

...στους γονείς μου Σταμάτη και Δέσποινα

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια της Διπλωματικής Εργασίας του Προπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Φτάνοντας στην ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας, αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω θερμά όλους όσους βοήθησαν στην εκπόνηση της παρούσας εργασίας, που χωρίς τη συμβολή και τη βοήθειά τους θα ήταν δύσκολο έως ανέφικτο να επιτευχθεί η ολοκλήρωσή της.

Ευχαριστώ, λοιπόν, θερμά τον Επιβλέποντα Καθηγητή κ. Λιακόπουλο Αντώνιο που με εμπιστεύτηκε για την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης, να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής κ. Καρακασίδη Θεόδωρο, Επίκουρο Καθηγητή Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και κ. Λασπίδου Χρυσή, Επίκουρο Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για την προθυμία τους να ασχοληθούν με την εργασία μου.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στην κ. Κασιτεροπούλου Δωροθέα, Διδάκτορα του τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για την αμέριστη συμπαράσταση καθ' όλη τη διάρκεια της διεκπεραίωσης της μελέτης, τις πολύτιμες γνώσεις και συμβουλές της, χωρίς τις οποίες οι δυσκολίες θα ήταν ανυπέρβλητες.

Τον φίλο μου Παντελή Σιδηρόπουλο, υποψήφιο διδάκτορα του τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω μέσα από την καρδιά μου για την υπερπολύτιμη στήριξη και συμπαράστασή του, καθώς και για το μεγάλο ενδιαφέρον που επέδειξε στο πρόσωπό μου όλα τα χρόνια διάρκειας των σπουδών μου.

Κλείνοντας, ευχαριστώ θερμά όλη την οικογένειά μου για τη μεγάλη βοήθεια και στήριξή τους όλα τα χρόνια της ζωής μου, σε όλες τις επιλογές που έχω κάνει μέχρι τώρα.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Μελετήθηκε δισδιάστατη μόνιμη στρωτή και τυρβώδης ροή στο χώρο μεταξύ δύο ακίνητων παράλληλων πλακών από τις οποίες η άνω πλάκα χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη περιοδικών προεξοχών (ορθογωνικών, ορθογώνιων τριγωνικών, αμβλυγώνιων τριγωνικών) και η κάτω πλάκα είναι λεία και επίπεδη. Το πλέγμα προσομοίωσης διαμορφώνεται με πρίσματα κοντά στα στερεά τοιχώματα, για την αποφυγή δημιουργίας ασυνεχειών και αστάθειας, και τετράπλευρα στο εσωτερικό του καναλιού. Για τη στρωτή ροή επιλύονται ταυτοχρόνως οι διαφορικές εξισώσεις συνέχειας και Navier-Stokes (NS) ενώ για την τυρβώδη ροή επιλύονται οι μέσες κατά Reynolds εξισώσεις Navier-Stokes (Reynolds averaged Navier Stokes - RANS) σε συνδυασμό με το μοντέλο τύρβης $k-\epsilon$ για τον υπολογισμό των τάσεων Reynolds.

Η πλήρως ανεπτυγμένη ροή προσομοιάζεται με την διαμόρφωση περιοδικών συνθηκών τόσο στην είσοδο όσο και στην έξοδο του υπολογιστικού φατνίου. Σκοπός της μελέτης είναι η καταγραφή της επιρροής της μορφής προεξοχής στην κατανομή της ταχύτητας και η εξάρτησή της από τον τύπο της προεξοχής και από την τιμή του αριθμού Re. Αξίζει να σημειωθεί ότι η κατανομή της ταχύτητας κοντά στην επίπεδη κάτω πλάκα του καναλιού δεν επηρεάζεται σχεδόν καθόλου από την ύπαρξη των προεξοχών στην επάνω πλάκα τουλάχιστον για τις περιπτώσεις που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία. Από την άλλη μεριά η συμβολή των περιοδικών προεξοχών δημιουργεί δίνες κοντά στα σημεία απότομης αλλαγής της γεωμετρίας, η μορφή και η θέση των οποίων καθορίζεται από τον τύπο της προεξοχής, τις γεωμετρικές αδιάστατες παραμέτρους και την τιμή του αριθμού Re. Ο συντελεστής απωλειών μηχανικής ενέργειας, f , δίνεται ως συνάρτηση.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

| | |
|--|------------|
| ΕΙΣΑΓΩΓΗ ----- | 1 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ I ----- | 6 |
| ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ----- | 6 |
| 1. 1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ _____ | 6 |
| 1. 2 ΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ (ΕΙΔΗ, ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΕΣ ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΕΣ) _____ | 7 |
| 1. 3 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ _____ | 11 |
| 1.3.1. ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ----- | 11 |
| 1.3.2. ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ----- | 13 |
| 1. 4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ Re _____ | 17 |
| 1. 5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΠΩΛΕΙΩΝ (Friction Factor) _____ | 17 |
| 1. 6 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ _____ | 18 |
| 1. 7 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ _____ | 26 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ II ----- | 30 |
| ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ ----- | 30 |
| 2. 1 ΕΠΙΠΕΔΗ ΡΟΗ POISEUILLE _____ | 30 |
| 2.2 ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ _____ | 37 |
| 2.3 ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ _____ | 51 |
| 2.4 ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ _____ | 64 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ III ----- | 78 |
| ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ----- | 78 |
| 3.1 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΛΑΚΕΣ _____ | 78 |
| 3.2 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ _____ | 84 |
| 3.3 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ _____ | 90 |
| 3.4 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ _____ | 96 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV ----- | 101 |
| ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ----- | 101 |
| ΑΝΑΦΟΡΕΣ ----- | 105 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I ----- | 108 |
| ΕΠΙΠΕΔΗ ΡΟΗ POISEUILLE _____ | 108 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II ----- | 109 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

| | |
|---|-----|
| Πίνακας 1. Γεωμετρικοί παράμετροι προσομοίωσης. | 10 |
| Πίνακας 2. Πλέγμα αριθμητικής προσομοίωσης. | 19 |
| Πίνακας 3. Τιμές μέγιστης και μέσης ταχύτητας ανά αριθμό Re για ροή σε κανάλι με επίπεδες πλάκες. ... | 35 |
| Πίνακας 4. Τιμές μέγιστης και μέσης ταχύτητας ανά αριθμό Re για ροή σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές στην επάνω πλάκα του καναλιού. | 41 |
| Πίνακας 5. Τιμές μέγιστης και μέσης ταχύτητας ανά αριθμό Re για ροή σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές στην επάνω πλάκα του καναλιού. | 55 |
| Πίνακας 6. Τιμές μέγιστης και μέσης ταχύτητας ανά αριθμό Re για ροή σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές κοντά στην επάνω πλάκα του καναλιού. | 68 |
| Πίνακας 7. Χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων για πλήρως ανεπτυγμένη στρωτή ροή. (Η προσομοίωση έγινε σε υπολογιστή intel dual core (2x3,00 GHz, RAM 2GB)). | 109 |
| Πίνακας 8. Χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων για πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδης ροή. (Η προσομοίωση έγινε σε υπολογιστή intel dual core (2x3,00 GHz, RAM 2GB)). | 110 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

| | |
|--|----|
| Σχήμα 1. Σχηματικό διάγραμμα του συστήματος προσομοίωσης – επίπεδες πλάκες. (πρόβλημα βάση : ροή Poiseuille). | 7 |
| Σχήμα 2. Πρώτη περίπτωση περιοδικής προεξοχής. (ορθογωνική μορφή). | 8 |
| Σχήμα 3. Δεύτερη περίπτωση περιοδικής προεξοχής. (ορθογώνια τριγωνική). | 8 |
| Σχήμα 4. Τρίτη περίπτωση περιοδικής προεξοχής. (αμβλυγώνια τριγωνική). | 9 |
| Σχήμα 5. Υπό μελέτη σύστημα για παράλληλες επίπεδες οριζόντιες πλάκες. | 20 |
| Σχήμα 6. Αριθμητικό πλέγμα σε κανάλι με παράλληλες επίπεδες πλάκες. | 20 |
| Σχήμα 7. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής. | 21 |
| Σχήμα 8. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής. | 21 |
| Σχήμα 9. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής. | 22 |
| Σχήμα 10. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής. | 22 |
| Σχήμα 11. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής. | 23 |
| Σχήμα 12. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής. | 23 |
| Σχήμα 13. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής. | 24 |
| Σχήμα 14. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής. | 24 |
| Σχήμα 15. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής. | 25 |
| Σχήμα 16. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής. | 25 |
| Σχήμα 17. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής. | 26 |
| Σχήμα 18. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε είσοδο, μέση και έξοδο του υπολογιστικού φατνίου αντιστοίχως για ροή Poiseuille. $Re=16$ | 31 |
| Σχήμα 19. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση x στην είσοδο, μέση και έξοδο του υπολογιστικού φατνίου αντιστοίχως για ροή Poiseuille. $Re=16$ | 32 |

| | |
|---|----|
| Σχήμα 20. Κατανομή της γ συνιστώσας της ταχύτητας στην είσοδο, μέση και έξοδο του υπολογιστικού φατνίου αντιστοιχωςγιαροή Poiseuille. $Re=16$ | 33 |
| Σχήμα 21. Αδιάστατη κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου για ροή Poiseuille. $Re=16$ | 34 |
| Σχήμα 22. Ισοταχείς για τη ροή Poiseuille. $Re=48$ | 36 |
| Σχήμα 23. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές. $Re=10$ | 38 |
| Σχήμα 24. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση x σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές. $Re=10$ | 39 |
| Σχήμα 25. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές. $Re=10$ | 40 |
| Σχήμα 26. Σύγκριση της αριθμητικής λύσης (μπλε) αδιάστατης κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου και του προφίλ ροής Poiseuille (κόκκινο). $Re=10$ | 43 |
| Σχήμα 27. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=10$ | 45 |
| Σχήμα 28. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=61$ | 45 |
| Σχήμα 29. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=91$ | 46 |
| Σχήμα 30. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=10$ | 47 |
| Σχήμα 31. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=61$ | 47 |
| Σχήμα 32. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=91$ | 48 |
| Σχήμα 33. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=10$ | 49 |
| Σχήμα 34. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=61$ | 49 |
| Σχήμα 35. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=91$ | 50 |
| Σχήμα 36. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές. $Re=11$ | 52 |
| Σχήμα 37. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση x σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές. $Re=11$ | 53 |
| Σχήμα 38. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές. $Re=11$ | 54 |
| Σχήμα 39. Σύγκριση της αριθμητικής λύσης (μπλε) αδιάστατης κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου και του προφίλ ροής Poiseuille (κόκκινο) $Re=11$ σε κανάλι με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. | 57 |
| Σχήμα 40. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=11$ | 58 |
| Σχήμα 41. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=68$ | 59 |
| Σχήμα 42. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=101$ | 59 |
| Σχήμα 43. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=11$ | 60 |
| Σχήμα 44. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=68$ | 61 |
| Σχήμα 45. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=101$ | 61 |
| Σχήμα 46. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=11$ | 62 |
| Σχήμα 47. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=68$ | 63 |
| Σχήμα 48. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=101$ | 63 |
| Σχήμα 49. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=13$ | 65 |
| Σχήμα 50. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση x σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=66$ | 66 |
| Σχήμα 51. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=118$ | 67 |
| Σχήμα 52. Σύγκριση της αριθμητικής λύσης (μπλε) αδιάστατης κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε ενδεικτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου και του προφίλ ροής Poiseuille (κόκκινο) $Re=13$ σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. | 71 |
| Σχήμα 53. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=13$ | 72 |
| Σχήμα 54. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=66$ | 72 |

| | |
|--|-----|
| Σχήμα 55. Ισοΰψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=118$. .. | 73 |
| Σχήμα 56. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=13$ | 74 |
| Σχήμα 57. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=66$ | 74 |
| Σχήμα 58. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=118$ | 75 |
| Σχήμα 59. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=13$ | 76 |
| Σχήμα 60. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=66$ | 76 |
| Σχήμα 61. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re= 118$ | 77 |
| Σχήμα 62. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re= 59687$ | 79 |
| Σχήμα 63. Ισοταχείς σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re=59687$ | 80 |
| Σχήμα 64. Γραμμές ροής σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re=59687$ | 81 |
| Σχήμα 65. Κινητική ενέργεια της τύρβης, k , σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re=59687$. 82 | |
| Σχήμα 66. Κατανάλωση κινητικής ενέργειας λόγω δινών, ϵ , σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re= 59687$ | 82 |
| Σχήμα 67. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re= 59687$ | 83 |
| Σχήμα 68. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας για την περίπτωση της τυρβώδους ροής . $Re= 56021$ | 85 |
| Σχήμα 69. Ισοταχείς καμπύλες του μέτρου της ταχύτητας για ορθογωνικές προεξοχές και για τυρβώδη ροή. $Re=56021$ | 86 |
| Σχήμα 70. Γραμμές ροής για ορθογωνικές προεξοχές. $Re=56021$ | 87 |
| Σχήμα 71. Κινητική ενέργεια της τύρβης, k , για ορθογωνικές προεξοχές. $Re=56021$ | 88 |
| Σχήμα 72. Κατανάλωση κινητικής ενέργειας λόγω δινών, ϵ , για ορθογωνικές προεξοχές. $Re= 56021$ | 88 |
| Σχήμα 73. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές για τυρβώδη ροή. $Re=56021$ | 89 |
| Σχήμα 74. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές και για τυρβώδη ροή. $Re=54869$ | 91 |
| Σχήμα 75. Ισοΰψεις καμπύλες του μέτρου της ταχύτητας για ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές και για τυρβώδη ροή. $Re=54869$ | 92 |
| Σχήμα 76. Γραμμές ροής για ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=54869$ | 93 |
| Σχήμα 77. Κινητική ενέργεια της τύρβης, k , για ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=54869$ | 94 |
| Σχήμα 78. Κατανάλωση κινητικής ενέργειας λόγω δινών, ϵ , για ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=$ 54869 | 94 |
| Σχήμα 79. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές για τυρβώδη ροή. $Re=54869$. .. | 95 |
| Σχήμα 80. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας και για τυρβώδη ροή. $Re=56185$ | 97 |
| Σχήμα 81. Ισοΰψεις καμπύλες του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές για τυρβώδη ροή. $Re= 56185$ | 97 |
| Σχήμα 82. Γραμμές ροής για αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=56185$ | 98 |
| Σχήμα 83. Κινητική ενέργεια τύρβης, k , σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=56185$ | 99 |
| Σχήμα 84. Κατανάλωση κινητικής ενέργειας λόγω δινών, ϵ , σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=56185$ | 99 |
| Σχήμα 85. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές για την τυρβώδη ροή. $Re=56185$ | 100 |
| Σχήμα 86. Συντελεστής απωλειών τριβής ανά υπολογιστικό φατνίο (module) για μόνιμη στρωτή ροή. ... | 102 |
| Σχήμα 87. Συντελεστής απωλειών τριβής ανά υπολογιστικό φατνίο (module) για τυρβώδη ροή. | 103 |

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Πολλές έρευνες έχουν γίνει για την κατανόηση του προβλήματος μεταφοράς ρευστών και θερμότητας σε αυλακωμένα κανάλια (grooved channels). Τα αυλακωμένα κανάλια συναντώνται σε πλήθος εφαρμογών, όπως η μεταφορά θερμότητας στην επιφάνεια των εναλλακτών θερμότητας, η ψύξη των πυρήνων ηλεκτρονικού εξοπλισμού και των πυρηνικών αντιδραστήρων, καθώς επίσης και σε βιοιατρικές και αεροδιαστημικές εφαρμογές (Herman & Kang , 2002).

Οι Ghaddar et al. (1986a) ερεύνησαν την χρήση της ροής σε απότομης στροφής κανάλι και σε κανάλι με ασυνέχεια γεωμετρίας σε ενεργητικό (από την διαμόρφωση της ροής) και σε παθητικό (από ένα λεπτό πτερύγιο) έλεγχο της ροής.

Ο Karniadakis (1989) πρότεινε μια σύνθετη μέθοδο φασματικής ανάλυσης (Fourier) για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes σε ασυμπύεστο ρευστό. Η προσαρμοστικότητα της μεθόδου για την αποτελεσματική προσομοίωση ροών σε περίπλοκες γεωμετρίες αποδεικνύεται μέσα από ένα παράδειγμα μεταβατικής στρωτής ροής και ένα παράδειγμα τυρβώδους ροής σε κανάλια με αυλακώσεις.

Οι Nigen & Amon (1995) μελέτησαν τις επιδράσεις της κατανομής της εσωτερικής παραγωγής θερμότητας και της σύνθεσης των υλικών στην συζευγμένη μεταφορά θερμότητας στο εσωτερικό αυλακωμένων καναλιών με γεωμετρική ασυνέχεια. Η μελέτη έγινε σε εύρος τιμών του αριθμού Reynolds, που αντιστοιχεί μεταξύ στρωτής και μεταβατικής ροής. Η θερμότητα παράγεται εσωτερικά στην διεπιφάνεια στερεού-υγρού και μεταφέρεται στο περιβάλλον με συνδυασμό διάφορων μέσων μεταφοράς θερμότητας. Διαπιστώθηκε ότι στην διεπιφάνεια στερεού-υγρού στην αυλακωμένη επιφάνεια, οι χωρικές κατανομές της θερμοκρασίας, η ροή θερμότητας και ο αριθμός Nusselt παρουσιάζουν διακυμάνσεις που σχετίζονται τόσο με την σύνθεση του υλικού

όσο και με την κατανομή παραγωγής θερμότητας στο εσωτερικό του καναλιού. Επιπρόσθετα, παρατηρείται ροή θερμότητας μέσω του ψυκτικού υγρού στις κατά μήκος περιοχές του αυλακωμένου καναλιού.

Οι Sahan *et al.* (1997) μελέτησαν την δισδιάστατη μεταβατική ισόθερμη ροή σε ένα περιοδικά αυλακωμένο κανάλι και ανέπτυξαν δυναμικά μοντέλα χαμηλών διαστάσεων. Μια χρονικά εξαρτημένη λύση στο μεταβατικό καθεστώς ροής αναλύθηκε με την μέθοδο των εμπειρικών ιδιοσυναρτήσεων και υπολογίστηκαν και οι χωροχρονικές δομές της ροής. Οι ιδιοσυναρτήσεις που σχετίζονται με τις μεγαλύτερες ιδιοτιμές εμπεριέχουν το μεγαλύτερο τμήμα της ενέργειας της ροής και εξηγούν την δυναμική της συμπεριφορά. Σκοπός της ερευνητικής προσπάθειας ήταν η δημιουργία χαμηλοδιάστατων δυναμικών μοντέλων της ροής με την χρήση εμπειρικών ιδιοσυναρτήσεων όπως και σε ροές φυσικής συναγωγής (Liakopoulos *et al.*, 1997) .

Οι Iyer *et al.* (1997) μελέτησαν την δισδιάστατη στρωτή ροή και την μεταφορά θερμότητας σε κανάλι με περιοδικές αυλακώσεις με την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes και της εξίσωσης ενέργειας σε ηλεκτρονικά συστήματα, χρησιμοποιώντας πεπερασμένες διαφορές υψηλής ακρίβειας.

Παρόμοια, οι Greiner *et al.* (2002) μελέτησαν την δισδιάστατη προσομοίωση σε ένα περιοδικά αυλακωμένο κανάλι χρησιμοποιώντας την μέθοδο της φασματικής ανάλυσης στοιχείων για εύρος αριθμών Reynolds $600 \leq Re \leq 1800$. Διαπίστωσαν ότι η εμφάνιση και η εξασθένιση της χρονικά μεταβαλλόμενης ροής παρατηρείται αντίστοιχα στα αυλακωμένα και στα μη αυλακωμένα τμήματα του καναλιού. Ακόμη τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι μπορεί να επιτευχθεί υψηλότερη μεταφορά θερμότητας, για μια δεδομένη δύναμη άντλησης, στην περίπτωση που οι αυλακώσεις στο κανάλι είναι κατά τμήματα διακοπτόμενες σε σχέση με την περίπτωση που οι αυλακώσεις είναι συνεχείς.

Οι Chung *et al.* (2003) μελέτησαν την ροή σε αυλακωμένο κανάλι και σε κανάλι με απότομη στροφή 180° για χαμηλό αριθμό Reynolds. Αυτό είναι ένα μοντέλο ροής για τους πίνακες κυκλωμάτων. και εμφανίζεται και στην αναφορά των Chung *et al.* (2001) για την ψύξη ηλεκτρονικών συσκευών. Ειδικότερα, απέδειξαν ότι για αριθμούς Reynolds μεγαλύτερους του 600 η ροή γίνεται χρονικά μεταβαλλόμενη. Στη συνέχεια παρατηρούνται αυξήσεις στην μεταφορά της θερμότητας για το κανάλι με απότομη στροφή, όπως ακριβώς και στο αυλακωμένο κανάλι.

Οι Adachi & Hasegawa (2006) περιορίστηκαν στη σταθερή γεωμετρία των καναλιών και ερεύνησαν την επίδραση των δεικτών περιοδικότητας. Αποδεικνύεται ότι σε κρίσιμους αριθμούς Reynolds, ο αντίστοιχος δείκτης περιοδικότητας και τα υπόλοιπα στοιχεία μεταβάλλονται όταν αλλάζουν αντίστοιχα οι γεωμετρικές παράμετροι του καναλιού. Τα αποτελέσματα της έρευνας τους μπορεί να μην είναι γενικά, εντούτοις, πρέπει να σημειωθεί ότι παρατηρήθηκαν διαφορετικά πρότυπα ροής και πτώσης πίεσης με την μεταβολή των δεικτών περιοδικότητας.

Οι Suh & Park (2003) μελέτησαν την ροή σε μικροαγωγό με τραπεζοειδή γεωμετρική ασυνέχεια και διαπίστωσαν ότι η μέγιστη ικανότητα μεταφοράς θερμότητας σχετίζεται άμεσα με την θερμοκρασία λειτουργίας του συστήματος (Τα αποτελέσματα του μοντέλου τους συγκρίθηκαν με το μοντέλο των Schneider & Devos (1980) όπου η διατμητική τάση θεωρείται αμελητέα).

Οι Benhalilou & Kasagi (1999) έδωσαν τα αριθμητικά αποτελέσματα για την περίπτωση πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδης ροής σε μικροκανάλι με τριγωνική ασυνέχεια γεωμετρίας (triangular riblets). Ο υπολογισμός της μεταφοράς θερμότητας και ορμής γίνεται με την χρήση ενός μη γραμμικού μοντέλου k-ε με χαμηλό αριθμό Reynolds για κλιμακωτή μεταβολή του τυρβώδους πεδίου ροής. Έχει αποδειχθεί ότι σε μια επιφάνεια τοίχου με μικροαυλακώσεις (micro-grooves), γνωστές και ως ραβδώσεις (riblets), οι οποίες διαμορφώνονται κατά μήκος της διεύθυνσης ροής, παρουσιάζει το

πλεονέκτημα ότι διευκολύνει την ροή καθώς αυξάνεται η επιφάνεια που έρχεται σε επαφή με το υγρό, σε σύγκριση με το λείο τοίχο.

Οι Cao *et al.* (2006) μελέτησαν την επίδραση της τραχύτητας στην ροή αερίου σε μικροκανάλια. Εφαρμόστηκε η προσομοίωση της μοριακής δυναμικής μη ισορροπίας για την διερεύνηση της επίδρασης της τραχύτητας στην ροή του αερίου αργού σε κανάλια από λευκόχρυσο. Η γεωμετρία της επιφανειακής τραχύτητας διαμορφώνεται από τριγωνικές, ορθογώνιες, ημιτονοειδείς και τυχαίες ασυνέχειες, αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι οριακές συνθήκες της ταχύτητας ολίσθησης (ολίσθηση, μη ολίσθηση και αρνητική ολίσθηση) εξαρτώνται όχι μόνον από τον αριθμό Knudsen αλλά και από το είδος της επιφανειακής τραχύτητας.

Οι Mailybaev & Seiranyan (1998) μελέτησαν τις ασυνέχειες ως προς τις οριακές συνθήκες μιας σταθερής περιοχής μελέτης για ένα γραμμικό, αυτόνομο σύστημα διαφορικών εξισώσεων σε δισδιάστατο και τρισδιάστατο πεδίο. Πρότειναν την κατασκευή κώνων που είναι εφαπτόμενοι στην σταθερή περιοχή χρησιμοποιώντας τις πρώτες παραγώγους του πίνακα μητρώου του συστήματος και λαμβάνοντας υπόψη τις παραμέτρους και τα ιδιοδιανύσματα καθώς επίσης και τα διανύσματα της ταχύτητας στα σημεία ιδιομορφίας του στερεού ορίου.

Εκτός από την επίλυση προβλημάτων με γεωμετρική ασυνέχεια και ασυνέχεια οριακών συνθηκών, μελετώνται στην βιβλιογραφία και οι ασυνέχειες ως προς το σύστημα συντεταγμένων. Οι Zedan & Dalton (1980) προσπάθησαν να βελτιώσουν την ακρίβεια και να μειώσουν τους περιορισμούς στην επίλυση με την χρήση των αξονικών μορφών ασυνέχειας για τα άμεσα και τα αντίστροφα προβλήματα με έμφαση στα στερεά με σημεία κάμψης. Αυτό επιτυγχάνεται με απεικόνιση της αξονικής ασυνέχειας με ένα πολυώνυμο τυχαίου βαθμού. Ο βαθμός του πολυωνύμου σχετίζεται με το κάθε αξονικό στοιχείο. Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι ότι για απλά αξονοσυμμετρικά στερεά μειώνεται το υπολογιστικό κόστος ενώ η μέθοδος επίλυσης είναι απλή, εύκολη στον

προγραμματισμό και την χρήση. Επίσης, δεν απαιτείται κάποια ιδιαίτερη κατανομή στοιχείων ή συντεταγμένες του στερεού για την σωστή επίλυση.

Οι Mohseni & Colonijs (2000) πρότειναν μια μέθοδο αντιμετώπισης των ασυνεχειών, ως προς το σύστημα συντεταγμένων, μέσω του επαναπροσδιορισμού των συντεταγμένων, με τέτοιο τρόπο ώστε τα δεδομένα να διαφοροποιούνται ομαλά από τον πόλο και να αποφεύγεται ο προσδιορισμός σημείου κατευθείαν στον πόλο. Η κύρια εφαρμογή της μεθόδου είναι η επίλυση των εξισώσεων Euler και Navier-Stokes σε κυλινδρικές συντεταγμένες καθώς και οι εξισώσεις Bessel.

Στην παρούσα εργασία μελετάται η επίδραση περιοδικών προεξοχών σε δισδιάστατη μόνιμη και πλήρως ανεπτυγμένη στρωτή και τυρβώδη ροή σε κλειστούς αγωγούς, με τις περιοδικές προεξοχές να παρουσιάζονται στην άνω πλάκα και το ύψος τους να φτάνει το 20% του συνολικού ύψους του αγωγού.

Αναλυτικότερα, στα επόμενα κεφάλαια παρουσιάζεται λεπτομερέστερα η περιγραφή του φυσικού προβλήματος, το μαθηματικό μοντέλο, καθώς και η δημιουργία του αριθμητικού πλέγματος της προσομοίωσης. Επίσης παρατίθενται τα αποτελέσματα για κάθε περίπτωση ροής, με την βοήθεια σχημάτων, για τα προφίλ ταχυτήτων, τις γραμμές ροής, την εμφάνιση μικροστροβιλισμών, καθώς και το πεδίο της πίεσης. Στο τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της μελέτης καθώς και η σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα της μεταπτυχιακής διατριβής της Κασιτεροπούλου Δωροθέας (2007) για ροή σε κλειστούς αγωγούς με περιοδικές προεξοχές, το ύψος των οποίων φτάνει το 10% του συνολικού ύψους του αγωγού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

1. 1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Η μελέτη της πλήρους ανεπτυγμένης ροής γίνεται σε ένα κανάλι το οποίο αποτελείται από δύο οριζόντιες ακίνητες πλάκες που απέχουν μεταξύ τους απόσταση H . Η κάτω πλάκα του καναλιού είναι επίπεδη ενώ η επάνω πλάκα χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη περιοδικών προεξοχών. Για κάθε περίπτωση λαμβάνεται διατομή, η οποία χαρακτηρίζεται από συγκεκριμένες διαστάσεις ανάλογα με τη μορφή των περιοδικών προεξοχών. Παρακάτω παρατίθεται για κάθε περίπτωση η σχηματική απεικόνιση της εκάστοτε διατομής (Σχήματα 2,3,4).

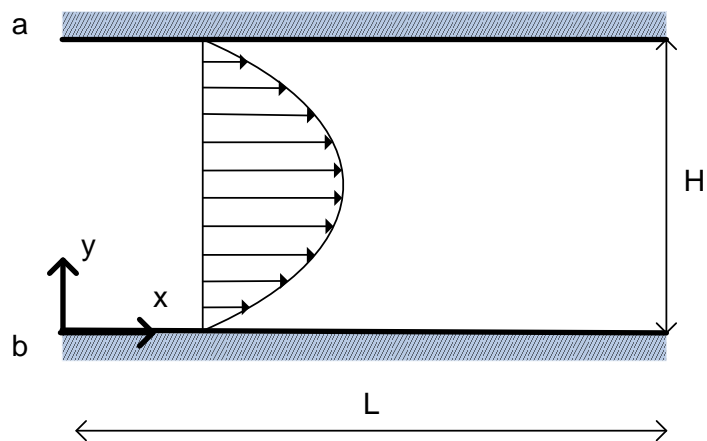
Επιλύεται ένα υπολογιστικό φατνίο με περιοδικές οριακές συνθήκες που μας απαλλάσσει από την πολυπλοκότητα του συστήματος και μας οδηγεί στην βέλτιστη υπολογιστικά επίλυση.

Οι τρεις διαφορετικές περιπτώσεις ροής είναι η ορθογωνική, η ορθογώνια τριγωνική και τελευταία η αμβλυγώνια τριγωνική. Συγκεκριμένα, μελετάται η πλήρως ανεπτυγμένη μόνιμη στρωτή ροή και η πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδης ροή για διάφορες τιμές του αριθμού Re , για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις, όπως αναφέρονται παραπάνω και καθορίζονται αναλυτικότερα στην επόμενη παράγραφο. Ως πρόβλημα βάση (baseline) χρησιμοποιείται η επίπεδη ροή Poiseuille. Η ροή Poiseuille μας επιτρέπει α) την επιβεβαίωση της ορθότητας των υπολογιστικών προγραμμάτων και β) την σύγκριση των αποτελεσμάτων των διαφόρων περιπτώσεων ροής.

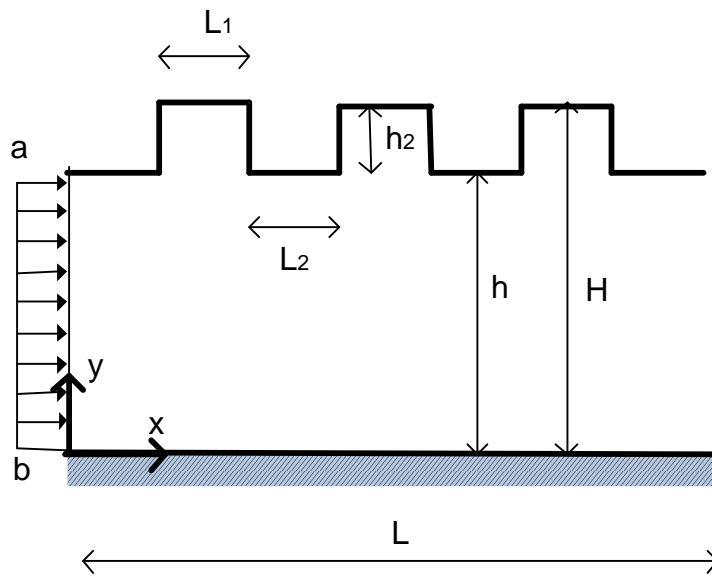
1. 2 ΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ (ΕΙΔΗ, ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΕΣ ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΕΣ)

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η περιοδικότητα των προεξοχών εμφανίζεται στην άνω πλάκα του καναλιού (ορθογωνική, ορθογώνια τριγωνική, αμβλυγώνια τριγωνική). Τα χαρακτηριστικά στοιχεία των πλακών είναι το μήκος και το ύψος της περιοδικής προεξοχής καθώς και η προαναφερθείσα περιοδικότητα. Οι παραπάνω περιπτώσεις απεικονίζονται στα σχήματα 1,2,3 και 4 αντίστοιχα.

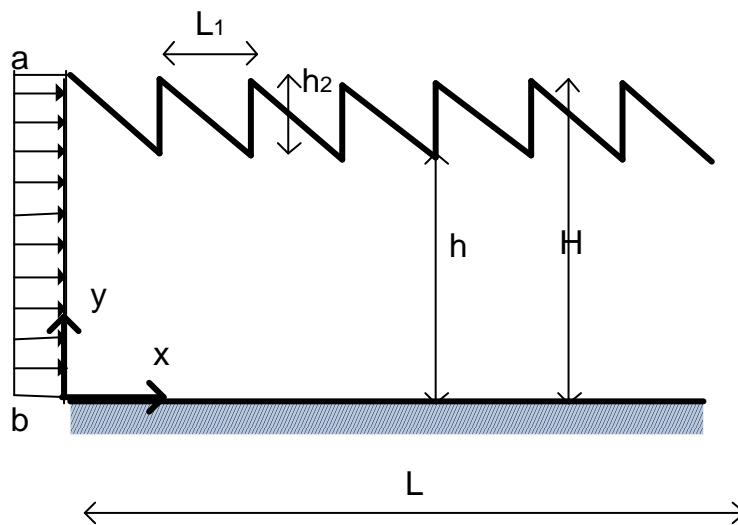
Το υπό μελέτη σύστημα και ο προσδιορισμός των γεωμετρικών παραμέτρων των πλακών καθορίζονται στον πίνακα 1.



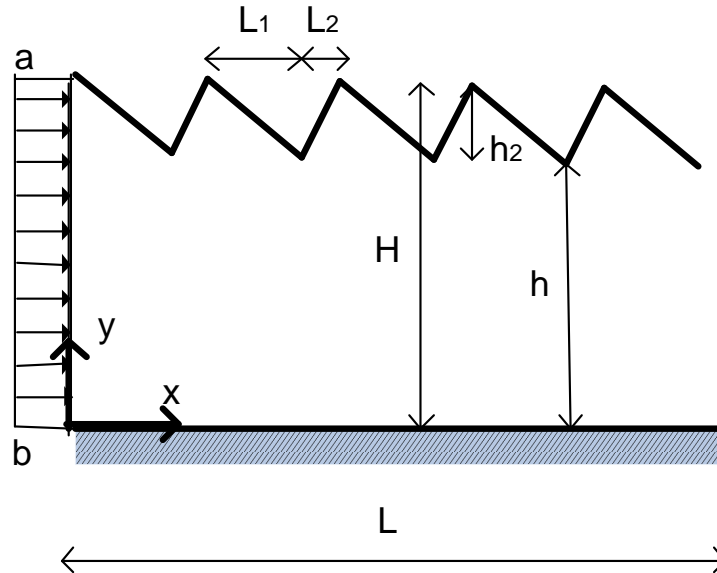
Σχήμα 1. Σχηματικό διάγραμμα του συστήματος προσομοίωσης – επίπεδες πλάκες. (πρόβλημα βάση : ροή Poiseuille).



Σχήμα 2. Πρώτη περίπτωση περιοδικής προεξοχής. (ορθογωνική μορφή).



Σχήμα 3. Δεύτερη περίπτωση περιοδικής προεξοχής. (ορθογώνια τριγωνική).



Σχήμα 4. Τρίτη περίπτωση περιοδικής προεξοχής. (αμβλυγώνια τριγωνική).

Αναλυτικότερα, η πρώτη περίπτωση προεξοχής της επάνω πλάκας είναι ορθογωνικής μορφής με ύψος $h_2=0,20\text{m}$ και μήκος $L_2=0,50\text{m}$ (η σχηματική απεικόνιση δίνεται στο σχήμα 2). Η περίοδος της γεωμετρίας αντιστοιχεί σε διάστημα $L_1 + L_2 = 1,00\text{m}$.

Η δεύτερη περίπτωση προεξοχής είναι τριγωνικής μορφής και ειδικότερα ορθογώνιο τρίγωνο. Το μήκος του ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο προς $L_1=0,50\text{ m}$ και το ύψος του $h_2=0,20\text{ m}$. Η ακριβής κατασκευή και η γεωμετρία της καθορίζονται στο σχήμα 3. Η περίοδος της γεωμετρίας διαμορφώνεται για μήκος $0,50\text{m}$.

Τέλος, η τρίτη περίπτωση προεξοχής είναι ομοίως τριγωνικής μορφής. Τα χαρακτηριστικά του τρόπου κατασκευής παραπέμπουν σε αμβλυγώνιο τρίγωνο. Το μήκος του τριγώνου είναι $L_1 + L_2 = 0,60\text{m}$, όπου $L_1 = 0,50\text{m}$ και $L_2 = 0,10\text{m}$. Το ύψος του τριγώνου είναι $h_2=0,20\text{m}$ και η περιοδικότητα καθορίζεται για μήκος $L_1 + L_2 = 0,60\text{m}$.

Η απόσταση H των δύο πλακών είναι ίση προς 1,00m για όλες τις περιπτώσεις περιοδικών προεξοχών.

| Μορφή προεξοχής | $H \times L$ | L_1 | L_2 | h_2 |
|---------------------------------------|--------------|-------|-------|-------|
| Περίπτωση 0 (επίπεδες πλάκες) | 1,00x1,00 | - | - | 0,2 |
| Περίπτωση 1 (ορθογωνική) | 1,00x1,00 | 0,5 | 0,5 | 0,2 |
| Περίπτωση 2 (ορθογώνια τριγωνική) | 1,00x0,50 | 0,5 | - | 0,2 |
| Περίπτωση 3 (αμβλυγώνια τριγωνική) | 1,00x0,60 | 0,5 | 0,1 | 0,2 |

Πίνακας 1. Γεωμετρικοί παράμετροι προσομοίωσης.

1. 3 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

1.3.1. ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ

Τα μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται κατά την προσομοίωση είναι η εξίσωση της συνέχειας και η εξίσωση της ορμής. Η εξίσωση της συνέχειας εκφράζει την αρχή διατήρησης της μάζας του ρευστού, ισχύει για κάθε ρευστό χωρίς περιορισμό και συνδέει τις μεταβολές των ταχυτήτων και της πυκνότητας αυτού. Σε ορθογώνιες καρτεσιανές συντεταγμένες η αναλυτική έκφραση της εξίσωσης της συνέχειας είναι:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του υγρού ($M L^{-3}$) και u, v, w οι συνιστώσες του διανύσματος της ταχύτητας ($L T^{-1}$)

Η εξίσωση της ορμής εκφράζει τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα όπου η συνισταμένη δύναμη ανά μονάδα μάζας αναλύεται σε δυνάμεις λόγω βαρύτητας, πίεσης και συνεκτικότητας. Η γενικότερη αριθμητική της έκφραση αποδίδεται ως ακολούθως:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) = \nabla \cdot \left(-p \delta + \mu (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T) \right) + \vec{S}_M \quad (2)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του υγρού ($M L^{-3}$), p είναι η πίεση του υγρού ($M L^{-1} T^{-2}$), \vec{U} το διάνυσμα της ταχύτητας ($L T^{-1}$), και \vec{S}_M είναι εξωτερική πίεση (momentum source) ($M L^{-1} T^{-3}$). (Οι διαστάσεις όλων των παραμέτρων δίνονται συναρτήσει των βασικών μεγεθών του μήκους (L), της μάζας (M) και του χρόνου (T)).

Η αντικατάσταση των αντίστοιχων όρων της εξίσωσης μας δίνει τις εξισώσεις Navier-Stokes οι οποίες για την περίπτωση των ορθογώνιων καρτεσιανών συντεταγμένων γίνονται αντίστοιχα:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad (3)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (4)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] \quad (5)$$

Εάν ρ =σταθερό και μ = σταθερό οι εξισώσεις (3) , (4) και (5) διαμορφώνονται ως εξής:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (8)$$

Ειδικότερα, η στρωτή ροή σε κανάλι με περιοδικές προεξοχές στην επάνω πλάκα μελετάται στην παρούσα εργασία στα πλαίσια των εξής παραδοχών :

1. Η ροή είναι μόνιμη, δισδιάστατη και πλήρως ανεπτυγμένη.
2. Το ρευστό είναι νευτώνιο με σταθερή πυκνότητα και σταθερό δυναμικό ιξώδες.
3. Οι πλάκες είναι οριζόντιες

Για τα τοιχώματα ισχύει η συνθήκη μη ολίσθησης (no-slip condition), σύμφωνα με την οποία το ιξώδες διαμορφώνει τις οριακές συνθήκες με αποτέλεσμα το ρευστό να

έχει ταχύτητα ίδια με αυτή των τοιχωμάτων (αν το τοίχωμα είναι ακίνητο τότε και το ρευστό θα είναι ακίνητο στο τοίχωμα).

Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος περιλαμβάνουν:

- α) περιοδικότητα ως προς την κατεύθυνση της ροής (κατεύθυνση x) και
- β) μηδενισμό της τιμής της ταχύτητας στα στερεά τοιχώματα σύμφωνα με την συνθήκη μη ολίσθησης.

1.3.2. ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ

1.3.2.1. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΥΡΒΗΣ

Οι περισσότερες περιπτώσεις ροής εμπεριέχουν τυρβώδεις δομές που είναι αδύνατο να αναλυθούν αριθμητικά. Το πρόβλημα αυτό παρακάμπτεται στα προγράμματα υπολογιστικής ρευστομηχανικής με την χρήση των μέσων κατά Reynolds εξισώσεων Navier-Stokes σε συνδυασμό με ένα μοντέλο τύρβης για την εκτίμηση των τάσεων Reynolds.

Στα μοντέλα τύρβης η επίλυση των εξισώσεων μεταφοράς γίνεται με τη χρήση ενός μέσου όρου μιας μεταβλητής και ενός όρου διακύμανσης. Για παράδειγμα η ταχύτητα δίδεται από το άθροισμα της μέσης ταχύτητας \bar{U} και μιας χρονοεξαρτημένης ταχύτητας u :

$$\vec{U} = \bar{\vec{U}} + \vec{u} \quad (9)$$

Ο μέσος όρος της ταχύτητας είναι:

$$\bar{\vec{U}} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \vec{U} dt \quad (10)$$

όπου Δt είναι ένα μια χρονική περίοδος μεγάλη σε σχέση με στις διακυμάνσεις στις τύρβης αλλά μικρή σε σχέση με το χρόνο στον οποίο λύνονται οι εξισώσεις. Για τις

συμπιεστές ροές ο υπολογισμός του μέσου όρου εξαρτάται από τις διακυμάνσεις της πυκνότητας αλλά στις ασυμπίεστες ροές οι τελευταίες θεωρούνται αμελητέες.

Η χρήση αυτών των μέσων όρων στις εξισώσεις μεταφοράς οδηγεί στις μέσες κατά Reynolds εξισώσεις Navier-Stokes. Η εξίσωση συνέχειας για τα χρονικά μέσα μεγέθη διατηρεί την ίδια μορφή που έχει και για τα στιγμιαία τυρβώδη μεγέθη, δηλαδή

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (11)$$

Η εξίσωση της ορμής μεταβάλλεται σε σχέση με αυτή που ισχύει στην περίπτωση της στρωτής ροής καθώς περιλαμβάνει και έναν ακόμη όρο τάσης που οφείλεται στις τυρβώδεις διαταραχές των ταχυτήτων, γνωστές σαν τάσεις Reynolds :

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) = \nabla \cdot (\tau - \rho \overline{\vec{u} \otimes \vec{u}}) + \vec{S}_M \quad (12)$$

Συμπερασματικά η εξίσωση (13) δείχνει ότι οι τάσεις στην τυρβώδη ροή αποτελούνται από δύο μέρη:

- Τις τάσεις που οφείλονται στο μοριακό ιξώδες και είναι παρόμοιες με της τάσεις σε στρωτή ροή. Οι τάσεις αυτές συμβολίζονται με τ στην εξίσωση (12).
- Τις τάσεις που οφείλονται της τυρβώδεις διαταραχές των ταχυτήτων και είναι γνωστές σαν τάσεις Reynolds. Οι τάσεις αυτές στην εξίσωση (12) συμβολίζονται με $\rho \overline{\vec{u} \otimes \vec{u}}$.

Το μοντέλο της τύρβης που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία είναι το μοντέλο k-ε. Η ποσότητα k αναφέρεται στην κινητική ενέργεια της τύρβης και η ε στην απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Το μοντέλο k-ε εισάγει δύο νέες μεταβλητές στο σύστημα των εξισώσεων. Η εξίσωση συνέχειας διαμορφώνεται ως εξής :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (13)$$

Και η εξίσωση της ορμής γίνεται :

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) - \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla \vec{U}) = -\nabla p' + \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla \vec{U})^T + \vec{B} \quad (14)$$

όπου \vec{B} είναι το σύνολο των καθολικών δυνάμεων , μ_{eff} είναι η συνολική συνεκτικότητα και υπολογίζεται για το μοντέλο τύρβης και p' είναι μία τροποποιημένη πίεση που προσδιορίζεται ως εξής:

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k + \nabla \cdot \vec{U} \left(\frac{2}{3} \mu_{eff} - \zeta \right) \quad (15)$$

όπου ζ είναι το ιξώδες όγκου (bulk viscosity), ρ η πυκνότητα και k η κινητική ενέργεια της τύρβης.

