% ως 54%.

Πίνακας 7.12. Βέλτιστες τιμές $\hat{\theta}$ για τις περιπτώσεις ίσης και βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, τα μορφικά υπόλοιπα των δύο μορφικών ομάδων, το συνολικό μορφικό υπόλοιπο και η κανονικοποιημένη πιθανότητα κάθε Pareto σημείου.

| Παράμετρος | Περίπτωση (α) $\hat{\theta}_{11}$ | Περίπτωση (δ) $\hat{\theta}_{opt}$ | $\Delta\theta$ (%) |
|---|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------|
| θ_1 (πυλώνες M13) | 0.6858 | 0.7208 | 5.09 |
| θ_2 (πυλώνας M2) | 1.0048 | 0.9327 | -7.17 |
| θ_3 (εφεδράνα ακροβάθρων) | 8.5898 | 11.9221 | 38.79 |
| θ_4 (εφεδράνα M13) | 12.4461 | 9.3172 | -25.14 |
| θ_5 (εφεδράνα M2) | 44.8635 | 20.3242 | -54.70 |
| θ_6 (κατάστρωμα) | 1.5673 | 1.5516 | -0.99 |
| $J_1(\hat{\theta})$ | 0.00398 | 0.00156 | |
| $J_2(\hat{\theta})$ | 0.10143 | 0.10828 | |
| $J(\hat{\theta})$ | 0.10541 | 0.10983 | |
| $p(\hat{\theta}) / p(\hat{\theta}_{opt})$ | 0.0039 | 1.000 | |

Η βέλτιστη λύση $\hat{\theta}_{11}$ που αντιστοιχεί στην περίπτωση (α), είναι λιγότερο πιθανή από τη λύση που αντιστοιχεί στην περίπτωση (δ). Αυτό φαίνεται από την μικρή τιμή της πιθανότητας $p(\hat{\theta}_{11})/p(\hat{\theta}_{opt})=0.0039$. Συγκρίνοντας τα βέλτιστα μοντέλα $\hat{\theta}_{11}$ και $\hat{\theta}_{opt}$, προκύπτει ότι η μέθοδος ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (περίπτωση (α)) βελτιώνει ελαφρώς την πρόβλεψη για τις ιδιομορφικές συνιστώσες από $J_2(\hat{\theta}_{opt})=0.10828$ σε $J_2(\hat{\theta}_{11})=0.10143$, με κόστος ότι χειροτερεύει σημαντικά την πρόβλεψη για τις ιδιοσυχνότητες από $J_1(\hat{\theta}_{opt})=0.00156$ σε $J_1(\hat{\theta}_{11})=0.00398$.

Στον Πίνακα 7.13 γίνεται σύγκριση ανάμεσα στις πειραματικά προσδιορισμένες ιδιοσυχνότητες και τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες των βέλτιστων μοντέλων $\hat{\theta}_{11}$ και $\hat{\theta}_{opt}$. Στον ίδιο πίνακα δίνεται και το ποσοστιαίο σφάλμα ($\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$) ανάμεσα στις πειραματικά προσδιορισμένες ιδιοσυχνότητες και τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες των βέλτιστων μοντέλων, ενώ στον Πίνακα 7.14 δίνεται το αντίστοιχο ποσοστιαίο σφάλμα ($\sqrt{J_{\phi_r}(\hat{\theta})}$) των ιδιομορφικών συνιστωσών.

Όπως φαίνεται από τους Πίνακες 7.13 και 7.14, το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{opt}$ προβλέπει πολύ καλά τις μετρούμενες ιδιοσυχνότητες, ενώ το ποσοστιαίο σφάλμα για τις ιδιομορφικές συνιστώσες είναι αρκετά υψηλό και κυμαίνεται από 9% ως 60%. Ειδικότερα, προβλέπει άριστα την 1^η εγκάρσια ιδιοσυχνότητα, πολύ καλά τις τρεις καμπτικές ιδιοσυχνότητες και με ικανοποιητικό σφάλμα (της τάξης του 3.5%) την 1^η διαμήκη, και την 2^η και 3^η εγκάρσιες ιδιοσυχνότητες.

Πίνακας 7.13. Μετρούμενες και προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιοσυχνότητες για τις δύο περιπτώσεις στάθμισης των μορφικών υπολοίπων (α) και (δ), και η αντίστοιχη ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$.

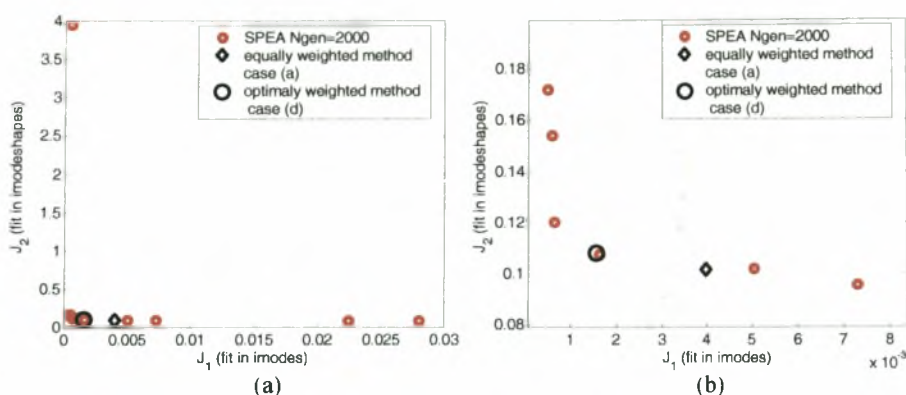
| Ιδιομορφή | Μετρούμενες $\hat{\omega}_r$ (Hz) | Περίπτωση (α) Περίπτωση (α) | | Περίπτωση (δ) Περίπτωση (δ) | |
|-------------------------|---|---|--|--|--|
| | | $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{11})$ (Hz) | $100\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$ | $\hat{\omega}_r(\hat{\theta}_{opt})$ (Hz) | $100\sqrt{J_{\omega_r}(\hat{\theta})}$ |
| 1 ^η εγκάρσια | 0.807 | 0.796 | 1.39 | 0.806 | 0.14 |
| 1 ^η διαμήκης | 1.293 | 1.102 | 14.75 | 1.244 | 3.78 |
| 2 ^η εγκάρσια | 1.614 | 1.530 | 5.23 | 1.668 | 3.35 |
| 3 ^η εγκάρσια | 2.358 | 2.237 | 5.12 | 2.444 | 3.64 |
| 1 ^η καμπτική | 3.405 | 3.460 | 1.62 | 3.420 | 0.43 |
| 2 ^η καμπτική | 3.455 | 3.462 | 0.20 | 3.430 | 0.71 |
| 3 ^η καμπτική | 3.510 | 3.570 | 1.72 | 3.551 | 1.16 |

Πίνακας 7.14. Ποσοστιαία διαφορά $100\sqrt{J_{\phi}(\hat{\theta})}$ ανάμεσα στις μετρούμενες και τις προβλεπόμενες από τα βέλτιστα μοντέλα ιδιομορφικές συνιστώσες για τις δύο περιπτώσεις (α) και (δ).

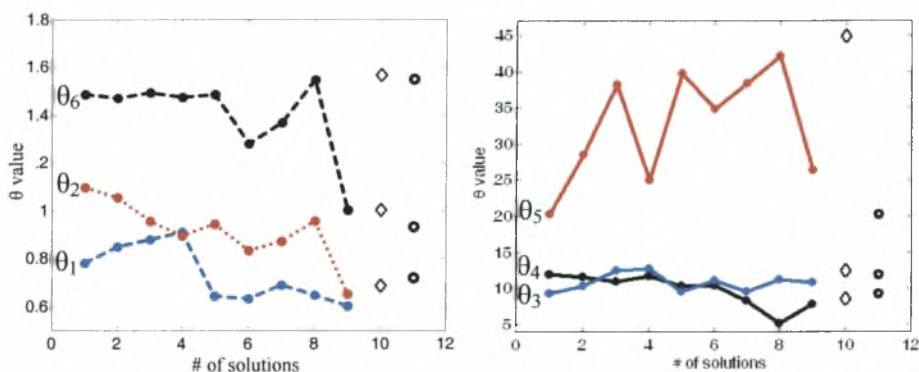
| Ιδιομορφή | Περίπτωση (α) $\hat{\theta}_{11}$ | Περίπτωση (δ) $\hat{\theta}_{opt}$ |
|-------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 ^η εγκάρσια | 9.07 | 8.10 |
| 1 ^η διαμήκης | 18.38 | 18.02 |
| 2 ^η εγκάρσια | 25.78 | 26.78 |
| 3 ^η εγκάρσια | 44.14 | 41.38 |
| 1 ^η καμπτική | 22.73 | 26.54 |
| 2 ^η καμπτική | 57.06 | 60.74 |
| 3 ^η καμπτική | 17.16 | 18.74 |

Το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{11}$ που προβλέπεται από τη μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων, σε σύγκριση με το μοντέλο $\hat{\theta}_{opt}$, βελτιώνει ελαφρώς την πρόβλεψη στις ιδιομορφικές συνιστώσες, με κόστος ότι χειροτερεύει σημαντικά την πρόβλεψη στις ιδιοσυχνότητες. Ειδικότερα, η ποσοστιαία διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το βέλτιστο μοντέλο $\hat{\theta}_{11}$ είναι 1.4% για την 1^η εγκάρσια ιδιοσυχνότητα, 0.2% για τις τρεις καμπτικές ιδιοσυχνότητες, 15% για την 1^η διαμήκη ιδιοσυχνότητα και 5% για τη 2^η και 3^η εγκάρσια ιδιοσυχνότητα.

