

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Μηχανικών Υπολογιστών

Μεταπτυχιακή Διατριβή

«Μοντελοποίηση και προσομοίωση
κυκλωμάτων αμοιβαίων επαγωγών
με τεχνικές υποβιβασμού τάξης μοντέλου»

«Modeling and simulation
of circuits with mutual inductances
using model order reduction techniques»

Γάκη Θ. Στυλιανή

Επιβλέποντες: Ευμορφόπουλος Νέστωρ,
Επίκουρος Καθηγητής

Σταμούλης Γεώργιος,
Καθηγητής

Τσομπανοπούλου Παναγιώτα,
Επίκουρη Καθηγήτρια

Βόλος, 2013

Διπλωματική Εργασία για την απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην «Επιστήμη και Τεχνολογία Υπολογιστών, Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων», στα Πλαίσια του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

.....
Γάκη Στυλιανή

Διπλωματούχος Μηχανικός Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων

Copyright © Gaki Styliani, 2013

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Στην οικογένειά μου

Ευχαριστίες

Με την περάτωση της παρούσης εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Ευμορφόπουλο Νέστορα, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, την άριστη συνεργασία και τις διαρκείς και εύστοχες υποδείξεις του που βοήθησαν στην έγκαιρη ολοκλήρωση αυτής της μελέτης. Επιπρόσθετα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον έτερο επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Σταμούλη Γεώργιο, καθώς και την ετέρα επιβλέπουσα καθηγήτρια κ. Τσομπανοπούλου Παναγιώτα που δέχτηκαν να κρίνουν την παρούσα εργασία.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω στον διευθύνοντα σύμβουλο της Helic S.A. κ. Μπαντά Σωτήρη, για την ευκαιρία να γίνω μέλος της ομάδας της εταιρίας και να ασχοληθώ με της ερευνητική δραστηριότητα αυτής. Επίσης, ένα μεγάλο ευχαριστώ θα ήθελα να δώσω σε όλη την ομάδα της Helic S.A. και ιδιαίτερα στον κ. Μωυσιάδη Γιάννη για την άψογη συνεργασία και τις ουσιώδεις υποδείξεις του καθ' όλη την διάρκεια υλοποίησης της παρούσης εργασίας.

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω τον διδάκτορα του τμήματος και συνεργάτη μου στο εργαστήριο της Helic S.A. στον Βόλο, Νταλούκα Κωνσταντή, για την άμεση μετάδοση γνώσεων, την πολύτιμη βοήθεια του για την επίλυση διαφόρων προβλημάτων που παρουσιάστηκαν και την διαρκής στήριξη, στοιχεία που έπαιξαν πολύ σημαντικό ρόλο στην περάτωση της παρούσης εργασίας.

Τέλος, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου, Θεόδωρο και Κλεοπάτρα, και στα δύο μου αδέρφια, Δημοσθένη και Σταύρο, για την αμέριστη αγάπη και υποστήριξη που έχουν επιδείξει όλα αυτά τα χρόνια στην δύσκολη και συνεχή προσπάθεια για την επίτευξη των στόχων μου.

ΓΑΚΗ ΣΤΥΛΙΑΝΗ
Βόλος, 2013

Περιεχόμενα

Κατάλογος Πινάκων	8
Κατάλογος Σχημάτων.....	11
Κατάλογος Συντομογραφιών	15
Περίληψη	16
Summary	17
1. Εισαγωγή	18
1.1. Περιγραφή του Προβλήματος και Συμβολή της Εργασίας	18
1.2. Διάρθρωση της Διπλωματικής Εργασίας	20
2. Βασικές Έννοιες	21
2.1. Μοντελοποίηση Πολύθυρων Κυκλωμάτων	21
2.2. Τερματικά και Θύρες	22
2.3. Υ και Ζ παράμετροι	23
2.3.1. Υ παράμετροι σε μορφή πόλων και μηδενικών	24
3. Ρητή Προσέγγιση των Υ παραμέτρων	26
3.1. Προσέγγιση Διανύσματος (Vector Fitting , VF)	26
3.1.1. Τροποποιημένος VF (Modified VF - MVF)	30
3.1.2. Ταχύς VF (Fast VF - VF).....	31
4. Τεχνικές Σύνθεσης Ισοδύναμου Κυκλώματος	33
4.1. RCG σύνθεση	33
4.1.1. Εύρεση δυναμικών εξισώσεων από το τους πόλους και τα υπόλοιπα.....	33
4.1.1.1. Χειρισμός μιγαδικών πόλων.....	37
4.1.2. Σύνθεση των δυναμικών εξισώσεων.....	38
4.2. RLC σύνθεση	47
4.3. Επιβολή Παθητικότητας με Διαταραχή των Υπολοίπων	51
4.3.1 Εκτίμηση Παθητικότητας μέσω Πίνακα Ελέγχου Ιδιομορφιών	52
4.3.2. Ταχεία Διαταραχή των Υπολοίπων.....	53
4.2.2.1 Μείωση των Περιορισμών.....	54

5. Υλοποίηση	55
5.1. Περιγραφή	55
6. Πειραματικά αποτελέσματα	59
6.1. Πειραματικά Κυκλώματα.....	59
6.2. Πειραματική Διαδικασία	59
6.3. Αποτελέσματα	61
6.3.1. Χρόνοι εκτέλεσης VF μεθόδου	62
6.3.2. Αποτελέσματα σύνθεσης του RCG ισοδύναμου κυκλώματος	66
6.3.3. Αποτελέσματα σύνθεσης του RLC ισοδύναμου κυκλώματος.....	78
6.3.4. Συνολική Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων	90
6.3.3.1. Σύγκριση αποτελεσμάτων σύνθεσης RCG και RLC ισοδύναμων.....	
κυκλωμάτων.....	98
7. Επίλογος	104
7.1. Συμπεράσματα	104
7.2. Μελλοντικές επεκτάσεις.....	104
Βιβλιογραφία – Αναφορές	106

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1: Πειραματικά Κυκλώματα.....	59
Πίνακας 2: Περιπτώσεις εύρους και είδους συχνότητας σάρωσης.....	59
Πίνακας 3: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case1).....	66
Πίνακας 4: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 2).....	68
Πίνακας 5: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 3).....	68
Πίνακας 6: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 4).....	69
Πίνακας 7: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 5).....	71
Πίνακας 8: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 1)	72
Πίνακας 9: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 2)	73
Πίνακας 10: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 3)	74
Πίνακας 11: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 4)	75
Πίνακας 12: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 5)	77
Πίνακας 13: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 1).....	78
Πίνακας 14: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 2).....	79
Πίνακας 15: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 3).....	80
Πίνακας 16: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 4).....	81
Πίνακας 17: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 5).....	83
Πίνακας 18: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 1)	84
Πίνακας 19: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 2)	85
Πίνακας 20: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 3)	86

Πίνακας 21: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 4)	87
Πίνακας 22: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 5)	89
Πίνακας 23: Καλύτερη προσέγγιση Y- παραμέτρων της RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun"	90
Πίνακας 24: Καλύτερη προσέγγιση Y-παραμέτρων της RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun"	90
Πίνακας 25: Καλύτερη προσέγγιση Y-παραμέτρων της RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder"	91
Πίνακας 26: Καλύτερη προσέγγιση Y-παραμέτρων της RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder"	91
Πίνακας 27: Καλύτερη προσέγγιση Z- παραμέτρων της RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun"	91
Πίνακας 28: Καλύτερη προσέγγιση Z- παραμέτρων της RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun"	92
Πίνακας 29: Καλύτερη προσέγγιση Z- παραμέτρων της RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder"	92
Πίνακας 30: Καλύτερη προσέγγιση Z- παραμέτρων της RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder"	92
Πίνακας 31: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 1)	93
Πίνακας 32: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 2)	93
Πίνακας 33: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 3)	93
Πίνακας 34: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 4)	94
Πίνακας 35: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 5)	94
Πίνακας 36: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 1)	95

Πίνακας 37: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 2)	96
Πίνακας 38: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 3)	96
Πίνακας 39: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 4)	96
Πίνακας 40: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 5)	96

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1: Σύνθεση Ισοδύναμου Κυκλώματος	18
Σχήμα 2: Ροή Σύνθεσης Ισοδύναμου Κυκλώματος	19
Σχήμα 3: Ένα τυπικό πρόβλημα διασυνδέσεων.....	21
Σχήμα 4: N-θυρο Κύκλωμα	22
Σχήμα 5: Κύκλωμα με τερματικό a, εσωτερικό κόμβο 1, θύρα P και θύρα Q(a,0).	22
Σχήμα 6: Σύνθεση μίας γραμμής των δυναμικών εξισώσεων (Γενική μορφή)	39
Σχήμα 7: Σύνθεση μίας θύρας των δυναμικών εξισώσεων(Γενική Μορφή)	39
Σχήμα 8: Συνολική σύνθεση των δυναμικών εξισώσεων (Γενική Μορφή)	40
Σχήμα 9: Σύνθεση μίας γραμμής των δυναμικών εξισώσεων (για πραγματικό πόλο)....	41
Σχήμα 10:Σύνθεση δύο γραμμών των δυναμικών εξισώσεων(για ζεύγος μιγαδικών πόλων)	41
Σχήμα 11: Σύνθεση μίας θύρας των δυναμικών εξισώσεων (για D μη-μηδενικό)	42
Σχήμα 12: Συνολική σύνθεση των δυναμικών εξισώσεων.....	42
Σχήμα 13: Ισοδύναμο Κύκλωμα (Παράδειγμα: 1-θύρα, 1-πόλος για την Y).....	43
Σχήμα 14: Ισοδύναμο Κύκλωμα (Παράδειγμα: 1-θύρα, q-πόλους για την Y)	44
Σχήμα 15: Ισοδύναμο Κύκλωμα (Παράδειγμα: 1-θύρα, 1 ζεύγος μιγαδικών πόλων και ένας πραγματικός πόλος για την Y)	45
Σχήμα 16: Ισοδύναμο Κύκλωμα (Παράδειγμα: 2-θύρες, 2-πόλοι για κάθε Y _{ij})	46
Σχήμα 17: Ισοδύναμο RLC Κύκλωμα (Παράδειγμα: 3-θύρες).....	47
Σχήμα 18: Σύνθεση ενός κλάδου του Ισοδύναμου RLC Κυκλώματος	48
Σχήμα 19: Ισοδύναμο RLC Κύκλωμα (Παράδειγμα: 1-θύρα, 2-πόλοι για την Y)	49
Σχήμα 20: Ισοδύναμο RLC Κύκλωμα (Παράδειγμα: 2-θύρες, 2 πόλοι για κάθε Y _{ij})	50

Σχήμα 21: Επιλογή δείγματος για επιβολή παθητικότητας.....	54
Σχήμα 22: Διάγραμμα ροής της συνολικής διαδικασίας Σύνθεσης του Ισοδύναμου Κυκλώματος.....	58
Σχήμα 23: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 1).....	62
Σχήμα 24: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 2).....	62
Σχήμα 25: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 3).....	63
Σχήμα 26: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 4).....	63
Σχήμα 27: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 5).....	63
Σχήμα 28: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 1).....	64
Σχήμα 29: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 2).....	64
Σχήμα 30: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 3).....	64
Σχήμα 31: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 4).....	65
Σχήμα 32: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 5).....	65
Σχήμα 33: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case1).....	67
Σχήμα 34: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 2).....	68
Σχήμα 35: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 3).....	69
Σχήμα 36: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 4).....	70
Σχήμα 37: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 5).....	71
Σχήμα 38: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 1).....	73
Σχήμα 39: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 2).....	74
Σχήμα 40: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 3).....	75

Σχήμα 41: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 4)	76
Σχήμα 42: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 5)	77
Σχήμα 43: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 1)	79
Σχήμα 44: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 2)	80
Σχήμα 45: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 3)	81
Σχήμα 46: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 4)	82
Σχήμα 47: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 5)	83
Σχήμα 48: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 1)	85
Σχήμα 49: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 2)	86
Σχήμα 50: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 3)	87
Σχήμα 51: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 4)	88
Σχήμα 52: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 5)	89
Σχήμα 53: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα Χρόνων Εκτέλεσης για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun"	94
Σχήμα 54: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα Πλήθους Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun"	95
Σχήμα 55: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα Χρόνων Εκτέλεσης για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder"	97
Σχήμα 56: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα Πλήθους Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder"	98
Σχήμα 57: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 1)	99
Σχήμα 58: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 2)	99
Σχήμα 59: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 3)	100

Σχήμα 60: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 4)	100
Σχήμα 61: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 5)	100
Σχήμα 62: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 1)	101
Σχήμα 63: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 2)	101
Σχήμα 64: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 3)	101
Σχήμα 65: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 4)	102
Σχήμα 66: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 5)	102

Κατάλογος Συντομογραφιών

MOR	Model Order Reduction
RFA	Rational Function Approximation
VF	Vector Fitting
MVF	Modified Vector Fitting
FVF	Fast Vector Fitting
MFVF	Modified and Fast Vector Fitting
LS	Least Squares
RCG	Resistance, Capacitor, Voltage-Controlled Current Source
RLC	Resistance, Inductor, Capacitor
QP	Quadratic Programming
RMS	Root Mean Square

Περίληψη

Η παρούσα εργασία ασχολείται με την χρήση της τεχνικής υποβιβασμού τάξης μοντέλου, γνωστή ως σύνθεση ισοδύναμου κυκλώματος, ως μέσο για την μείωση τάξης κυκλωμάτων μεγάλης κλίμακας. Περιγράφουμε αναλυτικά την στρατηγική σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος. Συγκεκριμένα, ξεκινώντας από δεδομένα τα οποία έχουν προκύψει είτε μέσω μετρήσεων είτε μέσω προσομοιώσεων, βρίσκουμε την ρητή προσέγγιση των Υ-παραμέτρων μέσω του αλγορίθμου επανατοποθέτησης πόλων, γνωστός ως προσέγγιση διανύσματος. Στην συνέχεια, εφαρμόζεται μία μέθοδος σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος, ώστε να προκύψει το ισοδύναμο μικρότερης τάξης κύκλωμα. Στην εργασία αυτή, μελετώνται αναλυτικά και εφαρμόζονται δύο μέθοδοι σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος, εκ των οποίων η μία παράγει ένα ισοδύναμο RCG κύκλωμα και η άλλη ένα RLC ισοδύναμο κύκλωμα. Η ακρίβεια και η αποτελεσματικότητα των μεθόδων αυτών αποδεικνύεται μέσα από μία σειρά πειραμάτων που παρουσιάζονται και αναλύονται.

Λέξεις Κλειδιά:

Τεχνικές Υποβιβασμού Τάξης Μοντέλου, MOR, Σύνθεση Ισοδύναμου Κυκλώματος, Προσέγγιση Διανύσματος, VF, MFV, FVF, RCG Σύνθεση Ισοδύναμου Κυκλώματος, RCG Σύνθεση Ισοδύναμου Κυκλώματος, Κύκλωμα Διασυνδέσεων.

Summary

This thesis aims to explore the model order reduction technique known as equivalent circuit synthesis as a means to reduce order of large scale circuits. We describe in detail the strategy for equivalent circuit synthesis. Specifically, starting from numerical data obtained by measurements or simulations, the rational function representation of Y-parameters is found using vector fitting procedure which relocates poles to better positions. Then, an equivalent circuit synthesis method is applied in order to obtain the equivalent reduced-order circuit. Two equivalent circuit synthesis methods are presented in this thesis, the first of which generates an RCG equivalent circuit, whereas the second generates an RLC equivalent circuit. The accuracy and efficiency of these methods is demonstrated through a series of experiments that are presented and analyzed.

Keywords:

Model Order Reduction Techniques, MOR, Equivalent Circuit Synthesis, Vector fitting, VF, MFV, FVF, RCG Equivalent Circuit Synthesis, RLC Equivalent Circuit Synthesis, Interconnect Circuit.

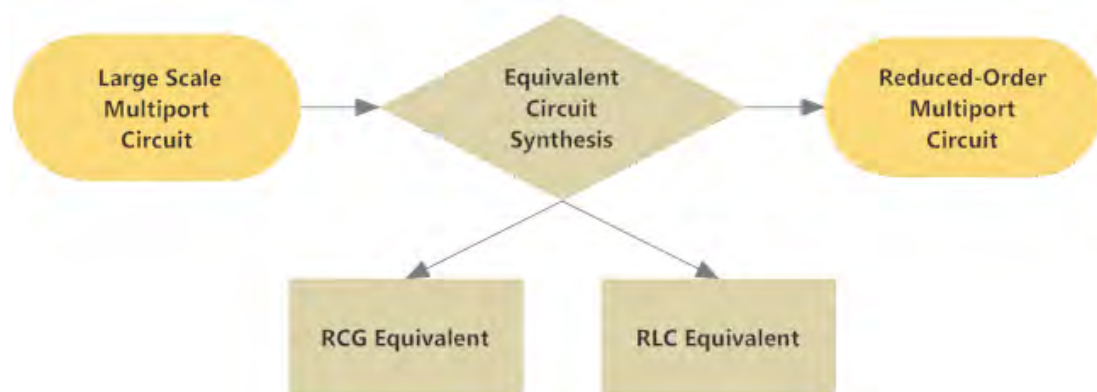
Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1. Περιγραφή του Προβλήματος και Συμβολή της Εργασίας

Τις τελευταίες δεκαετίες, καθώς οι απαιτήσεις για υψηλής απόδοσης συστήματα αυξάνονται συνεχώς ενώ ταυτόχρονα οι διαστάσεις μειώνονται συνεχώς και οι ταχύτητες λειτουργίας ξεπερνούν το γιγαχέρτζ, οι διασυνδέσεις αποτελούν ένα κύριο παράγοντα για την απόδοση ολόκληρου του chip. Ωστόσο, τα κυκλώματα που μοντελοποιούν την συμπεριφορά των διασυνδέσεων, συνήθως καταλήγουν να είναι πολύ μεγάλης κλίμακας, οπότε και η μελέτη τεχνικών για την ανάλυση των διασυνδέσεων αυτών αποτελούν σημαντική πρόκληση.

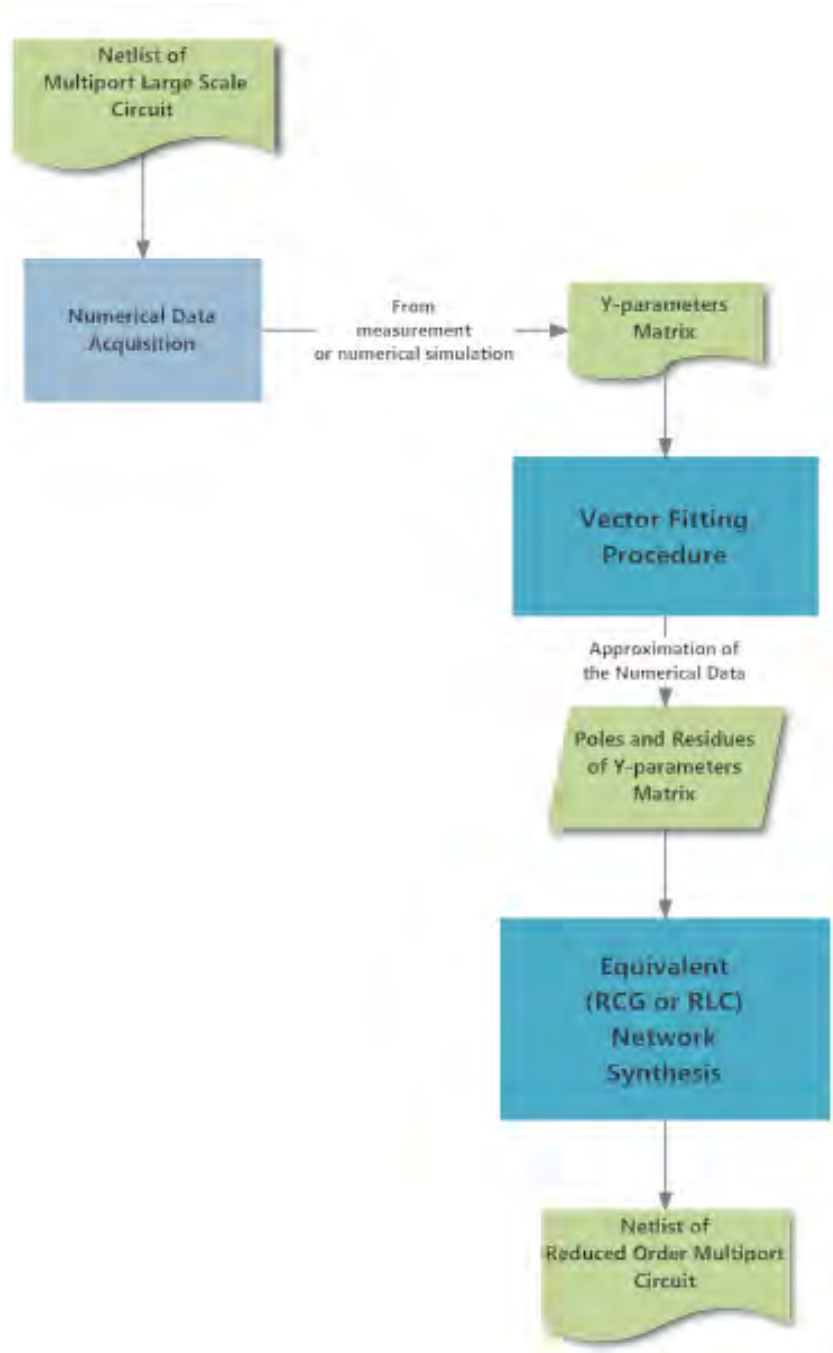
Η χρήση τεχνικών υποβιβασμού τάξης μοντέλου (Model Order Reduction Techniques, MOR) είναι η σημαντικότερη τεχνική για την γρήγορη προσομοίωση των κυκλωμάτων διασυνδέσεων μεγάλης κλίμακας. Μία τέτοια τεχνική με μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον αποτελεί και η σύνθεση ισοδύναμου κυκλώματος (Σχήμα 1). Σε μία τυπική ροή σχεδιασμού, όλα τα είδη της ανάλυσης του κυκλώματος και των διαδικασιών επαλήθευσης, παίρνουν ως είσοδο τέτοια προκύπτοντα ισοδύναμα κυκλώματα. Αν τέτοια ισοδύναμα κυκλώματα δεν είναι διαθέσιμα όλοι οι προσομοιωτές κυκλωμάτων και τα αντίστοιχα προγράμματα, πρέπει να τροποποιηθούν ώστε να χειρίζονται συναρτήσεις μεταφοράς ή άλλα μοντέλα που εξαρτώνται από την συχνότητα και αφορούν τις διασυνδέσεις.



Σχήμα 1: Σύνθεση Ισοδύναμου Κυκλώματος

Στην παρούσα διπλωματική παρουσιάζονται και εξετάζονται δύο τεχνικές σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος. Η πρώτη εξεταζόμενη μέθοδος βασίζεται στην υλοποίηση των δυναμικών εξισώσεων [1] και παράγει ένα RCG ισοδύναμο κύκλωμα (δηλαδή ένα κύκλωμα που αποτελείται από αντιστάσεις, πυκνωτές και εξαρτημένες από τάση πηγές ρεύματος) και η δεύτερη εξεταζόμενη μέθοδος βασίζεται στην χρήση του ισοδύναμου Foster [2] και παράγει ένα RLC ισοδύναμο κύκλωμα (δηλαδή ένα κύκλωμα που αποτελείται από αντιστάσεις, πηνία και πυκνωτές). Για την εφαρμογή των μεθόδων αυτών χρειάζεται, ξεκινώντας από αριθμητικά δεδομένα της συνάρτησης μεταφοράς και συγκεκριμέ-

να τον πίνακα συναρτήσεων αγωγιμότητας, γνωστός και ως πίνακας των Y παραμέτρων, του μοντέλου διασυνδέσεων τα οποία έχουν προκύψει είτε μέσω μετρήσεων είτε μέσω αριθμητικών προσομοιώσεων, να βρούμε την αναπαράσταση αυτής συναρτήσεως των πόλων (poles) και των υπόλοιπων (residues). Η ρητή προσέγγιση (rational function approximation, RFA) της συνάρτησης αγωγιμότητας, μπορεί να επιτευχθεί μέσω του αλγορίθμου επανατοποθέτησης πόλων, γνωστός ως Προσέγγιση Διανύσματος (Vector Fitting, VF) [3]. Συνολικά, η ροή σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 2).



Σχήμα 2: Ροή Σύνθεσης Ισοδύναμου Κυκλώματος

1.2. Διάρθρωση της Διπλωματικής Εργασίας

Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται μία εισαγωγή στην αναπαράσταση των πολύθυρων κυκλωμάτων και στην μοντελοποίηση αυτών.

Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφεται αναλυτικά η μέθοδος προσέγγισης των Y παραμέτρων γνωστή ως Προσέγγιση Διανύσματος, η οποία χρησιμοποιείται ώστε να βρούμε τους πόλους και τα μηδενικά των Y παραμέτρων, προσεγγίζοντας τα αριθμητικά δεδομένα.

Το Κεφάλαιο 4 αποτελεί μία αναλυτική περιγραφή δύο Τεχνικών Σύνθεσης Ισοδύναμου Κυκλώματος κ των οποίων η μία παράγει ένα RCG ισοδύναμο κύκλωμα και η άλλη παράγει ένα RLC ισοδύναμο κύκλωμα.

Στην συνέχεια, στο Κεφάλαιο 5 περιγράφεται η υλοποίηση και η δομή του εργαλείου που αναπτύξαμε, καθώς και το πώς διαμορφώνεται το διάγραμμα ροής της συνολικής διαδικασίας της Σύνθεσης του Ισοδύναμου Κυκλώματος.

Έπειτα, στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα του εργαλείου που αναπτύχθηκε, περιγράφοντας πρωτίστως την πειραματική διαδικασία που ακολουθήθηκε.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 7 παρουσιάζονται τα κύρια συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα εργασία και κάποιες μελλοντικές επεκτάσεις αυτής.

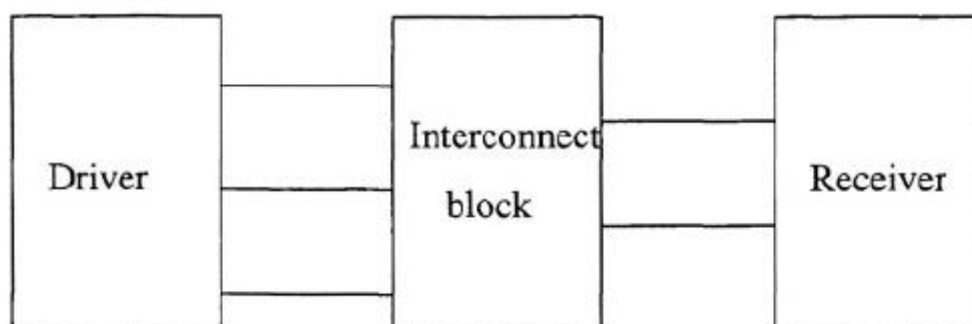
Κεφάλαιο 2

Βασικές Έννοιες

Σε αυτό το Κεφάλαιο γίνεται μία εισαγωγή στην αναπαράσταση των πολύθυρων κυκλωμάτων και στην μοντελοποίηση αυτών.

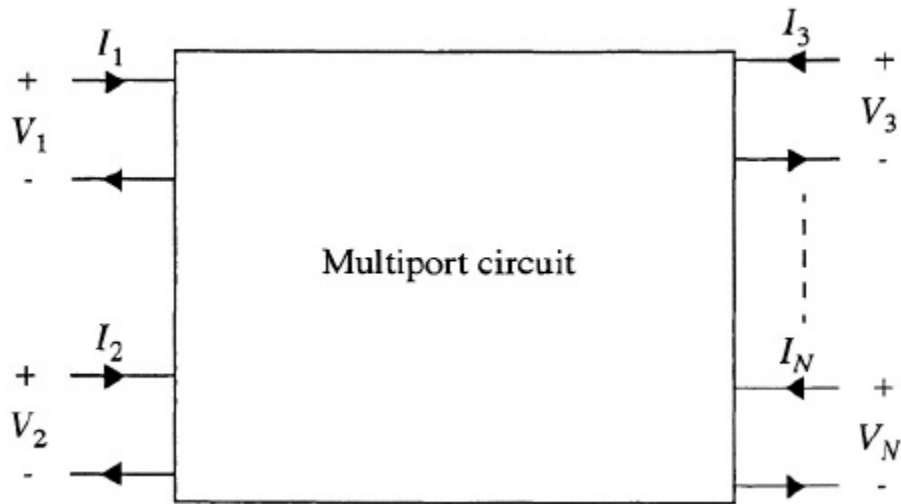
2.1. Μοντελοποίηση Πολύθυρων Κυκλωμάτων

Όπως αναφέραμε ήδη η προσομοίωση των κυκλωμάτων διασυνδέσεων μαζί με τους μη-γραμμικούς ή γραμμικούς οδηγούς και δέκτες μπορεί να είναι ιδιαίτερος χρονοβόρα λόγω του μεγάλου μεγέθους του γραμμικού κυκλώματος διασυνδέσεων. Γνωρίζοντας ότι ο αριθμός των αλληλεπιδράσεων (θυρών) μεταξύ των διασυνδέσεων και των οδηγών και των αποδεκτών είναι πολύ μικρός σε σχέση με τα στοιχεία του κυκλώματος διασυνδέσεων, είναι συμφέρον να γίνει διαμερισμός αυτού από του οδηγούς και τους δέκτες. Έτσι μπορούμε να συνθέσουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του κυκλώματος διασυνδέσεων με την χρήση κάποιας από της μεθόδους που θα περιγράψουμε στο Κεφάλαιο 3, το οποίο στην συνέχεια μπορεί να συνδυαστεί με οποιοδήποτε γραμμικά ή μη γραμμικά κυκλώματα και να προσομοιωθεί με πολύ καλύτερη απόδοση.



Σχήμα 3: Ένα τυπικό πρόβλημα διασυνδέσεων

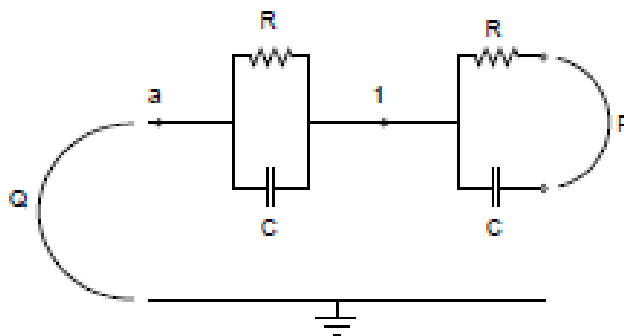
Θεωρώντας, για παράδειγμα, ένα απλό πρόβλημα διασύνδεσης το οποίο αποτελείται από έναν οδηγό, ένα φορτίο ένα κύκλωμα διασύνδεσης μεταξύ αυτών (Σχήμα 3), παρατηρούμε πως το κύκλωμα αυτό μπορεί να διαμεριστεί στα εξής τρία κομμάτια: το κύκλωμα διασύνδεσης, το κύκλωμα του οδηγού και το κύκλωμα του φορτίου. Η μόνη αλληλεπίδραση μεταξύ του κυκλώματος των διασυνδέσεων και των δύο άλλων είναι μερικά τερματικά. Οπότε η μόνη πληροφορία που χρειάζεται να γνωρίζουμε για αυτό είναι οι χαρακτηριστικές εξισώσεις της τάσης και του ρεύματος σε αυτά τα τερματικά. Συνεπώς, το κύκλωμα των διασυνδέσεων μπορεί να μοντελοποιηθεί γενικά σαν ένα πολύθυρο κύκλωμα (Σχήμα 4), ονομαζόμενο έτσι διότι μπορεί να αναπαρασταθεί με τα τερματικά του ή τις θύρες του, και το οποίο μπορεί να χαρακτηριστεί πλήρως από τις Y ή τις Z παραμέτρους. Παρακάτω δίνονται αναλυτικά οι ορισμοί όλων των προαναφερθεισών εννοιών.



Σχήμα 4: N-θυρο Κύκλωμα

2.2. Τερματικά και Θύρες

Τερματικό είναι ένας κόμβος του κυκλώματος ο οποίος είναι προσπελάσιμος από το εξωτερικό του κυκλώματος δηλαδή είναι ένας κόμβος στον οποίο μπορεί να “εγχυθεί” ρεύμα (κόμβος a στο Σχήμα 5). Συχνά το τερματικό χαρακτηρίζεται και ως εξωτερικός κόμβος σε σύγκριση με τον χαρακτηρισμό του εσωτερικού κόμβου ο οποίος δεν είναι προσπελάσιμος από το εξωτερικό του κυκλώματος (όπως ο κόμβος 1 στο Σχήμα 5). Μία θύρα αποτελείται από δύο τερματικά τα οποία μπορούν να συνδεθούν μέσω μιας πηγής ρεύματος ή τάσης ή μέσω ενός άλλου υποκυκλώματος (όπως η θύρα P στο Σχήμα 5). Συνήθως θεωρείται ή καμιά φορά υπονοείται ότι το τερματικό αναφοράς μίας θύρας είναι η γείωση. Έτσι, το τερματικό a (στο Σχήμα 5) συμπεριλαμβανομένης και της γείωσης, μπορεί να θεωρηθεί ως θύρα (Q). Στο πλαίσιο της παρούσης εργασίας όταν αναφερόμαστε σε μία θύρα, έστω X, θα αναφερόμαστε στην θύρα που αποτελείται από το αντίστοιχο τερματικό X και την γείωση.



Σχήμα 5: Κύκλωμα με τερματικό a, εσωτερικό κόμβο 1, θύρα P και θύρα Q(a,0).

2.3. Y και Z παράμετροι

Κάθε γραμμικό πολύθυρο κύκλωμα, μπορεί να χαρακτηριστεί πλήρως από τον πίνακα συναρτήσεων μεταφοράς στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας s . Σημειώνουμε πως γνωρίζοντας τη συνάρτηση μεταφοράς $T(s)$ μπορούμε να την μελετήσουμε για φυσικές συχνότητες με αντικατάσταση του s με $j\omega$. Η συνάρτηση μεταφοράς $T(j\omega)$ είναι μια σύνθετη ποσότητα και το μέτρο της δίνει την απόκριση μέτρου ενώ η γωνία την απόκριση φάσης.

Οι Y και Z παράμετροι είναι υποσύνολα της γενικότερης κατηγορίας των πινάκων συναρτήσεων μεταφοράς. Θεωρώντας ένα N -θυρο κύκλωμα (όπως το Σχήμα 4), παρατηρούμε ότι χαρακτηρίζεται από τις μεταβλητές V_1, V_2, \dots, V_N και I_1, I_2, \dots, I_N . Λαμβάνοντας υπόψη μας ποιες μεταβλητές μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μεταβλητές διέγερσης και ποιες ως μεταβλητές απόκρισης, διάφορα σύνολα από εξισώσεις και παραμέτρους μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την περιγραφή του N -θυρου, ποιο γνωστά από τα οποία είναι οι Y και οι Z παράμετροι. Υπάρχουν και άλλα ήδη παραμέτρων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν, όπως για παράδειγμα οι H -παράμετροι, οι S -παράμετροι και οι $ABCD$ -παράμετροι, τις οποίες όμως δεν θα αναλύσουμε στα πλαίσια της παρούσης εργασίας. Αξίζει να σημειώσουμε πως είναι δυνατόν να βρούμε οποιοδήποτε είδος παραμέτρων ξεκινώντας από κάποιο γνωστό υπολογισμένο είδος, μέσω κατάλληλων μετατροπών. Παρακάτω παρουσιάζουμε αναλυτικά τον ορισμό των Y και των Z παραμέτρων.

Οι Y παράμετροι ορίζονται ως

$$Y V = I \quad (2.1)$$

όπου ο Y είναι ο $N \times N$ πίνακας αγωγιμοτήτων, V είναι το N -διάστατο διάνυσμα τάσεων στις θύρες και I είναι το N -διάστατο διάνυσμα ρευμάτων στις θύρες, ως εξής:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Για να καθορίσουμε το κάθε στοιχείο Y_{ij} , εφαρμόζουμε πηγές τάσης σε όλες τις θύρες βραχυκυκλώνοντας όλες εκτός από την πηγή τάσης στην θύρα j , δηλαδή εκτός από την πηγή V_j , και μετράμε το ρεύμα στην θύρα i , δηλαδή το I_i . Οπότε το Y_{ij} , ορίζεται ως εξής:

$$Y_{ij} = \frac{I_i}{V_j} \mid V_k = 0, k = 1, \dots, N, k \neq j \quad (2.3)$$

Αντίστοιχα, μετρώντας το ρεύμα σε κάθε μία από τις N θύρες ξεχωριστά παίρνουμε μία στήλη του πίνακα (2.2) :

$$Y_{ij} V_j = I_i, i = 1, \dots, N \quad (2.4)$$

Γενικότερα για να βρούμε τις Y -παραμέτρους χρησιμοποιούμε ως μεταβλητές διέγερσης τις τάσεις στις N θύρες και μεταβλητές απόκρισης τα ρεύματα στις N θύρες για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αυτών.

Παρομοίως για οι Z παράμετροι ορίζονται ως:

$$Z I = V \quad (2.5)$$

όπου Z είναι ο $N \times N$ πίνακας αντιστάσεων, ως εξής:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Για να καθορίσουμε το κάθε στοιχείο του Z_{ij} εφαρμόζουμε πηγές ρεύματος σε όλες τις θύρες ανοιχτοκυκλώνοντας όλες εκτός από την πηγή ρεύματος στην θύρα j , δηλαδή εκτός από την πηγή I_j και μετράμε την τάση στην θύρα i , δηλαδή το V_i . Οπότε το Z_{ij} ορίζεται ως εξής:

$$Z_{ij} = \frac{V_i}{I_j} \mid I_k = 0, k = 1, \dots, N, k \neq j \quad (2.7)$$

Γενικότερα για να βρούμε τις Z παραμέτρους χρησιμοποιούμε ως μεταβλητές διέγερσης τα ρεύματα στις N θύρες και μεταβλητές απόκρισης τις τάσεις στις N θύρες για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αυτών.

2.3.1. Υ παράμετροι σε μορφή πόλων και μηδενικών

Όπως αναφέραμε και παραπάνω κάθε συνάρτηση μεταφοράς T_{ij} του πίνακα συναρτήσεων μεταφοράς ορίζεται στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας s . Συνεπώς και κάθε Y_{ij} παράμετρος του πίνακα αγωγιμοτήτων Y ορίζεται και αυτή στο ίδιο πεδίο. Το ίδιο ισχύει και για τις παραμέτρους του πίνακα αντιστάσεων Z .