Για το μοντέλο k-ε ο συντελεστής ικανούς τύρβης (effective viscosity) δίνεται από το άθροισμα του συντελεστή τυρβώδους συνεκτικότητας (μ_t) και της μοριακής συνεκτικότητας (μ) ως εξής:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (16)$$

Ο συντελεστής τυρβώδους συνεκτικότητας (μ_t) συνδέεται με την κινητική ενέργεια της τύρβης με τη σχέση:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (17)$$

όπου $C_\mu = 0,09$.

Οι τιμές της κινητικής ενέργειας της τύρβης και της απόσβεσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας δίνονται από τις ακόλουθες διαφορικές εξισώσεις :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} k) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (18)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \varepsilon) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{e1} P_k - C_{e2} \rho \varepsilon) \quad (19)$$

Όπου $C_{e1} = 1,45$, $C_{e2} = 1,90$, $\sigma_k = 1,00$ και $\sigma_\epsilon = 1,30$ και P_k είναι η παραγωγή τυρβώδους κινητικής ενέργειας

$$P_k = \mu_t \nabla \vec{U} \bullet (\nabla \vec{U} + \nabla \vec{U}^T) - \frac{2}{3} \nabla \bullet \vec{U} (3\mu_t \nabla \bullet \vec{U} + \rho k) \quad (20)$$

1.3.2.2. ΚΛΙΜΑΚΩΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ

Οι κλιμακωτές συναρτήσεις τοιχώματος αφορούν τον χειρισμό των εξισώσεων μεταφοράς σε περιοχές κοντά στα τοιχώματα. Στην μέθοδο των συναρτήσεων τοιχώματος οι πλησιέστεροι στο τοίχωμα κόμβοι του πλέγματος πρέπει να τοποθετούνται σε απόσταση που να εξασφαλίζει την ισχύ του λογαριθμικού νόμου για την ταχύτητα. Επιπρόσθετα, πρέπει να χρησιμοποιηθεί ικανός αριθμός κόμβων κοντά στο τοίχωμα για την ικανοποιητική ανάλυση του οριακού στρώματος που χαρακτηρίζει τις υψηλές κλίσεις ταχύτητας. Σε πολλές τεχνικές εφαρμογές, εμφανίζονται περιοχές με χαμηλούς τοπικούς αριθμούς Reynolds, με αποτέλεσμα η τοποθέτηση ικανού αριθμού κόμβων εντός του οριακού στρώματος να υπαγορεύει την τοποθέτηση του πρώτου κόμβου σε μικρή απόσταση y^+ από το τοίχωμα, παραβιάζοντας έτσι την απαίτηση του λογαριθμικού νόμου για τιμές y^+ ανάμεσα στις τιμές 25 και 500. ως συνέπεια, ενώ αυξάνεται η πυκνότητα του πλέγματος, τα αποτελέσματα γίνονται περισσότερο ανακριβή.

Για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος, νέες συναρτήσεις τοιχώματος οι λεγόμενες κλιμακωτές συναρτήσεις τοιχώματος έχουν εισαχθεί στο πρόγραμμα που χρησιμοποιείται για την προσομοίωση. Η βασική ιδέα για τις κλιμακωτές συναρτήσεις τοιχώματος είναι η πλασματική ανύψωση του τοιχώματος στην τιμή $y^+ = 11.06$ δηλαδή στην τομή του λογαριθμικού νόμου με αυτόν της γραμμικής σχέσης αδιάστατης ταχύτητας/αδιάστατης απόστασης του ιξώδους υποστρώματος. Έτσι εξασφαλίζεται η

ισχύς του λογαριθμικού νόμου ακόμη και στις περιπτώσεις στις οποίες η απαίτηση για υψηλή ανάλυση του οριακού στρώματος τοποθετεί κόμβους εντός του ιξώδους υποστρώματος (Θεοδωρίδης και συνεργάτες, 2002).

1. 4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ Re

Οι παράγοντες προσδιορισμού του αριθμού Re είναι ο μέσος όρος της ταχύτητας \bar{u} και το χαρακτηριστικό μήκος του υπό μελέτη συστήματος. Το χαρακτηριστικό μήκος θεωρείται ίσο προς την απόσταση μεταξύ των πλακών (H). Το κινηματικό ιξώδες (ν) προσδιορίζεται από το δυναμικό ιξώδες (μ) και την πυκνότητα (ρ) του ρευστού. Ειδικότερα ο αριθμός Re δίνεται από τον τύπο:

$$Re = \frac{\bar{u}}{\nu} H \quad (21)$$

όπου

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (22)$$

1. 5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΠΩΛΕΙΩΝ (Friction Factor)

Οι παράγοντες προσδιορισμού του συντελεστή τριβής είναι η διαφορά πίεσης (Δp), ο μέσος όρος της ταχύτητας \bar{u} , το χαρακτηριστικό μήκος του υπό μελέτη συστήματος (L), η απόσταση μεταξύ των πλακών (H) καθώς και η πυκνότητα (ρ) του ρευστού.

$$f = \Delta p \times 2H \times 2 / (\rho \times L \times \bar{u}^2) \quad (23)$$

1. 6 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ο σχεδιασμός του αριθμητικού πλέγματος προσομοίωσης του προβλήματος γίνεται με την κατάλληλη δημιουργία πρισμάτων κοντά στα στερεά τοιχώματα και τετραπλεύρων στο εσωτερικό του καναλιού. Το ύψος των πρισμάτων και το μέγιστο μέγεθος των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκε κατά την δημιουργία των τριγώνων στα αντίστοιχα επίπεδα του καναλιού προσαρμόστηκε με βάση τη γεωμετρία του υπό μελέτη προβλήματος και με αρκετές δοκιμές οι οποίες αποσκοπούσαν στην αποφυγή δημιουργίας ασυνεχειών και στην βέλτιστη επιλογή βάσει της ευστάθειας της λύσης και του μικρότερου υπολογιστικά κόστους. Από την άλλη η επιλογή της διάστασης των τετραπλεύρων επιτεύχθηκε έτσι ώστε η διάσταση του κάθε τετραπλεύρου να είναι μικρότερη από το 5% της απόστασης μεταξύ των πλακών που είναι και η μέγιστη διάσταση του υπό μελέτη συστήματος.

Δυο διαφορετικές περιπτώσεις διαμόρφωσης του πλέγματος εξετάστηκαν για την επιλογή του πλέγματος της αριθμητικής προσομοίωσης. Ένα με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή και άλλο ένα με το επίπεδο περιοδικότητας στη μέση αντίστοιχα της προεξοχής. Η τελική επιλογή έγινε με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να είναι βέλτιστος ο συνδυασμός ακρίβειας και μικρότερου υπολογιστικού κόστους.

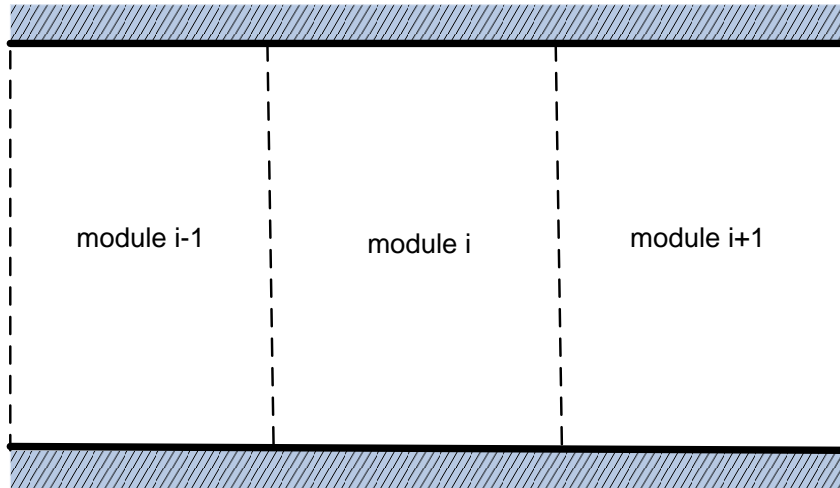
Η διαμόρφωση του πλέγματος προσομοίωσης για την περίπτωση του επιπέδου περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής οδηγεί σε μη δομημένα πλέγματα και σε αστάθεια της ροής. Η ανάγκη λοιπόν για δομημένο καρτεσιανό πλέγμα που περιορίζει τα προβλήματα λόγω ασυνέχειας της γεωμετρίας μας οδήγησε στην επιλογή του επιπέδου περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής της επάνω πλάκας όπως απεικονίζεται στα σχήματα 8, 9, 12, 13, 16 και 17.

Για όλες τις περιπτώσεις ροής επιτεύχθηκε με δισδιάστατο πλέγμα με ύψος πρισμάτων ίσο προς 0,001m το πρώτο πρίσμα και αναλογία ύψους 1,20 για όλα τα

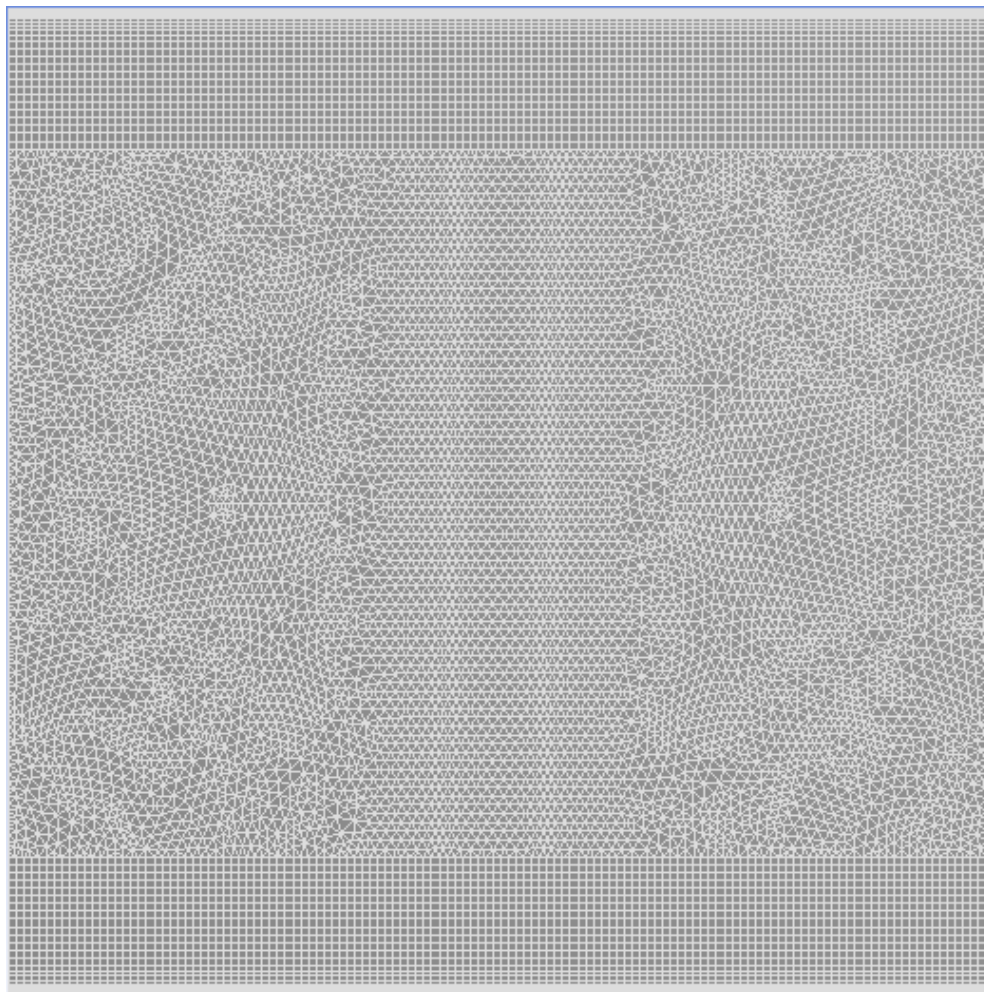
υπόλοιπα (συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 25 πρίσματα). Η διάσταση τετραπλεύρων αντίστοιχα επιλέγει ίση προς 0,01m.

| Μορφή προεξοχής | Αριθμός τετραπλεύρων | Αριθμός πρισμάτων |
|---|-----------------------------|--------------------------|
| Περίπτωση 0 (επίπεδες πλάκες) | 14.576 | 6.400 |
| Περίπτωση 1 (ορθογωνική) | 12.348 | 6.478 |
| Περίπτωση 2 (ορθογώνια τριγωνική) | 12.833 | 6.382 |
| Περίπτωση 3 (αμβλυγώνια τριγωνική) | 6.494 | 3.195 |

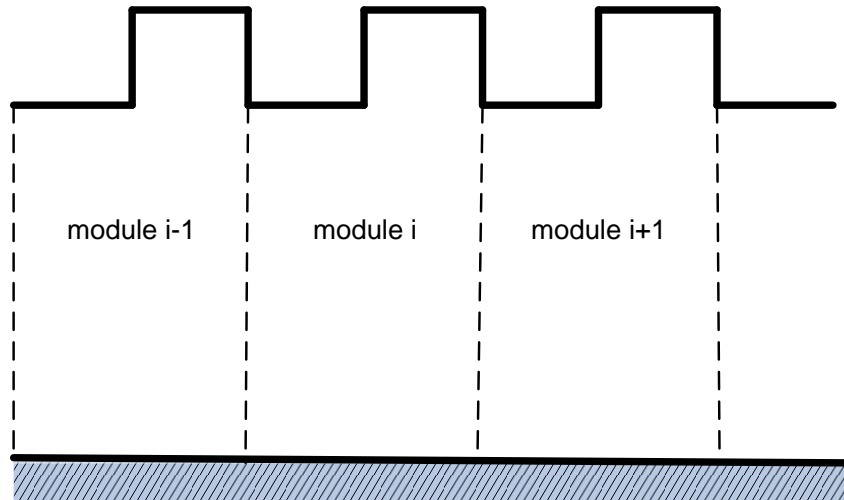
Πίνακας 2. Πλέγμα αριθμητικής προσομοίωσης.



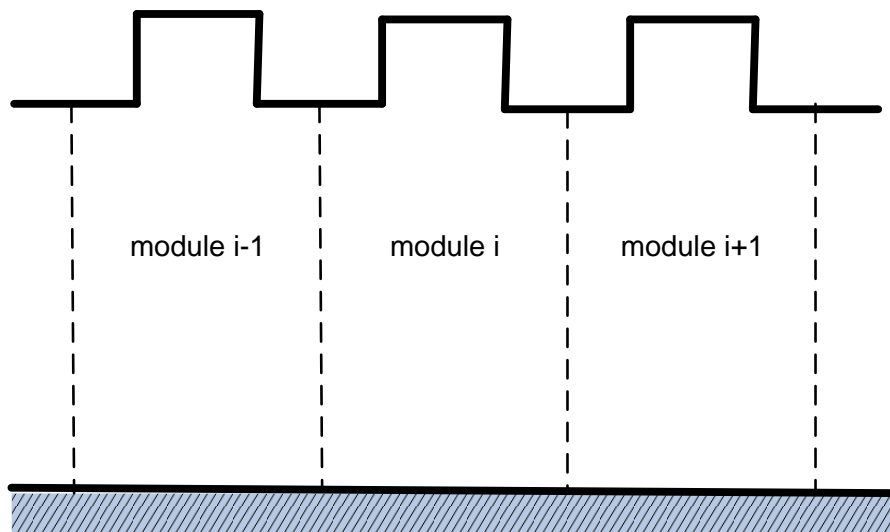
Σχήμα 5. Υπό μελέτη σύστημα για παράλληλες επίπεδες οριζόντιες πλάκες.



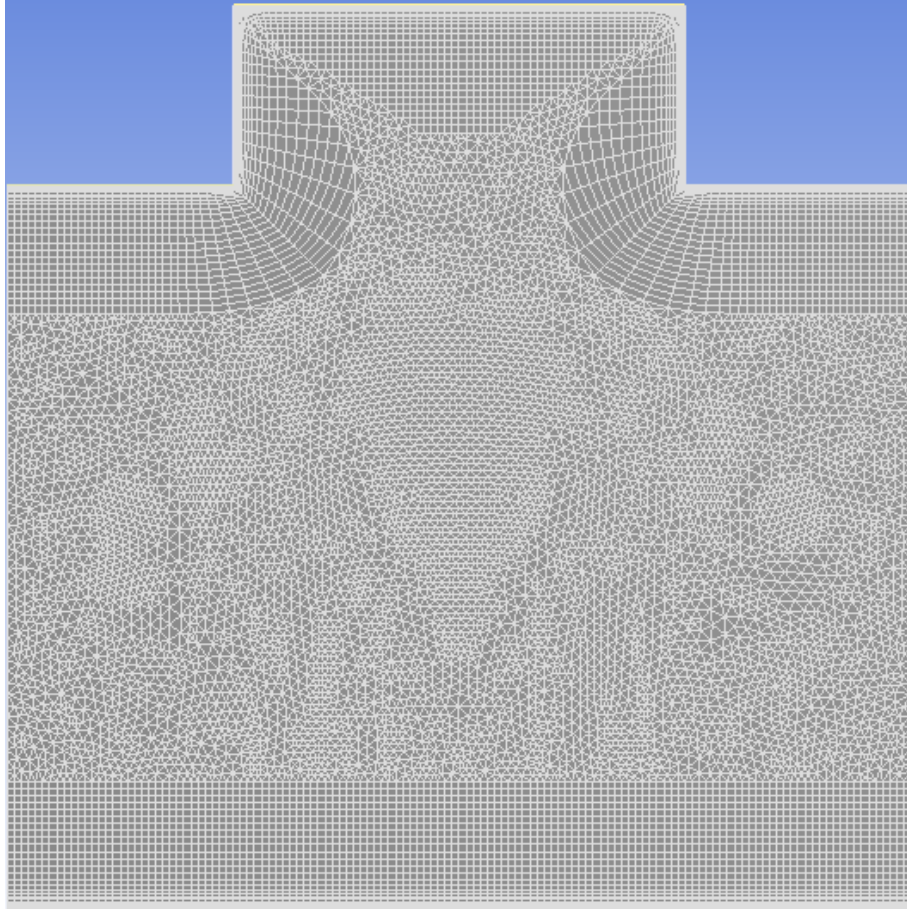
Σχήμα 6. Αριθμητικό πλέγμα σε κανάλι με παράλληλες επίπεδες πλάκες.



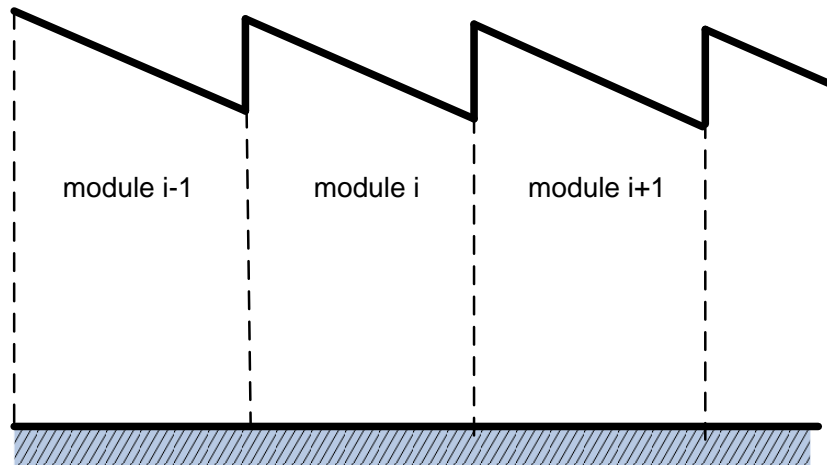
Σχήμα 7. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής.



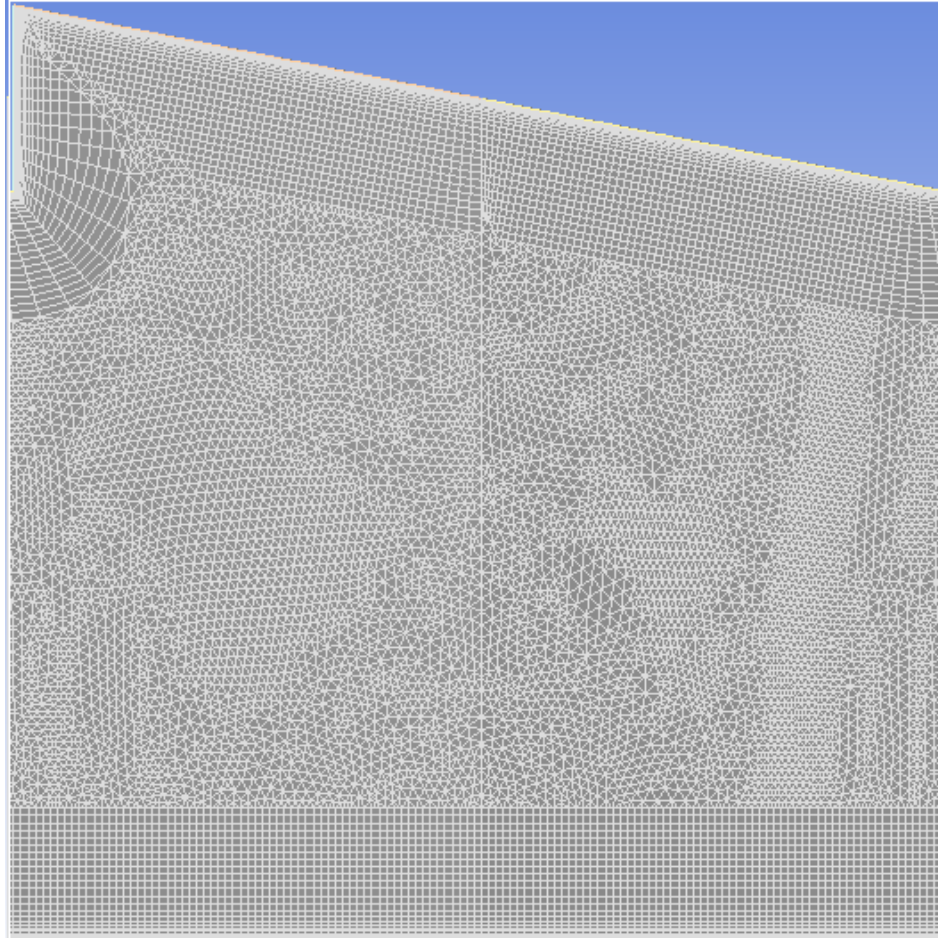
Σχήμα 8. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής.



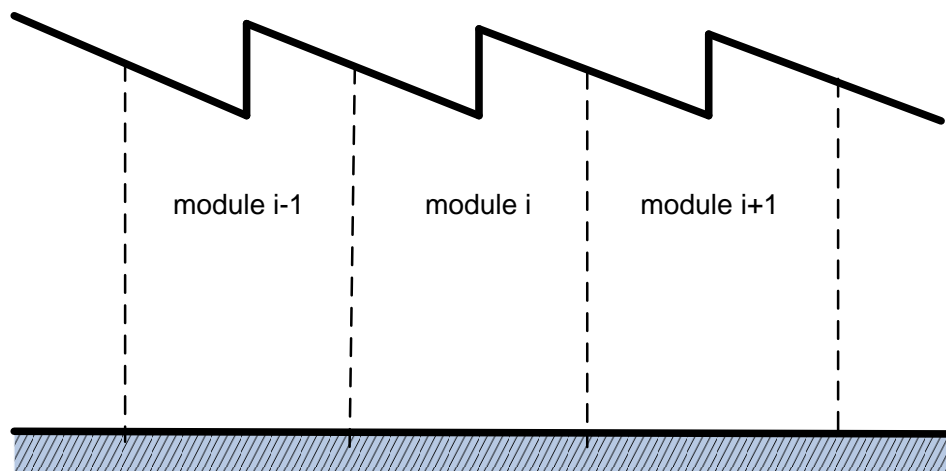
Σχήμα 9. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής.



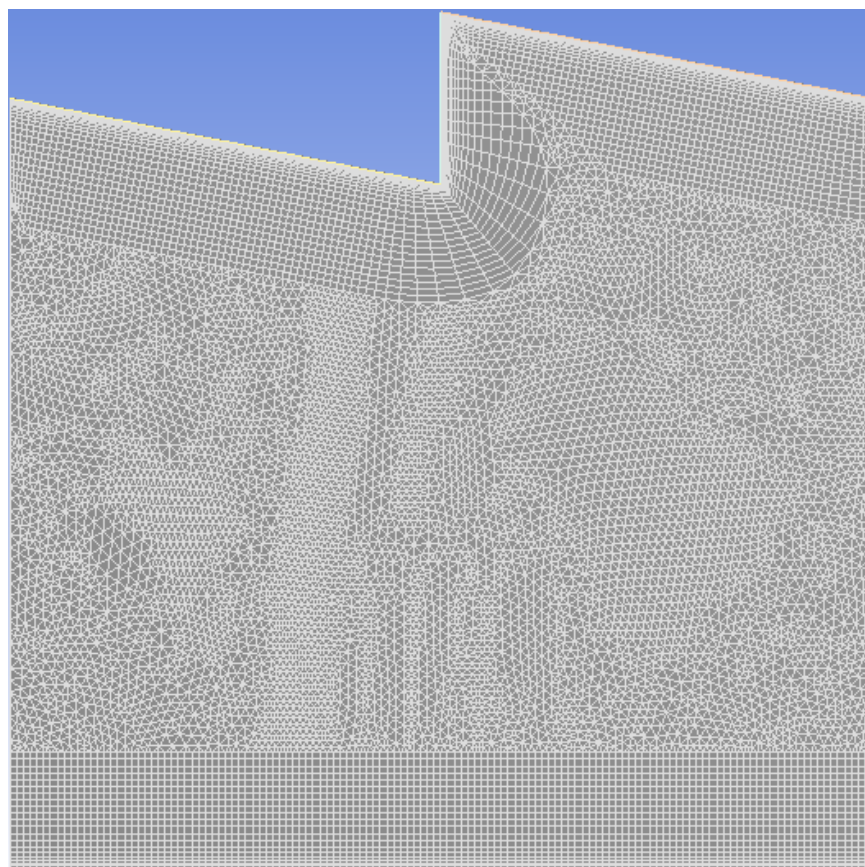
Σχήμα 10. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής.



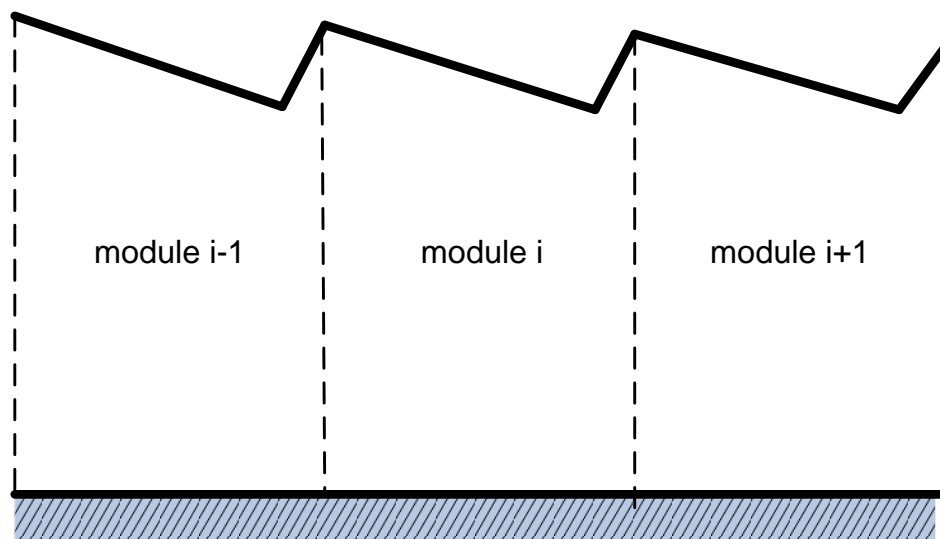
Σχήμα 11. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής.



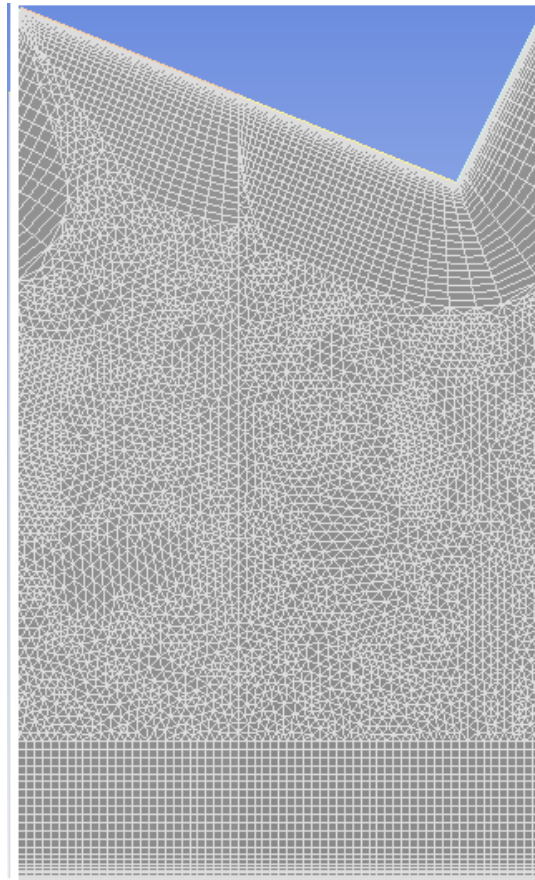
Σχήμα 12. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φατνίου με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής.



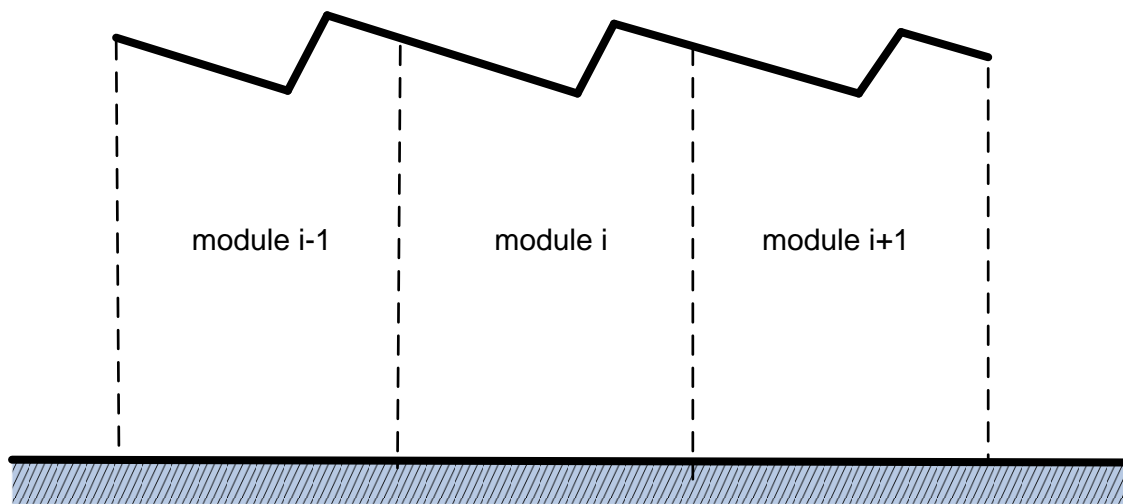
Σχήμα 13. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής.



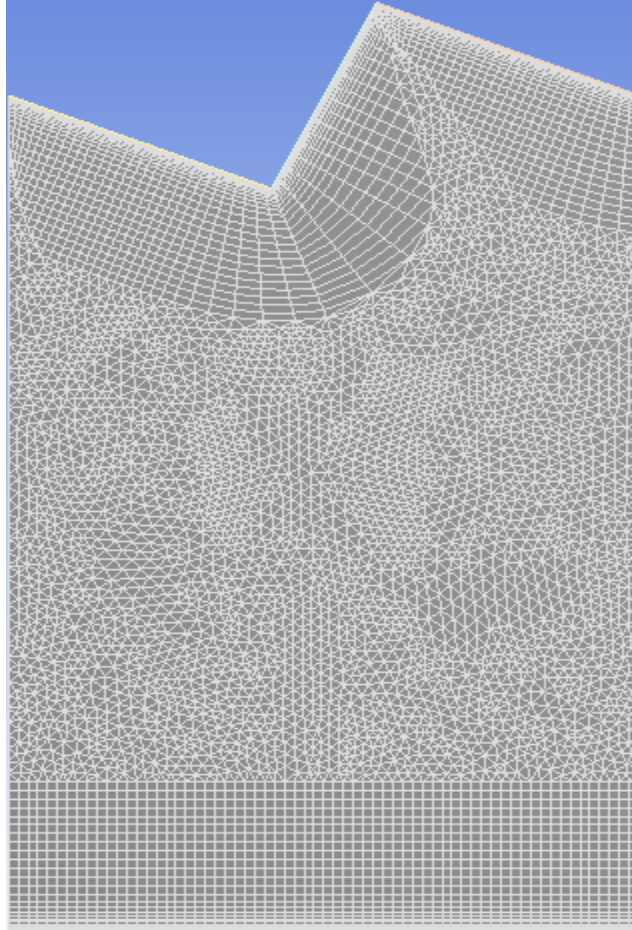
Σχήμα 14. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φαντίου με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής.



Σχήμα 15. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στην αρχή της προεξοχής.



Σχήμα 16. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Ορισμός υπολογιστικού φαντίου με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής.



Σχήμα 17. Υπό μελέτη σύστημα για πλάκες με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Διαμόρφωση πλέγματος με το επίπεδο περιοδικότητας στο κέντρο της προεξοχής.

1.7 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ

Το πρόγραμμα που χρησιμοποιείται στην προσομοίωση είναι το ANSYS CFX . Η επίλυση γίνεται με την χρήση πεπερασμένων όγκων που προκύπτουν με τον καθορισμό του αριθμητικού πλέγματος. Στην πραγματικότητα πρόκειται για την εφαρμογή ενός βασικού νόμου για παράδειγμα της μάζας ή της ορμής σε κάθε όγκο ελέγχου. Αυτές οι ολοκληρωτικές εξισώσεις μετατρέπονται σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων με την παραγωγή ενός συνόλου προσεγγίσεων για τους όρους των αντίστοιχων εξισώσεων.

Ο υπολογισμός των μεταβλητών του συστήματος γίνεται στους κόμβους του πλέγματος. Ωστόσο κάποιοι όροι στις εξισώσεις απαιτούν την επίλυση ή την αντίστοιχη κλίση της στα σημεία της ολοκλήρωσης. Γι' αυτό το λόγο είναι απαραίτητος ο υπολογισμός κάποιας μεταβλητής στο εσωτερικό του στοιχείου. Η ανάγκη αυτή οδηγεί στην χρήση και πεπερασμένων στοιχείων στους πεπερασμένους όγκους με την βοήθεια των εξισώσεων μορφής (shape functions). Για παράδειγμα η τιμή μιας μεταβλητής με την χρήση των εξισώσεων μορφής ορίζεται από την σχέση (25).

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{node}} N_i \phi_i \quad (24)$$

όπου N_i είναι οι συναρτήσεις μορφής για τον κόμβο i και ϕ_i είναι η τιμή της μεταβλητής ϕ στον κόμβο i . Οι τιμές αυτών των μεταβλητών υπολογίζονται για κάθε κόμβο και στην συνέχεια γίνεται γραμμική παρεμβολή. Για τις συναρτήσεις μορφής ισχύει η σχέση (26).

$$\sum_{i=1}^{N_{node}} N_i = 1 \quad (25)$$

$$\text{At node } j, \quad N_i = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (26)$$

Αυτές οι συναρτήσεις μορφής είναι γραμμικές όσον αφορά τις παραμετρικές συντεταγμένες. Με την χρήση των πεπερασμένων όγκων και στην συνέχεια των εξισώσεων μορφής οι τελικές εξισώσεις γραμμικοποιούνται :

$$\sum a_i^{nb} \phi_i = b_i \quad (27)$$

όπου a είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές της εξίσωσης και i ο αριθμός του αντίστοιχου όγκου ελέγχου και nb είναι οι γειτονικοί όγκοι ελέγχου. Η επίλυση των εξισώσεων γίνεται

με επαναληπτική διαδικασία. Η επαναληπτική προσέγγιση στοχεύει στην σύγκλιση του προβλήματος στην πραγματική λύση. Τα κριτήρια της σύγκλισης καθορίζονται από διάφορους παράγοντες, συμπεριλαμβανομένου του υπό μελέτη προβλήματος, του μεγέθους και της μορφής των όγκων ελέγχου και του μεγέθους των τελικών υπολοίπων. Οι σύνθετες φυσικές διαδικασίες, όπως η τύρβη, διαμορφώνονται χρησιμοποιώντας τις εμπειρικές σχέσεις.

Η επιλογή του χρονικού βήματος προσομοίωσης έγινε με το κριτήριο ευστάθειας Courant – Friedrichs – Lewy (Courant *et al.* ,1928).

Ειδικότερα για την περίπτωση της μόνιμης στρωτής ροής ο προσδιορισμός του χρονικού βήματος γίνεται από το ίδιο το πρόγραμμα, ενώ στην μη μόνιμη στρωτή ροή η επιλογή του χρονικού βήματος γίνεται από τον μελετητή ανάλογα με το πρόβλημα που επιλύει.

Ο υπολογισμός του χαρακτηριστικού μήκους (L_{scale}) γίνεται με βάση τις ακόλουθες σχέσεις:

$$L_{scale} = \min(L_{vol}, L_{ext}) \quad (28)$$

Όπου $L_{vol} = \sqrt[3]{V}$ και $L_{ext} = \max(L_x, L_y, L_z)$ με L_x, L_y, L_z οι διαστάσεις κατά τις τρεις διευθύνσεις και V ο όγκος του συστήματος αναφοράς.

Ο υπολογισμός αντίστοιχα του χρονικού βήματος δίνεται από τις σχέσεις:

$$\Delta t = \min(\Delta t_U, \Delta t_{\Delta p}, \Delta t_g, \Delta t_{rot}, \Delta t_c) \quad (29)$$

όπου

$$\Delta t_U = 0,30 \frac{L_{scale}}{\max(U_{bc}, U_{node})} \quad (30)$$

$$\Delta t_{\Delta p} = 0,30 \frac{L_{scale}}{U_{\Delta p}} \quad (31)$$

$$\Delta t_g = \sqrt{\frac{L_{scale}}{g}} \quad (32)$$

$$\Delta t_{rot} = \frac{0.10}{\omega} \quad (33)$$

$$\Delta t_c = \frac{L_{bc}}{\max(U_{bc}, U_{node}, U_{\Delta p}, c)} \quad (34)$$

Όπου $U_{bc}, U_{node}, U_{\Delta p}, \bar{c}$ δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$U_{bc} = \max(|\bar{U}_{bc}|) \quad (35)$$

$$U_{node} = \max(|\bar{U}_{node}|) \quad (36)$$

$$U_{\Delta p} = \sqrt{\frac{P_{bc,max} - P_{bc,min}}{P_{node}}} \quad (37)$$

$$\bar{c} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)^{-1} \quad (38)$$

Όπου U_{bc} είναι ο αριθμητικός μέσος όρος της ταχύτητας σε κάποιο όριο, U_{node} είναι ο αριθμητικός μέσος όρος των ταχυτήτων των κόμβων, $p_{bc,max}$ και $p_{bc,min}$ η μέγιστη και ελάχιστη τιμή της πίεσης σε κάποιο 'ανοιχτό' όριο και p_{node} η μέση τιμή της πίεσης στους κόμβους (CFX – 5 Solver Theory).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ

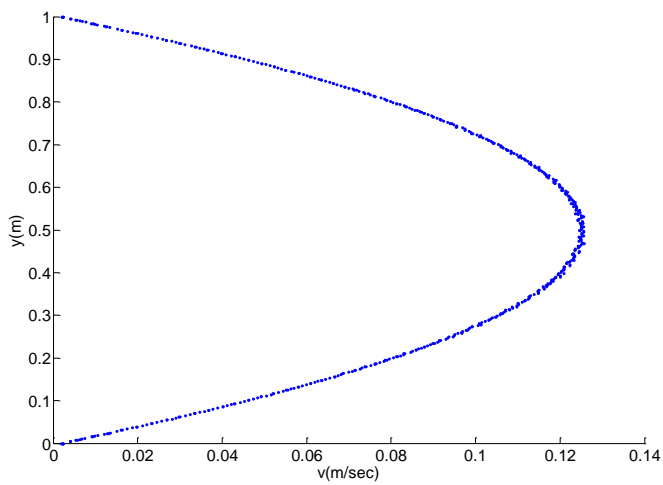
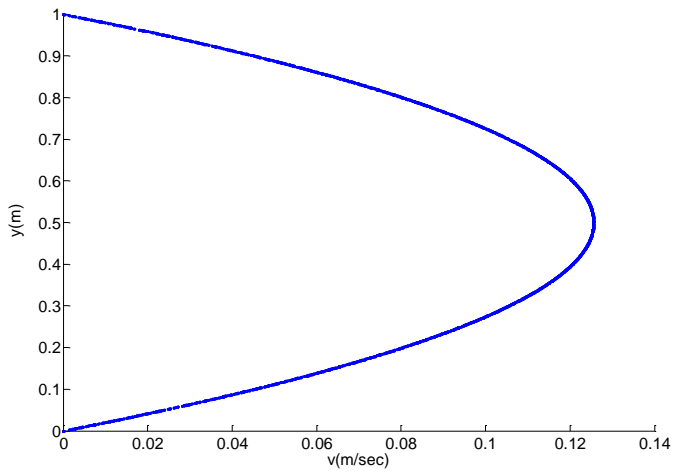
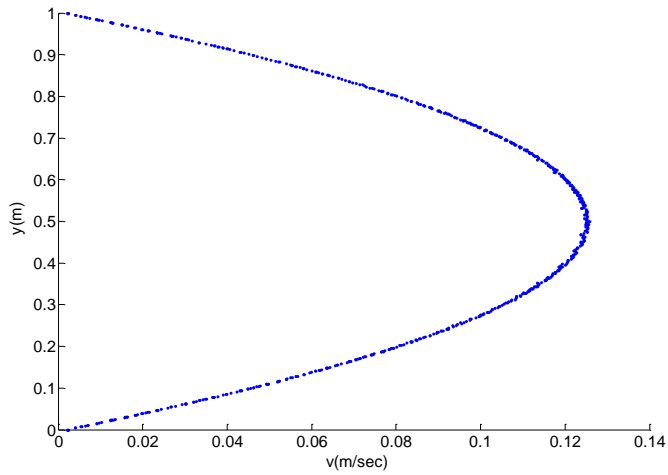
ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ

2. 1 ΕΠΙΠΕΔΗ ΡΟΗ POISEUILLE

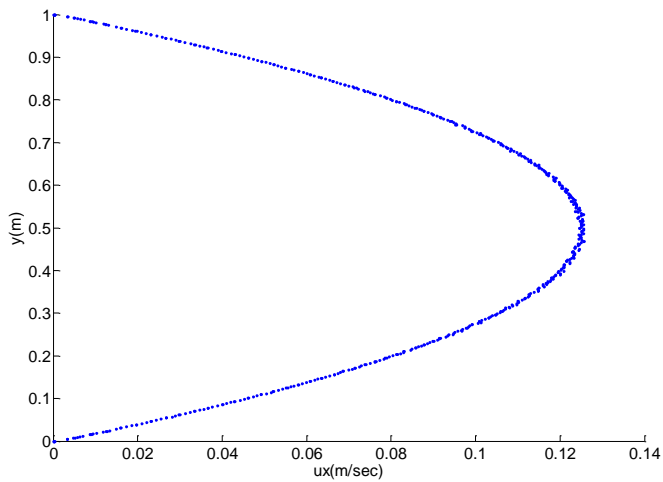
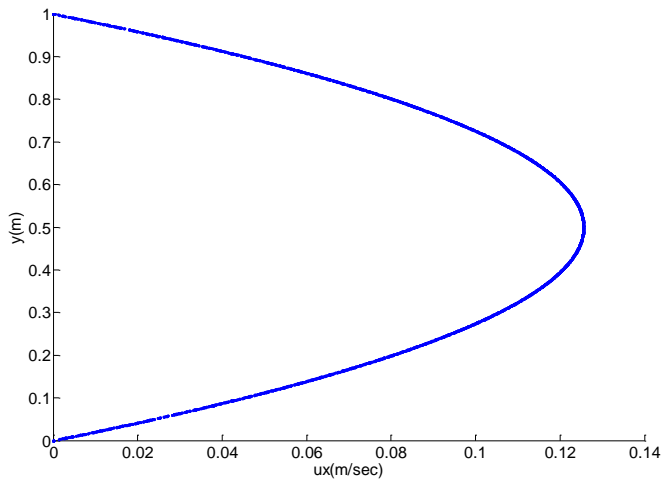
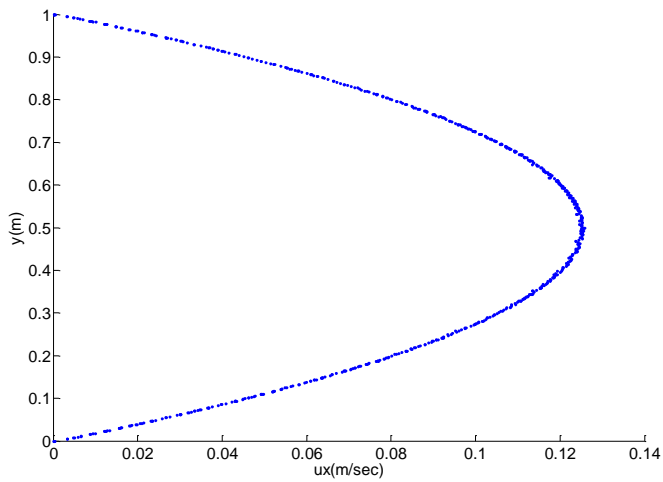
Η μόνιμη δισδιάστατη ροή Poiseuille αναπτύσσεται μεταξύ δύο παράλληλων επιπέδων ακίνητων πλακών. Η προσομοίωση έγινε για διάφορους αριθμούς Re στο πλαίσιο των παραδοχών που περιγράφονται αναλυτικά στο παράρτημα Ι.