Οι Pareto βέλτιστες λύσεις που προκύπτουν από τον αλγόριθμο SPEA για 2000 γενεές και οι λύσεις που προκύπτουν από τις περιπτώσεις ίσης (περίπτωση (α)) και βέλτιστης στάθμισης (περίπτωση (δ)) των υπολοίπων εμφανίζονται στο Σχήμα 7.24. Στο Σχήμα 7.25 εμφανίζονται οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων, καταναμημένες κατά αύξουσα σειρά της $J_1(\hat{\theta})$, έτσι ώστε η πρώτη λύση από τα αριστερά να αντιστοιχεί σε $\min(J_1(\hat{\theta}))$, ενώ η τελευταία λύση να αντιστοιχεί σε $\max(J_1(\hat{\theta}))$. Αν και ο αριθμός των γενεών είναι σχετικά υψηλός, μόνο 9 Pareto λύσεις βρέθηκαν από το μέγιστο αριθμό $P^1 = 40$ ζητούμενων μη-κυρίαρχων λύσεων. Αυτό είναι συνήθως ενδεικτικό της αργής σύγκλισης του αλγορίθμου SPEA. Από τα αποτελέσματα στο Σχήμα 7.25, προκύπτει ότι τα εννέα Pareto βέλτιστα μοντέλα ποικίλλουν σημαντικά. Αυτή η μεταβλητότητα οδηγεί στη σημαντική μεταβλητότητα στις προβλέψεις (απόκρισης και αξιοπιστίας) από τα Pareto βέλτιστα μοντέλα.

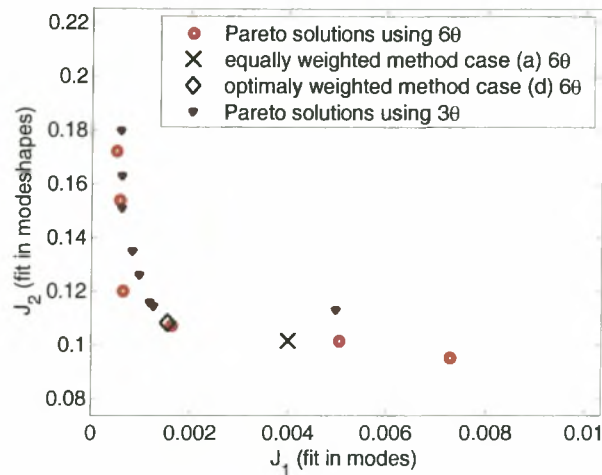


Σχήμα 7.24. (α) Μέτωπο Pareto χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SPEA για 2000 γενεές και οι λύσεις για τις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων (α) και (δ). (β) Εστίαση στην περιοχή ενδιαφέροντος.



Σχήμα 7.25. Pareto βέλτιστες λύσεις στο χώρο των παραμέτρων για 2000 γενεές, μαζί με τις βέλτιστες λύσεις για τις περιπτώσεις στάθμισης των υπολοίπων (α) (◆) και (δ) (●).

Τα μέτωπα Pareto που δίνει ο αλγόριθμος SPEA για τις περιπτώσεις κατηγοριών μοντέλων με τρεις και έξι παράμετρος συγκρίνονται στο Σχήμα 7.26. Όπως αναμενόταν το μέτωπο Pareto που αντιστοιχεί στην κατηγορία μοντέλων με έξι παράμετρος είναι χαμηλότερο από αυτό που προκύπτει για την κατηγορία μοντέλων με τρεις παράμετρος.



Σχήμα 7.26. Pareto λύσεις που προκύπτουν από τον αλγόριθμο SPEA για τις δύο κατηγορίες μοντέλων I και II με 3 και 6 παράμετρος, αντίστοιχα.

Από τα αποτελέσματα των μετώπων Pareto, προκύπτει ότι το σφάλμα μοντελοποίησης που αντιστοιχεί στην κατηγορία μοντέλων με τις έξι παράμετρος, καθώς και το σφάλμα στις μετρήσεις είναι σχετικά υψηλό της τάξης του $J_2(\hat{\theta}) \approx 0.09$, για τις ιδιομορφικές συνιστώσες, και σχετικά χαμηλό της τάξης του $J_1(\hat{\theta}) \approx 0.0003$ για τις ιδιοσυχνότητες. Η μέθοδος ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων δίνει ένα βέλτιστο μοντέλο που αντιστοιχεί σε σφάλματα $J_1(\hat{\theta}_{11}) \approx 0.004$ και $J_2(\hat{\theta}_{11}) \approx 0.1$. Αντίθετα, η προτεινόμενη μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων λαμβάνει υπόψη τα επίπεδα των σφαλμάτων μοντελοποίησης και μέτρησης, και δίνει μοντέλα που δεν είναι ευαίσθητα στα μεγάλα σφάλματα μοντελοποίησης ή στις κακές μετρήσεις. Συγκεκριμένα, το σφάλμα για τις ιδιοσυχνότητες είναι πολύ μικρό, $J_1(\hat{\theta}_{opt}) \approx 0.0015$, ενώ σε σύγκριση με τη μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων μεγαλώνει πολύ λίγο το σφάλμα στις ιδιομορφικές συνιστώσες από $J_2(\hat{\theta}_{11}) \approx 0.1$ σε $J_2(\hat{\theta}_{opt}) \approx 0.103$.

7.7 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο, έγινε ανάλυση ταλαντώσεων προερχόμενων από λειτουργικά φορτία, οι οποίες καταγράφηκαν από μία γέφυρα τεσσάρων ανοιγμάτων από σκυρόδεμα. Τα μορφικά χαρακτηριστικά που αναγνωρίστηκαν από την ανάλυση ταλαντώσεων χρησιμοποιήθηκαν για την αναθεώρηση κατηγοριών μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων αυτής της γέφυρας. Αναγνωρίστηκαν επτά ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές της γέφυρας: τρεις ιδιομορφές στην εγκάρσια κατεύθυνση, μία ιδιομορφή στη διαμήκη κατεύθυνση και τρεις πολύ κοντινές καμπτικές ιδιομορφές. Χρησιμοποιήθηκαν κατάλληλα παραμετροποιημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων

για την αναθεώρηση της ακαμψίας των πυλώνων, των εφεδράνων και του καταστρώματος της γέφυρας.

Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στη σύγκριση των αποτελεσμάτων της αναθεώρησης μοντέλων που προέκυψαν με την πολυκριτηριακή μέθοδο αναγνώρισης, την μέθοδο ίσης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων και τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων. Αποκαλύφθηκε ότι οι αντικειμενικές συναρτήσεις μπορεί να έχουν πολλαπλά τοπικά/ολικά βέλτιστα που οφείλονται στην ύπαρξη των πολλαπλών τοπικών καμπτικών ιδιομορφών. Ο αριθμός των τοπικών ελαχίστων αυξάνεται όσο μεγαλύτερο είναι το σφάλμα στις μετρήσεις που αφορούν τις αναγνωρισμένες ιδιομορφές. Αυτή η αύξηση περιπλέκει περαιτέρω το πρόβλημα εντοπισμού του ολικού βέλτιστου. Για την εύρεση των βέλτιστων μοντέλων απαιτούνται αλγόριθμοι εύρεσης ολικού ελαχίστου.

Επίσης δείχθηκε ότι το μέτωπο των Pareto λύσεων μπορεί να έχει ανώμαλη συμπεριφορά και να είναι διακοπτόμενο. Αυτή η ανώμαλη συμπεριφορά δεν παρατηρήθηκε ούτε όταν μελετήθηκαν απλές κατασκευές χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα στο 3^ο Κεφάλαιο, ούτε όταν μελετήθηκε η εργαστηριακή κατασκευή χρησιμοποιώντας μετρητικά δεδομένα στο 6^ο Κεφάλαιο. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις, το μέτωπο Pareto βρέθηκε για να είναι συνηθισμένο, συνεχές και ομαλό. Οι ανωμαλίες και οι ασυνέχειες εξαρτώνται από τον τύπο της κατασκευής που μελετάται, την κατηγορία μοντέλων που έχει επιλεγεί, και από τον τύπο και τον αριθμό των μορφικών δεδομένων που χρησιμοποιούνται. Η κατασκευή του μετώπου Pareto με την διαφοροποίηση των τιμών των συντελεστών βαρύτητας και την επίλυση των αντίστοιχων μονοκριτηριακών προβλημάτων βελτιστοποίησης δεν εγγυάται ότι θα παραχθεί ολόκληρο το μέτωπο Pareto. Μπορεί να υπάρξουν τμήματα του μετώπου Pareto που δεν αντιστοιχούν σε κάποιες συγκεκριμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Η παραγωγή των Pareto βέλτιστων λύσεων με λεπτομερή σάρωση του χώρου των παραμέτρων (parameter space) δεν εγγυάται τη σύγκλιση, εκτός και αν το πλέγμα που χρησιμοποιηθεί είναι πολύ λεπτομερές. Ο αλγόριθμος SPEA παρέχει ολόκληρο το μέτωπο Pareto αλλά η σύγκλιση μπορεί να είναι αργή. Για την περαιτέρω μείωση του χρόνου βελτιστοποίησης απαιτείται η δημιουργία νέων τεχνικών πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης.