Γενικά για τα κυκλώματα που μας αφορούν η κάθε Y_{ij} μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή:

$$Y_{ij}(s) = \frac{p_m s^m + p_{m-1} s^{m-1} + \dots + p_0}{s^n + q_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0} \quad (2.8)$$

όπου οι συντελεστές p και q είναι πραγματικοί αριθμοί και η τάξη m του αριθμητή είναι μικρότερη ή ίση με την τάξη n του παρονομαστή. Εναλλακτικά, το κάθε Y_{ij} μπορεί να εκφραστεί ως:

$$Y_{ij}(s) = p_m \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - a_1)(s - a_2) \dots (s - a_n)} \quad (2.9)$$

όπου z_1, z_2, \dots, z_m είναι οι ρίζες του πολυωνύμου του αριθμητή και ονομάζονται μηδενικά και a_1, a_2, \dots, a_n είναι οι ρίζες του παρονομαστή και ονομάζονται πόλοι.

Συγκεκριμένα, για την περίπτωση που μελετάμε θέλουμε να εκφράσουμε η κάθε $Y_{ij}(s)$ να ως μια ρητή συνάρτηση συναρτήσει πόλων και υπολοίπων ως εξής:

$$Y_{ij}(s) = \frac{c_1}{s - a_1} + \frac{c_2}{s - a_2} + \dots + \frac{c_n}{s - a_n} \quad (2.10)$$

όπου τα c_1, c_2, \dots, c_m ονομάζονται υπόλοιπα και προκύπτουν αναλύοντας σε αθροίσματα μερικών κλασμάτων την (2.9) και a_1, a_2, \dots, a_n είναι οι πόλοι της (2.9).

Γενικά, ένα διαφορετικό σύνολο πόλων χρησιμοποιείται για κάθε παράμετρο $Y_{ij}(s)$. Εναλλακτικά, ένα ίδιο σύνολο πόλων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για όλες ή για μερικές παραμέτρους. Επιπλέον, η τάξη της κάθε συνάρτησης που αντιστοιχεί σε κάθε παράμετρο μπορεί να είναι διαφορετική.

Έχοντας τις Y παραμέτρους στην μορφή πόλων και υπολοίπων που περιγράψαμε παραπάνω, μπορούμε να προχωρήσουμε στην εύρεση του ισοδύναμου κυκλώματος με την εφαρμογή των μεθόδων που περιγράφουμε στο Κεφάλαιο 4. Πριν προχωρήσουμε όμως στην παρουσίαση των μεθόδων αυτών, θα περιγράψουμε πρώτα αναλυτικά στο επόμενο Κεφάλαιο πως μπορούμε να εκφράσουμε τις Y παραμέτρους στην ζητούμενη μορφή.

Κεφάλαιο 3

Ρητή Προσέγγιση των Y παραμέτρων

Όπως αναφέραμε οι Y παράμετροι συνήθως προκύπτουν από μετρήσεις ή από αριθμητικές προσομοιώσεις. Συνεπώς για κάθε παράμετρο Y_{ij} γνωρίζουμε την τιμή της σε συγκεκριμένα σημεία γωνιακής συχνότητας ω με την κάθε τιμή αυτή να είναι ένας μιγαδικός αριθμός και δεν γνωρίζουμε την ρητή αναπαράστασή της συναρτήσει των πόλων και των υπολοίπων την οποία χρειαζόμαστε για την εφαρμογή των μεθόδων σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος. Για τον σκοπό αυτό, χρησιμοποιούμε την VF μέθοδο ώστε να βρούμε τους πόλους και τα μηδενικά της ρητής συνάρτησης κάθε Y παραμέτρου, προσεγγίζοντας τα αριθμητικά δεδομένα. Γενικά, η μέθοδος VF είναι μία επαναληπτική μέθοδος η οποία επανατοποθετεί ένα αρχικό σύνολο πόλων σε καλύτερες θέσεις λύνοντας ένα πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων. Στην ακόλουθη ενότητα περιγράφουμε αναλυτικά την διαδικασία της μεθόδου αυτής.

Σημειώνουμε πως η επιλογή της μεθόδου αυτής έγινε έπειτα από εφαρμογή διαφορών μεθόδων προσέγγισης σε πληθώρα πραγματικών παραδειγμάτων και σύγκριση του σφάλματος της προσέγγισης αυτής όπου και η μέθοδος του Vector Fitting κατέληξε με διαφορά σε καλύτερα αποτελέσματα, δηλαδή σε καλύτερη προσέγγιση, σε όλες τις περιπτώσεις. Ενδεικτικά, άλλες μέθοδοι που εξετάστηκαν είναι η μη γραμμική προσέγγιση καμπύλης (nonlinear curve fitting), η μέθοδος Prony και η μέθοδος Cauchy [4].

3.1. Προσέγγιση Διανύσματος (Vector Fitting, VF)

Ο αλγόριθμος του VF παίρνει ως είσοδο ένα διάνυσμα $\underline{y}(s)$ και προσεγγίζει όλα τα $n = N \times N$ στοιχεία του ταυτόχρονα χρησιμοποιώντας ένα κοινό σύνολο N_q πόλων. Κάθε στοιχείο y_i του \underline{y} προσεγγίζεται από την:

$$y_i(s) \approx y_{fitted}(s) = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_{im}}{s - a_m} + d_i + s * e_i, i = 1, \dots, n \quad (3.1)$$

όπου a_m είναι ο m -στός πόλος και c_{im} το αντίστοιχο υπόλοιπο για τον πόλο αυτό για το στοιχείο y_i . Παρατηρούμε πως τα υπόλοιπα εξαρτώνται από το i , δηλαδή το εκάστοτε στοιχείο του \underline{y} , ενώ οι πόλοι δεν εξαρτώνται από αυτό γιατί είναι κοινοί για όλα τα στοιχεία. Οι πόλοι και τα υπόλοιπα είναι είτε πραγματικοί αριθμοί είτε εμφανίζονται σε ζεύγη συζυγών μιγαδικών αριθμών και όπου d_i (σταθερός όρος) και e_i (χωρητικός όρος) είναι πραγματικοί αριθμοί και μπορούν να είναι μηδέν αν το επιθυμούμε.

Οπότε το πρόβλημα έγκειται στο να υπολογίσουμε τους συντελεστές του (3.1) έτσι ώστε η προσέγγιση των ελαχίστων τετραγώνων του $\underline{y}(s)$ να βρεθεί για ένα διάστημα συχνοτήτων. Σημειώνουμε πως το πρόβλημα είναι μη γραμμικό σε σχέση με τους αγνώστους αφού οι άγνωστοι a_m εμφανίζονται στο παρονομαστή. Το VF λύνει αυτό το πρόβλημα σταδιακά σαν γραμμικό πρόβλημα σε δύο στάδια χρησιμοποιώντας γνωστούς πόλους. Παρακάτω περιγράφουμε αναλυτικά αυτά τα στάδια.

Σημειώνουμε πως η περιγραφή των δύο σταδίων γίνεται για την περίπτωση της μονοδιάστατης εισόδου $y(s)$. Τα στάδια προσαρμόζονται αναλόγως και για την περίπτωση της πολυδιάστατης εισόδου $\underline{y}(s)$ αντικαθιστώντας απλά το $y(s)$ με ένα διάνυσμα. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα όλα τα στοιχεία να του διανύσματος προς προσέγγιση να μοιράζονται τους ίδιους πόλους.

Στάδιο 1: Εύρεση Πόλων

Καθορίζουμε ένα σύνολο αρχικών πόλων $\bar{\alpha}_m$ για το πρόβλημα και πολλαπλασιάζουμε την $y(s)$ με μία άγνωστη συνάρτηση $\sigma(s)$. Επιπλέον εισάγουμε μία ρητή προσέγγιση για την άγνωστη αυτή συνάρτηση. Το προκύπτον πρόβλημα είναι το εξής:

$$\begin{bmatrix} y(s) \sigma(s) \\ \sigma(s) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_m}{s - \bar{\alpha}_m} + d + s * e \\ \sum_{m=1}^{N_q} \frac{\bar{c}_m}{s - \bar{\alpha}_m} + 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Σημειώνουμε πως η ρητή προσέγγιση για την συνάρτηση $\sigma(s)$ έχει τους ίδιους πόλους με την προσέγγιση της $(y(s) \sigma(s))$ και επίσης πως η ασάφεια της λύσης της συνάρτησης $\sigma(s)$ έχει εξαλειφθεί αναγκάζοντας την $\sigma(s)$ να προσεγγίζει την μονάδα στην πολύ υψηλές συχνότητες. Πολλαπλασιάζοντας την δεύτερη γραμμή της (3.2) με την $y(s)$ έχουμε:

$$\left(\sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_m}{s - \bar{\alpha}_m} + d + s * e \right) \approx \left(\sum_{m=1}^{N_q} \frac{\bar{c}_m}{s - \bar{\alpha}_m} + 1 \right) y(s) \Rightarrow \quad (3.3)$$

$$\left(\sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_m}{s - \bar{\alpha}_m} + d + s * e \right) - \left(\sum_{m=1}^{N_q} \frac{\bar{c}_m}{s - \bar{\alpha}_m} \right) y(s) \approx y(s) \quad (3.4)$$

όπου το πρόβλημα (3.4) είναι γραμμικό σε σχέση με τους αγνώστους c_m, \bar{c}_m, d, e .

Έτσι γράφοντας την (3.4) για πολλές συχνότητες s παίρνουμε ένα υπερπροσδιορισμένο γραμμικό σύστημα της μορφής:

$$A x = b \quad (3.5)$$

όπου οι άγνωστοι βρίσκονται στην λύση x . Οπότε το πρόβλημα τώρα μπορεί να λυθεί σαν ένα πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων. Ενδεικτικά δείχνουμε το σχηματισμό του παραπάνω συστήματος για μία συχνότητα έστω s_k :

$$A_k x = b_k \quad (3.6)$$

όπου

$$A_k = \left[\frac{1}{s_k - \bar{\alpha}_m} \dots \frac{1}{s_k - \bar{\alpha}_{N_q}} \quad 1 \quad s_k \quad \frac{-y(s_k)}{s_k - \bar{\alpha}_m} \dots \frac{-y(s_k)}{s_k - \bar{\alpha}_{N_q}} \right] \quad (3.7)$$

$$x = \left[c_1 \dots c_{N_q} \quad d \quad e \quad \bar{c}_1 \dots \bar{c}_{N_q} \right]^T, \quad b_k = y(s_k)$$

Αξίζει να σημειώσουμε πως στην περίπτωση των μιγαδικών πόλων, πρέπει να γίνει ο κατάλληλος μετασχηματισμός του παραπάνω συστήματος (3.6) ώστε να διασφαλίσουμε ότι και τα υπόλοιπα θα εμφανιστούν σε ζεύγη συζυγών μιγαδικών. Έτσι αν δύο επιμέρους κλάσματα, έστω το i και το $i + 1$, αποτελούν ένα ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων, έστω $a_i = x + yj$ και $a_i^* = x - yj$, τότε τα αντίστοιχα στοιχεία $A_{k,i}$ και $A_{k,i+1}$ μετασχηματίζονται ως εξής:

$$A_{k,i} = \frac{1}{s_k - a_i} + \frac{1}{s_k - a_i^*}, \quad A_{k,i+1} = \frac{j}{s_k - a_i} - \frac{j}{s_k - a_i^*} \quad (3.8)$$

Αυτό ο μετασχηματισμός θα έχει ως αποτέλεσμα τα αντίστοιχα υπόλοιπα στην λύση x να εμφανιστούν ως ζεύγη μιγαδικών συζυγών. Σε αυτή την περίπτωση, για να διατηρήσουμε την ιδιότητα των συζυγών θα πρέπει να μετασχηματίσουμε το σύστημα (3.5) ώστε να περιέχει μόνο πραγματικές ποσότητες:

$$\begin{bmatrix} A' \\ A'' \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} b' \\ b'' \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

όπου A' και b' το πραγματικό μέρος του A και b αντίστοιχα και A'' και b'' το φανταστικό μέρος αυτών αντίστοιχα.

Μετά την επίλυση του παραπάνω συστήματος μπορούμε να βρούμε μία ρητή προσέγγιση για την $y(s)$. Αυτό προκύπτει γράφοντας κάθε άθροισμα από μερικά κλάσματα της (3.3) ως κλάσμα ως εξής:

$$\left(\sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_m}{s - \bar{\alpha}_m} + d + s * e \right) = h \frac{\prod_{m=1}^{N_q+1} (s - z_m)}{\prod_{m=1}^{N_q+1} (s - \bar{\alpha}_m)} \quad (3.10)$$

$$\left(\sum_{m=1}^{N_q} \frac{\bar{c}_m}{s - \bar{\alpha}_m} + 1 \right) = \frac{\prod_{m=1}^{N_q+1} (s - \bar{z}_m)}{\prod_{m=1}^{N_q+1} (s - \bar{\alpha}_m)} \quad (3.11)$$

οπότε διαιρώντας τις δύο παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε μία ρητή προσέγγιση για την $y(s)$:

$$y(s) = h \frac{\prod_{m=1}^{N_q+1} (s - z_m)}{\prod_{m=1}^{N_q+1} (s - \bar{z}_m)} \quad (3.12)$$

Η εξίσωση (3.12) μας δείχνει ότι οι πόλοι της αρχικής $y(s)$ είναι ίσοι με τα μηδενικά της $\sigma_{fit}(s)$. Έτσι αρκεί ο υπολογισμός των μηδενικών της $\sigma_{fit}(s)$ για να βρούμε ένα σύνολο πόλων που δίνουν μία καλή προσέγγιση της αρχικής συνάρτησης. Ο υπολογισμός των μηδενικών της $\sigma_{fit}(s)$ γίνεται υπολογίζοντας της ιδιοτιμές του εξής πίνακα:

$$H = A - b \tilde{c}^T \quad (3.13)$$

όπου ο A είναι ένας διαγώνιος πίνακας με τους αρχικούς πόλους, b είναι ένα διάνυσμα με άσους και \tilde{c}^T ένα γραμμοδιάνυσμα που περιέχει τα υπόλοιπα της $\sigma_{fit}(s)$.

Σημειώνουμε πως στην περίπτωση των μιγαδικών πόλων, θα πρέπει να διασφαλιστεί πως οι μιγαδικές ιδιοτιμές του παραπάνω πίνακα H θα προκύψουν σε ζεύγη συζυγών ιδιοτιμών. Για τον σκοπό αυτό, ο παραπάνω πίνακας θα πρέπει να μετασχηματιστεί σε πραγματικός, μετασχηματίζοντας (μέσω του μετασχηματισμού ομοιότητας, similarity transformation) το κομμάτι των επιμέρους πινάκων που αντιστοιχεί στους μιγαδικούς πόλους ως εξής:

$$A_{block} = \begin{bmatrix} \alpha' & \alpha'' \\ -\alpha'' & \alpha' \end{bmatrix}, b_{block} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{c}_{block} = [\tilde{c}' \ \tilde{c}''] \quad (3.14)$$

όπου με α' και α'' το πραγματικό και το φανταστικό μέρος των εκάστοτε συζυγών μιγαδικών πόλων και \tilde{c}' και \tilde{c}'' το πραγματικό και το φανταστικό μέρος του αντίστοιχου πόλου.

Στάδιο 2: Εύρεση Υπολοίπων

Για τον υπολογισμό των υπολοίπων της $y(s)$ θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε απευθείας την συνάρτηση (3.12). Όμως, για την εύρεση ενός πιο ακριβούς αποτελέσματος χρησιμοποιούμε τον αρχικό ορισμό του προβλήματος:

$$y(s) = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_m}{s - a_m} + d + s * e \quad (3.15)$$

όπου a_m οι πόλοι που βρέθηκαν στο προηγούμενο στάδιο του αλγορίθμου και οι οποίοι αντικατέστησαν τους αρχικούς πόλους που είχαμε χρησιμοποιήσει. Οπότε, γράφοντας την (3.15) για πολλές συχνότητες s παίρνουμε και σε αυτό το στάδιο ένα υπερπροσδιορισμένο γραμμικό σύστημα της μορφής:

$$A x = b \quad (3.16)$$

όπου η λύση x περιέχει τους αγνώστους c_m, d και e .

Ενδεικτικά δείχνουμε το σχηματισμό του παραπάνω συστήματος για μία συχνότητα έστω s_k :

$$A_k x = b_k \quad (3.17)$$

όπου

$$A_k = \left[\frac{1}{s_k - \bar{\alpha}_m} \dots \frac{1}{s_k - \bar{\alpha}_{N_q}} \ 1 \ s_k \right] \quad (3.18)$$

$$x = [c_1 \dots c_{N_q} \ d \ e]^T, \quad b_k = y(s_k) \quad (3.19)$$

Στην περίπτωση ύπαρξης μιγαδικών πόλων το σύστημα μετασχηματίζεται με παρόμοιο τρόπο όπως το σύστημα του σταδίου 1 στην αντίστοιχη περίπτωση.

Η παραπάνω διαδικασία των δύο σταδίων εφαρμόζεται επαναληπτικά όπου σε κάθε επανάληψη μετατοπίζεται το σύνολο των αρχικών πόλων σε καλύτερες θέσεις. Το πλήθος των επαναλήψεων που χρειάζονται ώστε να μετατοπιστούν οι αρχικοί πόλοι στις καλύτερες δυνατές θέσεις και συνεπώς να βελτιωθεί η απόδοση του αλγορίθμου αλλά και να μειωθεί ο ρόλος της επιλογής των αρχικών πόλων, μπορεί να βελτιωθεί εφαρμόζοντας μία μετατροπή στον αλγόριθμο. Η μετατροπή αυτή παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα.

3.1.1. Τροποποιημένος VF (Modified VF, MVF)

Όπως αναφέραμε η σύγκλιση του παραπάνω αλγορίθμου μπορεί να βελτιωθεί κάνοντας μία μικρή μετατροπή. Στον σχηματισμό του πρώτου σταδίου του αλγορίθμου περιλαμβάνεται μία βαθμωτή συνάρτηση $\sigma(s)$ την οποία έχουμε ορίσει να προσεγγίζει την μονάδα σε υψηλές συχνότητες. Αποδεικνύεται [5] ότι αυτό μπορεί να έχει ανεπιθύμητες επιπτώσεις στην σύγκλιση του αλγορίθμου. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να ξεπεραστεί αντικαθιστώντας αυτόν τον ασυμπτωτικό όρο με πιο χαλαρό όρο ο οποίος εξυπηρετεί μόνο στο να παράγει μία μη τετριμμένη λύση για το πρόβλημα των ελαχίστων τετραγώνων. Πιο συγκεκριμένα, αντικαθιστούμε την

$$\sigma(s) = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{\bar{c}_m}{s - \bar{\alpha}_m} + 1 \quad (3.20)$$

την οποία χρησιμοποιούμε στο στάδιο 1 του αλγορίθμου VF με την:

$$\sigma(s) = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{\bar{c}_m}{s - \bar{\alpha}_m} + \tilde{d} \quad (3.21)$$

όπου το \tilde{d} είναι πραγματικός αριθμός.

Για να αποφύγουμε την τετριμμένη (null) λύση, προσθέτουμε μία εξίσωση στο πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων:

$$Re \left\{ \sum_{k=1}^{N_s} \left(\sum_{m=1}^{N_q} \frac{\bar{c}_m}{s - \bar{\alpha}_m} + \tilde{d} \right) \right\} = N_s \quad (3.22)$$

όπου το N_s είναι ο αριθμός των συχνοτήτων που χρησιμοποιούνται. Η εξίσωση (3.22) εξασφαλίζει ότι το άθροισμα του πραγματικού μέρους της $\sigma(s)$ για ένα δοσμένο σύνολο συχνοτήτων θα ισούται με μία μη μηδενική τιμή. Καθώς ο MVF αλγόριθμος θα συγκλίνει, η $\sigma(s)$ θα προσεγγίζει την μονάδα σε όλες τις συχνότητες ($\{\bar{c}_m\} = 0, \bar{d} = 1$) όπως και στον αρχικό VF αλγόριθμο. Παρατηρούμε πως η διαδικασία αυτή θα δουλέψει και για με την χρήση διαφορετικού δεξιού μέλος στην (3.22) αφού η προκύπτουσα κλιμάκωση της $\sigma(s)$ θα προκαλέσει την ίδια κλιμάκωση και στην $(y(s) \sigma(s))$ στην (3.2). Αυτό σημαίνει ότι το κριτήριο (3.22) δεν επιβάλλει κάποιον περιορισμό στο πρόβλημα των ελαχίστων τετραγώνων (3.5) εκτός από το να αποτρέπει την $\sigma(s)$ από το να μηδενιστεί.

Επιπλέον, αφού η πλέον η $\sigma(s)$ δεν προσεγγίζει την μονάδα στις υψηλές συχνότητες η (3.13) θα πρέπει να αντικατασταθεί από την:

$$H = A - b \bar{d}^{-1} \bar{c}^T \quad (3.23)$$

Ο υπολογισμός των μηδενικών βρίσκοντας τις ιδιοτιμές της (3.22) μπορεί να εφαρμοστεί μόνο για μη μηδενικό \bar{d} .

3.1.2. Ταχύς VF (Fast VF, VF)

Το μέγεθος του αντίστοιχου πίνακα του συστήματος των ελαχίστων τετραγώνων (3.5) του 1^{ου} σταδίου μπορεί να γίνει απαγορευτικά μεγάλο ακόμη και για την περίπτωση κυκλώματος με μέτριο αριθμό θυρών αφού σε κάθε περίπτωση το διάνυσμα προς προσέγγιση θα είναι ίσο με το πλήθος των στοιχείων του πίνακα των Y -παραμέτρων, δηλαδή $N_c \times N_c$ για N_c αριθμό θυρών. Βελτίωση του χρόνου επίλυσης του γραμμικού συστήματος (3.5) του 1^{ου} σταδίου του VF αλγορίθμου μπορεί να επιτευχθεί εκμεταλλευόμενοι την αραιή μορφή του συστήματος αυτού. [6] Πιο συγκεκριμένα, για N θύρες και συνεπώς $n = N \times N$ διάσταση εισόδου $\underline{y}(s)$ προς προσέγγιση με ένα κοινό σύνολο N πόλων, καθώς και χρήση k σημείων συχνότητας, το προκύπτον σύστημα θα έχει την μορφή:

$$\begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & -Y_1 X \\ 0 & X & 0 & 0 & -Y_2 X \\ 0 & 0 & X & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_n X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_{N_q} \\ \bar{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \bar{d} \\ Y_2 \bar{d} \\ \vdots \\ Y_n \bar{d} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

όπου

$$X = \begin{bmatrix} 1 & & & & 1 \\ \frac{1}{s_1 - \bar{\alpha}_1} & \dots & \frac{1}{s_1 - \bar{\alpha}_{N_q}} & & \\ & & \vdots & & \\ 1 & & & & 1 \\ \frac{1}{s_k - \bar{\alpha}_1} & \dots & \frac{1}{s_k - \bar{\alpha}_{N_q}} & & \end{bmatrix}, Y_i = \begin{bmatrix} y_i(s_1) \\ \vdots \\ y_i(s_k) \end{bmatrix}, C_i = \begin{bmatrix} c_{i1} \\ \vdots \\ c_{iN_q} \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} \bar{c}_1 \\ \vdots \\ \bar{c}_{N_q} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Παρατηρούμε πως πολύς υπολογιστικός χρόνος ξοδεύεται για τον υπολογισμό των υπολοίπων C_i , τα οποία στην συνέχεια απορρίπτονται από τον VF αλγόριθμο. Με την εφαρμογή της QR παραγοντοποίησης ξεχωριστά σε ένα κάθε μία εξίσωση του συστήματος (3.24), δηλαδή στην εξίσωση που αφορά το κάθε στοιχείο του $\underline{y}(s)$, προκύπτει ένα απλοποιημένο σύστημα εξισώσεων που εξαρτάται μόνο από τον άγνωστο \bar{C} , που είναι και αυτός που μας ενδιαφέρει.

Έτσι, εφαρμόζουμε QR παραγοντοποίηση σε κάθε εξίσωση i του παραπάνω συστήματος:

$$[X \quad -Y_i X] = [Q_i] \begin{bmatrix} R_i^{11} & R_i^{12} \\ 0 & R_i^{22} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Συνδυάζοντας την παραγοντοποίηση όλων των εξισώσεων ($i = 1, \dots, N$) του συστήματος (3.24), προκύπτει ένα μικρότερο σύστημα όπου οι άγνωστοι είναι μόνο οι κοινοί συντελεστές \bar{C} του $\sigma(s)$:

$$\begin{bmatrix} R_1^{22} \\ \vdots \\ R_n^{22} \end{bmatrix} [\bar{C}] = \begin{bmatrix} Q_1^T Y_1 \tilde{d} \\ \vdots \\ Q_n^T Y_n \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Παρατηρούμε πως το αριστερό μέλος των (3.26) και (3.27) είναι και τα δύο σημαντικά μικρότερα από τον αραιό πίνακα της (3.24), το οποίο οδηγεί σε σημαντική μείωση του υπολογιστικού χρόνου αλλά και της αποθήκευσης μνήμης.

Κεφάλαιο 4

Τεχνικές Σύνθεσης Ισοδύναμου Κυκλώματος

Έχοντας βρει του πόλους και τα υπόλοιπα για κάθε στοιχείο του πίνακα των Y -παραμέτρων ενός N -θυρου κυκλώματος:

$$y_{ij}(s) = \sum_{m=1}^{N_p} \frac{c_{ijm}}{s - a_m} + d_{ij} + s * e_{ij}, 1 \leq i, j \leq N \quad (4.1)$$

μπορούμε να εφαρμόσουμε κάποια τεχνική σύνθεσης ώστε να βρούμε το ισοδύναμο κύκλωμα. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, στην παρούσα εργασία θα εξετάσουμε δύο μεθόδους εκ των οποίων η μία παράγει ένα RCG ισοδύναμο κύκλωμα και η άλλη ένα RLC ισοδύναμο κύκλωμα. Παρακάτω παρουσιάζουμε αναλυτικά τις μεθόδους αυτές.

4.1. RCG σύνθεση

Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει δύο βήματα για την σύνθεση του ισοδύναμου κυκλώματος. Το πρώτο βήμα αφορά την εύρεση των δυναμικών εξισώσεων του συστήματος ξεκινώντας από τους πόλους και τα υπόλοιπα του συστήματος (4.1). Και το δεύτερο βήμα αφορά την κυκλωματική υλοποίηση των δυναμικών εξισώσεων και συνεπώς την σύνθεση του ισοδύναμου κυκλώματος. Σημειώνουμε πως η μέθοδος VF που περιγράψαμε στο προηγούμενο Κεφάλαιο, στην πράξη δίνει ως έξοδο τους πίνακες των δυναμικών εξισώσεων (όταν $e_{ij} = 0 \forall i, j$) και συνεπώς το πρώτο βήμα της μεθόδου σύνθεσης που εξετάζουμε περιλαμβάνεται στην VF μέθοδο δηλαδή στο βήμα της ρητής προσέγγισης των Y -παραμέτρων. Παρ' όλα αυτά θα περιγράψουμε αναλυτικά αυτό το βήμα για να έχουμε μία ολοκληρωμένη εικόνα της μεθόδου ανεξάρτητα από την μέθοδο που χρησιμοποιείται για την ρητή προσέγγιση των Y -παραμέτρων.

4.1.1. Εύρεση δυναμικών εξισώσεων από το τους πόλους και τα υπόλοιπα

Το πρόβλημα της εύρεσης των δυναμικών εξισώσεων ορίζεται ως εξής: Δοθέντος του πίνακα των Y -παραμέτρων ως συναρτήσεις $Y(s)$ στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας s , να βρεθούν οι πίνακες $\{A, B, C, D, E\}$ στο

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \mathbf{A} \underline{x}(t) + \mathbf{B} \underline{u}(t) \quad (4.2)$$

$$\underline{i}(t) = \mathbf{C}^T \underline{x}(t) + \mathbf{D} \underline{u}(t) + \mathbf{E} \frac{d \underline{u}(t)}{dt} \quad (4.3)$$

όπου $\underline{x}(t)$ το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης και $\underline{u}(t)$, $\underline{i}(t)$ το διάνυσμα των τάσεων και των ρευμάτων αντίστοιχα στις θύρες του κυκλώματος, τέτοιοι ώστε

$$Y_{ij}(s) = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_{ijm}}{s - a_m} + d_{ij} + s * e_{ij}, 1 \leq i, j \leq N \quad (4.4)$$

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, στην πραγματικότητα ο πίνακας E είναι μηδενικός όταν αναφερόμαστε στις δυναμικές εξισώσεις και επίσης για την περίπτωση της μεθόδου που εξετάζουμε ο όρος $E \frac{d\underline{u}(t)}{dt}$ δεν είναι υλοποιήσιμος με απλά κυκλωματικά στοιχεία. Συνεπώς, κατά την προσέγγιση των Y -παραμέτρων που προηγείται, δηλαδή εύρεση της (4.4), επιλέγουμε να έχουμε μηδενικό αναλογικό όρο e , ώστε στις δυναμικές εξισώσεις να προκύπτει μηδενικός πίνακας E και οπότε και ο όρος $E \frac{d\underline{u}(t)}{dt}$ να απαλείφεται. Στις σχέσεις της υπόλοιπης ενότητας θα χρησιμοποιούμε τον όρο αυτό για λόγους κατανόησης, έχοντας όμως πάντα κατά νου ότι στην πράξη θα είναι μηδενικός. Σημειώνουμε επίσης πως ο προκύπτων πίνακας D στις δυναμικές εξισώσεις μπορεί να είναι είτε μηδενικός είτε μη-μηδενικός και πως ο όρος $D \underline{u}(t)$ είναι υλοποιήσιμος με απλά κυκλωματικά στοιχεία. Συνεπώς κατά την προσέγγιση των Y -παραμέτρων μπορούμε να επιλέξουμε να έχουμε αντίστοιχα είτε μηδενικό είτε μη-μηδενικό σταθερό όρο d ανάλογα με την ακρίβεια προσέγγισης που επιθυμούμε.

Για την ευκολία κατανόησης της λύσης του προβλήματος αυτού, ξεκινάμε από την απλή περίπτωση του μονόθυρου γραμμικού κυκλώματος ($N = 1$) και θεωρούμε ότι η συνάρτηση αγωγιμότητας του $Y(s)$ προσεγγίζεται με έναν πόλο ($N_q = 1$):

$$Y(s) = \frac{c}{s - a} + d + s * e \quad (4.5)$$

οι δυναμικές εξισώσεις που αντιστοιχούν σε αυτή είναι οι εξής:

$$\frac{d x(t)}{dt} = a x(t) + u(t) \quad (4.6)$$

$$i(t) = c x(t) + d u(t) + e \frac{d(u(t))}{dt} \quad (4.7)$$

όπου $x(t)$ η μεταβλητή κατάστασης τέτοια ώστε $X = \frac{V}{s-a}$ όπου V και X είναι οι μετασχηματισμοί Laplace των $u(t)$ και $x(t)$ αντίστοιχα.

Θεωρώντας πάλι την περίπτωση του μονόθυρου γραμμικού κυκλώματος για προσέγγιση της $Y(s)$ με q -πόλους ($N_q = q$):

$$Y(s) = \frac{c_1}{s - a_1} + \frac{c_2}{s - a_2} + \dots + \frac{c_q}{s - a_q} + d + s * e \quad (4.8)$$

οι αντίστοιχες δυναμικές εξισώσεις είναι:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_q \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.9)$$

$$i(t) = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_q] x(t) + d u(t) + e \frac{d(u(t))}{dt} \quad (4.10)$$

ή σε πιο συμπαγή μορφή:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \mathbf{A} \underline{x}(t) + \mathbf{b} u(t) \quad (4.11)$$

$$i(t) = \mathbf{c}^T \underline{x}(t) + d u(t) + e \frac{d(u(t))}{dt} \quad (4.12)$$

όπου $x_m(t), 1 \leq m \leq q$ η μεταβλητή κατάστασης τέτοια ώστε $X_m = \frac{V}{s-\alpha_m}$ όπου V και X_m είναι οι μετασχηματισμοί Laplace των $u(t)$ και $x_m(t)$ αντίστοιχα.

Εφαρμόζοντας τα παραπάνω για την περίπτωση των πολύθυρων γραμμικών κυκλωμάτων για προσέγγιση του κάθε στοιχείου του πίνακα αγωγιμοτήτων $Y_{ij}(s)$ με q -πόλους ($N_q = q$):

$$Y_{ij}(s) = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_{ijm}}{s - a_{ijm}} + d_{ij} + s * e_{ij}, 1 \leq i, j \leq N \quad (4.13)$$

οι αντίστοιχες δυναμικές εξισώσεις για κάθε τέτοιο στοιχείο είναι:

$$\frac{d \underline{x}_{ij}(t)}{dt} = \mathbf{A}_{ij} \underline{x}(t) + \mathbf{b}_{ij} u_j(t) \quad (4.14)$$

$$i_i(t) = \mathbf{c}_i^T \underline{x}(t) + \mathbf{d}_i u(t) + \mathbf{e}_i \frac{d(u(t))}{dt} \quad (4.15)$$

όπου η εξίσωση (4.15) αφορά όλα τα στοιχεία με του πίνακα αγωγιμοτήτων με το ίδιο i , δηλαδή μία γραμμή του πίνακα αυτού, και όχι μόνο το συγκεκριμένο στοιχείο Y_{ij} .

Συνδυάζοντας τις δυναμικές εξισώσεις για όλα τα στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων, προκύπτουν συνολικά οι δυναμικές εξισώσεις για όλο τον πίνακα. Για παράδειγμα, θεωρούμε την περίπτωση του δίθυρου κυκλώματος για προσέγγιση του κάθε στοιχείου του πίνακα αγωγιμοτήτων με δύο πόλους ($N_q = 2$):

$$Y(s) = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

όπου

$$Y_{11}(s) = \frac{c_{11,1}}{s - a_{11,1}} + \frac{c_{11,2}}{s - a_{11,2}} + d_{11} + s * e_{11}, \quad (4.17)$$

$$Y_{12}(s) = \frac{c_{12,1}}{s - a_{12,1}} + \frac{c_{12,2}}{s - a_{12,2}} + d_{12} + s * e_{12}, \quad (4.18)$$

$$Y_{21}(s) = \frac{c_{21,1}}{s - a_{21,1}} + \frac{c_{21,2}}{s - a_{21,2}} + d_{21} + s * e_{21}, \quad (4.19)$$

$$Y_{22}(s) = \frac{c_{22,1}}{s - a_{22,1}} + \frac{c_{22,2}}{s - a_{22,2}} + d_{22} + s * e_{22} \quad (4.20)$$

οι αντίστοιχες δυναμικές εξισώσεις είναι:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} a_{11,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{11,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{12,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{12,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{21,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{21,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{22,1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{22,2} \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$\underline{i}(t) = \begin{bmatrix} c_{11,1} & c_{11,2} & c_{12,1} & c_{12,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{21,1} & c_{21,2} & c_{22,1} & c_{22,2} \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \underline{u}(t) + \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \frac{d(\underline{u}(t))}{dt} \quad (4.22)$$

ή σύμφωνα με την σημειολογία των(4.14) και (4.15):

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{11} & 0 \\ 0 & \mathbf{b}_{12} \\ \mathbf{b}_{21} & 0 \\ 0 & \mathbf{b}_{22} \end{bmatrix} \underline{u}(t) \quad (4.23)$$

$$\underline{i}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{c}_{21} & \mathbf{c}_{22} \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \underline{u}(t) + \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \frac{d(\underline{u}(t))}{dt} \quad (4.24)$$

Είναι προφανές πως στην περίπτωση της προσέγγισης των Υ-παραμέτρων με κοινούς πόλους, όπως συμβαίνει στην περίπτωση της μεθόδου του Vector Fitting, θα ισχύει $A_{11} = A_{12} = A_{21} = A_{22}$ και $b_{11} = b_{12} = b_{21} = b_{22}$.

4.1.1.1. Χειρισμός μιγαδικών πόλων

Στην περίπτωση ύπαρξης μιγαδικών πόλων και συνεπώς και μιγαδικών υπολοίπων οι πίνακες των δυναμικών εξισώσεων A και C θα περιέχουν μιγαδικά στοιχεία, όμως αυτό δεν είναι επιθυμητό διότι καθιστά την κυκλωματική υλοποίηση των δυναμικών εξισώσεων αδύνατη. Έτσι, χρησιμοποιείται ένας μετασχηματισμός ομοιότητας (similarity transformation) ώστε να εξαλείψουμε τα μιγαδικά στοιχεία που πίνακες των δυναμικών εξισώσεων. Σημαντικό είναι επίσης να τονίσουμε πως οι μιγαδικοί πόλοι και υπόλοιπα εμφανίζονται πάντα σε ζεύγη συζυγών οπότε εκμεταλλευόμαστε αυτήν την ιδιότητα για να κάνουμε τον προαναφερθέν μετασχηματισμό.

Θα εξηγήσουμε τον μετασχηματισμό αυτό παρουσιάζοντας την απλή περίπτωση του μονόθρου γραμμικού κυκλώματος ($N = 1$) και θεωρούμε ότι η συνάρτηση αγωγιμότητας του $Y(s)$ προσεγγίζεται με ένα ζεύγος μιγαδικών συζυγών πόλων:

$$Y(s) = \frac{c + jd}{s - (a + jb)} + \frac{c - jd}{s - (a - jb)}, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R} \quad (4.25)$$

όπου για χάριν απλότητας παραλείπουμε τον σταθερό όρο και τον αναλογικό όρο. Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι αντίστοιχες δυναμικές εξισώσεις είναι:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} a + jb & 0 \\ 0 & a - jb \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.26)$$

$$i(t) = [c + jd \quad c - jd] \underline{x}(t) \quad (4.27)$$

Αποδεικνύεται ότι ισχύει η ισοδυναμία:

$$\begin{aligned} \frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \mathbf{A} \underline{x}(t) + \mathbf{b} u(t) & \Leftrightarrow \frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \mathbf{J} \mathbf{A} \mathbf{J}^{-1} \underline{x}(t) + \mathbf{J} \mathbf{b} u(t) \\ i(t) = \mathbf{c}^T \underline{x}(t) & \quad i(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{J}^{-1} \underline{x}(t) \end{aligned} \quad (4.28)$$

αρκεί ο πίνακας J να μην είναι μη-ιδιάζων. Στην περίπτωση που αναλύουμε διαλέγουμε του πίνακα J ως εξής:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

και εφαρμόζοντας τον παραπάνω μετασχηματισμό, οι δυναμικές εξισώσεις που προκύπτουν θα είναι:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.30)$$

$$i(t) = [c \quad d] \underline{x}(t) \quad (4.31)$$

Στην περίπτωση περισσότερων μιγαδικών πόλων ή ύπαρξη μιγαδικών ταυτόχρονα με πραγματικούς πόλους, εφαρμόζουμε τον ίδιο μετασχηματισμό επιλέγοντας κατάλληλα τον πίνακα J . Για παράδειγμα, στην περίπτωση ύπαρξης δύο ζευγών μιγαδικών πόλων ο πίνακας μετασχηματισμού J θα είναι:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ j & -j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & j & -j \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Ενώ στην περίπτωση ύπαρξης ενός ζεύγους συζυγών μιγαδικών πόλων και ενός πραγματικού πόλου ο πίνακας μετασχηματισμού J θα είναι:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ j & -j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

όπου ουσιαστικά τα στοιχεία εκείνα που αφορούν τον πραγματικό πόλο παραμένουν ως έχουν.