Για όλες τις περιπτώσεις που έχουν επιλυθεί, στα στερεά τοιχώματα ισχύει η συνθήκη μη ολίσθησης (no-slip condition) σύμφωνα με την οποία το ρευστό κοντά στα τοιχώματα έχει την ίδια ταχύτητα με αυτή των τοιχωμάτων. Αν τα τοιχώματα είναι ακίνητα τότε η ταχύτητα του ρευστού είναι μηδενική κοντά σε αυτά.

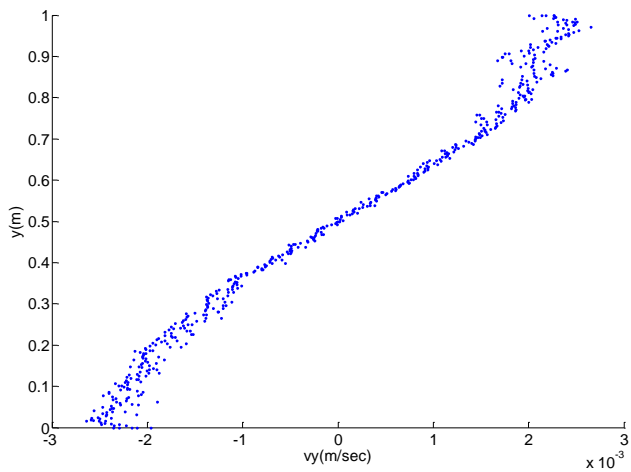
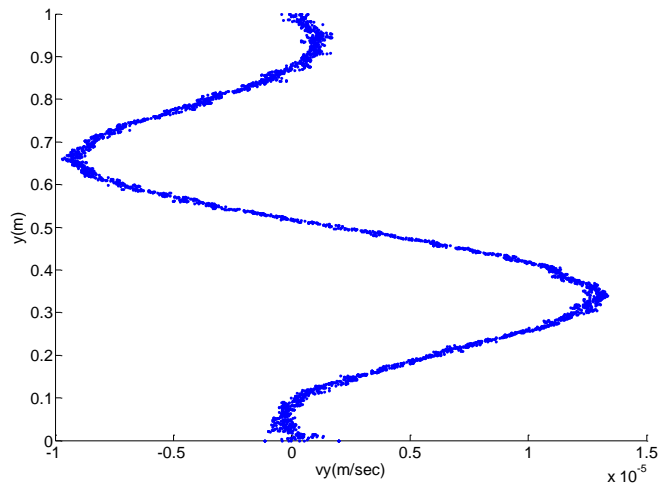
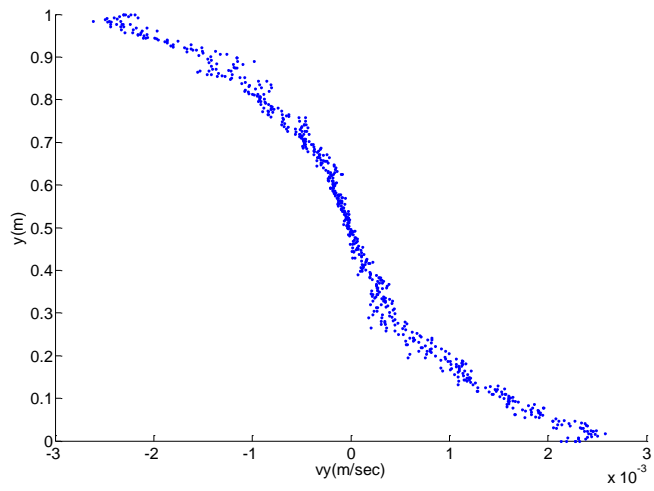
Στα σχήματα 18,19,20 απεικονίζεται η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας στην είσοδο, στη μέση καθώς και την έξοδο του υπολογιστικού φατνίου, η κατανομή της ταχύτητας κατά την κατεύθυνση x (ταχύτητα u) και η κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y (ταχύτητα v) στις ίδιες διατομές για ενδεικτικό αριθμό Re ($Re = 16$). Η κατανομή της ταχύτητας είναι παραβολική και αυτό επιβεβαιώνεται από την σύγκριση της αριθμητικής λύσης με την αναλυτική λύση.



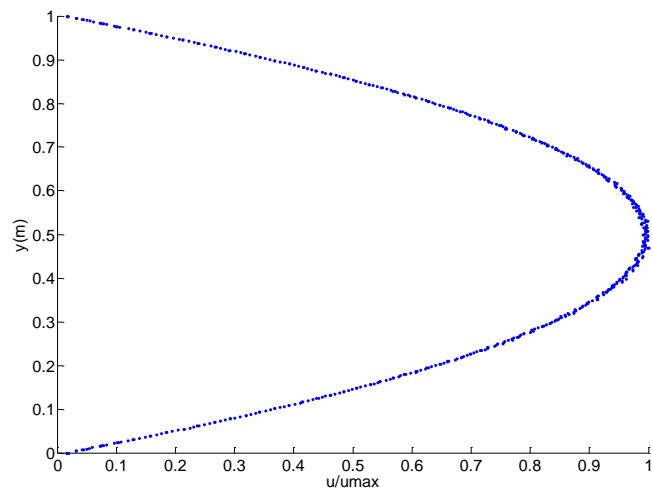
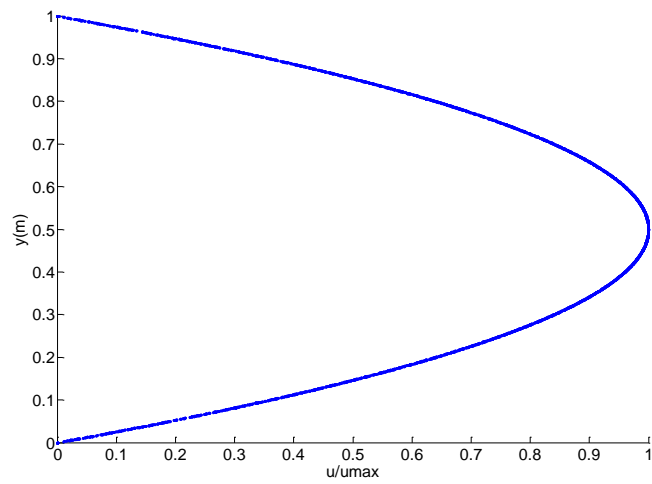
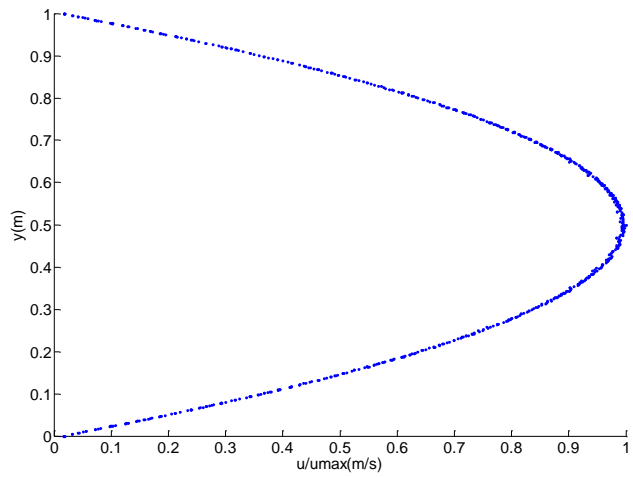
Σχήμα 18. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε είσοδο, μέση και έξοδο του υπολογιστικού φατνίου αντιστοίχως για ροή Poiseuille. $Re=16$.



Σχήμα 19. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση x στην είσοδο, μέση και έξοδο του υπολογιστικού φατνίου αντιστοίχως για ροή Poiseuille. $Re=16$.



Σχήμα 20. Κατανομή της y συνιστώσας της ταχύτητας στην είσοδο, μέση και έξοδο του υπολογιστικού φατνίου αντιστοίχως για ροή Poiseuille. $Re=16$.



Σχήμα 21. Αδιάστατη κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου για ροή Poiseuille. $Re=16$.

Αξίζει να σημειωθεί ότι για όλες τις περιπτώσεις ροής που μελετήθηκαν ικανοποιείται η σχέση που συνδέει τη μέγιστη με τη μέση τιμή της ταχύτητας.

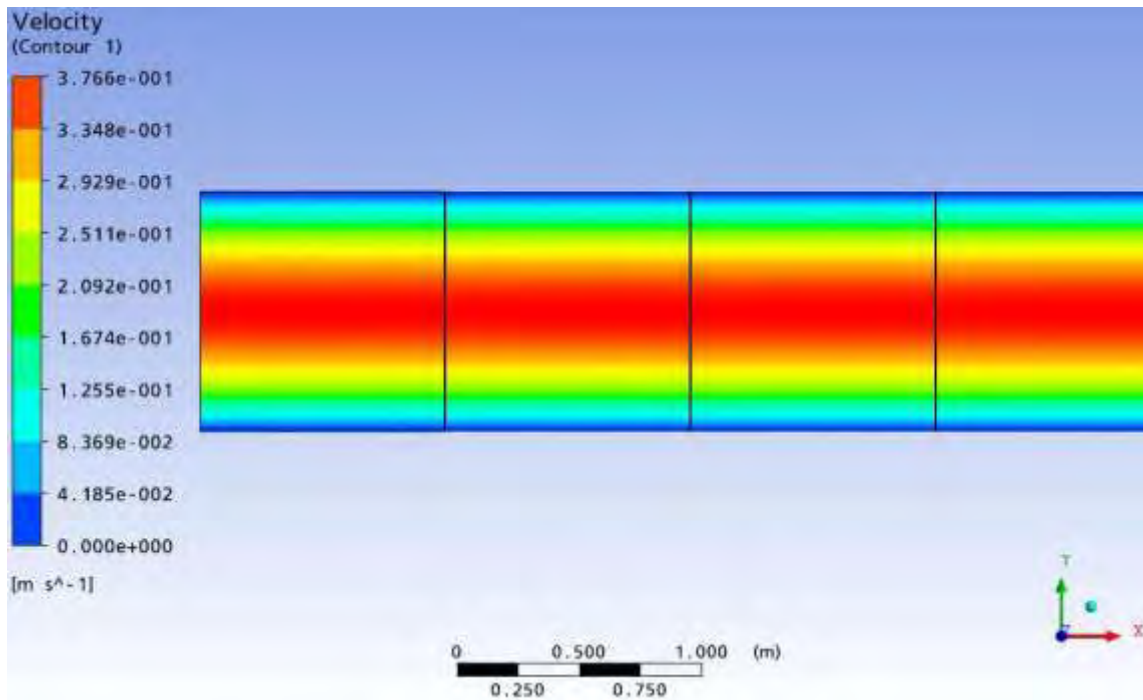
Αναλυτικότερα για όλους τους αριθμούς Re η μέση ταχύτητα είναι $\bar{U} = \frac{2}{3}U_{\max}$

(παράρτημα I) όπως διαπιστώνεται και από τον πίνακα 4 που ακολουθεί. Σημειώνεται ότι οι προσομοιώσεις έγιναν για ιδεατά (fictitious) ρευστά. Αυτό δεν είναι φυσικά μειονέκτημα αφού όλα τα αδιάστατα μεγέθη είναι συναρτήσεις του αριθμού Re μόνο.

| Μορφή προεξοχής | αριθμός Re | Πυκνότητα (kg/m ³) | Ιξώδες (kg m ⁻¹ s ⁻¹) | Μέγιστη Ταχύτητα U _{max} (m/s) | Μέση Ταχύτητα \bar{U} (m/s) | U _{max} / \bar{U} (m/s) |
|-----------------|------------|--------------------------------|--|---|-------------------------------|------------------------------------|
| επίπεδες πλάκες | 16 | 10 | 0,10 | 0,12035 | 0,080212 | 1,500 |
| | 48 | 10 | 0,10 | 0,36074 | 0,24047 | 1,500 |
| | 80 | 10 | 0,10 | 0,60076 | 0,40051 | 1,499 |
| | 96 | 10 | 0,10 | 0,72062 | 0,48044 | 1,499 |
| | 128 | 10 | 0,10 | 0,96024 | 0,64017 | 1,499 |
| | 143 | 10 | 0,10 | 1,07989 | 0,71996 | 1,499 |

Πίνακας 3. Τιμές μέγιστης και μέσης ταχύτητας ανά αριθμό Re για ροή σε κανάλι με επίπεδες πλάκες.

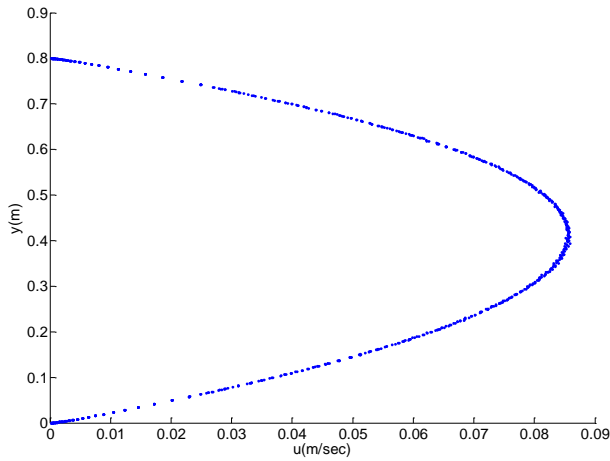
Η παραβολική κατανομή της ταχύτητας διακρίνεται και από την απεικόνιση των ισούψων καμπύλων του μέτρου της ταχύτητας για αριθμό Re = 48. (Σχήμα 22).



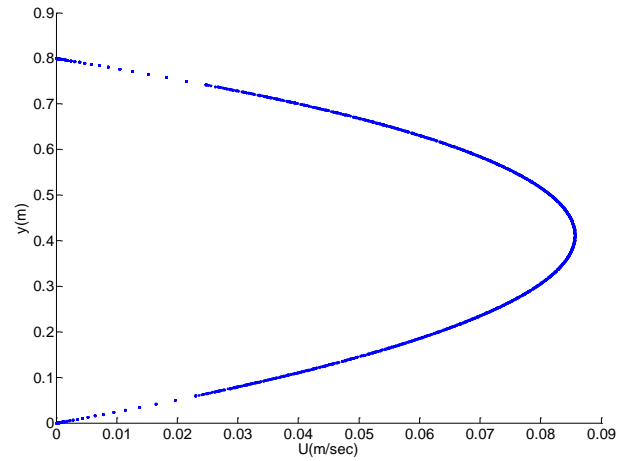
Σχήμα 22. Ισοταχείς για τη ροή Poiseuille. $Re = 48$.

2.2 ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ

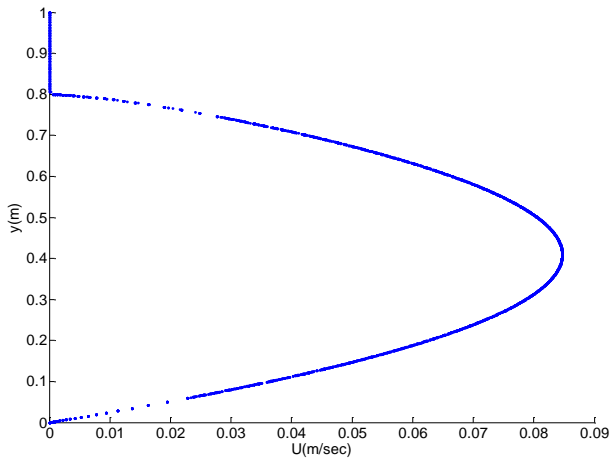
Όπως έχει ήδη αναφερθεί η μόνιμη στρωτή ροή αναπτύσσεται σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας. Οι εξισώσεις έχουν επιλυθεί για εύρος τιμών του αριθμού Re . Το ρευστό εγκλωβίζεται μέσα στην προεξοχή της επάνω πλάκας και δεν μπορεί να αναπτύξει μεγάλες ταχύτητες. Μέσα στις εσοχές οι ταχύτητες μειώνονται και πάνω στα τοιχώματα αποκτούν μηδενική τιμή. Στα σχήματα 23,24,25 απεικονίζεται η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε διάφορες διατομές του υπολογιστικού φατνίου, η κατανομή της ταχύτητας κατά την κατεύθυνση x (ταχύτητα u) και η κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y (ταχύτητα v) στις ίδιες διατομές για αριθμό Re 10 .



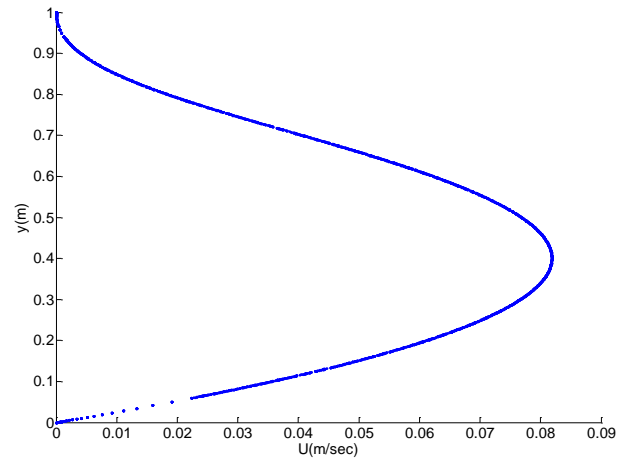
$x=0.00$



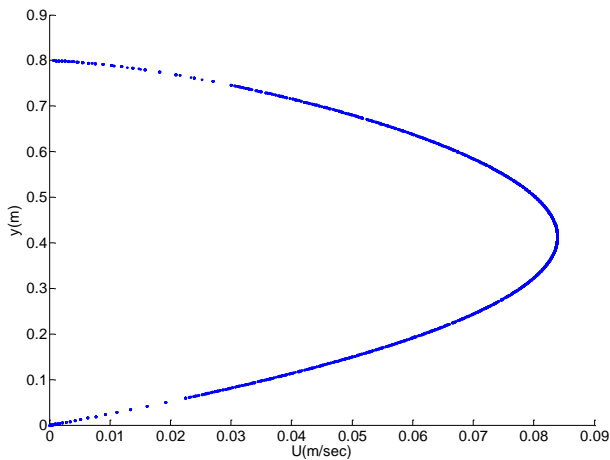
$x=0.125$



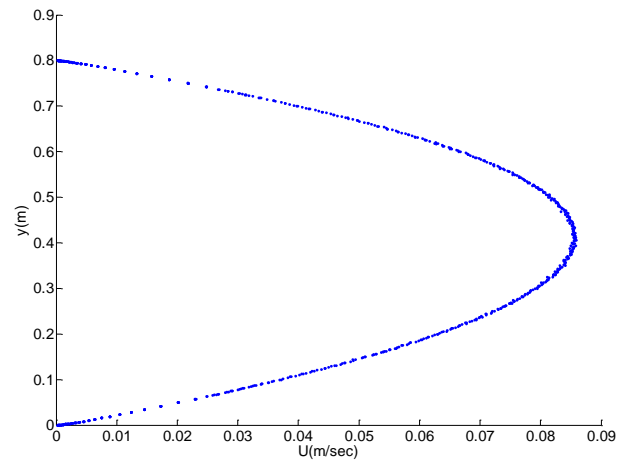
$x=0.25$



$x=0.50$

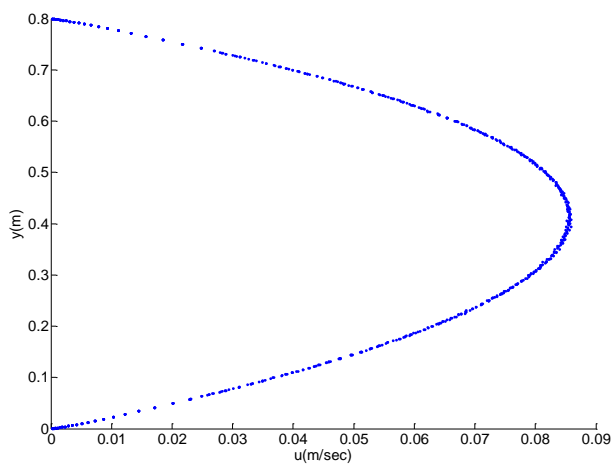


$x=0.75$

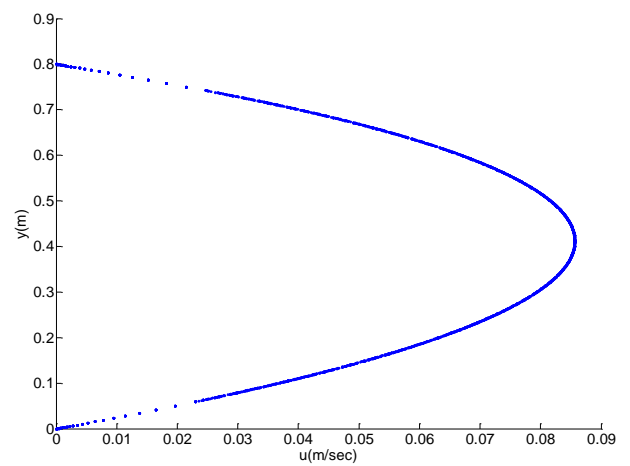


$x=1.00$

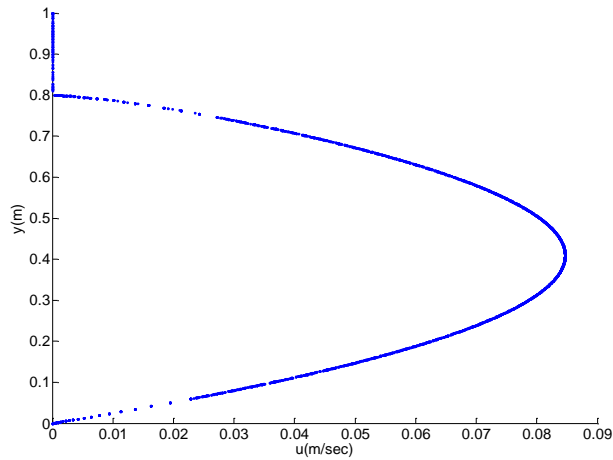
Σχήμα 23. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές. $Re=10$



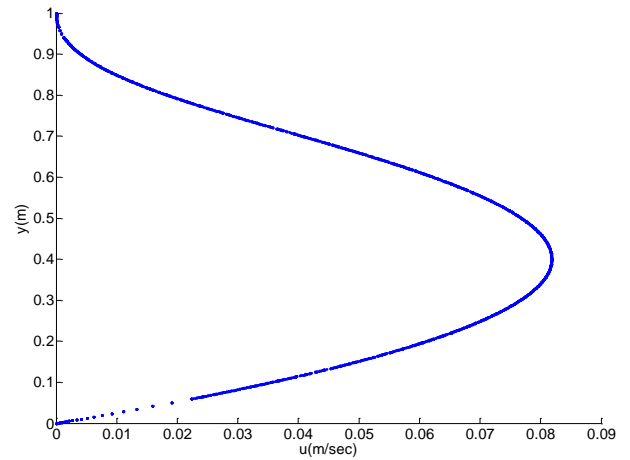
$x=0.00$



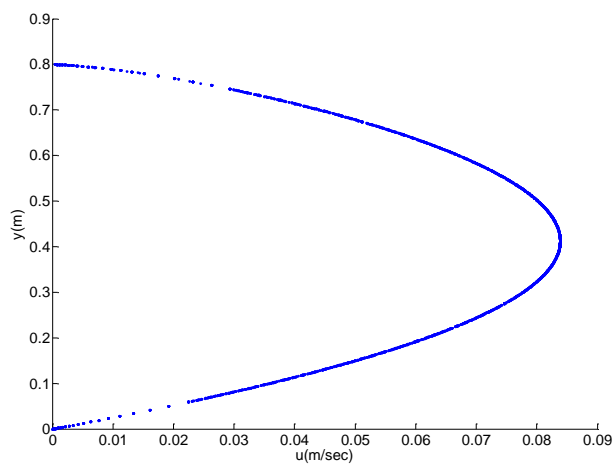
$x=0.125$



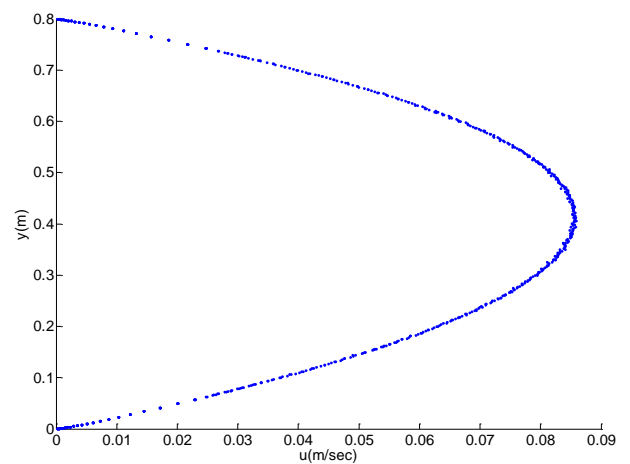
$x=0.25$



$x=0.50$

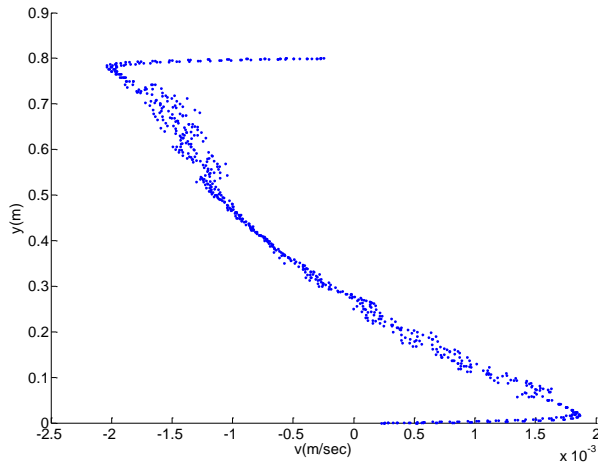


$x=0.75$

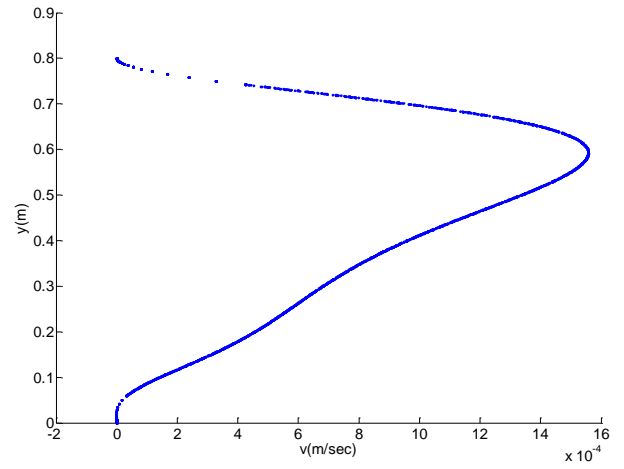


$x=1.00$

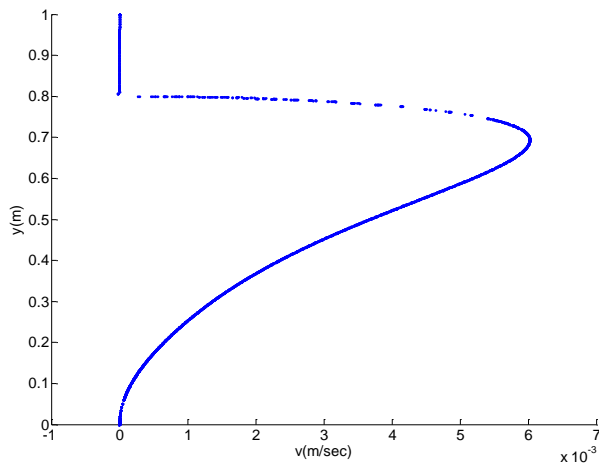
Σχήμα 24. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση x σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φαντίου σε κανάλι με ορθγωνικές προεξοχές. $Re=10$.



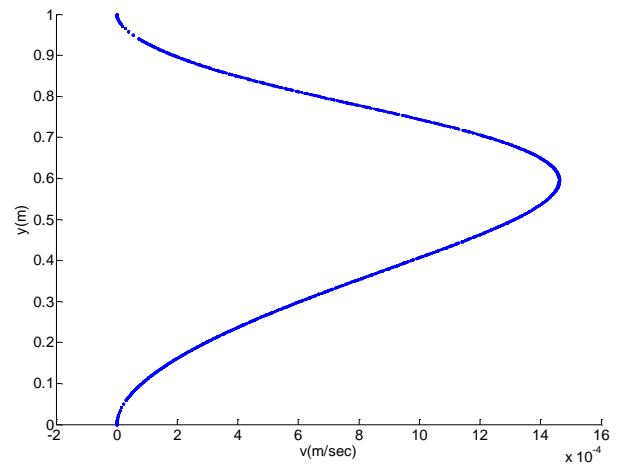
$x=0.00$



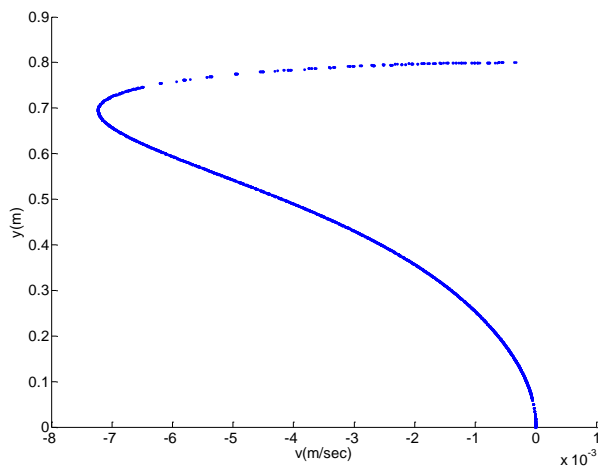
$x=0.125$



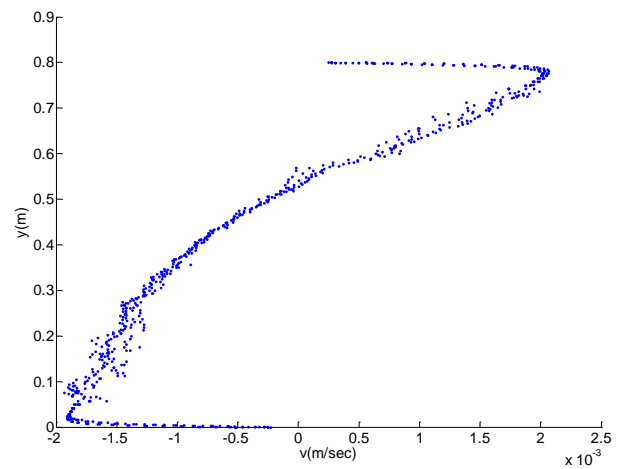
$x=0.25$



$x=0.50$



$x=0.75$



$x=1.00$

Σχήμα 25. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φαντίου σε κανάλι με ορθγωνικές προεξοχές. $Re=10$.

Όπως φαίνεται παραπάνω από τα σχήματα κατανομής του μέτρου της ταχύτητας και των ταχυτήτων κατά τις δύο διευθύνσεις της ροής (x,y) γίνεται φανερό ότι η ταχύτητα κατά την διεύθυνση y δεν επηρεάζει στην τελική τιμή του μέτρου της ταχύτητας, σε αντίθεση με την ταχύτητα κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής (διεύθυνση x), η οποία παίζει καθοριστικό ρόλο στην τελική της τιμή. Ειδικότερα παρατηρείται από το σχήμα 25 ότι η y συνιστώσα της ταχύτητας αναπτύσσει τιμές από 0,001m/sec μέχρι 0,016m/sec που είναι η μέγιστη τιμή. Οι τιμές αυτές είναι μηδαμινές σε σχέση με την μέγιστη τιμή της ταχύτητας κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής που φτάνει περίπου την τιμή $u=0,09\text{m/sec}$.

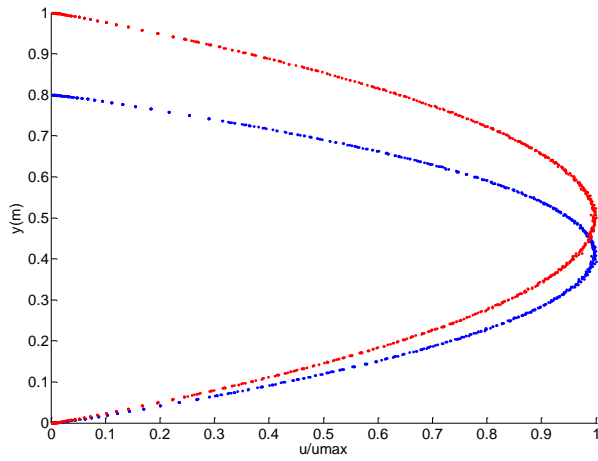
Πολύ σημαντικό στοιχείο αποτελεί η τιμή της μέγιστης και της μέσης ταχύτητας που αναπτύσσονται κατά μήκος του καναλιού ανάλογα με τον αριθμό Re. Ο λόγος των δυο ταχυτήτων συγκρίνεται με αυτόν της δισδιάστατης ροής Poiseuille για την οποία η μελέτη της δομής της ροής είναι πλήρης και η σχέση των δύο ταχυτήτων γνωστή (

$$\bar{U} = \frac{2}{3} U_{\max}).$$

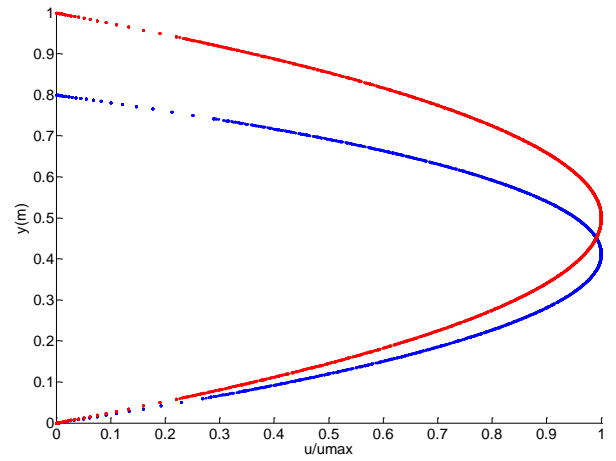
| Μορφή προεξοχής | αριθμός Re | Πυκνότητα (kg/m ³) | Ιξώδες (kg m ⁻¹ s ⁻¹) | Μέγιστη Ταχύτητα U _{max} (m/s) | Μέση Ταχύτητα \bar{U} (m/s) | U _{max} / \bar{U} (m/s) |
|-----------------|------------|--------------------------------|--|---|-------------------------------|------------------------------------|
| ορθογωνική | 10 | 10 | 0,10 | 0,08602 | 0,0515 | 1,669 |
| | 31 | 10 | 0,10 | 0,25740 | 0,15417 | 1,669 |
| | 51 | 10 | 0,10 | 0,42749 | 0,25625 | 1,668 |
| | 61 | 10 | 0,10 | 0,51168 | 0,30712 | 1,666 |
| | 81 | 10 | 0,10 | 0,67945 | 0,40858 | 1,662 |
| | 91 | 10 | 0,10 | 0,76313 | 0,45919 | 1,661 |

Πίνακας 4. Τιμές μέγιστης και μέσης ταχύτητας ανά αριθμό Re για ροή σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές στην επάνω πλάκα του καναλιού.

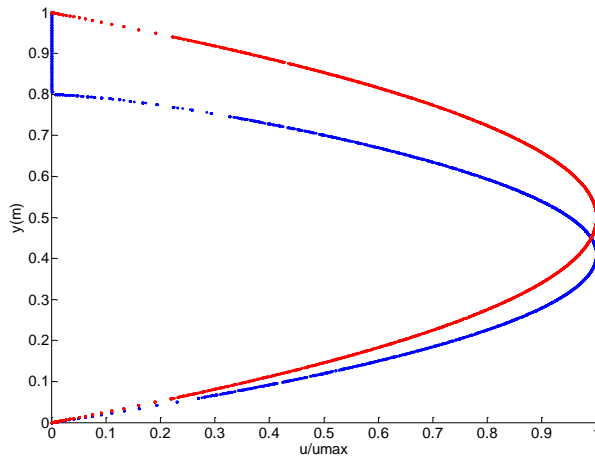
Αξίζει να σημειωθεί ότι για όλους τους αριθμούς Re η σχέση που συνδέει την μέγιστη με τη μέση ταχύτητα είναι σχεδόν ίδια, όπως αυτό φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα 4. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι για αριθμούς Re μεταξύ του 10 και του 91 μπορεί να εκτιμηθεί αρκετά ικανοποιητικά η τιμή της μέγιστης ή της μέσης ταχύτητας όταν είναι γνωστή η τιμή της άλλης αντίστοιχα για τη ροή αυτή. Παρακάτω παραθέτω τα διαγράμματα σύγκρισης του αδιάστατου μέτρου της ταχύτητας για την περίπτωση της πλάκας με ορθογωνική προεξοχή σε σχέση με την κατανομή ταχύτητας στην περίπτωση των επίπεδων πλακών για αριθμό Re 10. Από αυτά παρατηρούμε την απόκλιση των δύο περιπτώσεων, πράγμα το οποίο δικαιολογεί η ποσοστιαία διαφορά του πηλίκου U_{max} / \bar{U} , η τιμή του οποίου αγγίζει το 11,26% το μέγιστο.



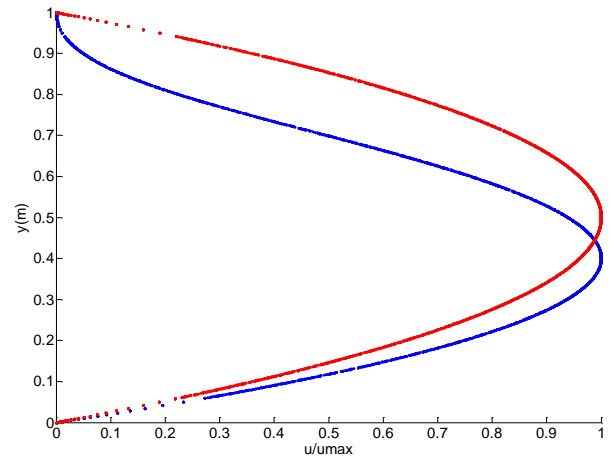
$x=0.00$



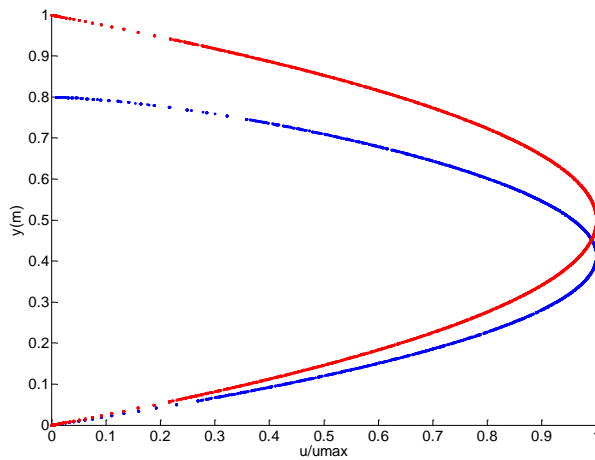
$x=0.125$



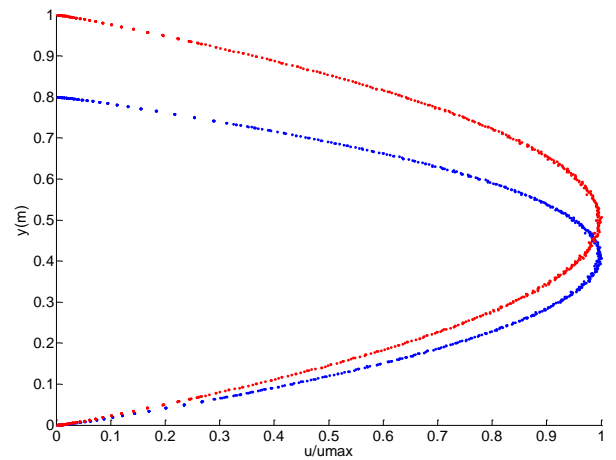
$x=0.25$



$x=0.50$



$x=0.75$

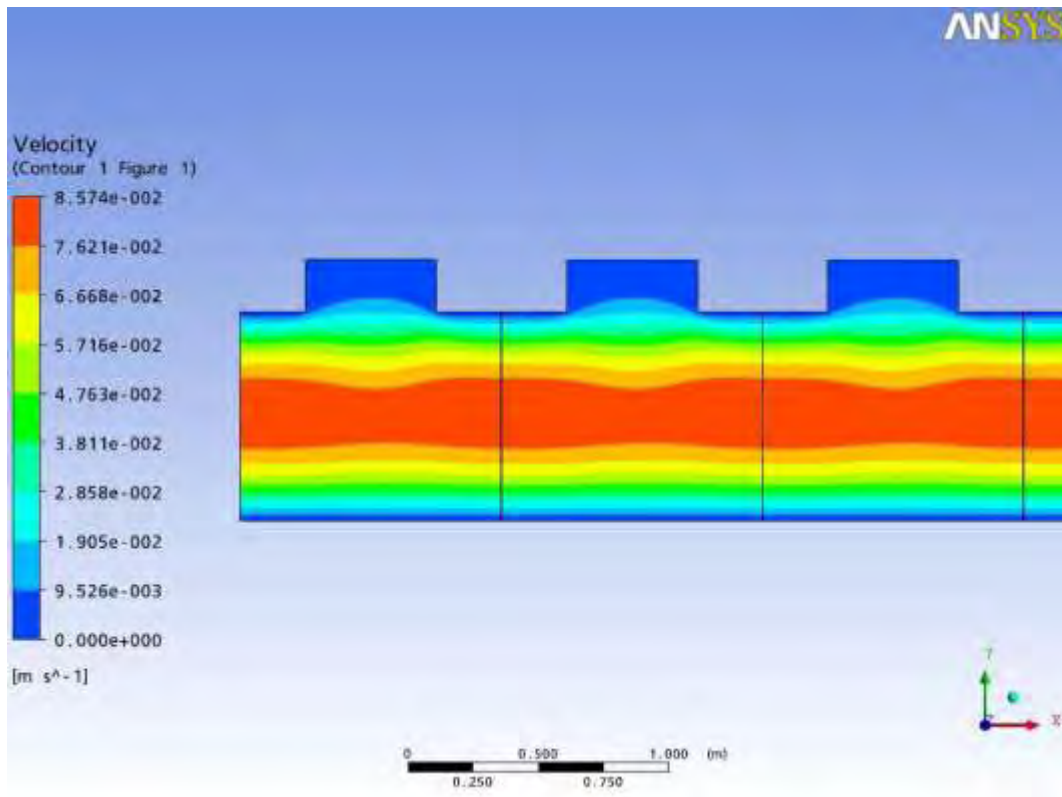


$x=1.00$

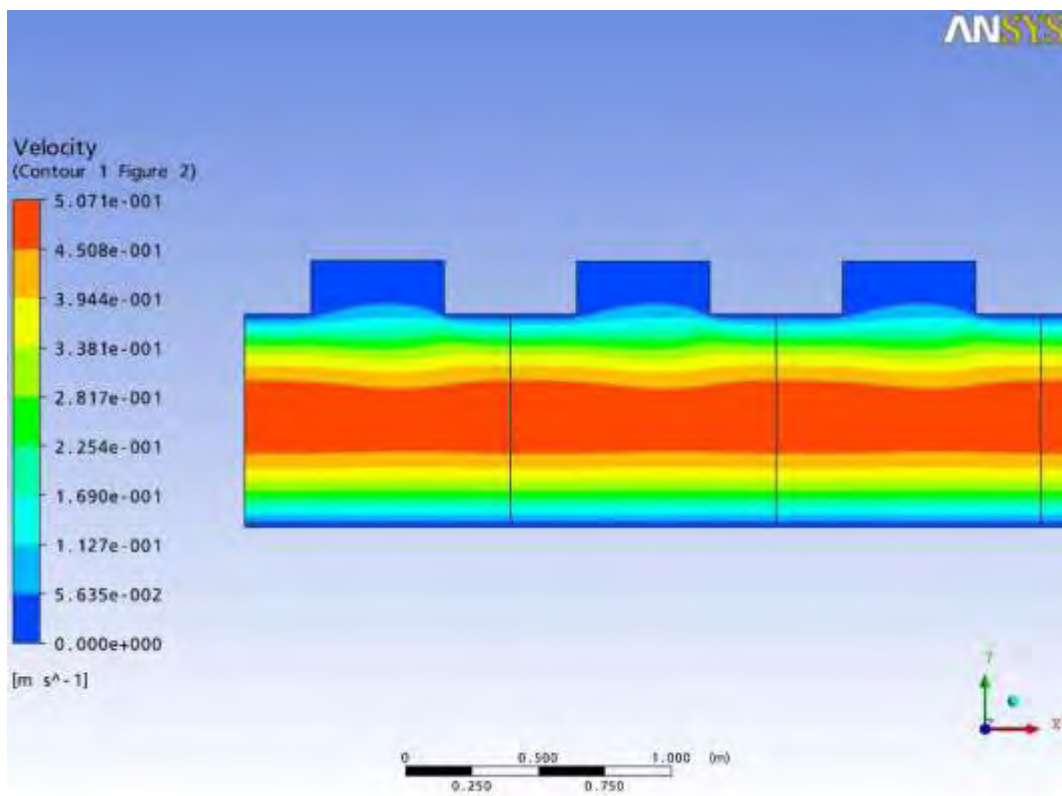
Σχήμα 26. Σύγκριση της αριθμητικής λύσης (μπλε) αδιάστατης κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου και του προφίλ ροής Poiseuille (κόκκινο). $Re=10$.