Τα Pareto βέλτιστα μοντέλα παρουσιάζουν σημαντική μεταβλητότητα που μπορεί να έχει σημαντική επίπτωση στη μεταβλητότητα των προβλέψεων της απόκρισης και της αξιοπιστίας της κατασκευής. Δείχνεται, ότι η μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων δίνει βέλτιστα μοντέλα που είναι λογικότερα από τα βέλτιστα μοντέλα που παρέχονται από τη μέθοδο ίσης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων. Επιπλέον, τα δύο αυτά βέλτιστα μοντέλα που προτείνονται από αυτές τις δύο μεθοδολογίες, παρέχουν αποτελέσματα που μπορεί να διαφέρουν σημαντικά

μεταξύ τους. Πιστοποιείται πειραματικά, σε αντιδιαστολή με τις συμβατικές τεχνικές προσδιορισμού των τιμών των παραμέτρων που βασίζονται σε προεπιλεγμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας, ότι η προτεινόμενη μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων προτείνει βέλτιστα μοντέλα που δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι μεγάλου σφάλματος τόσο στη μοντελοποίηση όσο και στα δεδομένα των μετρήσεων.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων, για την κατηγορία μοντέλων με τρεις παραμέτρους δείχνουν ότι η ακαμψία των πυλώνων της γέφυρας είναι περίπου 10% χαμηλότερη από αυτή που χρησιμοποιήθηκε κατά τη φάση του σχεδιασμού, ενώ η ακαμψία του καταστρώματος της γέφυρας είναι 50% υψηλότερη. Η ακαμψία των εφεδράνων είναι σχεδόν 11 φορές υψηλότερη, το οποίο οφείλεται στο ότι το εύρος του λειτουργικού φορτίου που διεγείρει την κατασκευή ήταν πολύ μικρό. Ο σχεδιασμός της ακαμψίας των εφεδράνων γίνεται λαμβάνοντας υπόψη τα πολύ υψηλότερα επίπεδα διέγερσης που εμφανίζονται κατά τη διάρκεια σεισμών. Αυτά τα υψηλά επίπεδα διέγερσης μειώνουν σημαντικά την ισοδύναμη ακαμψία των εφεδράνων.

Τα αποτελέσματα για την κατηγορία μοντέλων με έξι παραμέτρους δείχνουν ότι η ακαμψία των πλευρικών πυλώνων της γέφυρας είναι περίπου 28% χαμηλότερη από αυτή που χρησιμοποιήθηκε κατά τη φάση του σχεδιασμού, ενώ η ακαμψία του κεντρικού πυλώνα είναι 7% χαμηλότερη. Η ακαμψία των εφεδράνων του κεντρικού πυλώνα είναι 20 φορές υψηλότερη, ενώ η ακαμψία των εφεδράνων των άλλων δύο πυλώνων είναι περίπου 9 έως 11 φορές υψηλότερη. Η ακαμψία του καταστρώματος της γέφυρας είναι 50% υψηλότερη. Οι υψηλότερες τιμές της ακαμψίας των εφεδράνων και του καταστρώματος της γέφυρας του αναθεωρημένου μοντέλου, σε σχέση με το ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής, οφείλεται στο μικρό εύρος των διεγέρσεων που χρησιμοποιήθηκαν για την αναθεώρηση, ενώ οι σχεδιαστικές τιμές της ακαμψίας των εφεδράνων και του καταστρώματος της γέφυρας υπολογίζονται με βάση τα πολύ υψηλότερα επίπεδα διέγερσης που εμφανίζονται κατά τις σεισμικές διεγέρσεις.

8. Συμπεράσματα

8.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διατριβή, αναπτύχθηκε μία μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών σε κατασκευές η οποία βασίζεται στην αναθεώρηση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων αναλύοντας μετρήσεις ταλαντώσεων. Ένα σημαντικό μέρος αυτής της διατριβής επικεντρώθηκε στην ανάπτυξη νέων τεχνικών αναθεώρησης μοντέλων, καθώς και στην πιστοποίηση τους, χρησιμοποιώντας τόσο προσομοιωμένα, όσο και πειραματικά δεδομένα μετρήσεων. Οι μεθοδολογίες αναθεώρησης μοντέλων παρουσιάστηκαν στο 2^ο και 3^ο Κεφάλαιο. Στο 4^ο Κεφάλαιο αναπτύχθηκε και πιστοποιήθηκε η μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών, ενώ στο 5^ο Κεφάλαιο έγινε ανασκόπηση μίας πρόσφατης μεθοδολογίας εύρεσης της βέλτιστης διάταξης αισθητήρων (αριθμός και τοποθεσία αισθητήρων). Στο 6^ο και 7^ο Κεφάλαιο διερευνήθηκε η αποτελεσματικότητα και η αξιοπιστία της προτεινόμενης μεθοδολογίας αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων, χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα από μία μικρή εργαστηριακή κατασκευή καθώς και δεδομένα από μία πραγματική γέφυρα, τεσσάρων ανοιγμάτων, από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Στο 2^ο Κεφαλαίο έγινε ανασκόπηση της ευρέως χρησιμοποιούμενης μεθόδου των σταθμισμένων ιδιομορφικών υπολοίπων (least-squares) για την αναθεώρηση μοντέλων κατασκευών. Παρουσιάστηκε επίσης και μία μέθοδος πολυκριτηριακής αναγνώρισης δυναμικών συστημάτων που έχει πρόσφατα προταθεί στην εργασία των Haralampidis et al. (2005) και στη συνέχεια εξετάστηκαν οι ομοιότητες των δύο μεθόδων. Το μοντέλο που προτείνεται ως βέλτιστο από τη μέθοδο των σταθμισμένων ιδιομορφικών υπολοίπων εξαρτάται από τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας που σταθμίζουν τα ιδιομορφικά υπόλοιπα. Από την άλλη πλευρά, η μέθοδος πολυκριτηριακής αναγνώρισης προτείνει ένα σύνολο αποδεκτών, κατά Pareto, βέλτιστων μοντέλων της κατασκευής. Το σύνολο όλων των βέλτιστων μοντέλων που προκύπτουν από τη μέθοδο των σταθμισμένων υπολοίπων διαφοροποιώντας την τιμή των συντελεστών βαρύτητας αποτελεί, γενικά, ένα υποσύνολο των βέλτιστων, κατά Pareto, μοντέλων που λαμβάνονται από τη μέθοδο πολυκριτηριακής αναγνώρισης. Εντούτοις, μπορεί να υπάρχουν και επιπλέον βέλτιστα, κατά Pareto, μοντέλα, που δεν αντιστοιχούν σε

κάποιες συγκεκριμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Οι Haralampidis et al. (2005) έχουν δείξει ότι η διαφοροποίηση που παρατηρείται στα Pareto βέλτιστα μοντέλα οδηγεί σε σημαντική διαφοροποίηση στις προβλέψεις απόκρισης και αξιοπιστίας των Pareto βέλτιστων μοντέλων. Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει, είναι ποίο από όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα θα πρέπει να επιλεγεί για να χρησιμοποιηθεί περαιτέρω σε μελέτες πρόβλεψης της απόκρισης και αξιοπιστίας (ασφάλειας) της κατασκευής.

Αναπτύχθηκε κατάλληλο λογισμικό για την αυτόματη παραμετροποίηση μοντέλων κατασκευών καθώς επίσης και για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης που προκύπτει στη διαδικασία αναθεώρησης μοντέλων. Υβριδικές μέθοδοι βελτιστοποίησης που συνδυάζουν μεθόδους εξελικτικών αλγορίθμων (evolution strategies) με μεθόδους που χρησιμοποιούν την πληροφορία της παραγώγου, ενσωματώθηκαν στο λογισμικό προκειμένου να βελτιώσουν τις υπολογιστικές δυνατότητες της προτεινόμενης μεθοδολογίας αναθεώρησης μοντέλων, εξασφαλίζοντας έτσι τον αξιόπιστο υπολογισμό του ολικού βέλτιστου μοντέλου, αποφεύγοντας τη σύγκλιση του αλγορίθμου σε ένα από τα πολλαπλά τοπικά βέλτιστα μοντέλα που είναι δυνατόν να προκύπτουν.