Η επέκταση των παραπάνω για την περίπτωση των πολύθυρων κυκλωμάτων είναι εντελώς ανάλογη.

4.1.2. Σύνθεση των δυναμικών εξισώσεων

Το βήμα αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι γνωρίζοντας τις δυναμικές εξισώσεις ενός συστήματος στην μορφή:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \mathbf{A} \underline{x}(t) + \mathbf{B} \underline{u}(t) \quad (4.34)$$

$$\underline{i}(t) = \mathbf{C}^T \underline{x}(t) \quad (4.35)$$

μπορούμε πολύ εύκολα να τις υλοποιήσουμε με την χρήση γραμμικών ηλεκτρικών στοιχείων όπως οι αντιστάσεις, οι πυκνωτές και οι εξαρτημένες από τάση πηγές ρεύματος. Σε αυτό το ισοδύναμο κύκλωμα, ένας εσωτερικός κόμβος δημιουργείται για κάθε στοιχείο του διανύσματος κατάστασης $\underline{x}(t)$. Πιο συγκεκριμένα, παίρνοντας τον μετασχηματισμό Laplace των (4.34) και (4.35)

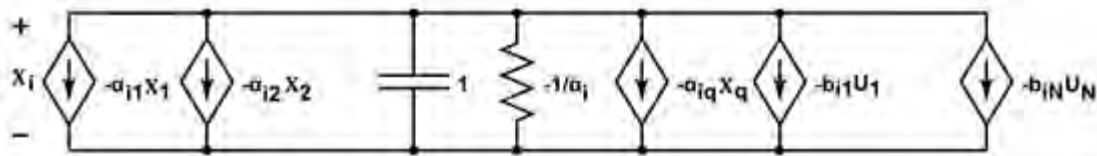
$$s \underline{X}(s) = \mathbf{A} \underline{X}(s) + \mathbf{B} \underline{U}(s) \quad (4.36)$$

$$\underline{I}(s) = \mathbf{C}^T \underline{X}(s) \quad (4.37)$$

και εξετάζοντας μία γραμμή, έστω την i , από το πρώτο σύστημα του μετασχηματισμού Laplace των δυναμικών εξισώσεων, έχουμε:

$$a_{i1} X_1(s) - a_{i2} X_2(s) - \dots + (s - a_{ii}) X_i(s) - \dots - a_{iq} X_q(s) = b_{i1} U_1(s) + \dots + b_{iN} U_N(s) \quad (4.38)$$

όπου q η διάσταση του διανύσματος κατάστασης και N η διάσταση του διανύσματος $\underline{u}(t)$ και συνεπώς του διανύσματος $\underline{U}(s)$, δηλαδή το πλήθος των θυρών του κυκλώματος. Παρατηρούμε πως ο όρος $(s - a_{ii}) X_i(s)$ μπορεί να υλοποιηθεί με έναν παράλληλο συνδυασμό από μία αντίσταση με τιμή $-1/a_{ii}$ και ένα πυκνωτή με τιμή 1. Όλοι οι υπόλοιποι όροι στο αριστερό μέρος της εξίσωσης καθώς και στο δεξιό μέρος αυτής μπορούν να υλοποιηθούν με εξαρτημένες από ρεύμα πηγές τάσης, με τις τελευταίες να εξαρτώνται από τις τάσεις των θυρών του κυκλώματος. Οπότε, το ισοδύναμο κύκλωμα για την εξίσωση αυτή θα είναι το εξής:

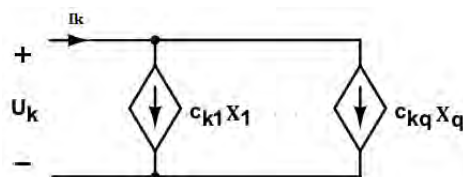


Σχήμα 6: Σύνθεση μίας γραμμής των δυναμικών εξισώσεων (Γενική μορφή)

Ακολουθώντας, εξετάζοντας μία γραμμή από το δεύτερο σύστημα του τον μετασχηματισμό Laplace των δυναμικών εξισώσεων, έχουμε:

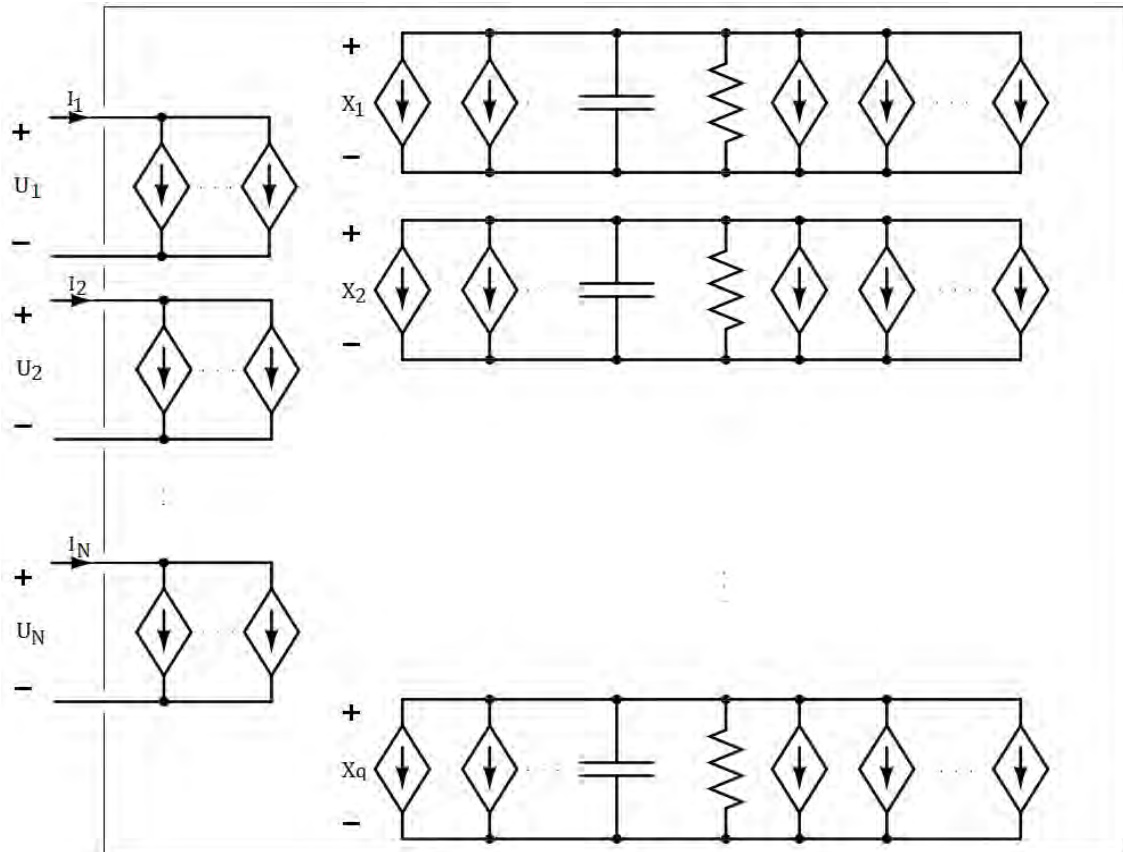
$$I_k(s) = c_{k1} X_1(s) + \dots + c_{kq} X_q(s) \quad (4.39)$$

η οποία μπορεί να υλοποιηθεί με εξαρτημένες από τάση πηγές ρεύματος στην θύρα k του κυκλώματος, όπως φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 7: Σύνθεση μίας θύρας των δυναμικών εξισώσεων (Γενική Μορφή)

όπου κάθε πηγή ρεύματος εξαρτάται από μία μεταβλητή κατάστασης. Τελικώς η συνολική υλοποίηση των δυναμικών εξισώσεων που προκύπτει με βάση τα παραπάνω θα είναι της μορφής:



Σχήμα 8: Συνολική σύνθεση των δυναμικών εξισώσεων (Γενική Μορφή)

Για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε την παραπάνω θεωρία συγκεκριμένα στις δυναμικές εξισώσεις που προκύπτουν από το πρώτο βήμα της μεθόδου σύνθεσης που εξετάζουμε, οι οποίες είναι της μορφής:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \mathbf{A} \underline{x}(t) + \mathbf{B} \underline{u}(t) \quad (4.40)$$

$$\underline{i}(t) = \mathbf{C}^T \underline{x}(t) + \mathbf{D} \underline{u}(t) + \mathbf{E} \frac{d \underline{u}(t)}{dt} \quad (4.41)$$

με μετασχηματισμό Laplace:

$$s \underline{X}(s) = \mathbf{A} \underline{X}(s) + \mathbf{B} \underline{U}(s) \quad (4.42)$$

$$\underline{I}(s) = \mathbf{C}^T \underline{X}(s) + \mathbf{D} \underline{U}(s) + s \mathbf{E} \underline{U}(s) \quad (4.43)$$

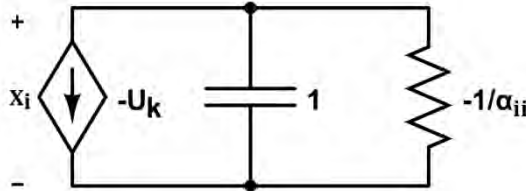
παρατηρούμε τα εξής:

- Ο πίνακας \mathbf{A} είναι είτε διαγώνιος είτε διαγώνιος κατά μπλοκ στην περίπτωση ύπαρξης και μιγαδικών πόλων - έχοντας εφαρμόσει τον μετασχηματισμό ομοιότητας που περιγράψαμε και αντίστοιχα ο πίνακας \mathbf{B} θα αποτελείται από άσσο-υς, δυάρια και μηδενικά. Συνεπώς, η υλοποίηση της κάθε γραμμής του συστήματος (4.42) που στην γενική περίπτωση της παραπάνω θεωρίας αντιστοιχεί στο (Σχήμα 6), απλοποιείται στο να αποτελείται από μία αντίσταση, έναν πυκνωτή

και μία ή δύο το πολύ εξαρτημένες πηγές ρεύματος από τάση ανάλογα με την τιμή του αντίστοιχου στοιχείου του πίνακα B και την ύπαρξη ή όχι πραγματικού πόλου. Πιο συγκεκριμένα, σε περίπτωση που ο i -οστός πόλος είναι πραγματικός, η γραμμή i θα είναι:

$$(s - a_{ii}) X_i(s) = U_k(s) \quad (4.44)$$

με την υλοποίηση αυτής να απλοποιείται ως εξής:

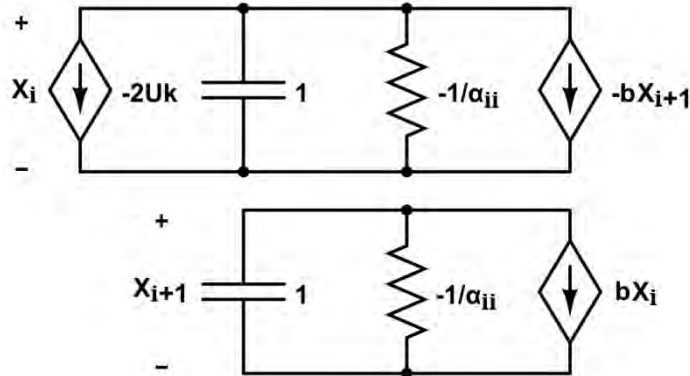


Σχήμα 9: Σύνθεση μίας γραμμής των δυναμικών εξισώσεων (για πραγματικό πόλο)

Ενώ στην περίπτωση που ο i -οστός και ο $(i + 1)$ -οστός πόλος είναι ζεύγος μιγαδικών πόλων, οι αντίστοιχες γραμμές θα είναι:

$$\begin{aligned} (s - a_{ii}) X_i(s) - a_{i(i+1)} X_{i+1}(s) &= 2 U_k(s) \\ a_{(i+1)i} X_i(s) + (s - a_{(i+1)(i+1)}) X_{i+1}(s) &= 0 \end{aligned} \quad (4.45)$$

όπου $a_{ii} = a_{(i+1)(i+1)}$ και $a_{i(i+1)} = a_{(i+1)i} = b$, με την υλοποίηση αυτών να είναι ως εξής:



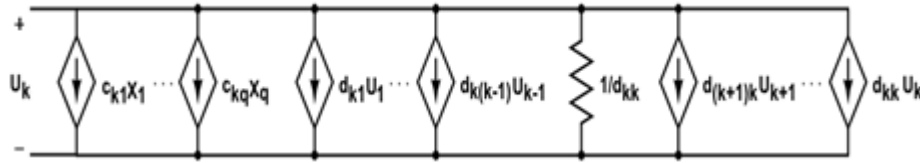
Σχήμα 10: Σύνθεση δύο γραμμών των δυναμικών εξισώσεων (για ζεύγος μιγαδικών πόλων)

- Ο πίνακας D , και συνεπώς όρος $D \underline{U}(s)$, μπορεί να είναι είτε μηδενικός είτε μη μηδενικός. Στην περίπτωση που είναι μη μηδενικός θα πρέπει να προσθέσουμε κάποια επιπλέον κυκλωματικά στοιχεία που θα τον υλοποιούν. Συνεπώς, για την υλοποίηση της κάθε γραμμής του συστήματος (4.43)

$$\begin{aligned} I_k(s) &= c_{k1} X_1(s) + \dots + c_{kq} X_q(s) \\ &+ d_{k1} U_1(s) + \dots + d_{kk} U_k(s) + \dots + d_{kN} U_N(s) \end{aligned} \quad (4.46)$$

που στην γενική περίπτωση της παραπάνω θεωρίας αντιστοιχεί στο (Σχήμα 7), θα πρέπει να προσθέσουμε μία αντίσταση με τιμή $1/d_{kk}$ για την υλοποίηση του

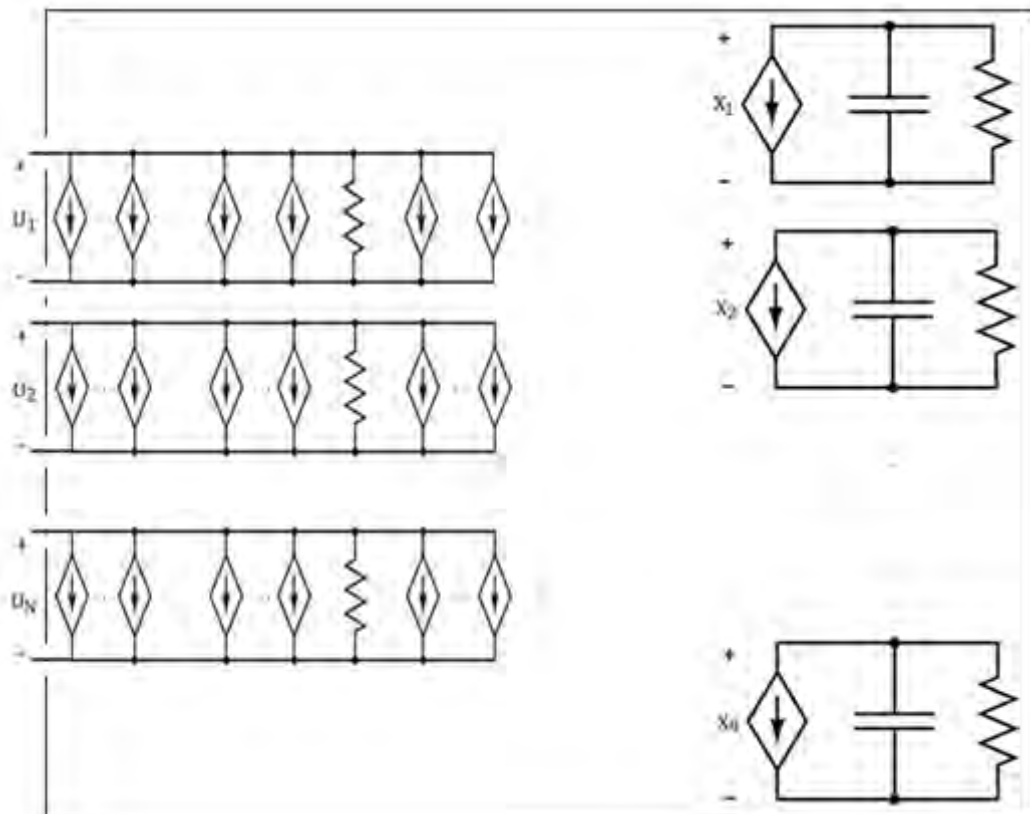
όρου $d_{kk} U_k(s)$ και μία εξαρτημένη από τάση πηγή ρεύματος για κάθε άλλο όρο που αφορά τα στοιχεία του πίνακα D , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 11: Σύνθεση μίας θύρας των δυναμικών εξισώσεων (για D μη-μηδενικό)

- Υπενθυμίζουμε πως ο πίνακας E , και συνεπώς ο όρος $s E \underline{U}(s)$, θα είναι μηδενικός οπότε δεν χρειάζεται να προσθέσουμε κάποια επιπλέον κυκλωματικά στοιχεία για την υλοποίηση αυτού που σημαίνει ότι δεν θα λαμβάνουμε υπόψη μας αυτό τον όρο στην σύνθεση του (4.41). Έτσι, έχοντας ήδη προσθέσει κυκλωματικά στοιχεία για την υλοποίηση του όρου $D \underline{U}(s)$, το παραπάνω σύστημα είναι της ίδιας μορφής με το (4.36)-(4.37), και προφανώς και το σύστημα (4.40)-(4.41) με το (4.34)-(4.35), και άρα είναι υλοποιήσιμο με απλά κυκλωματικά στοιχεία.

Οπότε τελικώς η συνολική υλοποίηση συγκεκριμένα των δυναμικών εξισώσεων που προκύπτουν από το πρώτο βήμα της μεθόδου σύνθεσης που εξετάζουμε (4.40)-(4.41) που προκύπτει με τις βάσει τις παραπάνω παρατηρήσεις θα είναι της μορφής:



Σχήμα 12: Συνολική σύνθεση των δυναμικών εξισώσεων

Για καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας σύνθεσης των δυναμικών εξισώσεων που μόλις περιγράψαμε, θα παρουσιάσουμε μία σειρά παραδειγμάτων ξεκινώντας από την απλή περίπτωση του μονόθυρου κυκλώματος και επεκτείνοντας στην συνέχεια σε πολύθυρα κυκλώματα.

Στην απλή περίπτωση του μονόθυρου γραμμικού κυκλώματος όπου η συνάρτηση αγωγιμότητας του $Y(s)$ προσεγγίζεται με έναν πραγματικό πόλο, όπως δείξαμε στην προηγούμενη ενότητα οι δυναμικές εξισώσεις είναι της μορφής:

$$\frac{d x(t)}{dt} = a x(t) + u(t) \quad (4.47)$$

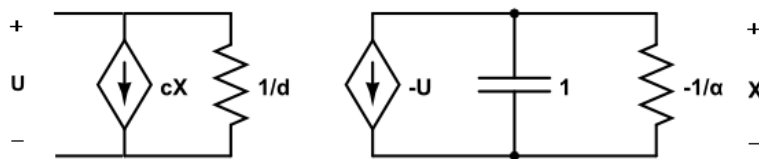
$$i(t) = c x(t) + d u(t) \quad (4.48)$$

με μετασχηματισμό Laplace:

$$(s - a)X(s) = U(s) \quad (4.49)$$

$$I(s) = c X(s) + d U(s) \quad (4.50)$$

το οποίο, σύμφωνα με τα παραπάνω, μπορεί να υλοποιηθεί ως εξής:



Σχήμα 13: Ισοδύναμο Κύκλωμα (Παράδειγμα: 1-θύρα, 1-πόλος για την Y)

Θεωρώντας πάλι την περίπτωση του μονόθυρου γραμμικού κυκλώματος για προσέγγιση της $Y(s)$ με q πραγματικούς πόλους, οι αντίστοιχες δυναμικές εξισώσεις είναι της μορφής:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_q \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.51)$$

$$i(t) = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_q] \underline{x}(t) + d u(t) \quad (4.52)$$

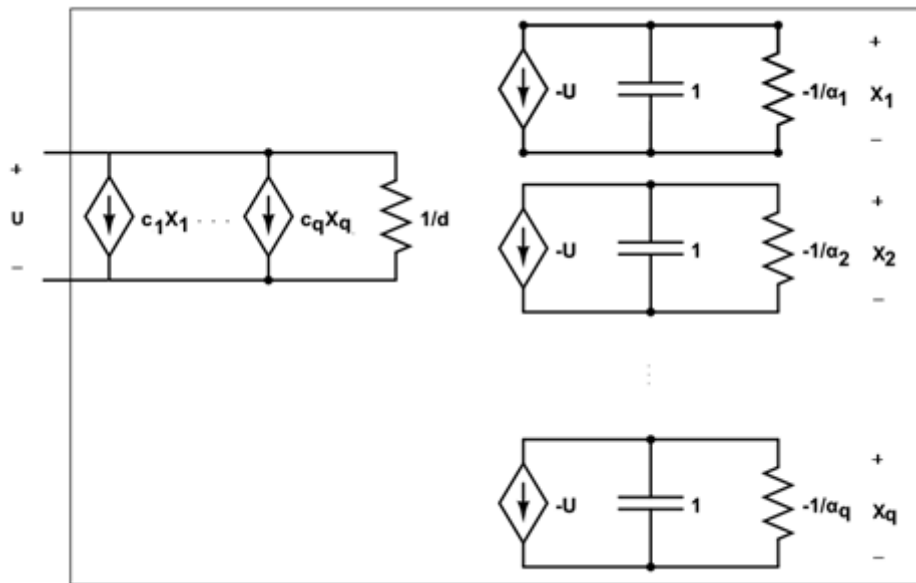
με μετασχηματισμό Laplace για κάθε γραμμή, έστω i , του πρώτου συστήματος:

$$(s - \alpha_i)X_i(s) = U(s) \quad (4.53)$$

και μετασχηματισμό Laplace του δεύτερου συστήματος:

$$I(s) = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_q] \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \\ \vdots \\ X_q(s) \end{bmatrix} + d U(s) \quad (4.54)$$

το οποίο, σύμφωνα με τα παραπάνω, μπορεί να υλοποιηθεί ως εξής:



Σχήμα 14: Ισοδύναμο Κύκλωμα (Παράδειγμα: 1-θύρα, q-πόλους για την Y)

Για να δείξουμε και την εφαρμογή των παραπάνω στην περίπτωση ύπαρξης μιγαδικών πόλων, θεωρούμε ένα μονόθυρο γραμμικό κύκλωμα με προσέγγιση της $Y(s)$ με τρεις πόλους, 1 ζεύγος μιγαδικών συζυγών και έναν πραγματικό πόλο. Οι δυναμικές εξισώσεις θα είναι της μορφής:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & 0 \\ -b_1 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.55)$$

$$i(t) = [c_1 \ d_1 \ c_2] \underline{x}(t) + d \ u(t) \quad (4.56)$$

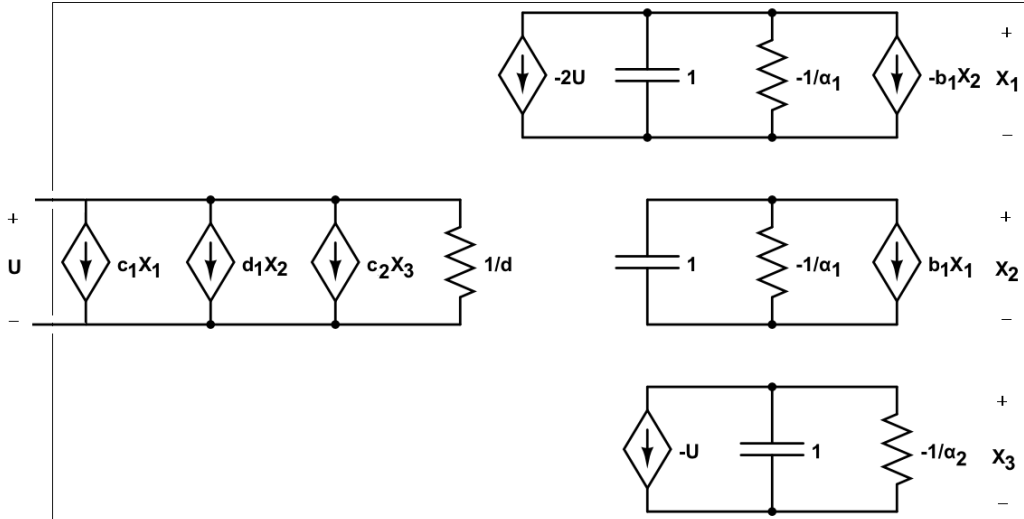
όπου $a_1 + j b_1$, $a_1 - j b_1$ το ζεύγος των μιγαδικών συζυγών μιγαδικών πόλων, a_2 ο πραγματικός πόλος και $c_1 + j d_1$, $c_1 - j d_1$ και c_2 τα αντίστοιχα υπόλοιπα. Ο μετασχηματισμός Laplace για κάθε γραμμή του πρώτου συστήματος είναι :

$$\begin{aligned} (s - \alpha_1)X_1(s) - b_1 X_2(s) &= 2 U(s) \\ (s - \alpha_1)X_2(s) + b_1 X_1(s) &= 0 \\ (s - \alpha_2)X_3(s) &= U(s) \end{aligned} \quad (4.57)$$

και μετασχηματισμό Laplace του δεύτερου συστήματος:

$$I(s) = [c_1 \ d_1 \ c_2] \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \\ X_3(s) \end{bmatrix} + d U(s) \quad (4.58)$$

το οποίο, σύμφωνα με τα παραπάνω, μπορεί να υλοποιηθεί ως εξής:



Σχήμα 15: Ισοδύναμο Κύκλωμα (Παράδειγμα: 1-θύρα, 1 ζεύγος μιγαδικών πόλων και ένας πραγματικός πόλος για την Υ)

Για να δείξουμε την εφαρμογή των παραπάνω και στην περίπτωση των πολύθυρων γραμμικών κυκλωμάτων, θεωρούμε την περίπτωση του δίθυρου κυκλώματος για προσέγγιση του κάθε στοιχείου του πίνακα αγωγιμοτήτων

$$Y(s) = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

με δύο πραγματικούς πόλους. Οι αντίστοιχες δυναμικές εξισώσεις είναι:

$$\frac{d \underline{x}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} a_{11,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{11,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{12,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{12,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{21,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{21,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{22,1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{22,2} \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$$\underline{i}(t) = \begin{bmatrix} c_{11,1} & c_{11,2} & c_{12,1} & c_{12,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{21,1} & c_{21,2} & c_{22,1} & c_{22,2} \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \underline{u}(t) \quad (4.61)$$

με μετασχηματισμό Laplace για κάθε γραμμή, έστω i , του πρώτου συστήματος:

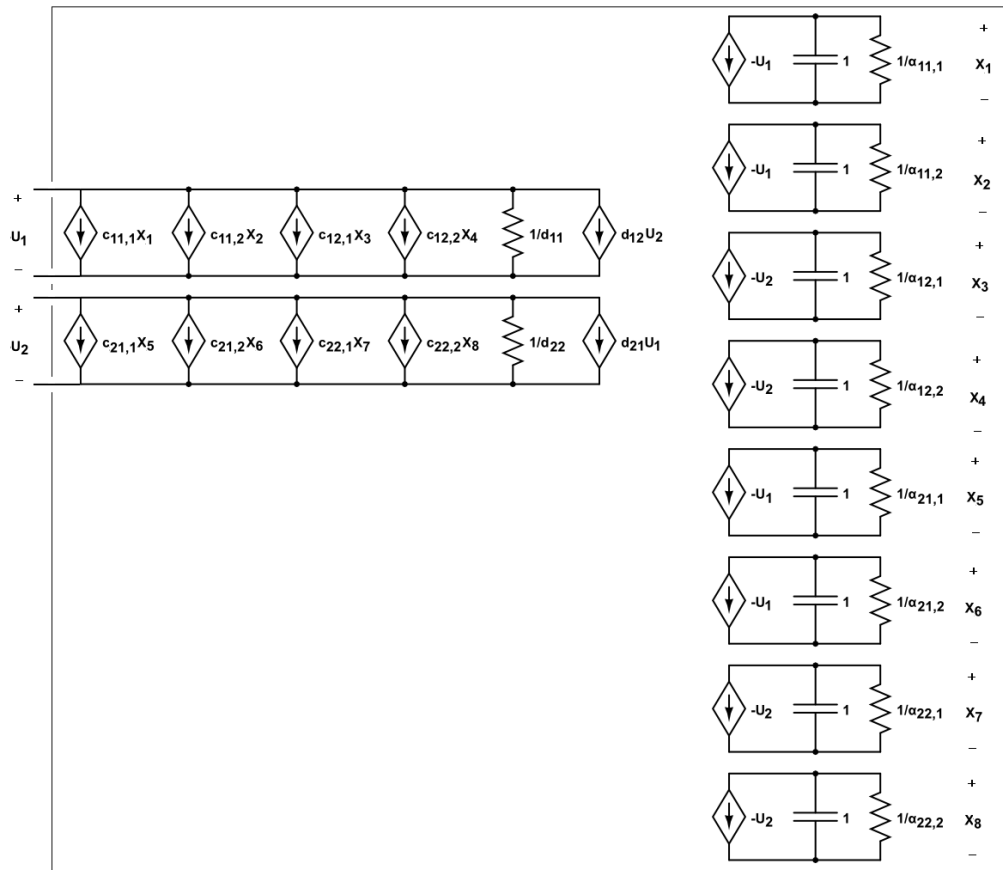
$$(s - \alpha_{ii})X_i(s) = U_k(s) \quad (4.62)$$

όπου με α_{ii} συμβολίζουμε το στοιχείο του πίνακα A του συστήματος (4.60) που βρίσκεται στην θέση (i, i) , και μετασχηματισμό Laplace για κάθε γραμμή του δεύτερου συστήματος:

$$I_1(s) = [c_{11,1} \ c_{11,2} \ c_{12,1} \ c_{12,2} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \\ \vdots \\ X_8(s) \end{bmatrix} + [d_{11} \ d_{12}] U_1(s)$$

$$I_2(s) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ c_{21,1} \ c_{21,2} \ c_{22,1} \ c_{22,2}] \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \\ \vdots \\ X_8(s) \end{bmatrix} + [d_{21} \ d_{22}] U_2(s)$$
(4.63)

όπου με c_{kj} συμβολίζουμε το στοιχείο του πίνακα C του συστήματος (4.61) που βρίσκεται στην θέση (k, j) , το οποίο, σύμφωνα με τα παραπάνω, μπορεί να υλοποιηθεί ως εξής:



Σχήμα 16: Ισοδύναμο Κύκλωμα (Παράδειγμα: 2-θύρες, 2-πόλοι για κάθε Y_{ij})

4.2. RLC σύνθεση

Η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί απευθείας αφότου αποκτήσουμε την ρητή προσέγγιση των Y -παραμέτρων στην μορφή πόλων και υπολοίπων:

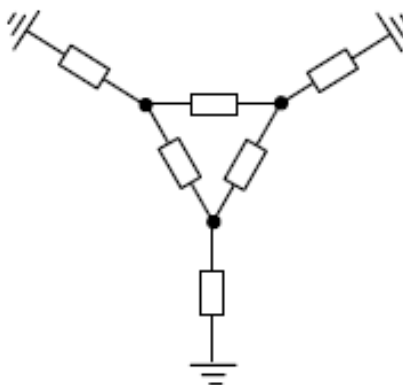
$$Y_{ij}(s) = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_{ijm}}{s - a_m} + d_{ij} + s * e_{ij}, 1 \leq i, j \leq N \quad (4.64)$$

όπου η προσέγγιση των Y -παραμέτρων έχει γίνει με κοινούς πόλους, όπως γίνεται με την χρήση του VF αλγορίθμου για την προσέγγιση το οποίο περιγράψαμε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3.

Η κυκλωματική υλοποίηση των παραπάνω εξισώσεων και συνεπώς η σύνθεση του ισοδύναμου κυκλώματος βασίζεται στις εξής αρχές:

- Κάθε θύρα αντιστοιχεί σε έναν κόμβο του ισοδύναμου κυκλώματος.
- Κλάδοι υπάρχουν μεταξύ όλων των κόμβων και μεταξύ των κόμβων και της γείωσης.

Για παράδειγμα, η γενική μορφή του ισοδύναμου κυκλώματος για ένα τρίθυρο αρχικό κύκλωμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 17: Ισοδύναμο RLC Κύκλωμα (Παράδειγμα: 3-θύρες)

Κάθε κλάδος υπολογίζεται ως εξής:

- Μεταξύ του κόμβου i και της γείωσης:

$$y_i = \sum_{j=1}^N Y_{ij}(s) \quad (4.65)$$

όπου N το πλήθος των θυρών και άρα και το πλήθος των κόμβων του ισοδύναμου κυκλώματος και όπου $Y_{ij}(s)$ υπολογίζεται από την (4.64).

- Μεταξύ του κόμβου i και του κόμβου j :

$$y_{ij} = -Y_{ij}(s) \quad (4.66)$$

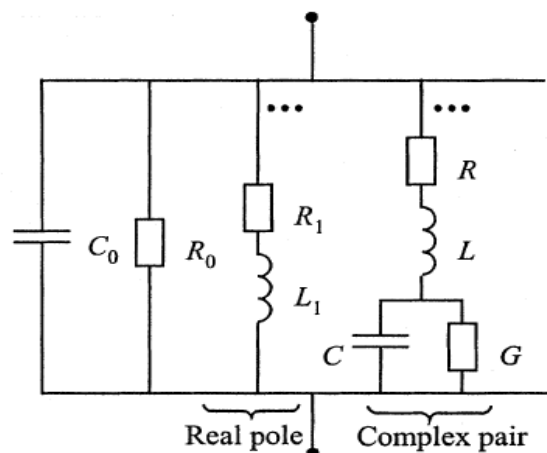
Σημειώνουμε πως η εφαρμογή της μεθόδου που παρουσιάζουμε αφορά μόνο την περίπτωση των συμμετρικών Y -παραμέτρων, οπότε και μεταξύ των κόμβων θα υπάρχει μόνο ένας κλάδος $y_{ij} = -Y_{ij}(s) = -Y_{ji}(s)$.

Ακολούθως παρουσιάζουμε συγκεκριμένα πως μπορεί κάθε μία παράμετρος $Y_{ij}(s)$ να υλοποιηθεί με απλά κυκλωματικά στοιχεία και πως, με βάση τα παραπάνω, συμβάλει στην τελική διαμόρφωση του ισοδύναμου κυκλώματος. Κάθε μία παράμετρος

$$Y_{ij}(s) = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{c_{ijm}}{s - a_m} + d_{ij} + s * e_{ij} \quad (4.67)$$

μπορεί να υλοποιηθεί με την χρήση βασικών ηλεκτρικών στοιχείων δηλαδή αντιστάσεις, πυκνωτές και πηνία. Συγκεκριμένα ο όρος $s * e_{ij}$ μπορεί να υλοποιηθεί από έναν πυκνωτή με τιμή e_{ij} , ο όρος d_{ij} με μία αντίσταση με τιμή $1/d_{ij}$ και κάθε όρος του αθροίσματος με έναν σε σειρά συνδυασμό μίας αντίστασης με τιμή $-a_m/c_{ijm}$ και ενός πηνίου με τιμή $1/c_{ijm}$ (Σχήμα 18). Σημειώνουμε πως η υλοποίηση του κάθε όρου του αθροίσματος είναι αυτή που μόλις αναφέραμε στην περίπτωση που ο πόλος a_m είναι πραγματικός. Στην περίπτωση που πόλος αυτός είναι μιγαδικός, η αντίστοιχη υλοποίηση θα αφορά και τον συζυγή του πόλο και θα περιλαμβάνει έναν σε σειρά συνδυασμό μίας αντίστασης και ενός πηνίου σε σειρά με έναν παράλληλο συνδυασμό ενός πυκνωτή και μίας αγωγιμότητας. Οι τιμές αυτών των στοιχείων θα παρουσιαστούν αμέσως μετά (Σχήμα 18).

Έτσι, κάθε γενικός κλάδος του ισοδύναμου κυκλώματος (Σχήμα 17) θα αποτελείται στην πραγματικότητα από πολλούς παράλληλους κλάδους πλήθους όσο και το πλήθος των πόλων, δηλαδή τους όρους του αθροίσματος της (4.67) συν έναν παράλληλο κλάδο για την υλοποίηση κάθε ένα από τους όρους d_{ij} και $(s * e_{ij})$ εφόσον αυτοί είναι μη-μηδενικοί. Σημειώνουμε πως στην περίπτωση ύπαρξης ζεύγους μιγαδικών πόλων ο αντίστοιχος κλάδος θα περιλαμβάνει και έναν εσωτερικό κόμβο. Η μορφή του κάθε γενικού κλάδου του κυκλώματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 18: Σύθεση ενός κλάδου του Ισοδύναμου RLC Κυκλώματος

όπου όπως δείξαμε παραπάνω τα C_0 και R_0 υπολογίζονται ως:

$$C_0 = e, \quad R_0 = \frac{1}{d} \quad (4.68)$$

και τα στοιχεία R_1 και L_1 κάθε κλάδου που αφορούν ένα πραγματικό πόλο a με αντίστοιχο υπόλοιπο c , υπολογίζονται ως:

$$R_1 = -\frac{a}{c}, \quad L_1 = \frac{1}{c} \quad (4.69)$$

ενώ τα στοιχεία R, L, C και G κάθε κλάδου που αφορούν έναν ζεύγος μιγαδικών πόλων $a \pm j b$ με αντίστοιχα υπόλοιπα $c \pm j d'$, υπολογίζονται ως:

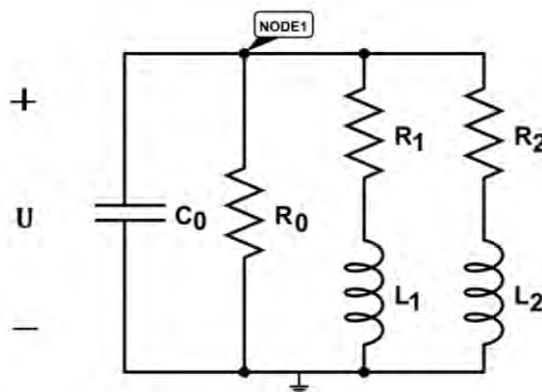
$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2c} \\ R &= (-2a + 2(ac + bd')L)L \\ \frac{1}{C} &= (a^2 + b^2 + 2(ac + bd')R)L \\ G &= -2(ac + bd')CL \end{aligned} \quad (4.70)$$

Για καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας μόλις περιγράψαμε, θα παρουσιάσουμε μία σειρά παραδειγμάτων ξεκινώντας από την απλή περίπτωση του μονόθρου κυκλώματος και επεκτείνοντας στην συνέχεια σε πολύθρα κυκλώματα.

Στην απλή περίπτωση του μονόθρου γραμμικού κυκλώματος όπου η συνάρτηση αγωγιμότητας του $Y(s)$ προσεγγίζεται με δύο πραγματικούς πόλους:

$$Y(s) = \frac{c_1}{s - a_1} + \frac{c_2}{s - a_2} + d + s * e \quad (4.71)$$

το ισοδύναμο κύκλωμα είναι το εξής:



Σχήμα 19: Ισοδύναμο RLC Κύκλωμα (Παράδειγμα: 1-θύρα, 2-πόλοι για την Y)

όπου:

$$\begin{aligned} C_0 &= e, \quad R_0 = \frac{1}{d} \\ R_1 &= -\frac{a_1}{c_1}, \quad L_1 = \frac{1}{c_1} \quad \text{και} \quad R_2 = -\frac{a_2}{c_2}, \quad L_2 = \frac{1}{c_2} \end{aligned} \quad (4.72)$$

Θεωρώντας τώρα την περίπτωση του δίθυρου κυκλώματος για προσέγγιση του κάθε στοιχείου του πίνακα αγωγιμοτήτων με δύο πόλους ($N_q = 2$) κοινούς για όλα τα $Y_{ij}(s)$:

$$Y(s) = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

όπου

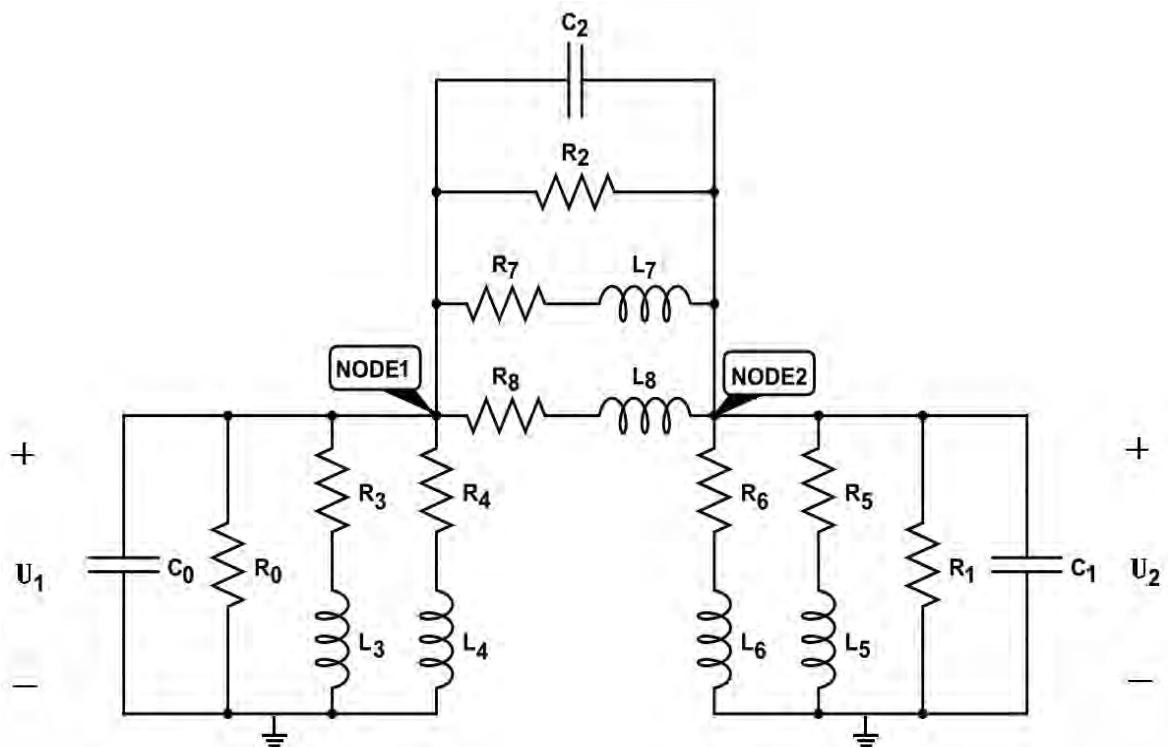
$$Y_{11}(s) = \frac{c_{11,1}}{s - a_1} + \frac{c_{11,2}}{s - a_2} + d_{11} + s * e_{11}, \quad (4.74)$$

$$Y_{12}(s) = \frac{c_{12,1}}{s - a_1} + \frac{c_{12,2}}{s - a_2} + d_{12} + s * e_{12}, \quad (4.75)$$

$$Y_{21}(s) = \frac{c_{21,1}}{s - a_1} + \frac{c_{21,2}}{s - a_2} + d_{21} + s * e_{21}, \quad (4.76)$$

$$Y_{22}(s) = \frac{c_{22,1}}{s - a_1} + \frac{c_{22,2}}{s - a_2} + d_{22} + s * e_{22} \quad (4.77)$$

το ισοδύναμο κύκλωμα θα είναι το εξής:



Σχήμα 20: Ισοδύναμο RLC Κύκλωμα (Παράδειγμα: 2-θύρες, 2 πόλοι για κάθε Y_{ij})

όπου

$$C_0 = e_{11} + e_{12}, \quad C_1 = e_{21} + e_{22} \quad \text{και} \quad C_2 = -e_{12} = -e_{21} \quad (4.78)$$

καθώς και

$$R_0 = \frac{1}{d_{11} + d_{12}}, \quad R_1 = \frac{1}{d_{21} + d_{22}} \quad \text{και} \quad R_2 = -\frac{1}{d_{12}} = -\frac{1}{d_{21}} \quad (4.79)$$

καθώς και

$$\begin{aligned} R_3 &= -\frac{a_1}{c_{11,1} + c_{12,1}}, \quad L_3 = \frac{1}{c_{11,1} + c_{12,1}}, \\ R_4 &= -\frac{a_2}{c_{11,2} + c_{12,2}}, \quad L_4 = \frac{1}{c_{11,2} + c_{12,2}}, \\ R_5 &= -\frac{a_1}{c_{21,1} + c_{22,1}}, \quad L_5 = \frac{1}{c_{21,1} + c_{22,1}}, \\ R_6 &= -\frac{a_2}{c_{21,2} + c_{22,2}}, \quad L_6 = \frac{1}{c_{21,2} + c_{22,2}} \end{aligned} \quad (4.80)$$

και

$$\begin{aligned} R_7 &= \frac{a_1}{c_{12,1}} = \frac{a_1}{c_{21,1}}, \quad L_7 = \frac{1}{c_{12,1}} = \frac{1}{c_{21,1}}, \\ R_8 &= \frac{a_2}{c_{12,2}} = \frac{a_1}{c_{21,2}}, \quad L_8 = \frac{1}{c_{12,2}} = \frac{1}{c_{21,2}} \end{aligned} \quad (4.81)$$

Ομοίως μπορούμε να υλοποιήσουμε το ισοδύναμο κύκλωμα για αρχικά κυκλώματα με περισσότερες θύρες και για προσέγγιση των Y -παραμέτρων αυτών με περισσότερους πόλους.

4.3. Επιβολή Παθητικότητας με Διαταραχή των Υπολοίπων

Παρόλο που η προσέγγιση των Y -παραμέτρων με χρήση της VF μεθόδου είναι ακριβής και έχει γίνει χρησιμοποιώντας ευσταθείς πόλους, δηλαδή πόλους που είναι στο αριστερό ημιεπίπεδο, υπάρχει περίπτωση οι προσομοιώσεις που περιλαμβάνουν μία τέτοια προσέγγιση των Y παραμέτρων να οδηγήσουν σε κάποια ασταθής προσομοίωση. Αυτό μπορεί να συμβεί επειδή το σύστημα μπορεί να μην είναι παθητικό, δηλαδή να παράγει ενέργεια. Για την επιβολή της παθητικότητας για κάθε εφαρμογή τάσης σε κάθε συχνότητα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μία τεχνική η οποία περιλαμβάνει την διαταραχή των υπολοίπων τα οποία έχουν προκύψει από την εφαρμογή της VF μεθόδου. Η διαταραχή πρέπει να είναι τέτοια ώστε να ελαχιστοποιηθεί η αλλαγή του μοντέλου.

Στην περίπτωση που εξετάζουμε, για να είναι το σύστημα παθητικό, θα πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες:

$$eig (Re \{ y_{fit}(s) \}) > 0 \quad (4.82)$$

και

$$eig (D) > 0 \quad \text{και} \quad eig(E) > 0 \quad (4.83)$$

Η διαδικασία της εφαρμογής παθητικότητας της οποίας τα βασικά βήματα επιγράψουμε ακολούθως βασίζεται στην χρήση της αρχικής προσέγγισης των Y -παραμέτρων σαν αρχικά δεδομένα σε μία επαναληπτική διαδικασία όπου υπολογίζεται μία προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων με περιορισμούς οι οποίοι σχετίζονται με τις ιδιότητες (4.82) και (4.83) [7,8].

4.3.1 Εκτίμηση Παθητικότητας μέσω Πίνακα Ελέγχου Ιδιομορφιών

Μπορούμε να εντοπίσουμε τα διαστήματα συχνότητας με παραβιάσεις της παθητικότητας υπολογίζοντας τις ιδιοτιμές του πραγματικού μέρους του $y_{fit}(s)$ ως συνάρτηση της συχνότητας. Η ύπαρξη αρνητικής ιδιοτιμής σε οποιαδήποτε συχνότητα σημαίνει ότι το μοντέλο δεν είναι παθητικό σε αυτή την συχνότητα. Έτσι, προκύπτει το εξής κριτήριο παθητικότητας:

$$eig \left(Re \left\{ \sum_{m=1}^{N_q} \frac{C_m}{s - a_m} + D + s * E \right\} \right) = eig (G_{fit}(s)) > 0, \quad \forall s \quad (4.84)$$

Στην πράξη, οι διαταραχές της παθητικότητας είναι τοπικές και μπορεί εύκολα προσπεραστούν κατά την σάρωση διακριτών συχνοτήτων. Έτσι, υπάρχει ένα αλγεβρικό κριτήριο το οποίο επιτρέπει να εντοπίσουμε με ακρίβεια τα όρια των διαστημάτων συχνότητας όπου υπάρχουν παραβιάσεις της παθητικότητας [9]. Το πρώτο βήμα είναι η εύρεση δυναμικών εξισώσεων από τους πόλους και τα υπόλοιπα (Ενότητα 4.1.1). Στην συνέχεια από τους πίνακες A, B, C, D βρίσκουμε τον πίνακα ελέγχου ιδιομορφιών ως εξής:

$$P_Y = A (BD^{-1}C - A) \quad (4.85)$$

Σημειώνουμε πως ο πίνακας P_Y έχει το μισό μέγεθος από τον Χαμιλτονιανό πίνακα που χρησιμοποιείται συνήθως για την εκτίμηση της παθητικότητας, οπότε και είναι πιο αποδοτικό να χρησιμοποιηθεί ειδικότερα για μεγάλης κλίμακας περιπτώσεις. Στην συνέχεια, βρίσκουμε τα διαστήματα συχνότητας με παραβιάσεις μέσω του πίνακα P_Y ως εξής:

1. Δημιουργία μίας ταξινομημένης λίστας συχνοτήτων από το υποσύνολο των θετικών πραγματικών ιδιοτιμών, έστω $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, του πίνακα P_Y .
2. Αξιολόγηση της ιδιότητας (4.84) στο μέσο μεταξύ των συχνοτήτων $s = \{\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \dots, \frac{\omega_{n-1} + \omega_n}{2}\}$.
3. Αν η παθητικότητα παραβιάζεται στο σημείο $\frac{\omega_i + \omega_{i+1}}{2}$ στην (4.84) τότε το διάστημα $[\omega_i, \omega_{i+1}]$ είναι ένα διάστημα παραβίασης παθητικότητας.
4. Επιπλέον, το κριτήριο (4.84) εξετάζεται στα σημεία $\omega_1/2$ και $2\omega_n$ για να ελεγχθεί εάν η παθητικότητα παραβιάζεται μεταξύ 0 και ω_1 και μεταξύ ω_n και άπειρης συχνότητας.

4.3.2. Ταχεία Διαταραχή των Υπολοίπων

Χρησιμοποιώντας τις ιδέες που περιγράφονται στα [7,8] η παθητικότητα επιβάλλεται διαταράσσοντας τα στοιχεία του πίνακα υπολοίπων C και του πίνακα D . Επιπλέον, επιβάλλεται στον πίνακα E να έχει θετικές ιδιοτιμές. Έτσι καταλήγουμε εξής πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς:

$$\Delta Y = \sum_{m=1}^{N_q} \frac{\Delta C_m}{s - a_m} + \Delta D + s * \Delta E \cong 0$$

$$eig \left(Re \left\{ Y + \sum_{m=1}^{N_q} \frac{\Delta C_m}{s - a_m} + \Delta D \right\} \right) > 0 \quad (4.86)$$

$$eig (D + \Delta D) > 0$$

$$eig (E + \Delta E) > 0$$

Το πρώτο κομμάτι της εξίσωσης (4.86) ελαχιστοποιεί της αλλαγή στο πίνακα των Y παραμέτρων, ενώ το δεύτερο κομμάτι επιβάλλει το διαταραγμένο μοντέλο να ικανοποιεί τις (4.82) και (4.83).

Η υλοποίηση της (4.86) οδηγεί στην μορφή (4.87) όπου το Δx κρατάει τα διαταραγμένα στοιχεία των πινάκων C, D και E :

$$\min_{\Delta x} \frac{1}{2} (\Delta x^T A_{sys}^T A_{sys} \Delta x) \quad (4.87)$$

$$B_{sys} \Delta x < c$$

όπου ο πίνακας A_{sys} είναι διαγώνιος κατά μπλοκ, ενώ ο B_{sys} είναι γεμάτος και με λίγες γραμμές.

Ο αριθμός των ελεύθερων μεταβλητών μπορεί να μειωθεί με μεμονωμένη διαγωνιοποίηση των πινάκων C, D και E και διαταραχή μόνο των ιδιοτιμών τους, το οποίο οδηγεί στην ταχεία διαταραχή των υπολοίπων. Η πρώτης τάξης διαταραχή του πίνακα των υπολοίπων C , δίνει:

$$\frac{C_m + \Delta C_m}{s - a_m} \approx \frac{T_m (\Lambda_{C_m} + \Delta \Lambda_{C_m}) T_m^T}{s - a_m} \quad (4.88)$$

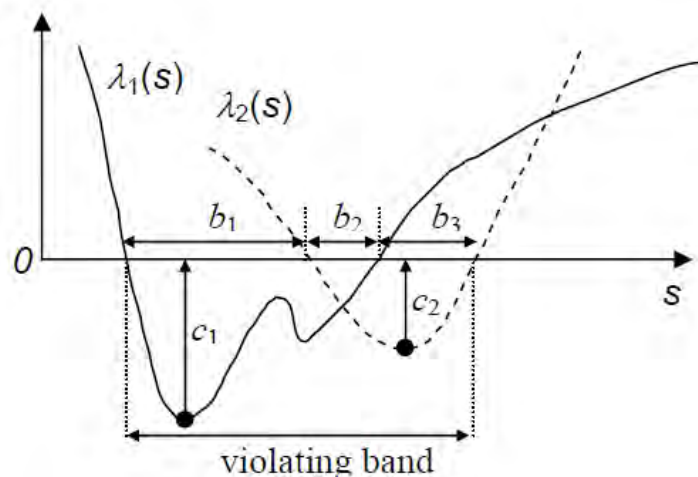
Οπότε:

$$\begin{aligned} \Delta C_m &= T_m \Delta \Gamma_{C_m} T_m^{-1} \\ \Delta D &= T_D \Delta \Gamma_D T_D^{-1} \\ \Delta E &= T_g \Delta \Gamma_g T_g^{-1} \end{aligned} \quad (4.89)$$

Αυτό οδηγεί σε έναν γεμάτο αλλά πολύ μικρότερο A_{sys} (και B_{sys}) στην (4.87). Η επίλυση της (4.87) γίνεται με Τετραγωνικό Προγραμματισμό (Quadratic Programming, QP).

4.2.2.1 Μείωση των Περιορισμών

Ο υπολογιστικός χρόνος για την εφαρμογή της διαταραχή των υπολοίπων εξαρτάται κυρίως από τον αριθμό των περιορισμών, δηλαδή των γραμμών του B_{sys} , οπότε χρησιμοποιούμε όσο το δυνατόν λιγότερους περιορισμούς. Τα διαστήματα παραβίασης της παθητικότητας τα οποία έχουν κοινά άκρα ενώνονται και δημιουργούν ένα διάστημα. Ένα παράδειγμα φαίνεται στο Σχήμα 21 για 3 διαστήματα b_1, b_2, b_3 . Για κάθε διάστημα, οι ιδιοτιμές του $Re \{ y_{fite}(s) \}$ υπολογίζονται με σάρωση συχνότητας. Μέσα σε κάθε διάστημα, το ολικό ελάχιστο από όλες τις συχνότητες (οι μαύρες τελείες στο Σχήμα 21) που παραβιάζουν την παθητικότητα περιλαμβάνεται στην εξίσωση των περιορισμών. Αργότερα, η διαδικασία επιβολής παθητικότητας θα φέρει τα ελάχιστα πάνω από τον οριζόντιο άξονα (κατά ένα ποσό c_1 και c_2 στο Σχήμα 21). Λόγω της γραμμικότητας των ιδιοτιμών και των ελεύθερων μεταβλητών, οι τιμές των c_1 και c_2 επιλέγονται ελαφρώς μεγαλύτερες από την κάθετη απόσταση στον οριζόντιο άξονα κατά ένα μικρό ποσό. Αυτό μειώνει τον αριθμό των επαναλήψεων που χρειάζονται για την απομάκρυνση όλων των παραβιάσεων της παθητικότητας.



Σχήμα 21: Επιλογή δείγματος για επιβολή παθητικότητας

Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με την μέθοδο επιβολή παθητικότητας ανατρέξτε στις αναφορές [7,8,9].

Κεφάλαιο 5

Υλοποίηση

Στο παρόν Κεφάλαιο περιγράφουμε το εργαλείο που αναπτύξαμε. Συγκεκριμένα, περιγράφουμε τις μεθόδους που παρέχει καθώς και πως διαμορφώνεται το τυπικό διάγραμμα ροής της συνολικής διαδικασίας της σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος που υλοποιεί.

5.1. Περιγραφή

Λαμβάνοντας υπόψη τις τεχνικές σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος τις οποίες περιγράψαμε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3, καθώς και την προεργασία που χρειάζεται ώστε να μπορέσουν να εφαρμοστούν, δηλαδή την ρητή προσέγγιση των Y -παραμέτρων του αρχικού κυκλώματος η οποία περιγράψαμε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3, αναπτύξαμε το εργαλείο “Synthesis Tool” το οποίο περιλαμβάνει τις εξής βασικές μεθόδους:

- Μέθοδος που υλοποιεί την διαδικασία του VF: Η ανάπτυξη αυτής της μεθόδου βασίστηκε στην υλοποίηση της ρουτίνας `vectfit3` [3,5,6] η οποία μπορεί να κληθεί από περιβάλλον MATLAB και η οποία περιγράφεται στο Κεφάλαιο 2.
- Μέθοδος που υλοποιεί την RCG σύνθεση του ισοδύναμου κυκλώματος: Η ανάπτυξη αυτής της μεθόδου αποτελεί υλοποίηση της διαδικασίας που περιγράφεται στην Ενότητα 4.1 και βασίστηκε στην διαδικασία που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 7 του βιβλίου [1].
- Μέθοδος που υλοποιεί την RLC σύνθεση του ισοδύναμου κυκλώματος: Η ανάπτυξη αυτής της μεθόδου αποτελεί υλοποίηση της διαδικασίας που περιγράφεται στην Ενότητα 4.2 και βασίζεται στην χρήση του ισοδύναμου Foster όπως περιγράφεται στο [10].

Σημειώνουμε πως το εργαλείο δεν περιλαμβάνει την ανάπτυξη της τεχνικής επιβολής παθητικότητας που περιγράψαμε στην Ενότητα 4.3, ωστόσο είναι σημαντικό αυτή η επέκταση να προστεθεί μελλοντικά στο εργαλείο ώστε να μειωθεί στο ελάχιστο η πιθανότητα κάποια ασταθούς προσομοίωσης για οποιαδήποτε εφαρμογή τάσης και για οποιαδήποτε συχνότητα.

Η ανάπτυξη όλου του εργαλείου έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού $C++$. Επίσης έγινε χρήση της ανοιχτού κώδικα βιβλιοθήκης “Eigen” η οποία παρέχει πρότυπα για γραμμική άλγεβρα όπως πίνακες, διανύσματα, αριθμητικούς επιλυτές και σχετικούς αλγορίθμους. Συγκεκριμένα η έκδοση της βιβλιοθήκης αυτής που χρησιμοποιήθηκε είναι η:

- *Eigen 3.2.0*

Επίσης, για την επιβεβαίωση της σωστής λειτουργίας των υλοποιήσεων μας χρησιμοποιήθηκε συνδυασμός έτοιμων *MATLAB* ρουτινών του πακέτου *VFIT3* [11] και επιπλέον δικών μας υλοποιήσεων *MATLAB* ρουτινών.

Πιο συγκεκριμένα, σχετικά με τις μεθόδους:

Όσον αφορά την μέθοδο που υλοποιεί την διαδικασία του VF, σημειώνουμε πως έχει υλοποιηθεί η έκδοση του τροποποιημένου VF – MVF (Ενότητα 3.1.1) σε συνδυασμό με την έκδοση του ταχύ VF – FVF (Ενότητα 3.1.2). Θα ονομάζουμε αυτή την έκδοση MFVF. Για την κλήση της μεθόδου αυτής είναι απαραίτητη η δημιουργία ενός αρχείου που περιλαμβάνει τις Υ-παραμέτρους του αρχικού κυκλώματος του οποίου επιθυμούμε να βρούμε το ισοδύναμο RCG ή/και RLC κύκλωμα, για όλα τα επιθυμητά σημεία συχνότητας. Αυτό επιτυγχάνεται στοιβάζοντας όλα τα στοιχεία του πίνακα των Υ-παραμέτρων σε μία στήλη, διαβάζοντας τον πίνακα κατά γραμμές. Σημειώνουμε πως όταν αναφερόμαστε σε κάθε στοιχείο του πίνακα των Υ-παραμέτρων εννοούμε την τιμή του για όλα τα επιθυμητά σημεία συχνότητας με τις συχνότητες να αναγράφονται σειριακά. Σημειώνουμε επίσης πως η τιμή αυτή στην γενική περίπτωση είναι μιγαδική και έτσι θα πρέπει να δίνεται το πραγματικό και το φανταστικό της μέρος ακόμη και αν κάποιο είναι μηδενικό. Επίσης, για την κλήση της μεθόδου VF είναι απαραίτητο να έχει επιλεγεί και η επιθυμητή τάξη προσέγγισης των Υ-παραμέτρων δηλαδή ο επιθυμητός αριθμός πόλων με τον οποίο επιθυμούμε να γίνει η προσέγγιση.

Κάποιες επιπλέον επιλογές μπορούν να γίνουν πριν την κλήση της μεθόδου VF και είναι οι εξής:

- Συμμετρικός πίνακας Υ-παραμέτρων:
Στην περίπτωση που ο πίνακας των Υ-παραμέτρων είναι συμμετρικός, μπορεί να γίνει προσέγγιση μόνο του άνω τριγωνικού κομματιού του πίνακα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την μείωση του μεγέθους του διανύσματος προς προσέγγιση και συνεπώς την μείωση του υπολογιστικού χρόνου της VF μεθόδου. Όμως, η χρήση αυτή της επιλογής είναι δυνατόν να μειώσει την ακρίβεια της προσέγγισης οπότε και δεν συνίσταται να χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις που επιθυμούμε όσο το δυνατόν καλύτερη ακρίβεια ανεξαρτήτως του κόστους υπολογισμού.
- Αρχικοί Πόλοι:
Οι αρχικοί πόλοι υπολογίζονται από το πρόγραμμα ώστε να είναι μιγαδικοί συζυγείς με φανταστικό μέρος γραμμικά κατανεμημένο στο εύρος των επιθυμητών συχνοτήτων. Κάθε ζεύγος μιγαδικών συζυγών υπολογίζεται ως:
$$\alpha_n = -a + j\beta, \quad \alpha_{n+1} = -a - j\beta$$

όπου $a = \beta/100$ και β είναι γραμμικά κατανεμημένο στο εύρος των επιθυμητών συχνοτήτων όπως ήδη αναφέραμε. Σε περίπτωση που ο χρήστης επιθυμεί ένα άλλο σύνολο αρχικών πόλων, μπορεί να καθορίσει μέσω ενός αρχείου που θα περιλαμβάνει του πόλους σειριακά καθορίζοντας το πραγματικό και το φανταστικό μέρος αυτών ακόμη και αν κάποιο είναι μηδενικό. Τονίζουμε πως είναι σημαντικό για την ακρίβεια της προσέγγισης, οι αρχικοί πόλοι να είναι κατανεμημένοι έτσι ώστε να καλύπτεται όλο το εύρος των επιθυμητών συχνοτήτων.
- Βάρος:
Η ακρίβεια της προσέγγισης ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να ελεγχθεί μέσω της χρήσης βάρους. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω ενός διανύσματος όπου κάθε στοιχείο του καθορίζει το βάρος του αντίστοιχου σημείου του επιθυμητού διαστήματος σάρωσης συχνότητας. Ουσιαστικά κάθε στοιχείο πολλαπλασιάζεται με την αντίστοιχη γραμμή στο πρόβλημα των ελαχίστων τετραγώνων στο στάδιο της Εύρεσης Πόλων και στο στάδιο της Εύρεσης Υπολοίπων. Εξ' ορισμού δεν

χρησιμοποιούμε κάποιο βάρος για το πρόβλημα των ελαχίστων τετραγώνων, δηλαδή το διάνυσμα του βάρους αποτελείται από άσσους. Οι πιθανές επιπλέον επιλογές είναι είτε χρήση ισχυρού αντίστροφου βάρους:

$$weight(k) = 1/\|y(:,k)\|_2$$

ή χρήση ασθενούς αντίστροφου βάρους:

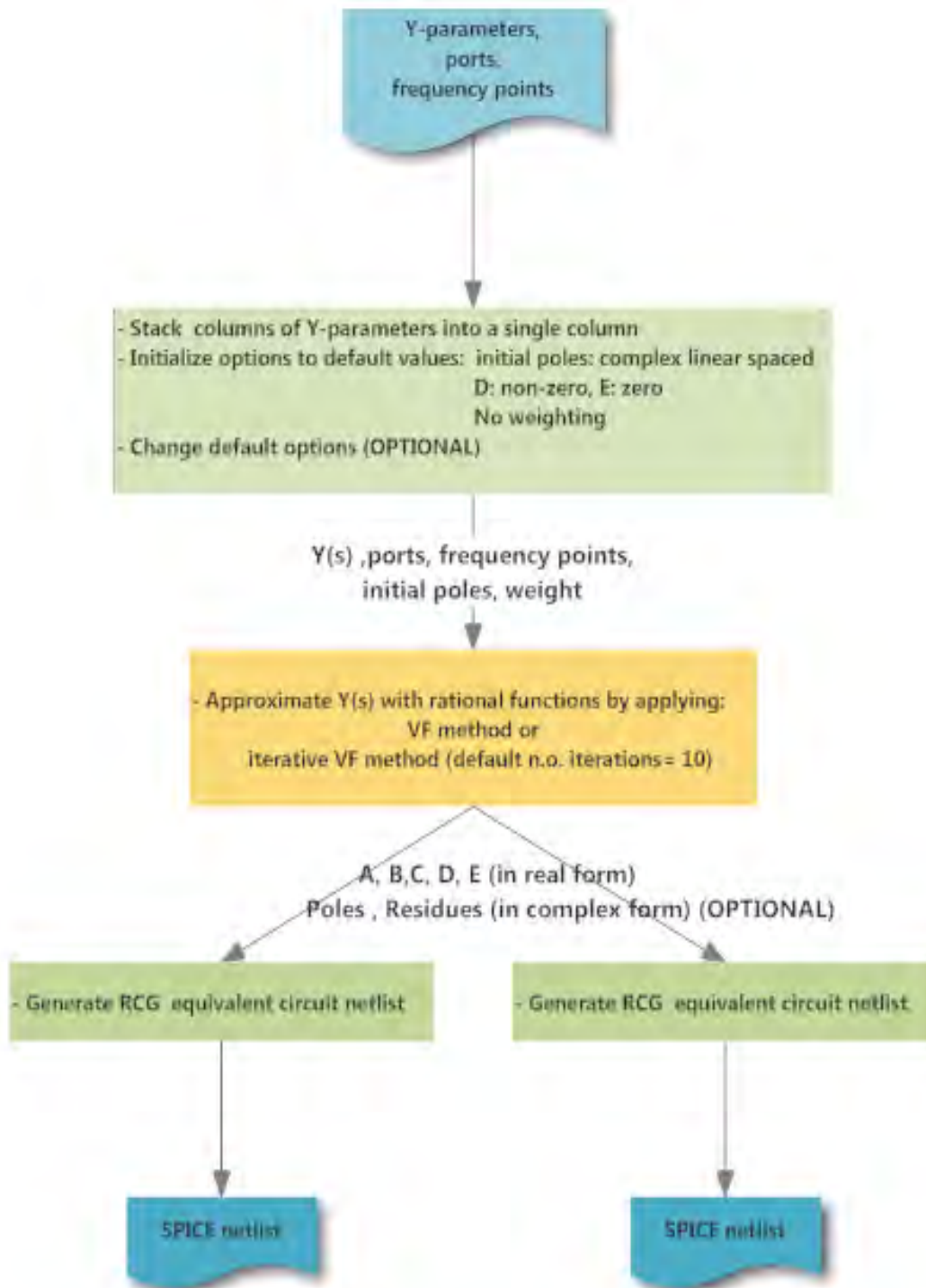
$$weight(k) = 1/\sqrt{\|y(:,k)\|_2}$$

όπου k είναι ο αριθμός των σημείων του επιθυμητού διαστήματος σάρωσης συχνότητας.

- Σταθερός (D) και Χωρητικός (E) όρος:
Ο όρος D θεωρείται εξ' ορισμού ότι είναι μη μηδενικός, ενώ ο όρος E θεωρείται μηδενικός. Σε περίπτωση που επιθυμούμε κάτι διαφορετικό μπορούμε να το δηλώσουμε πριν την κλήση της VF μεθόδου. Οι πιθανές επιπλέον επιλογές είναι είτε και οι δύο όροι να είναι μη μηδενικοί, είτε και οι δύο όροι να είναι μηδενικοί. Τονίζουμε πως στην περίπτωση που επιθυμούμε στην συνέχεια την σύνθεση του RCG ισοδύναμου κυκλώματος, θα πρέπει να έχουμε ορίσει ο όρος E να είναι μηδενικός, διαφορετικά η σύνθεση του ισοδύναμου αυτού κυκλώματος δεν θα είναι ακριβής.
- Πλήθος επαναλήψεων της VF μεθόδου:
Με την επαναληπτική εφαρμογή της VF μεθόδου, χρησιμοποιώντας τους νέους πόλους ως αρχικούς, μπορεί να επιτευχθεί αρκετά καλύτερη ακρίβεια στην προσέγγιση των Υ-παραμέτρων. Αυτό συμβαίνει στις περιπτώσεις που οι αρχικοί πόλοι διαφέρουν αρκετά από τους σωστούς πόλους το οποίο έχει ως αποτέλεσμα μεγάλες αποκλίσεις στις συναρτήσεις $\sigma(s)$ και $(\sigma(s) f(s))$. Έτσι, με την εφαρμογή της διαδικασίας του VF, η διαφορά των αρχικών πόλων από τους σωστούς μειώνεται καθώς οι πρώτοι “πλησιάζουν” τους δεύτερους. Τονίζουμε πως αυτό ισχύει για περιορισμένο αριθμό επαναλήψεων διότι με χρήση πολύ μεγάλου αριθμού επαναλήψεων η διαδικασία του VF μπορεί αφενός να γίνει πολύ χρονοβόρα και αφετέρου να επιφέρει χειρότερα αποτελέσματα στην ακρίβεια της προσέγγισης σε σχέση με λιγότερες επαναλήψεις διότι οι αρχικοί πόλοι ενώ θα “πλησιάσουν” τους σωστούς πόλους θα αρχίσουν πάλι να “απομακρύνονται” από αυτούς σε επόμενες επαναλήψεις. Σημειώνουμε πως μία καλή επιλογή του πλήθους των επαναλήψεων είναι ίσο με 10 (προεπιλογή).

Όσον αφορά τις μεθόδους που υλοποιούν τις τεχνικές σύνθεσης, έχει γίνει ήδη σαφές πως πριν την κλήση τους, και συνεπώς την σύνθεση του ισοδύναμου κυκλώματος, θα πρέπει να έχει εφαρμοστεί η VF μέθοδος στις Υ-παραμέτρους του αρχικού κυκλώματος ώστε να βρεθεί η ρητή προσέγγιση αυτών. Επιπλέον, σημειώνουμε πως για την εφαρμογή της RCG μεθόδου θα πρέπει προηγουμένως κατά την κλήση της VF μεθόδου, να έχει επιλεγεί ο όρος E να είναι μηδενικός. Ενώ, για την εφαρμογή της RLC μεθόδου, ο πίνακας των Υ-παραμέτρων θα πρέπει να είναι συμμετρικός. Σε περίπτωση που εφαρμοστούν οι μέθοδοι σύνθεσης χωρίς να ισχύουν οι παραπάνω προϋποθέσεις, το αντίστοιχο ισοδύναμο κύκλωμα που θα παραχθεί να είναι ανακριβές.

Ένα τυπικό διάγραμμα ροής της συνολικής διαδικασίας της σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος που υλοποιεί το εργαλείο μας φαίνεται στο Σχήμα 22.



Σχήμα 22: Διάγραμμα ροής της συνολικής διαδικασίας Σύνθεσης του Ισοδύναμου Κυκλώματος

Κεφάλαιο 6

Πειραματικά αποτελέσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο παρουσιάζονται τα πειραματικά κυκλώματα που χρησιμοποιήθηκαν για την διεξαγωγή των πειραμάτων, η πειραματική διαδικασία καθώς και τα αποτελέσματα αυτής.

6.1. Πειραματικά Κυκλώματα

Για την διεξαγωγή των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν τα εξής RLCk κυκλώματα:

- balun.cir
- grid2ladder.cir

Στον ακόλουθο πίνακα δίνονται τα σημαντικότερα στοιχεία αυτών,

Name	#Ports	#Elements	#R	#C	#L	#Ks
balun.cir	5	11774	1253	1925	721	7875
grid2ladder.cir	12	14661	1318	1418	750	11175

Πίνακας 1: Πειραματικά Κυκλώματα

όπου R, C, L, Ks είναι το πλήθος των αντιστάσεων, των πυκνωτών, των πηνίων και των αμοιβαίων επαγωγών αντίστοιχα. Για κάθε ένα από αυτά τα κυκλώματα βρέθηκαν οι Y και οι Z παράμετροι μέσω κατάλληλων προσομοιώσεων. Οι προσομοιώσεις αυτές έγιναν με το εργαλείο προσομοίωσης κυκλωμάτων NGSPICE. Όσον αφορά τον τρόπο σάρωσης του επιθυμητού διαστήματος συχνότητας καθώς και το εύρος αυτού, για τα οποία βρέθηκαν οι Y και Z παράμετροι, ελέγχθηκαν οι εξής περιπτώσεις:

Case	Sweep Type	Frequency Range	Step
1	Linear	0,1GHz - 10GHz	0,1GHz
2	Linear	1GHz - 100GHZ	1GHz
3	Logarithmic	0,1GHz - 10GHz	10points/decade
4	Logarithmic	1GHz - 100GHz	20points/decade
5	Logarithmic	1GHz - 100GHz	100points/decade

Πίνακας 2: Περιπτώσεις εύρους και είδους συχνότητας σάρωσης

6.2. Πειραματική Διαδικασία

Για την διεξαγωγή των πειραμάτων για το εργαλείο που υλοποιήσαμε, χρησιμοποιήθηκαν μία σειρά από bash scripts. Επιπλέον, όπως και για τις προσομοιώσεις των αρχικών πειραματικών κυκλωμάτων (Πίνακας 1) έτσι και για τις προσομοιώσεις των ισοδύναμων RCG ή RLC κυκλωμάτων που παράχθηκαν από το εργαλείο μας, χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο προσομοίωσης κυκλωμάτων NGSPICE.

Επιπλέον, για την αξιολόγηση της ποιότητας της προσέγγισης των Υ-παραμέτρων αλλά και για την προκύπτουσα ποιότητα της προσέγγισης των Ζ-παραμέτρων του εκάστοτε αρχικού κυκλώματος με το αντίστοιχο προκύπτον RCG και RLC ισοδύναμο κύκλωμα σε κάθε μία από τις περιπτώσεις (Πίνακας 2), χρησιμοποιήθηκαν οι εξής μετρικές:

- Ρίζα του μέσω τετραγωνικού σφάλματος (Root mean square error – RMS error): Με αυτή την μετρική, μετράμε την διαφορά μεταξύ των τιμών που παράγονται από ένα μοντέλο και των τιμών που παρατηρούνται στην πραγματικότητα από το περιβάλλον το οποίο μοντελοποιείται, και υπολογίζεται ως εξής

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{obs,i} - X_{model,i})^2}{n}}$$

όπου X_{obs} είναι οι πραγματικές παρατηρούμενες τιμές και X_{model} οι τιμές του μοντέλου για το σημείο i . Στην περίπτωση που εξετάζουμε, οι τιμές X_{obs} είναι οι πραγματικές Υ και Ζ παράμετροι του εκάστοτε αρχικού κυκλώματος και οι τιμές X_{model} είναι οι Υ και Ζ παράμετροι του προκύπτοντος ισοδύναμου RCG και RLC κυκλώματος μέσα από την εφαρμογή της VF μεθόδου και των μεθόδων σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος. Σημειώνουμε επίσης πως επειδή στην περίπτωση που εξετάζουμε οι τιμές είναι μιγαδικές και όχι πραγματικές, θα υπολογίζουμε το RMS σφάλμα για το μέτρο καθώς και για την φάση των εκάστοτε παρατηρήσιμων και προκυπτόντων από το μοντέλο τιμών για τις Υ και Ζ παραμέτρους.

- Μέγιστο σχετικό ποσοστό σφάλματος (Maximum relative error percentage): Αυτή η μετρική είναι μία ένδειξη για το πόσο μακριά είναι η τιμή του μοντέλου δηλαδή της προσέγγισής από την πραγματική παρατηρούμενη τιμή σε από άποψη ποσοστού της πραγματικής παρατηρούμενης τιμής, και υπολογίζεται ως εξής

$$Max\ Relative\ Error\ [\%] = \left(\max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{|X_{obs,i} - X_{model,i}|}{|X_{obs,i}|} \right\} \right) * 100$$

Σημειώνουμε πως όπως και για το RMS σφάλμα, θα υπολογίζουμε το μέγιστο σχετικό σφάλμα σε ποσοστό για το μέτρο καθώς και για την φάση των εκάστοτε παρατηρήσιμων και προκυπτόντων από το μοντέλο τιμών για τις Υ και Ζ παραμέτρους.

Η πειραματική διαδικασία που εφαρμόστηκε σε βήματα είναι η εξής:

1. Για τις **Υ παραμέτρους** κάθε πειραματικού κυκλώματος (Πίνακας 1)
2. Για κάθε **περίπτωση συχνότητας** σάρωσης (Πίνακας 2)
3. Για **αριθμό πόλων** $order = 1$ έως $order = frequency\ points$
4. Τρέξε το **Synthesis Tool** ώστε:
 - να εφαρμοστεί η VF μέθοδος για τις Υ παραμέτρους
 - να παραχθεί το ισοδύναμο RCG κύκλωμα
 - να παραχθεί το ισοδύναμο RLC κύκλωμα

5. Φτιάξε τα κατάλληλα **Testbenches** που αντιστοιχούν στο πειραματικό κύκλωμα που εξετάζουμε για την περίπτωση συχνότητας που εξετάζουμε.
6. Βρες τις Y και Z παραμέτρους του ισοδύναμου **RCG** κυκλώματος (μέσω προσομοιώσεων με **NGSPICE** με χρήση των *Testbenches* του Βήματος 5).
7. Βρες τις Y και Z παραμέτρους του ισοδύναμου **RLC** κυκλώματος (μέσω προσομοιώσεων με **NGSPICE** με χρήση των *Testbenches* του Βήματος 5).
8. Βρες τα : **RMS error** και **Max Relative error** [%]
9. Τέλος Βήματος 3.
10. Σύγκρινε τα *errors* που βρέθηκαν για όλους τους δυνατούς αριθμούς πόλων (στο Βήμα 3) και βρες για ποιο **αριθμό πόλων** έχουμε τα **μικρότερα errors** και ποια είναι αυτά .
11. Τέλος Βήματος 2.
12. Τέλος Βήματος 1.

Σημειώνουμε πως κατά την παραπάνω διαδικασία υπολογίζουμε τις μετρικές που περιγράψαμε παραπάνω για το σφάλμα της προσέγγισης των Y και των Z παραμέτρων των αρχικών πειραματικών κυκλωμάτων από τα ισοδύναμα RCG και RLC κυκλώματα για τις διάφορες περιπτώσεις αριθμού πόλων καθώς και συχνότητας σάρωσης, με σκοπό να βρούμε εκείνο το πλήθος πόλων που δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης, δηλαδή τα μικρότερα σφάλματα, για την εκάστοτε περίπτωση καθώς και ποια δύναται να είναι αυτά ώστε να αξιολογήσουμε την καλύτερη δυνατή ποιότητα της προσέγγισης. Επιπλέον, καταγράφουμε τους χρόνους εκτέλεσης της VF μεθόδου καθώς και της σύνθεσης του εκάστοτε ισοδύναμου κυκλώματος. Αυτοί οι χρόνοι, σε συνδυασμό με την καταγραφή των χρόνων προσομοίωσης των ισοδύναμων κυκλωμάτων και την σύγκριση με τους χρόνους προσομοίωσης των αρχικών πειραματικών κυκλωμάτων, θα υποδείξουν το κατά πόσο τελικώς η συνολική διαδικασία της σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος λύνει με αποδοτικό τρόπο το πρόβλημά μας (Κεφάλαιο 1). Η ανάλυση και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων αυτών γίνεται στην επόμενη ενότητα.

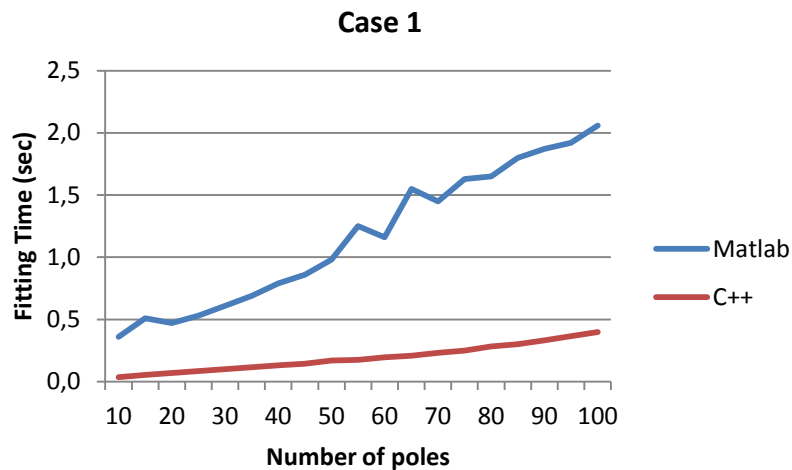
6.3. Αποτελέσματα

Σε αυτή την ενότητα θα αναλύσουμε τα αποτελέσματα που πήραμε εφαρμόζοντας την πειραματική διαδικασία που περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα ώστε να αξιολογήσουμε την συνολική διαδικασία της σύνθεσης για την χρήση κάθε μίας από τις μεθόδους σύνθεσης που περιγράψαμε στο Κεφάλαιο 4, δηλαδή RCG και RLC σύνθεση. Εκτός από την ανάλυση των αποτελεσμάτων για κάθε μία από τις μεθόδους σύνθεσης ξεχωριστά, θα δώσουμε και μία σύντομη συγκριτική μελέτη των δύο μεθόδων με σκοπό να εντοπίσουμε τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα χρήσης της καθεμιάς από αυτές. Επιπλέον, πριν την ανάλυση των αποτελεσμάτων, θα αναλύσουμε τους χρόνους εκτέλεσης της VF μεθόδου στο εργαλείο που υλοποιήσαμε σε σχέση με τους χρόνους εκτέλεσης της αντίστοιχης MATLAB υλοποίησης [8] με σκοπό της αξιολόγησης της υλοποίησής μας.

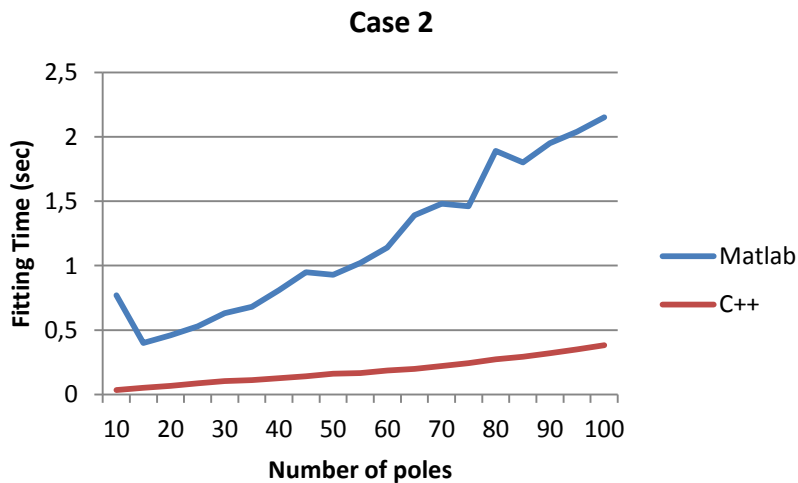
6.3.1. Χρόνοι εκτέλεσης VF μεθόδου

Παρακάτω παρουσιάζουμε τους χρόνους εκτέλεσης της VF μεθόδου για τα πειραματικά κυκλώματα που εξετάζουμε (Πίνακας 1) και για τις περιπτώσεις συχνότητας σάρωσης που εξετάζουμε (Πίνακας 2), για την υλοποίηση της σε γλώσσα C++ ως κομμάτι του εργαλείου που υλοποιήσαμε (Κεφάλαιο 5) και για την αντίστοιχη MATLAB υλοποίηση.

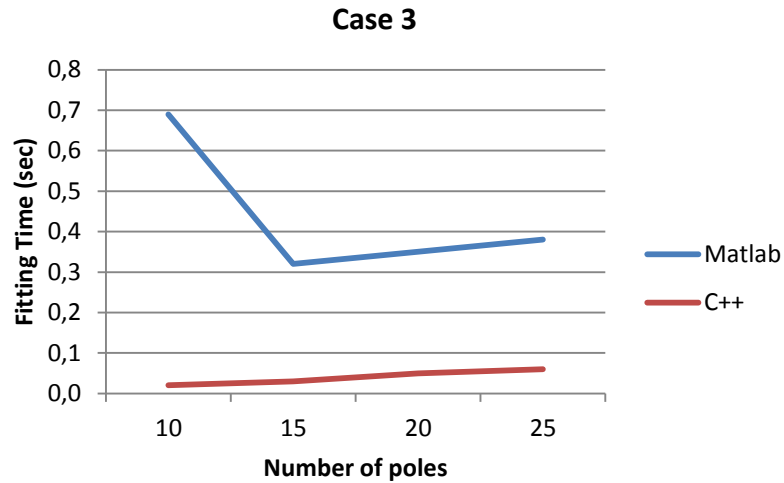
Για το πειραματικό κύκλωμα "balun.cir" έχουμε:



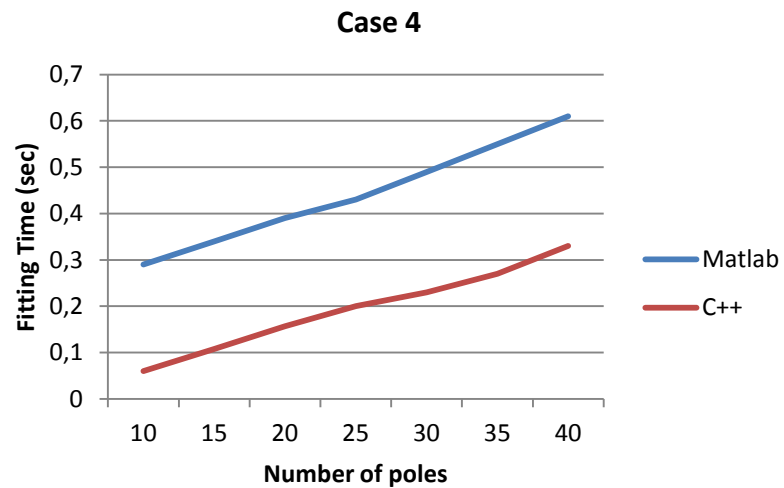
Σχήμα 23: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 1)



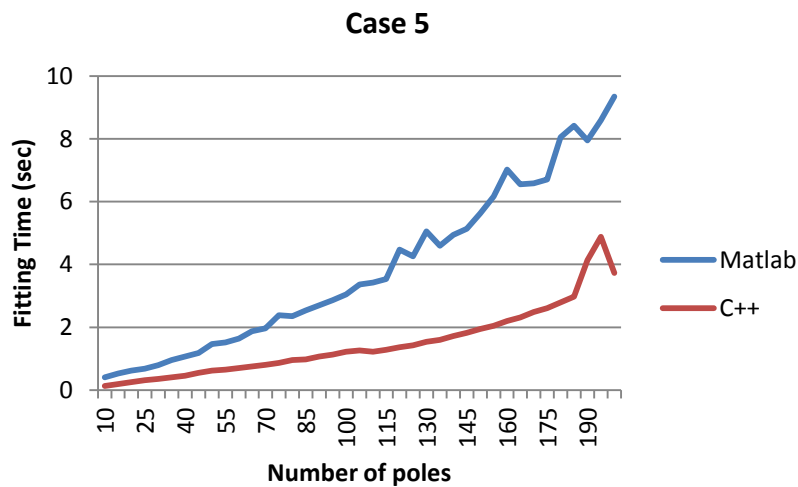
Σχήμα 24: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 2)



Σχήμα 25: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 3)

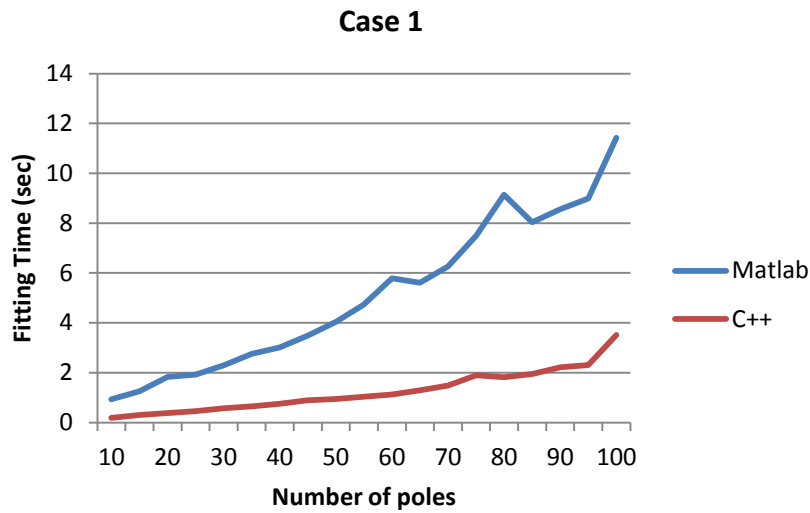


Σχήμα 26: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 4)

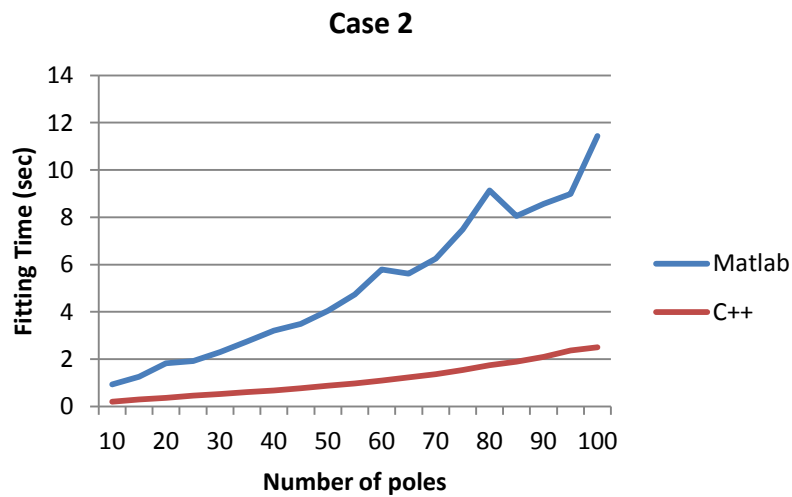


Σχήμα 27: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "balun" (Case 5)

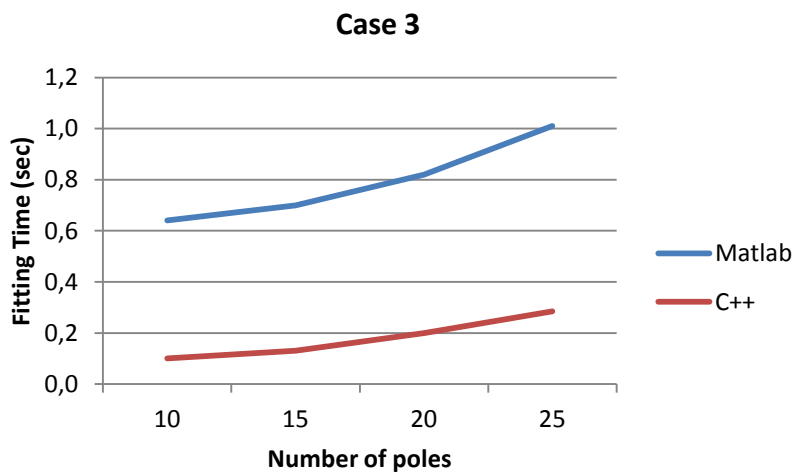
Για το πειραματικό κύκλωμα "grid2ladder.cir" έχουμε:



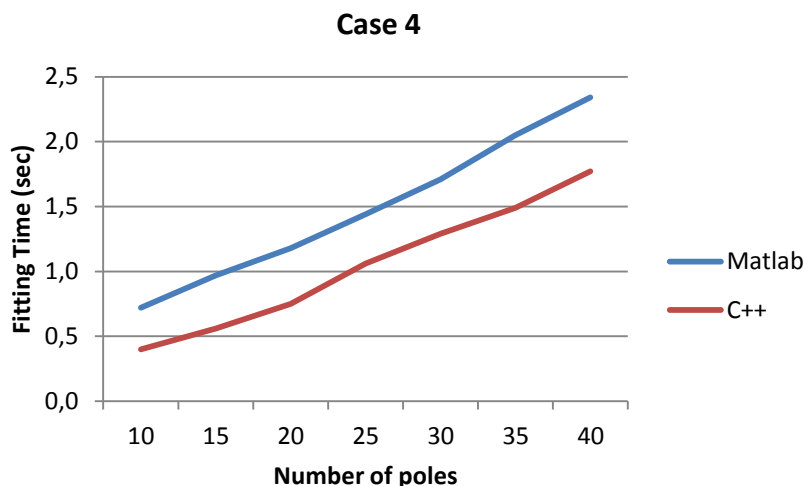
Σχήμα 28: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 1)



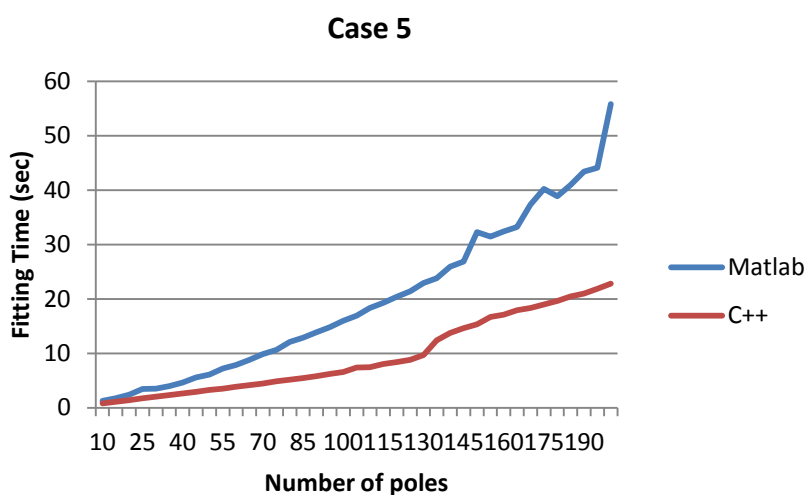
Σχήμα 29: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 2)



Σχήμα 30: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 3)



Σχήμα 31: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 4)



Σχήμα 32: Χρόνος Προσέγγισης Υ-παραμέτρων για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 5)

Παρατηρούμε πως η VF μέθοδος υλοποιημένη σε γλώσσα C++ ως κομμάτι του εργαλείου που υλοποιήσαμε (Κεφάλαιο 5) είναι εμφανώς πιο γρήγορη από την αντίστοιχη υλοποίηση της σε MATLAB. Σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις η ρητή προσέγγιση των Υ-παραμέτρων με εφαρμογή της C++ υλοποίησης της VF μεθόδου επιτυγχάνεται σε καλύτερο χρόνο από ότι με την εφαρμογή της αντίστοιχης MATLAB υλοποίησης. Αξίζει επίσης να σημειώσουμε πως το πλεονέκτημα της C++ υλοποίησης της VF μεθόδου άποψη χρόνου εκτέλεσης γίνεται περισσότερο εμφανές καθώς αυξάνεται ο αριθμός των πόλων που χρησιμοποιούνται για την προσέγγιση.

6.3.2. Αποτελέσματα σύνθεσης του RCG ισοδύναμου κυκλώματος

Αρχικά θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της σύνθεσης του RCG ισοδύναμου κυκλώματος όσον αφορά την ποιότητα της προσέγγισης των Υ-παραμέτρων η οποία αποτυπώνεται μέσα από τις μετρικές που παρουσιάσαμε στην Ενότητα 5.2.

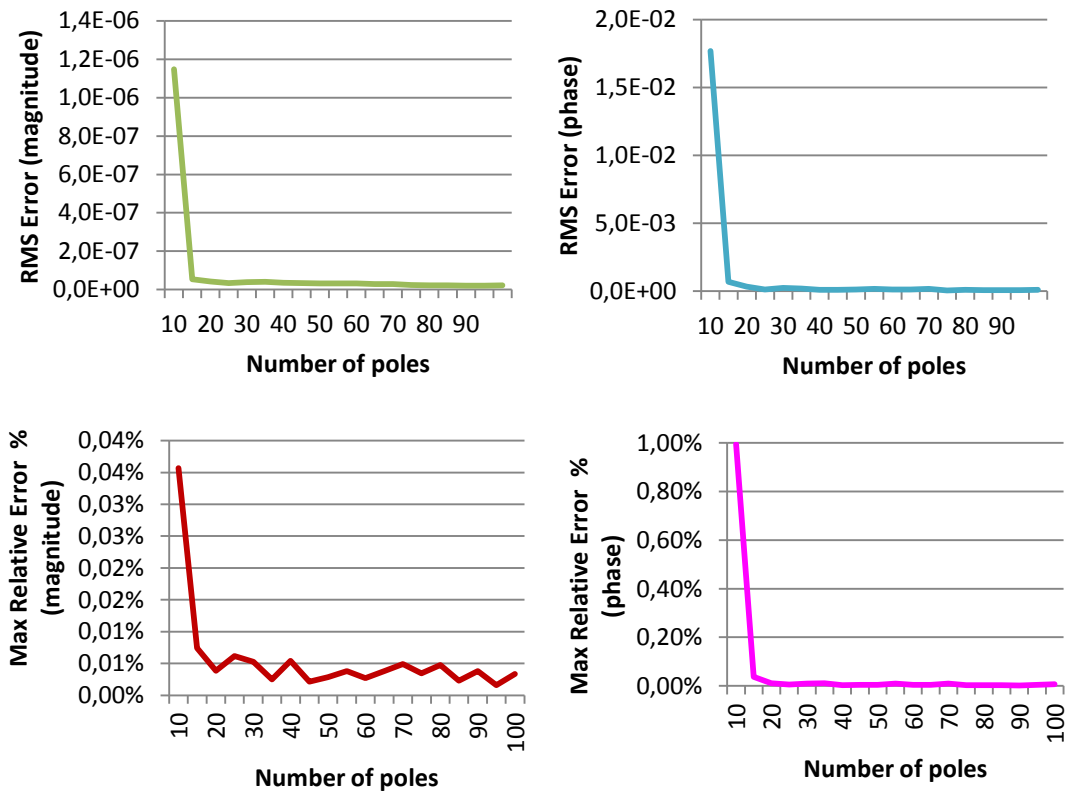
Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το πειραματικό κύκλωμα “**balun.cir**”, με βάση τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακα 2. Υπενθυμίζουμε πως τα αποτελέσματα ελέγχθηκαν για την προσέγγιση με χρήση 10 πόλων έως το μέγιστο επιτρεπτό όριο πόλων, δηλαδή το πλήθος των σημείων συχνότητας. Από αυτά, δίνουμε ενδεικτικά (Πίνακας 3 έως Πίνακας 7) τα αποτελέσματα για κάθε 4 ή 5 πόλους ενώ αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. Σημειώνουμε πως για καλύτερη απεικόνιση των αποτελεσμάτων, κάποιες ακραίες τιμές για το σφάλμα που εμφανίζονται κατά την χρήση λίγων πόλων σε σχέση με τα αποτελέσματα για το σφάλμα που παρατηρούνται γενικά κατά την χρήση περισσότερων πόλων, παραλείπονται από τα αντίστοιχα γραφήματα.

Για την 1^η περίπτωση:

Number of poles	RMS Error (magnitude)	RMS Error (phase)	Max Relative Error (magnitude)	Max Relative Error (phase)
10	1,15E-06	1,77E-02	1,353%	0,995%
15	5,34E-08	6,88E-04	0,016%	0,037%
20	4,15E-08	3,32E-04	0,013%	0,011%
25	3,39E-08	1,31E-04	0,005%	0,006%
30	3,80E-08	2,56E-04	0,016%	0,010%
35	4,08E-08	2,09E-04	0,008%	0,010%
40	3,62E-08	1,06E-04	0,005%	0,003%
45	3,30E-08	1,05E-04	0,006%	0,004%
50	3,24E-08	1,20E-04	0,006%	0,004%
55	3,23E-08	1,85E-04	0,010%	0,009%
60	3,19E-08	1,24E-04	0,003%	0,005%
65	2,89E-08	1,24E-04	0,007%	0,005%
70	2,84E-08	1,74E-04	0,006%	0,010%
75	2,32E-08	6,81E-05	0,002%	0,003%
80	2,18E-08	1,06E-04	0,005%	0,003%
85	2,15E-08	8,13E-05	0,002%	0,003%
90	2,01E-08	7,88E-05	0,003%	0,002%
95	2,02E-08	9,16E-05	0,003%	0,004%
99	2,12E-08	1,17E-04	0,003%	0,007%

Πίνακας 3: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα “balun” (case1)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 33: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case1)

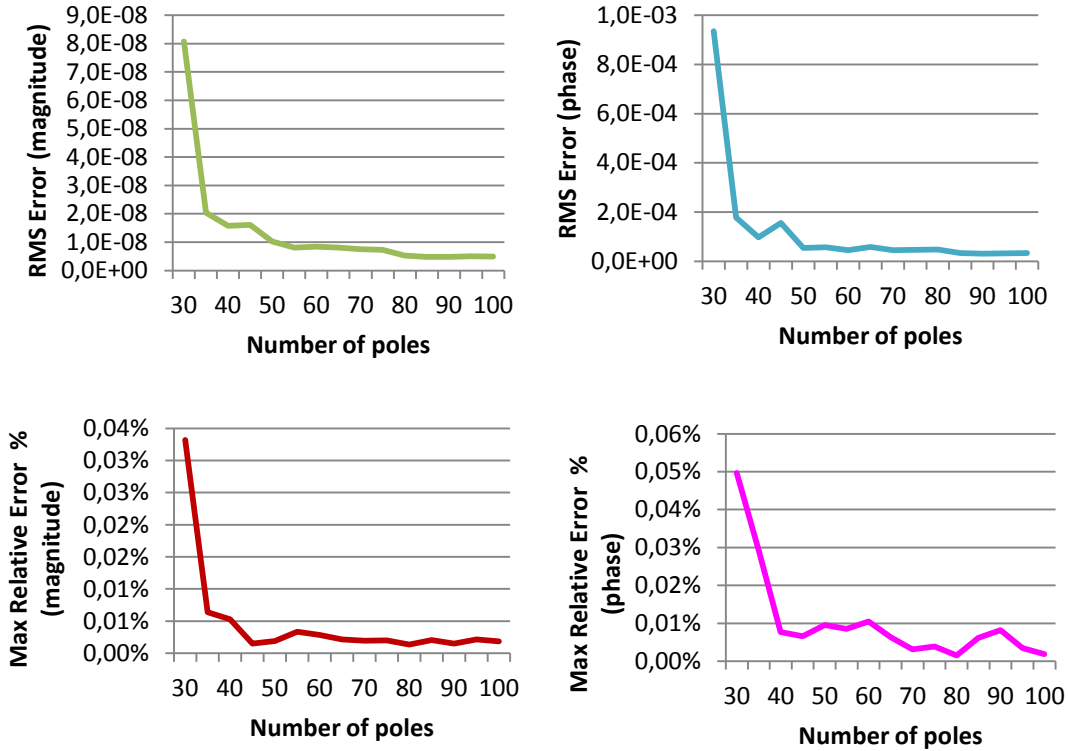
Για την 2^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	2,17E-03	1,72E+01	834,445%	4394,122%
15	6,36E-04	1,05E+01	268,538%	4567,542%
20	3,78E-05	4,71E-01	8,338%	48,677%
25	8,06E-06	4,13E-02	1,007%	2,542%
30	8,08E-08	9,35E-04	0,033%	0,050%
35	2,03E-08	1,79E-04	0,006%	0,029%
40	1,58E-08	9,79E-05	0,005%	0,008%
45	1,61E-08	1,56E-04	0,002%	0,007%
50	1,02E-08	5,46E-05	0,002%	0,010%
55	8,09E-09	5,69E-05	0,003%	0,009%
60	8,38E-09	4,57E-05	0,003%	0,010%
65	8,13E-09	5,88E-05	0,002%	0,006%
70	7,53E-09	4,54E-05	0,002%	0,003%
75	7,30E-09	4,67E-05	0,002%	0,004%
80	5,24E-09	4,86E-05	0,001%	0,002%
85	4,78E-09	3,32E-05	0,002%	0,006%

90	4,85E-09	3,15E-05	0,002%	0,008%
95	5,02E-09	3,23E-05	0,002%	0,003%
99	4,89E-09	3,33E-05	0,002%	0,002%

Πίνακας 4: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 2)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:

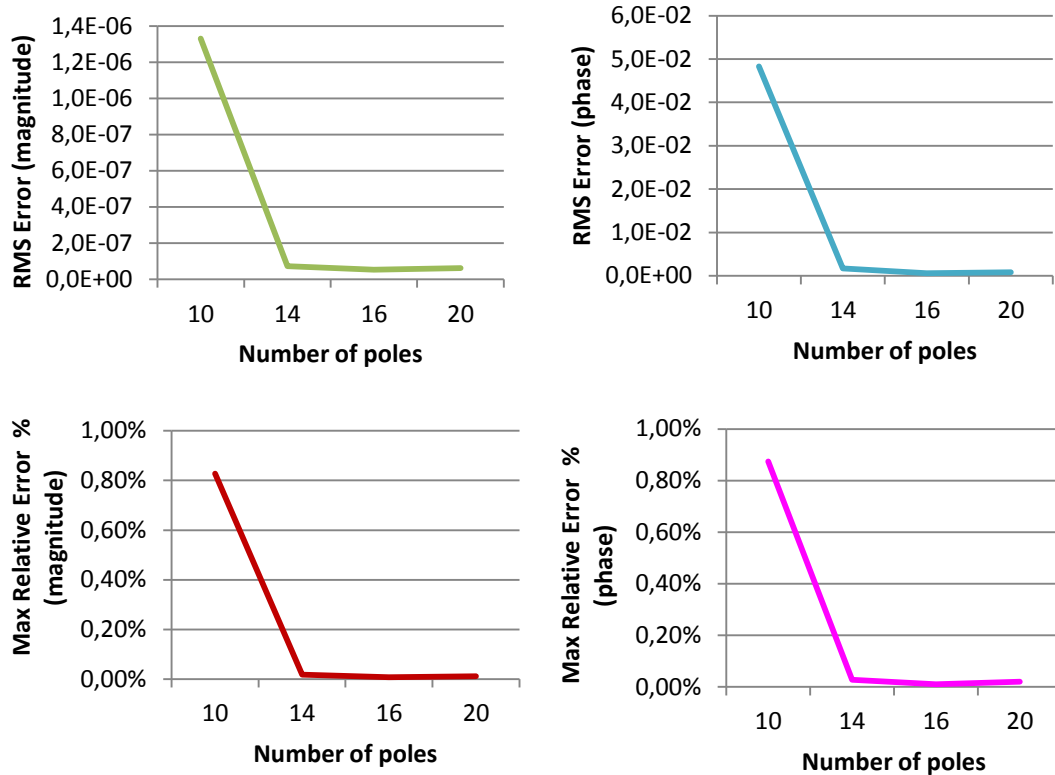


Σχήμα 34: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 2)

Για την 3^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	1,33E-06	4,83E-02	0,828%	0,874%
14	7,29E-08	1,72E-03	0,017%	0,027%
16	5,24E-08	6,43E-04	0,008%	0,010%
20	6,11E-08	8,21E-04	0,011%	0,020%

Πίνακας 5: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 3)



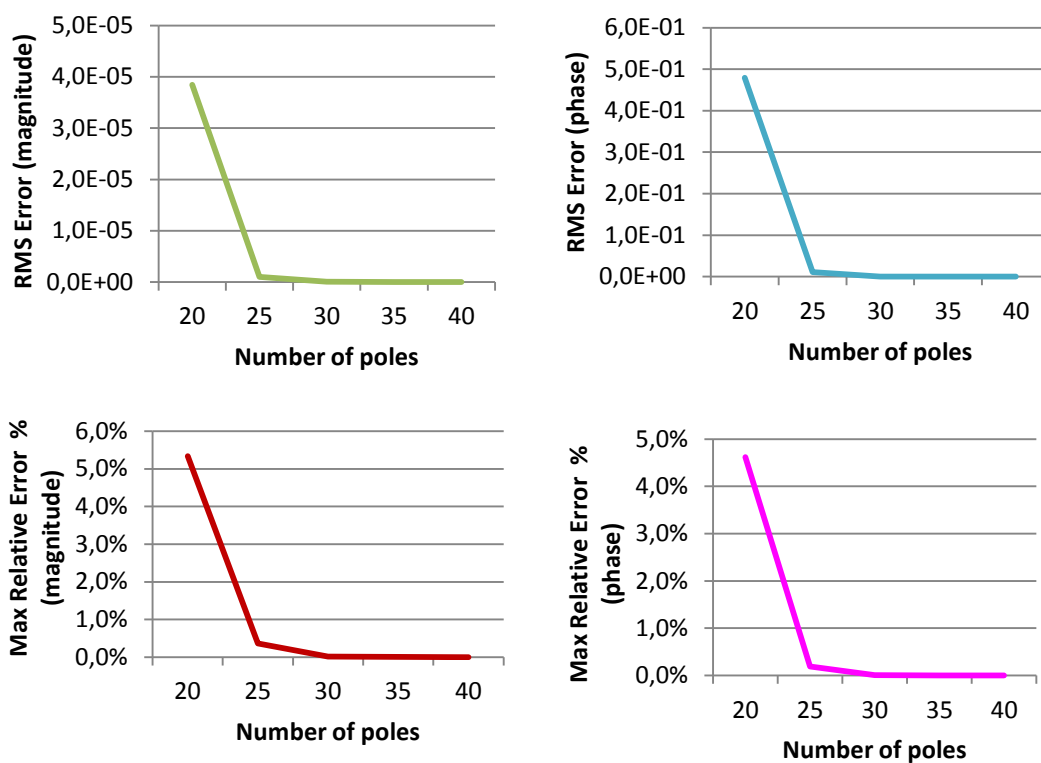
Σχήμα 35: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 3)

Για την 4^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	1,31E-03	1,37E+01	157,470%	142,888%
15	3,22E-04	4,86E+00	92,727%	92,336%
20	3,85E-05	4,80E-01	5,336%	4,616%
25	1,02E-06	1,10E-02	0,366%	0,188%
30	5,65E-08	6,06E-04	0,015%	0,005%
35	3,74E-08	2,47E-04	0,005%	0,002%
40	2,94E-08	1,07E-04	0,001%	0,001%

Πίνακας 6: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 4)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 36: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 4)

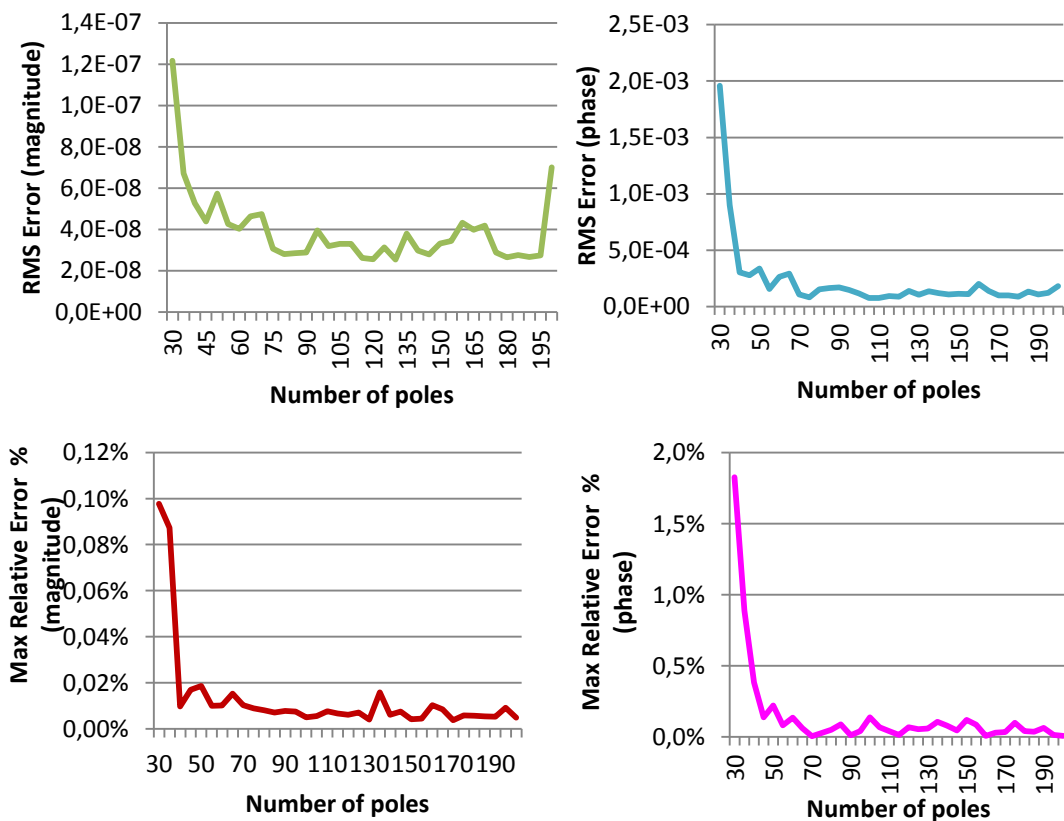
Για την 5^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	1,42E-03	1,12E+01	1073,961%	1795,275%
15	2,17E-04	2,64E+00	267,007%	1149,429%
20	2,22E-05	4,25E-01	15,264%	738,138%
25	2,61E-06	4,02E-02	1,051%	48,595%
30	1,22E-07	1,96E-03	0,098%	1,825%
35	6,72E-08	8,99E-04	0,087%	0,887%
40	5,28E-08	3,04E-04	0,010%	0,382%
45	4,39E-08	2,77E-04	0,017%	0,138%
50	5,73E-08	3,36E-04	0,019%	0,220%
55	4,27E-08	1,55E-04	0,010%	0,081%
60	4,03E-08	2,65E-04	0,010%	0,136%
65	4,64E-08	2,91E-04	0,015%	0,061%
70	4,75E-08	1,07E-04	0,010%	0,006%
75	3,08E-08	8,25E-05	0,009%	0,028%
80	2,81E-08	1,54E-04	0,008%	0,051%
85	2,85E-08	1,63E-04	0,007%	0,089%
90	2,89E-08	1,71E-04	0,008%	0,012%
95	3,96E-08	1,48E-04	0,008%	0,041%
100	3,20E-08	1,15E-04	0,005%	0,137%

105	3,31E-08	7,60E-05	0,006%	0,068%
110	3,31E-08	7,61E-05	0,008%	0,041%
115	2,63E-08	9,23E-05	0,007%	0,013%
120	2,56E-08	8,70E-05	0,006%	0,068%
125	3,14E-08	1,39E-04	0,007%	0,055%
130	2,55E-08	1,04E-04	0,004%	0,059%
135	3,80E-08	1,36E-04	0,016%	0,106%
140	2,99E-08	1,20E-04	0,006%	0,080%
145	2,79E-08	1,09E-04	0,008%	0,044%
150	3,32E-08	1,13E-04	0,004%	0,120%
155	3,45E-08	1,11E-04	0,004%	0,085%
160	4,33E-08	2,00E-04	0,010%	0,008%
165	3,98E-08	1,38E-04	0,008%	0,030%
170	4,19E-08	9,94E-05	0,004%	0,035%
175	2,89E-08	9,78E-05	0,006%	0,100%
180	2,65E-08	8,65E-05	0,006%	0,041%
185	2,76E-08	1,34E-04	0,005%	0,035%
190	2,68E-08	1,07E-04	0,005%	0,064%
195	2,76E-08	1,22E-04	0,009%	0,013%
200	7,00E-08	1,81E-04	0,005%	0,008%

Πίνακας 7: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 5)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 37: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 5)

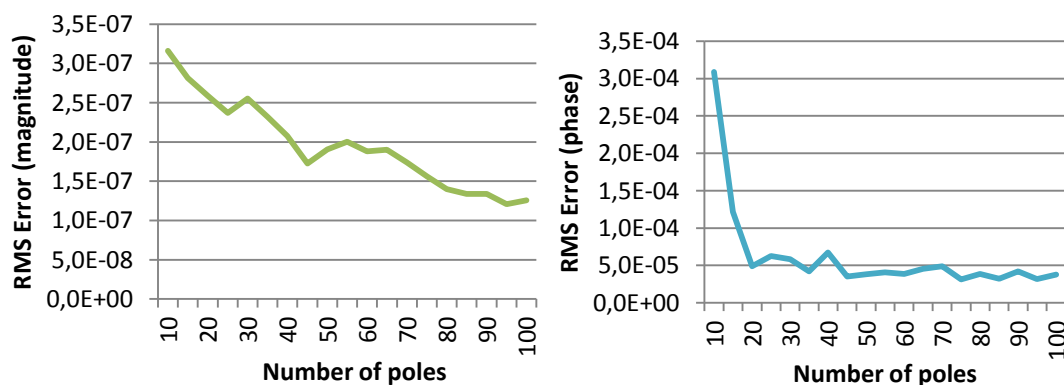
Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το πειραματικό κύκλωμα “grid2ladder.cir”, με βάση τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακα 2. Υπενθυμίζουμε πως τα αποτελέσματα ελέγχθηκαν για την προσέγγιση με χρήση 10 πόλων έως το μέγιστο επιτρεπτό όριο πόλων, δηλαδή το πλήθος των σημείων συχνότητας. Από αυτά, δίνουμε ενδεικτικά (Πίνακας 8 έως Πίνακας 12) τα αποτελέσματα για κάθε 4 ή 5 πόλους ενώ αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. Σημειώνουμε πως για καλύτερη απεικόνιση των αποτελεσμάτων, κάποιες ακραίες τιμές για το σφάλμα που εμφανίζονται κατά την χρήση λίγων πόλων σε σχέση με τα αποτελέσματα για το σφάλμα που παρατηρούνται γενικά κατά την χρήση περισσότερων πόλων, παραλείπονται από τα αντίστοιχα γραφήματα.

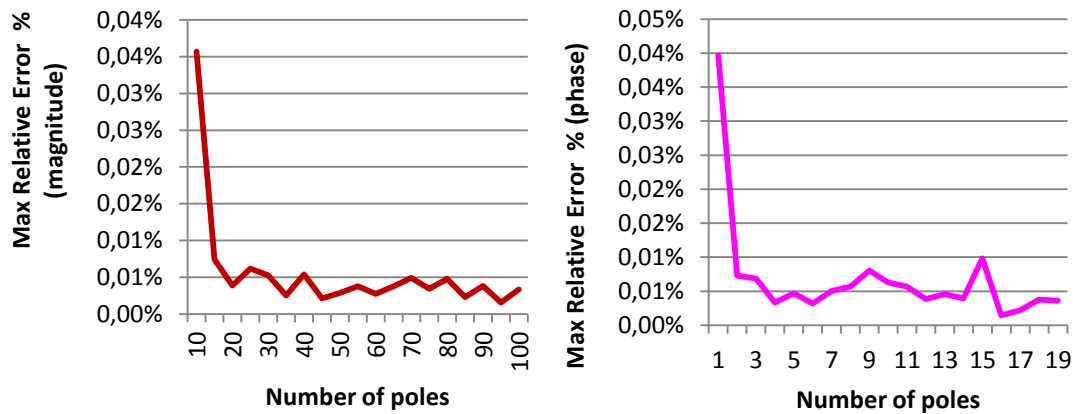
Για την 1^η περίπτωση:

Number of poles	RMS Error (magnitude)	RMS Error (phase)	Max Relative Error (magnitude)	Max Relative Error (phase)
10	3,16E-07	3,09E-04	0,036%	0,040%
15	2,82E-07	1,22E-04	0,007%	0,007%
20	2,59E-07	4,90E-05	0,004%	0,007%
25	2,37E-07	6,24E-05	0,006%	0,003%
30	2,55E-07	5,84E-05	0,005%	0,005%
35	2,32E-07	4,21E-05	0,002%	0,003%
40	2,08E-07	6,71E-05	0,005%	0,005%
45	1,72E-07	3,52E-05	0,002%	0,006%
50	1,90E-07	3,80E-05	0,003%	0,008%
55	2,00E-07	4,07E-05	0,004%	0,006%
60	1,88E-07	3,87E-05	0,003%	0,006%
65	1,90E-07	4,53E-05	0,004%	0,004%
70	1,74E-07	4,91E-05	0,005%	0,005%
75	1,56E-07	3,12E-05	0,003%	0,004%
80	1,40E-07	3,84E-05	0,005%	0,010%
85	1,34E-07	3,21E-05	0,002%	0,001%
90	1,34E-07	4,20E-05	0,004%	0,002%
95	1,21E-07	3,16E-05	0,002%	0,004%
99	1,26E-07	3,79E-05	0,003%	0,004%

Πίνακας 8: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 1)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:





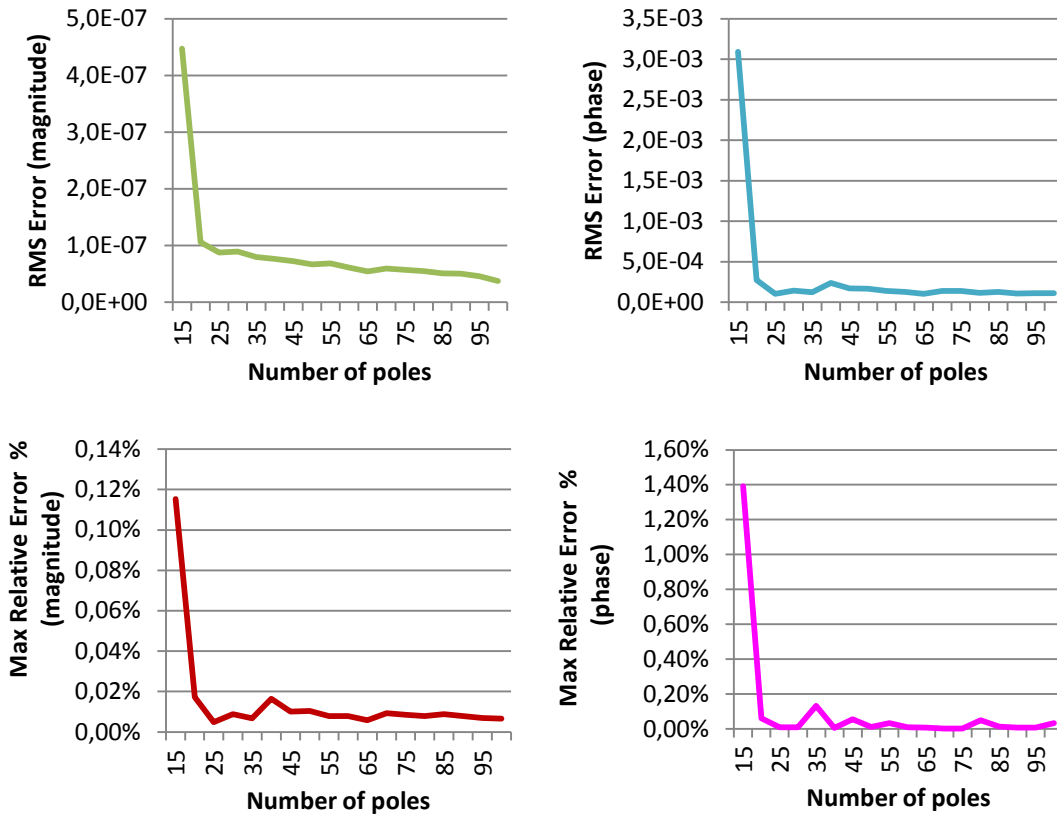
Σχήμα 38: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 1)

Για την 2^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	7,80E-06	2,25E-02	1,130%	7,146%
15	4,47E-07	3,09E-03	0,115%	1,391%
20	1,06E-07	2,73E-04	0,017%	0,062%
25	8,74E-08	1,06E-04	0,005%	0,010%
30	8,93E-08	1,44E-04	0,009%	0,010%
35	7,95E-08	1,22E-04	0,007%	0,133%
40	7,65E-08	2,36E-04	0,016%	0,006%
45	7,24E-08	1,71E-04	0,010%	0,055%
50	6,68E-08	1,66E-04	0,010%	0,012%
55	6,83E-08	1,37E-04	0,008%	0,034%
60	6,10E-08	1,27E-04	0,008%	0,010%
65	5,45E-08	1,05E-04	0,006%	0,008%
70	5,95E-08	1,40E-04	0,009%	0,003%
75	5,71E-08	1,41E-04	0,009%	0,003%
80	5,48E-08	1,16E-04	0,008%	0,050%
85	5,07E-08	1,27E-04	0,009%	0,013%
90	5,06E-08	1,06E-04	0,008%	0,008%
95	4,60E-08	1,10E-04	0,007%	0,008%
99	3,74E-08	1,12E-04	0,007%	0,034%

Πίνακας 9: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 2)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



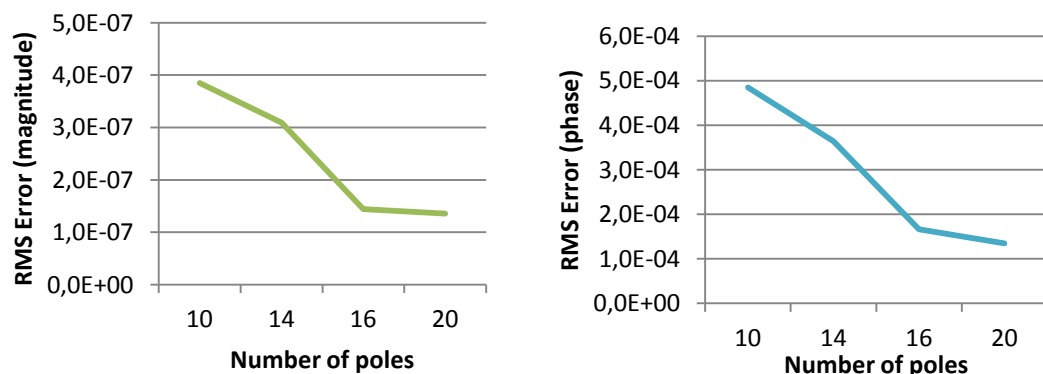
Σχήμα 39: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 2)

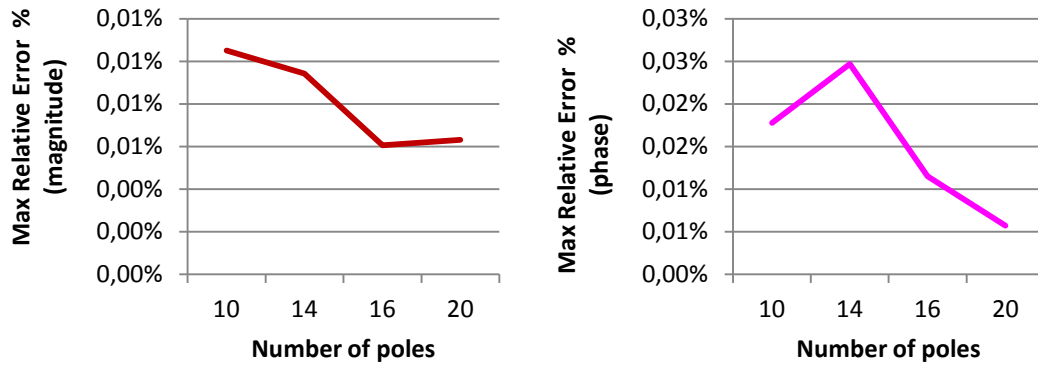
Για την 3^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	3,85E-07	4,85E-04	0,011%	0,018%
14	3,09E-07	3,64E-04	0,009%	0,025%
16	1,44E-07	1,66E-04	0,006%	0,011%
20	1,35E-07	1,34E-04	0,006%	0,006%

Πίνακας 10: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 3)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:





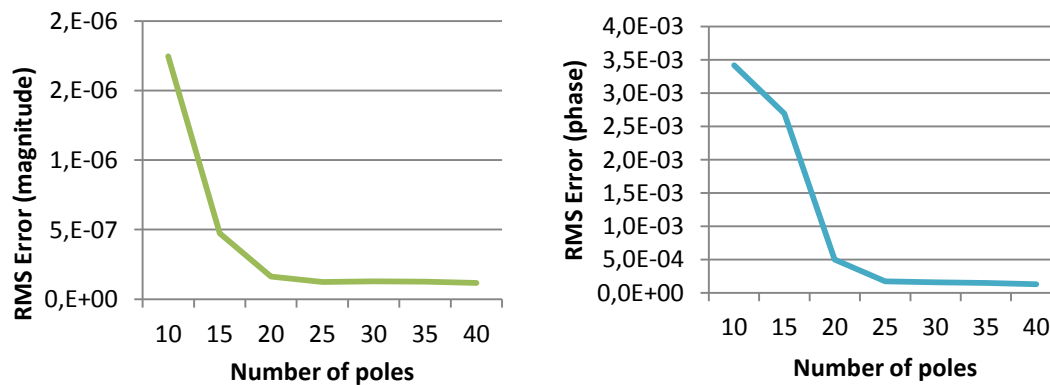
Σχήμα 40: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 3)

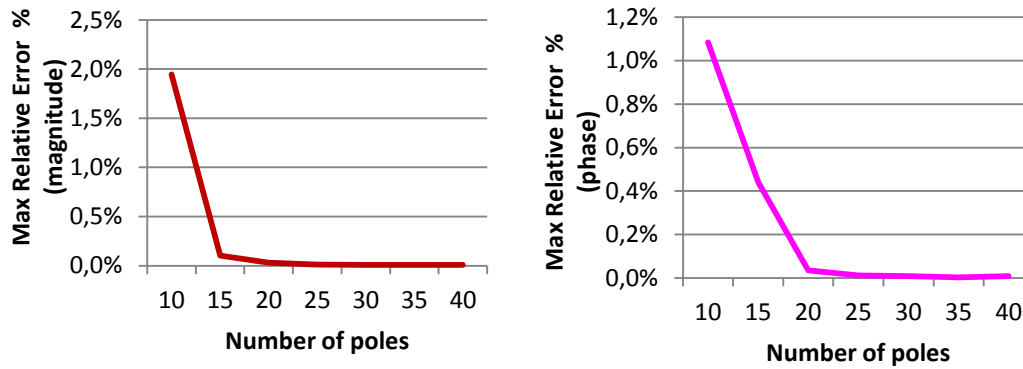
Για την 4^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	1,74E-06	3,42E-03	1,944%	1,084%
15	4,72E-07	2,69E-03	0,104%	0,441%
20	1,64E-07	4,98E-04	0,031%	0,035%
25	1,24E-07	1,70E-04	0,013%	0,012%
30	1,28E-07	1,60E-04	0,009%	0,008%
35	1,26E-07	1,47E-04	0,008%	0,004%
40	1,16E-07	1,30E-04	0,008%	0,009%

Πίνακας 11: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 4)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:





Σχήμα 41: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 4)

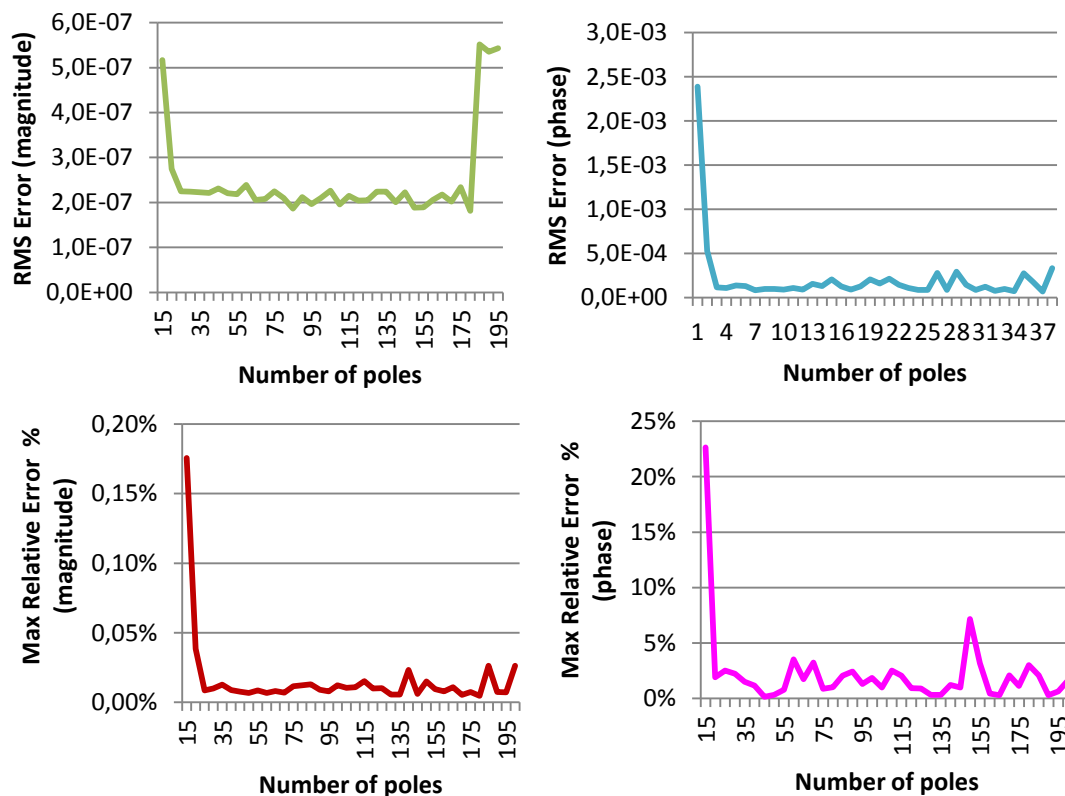
Για την 5^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	9,42E-06	3,28E-02	1,990%	617,482%
15	5,17E-07	2,39E-03	0,175%	22,625%
20	2,75E-07	5,27E-04	0,038%	1,918%
25	2,25E-07	1,16E-04	0,009%	2,523%
30	2,24E-07	1,07E-04	0,010%	2,237%
35	2,23E-07	1,37E-04	0,013%	1,501%
40	2,21E-07	1,31E-04	0,009%	1,157%
45	2,31E-07	8,34E-05	0,008%	0,148%
50	2,21E-07	9,79E-05	0,007%	0,320%
55	2,18E-07	9,59E-05	0,009%	0,776%
60	2,39E-07	8,90E-05	0,007%	3,527%
65	2,06E-07	1,07E-04	0,008%	1,740%
70	2,08E-07	8,85E-05	0,007%	3,238%
75	2,25E-07	1,53E-04	0,012%	0,875%
80	2,10E-07	1,31E-04	0,012%	1,022%
85	1,86E-07	2,05E-04	0,013%	2,065%
90	2,12E-07	1,28E-04	0,009%	2,430%
95	1,96E-07	9,00E-05	0,008%	1,324%
100	2,10E-07	1,27E-04	0,012%	1,852%
105	2,26E-07	2,06E-04	0,010%	1,006%
110	1,95E-07	1,58E-04	0,011%	2,533%
115	2,15E-07	2,12E-04	0,015%	2,069%
120	2,04E-07	1,46E-04	0,010%	0,948%
125	2,05E-07	1,07E-04	0,010%	0,900%
130	2,24E-07	8,61E-05	0,006%	0,327%
135	2,24E-07	8,61E-05	0,006%	0,327%
140	2,00E-07	2,78E-04	0,023%	1,228%
145	2,23E-07	8,60E-05	0,006%	0,992%
150	1,88E-07	2,94E-04	0,015%	7,177%

155	1,89E-07	1,43E-04	0,010%	3,198%
160	2,05E-07	8,49E-05	0,008%	0,439%
165	2,18E-07	1,23E-04	0,011%	0,306%
170	2,02E-07	7,61E-05	0,005%	2,097%
175	2,34E-07	9,85E-05	0,007%	1,144%
180	1,82E-07	7,14E-05	0,005%	3,026%
185	5,52E-07	2,76E-04	0,026%	2,102%
190	5,35E-07	1,78E-04	0,007%	0,300%
195	5,43E-07	6,73E-05	0,007%	0,656%
200	5,51E-07	3,34E-04	0,026%	1,665%

Πίνακας 12: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 5)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 42: Σφάλμα προσέγγισης RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 5)

Παρατηρούμε πως σε όλες τις περιπτώσεις, αρχικά και κατά την χρήση λίγων πόλων το σφάλμα είναι αρκετά μεγάλο. Όμως καθώς ο αριθμός αυτός αυξάνεται, το σφάλμα μειώνεται απότομα και γίνεται αρκετά μικρό και πολύ κοντά στην επιθυμητή ακρίβεια. Από αυτό το σημείο απότομης μείωσης του σφάλματος και καθώς συνεχίζει να αυξάνεται ο αριθμός των πόλων που χρησιμοποιείται, το σφάλμα παρουσιάζει συνολικά μία μειούμενη πορεία, εμφανίζοντας βέβαια κάποιες διακυμάνσεις όπου και αυξάνεται όχι όμως σημαντικά στην πλειοψηφία των περιπτώσεων. Κατά την μειούμενη αυτή πορεία του σφάλματος, παρατηρούμε πως πετυχαίνουμε ένα ικανοποιητικά μικρό σφάλμα για όλες τις μετρικές που περιγράψαμε παραπάνω για κάποιο αριθμό πόλων μετά τον οποίο το σφάλμα αυτό δεν παρουσιάζει σημαντική βελτίωση.

6.3.3. Αποτελέσματα σύνθεσης του RLC ισοδύναμου κυκλώματος

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της σύνθεσης του RLC ισοδύναμου κυκλώματος όσον αφορά την ποιότητα της προσέγγισης των Υ-παραμέτρων η οποία αποτυπώνεται μέσα από τις μετρικές που παρουσιάσαμε στην Ενότητα 5.2.

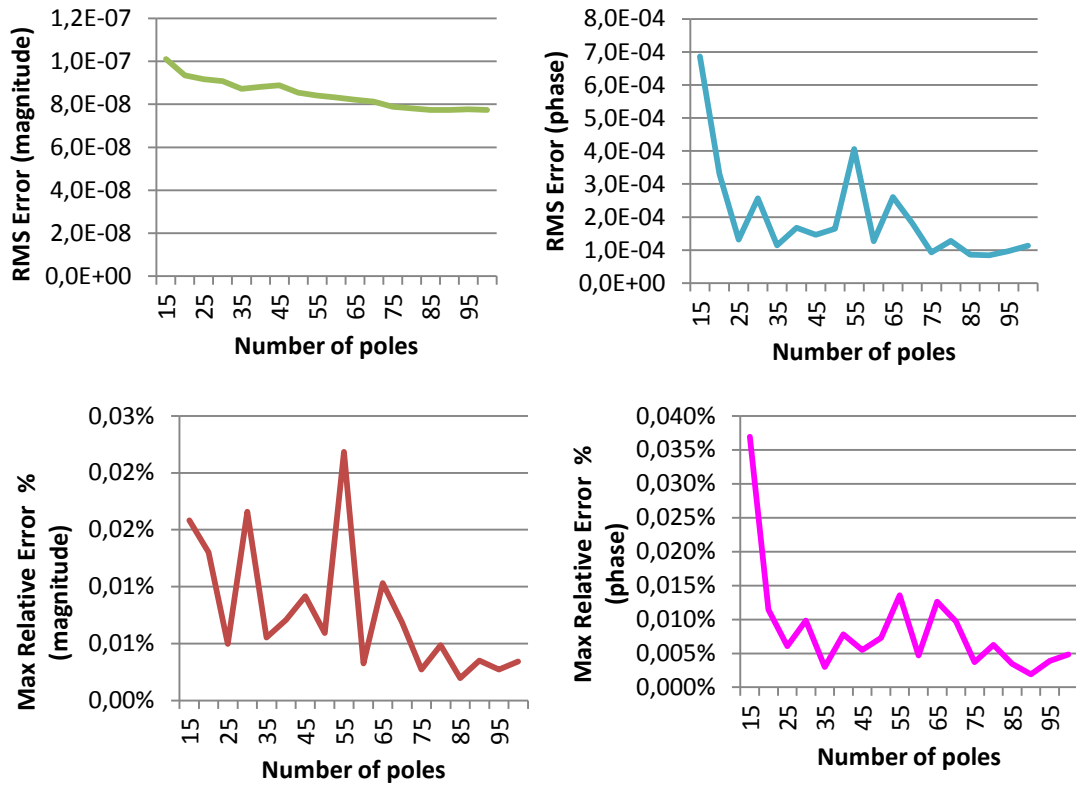
Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το πειραματικό κύκλωμα “**balun.cir**”, με βάση τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακα 2. Υπενθυμίζουμε πως τα αποτελέσματα ελέγχθηκαν για την προσέγγιση με χρήση 10 πόλων έως το μέγιστο επιτρεπτό όριο πόλων, δηλαδή το πλήθος των σημείων συχνότητας. Από αυτά, δίνουμε ενδεικτικά (Πίνακας 13 έως Πίνακας 17) τα αποτελέσματα για κάθε 4 ή 5 πόλους ενώ αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. Σημειώνουμε πως για καλύτερη απεικόνιση των αποτελεσμάτων, κάποιες ακραίες τιμές για το σφάλμα που εμφανίζονται κατά την χρήση λίγων πόλων σε σχέση με τα αποτελέσματα για το σφάλμα που παρατηρούνται γενικά κατά την χρήση περισσότερων πόλων, παραλείπονται από τα αντίστοιχα γραφήματα.

Για την 1^η περίπτωση:

Number of poles	RMS Error (magnitude)	RMS Error (phase)	Max Relative Error (magnitude)	Max Relative Error (phase)
10	1,15E-06	2,77E-02	1,353%	0,995%
15	1,01E-07	6,86E-04	0,016%	0,037%
20	9,35E-08	3,30E-04	0,013%	0,011%
25	9,16E-08	1,32E-04	0,005%	0,006%
30	9,08E-08	2,57E-04	0,017%	0,010%
35	8,72E-08	1,15E-04	0,006%	0,003%
40	8,81E-08	1,68E-04	0,007%	0,008%
45	8,89E-08	1,46E-04	0,009%	0,006%
50	8,54E-08	1,65E-04	0,006%	0,007%
55	8,41E-08	4,06E-04	0,022%	0,014%
60	8,32E-08	1,27E-04	0,003%	0,005%
65	8,22E-08	2,61E-04	0,010%	0,013%
70	8,13E-08	1,83E-04	0,007%	0,010%
75	7,88E-08	9,35E-05	0,003%	0,004%
80	7,81E-08	1,28E-04	0,005%	0,006%
85	7,73E-08	8,67E-05	0,002%	0,003%
90	7,74E-08	8,40E-05	0,004%	0,002%
95	7,76E-08	9,69E-05	0,003%	0,004%
100	7,73E-08	1,14E-04	0,003%	0,005%

Πίνακας 13: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα “balun” (case 1)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



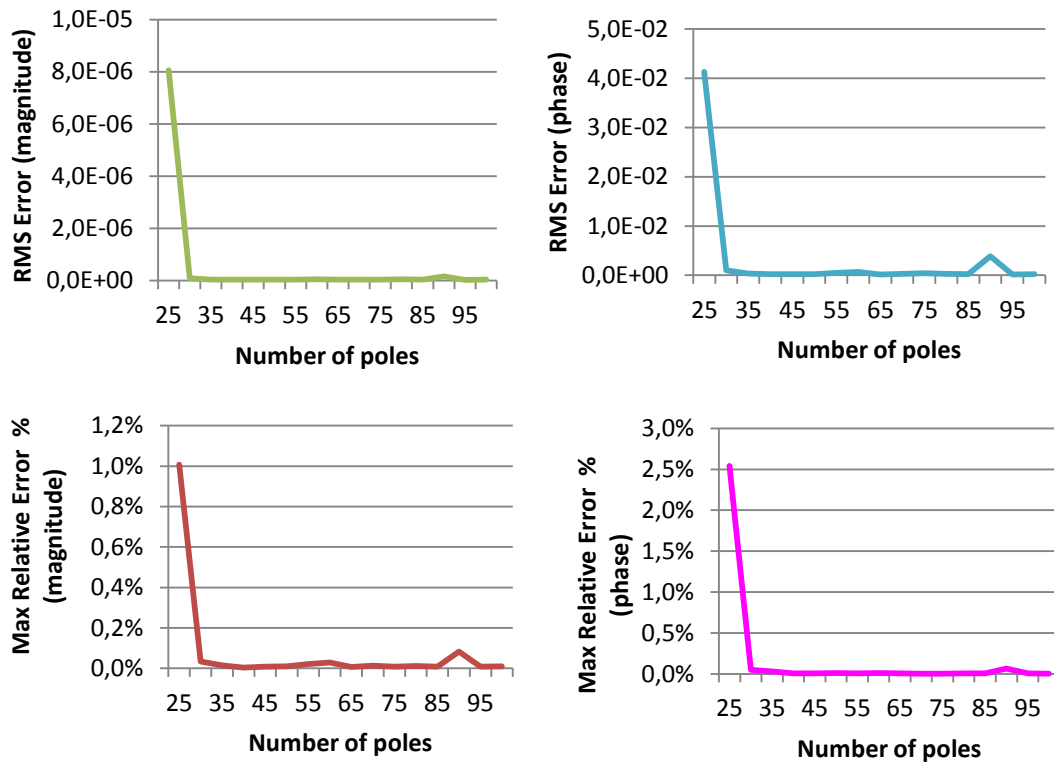
Σχήμα 43: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 1)

Για την 2^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	2,17E-03	1,72E+01	834,445%	4394,121%
15	5,30E-04	1,01E+01	285,813%	2819,916%
20	8,71E-05	1,33E+00	15,855%	42,537%
25	8,06E-06	4,13E-02	1,007%	2,543%
30	8,81E-08	9,74E-04	0,034%	0,050%
35	4,46E-08	3,83E-04	0,014%	0,029%
40	3,73E-08	1,97E-04	0,003%	0,007%
45	3,94E-08	2,15E-04	0,009%	0,006%
50	3,89E-08	2,38E-04	0,010%	0,010%
55	4,78E-08	4,92E-04	0,021%	0,008%
60	5,74E-08	6,76E-04	0,029%	0,009%
65	3,68E-08	1,84E-04	0,008%	0,005%
70	4,08E-08	3,14E-04	0,013%	0,004%
75	4,02E-08	3,89E-04	0,008%	0,005%
80	5,45E-08	3,06E-04	0,011%	0,008%
85	3,84E-08	2,23E-04	0,009%	0,007%
90	1,64E-07	3,86E-03	0,082%	0,065%
95	3,63E-08	1,89E-04	0,008%	0,006%
100	3,80E-08	2,57E-04	0,011%	0,004%

Πίνακας 14: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 2)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



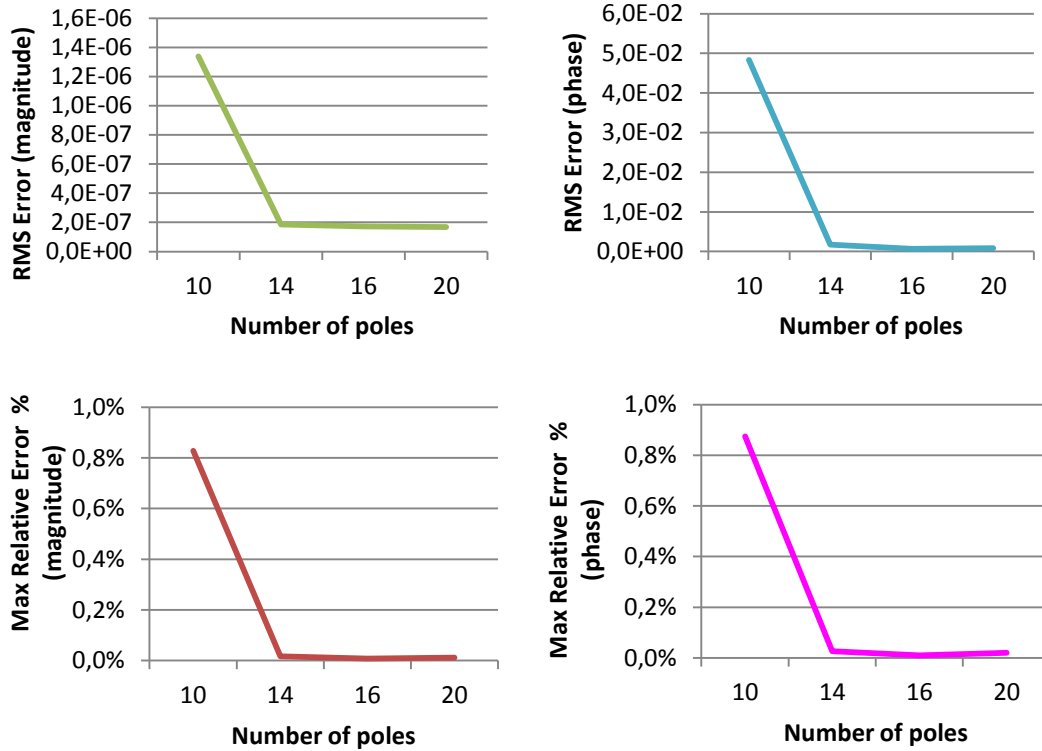
Σχήμα 44: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 2)

Για την 3^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	1,34E-06	4,83E-02	0,828%	0,874%
14	1,85E-07	1,72E-03	0,017%	0,027%
16	1,73E-07	6,44E-04	0,008%	0,010%
20	1,68E-07	8,30E-04	0,011%	0,020%

Πίνακας 15: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 3)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



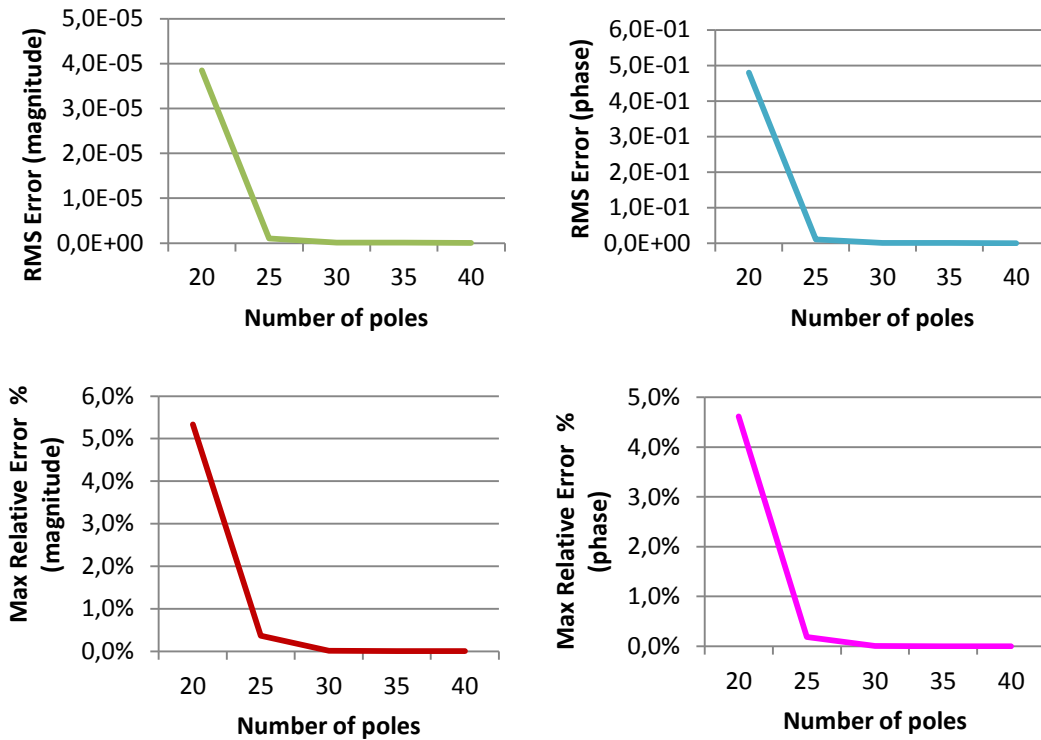
Σχήμα 45: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 3)

Για την 4^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	1,31E-03	1,37E+01	157,471%	142,888%
15	3,22E-04	4,86E+00	92,727%	92,336%
20	3,85E-05	4,80E-01	5,336%	4,616%
25	1,03E-06	1,08E-02	0,365%	0,188%
30	9,14E-08	4,57E-04	0,010%	0,003%
35	7,88E-08	3,37E-04	0,008%	0,002%
40	7,02E-08	1,53E-04	0,003%	0,001%

Πίνακας 16: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 4)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 46: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 4)

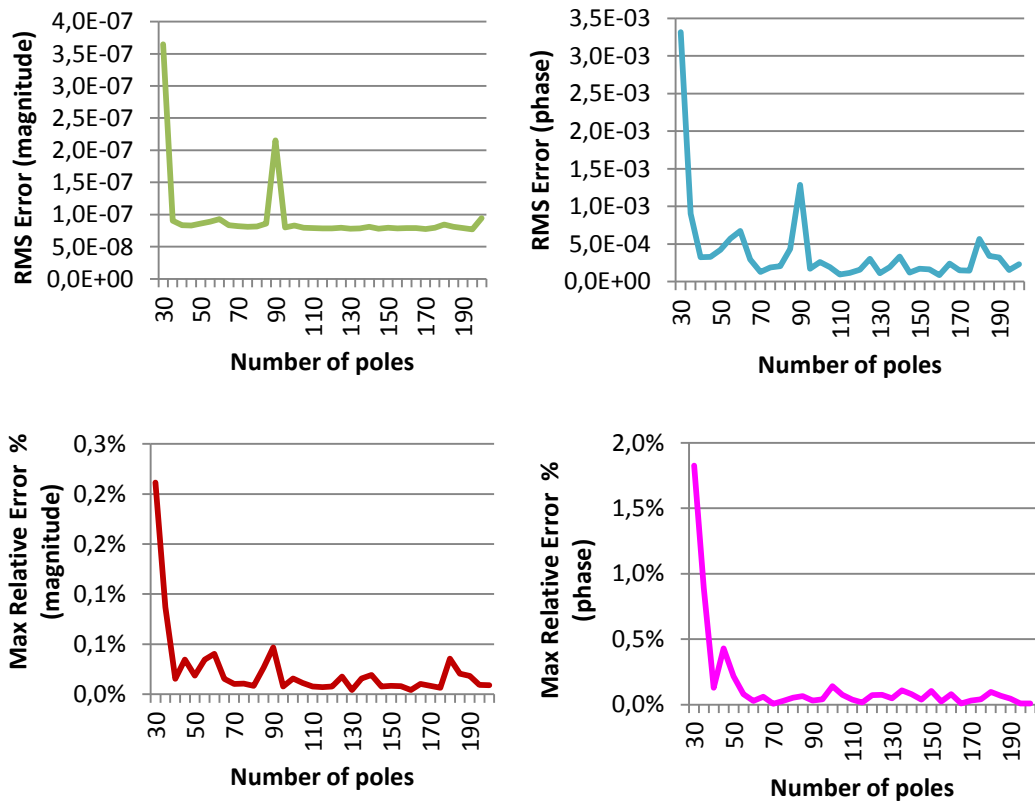
Για την 5^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	1,42E-03	1,12E+01	1073,9621%	1795,2748%
15	2,17E-04	2,64E+00	267,0065%	1149,4281%
20	2,22E-05	4,25E-01	15,2641%	738,1421%
25	2,61E-06	4,03E-02	1,0509%	48,5985%
30	3,65E-07	3,31E-03	0,2115%	1,8263%
35	9,05E-08	9,03E-04	0,0871%	0,8915%
40	8,33E-08	3,24E-04	0,0154%	0,1281%
45	8,29E-08	3,29E-04	0,0347%	0,4306%
50	8,62E-08	4,21E-04	0,0186%	0,2171%
55	8,90E-08	5,69E-04	0,0346%	0,0807%
60	9,29E-08	6,74E-04	0,0405%	0,0284%
65	8,32E-08	2,94E-04	0,0153%	0,0612%
70	8,21E-08	1,26E-04	0,0101%	0,0062%
75	8,11E-08	1,86E-04	0,0106%	0,0281%
80	8,14E-08	2,03E-04	0,0084%	0,0540%
85	8,60E-08	4,36E-04	0,0265%	0,0651%
90	2,15E-07	1,28E-03	0,0468%	0,0318%
95	8,00E-08	1,72E-04	0,0076%	0,0419%
100	8,30E-08	2,62E-04	0,0158%	0,1418%
105	7,95E-08	1,92E-04	0,0113%	0,0747%

110	7,88E-08	9,38E-05	0,0077%	0,0393%
115	7,86E-08	1,16E-04	0,0071%	0,0173%
120	7,86E-08	1,57E-04	0,0077%	0,0734%
125	7,97E-08	3,04E-04	0,0178%	0,0763%
130	7,82E-08	1,11E-04	0,0042%	0,0495%
135	7,86E-08	1,94E-04	0,0158%	0,1093%
140	8,11E-08	3,33E-04	0,0193%	0,0812%
145	7,79E-08	1,21E-04	0,0077%	0,0393%
150	7,93E-08	1,69E-04	0,0083%	0,1042%
155	7,85E-08	1,64E-04	0,0082%	0,0238%
160	7,88E-08	8,53E-05	0,0041%	0,0804%
165	7,89E-08	2,37E-04	0,0104%	0,0083%
170	7,74E-08	1,50E-04	0,0084%	0,0322%
175	7,95E-08	1,45E-04	0,0064%	0,0401%
180	8,43E-08	5,65E-04	0,0355%	0,0962%
185	8,08E-08	3,41E-04	0,0207%	0,0670%
190	7,90E-08	3,19E-04	0,0183%	0,0455%
195	7,70E-08	1,55E-04	0,0092%	0,0098%
200	9,42E-08	2,30E-04	0,0089%	0,0083%

Πίνακας 17: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 5)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 47: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (case 5)

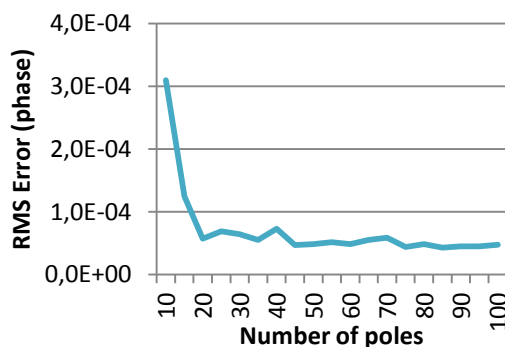
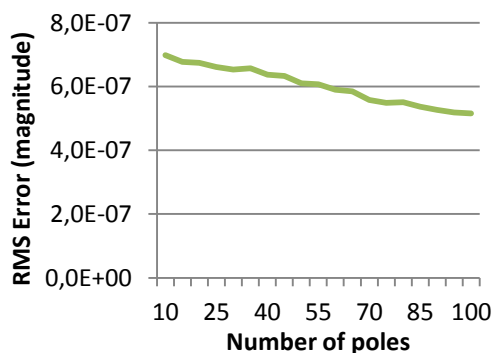
Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το πειραματικό κύκλωμα "grid2ladder.cir", με βάση τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακας 2. Υπενθυμίζουμε πως τα αποτελέσματα ελέγχθηκαν για την προσέγγιση με χρήση 10 πόλων έως το μέγιστο επιτρεπτό όριο πόλων, δηλαδή το πλήθος των σημείων συχνότητας. Από αυτά, δίνουμε ενδεικτικά (Πίνακας 18 έως Πίνακας 22) τα αποτελέσματα για κάθε 4 ή 5 πόλους ενώ αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. Σημειώνουμε πως για καλύτερη απεικόνιση των αποτελεσμάτων, κάποιες ακραίες τιμές για το σφάλμα που εμφανίζονται κατά την χρήση λίγων πόλων σε σχέση με τα αποτελέσματα για το σφάλμα που παρατηρούνται γενικά κατά την χρήση περισσότερων πόλων, παραλείπονται από τα αντίστοιχα γραφήματα.

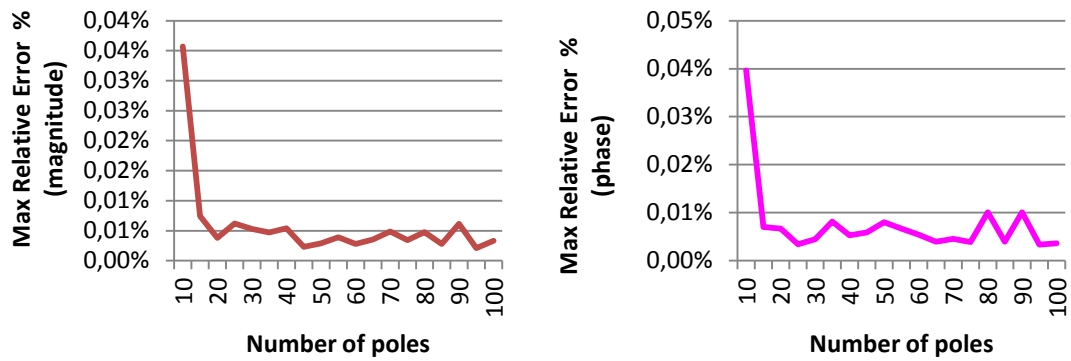
Για την 1^η περίπτωση:

Number of poles	RMS Error (magnitude)	RMS Error (phase)	Max Relative Error (magnitude)	Max Relative Error (phase)
10	6,98E-07	3,10E-04	0,036%	0,040%
15	6,78E-07	1,25E-04	0,007%	0,007%
20	6,75E-07	5,74E-05	0,004%	0,007%
25	6,61E-07	6,90E-05	0,006%	0,003%
30	6,54E-07	6,45E-05	0,005%	0,004%
35	6,57E-07	5,50E-05	0,005%	0,008%
40	6,38E-07	7,29E-05	0,005%	0,005%
45	6,33E-07	4,72E-05	0,002%	0,006%
50	6,10E-07	4,88E-05	0,003%	0,008%
55	6,07E-07	5,14E-05	0,004%	0,007%
60	5,90E-07	4,84E-05	0,003%	0,005%
65	5,85E-07	5,51E-05	0,004%	0,004%
70	5,58E-07	5,86E-05	0,005%	0,005%
75	5,49E-07	4,38E-05	0,003%	0,004%
80	5,51E-07	4,88E-05	0,005%	0,010%
85	5,37E-07	4,32E-05	0,003%	0,004%
90	5,27E-07	4,48E-05	0,006%	0,010%
95	5,18E-07	4,50E-05	0,002%	0,003%
100	5,16E-07	4,76E-05	0,003%	0,004%

Πίνακας 18: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 1)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:





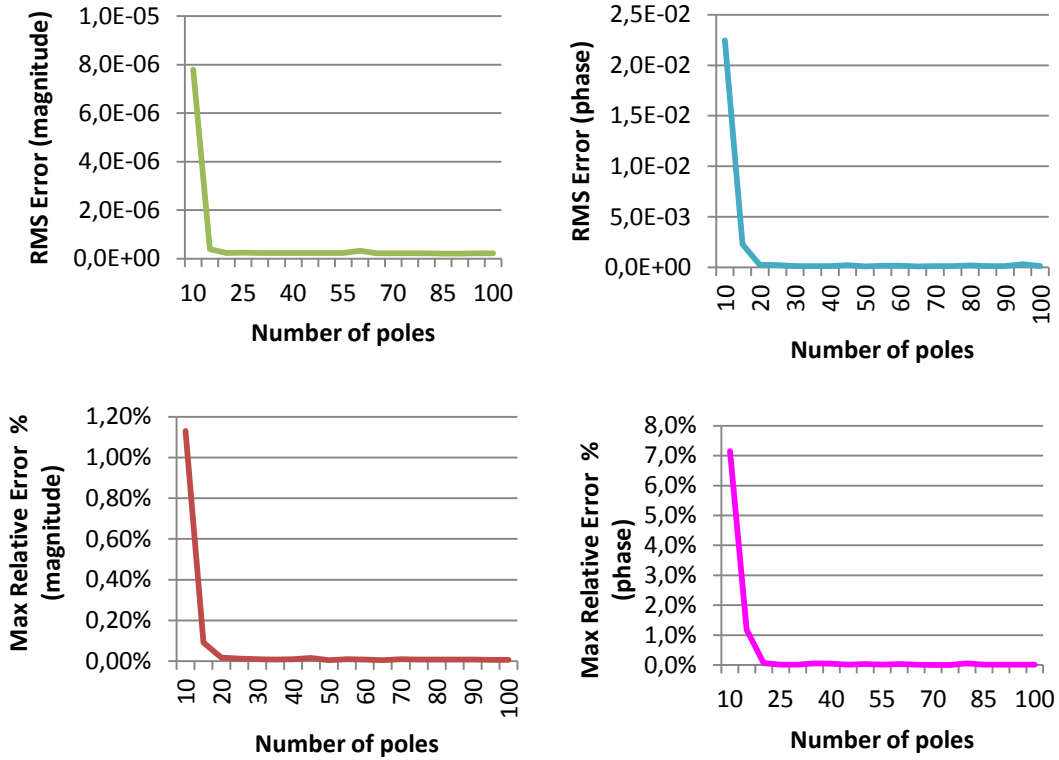
Σχήμα 48: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 1)

Για την 2^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	7,80E-06	2,25E-02	1,130%	7,146%
15	3,91E-07	2,30E-03	0,092%	1,181%
20	2,36E-07	2,74E-04	0,017%	0,062%
25	2,41E-07	2,17E-04	0,014%	0,011%
30	2,38E-07	1,46E-04	0,009%	0,010%
35	2,34E-07	1,30E-04	0,009%	0,054%
40	2,38E-07	1,45E-04	0,010%	0,046%
45	2,33E-07	2,37E-04	0,016%	0,006%
50	2,33E-07	1,17E-04	0,005%	0,035%
55	2,30E-07	1,68E-04	0,011%	0,012%
60	3,24E-07	1,77E-04	0,008%	0,033%
65	2,18E-07	1,06E-04	0,006%	0,008%
70	2,19E-07	1,42E-04	0,009%	0,003%
75	2,17E-07	1,44E-04	0,009%	0,003%
80	2,16E-07	1,96E-04	0,008%	0,050%
85	2,13E-07	1,29E-04	0,008%	0,012%
90	2,13E-07	1,34E-04	0,009%	0,009%
95	2,14E-07	3,33E-04	0,007%	0,008%
100	2,19E-07	1,39E-04	0,007%	0,005%

Πίνακας 19: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 2)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



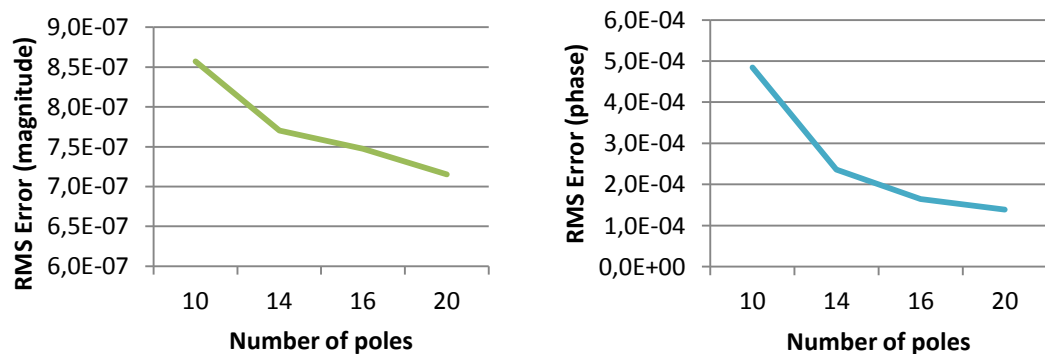
Σχήμα 49: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 2)

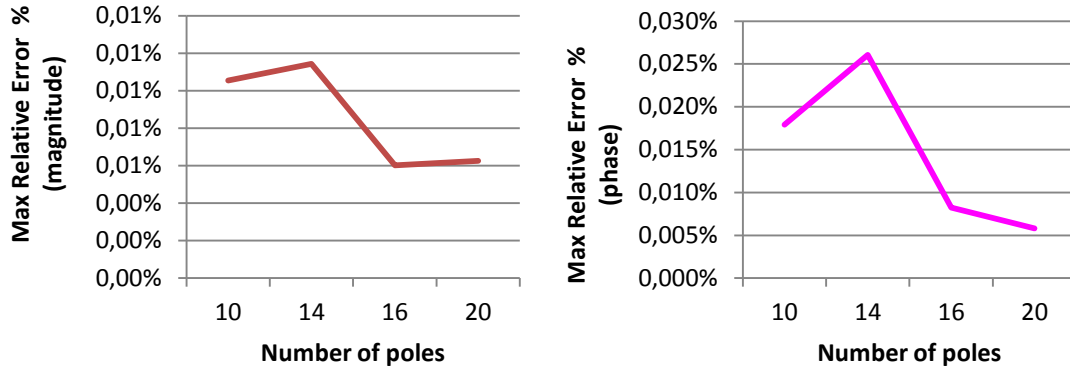
Για την 3^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	8,57E-07	4,84E-04	0,011%	0,018%
14	7,70E-07	2,36E-04	0,011%	0,026%
16	7,48E-07	1,65E-04	0,006%	0,008%
20	7,15E-07	1,39E-04	0,006%	0,006%

Πίνακας 20: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 3)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:





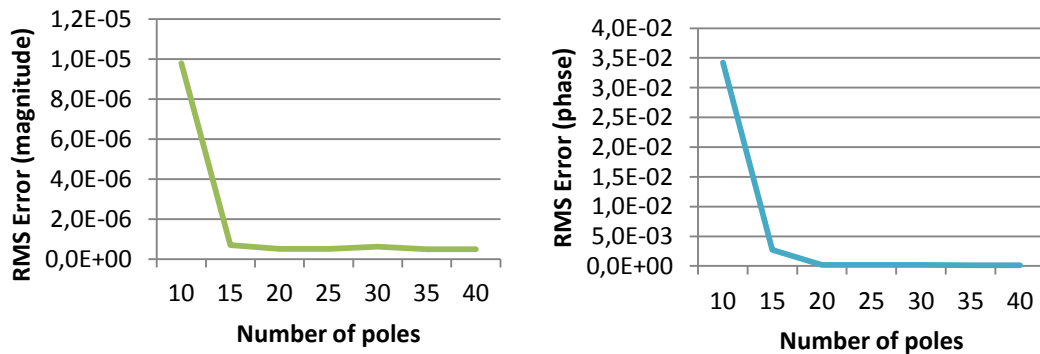
Σχήμα 50: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 3)

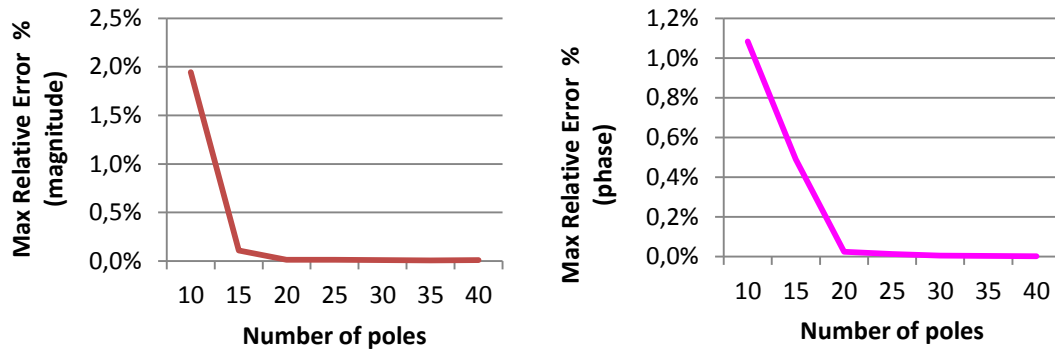
Για την 4^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	9,79E-06	3,42E-02	1,944%	1,084%
15	6,98E-07	2,71E-03	0,110%	0,490%
20	5,15E-07	1,72E-04	0,011%	0,024%
25	5,11E-07	1,73E-04	0,013%	0,012%
30	6,16E-07	2,04E-04	0,010%	0,005%
35	4,97E-07	1,49E-04	0,007%	0,004%
40	4,91E-07	1,21E-04	0,009%	0,002%

Πίνακας 21: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 4)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:





Σχήμα 51: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 4)

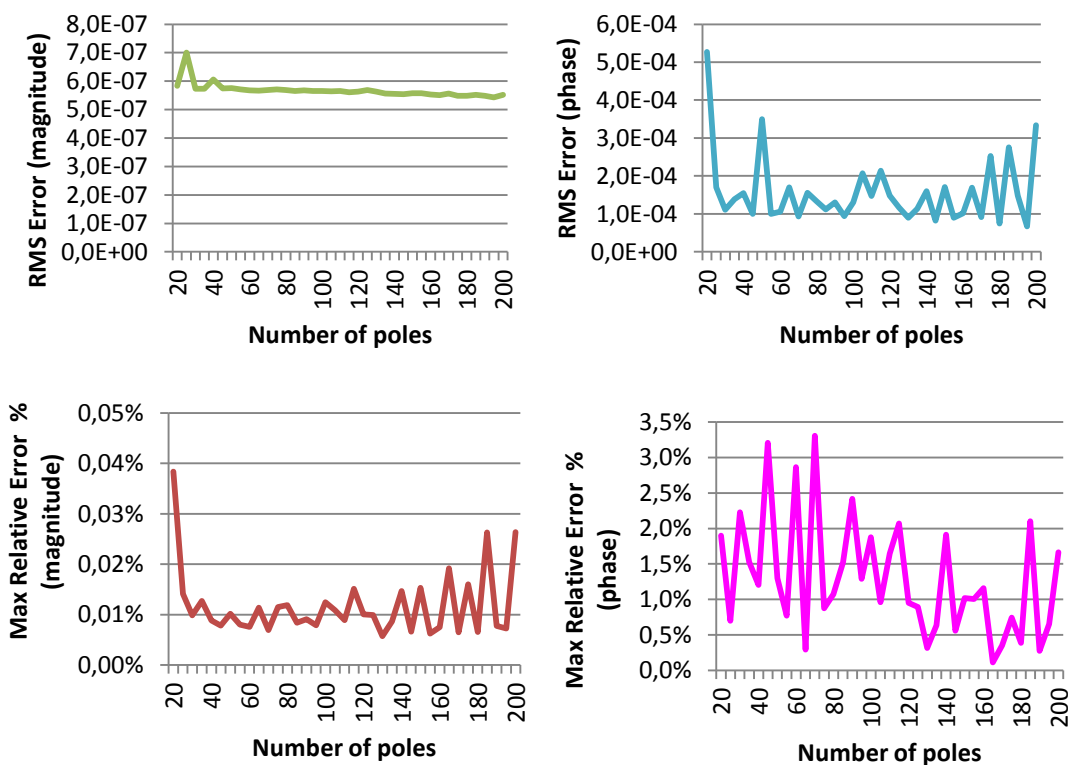
Για την 4^η περίπτωση:

<i>Number of poles</i>	<i>RMS Error (magnitude)</i>	<i>RMS Error (phase)</i>	<i>Max Relative Error (magnitude)</i>	<i>Max Relative Error (phase)</i>
10	9,41E-06	3,28E-02	1,990%	617,508%
15	7,12E-07	2,42E-03	0,190%	15,024%
20	5,84E-07	5,27E-04	0,038%	1,900%
25	7,00E-07	1,70E-04	0,014%	0,698%
30	5,73E-07	1,11E-04	0,010%	2,226%
35	5,73E-07	1,39E-04	0,013%	1,526%
40	6,06E-07	1,54E-04	0,009%	1,206%
45	5,75E-07	1,00E-04	0,008%	3,207%
50	5,75E-07	3,50E-04	0,010%	1,301%
55	5,71E-07	9,99E-05	0,008%	0,769%
60	5,68E-07	1,06E-04	0,008%	2,865%
65	5,67E-07	1,70E-04	0,011%	0,295%
70	5,69E-07	9,28E-05	0,007%	3,305%
75	5,71E-07	1,56E-04	0,012%	0,875%
80	5,69E-07	1,33E-04	0,012%	1,073%
85	5,65E-07	1,12E-04	0,008%	1,522%
90	5,68E-07	1,31E-04	0,009%	2,418%
95	5,65E-07	9,39E-05	0,008%	1,289%
100	5,65E-07	1,30E-04	0,012%	1,877%
105	5,64E-07	2,07E-04	0,011%	0,962%
110	5,66E-07	1,47E-04	0,009%	1,647%
115	5,60E-07	2,14E-04	0,015%	2,070%
120	5,63E-07	1,48E-04	0,010%	0,952%
125	5,69E-07	1,17E-04	0,010%	0,894%
130	5,63E-07	8,99E-05	0,006%	0,315%
135	5,56E-07	1,14E-04	0,009%	0,638%
140	5,55E-07	1,60E-04	0,015%	1,912%
145	5,54E-07	8,20E-05	0,007%	0,559%
150	5,58E-07	1,71E-04	0,015%	1,020%
155	5,57E-07	9,01E-05	0,006%	1,008%

160	5,53E-07	1,02E-04	0,008%	1,160%
165	5,51E-07	1,69E-04	0,019%	0,115%
170	5,56E-07	9,14E-05	0,006%	0,354%
175	5,48E-07	2,52E-04	0,016%	0,742%
180	5,48E-07	7,44E-05	0,007%	0,390%
185	5,52E-07	2,76E-04	0,026%	2,102%
190	5,48E-07	1,48E-04	0,008%	0,275%
195	5,43E-07	6,73E-05	0,007%	0,656%
200	5,51E-07	3,34E-04	0,026%	1,665%

Πίνακας 22: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 5)

Αναλυτικά τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 52: Σφάλμα προσέγγισης RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (case 5)

Παρατηρούμε πως σε όλες τις περιπτώσεις, αρχικά και κατά την χρήση λίγων πόλων το σφάλμα είναι αρκετά μεγάλο, και μάλιστα μεγαλύτερο από αυτό κατά την χρήση λίγων πόλων στην RCG σύνθεση. Όμως, όπως και στα αποτελέσματα της RCG σύνθεσης, καθώς ο αριθμός αυτός αυξάνεται, το σφάλμα μειώνεται απότομα και γίνεται αρκετά μικρό και πολύ κοντά στην επιθυμητή ακρίβεια. Από αυτό το σημείο απότομης μείωσης του σφάλματος και καθώς συνεχίζει να αυξάνεται ο αριθμός των πόλων που χρησιμοποιείται, το σφάλμα παρουσιάζει συνολικά μία μειούμενη πορεία, εμφανίζοντας βέβαια κάποιες διακυμάνσεις όπου και παρουσιάζει κάποια αύξηση που κάποιες φορές μπορεί να φτάνει και στην μία τάξη μεγέθους, που όμως ακολουθείται σύντομα από αντίστοιχη σημαντική μείωση για να συνεχίσει την μειούμενη πορεία της. Κατά την μειούμενη αυτή πορεία του σφάλματος, παρατηρούμε πως πετυχαίνουμε ένα ικανοποιητικά μικρό σφάλμα για όλες τις μετρικές που περιγράψαμε παραπάνω για κάποιο αριθμό πόλων μετά τον οποίο το σφάλμα αυτό δεν παρουσιάζει σημαντική βελτίωση.

6.3.4. Συνολική Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων

Παρακάτω παραθέτουμε τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα όσον αφορά τον μικρότερο αριθμό πόλων που πρέπει να χρησιμοποιηθεί ώστε να πετύχουμε ένα ικανοποιητικά μικρό σφάλμα για όλες τις μετρικές που περιγράψαμε παραπάνω και μετά τον οποίο αριθμό πόλων το σφάλμα αυτό δεν παρουσιάζει σημαντική βελτίωση.

Για το πειραματικό κύκλωμα “**balun.cir**” έχουμε:

RCG equivalent					
	Poles	RMS (magn)	RMS (phas)	Max Relative Error % (magn)	Max Relative Error % (phas)
Case1	23	3,38E-08	1,30E-04	0,0049	0,0059
Case2	36	1,57E-08	1,06E-04	0,0057	0,0093
Case3	17	5,23E-08	6,42E-04	0,0077	0,0097
Case4	31	5,56E-08	4,51E-04	0,0098	0,0034
Case5	199	7,00E-08	1,80E-04	0,0049	0,0079

Πίνακας 23: Καλύτερη προσέγγιση Υ- παραμέτρων της RCG σύνθεσης για το κύκλωμα “**balun**”

RLC equivalent					
	Poles	RMS (magn)	RMS (phas)	Max Relative Error % (magn)	Max Relative Error % (phas)
Case1	23	9,16E-08	2,77E-04	0,0172	0,0107
Case2	39	3,72E-08	1,96E-04	0,0033	0,0073
Case3	17	1,72E-08	6,43E-04	0,0078	0,0098
Case4	31	9,13E-08	4,56E-04	0,0097	0,0034
Case5	195	7,70E-08	1,54E-04	0,0092	0,0097

Πίνακας 24: Καλύτερη προσέγγιση Υ-παραμέτρων της RLC σύνθεσης για το κύκλωμα “**balun**”

Παρατηρούμε πως σε όλες τις περιπτώσεις μπορούμε να πετύχουμε μία πολύ καλή προσέγγιση των Υ-παραμέτρων του αρχικού κυκλώματος με την χρήση και των δύο μεθόδων σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος που περιγράψαμε στο Κεφάλαιο 4. Συγκεκριμένα, όσον αφορά το RMS σφάλμα το σφάλμα είναι αμελητέο όσον αφορά το μέτρο των Υ-παραμέτρων και πολύ μικρό όσον αφορά την φάση αυτών. Όσον αφορά το μέγιστο σχετικό ποσοστό σφάλματος είναι επίσης πολύ μικρό και για το μέτρο και για την φάση των Υ-παραμέτρων. Τονίζουμε πως αυτό είναι το μέγιστο σχετικό ποσοστό σφάλματος και όχι το μέσο σχετικό ποσοστό σφάλματος, το οποίο δεν παρουσιάζεται στα παραπάνω αποτελέσματα αλλά μετρήθηκε και είναι σχεδόν αμελητέο.

Για το πειραματικό κύκλωμα “grid2ladder.cir” έχουμε:

RCG equivalent					
	Poles	RMS (magn)	RMS (phas)	Max Relative Error % (magn)	Max Relative Error % (phas)
Case1	14	2,81E-08	1,21E-04	0,0074	0,0073
Case2	26	9,19E-08	1,16E-04	0,0070	0,0098
Case3	18	1,39E-07	1,54E-04	0,0061	0,0080
Case4	27	1,28E-07	1,59E-04	0,0094	0,0084
Case5	190	5,35E-07	1,78E-04	0,0072	0,2999

Πίνακας 25: Καλύτερη προσέγγιση Υ-παραμέτρων της RCG σύνθεσης για το κύκλωμα “grid2ladder”

RLC equivalent					
	Poles	RMS (magn)	RMS (phas)	Max Relative Error % (magn)	Max Relative Error % (phas)
Case1	19	6,77E-07	8,19E-05	0,0044	0,0045
Case2	26	2,39E-07	1,18E-04	0,0070	0,0096
Case3	18	7,35E-07	1,58E-04	0,0060	0,0082
Case4	27	5,08E-07	1,62E-04	0,0093	0,0082
Case5	165	5,51E-07	1,69E-04	0,0191	0,1146

Πίνακας 26: Καλύτερη προσέγγιση Υ-παραμέτρων της RLC σύνθεσης για το κύκλωμα “grid2ladder”

Παρατηρούμε πως και σε αυτό το εξεταζόμενο κύκλωμα σε όλες τις περιπτώσεις μπορούμε να πετύχουμε μία πολύ καλή προσέγγιση των Υ-παραμέτρων του αρχικού κυκλώματος με την χρήση και των δύο μεθόδων σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος που περιγράψαμε στο Κεφάλαιο 4, με την σχεδόν την ίδια ακρίβεια προσέγγισης που πετύχαμε και για το προηγούμενο εξεταζόμενο κύκλωμα. Τονίζουμε και εδώ το μέσο σχετικό ποσοστό σφάλματος, το οποίο δεν παρουσιάζεται στα παραπάνω αποτελέσματα, μετρήθηκε και είναι σχεδόν αμελητέο.

Επιπλέον, ενδεικτικά παραθέτουμε τα καλύτερα αποτελέσματα για την ποιότητα της προσέγγισης των Z-παραμέτρων με χρήση των ίδιων μετρικών:

Για το πειραματικό κύκλωμα “balun.cir” έχουμε:

RCG equivalent					
	Poles	RMS (magn)	RMS (phas)	Max Relative Error % (magn)	Max Relative Error % (phas)
Case1	82	3,25E-02	3,46E-03	0,0287	0,0261
Case2	33	1,16E-03	4,30E-04	0,0100	0,0102
Case3	13	7,33E-01	3,51E-02	0,1291	0,1558
Case4	38	8,33E-03	2,45E-03	0,0194	0,0111
Case5	83	8,35E-03	1,52E-03	0,0240	0,0342

Πίνακας 27: Καλύτερη προσέγγιση Z- παραμέτρων της RCG σύνθεσης για το κύκλωμα “balun”

RLC equivalent					
	Poles	RMS (magn)	RMS (phas)	Max Relative Error % (magn)	Max Relative Error % (phas)
Case1	78	2,37E-01	3,31E-02	0,1451	0,3463
Case2	33	9,63E-03	1,27E-03	0,0143	0,0231
Case3	12	2,64E+00	7,61E-02	0,3862	0,3636
Case4	38	2,40E-02	4,55E-03	0,0379	0,0289
Case5	156	2,75E-02	4,04E-03	0,0732	0,0408

Πίνακας 28: Καλύτερη προσέγγιση Z- παραμέτρων της RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun"

Παρατηρούμε πως σε όλες τις περιπτώσεις μπορούμε να πετύχουμε μία ικανοποιητική και για την προσέγγιση των Z-παραμέτρων. Σίγουρα το σφάλμα δεν είναι αμελητέο όπως στις περισσότερες περιπτώσεις του σφάλματος της προσέγγισης των Y-παραμέτρων, αλλά με ελάχιστες εξαιρέσεις το RMS σφάλμα είναι της τάξης του 10^{-2} ή και 10^{-3} και το μέγιστο ποσοστό σφάλματος είναι στην καλύτερη περίπτωση 0,01% και στην χειρότερη 0,1%, αποτελέσματα που θεωρούνται αρκετά ικανοποιητικά.

Για το πειραματικό κύκλωμα "grid2ladder.cir" έχουμε:

RCG equivalent					
	Poles	RMS (magn)	RMS (phas)	Max Relative Error % (magn)	Max Relative Error % (phas)
Case1	99	5,16E+00	4,33E-02	0,9598	0,1321
Case2	34	3,62E-02	8,12E-03	0,0459	0,0315
Case3	9	6,45E+00	6,27E-02	0,6132	0,2320
Case4	16	4,45E-01	6,02E-02	0,2930	0,1240
Case5	41	5,74E-01	6,98E-02	0,5886	0,3655

Πίνακας 29: Καλύτερη προσέγγιση Z- παραμέτρων της RCG σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder"

RLC equivalent					
	Poles	RMS (magn)	RMS (phas)	Max Relative Error % (magn)	Max Relative Error % (phas)
Case1	82	4,64E+00	5,25E-01	0,1251	0,4501
Case2	28	4,97E-01	4,75E-02	0,6527	0,2534
Case3	9	1,12E+00	1,51E-01	0,8634	0,9534
Case4	13	1,25E+00	2,25E-01	0,7897	0,9116
Case5	42	1,37E+00	2,23E-01	0,9237	0,9450

Πίνακας 30: Καλύτερη προσέγγιση Z- παραμέτρων της RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder"

Παρατηρούμε πως σε όλες τις περιπτώσεις μπορούμε να πετύχουμε μία σχετικά ικανοποιητική και για την προσέγγιση των Z-παραμέτρων. Συγκεκριμένα, το RMS σφάλμα είναι της τάξης του 1 ή και 10^{-1} και το μέγιστο ποσοστό σφάλματος είναι στην κα-

λύτρη περίπτωση 0,1% και στην χειρότερη 0,9%, αποτελέσματα που θεωρούνται σχετικώς ικανοποιητικά, αν και όχι ιδανικά.

Για τα καλύτερα αποτελέσματα, όσον αφορά την προσέγγιση των γ -παραμέτρων, παραθέτουμε τον χρόνο εκτέλεσης της VF μεθόδου, τον χρόνο υπολογισμού του RCG ισοδύναμου κυκλώματος και το συνολικό πλήθος των στοιχείων αυτού, καθώς και τον χρόνο που χρειάστηκε για την προσομοίωση αυτού ώστε να βρεθούν οι γ και Z παράμετροι. Επίσης, παραθέτουμε και τις αντίστοιχες πληροφορίες για το αρχικό κύκλωμα ώστε να μπορούμε να αξιολογήσουμε την αποδοτικότητα της συνολικής διαδικασίας της σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος.

Για το πειραματικό κύκλωμα "balun.cir" έχουμε:

Περίπτωση 1

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	0,086	0,086
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,00206	0,00087
Χρόνος Προσομοίωσης	32,46	0,39	0,24
Πλήθος Στοιχείων	11774	1325	705

Πίνακας 31: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 1)

Περίπτωση 2

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	0,11	0,12
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,00317	0,00147
Χρόνος Προσομοίωσης	32,94	0,63	0,30
Πλήθος Στοιχείων	11774	2125	1185

Πίνακας 32: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 2)

Περίπτωση 3

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	0,05	0,05
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,00069	0,00309
Χρόνος Προσομοίωσης	10,78	0,16	0,52
Πλήθος Στοιχείων	11774	950	525

Πίνακας 33: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 3)

Περίπτωση 4

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	0,23	0,23
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,00309	0,00128
Χρόνος Προσομοίωσης	15,94	0,52	0,23
Πλήθος Στοιχείων	11774	1850	945

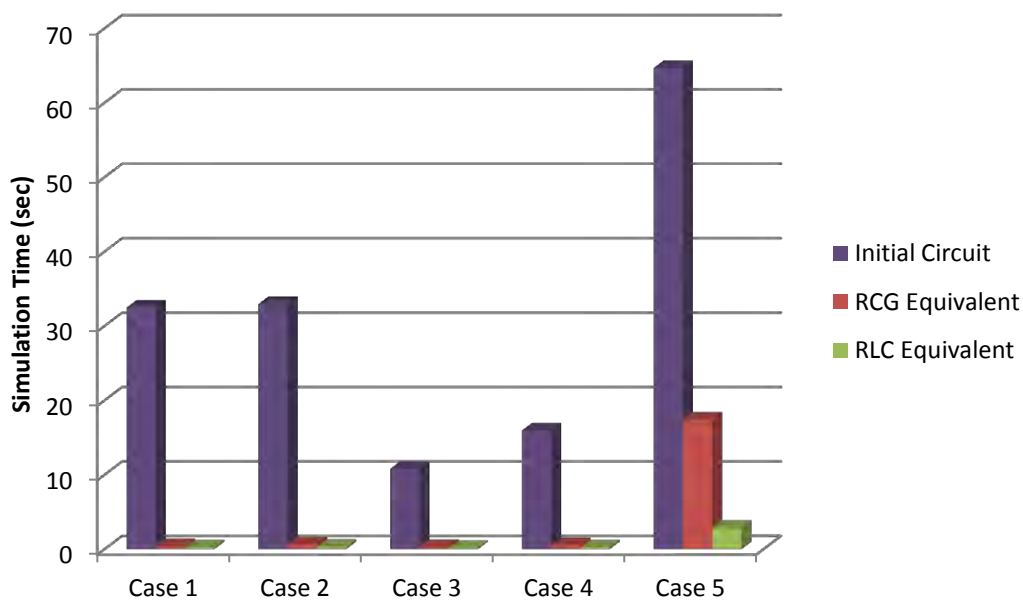
Πίνακας 34: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 4)

Περίπτωση 5

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	3,73	4,88
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,023456	0,01207
Χρόνος Προσομοίωσης	64,66	17,39	2,86
Πλήθος Στοιχείων	11774	12350	5865

Πίνακας 35: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun" (Case 5)

Τα αποτελέσματα που αφορούν τον χρόνο προσομοίωσης του αρχικού κυκλώματος και του ισοδύναμου κυκλώματος RCG και RLC σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, εμφανίζονται συγκεντρωτικά στην ακόλουθη γραφική παράσταση:

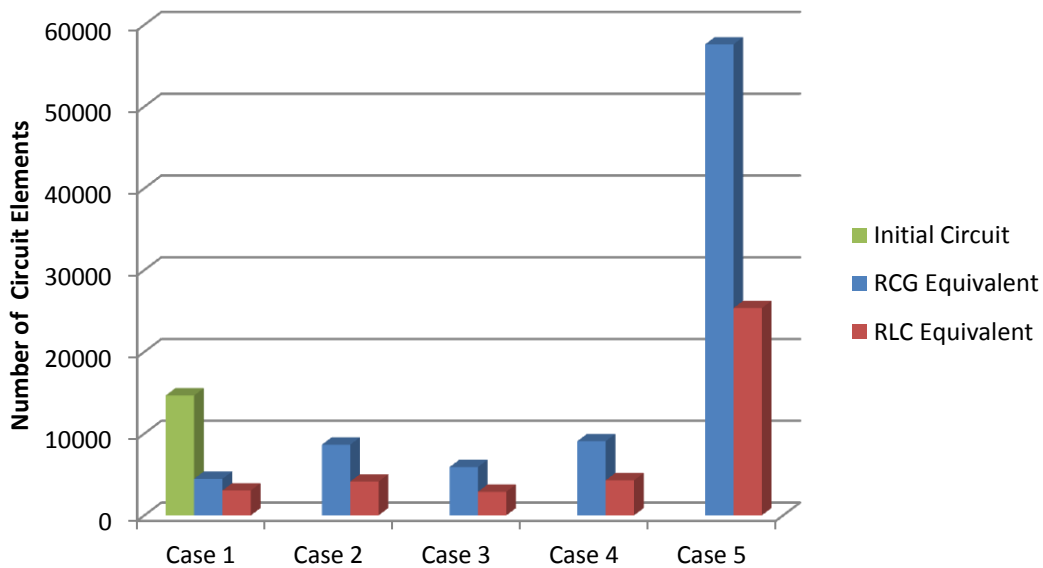


Σχήμα 53: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα Χρόνων Εκτέλεσης για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun"

Παρατηρούμε πως σε όλες τις περιπτώσεις ο χρόνος προσομοίωσης των ισοδύναμων κυκλωμάτων είναι σημαντικά μικρότερος από τον χρόνο προσομοίωσης του αρχικού κυκλώματος. Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη μας και τα στοιχεία για τον χρόνο σύνθεσης της VF μεθόδου και τον χρόνο σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος σε κάθε περίπτωση, τα οποία δίνονται στους παραπάνω πίνακες, καθώς τα προαναφερόμενα αποτελέσματα για το σφάλμα της προσέγγισης, η διαδικασία σύνθεσης του ισοδύναμου

κυκλώματος για αυτό το αρχικό κύκλωμα είναι αποδοτική και συμφέρουσα. Αυτό διότι με την σπατάλη σχετικά μικρού υπολογιστικού χρόνου για την εφαρμογή της διαδικασίας σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος, μπορούμε να πάρουμε ένα ισοδύναμο κύκλωμα για το αρχικό το οποίο περιέχει μόνο RCG ή RLC στοιχεία και συνεπώς προσομοιώνεται σε πολύ μικρότερο χρόνο, προσεγγίζοντας με πολύ καλή ακρίβεια τα χαρακτηριστικά του αρχικού.

Ακολουθώς, ενδεικτικά εμφανίζουμε συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα για το πλήθος των στοιχείων των ισοδύναμων κυκλωμάτων για όλες τις περιπτώσεις σε αντιδιαστολή με το αρχικό κύκλωμα:



Σχήμα 54: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα Πλήθους Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "balun"

Για το πειραματικό κύκλωμα "grid2ladder.cir" έχουμε:

Περίπτωση 1

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	0,30	0,38
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,00206	0,00938
Χρόνος Προσομοίωσης	100,49	4,36	2,14
Πλήθος Στοιχείων	14661	4464	3042

Πίνακας 36: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 1)

Περίπτωση 2

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	0,53	0,53
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,01851	0,00697
Χρόνος Προσομοίωσης	108,05	15,29	3,78
Πλήθος Στοιχείων	14661	8640	4134

Πίνακας 37: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 2)

Περίπτωση 3

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	0,20	0,20
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,00891	0,00346
Χρόνος Προσομοίωσης	41,65	6,29	1,55
Πλήθος Στοιχείων	14661	5904	2886

Πίνακας 38: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 3)

Περίπτωση 4

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	1,29	1,29
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,01334	0,00531
Χρόνος Προσομοίωσης	57,21	16,18	2,79
Πλήθος Στοιχείων	14661	9072	4290

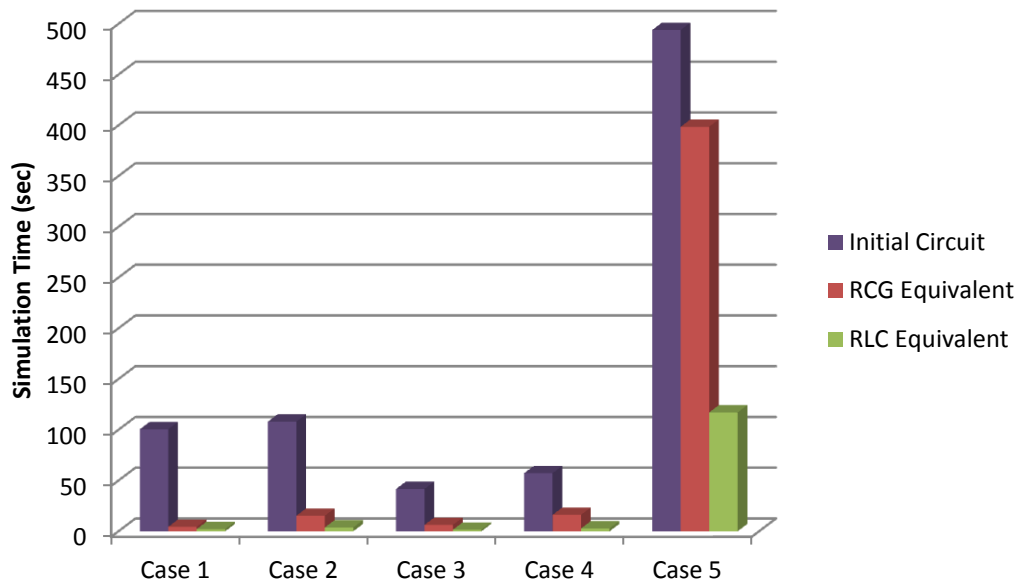
Πίνακας 39: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 4)

Περίπτωση 5

	Initial Circuit	RCG Equivalent	RLC Equivalent
Χρόνος Εκτέλεσης VF μεθόδου	--	20,98	17,93
Χρόνος Σύνθεσης	--	0,11063	0,07754
Χρόνος Προσομοίωσης	493,98	398,95	117,09
Πλήθος Στοιχείων	14661	57600	25350

Πίνακας 40: Χρόνοι Εκτέλεσης και Πλήθος Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 5)

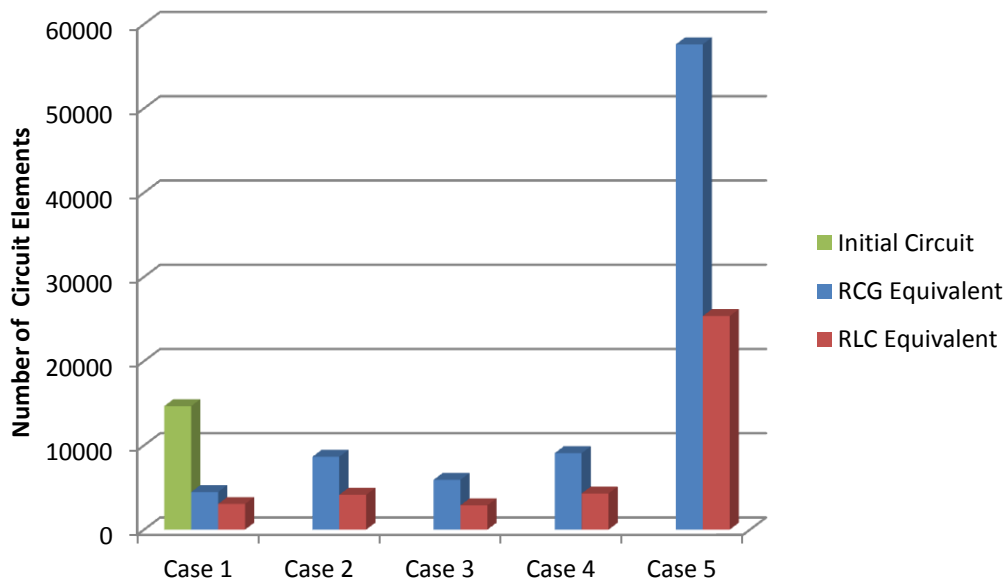
Τα αποτελέσματα που αφορούν τον χρόνο προσομοίωσης του αρχικού κυκλώματος και του ισοδύναμου κυκλώματος RCG και RLC σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, εμφανίζονται συγκεντρωτικά στην ακόλουθη γραφική παράσταση:



Σχήμα 55: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα Χρόνων Εκτέλεσης για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder"

Παρατηρούμε πως, παρόμοια με τα αποτελέσματα του προηγούμενου εξεταζόμενου πειραματικού κυκλώματος, σε όλες τις περιπτώσεις ο χρόνος προσομοίωσης των ισοδύναμων κυκλωμάτων είναι σημαντικά μικρότερος από τον χρόνο προσομοίωσης του αρχικού κυκλώματος. Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη μας και τα στοιχεία για τον χρόνο σύνθεσης της VF μεθόδου και τον χρόνο σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος σε κάθε περίπτωση, τα οποία δίνονται στους παραπάνω πίνακες, καθώς τα προαναφερόμενα αποτελέσματα για το σφάλμα της προσέγγισης, η διαδικασία σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος για αυτό το αρχικό κύκλωμα είναι αποδοτική και συμφέρουσα. Αυτό διότι με την σπατάλη σχετικά μικρού υπολογιστικού χρόνου για την εφαρμογή της διαδικασίας σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος, μπορούμε να πάρουμε ένα ισοδύναμο κύκλωμα για το αρχικό το οποίο περιέχει μόνο RCG ή RLC στοιχεία και συνεπώς προσομοιώνεται σε πολύ μικρότερο χρόνο, προσεγγίζοντας με πολύ καλή ακρίβεια τα χαρακτηριστικά του αρχικού (Πίνακας 40).

Ακολούθως, ενδεικτικά εμφανίζουμε συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα για το πλήθος των στοιχείων των ισοδύναμων κυκλωμάτων για όλες τις περιπτώσεις σε αντιδιαστολή με το αρχικό κύκλωμα:



Σχήμα 56: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα Πλήθους Στοιχείων για τα καλύτερα αποτελέσματα προσέγγισης για το κύκλωμα "grid2ladder"

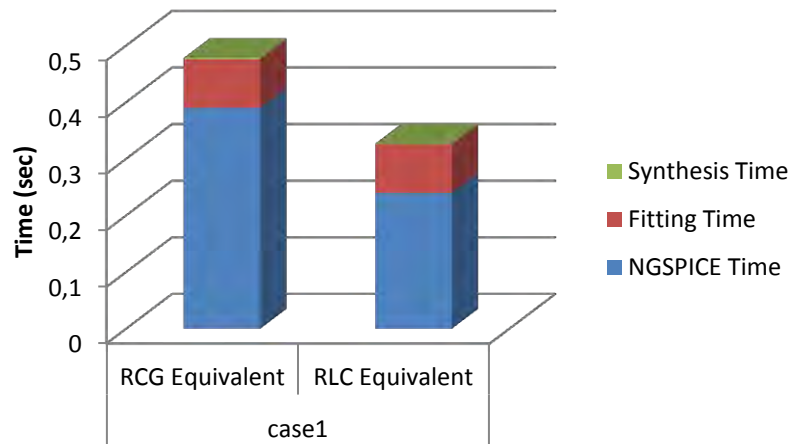
Παρατηρούμε πως σε αντιδιαστολή με το προηγούμενο εξεταζόμενο κύκλωμα, το πλήθος των στοιχείων των ισοδύναμων κυκλωμάτων είναι αναλογικά περισσότερα σε σχέση με το πλήθος των στοιχείων του αρχικού κυκλώματος. Αυτό συμβαίνει διότι το κύκλωμα αυτό αποτελείται από περισσότερες θύρες και συγκεκριμένα 12 σε σχέση με το προηγούμενο εξεταζόμενο κύκλωμα το οποίο αποτελείται από 5 θύρες και με βάση την περιγραφή των μεθόδων σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος που δώσαμε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 4, το πλήθος των στοιχείων αυτού εξαρτάται άμεσα από το πλήθος των θυρών. Αξιοσημείωτο είναι επίσης πως στην τελευταία περίπτωση το πλήθος των στοιχείων των ισοδύναμων κυκλωμάτων είναι περισσότερα από ότι αυτά του αρχικού κυκλώματος, αλλά αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα αφού τελικά λόγω του είδους των στοιχείων από τα οποία αποτελούνται η προσομοίωση τους είναι πιο γρήγορη από την προσομοίωση του αρχικού κυκλώματος.

6.3.3.1. Σύγκριση αποτελεσμάτων σύνθεσης RCG και RLC ισοδύναμων κυκλωμάτων

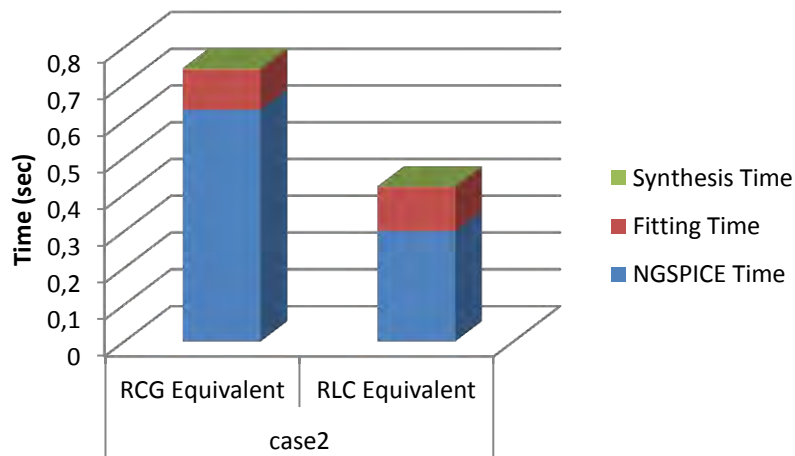
Με βάση τα παραπάνω στοιχεία, και συγκεκριμένα τους τα καλύτερα αποτελέσματα για τις Υ (Πίνακας 23 έως Πίνακας 26) παρατηρούμε οι δύο μέθοδοι σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος, είναι σχεδόν ισοδύναμες όσον αφορά την προσέγγιση των Υ-παραμέτρων αφού το σφάλμα προσέγγισης αυτών είναι ακριβώς της ίδιας τάξης με την χρήση και των δύο μεθόδων. Το ίδιο ισχύει και για την προσέγγιση των Ζ-παραμέτρων, με την RCG μέθοδο σύνθεσης να δίνει ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα για το σφάλμα. Επίσης, παρατηρούμε πως τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα για την προσέγγιση των Υ και Ζ παραμέτρων προκύπτουν για τον ίδιο ή για πολύ κοντινό αριθμό πόλων με την χρήση και των δύο μεθόδων σύνθεσης. Για αυτά τα καλύτερα αποτελέσματα και για τις δύο μεθόδους σύνθεσης, παραθέτουμε ακολούθως, τον χρόνο εκτέλεσης της VF μεθόδου, τον χρόνο υπολογισμού του ισοδύναμου κυκλώματος καθώς και τον χρόνο που χρειάστηκε για την προσομοίωση αυτού ώστε να βρεθούν οι Υ και Ζ παράμετροι, με

σκοπό της σύγκριση της αποδοτικότητας της κάθε μεθόδου όσον αφορά την λύση του αρχικού μας προβλήματος (Κεφάλαιο 1). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και για τα δύο εξεταζόμενα κυκλώματα για όλες τις περιπτώσεις σάρωσης συχνότητας (Σχήμα 57 έως Σχήμα 66).

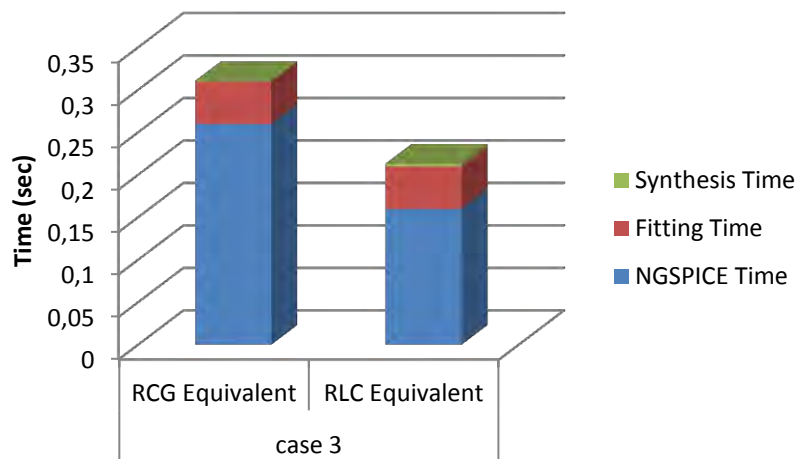
Για το πειραματικό κύκλωμα "balun.cir" έχουμε:



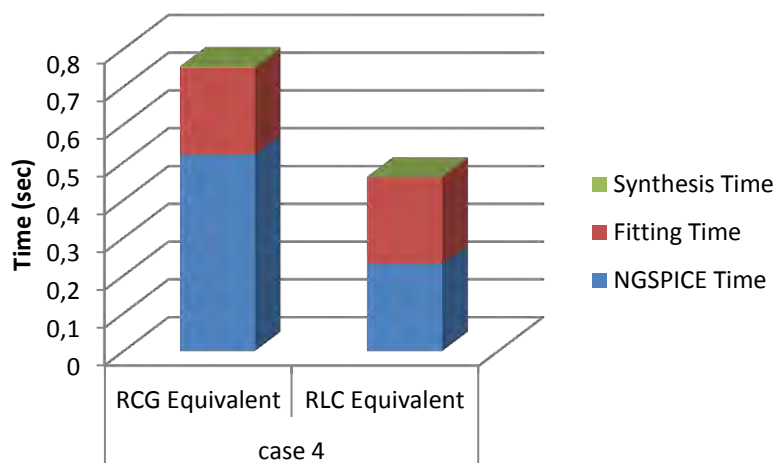
Σχήμα 57: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 1)



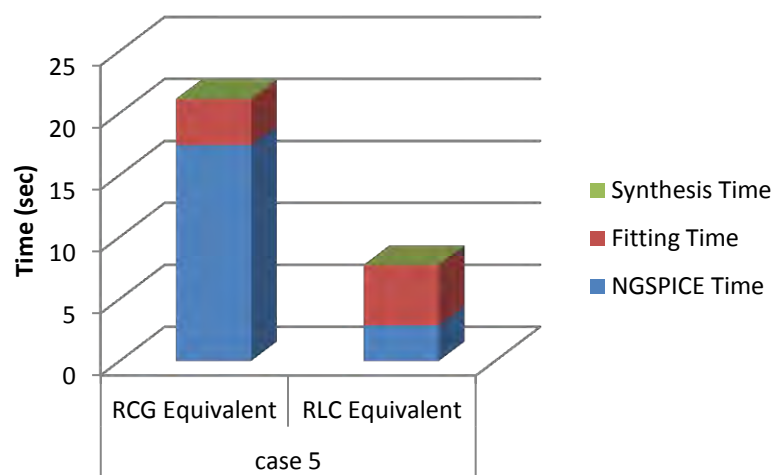
Σχήμα 58: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 2)



Σχήμα 59: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 3)

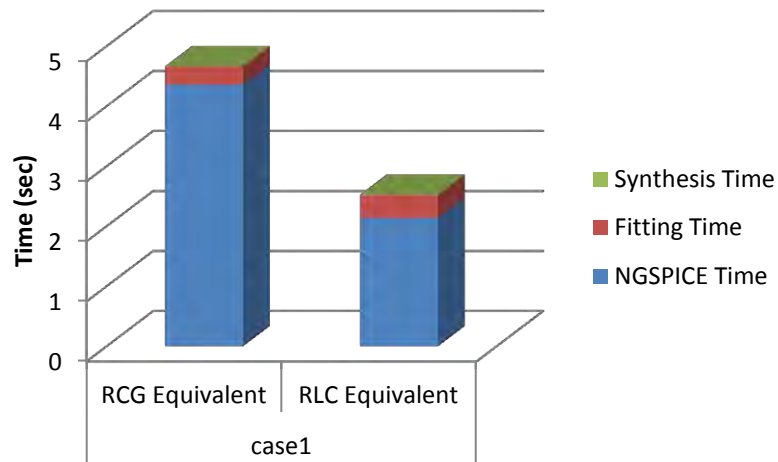


Σχήμα 60: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 4)

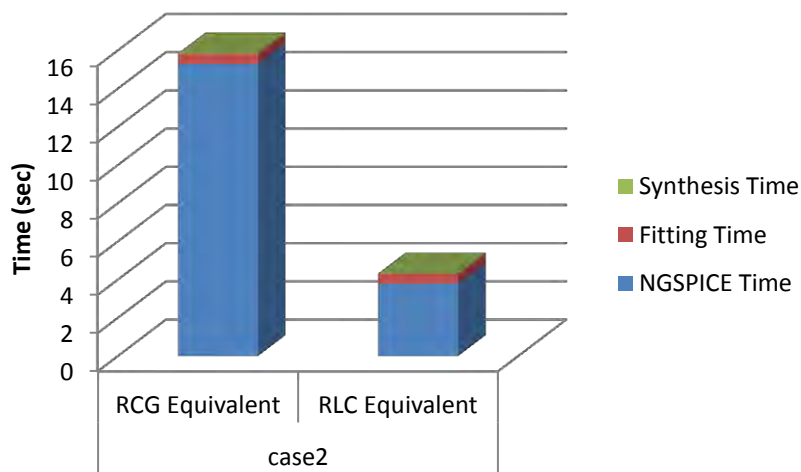


Σχήμα 61: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "balun" (Case 5)

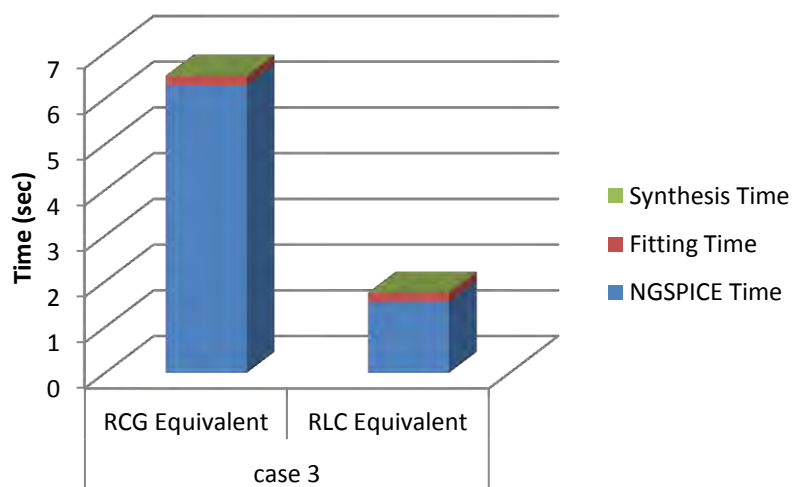
Για το πειραματικό κύκλωμα "grid2ladder.cir" έχουμε:



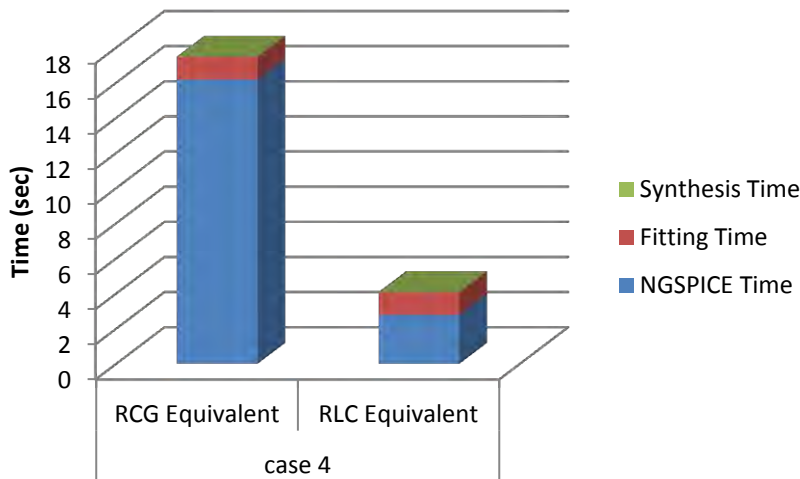
Σχήμα 62: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 1)



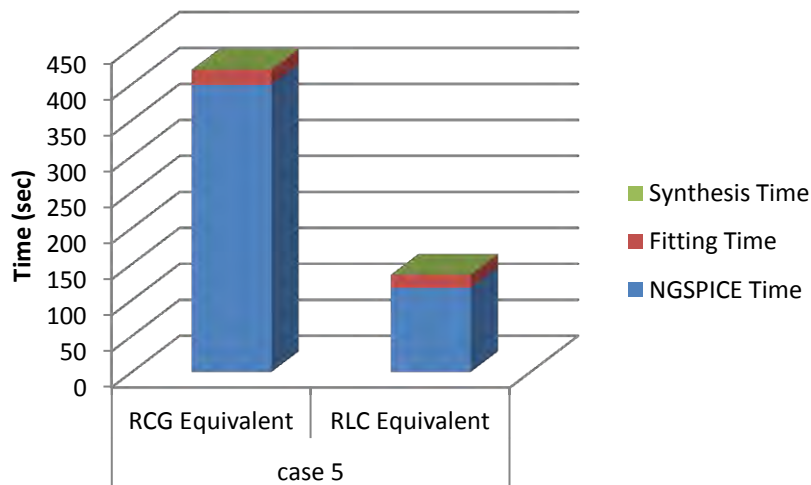
Σχήμα 63: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 2)



Σχήμα 64: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 3)



Σχήμα 65: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 4)



Σχήμα 66: Σύγκριση Αποτελεσμάτων RCG και RLC σύνθεσης για το κύκλωμα "grid2ladder" (Case 5)

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία παρατηρούμε πως όσον αφορά τον συνολικό χρόνο εκτέλεσης της διαδικασίας σύνθεσης του ισοδύναμου κυκλώματος, η RCG είναι πιο αργή από την RLC σύνθεση σε όλες τις περιπτώσεις. Αυτό δεν οφείλεται στο κομμάτι του χρόνου που αφορά την εφαρμογή της μεθόδου του VF αφού όπως ήδη αναλύσαμε τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα για την προσέγγιση των Y και Z παραμέτρων προκύπτουν για τον ίδιο ή για πολύ κοντινό αριθμό πόλων με την χρήση και των δύο μεθόδων σύνθεσης. Επίσης, ο πιο αργός χρόνος εκτέλεσης της RCG σύνθεσης, δεν οφείλεται ούτε στο χρόνο σύνθεσης του αντίστοιχου κυκλώματος αφού αυτός είναι σχεδόν αμελητέος όπως και στην RLC σύνθεση. Τελικά, ο πιο αργός χρόνος εκτέλεσης της RCG σύνθεσης οφείλεται στον χρόνο προσομοίωσης του προκύπτοντος ισοδύναμου κυκλώματος ώστε να βρεθούν οι Y και οι Z παράμετροι ώστε να μπορέσουμε να υπολογίσουμε το σφάλμα της προσέγγισης. Σε όλες τις περιπτώσεις ο χρόνος που απαιτείται για την προσομοίωση του προκύπτοντος ισοδύναμου RCG κυκλώματος είναι μεγαλύτερος από αυτόν που απαιτείται για την προσομοίωση του προκύπτοντος ισοδύναμου RLC κυκλώματος, πάντα συγκρίνοντας τις περιπτώσεις όπου οι δύο μέθοδοι δίνουν τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα για το σφάλμα και παρουσιάζονται στους: Πίνακας 23 έως Πίνακας 26.

Με βάση αυτή την παρατήρηση θα έλεγε κανείς πως η RLC σύνθεση είναι σαφώς πιο αποδοτική στην λύση του αρχικού μας προβλήματος (Κεφάλαιο 1). Όμως, θα πρέπει να τονίζουμε πως η RLC σύνθεση μπορεί να εφαρμοστεί μόνο υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις οι οποίες είναι οι εξής: α) χρήση κοινών πόλων για την προσέγγιση των Y παραμέτρων του αρχικού κυκλώματος και β) συμμετρικές Y -παραμέτροι του αρχικού κυκλώματος. Αντιθέτως, για την εφαρμογή της RCG σύνθεσης δεν είναι απαραίτητη η ισχύς των προϋποθέσεων αυτών αλλά και καμία άλλη προϋπόθεση. Επιπλέον, η RCG σύνθεση είναι δυνατόν να τροποποιηθεί ώστε στην περίπτωση που γίνεται κοινή χρήση για την προσέγγιση των Y -παραμέτρων να εκμεταλλεύεται επιπρόσθετα αυτήν την ιδιότητα ώστε να παράγει ένα ισοδύναμο κύκλωμα με λιγότερα στοιχεία.

Συμπερασματικά, η RLC σύνθεση λύνει αποδοτικά το πρόβλημά μας στην περίπτωση όπου οι Y -παραμέτροι του αρχικού κυκλώματος είναι συμμετρικές αλλά και στην περίπτωση όπου η προσέγγιση αυτών γίνεται με κοινή χρήση πόλων όπως γίνεται στην περίπτωση της VF μεθόδου την οποία χρησιμοποιούμε στο εργαλείο που υλοποιήσαμε. Σε κάθε αντίθετη περίπτωση η RCG μέθοδος είναι η μοναδική επιλογή μας η οποία λύνει και αυτή αρκετά αποδοτικά το πρόβλημά μας.

Κεφάλαιο 7

Επίλογος

7.1. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία ασχοληθήκαμε με την χρήση της τεχνικής υποβιβασμού τάξης μοντέλου γνωστή ως σύνθεση ισοδύναμου κυκλώματος, ως μέσο για την γρήγορη προσομοίωση των κυκλωμάτων διασυνδέσεων μεγάλης κλίμακας. Συγκεκριμένα, μελετήσαμε αναλυτικά και αναπτύξαμε δύο μεθόδους σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος, εκ των οποίων η μία παράγει ένα ισοδύναμο RCG κύκλωμα και η άλλη ένα RLC ισοδύναμο κύκλωμα.

Μέσα από μία σειρά πειραμάτων που έγιναν τα αποτελέσματα, τα οποία παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο Κεφάλαιο 6, έδειξαν ότι και οι δύο μέθοδοι που αναπτύχθηκαν σε συνδυασμό με την χρήση της VF μεθόδου για την ρητή προσέγγιση των Υ-παραμέτρων του αρχικού κυκλώματος η οποία επίσης αναπτύχθηκε, λύνουν ικανοποιητικά αποδοτικά το πρόβλημά μας. Πιο συγκεκριμένα, μέθοδος σύνθεσης του RLC ισοδύναμου κυκλώματος λύνει αποδοτικά το πρόβλημά μας στην περίπτωση όπου οι Υ-παραμέτροι του αρχικού κυκλώματος είναι συμμετρικές αλλά και στην περίπτωση όπου η προσέγγιση αυτών γίνεται με κοινή χρήση πόλων όπως γίνεται στην περίπτωση της VF μεθόδου την οποία χρησιμοποιούμε στο εργαλείο που υλοποιήσαμε. Σε κάθε αντίθετη περίπτωση η μέθοδος σύνθεσης του RCG ισοδύναμου κυκλώματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί, η οποία λύνει και αυτή αρκετά αποδοτικά το πρόβλημά μας όσον αφορά την ακρίβεια των προκύπτων αποτελεσμάτων, αλλά με το ισοδύναμο κύκλωμα να προσομοιώνεται πιο αργά απ' ό τι το αντίστοιχο RLC ισοδύναμο κύκλωμα.

7.2. Μελλοντικές επεκτάσεις

Αρχικά, όπως ήδη έχουμε αναφέρει, είναι απαραίτητο και συνάμα ιδιαίτερα χρήσιμο να αναπτυχθεί μια η μέθοδος για το επιβολή παθητικότητας που περιγράψαμε στην Ενότητα 4.2. και να συμπεριληφθεί στο εργαλείο μας, ώστε να μειωθεί στο ελάχιστο η πιθανότητα κάποια ασταθούς προσομοίωσης για οποιαδήποτε εφαρμογή τάσης και για οποιαδήποτε συχνότητα.

Σημειώνουμε πως ακόμη και αν ενσωματωθεί στο εργαλείο μας η μέθοδος για την επιβολή παθητικότητας, τίποτα δεν μας εγγυάται ότι στο ισοδύναμο κύκλωμα που παράγεται είτε από την RCG είτε από την RLC μέθοδο σύνθεσης, δεν θα περιέχει μη φυσικά στοιχεία δηλαδή στοιχεία που είναι υλοποιήσιμα στην πράξη με φυσικό τρόπο. Έτσι, για τον σκοπό αυτό μας είναι σημαντικό είναι να μελετηθεί και να αναπτυχθεί μία τεχνική ώστε να αποφευχθούν τα αρνητικά στοιχεία στο ισοδύναμο κύκλωμα που παράγεται από τις δύο μεθόδους σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος που αναπτύξαμε.

Επιπλέον, σημαντικό είναι να δοκιμαστούν και περιπτώσεις όσον αφορά το εύρος και το είδος σάρωσης συχνότητας των αρχικών κυκλωμάτων, καθώς και όσον αφορά τις επιλογές της VF μεθόδου και συγκεκριμένα τον υπολογισμό των αρχικών πόλων, τον καθορισμό του βάρους της προσέγγισης ελαχίστων τετραγώνων, τον μηδενισμό ή όχι

του σταθερού (D) και του χωρητικού (E) όρου και την επιλογή του πλήθους επαναλήψεων της VF μεθόδου. Επίσης, εξίσου σημαντικό είναι να δοκιμαστούν και άλλα αρχικά κυκλώματα για την καλύτερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων του εργαλείου που αναπτύξαμε.

Τέλος, καλό θα ήταν επιπρόσθετα να μελετηθούν και να αναπτυχθούν και άλλες μέθοδοι σύνθεσης ισοδύναμου κυκλώματος.

Βιβλιογραφία – Αναφορές

- [1] “IC Interconnect Analysis”, Mustafa Celik, Lawrence Pillegi, Altan Odabasioglu, Kluwer Academic Publishers, USA, 2002
- [2] “Lumped Equivalent Circuit Model Synthesis for a Passive Element with Frequency-Dependent and/or Temperature-Dependent Characteristics for EMC Simulation”, Toshiji Kato, Kaoru Inoue, Daisuke Kagawa, Doshika University, Japan.
- [3] “Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting”, Bjorn Gustaven, Adam Semlyen, IEEE Transactions on Power Delivery, 1999
- [4] “A comprehensive 2-D Inductance Modeling Approach for VLSI Interconnects: Frequency-Dependent Extraction and Compact Circuit Model Synthesis”, Gerard Kopcsay, Byron Krauter, David Widiger, Alina Deutch, Barry Rubin, Howard Smith, IEEE Transactions on Very Large Scale Intergration (VLSI), 2002
- [5] “Improving the Pole Relocating Properties of Vector Fitting”, Bjorn Gustaven, IEEE Transactions on Power Delivery, 2006
- [6] “Macromodeling of Multiport Systems using a Fast Implementation of the Vector Fitting Method”, Dirk Deschrijver, Michal Mrozowski, Tom Dhaene, Daniel De Zutter, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2008
- [7] “Enforcing Passivity for Admittance Matrices Approximated by Rational Functions”, Bjorn Gustaven, IEEE Transactions on Power Systems, 2001
- [8] “Fast Passivity Enforcement for Pole-Residue Models by Perturbation of Residue Matrix Eigenvalues”, Bjorn Gustaven, IEEE Transactions on Power Delivery, 2008
- [9] “A Half-Size Singularity Test Matrix for Fast and Reliable Passivity Assessment of Rational Models”, Adam Semlyen, Bjorn Gustaven, IEEE Transactions on Power Delivery, 2009
- [10] “Computer Code for Rational Approximation of Frequency Dependent Admittance Matrices”, Bjorn Gustaven, IEEE Transactions on Power Delivery, 2002
- [11] The Vector Fitting Web Site: <http://www.sintef.no/Projectweb/VECTFIT/>