Από το προφίλ ταχυτήτων παρατηρούμε ότι κοντά στην ορθογωνική προεξοχή η ταχύτητα παρουσιάζει διαφορές σε σχέση με το παραβολικό προφίλ καθώς αυτή η αλλαγή τις γεωμετρίας επηρεάζει την κίνηση του ρευστού. Ωστόσο στο υπόλοιπο κομμάτι του αγωγού, εκεί όπου η γεωμετρία του είναι σταθερή, το προφίλ ταχυτήτων ταυτίζεται με το παραβολικό. Στο εσωτερικό του καναλιού η ανεμπόδιστη κίνηση του ρευστού συμβάλλει στην εμφάνιση μεγάλης τιμής ταχύτητας και κατ' επέκταση στη δημιουργία στρώματος διάτμησης, δηλαδή μετακίνηση του ενός στρώματος ως προς το άλλο. Αξίζει να σημειωθεί ότι το προφίλ ταχύτητας στην επίπεδη κάτω πλάκα του καναλιού δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη προεξοχών στην επάνω πλάκα εξαιτίας του μικρού ποσοστού (20%) του ύψους της προεξοχής ως προς το συνολικό ύψος του αγωγού.

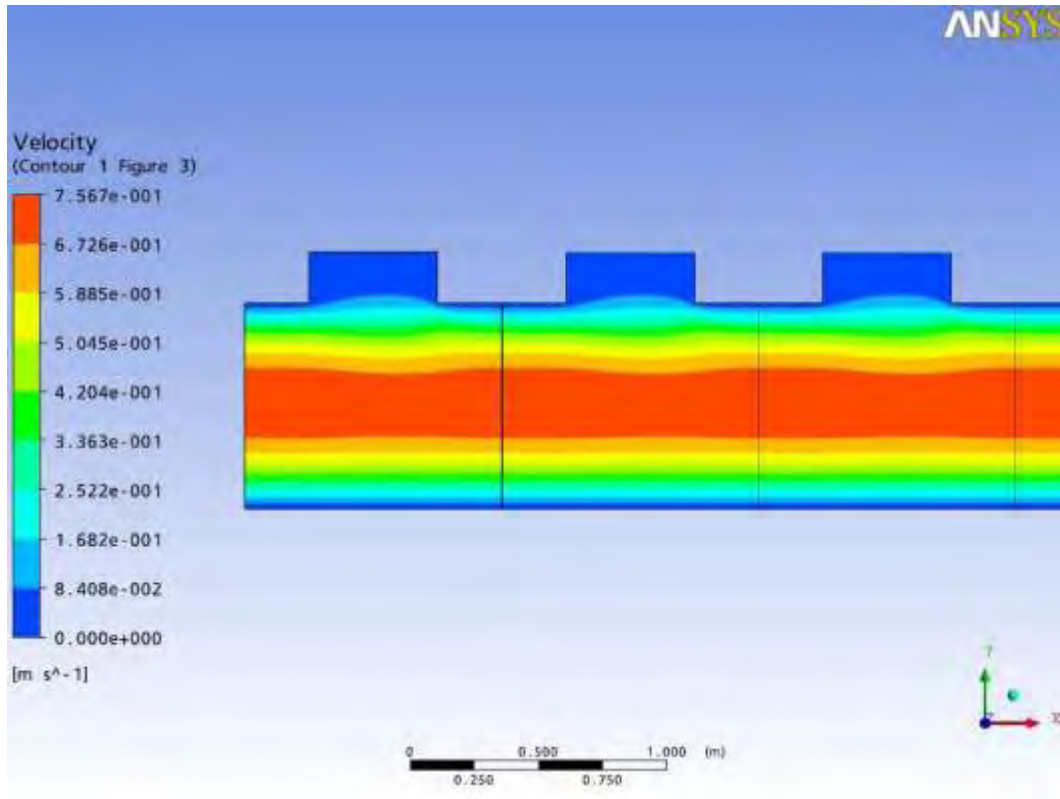
Όπως και στη ροή Poiseuille, στα τοιχώματα ισχύει η συνθήκη μη ολίσθησης, ενώ η ταχύτητα είναι μηδενική. Σε αντίθεση με την άνω πλάκα του αγωγού η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας είναι παραβολική λόγω της πλήρως ανεπτυγμένης ροής. Στα σχήματα 28,29,30 δίνεται η σχηματική απεικόνιση των ισοϋψών καμπύλων (contour plot) του μέτρου της ταχύτητας σε όλο το υπολογιστικό φαντίο για αριθμούς Re 10, 61, 91.



Σχήμα 27. Ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=10$.

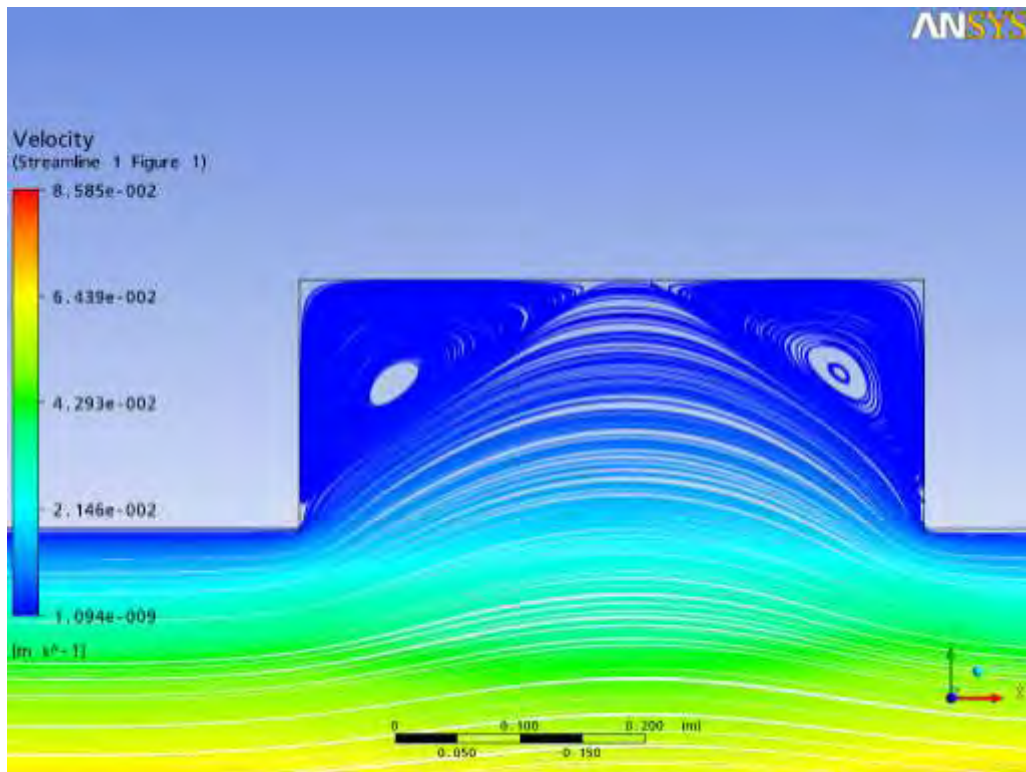


Σχήμα 28. Ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=61$.

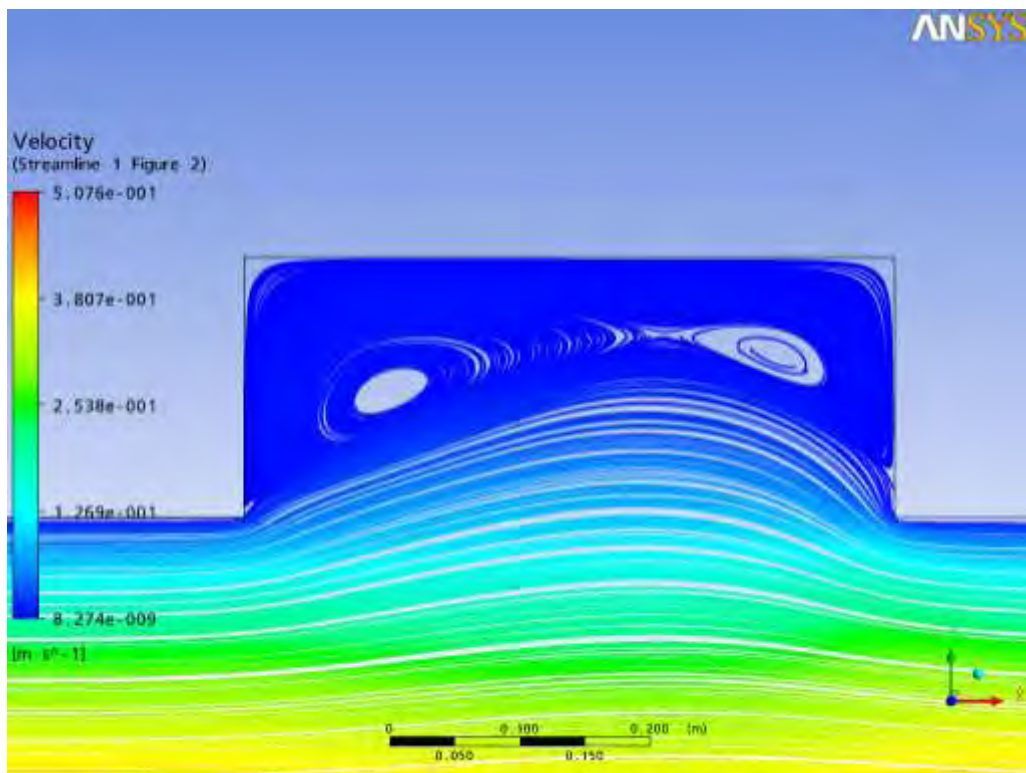


Σχήμα 29. Ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=91$.

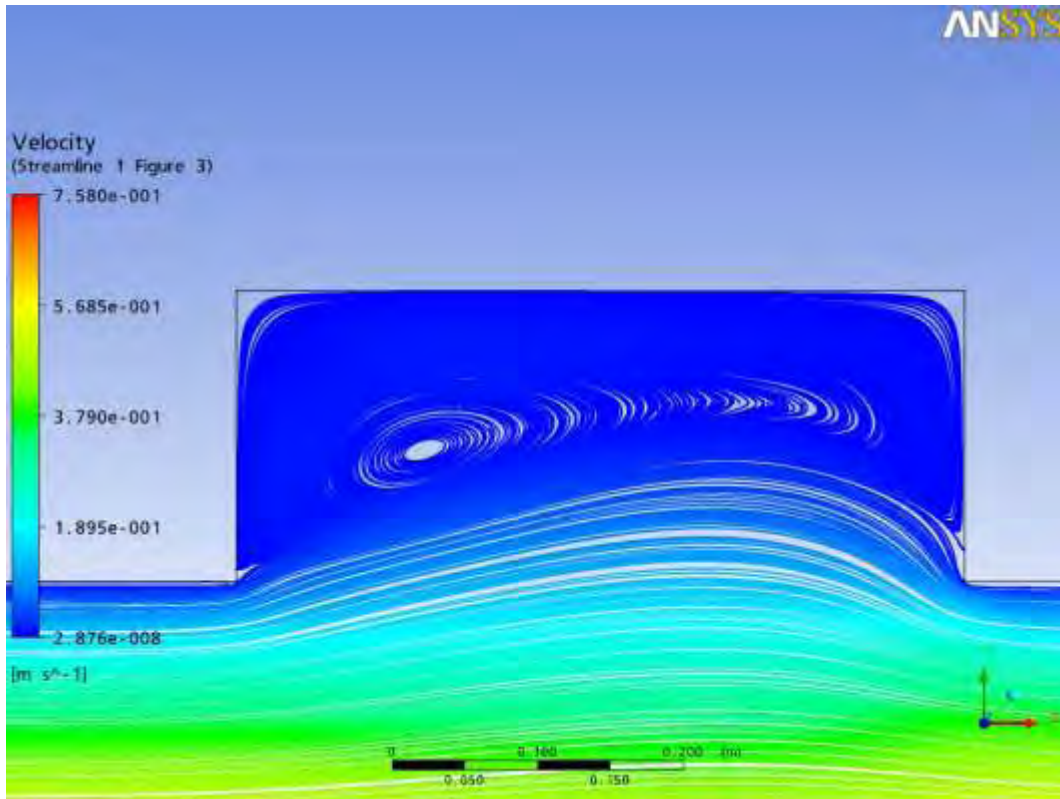
Η απεικόνιση των γραμμών ροής, όπως φαίνεται στα επόμενα σχήματα, γίνεται με τη χρήση 1000 σημείων που ισαπέχουν μεταξύ τους δημιουργώντας με τον τρόπο αυτό 1000 γραμμές ροής. Για μικρό αριθμό $Re=10$ παρατηρείται στο σχήμα 30 μία δίνη αριστερά στο εσωτερικό της προεξοχής και άλλη μία δεξιά της. Τα κέντρα των δινών είναι αντιστοίχως τα σημεία $x=0,33, y=0,93$ για την πρώτη δίνη και $x=0,67, y=0,94$ για την δεύτερη. Η φορά της δίνης στο πρώτο σημείο ασυνέχειας είναι αριστερόστροφη, ενώ η δεύτερη είναι δεξιόστροφη. Αυτό που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι ότι καθώς αυξάνεται η τιμή του αριθμού Re από την τιμή 10 στην τιμή 91, παρατηρούμε ότι δημιουργείται μία μεγάλη δίνη στο εσωτερικό του καναλιού με μεγαλύτερο πλάτος, για μία όχι και τόσο μεγάλη μεταβολή του αριθμού Re (ουσιαστικά η κίνηση του ρευστού εγκλωβίζει την δίνη στο αριστερό κομμάτι της προεξοχής).



Σχήμα 30. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=10$.

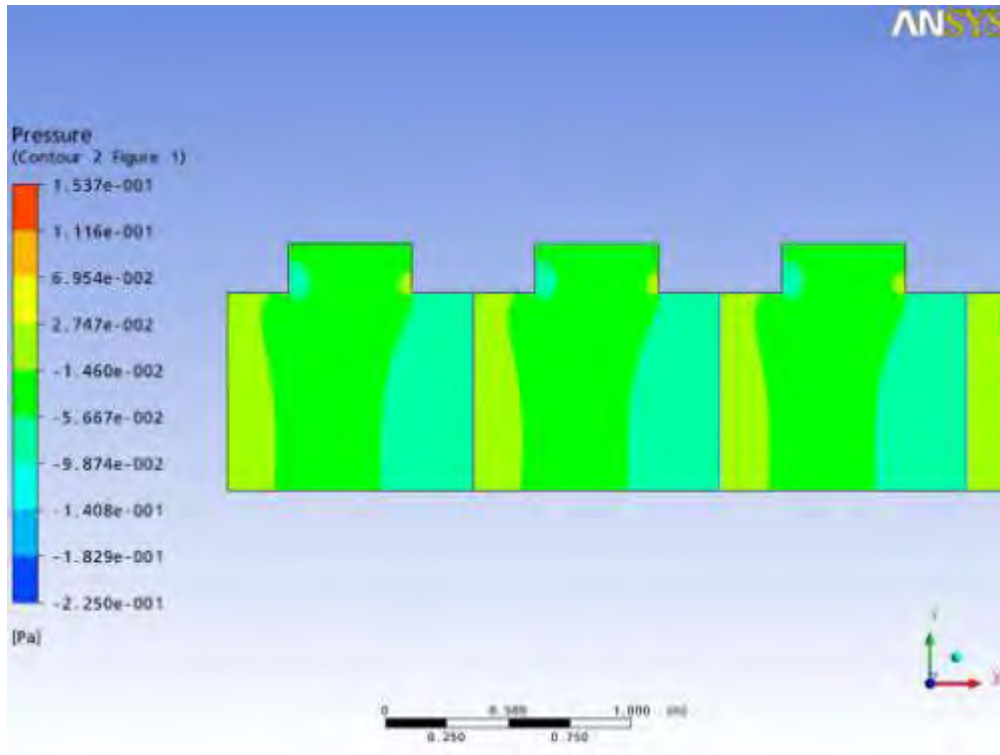


Σχήμα 31. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=61$.

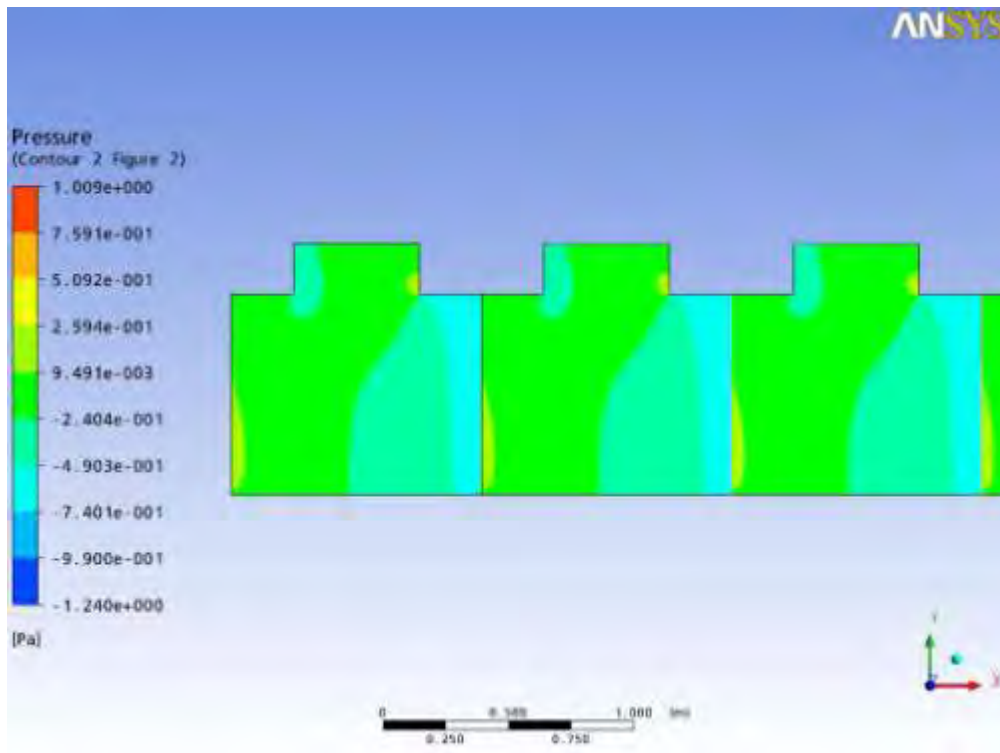


Σχήμα 32. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. Re=91.

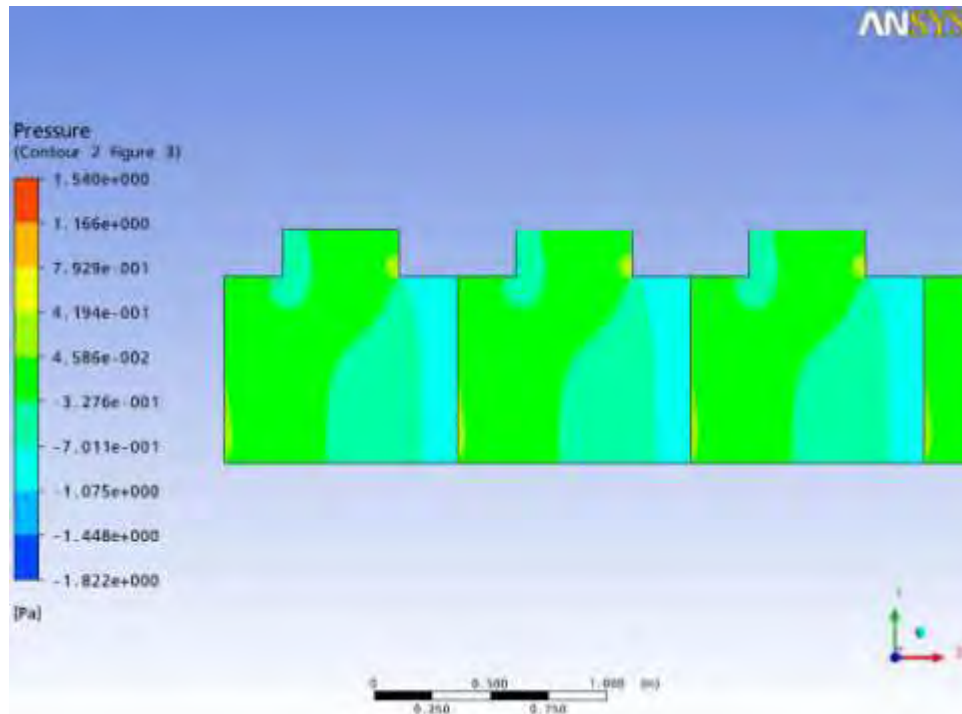
Στα σχήματα 34,35,36 απεικονίζεται το πεδίο της πίεσης στο κανάλι με τις ορθογωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας για αριθμούς Re 10, 61, 91 αντιστοίχως. Όπως συμβαίνει και με τα υπόλοιπα μεγέθη η μεταβολή της γεωμετρίας που δημιουργούν οι προεξοχές επηρεάζουν σημαντικά και το μέγεθος της πίεσης, στα σημεία όπου δημιουργούνται οι ασυνέχειες. Στο υπόλοιπο κομμάτι του αγωγού και πιο συγκεκριμένα στο κυρίως τμήμα του καναλιού η μεταβολή της πίεσης είναι πολύ μικρή. Η κατανομή της πίεσης διαφέρει ανάλογα με την τιμή του αριθμού Re. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του αριθμού Re τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της πίεσης στο εσωτερικό της εσοχής (Re=10). Αντιθέτως για μεγαλύτερες τιμές Re η τιμές μειώνονται (Re=91).



Σχήμα 33. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=10$.



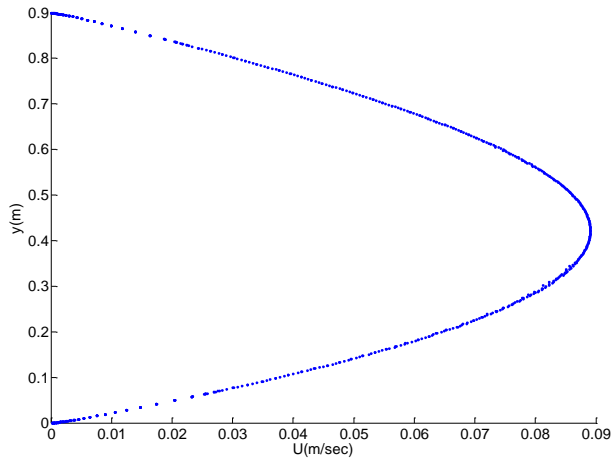
Σχήμα 34. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re=61$.



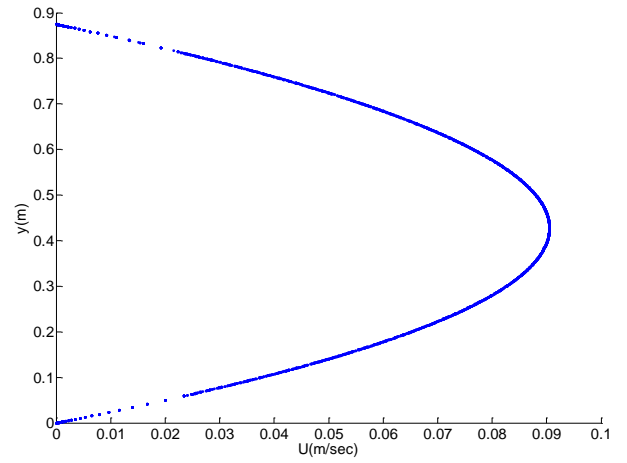
Σχήμα 35. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογωνική προεξοχή. $Re = 91$.

2.3 ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ

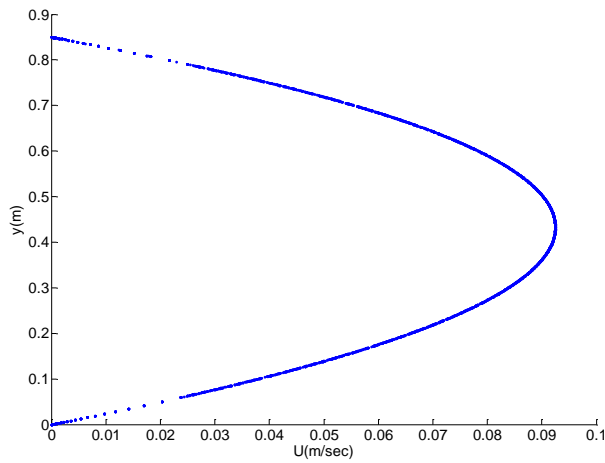
Όπως έχει ήδη αναφερθεί η μόνιμη στρωτή ροή αναπτύσσεται σε κανάλι με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας. Οι εξισώσεις έχουν επιλυθεί για εύρος τιμών του αριθμού Re . Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση ροής, το ρευστό εγκλωβίζεται μέσα στην προεξοχή της επάνω πλάκας και δεν μπορεί να αναπτύξει μεγάλες ταχύτητες. Μέσα στις εσοχές οι ταχύτητες μειώνονται σταδιακά και μηδενίζονται στο στερεό τοίχωμα. Παρακάτω δίνεται η σχηματική απεικόνιση της κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε διάφορες διατομές του υπολογιστικού φατνίου, η κατανομή της ταχύτητας κατά την κατεύθυνση x (ταχύτητα u) και η κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y (ταχύτητα v) στις ίδιες διατομές για αριθμό Re 11 .



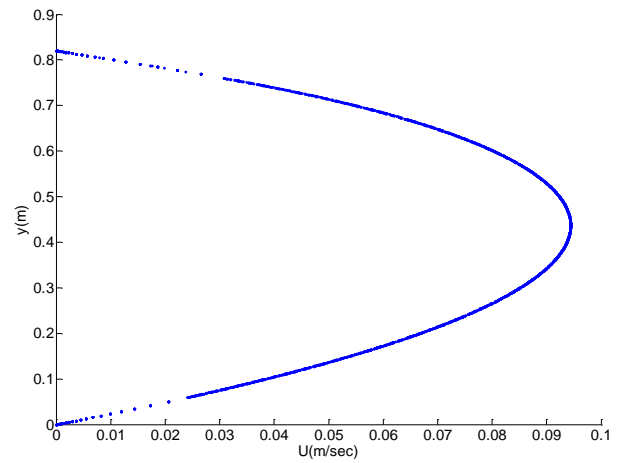
$x=0.00$



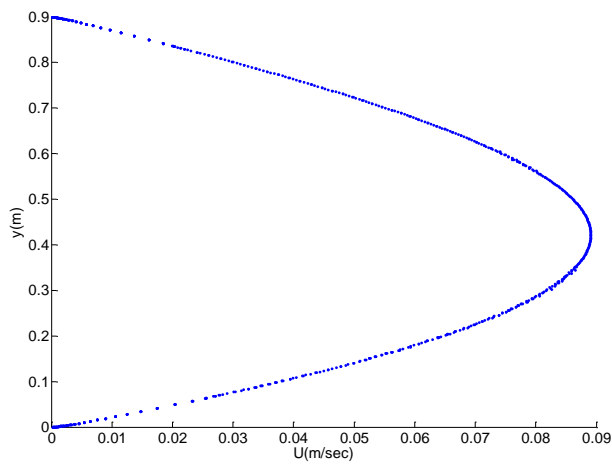
$x=0.125$



$x=0.25$

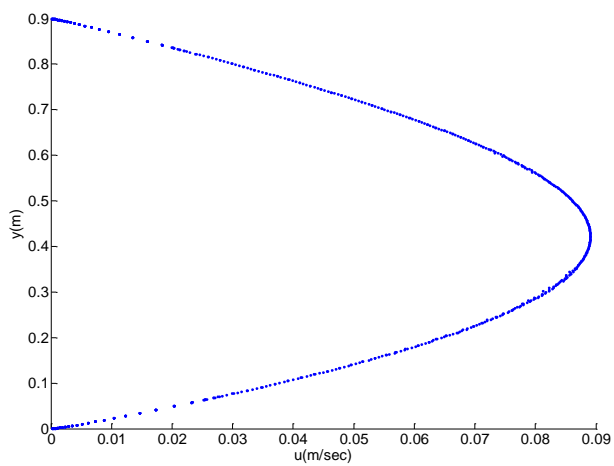


$x=0.40$

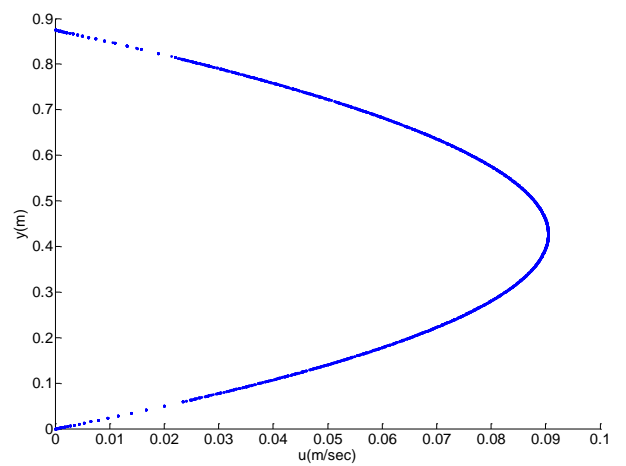


$x=0.50$

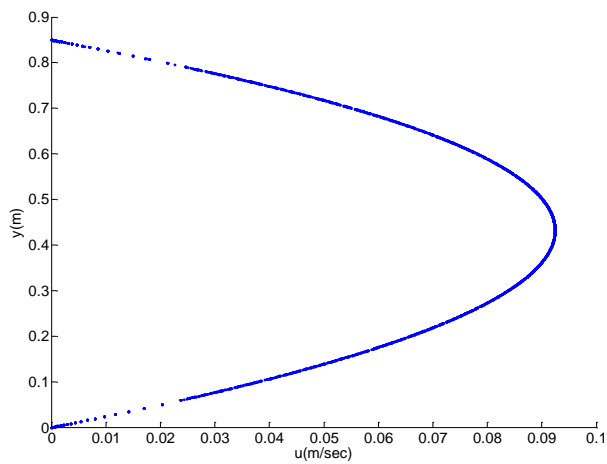
Σχήμα 36. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές. $Re=11$.



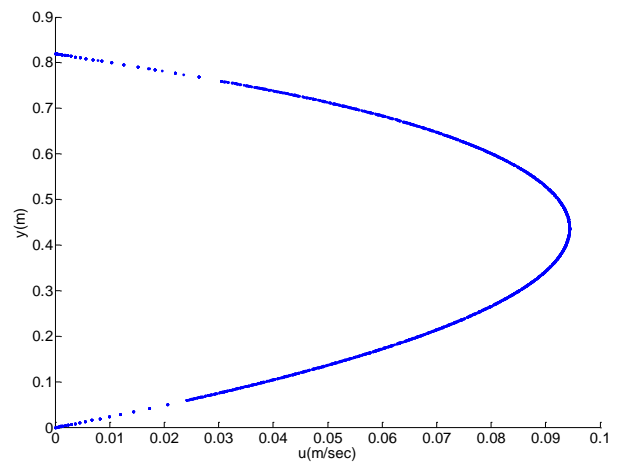
$x=0.00$



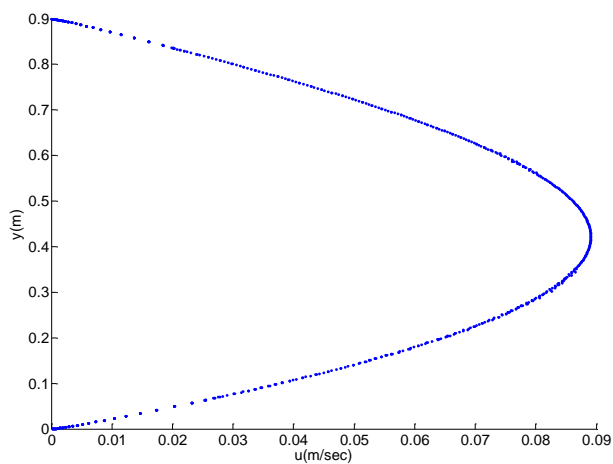
$x=0.125$



$x=0.25$

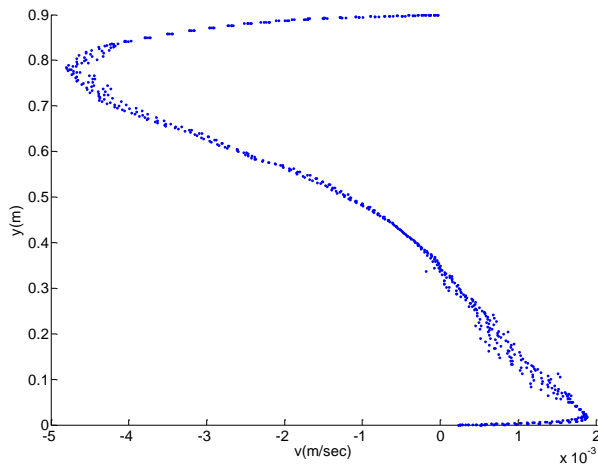


$x=0.40$

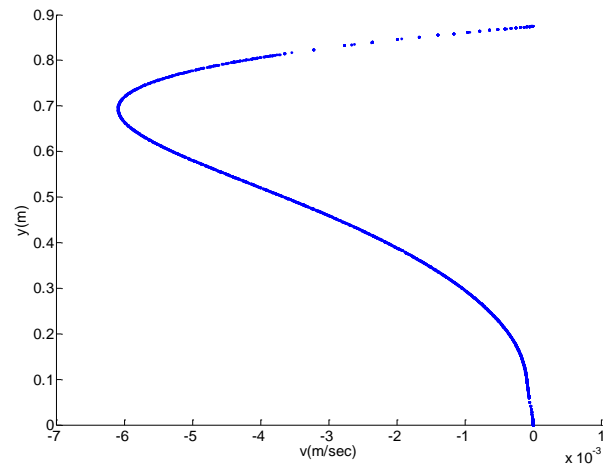


$x=0.50$

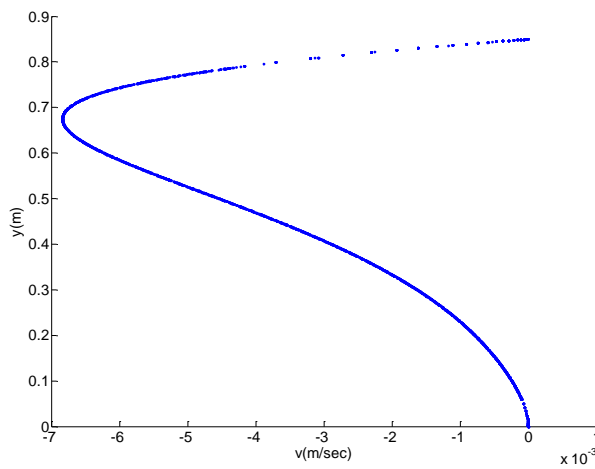
Σχήμα 37. Κατανόμή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση x σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φαντίου σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές. $Re=11$.



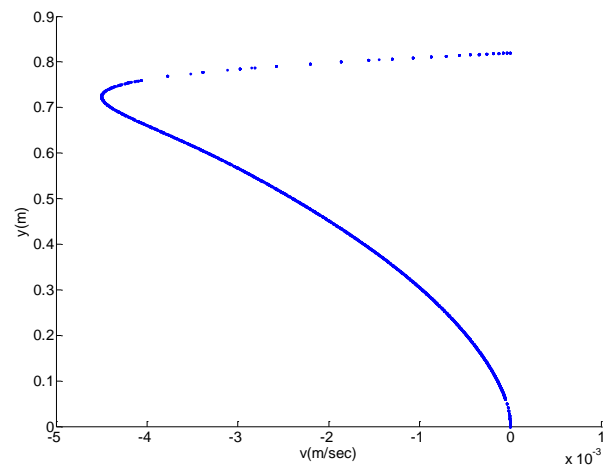
$x=0.00$



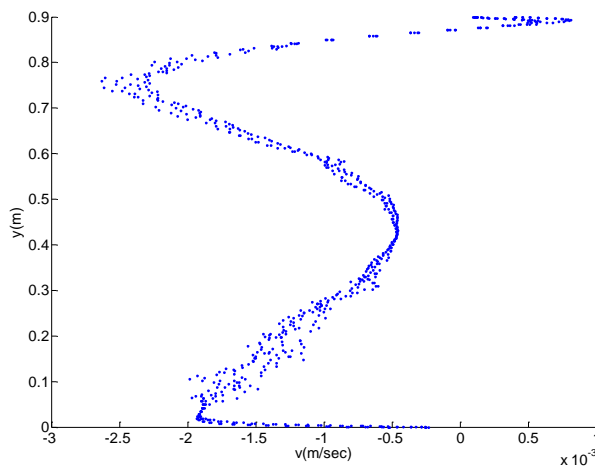
$x=0.125$



$x=0.25$



$x=0.40$



$x=0.50$

Σχήμα 38. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές. $Re=11$.

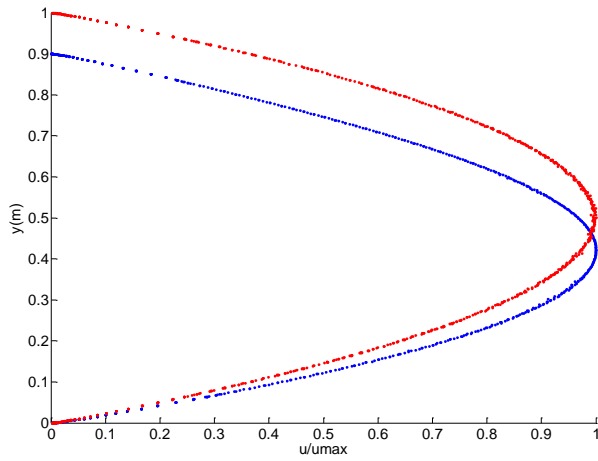
Όπως φαίνεται παραπάνω από τα σχήματα κατανομής του μέτρου της ταχύτητας και των ταχυτήτων κατά τις δύο διευθύνσεις της ροής (x,y) γίνεται φανερό ότι η ταχύτητα κατά την διεύθυνση y δεν επηρεάζει στην τελική τιμή του μέτρου της ταχύτητας, σε αντίθεση με την ταχύτητα κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής (διεύθυνση x), η οποία παίζει καθοριστικό ρόλο στην τελική της τιμή. Ειδικότερα παρατηρείται από το σχήμα 39 ότι η y συνιστώσα της ταχύτητας αναπτύσσει τιμές από 0,001 m/sec μέχρι 0,007 m/sec που είναι η μέγιστη τιμή. Οι τιμές αυτές είναι μηδαμινές σε σχέση με την μέγιστη τιμή της ταχύτητας κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής που φτάνει περίπου την τιμή $u=0,095\text{m/sec}$.

Πολύ σημαντικό στοιχείο αποτελεί η τιμή της μέγιστης και της μέσης ταχύτητας που αναπτύσσονται κατά μήκος του καναλιού ανάλογα με τον αριθμό Re. Εδώ πάλι ο λόγος των δυο ταχυτήτων συγκρίνεται με αυτόν της δισδιάστατης ροής Poiseuille για την οποία η μελέτη της δομής της ροής είναι πλήρης και η σχέση των δύο ταχυτήτων γνωστή ($\bar{U} = \frac{2}{3} U_{\max}$). Όπως φαίνεται η προσομοίωση είναι αρκετά ικανοποιητική και έτσι είναι δυνατή η εκτίμηση της μίας ταχύτητας αν είναι γνωστή η τιμή της άλλης.

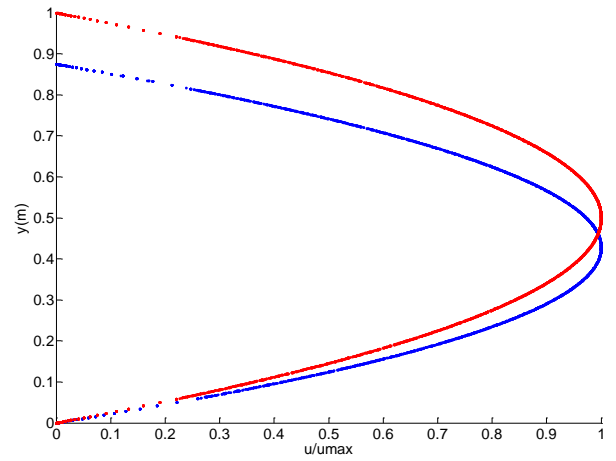
| Μορφή προεξοχής | αριθμός Re | Πυκνότητα (kg/m ³) | Ιξώδες (kg m ⁻¹ s ⁻¹) | Μέγιστη Ταχύτητα U _{max} (m/s) | Μέση Ταχύτητα \bar{U} (m/s) | U _{max} / \bar{U} (m/s) |
|---------------------|------------|--------------------------------|--|---|-------------------------------|------------------------------------|
| ορθογώνια τριγωνική | 11 | 10 | 0,10 | 0,09529 | 0,057 | 1,656 |
| | 34 | 10 | 0,10 | 0,28226 | 0,171 | 1,646 |
| | 56 | 10 | 0,10 | 0,46553 | 0,284 | 1,638 |
| | 68 | 10 | 0,10 | 0,55303 | 0,339 | 1,626 |
| | 90 | 10 | 0,10 | 0,73739 | 0,451 | 1,634 |
| | 101 | 10 | 0,10 | 0,82752 | 0,506 | 1,633 |

Πίνακας 5. Τιμές μέγιστης και μέσης ταχύτητας ανά αριθμό Re για ροή σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές στην επάνω πλάκα του καναλιού.

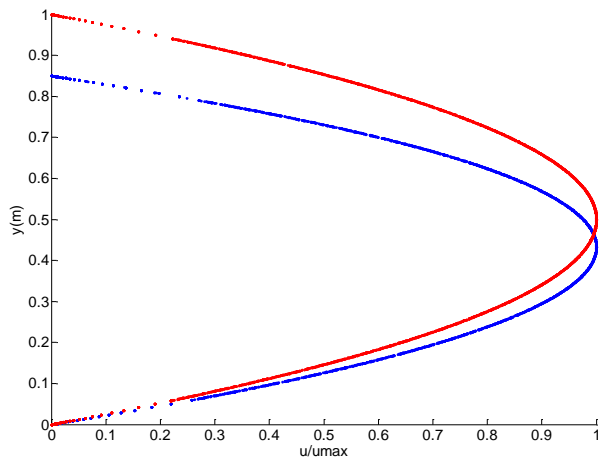
Στο σχήμα 39 παρουσιάζεται η σύγκριση του αδιάστατου μέτρου της ταχύτητας για την περίπτωση της πλάκας με ορθογωνική προεξοχή σε σχέση με την κατανομή ταχύτητας στην περίπτωση των επίπεδων πλακών για αριθμό Re 11. Παρατηρούμε απόκλιση των δύο περιπτώσεων, που δικαιολογείται και από την ποσοστιαία διαφορά του πηλίκου U_{max} / \bar{U} , η τιμή του οποίου αγγίζει το 10,4% το μέγιστο.



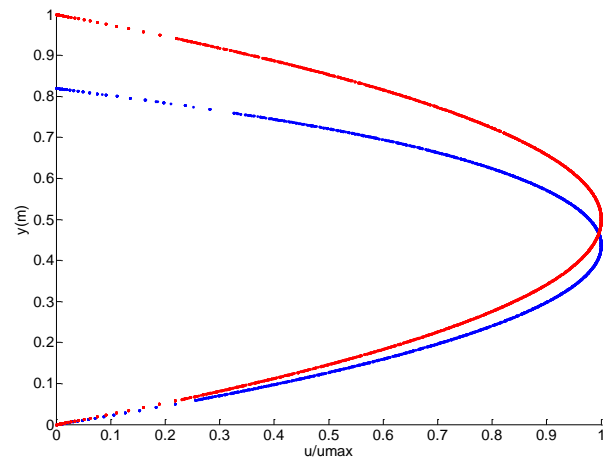
$x=0.00$



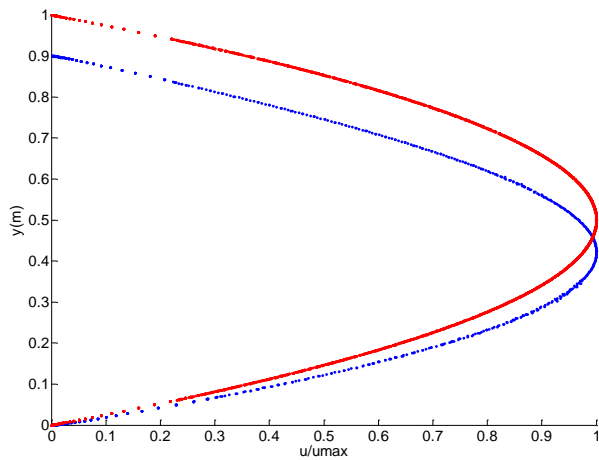
$x=0.125$



$x=0.25$



$x=0.40$

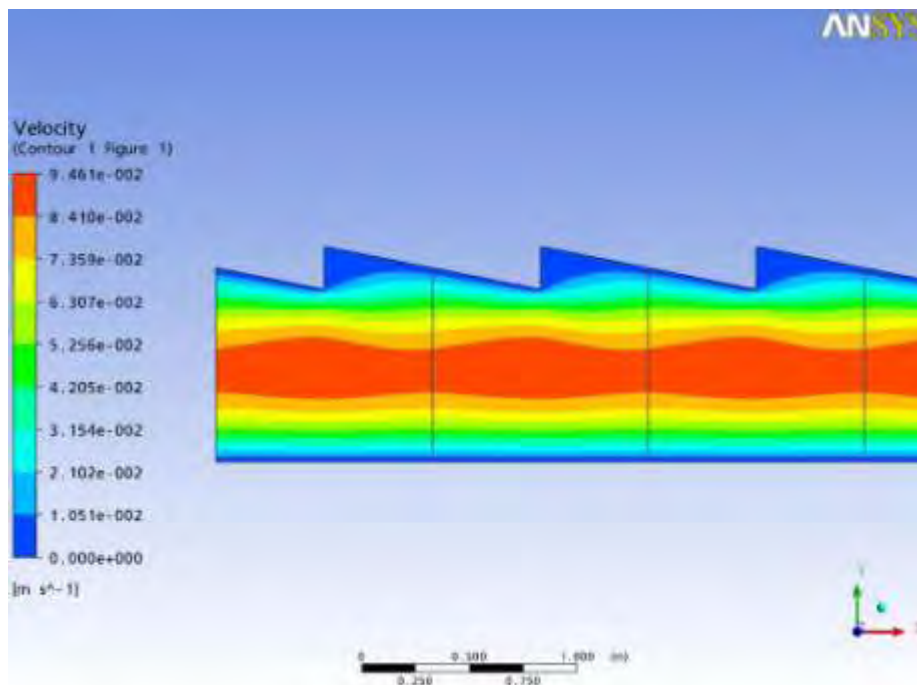


$x=0.50$

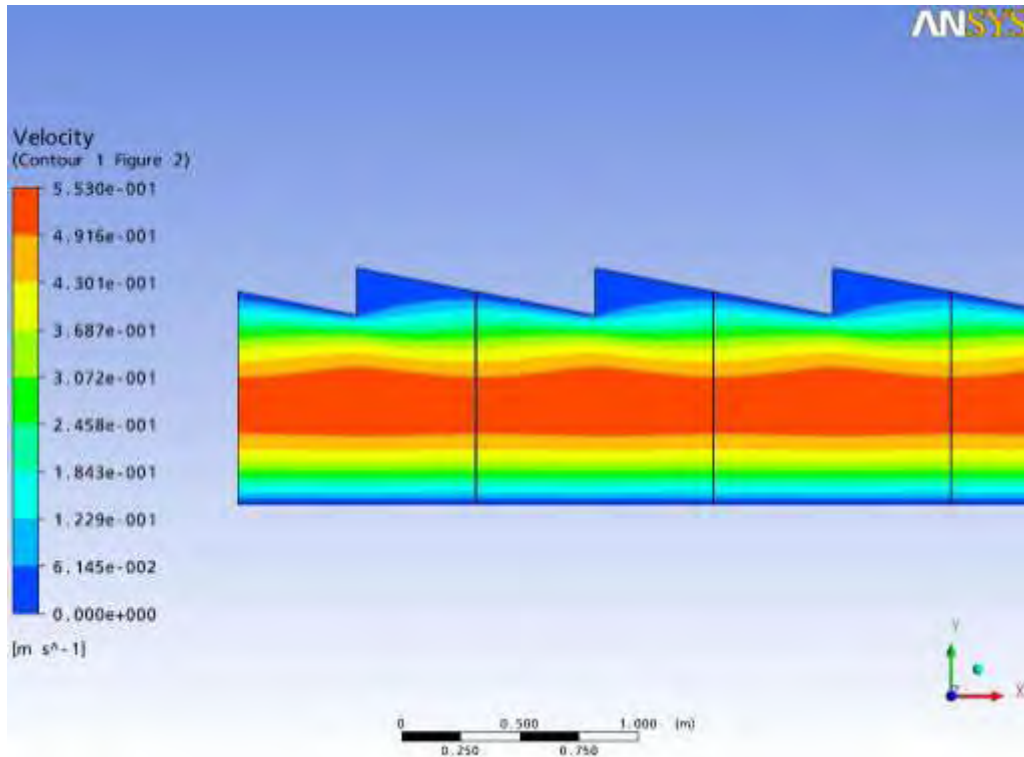
Σχήμα 39. Σύγκριση της αριθμητικής λύσης (μπλε) αδιάστατης κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου και του προφίλ ροής Poiseuille (κόκκινο) $Re=11$ σε κανάλι με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές.

Από το προφίλ ταχυτήτων παρατηρούμε ότι κοντά στην προεξοχή η ταχύτητα παρουσιάζει διαφορές σε σχέση με το παραβολικό προφίλ καθώς αυτή η αλλαγή τις γεωμετρίας επηρεάζει την κίνηση του ρευστού, ωστόσο σε σχέση με την προηγούμενη εξεταζόμενη περίπτωση των ορθογωνικών προεξοχών, η μεταβολή αυτή είναι μικρότερη. Από την άλλη μεριά, στο υπόλοιπο κομμάτι του αγωγού, εκεί όπου η γεωμετρία του είναι σταθερή, το προφίλ ταχυτήτων ταυτίζεται με το παραβολικό. Στο εσωτερικό του καναλιού το ρευστό κινείται ανεμπόδιστα και έτσι δημιουργείται, όπως και στην προηγούμενη εξεταζόμενη περίπτωση, στρώμα διάτμησης. Το προφίλ ταχύτητας στην επίπεδη κάτω πλάκα του καναλιού δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη προεξοχών στην επάνω πλάκα.

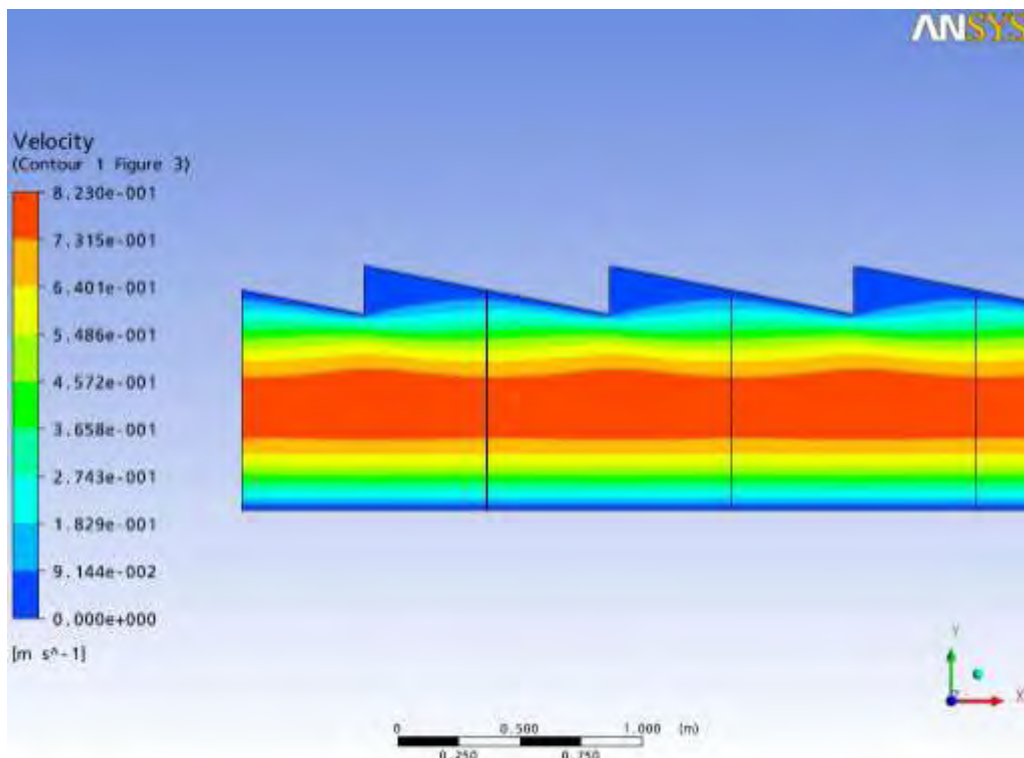
Όπως και στη ροή Poiseuille, στα τοιχώματα ισχύει η συνθήκη μη ολίσθησης, ενώ η ταχύτητα είναι μηδενική. Στα σχήματα 41,42,43 δίνεται η σχηματική απεικόνιση των ισοϋψών καμπύλων (contour plot) του μέτρου της ταχύτητας σε όλο το υπολογιστικό φαινόμενο για αριθμούς Re 11, 68, 101.



Σχήμα 40. Ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=11$.

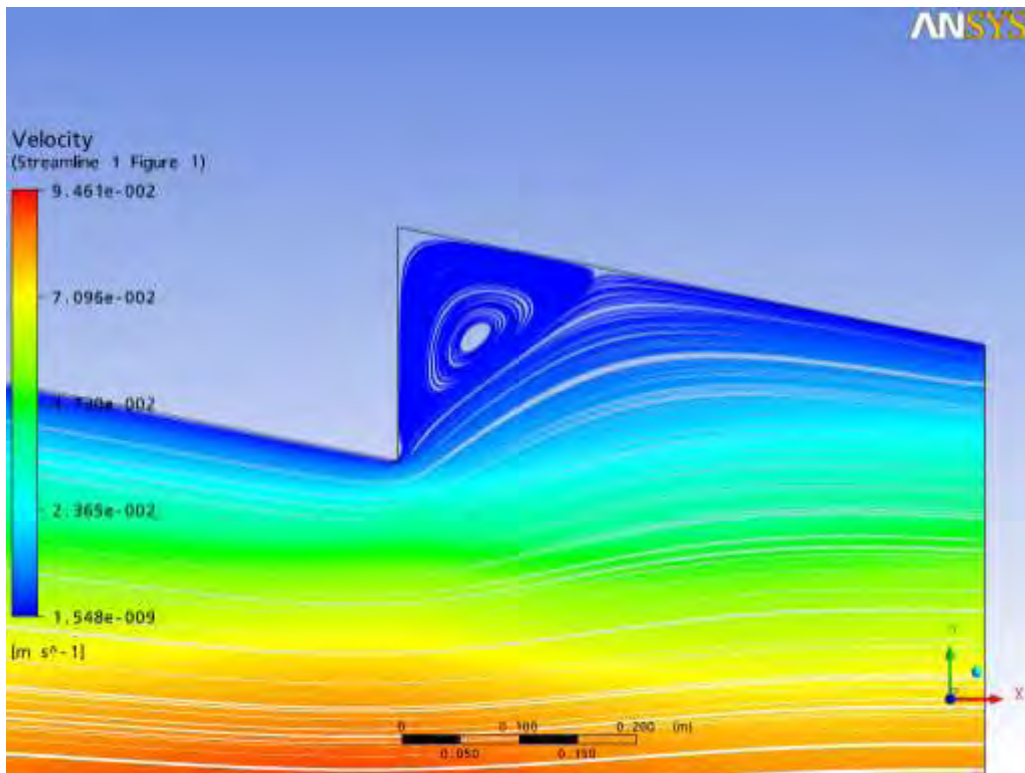


Σχήμα 41. Ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνκή προεξοχή. $Re=68$.

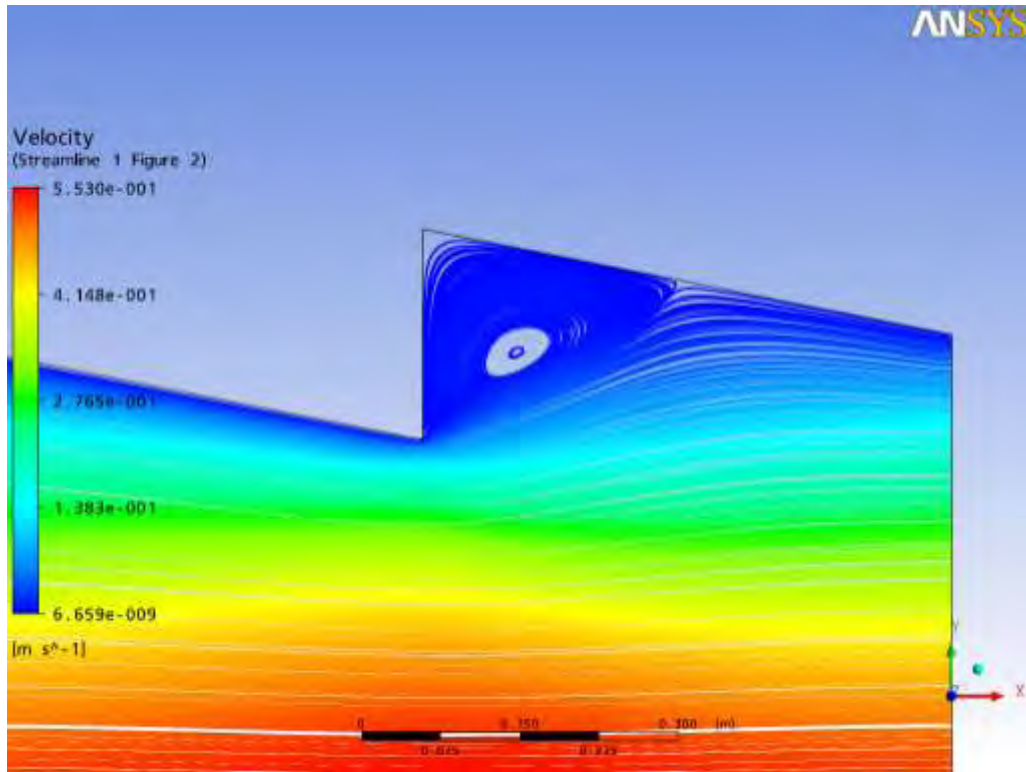


Σχήμα 42. Ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνκή προεξοχή. $Re=101$.

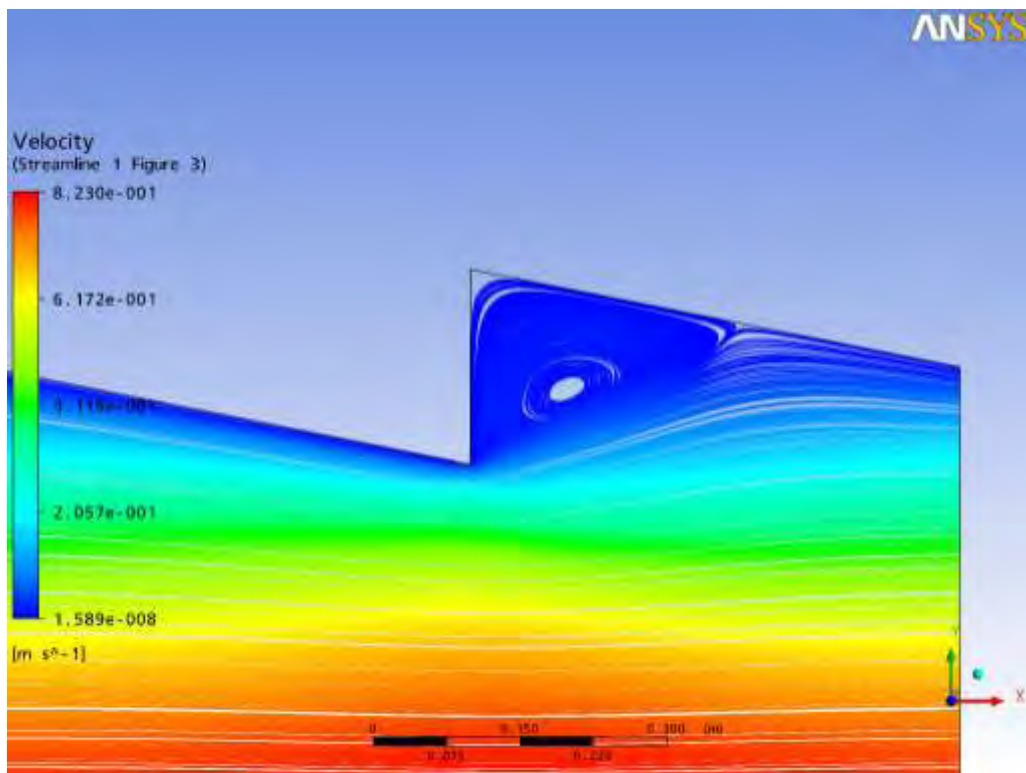
Ο σχεδιασμός των γραμμών ροής γίνεται με τη χρήση 1000 σημείων που ισαπέχουν μεταξύ τους δημιουργώντας 1000 γραμμές ροής (από κάθε σημείο διέρχεται μία και μοναδική γραμμή ροής). Η ύπαρξη των προεξοχών και κατά συνέπεια η απότομη αλλαγή της γεωμετρίας, εξαναγκάζει το ρευστό να εγκλωβιστεί στο εσωτερικό της εσοχής όπου δημιουργείται μία δίνη, με φορά αριστερόστροφη, με ταυτόχρονη διαστολή των γραμμών ροής. Η αύξηση του αριθμού Re συντελεί στη μεγαλύτερη διαστολή των γραμμών ροής και αύξηση του πλάτους της δίνης, όπως αυτό φαίνεται και από τα σχήματα 43,44,45.



Σχήμα 43. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=11$.

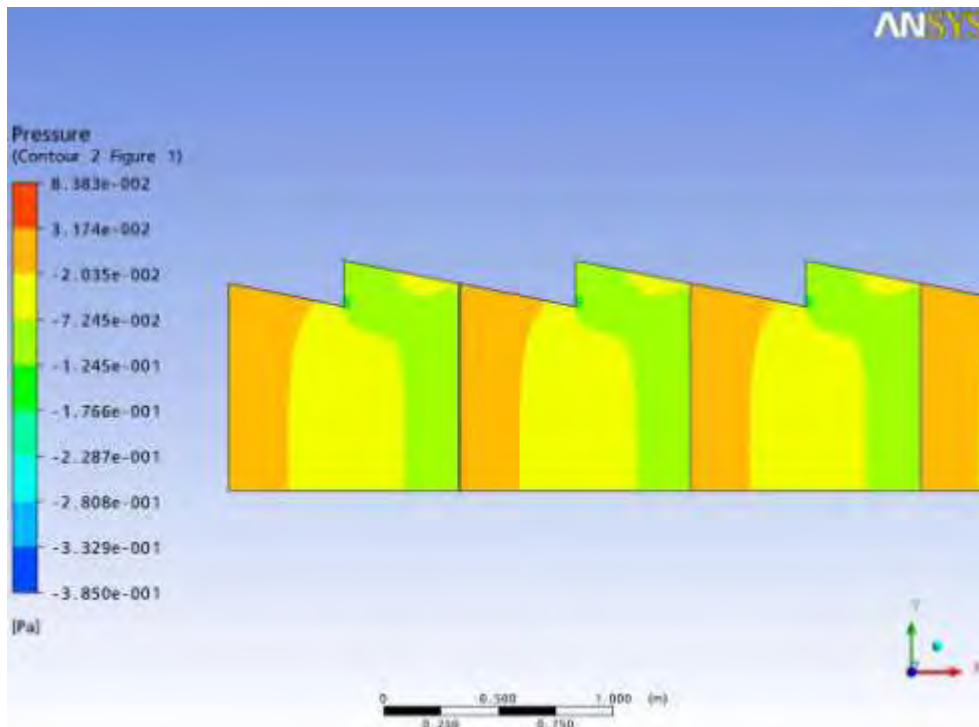


Σχήμα 44. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=68$.

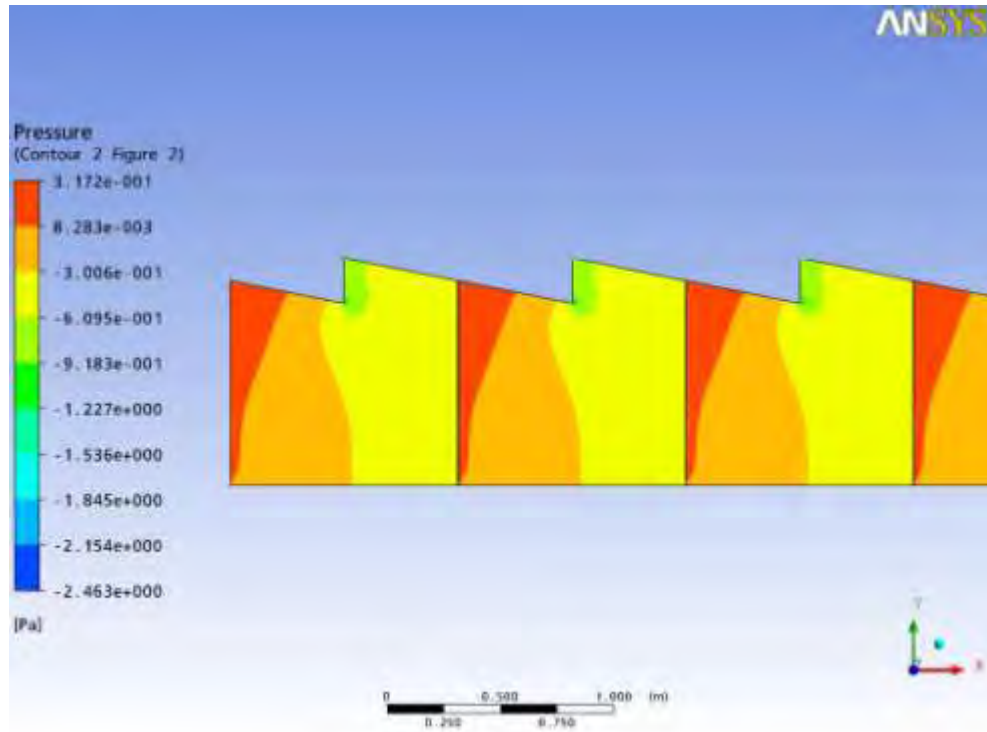


Σχήμα 45. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=101$.

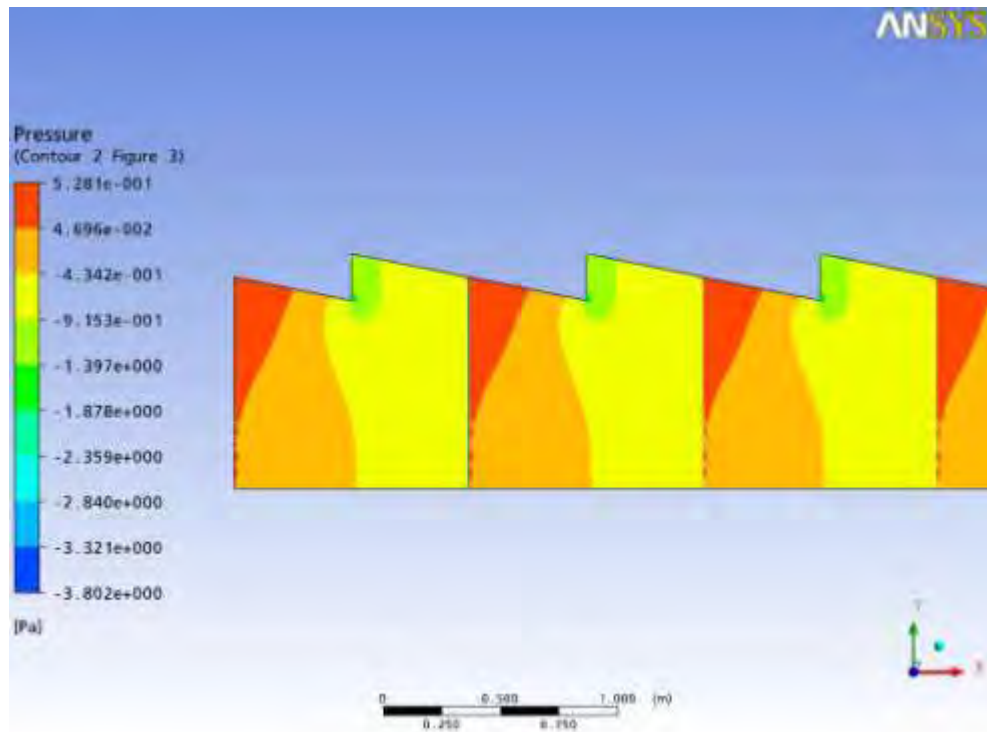
Στα σχήματα 47,48,49 απεικονίζεται το πεδίο της πίεσης στο κανάλι με τις ορθογώνια τριγωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας για αριθμούς Re 11, 67 και 101 αντίστοιχα. Η μεταβολή της γεωμετρίας που δημιουργούν οι προεξοχές επηρεάζει σημαντικά το μέγεθος της πίεσης, στα σημεία που δημιουργούνται οι ασυνέχειες. Στα σημεία αυτά η μεταβολή της πίεσης είναι αρκετά μεγάλη εξαιτίας της εξαναγκασμένης κίνησης που του επιβάλλει η γεωμετρία που ακολουθεί η κίνηση του ρευστού. Στο κυρίως τμήμα του καναλιού και στα κατώτερα στρώματα του αγωγού η μεταβολή της πίεσης είναι εν γένει μικρή.



Σχήμα 46. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. Re=11.



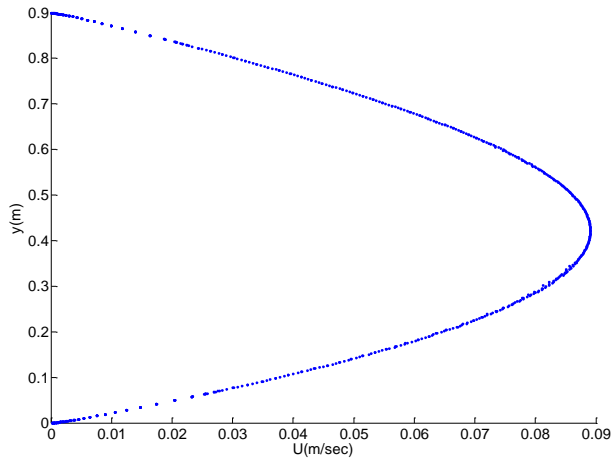
Σχήμα 47. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=68$.



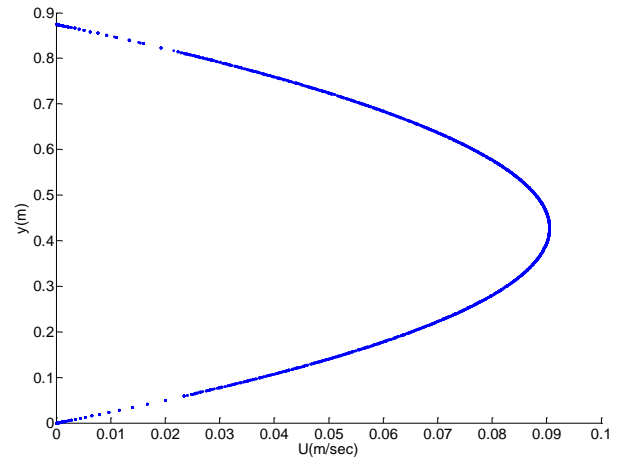
Σχήμα 48. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογώνια τριγωνική προεξοχή. $Re= 101$.

2.4 ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ

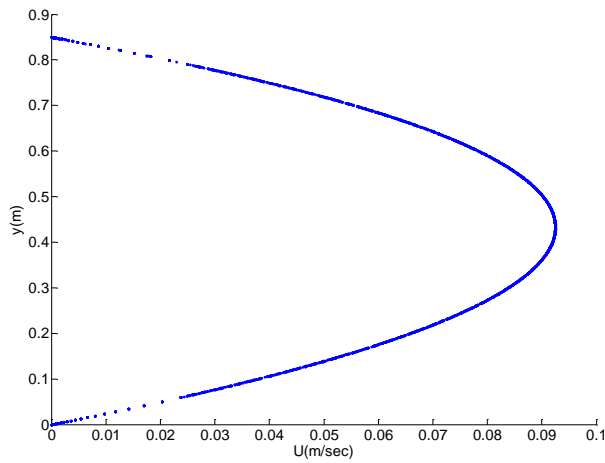
Η μόνιμη στρωτή ροή αναπτύσσεται σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας. Οι εξισώσεις έχουν επιλυθεί για εύρος τιμών του αριθμού Re . Όπως με τις προηγούμενες περιπτώσεις ροής, το ρευστό δεν μπορεί να αναπτύξει μεγάλες ταχύτητες μέσα στην εσοχή. Στα σημεία αυτά οι ταχύτητες γίνονται ολοένα μικρότερες όσο περισσότερο πλησιάζουν στα τοιχώματα, όπου εκεί παίρνουν μηδενική τιμή. Παρακάτω δίνεται η σχηματική απεικόνιση της κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε διάφορες διατομές του υπολογιστικού φατνίου, η κατανομή της ταχύτητας κατά την κατεύθυνση x (ταχύτητα u) και η κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y (ταχύτητα v) στις ίδιες διατομές για αριθμό Re 13 .



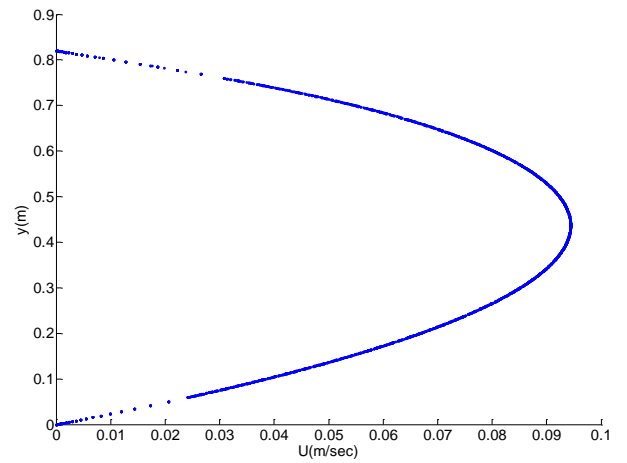
$x=0.00$



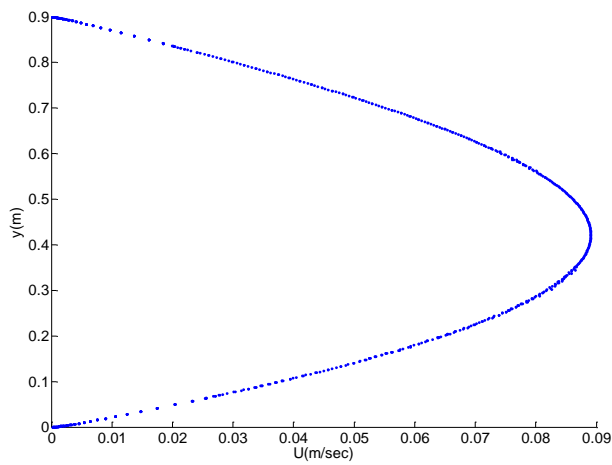
$x=0.125$



$x=0.25$

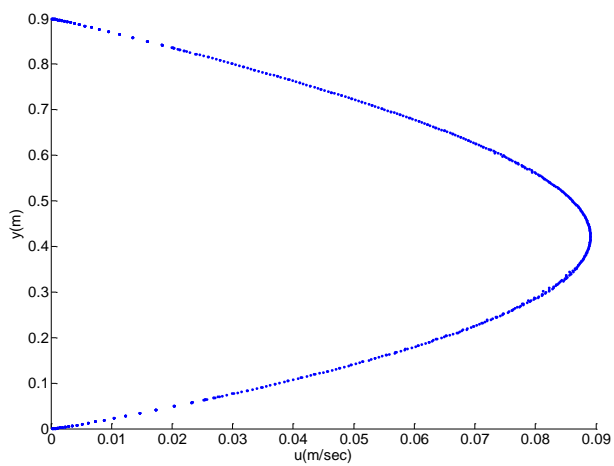


$x=0.40$

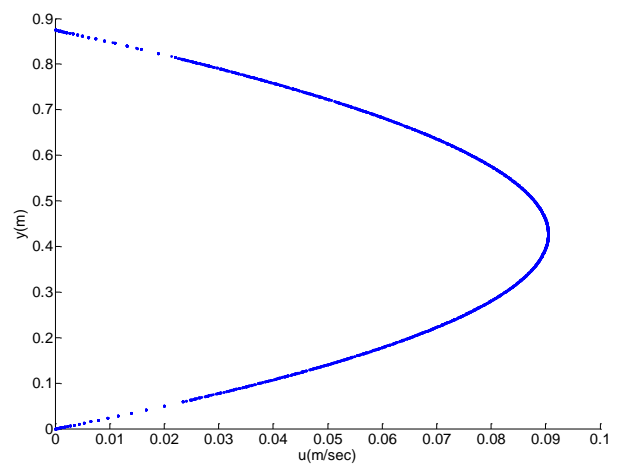


$x=0.50$

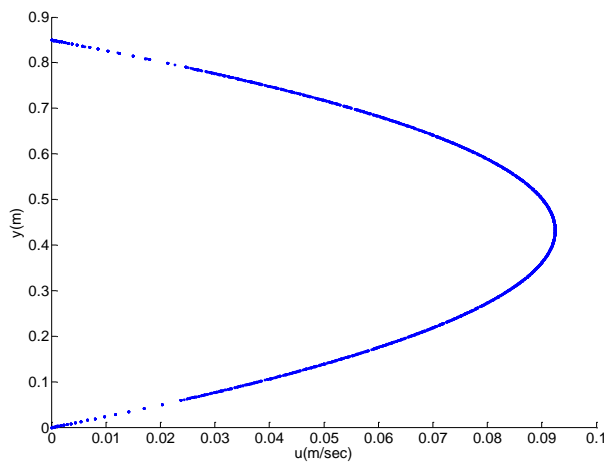
Σχήμα 49. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=13$.



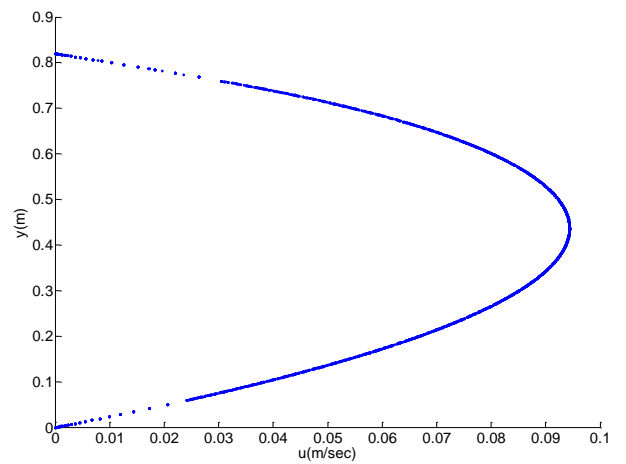
$x=0.00$



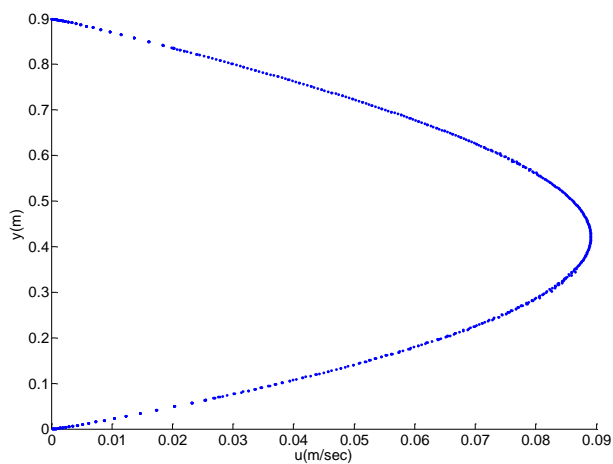
$x=0.125$



$x=0.25$

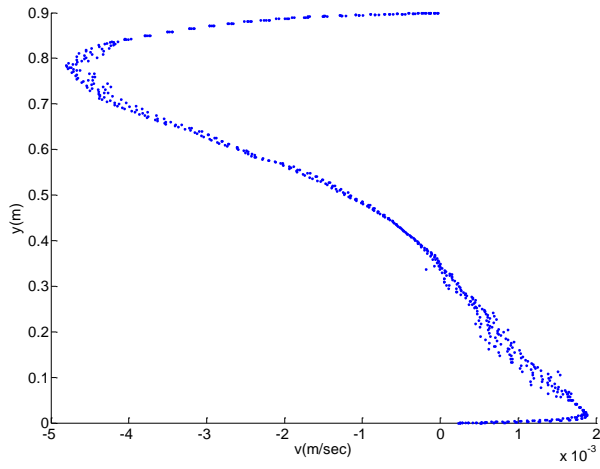


$x=0.40$

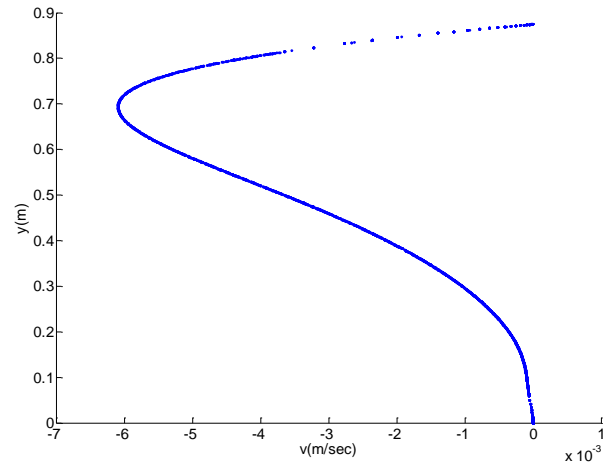


$x=0.50$

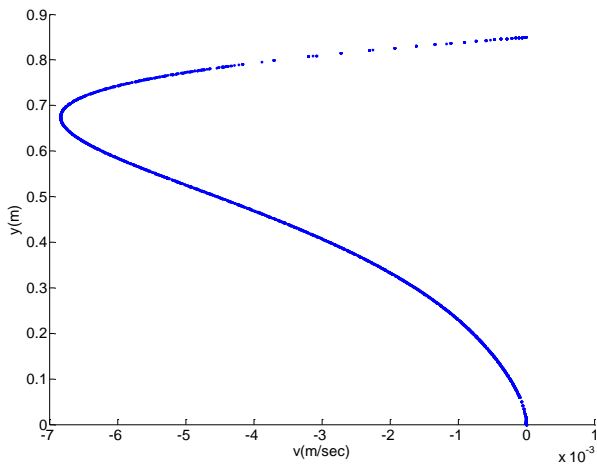
Σχήμα 50. Κατανόμη της ταχύτητας κατά την διεύθυνση x σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φαντίου σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=66$.



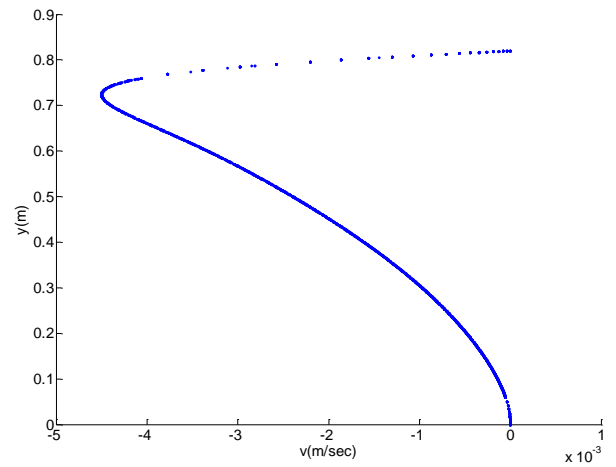
$x=0.00$



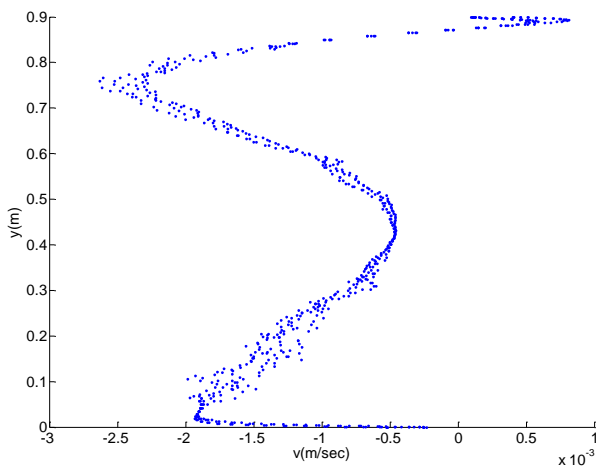
$x=0.125$



$x=0.25$



$x=0.40$



$x=0.50$

Σχήμα 51. Κατανομή της ταχύτητας κατά την διεύθυνση y σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=118$.

Όπως φαίνεται παραπάνω από τα σχήματα κατανομής του μέτρου της ταχύτητας και των ταχυτήτων κατά τις δύο διευθύνσεις της ροής (x,y) γίνεται φανερό ότι η ταχύτητα κατά την διεύθυνση y δεν επηρεάζει στην τελική τιμή του μέτρου της ταχύτητας, σε αντίθεση με την ταχύτητα κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής (διεύθυνση x), η οποία παίζει καθοριστικό ρόλο στην τελική της τιμή. Από το σχήμα 52 ότι η y συνιστώσα της ταχύτητας αναπτύσσει τιμές από 0,001 m/sec μέχρι 0,007 m/sec που είναι η μέγιστη τιμή. Οι τιμές αυτές είναι μηδαμινές σε σχέση με την μέγιστη τιμή της ταχύτητας κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής που φτάνει περίπου την τιμή $u=0,095\text{m/sec}$. Από τα αποτελέσματα της ροής αυτής παρατηρούμε ότι παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με την περίπτωση των ορθογώνιων τριγωνικών προεξοχών.

Πολύ σημαντικό στοιχείο αποτελεί η τιμή της μέγιστης και της μέσης ταχύτητας που αναπτύσσονται κατά μήκος του καναλιού ανάλογα με τον αριθμό Re. Εδώ πάλι ο λόγος των δυο ταχυτήτων συγκρίνεται με αυτόν της δισδιάστατης ροής Poiseuille για την οποία η μελέτη της δομής της ροής είναι πλήρης και η σχέση των δύο ταχυτήτων γνωστή

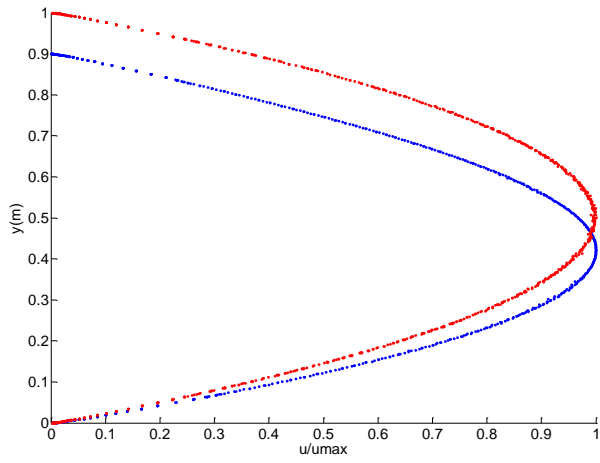
($\bar{U} = \frac{2}{3}U_{\max}$). Όπως φαίνεται η προσομοίωση είναι αρκετά ικανοποιητική και έτσι είναι

δυνατή η εκτίμηση της μίας ταχύτητας αν είναι γνωστή η τιμή της άλλης.

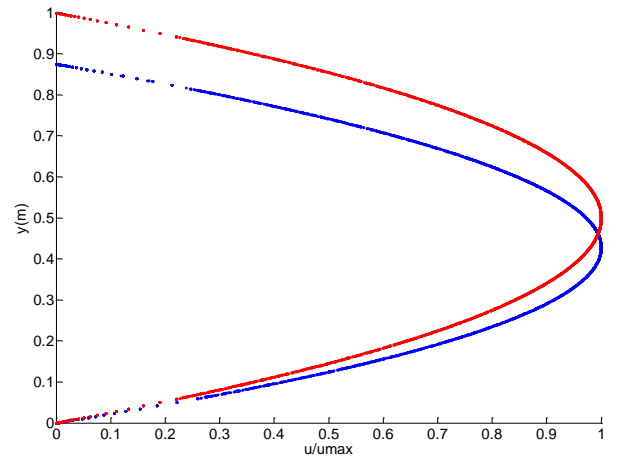
| Μορφή προεξοχής | αριθμός Re | Πυκνότητα (kg/m ³) | Ιξώδες (kg m ⁻¹ s ⁻¹) | Μέγιστη Ταχύτητα U _{max} (m/s) | Μέση Ταχύτητα \bar{U} (m/s) | U _{max} / \bar{U} (m/s) |
|----------------------|------------|--------------------------------|--|---|-------------------------------|------------------------------------|
| αμβλυγώνια τριγωνική | 13 | 10 | 0,10 | 0,102 | 0,067 | 1,532 |
| | 40 | 10 | 0,10 | 0,305 | 0,199 | 1,529 |
| | 66 | 10 | 0,10 | 0,506 | 0,331 | 1,526 |
| | 79 | 10 | 0,10 | 0,606 | 0,397 | 1,525 |
| | 105 | 10 | 0,10 | 0,805 | 0,528 | 1,524 |
| | 118 | 10 | 0,10 | 0,904 | 0,593 | 1,524 |

Πίνακας 6. Τιμές μέγιστης και μέσης ταχύτητας ανά αριθμό Re για ροή σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές κοντά στην επάνω πλάκα του καναλιού.

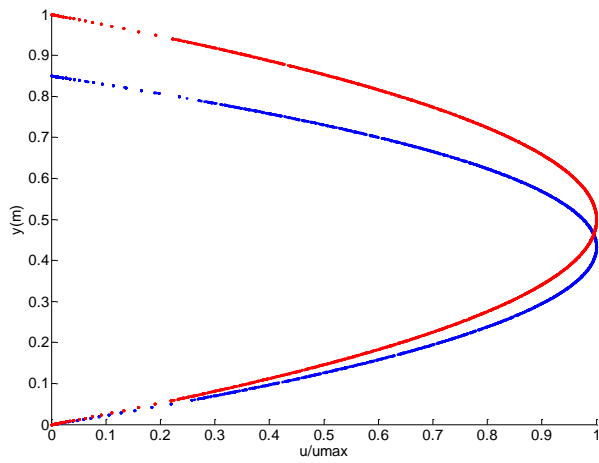
Παρακάτω παραθέτω τα διαγράμματα σύγκρισης του αδιάστατου μέτρου της ταχύτητας για την περίπτωση της πλάκας με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή σε σχέση με την κατανομή ταχύτητας στην περίπτωση των επίπεδων πλακών για αριθμό Re 13. Από αυτά παρατηρούμε ότι η απόκλιση των δύο περιπτώσεων είναι αρκετά μικρή, πράγμα το οποίο επιβεβαιώνει η ποσοστιαία διαφορά του πηλίκου U_{max} / \bar{U} , η τιμή του οποίου αγγίζει το 2,13% το μέγιστο.



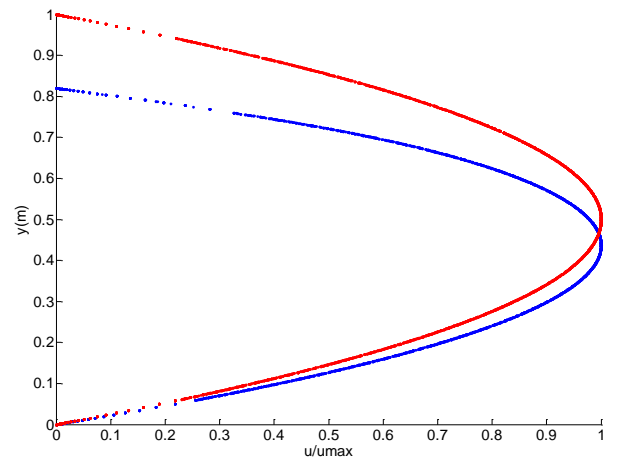
$x=0.00$



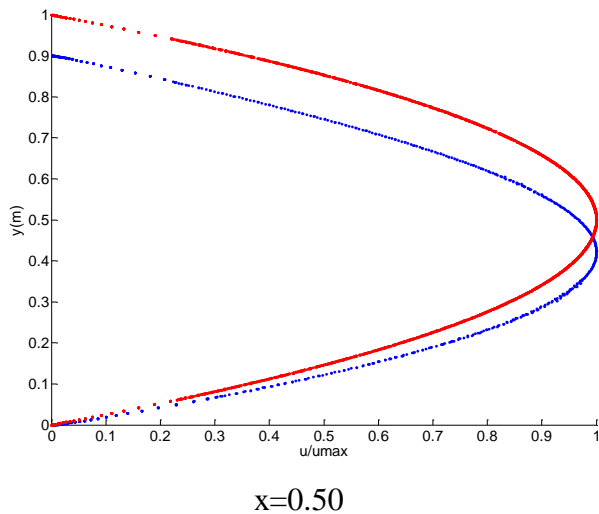
$x=0.125$



$x=0.25$



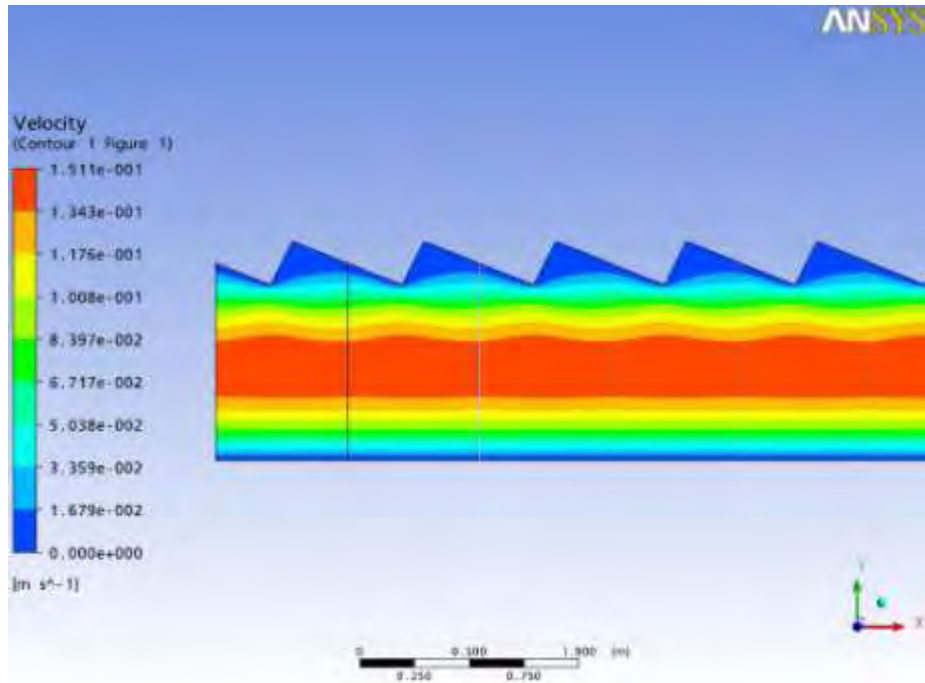
$x=0.40$



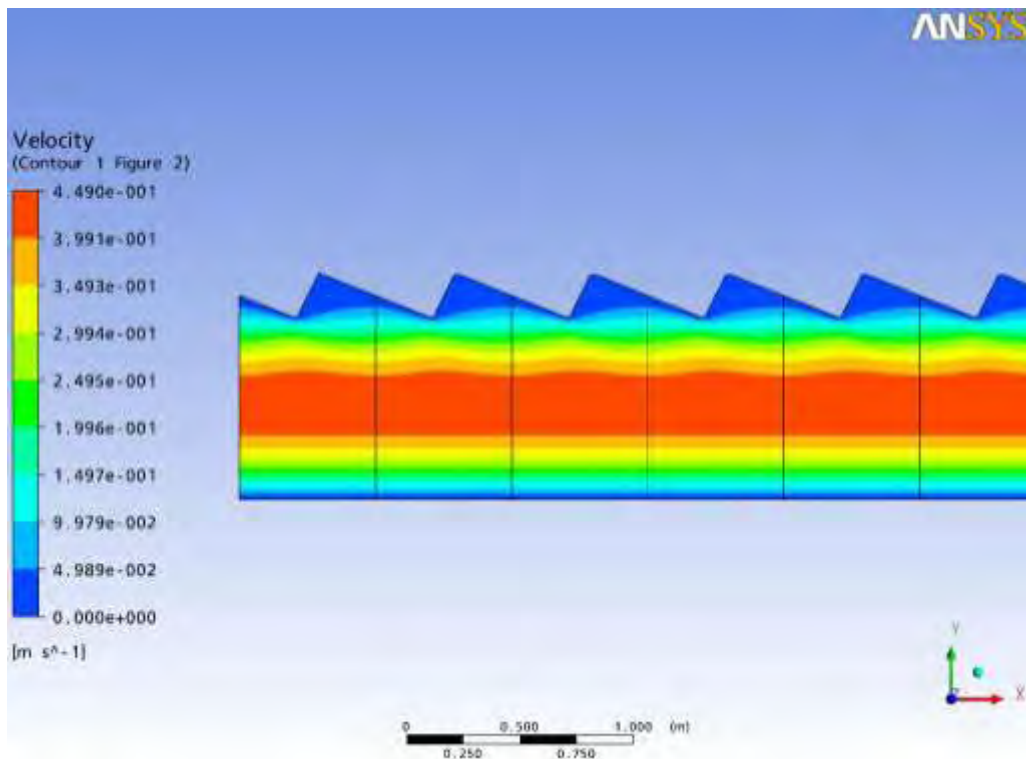
Σχήμα 52. Σύγκριση της αριθμητικής λύσης (μπλε) αδιάστατης κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε ενδεικτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου και του προφίλ ροής Poiseuille (κόκκινο) $Re=13$ σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές.

Από το προφίλ ταχυτήτων παρατηρούμε ότι κοντά στην προεξοχή η ταχύτητα παρουσιάζει διαφορές σε σχέση με το παραβολικό προφίλ καθώς αυτή η αλλαγή τις γεωμετρίας επηρεάζει την κίνηση του ρευστού. Από την άλλη μεριά, στο υπόλοιπο κομμάτι του αγωγού, εκεί όπου η γεωμετρία του είναι σταθερή, το προφίλ ταχυτήτων ταυτίζεται με το παραβολικό. Στο εσωτερικό του καναλιού το ρευστό κινείται ανεμπόδιστα και έτσι δημιουργείται, όπως και στις προηγούμενες εξεταζόμενες περιπτώσεις, στρώμα διάτμησης. Το προφίλ ταχύτητας στην επίπεδη κάτω πλάκα του καναλιού δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη προεξοχών στην επάνω πλάκα.

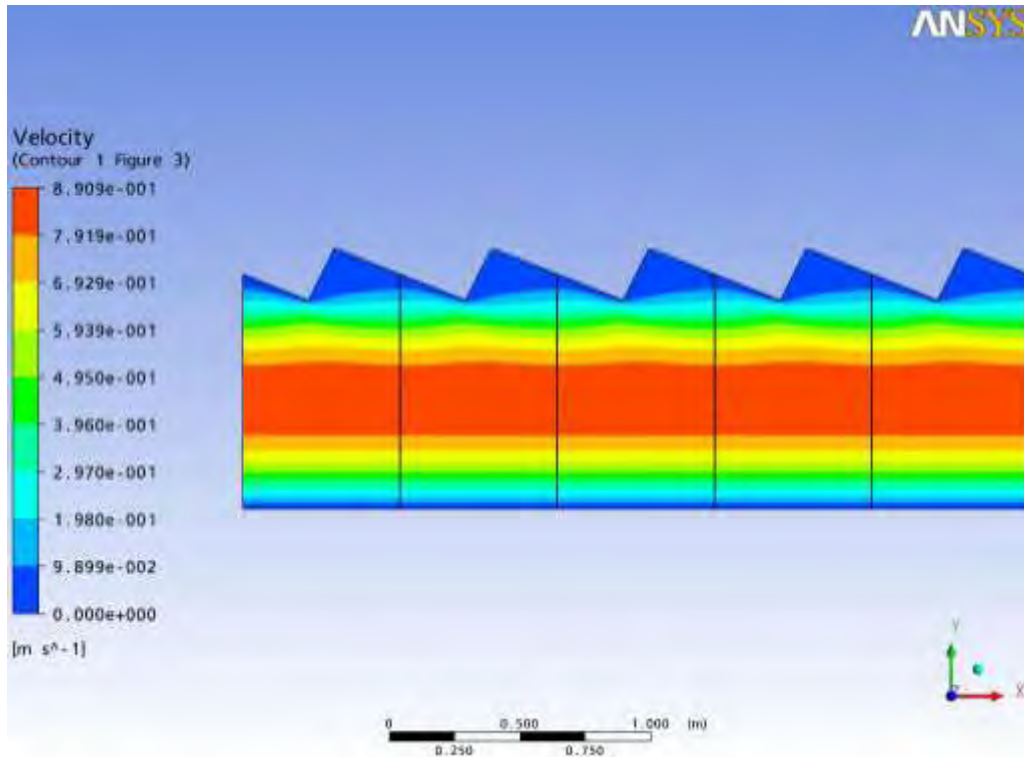
Όπως και στη ροή Poiseuille, στα τοιχώματα ισχύει η συνθήκη μη ολίσθησης, ενώ η ταχύτητα είναι μηδενική. Στα σχήματα 54,55,56 δίνεται η σχηματική απεικόνιση των ισοϋψών καμπύλων (contour plot) του μέτρου της ταχύτητας σε όλο το υπολογιστικό φατνίο για αριθμούς Re 13, 66, 118.



Σχήμα 53. Ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=13$.

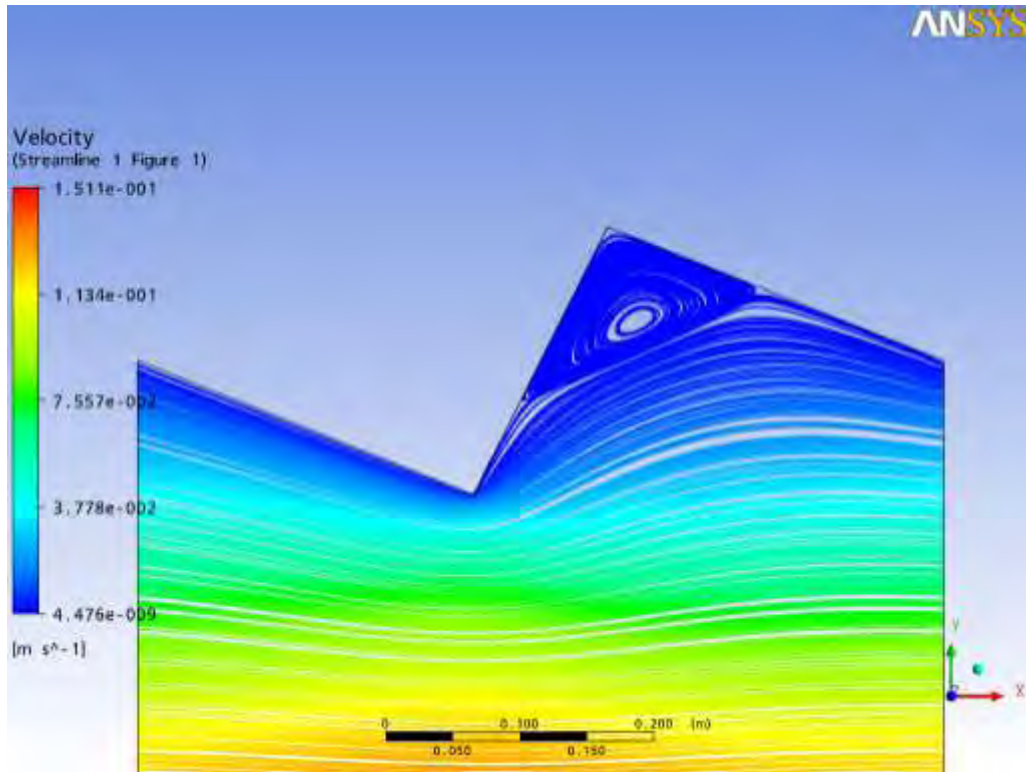


Σχήμα 54. Ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=66$.

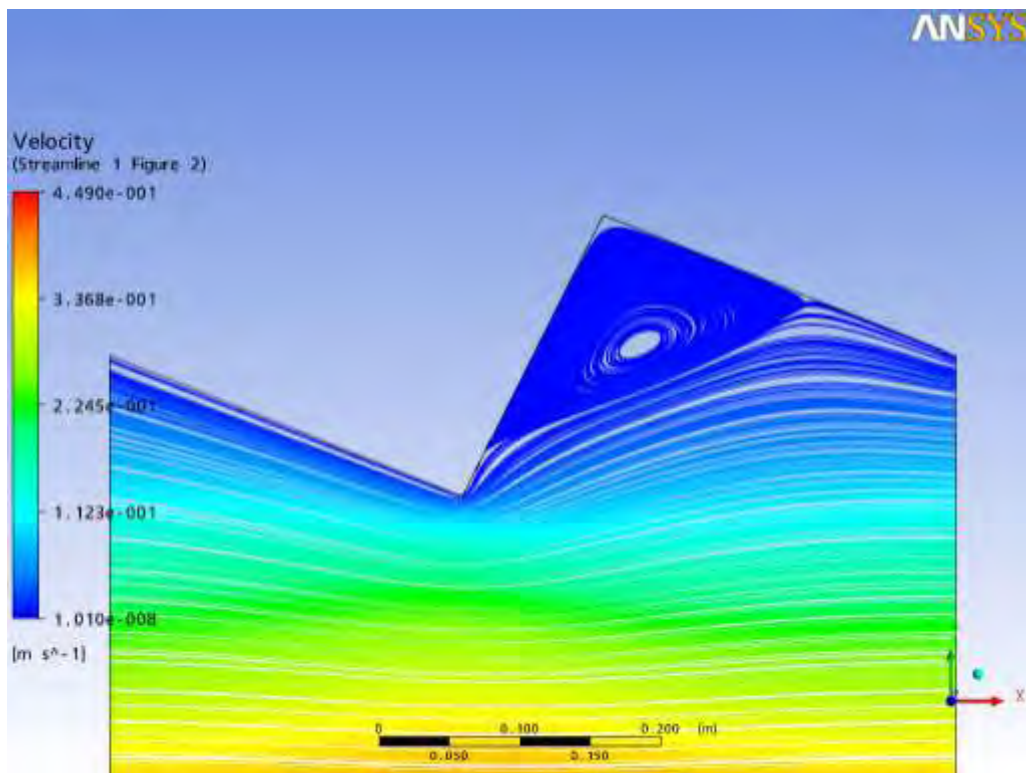


Σχήμα 55. Ισούψεις του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=118$.

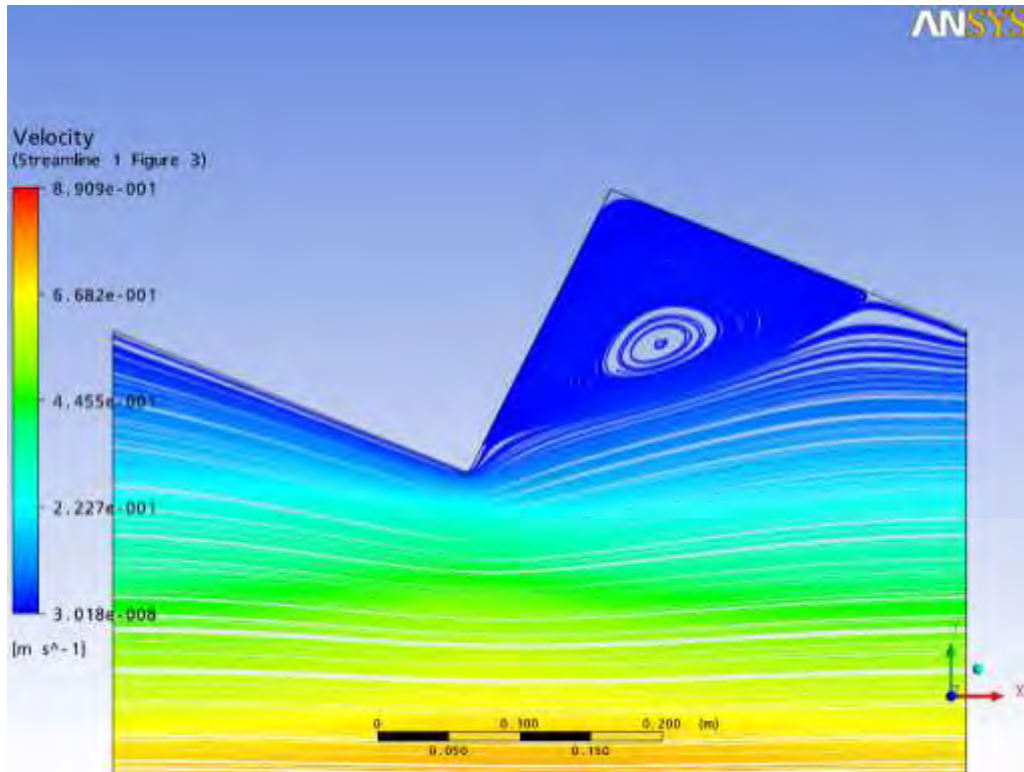
Ο σχεδιασμός των γραμμών ροής γίνεται και εδώ με τη χρήση 1000 σημείων που ισαπέχουν μεταξύ τους δημιουργώντας 1000 γραμμές ροής (από κάθε σημείο διέρχεται μία και μοναδική γραμμή ροής). Η ύπαρξη των προεξοχών εγκλωβίζει το ρευστό στο εσωτερικό της εσοχής όπου δημιουργείται μία δίνη, με φορά αριστερόστροφη, με ταυτόχρονη διαστολή των γραμμών ροής. Η αύξηση του αριθμού Re συντελεί στη μεγαλύτερη διαστολή των γραμμών ροής και αύξηση του πλάτους της δίνης.



Σχήμα 56. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=13$.

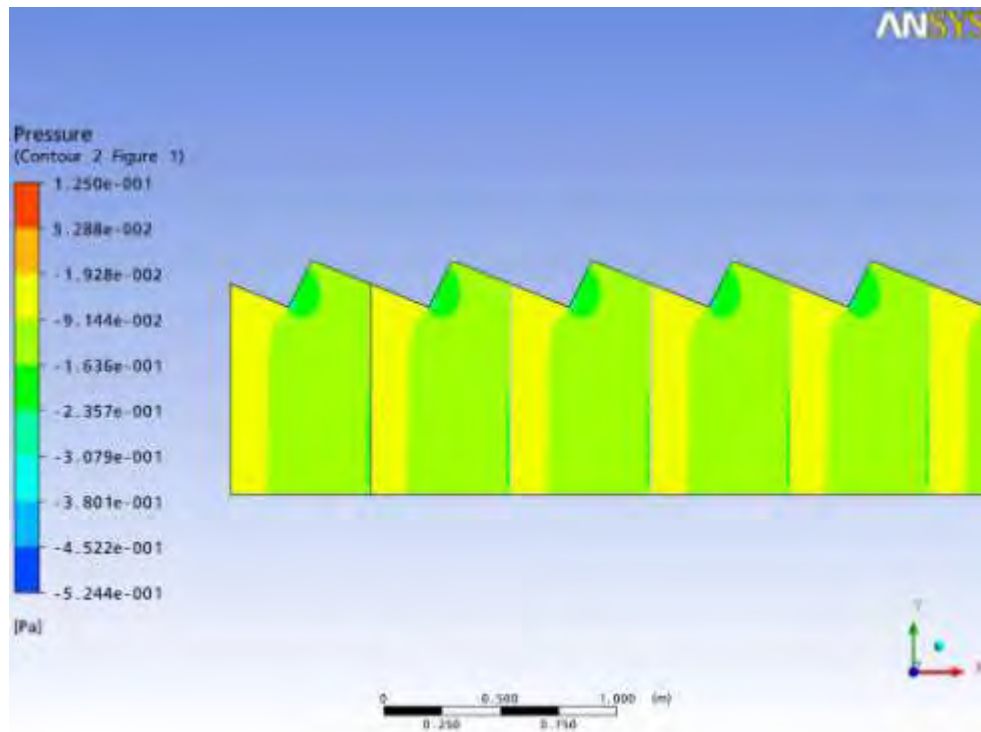


Σχήμα 57. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=66$.

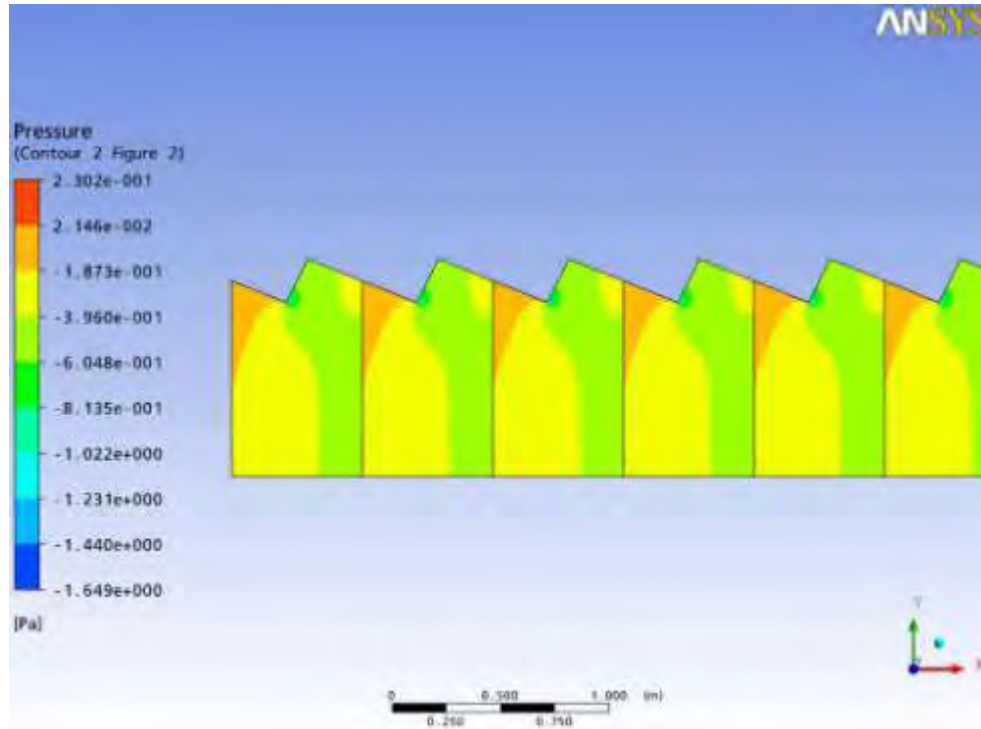


Σχήμα 58. Γραμμές ροής κοντά στην επάνω πλάκα σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=118$.

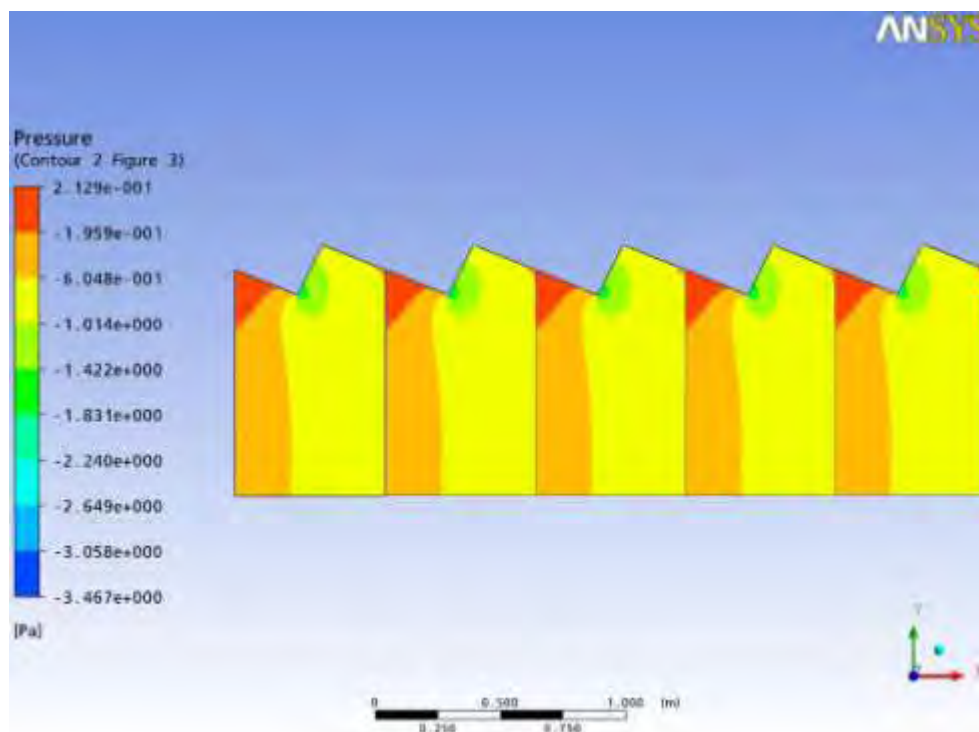
Παρακάτω απεικονίζεται το πεδίο της πίεσης στο κανάλι με τις αμβλυγώνια τριγωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας στα σχήματα 60,61,62 για αριθμούς Re 13, 66 και 118 αντίστοιχα. Η μεταβολή της γεωμετρίας που δημιουργούν οι προεξοχές μεταβάλλουν σημαντικά το μέγεθος της πίεσης, στα σημεία που δημιουργούνται οι ασυνέχειες. Στα σημεία αυτά η μεταβολή της πίεσης είναι αρκετά μεγάλη εξαιτίας της εξαναγκασμένης κίνησης που του επιβάλλει η γεωμετρία που ακολουθεί η κίνηση του ρευστού. Στο κυρίως τμήμα του καναλιού και στα κατώτερα στρώματα του αγωγού η μεταβολή της πίεσης είναι εν γένει μικρή.



Σχήμα 59. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=13$.



Σχήμα 60. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re=66$.



Σχήμα 61. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με αμβλυγώνια τριγωνική προεξοχή. $Re= 118$.

Από την παραπάνω μελέτη των τριών περιπτώσεων περιοδικών προεξοχών μπορούμε να συνάγουμε το συμπέρασμα ότι η αύξηση του αριθμού Re προκαλεί τις ίδιες αναλογικά μεταβολές στα μεγέθη της ταχύτητας, της πίεσης και τη συμπεριφορά των γραμμών ροής. Αναλυτικότερα με την αλλαγή της γεωμετρίας των περιοδικών προεξοχών ,από ορθογωνική σε ορθογώνια τριγωνική και μετέπειτα σε αμβλυγώνια τριγωνική, αυξάνεται η τιμή της μέσης και της μέγιστης ταχύτητας, για τις ίδιες συνθήκες ροής. Επίσης παρατηρούμε ότι για τις ίδιες αλλαγές των συνθηκών ροής η αύξηση του αριθμού Re μετατοπίζει τη θέση των κλειστών γραμμών ροής και μεταβάλλει το πλάτος τους με την ταυτόχρονη διαστολή τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ

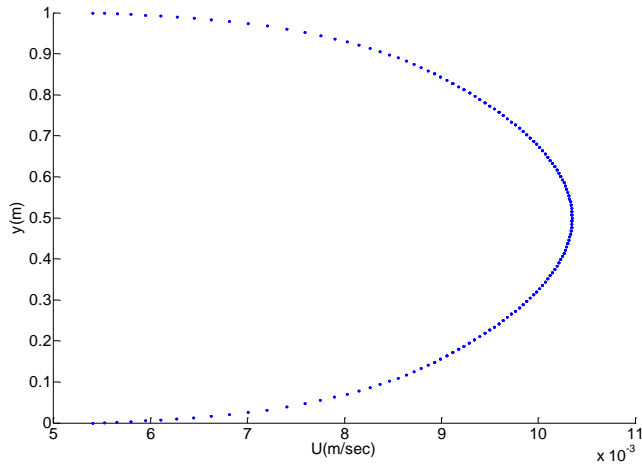
ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ

Η τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται από χαώδεις ή τυχαίες μεταβολές των μεταβλητών του πεδίου ροής αυτών. Πιο συγκεκριμένα, μεταβλητές του πεδίου ροής ενός ρευστού, όπως η πίεση και η ταχύτητα, μεταβάλλονται απότομα και τυχαία για κάθε σημείο του χώρου που καταλαμβάνει το πεδίο ροής και κατά τη χρονική εξέλιξη του φαινομένου. Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας μελετήθηκαν, για μόνιμη πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδης ροή και για τις διάφορες περιπτώσεις περιοδικών προεξοχών της άνω πλάκας του καναλιού, οι μέσες τιμές ταχύτητας και πίεσης.

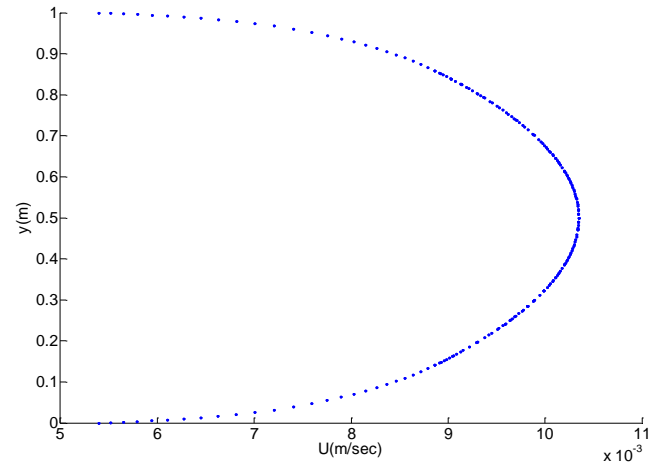
3.1 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΛΑΚΕΣ

Αρχικά, μελετήθηκε η μόνιμη πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδης ροή που αναπτύσσεται μεταξύ δύο παράλληλων επίπεδων ακίνητων πλακών. Η προσομοίωση έγινε για διάφορους αριθμούς Re στο πλαίσιο των παραδοχών που περιγράφονται αναλυτικά στο παράρτημα Ι.

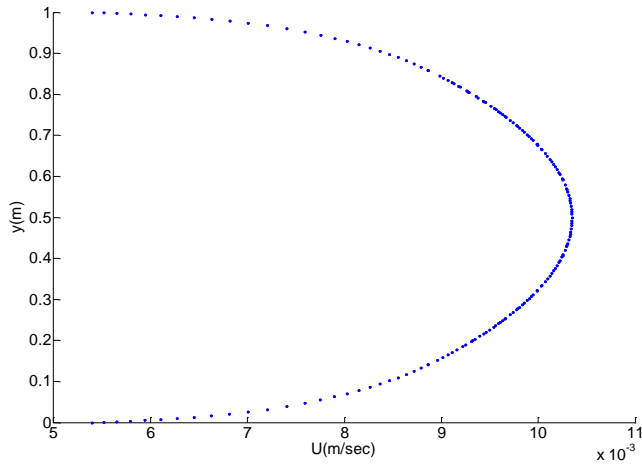
Παρακάτω δίνεται η σχηματική απεικόνιση της κατανομής του μέτρου της ταχύτητας στην είσοδο, στη μέση, σε μερικές ενδιάμεσες διατομές, καθώς και την έξοδο του υπολογιστικού φατνίου, για ενδεικτικό αριθμό Re ($Re = 59687$).



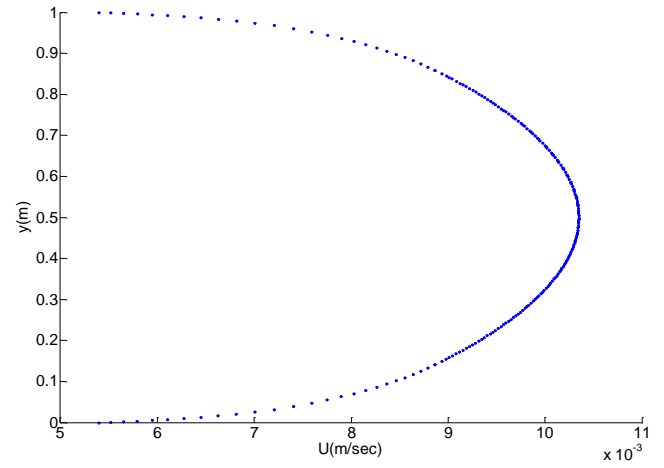
$x=0.00$



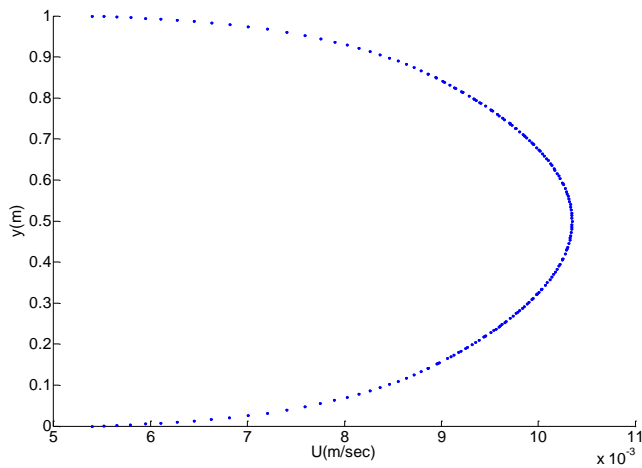
$x=0.125$



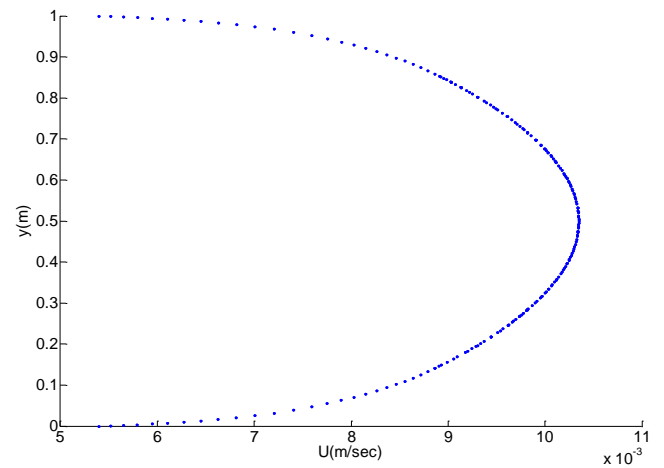
$x=0.25$



$x=0.50$

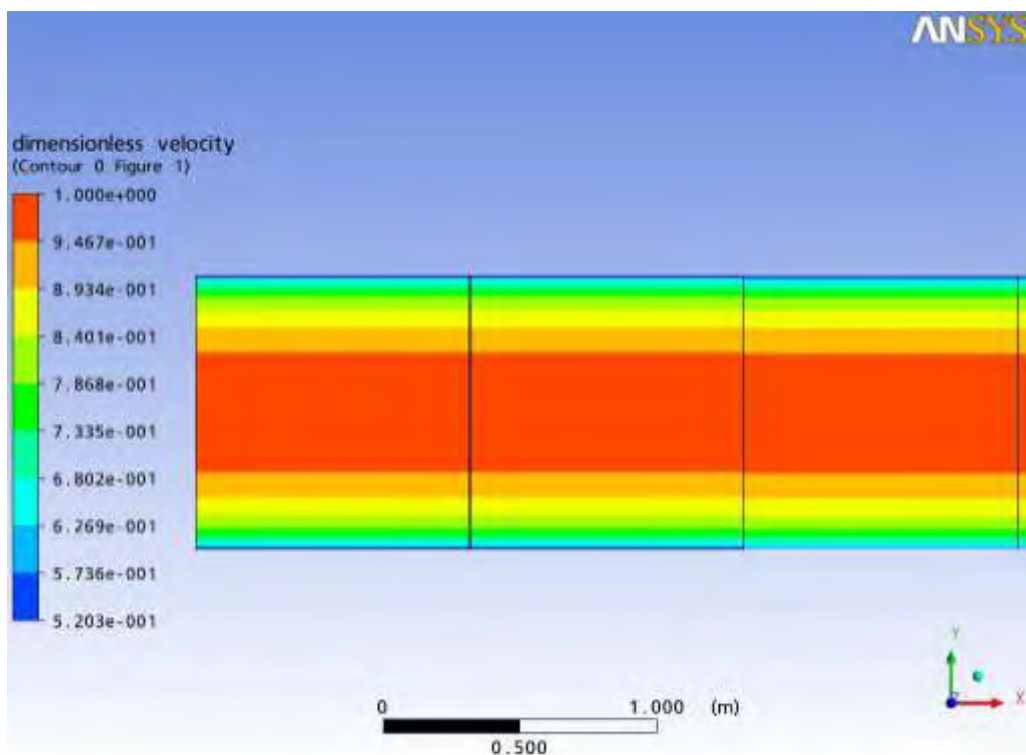


$x=0.75$



$x=0.875$

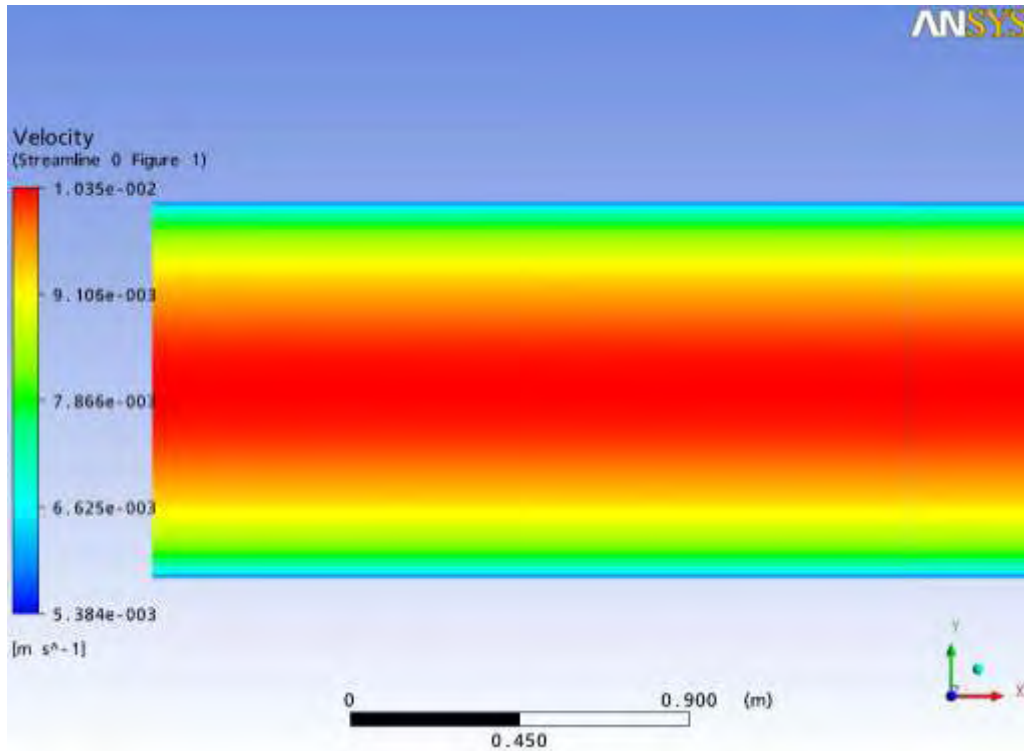
Σχήμα 62. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re= 59687$.



Σχήμα 63. Ισοταχείς σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re=59687$.

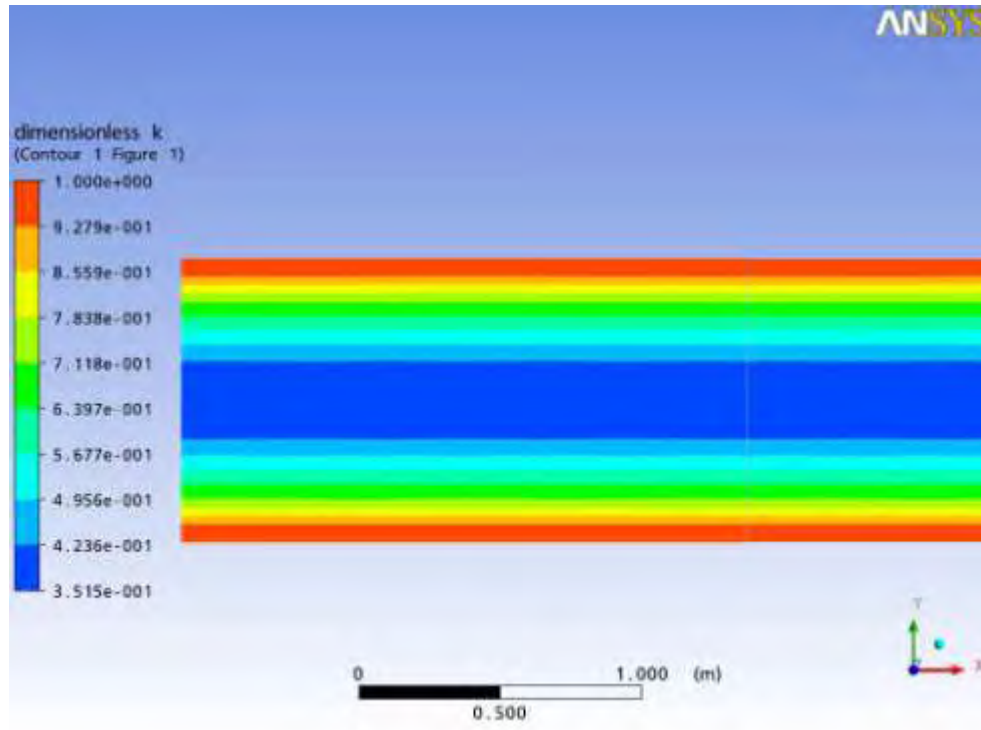
Η εμφάνιση ασυνεχειών λόγω των ορθογωνικών προεξοχών οδηγεί στην δημιουργία ενός στρώματος διάτμησης στα σημεία της απότομης μεταβολής της γεωμετρίας. Αναλυτικότερα, όπως αναφέρθηκε παραπάνω στο εσωτερικό της ορθογωνικής εσοχής το ρευστό εμφανίζει χαμηλές τιμές ταχυτήτων. Αντιθέτως στο κεντρικό τμήμα του καναλιού αναπτύσσονται μεγάλες τιμές ταχυτήτων. Η εναλλαγή αυτή της τιμής της ταχύτητας από το ένα στρώμα ρευστού στο άλλο συμβάλλει στην δημιουργία στρώματος διάτμησης (shear layer) δηλαδή μετακίνησης του ενός στρώματος ρευστού ως προς το άλλο.

Όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 64 οι γραμμές ροής παραμένουν ανεπηρέαστες σε ολόκληρο το τμήμα του καναλιού, κάτι που οφείλεται στη γεωμετρία που ακολουθούν και πιο συγκεκριμένα στη μη ύπαρξη προεξοχών.

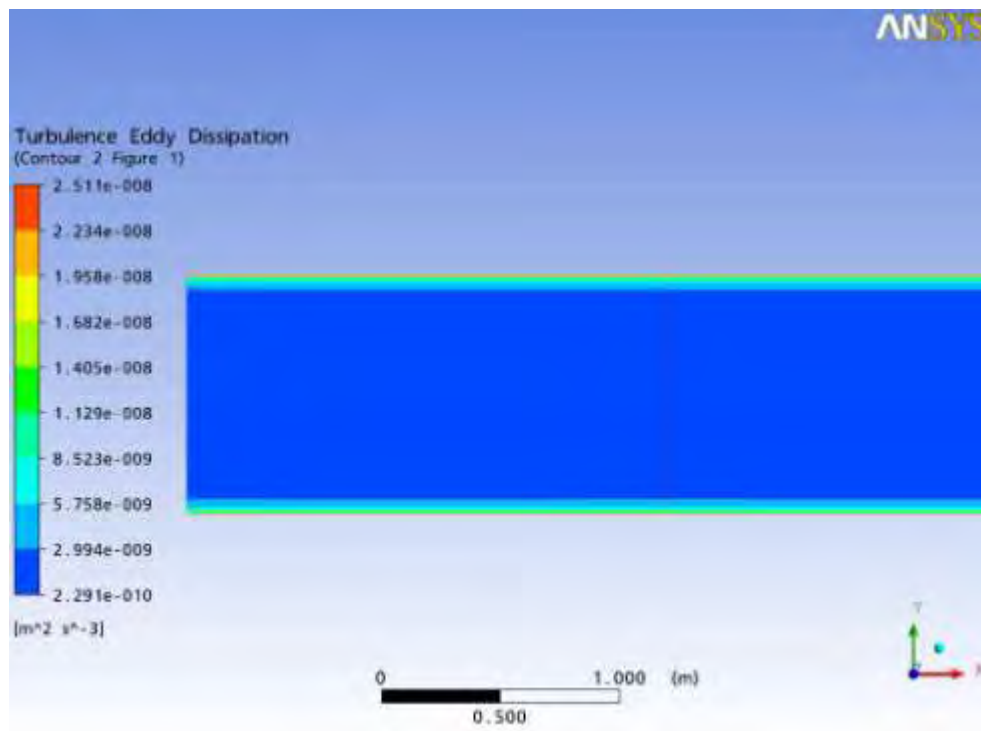


Σχήμα 64. Γραμμές ροής σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re=59687$.

Δύο ακόμη παράμετροι που εξετάζονται για την τυρβώδη ροή είναι ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια της τύρβης και η απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας κατά μήκος του καναλιού και κοντά στα σημεία των προεξοχών. Όπως γίνεται φανερό στα σχήματα που ακολουθούν για την συγκεκριμένη περίπτωση ροής η κινητική ενέργεια της τύρβης παραμένει σταθερή στα διάφορα στρώματα του αγωγού, ενώ η απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας παραμένει σταθερή στο εσωτερικό του καναλιού.

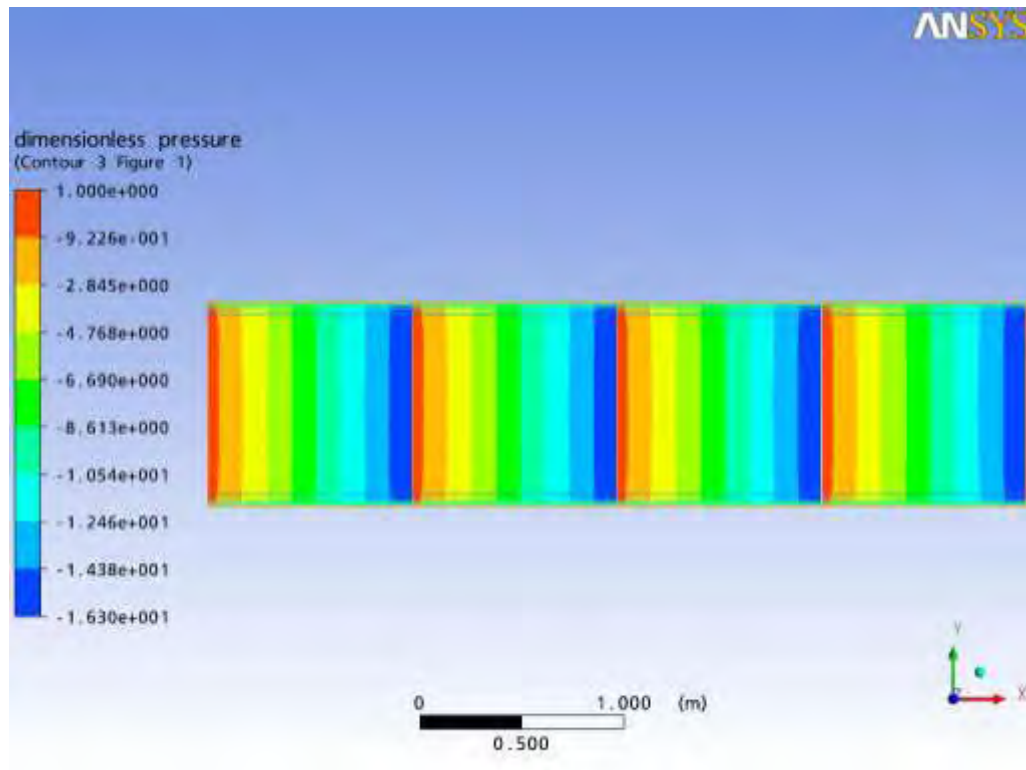


Σχήμα 65. Κινητική ενέργεια της τύρβης, k , σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re=59687$.



Σχήμα 66. Κατανάλωση κινητικής ενέργειας λόγω δινών, ε , σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re= 59687$.

Η πίεση μεταβάλλεται στο εσωτερικό του υπολογιστικού φατνίου με τη μεγαλύτερη τιμή της αναπτύσσεται στα σημεία εισόδου, όπως διαπιστώνεται από το σχήμα 67.

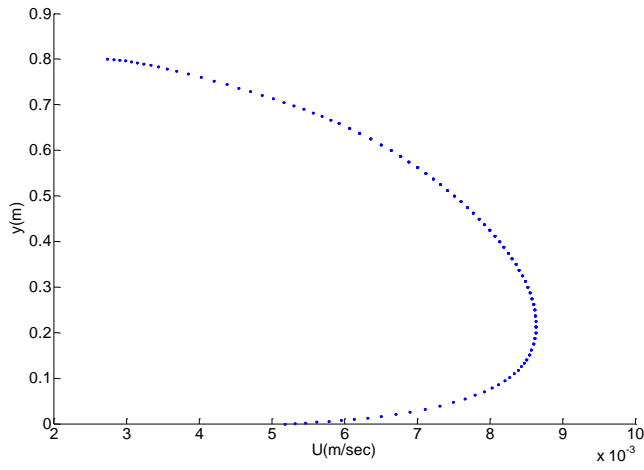


Σχήμα 67. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με επίπεδες πλάκες τυρβώδους ροής. $Re = 59687$.

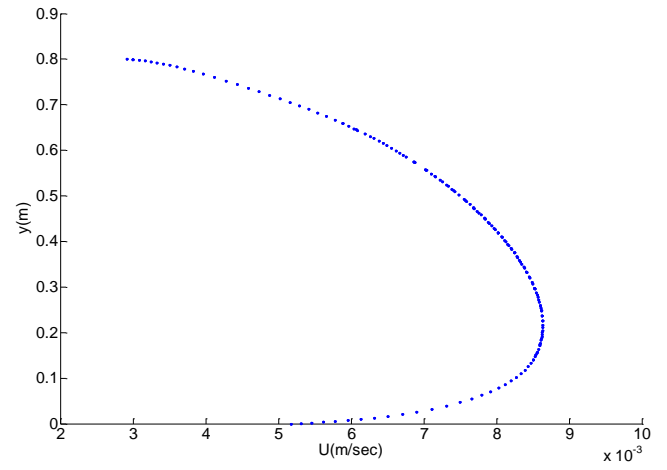
3.2 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ

Στη συνέχεια μελετήθηκε η μόνιμη τυρβώδης ροή σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας. Οι εξισώσεις έχουν επιλυθεί για εύρος τιμών του αριθμού Re . Σε αντιστοιχία με την περίπτωση της στρωτής ροής, επειδή το ρευστό εγκλωβίζεται μέσα στην προεξοχή της επάνω πλάκας, δεν μπορεί να αναπτύξει μεγάλες ταχύτητες. Ακόμη περισσότερο στα σημεία αυτά οι ταχύτητες γίνονται ολοένα μικρότερες όσο περισσότερο πλησιάζουν στα τοιχώματα, όπου εκεί παίρνουν μηδενική τιμή. Παρακάτω δίνεται η σχηματική απεικόνιση της κατανομής του μέτρου της ταχύτητας (μη παραβολικό) σε διάφορες διατομές του υπολογιστικού φατνίου, για αριθμό Re 56021.

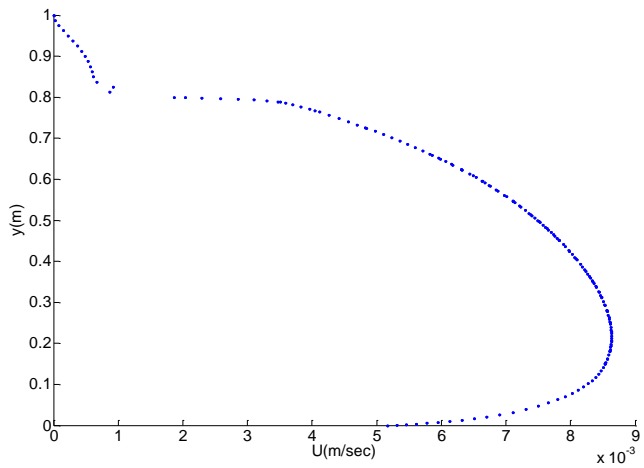
Όπως φαίνεται και στο σχήμα 69 των ισοϋψών καμπυλών της ταχύτητας κοντά στα στερεά τοιχώματα αναπτύσσεται το τυρβώδες οριακό στρώμα, λόγω της διατμητικής τάσης στο στερεό τοίχωμα και των ιξωδών δυνάμεων.



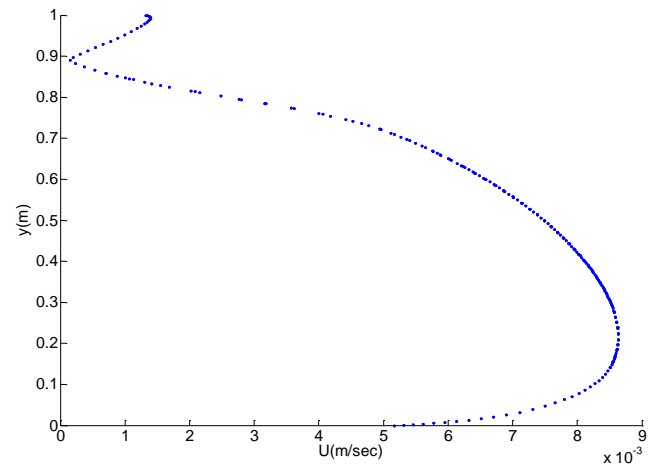
$x=0.00$



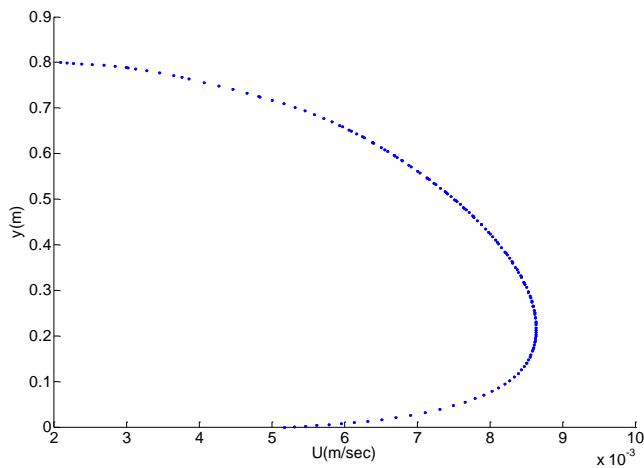
$x=0.125$



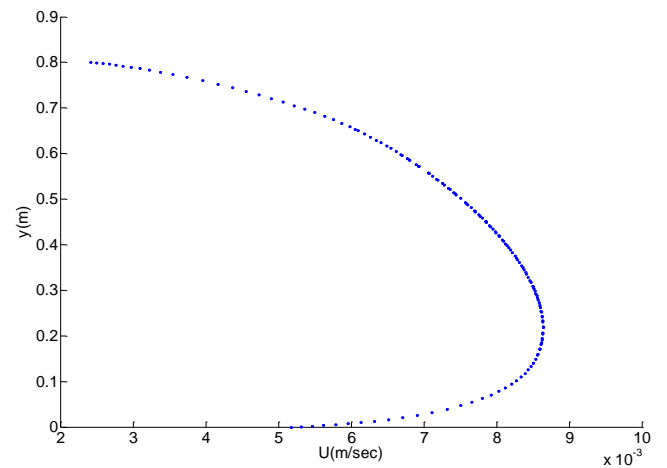
$x=0.25$



$x=0.50$

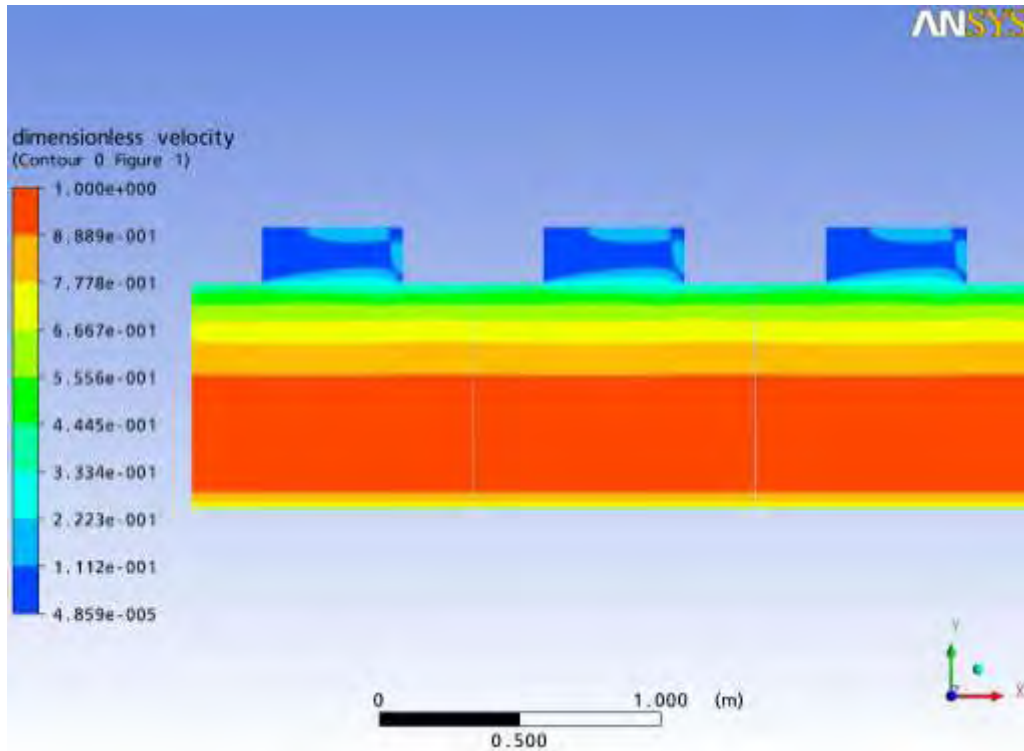


$x=0.75$



$x=0.875$

Σχήμα 68. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας για την περίπτωση της τυρβώδους ροής . $Re= 56021$.



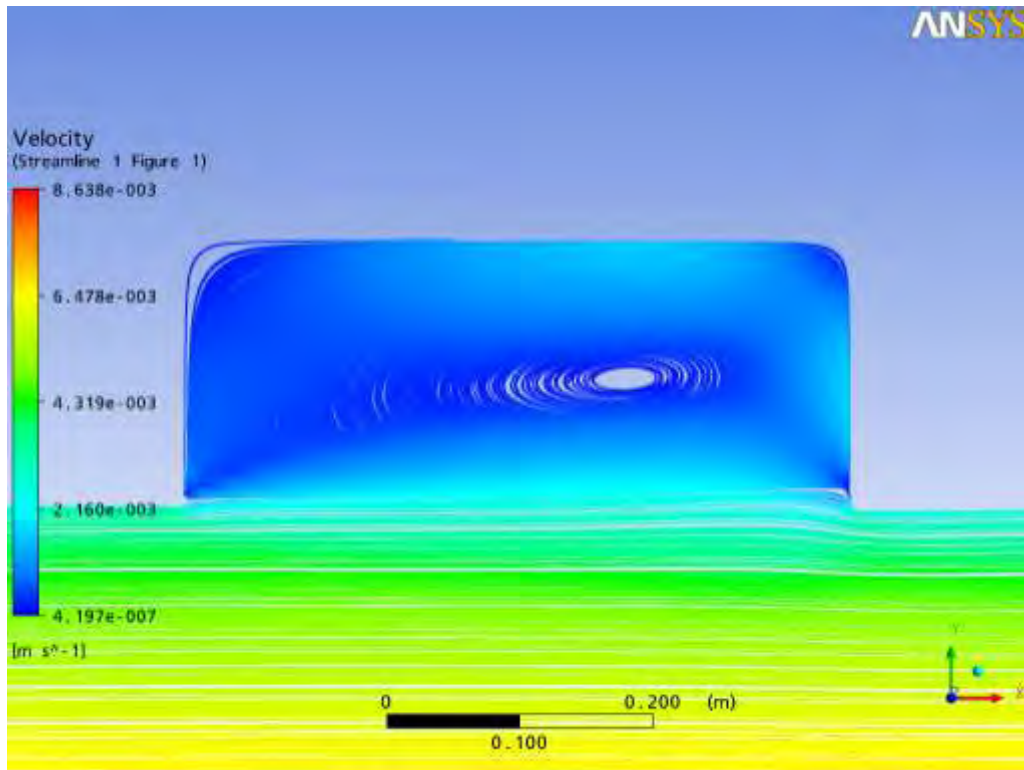
Σχήμα 69. Ισοταχείς καμπύλες του μέτρου της ταχύτητας για ορθογωνικές προεξοχές και για τυρβώδη ροή. $Re=56021$.

Στο εσωτερικό του καναλιού το ρευστό κινείται ανεμπόδιστα και έτσι δημιουργείται ένα στρώμα διάτμησης ενώ το προφίλ ταχύτητας στην επίπεδη κάτω πλάκα του καναλιού δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη προεξοχών στην επάνω πλάκα.

Αντιθέτως, στο εσωτερικό της ορθογωνικής εσοχής το ρευστό εμφανίζει χαμηλές τιμές ταχυτήτων, ενώ στο κεντρικό τμήμα του καναλιού αναπτύσσονται μεγάλες τιμές ταχυτήτων. Η εναλλαγή αυτή της τιμής της ταχύτητας από το ένα στρώμα ρευστού στο άλλο συμβάλλει στην δημιουργία στρώματος διάτμησης (shear layer) δηλαδή μετακίνησης του ενός στρώματος ρευστού ως προς το άλλο.

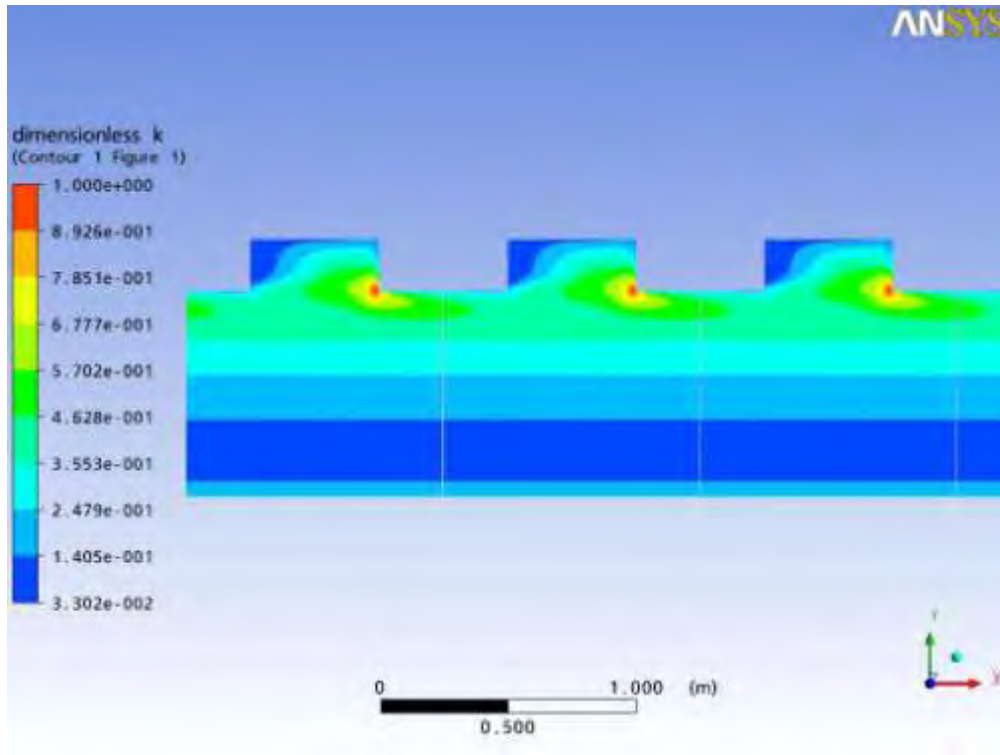
Ο σχεδιασμός των γραμμών ροής γίνεται με τη χρήση 1000 σημείων που ισαπέχουν μεταξύ τους δημιουργώντας 1000 γραμμές ροής (από κάθε σημείο διέρχεται μία και μοναδική γραμμή ροής). Η ύπαρξη των προεξοχών και κατά συνέπεια η απότομη αλλαγή της γεωμετρίας, εξαναγκάζει το ρευστό να εγκλωβιστεί στο εσωτερικό της εσοχής

όπου δημιουργείται μία δίνη, με φορά αριστερόστροφη, με ταυτόχρονη διαστολή των γραμμών ροής. Η μεγάλη τιμή του αριθμού Re συντελεί στη μεγαλύτερη διαστολή των γραμμών ροής πράγμα το οποίο φανερώνει και το αρκετά μεγάλο πλάτος της δίνης, όπως αυτό φαίνεται και από τα παρακάτω σχήμα.

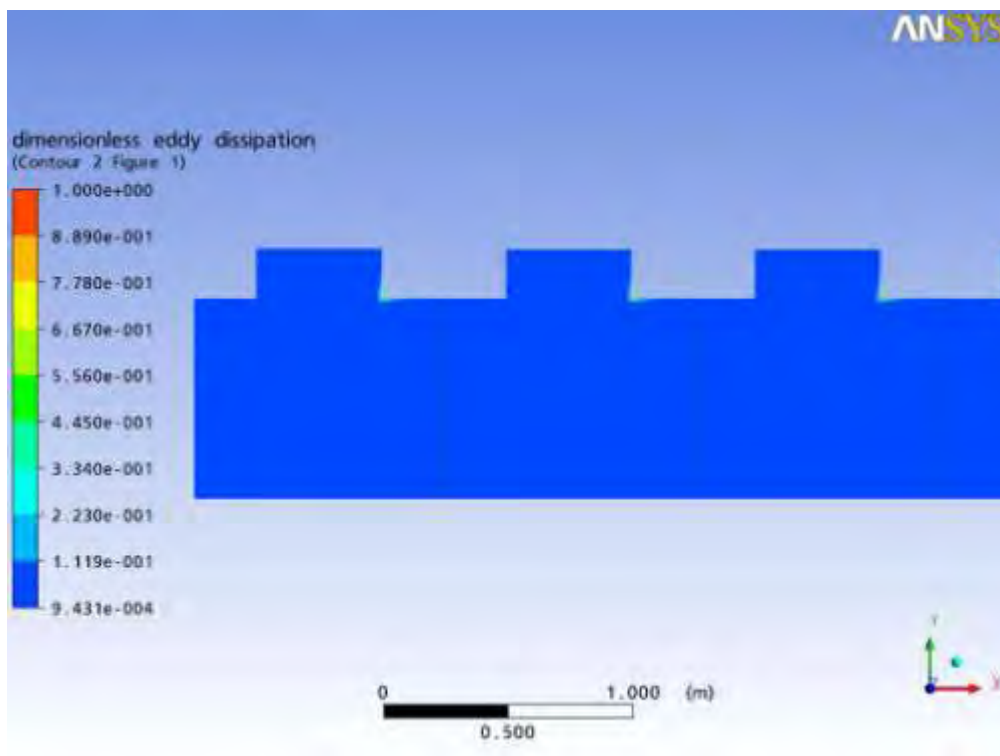


Σχήμα 70. Γραμμές ροής για ορθογωνικές προεξοχές. $Re=56021$.

Στη συνέχεια παρατηρούμε ότι οι δύο παράμετροι που εξετάζονται για την τυρβώδη ροή, που είναι ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια της τύρβης και η απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας κατά μήκος του καναλιού και κοντά στα σημεία των προεξοχών, παρουσιάζουν μεταβολές κυρίως στα σημεία των προεξοχών και ιδιαίτερα στο δεύτερο σημείο της. Όπως γίνεται φανερό από τα σχήματα που ακολουθούν για την συγκεκριμένη περίπτωση ροής οι μεταβολές για τις δύο αυτές παραμέτρους είναι σχεδόν αμετάβλητες στην κάτω πλάκα του αγωγού.

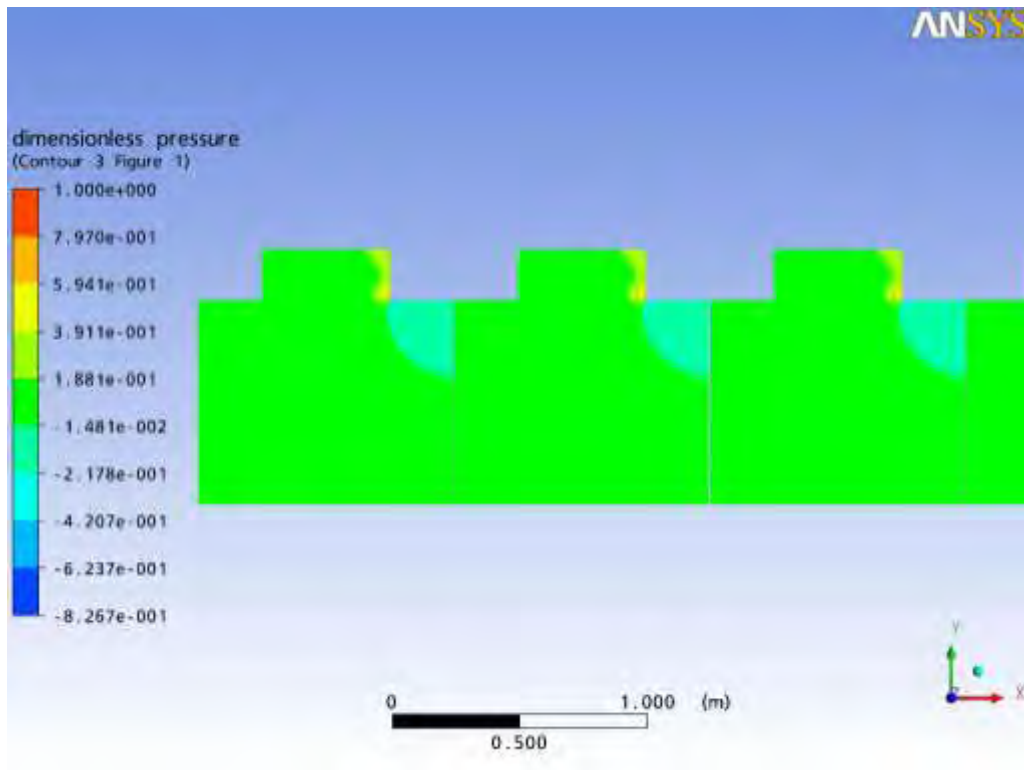


Σχήμα 71. Κινητική ενέργεια της τύρβης, k , για ορθογωνικές προεξοχές. $Re=56021$.



Σχήμα 72. Κατανάλωση κινητικής ενέργειας λόγω δινών, ε , για ορθογωνικές προεξοχές. $Re= 56021$.

Όπως διαπιστώνεται από το σχήμα 73, η πίεση παραμένει σταθερή στο εσωτερικό του καναλιού, ακόμα και στο πρώτο σημείο της ασυνέχειας, ενώ η μεγαλύτερη τιμή της αναπτύσσεται στα σημεία της δεύτερης ασυνέχειας, όπου εκεί παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή της.



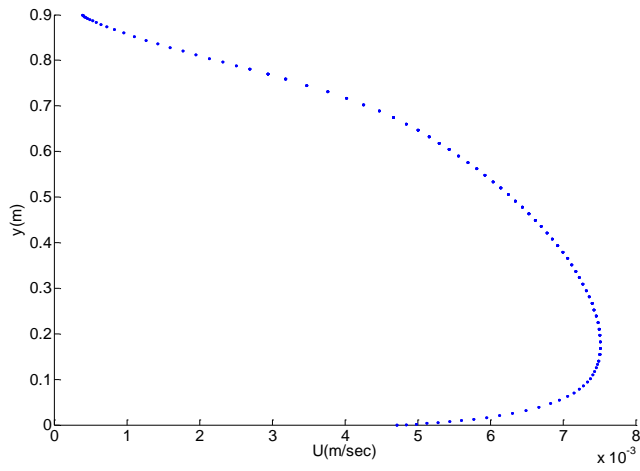
Σχήμα 73. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογωνικές προεξοχές για τυρβώδη ροή. $Re=56021$.

3.3 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ

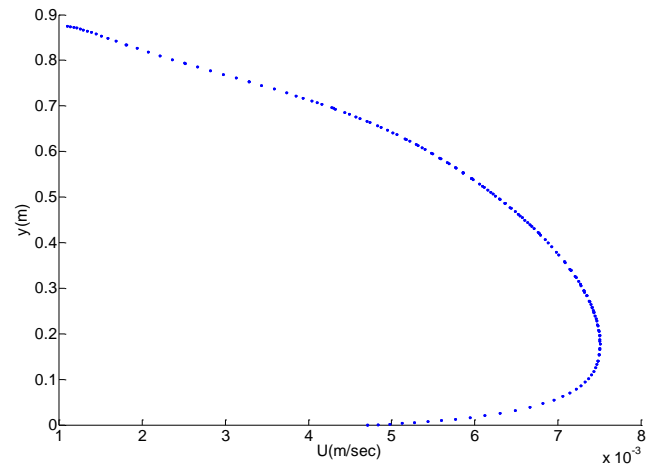
Στη συνέχεια μελετάται η μόνιμη τυρβώδης ροή σε κανάλι με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας. Οι εξισώσεις έχουν επιλυθεί για εύρος τιμών του αριθμού Re . Όπως και στην περίπτωση της στρωτής ροής, επειδή το ρευστό εγκλωβίζεται μέσα στην προεξοχή της επάνω πλάκας, δεν μπορεί να αναπτύξει μεγάλες ταχύτητες.

Παρακάτω δίνεται η σχηματική απεικόνιση της κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε διάφορες διατομές του υπολογιστικού φατνίου, για αριθμό Re 54869, όπου αποδεικνύεται ότι ικανοποιείται η συνθήκη μη ολίσθησης στα στερεά τοιχώματα .

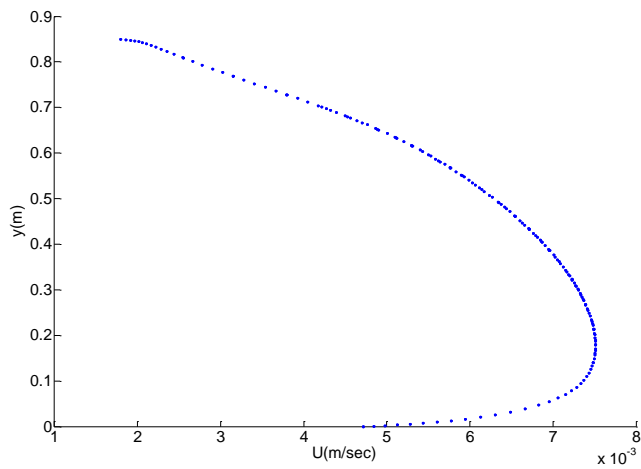
Εμφανής είναι ακόμη και η δημιουργία στρώματος διάτμησης (shear layer) κοντά στα σημεία ασυνέχειας της γεωμετρίας της επάνω πλάκας λόγω εναλλαγής της τιμής της ταχύτητας από το εσωτερικό μεταξύ των ασυνεχειών όπου αναπτύσσονται χαμηλές ταχύτητες προς το εσωτερικό του καναλιού όπου οι ταχύτητες έχουν μεγαλύτερη τιμή.



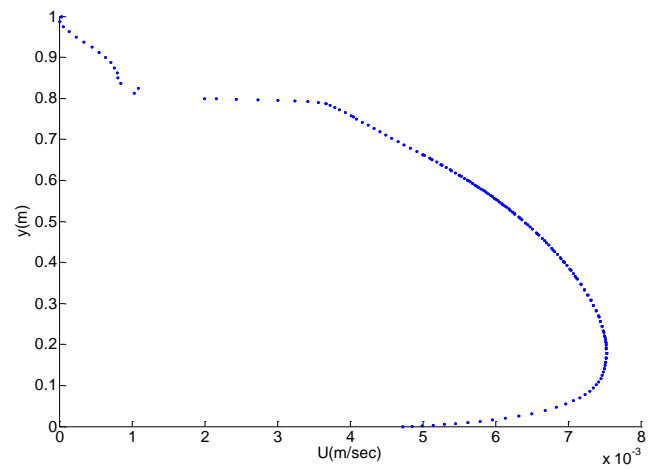
$x=0.00$



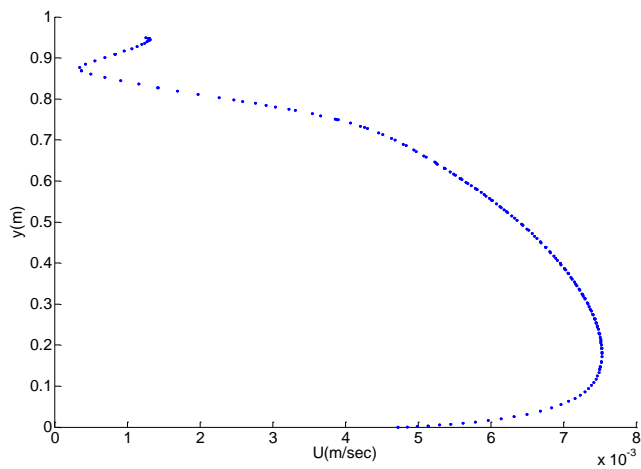
$x=0.125$



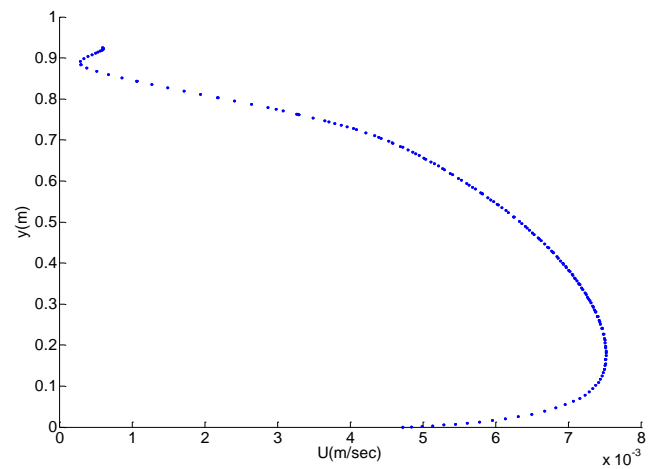
$x=0.25$



$x=0.50$

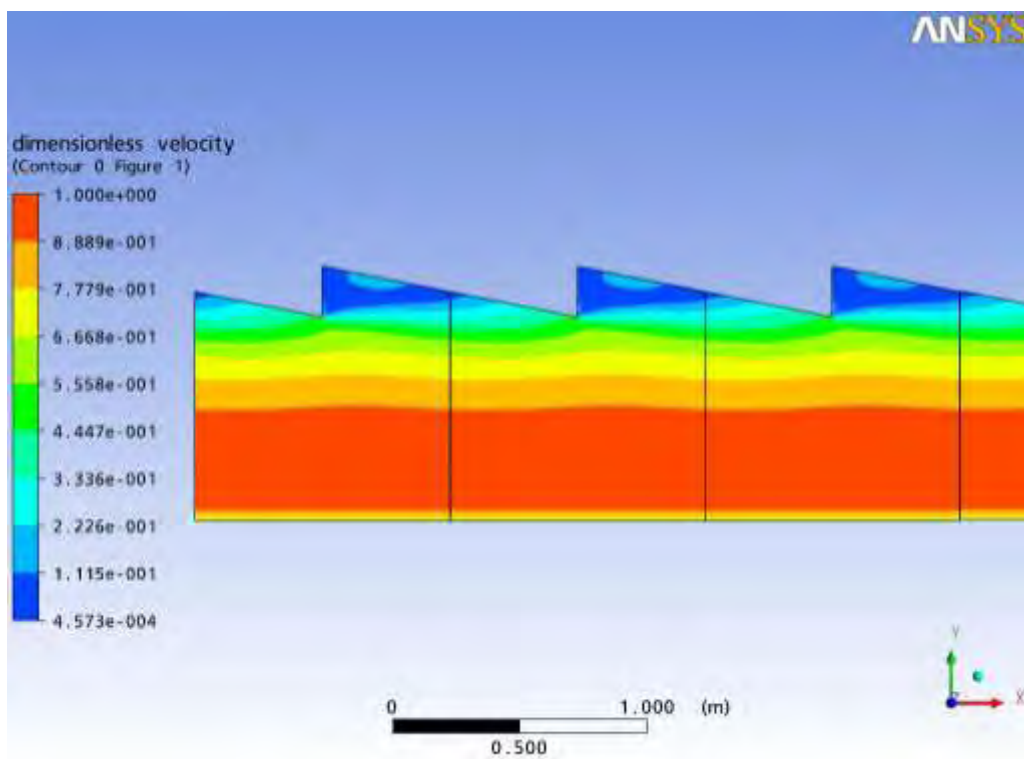


$x=0.75$



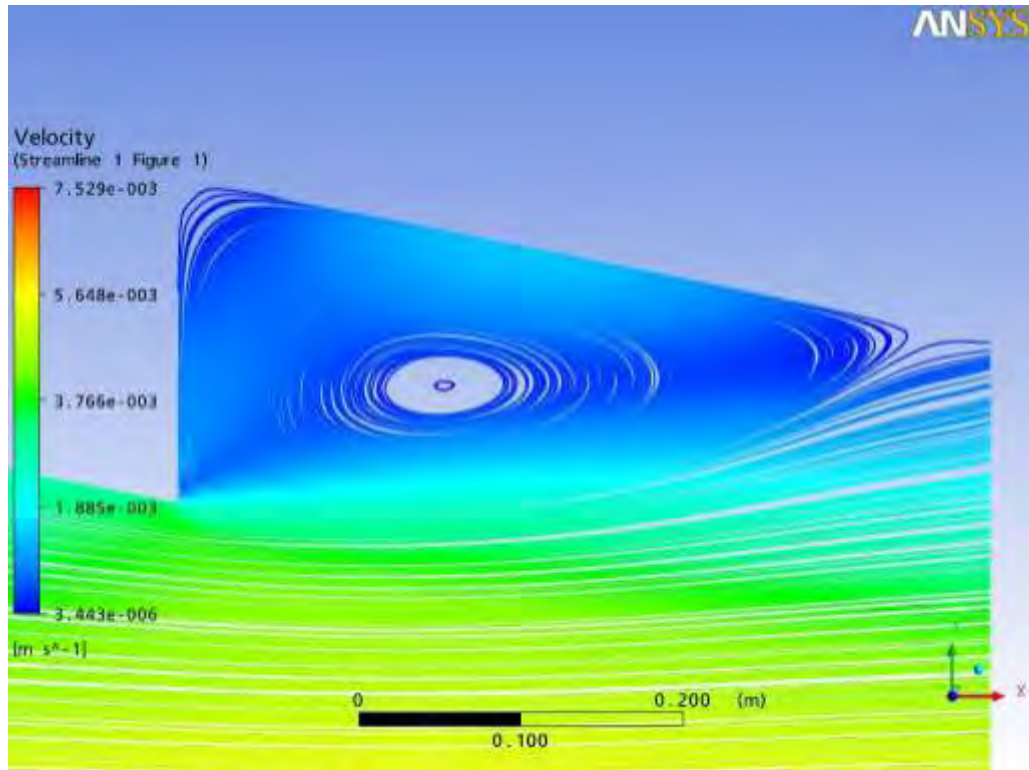
$x=0.875$

Σχήμα 74. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές και για τυρβώδη ροή. $Re=54869$.



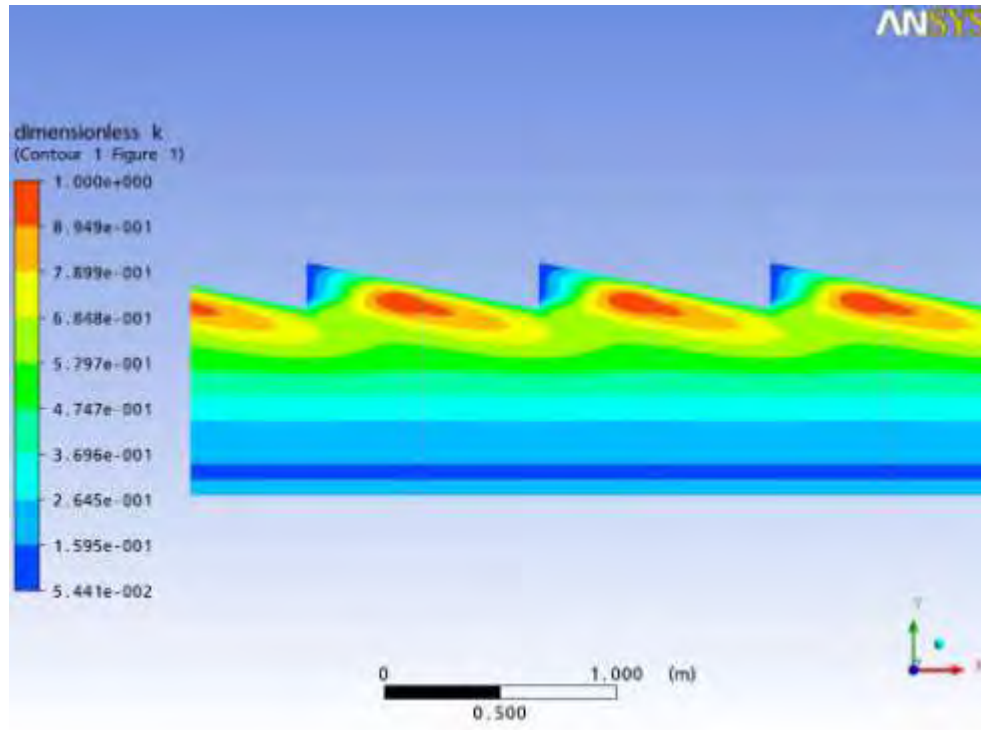
Σχήμα 75. Ισοϋψείς καμπύλες του μέτρου της ταχύτητας για ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές και για τυρβώδη ροή. $Re=54869$.

Το σχήμα που ακολουθεί φανερώνει την παρουσία μίας δίνης στο εσωτερικό της προεξοχής. Ωστόσο οι κλειστές γραμμές ροής περιορίζονται στο εσωτερικό της προεξοχής, ενώ στο υπόλοιπο του καναλιού οι γραμμές ροής μετατρέπονται σε ανοιχτές. Η σχηματική απεικόνιση των γραμμών ροής δίνεται στο σχήμα 76.

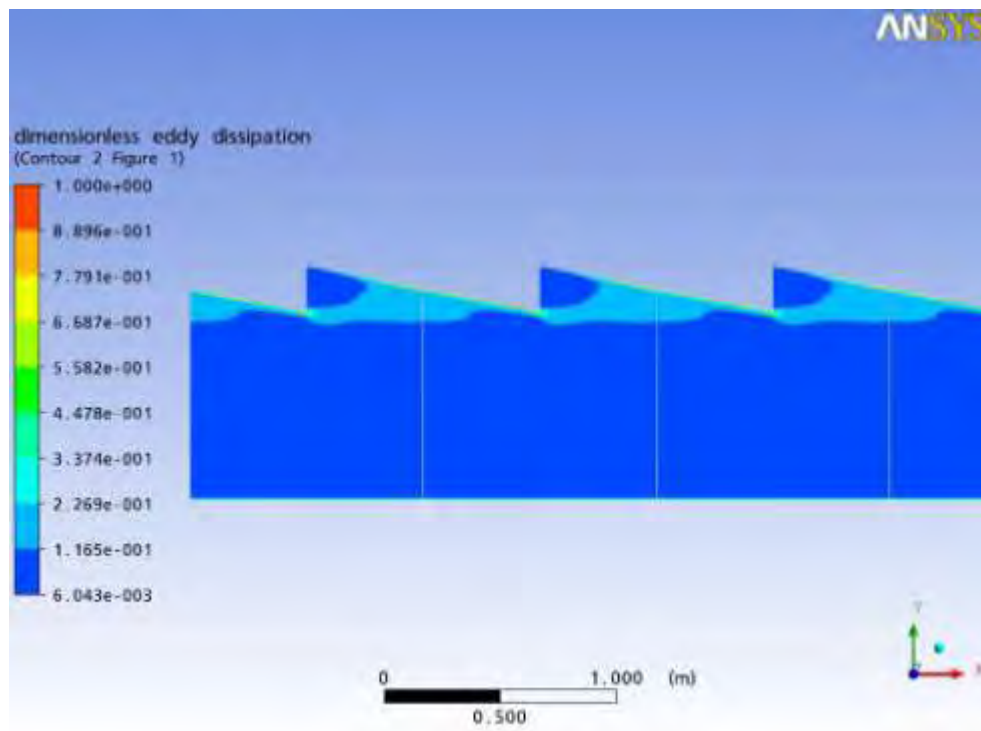


Σχήμα 76. Γραμμές ροής για ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=54869$.

Στη συνέχεια και στα σχήματα 77,78 δίνεται η σχηματική απεικόνιση της μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τύρβης και της απόσβεσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για αριθμό Re 54869 κατά μήκος του καναλιού και στο εσωτερικό της γεωμετρικής ασυνέχειας. Είναι εμφανές ότι στα σημεία ασυνέχειας η τυρβώδης κινητική ενέργεια αυξάνεται, ενώ η απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας παρουσιάζει μικρές αλλαγές αποκλειστικά στα σημεία ασυνέχειας της γεωμετρίας.

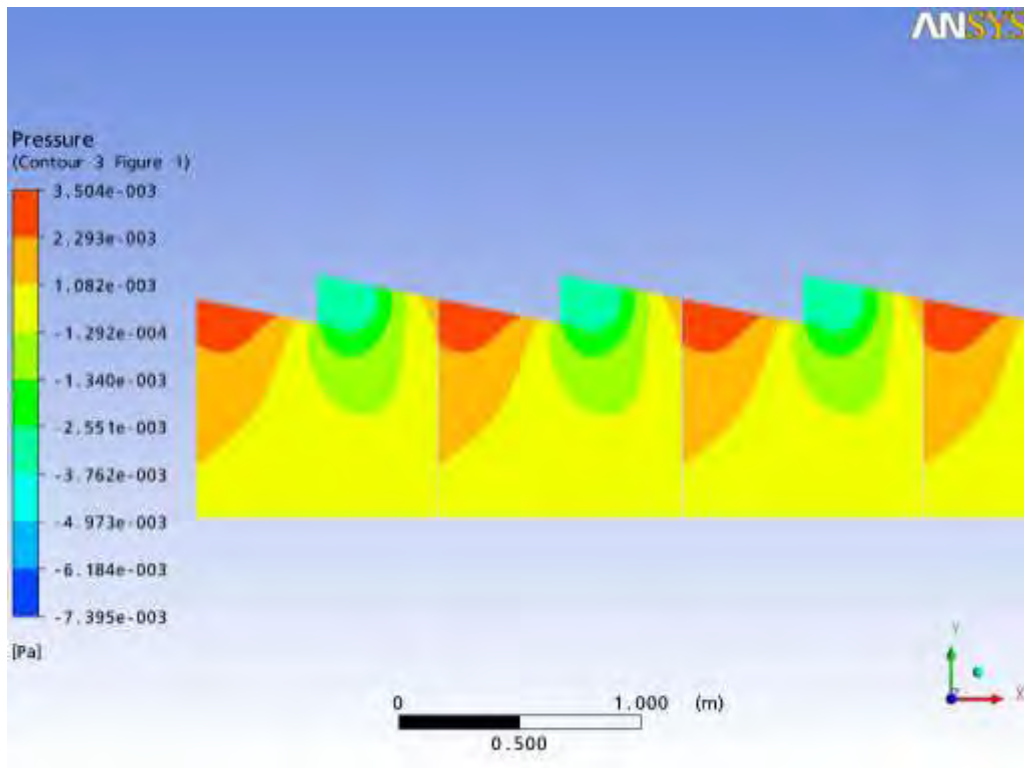


Σχήμα 77. Κινητική ενέργεια της τύρβης ,k, για ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=54869$.



Σχήμα 78. Κατανάλωση κινητικής ενέργειας λόγω δινών ,ε, για ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re= 54869$.

Όσον αφορά στο πεδίο πίεσης, η τιμή της παραμένει σταθερή κοντά στην κάτω επιφάνεια του αγωγού, ενώ στα σημεία ασυνέχειας παρατηρείται μεγάλη μεταβολή σημειώνοντας μεγαλύτερες τιμές λόγω της αντίστασης που αντιμετωπίζει το ρευστό με την ύπαρξη προεξοχών.



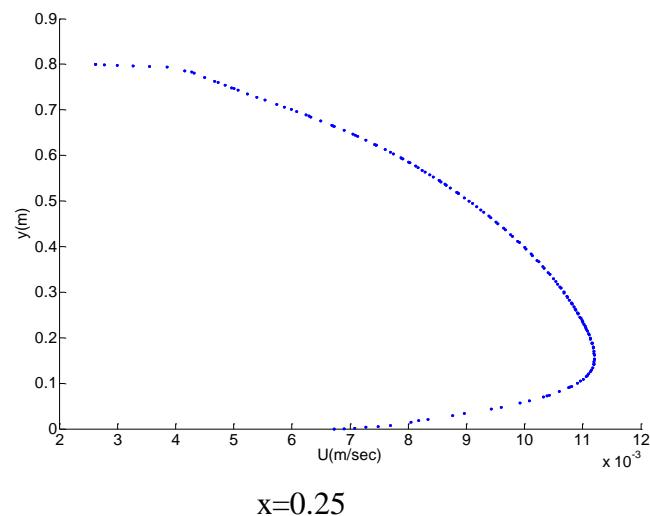
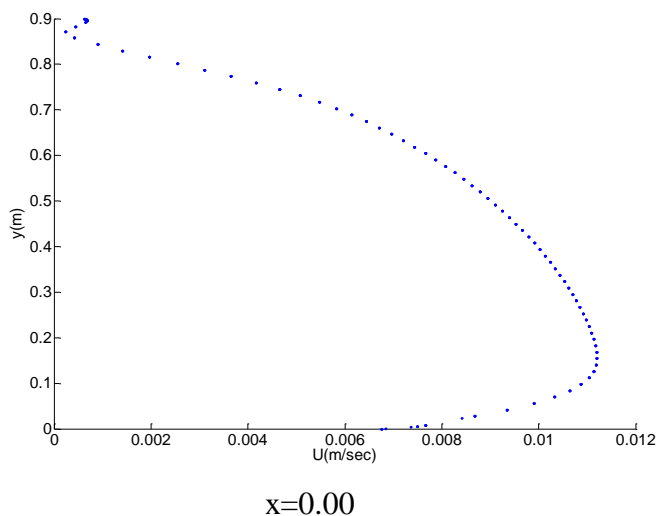
Σχήμα 79. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές για τυρβώδη ροή. $Re=54869$.

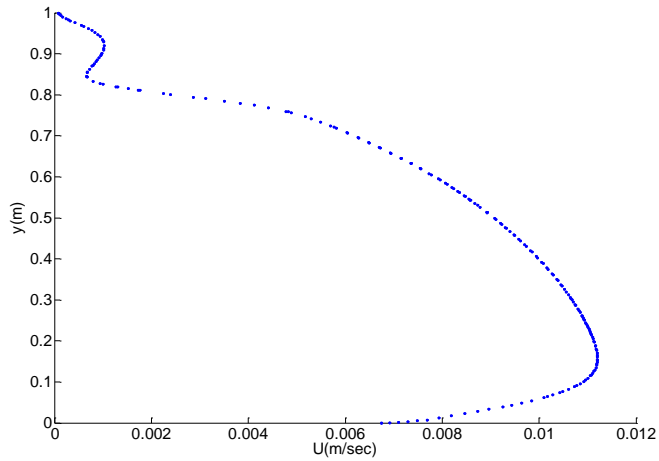
3.4 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΧΕΣ

Η μόνιμη τυρβώδης ροή σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας παρουσιάζει αρκετά κοινά στοιχεία με την προηγούμενη εξεταζόμενη περίπτωση. Οι εξισώσεις έχουν επιλυθεί για εύρος τιμών του αριθμού Re .

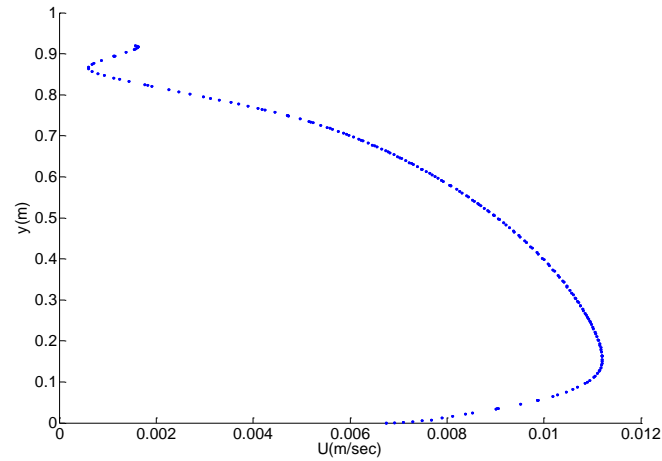
Παρακάτω δίνεται η σχηματική απεικόνιση της κατανομής του μέτρου της ταχύτητας σε διάφορες διατομές του υπολογιστικού φατνίου, για αριθμό Re 56185, όπου αποδεικνύεται ότι ικανοποιείται η συνθήκη μη ολίσθησης στα στερεά τοιχώματα. Πιο συγκεκριμένα, η τιμή της ταχύτητας παρουσιάζει αρκετά μικρές τιμές στο εσωτερικό της προεξοχής, ενώ μηδενίζεται στα τοιχώματα.

Κοντά στα σημεία ασυνέχειας της γεωμετρίας της επάνω πλάκας δημιουργείται στρώμα διάτμησης (shear layer) λόγω εναλλαγής της τιμής της ταχύτητας από το εσωτερικό μεταξύ των ασυνεχειών όπου αναπτύσσονται χαμηλές ταχύτητες προς το εσωτερικό του καναλιού όπου οι ταχύτητες έχουν μεγαλύτερη τιμή.



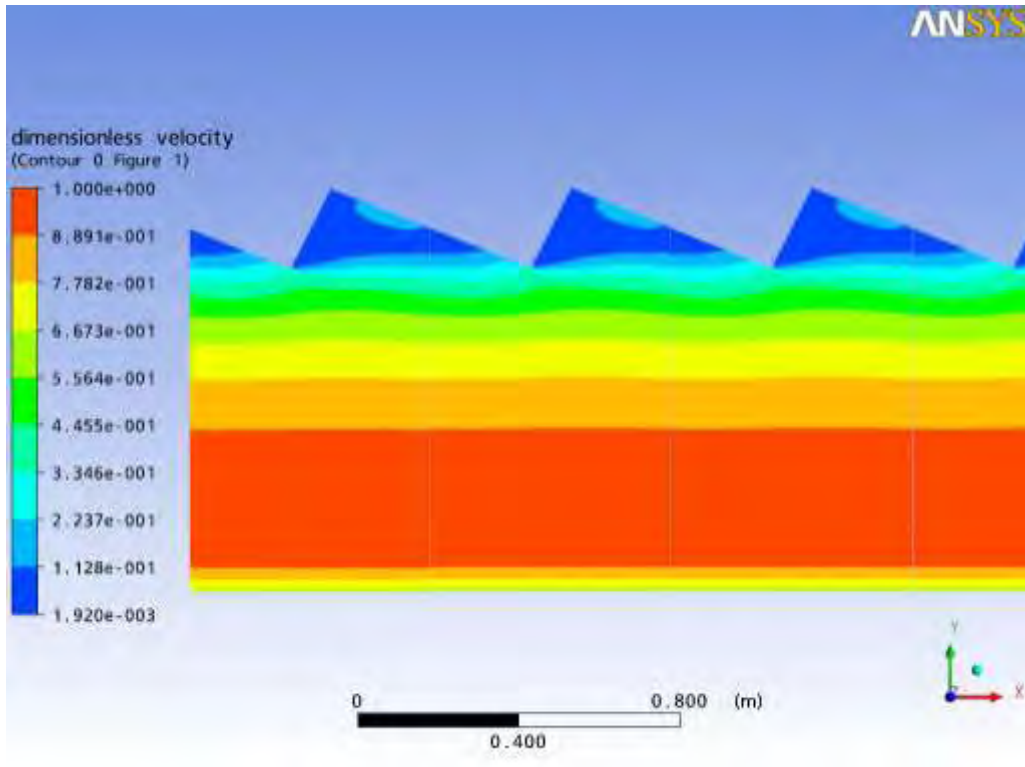


$x=0.35$



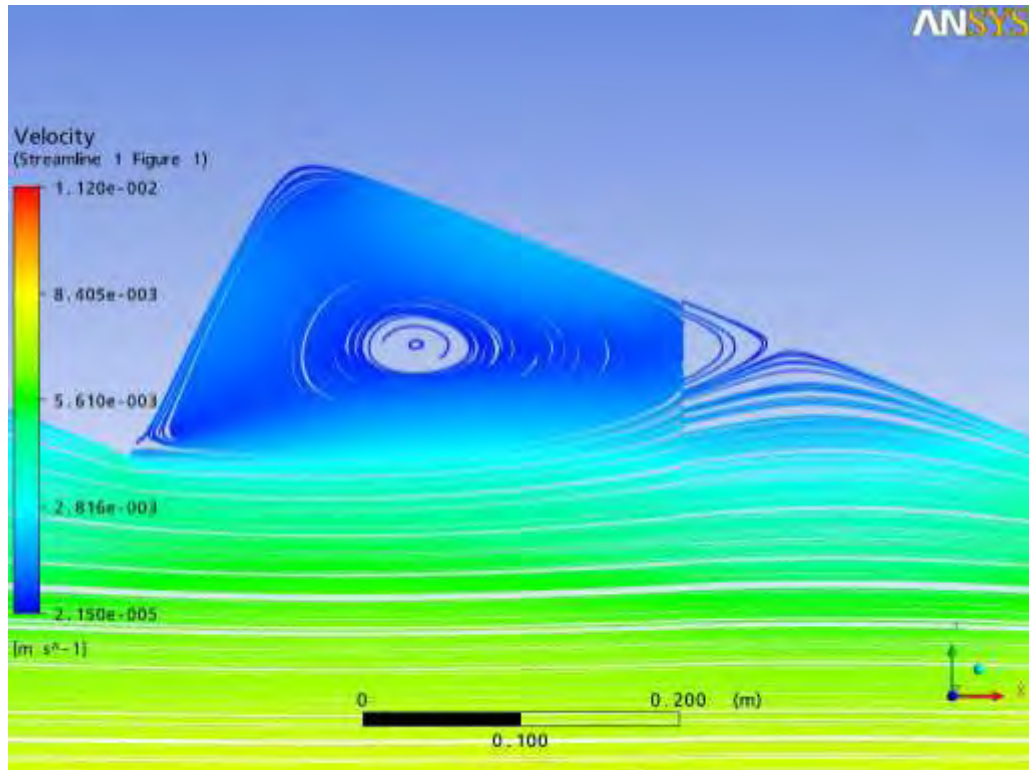
$x=0.55$

Σχήμα 80. Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας σε αντιπροσωπευτικές διατομές του υπολογιστικού φατνίου σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές της επάνω πλάκας και για τυρβώδη ροή. $Re=56185$.



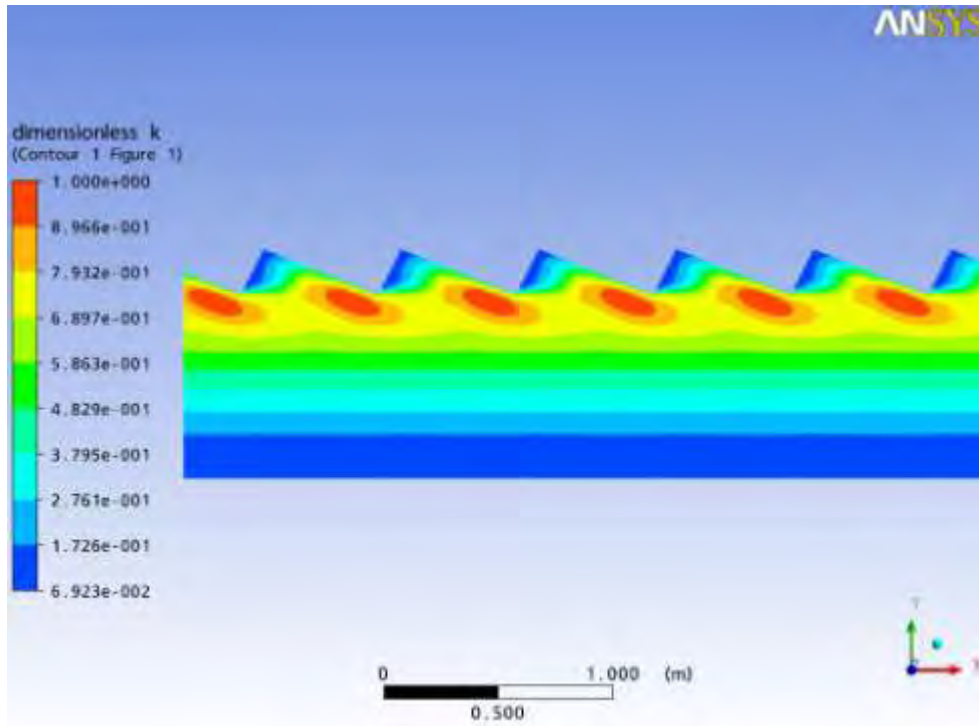
Σχήμα 81. Ισοϋψείς καμπύλες του μέτρου της ταχύτητας σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές για τυρβώδη ροή. $Re= 56185$.

Στην εξεταζόμενη περίπτωση και ομοίως με τις προηγούμενες περιπτώσεις, οι γραμμές ροής που σχηματίζονται είναι κλειστές στο εσωτερικό της εσοχής, με την παρουσία μίας δίνης όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το πλάτος και το κέντρο βάρους της δίνης εξαρτάται από τον αριθμό Re .

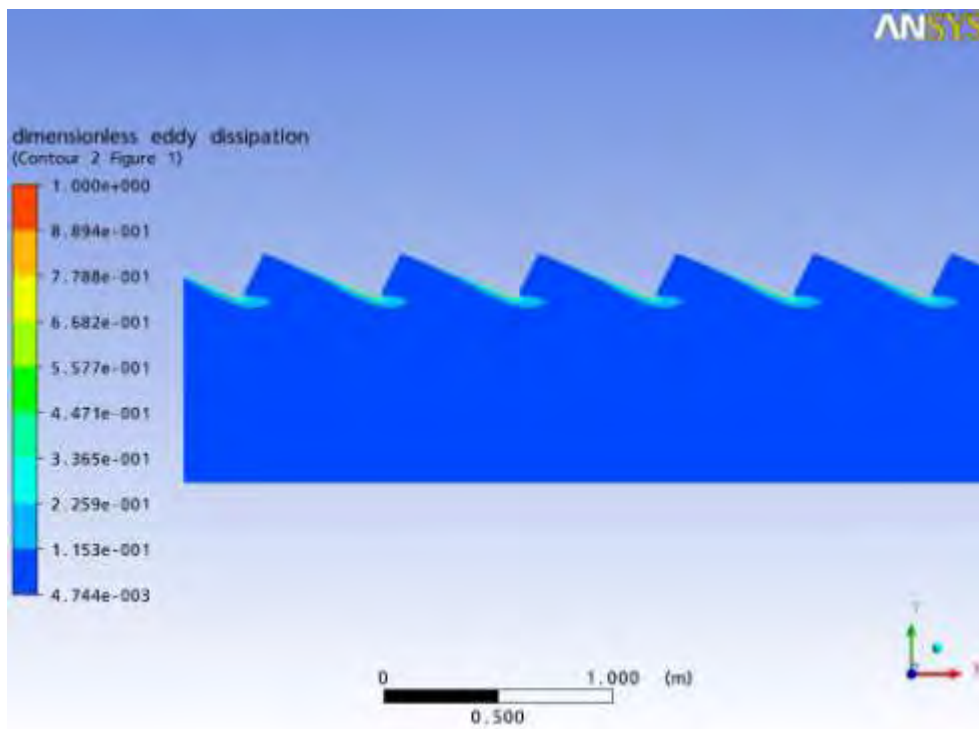


Σχήμα 82. Γραμμές ροής για αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. $Re=56185$.

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της τύρβης και η απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας κατά μήκος του καναλιού και στο εσωτερικό του καναλιού φαίνεται στα αμέσως επόμενα σχήματα. Ομοίως με πριν, κοντά στα σημεία ασυνεχειών παρατηρείται αύξηση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ενώ στα σημεία αυτά η απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας εμφανίζει μικρές αλλαγές.

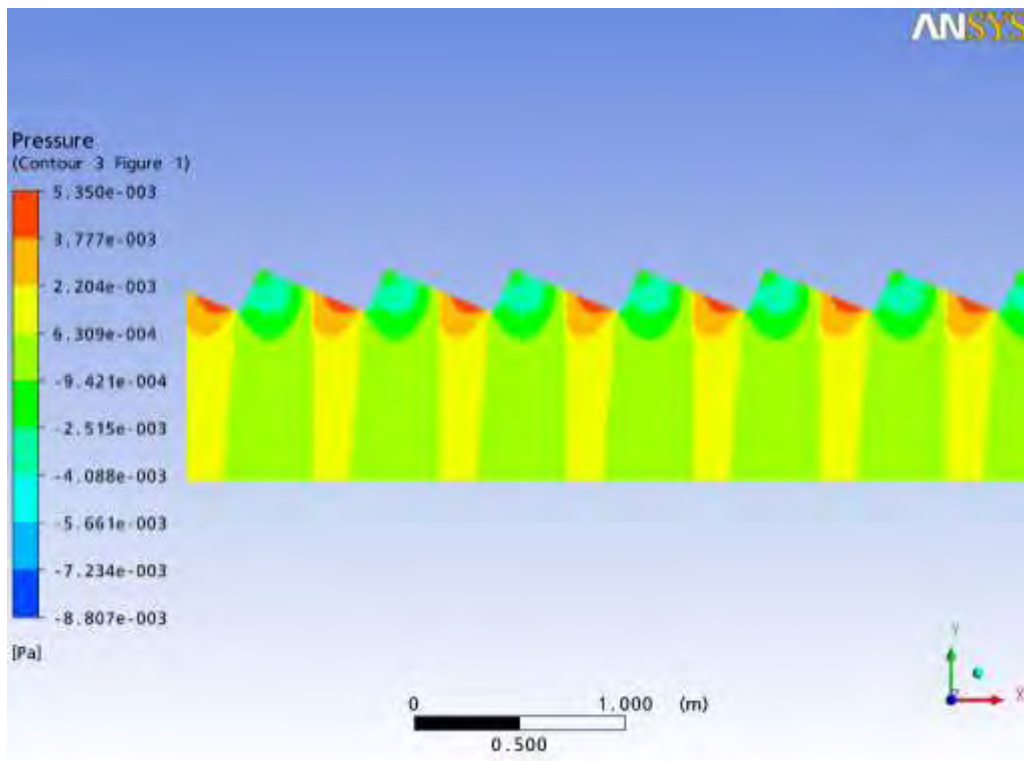


Σχήμα 83. Κινητική ενέργεια τύρβης ,k, σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Re=56185.



Σχήμα 84. Κατανάλωση κινητικής ενέργειας λόγω δινών ,ε, σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές. Re=56185.

Όσον αφορά στο πεδίο πίεσης, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις εξεταζόμενης ροής, η τιμή της παραμένει σταθερή κοντά στην κάτω επιφάνεια του αγωγού, ενώ στα σημεία ασυνέχειας παρατηρείται μεγάλη μεταβολή. Ωστόσο, η μεταβολή αυτή είναι διαφορετική συγκριτικά με τις υπόλοιπες περιπτώσεις, γεγονός που οφείλεται στην πιο ομαλή και ανεμπόδιστη κίνηση του ρευστού σε σχέση με τις άλλες περιπτώσεις.



Σχήμα 85. Πεδίο πίεσης σε κανάλι με αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές για την τυρβώδη ροή. $Re=56185$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV

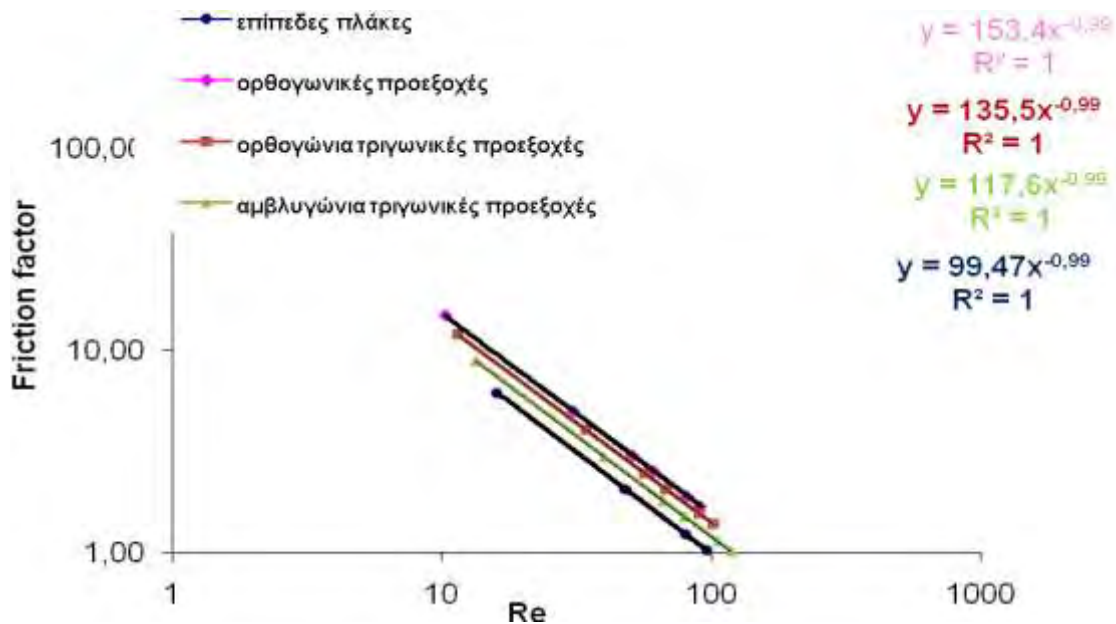
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία υπολογίσθηκε ο συντελεστής απωλειών τριβής, f , τόσο για στρωτή όσο και τυρβώδη ροή για όλες τις μορφές προεξοχών που εξετάστηκαν (ορθογωνική,,). Η επιλογή ενός τέτοιου αδιάστατου μεγέθους καθιστά εφικτή την σύγκριση διαφορετικών περιπτώσεων ροής μεταξύ τους και κατά τον τρόπο αυτό η ανάλυση είναι γενική και ανεξάρτητη του συγκεκριμένου ρευστού που ρέει στον αγωγό. Σύμφωνα με τη διαστατική ανάλυση οποιαδήποτε αδιάστατη ποσότητα της ροής είναι συνάρτηση μόνο του αριθμού Reynolds, Re , και των γεωμετρικών αδιάστατων

παραμέτρων, $\frac{h^2}{H} \cdot \frac{L1}{H} \cdot \frac{L2}{H}$ κ.ο.κ. Στην παρούσα εργασία $\frac{h^2}{H} = 0,20$, $\frac{L1}{H} = 0,50$ και

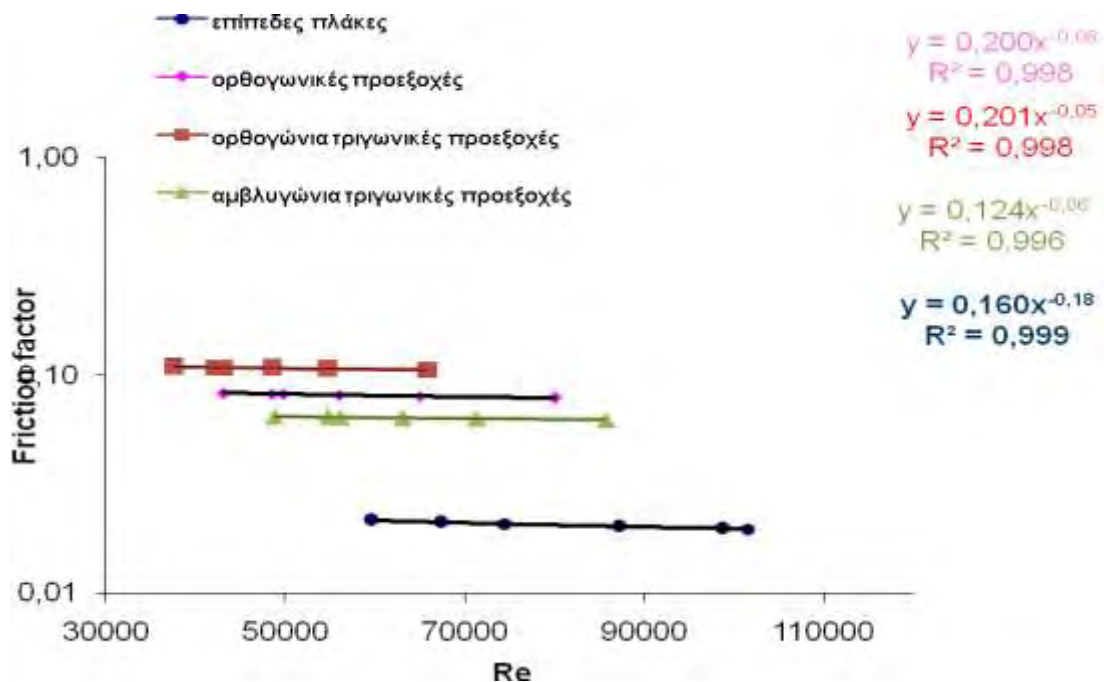
$\frac{L2}{H} = 0,50$. Κατά συνέπεια όλα τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συναρτήσει του αριθμού Re . Ο υπολογισμός του συντελεστή απωλειών τριβής f έγινε με τον τρόπο που περιγράφηκε αναλυτικά στην παράγραφο 1.5 της παρούσας μελέτης και παρουσιάζεται στα επόμενα σχήματα 86,87.

Για την περίπτωση της στρωτής ροής όπως παρατηρείται από το σχήμα 86 η μεταβολή του συντελεστή απωλειών, f , με τον αριθμό Re είναι γραμμική σε πλήρως λογαριθμικό γράφημα ($\log-\log$) και μάλιστα η κλίση της γραμμής είναι απότομη, όπως αυτό πιστοποιείται στο διάγραμμα Moody (laminar flow). Για την περίπτωση της ορθογωνικής μορφής προεξοχής παρατηρείται ότι οι μεταβολές του συντελεστή τριβής είναι μεγαλύτερες σε σχέση με τις άλλες περιπτώσεις, ενώ για τη ροή Poiseuille (λεία τοιχώματα) είναι μικρότερες όπως αυτό είναι αναμενόμενο. Με την αύξηση του αριθμού Re η τιμή του συντελεστή τριβής f μειώνεται και μάλιστα σημαντικά. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα προφίλ κατανομής ταχυτήτων είναι παραβολικά και τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν επίσης με τα αποτελέσματα της μεταπτυχιακής διατριβής της Κασσιτεροπούλου Δωροθέας (2007) για ροή σε κλειστούς αγωγούς με περιοδικές προεξοχές, το ύψος των οποίων φτάνει το 10% του συνολικού ύψους του αγωγού.



Σχήμα 86. Συντελεστής απωλειών τριβής ανά υπολογιστικό φαντίο (module) για μόνιμη στρωτή ροή.

Για την περίπτωση της τυρβώδους ροής όπως παρατηρείται από το σχήμα 87 η μεταβολή του συντελεστή απωλειών, f , με τον αριθμό Re είναι περίπου αμελητέα με την κλίση της γραμμής να παρουσιάζεται αρκετά μικρή. Η συμπεριφορά αυτή θυμίζει την περιοχή τυρβώδους ροής σε σωλήνες με υδραυλικώς τραχέα τοιχώματα στο διάγραμμα Moody (rough flow). Για την περίπτωση της ορθογώνια τριγωνικής μορφής προεξοχής παρατηρείται ότι οι μεταβολές του συντελεστή τριβής είναι μεγαλύτερες σε σχέση με τις άλλες περιπτώσεις, ενώ για την τυρβώδη ροή στην περίπτωση παράλληλων πλακών (λεία τοιχώματα) είναι μικρότερες όπως αυτό είναι επίσης αναμενόμενο. Όσο η τιμή του αριθμού Re αυξάνεται, η τιμή του συντελεστή απωλειών, f , μειώνεται από λίγο έως ελάχιστα. Στην περίπτωση της τυρβώδους ροής, όπως και στην περίπτωση της στρωτής ροής, τα αποτελέσματα συμφωνούν ποιοτικά με τα αποτελέσματα της μεταπτυχιακής διατριβής της Δωροθέας Κασιτεροπούλου (2007).



Σχήμα 87. Συντελεστής απωλειών τριβής ανά υπολογιστικό φατνίο (module) για τυρβώδη ροή.

Συνολικά από την προσομοίωση ροής σε κανάλι με περιοδικά τοιχώματα και για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις μορφών προεξοχών που εξετάστηκαν συμπεραίνουμε ότι η παρουσία της προεξοχής διεγείρει τη ροή εγκλωβίζοντας το ρευστό στο εσωτερικό της προεξοχής και δημιουργώντας δίνες που μεταβάλλουν τις τιμές της ταχύτητας. Από όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις τόσο για την περίπτωση της στρωτής όσο και για την περίπτωση της τυρβώδους ροής, αυτές που παρουσιάζουν αρκετές ομοιότητες μεταξύ τους είναι οι περιπτώσεις των τριγωνικών προεξοχών. Η παρουσία των προεξοχών γενικότερα οδηγεί στην ανάπτυξη κλειστών γραμμών ροής (vortices) στο εσωτερικό αυτών, μειώνοντας τις τιμές των ταχυτήτων.

Ολοκληρώνοντας θα ήθελα να προσθέσω ότι στη μελέτη αυτή χρησιμοποιήθηκε αρκετά πυκνό πλέγμα που οδηγεί σε αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ωστόσο η δημιουργία πυκνότερου πλέγματος αυξάνει το υπολογιστικό κόστος και μόνο με την χρήση υπερ-υπολογιστών ίσως είναι εφικτή η βέλτιστη προσομοίωση.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Adachi, T. , Hasegawa, S., 2006, 'Transition of the Flow In a Symmetric Channel with Periodically Expanded Grooves', *Chemical Engineering Science*, vol.61, pp. 2721-2729.
- Benhalilou, M. , Kasagi, N., 1999, 'Numerical Prediction of Heat and Momentum Transfer over Micro-Grooved Surface with a Nonlinear k- ϵ Model', *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.42, pp. 2525-2541.
- Cao, B.- Y., Chen, M., Guo, Z.- Y., 2006, 'Effect of Surface Roughness on Gas Flow in Microchannels by Molecular Dynamics Simulation', *International Journal of Engineering Science*, pp. 927-937.
- CFX – 5 Solver Theory, 'Automatic Timescale Calculation, *Basic Solver Capability Theory*', Computational Fluid Dynamics – CFD Software manual , pages 49–50.
- Chung, Y.M., Tucker, P.G., Luo, K.H., 2001, 'Large-eddy simulation of complex internal flows. In: Geurts, B.J., Friedrich, R., Metais, O. (Eds.), *Direct and Large-Eddy Simulation IV*', Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, pp. 373–380.
- Chung, Y.M., Tucker, P.G., Roychowdhury, D.G., 2003, 'Unsteady laminar flow and convective heat transfer in a sharp 180° bend', *International Journal of Heat Fluid Flow*, Vol.24, pp. 67–76.
- Courant, R., Friedrichs, K. and Lewy, H., 1928, 'Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik', *Mathematische Annalen*, vol. 100, No. 1, pp. 32–74.
- Ghaddar, N.K., Karczak, K.Z., Mikic, B.B., Patera, A.T., 1986 'Numerical investigation of incompressible flow in grooved channels, Part1. Stability and self-sustained oscillations' *Journal of Fluid Mechanics* , Vol. 163, pp. 99–127.

- Greiner, M. , Faulkner, R.,J., Van, V.T, Tufo, H.M., Fischer, P.F. , 2000, 'Simulations of Three Dimensional Flow and Augmented Heat Transfer in a Symmetrically Grooved Channel', *Journal of Heat Transfer*, vol. 122, pp. 653-659.
- Greiner, M. , Fischer, P.F. , Tufo, H.M., 2002, 'Two-Dimensional Simulations of Enhanced Heat Transfer in an Intermittently Grooved Channel', *Journal of Heat Transfer*, 2002, vol. 124, pp. 1-8.
- Herman, C. , Kang, E. , 2002, ' Heat transfer enhancement in a grooved channel with curved vanes', *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, pp. 3741-3757.
- Iyer, R.S. , Kakac, S. , Fung, K.-Y., 1997, 'Instability and Heat Transfer in Grooved Channel Flow', *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 11, No.3., pp.437
- Karniadakis, G.E. , 1990, 'Spectral Element-Fourier Methods for Incompressible Turbulent Flows', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.80, pp. 367-380.
- Liakopoulos, A. , Blythe, P.H, Gunes, H. , 1997, 'A reduced dynamical model of convective flows in tall laterally heated cavities', *Proc. R. Soc. London, Ser.A* vol. 453, pp. 663.
- Mailybaev, A. A. , Seiranyan, A.P. , 1998, 'Singularities of the Boundaries of Stability Domains', *J.Appl.Maths Mechs.* , vol.62, No.6, pp. 909-920.
- Mohseni, K. , Colonius, T. , 2000, 'Numerical Treatment of Polar Coordinate Singularities', *Journal of Computational Physics*, vol.157, pp. 787-795.
- Nigen, J.S. , Amon, C.H. , 1995, 'Effect of Material Composition and Localized Heat Generation on Time-Dependent Conjugate Heat Transport', *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol.38, No.9, pp. 1565-1576.

- Sahan, R.A., Liakopoulos, A. , Gunes, H. , 1997, 'Reduced Dynamical Models of Nonisothermal Transitional Grooved-Channel Flow', *Physics of Fluids*, vol. 9, No.3, pp. 551-565.
- Schneider, G.E. and Devos, R., 1980, 'Nondimensional Analysis for the Heat Transport Capability of Axially-Grooved Heat Pipes Including Liquid/Vapor Interaction', *AIAA*, No.80-0214.
- Suh, J.S. and Park, Y.S , 2003, 'Analysis of Thermal Performance in a Micro Flat Heat Pipe with Axially Trapezoidal Groove', *Journal of Science and Engineering*, vol. 6, No.4, pp. 201-206.
- Zedan, M.F. , Dalton, C. , 1980, 'Higher-Order Axial Singularity Distributions for Potential Flow About Bodies of Revolution', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.21, pp. 295-314.

Θεοδωρίδης, Γ., Κωνσταντινίδης, Δ., Menter, F ,Scheuerer, G. , 2002, 'Εφαρμογές νέων μοντέλων τυρβώδους ροής και συζευγμένης επίλυσης εξισώσεων σε εμπορικούς κώδικες υπολογιστικής ρευστομηχανικής', ΡΟΗ 2002: *Ερευνητικές Δραστηριότητες στα Φαινόμενα Ροής Ρευστών στην Ελλάδα*, Πάτρα, pp. 147-154.

Κασιπεροπούλου Δ., 2007, 'Μελέτη Ροής σε Κλειστούς Αγωγούς με περιοδικά τοιχώματα', Μεταπτυχιακή Διατριβή, ΒΟΛΟΣ.

Λιακόπουλος Α. , 2010, 'ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ', Εκδόσεις Τζιόλα..

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

ΕΠΙΠΕΔΗ ΡΟΗ POISEUILLE

Η μόνιμη δισδιάστατη ροή Poiseuille μεταξύ παράλληλων επίπεδων πλακών μελετάται στο πλαίσιο των εξής παραδοχών (Λιακόπουλος, 2010) :

1. Η ροή είναι στρωτή, μόνιμη, ασυμπίεστη και πλήρως ανεπτυγμένη.
2. Η βαθμίδα πίεσης κατά μήκος της ροής είναι σταθερή.
3. Οι γραμμές ροής είναι ευθείες παράλληλες της την κατεύθυνση της βαθμίδας πίεσης.
4. Το ρευστό είναι νευτώνιο με σταθερή πυκνότητα και σταθερό δυναμικό ιξώδες.
5. Οι πλάκες είναι οριζόντιες

Η σχέση που συνδέει την κατανομή της ταχύτητας με την μέγιστη τιμή της για την ροή Poiseuille δίνεται από τον τύπο :

$$\frac{u}{u_{\max}} = 1 - \frac{y^2}{h^2} \quad (\text{Π1})$$

για σύστημα συντεταγμένων όπου ο άξονας x βρίσκεται στο μέσο επίπεδο μεταξύ των δύο παράλληλων πλακών και ο άξονας y είναι κάθετος προς τις επίπεδες πλάκες.

Στην σχέση (Π1) όπου $2h$ είναι το ύψος του καναλιού, u είναι η x συνιστώσα της ταχύτητας και u_{\max} είναι η μέγιστη τιμή της ταχύτητας στην διατομή. Ο τύπος αυτός χρησιμοποιείται για την σύγκριση της αναλυτικής με την θεωρητική λύση με σκοπό να ελεγχθεί η ορθότητα της μεθόδου αριθμητικής επίλυσης. Επίσης για την επίπεδη ροή Poiseuille προκύπτει ότι

$$u = \frac{2}{3} u_{\max}$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ

ΧΡΟΝΟΙ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

| Πλήρως ανεπτυγμένη μόνιμη στρωτή ροή (περιοδικές οριακές συνθήκες) | τύπος προεξοχής | αριθμός Re | αριθμός κόμβων | υπολογιστικός χρόνος ανά επανάληψη σε sec |
|--|-----------------------|------------|----------------|---|
| | επίπεδες πλάκες | 16 | 27918 | 1.2947 |
| | | 48 | | 1.0634 |
| | | 80 | | 1.2315 |
| | | 96 | | 1.2445 |
| | | 128 | | 1.2278 |
| | | 143 | | 1.2284 |
| | ορθογωνικές προεξοχές | 10 | 25778 | 1.1855 |
| | | 30 | | 1.1806 |
| | | 51 | | 1.1509 |
| 61 | | 1.1521 | | |
| 81 | | 1.1520 | | |
| 91 | | 1.1567 | | |
| ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές | 11 | 26058 | 1.8378 | |
| | 34 | | 1.8639 | |
| | 56 | | 1.8272 | |
| | 68 | | 1.8171 | |
| | 90 | | 1.8023 | |
| | 101 | | 1.8444 | |
| αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές | 13 | 12332 | 0.9310 | |
| | 39 | | 0.9620 | |
| | 66 | | 0.9471 | |
| | 79 | | 0.9264 | |
| | 105 | | 0.9224 | |
| | 118 | | 0.9287 | |

Πίνακας 7. Χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων για πλήρως ανεπτυγμένη στρωτή ροή. (Η προσομοίωση έγινε σε υπολογιστή intel dual core (2x3,00 GHz, RAM 2GB)).

ΧΡΟΝΟΙ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

| | τύπος προεξοχής | αριθμός Re | αριθμός κόμβων | υπολογιστικός χρόνος ανά επανάληψη σε sec |
|----------------------------------|--|---------------------------------|----------------|---|
| | Πλήρως ανεπτυγμένη μόνιμη τυρβώδης ροή (περιοδικές οριακές συνθήκες) | επίπεδες πλάκες | 59687 | 27918 |
| 67467 | | | 1.6278 | |
| 74556 | | | 2.0229 | |
| 87314 | | | 2.3007 | |
| 98800 | | | 1.5336 | |
| 101481 | | | 1.6651 | |
| ορθογωνικές προεξοχές | | | 43190 | |
| | | 48548 | 1.5702 | |
| | | 49803 | 1.5132 | |
| | | 56021 | 1.5070 | |
| | | 65079 | 1.5214 | |
| | | 80000 | 1.4950 | |
| | | ορθογώνιες τριγωνικές προεξοχές | 37557 | 26058 |
| 42139 | | | 2.0801 | |
| 43213 | | | 2.1170 | |
| 48527 | | | 2.1036 | |
| 54869 | | | 2.0839 | |
| 65903 | | | 2.7574 | |
| αμβλυγώνιες τριγωνικές προεξοχές | | | 48803 | |
| | | 54786 | 1.1267 | |
| | | 56185 | 1.0993 | |
| | | 63099 | 1.1061 | |
| | | 71359 | 1.1095 | |
| | | 85705 | 1.0960 | |

Πίνακας 8. Χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων για πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδης ροή. (Η προσομοίωση έγινε σε υπολογιστή intel dual core (2x3,00 GHz, RAM 2GB)).