Στο 3^ο Κεφάλαιο εξετάζεται το πρόβλημα επιλογής του πιθανότερου δομικού μοντέλου ανάμεσα από όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα, με ένα συστηματικό τρόπο που να βασίζεται στις μετρούμενες μορφικές ιδιότητες. Η επιλογή του πιθανότερου μοντέλου γίνεται με τη βοήθεια της στατιστικής θεωρίας του Bayes. Αποδείχθηκε ότι η βέλτιστη τιμή του συντελεστή βαρύτητας για μια ομάδα μετρούμενων μορφικών ιδιοτήτων είναι ασυμπτωτικά, για μεγάλο αριθμό μετρητικών δεδομένων, αντιστρόφως ανάλογη της τιμής του υπολοίπου της αντίστοιχης ομάδας. Προτάθηκε ένας υπολογιστικά αποδοτικός αλγόριθμος, για την ταυτόχρονη εύρεση της βέλτιστης τιμής των συντελεστών βαρύτητας και των αντίστοιχων βέλτιστων τιμών των δομικών παραμέτρων. Η προτεινόμενη μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων επιδεικνύεται με τη χρήση προσομοιωμένων δεδομένων από ένα απλό σύστημα ελατηρίων-μαζών. Σε αντιδιαστολή με τις συμβατικές τεχνικές εκτίμησης των παραμέτρων που βασίζονται σε προεπιλεγμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας (π.χ. η μέθοδος ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων), αποδεικνύεται ότι οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που υπολογίζονται με την προτεινόμενη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των υπολοίπων δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι μεγάλου σφάλματος μοντελοποίησης ή εσφαλμένων μετρητικών μορφικών δεδομένων.

Στο 4^ο Κεφάλαιο, αναπτύχθηκε μια μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών σε κατασκευές η οποία βασίζεται σε τεχνικές αναθεώρησης μοντέλων χρησιμοποιώντας μετρήσεις ταλαντώσεων. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας τη στατιστική θεωρία του Bayes αναπτύχθηκε μία μεθοδολογία για την επιλογή μοντέλων κατασκευών

χρησιμοποιώντας μετρητικά δεδομένα, και στη συνέχεια έγινε εφαρμογή της μεθόδου για την ανίχνευση βλαβών σε κατασκευές. Παρουσιάστηκε το πρόβλημα επιλογής της βέλτιστης κατηγορίας μοντέλων, ανάμεσα από μία ομάδα ανταγωνιστικών κατηγοριών μοντέλων, καθώς και το πρόβλημα υπολογισμού των τιμών των παραμέτρων μίας κατηγορίας μοντέλων. Κάθε κατηγορία μοντέλων, αντιπροσωπεύει πιθανές καταστάσεις βλάβης της κατασκευής, ενδεικτικής της τοποθεσίας της βλάβης. Χρησιμοποιώντας τη στατιστική θεωρία του Bayes, όλες οι πιθανές καταστάσεις βλαβών κατατάσσονται με βάση την μεταγενέστερη πιθανότητα (posterior probability) της αντίστοιχης κατηγορίας μοντέλων. Το μέγεθος της βλάβης προκύπτει από την τιμή της μεταγενέστερης πιθανότητας των παραμέτρων, που αντιστοιχούν στην πιθανότερη κατηγορία μοντέλων. Δείχθηκε ότι οι προβλέψεις για την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης εξαρτώνται από τη διάταξη των αισθητήρων, διότι από αυτή εξαρτάται η πληροφορία που περιέχεται στα μετρητικά δεδομένα για την ταυτόχρονη παρακολούθηση όλων των καταστάσεων βλάβης. Συζητήθηκαν ζητήματα σχετικά με τον υπολογιστικό προσδιορισμό των πολυδιάστατων ολοκληρωμάτων πιθανοτήτων που προκύπτουν κατά την ανάλυση. Ο υπολογισμός τους έγινε τόσο με τη χρήση ασυμπτωτικών προσεγγίσεων, όσο και με μεθόδους δειγματοληψίας Monte Carlo και σημειώντων δειγμάτων (importance sampling).

Η αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας παρουσιάστηκε με δύο εφαρμογές. Στην πρώτη εφαρμογή δημιουργήθηκαν σενάρια βλάβης σε έναν απλό σύστημα ελατηρίων μαζών και χρησιμοποιήθηκαν προσομοιωμένα μορφικά δεδομένα. Στη δεύτερη εφαρμογή δημιουργήθηκαν περιπτώσεις βλάβης σε μία εργαστηριακή τετραώροφη μεταλλική κατασκευή και χρησιμοποιώντας δεδομένα αποκρίσεων που δημιουργήθηκαν από λειτουργικά φορτία και από τα οποία αναγνωρίστηκαν οι μορφικές ιδιότητες της κατασκευής. Ερευνήθηκε η ευαισθησία της επιλεγμένης κατηγορίας μοντέλων, της παραμετροποίησης, του σφάλματος μοντελοποίησης και του σφάλματος στις μετρήσεις, καθώς και η θέση και το μέγεθος της βλάβης, στην αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών. Δείχθηκε για την τετραώροφη μεταλλική κατασκευή, ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών ανιχνεύει επιτυχώς τη θέση και το μέγεθος της βλάβης και για τα έξι σενάρια βλάβης που εξετάστηκαν, υπό την προϋπόθεση ότι η οικογένεια της κατηγορίας μοντέλων που χρησιμοποιείται, ή ισοδύναμα οι περιπτώσεις βλάβης που εξετάζονται, περιέχουν την πραγματική βλάβη που επιβλήθηκε στην κατασκευή. Η αξιοπιστία της μεθοδολογίας διάγνωσης βλαβών εξαρτάται από το επίπεδο του σφάλματος στη μοντελοποίηση και στις μετρήσεις. Συγκεκριμένα, οι βλάβες μικρού μεγέθους είναι δυσκολότερο να προσδιοριστούν λόγω της ύπαρξης των παραπάνω σφαλμάτων. Ειδικότερα, τα σφάλματα μέτρησης που οφείλονται στον ανακριβή προσδιορισμό μιας ή περισσότερων μορφικών ιδιοτήτων μπορεί να έχουν σημαντικές

επιπτώσεις στην αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθοδολογίας και να την οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα.

Η σημασία της διάταξης των αισθητήρων (θέση και αριθμός αισθητήρων) για την αναγνώριση των κατασκευών εξετάστηκε στο 5^ο Κεφάλαιο. Έγινε ανασκόπηση στα θεωρητικά και τα υπολογιστικά ζητήματα που προκύπτουν στην επιλογή της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων για την αναγνώριση δυναμικών συστημάτων κατασκευών. Η εντροπία της πληροφορίας, που εκφράζει ένα απλό μέτρο της αβεβαιότητας στην εκτίμηση των παραμέτρων, χρησιμοποιήθηκε ως μέτρο απόδοσης για κάθε διάταξη αισθητήρων. Παρήχθη μια χρήσιμη ασυμπτωτική προσέγγιση για τον υπολογισμό της εντροπίας της πληροφορίας, και η οποία ισχύει για έναν μεγάλο αριθμό μετρητικών δεδομένων. Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε η ασυμπτωτική προσέγγιση για να αποδειχτεί ότι η επιλογή της βέλτιστης διάταξης των αισθητήρων μπορεί να βασιστεί απλά σε ένα ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής, αγνοώντας τις λεπτομέρειες που περιέχονται στα μετρητικά δεδομένα και τα οποία δεν είναι διαθέσιμα στο αρχικό στάδιο σχεδιασμού της διάταξης των αισθητήρων. Αποδείχθηκε επιπλέον, ότι τα χαμηλότερα και ανώτερα όρια της εντροπίας της πληροφορίας είναι φθίνουσες συναρτήσεις του αριθμού των αισθητήρων. Με βάση αυτή τη διαπίστωση, χρησιμοποιείται ο ευρετικός αλγόριθμος διαδοχικής τοποθέτησης αισθητήρων για να παραχθούν αποτελεσματικές διαμορφώσεις αισθητήρων που είναι ανώτερες από αυτές που παρέχονται από τους γενετικούς αλγορίθμους, από την άποψη υπολογιστικής αποδοτικότητας και ακρίβειας. Οι θεωρητικές διαπιστώσεις, επιδεικνύονται με την εύρεση της βέλτιστης διαμόρφωσης αισθητήρων για έναν απλό σύστημα ελατηρίων-μαζών, 10 βαθμών ελευθερίας. Η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων αλγορίθμων πιστοποιήθηκε επιτυχώς.

Στο 6^ο Κεφάλαιο διερευνάται και συγκρίνεται η δυνατότητα εφαρμογής και η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων, χρησιμοποιώντας ταλαντωτικές μετρήσεις που συλλέχθηκαν από μία μικρή τριώροφη μεταλλική εργαστηριακή κατασκευή, η οποία βρίσκεται στο Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Εξετάστηκαν δύο μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής. Ένα μοντέλο 3 βαθμών ελευθερίας και ένα λεπτομερέστερο μοντέλο 546 βαθμών ελευθερίας. Δημιουργήθηκαν και εξετάστηκαν διάφορα σενάρια βλάβης της κατασκευής. Χρησιμοποιήθηκαν οι προτεινόμενες μέθοδοι αναθεώρησης μοντέλων, για την αναθεώρηση των μοντέλων χρησιμοποιώντας μετρήσεις από τα εξεταζόμενα σενάρια βλάβης. Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στη σύγκριση των αποτελεσμάτων αναθεώρησης των μοντέλων που προέκυψαν από την πολυκριτηριακή μέθοδο αναγνώρισης, από την μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων και από τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

Παρατηρήθηκε μια σχετικά μεγάλη διαφοροποίηση στις Pareto βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του μοντέλου. Το μέτρο των ιδιομορφικών υπολοίπων που αντιστοιχούν στις λύσεις που βρίσκονται κατά μήκος του μετώπου Pareto μπορεί να ποικίλει σημαντικά, ως και μία τάξη μεγέθους τουλάχιστον. Η διαφοροποίηση στα Pareto βέλτιστα μοντέλα οφείλεται στα σφάλματα μοντελοποίησης και στα σφάλματα των μετρήσεων. Σε περίπτωση απουσίας αυτών των σφαλμάτων, η λύση είναι ένα μοναδικό σημείο Pareto στο πεδίο των παραμέτρων. Η μεγάλη διαφοροποίηση στα Pareto βέλτιστα μοντέλα αναμένεται ότι θα οδηγήσει σε μεγάλη διαφοροποίηση στις προβλέψεις απόκρισης και αξιοπιστίας της κατασκευής. Εντούτοις, υπό το πρίσμα της διάγνωσης βλαβών, όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα ήταν σε θέση να προβλέψουν με αξιοπιστία την τοποθεσία και το μέγεθος της βλάβης, για τη συγκεκριμένη μικρή εργαστηριακή κατασκευή και για τα σενάρια βλάβης που εξετάστηκαν.

Το βέλτιστο μοντέλο που προτείνεται από την προτεινόμενη μεθοδολογία βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων, διαφέρει αρκετά από το βέλτιστο μοντέλο που προτείνεται από τη συμβατική μέθοδο ίσης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων, για όλες τις δομικές διαμορφώσεις της κατασκευής που εξετάστηκαν. Εντούτοις, σε αντιδιαστολή με τις συμβατικές τεχνικές προσδιορισμού των τιμών των παραμέτρων που βασίζονται σε προεπιλεγμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας, δείχνεται ότι οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων που υπολογίζονται από την προτεινόμενη μεθοδολογία δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι μεγάλου σφάλματος μοντελοποίησης ή σφαλμάτων που περιέχονται στα δεδομένα των μετρήσεων. Αυτά τα αποτελέσματα είναι σε συμφωνία με τα αποτελέσματα που προέκυψαν στο 3^ο Κεφάλαιο, όπου χρησιμοποιήθηκαν προσομοιωμένα δεδομένα.

Στο 7^ο Κεφάλαιο, έγινε εφαρμογή των προτεινόμενων μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων για την αναθεώρηση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων μίας γέφυρας τεσσάρων ανοιγμάτων από σκυρόδεμα, χρησιμοποιώντας ελλιπή μορφικά δεδομένα. Τα μορφικά χαρακτηριστικά της γέφυρας προσδιορίστηκαν με την ανάλυση ταλαντώσεων που προέρχονται από λειτουργικά φορτία που προξενούνται κυρίως από την κυκλοφορία οχημάτων πάνω στη γέφυρα. Αναγνωρίστηκαν επτά ιδιοσυχρότητες και ιδιομορφές της γέφυρας: τρεις ιδιομορφές στην εγκάρσια κατεύθυνση, μία ιδιομορφή στη διαμήκη κατεύθυνση και τρεις πολύ κοντινές καμπτικές ιδιομορφές. Υιοθετήθηκαν δύο παραμετροποιημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων για να γίνει επίδειξη της εφαρμογής και της αποτελεσματικότητας των προτεινόμενων μεθοδολογιών. Οι υπό αναθεώρηση παράμετροι επιλέχθηκαν να είναι οι ακαμψίες των πυλώνων, των εφεδράνων και του καταστρώματος της γέφυρας. Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στη σύγκριση των αποτελεσμάτων της αναθεώρησης μοντέλων που προέκυψαν με την πολυκριτηριακή μέθοδο αναγνώρισης, την μέθοδο ίσης στάθμισης

των μορφικών υπολοίπων και με τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων.

Αποκαλύφθηκε ότι οι αντικειμενικές συναρτήσεις μπορεί να έχουν πολλαπλά τοπικά/ολικά βέλτιστα που οφείλονται στην ύπαρξη των πολλαπλών τοπικών καμπτικών ιδιομορφών. Ο αριθμός των τοπικών ελαχίστων αυξάνεται όσο μεγαλύτερο είναι το σφάλμα στις μετρήσεις που αφορούν τις αναγνωρισμένες ιδιομορφές. Αυτή η αύξηση περιπλέκει περαιτέρω το πρόβλημα εντοπισμού του ολικού βέλτιστου. Για τον εντοπισμό τους, χρησιμοποιήθηκαν οι αλγόριθμοι εύρεσης ολικού ελαχίστου που συνδυάζουν εξελικτικούς αλγόριθμους (evolution strategies) με μεθόδους βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση της πληροφορίας της παραγωγού.

Επίσης δείχθηκε ότι το μέτωπο των Pareto λύσεων μπορεί να έχει ανώμαλη συμπεριφορά και να είναι διακοπτόμενο. Αυτή η ανώμαλη συμπεριφορά δεν παρατηρήθηκε ούτε όταν μελετήθηκαν απλές κατασκευές χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα στο 3^ο Κεφάλαιο, ούτε όταν μελετήθηκε η εργαστηριακή κατασκευή χρησιμοποιώντας μετρητικά δεδομένα στο 6^ο Κεφάλαιο. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις, το μέτωπο Pareto βρέθηκε για να είναι συνηθισμένο, συνεχές και ομαλό. Οι ανωμαλίες και οι ασυνέχειες εξαρτώνται από τον τύπο της κατασκευής που μελετάται, την κατηγορία μοντέλων που έχει επιλεγεί, και από τον τύπο και τον αριθμό των μορφικών δεδομένων που χρησιμοποιούνται. Η κατασκευή του μετώπου Pareto με την διαφοροποίηση των τιμών των συντελεστών βαρύτητας και την επίλυση των αντίστοιχων μονοκριτηριακών προβλημάτων βελτιστοποίησης δεν εγγυάται ότι θα παραχθεί ολόκληρο το μέτωπο Pareto. Μπορεί να υπάρξουν τμήματα του μετώπου Pareto που δεν αντιστοιχούν σε κάποιες συγκεκριμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας. Η παραγωγή των Pareto βέλτιστων λύσεων με λεπτομερή σάρωση του χώρου των παραμέτρων (parameter space) δεν εγγυάται τη σύγκλιση, εκτός και αν το πλέγμα που χρησιμοποιηθεί είναι πολύ λεπτομερές. Ο αλγόριθμος SPEA παρέχει ολόκληρο το μέτωπο Pareto αλλά η σύγκλιση μπορεί να είναι αργή. Για την περαιτέρω μείωση του χρόνου βελτιστοποίησης απαιτείται η δημιουργία νέων τεχνικών πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης.

Τα Pareto βέλτιστα μοντέλα παρουσιάζουν σημαντική μεταβλητότητα που μπορεί να έχει σημαντική επίπτωση στη μεταβλητότητα των προβλέψεων της απόκρισης και της αξιοπιστίας της κατασκευής. Δείχνεται, ότι η μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων δίνει βέλτιστα μοντέλα που είναι λογικότερα από τα βέλτιστα μοντέλα που παρέχονται από τη μέθοδο ίσης στάθμισης των μορφικών υπολοίπων. Επιπλέον, τα δύο αυτά βέλτιστα μοντέλα που προτείνονται από αυτές τις δύο μεθοδολογίες, παρέχουν αποτελέσματα που μπορεί να διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Πιστοποιείται πειραματικά, σε αντιδιαστολή με τις συμβατικές τεχνικές προσδιορισμού των τιμών των παραμέτρων που βασίζονται σε προεπιλεγμένες τιμές

των συντελεστών βαρύτητας, ότι η προτεινόμενη μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων προτείνει βέλτιστα μοντέλα που δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι μεγάλου σφάλματος τόσο στη μοντελοποίηση όσο και στα δεδομένα των μετρήσεων.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μέθοδο βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων, για την κατηγορία μοντέλων με τρεις παραμέτρους δείχνουν ότι η ακαμψία των πυλώνων της γέφυρας είναι περίπου 10% χαμηλότερη από αυτή που χρησιμοποιήθηκε κατά τη φάση του σχεδιασμού, ενώ η ακαμψία του καταστρώματος της γέφυρας είναι 50% υψηλότερη. Η ακαμψία των εφεδράνων είναι σχεδόν 11 φορές υψηλότερη, το οποίο οφείλεται στο ότι το εύρος του λειτουργικού φορτίου που διέγειρε την κατασκευή ήταν πολύ μικρό. Τα αποτελέσματα για την κατηγορία μοντέλων με έξι παραμέτρους δείχνουν ότι η ακαμψία των πλευρικών πυλώνων της γέφυρας είναι περίπου 28% χαμηλότερη από αυτή που χρησιμοποιήθηκε κατά τη φάση του σχεδιασμού, ενώ η ακαμψία του κεντρικού πυλώνα είναι 7% χαμηλότερη. Η ακαμψία των εφεδράνων του κεντρικού πυλώνα είναι 20 φορές υψηλότερη, ενώ η ακαμψία των εφεδράνων των άλλων δύο πυλώνων είναι περίπου 9 έως 11 φορές υψηλότερη. Η ακαμψία του καταστρώματος της γέφυρας είναι 50% υψηλότερη. Οι υψηλότερες τιμές της ακαμψίας των εφεδράνων και του καταστρώματος της γέφυρας του αναθεωρημένου μοντέλου, σε σχέση με το ονομαστικό μοντέλο της κατασκευής, οφείλεται στο μικρό εύρος των διεγέρσεων που χρησιμοποιήθηκαν για την αναθεώρηση, ενώ οι σχεδιαστικές τιμές της ακαμψίας των εφεδράνων και του καταστρώματος της γέφυρας υπολογίζονται με βάση τα πολύ υψηλότερα επίπεδα διέγερσης που εμφανίζονται κατά τις σεισμικές διεγέρσεις.

Συνοψίζοντας, οι καινοτομίες της παρούσας εργασίας είναι οι ακόλουθες:

- Ερευνήθηκε η δυνατότητα εφαρμογής και η αποτελεσματικότητα μιας πρόσφατα διατυπωμένης μεθοδολογίας πολυκριτηριακής αναγνώρισης δυναμικών συστημάτων χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα από μία μικρή τριώροφη μεταλλική εργαστηριακή κατασκευή και από μια πραγματική γέφυρα. Τα Pareto βέλτιστα μοντέλα που προκύπτουν διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους, με συνέπεια να παρουσιάζεται και μεγάλη μεταβλητότητα στην απόκριση και την αξιοπιστία της κατασκευής που προβλέπονται με βάση αυτά τα μοντέλα. Αναπτύχθηκαν τα υπολογιστικά εργαλεία για την εύρεση όλων των Pareto βέλτιστων μοντέλων. Ωστόσο, μπορεί να εμφανιστούν ανωμαλίες και ασυνέχειες στο μέτωπο Pareto, οι οποίες περιπλέκουν την αξιόπιστη παραγωγή ολόκληρου του μετώπου Pareto. Ο χρήστης είναι αυτός που θα κάνει την τελική επιλογή ενός μοναδικού βέλτιστου μοντέλου, από τα άπειρα Pareto βέλτιστα μοντέλα που προκύπτουν, για περαιτέρω χρήση στις μελέτες

πρόβλεψης της δυναμικής συμπεριφοράς (απόκριση και αξιοπιστία) της κατασκευής.

- Αναπτύχθηκε μια νέα μεθοδολογία βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων για την επιλογή ενός μοναδικού βέλτιστου μοντέλου (του πιθανότερου), από τα άπειρα Pareto βέλιστα μοντέλα που προκύπτουν, για την περαιτέρω χρήση του στις μελέτες πρόβλεψης που βασίζονται στη χρήση μετρητικών δεδομένων. Η μεθοδολογία επιλογής βασίζεται στη στατιστική θεωρία του Bayes και σε μια ασυμπτωτική ανάλυση που ισχύει για μεγάλο αριθμό μετρητικών δεδομένων. Χρησιμοποιώντας τόσο προσομοιωμένα δεδομένα όσο και πραγματικές μετρήσεις, αποδείχθηκε ότι σε αντιδιαστολή με τις συμβατικές τεχνικές που βασίζονται σε προεπιλεγμένες τιμές των συντελεστών βαρύτητας, η προτεινόμενη μέθοδος βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων προτείνει βέλιστα μοντέλα που δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι μεγάλου σφάλματος στη μοντελοποίηση και στα μετρητικά δεδομένα.
- Το πρόβλημα βελτιστοποίησης που προκύπτει για τον προσδιορισμό του βέλτιστου μοντέλου μίας κατασκευής, μπορεί να περιλαμβάνει πολλαπλά τοπικά και ολικά βέλιστα. Για το λόγο αυτό, στο λογισμικό αναθεώρησης μοντέλων που αναπτύχθηκε, συμπεριλήφθησαν αποτελεσματικά υπολογιστικά εργαλεία για την εύρεση του ολικού βέλτιστου, ανάμεσα από τα πολλαπλά τοπικά/ολικά βέλιστα που εμφανίζονται.
- Αναπτύχθηκε μια νέα μεθοδολογία διάγνωσης βλαβών και η οποία πιστοποιήθηκε επιτυχώς χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα από μία πρότυπη, τετραώροφη μεταλλική κατασκευή. Η μεθοδολογία βασίζεται στη στατιστική θεωρία του Bayes για την επιλογή της πιθανότερης κατηγορίας μοντέλων, από αυτές που έχουν δημιουργηθεί για να αντιπροσωπεύουν διάφορα πιθανά σενάρια βλάβης της υπό μελέτης κατασκευής.
- Για πρώτη φορά, δείχθηκαν τα πλεονεκτήματα μίας πρόσφατα προτεινόμενης μεθοδολογίας για τη βέλτιστη διάταξη αισθητήρων και η οποία βρίσκει ενομοιογενή στη διάγνωση βλαβών σε κατασκευές. Αυτό έγινε,

βελτιωθεί με την ανάπτυξη νέων μεθόδων για τον αποτελεσματικότερο υπολογισμό των πολυδιάστατων ολοκληρωμάτων που προκύπτουν από την θεωρία του Bayes.

Σε ότι αφορά την περαιτέρω ανάπτυξη των τεχνικών αναθεώρησης μοντέλων για την επίλυση προβλημάτων αναγνώρισης των κατασκευών, αυτή πρέπει να γίνει ως προς τον τρόπο ομαδοποίησης των μορφικών ιδιοτήτων. Η ομαδοποίηση των μορφικών ιδιοτήτων προέκυψε ότι παίζει κρίσιμο ρόλο στην εκτίμηση των βέλτιστων τιμών των δομικών παραμέτρων. Μεγαλώνοντας ο αριθμός των ομάδων στις οποίες χωρίζονται οι μορφικές ιδιότητες, μεγαλώνει και ο αριθμός των άγνωστων παραμέτρων, και η προκύπτουσα για βελτιστοποίηση αντικειμενική συνάρτηση γίνεται υπολογιστικά περιπλοκότερη. Πρέπει λοιπόν να αναπτυχθεί μία μεθοδολογία και το αντίστοιχο λογισμικό, για τη βέλτιστη ομαδοποίηση των διαθέσιμων μορφικών δεδομένων.

Τέλος, μία κατεύθυνση προς την οποία πρέπει να γίνει περαιτέρω έρευνα είναι η ανάπτυξη μεθόδων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης για τον προσδιορισμό των Pareto βέλτιστων λύσεων, οι οποίες να επιταχύνουν τη σύγκλιση και να περιγράφουν ολόκληρο το Pareto μέτωπο με ένα πεπερασμένο αριθμό λύσεων, ομοιόμορφα καταναμημένες κατά μήκος του μετώπου.

Βιβλιογραφία

1. Alvin, K.F., “Finite Element Model Update via Bayesian Estimation and Minimization of Dynamic Residuals”, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1997, **35**(5):879-886.
2. Asmussen, J.C., Brincker, R. and Ibrahim, S.R., “Statistical Theory of the Vector Random Decrement Technique”, *Journal of Sound and Vibration*, 1999, **226**(2):329-344
3. Au, S.K., Yuen, K.V. and Beck, J.L., “Two-stage System Identification Results for Benchmark Structure”, *Proceedings of the 14th ASCE Engineering Mechanics Conference*, J. Tassoulas, ed., Austin, Texas, 2000.
4. Beck, J.L., “Statistical System Identification of Structures”, *Proceedings of the 5th International Conference on Structural Safety and Reliability (ASCE)*, San Francisco, 1989, pp.1395-1402.
5. Beck, J.L. and Jennings, P.C., “Structural Identification Using Linear Models and Earthquake Records”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1980, **8**:145-160.
6. Beck, J.L. and Katafygiotis, L.S., “Updating Models and Their Uncertainties. I: Bayesian Statistical Framework”, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 1998, **124**(4):455-461.
7. Beck, J.L., Katafygiotis, L.S., Yuen, K.V. and Lam, H.F., “Damage Detection for a Benchmark Structure Using One-step and Two-step Probabilistic Approaches”, *Proceedings of the 3rd International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, 2001.
8. Beck, J.L., May, B.S. and Polidori, D.C., “Determination of Modal Parameters from Ambient Vibration Data for Structural Health Monitoring”, *1st World Conference on Structural Control*, Los Angeles, USA, 1994, pp.1395-1402.
9. Bedrossian, H. and Masri, S.F., “Optimal Placement of Sensors and Shakers for Modal Identification”, in: P.D. Spanos, G. Deodatis (Eds.), *Computational Stochastic Mechanics*, Millpress, Rotterdam, 2003, pp. 53–57.

10. Berman, A. "Non-unique Structural System Identification", *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, 1989, pp. 355–359.
11. Bernal, D., "Localization and Quantification of Damage in a Benchmark Structure", *Proceedings of the ASME-ASCE Joint Mechanics and Materials Conference*, San Diego, California, 2001.
12. Bernal, D. and Gunes, B., "Observer/Kalman and Subspace Identification of the UBC Benchmark Structural Model", *Proceedings of the 14th ASCE Engineering Mechanics Conference*, J. Tassoulas, ed., Austin, Texas, 2000.
13. Beyer, H.G., "The theory of evolution strategies", Berlin, Springer-Verlag, 2001.
14. Black, C.J. and Ventura C.E., "Blind Test on Damage Detection of a Steel Frame Structure", *Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference (IMAC XVI)*, Santa Barbara, California, February 2–5, 1998, pp. 623–629.
15. Bleistein, N. and Handelsman, R., "Asymptotic expansions for integrals", Dover Publications, Inc., New York, USA, 1986.
16. Bohle, K. and Fritzen C.P., "Results Obtained by Minimizing Natural Frequencies and MAC-value Errors of a Plate Model", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2003, **17**(1):55-64.
17. Caughey, T.K. and O'Kelly, M.E.J., "Classical Normal Modes in Damper Linear Dynamic Systems", *Journal of Applied Mechanics*, 1965, **32**(3):583-588
18. Ching, J. and Beck, J.L., "Bayesian Analysis of the Phase II IASC–ASCE Structural Health Monitoring Experimental Benchmark Data", *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 2004, **130**(10):1233-1244.
19. Ching, J. and Beck, J.L., "Two-step Bayesian Structural Health Monitoring Approach for IASC–ASCE Phase II Simulated and Experimental Benchmark Studies", Earthquake Engineering Research Laboratory, CALTECH, Report No. EERL 2003-02, Pasadena, California, 2003.
20. Cobb, R.G. and Liebst, B.S., "Sensor Location Prioritization and Structural Damage Localization Using Minimal Sensor Information", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1996, **35** (2):369–374.
21. deVries M., Arya V., Meller S., Masri, F.S. and Claus, R.O., "Implementation of EFPI-based Optical-Fiber Sensor Instrumentation for the NDE of Concrete Structures", *Cement and Concrete Composites* 1997, **19**(1):69-79.
22. Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B. and Shevitz, D.W., "Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from

- Changes in Their Vibration Characteristics. A Literature Review”, Los Alamos National Laboratory, Report No. LA-13070-MS, 1996.
23. Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B. and Shevitz, D.W., “A Summary Review of Vibration-based Damage Identification Methods”, *The Shock and Vibration Digest*, 1998, **30**(2):91-105.
 24. Doherty, J.E., “Nondestructive Evaluation”, in: Kobayashi, A.S., (Ed.), *Handbook on Experimental Mechanics*, Society for Experimental Mechanics, Englewood Clis, NJ, 1987, (Chapter 12).
 25. Dyke, S., “Introducing an Experimental Benchmark Problem in Structural Health Monitoring”, *Proceedings of the ASME-ASCE Joint Mechanics and Materials Conference*, San Diego, California, 2001.
 26. Dyke, S.J., Bernal, D., Beck, J.L. and Ventura, C., “An Experimental Benchmark Problem in Structural Health Monitoring”, *Proceedings of the 3rd International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, September, 2001.
 27. Dyke, S.J., Bernal, D., Beck, J.L. and Ventura, C., “Experimental phase II of the structural health monitoring benchmark problem”, *Proceedings of the 16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, Seattle, Washington, 2003.
 28. Dyke, S.J., Caicedo, J.M. and Johnson, E.A., “Monitoring of a Benchmark Structure for Damage Detection”, *Proceedings of the 14th ASCE Engineering Mechanics Conference*, J. Tassoulas, ed., Austin, Texas, 2000.
 29. Ewins, D.J., “Modal testing – theory, practice and applications”, 2nd edition, Research Studies Press, UK, 2000.
 30. Fan, N.Y, Huang, S., Alavie, A.T and Measures, R.M, “Rare Earth Doped Fiber for Structural Damage Assessment”, *Smart Materials and Structures*, 1995, **4**(3):179-185.
 31. Farhat, C. and Hemez, P.M., “Updating Finite Element Dynamics Models Using an Element-by-Element Sensitivity Methodology”, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1993, **31**(9):1702-1711.
 32. Farrar, C.R. and James III, G.H., “System Identification from Ambient Vibration Measurements on a Bridge”, *Journal of Sound Vibration*, 1997, **205**:1-18.
 33. Fassois, S.D., “MIMO LMS-ARMAX Identification of Vibrating Structures – Part I: The Method”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2001, **15**(4):723-735.

34. Fonseca, C.M. and Fleming, P.J., "An Overview of Evolutionary Algorithms in Multi-objective Optimization", *Evolutionary Computation*, 1995, **13**(1):1-16.
35. Friswell, M.I. and Mottershead, J.E., "Finite Element Model Updating in Structural Dynamics", Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.
36. Giagopoulos, D., Salpistis, C. and Natsiavas, S., "Effect of Nonlinearities in the Identification and Fault Detection of Gear-pair System", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, (in press), 2005.
37. Giagopoulos, D. and Natsiavas, S., "Hybrid (Numerical-Experimental) Modeling of Complex structures with Linear and Nonlinear components", *Nonlinear Dynamics* (in press), 2005.
38. Giraldo, D., Caicedo, J. and Dyke, S.J., "Application of Structural Health Monitoring Techniques to the Phase II Experimental Benchmark Problem", *Proceedings of the 16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, Seattle, Washington, 2003.
39. Goldberg, D.E., "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.
40. Haralampidis, Y., Papadimitriou, C. and Pavlidou, M., "Multi-objective Framework for Structural Model Identification", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2005, **34**(6):665-685.
41. Harris, Cyril M., "Shock and Vibration Handbook", 4th edition, McGraw-Hill, 1996.
42. Hemez, F.M. and Farhat, C., "An Energy Based Optimum Sensor Placement Criterion and its Application to Structural Damage Detection", *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, Society of Experimental Mechanics, 1994, pp. 1568–1575.
43. Heredia-Zavoni, E. and Esteva, L., "Optimal Instrumentation of Uncertain Structural Systems Subject to Earthquake Motions", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1998, **27** (4):343–362.
44. Heredia-Zavoni, E., Montes-Iturrizaga, R. and Esteva, L., "Optimal Instrumentation of Structures on Flexible Base for System Identification", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1999, **28** (12):1471–1482.
45. Hjelmstad, K.D. and Shin, S., "Crack Identification in a Cantilever Beam from Modal Response", *Journal of Sound and Vibration*, 1996, **198**(5):527-545.

46. Huang, C.S., Yang, Y.B., Lu, L.Y. and Chen, C.H., "Dynamic Testing and System Identification of a Multi-Span Highway Bridge," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1999, **28**:857-887.
47. Jaynes, E.T., "Where do we stand on maximum entropy?", in: R.D Levine, M. Tribus (Eds.), *The Maximum Entropy Formalism*, MIT Press, Cambridge, MA, 1978.
48. Johnson, E.A., Lam, H.F., Katafygiotis, L. and Beck, J., "A Benchmark Problem for Structural Health Monitoring and Damage Detection", *Proceedings of the 14th ASCE Engineering Mechanics Conference*, J. Tassoulas, ed., Austin, Texas, May, 2000.
49. Johnson, E.A., Lam, H.F., Katafygiotis, L.S. and Beck, J.L., "A Simulated Data Benchmark Problem in Structural Health Monitoring", *Proceedings of the 3rd International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, 2001.
50. Johnson, E.A., H.F. Lam, L.S. Katafygiotis, and J.L. Beck, "The Phase I IASC-ASCE Structural Health Monitoring Benchmark Problem Using Simulated Data", *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 2004, **130**(1):3.
51. Kammer, D.C., "Sensor Placements for on Orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1991, **14**:251-259.
52. Katafygiotis, L.S. and Beck, J.L., "Updating Models and Their Uncertainties - Model Identifiability", *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 1998, **124**(4):463-467.
53. Katafygiotis, L.S., Lam, H.F. and Mickleborough, N., "Application of a Statistical Approach on as Benchmark Damage Detection Problem", *Proceedings of the 14th ASCE Engineering Mechanics Conference*, J. Tassoulas, ed., Austin, Texas, 2000.
54. Katafygiotis, L.S., Lam, H.F., and Papadimitriou C. "Treatment of Unidentifiability in Structural Model Updating". *Advances in Structural Engineering - An International Journal*, 2000, **3**(1):19-39.
55. Katafygiotis, L.S. and Yuen, K.V., "Bayesian Spectral Density Approach for Modal Updating Using Ambient Data", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2001, **30**:1103-1123.
56. Katafygiotis, L.S., Yuen, Ka-Veng, Chen, Jay-Chung, "Bayesian Modal Updating by Use of Ambient Data", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 2001, **39**(2):271-278.

57. Kharrazi, M., “Experimental Benchmark Problem in Structural Health Monitoring - Results of Ambient Vibration Studies”, *Proceedings of the ASME-ASCE Joint Mechanics and Materials Conference*, San Diego, California, 2001.
58. Kirkegaard, P.H. and Brincker, R., “On the Optimal Locations of Sensors for Parametric Identification of Linear Structural Systems”, 1994, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **8**:639–647.
59. Kotulski, Z., “Optimization of Sensors’ Location in a Stochastic Extrapolation Problem”, *Journal of Sound and Vibration*, 1990, **138** (3):351–363.
60. Lam, H.F., “Structural Health Monitoring Benchmark Using Simulated Data”, *Proceedings of the ASME-ASCE Joint Mechanics and Materials Conference*, San Diego, California, 2001.
61. Maaskant, R., Alavie, T., Measures, R.M., Tadros, G., Rizkalla, S.H. and Guha-Thakurta, A., “Fiber-optic Bragg Grating Sensors for Bridge Monitoring”, *Cement and Concrete Composites*, 1997, **19**(1):21-33.
62. Mc Connell, K.G., “Vibration Testing: Theory and Practice”, John Willey and Sons, Inc: New York, 1995.
63. McVerry, G.H., “Structural Identification in the Frequency Domain from Earthquake Records”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1980, **8**:161-180.
64. Metallidis, P., Verros, G., Natsiavas, S. and Papadimitriou, C., “Identification, Fault Detection and Optimal Sensor Location in Vehicle Suspensions”, *Journal of Vibration and Control*, 2003, **9** (3–4):337–359.
65. Michalewicz, Z., “Genetic Algorithms + Data Structures=Evolution Programs”, Springer, New York, 1999.
66. Mottershead, J.E. and Friswell, M.I. “Model Updating in Structural Dynamics: A Survey”, *Journal of Sound and Vibration*, 1993, **167**(2): 347-375.
67. Noori, M., Yuan, F.-G., Saadat, S., Hou, Z., Hera, A., Masuda, A. and Sone, A. “Recent and On-going Efforts in Structural Health Monitoring”, in: K. Kawashima, B.F. Spencer Jr., Y. Suzuki (Eds.), *US–Japan Workshop on Smart Structures for Improved Seismic Performance in Urban Regions*, Seattle, WA, 2001, pp.31–43.
68. Pappa, R.S. and Ibrahim, S.R., “A Parametric Study of the Ibrahim Time Domain Modal Identification Algorithm,” *Shock and Vibration Bulletin*, 1981, **51**(3):43-72.

69. Papadimitriou, C., "Applications of Genetic Algorithms in Structural Health Monitoring", *Proceedings of the 5th World Congress on Computational Mechanics*, (<http://wccm.tuwien.ac.at>), Vienna, Austria, 2002.
70. Papadimitriou, C., "Optimal Sensor Placement Methodology for Parametric Identification of Structural Systems", *Journal of Sound and Vibration*, 2004, **278** (4-5): 923-947.
71. Papadimitriou, C., "Pareto Optimal Sensor Locations for Structural Identification", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, **194** (12-16):1655-1673.
72. Papadimitriou, C., Beck J.L. and Au, S.K., "Entropy-Based Optimal Sensor Location for Structural Model Updating", *Journal of Vibration and Control*, 2000, **6**(5):781-800.
73. Papadimitriou, C., Beck J.L. and Katafygiotis, L.S., "Asymptotic Expansions for Reliability and Moments of Uncertain Dynamic Systems", *Journal of Engineering Mechanics* (ASCE), 1997, **123**(12):1219-1229.
74. Papadimitriou, C., Karamanos, S.A., Christodoulou, K., Pavlidou, M., Lekidis V.A. and Karakostas, C.Z., "Model Updating of Bridges Using Vibration Measurements," *12th European Conference on Earthquake Engineering*, 2002, England, Paper no. 485.
75. Papadimitriou, C. and Katafygiotis, L.S., "Bayesian Modeling and Updating" In: *Engineering Design Reliability Handbook*, E. Nikolaidis, D.M. Ghiocel and S. Singhal (Eds), CRC Press, New York, 2004.
76. Pavlidou, M., "Modal Model Identification Techniques: An Output-Error Approach," M.Sc. Thesis, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Thessaly, Volos, Greece, 2003.
77. Pavlidou, M., Christodoulou, K., Karamanos S.A., Papadimitriou C., Perdikaris P.C., "Manual of IDEMO software", Technical Report No. EOAE 651-04, 2003.
78. Pavlidou, M., Christodoulou, K., Gkaras, V., Karamanos S.A., Papadimitriou C., Perdikaris P.C., Lekidis V. A. and Karakostas C. Z., "Model Updating of Bridges Using Vibration Measurements," *1st European Workshop on Structural Health Monitoring*, 2002, Paris, France.
79. Peeters, B. and De Roeck, G., "Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review" *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2001, **123**(4):659-667.

80. Penny, J.E.T, Friswell, M.I. and Garvey, S.D., “Automatic Choice of Measurement Location for Dynamic Testing”, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1994, **32**:407–414.
81. Petsounis, K.A. and Fassois S.D., “Parametric Time-Domain Methods for the Identification of Vibrating Structures – A Critical Comparison and Assessment”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2001, **15**(6):1031-1060.
82. Reynier, M. and Abou-Kandil, H., “Sensors Location for Updating Problems”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1999, **13** (2):297–314.
83. Shah, P. and Udawadia, F.E., “A Methodology for Optimal Sensor Locations for Identification of Dynamic Systems”, *Journal of Applied Mechanics*, 1978, **45**:188–196.
84. Shi, Z.Y., Law, S.S. and Zhang, L.M., “Optimum Sensor Placement for Structural Damage Detection”, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 2000, **126** (11):1173–1179.
85. Sikorsky, C. “Development of a Health Monitoring System for Civil Structures Using a Level IV Non-destructive Damage Evaluation Method”, in: Chang, F.K. (Ed.), *Structural Health Monitoring 2000*, 1999, pp.68–81.
86. Sobczyk, K., “Theoretic Information Approach to Identification and Signal Processing”, *Proceedings of the IFIP Conference on Reliability and Optimisation of Structural Systems*, Aalborg, Denmark, 1987.
87. Srinivas, N. and Deb, K., “Multi-objective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms”, *Evolutionary Computation*, 1994, **2**(3):221-248.
88. Udawadia, F.E., “Methodology for Optimal Sensor Locations for Parameter Identification in Dynamic Systems”, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 1994, **120** (2):368–390.
89. Udawadia, F.E. and Sharma, D.K. “Some Uniqueness Results Related to Building Structural Identification”, *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 1978, **34**(1):104–151.
90. Vanik, M.W., Beck, J.L. and Au S.K., “Bayesian Probabilistic Approach to Structural Health Monitoring”, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 2000, **126**(7):738-745.
91. Werner, S.D., Beck, J.L. and Levine, M.B., “Seismic Response Evaluations of Meloland Road Overpass Using 1979 Imperial Valley Earthquake Records”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1987, **15**:249-274.

92. Worden, K. and Burrows, A.P., “Optimal Sensor Placement for Fault Detection”, *Engineering Structures*, 2001, **23**:885–901.
93. Yao, L., Sethares, W.A. and Kammer, D.C., “Sensor Placement for on Orbit Modal Identification via a Genetic Algorithm”, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1993, **31**:1167–1169.
94. Yuen, K.V., “Damage Detection for the Benchmark Structure Using a Probabilistic Approach”, *Proceedings of the ASME-ASCE Joint Mechanics and Materials Conference*, San Diego, California, 2001.
95. Yuen, K.V., Katafygiotis, L.S., Papadimitriou, C. and Mickleborough, N.C., “Optimal Sensor Placement Methodology for Identification with Unmeasured Excitation”, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2001, **123**(4):677-686.
96. Zitzler, E. and Thiele, L., “Multi-objective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, **3**(4):257-271.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000089118





ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ




Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης