

UD = 14307  
ΚΕΕ: 14176



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ**

Τομέας Ενέργειας Βιομηχανικών Διεργασιών & Τεχνολογίας Αντιρρύπανσης  
Εργαστήριο Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών  
Μονάδα Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής

**"ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ**  
**ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ ΣΕ ΣΥΝΘΗΚΕΣ**  
**ΑΠΩΛΕΙΑΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΜΕ ΜΟΝΤΕΛΟ NAVIER-STOKES"**

υπό

ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗΣ Α. ΜΠΑΞΕΒΑΝΟΥ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ



ΥΠΟΒΛΗΘΗΚΕ ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ  
ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ  
ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

**ΒΟΛΟΣ 2004**



*Αφιερώνεται στη μνήμη του πατέρα μου*

*Αναστασίου Γ. Μπαξεβάνου*





## Πρόλογος

Τελειώνοντας τον πρώτο κύκλο σπουδών μου στην Πολυτεχνική Σχολή του ΑΠΘ δε σκόπευα να συνεχίσω σε μεταπτυχιακές σπουδές, καθώς επιθυμούσα να ενταχθώ στην παραγωγή ως Μηχανικός και να εφαρμόσω στην πράξη τις γνώσεις που είχα αποκτήσει. Κατά τη διάρκεια της εργασίας μου διαπίστωσα ότι δεν είχα μάθει τίποτα το συγκεκριμένο, είχα όμως αποκτήσει ένα καλό υπόβαθρο γνώσεων που μου επέτρεπε να ανταποκρίνομαι με επιτυχία σε ένα ευρύ φάσμα εργασιακών απαιτήσεων. Η απόφασή μου να προχωρήσω σε μεταπτυχιακό κύκλο σπουδών που θα οδηγούσε σε απόκτηση Μάστερ προήλθε περισσότερο από μια διάθεση να ευχαριστήσω τον εαυτό μου προσφέροντάς του τη δυνατότητα να αποκτήσει εξειδικευμένες γνώσεις στο χώρο των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, λόγω γενικότερων ανησυχιών οικολογικής φύσεως. Αυτή η διαδικασία επιστροφής από την παραγωγή στην εκπαίδευση μου αποκάλυψε ότι τελικά εκείνο που με ενδιέφερε περισσότερο ήταν η ενασχόληση με την έρευνα. Έτσι αποφάσισα να προχωρήσω και σε τρίτο κύκλο σπουδών για την απόκτηση Διδακτορικού διπλώματος στο χώρο της αιολικής ενέργειας με την ελπίδα να συνεχίσω να δραστηριοποιούμαι επαγγελματικά στο χώρο της έρευνας και μετά την απόκτηση αυτού.

Η αλήθεια είναι ότι, όπως συμβαίνει με τους περισσότερους, δεν είχα ιδέα για την περιπέτεια στην οποία θα έβαζα τη ζωή μου για τα επόμενα χρόνια. Ανακάλυψα σταδιακά ότι αυτό που είχα στο μυαλό μου ως έρευνα δεν ήταν έρευνα αλλά μελέτες, και ότι η έρευνα, πολύ πιο ενδιαφέρουσα, προϋπόθετε ουσιαστικές και στέρεες γνώσεις. Έτσι μπήκα στη γοητευτική διαδικασία της μάθησης, μια διαδικασία αργή και επίπονη κατά την οποία τα ‘ακατανόητα’ αποκτούν ‘νόημα’ και τα ‘περιττά’ βρίσκουν τη θέση τους, με μοναδικό έπαθλο ένα αίσθημα ικανοποίησης όταν μετά από αρκετό χρόνο ανακαλύπτεις ότι υπάρχει κάτι, πολύ μικρό, το οποίο το κατέχεις. Μια διαδικασία κατά τη διάρκεια της οποίας ανακαλύπτεις την ανάγκη να εξοπλιστείς με εργαλεία μάθησης που σε οδηγούν πέρα από το στενό γνωστικό αντικείμενο της διατριβής σου αλλά και σου επιτρέπουν να εμβαθύνεις σε αυτό. Μια διαδικασία τέλος, η οποία αλλάζει αποφασιστικά τον τρόπο προσέγγισης όλων των πεδίων της ζωής σου.

Φτάνοντας στο τέλος αυτής της διαδικασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που με συντρόφεψαν και με καθοδήγησαν σε αυτή. Πρώτα από όλους τη μητέρα μου Αναστασία Μπαξεβάνου και για την ηθική και για την οικονομική της

υποστήριξη και κυρίως διότι χωρίς τη δική της προτροπή, δε θα ξεκινούσα ποτέ τους μεταπτυχιακούς κύκλους σπουδών. Στα ίδια πλαίσια θα ήθελα να ευχαριστήσω την αδελφή μου Χαρούλα Μπαξεβάνου και την οικογένειά της για την ηθική υποστήριξη που μου πρόσφεραν όλα αυτά τα χρόνια. Όπως όλοι γνωρίζουν πίσω από κάθε διδακτορική διατριβή κρύβεται η προσπάθεια μιας ολόκληρης οικογένειας η οποία ενίσχυσε, προέτρεψε και ανέχθηκε τον υποψήφιο Διδάκτορα.

Συνεχίζοντας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου Νικόλαο Βλάχο καταρχήν διότι μου έδωσε την ευκαιρία να πραγματοποιήσω αυτή τη διδακτορική διατριβή καθώς και για τη βοήθεια και την καθοδήγηση που μου πρόσφερε τόσο σε θέματα επιστημονικά, υπολογιστική ρευστομηχανική, όσο και σε ζητήματα διαδικαστικά σε όλο το διάστημα της διδακτορικής διατριβής.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής για την ουσιαστική βοήθεια που έλαβα από αυτούς. Τον αναπληρωτή καθηγητή του ΕΜΠ Σπύρο Βουτσινά για την υπομονή του και τη βοήθειά του κυρίως στα πρώτα χρόνια σε θέματα αεροδυναμικής. Και τον Δρ. Παναγιώτη Χαβιαρόπουλο από το Κέντρο Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας για την καθοδήγησή του σε όλα τα χρόνια του διδακτορικού, για την παροχή επιστημονικών συμβουλών και υλικού σε θέματα αεροελαστικότητας και για την οικονομική υποστήριξη.

Είχα την τύχη να χρηματοδοτηθώ στο σύνολο των μεταπτυχιακών μου σπουδών στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας από το ΚΑΠΕ είτε με τη μορφή συμμετοχής σε ερευνητικό πρόγραμμα είτε με τη μορφή υποτροφίας. Στα πλαίσια αυτής της συνεργασίας μου δόθηκε η ευκαιρία να παρουσιάσω την εργασία μου και να παρακολουθήσω διεθνές συνέδριο για την αιολική ενέργεια και με τη βοήθεια του Δρ. Χαβιαρόπουλου να συμβαδίσω επιστημονικά με ινστιτούτα που βρίσκονται στη διεθνή πρωτοπορία στον τομέα της αεροελαστικότητας. Στα πλαίσια αυτά θα ήθελα να ευχαριστήσω και τον Δρ. Νικολάου από το ΚΑΠΕ για τη βοήθεια που μου προσέφερε σε πολύ κρίσιμη στιγμή του διδακτορικού.

Βοήθεια έλαβα και από τα μέλη της πενταμελούς επιτροπής, τον Επίκουρο Καθηγητή του ΠΘ Σπύρο Καραμάνο και τον Αναπληρωτή Καθηγητή του ΠΘ Ερρίκο Σταπουντζή.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη του Εργαστηρίου Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών του ΠΘ, Δρ. Ιωάννη Σαρρή, Δρ. Γεώργιο Κούτλα, τους υποψήφιους διδάκτορες Χρήστο Δριτσέλη, Ελένη Μπασμπανέλου, Νικόλαο Κατσαβό, Σωτήρη Κακαράντζα, Γεώργιο Ζήκο και Αριστοτέλη Χουλιάρα για τη

βοήθεια και συμπαράσταση που μου προσέφεραν καθώς και τον επί χρόνια συνεργάτη του εργαστηρίου Δρ. Ιωάννη Λεκάκη για την επιστημονική υποστήριξη, τον Δρ. Γεώργιο Συμεωνίδη για τη βοήθειά του σε θέματα αεροδυναμικής και τον Δρ. Άλκη Γκραίκο για την ηθική υποστήριξη.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω το μέλος του εργαστηρίου, συνεργάτη, σύντροφο και υποψήφιο διδάκτορα, Δημήτριο Φείδαρο για τη βοήθεια που μου προσέφερε σε πρακτικά ζητήματα τεχνικής υποστήριξης, για τη συνεργασία του σε επιστημονικά θέματα υπολογιστικής ρευστομηχανικής, για τη συμπαράσταση και την προσφορά φιλίας σε όλη τη διάρκεια του διδακτορικού και για την ανοχή που επέδειξε τους τελευταίους μήνες.

Βόλος Ιανουάριος 2004

A. A. Μπαξεβάνου



## Περίληψη

Η εμφάνιση αστοχίας σε πτερύγια ανεμογεννητριών λόγω ταλαντώσεων σε κατεύθυνση παράλληλη με το επίπεδο περιστροφής των πτερυγίων, σε συνθήκες αποκολλημένης ροής, ανακίνησε το ζήτημα της μελέτης αεροελαστικής ευστάθειας πτερυγίων σε κατάσταση απώλειας στήριξης. Λόγω της μη-γραμμικής φύσης της αεροδυναμικής υστέρησης, που ευθύνεται για το φαινόμενο, δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν απλά γραμμικοποιημένα μοντέλα, η δε ροή γύρω από τη αεροτομή είναι απαραίτητο να υπολογιστεί με μέθοδο που να λαμβάνει υπόψη την επίδραση του ιξώδους. Μια τέτοια μέθοδος περιλαμβάνει την επίλυση των Navier-Stokes εξισώσεων.

Η κατασκευή ενός υπολογιστικού εργαλείου για τη μελέτη αεροελαστικής ευστάθειας αεροτομών σε κατάσταση απώλειας στήριξης, με την επίλυση των Navier-Stokes εξισώσεων, εφοδιασμένου με κατάλληλα σχήματα διακριτοποίησης και μοντέλα τύρβης έτσι ώστε να προσομοιώνει με ακρίβεια τη ροή γύρω από αεροτομή, καθώς και την ελαστική συμπεριφορά αυτής, συζευγνώντας το αεροδυναμικό με το ελαστικό μοντέλο, είναι ο στόχος της παρούσας διατριβής. Η κατασκευή ενός τέτοιου εργαλείου αποτελεί στοιχείο της πρωτοτυπίας της διατριβής δεδομένου ότι, αντίθετα με ότι συμβαίνει γενικά σε μελέτες αεροελαστικότητας, στο χώρο των ανεμογεννητριών υπάρχει μικρή εμπειρία.

Ο υπολογισμός της μη-μόνιμης ροής γύρω από την αεροτομή έγινε με επίλυση των Reynolds Averaged Navier-Stokes εξισώσεις χρησιμοποιώντας διάφορα μοντέλα τύρβης δύο εξισώσεων προερχόμενα είτε από το μοντέλο  $k-\epsilon$  είτε από το  $k-\omega$ . Η ελαστική συμπεριφορά της αεροτομής, η οποία θεωρείται ότι έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας (δύο μεταφορικούς και έναν στρεπτικό), προσομοιώθηκε με απλοποιημένο μοντέλο ελατηρίων. Τα αεροδυναμικά φορτία που ασκούνται από το ρευστό στην αεροτομή υπολογίζονται στο αεροδυναμικό τμήμα του κώδικα ενώ οι πληροφορίες που αφορούν τη νέα θέση της αεροτομής, τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις υπολογίζονται στο ελαστικό τμήμα και επιστρέφονται στο αεροδυναμικό ως οριακές συνθήκες εισόδου και τοίχου (συνθήκη μη-εισχώρησης και μη-ολίσθησης) και ως δυνάμεις που ασκεί το στερεό στο ρευστό (όροι πηγής στις εξισώσεις Navier-Stokes).

Η επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes έγινε με κώδικα υπολογιστικής ρευστομηχανικής ο οποίος βασίστηκε στον διδιάστατο καμπυλόγραμμα κώδικα

πεπερασμένων όγκων CAFFA ο οποίος διατίθεται στο διαδίκτυο. Ο αρχικός κώδικας ελέγχθηκε και τροποποιήθηκε με την προσθήκη νέων σχημάτων παρεμβολής προκειμένου να αυξηθεί η ακρίβεια των υπολογισμών σε ροές που συνδυάζουν περιοχές με υψηλό  $Re$  και περιοχές με ισχυρή διάχυση. Προστέθηκαν τέσσερα νέα μοντέλα τύρβης προκειμένου να βελτιωθεί η απόδοσή του σε γωνίες πρόσπτωσης που οδηγούν σε αποκόλληση της ροής. Η εισαγωγή των ανωτέρω σχημάτων και μοντέλων πιστοποιήθηκε με προσομοίωση απλών, γνωστών στη βιβλιογραφία, ροών. Προστέθηκε νέα γεννήτρια υπολογιστικού πλέγματος προκειμένου να καταστεί δυνατόν να παράγει πλέγματα που να ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις των νέων μοντέλων τύρβης, ενώ έγιναν επεμβάσεις ώστε να ενισχυθεί η αριθμητική του ευστάθεια. Οι αεροελαστικές εξισώσεις επιλύονται με τη μέθοδο Newmark.

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν μια σειρά προσομοιώσεων στρωτής και τυρβώδους μόνιμης και μη-μόνιμης ροής, γύρω από αεροτομές για να εκτιμηθεί η απόδοση των αριθμητικών σχημάτων, των μοντέλων τύρβης και της καταλληλότητας του υπολογιστικού πλέγματος, τα αποτελέσματα των οποίων συγκρίνονται άριστα με τα αντίστοιχα πειραματικά.

Προκειμένου να αξιολογηθεί η δυνατότητα του αεροελαστικού μοντέλου να προσομοιώσει σωστά την αεροελαστική συμπεριφορά της αεροτομής έγιναν μια σειρά προσομοιώσεων κλασσικού και πτερυγισμού με απώλεια στήριξης, και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με υπολογιστικά αποτελέσματα άλλων μοντέλων. Τέλος πραγματοποιήθηκε μια παραμετρική μελέτη κλασσικού πτερυγισμού της ίδιας αεροτομής σε διαφορετικές ακτινικές θέσεις του πτερυγίου.

Εξήχθησαν συμπεράσματα σε ότι αφορά την απόδοση των σχημάτων διακριτοποίησης και των μοντέλων τύρβης. Επιβεβαιώθηκαν οι επιδράσεις που έχουν οι μεταβολές αδιαστατοποιημένων αεροελαστικών χαρακτηριστικών στην ευστάθεια του κλασσικού πτερυγισμού ενώ επιβεβαιώθηκε ο καταλυτικός ρόλος που παίζει η αποκόλληση της ροής στην εμφάνιση αεροδυναμικής υστέρησης στην περίπτωση του πτερυγισμού με απώλεια στήριξης.

Τέλος συμπεραίνεται ότι ο στόχος της διατριβής, δηλαδή η κατασκευή ενός υπολογιστικού εργαλείου κατάλληλου για τη μελέτη αεροελαστικής συμπεριφοράς αεροτομής, επιτεύχθηκε ενώ γίνονται προτάσεις τόσο για την περαιτέρω βελτίωση του μοντέλου όσο και για νέες παραμετρικές μελέτες.

## Extended Abstract

The wind turbine is one of the most dynamically excited machines. The trend of introducing ever larger wind turbines combined with the decrease of the weight per length unit, the need of constructing machines capable to operate in extreme conditions, and the need of using passive power control, renewed the interest in the study of aeroelastic stability of wind turbine blades, especially after structural failures which were attributed to severe edgewise vibrations in stall-controlled wind turbines.

The most dramatic instability, encountered in the field of aeroelasticity, is the case of flutter, in which a body or a system oscillates without the presence of any external excitation or internal friction, absorbing energy from the external flow in each cycle. When the energy absorption is due to the coupling of two degrees of freedom (flap and pitch), as it happens to airfoils at small angles of attack, it is called classical flutter. When is due to aerodynamic hysteresis, as it happens to airfoils which operate at stall conditions is called stall flutter. The study of stall flutter is the main interest of this work, but the case of classical flutter is studied too, in order to evaluate the efficiency of the developed aeroelastic model. Although stall flutter can happen even with only one degree of freedom, in the present work for the stalled airfoil two degrees of freedom are taken into account, flap and edge. The influence of the third degree of freedom is not considered since its natural frequencies are far away from the other two degrees of freedom.

The study of aeroelastic behavior under stall conditions is impossible to be carried out using simple linearized models since the phenomena involved are strongly non-linear. To calculate the flow in separated flows is necessary to use viscous methods such as the Navier-Stokes equations using computational fluid dynamics techniques. Although the use of CFD for studies in the general field of fluid-structure interaction is well developed, little work has been done in the area of wind turbines. These are different from airplanes since their blades rotate, from turbomachines in terms of mass ratio's size and finally from helicopters rotors because of the larger blade size.

The main objective of the present research was the construction of a model of computational aeroelasticity, in the form of a computer code, equipped with the appropriate interpolation schemes and turbulence models, capable to simulate

accurately the flow around an airfoil as well as its elastic behavior by coupling the aerodynamic with the elastic model.

The unsteady flow around the airfoil is calculated solving the Reynolds Averaged Navier-Stokes equations, using several two equations turbulence models ( $k-\varepsilon$  or  $k-\omega$ ). The airfoil elastic behavior is simulated with a simplified spring model. For the formulation of the aeroelastic equations of motion, Hamilton's principle was used and the equations were extracted from the Lagrange equations. The airfoil is considered to have three degrees of freedom (two translational movements - flap and edge - and a rotational movement, pitch). The aerodynamic forces and moment, exerted by the fluid on the airfoil, are calculated in each time step integrating the fluid pressure and the stresses around the airfoil. Those loads are used as external forces in the aeroelastic equations in order to calculate the new position as well as the speed and acceleration of the airfoil, which are communicated back to the aerodynamic model in terms of boundary conditions and forces exerted by the airfoil on the fluid.

The Navier-Stokes equations are solved with an improved computational fluid dynamic code based in the code CAFFA (developed by Peric and available in the Internet). This code solves the Navier-Stokes equations for 2D incompressible flow, using finite volumes and structured, collocated, curvilinear, body fitted grids. In its initial version, the code was equipped with two interpolation schemes (upwind and central differences) and with one turbulence model (standard  $k-\varepsilon$ ). It uses the SIMPLE algorithm and it solves the resulting system of algebraic equations with the SIP method. It can also calculate unsteady flows. The initial code was tested and modified with the addition of new interpolation schemes (hybrid upwind, QUICK, three TVD schemes with eleven limiters) in order to be able to predict accurately flows, which combine regions with high Re number and areas dominated by diffusion or low Re numbers (boundary layer, recirculation). In order to improve its performance at large angles of attack, four new turbulence models were added: i)  $k-\varepsilon$  low Re, ii)  $k-\omega$  high Re with wall functions, iii)  $k-\omega$  high Re with integration up to the wall, and iv)  $k-\omega$  low Re. The correct implementation of the above interpolation schemes and turbulence models was verified by simulating simple cavity flows, well documented in the international literature. The simulation of unsteady flow was verified in a similar manner.



Further improvements to the code were introduced with the replacement of SIMPLE algorithm by SIMPLEC and the introduction of the choice to use a pseudo-transient term in order to improve its numerical stability. A number of calculations of new flow characteristics, necessary for the aeroelastic model were added. Finally, a new grid generator was introduced in order to construct grids satisfying the requirements of the newly introduced turbulence models' requirements. The system of aeroelastic equations is solved with the Newmark method. The airfoil displacements and translational speeds modify the effective angle of attack (modification of the input boundary condition in the aerodynamic part of the code). The pitching speed causes a modification of the wall boundary condition, since the wall speed is not considered any more zero (no-slip and no-entrance condition). Finally the airfoil accelerations, correspond to forces exerted by the airfoil to the fluid, and appear as additional source terms in the Navier-Stokes equations.

To verify the ability of the aerodynamic part of the code to predict accurately steady turbulent flow around an airfoil in small and large angles of attack, and to choose the most appropriate interpolation schemes and turbulence models, a number of simulations were carried out covering a wide range of Re and angles of attack. To verify the ability of the code to predict accurately unsteady flow around an airfoil two kinds of simulations were carried out. One for laminar flow considering an airfoil rotating with variable speed and one for turbulent flow considering an airfoil which oscillates around a mean angle of attack. In both cases the interaction between fluid and airfoil is not taken into account. In all the above simulations the computational results compared perfectly with experimental.

Unfortunately for stall flutter there are no experimental data to verify the code. Therefore, in order to verify the ability of the code to predict accurately the airfoil aeroelastic behavior, a number of simulations were carried out, for classical flutter and the results were compared successfully with results from other numerical models available in the literature. It must be noted that for the classical flutter, when the airfoil operates in the linear part of  $C_L$ -angle curve, the predictions with linearized models (eigenvalue analysis) can be considered accurate. The same process was repeated for stall flutter, where the predictions with linearized models are less accurate. The comparison of the present results with other models' was successful too. Finally, a parametric study was carried out for classical flutter with respect the value

of reduced frequency, considering the same airfoil at different radial positions in a blade.

Considering the numerical models introduced to the code, conclusions were drawn about the efficiency of interpolation schemes and turbulence models. Successful convergence depends mainly on the interpolation scheme used for the discretization of the terms in the transport equations of turbulence quantities. The higher the accuracy of the scheme used, the lower the possibility to achieve convergence. The accuracy of the results depends on the interpolation scheme used for the discretization of the terms in the momentum equations. The best results were obtained with the TVD schemes. At small angles of attack, all models produce similar results while those using wall functions are computationally more efficient. Finally, at large angles of attack, the models that integrate up to the wall produce more accurate results and predict the appearance of separation earlier.

In the case of classical flutter the present results confirm the predictions of the linearized models for the effect of decrease of reduced frequency, of increase of mass ratio and of decrease of natural frequency on the airfoil stability.

The profound effect of aerodynamic hysteresis on the character of the aeroelastic behavior was also confirmed.

Finally, it is concluded that the objective of this research, i.e. the development of a numerical model appropriate for the study of the aeroelastic behavior of airfoils, is achieved, while suggestions are made for the further improvement of the code and for new parametric studies.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>Καταλογος συμβολων και συντομογραφων</b>	<b>1</b>
<b>Σύμβολα</b>	<b>1</b>
<b>Ελληνικοί Χαρακτήρες</b>	<b>1</b>
<b>Λατινικοί χαρακτήρες</b>	<b>3</b>
<b>Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή</b>	<b>11</b>
<b>1.1 Αντικείμενο της έρευνας</b>	<b>11</b>
<b>1.2 Στόχοι της Διατριβής</b>	<b>12</b>
<b>1.3 Συνεισφορά και πρωτοτυπία της Διατριβής</b>	<b>12</b>
<b>1.4 Δομή της Διατριβής</b>	<b>13</b>
<b>Κεφάλαιο 2. Περιγραφή του αεροελαστικού προβλήματος</b>	<b>15</b>
<b>2.1 Χαρακτηριστικά ανεμογεννητριών – πτερυγώσεων - αεροτομών</b>	<b>15</b>
2.1.1 Κύρια χαρακτηριστικά ανεμογεννητριών	15
2.1.1.1 Μέρη της ανεμογεννήτριας	15
2.1.1.2 Χαρακτηριστικά γεωμετρίας και λειτουργίας ανεμογεννητριών	16
2.1.1.3 Κατηγοριοποίηση ανεμογεννητριών	19
2.1.2 Κύρια χαρακτηριστικά πτερυγώσεων	23
2.1.3 Κύρια χαρακτηριστικά αεροτομών	24
2.1.4. Σύγχρονες κατασκευαστικές τάσεις	25
<b>2.2 Περιγραφή της προς μελέτη ροής</b>	<b>26</b>
2.2.1 Ροή γύρω από αεροτομή	26
2.2.2 Η ροή γύρω από το πτερύγιο	30
2.2.3 Απώλεια στήριξης	31
<b>2.3 Θεωρία πτερυγισμού</b>	<b>31</b>
2.3.1.Γενικά περί πτερυγισμού	31
2.3.2 Ορισμοί	33
2.3.3 Αεροελαστική Απόκλιση	34
2.3.3.1 Διερεύνηση της λύσης	37
2.3.4 Κλασσικός πτερυγισμός	37
2.3.4.1 Γραμμικοποίηση	38
2.3.4.2 Επίλυση γραμμικοποιημένου συστήματος	40
2.3.4.2.1 Πεδίο του χρόνου	40
2.3.4.2.2 Πεδίο συχνοτήτων	42
2.3.4.2.3 Διερεύνηση της λύσης	45
2.3.4.3 Φυσική εξήγηση πτερυγισμού	46
2.3.4.3.1 Φυσική εξήγηση αεροδυναμικής αστάθειας με έναν βαθμό ελευθερίας	47
2.3.4.3.2 Φυσική εξήγηση κλασσικού πτερυγισμού	49
2.3.4.4 Παρεμπόδιση εμφάνισης πτερυγισμού	50
2.3.4.5 Τελικό σχόλιο για τον κλασσικό πτερυγισμό	50
2.3.5 Πτερυγισμός σε κατάσταση απώλειας στήριξης	51
2.3.5.1 Καμπτικός stall flutter	52
2.3.5.2 Στρεπτικός stall flutter	54
2.3.5.3 Γραμμικοποιημένη προσέγγιση του πτερυγισμού σε κατάσταση απώλειας στήριξης	55
2.3.5.4 Χαρακτηριστικά του stall flutter	57
2.3.5.5 Παρεμπόδιση εμφάνισης πτερυγισμού σε απώλεια στήριξης	58
2.3.6 Τελικό σχόλιο	59
<b>Κεφάλαιο 3. Βιβλιογραφική ανασκόπηση</b>	<b>61</b>
<b>3.1 Πεδία έρευνας σε Ανεμογεννήτριες</b>	<b>61</b>

<b>3.2 Διαχωρισμός αντικειμένων έρευνας στην αεροελαστικότητα</b>	<b>62</b>
<b>3.3 Πεδία έρευνας σε αεροελαστικότητα</b>	<b>64</b>
3.3.1 Παραδοχές	64
3.3.1.1 Αριθμός διαστάσεων που λαμβάνονται υπόψη	64
3.3.1.2 Φαινόμενα που λαμβάνονται υπόψη	65
3.3.1.3 Βαθμοί ελευθερίας που λαμβάνονται υπόψη	66
3.3.2 Μοντελοποίηση της δομής	67
3.3.2.1 Μοντελοποίηση δομής χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής	68
3.3.2.2 Μοντελοποίηση δομής με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής	69
3.3.3 Μοντελοποίηση της ροής	69
3.3.3.1 Μοντελοποίηση της ροής χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής	70
3.3.3.2 Μοντελοποίηση της ροής με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής	72
3.3.4 Σύζευξη των μοντέλων δομής και ροής	73
3.3.5 Μέθοδοι επίλυσης	75
3.3.5.1 Μέθοδοι επίλυσης χωρίς τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής	75
3.3.5.2 Μέθοδοι επίλυσης με τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής	76
3.3.6 Πεδίο χρόνου –πεδίο συχνοτήτων	77
3.3.6.1 Πεδίο συχνοτήτων χωρίς τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής	77
3.3.6.2 Πεδίο συχνοτήτων με τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής	79
3.3.7 Υπολογισμός εξωτερικού πεδίου ροής	80
<b>3.4 Έρευνα στην αεροελαστικότητα χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής για Α/Γ</b>	<b>81</b>
<b>3.5 Έρευνα στην αεροελαστικότητα με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής σε Α/Γ</b>	<b>91</b>
<b>3.7 Πειραματικά αποτελέσματα</b>	<b>95</b>
<b>3.8 Τελικό σχόλιο</b>	<b>95</b>
<b>Κεφάλαιο 4. Μαθηματικά μοντέλα</b>	<b>97</b>
<b>4.1 Εξισώσεις του πεδίου ροής</b>	<b>97</b>
4.1.1 Εξισώσεις Navier Stokes	97
4.1.2 Reynolds Averaged Navier-Stokes εξισώσεις	99
4.1.3 Διατμητικές τάσεις Reynolds	101
4.1.4 Μοντέλα τύρβης	101
4.1.4.1 Υπόθεση Boussinesq	101
4.1.4.2 Εξίσωση κινητικής ενέργειας μέσης ροής και τύρβης	102
4.1.4.3 Μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούν την υπόθεση Boussinesq	104
4.1.4.4 Standard k-ε μοντέλο (high Re μοντέλο)	107
4.1.4.5 Low Re k-ε μοντέλο	109
4.1.4.6 RNG k-ε μοντέλο	110
4.1.4.7 Standard k-ω μοντέλο	111
4.1.4.8 Low Re k-ω μοντέλο	112
<b>4.2 Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων</b>	<b>113</b>
4.2.1 Υπολογισμός δύναμης πίεσης	113
4.2.2 Υπολογισμός δύναμης τριβής	113
4.2.3 Υπολογισμός φορτίων πάνω σε αεροτομή	114
<b>4.3 Εξισώσεις του αεροελαστικού προβλήματος</b>	<b>115</b>
4.3.1. Εξισώσεις Lagrange	115
4.3.1.1 Μέθοδος των μεταβολών	115
4.3.1.2 Αρχή των δυνατών έργων	116
4.3.1.3 Συναρτήσεις Lagrange	116
4.3.1.4 Αρχή του Hamilton	116
4.3.1.5 Γενικευμένες συντεταγμένες	116
4.3.1.6 Εξισώσεις Lagrange	117
4.3.2. Αεροελαστικές εξισώσεις	118
4.3.2.1 Υπολογισμός διανύσματος θέσης	119

4.3.2.1.1 Γενικό σύστημα αναφοράς	119
4.3.2.1.2 Διάνυσμα παράλληλης μεταφοράς	121
4.3.2.1.3 Μητρώο περιστροφής	121
4.3.2.1.4 Διάνυσμα θέσης απαραμόρφωτης διατομής	122
4.3.2.1.5 Διάνυσμα ελαστικών παραμορφώσεων και στροφών	122
4.3.2.1.6 Μητρώο παραμόρφωσης	123
4.3.2.2 Υπολογισμός των επιμέρους ενεργειών	125
4.3.2.2.1 Υπολογισμός κινητικής ενέργειας	125
4.3.2.2.2 Υπολογισμός της εσωτερικής δυναμικής ενέργειας	126
4.3.2.3 Κατασκευή βασικών εξισώσεων	127
4.3.3 Αδιαστατοποίηση των εξισώσεων	127
4.3.3.1 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση flap	128
4.3.3.2 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση edge	128
4.3.3.3 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση pitch	129
4.3.3.4 Σύστημα αδιαστατοποιημένων εξισώσεων	130
4.3.4. Υπολογισμός εξωτερικών φορτίων	130
4.3.4.1 Υπολογισμός δυνάμεων	130
4.3.4.2 Υπολογισμός ροπής	131
4.3.5 Οριακές συνθήκες	133
4.3.5.1 Υπολογισμός συνθηκών εισόδου	133
4.3.5.1.1 Σύστημα συντεταγμένων	133
4.3.5.1.2 Γωνία αρχικού pitch	135
4.3.5.1.3 Περιστροφή του πτερυγίου	135
4.3.5.1.4 Pitch μετατόπιση του πτερυγίου	136
4.3.5.1.5 Flap ταχύτητα του πτερυγίου	137
4.3.5.1.6 Edge ταχύτητα του πτερυγίου	138
4.3.5.1.7 Υπολογισμός ενεργού γωνίας πρόσπτωσης	139
4.3.5.2 Μεταβολή οριακών συνθηκών επιφάνειας στερεού	139
4.3.6 Επιτάχυνση στην επιφάνεια της αεροτομής	140
<b>4.4 Σύνοψη των εξισώσεων του αεροελαστικού προβλήματος</b>	<b>141</b>
4.4.1 Εξισώσεις επίλυσης αεροδυναμικού τμήματος του προβλήματος	141
4.4.2 Εξισώσεις επίλυσης αεροελαστικού τμήματος του προβλήματος	142
4.4.2.1 Υπολογισμός φορτίων	142
4.4.2.2 Αεροελαστικές εξισώσεις	142
4.4.3 Εξισώσεις υπολογισμού οριακών συνθηκών	142
<b>Κεφάλαιο 5. Αριθμητικά Μοντέλα</b>	<b>145</b>
<b>5.1 Εισαγωγή</b>	<b>145</b>
<b>5.2 Υπολογιστικό πλέγμα</b>	<b>145</b>
5.2.1 Οριακές συνθήκες	148
<b>5.3 Διακριτοποίηση στο χώρο</b>	<b>149</b>
5.3.1 Αδιαστατοποίηση των εξισώσεων Navier-Stokes	150
5.3.2 Μέθοδος πεπερασμένων όγκων	151
5.3.3 Μέθοδοι παρεμβολής	156
5.3.3.1 Απλή ανάντη παρεμβολή	156
5.3.3.2 Μέθοδος κεντρικής διαφοράς	157
5.3.3.2.1 Μίξη των δύο μεθόδων	157
5.3.3.3 Υβριδική ανάντη	158
5.3.3.4 Παρεμβολή QUICK	159
5.3.3.5 Μέθοδοι παρεμβολής TVD	160
<b>5.4 Διακριτοποίηση στο χρόνο</b>	<b>165</b>
<b>5.5 Μέθοδος επίλυσης</b>	<b>166</b>
5.5.1 Αλγόριθμος σύζευξης των εξισώσεων	166
5.5.1.1 Διόρθωση πίεσης	167
5.5.2 Μέθοδος επίλυσης των συστημάτων	168
<b>5.6 Βελτιώσεις του κώδικα CAFFA</b>	<b>169</b>

5.6.1 Γενικά για τον κώδικα CAFFA	169
5.6.2 Εισαγωγή υπολογισμού επιπλέον στοιχείων	171
5.6.3 Έλεγχος των σχημάτων διακριτοποίησης	174
5.6.3.1 Έλεγχος υβριδικού ανάντη σχήματος παρεμβολής	175
5.6.3.2 Έλεγχος σχήματος παρεμβολής QUICK	176
5.6.3.3 Έλεγχος σχήματος παρεμβολής TVD	176
5.6.4 Εισαγωγή μεθόδων αριθμητικής σταθεροποίησης	178
5.6.4.1 Αλγόριθμος SIMPLEC	178
5.6.4.2 Εισαγωγή ψευδομεταβατικού όρου	180
5.6.5 Εισαγωγή νέων μοντέλων τύρβης	181
5.6.5.1 Συναρτήσεις τοίχου	181
5.6.5.2 Συναρτήσεις απόσβεσης	184
5.6.5.3 Εισαγωγή χαμηλού Re k-ε μοντέλου τύρβης	185
5.6.5.4 Εισαγωγή του k-ω υψηλού Re μοντέλου τύρβης	188
5.6.5.5 Εισαγωγή του k-ω χαμηλού Re μοντέλου τύρβης	192
<b>5.7 Εισαγωγή μη-μόνιμης ροής</b>	<b>193</b>
<b>5.8 Αλλαγή του πλέγματος</b>	<b>196</b>
<b>5.9 Εισαγωγή αεροελαστικού μοντέλου</b>	<b>197</b>
5.9.1 Επικοινωνία αεροδυναμικού και ελαστικού μοντέλου	197
5.9.1.1 Οριακές συνθήκες εισόδου	198
5.9.1.2 Οριακές συνθήκες επιφάνειας στερεού	198
5.9.1.3 Όροι πηγής	198
5.9.2 Αλγόριθμος επίλυσης του αεροελαστικού συστήματος	199
5.9.2.1 Γενική μορφή του αλγόριθμου Newmark	200
5.9.2.2 Ο αλγόριθμος Newmark	201
5.9.2.3 Προσέγγιση των αεροδυναμικών φορτίων	203
5.9.2.3.1 Direct Newmark	203
5.9.2.3.2 Semi- indirect Newmark	203
5.9.2.3.3 Indirect Newmark	204
<b>5.10 Λογικό διάγραμμα αλγόριθμου</b>	<b>205</b>
<b>Κεφάλαιο 6. Αποτελέσματα και συζήτηση</b>	<b>207</b>
<b>6.1 Γενικά στοιχεία προσομοιώσεων</b>	<b>207</b>
6.1.1 Αδιαστατοποίηση	207
6.1.2 Πλέγμα	207
6.1.3 Οριακές συνθήκες	209
<b>6.2 Προσομοίωση μόνιμης ροής</b>	<b>210</b>
6.2.1 Προσομοίωση στρωτής ροής	210
6.2.2 Προσομοίωση τυρβώδους ροής	212
6.2.2.1 Προσομοίωση μόνιμης τυρβώδους ροής γύρω από την αεροτομή NACA0012	213
6.2.2.1.1 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=7.6 \times 10^5$ και $\alpha=8^\circ$	214
6.2.2.1.2 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=1.5 \times 10^6$ $\alpha=8^\circ$	221
6.2.2.1.3 Τυρβώδης ροή γύρω από αεροτομή ONERA με $Re=2.07 \times 10^6$ και $\alpha=8.1^\circ$	228
6.2.2.1.4 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=1.5 \times 10^6$	229
6.2.2.1.5 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=2 \times 10^6$	231
6.2.2.1.6 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=3 \times 10^6$	233
6.2.2.1.7 Σχολιασμός και βελτίωση αποτελεσμάτων μόνιμης ροής	239
<b>6.3 Μη-μόνιμη ροή</b>	<b>240</b>
6.3.1 Στρωτή μη-μόνιμη ροή ακίνητης αεροτομής	240
6.3.2 Κίνηση μεταβαλλόμενης γωνιακής ταχύτητας αεροτομής	245
6.3.3 Κίνηση ταλάντωσης αεροτομής	248
<b>6.4 Αεροελαστικότητα</b>	<b>253</b>
6.4.1 Πίνακας ελέγχου κλασσικού πτερυγισμού	254
6.4.1.1 Έλεγχος ευστάθειας	255
6.4.1.2 Παραμετρική μελέτη της περίπτωσης αναφοράς 1	257

6.4.1.3 Μελέτη περίπτωσης 3 κλασσικού πτερυγισμού	264
6.4.1.4 Υπόλοιπες περιπτώσεις πίνακα ελέγχου κλασσικού πτερυγισμού	270
6.4.2 Πίνακας ελέγχου πτερυγισμού με απώλεια στήριξης	282
<b>6.5 Παραμετρική μελέτη κλασσικού πτερυγισμού</b>	<b>300</b>
<b>Κεφάλαιο 7. Συμπεράσματα και προτάσεις</b>	<b>315</b>
<b>7.1 Συμπεράσματα</b>	<b>315</b>
7.1.1 Αριθμητικό μοντέλο	315
7.1.1.1 Προσομοίωσης μόνιμης ροής	315
Σχήματα διακριτοποίησης	315
Μοντέλα τύρβης	316
7.1.1.2 Προσομοίωση μη μόνιμης ροής	317
7.1.1.3 Προσομοίωση κλασσικού πτερυγισμού	317
7.1.1.4 Προσομοίωση πτερυγισμού με απώλεια στήριξης	318
7.1.2 Φυσική του πτερυγισμού	318
7.1.2.1 Κλασσικός πτερυγισμός	318
7.1.2.2 Πτερυγισμός με απώλεια στήριξης	319
<b>7.2 Προτάσεις</b>	<b>319</b>
7.2.1 Βελτίωση αριθμητικού κώδικα	319
7.2.2 Μελέτη πτερυγισμού	320
<b>Παράρτημα 1. Αδιαστατοποίηση των εξισώσεων Navier Stokes</b>	<b>321</b>
Π.1.1 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης συνέχειας	321
Π.1.2 Αδιαστατοποίηση την τυρβώδους κινητικής ενέργειας (k)	321
Π.1.3 Αδιαστατοποίηση του ρυθμού σκέδασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας $\epsilon$	322
Π.1.4 Αδιαστατοποίηση τυρβώδους κινηματικού ιξώδους	322
Π.1.5 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης της ορμής	322
Π.1.6 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας	323
Π.1.7 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης του ρυθμού σκέδασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας	324
<b>Παράρτημα 2. Αεροελαστικές εξισώσεις</b>	<b>327</b>
<b>Π.2.1 Υπολογισμός της κινητικής ενέργειας</b>	<b>327</b>
<b>Π.2.2 Υπολογισμός μερικών παραγώγων</b>	<b>329</b>
<b>Π.2.3 Αδιαστατοποίηση αεροελαστικών εξισώσεων</b>	<b>330</b>
Π.2.3.1 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση flap	330
Π.2.3.2 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση edge	333
Π.2.3.3 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση pitch	336
<b>Παράρτημα 3. Φωτογραφίες ανεμογεννητριών</b>	<b>341</b>
<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>346</b>





## ΤΙΤΛΟΙ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 6.1 Αντιστοιχία συμβολισμών σχημάτων παρεμβολής	213
Πίνακας 6.2 Χαρακτηριστικά προσομοίωσης ροής γύρω από NACA0012 ( $Re=7.6 \times 10^5$ , $k-\epsilon$ high Re μοντέλο τύρβης)	215
Πίνακας 6.3 Χαρακτηριστικά προσομοίωσης ροής γύρω από NACA0012 ( $Re=7.6 \times 10^5$ , $\alpha=8^\circ$ , $k-\omega$ high Re μοντέλο τύρβης με συναρτήσεις τοίχου)	217
Πίνακας 6.4 Χαρακτηριστικά προσομοίωσης ροής γύρω από NACA0012 ( $Re=7.6 \times 10^5$ , $\alpha=8^\circ$ , $k-\omega$ high Re, μοντέλο με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο)	218
Πίνακας 6.5 Χαρακτηριστικά προσομοίωσης ροής γύρω από NACA0012 ( $Re=7.6 \times 10^5$ , $\alpha=8^\circ$ , $k-\omega$ low Re μοντέλο τύρβης)	219
Πίνακας 6.6 Στοιχεία προσομοίωσης ροής (ONERA-A, γωνία= $8.1^\circ$ , $Re=2.07 \times 10^6$ )	228
Πίνακας 6.7 Έλεγχος ανεξαρτησίας πλέγματος (NACA0012 – $Re=3 \times 10^6$ – $\alpha=8^\circ$ )	239
Πίνακας 6.8 Σύγκλιση αεροδυναμικών συντελεστών CL	240
Πίνακας 6.9 Πίνακας ελέγχου για κλασσικό πτερυγισμό (θέση pitching 0.4c, αρχικές συνθήκες $u_o=u_o'=a_o'=0$ , $\alpha_o=6^\circ$ )	253
Πίνακας 6.10 Πίνακας ελέγχου για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης (γωνία πρόσπτωσης $18^\circ$ , αρχικές συνθήκες $u_o=u_o'=w_o=w_o'=0$ )	253
Πίνακας 6.11 Διαστατά χαρακτηριστικά του πίνακα ελέγχου κλασσικού πτερυγισμού	256
Πίνακας 6.12 Αναμενόμενα χαρακτηριστικά πίνακα ελέγχου κλασσικού πτερυγισμού	256
Πίνακας 6.13 Παραμετρική μελέτη	301

## ΤΙΤΛΟΙ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 2.1 Τομή μιας τυπικής ανεμογεννήτριας συνδεδεμένης σε δίκτυο <sup>[114]</sup>	16
Σχήμα 2.2 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα <sup>[114]</sup>	17
Σχήμα 2.3 Χαρακτηριστικά καμπύλη ισχύος – ταχύτητας ανέμου <sup>[114]</sup>	18
Σχήμα 2.4 Χαρακτηριστική καμπύλη συντελεστού ισχύος-λόγου ταχύτητας <sup>[100]</sup>	19
Σχήμα 2.5 Σκαρίφημα A/Γ οριζοντίου άξονα σε θέση α) ανάντη και β) κατάντη <sup>[100]</sup>	20
Σχήμα 2.6 Χαρακτηριστικές A/Γ μεγάλου λόγου πυκνότητας <sup>[100]</sup>	21
Σχήμα 2.7 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά αεροτομής	24
Σχήμα 2.8 Μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ για αεροτομή NACA0012, $Re=10^6$ <sup>[9]</sup>	29
Σχήμα 2.9 Μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ αεροτομής NACA0012, $Re=10^6$ <sup>[9]</sup>	30
Σχήμα 2.10 Βαθμοί ελευθερίας αεροτομής	34
Σχήμα 2.11 Τυπική διατομή με έναν βαθμό ελευθερίας (pitch)	35
Σχήμα 2.12 Τυπική διατομή με δύο βαθμούς ελευθερίας (pitch – flap)	39
Σχήμα 2.13 Μεταβολή αεροδυναμικής απόσβεσης για μηδενική διαφορά φάσης	48
Σχήμα 2.14 Μεταβολή αεροδυναμικής απόσβεσης για διαφορά φάσης $\phi$	49
Σχήμα 2.15 Στιγμαιαία απόκλιση από τη μέση γωνία πρόσπτωσης για καμπτική μετατόπιση	53
Σχήμα 2.16 Στιγμαιαία απόκλιση από τη μέση γωνία πρόσπτωσης για στρεπτική παραμόρφωση	54
Σχήμα 4.1 Βαθμοί ελευθερίας διδιάστατης αεροτομής	118
Σχήμα 4.2 Γενικό σύστημα συντεταγμένων	120
Σχήμα 4.3 Τοπικό σύστημα συντεταγμένων	120
Σχήμα 4.4 Περιστροφή συστήματος αξόνων	122
Σχήμα 4.5 Μητρώο παραμόρφωσης	123
Σχήμα 4.6 Υπολογισμός εξωτερικών φορτίων	131
Σχήμα 4.7 Υπολογισμός Αεροδυναμικής Ροπής της αεροτομής	132
Σχήμα 4.8 Τοπικό σύστημα συντεταγμένων ως προς προσπίπτοντα άνεμο	134
Σχήμα 4.9 Γωνία αρχικού pitch	135
Σχήμα 4.10 Επίδραση περιστροφής του πτερυγίου στη γωνία πρόσπτωσης	136
Σχήμα 4.11 Επίδραση της στρεπτικής μετατόπισης του πτερυγίου	137
Σχήμα 4.12 Επίδραση της flap ταχύτητας του πτερυγίου	138
Σχήμα 4.13 Επίδραση της edge ταχύτητας στην ενεργό γωνία πρόσπτωσης	138
Σχήμα 4.14 Οριακές συνθήκες στην επιφάνεια στερεού	140
Σχήμα 5.1 Τυπικό καμπυλόγραμμο πλέγμα	146
Σχήμα 5.2 Αρίθμηση ενός πλέγματος	147
Σχήμα 5.3 Συμβολισμοί ενός υπολογιστικού όγκου	148
Σχήμα 5.4 Τυπικό πλέγμα τύπου O	149
Σχήμα 5.5 Τυπικό πλέγμα τύπου C	149
Σχήμα 5.6 Όγκος ελέγχου και ονοματοθεσία	152
Σχήμα 5.7 Το σχήμα παρεμβολής QUICK σε μια διάσταση	159
Σχήμα 5.8 Κατανομές ταχύτητας $u$ και $v$ στα επίπεδα συμμετρίας της κοιλότητας, με υβριδικό ανάντη σχήμα παρεμβολής	175
Σχήμα 5.9 Κατανομές ταχύτητας $u$ και $v$ στα επίπεδα συμμετρίας της κοιλότητας με σχήμα QUICK	176
Σχήμα 5.10 Κατανομή ταχύτητας $u$ στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας με σχήμα TVD minmod	177
Σχήμα 5.11 Κατανομή ταχύτητας $u$ στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας με το TVD σχήμα Roe-Sweby Upwind με limiter Van Leer	178
Σχήμα 5.12 Σύγκριση ρυθμού σύγκλισης της εξίσωσης ορμής $U$ με αλγόριθμους SIMPLE και SIMPLEC	179
Σχήμα 5.13 Σύγκριση ρυθμού σύγκλισης της εξίσωσης ορμής $U$ με και χωρίς ψευδομεταβατικό όρο	180
Σχήμα 5.15 Κατανομή της ταχύτητας $u^+$ κοντά στον τοίχο $y^+$ για $Re_x=5600$	187
Σχήμα 5.16 Κατανομή του $k^+$ κοντά στον τοίχο $y^+$ για αριθμό $Re_x=24000$	187
Σχήμα 5.17 Κατανομή της ταχύτητας $u^*$ ως προς $y^*$ για τυρβώδη ροή σε κανάλι με $Re_H=13750$	189
Σχήμα 5.18 Κατανομή της ταχύτητας $u^*$ ως προς $y^+$ για τυρβώδη ροή σε κανάλι με $Re_H=13750$	190
Σχήμα 5.19 Κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας $k^+$ ως προς $y^*$ για τυρβώδη ροή σε κανάλι ( $Re_H=13750$ )	191
Σχήμα 5.20 Κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας $k^+$ ως προς $y^*$ για τυρβώδη ροή σε κανάλι ( $Re_H=13750$ )	191
Σχήμα 5.21 Κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας $k^+$ ως προς $y^*$ για τυρβώδη ροή σε κανάλι ( $Re_H=13750$ )	192
Σχήμα 5.22 Χρονική μεταβολή του μέσου αριθμού Nusselt (θερμός τοίχος), $Ra=10^3$	194

Σχήμα 5 23 Κατανομή της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας τη χρονική στιγμή $t=0.01$ για αριθμό $Re=10^4$	195
Σχήμα 5 24 Κατανομή της θερμοκρασίας στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας ( $t=0.015, Re=10^5$ )	195
Σχήμα 5 25 Κατανομή της θερμοκρασίας στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας ( $t=0.33, Re=10^6$ )	196
Σχήμα 5 26 Λογικό διάγραμμα αλγορίθμου επίλυσης	206
Σχήμα 6 1 Το συνολικό υπολογιστικό πεδίο	208
Σχήμα 6 2 Πλέγμα γύρω από την αεροτομή	209
Σχήμα 6 3 Κατανομή $C_p$ γύρω από NACA4418 ( $Re=8 \times 10^4$ , γωνία $0^\circ$ ) α) ανάντη ( $U_p$ ), β) κεντρική διαφορά (CD), γ) TVD (TVD)	211
Σχήμα 6 4 Γραμμές ροής και κατανομή πίεσης για NACA4418 ( $Re=8 \times 10^4$ , $\alpha=0^\circ$ )	212
Σχήμα 6 5 Κατανομή $C_p$ γύρω από αεροτομή NACA0012 ( $Re=7 \times 10^5$ , $\alpha=8^\circ$ , k-ε high Re μοντέλο τύρβης)	216
Σχήμα 6 6 Κατανομή $C_p$ γύρω από NACA0012 ( $Re=7 \times 10^5$ , $\alpha=8^\circ$ , k-ω high Re μοντέλο τύρβης με συναρτήσεις τοίχου)	217
Σχήμα 6 7 Κατανομή $C_p$ γύρω από αεροτομή NACA0012 ( $Re=7 \times 10^5$ , $\alpha=8^\circ$ , k-ω high Re με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο)	218
Σχήμα 6 8 Κατανομή $C_p$ γύρω από αεροτομή NACA0012 ( $Re=7 \times 10^5$ , $\alpha=8^\circ$ , k-ω low Re)	219
Σχήμα 6 9 Κατανομή $C_p$ γύρω από αεροτομή NACA0012 ( $Re=7 \times 10^5$ , $\alpha=8^\circ$ )	220
Σχήμα 6 10 Κατανομή $C_p$ για High Re k-ε μοντέλο (NACA0012, $\alpha=8^\circ$ , $Re=1.5 \times 10^6$ )	223
Σχήμα 6 11 Κατανομή $C_p$ για High Re k-ω μοντέλο με συναρτήσεις τοίχου (NACA0012, $\alpha=8^\circ$ , $Re=1.5 \times 10^6$ )	224
Σχήμα 6 12 Κατανομή $C_p$ για High Re k-ω μοντέλο με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο (NACA0012, $\alpha=8^\circ$ , $Re=1.5 \times 10^6$ )	225
Σχήμα 6 13 Κατανομή $C_p$ για Low Re k-ω μοντέλο (NACA0012, $\alpha=8^\circ$ , $Re=1.5 \times 10^6$ )	226
Σχήμα 6 14 Κατανομή $C_p$ γύρω από αεροτομή NACA0012 ( $Re=1.5 \times 10^6$ , $\alpha=8^\circ$ )	227
Σχήμα 6 15 Λεπτομέρεια κατανομής $C_p$ (NACA0012, γωνία $8^\circ$ , $Re=1.5 \times 10^6$ )	227
Σχήμα 6 16 Κατανομή $C_p$ για High Re k-ε μοντέλο (ONERA-A, $\alpha=8.1^\circ$ , $Re=2.07 \times 10^6$ )	229
Σχήμα 6 17 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ (NACA0012, $Re=1.5 \times 10^6$ )	230
Σχήμα 6 18 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ (NACA0012, $Re=1.5 \times 10^6$ )	230
Σχήμα 6 19 Θέση εμφάνισης αποκόλλησης (NACA0012, $Re=1.5 \times 10^6$ )	231
Σχήμα 6 20 Μεταβολή συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ (NACA0012, $Re=2 \times 10^6$ )	232
Σχήμα 6 21 Μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ (NACA0012, $Re=2 \times 10^6$ )	232
Σχήμα 6 22 Θέση αποκόλλησης ροής (NACA0012, $Re=2 \times 10^6$ )	233
Σχήμα 6 23 Μεταβολή συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ (NACA0012, $Re=3 \times 10^6$ )	233
Σχήμα 6 24 Μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ (NACA0012, $Re=3 \times 10^6$ )	234
Σχήμα 6 26 Ροϊκές γραμμές και ισουψείς πίεσης (NACA0012, $Re=3 \times 10^6$ , $\alpha=8^\circ$ )	235
Σχήμα 6 27 Ισουψείς κινητικής ενέργειας τύρβης k (NACA0012, $Re=3 \times 10^6$ , $\alpha=8^\circ$ )	236
Σχήμα 6 28 Ισουψείς ρυθμού σκέδασης, $\epsilon$ (NACA0012, $Re=3 \times 10^6$ , $\alpha=8^\circ$ )	236
Σχήμα 6 29 Ροϊκές γραμμές και ισουψείς πίεσης (NACA0012, $Re=3 \times 10^6$ , $\alpha=18^\circ$ )	237
Σχήμα 6 30 Ισουψείς κινητικής ενέργειας τύρβης k (NACA0012, $Re=3 \times 10^6$ , $\alpha=18^\circ$ )	237
Σχήμα 6 31 Ισουψείς ρυθμού σκέδασης, $\epsilon$ (NACA0012, $Re=3 \times 10^6$ , $\alpha=28^\circ$ )	238
Σχήμα 6 32 Χρονική μεταβολή του συντελεστή $C_L$ ( $Re=8 \times 10^4$ , $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)	241
Σχήμα 6 33 Χρονική μεταβολή του συντελεστή $C_D$ ( $Re=8 \times 10^4$ , $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)	242
Σχήμα 6 34 Κατανομή συντελεστού $C_p$ σε διάφορους χρόνους ( $Re=8 \times 10^4$ , $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)	242
Σχήμα 6 35 Ισοβαρείς και γραμμές ροής γύρω από αεροτομή για $t=2.5$ ( $Re=8 \times 10^4$ , $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)	243
Σχήμα 6 36 Ισοβαρείς και γραμμές ροής γύρω από αεροτομή για $t=5$ ( $Re=8 \times 10^4$ , $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)	243
Σχήμα 6 37 Ισοβαρείς και γραμμές ροής γύρω από αεροτομή για $t=7.5$ ( $Re=8 \times 10^4$ , $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)	244
Σχήμα 6 38 Ισοβαρείς και γραμμές ροής γύρω από αεροτομή για $t=12.5$ ( $Re=8 \times 10^4$ , $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)	244
Σχήμα 6 39 Χρονική μεταβολή συντελεστή $C_L$ (NACA0012, $Re=10^4$ , $\alpha=0^\circ$ )	247
Σχήμα 6 40 Χρονική μεταβολή συντελεστή $C_D$ (NACA0012, $Re=10^4$ , $\alpha=0^\circ$ )	247
Σχήμα 6 41 Μεταβολή του αεροδυναμικών συντελεστών για περιστρεφόμενη αεροτομή (NACA0012, $Re=10^4$ )	248
Σχήμα 6 42 Χρονική μεταβολή συντελεστή $C_L$ (NACA0012, $Re=10^6$ , $\alpha=5^\circ$ )	250
Σχήμα 6 43 Χρονική μεταβολή συντελεστή $C_D$ (NACA0012, $Re=10^6$ , $\alpha=5^\circ$ )	251

Σχήμα 6.44 Μεταβολή του συντελεστή $C_L$ (NACA0012, $Re=10^6$ )	251
Σχήμα 6.45 Μεταβολή του συντελεστή $C_D$ (NACA0012, $Re=10^6$ )	252
Σχήμα 6.46 Μεταβολή του συντελεστή $C_m$ (NACA0012, $Re=10^6$ )	252
Σχήμα 6.47 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 1 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE) <sup>[17]</sup>	257
Σχήμα 6.48 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 1 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES) <sup>[17]</sup>	257
Σχήμα 6.49 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 1 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE) <sup>[17]</sup>	257
Σχήμα 6.50 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 1 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES) <sup>[17]</sup>	258
Σχήμα 6.51 Μεταβολή συντελεστή $C_L$ (NACA0015, $Re=2 \times 10^6$ , $\alpha=6^\circ$ )	258
Σχήμα 6.52 Μεταβολή συντελεστή $C_D$ (NACA0015, $Re=2 \times 10^6$ , $\alpha=6^\circ$ )	259
Σχήμα 6.53 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο $t=250 - g=4.7$ )	260
Σχήμα 6.54 Ταλαντώσεις στη pitch κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο $t=250 - g=4.7$ )	260
Σχήμα 6.55 Βρόγχος συντελεστή $C_L$ για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο $t=250 - g=4.7$ – Direct Newmark)	261
Σχήμα 6.56 Βρόγχος συντελεστή $C_D$ για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 – ( $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο $t=250 - g=4.7$ – Direct Newmark)	262
Σχήμα 6.57 Βρόγχος συντελεστή $C_m$ για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο $t=250 - g=4.7$ – Direct Newmark)	262
Σχήμα 6.58 Βρόγχος συντελεστή $C_L$ για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο $t=250 - g=4.7$ – Indirect Newmark)	263
Σχήμα 6.59 Βρόγχος συντελεστή $C_D$ για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 – ( $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο $t=250 - g=4.7$ – Indirect Newmark)	263
Σχήμα 6.60 Βρόγχος συντελεστή $C_m$ για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο $t=250 - g=4.7$ – Indirect Newmark)	264
Σχήμα 6.61 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 3 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE) <sup>[17]</sup>	265
Σχήμα 6.62 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 3 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES-VUB) <sup>[17]</sup>	265
Σχήμα 6.63 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 3 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE) <sup>[17]</sup>	265
Σχήμα 6.64 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 3 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES-VUB) <sup>[17]</sup>	266
Σχήμα 6.65 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 ( $g=4.7$ - Indirect Newmark – $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	267
Σχήμα 6.66 Ταλαντώσεις στη pitch κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 ( $g=4.7$ - Indirect Newmark – $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	267
Σχήμα 6.67 Βρόγχος συντελεστή $C_L$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 – ( $g=4.7$ - Indirect Newmark – $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	268
Σχήμα 6.68 Βρόγχος συντελεστή $C_D$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 – ( $g=4.7$ - Indirect Newmark – $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	269
Σχήμα 6.69 Βρόγχος συντελεστή $C_m$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 – ( $g=4.7$ - Indirect Newmark – $dt=0.05$ – αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	269
Σχήμα 6.70 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$ – $dt=0.05$ - Direct Newmark - αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	270
Σχήμα 6.71 Ταλαντώσεις στη pitch κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$ – $dt=0.05$ - Direct Newmark - αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	271
Σχήμα 6.72 Βρόγχος συντελεστή $C_L$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$ – Direct Newmark – $dt=0.05$ - αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	272
Σχήμα 6.73 Βρόγχος συντελεστή $C_D$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$ – Direct Newmark – $dt=0.05$ - αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	272
Σχήμα 6.74 Βρόγχος συντελεστή $C_m$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$ – Direct Newmark – $dt=0.05$ - αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	273
Σχήμα 6.75 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7$ – $dt=0.05$ - Indirect Newmark – αρχικό πεδίο για $\tau=250$ )	274

Σχήμα 6.76 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7 - dt=0.05 - Indirect Newmark - αρχικό πεδίο για \tau=250$ )	274
Σχήμα 6.77 Βρόγχος συντελεστή $C_L$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7 - indirect Newmark - dt=0.05 - αρχικό πεδίου χρόνου για \tau=250$ )	275
Σχήμα 6.78 Βρόγχος συντελεστή $C_D$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7 - indirect Newmark - dt=0.05 - αρχικό πεδίου χρόνου για \tau=250$ )	276
Σχήμα 6.79 Βρόγχος συντελεστή $C_m$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7 - indirect Newmark - dt=0.05 - αρχικό πεδίου χρόνου για \tau=250$ )	276
Σχήμα 6.80 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 5 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE) <sup>[17]</sup>	277
Σχήμα 6.81 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 5 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES) <sup>[17]</sup>	277
Σχήμα 6.82 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 5 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE) <sup>[17]</sup>	278
Σχήμα 6.83 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 5 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES) <sup>[17]</sup>	278
Σχήμα 6.84 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7 - dt=0.05 - Indirect Newmark - αρχικό πεδίο για \tau=250$ )	279
Σχήμα 6.85 Ταλαντώσεις στη pitch κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7 - dt=0.05 - Indirect Newmark - αρχικό πεδίο για \tau=250$ )	279
Σχήμα 6.86 Βρόγχος συντελεστή $C_L$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7 - dt=0.05 - Indirect Newmark - αρχικό πεδίο για \tau=250$ )	280
Σχήμα 6.87 Βρόγχος συντελεστή $C_D$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7 - dt=0.05 - Indirect Newmark - αρχικό πεδίο για \tau=250$ )	281
Σχήμα 6.88 Βρόγχος συντελεστή $C_m$ κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7 - dt=0.05 - Indirect Newmark - αρχικό πεδίο για \tau=250$ )	281
Σχήμα 6.89 Ισοβαρείς και ροικές γραμμές (NACA0015 – $\alpha=18^\circ - Re=2 \times 10^6$ )	283
Σχήμα 6.90 Χρονική μεταβολή συντελεστή $C_L$ (NACA0015, $Re=2 \times 10^6$ , $\alpha=18^\circ$ )	283
Σχήμα 6.91 Χρονική μεταβολή συντελεστή $C_D$ (NACA0015, $Re=2 \times 10^6$ , $\alpha=18^\circ$ )	284
Σχήμα 6.92 Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 1 (αναφοράς), (DTU-RISOE-NTUA-CRES) <sup>[17]</sup>	285
Σχήμα 6.93 Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 1 (αναφοράς), (CRES-Model) <sup>[17]</sup>	285
Σχήμα 6.94 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 1 (αναφοράς), (DTU-RISOE-NTUA-CRES) <sup>[17]</sup>	285
Σχήμα 6.95 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 1 (αναφοράς), (CRES-Model) <sup>[17]</sup>	286
Σχήμα 6.96 Ταλαντώσεις κατά τη flap κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 1 ( $dt=0.05 - g=4.7 - Indirect Newmark - αρχικό \tau=500$ )	286
Σχήμα 6.97 Ταλαντώσεις κατά τη edge κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 1 ( $dt=0.05 - g=4.7 - Indirect Newmark - αρχικό \tau=500$ )	287
Σχήμα 6.98 Βρόγχος συντελεστή $C_L$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 1 ( $g=4.7 - Indirect Newmark - dt=0.05 - αρχικό πεδίο για χρόνο \tau=500$ )	288
Σχήμα 6.99 Βρόγχος συντελεστή $C_D$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 1 ( $g=4.7 - Indirect Newmark - dt=0.05 - αρχικό πεδίο για χρόνο \tau=500$ )	288
Σχήμα 6.100 Βρόγχος συντελεστή $C_m$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 1 ( $g=4.7 - Indirect Newmark - dt=0.05 - αρχικό πεδίο για χρόνο \tau=500$ )	289
Σχήμα 6.101 Ταλαντώσεις κατά τη flap κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 2 ( $dt=0.05 - g=4.7 - Indirect Newmark - αρχικό \tau=500$ )	290
Σχήμα 6.102 Ταλαντώσεις κατά τη edge κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 2 ( $dt=0.05 - g=4.7 - Indirect Newmark - αρχικό \tau=500$ )	290
Σχήμα 6.103 Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 3, (DTU-RISOE-NTUA-CRES) <sup>[17]</sup>	291
Σχήμα 6.104 Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 3, (CRES-Model) <sup>[17]</sup>	291
Σχήμα 6.105 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 3, (DTU-RISOE-NTUA-CRES) <sup>[17]</sup>	292
Σχήμα 6.106 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 3, (CRES-Model) <sup>[17]</sup>	292

Σχήμα 6.107 Ταλαντώσεις κατά τη flap κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 3 (dt=0.05 – g=4.7 – Indirect Newmark – αρχικό τ=500)	293
Σχήμα 6.108 Ταλαντώσεις κατά τη edge κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 3 (dt=0.05 – g=4.7 – Indirect Newmark – αρχικό τ=500)	293
Σχήμα 6.109 Βρόγχος συντελεστή $C_L$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 3 (g=4.7 – Indirect Newmark – dt=0.05 – αρχικό τ=500)	294
Σχήμα 6.110 Βρόγχος συντελεστή $C_D$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 3 (g=4.7 – Indirect Newmark – dt=0.05 – αρχικό τ=500)	294
Σχήμα 6.111 Βρόγχος συντελεστή $C_m$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 3 (g=4.7 – Indirect Newmark – dt=0.05 – αρχικό τ=25)	295
Σχήμα 6.112 Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 5, (DTU-RISOE-VUB-CRES) <sup>[17]</sup>	296
Σχήμα 6.113 Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 5, (CRES-Model) <sup>[17]</sup>	296
Σχήμα 6.114 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 5, (DTU-RISOE-VUB-CRES) <sup>[17]</sup>	296
Σχήμα 6.115 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 5, (CRES-Model) <sup>[17]</sup>	297
Σχήμα 6.116 Ταλαντώσεις κατά τη flap κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 5 (dt=0.05 – g=4.7 – Indirect Newmark – αρχικό τ=500)	297
Σχήμα 6.117 Ταλαντώσεις κατά τη edge κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 5 (dt=0.05 – g=4.7 – Indirect Newmark – αρχικό τ=500)	298
Σχήμα 6.118 Βρόγχος συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 5 (g=4.7 – Indirect Newmark – dt=0.05 – αρχικό τ=500)	299
Σχήμα 6.119 Βρόγχος συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 5 (g=4.7 – Indirect Newmark – dt=0.05 – αρχικό τ=500)	299
Σχήμα 6.120 Βρόγχος συντελεστή αεροδυναμικής ροπής $C_m$ για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 5 (g=4.7 – Indirect Newmark – dt=0.05 – αρχικό τ=500)	300
Σχήμα 6.121 Πρόσημο χαρακτηριστικού πολυωνόμου B <sup>2</sup> -4AC	301
Σχήμα 6.122 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση flap – περίπτωση 1	302
Σχήμα 6.123 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση pitch – περίπτωση 1	302
Σχήμα 6.124 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ – περίπτωση 1	303
Σχήμα 6.125 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ – περίπτωση 1	304
Σχήμα 6.126 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής $C_m$ – περίπτωση 1	304
Σχήμα 6.127 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση flap – περίπτωση 2	305
Σχήμα 6.128 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση pitch – περίπτωση 2	305
Σχήμα 6.129 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση flap – περίπτωση 3	306
Σχήμα 6.130 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση pitch – περίπτωση 3	306
Σχήμα 6.131 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ – περίπτωση 3 – Direct Newmark	307
Σχήμα 6.132 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ – περίπτωση 3 – Direct Newmark	308
Σχήμα 6.133 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής $C_m$ – περίπτωση 3 – Direct Newmark	308
Σχήμα 6.134 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ – περίπτωση 3 – Indirect Newmark	309
Σχήμα 6.135 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ – περίπτωση 3 – Indirect Newmark	309
Σχήμα 6.136 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής $C_m$ – περίπτωση 3 – Indirect Newmark	310
Σχήμα 6.137 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση flap – περίπτωση 4	311
Σχήμα 6.138 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση pitch – περίπτωση 4	311
Σχήμα 6.139 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης $C_L$ – περίπτωση 4	312
Σχήμα 6.140 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας $C_D$ – περίπτωση 4	313
Σχήμα 6.141 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής $C_m$ – περίπτωση 4	313
Εικόνα 1. Ανεμογεννήτρια Wincon στη Σύρο	341
Εικόνα 2. Πτερύγιο αποσυναρμολογημένο της ανωτέρω ανεμογεννήτριας	341
Εικόνα 3. Όψη ατράκτου και δρομέα της ανωτέρω ανεμογεννήτριας	342
Εικόνα 4. Στη σκιά της ανεμογεννήτριας	342
Εικόνα 5. Ανεμογεννήτρια κατακόρυφου άξονα στη Σκύρο	343
Εικόνα 6. Ανεμογεννήτρια 145 kW στη Σκύρο (EMΠ-ΔΕΗ), ιστός ανεμομέτρου	343
Εικόνα 7. Κατεστραμμένο πτερύγιο της A/G οριζοντίου άξονα της Σκύρου	344
Εικόνα 8. Όψη της ατράκτου της A/G οριζοντίου άξονα της Σκύρου	344
Εικόνα 9. Ανεμογεννήτρια στη Γερμανία δίπλα στο Ρήνο (Karlsruhe)	345
Εικόνα 10. Ανεμογεννήτριες στη Μήλο	345

# ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ

## Σύμβολα

- (.)<sup>\*</sup> αδιαστατοποίηση ως προς ταχύτητα αναφοράς  $\left( = \frac{(\cdot)}{U_0} \right)$  (παρ. 1)<sup>1\*</sup>,  
αδιαστατοποίηση ως προς το μήκος χορδής  $c$   $\left( = \frac{(\cdot)}{c} \right)$  (παρ. 2)
- (.)<sup>\*\*</sup> αδιαστατοποίηση ως προς ταχύτητα αναφοράς της διακύμανσης μιας ποσότητας  $\left( = \frac{(\cdot)}{U_0} \right)$  (παρ. 1)
- $\dot{(\cdot)}$  παραγωγή ως προς το χρόνο (παρ. 2)
- $(\cdot)'$  παραγωγή ως προς τον αδιαστατοποιημένο χρόνο (παρ. 2)
- $\overline{(\cdot)}$  αδιαστατοποίηση ως προς μάζα  $\left( = \frac{(\cdot)}{m} \right)$  (παρ. 2)

## Ελληνικοί Χαρακτήρες

- $\alpha$  γωνία πρόσπτωσης (κεφ. 2.2.1), στρεπτική παραμόρφωση (κεφ. 2.3.3) η στιγμιαία απόκλιση από την τιμή που θα είχε η γωνία πρόσπτωσης σε μόνιμη κατάσταση λόγω της ταλάντωσης της αεροτομής (κεφ. 2.3.5.1), torsion ή pitching (πρόνευση) = συστροφή ή στρεπτική μετατόπιση γύρω από τον ελαστικό άξονα (κεφ. 4.3.2), σημείο της αεροτομής ως προς το οποίο υπολογίζεται η αεροδυναμική ροπή (κεφ. 4.3.4.2)
- $\alpha_0$  σταθερά υπολογισμού συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης (κεφ. 2.2.1), αρχική γωνία πρόσπτωσης (κεφ. 2.3.3)
- $\alpha_e$  αύξηση της γωνίας πρόσπτωσης λόγω ελαστικής συστροφής του ελατηρίου (κεφ. 2.3.3)
- $\alpha_{i+\frac{1}{2}}$  ιδιοτιμή της Ιακωβιανής του συστήματος RANS (κεφ. 5.3.3)
- $\alpha_p$  συντελεστής εξαρτημένης μεταβλητής (κεφ. 5.3.2)
- $\beta, \beta_2$  συντελεστές μεθόδου Newmark (κεφ. 5.9)
- $\beta_j$  συντελεστές αλγόριθμου Taylor (κεφ. 5.9)
- $\Gamma$  ο συντελεστής διάχυσης (κεφ. 4.1.1)
- $\Gamma_i$  κυκλοφορία (κεφ. 2.3.5.3)
- $\Gamma_t$  ο τυρβώδης συντελεστής διάχυσης (κεφ. 4.1.4.1)
- $\gamma$  συντελεστής μεθόδου Newmark (κεφ. 5.9)

<sup>1</sup> Θέση πρώτου ορισμού του συμβόλου

$\Delta\xi, \Delta\zeta$	οι παραμορφώσεις στους άξονες $\xi$ και $\zeta$ λόγω της στρέψης κατά γωνία $\alpha$ (κεφ. 4.3.2.1.6)
$\Delta n_{\min}$	ελάχιστη κάθετη απόσταση από την επιφάνεια της αεροτομής (κεφ. 6.3.2)
$\delta$	η αρχική γωνία θέσης του σημείου I της αεροτομής ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων (κεφ. 4.3.2.1.6)
$\varepsilon$	τυρβώδης ρυθμός σκέδασης (κεφ. 4.1.4.3)
$\varepsilon^*$	ο αδιαστατοποιημένος ρυθμός dissipation (παρ. 1)
$\zeta$	άξονας (=edge) παράλληλος στο επίπεδο περιστροφής (κεφ. 4.3.2.1.1)
$\eta$	άξονας ο οποίος συμπίπτει με τον ελαστικό άξονα (κεφ. 4.3.2.1.1)
$\theta$	η στρεπτική ταλάντωση ( $\theta = \theta_0 \cos \omega t$ ) (κεφ. 2.3.5.2), γωνία αρχικού pitch (κεφ. 2.3.5.3)
$\kappa$	αδιαστατοποιημένη γωνιακή ταχύτητα του πτερυγίου (κεφ. 2.3.5.3), η σταθερά του Von Karman ( $\kappa = 0.41$ ) (κεφ.ο 5.6), αδιαστατοποιημένη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής (παρ. 2)
$\lambda$	σταθερά μοντέλου ONERA (κεφ. 2.3.5.3)
$\lambda_0$	Λόγος ταχύτητας άκρου της A/Γ (κεφ. 2.1.1.2)
$\lambda_{i,j}$	συντελεστής παρεμβολής στην κατεύθυνση $i$ για το σημείο $j$ (κεφ. 5.3.3)
$\mu$	κλάσμα μάζας (κεφ. 2.3.4.2.2), δυναμικό ιξώδες (κεφ. 4.1.4.1)
$\mu_t$	το φαινόμενο (τυρβώδες) ιξώδες (κεφ. 4.1.4.1)
$\nu$	κινηματικό ιξώδες (παρ. 1)
$\nu_t$	τυρβώδες κινηματικό ιξώδες (παρ. 1)
$\nu_t^*$	το αδιαστατοποιημένο τυρβώδες κινηματικό ιξώδες (παρ. 1)
$\xi$	άξονας (flap), παράλληλος στην κύρια διεύθυνση του ανέμου (κεφ. 4.3.2.1.1)
$\vec{\xi}_0$	το διάνυσμα θέσης σημείου της δοκού στην απαραμόρφωτη κατάσταση (κεφ. 4.3.2.1)
$\xi_i$	συντελεστές δομικής απόσβεσης (κεφ. 2.3.5.3)
$\xi_{Da}$	Αδιαστατοποιημένος συντελεστής δομικής απόσβεσης ως προς κίνηση pitch (παρ. 2)
O()	τάξη μεγέθους (order) (κεφ. 5.6)
$\Pi$	συναρτησιακό (κεφ. 4.3.1.1)
$\rho$	πυκνότητα (κεφ. 2.3.3, 4.1.1)
$\rho^*$	αδιαστατοποιημένη πυκνότητα $\rho$ (παρ. 1)
$\rho_{air}$	η πυκνότητα του αέρα στη μονάδα μήκους του πτερυγίου (παρ. 2)
$\sigma$	Λόγος πυκνότητας της A/Γ (κεφ. 2.1.1.2)
$\sigma_\kappa$	τυρβώδης αριθμός Prandtl (κεφ. 4.1.4.4)
$\tau$	ο αδιαστατοποιημένος χρόνος (παρ. 2)
$\tau_w$	η διατμητική τάση πάνω στον τοίχο (κεφ. 5.6)



$\Phi$	διάνυσμα μετατοπίσεων αεροτομής (κεφ. 5.9)
$\Phi'$	διάνυσμα ταχυτήτων αεροτομής (κεφ. 5.9)
$\Phi''$	διάνυσμα επιταχύνσεων αεροτομής (κεφ. 5.9)
$\varphi$	γωνία πρόσπτωσης (κεφ. 2.3.5.3)
$\varphi_i$	τιμή της μεταβλητής $\varphi$ στην επιφάνεια $i$ (κεφ. 5.3.2)
$\phi_{i+\frac{1}{2},e}$	“flux vector limiter» στην επιφάνεια ανάμεσα στους όγκους $i$ και $i+1$ ανηγμένος στη μάζα (κεφ. 5.3.3)
$\chi_i$	συντελεστής (για $F_i > 0$ , $\chi_i = f_i$ και για $F_i < 0$ , $\chi_i = 1 - f_i$ ) (κεφ. 5.3.3)
$\Psi()$	η διόρθωση που επιβάλλει η συνθήκη εντροπίας (κεφ. 5.3.3), ροική συνάρτηση (κεφ. 5.6)
$\psi$	υστέρηση της ταχύτητας ως προς τη μετατόπιση (κεφ. 2.3.5.1)
$\Omega$	χωρίο (κεφ. 4.3.1.1), γωνιακή ταχύτητα περιστροφή πτερυγίου (κεφ. 4.3.5.1.3), στροβιλότητα (κεφ. 5.6)
$\Omega_0^+$	αδιαστατοποιημένη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής (κεφ. 6.3.2)
$\Omega(t)$	γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της αεροτομής (κεφ. 6.3.2)
$\omega$	ειδικός ρυθμός σκέδασης (κεφ. 4.1.4.3)
$\omega_i$	συχνότητα κίνησης- $i$ (κεφ. 2.3.4.2.2)
$\overline{\omega}_i$	αδιαστατοποιημένες φυσικές ιδιοσυχνότητες (κεφ. 2.3.5.3)
$\omega_i$	φανταστικό μέρος του πόλου της συνάρτησης μεταφοράς (κεφ. 2.3.4.2.2)
$\omega_p$	πόλος συνάρτησης μεταφοράς (κεφ. 2.3.4.2.2)
$\omega_R$	πραγματικός μέρος του πόλου της συνάρτησης μεταφοράς (κεφ. 2.3.4.2.2)

### Λατινικοί χαρακτήρες

$A$	η μετωπική επιφάνεια αεροδυναμικού σώματος (κεφ.2.2.1)
$A_k$	το μητρώο περιστροφής από το τοπικό στο γενικό σύστημα συντεταγμένων (κεφ. 4.3.2.1)
$\overline{A}_k$	διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια $k$ (κεφ. 5.3.2)
$A_w$	η επιφάνεια του ορίου του κελιού στον τοίχο (κεφ. 5.6)
$a$	θέση του ελαστικού άξονα ως προς το αεροδυναμικό κέντρο (κεφ. 2.3.4.2.2)
$a.c$	αεροδυναμικό κέντρο (κεφ. 2.3.3)
$a_n, a_0$	συντελεστές οι οποίοι εξαρτώνται από τη μέση γωνία πρόσπτωσης (κεφ. 2.3.5.1)
$a_\varphi$	συντελεστής υποχαλάρωσης (κεφ. 5.3.2)
$a_L$	σταθερά μοντέλου ONERA (κεφ. 2.3.5.3)
$a_n$	διάνυσμα μετατοπίσεων τη χρονική στιγμή $n$ (κεφ. 5.9)

- $\dot{a}_n$  διάνυσμα ταχυτήτων τη χρονική στιγμή n (κεφ. 5.9)
- $\ddot{a}_n$  διάνυσμα επιταχύνσεων τη χρονική στιγμή n (κεφ. 5.9)
- $\overline{a_{n+1}}, \dot{a}_{n+1}, \ddot{a}_{n+1}$  παριστούν προσεγγίσεις των αντιστοίχων διανυσμάτων τη χρονική στιγμή n+1 (κεφ. 5.9)
- ang0 γωνία που σχηματίζει η κατεύθυνση του προσπίπτοντος ανέμου με το επίπεδο περιστροφής (κεφ. 4.3.5.1.1)
- ang1 φαινόμενη γωνία πρόσπτωσης του ανέμου περιστρεφόμενου πτερυγίου (κεφ. 4.3.5.1.3)
- angeff ενεργός γωνία πρόσπτωσης (κεφ. 4.3.5.1.7)
- B σταθερά που εξαρτάται από την τραχύτητα της επιφάνειας (κεφ. 5.6)
- b μήκος αναφοράς (ημιχορδή) (κεφ. 2.3.4.2.2)
- $\vec{b}$  οι σωματικές δυνάμεις ανά μονάδα μάζας (κεφ. 4.1.1)
- C μητρώο απόσβεσης (κεφ. 5.9)
- $C_D$  συντελεστής οπισθέλκουσας (κεφ. 2.2.1)
- $C_f$  συντελεστής τριβής (κεφ. 5.6)
- $C_i$  συντελεστές αεροδυναμικών φορτίων (κεφ. 2.3.5.3), συντελεστές τετραγωνικής παρεμβολής (κεφ. 5.3.3)
- $C_L$  συντελεστής αεροδυναμικής άνωσης (κεφ. 2.2.1)
- $C_{L0}$  συντελεστής αεροδυναμικής άνωσης για μηδενική γωνία προσβολής (κεφ. 2.3.3)
- $C_M$  αεροδυναμικός συντελεστής ροπής (κεφ. 5.6)
- $C_n$  αεροδυναμικός συντελεστής (κεφ. 2.3.5.1)
- $C_p$  Συντελεστής ισχύος της A/Γ (κεφ. 2.1.1.2)
- $C_p$  συντελεστής πίεσης αεροτομής (κεφ. 2.2.1)
- $C_w$  ο αεροδυναμικός συντελεστής στην κατεύθυνση edge (παρ. 2)
- $C_u$  ο αεροδυναμικός συντελεστής στην κατεύθυνση flap (παρ. 2)
- $C_x$  συντελεστής αεροδυναμικού φορτίου παράλληλου προς τη χορδή (κεφ. 5.6)
- $C_y$  συντελεστής αεροδυναμικού φορτίου κάθετου προς τη χορδή (κεφ. 5.6)
- $C_{\mu}, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$  σταθερά standard k-ε μοντέλου τύρβης (κεφ. 4.1.4.4)
- c χορδή αεροτομής (κεφ. 2.1.3)
- $D_u, D_w, D_a$  οι συντελεστές δομικής απόσβεσης στις τρεις κατευθύνσεις (κεφ. 4.3.3)
- dt χρονικό βήμα (κεφ. 5.7)
- E το μητρώο παραμορφώσεων (κεφ. 4.3.2.1)
- $E_{ij}$  οι ρυθμοί παραμόρφωσης (κεφ. 5.6)

$e$	εκκεντρότητα (κεφ. 2.3.3), ανατολικός (east) υπολογιστικός κόμβος (κεφ. 5.3.2)
$e.a$	ελαστικός άξονας (κεφ. 2.3.3)
$F$	διάνυσμα των εξωτερικών φορτίων, τη χρονική στιγμή $n$ (κεφ. 5.9)
$\vec{F}$	το διάνυσμα της δύναμης η οποία προκαλεί τη ροπή (κεφ. 4.2.3)
$F_D$	δύναμη οπισθέλκουσας (κεφ. 5.6)
$F_{eff}$	ενεργό διάνυσμα εξωτερικών φορτίων (κεφ. 5.9)
$F_i$	ροπή διαμέσου της επιφάνειας $i$ (κεφ. 5.3.2)
$F_L$	αεροδυναμική άνωση (κεφ. 5.6)
$F_P$	δύναμη πίεσης (κεφ. 5.6)
$F_T$	η δύναμη τριβής πάνω στον τοίχο (κεφ. 5.6)
$F_u$	αεροδυναμικό φορτίο στην κατεύθυνση flap (κεφ. 4.3.4.1)
$F_w$	αεροδυναμικό φορτίο στην κατεύθυνση edge (κεφ. 4.3.4.1)
$F_X$	παράλληλη στη χορδή συνιστώσα του αεροδυναμικού φορτίου (κεφ. 5.6)
$F_Y$	κάθετη στη χορδή συνιστώσα του αεροδυναμικού φορτίου (κεφ. 5.6)
$f_i$	γεωμετρικός συντελεστής πλέγματος (κεφ. 5.3.3)
$f_1, f_2, f_\mu$	συναρτήσεις απόσβεσης του low Re $k$ - $\epsilon$ μοντέλου τύρβης (κεφ. 4.1.4.5)
$\vec{f}_k$	τιμή του διανύσματος $\vec{f}_k$ πάνω στην επιφάνεια $k$ (κεφ. 5.3.2)
$f_n$	διάνυσμα των εξωτερικών φορτίων, τη χρονική στιγμή $n$ (κεφ. 5.9)
$Gi$	TVD limiter (κεφ. 5.3.3)
$H$	Ύψος πλήμνης της $A/\Gamma$ (κεφ.2.1.2), υψηλή τάξη (κεφ. 5.3.3), το ύψος του καναλιού (κεφ. 5.6)
$H_i$	η συνεισφορά των όρων μεταφοράς και διάχυσης στη διόρθωση της ταχύτητας (κεφ. 5.5)
$H_{Lh}, H_{La}, H_{Mh}, H_{Ma}$	δομικές συναρτήσεις μεταφοράς (κεφ. 2.3.4.2.2)
$H_{LG}, H_{MG}$	αεροδυναμικές συναρτήσεις μεταφοράς (κεφ. 2.3.4.2.2)
$H_{hg}, H_{ag}$	αεροελαστικές συναρτήσεις μεταφοράς (κεφ. 2.3.4.2.2)
$h$	η καμπτική παραμόρφωση (κεφ. 2.3.4.1)
$\bar{h}$	μέση τιμή καμπτικής μετατόπισης (κεφ. 2.3.4.2.1)
$\dot{h}$	η κάθετη ταχύτητα της μετατόπισης της αεροτομής (κεφ. 2.3.5.1)
$I$	αύξων αριθμός της αρίθμησης στην κατεύθυνση $I$ του διανύσματος των σημείων του πλέγματος (κεφ. 5.2)
$I_i^c$	όρος συναγωγής στην επιφάνεια $i$ (κεφ. 5.3.2)

$I_i^d$	όρος διάχυσης στην επιφάνεια $i$ (κεφ. 5.3.2)
$I_p$	πολική ροπή αδράνειας, η κινητική ενέργεια παίρνει την τελική μορφή (κεφ. 4.3.2.2.1)
$I_\alpha$	αξονική ροπή αδράνειας ως προς ελαστικό άξονα (κεφ. 2.3.4.1)
$I_{\xi\xi}$	αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα $\xi$ (κεφ. 4.3.2.2.1)
$I_{\zeta\zeta}$	αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα $\zeta$ (κεφ. 4.3.2.2.1)
$I_{\zeta\xi}$	φυγόκεντρη ροπή αδράνειας ως προς τους άξονες $\xi, \zeta$ (κεφ. 4.3.2.2.1)
$IJ$	αύξων αριθμός της γενικής αρίθμησης μονοδιάστατου διανύσματος που ορίζει τα σημεία του πλέγματος (κεφ. 5.2)
$IJST$	αύξων αριθμός έναρξης της άθροισης της γενικής αρίθμησης σε συγκεκριμένο επίπεδο (κεφ. 5.2)
$J$	αύξων αριθμός της αρίθμησης στην κατεύθυνση $J$ του διανύσματος των σημείων του πλέγματος (κεφ. 5.2), Ιακωβιανή μετασχηματισμού από το καρτεσιανό στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων (κεφ. 5.3.2)
$K$	μητρώο δυσκαμψίας (κεφ. 5.9)
$K_\alpha$	σταθερά στρεπτικού ελατηρίου (κεφ. 2.3.3)
$K_h$	σταθερά καμπτικού ελατηρίου (κεφ. 2.3.4.1)
$K_{eff}$	ενεργό μητρώο δυσκαμψίας (κεφ. 5.9)
$k$	τραχύτητα επιφάνειας (κεφ. 2.1.3), η τυρβώδης κινητική ενέργεια (κεφ. 4.1.4.1), δείκτης επιφάνειας όγκου ελέγχου (κεφ. 5.3.2)
$k^+$	αδιάστατη τυρβώδης κινητική ενέργεια (κεφ. 5.6)
$k_{cr}$	κρίσιμη ιδιοσυχνότητα πτερυγισμού (κεφ. 2.3.4.2.3)
$k_R$	ύψος τραχύτητας (κεφ. 4.1.4.7)
$k_u$	σταθερά ελαστικότητας του γραμμικού εγκάρσιου ελατηρίου (κεφ. 4.3.2.2.2)
$L$	αεροδυναμικό φορτίο άνωσης (κεφ. 2.3.3), μήκος αναφοράς (παρ. 1), συνάρτηση Lagrange (κεφ. 4.3.1.3), χαμηλή τάξη (κεφ. 5.3.3)
$l$	το μήκος του πτερυγίου (κεφ. 5.6), η κλίμακα του μήκους ( $l = 0.001L$ ) (κεφ. 6.1)
$M$	αριθμός Mach (κεφ. 2.3.4.2.2), αεροδυναμική ροπή (κεφ. 4.3.4.2), μητρώο μάζας (κεφ. 5.9)
$\vec{M}$	ροπή ως προς σημείο $(x_0, y_0)$ (κεφ. 4.2.3)
$M_{AC}$	αεροδυναμική ροπή (κεφ. 2.3.3)
$M_{pitch}$	ροπή όλης της αεροτομής ως προς σημείο $(x_0, y_0)$ (κεφ. 5.6)
$M_y$	ροπή ως προς τον ελαστικό άξονα (κεφ. 2.3.3)

$m$	μάζα τυπικής διατομής (κεφ. 2.3.4.1), μάζα της αεροτομής ανά μονάδα μήκους (κεφ. 4.3.2.2.1)
$N$	η κάθετη δύναμη στην χορδή της αεροτομής (κεφ. 2.3.5.1)
$NI$	συνολικός αριθμός υπολογιστικών σημείων στην κατεύθυνση I (κεφ. 5.2)
$NJ$	συνολικός αριθμός υπολογιστικών σημείων στην κατεύθυνση J (κεφ. 5.2)
$Nu$	αριθμός Nusselt (κεφ. 5.6)
$n$	η διεύθυνση κάθετη στη ροική γραμμή (κεφ. 4.1.4.6), βόρειος (north) υπολογιστικός κόμβος (κεφ. 5.3.2), η κάθετη στον τοίχο κατεύθυνση (κεφ. 5.6)
$\vec{n}$	το κάθετο στον τοίχο διάνυσμα (κεφ. 4.2.2), διάνυσμα κάθετο στην ταχύτητα της ελεύθερης ροής (κεφ. 5.6)
$nb$	γειτονικοί υπολογιστικοί κόμβοι (κεφ. 5.3.2)
$P$	ισχύς (κεφ. 2.3.5.1)
$Pr$	ο αριθμός Prandtl (κεφ. 4.1.1)
$P_r$	Ονομαστική ισχύς της A/Γ (κεφ.2.1.1.2)
$Pe$	αριθμός Peclet (κεφ. 5.3.3)
$p$	πόλος της εξίσωσης κίνησης (κεφ. 2.3.4.2.1), η πίεση (κεφ. 4.2.1), τάξη αναπτύγματος Taylor (κεφ. 5.9)
$p^*$	εκτίμηση πίεσης $p$ (κεφ. 5.5)
$p'$	διόρθωση εκτίμησης ταχύτητας $p$ (κεφ. 5.5)
$p_x$	η x-συντεταγμένη του μοναδιαίου εφαπτομενικού διανύσματος της επιφάνειας (κεφ. 4.2.3)
$p_y$	η y-συντεταγμένη του μοναδιαίου εφαπτομενικού διανύσματος της επιφάνειας (κεφ. 4.2.3)
$p\theta$	γωνία αρχικού pitch (κεφ. 4.3.5.1.2)
$Q_i$	οι γενικευμένες δυνάμεις (κεφ. 4.3.1.6)
$q$	δυναμική πίεση (κεφ.2.2.1)
$q_D$	δυναμική πίεση απόκλισης (κεφ. 2.3.3.1)
$q_F$	δυναμική πίεση πτερυγισμού (κεφ. 2.3.4.2.3)
$q_i$	μετατοπίσεις (κεφ. 4.3.1.6)
$q_\phi$	ο όρος πηγής του βαθμωτού μεγέθους (κεφ. 4.1.1)
$\dot{q}_i$	ταχύτητες μετατοπίσεων (κεφ. 4.3.1.6)
$R$	απόσταση από τη ρίζα του πτερυγίου (κεφ. 4.3.2.1.4), υπόλοιπα εξισώσεων (κεφ. 5.5)

Ra	αριθμός Rayleigh (κεφ. 5.7)
R <sub>c</sub>	ακτίνα καμπυλότητας της ροικής γραμμής (κεφ. 4.1.4.6)
Re	αριθμός Reynolds (κεφ.2.2.1)
R <sub>f</sub>	κλάσμα μάζας αέρα προς μάζα αεροτομής (κεφ. 2.3.5.3)
r <sub>a</sub>	αδιαστατοποιημένη ακτίνα του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα (κεφ. 2.3.4.2.2)
$\vec{r}$	το διάνυσμα θέσης της δύναμης ως προς το σημείο υπολογισμού της ροπής (κεφ. 4.2.3), το διάνυσμα θέσης ενός οποιουδήποτε σημείου ενός σώματος ως προς ένα γενικό σύστημα συντεταγμένων (κεφ. 4.3.2.1)
$\vec{r}_G$	το διάνυσμα παράλληλης μεταφοράς από το τοπικό στο γενικό σύστημα συντεταγμένων (κεφ. 4.3.2.1)
$\vec{r}_i$	το διάνυσμα των ελαστικών μετακινήσεων κάθε σημείου του σώματος (κεφ. 4.3.2.1)
$\bar{r}_\xi$	συντελεστής ο οποίος εκφράζει την αδιαστατοποιημένη στατική ροπή ως προς τον άξονα $\xi$ (παρ. 2)
$\bar{r}_\zeta$	συντελεστής ο οποίος εκφράζει την αδιαστατοποιημένη στατική ροπή ως προς τον άξονα $\zeta$ (παρ. 2)
$\bar{r}^2$	ακτίνα περιστροφής γύρω από τον ελαστικό άξονα (radius of gyration) (παρ. 2)
S	Μετωπική επιφάνεια της Α/Γ (κεφ.2.1.1.2), η επιφάνεια της αεροτομής (κεφ. 2.3.3), επιφάνεια στην οποία εφαρμόζεται (κεφ. 4.2.1), όριο χωρίου $\Omega$ (κεφ. 4.3.1.1), η μετωπική επιφάνεια του βυθισμένου σώματος (κεφ. 5.6)
S <sub>i</sub>	όρος πηγής (κεφ. 5.3.2)
S <sub>ij</sub>	τανυστής διάτμησης (κεφ. 4.1.4.2)
S <sub>a</sub>	στατική ροπή ως προς ελαστικό άξονα (κεφ. 2.3.4.1)
S <sub>ξ</sub>	στατική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα $\xi$ (static unbalance) (κεφ. 4.3.2.2.1)
S <sub>ζ</sub>	στατική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα $\zeta$ (κεφ. 4.3.2.2.1)
s	η διεύθυνση παράλληλη στη ροική γραμμή (κεφ. 4.1.4.6)
s <sub>x</sub>	η x-συνιστώσα του εφαπτομενικού στο όριο τοίχου διανύσματος (κεφ. 5.6)
s <sub>y</sub>	η y- συνιστώσα του εφαπτομενικού στο όριο τοίχου διανύσματος (κεφ. 5.6)
$\vec{s}$	διάνυσμα παράλληλο στον τοίχο (κεφ. 5.6)
T	η θερμοκρασία (κεφ. 4.1.1), κινητική ενέργεια (κεφ. 4.3.1.3), παράλληλη με τη χορδή συνιστώσα του αεροδυναμικού φορτίου (κεφ. 4.3.4.1)
Tu	η ένταση της τύρβης (6.1)
TV	Total Variation (κεφ. 5.3.3)

TVD	Total Variation Diminishing (κεφ. 5.3.3)
$\vec{T}$	ο τανυστής ιξώδους τάσεως (κεφ. 4.1.1)
t	πραγματικός χρόνος (παρ. 2)
$t_0^+$	αδιαστατοποιημένος χρόνος (6.3.2)
U	εσωτερικό δυναμικό του συστήματος (κεφ. 4.3.1.3)
$\vec{U}$	ταχύτητα πρόσπτωσης του ανέμου (κεφ. 4.3.5.1.3)
$U_0$	ταχύτητα αναφοράς (παρ. 1)
$U^+$	αδιάστατη ταχύτητα (κεφ. 5.6)
$U_\infty$	η ταχύτητα της αδιατάρακτης ροής (κεφ.2.2.1)
$U_{cr}$	κρίσιμη ταχύτητα πτερυγισμού (κεφ. 2.3.5.3)
$U_D$	ταχύτητα απόκλισης (κεφ. 2.3.3.1)
$U_F$	ταχύτητα πτερυγισμού (κεφ. 2.3.4.2.3)
$U_{ref}$	η ταχύτητα αναφοράς (παρ. 2)
u	<u>flap</u> (εγκάρσια) = γραμμική μετατόπιση κάθετα στο επίπεδο περιστροφής (κεφ. 5.9)
$\vec{u}$	το διάνυσμα της ταχύτητας του ρευστού (κεφ. 4.1.1)
$u_i^*$	εκτίμηση ταχύτητας u (κεφ. 5.5)
$u_i'$	διόρθωση εκτίμησης ταχύτητας u (κεφ. 5.5)
$u_{i,p}$	διορθωμένη ταχύτητα u (κεφάλαιο 5.5)
$\vec{u}_k$	το διάνυσμα ελαστικών μετακινήσεων και στροφών(κεφ. 4.3.2.1)
$u_m$	η τιμή της ταχύτητας u στο μέσο του καναλιού (κεφ. 5.6)
$u_N$	η κάθετη συνιστώσα της γραμμικής ταχύτητας $u_i$ πάνω στην αεροτομή στο σημείο I (κεφ. 5.9)
$u_s$	ταχύτητα κατά μήκος της ροικής γραμμής (κεφ. 4.1.4.6)
(xtw,ytw)	το μοναδιαίο εφαπτομενικό διάνυσμα στο σημείο I της αεροτομής
$u_T$	η εφαπτομενική συνιστώσα της γραμμικής ταχύτητας $u_i$ πάνω στην αεροτομή στο σημείο I (κεφ. 5.9)
$u_\tau$	η ταχύτητα τριβής (friction velocity) (κεφ. 5.6)
V	εσωτερική ενέργεια ή ενέργεια παραμόρφωσης (κεφ. 4.3.1.1)
$\vec{V}$	φαινόμενη ταχύτητα πρόσπτωσης του ανέμου (κεφ. 4.3.5.1.3)
$V_{co}$	ταχύτητα ανέμου παύσης λειτουργίας της A/Γ (κεφ. 2.1.1.2)
$V_{in}$	την ταχύτητα ανέμου έναρξης λειτουργίας της A/Γ (κεφ. 2.1.1.2)
$V_r$	ονομαστική ταχύτητα λειτουργίας της A/Γ (κεφ. 2.1.1.2)

$V_p$	η παράλληλη στον τοίχο ταχύτητα (κεφ. 4.2.2)
$W$	δυναμικό των εξωτερικών δυνάμεων (κεφ. 4.3.1.1)
$W_1$	βοηθητικοί όροι μοντέλου ONERA (κεφ. 2.3.5.3)
$w$	<u>edge</u> (διαμήκης) = γραμμική μετατόπιση επί του επιπέδου περιστροφής (κεφ. 4.3.2)
$\overline{w_G}$	μέση τιμή ταχύτητας ανέμου ριπής (κεφ. 2.3.4.2.2)
$w^*$	ταχύτητα edge αδιαστατοποιημένη ως προς το μήκος της χορδής (παρ. 2)
$X_{i+\frac{1}{2}}^{-1}$	το δεξί ιδιοδιάνυσμα της Ιακωβιανής του συστήματος RANS (κεφ. 5.3.3)
$\vec{x}$	διάνυσμα παράλληλο στη χορδή της αεροτομής (κεφ. 5.6)
$x-x_0$	η απόσταση ανάμεσα στο κέντρο μάζας και τον ελαστικό άξονα (κεφ. 2.3.5.2)
$x_{cg}$	αδιαστατοποιημένη στατική ροπή (κεφ. 2.3.4.2.2)
$(x_n, y_n)$	το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στο σημείο I της αεροτομής (κεφ. 5.9)
$y$	κίνηση edge (κεφ. 2.3.5.3)
$\vec{y}$	διάνυσμα κάθετο στη χορδή της αεροτομής (κεφ. 5.6)
$y^+$	αδιάστατη απόσταση (κεφ. 5.6)
$y_1^+$	αδιαστατοποιημένη απόσταση από τον τοίχο $y^+$ του 1 <sup>ου</sup> υπολογιστικού όγκου (κεφ. 6.3.2)
$z$	κίνηση flap (κεφ. 2.3.5.3)



# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

## **1.1 Αντικείμενο της έρευνας**

Η ανεμογεννήτρια, η οποία είναι μια δυναμικά διεγερόμενη μηχανή, λειτουργεί σε εχθρικό περιβάλλον. Ισχυρές μεταβολές της ροής ευθύνονται για τη διέγερση έντονων ταλαντώσεων οι οποίες είναι πιθανόν να οδηγήσουν τα πτερύγια σε αστοχία λόγω κόπωσης. Σύγχρονες κατασκευαστικές τάσεις οδηγούν σε κατασκευές ανεμογεννητριών όλο και μεγαλύτερου μεγέθους, αυξάνοντας το μήκος των πτερυγίων με ταυτόχρονη μείωση του βάρους τους ανά μονάδα μήκους. Αυτές οι τάσεις σε συνδυασμό με την ανάγκη λειτουργίας τους σε ακραίες συνθήκες, με παθητικό έλεγχο παραγωγής ισχύος, οδηγούν σε κατασκευές επιρρεπείς στην εμφάνιση αεροελαστικής αστάθειας. Η εμφάνιση, σχετικά πρόσφατα, μιας σειράς αστοχιών σε πτερύγια μήκους 19 μέτρων λόγω ταλαντώσεων σε κατεύθυνση παράλληλη με το επίπεδο περιστροφής ανακίνησε το ζήτημα της αεροελαστικής αστάθειας, ειδικότερα σε κατάσταση απώλειας στήριξης.

Αντικείμενο της παρούσας έρευνας είναι η μελέτη της αεροελαστικής ευστάθειας πτερυγίων ανεμογεννήτριας. Αυτή η έρευνα θα γίνει με τη χρήση μαθηματικών μοντέλων υπολογιστικής ρευστοδυναμικής. Ως αεροελαστικότητα ορίζεται η αλληλεπίδραση μεταξύ των δυνάμεων αδρανείας, ελαστικότητας και αεροδυναμικής φόρτισης σε δομικά στοιχεία εκτεθειμένα σε ρεύμα αέρος. Σκοπός της αεροελαστικής ανάλυσης της ευστάθειας ενός πτερυγίου είναι να καθοριστούν τα όρια της γεωμετρίας και του υλικού, μέσα στα οποία μπορεί να λειτουργεί χωρίς να προκληθεί αστοχία λόγω της προαναφερόμενης αλληλεπίδρασης. Η μελέτη επικεντρώνεται σε μια πιο ειδική αεροδυναμική αστάθεια, τον πτερυγισμό, ο οποίος οφείλεται σε αυτοδιεγερόμενη ταλάντωση, ελλείπει εξωτερικής διέγερσης και αγνοώντας τη δομική απόσβεση. Σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης, η ταλάντωση οφείλεται στην ταυτόχρονη κίνηση σε τουλάχιστον δύο βαθμούς ελευθερίας, όμως σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης στις οποίες συμβαίνει η ροή αποκολλάται, η ταλάντωση οφείλεται στην ‘αεροδυναμική υστέρηση’. Η μελέτη της αεροελαστικής ευστάθειας, στο πεδίο του χρόνου, στην τελευταία περίπτωση, η οποία αφενός μεν χαρακτηρίζεται από ισχυρή μη-γραμμικότητα αφετέρου δε είναι ιδιαίτερης σημασίας για το σχεδιασμό πτερυγίων ανεμογεννήτριας, αποτελεί το αντικείμενο έρευνας της παρούσας διατριβής.



## **1.2 Στόχοι της Διατριβής**

Η μελέτη του αντικειμένου της παρούσας διατριβής επιλέχθηκε να γίνει με τη χρήση μεθόδων αριθμητικής προσομοίωσης. Στόχος επομένως της παρούσας διατριβής είναι η κατασκευή ενός αριθμητικού μοντέλου ικανού να υπολογίζει την αεροελαστική συμπεριφορά αεροτομής κάτω από ακραίες συνθήκες λειτουργίας (αποκόλληση ροής).

Προκειμένου να εκπληρωθεί αυτός ο στόχος εξελέχθη ένας υπάρχον κώδικας υπολογιστικής ρευστομηχανικής, ο οποίος επιλύει τις εξισώσεις Navier-Stokes. Η λειτουργία του κώδικα ελέγχθηκε και έγιναν επεμβάσεις που αφορούν την βελτίωσή του, ως υπολογιστικού εργαλείου. Προκειμένου αυτός να καταστεί ικανός να αντιμετωπίσει με ακρίβεια προβλήματα διδιάστατης ροής γύρω από αεροτομή, προστέθηκαν νέα μοντέλα τύρβης και νέα σχήματα διακριτοποίησης η λειτουργία των οποίων πιστοποιήθηκε με προσομοίωση απλών ροών. Προστέθηκε υπολογισμός νέων χαρακτηριστικών της ροής και τα στοιχεία εισόδου – εξόδου τροποποιήθηκαν έτσι ώστε να είναι κατάλληλα για χρήση σε εφαρμογές αεροελαστικής μελέτης. Τέλος αναπτύχθηκε νέο διδιάστατο μοντέλο υπολογισμού ελαστικής συμπεριφοράς αεροτομής το οποίο συνδέθηκε με τον αεροδυναμικό κώδικα μέσω οριακών συνθηκών και έτσι ολοκληρώθηκε ένα αριθμητικό εργαλείο υπολογισμού της αλληλεπίδρασης ρευστού και δομής, το οποίο πιστοποιήθηκε για δύο είδη πτερυγισμού (κλασσικό και πτερυγισμό με απώλεια στήριξης) και χρησιμοποιήθηκε για την πραγματοποίηση παραμετρικής μελέτης κλασσικού πτερυγισμού.

## **1.3 Συνεισφορά και πρωτοτυπία της Διατριβής**

Η κατασκευή ενός κώδικα υπολογιστικής αεροελαστικότητας που να περιέχει ταυτόχρονα τα στοιχεία: α) νέα σχήματα διακριτοποίησης, β) κατάλληλα μοντέλα τύρβης, γ) υπολογισμό απαραίτητων χαρακτηριστικών ροής, δ) αποτελεσματική γεννήτρια πλέγματος, ε) διδιάστατο μοντέλο ελαστικής συμπεριφοράς αεροτομής, και στ) ζεύξη του αεροδυναμικού με το ελαστικό μοντέλο σε ένα ενιαίο αεροελαστικό μοντέλο, αποτελεί στοιχείο πρωτοτυπίας της παρούσας Διατριβής μαζί με την παραμετρική μελέτη που διεξήχθη. Το υπολογιστικό εργαλείο που είναι το αποτέλεσμα της εργασίας αυτής φιλοδοξεί να συμβάλει στην εξέλιξη της έρευνας πάνω στο χώρο της αεροελαστικότητας σε ανεμογεννήτριες.

## **1.4 Δομή της Διατριβής**

Στο Κεφάλαιο 2 περιγράφεται το φυσικό πρόβλημα της αεροελαστικότητας, και ειδικότερα του πτερυγισμού, και ορίζονται οι έννοιες που αφορούν τις ανεμογεννήτριες, τις αεροτομές, τη ροή και την αλληλεπίδραση με την αεροτομή, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια της διατριβής.

Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται μια ανασκόπηση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας και έρευνας στο χώρο της αεροελαστικότητας γενικά και ειδικά στο χώρο της αεροελαστικότητας στις ανεμογεννήτριες με ή χωρίς τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής.

Στο Κεφάλαιο 4 δίνονται τα μαθηματικά μοντέλα περιγραφής της τυρβώδους ροής και της ελαστικής συμπεριφοράς αεροτομής καθώς και το μαθηματικό μοντέλο σύζευξης που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία.

Στο Κεφάλαιο 5 περιγράφονται τα αριθμητικά μοντέλα, η εξέλιξη του κώδικα υπολογιστικής ρευστομηχανικής, η πιστοποίησή του σε απλές ροές, η προσθήκη νέων μοντέλων τύρβης και σχημάτων διακριτοποίησης καθώς και η πιστοποίηση αυτών. Τέλος, δίνεται το αριθμητικό μοντέλο του ελαστικού τμήματος του αεροελαστικού μοντέλου.

Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται αποτελέσματα που αφορούν μόνιμη στρωτή και τυρβώδη ροή, μη-μόνιμη στρωτή και τυρβώδη ροή χωρίς αλληλεπίδραση ανάμεσα στη δομή και το ρευστό, κλασσικό πτερυγισμό, πτερυγισμό με απώλεια στήριξης και παραμετρική μελέτη αεροτομής υποκείμενης σε κλασσικό πτερυγισμό.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 7 συνοψίζονται τα αποτελέσματα της παρούσας διατριβής και γίνονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα και βελτίωση του μοντέλου υπολογιστικής αεροελαστικότητας που αναπτύχθηκε.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**

Η ανεμογεννήτρια (Α/Γ) είναι μια μηχανή μετατροπής της κινητικής ενέργειας του ανέμου σε ηλεκτρική ενέργεια. Η μετατροπή αυτή βασίζεται σε ένα ενδιάμεσο στάδιο, στη μετατροπή της κινητικής ενέργειας του ανέμου σε περιστροφική κινητική ενέργεια μιας πτερωτής. Η μετατροπή αυτή γίνεται πάνω στο περύγιο της πτερωτής εκμεταλλευόμενη την ιδιαιτερότητα της γεωμετρίας της διατομής του περυγίου, δηλαδή της αεροτομής.

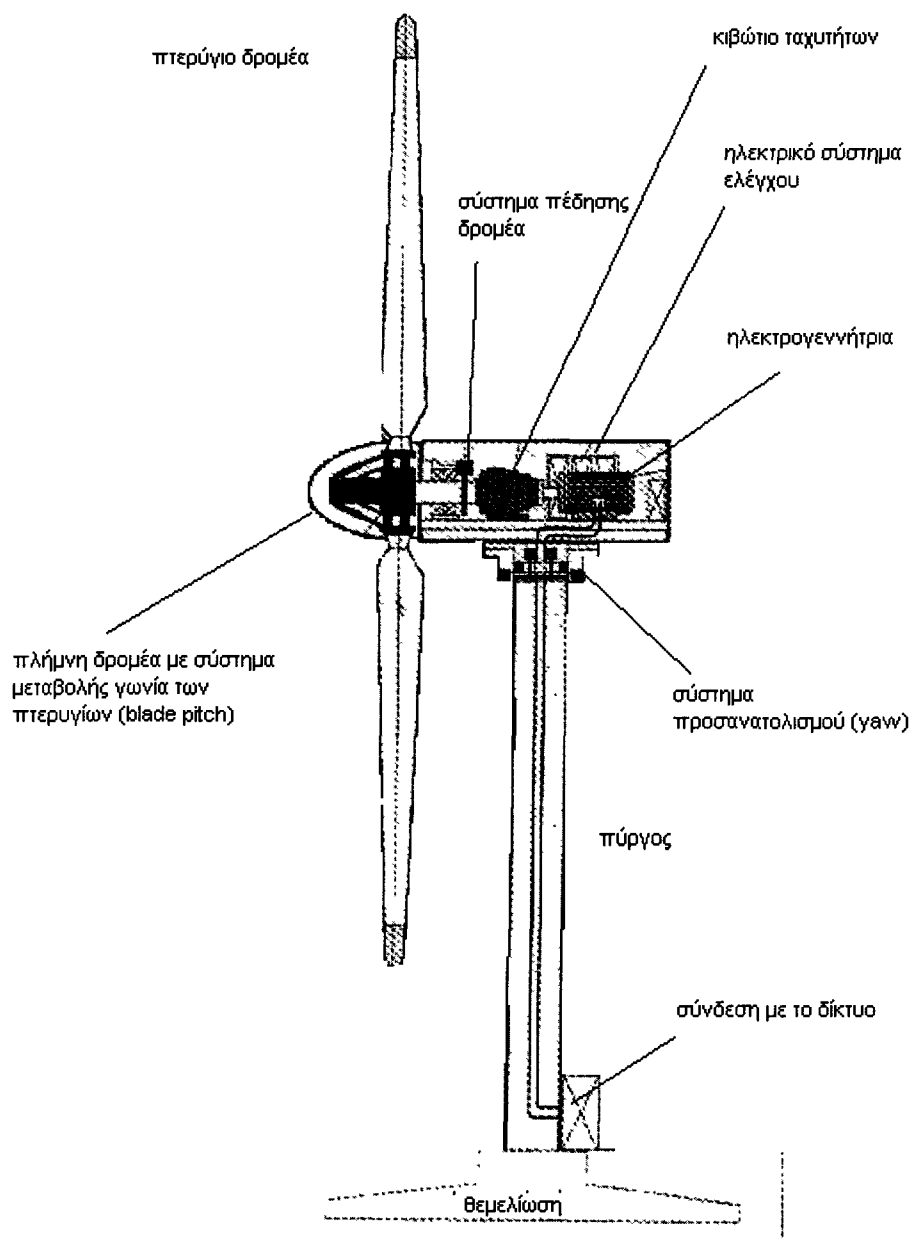
Η πρώτη μεγάλη κατηγοριοποίηση των Α/Γ είναι ανάμεσα σε κατακόρυφου άξονα (VAWT- Vertical Axis Wind Turbine) και οριζοντίου άξονα (HAWT- Horizontal Axis Wind Turbine). Η τελευταία κατηγορία είναι ο πιο διαδεδομένος τύπος Α/Γ και θα αποτελέσει αντικείμενο της παρούσας διατριβής.

### **2.1 Χαρακτηριστικά ανεμογεννητριών – πτερυγώσεων - αεροτομών**

#### **2.1.1 Κύρια χαρακτηριστικά ανεμογεννητριών**

##### **2.1.1.1 Μέρη της ανεμογεννήτριας**

Τα κύρια μέρη από τα οποία αποτελείται μια ανεμογεννήτρια είναι η πτερωτή, στην οποία λαμβάνει χώρα η μετατροπή της κινητικής ενέργειας του ανέμου σε περιστροφική κινητική ενέργεια, το σύστημα μετάδοσης της περιστροφικής κίνησης, το οποίο μπορεί να αποτελείται από άξονες, συστήματα πέδησης, κιβώτιο ταχυτήτων κλπ, την ηλεκτρογεννήτρια, για τη μετατροπή της περιστροφικής κινητικής ενέργειας σε ηλεκτρική, και τέλος συστήματα ελέγχου και προσανατολισμού. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.1 όλα τα παραπάνω είναι στερεωμένα σε μια άτρακτο η οποία είναι τοποθετημένη πάνω σε έναν πύργο έχοντας τη δυνατότητα να περιστρέφεται ως προς άξονα παράλληλο με τον πύργο στήριξης. Τέλος η ανεμογεννήτρια ολοκληρώνεται αφενός μεν με το σύστημα θεμελίωσης του πύργου στήριξης αφετέρου δε με την καλωδίωση η οποία μεταφέρει την παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια σε κάποιο υποσταθμό με προορισμό συνήθως το ηλεκτρικό δίκτυο.



Σχήμα 2.1 Τομή μιας τυπικής ανεμογεννήτριας συνδεδεμένης σε δίκτυο<sup>[114]</sup>

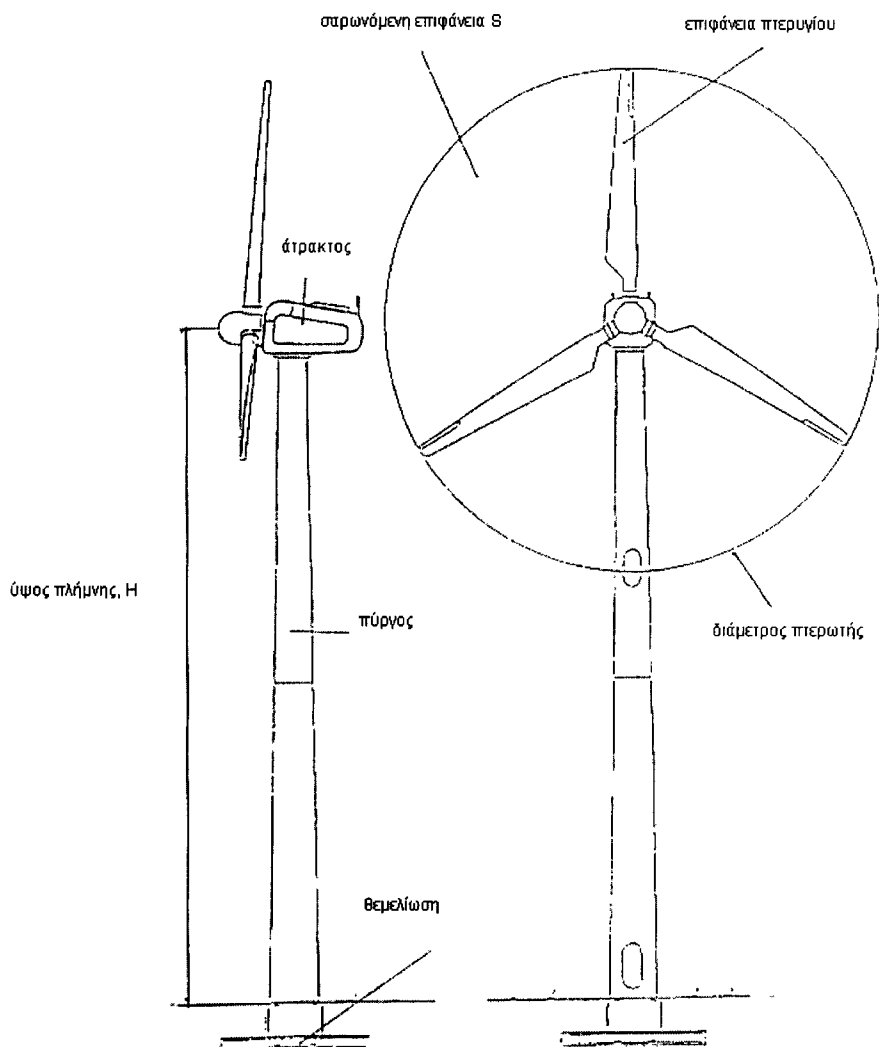
### 2.1.1.2 Χαρακτηριστικά γεωμετρίας και λειτουργίας ανεμογεννητριών

Οι παράμετροι που συνήθως χρησιμοποιούνται για να δοθούν οι προδιαγραφές μιας Α/Γ είναι οι εξής :

- i) Ύψος πλήμνης (H). Το ύψος της πλήμνης πάνω από το έδαφος
- ii) Μετωπική επιφάνεια (S). Η επιφάνεια που σαρώνεται από την περιστροφή του πτερυγίου

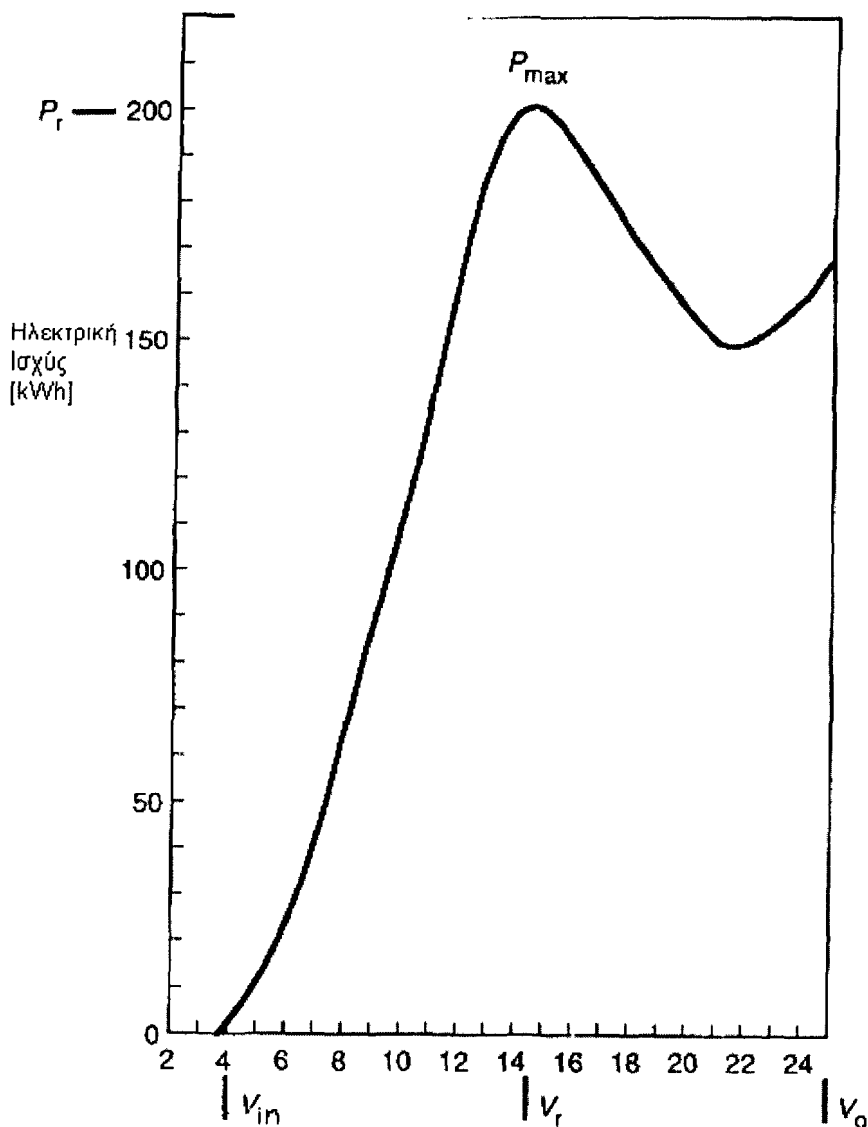
- iii) Λόγος πυκνότητας ( $\sigma$ ). Το κλάσμα της ολικής επιφάνειας των πτερυγίων κάθετα στη ροή προς τη μετωπική επιφάνεια.
- iv) Λόγος ταχύτητας άκρου ( $\lambda_0$ ). Ο λόγος της ταχύτητας του άκρου του πτερυγίου προς την ταχύτητα της αδιατάρακτης ροής την κάθετη στο επίπεδο της πτερωτής
- v) Ονομαστική ισχύς ( $P_r$ ). Η μέγιστη συνεχώς παρεχόμενη ισχύς. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η ονομαστική ισχύς της Α/Γ πρέπει να παραμένει σταθερή για ανέμους με ταχύτητα από την ονομαστική μέχρι την ταχύτητα παύσης λειτουργίας.

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά δίνονται στο Σχήμα 2.2



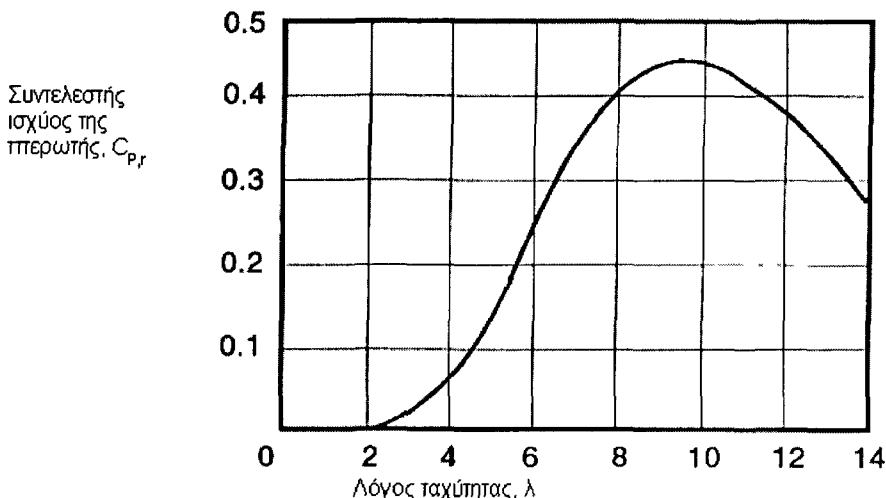
**Σχήμα 2.2 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα<sup>[14]</sup>**

Μία Α/Γ επίσης χαρακτηρίζεται από: α) την καμπύλη του συντελεστή ισχύος ( $C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^3 S}$ ) σε συνάρτηση του λόγου ταχύτητας, Σχήμα 2.4, β) την ταχύτητα ανέμου έναρξης λειτουργίας της Α/Γ,  $V_{in}$  γ) την ονομαστική ταχύτητα λειτουργίας, η οποία είναι η ταχύτητα ανέμου μετά από την οποία η Α/Γ αρχίζει να παράγει την ονομαστική ισχύ,  $V_r$  και δ) την ταχύτητα ανέμου στην οποία παύει η λειτουργία της Α/Γ,  $V_{co}$ . Στο Σχήμα 2.3 δίδεται μια χαρακτηριστική καμπύλη ισχύος-ταχύτητας στην οποία ορίζονται οι παραπάνω χαρακτηριστικές ταχύτητες, οι οποίες σημειώνεται ότι είναι οι ταχύτητες ανέμου στο ύψος της πλήμνης.



Σχήμα 2.3 Χαρακτηριστικά καμπύλη ισχύος – ταχύτητας ανέμου<sup>[114]</sup>





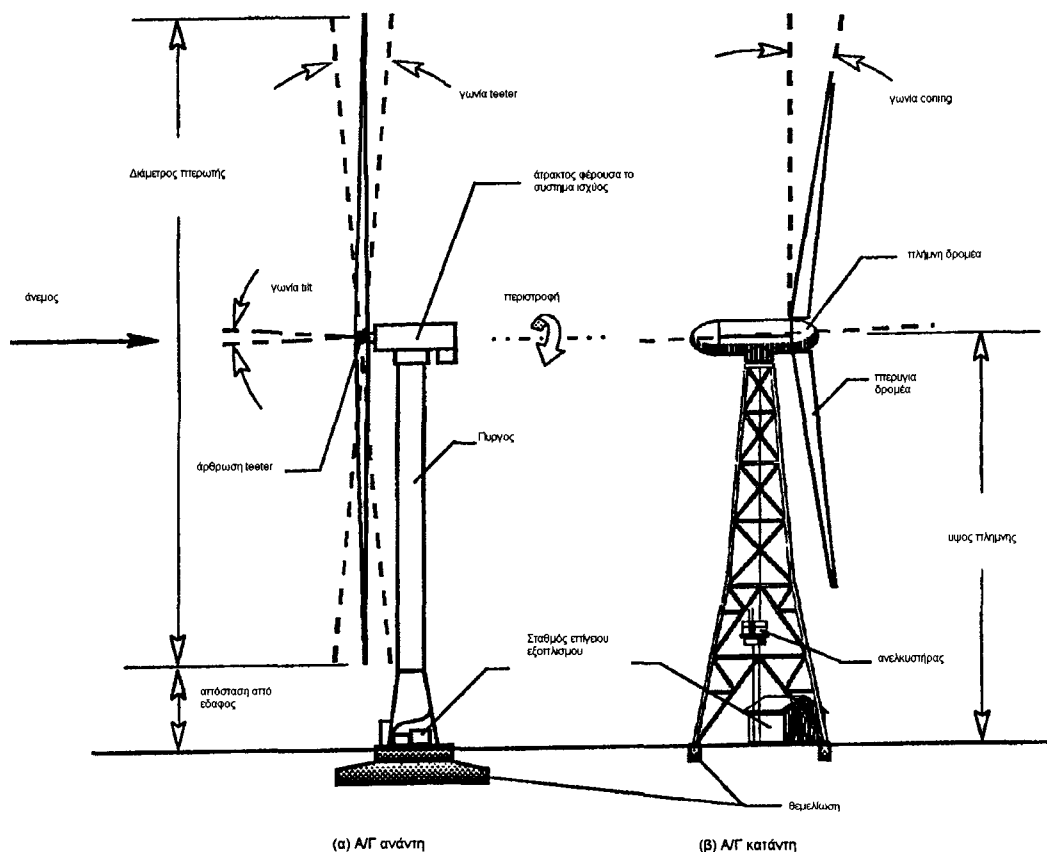
Σχήμα 2.4 Χαρακτηριστική καμπύλη συντελεστού ισχύος-λόγου ταχύτητας<sup>[100]</sup>

### 2.1.1.3 Κατηγοριοποίηση ανεμογεννητριών

Οι Α/Γ οριζοντίου άξονα κατηγοριοποιούνται με βάση: α) τη σχετική θέση της πτερωτής και του πύργου στήριξης ως προς την κατεύθυνση του κυρίως ανέμου, β) το λόγο πυκνότητας, γ) τον τρόπο ρύθμισης της ισχύος, και δ) την ταχύτητα περιστροφής. Τα χαρακτηριστικά αυτά περιγράφονται σύντομα παρακάτω.

#### Σχετική θέση της πτερωτής και του πύργου στήριξης

Διακρίνονται δύο τύποι Α/Γ: α) ανάντη (upwind), των οποίων η πτερωτή βρίσκεται μπροστά από τον πύργο στήριξης σε σχέση με την κύρια κατεύθυνση του ανέμου, και β) κατάντη (downwind), των οποίων η πτερωτή βρίσκεται πίσω από τον πύργο στήριξης. Η δεύτερη κατηγορία είναι η πιο διαδεδομένη καθώς εξασφαλίζει ότι τα πτερύγια δεν θα χτυπήσουν στον πύργο στήριξης. Επιπλέον ευνοεί την ευστάθεια της πτερωτής σε ότι αφορά την ευθυγράμμισή της ως προς την κύρια κατεύθυνση του ανέμου (yaw misalignment). Το μειονέκτημα αυτού του τύπου Α/Γ είναι ότι ο άνεμος περνάει από τον πύργο στήριξης πριν συναντήσει τα πτερύγια και αυτό τον αλλοιώνει. Έτσι τα πτερύγια μια φορά σε κάθε περιστροφή βλέπουν ένα αλλοιωμένη κατανομή προσπίπτοντος ανέμου. Στο Σχήμα 2.5 παρουσιάζονται δύο ανεμογεννήτριες με διαφορετικό προσανατολισμό ως προς την κατεύθυνση του ανέμου καθώς και οι χαρακτηριστικές γωνίες που εμφανίζονται.

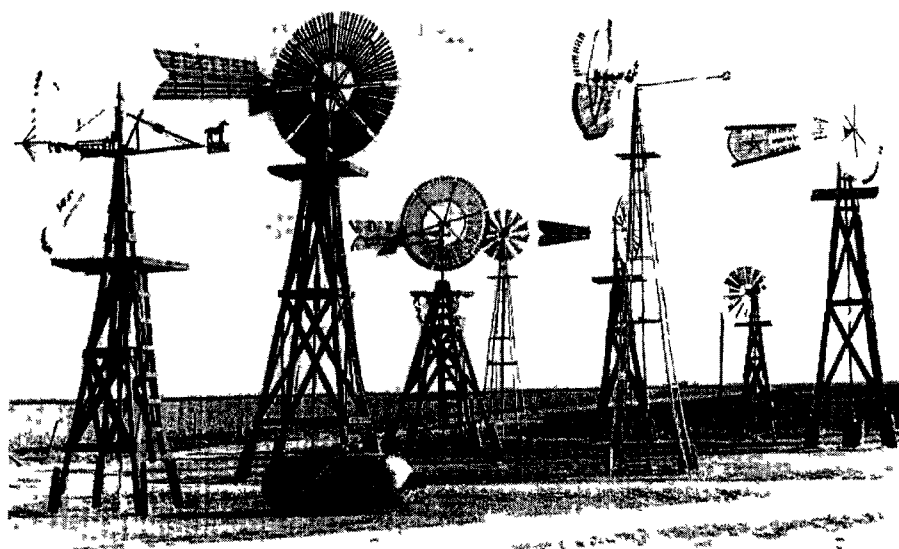


Σχήμα 2.5 Σκαρίφημα Α/Γ οριζοντίου άξονα σε θέση α) ανάντη και β) κατάντη<sup>[100]</sup>

### Λόγος πυκνότητας

Ο λόγος πυκνότητας καθορίζεται από τον αριθμό πτερυγίων. Υπάρχουν βασικά δύο τύποι Α/Γ: α) με μεγάλο λόγο πυκνότητας, και β) με μικρό λόγο πυκνότητας. Οι Α/Γ με μεγάλο λόγο πυκνότητας έχουν μεγάλο αριθμό πτερυγίων, λειτουργούν σε χαμηλές ταχύτητες περιστροφής και είναι σε θέση να δώσουν μεγάλη ροπή περιστροφής. Χρησιμοποιούνται κυρίως για άντληση νερού. Οι Α/Γ με μικρό λόγο πυκνότητας έχουν λίγα πτερύγια, λειτουργούν με μεγάλες ταχύτητες περιστροφής και χαρακτηρίζονται από μικρές ροπές περιστροφής. Χρησιμοποιούνται για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας και είναι η περίπτωση που θα μελετηθεί στην παρούσα εργασία. Ο πιο διαδεδομένος τύπος Α/Γ με χαμηλό λόγο πυκνότητας είναι αυτός με τρία πτερύγια, είναι όμως συχνή και η χρήση Α/Γ με δύο πτερύγια. Τέλος υπάρχουν, αλλά ακόμα δε χρησιμοποιούνται ευρέως, Α/Γ και με ένα πτερύγιο. Η μείωση του αριθμού των πτερυγίων συνοδεύεται από μείωση του κόστους της Α/Γ με παράλληλη μικρή μείωση της απόδοσης της Α/Γ (2-3% για Α/Γ δύο πτερυγίων και 6% επιπλέον για Α/Γ ενός πτερυγίου). Ο λόγος της προτίμησης της χρήσης Α/Γ τριών

περυγίων δεν είναι η μεγαλύτερη απόδοση αλλά η καλύτερη συμπεριφορά σε ότι αφορά τα αναπτυσσόμενα φορτία. Σε περωτή τριών περυγίων τα φορτία εξισορροπούνται καλύτερα χωρίς την ανάγκη για διαμόρφωση teetering με σκοπό τη μείωση των ταλαντώσεων των περυγίων που απαιτείται σε περωτές με δύο περύγια. Στο Σχήμα 2.6 δίνονται χαρακτηριστικές Α/Γ πολλών περυγίων κατάλληλων για άντληση ύδατος.



Σχήμα 2.6 Χαρακτηριστικές Α/Γ μεγάλου λόγου πυκνότητας<sup>[100]</sup>

### Τρόπος ρύθμισης ισχύος

Για ταχύτητες ανέμου ανάμεσα στην ονομαστική και την ταχύτητα παύσης, η Α/Γ πρέπει να παρέχει την ονομαστική ισχύ της. Για να επιτευχθεί αυτό και δεδομένου ότι η παραγόμενη ισχύς εξαρτάται μεταξύ άλλων και από την τρίτη δύναμη της ταχύτητας του προσπίπτοντος ανέμου, θα πρέπει να μεταβάλλεται η γωνία πρόσπτωσης με ενεργητικό ή παθητικό τρόπο. Με ενεργητικό τρόπο είναι δυνατόν να μεταβληθεί η γεωμετρική γωνία πρόσπτωσης είτε μεταβάλλοντας την γωνία βήματος (pitch) του περυγίου είτε τη γωνία της περωτής σε σχέση με την κύρια διεύθυνση του ανέμου (yaw). Η ρύθμιση με παθητικό τρόπο στηρίζεται στο γεγονός ότι, όταν μεταβάλλεται η ταχύτητα του προσπίπτοντος ανέμου και συνεπώς και η ταχύτητα περιστροφής, μεταβάλλεται και η πραγματική γωνία πρόσπτωσης στην αεροτομή της πτέρυγας.

Στην περίπτωση όπου ο έλεγχος γίνεται με ενεργητικό τρόπο, είναι δυνατόν να εξαχθεί ενέργεια από μεγαλύτερο φάσμα μεταβολών ταχύτητας ανέμου με πιο εύκολο έλεγχο της παραγόμενης ισχύος, εξομαλύνοντας την αεροδυναμική απόσβεση. Επιπλέον, υποβοηθάται η εκκίνηση της περιστροφής της Α/Γ και εξασφαλίζεται το σταμάτημά της. Το κόστος όμως αυξάνει καθώς επίσης και η πολυπλοκότητα της λειτουργίας σε βάρος της αξιοπιστίας γεγονός που την κάνει ακατάλληλη για χρήση σε απρόσιτες θέσεις.

Οι Α/Γ με ρύθμιση ισχύος μέσω απώλειας στήριξης με παθητικό τρόπο παρουσιάζουν απώλεια ενέργειας (λόγω στρογγύλευσης της καμπύλης ισχύος), μείωση της εξομάλυνσης των ταλαντώσεων μέσω αεροδυναμικής απόσβεσης (στην περιοχή πριν την απώλεια στήριξης), υψηλά στατικά φορτία, καμιά βοήθεια στο ξεκίνημα και απαιτούν την ύπαρξη επιπλέον μηχανισμού για το σταμάτημα. Το κόστος τους όμως είναι μικρότερο ενώ η απλότητα της λειτουργίας αυξάνει την αξιοπιστία τους στο χρόνο.

Σήμερα, με την αύξηση του μεγέθους των πτερωτών και την ανάπτυξη της δημιουργίας παράκτιων αιολικών πάρκων, επανέρχεται στην επικαιρότητα ο έλεγχος ισχύος μέσω απώλειας στήριξης.

### **Ταχύτητα περιστροφής**

Διακρίνονται σε Α/Γ με σταθερή και μεταβαλλόμενη ταχύτητα περιστροφής. Οι Α/Γ μεταβαλλόμενης ταχύτητας περιστροφής επιτυγχάνουν μέγιστο συντελεστή ισχύος σε μεγάλο εύρος ταχυτήτων ανέμου, χαμηλότερη ταχύτητα εκκίνησης, εκμετάλλευση της επιπλέον ενέργειας που περιέχεται στις ριπές του ανέμου, μείωση των φορτίων κόπωσης, μείωση του θορύβου σε χαμηλές ταχύτητες ανέμου, προσαρμογή στις τοπικές συνθήκες, μείωση της ευαισθησίας της απόδοσης σε μεταβολές του αιολικού καθεστώτος ενός τόπου, μείωση της διακύμανσης της παραγόμενης ισχύος και της διακύμανσης της ροπής στον άξονα της γεννήτριας. Όμως το κέρδος που προκύπτει από την αύξηση της παραγόμενης ενέργειας μπορεί να μειωθεί, λόγω απωλειών στο σύστημα μετατροπής συχνότητας και λόγω του κόστους του φίλτρου για να αντιμετωπιστούν τα πλούσια σε αρμονικές ρεύματα. Το κόστος επίσης αυξάνει λόγω της απαίτησης να αντιμετωπιστούν μεγαλύτερα φορτία που αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες ταχύτητες λειτουργίας ενώ η πολυπλοκότητα στο χειρισμό του συστήματος μειώνει την αξιοπιστία του.

## 2.1.2 Κύρια χαρακτηριστικά πτερυγώσεων

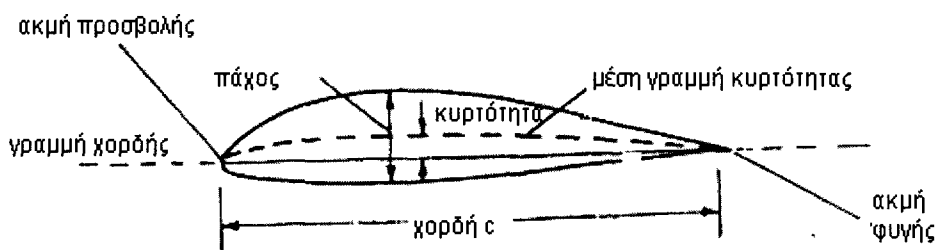
Στις Α/Γ οριζοντίου άξονα διακρίνονται τρεις ρυθμίσεις μέσω μεταβολής των γωνιών της πτερωτής. Η πρώτη ρύθμιση αφορά την γωνία yaw, η οποία είναι η γωνία που σχηματίζει η κάθετος στο επίπεδο περιστροφής της πτερωτής με την διεύθυνση του προσπίπτοντος ανέμου. Η δεύτερη ρύθμιση αφορά τη γωνία conning και εφαρμόζεται σε κατάντη Α/Γ. Σε περίπτωση Α/Γ με δύο πτερύγια, η γωνία conning αντικαθίσταται από την γωνία teeter. Το κάθε πτερύγιο είναι κεκλιμένο ως προς το επίπεδο περιστροφής και έτσι η άκρη του πτερυγίου βρίσκεται εκτός αυτού. Η τρίτη ρύθμιση αφορά τη γωνία tilt και εφαρμόζεται σε ανάντη Α/Γ. Ολόκληρο το επίπεδο περιστροφής είναι κεκλιμένο ως προς τον πύργο στήριξης. Με τη χρήση αυτών των ρυθμίσεων είναι δυνατόν να μειωθεί ο κίνδυνος πρόσκρουσης των πτερυγίων στον πύργο, να αυξηθούν οι εκμεταλλεύσιμες κατευθύνσεις προσπίπτοντος ανέμου και να μειωθούν κάποια φορτία. Οι παραπάνω αναφερόμενες γωνίες ορίζονται στο Σχήμα 2.5.

Η κάθε πτέρυγα αποτελείται από μια κατανομή αεροτομών. Για το χαρακτηρισμό της πτέρυγας θα πρέπει να δοθεί η κατανομή και η θέση των αεροτομών οι οποίες την αποτελούν. Ακόμα και αν θεωρηθεί ότι ολόκληρη η πτέρυγα αποτελείται από την ίδια αεροτομή σε σταθερό προσανατολισμό, δηλαδή με την ίδια γεωμετρική γωνία πρόσπτωσης, για να ολοκληρωθεί η περιγραφή θα πρέπει να δοθεί και το μήκος της. Συνήθως ορίζεται ως λόγος επιμήκους (aspect ratio) ένας αδιάστατος αριθμός, που είναι ο λόγος του μήκους του πτερυγίου προς τη χορδή. Πάντως στη γενική περίπτωση, για λειτουργικούς λόγους, χρησιμοποιούνται διαφορετικές αεροτομές, στη ρίζα, στο μέσο και στο άκρο του πτερυγίου, με τη διατομή στη ρίζα του πτερυγίου να καταλήγει συνήθως σε κυκλική διατομή, δεδομένου ότι στην περιοχή αυτή ενδιαφέρον έχει κυρίως η αντοχή σε καμπτικά φορτία και όχι τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου. Επίσης σε κάθε περιοχή, η γεωμετρική γωνία πρόσπτωσης είναι διαφορετική, το πτερύγιο είναι συστραμένο (twisted) αφού όπως θα αποδειχθεί αργότερα η ενεργός γωνία πρόσπτωσης εξαρτάται και από την απόσταση της αεροτομής από τον άξονα περιστροφής.

### 2.1.3 Κύρια χαρακτηριστικά αεροτομών

Όπως ήδη αναφέρθηκε η κάθε πτέρυγα αποτελείται από μια κατανομή αεροτομών. Η αεροτομή αποτελεί το βασικό στοιχείο της πτέρυγας και καθορίζει τη μετατροπή της κινητικής ενέργειας του ανέμου σε περιστροφική ενέργεια της πτερωτής μέσω της ανάπτυξης της αεροδυναμικής άνωσης. Στόχος είναι η κατά το δυνατό ανάπτυξη αεροδυναμικής άνωσης κρατώντας παράλληλα χαμηλή την οπισθέλκουσα. Εκτός όμως από τα αεροδυναμικά φορτία που μεταβάλλονται τόσο στο χρόνο όσο και κατά μήκος του πτερυγίου, πάνω στην αεροτομή αναπτύσσονται αδρανειακές αλλά και ελαστικές δυνάμεις.

Στο Σχήμα 2.7 δίδεται τυπική αεροτομή στην οποία σημειώνονται τα χαρακτηριστικά της. Το μέγεθος μιας αεροτομής ορίζεται από τη χορδή της,  $c$ , η οποία ορίζεται ως η ευθεία που ενώνει την ακμή προσβολής με την ακμή φυγής. Η γεωμετρία της αεροτομής χαρακτηρίζεται από τη θέση της μέσης γραμμής, την κυρτότητα και το πάχος. Η μέση γραμμή κυρτότητας είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που βρίσκονται στο μέσο της απόστασης ανάμεσα στην άνω και την κάτω επιφάνεια, με την απόσταση να μετριέται κάθετα στην ίδια τη γραμμή. Η κυρτότητα είναι η μέγιστη απόσταση ανάμεσα στη μέση γραμμή κυρτότητας και τη γραμμή της χορδής μετρούμενη κάθετα στη χορδή. Το πάχος είναι η απόσταση ανάμεσα στην άνω και την κάτω επιφάνεια μετρούμενη κάθετα στη χορδή. Η αεροδυναμική απόδοση χαρακτηρίζεται από τις καμπύλες μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης και του συντελεστή οπισθέλκουσας ως προς τη γωνία πρόσπτωσης, όπου ως γωνία πρόσπτωσης ορίζεται η γωνία που σχηματίζεται από τη χορδή και την κατεύθυνση του προσπίπτοντος ρεύματος αέρα. Οι καμπύλες αυτές δίνονται από τον κατασκευαστή για κάθε αεροτομή και προκύπτουν από μετρήσεις. Θα γίνει εκτενής αναφορά σε αυτούς τους συντελεστές κατά την περιγραφή της ροής. Για να ολοκληρωθεί η περιγραφή μιας αεροτομής θα πρέπει να δοθεί η τραχύτητα,  $k$ , της επιφάνειάς της.



Σχήμα 2.7 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά αεροτομής

#### **2.1.4. Σύγχρονες κατασκευαστικές τάσεις**

Μια ανασκόπηση πάνω στις σύγχρονες κατασκευαστικές τάσεις των πτερυγίων δίνεται στην εργασία [109]. Η αύξηση του μήκους των πτερυγίων και του μεγέθους των Α/Γ τείνει να καταστήσει τα πτερύγια ένα μεγαλύτερο τμήμα του συνολικού κόστους του συστήματος. Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι ο μόνος περιορισμός που μπορεί να τεθεί στη διαρκή αύξηση του μήκους των πτερυγίων προέρχεται από το κόστος μεταφοράς τους. Σήμερα το μέγιστο μήκος κυμαίνεται μεταξύ 80 – 120 m διαμέτρου και χρησιμοποιούνται σε Α/Γ ισχύος που φτάνει τα 3MW, ενώ το 1992 το μέσο μήκος διαμέτρου ήταν γύρω στα 40m και χρησιμοποιούνταν σε Α/Γ ισχύος 500KW. Το κόστος της μεταφοράς αυξάνει σημαντικά για διαμέτρους μεγαλύτερες από 46 μέτρα ενώ γίνεται απαγορευτικό για μεγάλες μετακινήσεις για διαμέτρους μεγαλύτερες από 61 m. Όμως ακόμα και με την αύξηση του μεριδίου των πτερυγίων στο συνολικό κόστος, λόγω αύξησης του μεγέθους τους, το τελευταίο παραμένει σχετικά χαμηλό (10-15%) και συνεπώς η δυνατότητα μείωσης του συνολικού κόστους κατασκευής, μέσω μείωσης του κόστους κατασκευής των πτερυγίων, παραμένει περιορισμένη. Εάν όμως ένα πτερύγιο είναι σε θέση να προσφέρει μείωση του φορτίου της τάξης του 10-20%, τότε έχει μεγάλη επίδραση στο χρόνο ζωής – κόστος για πολλά άλλα τμήματα της Α/Γ όπως είναι ο πύργος, το σύστημα μετάδοσης, και τα ίδια τα πτερύγια.

Η αύξηση του μήκους των πτερυγίων συνοδεύεται αναπόφευκτα και από αντίστοιχη αύξηση του βάρους τους και το τελευταίο έχει γίνει ένας κρίσιμος παράγοντας ανησυχίας για μεγάλες πτερωτές. Προκειμένου να διατηρηθεί η αύξηση του βάρους κάτω από την τρίτη δύναμη της ακτίνας της πτερωτής οι σχεδιαστές έχουν μειώσει κάποια όρια, έχουν εισάγει καινούρια υλικά, χρησιμοποιήσαν αποτελεσματικές διαδικασίες κατασκευής και διερεύνησαν νέες σχεδιαστικές λογικές. Εν τω μεταξύ τα πτερύγια πρέπει να έχουν χρόνο ζωής 20-30 χρόνια και να ικανοποιούν τα πρότυπα που υπαγορεύονται από τους κανόνες ασφαλείας περιορίζοντας τα φορτία. Τρέχουσες έρευνες περιλαμβάνουν τη βελτιστοποίηση χρήσης ινών άνθρακα, και υβριδικών υλικών που περιέχουν άνθρακα για την κατασκευή μεγάλου μήκους πτερυγίων, μείωση φορτίων μέσω κατασκευής που εκμεταλλεύεται την αεροελαστική συμπεριφορά (ζεύξη κάμψης με συστροφή),

εξέλιξη βελτιωμένων κριτηρίων για το σχεδιασμό πτερυγίων καθώς και νεωτερισμών στη γεωμετρία της αεροτομής των πτερυγίων.

## **2.2 Περιγραφή της προς μελέτη ροής**

### **2.2.1 Ροή γύρω από αεροτομή**

Σε ένα σώμα βυθισμένο σε κινούμενο ρευστό, αν αγνοηθεί η υδροστατική άνοση, ασκούνται δυνάμεις οι οποίες είναι δυνατόν να αναλυθούν σε αυτές που είναι παράλληλες (οπισθέλκουσα – drag) με την κατεύθυνση κίνησης του ρευστού και σε αυτές που είναι κάθετες σε αυτή (αεροδυναμική άνοση – lift). Τοπικά πάνω στην επιφάνεια του σώματος οι δυνάμεις του ρευστού οφείλονται είτε σε παράλληλες προς την επιφάνεια τάσεις (λόγω ιξώδους) είτε σε κάθετες στην επιφάνεια (λόγω πίεσης). Και τα δύο αυτά είδη τάσεων ολοκληρώνόμενα σε όλη την επιφάνεια της αεροτομής συμμετέχουν στη δημιουργία τόσο της οπισθέλκουσας δύναμης όσο και της αεροδυναμικής άνοσης.

Από την ολοκλήρωση των τάσεων και των πιέσεων ως προς κάποιο σημείο της αεροτομής, σημείο εφαρμογής των δυνάμεων, είναι δυνατόν να υπολογισθεί και η ροπή (pitching moment)  $M$  που δημιουργούν η αεροδυναμική άνοση και η οπισθέλκουσα δύναμη ως προς αυτό το σημείο. Υπάρχει κάποιο σημείο, πάνω στην αεροτομή ως προς το οποίο η ροπή που προέρχεται από την αεροδυναμική άνοση και την οπισθέλκουσα είναι μηδενική, το σημείο αυτό ονομάζεται κέντρο πίεσης. Το κέντρο πίεσης είναι δυνατόν να βρίσκεται και εκτός της αεροτομής, η θέση του μεταβάλλεται ανάλογα με το πεδίο ροής και δε μπορεί να θεωρηθεί χαρακτηριστικό της αεροτομής ή να χρησιμοποιηθεί για αεροελαστικούς υπολογισμούς. Πάνω στη χορδή υπάρχει κάποιο σημείο, ως προς το οποίο, η ροπή  $M$  είναι ανεξάρτητη από τη γωνία πρόσπτωσης. Το σημείο αυτό λέγεται αεροδυναμικό κέντρο.

Σε μια αεροτομή, το σημαντικό είναι η αεροδυναμική άνοση που αναπτύσσεται, η οποία θα πρέπει να μεγιστοποιηθεί εν αντιθέσει με την οπισθέλκουσα δύναμη η οποία θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί.

Η φύση της ροής γύρω από ένα σώμα χαρακτηρίζεται από τον αριθμό Reynolds, δηλαδή από τη σχέση των μεγεθών των δυνάμεων αδρανείας προς τις δυνάμεις ιξώδους. Ακόμα όμως και για μεγάλους αριθμούς Reynolds κοντά στη στερεή επιφάνεια υπάρχει μια περιοχή, καλούμενη οριακό στρώμα, στην οποία οι



δυνάμεις ιξώδους παίζουν σημαντικό ρόλο. Οι δυνάμεις που οφείλονται στις τάσεις είναι σχετικά μικρές, η επίδραση όμως που έχει το ιξώδες στη μορφή της ροής είναι πολύ σημαντική.

Όταν εμφανίζεται αύξηση πίεσης (ανασχετική πίεση) είναι πιθανόν το ρευστό μέσα στο οριακό στρώμα, το οποίο επιβραδύνεται και λόγω των δυνάμεων ιξώδους, να σταματήσει και κάτω από την επίδραση της ανασχετικής πίεσης να αλλάξει κατεύθυνση και να κινηθεί προς τα πίσω. Το φαινόμενο αυτό λέγεται αποκόλληση της ροής και αλλάζει σημαντικά το πεδίο ροής γύρω από ένα σώμα. Μέσα στην αποκολλημένη περιοχή η πίεση δεν ανακτάται, παραμένει χαμηλή και το ρευστό που εκτρέπεται από αυτή “βλέπει” μια αλλοιωμένη γεωμετρία του σώματος.

Το πάχος ενός οριακού στρώματος αυξάνεται καθώς η απόσταση αυξάνει. Αρχικά είναι διατεταγμένο και ομαλό (στρωτό) αλλά μετά από ένα κρίσιμο μήκος, η ροή αρχίζει και γίνεται τυρβώδης. Η τύρβη προκαλεί ανάμιξη του οριακού στρώματος με το ταχύτερα κινούμενο ρευστό έξω από αυτό με αποτέλεσμα την επαναενεργοποίησή του και την καθυστέρηση της εμφάνισης αποκόλλησης.

Τα σώματα που καλούνται αεροδυναμικά λεπταίνουν στην περιοχή της ακμής φυγής (aft region) έτσι ώστε η ανασχετική πίεση να είναι μικρή και η αποκόλληση να καθυστερεί μέχρι να φτάσει στην ακμή φυγής. Αυτό παράγει έναν κατά πολύ στενότερο απόρου (wake) και πολύ χαμηλή οπισθέλκουσα οφειλόμενη στην πίεση. Σε ένα επίπεδο δίσκο τοποθετημένο κάθετα στη ροή ενός ρευστού το μεγαλύτερο μέρος της οπισθέλκουσας οφείλεται στη διαφορά πίεσης εν αντιθέσει με ένα αεροδυναμικό σώμα όπου το μεγαλύτερο μέρος της οπισθέλκουσας οφείλεται στη διατμητική τάση. Γενικά σε στατική κατάσταση, η αντίσταση οφείλεται στη μορφή του σώματος και στο ιξώδες. Σε καταστάσεις μεταβαλλόμενες με το χρόνο θα πρέπει να προστεθεί και η αντίσταση που επάγεται από την αποβαλλόμενη στροβιλότητα η οποία μεταβάλλει συνολικά το πεδίο ροής γύρω από την αεροτομή. Ο συντελεστής οπισθέλκουσας ορίζεται ως :

$$C_D = \frac{Drag}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 A} \quad (2.1)$$

όπου, Drag : η οπισθέλκουσα δύναμη

$\frac{1}{2} \rho U_\infty^2$  : η δυναμική πίεση

$U_\infty$  : η ταχύτητα της αδιατάρακτης ροής

A : η μετωπική επιφάνεια του σώματος

Για την περίπτωση της αεροτομής, ο συντελεστής οπισθέλκουσας αναφέρεται σε μια διατομή και η μετωπική επιφάνεια  $A$  αντικαθίσταται από τη χορδή  $c$ . Τυπικές τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας για  $Re=10^5$  είναι 2 για επίπεδο δίσκο, 1.2 για κύλινδρο και 0.12 για αεροδυναμικό σώμα.

Οι συνιστώσες των δυνάμεων της πίεσης και της διατμητικής τάσης που είναι κάθετες στην κατεύθυνση του ρευστού συνθέτουν την αεροδυναμική άνοση  $L$  (lift). Ο συντελεστής αεροδυναμικής άνοσης ορίζεται ως:

$$C_L = \frac{Lift}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 A} \quad (2.2)$$

όπου, Lift : η αεροδυναμική άνοση

Σε αεροδυναμικής μορφής σώματα ο συντελεστής  $C_L$  μεταβάλλεται από 0 μέχρι 1.6. Τόσο ο συντελεστής οπισθέλκουσας όσο και ο συντελεστής αεροδυναμικής άνοσης εξαρτώνται, εκτός από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αεροτομής, και από τη γωνία πρόσπτωσης και την ταχύτητα της ροής  $U$ , αλλά και από τα χαρακτηριστικά μεγέθη της τύρβης.

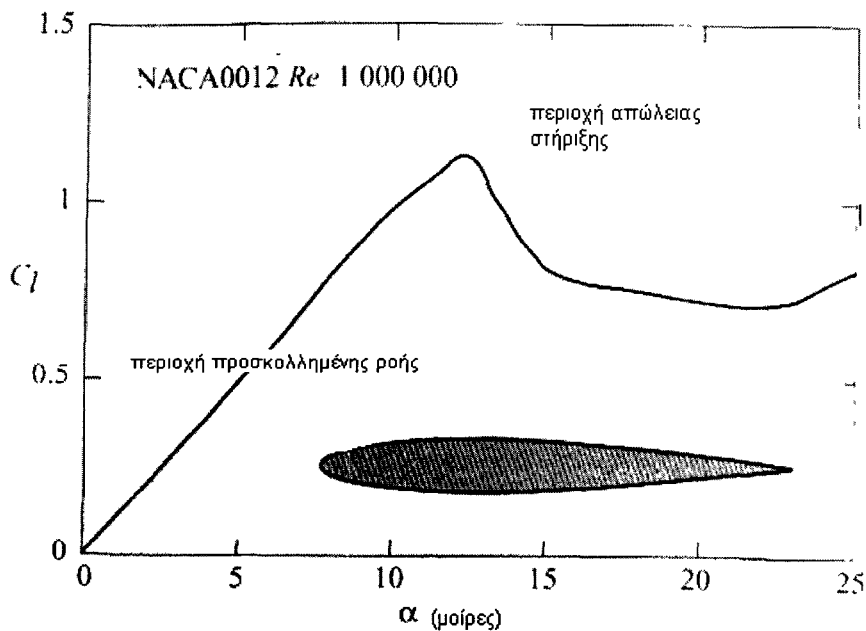
Εάν η γωνία πρόσπτωσης της αεροτομής ξεπεράσει κάποιο όριο ( $10^\circ$  έως  $16^\circ$  ανάλογα με τον αριθμό  $Re$ ) λαμβάνει χώρα αποκόλληση του οριακού στρώματος στην άνω επιφάνεια λόγω της εμφάνισης ανασχετικής κλίσης πίεσης (adverse pressure gradient). Αυτό κάνει να σχηματίζεται απόρους στο πάνω μέρος της διατομής που μειώνει την κυκλοφορία και την αεροδυναμική άνοση και αυξάνει την οπισθέλκουσα. Ένας επίπεδος δίσκος μπορεί να αναπτύξει αεροδυναμική άνοση αλλά εμφανίζει απώλεια στήριξης σε πολύ μικρές γωνίες πρόσπτωσης λόγω της πολύ οξείας ακμής προσβολής. Κυρτώνοντας το δίσκο θα καλυτέρευε η συμπεριφορά σε ότι αφορά την απώλεια στήριξης αλλά η μεγάλη βελτίωση προέρχεται από την αύξηση του πάχους και την ταυτόχρονη στρογγύλευση της ακμής προσβολής. Σε μια τυπική καμπύλη  $C_L$ - $\alpha$ , όπως αυτή στο Σχήμα 2.8, είναι δυνατόν να αναγνωριστεί η περιοχή στην οποία η ροή παραμένει προσκολλημένη στην πάνω επιφάνεια. Είναι η γραμμική περιοχή που αντιστοιχεί σε μικρές γωνίες πρόσπτωσης και όπου ο  $C_L$  αυξάνει αυξανόμενης της γωνίας πρόσπτωσης σύμφωνα με τη σχέση :

$$C_L = a_0 \sin \alpha \cong a_0 \alpha \quad (2.3)$$

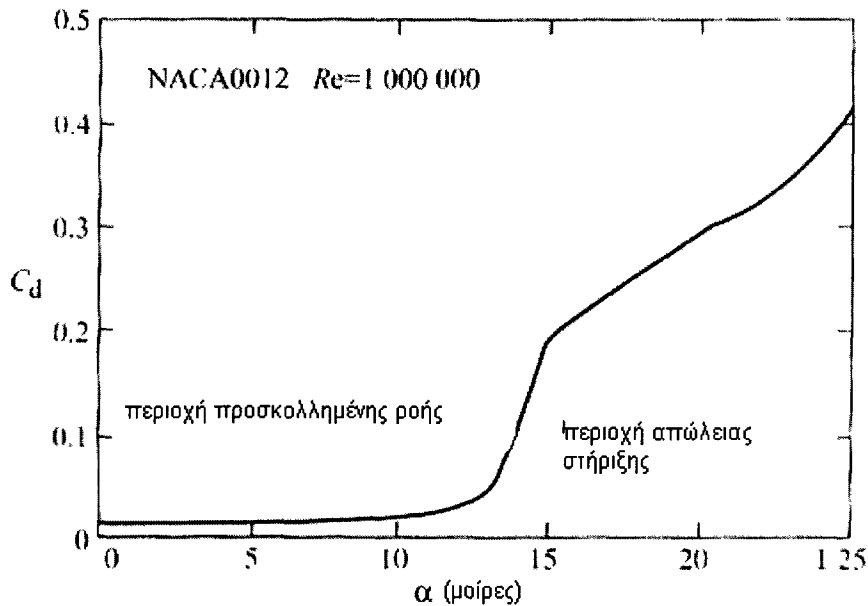
όπου,  $a_0$  : σταθερά και  $\alpha$  : η γωνία πρόσπτωσης

Ο  $C_L$  αυξάνει μέχρι μια μέγιστη τιμή  $C_{Lmax}$  μετά την οποία αρχίζει η αποκόλληση της ροής στην άνω επιφάνεια. Σε αυτήν την περιοχή απώλειας στήριξης (stall), ο  $C_L$  γενικά μειώνεται, παύει να συμπεριφέρεται γραμμικά ως προς τη γωνία πρόσπτωσης και οι αυξομειώσεις του ακολουθούν κύκλους υστέρησης. Σε μια καμπύλη  $C_D$ -α, όπως αυτή στο Σχήμα 2.9, επίσης είναι δυνατόν να αναγνωριστεί η περιοχή της προσκολλημένης ροής, όπου ο  $C_D$  είναι χαμηλός μέχρι τη γωνία εμφάνισης αποκόλλησης όπου πραγματοποιείται δραματική αύξηση του συντελεστή αντίστασης.

Αυτό που ενδιαφέρει είναι ο λόγος  $C_L/C_D$  ο οποίος στην περιοχή απώλειας στήριξης είναι πολύ μικρός πράγμα που σημαίνει ότι η απόδοση του πτερυγίου μειώνεται αφού χρησιμοποιεί την ενέργεια που παίρνει από τον άνεμο όχι για να παράγει αεροδυναμική άνοση αλλά για υπερνικήσει την αντίσταση. Γενικά αυξανόμενου του αριθμού  $Re$  ο συντελεστής  $C_D$  μειώνεται και ο συντελεστής  $C_L$  αυξάνεται ενώ μετατοπίζεται σε μεγαλύτερες τιμές η γωνία εμφάνισης αποκόλλησης. Ο κρίσιμος αριθμός  $Re$  για μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή πάνω στην επιφάνεια αεροτομής είναι περίπου 200000.



**Σχήμα 2.8 Μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής άνοσης  $C_L$  για αεροτομή NACA0012,  $Re=10^6$  [9]**



Σχήμα 2.9 Μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  αεροτομής NACA0012,  $Re=10^6$  [9]

Η κατανομή πίεσης κατά μήκος της χορδής της αεροτομής είναι τέτοια ώστε το μεγαλύτερο τμήμα της αεροδυναμικής άνωσης να παράγεται από την περιοχή της ακμής προσβολής και να οφείλεται κυρίως στη χαμηλή πίεση της άνω επιφάνειας. Συνήθως η κατανομή πίεσης εκφράζεται με τον αδιάστατο συντελεστή πίεσης:

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (2.4)$$

### 2.2.2 Η ροή γύρω από το πτερύγιο

Στη ροή σε ολόκληρο το πτερύγιο εμφανίζονται και τρισδιάστατα φαινόμενα που δεν οφείλονται μόνο στη τρισδιάστατη φύση της τύρβης. Κλίσεις πίεσης εμφανίζονται κατά μήκος του πτερυγίου λόγω μεταβολής της αεροτομής από θέση σε θέση ή μεταβολής της ενεργού γωνίας πρόσπτωσης και λόγω εμφάνισης φυγόκεντρων δυνάμεων. Αλλά ακόμα και για ένα μη περιστρεφόμενο πτερύγιο με σταθερή διατομή αλλά πεπερασμένου μήκους πάλι θα εμφανιζόταν κλίση πίεσης κατά μήκος του, λόγω των απωλειών στα άκρα του όπου ο αέρας υψηλής πίεσης της κάτω επιφάνειας κινείται προς τη χαμηλής πίεσης πάνω επιφάνεια. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούνται δίνες “horseshoe” οι οποίες αποβάλλονται από τα άκρα του πτερυγίου και επηρεάζουν το πεδίο ροής.

### 2.2.3 Απώλεια στήριξης

Η δραματική αύξηση της οπισθέλκουσας και η μη-γραμμικότητα που χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά της αεροτομής σε κατάσταση απώλειας στήριξης είναι οι δύο λόγοι που οδηγούν στην επιθυμία αποφυγής λειτουργίας της αεροτομής σε αυτές τις συνθήκες. Επιπλέον λειτουργικές απαιτήσεις οδηγούν τα πτερύγια μιας ανεμογεννήτριας ή τμήμα αυτών να λειτουργούν ακριβώς σε κατάσταση απώλειας στήριξης καθιστώντας τη μελέτη της περιοχής αυτής επιτακτική.

Στην περιοχή αυτή η μελέτη της αεροελαστικής συμπεριφοράς μιας αεροτομής, δηλαδή η μελέτη της αλληλεπίδρασης μεταξύ των ελαστικών φορτίων, των αεροδυναμικών φορτίων και των δυνάμεων αδρανείας γίνεται ακόμα πιο περίπλοκη αφού τα αεροδυναμικά φορτία δεν είναι δυνατόν να εκφραστούν ως γραμμική συνάρτηση των μετατοπίσεων και των παραμορφώσεων.

## 2.3 Θεωρία πτερυγισμού

### 2.3.1. Γενικά περί πτερυγισμού

Αεροελαστικότητα είναι η μελέτη αλληλεπιδράσεων μεταξύ των δυνάμεων αδρανείας, ελαστικότητας και αεροδυναμικής φόρτισης σε δομικά στοιχεία εκτεθειμένα σε ρεύμα αέρα [44].

Ως πτερυγισμός (flutter) ή δυναμική αστάθεια ορίζεται μια ασταθής και αυτοδιεγχειρόμενη ταλάντωση ενός σώματος σε ρεύμα αέρα η οποία προκύπτει από συνεχή αλληλεπίδραση ανάμεσα στο ρευστό και στη δομή, από τα οποία το ένα ή και τα δύο μπορεί να έχουν μη-γραμμική μορφή [38].

Αν και τόσο η αεροελαστικότητα όσο και η εμφάνιση πτερυγισμού αναφέρονται γενικά στην αλληλεπίδραση στερεού με ρευστό, στην παρούσα διατριβή ως ρευστό θα θεωρείται ο αέρας και ως στερεό το πτερύγιο ή η διδιάστατη εκδοχή του, η αεροτομή.

Αν θεωρηθεί πτερύγιο εκτεθειμένο σε μόνιμο ρεύμα αέρα με έναν μόνο βαθμό ελευθερίας (συστροφή γύρω από ελαστικό άξονα - pitch) τότε πρόκειται για ένα στατικό πρόβλημα. Σε αυτή την περίπτωση είναι δυνατόν να υπολογιστεί μια ταχύτητα αέρα η οποία θα προκαλούσε αεροδυναμικά φορτία μεγέθους τέτοιου που το πτερύγιο θα οδηγείτο σε θραύση. Σε αυτές τις περιπτώσεις λέγεται ότι η αεροτομή αποκλίνει (divergence). Προβλήματα στα οποία δεσπόζει η ισχυρή σύζευξη ανάμεσα

σε σταθερά αεροδυναμικά φορτία και σταθερές δομικές παραμορφώσεις γενικά αναφέρονται ως στατικά αεροελαστικά προβλήματα [29].

Όμως συνήθως ένα φαινόμενο δεν εξελίσσεται στατικά σε σχέση με το χρόνο είτε λόγω μη στατικού χαρακτήρα της ταχύτητας και της διεύθυνσης του ανέμου είτε λόγω μετατόπισης της αεροτομής πέραν των μικρών παραμορφώσεων λόγω αεροδυναμικών στατικών φορτίων.

Σε περίπτωση που θεωρηθεί αεροτομή εκτεθειμένη σε μη-μόνιμο ρεύμα αέρα τότε, ακόμα και αν αυτή έχει ένα μόνο βαθμό ελευθερίας, είναι δυνατόν να αναπτύξει ασταθή ταλάντωση ακόμα και σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης. Συγκεκριμένα είναι δυνατόν προτού η ταχύτητα του αέρα φτάσει την τιμή που αντιστοιχεί σε στατική απόκλιση να αρχίσει ταλάντωση με αρνητική απόσβεση η οποία θα οδηγήσει το σύστημα σε αστάθεια. Αυτού του είδους η αστάθεια δε θεωρείται πτερυγισμός διότι υπάρχει εξωτερική διέγερση. Ο πτερυγισμός ως μη-στατικό και τρισδιάστατο φαινόμενο χαρακτηρίζεται από δύο στοιχεία: α) η ταλάντωση είναι αυτοδιεγειρόμενη, και β) έχει συνιστώσες τόσο καμπτικές όσο και στρεπτικές [33]. Σε αυτές τις περιπτώσεις πριν η ταχύτητα αέρα φτάσει την ταχύτητα που προκαλεί απόκλιση (divergence) περνάει από μια κρίσιμη τιμή η οποία αντιστοιχεί στον πτερυγισμό. Πάνω από αυτή την κρίσιμη ταχύτητα οποιαδήποτε μικρή παρενόχληση στην αεροτομή είναι δυνατόν να λειτουργήσει ως σημείο έναρξης ταλαντωτικής αστάθειας που λέγεται 'πτερυγισμός' (flutter).

Όταν ο πτερυγισμός εμφανίζεται σε μικρές γωνίες πρόσπτωσης, στις οποίες η ροή είναι πλήρως προσκολλημένη σε όλη την επιφάνεια της αεροτομής, τότε ονομάζεται κλασσικός πτερυγισμός (classical flutter). Ενώ όταν εμφανίζεται σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης κοντά στη γωνία απώλειας στήριξης τότε καλείται πτερυγισμός σε απώλεια στήριξης (stall flutter). Διαφέρουν μεταξύ τους τόσο στη μορφή των ταλαντώσεων που εμφανίζονται όσο και στα φαινόμενα τα οποία δεσπόζουν σε κάθε περίπτωση, αλλά και στην αντιμετώπισή τους.

Πέραν αυτών στη βιβλιογραφία αναφέρονται και είδη πτερυγισμού που εμφανίζονται όταν υπάρχει στην αεροτομή επιφάνεια 'διεύθυνσης' (control surface). Όταν ο πτερυγισμός εμφανίζεται σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης χωρίς εμφάνιση κρουστικού κύματος και οφείλεται στη ζεύξη τριών βαθμών ελευθερίας (κάμψη και συστροφή της κύριας αεροτομής και περιστροφή της επιφάνειας 'διεύθυνσης' γύρω από την άρθρωση που τη συνδέει με την κύρια αεροτομή) τότε πρόκειται για την περίπτωση του τριμερούς (ternary) πτερυγισμού[33]. Όταν εμφανίζεται λόγω

κρουστικού κύματος τότε ονομάζεται ‘διηχητικός βόμβος’ (transonic buzz). Στην περίπτωση αυτή μια επιφάνεια ‘διεύθυνσης’ η οποία ταλαντώνεται προκαλεί ένα κρουστικό κύμα το οποίο δημιουργεί ταλαντούμενο πεδίο πίεσης, το οποίο με τη σειρά του προκαλεί ταλαντούμενο κρουστικό κύμα και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Παρακάτω θα γίνει αναφορά μόνο στον κλασσικό περυγισμό και στον περυγισμό σε κατάσταση απώλειας στήριξης. Αν και ο περυγισμός είναι φαινόμενο δυναμικό, αρχικά θα γίνει σύντομη αναφορά και στην περίπτωση της στατικής απόκλισης της αεροτομής.

### 2.3.2 Ορισμοί

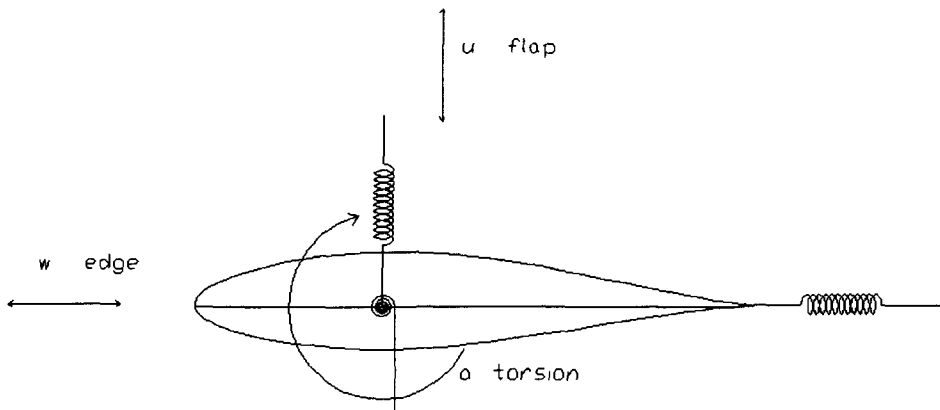
Πριν την έναρξη της λεπτομερούς περιγραφής των ειδών περυγισμού είναι καλό να προσδιοριστούν κάποιοι όροι οι οποίοι θα χρησιμοποιηθούν συχνά και για τους οποίους δεν υπάρχει δόκιμη μετάφραση στα ελληνικά, παρά μόνο περιφραστική προσέγγιση. Οι όροι αυτοί αφορούν τον χαρακτηρισμό κινήσεων οι οποίες σε δύο διαστάσεις αντιστοιχούν σε μετατόπιση της αεροτομής (ή της όποιας αεροδυναμικής επιφάνειας), όμως σε τρεις διαστάσεις, που είναι και η πραγματικότητα, αντιστοιχούν σε παραμόρφωση του δομικού στοιχείου που εκτίθεται σε ρεύμα αέρος.

Κίνηση εγκάρσια (flap) : Ορίζεται ως η μεταφορική κίνηση του ελαστικού κέντρου σε κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο περιστροφής της πτέρυγας και αντιστοιχεί σε καμπτική παραμόρφωση του πτερυγίου έξω από το επίπεδο περιστροφής

Κίνηση διαμήκης (edge ή lead-lag) : Ορίζεται ως η μεταφορική κίνηση του ελαστικού κέντρου σε κατεύθυνση παράλληλη με το επίπεδο περιστροφής της πτέρυγας και αντιστοιχεί σε καμπτική παραμόρφωση του πτερυγίου επί του επιπέδου περιστροφής

Κίνηση πρόνευσης (pitch) ή στρέψης (torsion) : Ορίζεται ως η περιστροφική κίνηση της αεροτομής με κέντρο το ελαστικό κέντρο και πάνω στο επίπεδο της αεροτομής και αντιστοιχεί σε στρεπτική παραμόρφωση του πτερυγίου

Οι τρεις κινήσεις (παραμορφώσεις), που αντιστοιχούν στους τρεις βαθμούς ελευθερίας της αεροτομής δίνονται στο Σχήμα 2.10.



**Σχήμα 2.10 Βαθμοί ελευθερίας αεροτομής**

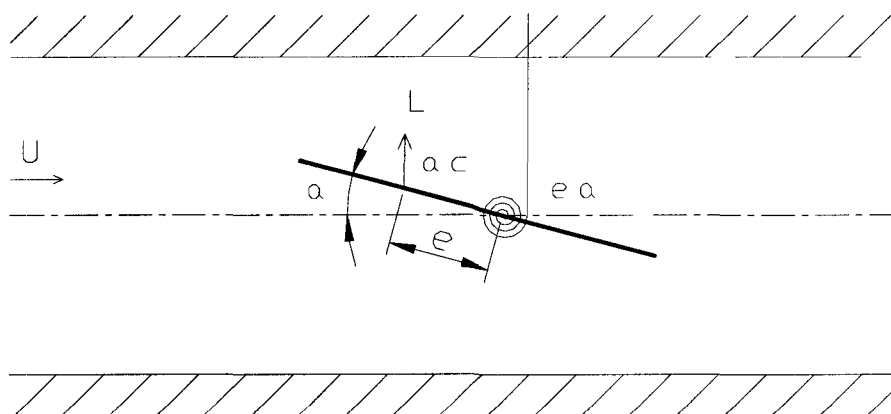
Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στη γενική περίπτωση στην οποία δεν υπάρχουν περιστρεφόμενα μέλη (αεροπλάνο, γέφυρα κλπ), ο όρος flap αντιστοιχεί σε κίνηση κάθετη στο ρεύμα αέρος ή κάθετη στη μεγάλη επιφάνεια και ο όρος edge αντιστοιχεί σε κίνηση παράλληλη προς το επίπεδο της κύριας επιφάνειας. Στη συνέχεια και για λόγους συντομίας οι παραπάνω όροι πιθανόν να αναφέρονται με την αγγλική λέξη.

### 2.3.3 Αεροελαστική Απόκλιση

Η περίπτωση του στατικού προβλήματος, αλλά και των δυναμικών που θα ακολουθήσουν, θα παρουσιαστεί και θα διερευνηθεί χρησιμοποιώντας την έννοια της τυπικής διατομής. Το πρόβλημα θα αντιμετωπιστεί αρχικά ως διδιάστατο ενώ τα ελαστικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου θα προσομοιωθούν με ελατήρια. Ήδη έχουν γίνει πολλές απλοποιήσεις και παραδοχές στο πρόβλημα αφού αγνοούνται οι επιδράσεις της τρισδιάστατης φύσης της ροής και του πτερυγίου. Η δυναμική ενός πραγματικού πτερυγίου μπορεί να προσομοιωθεί επιλέγοντας τις ιδιότητες της τυπικής διατομής να ταιριάζουν με αυτές της διατομής που βρίσκεται σε απόσταση 70-75% από την κεντρική γραμμή προς την άκρη του πτερυγίου [33]. Στην πιο απλοποιημένη της μορφή η τυπική διατομή μπορεί να είναι μια επίπεδη πλάκα (flat plate) η οποία κρέμεται με ένα στρεπτικό ελατήριο εκτεθειμένη σε ρεύμα αέρα. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.11 η μόνη δυνατότητα μετακίνησης που έχει η αεροτομή είναι η στρέψη γύρω από το σημείο σύνδεσης με το ελατήριο. Ακόμα και αυτή η



απλοποιημένη αντιμετώπιση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη πτερυγίου αεροπλάνου σε ευθεία πτήση με σταθερή ταχύτητα [24].



**Σχήμα 2.11** Τυπική διατομή με έναν βαθμό ελευθερίας (pitch)

Σε πρώτη φάση θα πρέπει να εισαχθούν κάποιες έννοιες οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν και αργότερα. Το αεροδυναμικό φορτίο της άνωσης  $L$  (το μόνο που λαμβάνεται υπόψη στην παρούσα φάση) και η αεροδυναμική ροπή  $M_{AC}$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.10 έχουν υπολογιστεί για το σημείο που χαρακτηρίζεται ως αεροδυναμικό κέντρο (aerodynamic center ή a.c.). Το στρεπτικό ελατήριο συνδέεται με την αεροτομή στο σημείο που χαρακτηρίζεται ως ελαστικός άξονας (elastic axis ή e.a.).

Ελαστικός άξονας είναι ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων διάτμησης μιας δοκού [33].

Κέντρο διάτμησης διατομής είναι το σημείο στο οποίο, αν δράσει διατμητική δύναμη, δε θα προκληθεί καθόλου συστρόφη (twist). Το κέντρο διάτμησης είναι χαρακτηριστικό της κάθε αεροτομής [33].

Με το γράμμα  $e$  συμβολίζεται η εκκεντρότητα (eccentricity) η οποία είναι η απόσταση ανάμεσα στο αεροδυναμικό κέντρο και στον ελαστικό άξονα. Θεωρείται θετική όταν ο ελαστικός άξονας βρίσκεται ανάντη από το αεροδυναμικό κέντρο [33].

Τέλος, η συνολική γωνία πρόσπτωσης,  $\alpha$ , μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο συνιστώσες. Την αρχική γωνία πρόσπτωσης  $\alpha_0$  (όταν το ελατήριο ήταν παραμορφωμένο στρεπτικά) και την αύξηση  $\alpha_e$  λόγω της ελαστικής συστρόφης του ελατηρίου :

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_e \quad (2.5)$$

Με βάση τα παραπάνω η ροπή ως προς τον ελαστικό άξονα  $M_y$ , δηλ. η ροπή του ελατηρίου, μπορεί να δοθεί ως άθροισμα της αεροδυναμικής ροπής  $M_{AC}$  και της ροπής που προκαλείται από το αεροδυναμικό φορτίο  $L$  ως προς τον ελαστικό άξονα  $e$ :

$$M_y = M_{AC} + L_e \quad (2.6)$$

Από την αεροδυναμική θεωρία, σε μια απλοποιημένη προσέγγιση, τα αεροδυναμικά φορτία  $L$  και  $M_{AC}$  μπορούν να δοθούν συναρτήσει των αεροδυναμικών συντελεστών και των χαρακτηριστικών της αδιατάρακτης ροής ως εξής :

$$L = C_L q S \quad (2.7)$$

$$M_{AC} = C_{MAC} q S c \quad (2.8)$$

Όπου,

$$C_L = C_{L_0} + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha : \text{συντελεστής αεροδυναμικής άνωσης} \quad (2.9)$$

$C_{L_0}$  : συντελεστής αεροδυναμικής άνωσης για μηδενική γωνία προσβολής

$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$  : κλίση συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης, σταθερά (για μικρές γωνίες

πρόσπτωσης)

$C_{MAC} = C_{MAC_0}$  : συντελεστής αεροδυναμικής ροπής (εξορισμού σταθερός στο αεροδυναμικό κέντρο)

$$q = \frac{\rho U^2}{2} : \text{δυναμική πίεση} \quad (2.10)$$

$\rho$  : πυκνότητα του αέρα

$U$  : ταχύτητα του αδιατάρακτου αέρα

$c$  : η χορδή της αεροτομής

$S$  : η επιφάνεια της αεροτομής ( $S=cx1$ ) στη διδιάστατη περίπτωση

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για επίπεδη πλάκα σε διδιάστατη ασυμπίεστη ροή ισχύει [3]:

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 2\pi \text{ και } C_{MAC_0} = C_{L_0} = 0 \quad (2.11)$$

Η στρεπτική ροπή ως προς τον ελαστικό άξονα στο συγκεκριμένο μοντέλο παραλαμβάνεται όλη από το στρεπτικό ελατήριο με σταθερά  $K_\alpha$  και επομένως μπορεί να δοθεί ως :

$$M_y = -K_\alpha \alpha_e \quad (2.12)$$

Με βάση τα παραπάνω η εξίσωση ισορροπίας της τυπικής διατομής παίρνει την ακόλουθη μορφή.

$$eqS \left[ \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \alpha_e) \right] - K_\alpha \alpha_e = 0 \quad (2.13)$$

### 2.3.3.1 Διερεύνηση της λύσης

Προκειμένου να διερευνηθεί η λύση της στατικής τυπικής διατομής επιλύεται η εξίσωση ισορροπίας ως προς την ελαστική συστροφή  $a_e$  :

$$a_e = \frac{qS}{K_a} \frac{e^{-\frac{\partial C_L}{\partial a} a_0}}{1 - q \frac{Se}{K_a} \frac{\partial C_L}{\partial a}} \quad (2.14)$$

Στην παραπάνω σχέση έχει ενδιαφέρον να υπολογιστεί τότε ο παρονομαστής γίνεται μηδέν, αφού σε αυτή την περίπτωση η τιμή της ελαστικής συστροφής  $a_e$  απειρίζεται. Έτσι το πρόβλημα παίρνει τη μορφή προβλήματος ιδιοτιμών ως προς τη δυναμική πίεση. Είναι δηλαδή δυνατόν, να υπολογιστεί μια τιμή της δυναμικής πίεσης  $q_D$  στην οποία η ελαστική συστροφή γίνεται άπειρη. Στο σημείο αυτό το ελατήριο της τυπικής διατομής καταστρέφεται και τότε λέγεται ότι αποκλίνει (divergence), η δε δυναμική πίεση  $q_D$  λέγεται δυναμική πίεση απόκλισης και ο προσδιορισμός της είναι ένα από τα κύρια ζητούμενα στην ανάλυση ενός στατικού αεροελαστικού προβλήματος :

$$q_D \equiv \frac{K_a}{Se(\partial C_L / \partial a)} \quad (2.15)$$

ή της ταχύτητας απόκλισης ( $U_D$ ) η οποία είναι η κρίσιμη ταχύτητα του αέρα πάνω από την οποία μια απειροστή παραμόρφωση μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλες γωνίες συστροφής.

Εφόσον μόνο θετική δυναμική πίεση έχει φυσικό νόημα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι μπορεί να επιτευχθεί μόνο για θετικές τιμές του  $e$ . Αν δηλαδή το αεροδυναμικό κέντρο βρεθεί κατάντη από τον ελαστικό άξονα τότε δε θα υπάρχει τρόπος να αποκλίνει η αεροτομή [24].

### 2.3.4 Κλασικός πτερυγισμός

Ο πτερυγισμός είναι ένα από τα πιο δραματικά φαινόμενα στην αεροελαστικότητα καθώς πρόκειται για μια δυναμική αστάθεια η οποία συχνά οδηγεί σε δομικές αστοχίες. Μια από τις πολλές δυσκολίες στη μελέτη αυτού του φαινομένου είναι ότι δεν είναι ένα, αλλά πολλά είδη.

Μια ταλάντωση λέγεται αεροδυναμικά ασταθής αν το ταλαντούμενο σώμα κερδίζει ενέργεια από το ρεύμα αέρος σε έναν πλήρη κύκλο. Αν το ταλαντούμενο σώμα δεν έχει ούτε εξωτερική διέγερση ούτε εσωτερική τριβή (απόσβεση) τότε η αεροδυναμική αστάθεια ονομάζεται 'πτερυγισμός'.

$\text{περυγισμός} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{δυναμικό φαινόμενο} \\ \text{αυτοδιεγειρόμενο} \\ \text{χωρίς εξωτερική διέγερση ή εσωτερική τριβή} \end{array} \right.$

Η εσωτερική απόσβεση σκεδάζει ενέργεια ενώ η εξωτερική διέγερση επιβάλλει ανταλλαγή ενέργειας. Και οι δύο μεταβάλλουν τις κινηματικές συνθήκες του αεροελαστικού συστήματος σε αντίθεση με τις δυνάμεις αδρανείας και ελαστικότητας.

Σκοπός της ανάλυσης του περυγισμού είναι η εύρεση της πρώτης κρίσιμης ταχύτητας αέρα, δηλ. δυναμικής πίεσης, στην οποία εμφανίζεται. Ως κρίσιμη ταχύτητα ορίζεται η ταχύτητα του αέρα στην οποία η ελαστική δυσκαμψία είναι οριακά ικανή να διατηρήσει το περύγιο στη μετατοπισμένη θέση. Αν περιοριστεί ο όρος στην ταλαντωτική αστάθεια μιας δυναμικής ροής στην οποία δε συμβαίνει ούτε αποκόλληση ούτε ισχυρά κρουστικά κύματα τότε προκύπτει η περίπτωση του κλασσικού περυγισμού. Στην περίπτωση αυτή εμπλέκονται τουλάχιστο δύο βαθμοί ελευθερίας: α) η συστροφή γύρω από τον ελαστικό άξονα (pitch), και β) η κάμψη του περυγίου (flap) η οποία στη διδιάστατη περίπτωση εμφανίζεται με τη μορφή μετατόπισης κάθετα προς την κατεύθυνση της αδιατάρακτης ροής [33].

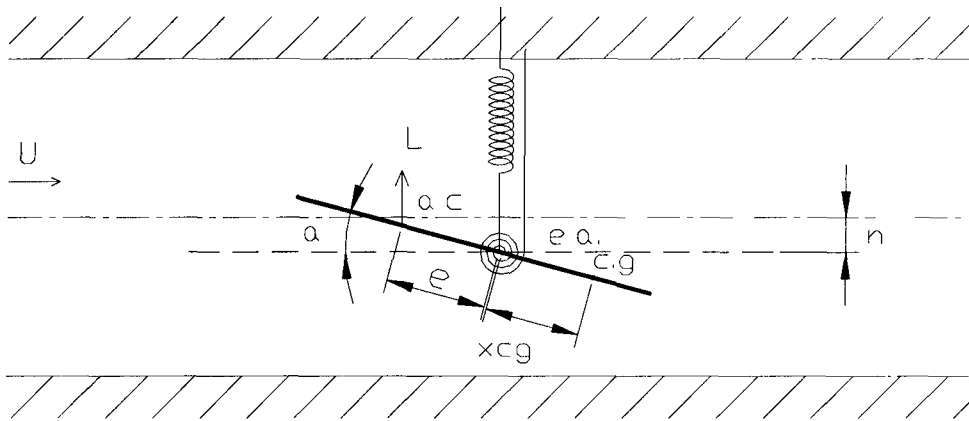
Ο κλασσικός περυγισμός εμφανίζεται διότι η ταχύτητα της ροής επηρεάζει τα εύρη μετατόπισης και τις διαφορές φάσης ανάμεσα στις κινήσεις ως προς τους διαφορετικούς βαθμούς ελευθερίας με τέτοιο τρόπο ώστε η αεροτομή να απορροφά ενέργεια από το ρεύμα αέρα.

$\text{κλασσικός περυγισμός} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{φαινόμενο δυναμικό} \\ \text{αυτοδιεγειρόμενο} \\ \text{χωρίς εξωτερική διέγερση ή εσωτερική τριβή} \\ \text{ζεύξη βαθμών ελευθερίας} \end{array} \right.$

### 2.3.4.1 Γραμμικοποίηση

Ένας τρόπος για να διερευνηθεί το φαινόμενο του περυγισμού είναι να γίνει μια σειρά απλοποιητικών παραδοχών ώστε να γραμμικοποιηθούν οι συνιστώσες του προβλήματος. Αυτό θα αντιμετωπιστεί με τον ίδιο τρόπο όπως το στατικό πρόβλημα χρησιμοποιώντας την τυπική διατομή ως δομικό μοντέλο και μια μόνιμη ροή για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων.

Εφόσον το φαινόμενο είναι μη μόνιμο, στις εξισώσεις ισορροπίας θα πρέπει να εισαχθούν και οι αδρανειακές δυνάμεις εκτός από τις ελαστικές και τις αεροδυναμικές του στατικού προβλήματος. Επιπλέον θα θεωρηθούν δύο βαθμοί ελευθερίας εφόσον στη θεωρία έχει ήδη αναφερθεί ότι ο κλασικός πτερυγισμός είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης ανάμεσα στα δύο είδη κινήσεων. Έτσι εκτός από το στρεπτικό ελατήριο το οποίο προσομοιώνει τη δυσκαμψία της συστροφής θεωρείται ότι η αεροτομή είναι συνδεδεμένη και με ένα γραμμικό ελατήριο το οποίο προσομοιώνει τη δυσκαμψία ως προς κίνηση κάθετη στη φορά του ρεύματος αέρα [24].



**Σχήμα 2.12** Τυπική διατομή με δύο βαθμούς ελευθερίας (pitch – flap)

Στο Σχήμα 2.12 έχει προστεθεί το γραμμικό ελατήριο και η τυπική διατομή φαίνεται μετατοπισμένη κατά  $h$  ως προς την κάθετο στην κατεύθυνση του αέρα. Έχει επίσης τοποθετηθεί η θέση του κέντρου βαρύτητας της αεροτομής σε απόσταση  $x_{cg}$  από τον ελαστικό άξονα. Η απόσταση  $x_{cg}$  θεωρείται θετική όταν το κέντρο βάρους βρίσκεται κατάντη του ελαστικού άξονα.

Για μόνιμη ροή ένα απλοποιημένο γραμμικό αεροδυναμικό μοντέλο δίνει τα αεροδυναμικά φορτία ως εξής :

$$\text{κατεύθυνση καμπτικής παραμόρφωσης : } L = qS \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} a \quad (2.16)$$

$$\text{κατεύθυνση στρεπτικής παραμόρφωσης : } M_y = eL \quad (2.17)$$

Υιοθετώντας το μοντέλο των ελατηρίων, οι ελαστικές δυνάμεις δίνονται ως εξής :

$$K_h h \quad (2.18)$$

$$K_a a \quad (2.19)$$

Τέλος οι αδρανειακές δυνάμεις που εμφανίζονται σε κάθε κατεύθυνση δίνονται ως εξής :

$$m\ddot{h} + S_a\ddot{a} \quad (2.20)$$

$$I_a\ddot{a} + S_a\ddot{h} \quad (2.21)$$

όπου,

$h$  : η καμπτική παραμόρφωση

$I_a$  : αξονική ροπή αδράνειας ως προς ελαστικό άξονα

$S_a$  : στατική ροπή ως προς ελαστικό άξονα

Είναι σαφές ότι, όταν το πρόβλημα είναι δυναμικό και συνεπώς οι ταχύτητες και επιταχύνσεις των παραμορφώσεων μη-μηδενικές, η ζεύξη μεταξύ των δύο κινήσεων εισάγεται μέσω των αδρανειακών δυνάμεων. Όπως θα αποδειχθεί αυτή η ζεύξη είναι πιθανόν να οδηγήσει σε ‘αρνητική απόσβεση’, απορρόφηση δηλαδή ενέργειας από το ρεύμα αέρα και ενίσχυση της ταλαντωτικής κίνησης χωρίς εξωτερική διέγερση, δηλαδή πτερυγισμό.

Οι εξισώσεις ισορροπίας τώρα διαμορφώνονται ως εξής :

Σε καμπτική κατεύθυνση

$$m\ddot{h} + S_a\ddot{a} + K_h h + qS \frac{\partial C_L}{\partial a} a = 0 \quad (2.22)$$

Σε στρεπτική κατεύθυνση

$$I_a\ddot{a} + S_a\ddot{h} + K_a a - qSe \frac{\partial C_L}{\partial a} a = 0 \quad (2.23)$$

### 2.3.4.2 Επίλυση γραμικοποιημένου συστήματος

Το γραμμικοποιημένο πλέον πρόβλημα μπορεί να διερευνηθεί στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο των συχνοτήτων. Στην παρούσα παράγραφο το πρόβλημα θα μελετηθεί στο πεδίο του χρόνου [24].

#### 2.3.4.2.1 Πεδίο του χρόνου

Προκειμένου να διερευνηθεί η ευστάθεια του συστήματος γίνεται η παραδοχή ότι οι λύσεις είναι της μορφής:

$$h = \bar{h}e^{pt} \quad (2.24)$$

$$a = \bar{a}e^{pt} \quad (2.25)$$

και προσδιορίζονται οι δυνατές τιμές του  $p$ , το οποίο είναι συνήθως μιγαδικός αριθμός. Αν το πραγματικό μέρος του  $p$  είναι θετικό τότε η λύση αποκλίνει εκθετικά με το χρόνο και η τυπική διατομή είναι ασταθής.

Προκειμένου να προσδιοριστεί το  $p$ , τα  $h$  και  $a$  αντικαθίστανται στο γραμμικοποιημένο σύστημα το οποίο καταλήγει

$$\begin{bmatrix} mp^2 + K_h & S_a p^2 + qS \frac{\partial C_L}{\partial a} \\ S_a p^2 & I_a p^2 + K_a - qSe \frac{\partial C_L}{\partial a} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{h}e^{pt} \\ \bar{a}e^{pt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

Για να έχει το παραπάνω σύστημα μη-τετριμμένες (στην προκειμένη περίπτωση μη-μηδενικές) λύσεις, θα πρέπει να προσδιοριστούν οι τιμές του  $p$  για τις οποίες η ορίζουσα μηδενίζεται. Αυτό θα οδηγήσει στην ακόλουθη τεταρτοβάθμια εξίσωση:

$$Ap^4 + Bp^2 + C = 0 \rightarrow p^2 = \frac{-B \pm [B^2 - 4AC]^{1/2}}{2A} \quad (2.27)$$

όπου,

$$A = mI_a - S_a^2 > 0 \text{ πάντα επειδή } (r_a > x_{cg}) \quad (2.28)$$

$$B = m \left[ K_a - qSe \frac{\partial C_L}{\partial a} \right] + K_h I_a - S_a qS \frac{\partial C_L}{\partial a} \quad (2.29)$$

$$C = K_h \left[ K_a - qSe \frac{\partial C_L}{\partial a} \right] > 0 \text{ για } q < q_D \quad (2.30)$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η τιμή του  $p$  εξαρτάται από το πρόσημο του  $B$ . Έτσι υπάρχουν δύο δυνατότητες:  $B > 0$  και  $B < 0$ .

i) Περίπτωση  $B > 0$ . Τότε πρέπει να ελεγχθούν οι τιμές που είναι δυνατόν να πάρει η διακρίνουσα

ια)  $B^2 - 4AC > 0$  : τότε οι τιμές του  $p^2$  είναι πραγματικοί και αρνητικοί αριθμοί, συνεπώς οι τιμές του  $p$  είναι καθαρά φανταστικοί αριθμοί, άρα δεν υπάρχει περίπτωση να αυξηθεί το εύρος της ταλάντωσης και συνεπώς οι ταλαντώσεις θεωρούνται ευσταθείς

ιβ)  $B^2 - 4AC < 0$  : τότε οι τιμές του  $p^2$  είναι μιγαδικοί και συνεπώς τουλάχιστον μια τιμή του  $p$  θα είναι πραγματική και θετική, αυτή η τιμή θα οδηγήσει σε αύξηση του εύρους των ταλαντώσεων και σε αστάθεια

ιγ)  $B^2 - 4AC = 0$  : Αυτή η σχέση δίνει το όριο ανάμεσα στην ουδέτερη ισορροπία και στην έναρξη της ασταθούς κίνησης. Από αυτή τη σχέση είναι δυνατόν

να υπολογιστεί μια ρητή έκφραση για την τιμή του  $q$  που αντιστοιχεί στο όριο εμφάνισης αστάθειας η οποία όπως έχει ήδη αναφερθεί ονομάζεται δυναμική πίεση πτερυγισμού. Η σχέση οδηγεί σε ένα τριώνυμο μορφής:

$$Dq_F^2 + Eq_F + F = 0 \quad (2.31)$$

$$\text{από την οποία προκύπτει } q_F = \frac{-E \pm [E^2 - 4DF]^{1/2}}{2D} \quad (2.32)$$

όπου,

$$D = \left\{ [me + S_a] S \frac{\partial C_L}{\partial a} \right\}^2 \quad (2.33)$$

$$E = \left\{ -2[me + S_a] [mK_a + K_h I_a] + 4[mI_a - S_a^2] eK_h \right\} S \frac{\partial C_L}{\partial a} \quad (2.34)$$

$$F = [mK_a + K_h I_a]^2 - 4[mI_a - S_a^2] K_h K_a \quad (2.35)$$

ii) Περίπτωση  $B < 0$ . Για  $q=0$  το  $B$  είναι θετικό. Άρα ξεκινάει με μια θετική τιμή και μπορεί να γίνει αρνητικό μόνο για μεγάλες τιμές του  $q$ . Για να γίνει το  $B$  μικρότερο του μηδενός υπό τις παρούσες συνθήκες, το σύστημα θα έχει ήδη περάσει από το στάδιο κατά το οποίο η ποσότητα  $B^2 - 4AC < 0$  οπότε το σύστημα θα έχει ήδη περάσει σε περιοχή ασταθούς λειτουργίας. Συνεπώς δεν υπάρχει ιδιαίτερος λόγος να εξετασθεί αυτή η περίπτωση.

#### 2.3.4.2.2 Πεδίο συχνοτήτων

Η προσέγγιση αυτή είναι πολύ πιο αναπτυγμένη και δημοφιλής διότι η αεροδυναμική θεωρία είναι πιο πλήρης για απλές αρμονικές κινήσεις παρά για τυχαίες μετατοπίσεις [24 (σελ.102-106)]. Ο αεροδυναμικός μπορεί να δώσει τις συναρτήσεις μεταφοράς, αν και για πιο σύνθετες και ακριβείς αεροδυναμικές θεωρίες, η συνάρτηση μεταφοράς είναι πολύ ταλαντωτική και είναι γνωστή μόνο αριθμητικά και για περιορισμένο αριθμό συχνοτήτων. Υπάρχει επίσης η δυνατότητα να γίνει περιγραφή τυχαίας φόρτισης όπως είναι η ριπή (gust) μέσω ενός φάσματος ισχύος (power spectrum). Το κύριο μειονέκτημα της προσέγγισης μέσω του πεδίου συχνοτήτων είναι ότι απαιτεί δύο ξεχωριστούς υπολογισμούς. Έναν για να προσεγγιστεί η ευστάθεια του συστήματος (πτερυγισμός) και έναν δεύτερο για να προσδιοριστεί η απόκριση σε εξωτερικά φορτία.

Η διαδικασία που ακολουθείται στην περίπτωση αυτή είναι να χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις κίνησης εκφρασμένες στο πεδίο του χρόνου και με μετασχηματισμό Fourier να εκφραστούν στο πεδίο των συχνοτήτων. Η μετατροπή



αυτή οδηγεί στο ακόλουθο σύστημα αν για παράδειγμα θεωρηθεί ότι το σύστημα αποκρίνεται σε εξωτερική διέγερση τύπου ριπής :

$$\begin{bmatrix} \left[ -\omega^2 m + K_h + \left( H_{Lh} \dot{\bar{h}} - \frac{i\omega}{U} \right) qb \right] & \left[ -\omega^2 S_a + \left( H_{Lh} \dot{\bar{h}} + H_{La} \frac{i\omega b}{U} \right) qb \right] \\ \left[ -\omega^2 S_a - \left( H_{Mh} \dot{\bar{h}} + \frac{i\omega}{U} \right) qb^2 \right] & \left[ -\omega^2 I_a + K_a - \left( H_{Mh} \dot{\bar{h}} + H_{Ma} \frac{i\omega b}{U} \right) qb^2 \right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{h} \\ \bar{a} \end{Bmatrix} = qb \frac{\bar{w}_G}{U} \begin{Bmatrix} -H_{LG} \\ H_{MG} b \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

όπου,

U : ταχύτητα ρεύματος αέρα

q : δυναμική πίεση

b : μήκος αναφοράς (ημιχορδή)

$\bar{w}_G$  : μέση τιμή ταχύτητας ανέμου ριπής

$\bar{h}$  : μέση τιμή καμπτικής μετατόπισης

$\bar{a}$  : μέση τιμή στρεπτικής μετατόπισης

$H_{Lh} \dot{\bar{h}}, H_{La} \dot{\bar{h}}, H_{Mh} \dot{\bar{h}}, H_{Ma} \dot{\bar{h}}$  : δομικές συναρτήσεις μεταφοράς [24 (σελ.102-106)]

$H_{LG}, H_{MG}$  : αεροδυναμικές συναρτήσεις μεταφοράς (απόκρισης σε ριπή ανέμου) [24 (σελ.102-106)]

Οι συναρτήσεις μεταφοράς περιγράφουν την κίνηση ενός δομικού συστήματος κάτω από συγκεκριμένο φορτίο. Γενικά στην αεροελαστικότητα χρησιμοποιούνται τρία είδη συναρτήσεων μεταφοράς.

- (i) δομικές  $H_{hf}$  : στις οποίες η μετατόπιση συνδέεται με το φορτίο
- (ii) αεροδυναμικές  $H_{Lh}$  : στις οποίες το αεροδυναμικό φορτίο συνδέεται με την αεροδυναμική πίεση, και
- (iii) αεροελαστικές  $H_{hG}$  : οι οποίες περιλαμβάνουν την αλληλεπίδραση ανάμεσα στις δυνάμεις δομικής αδράνειας, δυσκαμψίας και αεροδυναμικών φορτίων λόγω των μετατοπίσεων

Η λύση του συστήματος κάθε φορά θα δίνεται μέσω των αεροελαστικών

συναρτήσεων μεταφοράς:  $H_{hG} = \frac{\bar{h}/b}{\bar{w}_G/U}$  και  $H_{aG} = \frac{\bar{a}}{\bar{w}_G/U}$ .

Προκειμένου να εκτιμηθεί η ευστάθεια ενός συστήματος, θα πρέπει να υπολογιστούν οι ιδιοτιμές (πόλοι) της συνάρτησης μεταφοράς. Έστω  $\omega_p$  ένας πόλος

της συνάρτησης μεταφοράς. Αυτός ισοδυναμεί σε μια αεροελαστική impulse συνάρτηση τύπου  $I_{hG} \sim e^{i\omega_p t} = e^{i(\omega_p)_R t} e^{-(\omega_p)_I t}$ , όπου I ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης μεταφοράς. Άρα το σύστημα θα είναι ευσταθές αν το φανταστικό μέρος όλων των πόλων είναι θετικό. Αν υπάρχει ένας ή περισσότεροι πόλοι με αρνητικό φανταστικό μέρος τότε το σύστημα είναι ασταθές, δηλαδή πτερυγίζει.

Προσδιορίζοντας τους πόλους προκύπτει ότι η τιμή τους εξαρτάται και από μεταβλητές οι οποίες είναι δυνατόν να ελεγχθούν μέσω του σχεδιασμού του πτερυγίου. Αν θεωρηθεί, δηλαδή, ότι ο πόλος έχει μια τιμή τύπου  $\omega = \omega_R + i\omega_I$ . Τότε τα κλάσματα:

$$\frac{\omega_R}{\omega_a} = G_R \left( x_{cg}, r_a, \mu, a, \frac{\omega_h}{\omega_a}, M, \frac{U}{b\omega_a} \right) \quad (2.37)$$

$$\frac{\omega_I}{\omega_a} = G_I \left( x_{cg}, r_a, \mu, a, \frac{\omega_h}{\omega_a}, M, \frac{U}{b\omega_a} \right) \quad (2.38)$$

όπου,

$x_{cg} \equiv \frac{S_a}{mb}$  : αδιαστατοποιημένη στατική ροπή αδρανείας (static unbalance)

$r_a^2 \equiv \frac{I_a}{mb^2}$  : αδιαστατοποιημένη ακτίνα του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα (radius of gyration)

$\mu \equiv \frac{m}{\rho(2b)^2}$  : κλάσμα μάζας

$a \equiv \frac{e}{b}$  : θέση του ελαστικού άξονα ως προς το αεροδυναμικό κέντρο

$b$  : μήκος αναφοράς, συνήθως είναι η μισή χορδή ( $b = c/2$ )

$\frac{\omega_h}{\omega_a}$  : κλάσμα συχνοτήτων

$M$  : αριθμός Mach

προκύπτουν ως συναρτήσεις ποσοτήτων όπως τα  $x_{cg}$ ,  $r_a^2$ ,  $\mu$ ,  $a$ ,  $\frac{\omega_h}{\omega_a}$  οι οποίες είναι

δυνατόν να ελεγχθούν μέσω της σχεδίασης του πτερυγίου.

Ο πιο συνηθισμένος λόγος εμφάνισης πτερυγισμού είναι η εμφάνιση αρνητικής αεροδυναμικής απόσβεσης η οποία, όπως θα αποδειχθεί, οφείλεται στη διαφορά φάσης μεταξύ των μετατοπίσεων των διαφορετικών βαθμών ελευθερίας.

Όμως είναι δυνατόν να εμφανισθεί πτερυγισμός και χωρίς ύπαρξη αρνητικής αεροδυναμικής απόσβεσης ακόμα και σε περιπτώσεις όπου δεν εμφανίζεται ούτε κρουστικό κύμα ούτε αποκόλληση. Ο λόγος είναι η σύγκλιση των τιμών των δύο κύριων πόλων των συναρτήσεων μεταφοράς, οι οποίοι αντιστοιχούν στους δύο βαθμούς ελευθερίας και για μικρές ταχύτητες αέρα, πλησιάζουν τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων των δύο βαθμών ελευθερίας.

### 2.3.4.2.3 Διερεύνηση της λύσης

Διερευνώντας τα αποτελέσματα που δίνουν οι λύσεις και με τους δύο τρόπους, αλλά κυρίως στο πεδίο των συχνοτήτων εξάγονται τα ακόλουθα συμπεράσματα

α) Αν η στατική ροπή  $S_a$  γίνει μικρότερο ή ίσο του μηδενός ( $x_{cg} \leq 0$ ), αν δηλαδή το κέντρο βάρους περάσει μπροστά από τον ελαστικό άξονα τότε δεν μπορεί να συμβεί πτερυγισμός. Πραγματικά από τη λύση στο πεδίο του χρόνου βλέπουμε ότι, για  $S_a = 0$ , η ποσότητα  $B^2 - 4AC$  είναι πάντοτε θετική.

β) Αντιθέτως όσο το  $S_a$  αυξάνει προς θετικές τιμές, η δυναμική πίεση στην οποία εμφανίζεται ο πτερυγισμός  $\omega_F$  μειώνεται. Γενικά πτερυγισμός είναι δυνατόν να εμφανιστεί σε κάποιες ταχύτητες για όλα τα κλάσματα συχνοτήτων όταν το αεροδυναμικό κέντρο βρίσκεται ανάμεσα στον ελαστικό άξονα και το κέντρο βάρους.

γ) Αν το αεροδυναμικό κέντρο είναι μπροστά από τον ελαστικό άξονα πτερυγισμός είναι δυνατός [7] μόνο εάν:

$$\left(\frac{\omega_h}{\omega_a}\right)^2 \leq \frac{x_a + \left(\frac{e}{b}\right)}{\frac{e}{b} \left[1 + \frac{e x_a}{b r_a^2}\right]}$$

δ) Αν το αεροδυναμικό κέντρο είναι κατάντη του κέντρο βάρους ( $x_a > 0, \frac{e}{b} < 0, \left|\frac{e}{b}\right| > x_a$ ) τότε πτερυγισμός είναι δυνατός μόνο για

$$\left(\frac{\omega_h}{\omega_a}\right)^2 > \frac{-x_a + \left|\frac{e}{b}\right|}{\left|\frac{e}{b}\right| \left[1 + \frac{e x_a}{b r_a^2}\right]}$$

γ) Για  $\frac{\omega_h}{\omega_a} = 1$ , η  $U_F$  λαμβάνει την ελάχιστη τιμή, όπως αναμενότανε άλλωστε

δ) Για μεγάλες τιμές του  $\mu$  (κλάσμα μάζας) η τιμή της δυναμικής πίεσης που αντιστοιχεί στον πτερυγισμό παραμένει σταθερή, ενώ για μικρές τιμές του  $\mu$  παραμένει σταθερή η τιμή της ταχύτητας αέρα που οδηγεί σε πτερυγισμό.

ε) Η ταυτόχρονη μεταβολή της δυσκαμψίας σε κάμψη και συστροφή κατά έναν παράγοντα  $n$  μεταβάλλει και την κρίσιμη ταχύτητα πτερυγισμού και τη συχνότητα πτερυγισμού κατά έναν παράγοντα  $n$  [33].

στ) Όταν η στρεπτική δυσκαμψία μόνη αυξάνει τότε η ταχύτητα πτερυγισμού επίσης αυξάνεται.

ζ) Όταν μεταβάλλεται μόνο η καμπτική δυσκαμψία τότε η επίδρασή της στην κρίσιμη ταχύτητα πτερυγισμού είναι μικρή.

η) Μια μεταβολή σε όλες τις γεωμετρικές διαστάσεις μιας πτέρυγας κατά έναν παράγοντα  $n$ , χωρίς μεταβολή στις ελαστικές σταθερές, δεν έχει επίδραση στο μέγεθος της κρίσιμης ταχύτητας αλλά μεταβάλλει τη συχνότητα πτερυγισμού κατά έναν παράγοντα  $n$ .

θ) Όταν οι χαρακτηριστικές γεωμετρικές διαστάσεις ενός πτερυγίου μεταβάλλονται ξεχωριστά, ενώ η κατανομή της πυκνότητας μάζας και της ελαστικότητας παραμένουν αμετάβλητες, τότε η ‘φαινόμενη’ αδιαστατοποιημένη συχνότητα για πτερυγισμό “συστροφής-κάμψης” (torsion-flexure) ,  $(k_{cr}' = \frac{\omega_a c}{2U_\infty})$  παραμένει σχεδόν αμετάβλητη.

ι) Όσο πιο κοντά στη γραμμή των αεροδυναμικών κέντρων βρίσκονται οι ελαστικοί και οι αδρανειακοί άξονες τόσο υψηλότερη είναι η κρίσιμη ταχύτητα πτερυγισμού.

### 2.3.4.3 Φυσική εξήγηση πτερυγισμού

Στην παράγραφο που ακολουθεί θα δοθεί μια φυσική εξήγηση της εμφάνισης του φαινομένου του πτερυγισμού. Αν και ο κλασικός πτερυγισμός προϋποθέτει ύπαρξη τουλάχιστο δύο βαθμών ελευθερίας, η ερμηνεία θα ξεκινήσει θεωρώντας την περίπτωση τυπικής αεροτομής με έναν βαθμό ελευθερίας, ως προς τη στρεπτική κατεύθυνση προκειμένου να αποκαλυφθεί η σχέση ανάμεσα στη διαφορά φάσης και την αρνητική αεροδυναμική απόσβεση.

### 2.3.4.3.1 Φυσική εξήγηση αεροδυναμικής αστάθειας με έναν βαθμό ελευθερίας

Για αεροτομή με έναν βαθμό ελευθερίας εκτεθειμένη σε μόνιμο ρεύμα αέρα, η βασική εξίσωση κίνησης είναι δυνατόν να τεθεί στην ακόλουθη μορφή [7] :

$$\left[ I_a + \frac{\pi}{2} \rho_{\infty} b^3 S \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \right] \ddot{\alpha} - \frac{\partial M_y}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \left[ K_a - \frac{\partial M_y}{\partial \alpha} \right] \alpha = 0 \quad (2.39)$$

όπου,

$\frac{\pi}{2} \rho_{\infty} b^3 S \left( \frac{1}{8} + a^2 \right)$ : η φαινόμενη ροπή αδράνειας του αέρα που επιταχύνεται μαζί με

το περύγιο (μπορεί να αγνοηθεί διότι είναι πολύ μικρή)

$\frac{\partial M_y}{\partial \dot{\alpha}}$ ,  $\frac{\partial M_y}{\partial \alpha}$ : όροι οι οποίοι μεταβάλλονται με το χρόνο (ο πρώτος αντιστοιχεί στην

αεροδυναμική απόσβεση)

Για να εμφανιστεί αστάθεια σε μια τέτοια περίπτωση θα πρέπει:

α)  $K_a - \frac{\partial M_y}{\partial \alpha} < 0$  σχέση η οποία οδηγεί στη συνθήκη απόκλισης

β)  $-\frac{\partial M_y}{\partial \dot{\alpha}} < 0$ , δηλαδή αρνητική απόσβεση, η οποία είναι και η πηγή της δυναμικής

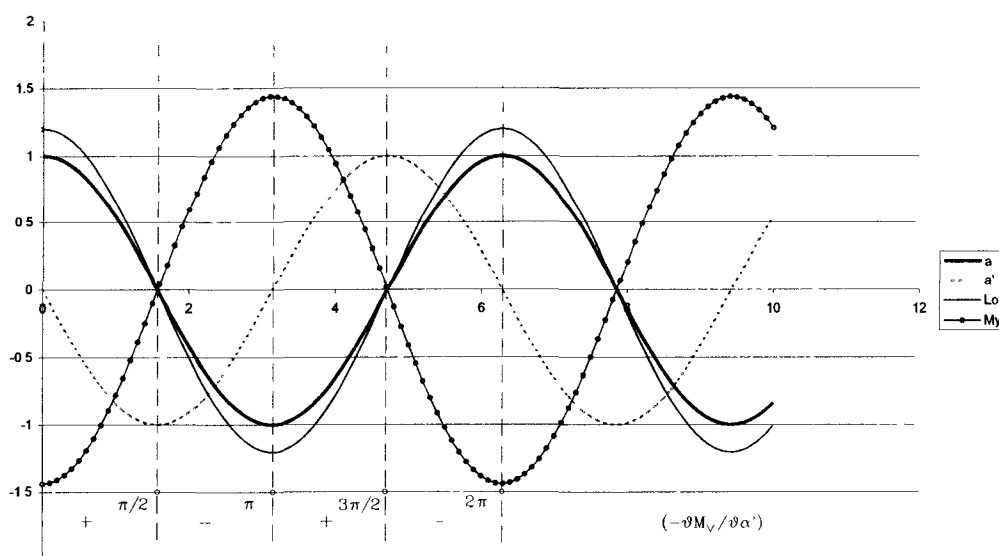
αστάθειας. Εφόσον δεν έχει ληφθεί υπόψη μηχανική τριβή, η απόσβεση θα πρέπει να παρέχεται εξολοκλήρου από αεροδυναμικά φαινόμενα.

Σύμφωνα με τις εργασίες [33] και [93] για να συμβεί αυτό θα πρέπει ο άξονας της περιστροφής να βρίσκεται μπροστά από το  $\frac{1}{4}$  της χορδής και η αδιαστατοποιημένη ιδιοσυχνότητα να είναι αρκετά μικρή ( $K_a \leq 0.0435$ ,  $K_a = \frac{\omega b}{U}$ ).

Ποιοτική εξήγηση του περνεγισμού για την περίπτωση αυτή. Για δυναμική ροή ασυμπίεστου ρευστού η ύπαρξη αεροδυναμικής άνωσης  $L_0$  σε αεροτομή συνδέεται με την ύπαρξη κυκλοφορίας  $\Gamma_0$  γύρω από αυτήν. Η δύναμη αυτή επιδρά στη θέση  $c/4$  και θεωρείται ότι η αεροτομή εκτελεί κίνηση ημιτονοειδή. Η κυκλοφορία  $\Gamma_0$  μεταβάλλεται και αυτή χρονικά κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής. Επειδή όμως η ροή είναι δυναμική, η συνολική κυκλοφορία στον όγκο ελέγχου θα πρέπει να μένει αμετάβλητη. Για να γίνει αυτό θεωρείται ότι αποβάλλονται δίνες από την ακμή φυγής της αεροτομής με κυκλοφορία αντιθέτου προσήμου από την τάση μεταβολής της σωματόδετης κυκλοφορίας έτσι ώστε η συνολική κυκλοφορία να παραμένει σταθερή. Οι δίνες αποβάλλονται με την ιδιοσυχνότητα της αεροτομής αλλά μετακινούνται με

την ταχύτητα του ρεύματος αέρα. Έτσι αναπτύσσεται μια επιπλέον αεροδυναμική άνωση  $L_2$  με σημείο εφαρμογής τη θέση  $c/4$ , η οποία οφείλεται στις δίνες που αποβάλλονται και έχει διαφορά φάσης με την  $L_0$ . Να σημειωθεί ότι εφόσον το ελαστικό κέντρο βρίσκεται μπροστά από τη θέση άσκησης των αεροδυναμικών φορτίων, η ροπή που αυτά προκαλούν θα έχει αντίθετο πρόσημο. Στα διαγράμματα που ακολουθούν φαίνονται οι μεταβολές : α) της γωνίας περιστροφής  $\alpha$ , β) της αεροδυναμικής άνωσης  $L_0$ , γ) της αεροδυναμικής άνωσης λόγω δινών  $L_2$ , και δ) της αεροδυναμικής ροπής  $M_y$  λόγω ύπαρξης φορτίου στη θέση  $c/4$ .

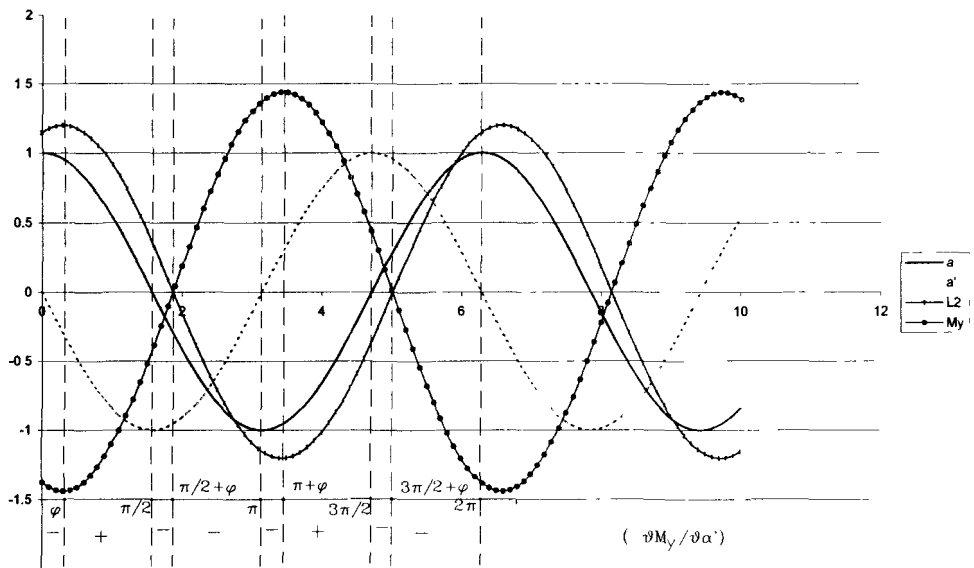
Στο Σχήμα 2.13 παρουσιάζεται η μεταβολή των παραπάνω μεταβλητών για την κύρια αεροδυναμική άνωση η οποία είναι σε φάση με την γωνία περιστροφής και υπολογίζεται το πρόσημο της αεροδυναμικής απόσβεσης κατά τη διάρκεια ενός πλήρους κύκλου.



**Σχήμα 2.13 Μεταβολή αεροδυναμικής απόσβεσης για μηδενική διαφορά φάσης**

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.13, κατά τη διάρκεια ενός πλήρους κύκλου, όσο χρόνο το πρόσημο της αεροδυναμικής απόσβεσης είναι θετικό άλλο τόσο χρόνο είναι αρνητικό. Συνεπώς σε έναν πλήρη κύκλο δεν υπάρχει συνεισφορά ενέργειας από την αεροτομή στο ρεύμα ή το αντίστροφο.

Στο Σχήμα 2.14 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες μεταβλητές για την αεροδυναμική άνωση  $L_2$  η οποία έπεται τη γωνίας περιστροφής κατά γωνία  $\phi$ .



**Σχήμα 2.14 Μεταβολή αεροδυναμικής απόσβεσης για διαφορά φάσης  $\varphi$**

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.14 λόγω ακριβώς της διαφοράς φάσης  $\varphi$ , ο όρος της αεροδυναμικής απόσβεσης παραμένει αρνητικός για χρόνο  $\pi+2\varphi$  ενώ είναι θετικός για χρόνο  $\pi-2\varphi$ . Δηλαδή η αεροτομή απορροφά ενέργεια από το ρεύμα για χρόνο  $4\varphi$  σε κάθε κύκλο. Άρα η ενέργειά της συνεχώς μεγαλώνει και οδηγείται σε αστάθεια.

Από τα παραπάνω σχήματα φάνηκε πως η μετατόπιση φάσης οδηγεί σε αρνητική απόσβεση και πώς σχετίζεται η αρνητική απόσβεση με την εμφάνιση της αστάθειας. Για μεγαλύτερες τιμές του  $K_a$  η απόσβεση γίνεται θετική για μια σειρά αιτιών μεταξύ των οποίων : α) περισσότεροι κύκλοι απόρου επηρεάζουν το αεροδυναμικό φορτίο  $L_2$ , β) η σωματόδετη κυκλοφορία επίσης έπεται της γωνίας περιστροφής, γ) η θέση του κέντρου πίεσης αρχίζει να ταλαντώνεται.

#### 2.3.4.3.2 Φυσική εξήγηση κλασσικού πτερυγισμού

Παραπάνω αποδείχθηκε ότι η ύπαρξη διαφοράς φάσης ανάμεσα στην κίνηση και στο αεροδυναμικό αίτιο είναι ικανή να προκαλέσει αρνητική αεροδυναμική απόσβεση για περισσότερο από τον μισό κύκλο. Όταν υπάρχουν ταυτόχρονα δύο κινήσεις δημιουργείται διαφορά φάσης ανάμεσα στις ταλαντώσεις στους διαφορετικούς βαθμούς ελευθερίας λόγω του ότι η δρώσα γωνία πρόσπτωσης γίνεται

$$\alpha + \frac{\dot{h}}{U} \text{ οπότε εισάγεται η διαφορά φάσης } \frac{\dot{h}}{U}.$$

#### 2.3.4.4 Παρεμπόδιση εμφάνισης πτερυγισμού

Συνοπτικά και σύμφωνα με τη γραμμικοποιημένη θεωρία είναι δυνατόν να διατυπωθεί ότι ο κλασσικός πτερυγισμός οφείλεται στη διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων σε διαφορετικούς βαθμούς ελευθερίας, η οποία δημιουργεί αρνητική αεροδυναμική απόσβεση σε μεγαλύτερο από το μισό του κύκλου των ταλαντώσεων, κάτι που αντιστοιχεί σε αύξηση της ενέργειάς της σε βάρος της ενέργειας του ρεύματος αέρα στο οποίο είναι εκτεθειμένη. Ως τρόποι για να αποτραπεί η εμφάνιση πτερυγισμού προτείνονται οι εξής :

α) Παρέχεται στο σύστημα αρκετή δυσκαμψία έτσι ώστε οι κρίσιμες ταχύτητες των αεροδυναμικών ασταθειών να είναι από μόνες τους υψηλές

i) αυξάνουμε την στρεπτική δυσκαμψία έτσι ώστε να αυξήσουμε την  $\omega_a$

ii) αυξάνουμε ή μειώνουμε το κλάσμα  $\frac{\omega_h}{\omega_a}$  αν είναι κοντά στη μονάδα

(για δεδομένη  $\omega_a$ )

β) Παρέχεται στο σύστημα αρκετή δομική απόσβεση.

γ) Γίνεται καλός αεροδυναμικός σχεδιασμός, διατηρώντας τη ροή προσκολλημένη ή μειώνοντας την αεροδυναμική άνωση και τη οπισθέλκουσα σε περίπτωση που τα αεροδυναμικά φορτία είναι ανεπιθύμητα (πχ γέφυρα).

δ) Κατάργηση της αδρανειακής και αεροδυναμικής σύζευξης

i) Μετατόπιση του αδρανειακού και του ελαστικού άξονα όσο πιο κοντά γίνεται

ii) Επίτευξη δυναμικής ισορροπίας

iii) Πρόσθεση ή ανακατανομή μάζας έτσι ώστε να ισχύει  $x_a < 0$

iv) Έλεγχο της σχέσης φάσης

#### 2.3.4.5 Τελικό σχόλιο για τον κλασσικό πτερυγισμό

Τέλος θα πρέπει να σημειωθεί ότι μέχρι στιγμής δεν έχει παρατηρηθεί αστοχία Α/Γ λόγω κλασσικού πτερυγισμού. Η ενασχόλησή μας με αυτόν στην παρούσα εργασία δίνει τη δυνατότητα αφενός μεν να κατανοηθούν κάποια φαινόμενα αφετέρου δε να αξιολογηθεί η ικανότητα του μοντέλου να προσομοιάσει φαινόμενα πτερυγισμού.



### 2.3.5 Πτερυγισμός σε κατάσταση απώλειας στήριξης

Όταν ο πτερυγισμός λαμβάνει χώρα σε περιοχές στις οποίες εμφανίζεται αποκόλληση της ροής ή γενικά οι γωνίες πρόσπτωσης είναι μεγάλες τότε καλείται πτερυγισμός σε κατάσταση απώλειας στήριξης (stall flutter) [24].

Αντιθέτως με τον κλασσικό πτερυγισμό, ο μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας από το ρεύμα αέρα στην ταλαντούμενη αεροτομή δε σχετίζεται με την ελαστική ή και την αεροδυναμική σύζευξη ανάμεσα σε δύο βαθμούς ελευθερίας ούτε με τη διαφορά φάσης ανάμεσα στις μετατοπίσεις και την αεροδυναμική αντίδραση. Οι επιδράσεις των τελευταίων είναι απαραίτητες για να παραχθεί θετικό έργο από ένα ρεύμα αέρος πάνω σε ένα δονούμενο πτερύγιο για γραμμικό σύστημα. Το σημαντικό χαρακτηριστικό του stall flutter είναι η μη-γραμμική αεροδυναμική αντίδραση της αεροτομής. Έτσι αν και η σύζευξη και η διαφορά φάσης μπορούν να μεταβάλλουν με κάποιο τρόπο τα αποτελέσματα, η βασική αστάθεια και τα κύρια χαρακτηριστικά της μπορούν να εξηγηθούν με όρους μη-γραμμικών κάθετων δυνάμεων και ροπών.

Σε μια αεροτομή η οποία ταλαντούται σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης δημιουργείται μια χρονική καθυστέρηση η οποία προκαλεί αρνητική αεροδυναμική απόσβεση στο pitch και έτσι δημιουργείται πτερυγισμός ακόμα και αν για μικρές γωνίες πρόσπτωσης η απόσβεση είναι θετική. Συγκεκριμένα στην κίνηση της επιστροφής, η αποκατάσταση ομαλής ροής καθυστερεί (αεροδυναμική υστέρηση) κάτι που είναι η βασική αιτία του πτερυγισμού αποκόλλησης (stall flutter).

Λόγω της έντονης μη-γραμμικότητας είναι δύσκολο να κατασκευαστεί ένα γραμμικοποιημένο σύστημα εξισώσεων κίνησης. Γι αυτό το λόγο και προκειμένου να παρουσιαστεί ο μηχανισμός του stall flutter, θα παρουσιαστούν, αρχικά, προσεγγιστικές αναλύσεις της ευστάθειας για κάθε βαθμό ελευθερίας ξεχωριστά διερευνώντας κάτω από ποιες συνθήκες το έργο κατά τη διάρκεια ενός κύκλου γίνεται θετικό. Να σημειωθεί ότι η εμφάνιση του stall flutter δεν απαιτεί τη σύζευξη δύο τουλάχιστον βαθμών ελευθερίας. Από την άλλη είναι δυνατόν να περιλαμβάνει και τρίτο βαθμό ελευθερίας. Δηλαδή καμπτική παραμόρφωση σε επίπεδο κάθετο σε αυτό της περιστροφής. Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί μια απόπειρα γραμμικοποίησης ενός τύπου stall flutter βασισμένη στη χρήση του δυναμικού μοντέλου ONERA για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών της ροής σε κατάσταση απώλειας στήριξης.

### 2.3.5.1 Καμπτικός stall flutter

Προκειμένου να εξετασθεί η ευστάθεια αεροτομής η οποία πραγματοποιεί μεταφορική κίνηση επί του επιπέδου περιστροφής εξετάζεται η ισχύς που προέρχεται από αυτή την κίνηση [24].

$$P = \text{Power} = (\text{work / cycle})(\text{cycles / second})$$

$$\left. \begin{aligned} \text{work / cycle} &= \int_0^T N \dot{h} dt = \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi} N \dot{h} d(\omega t) \end{aligned} \right| \Rightarrow P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} N \dot{h} d(\omega t) \quad (2.40)$$

όπου,

$N$  : η κάθετη δύναμη στην χορδή της αεροτομής

$\dot{h}$  : η κάθετη ταχύτητα της μετατόπισης της αεροτομής

Η κάθετη δύναμη στη χορδή της αεροτομής είναι δυνατόν να υπολογισθεί συναρτήσει της δυναμικής πίεσης και ενός αεροδυναμικού συντελεστή:

$$N = q(2b)C_n \quad (2.41)$$

Για τον προσδιορισμό αυτού του συντελεστή γίνεται η υπόθεση ότι η τιμή του εντός της περιοχής αποκόλλησης είναι δυνατόν να προσεγγιστεί μέσω ενός πολυωνύμου:

$$-C_n = \sum_{n=0}^{\nu} a_n (\alpha_{ss}) \alpha^n \text{ με } a_0 \cong -C_{nss}(\alpha_{ss}) \quad (2.42)$$

όπου,

$\alpha$  : η στιγμιαία απόκλιση από την τιμή που θα είχε η γωνία πρόσπτωσης σε μόνιμη κατάσταση λόγω της ταλάντωσης της αεροτομής

$\alpha_{ss}$  : η τιμή που θα είχε η γωνία πρόσπτωσης σε μόνιμη κατάσταση (πρακτικά πρόκειται για μια μέση τιμή)

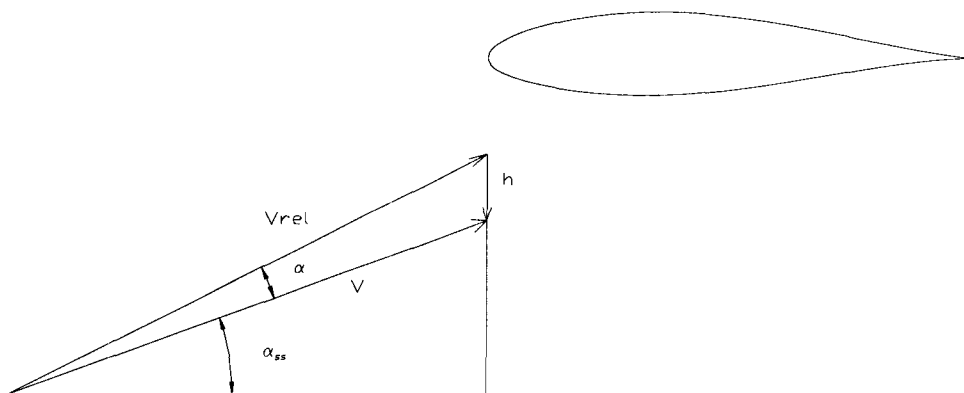
$a_n, a_0$  : συντελεστές οι οποίοι εξαρτώνται από τη μέση γωνία πρόσπτωσης, η τιμή

$$\text{τους θα μπορούσε να προσεγγίζεται ως } a_n = -\frac{1}{n!} \left. \frac{d^n C_n}{d\alpha^n} \right|_{\alpha=0} \quad (2.43)$$

Γίνεται η υπόθεση ότι η μεταφορική κίνηση ακολουθεί μια μικρού εύρους αρμονική ταλάντωση τύπου:  $h = h_0 \cos(\omega t)$  (2.44)

Κάτω από αυτές τις συνθήκες η στιγμιαία απόκλιση από τη μέση γωνία πρόσπτωσης μπορεί να δοθεί σύμφωνα με το Σχήμα 2.15 από τη σχέση :

$$\alpha = \arctan \left( \tan \alpha_{ss} + \frac{\dot{h}}{V \cos \alpha_{ss}} \right) - \alpha_{ss} \quad (2.45)$$



**Σχήμα 2.15 Στιγμαία απόκλιση από τη μέση γωνία πρόσπτωσης για καμπτική μετατόπιση**

Η σχέση που δίνει τη μετατόπιση μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά Maclaurin ως εξής :

$$\alpha = \cos \alpha_{ss} \left( \frac{\dot{h}}{V} \right) - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_{ss} \left( \frac{\dot{h}}{V} \right)^2 - \frac{1}{3} \cos 2\alpha_{ss} \left( \frac{\dot{h}}{V} \right)^3 + \frac{1}{4} \sin 4\alpha_{ss} \left( \frac{\dot{h}}{V} \right)^4 + \dots \quad (2.46)$$

ενώ η στιγμιαία δυναμική πίεση δίνεται ως

$$q_{rel} = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 = \frac{1}{2} \rho V^2 \left[ 1 + 2 \sin \alpha_{ss} \left( \frac{\dot{h}}{V} \right) + \left( \frac{\dot{h}}{V} \right)^2 \right] \quad (2.47)$$

Αν γίνει η παραδοχή ότι υπάρχει και μια χρονική καθυστέρηση  $\psi/\omega$  της ταχύτητας  $\dot{h}$  ως προς τη μετατόπιση  $h$  και ληφθεί υπόψη στον υπολογισμό του  $C_n$ , και όχι στον υπολογισμό της δυναμικής πίεσης, και εάν κρατηθούν οι τρεις πρώτοι όροι από το ανάπτυγμα Maclaurin και τη σειρά του  $C_n$ , και αντικατασταθούν στον υπολογισμό της ισχύος θα προκύψει :

$$P = \frac{1}{2} \rho V^3 b \left[ A(\omega h_0 / V)^2 + B(\omega h_0 / V)^4 + C(\omega h_0 / V)^6 \right] \quad (2.48)$$

όπου τα A,B και C είναι συναρτήσεις των  $\alpha$ ,  $\alpha_{ss}$  και  $\psi$ .

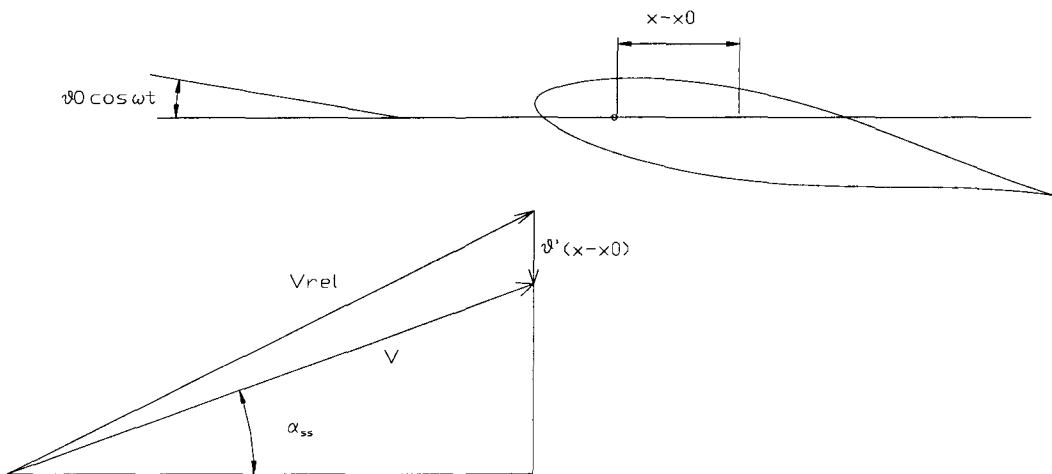
Με βάση την παραπάνω σχέση το πρόσημο της ισχύος εξαρτάται από τα πρόσημα των A, B και C.

### 2.3.5.2 Στρεπτικός stall flutter

Με την ίδια λογική αντιμετωπίζεται η περίπτωση αεροτομής με έναν βαθμό ελευθερίας, στην στρεπτική κατεύθυνση. Και πάλι προκειμένου να εκτιμηθεί η πιθανότητα πτερυγισμού θα πρέπει να εκτιμηθεί το πρόσημο της ισχύος που αντιστοιχεί στη στρεπτική ταλαντωτική κίνηση.

Στην περίπτωση της καθαρά στρεπτικής ταλάντωσης, ο υπολογισμός της στιγμιαίας απόκλισης,  $\alpha$ , από τη μέση γωνία πρόσπτωσης  $\alpha_{ss}$  είναι λίγο πιο πολύπλοκη δεδομένου ότι η απόκλιση αυτή αποτελείται από τη στιγμιαία τιμή της ταλάντωσης συν μια συνιστώσα η οποία προέρχεται από τη γραμμική ταχύτητα (οφειλόμενη στη γραμμική επιτάχυνση) του κέντρου μάζας της αεροτομής. Έτσι σύμφωνα με το Σχήμα 2.16 η στιγμιαία τιμή της γωνιακής απόκλισης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha = \theta_0 \cos \omega t + \arctan \left[ \tan \alpha_{ss} - \frac{(x - x_0) \omega \theta_0}{V \cos \alpha_{ss}} \sin \omega t \right] - \alpha_{ss} \quad (2.49)$$



Σχήμα 2.16 Στιγμιαία απόκλιση από τη μέση γωνία πρόσπτωσης για στρεπτική παραμόρφωση

όπου,

$\theta$  : η στρεπτική ταλάντωση ( $\theta = \theta_0 \cos \omega t$ )

$x - x_0$  : η απόσταση ανάμεσα στο κέντρο μάζας και τον ελαστικό άξονα

Εφόσον η ισχύς δίνεται από τη σχέση

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M \dot{\theta} d(\omega t) \quad (2.50)$$

Με αντίστοιχο τρόπο είναι δυνατόν και πάλι να εκφραστεί η ισχύς συναρτήσει των  $b_1$ ,  $\alpha_{ss}$ ,  $\psi$  και  $\theta_0$ .

Εδώ θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι, στην περίπτωση stall flutter σε χαμηλή συχνότητα, η ευστάθεια του συστήματος εξαρτάται καθοριστικά από το χρόνο υστέρησης ανάμεσα στην ταλαντωτική κίνηση και στην απόκριση στην περιοδική αεροδυναμική ροπή  $\psi/\omega$ .

Ένα ενδιαφέρον αποτέλεσμα της μη-γραμμικής φύσης του stall flutter είναι η δυνατότητα να υπολογιστεί απευθείας το τελικό εύρος της ταλάντωσης όταν το σύστημα φτάσει σε ισορροπία, δηλαδή όταν το έργο ενός κύκλου είναι ίσο με μηδέν.

### 2.3.5.3 Γραμμικοποιημένη προσέγγιση του πτερυγισμού σε κατάσταση απώλειας στήριξης

Ο Chaviaropoulos [14] αναπτύσσει μια μεθοδολογία γραμμικοποίησης των εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση αεροτομής με δύο βαθμούς ελευθερίας (edge – flap) σε κατάσταση απώλειας στήριξης, περιγράφοντας τη δομή μέσω του απλού μοντέλου ελατηρίων και τα αεροδυναμικά φορτία μέσω του δυναμικού μοντέλου ONERA για απώλεια στήριξης, με σκοπό τον προσδιορισμό των ορίων των βασικών παραμέτρων μιας αεροτομής που οδηγούν σε πτερυγισμό. Αν και η γραμμικοποίηση μη-γραμμικών φαινομένων εισάγει σφάλμα, θεωρήθηκε απαραίτητο να παρουσιαστεί στο σημείο αυτό και αυτή η προσέγγιση δεδομένου ότι θα χρησιμοποιηθεί σε μια πρώτη προσπάθεια οριοθέτησης της παραμετρικής μελέτης.

Χρησιμοποιώντας το απλό μοντέλο ελατηρίων για αεροτομή με δύο βαθμούς ελευθερίας (edge και flap) καταλήγει στο ακόλουθο σύστημα εξισώσεων κίνησης.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \kappa \begin{bmatrix} 2\xi_y \overline{\omega}_y & 0 \\ 0 & 2\xi_z \overline{\omega}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \kappa^2 \begin{bmatrix} \overline{\omega}_y^{-2} & 0 \\ 0 & \overline{\omega}_z^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{2} R_f \begin{bmatrix} C_y \\ C_z \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

όπου,

$y$  : κίνηση edge

$z$  : κίνηση flap

$\xi_i$  : συντελεστές δομικής απόσβεσης

$\overline{\omega}_i$  : αδιαστατοποιημένες φυσικές ιδιοσυχνότητες

$\kappa$  : αδιαστατοποιημένη γωνιακή ταχύτητα του πτερυγίου

$R_f$  : κλάσμα μάζας αέρα προς μάζα αεροτομής

$C_i$  : συντελεστές αεροδυναμικών φορτίων

Οι συντελεστές των αεροδυναμικών φορτίων δίδονται συναρτήσει των συντελεστών αεροδυναμικής άνωσης,  $C_L$ , οπισθέλκουσας,  $C_D$ , και της γωνίας  $\phi = \varphi - \theta$  που είναι η γωνία πρόσπτωσης, αν  $\varphi$  είναι η σχετική γωνία πρόσπτωσης του ανέμου και  $\theta$  η αρχική γωνία pitch.

$$\begin{bmatrix} C_y \\ C_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_D \cos \phi - C_L \sin \phi \\ C_D \sin \phi + C_L \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Σύμφωνα με το δυναμικό μοντέλο ONERA οι παραπάνω αεροδυναμικοί συντελεστές δίνονται από τις σχέσεις

$$C_L = \frac{\pi}{2} W_0'^2 + \frac{\pi}{4} W_1'^2 + \Gamma_1 + \Gamma_2 \quad (2.53)$$

$$C_D = C_D^{ref} + C_{D_i} \left[ \left( \sin \varphi \dot{y} - \cos \varphi \dot{z} \right)^2 \right] \quad (2.54)$$

όπου, τα  $W_1$  εκπροσωπούν την επίδραση του απόρου και δίνονται συναρτήσει της σχετικής γωνίας  $\varphi$  και των ταχυτήτων των μετατοπίσεων, το  $C_D^{ref}$  αναφέρεται στην τιμή του συντελεστού οπισθέλκουσας στην ονομαστική γωνία πρόσπτωσης ενώ το  $C_{D_i}$  δίνει το ρυθμό μεταβολής του συντελεστή οπισθέλκουσας γύρω από την ονομαστική γωνία πρόσπτωσης.

Οι όροι  $\Gamma_1$  και  $\Gamma_2$  αντιστοιχούν στο μη-ιξώδες (γραμμικό) και στο ιξώδες (μη-γραμμικό) στοιχείο της κυκλοφορίας που αναπτύσσεται γύρω από την αεροτομή και θεωρούνται δυο επιπλέον βαθμοί ελευθερίας του προβλήματος που, σύμφωνα με το μοντέλο ONERA, δίνονται από τις σχέσεις:

$$\Gamma_1' + 2\lambda\Gamma_1 = 4\lambda\pi(W_0' + W_1') + 2\pi a_L(W_0' + W_1') + d_L W_0' \quad (2.55)$$

$$\Gamma_2'' + 2\alpha_L\Gamma_2' + 4r_L\Gamma_2 = -[4r_L(\Delta C_L)_{w_0} + 2E W_0'] \quad (2.56)$$

όπου, οι όροι  $\lambda$ ,  $a_L$  είναι σταθερές που εξαρτώνται από τον τύπο της διατομής, οι όροι  $\alpha_L$ ,  $E$  και  $r_L$  είναι μεταβλητές που εξαρτώνται από τον τύπο της διατομής και τη γωνία πρόσπτωσης, και ο όρος  $(\Delta C_L)_{w_0}$  δίνεται επίσης συναρτήσει της σχετικής γωνίας πρόσπτωσης  $\varphi$ , του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης στην ονομαστική γωνία πρόσπτωσης καθώς και του ρυθμού μεταβολής του συντελεστού αυτού γύρω από την ονομαστική γωνία πρόσπτωσης.

Τέλος λαμβάνοντας υπόψη την αλλαγή συστήματος συντεταγμένων που επιβάλλει η αρχική γωνία pitch  $\theta$  και συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων ως προς τους τέσσερις βαθμούς ελευθερίας  $y$ ,  $z$ ,  $\Gamma_1$  και  $\Gamma_2$  που έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 + \frac{\pi}{4} R_f \sin \phi \sin \theta & -\frac{\pi}{4} R_f \sin \phi \cos \theta & 0 & 0 \\ -\frac{\pi}{4} R_f \cos \phi \sin \theta & 1 + \frac{\pi}{4} R_f \cos \phi \cos \theta & 0 & 0 \\ 2E \sin \theta & -2E \cos \theta & 1 & 0 \\ -(2\pi a_L + d_L) \sin \theta & (2\pi a_L + d_L) \cos \theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_1 \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} \kappa C_{11} - \frac{1}{2} R_f \cos \phi \sin \phi C_{Di} & \kappa C_{12} - \frac{1}{2} R_f \cos \phi \cos \phi C_{Di} & 0 & 0 \\ \kappa C_{21} - \frac{1}{2} R_f \sin \phi \sin \phi C_{Di} & \kappa C_{22} - \frac{1}{2} R_f \sin \phi \cos \phi C_{Di} & 0 & 0 \\ 4r_L \Delta C_{Li} \sin \phi & -4r_L \Delta C_{Li} \cos \phi & 2\alpha_L & 0 \\ -4\lambda \pi \sin \theta & 4\lambda \pi \cos \theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_1 \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} \kappa^2 K_{11} & \kappa^2 K_{12} & \frac{1}{2} R_f \sin \phi & \frac{1}{2} R_f \sin \phi \\ \kappa^2 K_{21} & \kappa^2 K_{22} & -\frac{1}{2} R_f \cos \phi & -\frac{1}{2} R_f \cos \phi \\ 0 & 0 & 4r_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} R_f \cos \phi C_D^{ref} \\ \frac{1}{2} R_f \sin \phi C_D^{ref} \\ -4r_L (\Delta C_L)^{ref} \\ 4\lambda \pi \sin(\phi - \theta) \end{bmatrix} \quad (2.58)
\end{aligned}$$

Δεδομένου ότι το  $\Gamma_1$  αντιστοιχεί στο γραμμικό τμήμα της κυκλοφορίας και συνεπώς  $\Gamma_1''$  είναι μηδέν, το παραπάνω σύστημα είναι δυνατόν να μετατραπεί σε ένα σύστημα της μορφής:

$$X' = AX + B \quad (2.59)$$

Όπου,  $X = \{y, z, \Gamma_2, \Gamma_1, y', z', \Gamma_2'\}$ .

Η ευστάθεια του συστήματος καθορίζεται από το πρόσημο του πραγματικού μέρους των ιδιοτιμών του πίνακα A, οι οποίες θα πρέπει να είναι όλες αρνητικές προκειμένου η τελευταία να διασφαλιστεί.

### 2.3.5.4 Χαρακτηριστικά του stall flutter

Συνοπτικά ο πτερυγισμός σε κατάσταση απώλειας στήριξης χαρακτηρίζεται από τα παρακάτω : α) Σχετίζεται με τη μη-γραμμικότητα των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών, β) είναι δυνατόν να εμφανισθεί ακόμα και με έναν βαθμό ελευθερίας, γ) το εύρος της ταλαντωτικής κίνησης συχνά περιορίζεται από τις ίδιες τις αεροδυναμικές μη-γραμμικότητες, και δ) εφόσον η απόσβεση είναι ένας απορροφητής ενέργειας, η παρουσία του συχνά περιορίζει το εύρος του πτερυγισμού σε μικρότερες τιμές.

Η μη-γραμμικότητα των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης είναι δυνατόν να ερμηνευτεί μέσω της παρουσίας ισχυρών δινών στη ροή. Αυτές συνιστούν ένα σημαντικό μηχανισμό μεταβολής της ευστάθειας στην

αποκολλημένη ροή. Έτσι ο stall flutter είναι δυνατόν να αντιμετωπιστεί ως αεροελαστική σύζευξη ανάμεσα στο ρευστό και τη δομή μέσω του μηχανισμού αποβολής και απομάκρυνσης αυτών των δινών.

Αν κάποια από τις φυσικές ιδιοσυχνότητες μιας αεροτομής βρίσκεται κοντά στη φυσική συχνότητα της ροής είναι δυνατόν η ταλάντωση του πτερυγίου να 'εισχωρήσει' μέσα στην περιοχή απώλειας στήριξης με αποτέλεσμα τη μετατροπή της κίνησης από εξωτερική διέγερση σε αυτοδιεγερόμενη κίνηση λόγω ανάπτυξης πτερυγισμού τύπου απώλειας στήριξης.

Όπως προκύπτει από τις εργασίες [39, 88] θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι: α) η κατεύθυνση της ταλάντωσης των πτερυγίων σε σχέση με την πτερωτή παίζει σημαντικό ρόλο στην αεροδυναμική απόσβεση και κυρίως στις 'edgewise' ταλαντώσεις. Σε αυτές, η προς τα εμπρός ιδιομορφή έχει μεγαλύτερη αεροδυναμική απόσβεση από την προς τα πίσω ιδιομορφή, και β) ότι οι 'flapwise' ταλαντώσεις σε ένα πτερύγιο που λειτουργεί σε απώλεια στήριξης έχουν πολύ μεγαλύτερη αεροδυναμική απόσβεση από τις 'edgewise' ταλαντώσεις.

### 2.3.5.5 Παρεμπόδιση εμφάνισης πτερυγισμού σε απώλεια στήριξης

Η μεταβολή των δομικών ιδιοτήτων της αεροτομής έχει πολύ διαφορετικά αποτελέσματα στον πτερυγισμό σε απώλεια στήριξης σε σχέση με την επίδραση που έχουν στον κλασσικό πτερυγισμό [33]:

- i) Μεταβολή στη σχετική θέση των αδρανειακών και ελαστικών αξόνων έχει μικρή επίδραση στον πτερυγισμό σε απώλεια στήριξης
- ii) Το κλάσμα των ιδιοσυχνοτήτων κάμψης και στρέψης έχει μικρή επίσης επίδραση στον πτερυγισμό σε απώλεια στήριξης

Ειδικότερα για stall flutter με ένα βαθμό ελευθερίας (pitch) η κρίσιμη ταχύτητα πτερυγισμού σε απώλεια στήριξης  $U_{cr} = \frac{\omega b}{k_{cr}}$  μπορεί να αυξηθεί :

- i) αυξάνοντας την ιδιοσυχνότητα της στρεπτικής ταλάντωσης του πτερυγίου
- ii) αυξάνοντας τη στρεπτική δυσκαμψία
- iii) μειώνοντας την αδρανειακή ροπή



### 2.3.6 Τελικό σχόλιο

Εν κατακλείδι πτερυγισμός θεωρείται η αεροδυναμική αστάθεια που οφείλεται σε αυτοδιεγερόμενη ταλάντωση, ελλείψει εξωτερικής διέγερσης ή δομικής απόσβεσης. Η διέγερση αυτή οφείλεται σε απορρόφηση ενέργειας από το ρεύμα αέρα στο οποίο είναι εκτεθειμένο το σύστημα. Η απορρόφηση αυτή γίνεται μέσω αρνητικής αεροδυναμικής απόσβεσης η οποία αναπτύσσεται λόγω διαφοράς φάσης ανάμεσα στην ταλαντωτική κίνηση και την αεροδυναμική απόκριση. Στον κλασσικό πτερυγισμό αυτή η διαφορά φάσης οφείλεται στην ταυτόχρονη κίνηση της αεροτομής σε δύο βαθμούς ελευθερίας, γι αυτό και η ύπαρξη τουλάχιστο δύο βαθμών ελευθερίας είναι απαραίτητη για τον πτερυγισμό σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης. Ενώ στον πτερυγισμό σε κατάσταση απώλειας στήριξης η διαφορά φάσης οφείλεται στην ‘αεροδυναμική υστέρηση’ δηλαδή στη μη-γραμμικότητα της περιοχής αυτής σε ότι αφορά τα αεροδυναμικά φορτία, γι αυτό και σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης είναι δυνατόν να έχουμε πτερυγισμό ακόμα και με έναν βαθμό ελευθερίας.

Αν και όπως έχει ήδη αναφερθεί το stall flutter μπορεί να εμφανισθεί και με έναν μόνο βαθμό ελευθερίας έχει προκύψει η ανάγκη να μελετηθεί η αεροελαστική ευστάθεια δύο βαθμών ελευθερίας και συγκεκριμένα των κινήσεων flap και edge λόγω της παρατήρησης αστοχίας πτερυγίων ανεμογεννήτριας λόγω edge ταλαντώσεων [69]. Έτσι στην παρούσα εργασία όταν θα γίνεται αναφορά σε stall flutter θα εννοείται κίνηση flap-edge.

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο λόγος που δεν προστίθεται και ο τρίτος βαθμός ελευθερίας σε πρώτη φάση είναι ότι η ανάλυση ιδιομορφών [39] έχει δείξει ότι η πρώτη ιδιοσυχνότητα της κίνησης αυτής είναι πολύ μεγαλύτερη από τις άλλες δύο και έτσι δεν επηρεάζει τις άλλες δύο κινήσεις.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ**

### **3.1 Πεδία έρευνας σε Ανεμογεννήτριες**

Η έρευνα που αφορά τις Ανεμογεννήτριες επεκτείνεται σε πολλά και διαφορετικά γνωστικά πεδία που απαιτούν τη χρήση μιας ευρείας σειράς μοντέλων. Συνήθως κάθε μοντέλο ειδικεύεται στη λεπτομερή εξέταση ενός γνωστικού πεδίου υιοθετώντας απλοποιητικές παραδοχές για τα υπόλοιπα. Αυτός είναι και ο συνήθης τρόπος αντιμετώπισης των παραγόντων που επηρεάζουν ένα σύνθετο φαινόμενο ακόμα και όταν εξετάζεται ένα μόνο γνωστικό πεδίο. Σύμφωνα με την εργασία [94] τα γνωστικά πεδία – μοντέλα που εξετάζουν ζητήματα σχετικά με τη λειτουργία Α/Γ μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με τον ακόλουθο τρόπο:

α) Μηχανική – Εξετάζεται η δυναμική στερεού προκειμένου να περιγραφεί η κινηματική και η ελαστική συμπεριφορά των μελών : πτερύγια, πύργος, άξονας κλπ. Κάποιες από τις παραμορφώσεις θα πρέπει να μελετούνται σε περιστρεφόμενα συστήματα αναφοράς.

β) Το πεδίο ροής - μπορεί να διαχωριστεί σε δύο πεδία τα οποία απαιτούν διαφορετική αντιμετώπιση:

β1) Το πεδίο ροής μακριά από τα πτερύγια πριν και μετά την πτερωτή. Η χαρακτηριστική κλίμακα μήκους σε αυτό το πεδίο είναι η διάμετρος της πτερωτής ενώ η χαρακτηριστική κλίμακα χρόνου δίνεται ως κλάσμα της διαμέτρου προς την ταχύτητα του προσπίπτοντος ανέμου και είναι της τάξης των sec. Όπως θα φανεί αργότερα αυτές οι κλίμακες είναι κατά πολύ μεγαλύτερες από τις κλίμακες που χαρακτηρίζουν το τοπικό πεδίο ροής. Για τη μελέτη αυτών των φαινομένων χρησιμοποιείται μηχανική ρευστών της ατμόσφαιρας. Συνεπώς οι δυνάμεις ιξώδους εμφανίζονται μόνο στον υπολογισμό του ατμοσφαιρικού οριακού στρώματος ενώ η ροή γύρω από τα πτερύγια είναι δυνατόν να θεωρηθεί ιδανική. Μέσω της μελέτης του πεδίου αυτού επιδιώκεται ο καθορισμός του προσπίπτοντα ανέμου και των χαρακτηριστικών του ως συνάρτηση του χρόνου και του χώρου [95].

β2) Το τοπικό πεδίο ροής γύρω από το πτερύγιο στο οποίο παίζουν σημαντικό ρόλο οι δυνάμεις του ιξώδους κοντά στα πτερύγια. Εδώ χρειάζεται να μελετηθούν φαινόμενα αεροδυναμικής μικρής κλίμακας (για το χώρο η κλίμακα αυτή χαρακτηρίζεται από το μήκος της χορδής ενώ για το χρόνο από το κλάσμα της χορδής προς την ταχύτητα περιστροφής και είναι της τάξης των εκατοστών του

δευτερολέπτου) έτσι ώστε να προσδιοριστούν τα εξωτερικά φορτία τα οποία μεταβάλλονται με το χρόνο γύρω από το πτερύγιο [95].

γ) Ηλεκτροδυναμική - για την περιγραφή της μη-μόνιμης ροπής η οποία ασκείται από τη γεννήτρια στον υψηλής ταχύτητας άξονα μεταφοράς κίνησης. Για την περιγραφή της ηλεκτροδυναμικής συμπεριφοράς χρησιμοποιούνται κυρίως συνήθεις διαφορικές εξισώσεις.

δ) Θεωρία ελέγχου για την περιγραφή των βρόγχων ρύθμισης τόσο ενεργητικά όσο και παθητικά, όπου επίσης χρησιμοποιούνται συνήθεις διαφορικές εξισώσεις.

Τα δύο πρώτα πεδία,  $\alpha$  και  $\beta$ , αποτελούν κύριο αντικείμενο της αεροελαστικής μελέτης και θα εξεταστούν αναλυτικά σε επόμενες παραγράφους. Τα πεδία  $\gamma$  και  $\delta$  συνήθως στις αεροελαστικές μελέτες ή αγνοούνται (κυρίως όταν η μελέτη αφορά αεροτομή ή πτερύγιο και όχι συνολικά την Α/Γ) ή αντιμετωπίζονται με απλοποιημένα μοντέλα.

### **3.2 Διαχωρισμός αντικειμένων έρευνας στην αεροελαστικότητα**

Ο όρος αεροελαστικότητα περιλαμβάνει επίσης ένα ευρύ φάσμα αντικειμένων έρευνας, που χαρακτηρίζονται από αλληλεπίδραση ανάμεσα σε στερεό και ρευστό. Έτσι ένας διαχωρισμός των μελετών της αεροελαστικότητας μπορεί να γίνει με βάση το αντικείμενο της μελέτης.

Σε ένα πρώτο επίπεδο τα αντικείμενα είναι δυνατόν να διαχωριστούν σε αεροδυναμικές κατασκευές και μη-αεροδυναμικές κατασκευές. Στις μη-αεροδυναμικές περιλαμβάνονται όλες οι κατασκευές στις οποίες υπάρχει αλληλεπίδραση ανάμεσα σε στερεή δομή και ρευστό χωρίς όμως η αλληλεπίδραση αυτή να αποτελεί τη βάση λειτουργίας τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα μιας τέτοιας κατασκευής είναι οι γέφυρες.

Οι αεροδυναμικές κατασκευές διαχωρίζονται σε εκείνες που περιλαμβάνουν περιστρεφόμενα μέλη και σε εκείνες που δεν περιλαμβάνουν περιστρεφόμενα μέλη. Η διαφοροποίηση μεταξύ τους είναι προφανής αφού στις πρώτες παίζουν σημαντικό ρόλο δυνάμεις φυγόκεντρες και Coriolis. Επιπλέον, η επίδραση της περιστροφής θεωρείται ότι παίζει σημαντικό ρόλο στην απώλεια στήριξης όπου μπορεί ναδειχθεί ότι η δύναμη Coriolis τείνει αφενός μεν να σταθεροποιήσει το οριακό στρώμα ενάντια σε αποκόλληση, αφετέρου δε το ωθεί προς τα έξω όταν αυτό τελικώς αποκολλάται [98].

Ένα άλλο χαρακτηριστικό που διακρίνει τις κατασκευές με περιστρεφόμενα μέλη από αυτές χωρίς περιστρεφόμενα μέλη είναι ότι οι πρώτες παρουσιάζουν μεγάλη ευαισθησία του επαγόμενου πεδίου ταχύτητας στις αλλαγές της ταχύτητας του ρεύματος αέρα πριν από το στροφείο. Αυτό διαφοροποιεί τις δυνατότητες προσέγγισης της αεροδυναμικής τους συμπεριφοράς και αποκλείει μεθόδους που θεωρούν γνωστή και σταθερή τη θέση των δινών απορροής και συνεπώς γνωστή και σταθερή τη συνεισφορά τους στην επαγόμενη ταχύτητα στο πεδίο του πτερυγίου [95].

Χαρακτηριστικές αεροδυναμικές κατασκευές που δεν έχουν περιστρεφόμενα μέλη είναι τα πτερύγια ή ολόκληρες οι άτρακτοι αεροπλάνων, οι άτρακτοι πυραύλων κλπ. Η μεγάλη πλειοψηφία των μελετών που έχουν γίνει πάνω στην αεροελαστικότητα αφορούν τέτοιες κατασκευές. Όπως θα αναφερθεί και στη συνέχεια, σε αυτό το είδος κατασκευών έχει χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό υπολογιστική ρευστομηχανική για τον προσδιορισμό των αεροδυναμικών φορτίων.

Οι αεροδυναμικές κατασκευές που περιλαμβάνουν περιστρεφόμενα μέρη διακρίνονται σε στροβιλομηχανές, ελικοπτερα και ανεμογεννήτριες.

Ο Imregum [44] αναφέρει ως βασικό στοιχείο διαφοροποίησης της αεροελαστικότητας στις στροβιλομηχανές το κλάσμα μάζας πτερυγίων προς μάζα ρευστού το οποίο είναι ιδιαίτερα υψηλό. Έτσι ενώ ο πτερυγισμός στις Α/Γ, οφείλεται συνήθως σε σύζευξη ανάμεσα σε δύο βαθμούς ελευθερίας (κλασσικός πτερυγισμός – κάμψη και στρέψη) στις στροβιλομηχανές ο πτερυγισμός τείνει να είναι φαινόμενο ενός βαθμού ελευθερίας, δεδομένου ότι τα αεροδυναμικά φορτία τα οποία είναι κατά πολύ μικρότερα των αδρανειακών και των φορτίων δυσκαμψίας αδυνατούν να προκαλέσουν τη σύζευξη. Σημειώνει όμως ότι και σε αυτή την περίπτωση ο πτερυγισμός λόγω σύζευξης δε θα πρέπει να αποκλειστεί αφού σε μοντέρνους σχεδιασμούς τα πτερύγια τείνουν να είναι λεπτότερα και η αεροδυναμική φόρτιση υψηλότερη προκειμένου να αυξηθεί ο βαθμός της αεροδυναμικής απόδοσης.

Η μελέτη αεροελαστικότητας στους στροφείς ελικοπτέρων είναι το πιο κοντινό πεδίο στις ανεμογεννήτριες. Πρακτικά το στροφείο ενός ελικοπτέρου λειτουργεί όπως αυτός της ανεμογεννήτριας με τη διαφορά ότι αντί να εξάγει ενέργεια από το ρεύμα αέρος εισάγει ενέργεια σε αυτό. Πέραν αυτού όμως και στις δύο περιπτώσεις πρόκειται για περιστρεφόμενα πτερύγια με χαμηλό κλάσμα μάζας δομής προς μάζα ρευστού. Ωστόσο, και κυρίως τα τελευταία χρόνια τα μεγέθη των ανεμογεννητριών έχουν γίνει κατά πολύ μεγαλύτερα από αυτά των στροφέων των ελικοπτέρων και οδηγούν σε άλλου είδους προβλήματα. Θα πρέπει επίσης να

σημειωθεί ότι και για στροφείς συγκρίσιμου μεγέθους τα πτερύγια των ελικοπτέρων έχουν συνήθως μικρότερη δυσκαμψία και μεγαλύτερη ταχύτητα περιστροφής έτσι ώστε σε πολλές περιπτώσεις να λειτουργούν σε περιοχές στις οποίες η ροή θα πρέπει να θεωρηθεί συμπιεστή.

### **3.3 Πεδία έρευνας σε αεροελαστικότητα**

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η αεροελαστική ανάλυση αφορά τον υπολογισμό των δυνάμεων ελαστικότητας και αδράνειας των δομικών στοιχείων, τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων καθώς και την αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Οι υπολογισμοί αυτοί διαφέρουν μεταξύ τους :

- α) ως προς τις παραδοχές που θα γίνουν
- β) ως προς τον τρόπο μοντελοποίησης της δομής
- γ) ως προς τον τρόπο υπολογισμού των αεροδυναμικών φορτίων
- δ) ως προς το πεδίο συχνοτήτων ή χρόνου στο οποίο θα επιλυθούν
- ε) ως προς τον τρόπο σύζευξης των δομικών με τους αεροδυναμικούς υπολογισμούς
- στ) ως προς τις μεθόδους επίλυσης που θα χρησιμοποιηθούν, και
- ζ) ως προς τον τρόπο μοντελοποίησης του εξωτερικού πεδίου μακριά από την πτερωτή.

Δεδομένου ότι ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά της παρούσας διατριβής είναι ο υπολογισμός των αεροδυναμικών φορτίων με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής, αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον ο διαχωρισμός των μελετών αεροελαστικότητας με κριτήριο το αν χρησιμοποιούν στους υπολογισμούς των αεροδυναμικών φορτίων υπολογιστική ρευστομηχανική ή όχι.

#### **3.3.1 Παραδοχές**

Οι παραδοχές που γίνονται σε κάθε αεροελαστικό υπολογισμό μπορεί να αφορούν τις παραμέτρους που λαμβάνονται υπόψη όπως: α) τον αριθμό των διαστάσεων, β) τους βαθμούς ελευθερίας, και γ) τα φαινόμενα ροής και ελαστικότητας

##### **3.3.1.1 Αριθμός διαστάσεων που λαμβάνονται υπόψη**

Οι περισσότερες δημοσιευμένες εργασίες αφορούν αεροελαστικές μελέτες σε δισδιάστατα μοντέλα. Πέραν από τους προφανείς λόγους μικρότερης πολυπλοκότητας και υπολογιστικού κόστους, η μελέτη σε δύο διαστάσεις πραγματικά

τριδιάστατων φαινομένων έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως αφού επιτρέπει την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων με γρήγορες παραμετρικές μελέτες.

Έτσι σε δισδιάστατα προβλήματα είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν απλοποιημένα μοντέλα για τις παραμέτρους που δεν ενδιαφέρουν στη μελέτη, να περιοριστεί ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας που λαμβάνονται υπόψη και να μελετηθούν σε βάθος κάποια άλλα φαινόμενα που θα περιγραφούν στη συνέχεια. Ιδιαίτερα στην περίπτωση χρήσης υπολογιστικής ρευστομηχανικής, το υπολογιστικό κόστος και οι απαιτήσεις για να αντιμετωπιστεί στο πεδίο του χρόνου ένα τέτοιο πρόβλημα είναι απαγορευτικές και όπως θα φανεί αργότερα ελάχιστη εργασία έχει γίνει σε αυτό το χώρο.

Εδώ θα πρέπει να γίνει αναφορά και σε μια παραδοχή πολύ συνηθισμένη στις μελέτες αεροελαστικότητας, κυρίως στις δισδιάστατες. Πρόκειται για τη θεωρία 'λωρίδας' (strip) σύμφωνα με την οποία η τιμή των αεροδυναμικών φορτίων σε ένα σημείο του πτερυγίου εξαρτάται μόνο από τη ροή γύρω από τη συγκεκριμένη αεροτομή [35, 50].

### **3.3.1.2 Φαινόμενα που λαμβάνονται υπόψη**

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, λόγω της φύσης της παρούσας εργασίας είναι απαραίτητο στη βιβλιογραφική ανασκόπηση να γίνεται σαφής διαχωρισμός στις μελέτες που έχουν χρησιμοποιήσει υπολογιστική ρευστομηχανική και σε εκείνες που έχουν χρησιμοποιήσει άλλες μεθόδους για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων.

#### Φαινόμενα σε μελέτες χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής

Μια πληθώρα μελετών υπάρχει σε αυτό το χώρο που ερευνά μια σειρά φαινομένων που είναι δυνατόν να εμφανιστούν και να επηρεάσουν την αεροελαστική συμπεριφορά των αεροδυναμικών κατασκευών.

Τα περισσότερα από αυτά τα φαινόμενα αφορούν χαρακτηριστικά της δομής όπως είναι, το φαινόμενο αναδίπλωσης, η δομική ανισοτροπία, η δομική ετερογένεια, η εγκάρσια διάτμηση [50], πτερύγιο που φέρει εξωτερικά φορτία [35], μη-γραμμικότητες που προέρχονται από αρχική συστροφή ή καμπύλωση ενός πτερυγίου [75] και μη-γραμμικότητες οι οποίες προέρχονται από την ύπαρξη επιφάνειας 'διεύθυνσης' πάνω στο πτερύγιο [20, 111]. Τα παραπάνω φαινόμενα συνήθως μελετώνται σε αεροδυναμικές κατασκευές που δεν έχουν περιστρεφόμενα μέρη.

Σε μελέτες που αναφέρονται ειδικά σε Α/Γ λαμβάνονται υπόψη και άλλα είδη φαινομένων που αφορούν, είτε τον τρόπο που μοντελοποιείται ο προσπίπτον άνεμος και η τύρβη [104], είτε την αλληλεπίδραση ανάμεσα στα περιστρεφόμενα και μη-περιστρεφόμενα μέρη (όπως είναι η επίδραση του πύργου της Α/Γ) [31], είτε τον τρόπο διαχείρισης της παραγόμενης ενέργειας (π.χ. μεταβαλλόμενη γωνιακή ταχύτητα με έλεγχο του βήματος του περυγίου ή με απώλεια στήριξης) [65], είτε, τέλος, τη λειτουργία της Α/Γ κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες (π.χ. λειτουργία υπό γωνία yaw) [51].

#### **Φαινόμενα σε μελέτες με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής**

Οι δυσκολίες που εισάγει η χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής και η αύξηση του υπολογιστικού κόστους και των απαιτήσεων που επιβάλλει περιορίζουν τα διαφορετικά φαινόμενα που έχουν μελετηθεί. Μια καταρχήν προσέγγιση του προβλήματος είναι η μελέτη στατικής αεροελαστικότητας [71], δεδομένης της μείωσης του υπολογιστικού κόστους που προερχόταν από τη μη-μόνιμη φύση της αεροελαστικότητας.

Σε ότι αφορά προσομοίωση φαινομένων που σχετίζονται με το προσπίπτον ρεύμα αέρος, έχει μελετηθεί η αντίδραση αεροδυναμικής κατασκευής σε μια σειρά από δίνες οι οποίες αποτελούν την εξωτερική διέγερση.

Η μελέτη φαινομένων που σχετίζονται με τη δομή των κατασκευών είναι επίσης περιορισμένη, δεδομένου ότι, στις περιπτώσεις χρήσης υπολογιστικής ρευστομηχανικής η δομή μοντελοποιείται με απλουστευμένα στοιχεία. Αναφέρεται η μελέτη εμφάνισης περυγισμού σε περύγιο εφοδιασμένο με μηχανισμό ελέγχου βήματος (pitch) [23], η μελέτη κεκλιμένου περυγίου αεροπλάνου [82], η μελέτη της επίδρασης του λόγου επιμήκους περυγίου αεροπλάνου καθώς και η μελέτη εμφάνισης κρουστικού κύματος σε περύγιο αεροπλάνου [46]. Προς επίρρωση της επιχειρηματολογίας περί αυξημένου υπολογιστικού κόστους θα πρέπει να αναφερθεί ότι όλα τα παραπάνω φαινόμενα που αφορούν τη δομή μελετήθηκαν μόνο για στρατιωτικά αεροπλάνα και πυραύλους.

### **3.3.1.3 Βαθμοί ελευθερίας που λαμβάνονται υπόψη**

#### **Βαθμοί ελευθερίας χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής**

Για δισδιάστατα προβλήματα και χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης έχουν αναφερθεί μελέτες που αφορούν: α) κλασσικό περυγισμό (δύο βαθμοί ελευθερίας),



β) τρεις βαθμούς ελευθερίας (δύο καμπτικούς, flap και edge, και έναν στρεπτικό, pitch) [102].

Σε δισδιάστατα προβλήματα και μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης υπάρχουν μελέτες που αφορούν : α) ένα βαθμό ελευθερίας (καμπτικός, flap, ή στρεπτικός, pitch) [83], β) δύο βαθμούς ελευθερίας (flap και pitch ή flap και edge) [101, 102], και τέλος γ) τρεις βαθμούς ελευθερίας (δύο καμπτικοί, flap και edge και ο στρεπτικός, pitch) [54].

Σε τρισδιάστατα προβλήματα, υπάρχουν μελέτες που αφορούν το σύνολο μιας πτερωτής ή και μιας ανεμογεννήτριας, στις οποίες ο αριθμός βαθμών ελευθερίας μπορεί να φτάνει και τους είκοσι συμπεριλαμβανομένων της ζεύξης μεταξύ πύργου και πτερυγίων [32].

#### **Βαθμοί ελευθερίας με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής**

Πολύ μικρότερη είναι η ποικιλία σε βαθμούς ελευθερίας που έχουν ληφθεί υπόψη σε μελέτες με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Συγκεκριμένα έχουν γίνει μελέτες που αφορούν δύο βαθμούς ελευθερίας, κάμψη και στρέψη, ή δύο καμπτικούς βαθμούς ελευθερίας κυρίως σε δύο διαστάσεις [71], ενώ λίγη είναι η εργασία που έχει γίνει σε τρεις διαστάσεις.

### **3.3.2 Μοντελοποίηση της δομής**

Η μοντελοποίηση της δομής είναι ο ένας βασικός πυλώνας των αεροελαστικών υπολογισμών. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι στην πλειοψηφία των μελετών αντιμετωπίζεται με λεπτομέρεια είτε η μοντελοποίηση της δομής είτε της ροής. Όταν το βάρος της μελέτης πέφτει στη μοντελοποίηση της δομής τότε η αεροδυναμική συμπεριφορά προσεγγίζεται με ένα πολύ απλοποιημένο μοντέλο και αντιστρόφως.

Σε ότι αφορά τη δομή της ανεμογεννήτριας μπορεί να γίνει ένας πρώτος διαχωρισμός σε βαθμούς ελευθερίας που αναφέρονται στην κίνηση του στερεού σώματος η οποία περιγράφεται με συνήθεις διαφορικές εξισώσεις, και σε βαθμούς ελευθερίας που αναφέρονται την ελαστική παραμόρφωση των μελών και η οποία περιγράφεται με μερικές διαφορικές εξισώσεις [13]. Οι δομικές μη-γραμμικότητες μπορεί να οφείλονται στην ίδια τη γεωμετρία του προς μελέτη μέλους ή να προέρχονται από κινηματικές συνθήκες (π.χ. δύναμη Coriolis). Σε γενικές γραμμές υπάρχουν τρεις τρόποι προσέγγισης της δομής: α) σε δύο ή τρεις διαστάσεις με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων, β) με τη θεωρία της δοκού, και τέλος γ) με

προσομοίωση των δομικών ιδιοτήτων με ελατήρια και, κατά περίπτωση, με αποσβεστήρες [94].

Στην εργασία [37] δίνεται μια γενική κατάταξη των μεθόδων, οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των δομικών παραμορφώσεων σε προβλήματα αλληλεπίδρασης ρευστού/στερεού, με φθίνουσα ακρίβεια: α) Λεπτομερή τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, β) απλά τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, γ) δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, δ) ισοδύναμη πλάκα (equivalent plate), ε) προσέγγιση μέσω ιδιομορφών, στ) συναρτήσεις μορφής (shape functions). Τέλος θα μπορούσε να προστεθεί και η πλέον απλοποιημένη και ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος (σε δισδιάστατους υπολογισμούς), της προσομοίωσης των χαρακτηριστικών με μοντέλο ελατηρίων.

### 3.3.2.1 Μοντελοποίηση δομής χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής

Ο μεγαλύτερος αριθμός εργασιών που έχουν δημοσιευτεί και καλύπτουν ένα φάσμα μοντέλων από τα πλέον απλά έως τα πλέον σύνθετα εντάσσονται στο χώρο της μοντελοποίησης χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Ένας πρώτος διαχωρισμός είναι ανάμεσα σε γραμμικά και μη-γραμμικά μοντέλα. Ως γραμμικό μοντέλο χρησιμοποιείται συνήθως ένα απλό μοντέλο ελατηρίων [4]. Στα μη-γραμμικά μοντέλα αναφέρεται μια πληθώρα εργασιών.

Έτσι στην εργασία [101] όπου η μη-γραμμικότητα προέρχεται από μεγάλες μετατοπίσεις, η δομή προσεγγίζεται μέσα από ένα σύστημα 12 διαφορετικών εξισώσεων που αναπτύχθηκαν από τους Minguet και Dugundji. Εδώ θα πρέπει να αναφερθεί ότι τα πιο πολλά αεροελαστικά μοντέλα δε λαμβάνουν υπόψη μεγάλου μεγέθους μετατοπίσεις. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα: α) να υπολογίζεται μειωμένη διάμετρος και coning της πτερωτής και να υπολογίζεται μικρότερη παραγωγή ισχύος από αυτή που προβλέπεται με γραμμικοποιημένους υπολογισμούς, β) ζεύξη ανάμεσα σε edgewise και στρεπτικές δυνάμεις και κινήσεις, που έχει ως συνέπεια αύξηση της στρεπτικής ροπής στη ρίζα του πτερυγίου και στο σύστημα pitch, και γ) αύξηση στη flapwise δυσκαμψία λόγω γεωμετρικών μη-γραμμικοτήτων, που έχει ως συνέπεια οι στρεπτικές ροπές να τείνουν να συστρέψουν το πτερύγιο [88].

Σε περιπτώσεις που η μη-γραμμικότητα προέρχεται από μη-γραμμικά χαρακτηριστικά των συντελεστών δυσκαμψίας ή απόσβεσης, η προσέγγιση μπορεί να γίνει : α) με μοντέλα ελατηρίων αποσβεστήρων στα οποία όμως η σχέση τάσης -

παραμόρφωσης δεν είναι γραμμική, και σε αυτή την κατεύθυνση υπάρχουν αρκετές εργασίες που διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το βαθμό της σχέσης τάσης-παραμόρφωσης, και ως προς τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας που παρουσιάζουν μη γραμμικότητα [58, 59, 62, 84 και 87], β) προσομοίωση του πτερυγίου με μοντέλο πλάκας ή δοκού με διάφορους βαθμούς ελευθερίας, και με διάφορα στοιχεία δοκού ανά πτερύγιο [13, 26, 31, 35, 42, 50, 54, 65 και 104] , γ) με την προσομοίωση της ίδιας της αεροτομής με στοιχείο δοκού [53], δ) προσομοίωση του πτερυγίου ως λεπτή πτέρυγα (slender wing), ως παχύ κέλυφος (thick shell) ή ως κυλινδρικό κύτταρο [24, 33], και ε) μοντέλα βασισμένα στην εύρεση των ιδιομορφών της A/Γ [22, 39].

Η πειραματική ανάλυση ιδιομορφών των πτερυγίων έχει εξελιχθεί στην πιο κοινή εμπορική υπηρεσία στο χώρο των κατασκευαστών πτερυγίων [88]. Στις περισσότερες περιπτώσεις το όλο σύστημα προσεγγίζεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Πιο σύνθετα είναι τα πράγματα όταν επιχειρείται η προσομοίωση ολοκλήρου της A/Γ οπότε οι μη-γραμμικότητες μπορεί να προέρχονται και από την αλληλεπίδραση μεταξύ των μελών. Έτσι ο πύργος και η άτρακτος προσομοιώνονται με τη σειρά τους με στοιχεία δοκού και η σύζευξη των μελών μεταξύ τους λαμβάνεται υπόψη ως επιπλέον βαθμοί ελευθερίας.

### **3.3.2.2 Μοντελοποίηση δομής με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής**

Μικρότερη είναι η ποικιλία μοντέλων δομής με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Εδώ δεσπόζει το γραμμικό ή μη-γραμμικό μοντέλο ελατηρίων [17, 21, 23, 46, 71 και 82] . Μια άλλη προσέγγιση είναι μέσω πινάκων αδράνειας, δυσκαμψίας και απόσβεσης οι οποίοι αποτελούν χαρακτηριστικά της κατασκευής και υπολογίζονται μόνο μια φορά [71]. Έτσι βέβαια χάνεται η έννοια της αλληλεπίδρασης μεταξύ στερεού και ρευστού.

Τέλος και εδώ υπάρχουν εργασίες στις οποίες η δομή μοντελοποιείται ως δοκός και αντιμετωπίζεται κατά περίπτωση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων [6, 94]. Σε αυτό το σημείο εστιάζεται και η μελλοντική πρόκληση της σύζευξης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων με υπολογιστική ρευστομηχανική.

### **3.3.3 Μοντελοποίηση της ροής**

Ο υπολογισμός των αεροδυναμικών φορτίων, ο οποίος προϋποθέτει υπολογισμό του πεδίου ροής κοντά στο πτερύγιο – κατασκευή, είναι ο άλλος μεγάλος πλάνος της αεροελαστικότητας. Όπως έχει ήδη αναφερθεί μια βασική

διαφοροποίηση που ακολουθείται στην παρούσα διατριβή είναι το κατά πόσο ο υπολογισμός αυτός γίνεται με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής.

Στην εργασία [37] δίνεται ένας γενικός πίνακας με μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων καταταγμένες με σειρά φθίνουσας ακρίβειας: α) επίλυση των εξισώσεων Navier Stokes, β) επίλυση των εξισώσεων Euler, γ) θεώρηση της ροής ως δυναμικής (ιδανική – potential), δ) διηχητικές μικρές διαταράξεις, ε) γραμμικές αναλυτικές μέθοδοι, και στ) χρήση πινάκων αεροδυναμικών συντελεστών.

### 3.3.3.1 Μοντελοποίηση της ροής χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής

#### *Μέθοδοι για ασυμπίεστη ροή σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης*

Η πλέον διαδεδομένη μέθοδος υπολογισμού αεροδυναμικών φορτίων είναι η μέθοδος ορμής στοιχείου πτερυγίου (Blade Element Momentum – BEM). Σύμφωνα με την εργασία [88] είναι η μέθοδος που χρησιμοποιούν 7 στα 8 υπολογιστικά μοντέλα [54, 75, 96 και 104]. Σπανίως χρησιμοποιείται στην αρχική της μορφή καθώς λαμβάνονται υπόψη διάφορες διορθώσεις που έχουν προταθεί κατά καιρούς. Μια άλλη μέθοδος που χρησιμοποιείται ευρέως είναι ο υπολογισμός των αεροδυναμικών συντελεστών με τη συνάρτηση Theodorsen ή Wagner [53, 111].

Η BEM μέθοδος ανήκει σε μια μεγάλη κατηγορία μεθόδων που βασίζονται στη μακροσκοπική εφαρμογή του θεωρήματος της ορμής η οποία στη πιο απλή της μορφή εμφανίζεται ως μέθοδος του δίσκου ενέργειας η οποία χρησιμοποιείται συνήθως για την εκτίμηση του εξωτερικού πεδίου. Οι περιορισμοί της μεθόδου είναι οι ακόλουθοι [88]:

- i) υπόθεση μόνιμης ροής η οποία απαιτεί χρήση επιπλέον μοντέλου για τον υπολογισμό της δυναμικής απώλειας στήριξης και της dynamic inflow.
- ii) Υπόθεση αξονικής ροής, η οποία απαιτεί επιπλέον μοντέλο για yaw και tilt.
- iii) Υπόθεση δισδιάστατης ροής η οποία απαιτεί να ληφθεί υπόψη η επίδραση του τρισδιάστατου χαρακτήρα της.
- iv) Υπόθεση ότι η πτερωτή είναι δίσκος ο οποίος απαιτεί μοντελοποίηση της επίδρασης των απωλειών άκρου (tip loss).
- v) Η όποια ανακυκλοφορία γύρω από την πτερωτή αγνοείται απαιτώντας διόρθωση των συντελεστών επαγωγής για υψηλή φόρτιση.

Προκείμενου να υπερνικηθούν οι περιορισμοί που επέβαλε η αρχική μορφή της μεθόδου έχουν προταθεί και χρησιμοποιηθεί μια σειρά μετατροπών και διορθώσεων αυτής [32, 96, 104].

Ως υποκατηγορία της BEM μπορεί να θεωρηθεί η μέθοδος του ‘δυναμικού επιτάχυνσης’ (acceleration potential). Για περωτές χαμηλής φόρτισης η μέθοδος αυτή επιτρέπει κατανομή πίεσης στο δίσκο ενέργειας κάτι που γενικεύει την αυστηρή περίπτωση της ομοιόμορφης κατανομής πίεσης της BEM [9].

Επόμενη κατηγορία μεθόδων είναι η προσέγγιση του πτερυγίου με γραμμή ή με επιφάνεια άνωσης με διάφορες παραλλαγές όπως το να προστίθενται στα αεροδυναμικά φορτία δυνάμεις που προέρχονται από τρισδιάστες δίνες που εκλύονται από την ακμή φυγής [42, 96]. Ονομαστικά με αύξουσα ακρίβεια υπολογισμών μπορούν να αναφερθούν οι μέθοδοι: α) θεωρία γραμμής άνωσης, β) θεωρία λεπτών αεροτομών, γ) θεωρία αεροτομών με πάχος, δ) Μέθοδος ιδιόμορφων στοιχείων, και ε) Μέθοδος πλαισίων [2, 120, 121 και 124].

Μια άλλη μεγάλη κατηγορία μεθόδων είναι αυτή η οποία θεωρεί τη ροή δυναμική εκτός από την περιοχή του οριακού στρώματος όπου επιλύονται οι εξισώσεις αυτού [96]. Σε αυτή την κατηγορία μεθόδων το πρόβλημα εντοπίζεται στην ιδιομορφία του σημείου αποκόλλησης η οποία μπορεί να αντιμετωπιστεί με μέθοδο ισχυρής σύζευξης εξισώσεων οριακού στρώματος με εξισώσεις δυναμικής ροής [25, 112, 113].

#### **Μέθοδοι για ασυμπιεστή ροή σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης**

Εδώ δεσπόζοντα ρόλο παίζει το ημιεμπειρικό μοντέλο ONERA και κυρίως η τροποποίησή του ως δυναμικό μοντέλο απώλειας στήριξης. Μαζί με τις μεθόδους ισχυρής σύζευξης είναι ο μοναδικός αποτελεσματικός τρόπος υπολογισμού ροής σε κατάσταση απώλειας στήριξης χωρίς επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes. Χρησιμοποιείται στις περισσότερες εργασίες και προσφέρει συγκριτικά εξαιρετικά μικρό χρόνο υπολογισμού [26, 77, 79, 101, 102 και 106].

#### **Μέθοδοι για συμπιεστή ροή**

Για την περίπτωση της συμπιεστής ροής χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής αναφέρεται μόνο η χρήση του ημιεμπειρικού μοντέλου της NASA [83] τροποποιημένο για δυναμική απώλεια στήριξης.

### 3.3.3.2 Μοντελοποίηση της ροής με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται σε αυτό το χώρο μπορούν να διακριθούν σε τέσσερις μεγάλες κατηγορίες:

α) Ολοκληρωτικές μέθοδοι στις οποίες η ροή γύρω από αεροτομή προσομοιώνεται με κατανομή πηγών και δινών τόσο στο περίγραμμα όσο και στον απόρο της [97, 17]. Το σύστημα εξισώσεων συμπληρώνεται με τις συνθήκες Kelvin και Kutta καθώς και με τις οριακές συνθήκες Newman πάνω στην αεροτομή. Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli ενώ προκειμένου να ληφθεί υπόψη η επίδραση του ιξώδους επιλύονται οι εξισώσεις οριακού στρώματος.

β) Εξέλιξη των παραπάνω μεθόδων είναι οι μέθοδοι ισχυρής σύζευξης [17]. Όταν οι εξισώσεις του οριακού στρώματος λύνονται ταυτόχρονα με τις εξισώσεις της δυναμικής ροής ενώ η επίδραση του οριακού στρώματος μοντελοποιείται μέσω μιας ταχύτητας ‘αναπνοής’ του στερεού ορίου.

γ) Η επόμενη μεγάλη οικογένεια μεθόδων είναι αυτή που επιλύει τις εξισώσεις Euler και στην οποία εντάσσεται η πλειοψηφία των εργασιών που έχουν γίνει με υπολογιστική ρευστομηχανική. Και σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι για να προσομοιωθεί η επίδραση του ιξώδους στο στερεό όριο δεδομένου ότι οι εξισώσεις Euler θεωρούν τη ροή μη-ιξώδη και είναι κατάλληλες για συμπεστές ροές στις οποίες το οριακό στρώμα είναι πολύ λεπτό και η επίδραση του ιξώδους στη ροή αμελητέα. Συγκεκριμένα στις εργασίες [21, 23] επιλύονται οι εξισώσεις Euler χωρίς να λαμβάνεται μέριμνα για την επίδραση του ιξώδους στο στερεό όριο. Στις δημοσιεύσεις [71] η επίδραση του ιξώδους λαμβάνεται υπόψη με τη χρήση της έννοιας της ταχύτητας διαπνοής, ενώ στις εργασίες [46] και [82] για τον υπολογισμό του ιξώδους όρου χρησιμοποιείται η προσέγγιση του λεπτού στρώματος (thin layer).

δ) Όπως θα φανεί στη συνέχεια, ενώ γενικά στην αεροελαστικότητα έχει γίνει αρκετή έρευνα με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής σε διάφορες εφαρμογές, σε Α/Γ μέχρι στιγμής έχει καταγραφεί σαφώς μικρότερος όγκος εργασίας. Έτσι επίλυση των Reynolds Averaged Navier Stokes εξισώσεων για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων με σκοπό τη χρήση τους σε αεροελαστικούς υπολογισμούς εμφανίζονται σε πολύ πρόσφατες εργασίες [17] και [99].

### 3.3.4 Σύζευξη των μοντέλων δομής και ροής

Σε ότι αφορά εργασίες στις οποίες δε χρησιμοποιείται υπολογιστική ρευστομηχανική για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων η σύζευξη είναι σχετικά απλή. Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται για ολόκληρη την αεροτομή ή τη δομή που μας ενδιαφέρει με γρήγορη μέθοδο χρησιμοποιώντας αεροδυναμικούς συντελεστές στις εξισώσεις κίνησης ή τάσης – παραμόρφωσης που περιγράφουν τη δομή.

Αν για τη δομή χρησιμοποιείται ένα απλό μοντέλο (κυρίως σε δισδιάστατες προσομοιώσεις) τότε η επικοινωνία γίνεται από το μεν στερεό προς το ρευστό μέσω των οριακών συνθηκών που εφαρμόζονται στο αεροδυναμικό μοντέλο, από το δε ρευστό στο στερεό μέσω της εφαρμοζόμενης πίεσης, και αναπτυσσόμενης τριβής αν λύνονται οι εξισώσεις Navier-Stokes.

Στις οριακές συνθήκες του αεροδυναμικού μοντέλου θα πρέπει στη συνθήκη μη-εισχώρησης στην επιφάνεια του στερεού να λαμβάνεται υπόψη η κίνηση του στερεού στους δε όρους επιτάχυνσης να λαμβάνονται υπόψη οι δυνάμεις Coriolis. Η νέα θέση της δομής λαμβάνεται υπόψη μέσω όρων που προέρχονται από σχετικές ταχύτητες στις εξισώσεις Navier-Stokes. Αυτή είναι λογική που χρησιμοποιείται στις μεθόδους ζεύξης που ακολουθούνται στις εργασίες [17, 21, 23, 71 και 82].

Γενικά σε περιπτώσεις που εξετάζονται δισδιάστατα μοντέλα δεν είναι αναγκαία η χρήση της έννοιας του κινούμενου πλέγματος. Ωστόσο στην εργασία [17] σε έναν από τους υπολογισμούς χρησιμοποιείται αυτή η μέθοδος ενώ στη [46] χρησιμοποιείται ένα απλοποιημένο μοντέλο κινούμενου αλλά μη παραμορφώσιμου πλέγματος.

Στην περίπτωση όμως που θα πρέπει να εξεταστεί τρισδιάστατη ροή ή να χρησιμοποιηθεί μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων για την προσομοίωση της ροής, η επιλογή του κινούμενου πλέγματος είναι μονόδρομος και η ζεύξη ανάμεσα στα δύο μοντέλα είναι αντικείμενο θεωρητικής ακόμα έρευνας.

Συνήθως το πρόβλημα της ροής και το δομικό πρόβλημα έχουν διαφορετικές απαιτήσεις σε ότι αφορά τη διακριτοποίηση του πλέγματος. Προκειμένου να επιλυθεί με ακρίβεια η ροή, το πλέγμα θα πρέπει να πυκνώνει στις περιοχές στις οποίες υπάρχουν μεγάλες κλίσεις πίεσης. Αντιθέτως προκειμένου να αντιμετωπιστεί σωστά το ελαστοδυναμικό πρόβλημα, το πλέγμα θα πρέπει να πυκνώνει στις περιοχές στις οποίες αναμένεται να εμφανιστούν οι μέγιστες τάσεις. Συνεπώς κρίσιμης σημασίας είναι η επιλογή της μεθόδου παρεμβολής με την οποία θα μεταφερθούν οι οριακές

πληροφορίες από το ένα σύστημα στο άλλο. Στην εργασία [28] προτείνεται μια τέτοια μέθοδος παρεμβολής και συγκρίνεται με παλαιότερες μεθόδους.

Στην εργασία [37] δίνεται μια ανασκόπηση των μεθόδων που κάνουν σύζευξη ανάμεσα στα πεδία ροής που λαμβάνονται από επίλυση των Navier-Stokes ή των εξισώσεων Euler με τις παραμορφώσεις-μετατοπίσεις στερεού που λαμβάνονται είτε με μέθοδο διακριτού μοντέλου (modal method) είτε με μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Οι μέθοδοι αυτές τις κατατάσσονται σε δύο κύριες κατηγορίες στη Lumped Load προσέγγιση (LL) και στη Virtual Surface μέθοδο (VS).

Στην αεροελαστική ανάλυση είναι απαραίτητο να αναπαρασταθούν τα ισοδύναμα αεροδυναμικά φορτία στα υπολογιστικά σημεία του στερεού και η παραμορφωμένη δομή του στερεού στους υπολογιστικούς κόμβους του πλέγματος του ρευστού.

Η πρώτη μέθοδος χρησιμοποιείται όταν το στερεό αντιμετωπίζεται ως διακριτό μοντέλο (πχ. δοκός, plate, shell). Σε αυτή την περίπτωση η ζεύξη ανάμεσα στα δύο πεδία επιτυγχάνεται ανταλλάσσοντας τα οριακά δεδομένα όπως η αεροδυναμική πίεση και οι δομικές παραμορφώσεις σε κάθε χρονικό βήμα. Έτσι σε κάθε στοιχείο του πλέγματος του στερεού υπολογίζεται το αεροδυναμικό φορτίο που ασκείται. Στη συνέχεια το φορτίο κατανέμεται στα υπολογιστικά σημεία του πλέγματος του στερεού και η συνολική δύναμη που ασκείται σε αυτό λαμβάνεται συνθέτοντας τις επιμέρους δυνάμεις σε κάθε υπολογιστικό σημείο. Επιπροσθέτως το παραμορφωμένο πλέγμα της ροής πάνω στην επιφάνεια επαφής λαμβάνεται με παρεμβολή των μετατοπίσεων των σημείων των υπολογιστικών κόμβων του στερεού.

Δομές όπως τα πτερύγια συχνά μοντελοποιούνται ως δοκοί, όπου η επικοινωνία γίνεται ανάμεσα στις δυνάμεις και στις ροπές σε κάθε σημείο κατά μήκος της δοκού. Άλλες δομές μοντελοποιούνται ως πλάκες ή κελύφη. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται μια απλή τεχνική παρεμβολής. Αυτή η προσέγγιση δε διατηρεί το έργο που παράγεται από τα αεροδυναμικά φορτία και απαιτεί πολύ λεπτά πλέγματα και για το στερεό και για το ρευστό.

Η προσέγγιση μέσω μιας εικονικής επιφάνειας ή ψευδο-δομής όπως αναφέρεται στην εργασία [6], χρησιμοποιείται όταν το στερεό προσεγγίζεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Δημιουργείται μια εικονική επιφάνεια ανάμεσα στο πλέγμα της ροής και στο πλέγμα της δομής, που διακριτοποιείται σε έναν αριθμό πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία δεν ταυτίζονται υποχρεωτικά με αυτά του στερεού. Υποχρεώνοντας την παραμορφωμένη VS να περνάει από δεδομένα



υπολογιστικά σημεία του παραμορφωμένου στερεού εξάγεται ένας πίνακας απεικόνισης ο οποίος συνδέει τις μετατοπίσεις του στερεού με τους υπολογιστικούς κόμβους του ρευστού.

Τέλος στην εργασία [71] η ζεύξη του αεροδυναμικού και του ελαστικού μοντέλου γίνεται λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται σε συγκεκριμένους κόμβους του μοντέλου της δομής. Η σύνδεση γίνεται μέσω ενός πίνακα που συνδέει δυνάμεις με μετατοπίσεις σε συγκεκριμένο κόμβο και παράγεται λύνοντας για μοναδιαία φορτία. Αφού γίνει ο υπολογισμός για συγκεκριμένους κόμβους, στη συνέχεια χρησιμοποιείται μια παρεμβολή τύπου πεπερασμένων στοιχείων για να υπολογιστούν οι μετατοπίσεις στους κόμβους του αεροδυναμικού πλέγματος. Όταν υπολογίζεται το στατικό πρόβλημα είναι πιθανόν οι μετατοπίσεις να είναι αρκετά μεγάλες ώστε να μην είναι πλέον δυνατόν να χρησιμοποιηθεί η οριακή συνθήκη 'μεγέθυνσης' (blowing boundary condition- πρόκειται για τη συνθήκη μη-ολίσθησης σε περίπτωση κινούμενου πλέγματος). Γι αυτό οι υπολογισμοί αποσυνπλέκονται και οι μετατοπίσεις που υπολογίζονται στο στερεό χρησιμοποιούνται για να κατασκευαστεί νέο πλέγμα για το ρευστό [71].

Γενικά υπάρχουν δύο τρόποι προσέγγισης προβλημάτων αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού (FSI - Fluid Structure Interaction), ο μονολιθικός και η ζεύξη των πεδίων [6]. Στην πρώτη περίπτωση και για μικρής κλίμακας δομικά προβλήματα, οι εξισώσεις του ρευστού και της δομής αντιμετωπίζονται και λύνονται ως ενιαία ομάδα εξισώσεων. Όμως για σύνθετα προβλήματα αεροελαστικότητας, τα πεδία του ρευστού και του στερεού έχουν διαφορετικές μαθηματικές και αριθμητικές ιδιότητες, απαιτούν διαφορετικούς αριθμητικούς επιλυτές και διαθέτουν διαφορετικά εργαλεία προσομοίωσης. Για τη μονολιθική προσέγγιση θα έπρεπε να αναπτυχθεί εξαρχής καινούριο αριθμητικό μοντέλο, η επέκταση του οποίου σε άλλα γνωστικά πεδία θα ήταν δύσκολη και γι αυτό δεν προτιμάται.

### **3.3.5 Μέθοδοι επίλυσης**

#### **3.3.5.1 Μέθοδοι επίλυσης χωρίς τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής**

Όταν δε χρησιμοποιείται υπολογιστική ρευστομηχανική τότε συνήθως τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με ρητές σχέσεις οπότε η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων που περιγράφει την αεροελαστική συμπεριφορά εξαρτάται από τη μοντελοποίηση της δομής. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται

περιπτώσεις που το πρόβλημα τίθεται και επιλύεται στο πεδίο των συχνοτήτων οπότε ως μέθοδος επίλυσης προκρίνεται η Galerkin [35].

Για την περίπτωση κατά την οποία το σύστημα των βασικών εξισώσεων προκύπτει με χρήση των εξισώσεων Lagrange οι οποίες επιλύονται στο πεδίο του χρόνου, είτε καταστρώνοντας απευθείας τις εξισώσεις κίνησης στο πεδίο του χρόνου και το μοντέλο της δομής είναι σχετικά απλό αναφέρονται μια σειρά μεθόδων επίλυσης διαφορικών εξισώσεων στο πεδίο του χρόνου, όπως είναι η Runge-Kutta [20], ή η μέθοδος Newmark [13].

Στην περίπτωση που οι εξισώσεις κίνησης καταστρώνονται με τη μέθοδο Rayleigh-Ritz, δηλαδή τα αεροδυναμικά φορτία δεν υπολογίζονται με ρητό τρόπο αλλά με το μοντέλο ONERA, το συνολικό πρόβλημα επιλύεται στο πεδίο του χρόνου με τη μέθοδο Newton-Raphson [26].

Τέλος όταν το δομικό μοντέλο είναι σύνθετο χρησιμοποιείται από τους περισσότερους η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων με όλες τις σχετικές που μπορεί να συναντήσει κανείς σε ότι αφορά τις εξισώσεις βάσης καθώς και τις μεθόδους επίλυσης που χρησιμοποιούνται.

### **3.3.5.2 Μέθοδοι επίλυσης με τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής**

Σε αυτή την περίπτωση οι επιλογές θα πρέπει να διαχωριστούν με βάση το κατά πόσο το δομικό και το αεροδυναμικό μοντέλο λύνονται ταυτόχρονα (μονολιθική προσέγγιση ή όχι). Στις περισσότερες εργασίες δεν αντιμετωπίζονται ταυτόχρονα, αλλά ανάμεσα στις λίγες που απαντώνται αναφέρεται περίπτωση χρήσης μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για τη δομή και επίλυσης εξισώσεων Euler για τη ροή οι οποίες λύνονται όλες μαζί με σχήμα Runge-Kutta [71].

Στις περισσότερες περιπτώσεις το δομικό μοντέλο είναι αρκετά απλό και το σύστημα των αεροελαστικών εξισώσεων λύνεται με μέθοδο Newmark. Στις λίγες επίσης περιπτώσεις που τα δύο μοντέλα λύνονται ξεχωριστά και χρησιμοποιείται σύνθετο μοντέλο για τη δομή τότε αυτή αντιμετωπίζεται με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων ενώ αναφέρεται και περίπτωσης χρήσης πεπερασμένων διαφορών [26].

Πάντως η κύρια σημασία δίνεται στην επίλυση των εξισώσεων της ροής. Μέχρι στιγμής στις περισσότερες μελέτες επιλύονται οι εξισώσεις Euler με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων και τη χρήση κάποιου σχήματος (π.χ. TVD, ανάντη

ή κεντρικών διαφορών) για τη διακριτοποίηση στο χώρο ενώ για τη διακριτοποίηση στο χρόνο επιλέγεται συνήθως κάποιο σχήμα 2<sup>ης</sup> τάξης.

Τέλος, σε λίγες πρόσφατες εργασίες για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων επιλύονται οι Reynolds Averaged Navier Stokes εξισώσεις με μέθοδο πεπερασμένων όγκων, χρησιμοποιώντας σύστημα καμπυλόγραμμων συντεταγμένων και τον αλγόριθμο SIMPLE για να συζευξουν τις εξισώσεις ορμής με την εξίσωση κίνησης. Ως σχήμα διακριτοποίησης στο χώρο αναφέρεται η μετατοπισμένη διόρθωση (deffered correction) και στο χρόνο ένα επαναληπτικό σχήμα 2<sup>ης</sup> τάξης. Η επίλυση των συστημάτων που προκύπτουν γίνεται με τον επιλυτή Gauss-Seidel, ενώ η σύγκλιση υποβοηθείται τόσο με τη χρήση συντελεστών υποχαλάρωσης όσο και με τη μέθοδο πολλαπλών πλεγμάτων [99].

### **3.3.6 Πεδίο χρόνου –πεδίο συχνοτήτων**

#### **3.3.6.1 Πεδίο συχνοτήτων χωρίς τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής**

Για να περάσει κανείς από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο συχνοτήτων οι εξισώσεις γραμμικοποιούνται γύρω από ένα σημείο και μετατρέπονται σε συναρτήσεις μεταφοράς για τις ποσότητες που ενδιαφέρουν χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό Fourier. Στην εργασία [94] δίνονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της χρήσης του πεδίου συχνοτήτων. Τα πλεονεκτήματα είναι: α) καλύτερη χρήση των δεδομένων εισόδου τα οποία δίνονται επίσης σε στατιστική μορφή εφόσον είναι τα αποτελέσματα της μελέτης της αεροδυναμικής σε μεγάλη κλίμακα, και β) η επεξεργασία τους απαιτεί πολύ μικρό υπολογιστικό χρόνο. Τα μειονεκτήματα είναι: α) τα αποτελέσματα είναι σε στατιστική μορφή, β) οι εξισώσεις είναι γραμμικοποιημένες τη στιγμή που οι μη-γραμμικότητες είναι πολύ σημαντικές, και γ) περιορίζονται σχεδόν σε σταθερή γωνιακή ταχύτητα της ανεμογεννήτριας [94].

Όπως είναι φανερό ο υπολογισμός των αεροδυναμικών φορτίων με απλές μεθόδους είναι σχεδόν μονόδρομος για την επίλυση των αεροελαστικών εξισώσεων στο πεδίο των συχνοτήτων. Αυτό όμως επιτρέπει την προσομοίωση μεγάλων τμημάτων ή και ολόκληρης της Α/Γ με μικρό υπολογιστικό κόστος. Έτσι αναφέρονται αναλύσεις ολόκληρης της Α/Γ με χρήση της θεωρίας Floquet για τον υπολογισμό της επίδρασης των γωνιών yaw και teeter [22] ή ανάλυση ιδιομορφών ολόκληρης και πάλι της Α/Γ με σκοπό τον προσδιορισμό των κρίσιμων ιδιοσυχνοτήτων, λαμβάνοντας υπόψη την πλήρη ζεύξη των πτερυγίων με τον πύργο

και την άτρακτο που φέρει το σύστημα μετάδοσης και δίνεται η δυνατότητα μοντελοποίησης μεταβατικών διαδικασιών (π.χ. έναρξη ή παύση λειτουργίας A/Γ) [13]. Στις περισσότερες περιπτώσεις το σύστημα των ελαστοδυναμικών εξισώσεων καταστρώνεται με τη βοήθεια των εξισώσεων Lagrange, [34, 39 και 54], τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με τη μέθοδο BEM ενώ τα δομικά στοιχεία προσεγγίζονται με στοιχεία δοκών. Τέλος στην εργασία [43] παρουσιάζεται μια κυματική (wavelet) αεροελαστική ανάλυση πτερωτής A/Γ προκειμένου να μελετηθεί η επίδραση της ατμοσφαιρικής τύρβης στο δρομέα.

Στις εργασίες [14] και [15] παρουσιάζονται μελέτες αεροελαστικής ευστάθειας, αεροτομής και πτερυγίου στο πεδίο των συχνοτήτων με τα αεροδυναμικά φορτία να υπολογίζονται με το δυναμικό μοντέλο ONERA για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης στις οποίες εμφανίζεται αποκόλληση της ροής. Στην εργασία [14] γίνεται μια θεωρητική μελέτη του flap/lead-lag στο πεδίο των συχνοτήτων. Έγινε θεωρητική διερεύνηση των edgewise δονήσεων και βρέθηκαν οι κύριες δομικές και αεροδυναμικές παράμετροι που καθορίζουν το φαινόμενο με ένα απλοποιημένο αεροελαστικό μοντέλο σε επίπεδο πτερυγίου. Το δομικό μοντέλο, ένα απλό μοντέλο ελατηρίου, δίνει ένα γραμμικοποιημένο σύστημα ελαστικών εξισώσεων. Επίσης γραμμικοποιείται το ONERA μοντέλο για απώλεια στήριξης. Έτσι καταλήγει σε ένα γραμμικοποιημένο σύστημα με αγνώστους τις καμπτικές μετατοπίσεις και δύο τιμές της κυκλοφορίας (αντιστοιχούν στο γραμμικό μη-ιξώδες και στο μη-γραμμικό ιξώδες μέρος) καθώς και τις πρώτες παραγώγους αυτών. Έτσι το σύστημα αεροελαστικών εξισώσεων καταλήγει στη μορφή  $X' = AX + B$  και η ευστάθεια προκύπτει όταν το πραγματικό μέρος όλων των ιδιοτιμών του πίνακα A είναι μη-θετικό.

Στην εργασία [15] γίνεται η ανάπτυξη ενός εργαλείου εκτίμησης ευστάθειας για ολόκληρο πτερύγιο. Η δομή του πτερυγίου υπολογίζεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, βασισμένη σε στοιχεία δοκού. Συγκεκριμένα κατασκευάζεται ένα αεροελαστικό στοιχείο δοκού το οποίο έχει δύο κόμβους σε καθέναν από τους οποίους χρησιμοποιούνται βαθμοί ελευθερίας που αντιστοιχούν σε παραμόρφωση (flap και edge) αλλά και αεροδυναμικοί βαθμοί ελευθερίας. Ως εξισώσεις βάσης χρησιμοποιούνται γραμμικές συναρτήσεις για την κατά μήκος του πτερυγίου παραμόρφωση όπως και για τις γωνιακές παραμορφώσεις ενώ για τις καμπτικές χρησιμοποιούνται κυβικές συναρτήσεις. Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με συνδυασμό της θεωρίας BEM με το tip loss μοντέλο του Prandtl και, για να συμπεριληφθούν οι επιδράσεις της δυναμικής μεταβολής των

αεροδυναμικών φορτίων, εφαρμόζεται το extended μοντέλο ONERA για απώλεια στήριξης.

### 3.3.6.2 Πεδίο συχνοτήτων με τη χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής

Λόγω της μη-γραμμικής φύσης των εξισώσεων Navier Stokes, τις οποίες επιλύει η υπολογιστική ρευστομηχανική, λίγες εργασίες απαντώνται στο πεδίο αυτό. Στην εργασία [60] προτείνεται μια αριθμητική μέθοδος για τον υπολογισμό των μιγαδικών ιδιοτιμών ενός τρισδιάστατου προβλήματος αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού η οποία να ισχύει για κάθε είδος ροής. Η μέθοδος βασίζεται στη γραμμικοποίηση γύρω από ένα σημείο ισορροπίας των μη-γραμμικών συζευγμένων εξισώσεων αεροελαστικών προβλημάτων και την επίλυση του προκύπτοντος προβλήματος μιγαδικών ιδιοτιμών με έναν ορθογωνικό επαναληπτικό αλγόριθμο. Αντίθετα με τις συνηθισμένες προσεγγίσεις δεν υποθέτει μια αρμονική κίνηση και συνεπώς είναι εφαρμόσιμος ανεξάρτητα από το εύρος των συχνοτήτων που περιλαμβάνει το πρόβλημα.

Στη γενική περίπτωση, όλες οι μέθοδοι είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν ώστε να κατασκευαστεί το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης δομής και ροής ως ένα πρόβλημα τριών πεδίων, δηλαδή ρευστό, δομή και δυναμικό πλέγμα, το οποίο συχνά παρίσταται με ένα σύστημα ψεύδο-δομής. Να σημειωθεί ότι ως δυναμικό πλέγμα ορίζεται το κινούμενο αλλά και παραμορφούμενο πλέγμα.

Ακολουθώντας την ALE (arbitrary Lagrangian-Eulerian) μέθοδο στη γενική περίπτωση διατίθενται τρία είδη εξισώσεων: α) Navier-Stokes, β) ελαστοδυναμική, και γ) του δυναμικού πλέγματος. Από αυτές απευθείας συζευγμένες είναι οι α και γ, και οι β και γ μέσω των οριακών συνθηκών μη-εισχώρησης και μη-ολίσθησης.

Η χωρική διακριτοποίηση των εξισώσεων Euler, με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων ή των πεπερασμένων διαφορών, οδηγεί σε ημιδιακριτοποιημένες εξισώσεις. Η ελαστοδυναμική εξίσωση διακριτοποιείται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων με την οποία διακριτοποιείται επίσης η εξίσωση του δυναμικού πλέγματος, εφόσον αυτό θεωρείται ημι-στατική ψευδο-δομή (quasi-steady pseudo-structural model). Στη συνέχεια οι ημιδιακριτοποιημένες εξισώσεις γραμμικοποιούνται γύρω από ένα σημείο ισορροπίας και ερευνάται η απόκριση του αεροελαστικού συστήματος σε μικρές διαταράξεις. Τελικά κατασκευάζεται ένα πρόβλημα ιδιοτιμών ως προς τις γενικευμένες μεταβλητές  $w$ ,  $x$  και  $u_s$  οι οποίες

αντιστοιχούν στο διάνυσμα κατάστασης του ρευστού, στο διάνυσμα της χρονικά εξαρτώμενης θέσης ή μετατόπισης ενός σημείου του πλέγματος, και στο διάνυσμα μετατόπισης (ή παραμόρφωσης για τρισδιάστατα προβλήματα) του στερεού, αντίστοιχα.

### 3.3.7 Υπολογισμός εξωτερικού πεδίου ροής

Στη γενική περίπτωση αεροελαστικότητας έχει μεγάλη σημασία η επίδραση του πεδίου του προσπίπτοντος ανέμου. Δεδομένου όμως ότι ως πτερυγισμός έχει οριστεί μια κίνηση η οποία δεν οφείλεται σε μεταβολή εξωτερικών παραγόντων, το πεδίο του προσπίπτοντος ανέμου θεωρείται σταθερό τόσο στο χώρο όσο και στο χρόνο στις περισσότερες περιπτώσεις. Στα πλαίσια αυτά γίνεται εδώ μια σύντομη παρουσίαση των κυριότερων μεθόδων που χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό του πεδίου αυτού.

Στην ανασκόπηση της εργασίας [96], αναφέρονται συνοπτικά οι ακόλουθες μέθοδοι αντιμετώπισης του πεδίου ροής μακριά από το πτερόγιο:

- (i) Η μέθοδος του δίσκου ενέργειας στην οποία γίνεται χρήση της αρχής διατήρησης της ορμής. Βασική υπόθεση σε αυτή τη μέθοδο είναι ότι όλη η κινητική ενέργεια που αφαιρείται από τον άνεμο μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια της πτερωτής και δεν 'χάνεται', για παράδειγμα, ως τύρβη ή κινητική ενέργεια ανακυκλοφοριών. Προκειμένου να βελτιωθούν τα αποτελέσματα της μεθόδου αυτής και να λαμβάνονται υπόψη και άλλα φαινόμενα έχουν προταθεί μια σειρά από διορθώσεις. Γνωστές είναι οι διορθώσεις Glauert οι οποίες προσθέτουν στην αξονική και μια γωνιακή επαγόμενη ταχύτητα. Πάσχουν όμως από την υπόθεση ότι, σε ένα συγκεκριμένο δακτύλιο, η ροή δεν επηρεάζεται από το τι συμβαίνει σε μικρότερη ή μεγαλύτερη ακτίνα. Το πρόβλημα αυτό μεγαλώνει για λειτουργία σε yaw. Γίνονται επίσης διορθώσεις για την ακτινική εξάρτηση, αλλά παραμένει το πρόβλημα ότι η ροή δε θεωρείται χρονικά μεταβαλλόμενη. Έτσι γίνονται διορθώσεις ώστε οι εξισώσεις να γράφονται σε διαφορική μορφή, αλλά παραμένει το πρόβλημα ότι η θεωρία της ορμής καταρρέει για μεγάλη φόρτιση, για λόγο ταχύτητας  $\lambda > 1.3 \sim 1.4$ . Τέλος γίνεται χρήση μιας εμπειρικής σχέσης (σχέση Glauert).
- (ii) Επίλυση του συνολικού πεδίου με εξισώσεις Navier Stokes για ασυμπίεστη ροή γύρω από ανεμογεννήτρια. Εδώ η συνήθης κλιμάκωση με μείωση της ακρίβειας αλλά και του υπολογιστικού κόστους, οδηγεί από τις πλήρεις εξισώσεις Navier-

Stokes στις Reynolds Averaged Navier Stokes με κάποιο μοντέλο τύρβης και, τέλος, στις εξισώσεις Euler οι οποίες αφορούν μη-ιζώδη ροή.

- (iii) Πέραν από τις λύσεις των εξισώσεων Navier-Stokes υπάρχει μια άλλη οικογένεια προσεγγίσεων των αεροδυναμικών φαινομένων οι οποίες βασίζονται στη δυναμική ροή. Ως τέτοιες είναι δυνατόν να θεωρηθούν ειδικές λύσεις των εξισώσεων Euler (μέθοδοι δινών απόρου - vortex wakes). Χαρακτηριστικά μοντέλα που χρησιμοποιούν τις μεθόδους αυτές είναι το GENUVP του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου και το ROVLM του University of Stuttgart.
- (iv) Τέλος αναφέρονται οι μέθοδοι του ασυμπτωτικού δυναμικού επιτάχυνσης (asymptotic acceleration potential) του TUD, που είναι εξέλιξη της μεθόδου του δίσκου ενέργειας.

Τέλος ο Veers [107] ανέπτυξε μια μέθοδο για τη δημιουργία χρονικών σειρών πεδίων τύρβης η οποία χρησιμοποιείται από πολλούς ερευνητές.

### **3.4 Έρευνα στην αεροελαστικότητα χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής για Α/Γ**

Εδώ η υπάρχουσα έρευνα θα παρουσιαστεί ανά ερευνητικό ίδρυμα.

Το *ECN (Energy Centre of the Netherlands)* ήδη από το 1990 ανέπτυξε μοντέλο για μελέτη αεροελαστικότητας σε ανεμογεννήτρια [94]. Πρόκειται για τον κώδικα PHATAS II (Program for Horizontal Axis wind Turbine Analysis and Simulations). Στον κώδικα αυτόν δίνεται έμφαση στην προσομοίωση της δομής της ανεμογεννήτριας. Τα πτερύγια προσομοιώνονται με λεπτόμορφους (slender) δοκούς με μη-ομοιόμορφη κατανομή μάζας και ελαστικότητας. Η κίνηση των πτερυγίων περιγράφεται από πλήρως μη-γραμμικές διαφορικές εξισώσεις. Το πρόβλημα επιλύεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών με ένα πεπλεγμένο σχήμα.

Στην εργασία [32] ο αεροελαστικός κώδικας PHATAS χρησιμοποιείται για να εκτιμηθεί η αεροελαστική συμπεριφορά ανεμογεννήτριας Lagerwey-WindMaster WM 600 με μεταβλητή ταχύτητα, ελέγχου pitch και ελεύθερο yawing, διαμέτρου πτερωτής 48 m. Στο ευρωπαϊκό αυτό πρόγραμμα ερευνάται η επίδραση του πεδίου στην απόδοση και αεροελαστική συμπεριφορά Α/Γ με σκοπό την αύξηση της ετήσιας παραγωγής ενέργειας με παράλληλη μείωση του κατασκευαστικού κόστους.

Αργότερα το 1996, αναπτύχθηκε από το ECN ο κώδικας PHATAS III όπως περιγράφεται στην εργασία [61]. Οι κύριες προσθήκες του νέου αυτού κώδικα είναι:  
α) επιλεκτική διόρθωση στις ιδιότητες των αεροτομών για τρισδιάστατα φαινόμενα,

β) δομική απόσβεση για καμπτική παραμόρφωση του πτερυγίου, γ) επιλογή για αεροδυναμική επίδραση ενός δικτυωτού πύργου και ένα προαιρετικό μοντέλο για την επίδραση της χρονικά μη-σταθερής και “skewed” εισροής στην απορροή, δ) επιλογή για δεδομένα ανέμου από τον κώδικα SWIFT (ο οποίος περιλαμβάνει μοντελοποίηση της τύρβης του ανέμου) με τρισδιάστατα δεδομένα για τύρβη, ε) υποστήριξη για εύκαμπτο κιβώτιο ταχυτήτων με στρεπτική δυσκαμψία και απόσβεση, και στ) μοντέλα για μη-σταθερά στο χρόνο χαρακτηριστικά συγχρόνου και ασύγχρονου γεννήτριας. Τα αεροδυναμικά μοντέλα υπολογίζονται με βάση τη θεωρία BEM και ο συντελεστής Prandtl χρησιμοποιείται για απώλεια φορτίου κοντά στην άκρη του πτερυγίου. Οι χρονικά μη-σταθερές επιδράσεις της απορροής και οι επιδράσεις της υπό κλίση εισροής περιλαμβάνονται στο μοντέλο δυναμικής απορροής (dynamic wake) για την επαγόμενη ταχύτητα.

Στην εργασία [13] του *ΚΑΠΕ (Κέντρο Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας)* ή αναφερόμενο και ως CRES (Center for Renewable Energy Sources), παρουσιάζεται η ανάπτυξη ενός state-of-the-art αεροελαστικού κώδικα για προσομοίωση οριζοντίου άξονα ανεμογεννήτριας. Αποτελεί το πρώτο μέρος της παρουσίασης του κώδικα ALCYONE και συγκεκριμένα την προσομοίωση της δομής. Η δυναμική συμπεριφορά της Α/Γ προσεγγίζεται διαχωρίζοντας τους βαθμούς ελευθερίας που αντιστοιχούν σε ελαστικές παραμορφώσεις από αυτούς που αντιστοιχούν σε κίνηση απαραμόρφωτου σώματος. Για τους βαθμούς ελευθερίας που αντιστοιχούν σε ελαστικές παραμορφώσεις όλη η δομή αντιμετωπίζεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων βασισμένη σε στοιχεία δοκού με 6 βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο, ενώ οι βαθμοί ελευθερίας που αντιστοιχούν σε κίνηση απαραμόρφωτου σώματος αντιμετωπίζονται άμεσα με ένα πλήρως συζευγμένο επαναληπτικό σχήμα. Και στις δύο περιπτώσεις οι βασικές εξισώσεις καταστρώνονται με τη χρήση των εξισώσεων Lagrange και επιλύονται στο πεδίο του χρόνου με τη μέθοδο Newmark.

Οι ελαστοδυναμικές εξισώσεις που προκύπτουν από την ανάλυση Lagrange έχουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά: α) πλήρης ζεύξη των πτερυγίων με το σύστημα μετάδοσης και τον πύργο, β) σύνθετη μεταβατική κίνηση των τμημάτων της Α/Γ που μπορεί να οφείλεται σε επιτάχυνση της πτερωτής, σε λειτουργία σε yaw, teeter, pitch, γ) μεταβατικές διαδικασίες εκκίνησης και σταματήματος της Α/Γ, και δ) ρύθμιση των δεδομένων της Α/Γ μέσω μιας ξεχωριστής υπορουτίνας η οποία είναι σε θέση να αναγνωρίζει τις ξεχωριστές ιδιοσυχνότητες και τις σχετικές ιδιοτιμές της δομής.



Η δομική απόσβεση μοντελοποιείται μέσω της μάζας και της δυσκαμψίας του κάθε στοιχείου ανάλογα με τις χαρακτηριστικές ιδιοσυχνότητες. Για τη δημιουργία των εξισώσεων βάσης των στοιχείων δοκών χρησιμοποιούνται γραμμικές συναρτήσεις για την παραμόρφωση κατά μήκος της δοκού και για τις γωνιακές παραμορφώσεις ενώ για τις καμπτικές παραμορφώσεις χρησιμοποιούνται κυβικές συναρτήσεις.

Στην εργασία [90] η οποία αποτελεί το 2<sup>ο</sup> μέρος της ανάπτυξης του αεροελαστικού κώδικα παρουσιάζεται το αεροδυναμικό μοντέλο. Πρόκειται για τον κώδικα RAFT ο οποίος για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων βασίζεται στη μη-μόνιμη μέθοδο BEM στο επίπεδο του στοιχείου πτερυγίου. Ο κώδικας περιλαμβάνει μοντελοποίηση της dynamic inflow και της δυναμικής απώλειας στήριξης μέσω του μοντέλου ONERA. Η τύρβη του εισερχομένου ανέμου υπολογίζεται με τη μέθοδο Veers για παραγωγή χρονοσειρών τύρβης. Για τη ρύθμιση των σταθερών που χρησιμοποιεί ο κώδικας RAFT χρησιμοποιούνται δύο πιο ακριβείς και εξελιγμένοι αεροδυναμικοί κώδικες του ΕΜΠ: Ο κώδικας GENUVP ο οποίος βασίζεται σε μια προσέγγιση μέσω στροβιλότητας, σε συνδυασμό με ένα μοντέλο free-wake, και ο κώδικας LSURF ο οποίος βασίζεται επίσης σε μια προσέγγιση μέσω στροβιλότητας στη οποία ο απόρους αποτελείται από φύλλα στροβιλότητας.

Ο κώδικας RAFT χρησιμοποιήθηκε για προσομοίωση της αεροελαστικής συμπεριφοράς ανεμογεννήτριας τύπου NORDTANK NTK 500/37. Δίνονται αποτελέσματα που αφορούν : α) τις φυσικές ιδιοσυχνότητες, β) τη flapwise καμπτική ροπή, γ) την edgewise καμπτική ροπή, δ) την καμπτική ροπή του πύργου, ε) τη γωνιακή ταχύτητα και την παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια κατά τη διαδικασία της έναρξης και της παύσης λειτουργίας.

Τέλος, στις εργασίες [13] και [90] παρουσιάζεται η ανάλυση στο πεδίο των συχνοτήτων της αεροελαστικής συμπεριφοράς αεροτομής και πτερυγίου ανεμογεννήτριας για κατάσταση απώλειας στήριξης με χρήση του δυναμικού μοντέλου ONERA για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων.

Στο ΕΜΠ (Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο) ή αναφερόμενο και ως NTUA (National Technical University of Athens) αναπτύχθηκε ένα μοντέλο ελεύθερης απορροής (free wake) που να μπορεί να περιγράψει τη ροή σε κατάσταση απώλειας στήριξης με ακρίβεια αλλά που να είναι λιγότερο απαιτητικό σε υπολογιστικό χρόνο από τις μεθόδους Navier-Stokes [11]. Αναπτύχθηκε το μοντέλο GENUVP το οποίο είναι μη-σταθερής ελεύθερης απορροής χρησιμοποιώντας κατανομή σημειακών

δινών και την έννοια της διπλής απορροής για να προσομοιώσει την περιοχή απώλειας στήριξης. Η έννοια διπλής απορροής υποθέτει την ύπαρξη δύο φύλλων στροβιλότητας στην απορροή κάθε πτερυγίου, από την ακμή φυγής και τη γραμμή αποκόλλησης. Και τα δύο φύλλα στροβιλότητας προσεγγίζονται με σημειακή κατανομή στροβιλότητας. Τα πτερύγια θεωρούνται λεπτές επιφάνειες υποκείμενες σε άνωση προσομοιούμενα με κατανομή σταθερών δίπολων. Μέχρι την εποχή της εργασίας [11], το μοντέλο αυτό αν και πιο γρήγορο από ένα μοντέλο Navier-Stokes εθεωρείτο χρονοβόρο για να χρησιμοποιηθεί για αεροελαστικούς υπολογισμούς και ήταν προτιμότερο να χρησιμοποιείται για να βαθμονομήσει ή να ελέγξει άλλα απλά μοντέλα.

Στην εργασία [12] δίνεται μια βήμα-με-βήμα περιγραφή της διαδικασίας προσδιορισμού ενός προχωρημένου αεροελαστικού μοντέλου. Προσδιορίζεται το μοντέλο τύπου κελύφους (shell) του πτερυγίου, χρησιμοποιώντας τα λεπτομερή δεδομένα της σύνθετης κατασκευής. Κατόπιν προσδιορίζεται το μοντέλο δοκού βασισμένο στο μοντέλο κελύφους και τέλος επιλύεται το αεροελαστικό πρόβλημα. Αυτή η μεθοδολογία εφαρμόστηκε στα πτερύγια της πτερωτής της ανεμογεννήτριας DEBRA-25 ισχύος 100kW.

Η προσέγγιση με μοντέλο τύπου δοκού αξιολογήθηκε και βρέθηκε κατάλληλη δεδομένου ότι ελήφθησαν υπόψη οι λεπτομέρειες της τρισδιάστατης δομής. Η προσομοίωση ενός σύνθετου πτερυγίου είναι δυνατή χρησιμοποιώντας μια διαδικασία βασισμένη στην ομογενοποίηση των ελαστικών χαρακτηριστικών. Η λεπτή ρύθμιση έγινε μέσω μιας σειράς απλών στατικών και δυναμικών περιπτώσεων φόρτισης. Χρησιμοποιήθηκαν τα τρία μοντέλα που ανέπτυξε το ΕΜΠ: α) το RAFT που είναι σε θέση να παρέχει ικανοποιητικές προβλέψεις φορτίων με πολύ χαμηλό υπολογιστικό κόστος, β) το LSURF που είναι ένα αξιόπιστο μοντέλο, ανεξάρτητο από εμπειρικά δεδομένα, το οποίο λειτουργεί αποτελεσματικά ως ένα εργαλείο σε σύγχρονους σταθμούς εργασίας, και γ) το GENUVP που αποδείχτηκε ένα πολύτιμο εργαλείο για υπολογισμούς αναφοράς.

Στη συνέχεια το μοντέλο αυτό εξελίχθηκε όπως περιγράφεται στην εργασία [113] στην οποία παρουσιάζεται μια επόμενη έκδοση του GENUVP. Η διαφορά συνίσταται στην αεροδυναμική σύζευξη με ένα δομικό μοντέλο τύπου δοκού και μια τρισδιάστατη προσομοίωση της ροής του ανέμου. Σκοπός είναι μια πλήρης τρισδιάστατη, μη γραμμική αεροελαστική αριθμητική μελέτη της απόκρισης ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα κατά τη διάρκεια λειτουργίας με μεταβολή γωνίας

προσανατολισμού. Ο υπολογισμός των χρονικά μεταβαλλόμενων φορτίων των πτερυγίων βασίστηκε στην εξίσωση του Bernoulli σε συνδυασμό με την έννοια λεπτής επιφάνειας υποκείμενης σε άνωση. Λόγω του βασικά άτριβου χαρακτήρα του μοντέλου που υιοθετήθηκε, αυτό μπορεί να προβλέψει μόνο το μη-ιξώδες μέρος της φόρτισης. Τα φορτία που αναπτύσσονται λόγω επίδρασης του ιξώδους, θα πρέπει να υπολογισθούν χρησιμοποιώντας τη θεωρία ‘λωρίδας’. Ο συντελεστής οπισθέλκουσας εκτιμάται από υπάρχοντα δεδομένα αεροτομών. Το αποτέλεσμα είναι μια πλήρης βάση δεδομένων αριθμητικών αποτελεσμάτων που αφορούν την ανεμογεννήτρια Tjareborg για την οποία υπάρχουν εκτεταμένες μετρήσεις καλής ποιότητας.

Το μοντέλο αυτό εξελίχθηκε στο μοντέλο ισχυρής σύζευξης που χρησιμοποιήθηκε στις εργασίες [90] και [123]. Η μορφή του, του επιτρέπει να θεωρηθεί κώδικας υπολογιστικής ρευστομηχανικής και περιγράφεται στην παράγραφο 3.6.3

Ένα άλλο αεροελαστικό μοντέλο αναπτύχθηκε στο *RISOE (Risoe National Laboratories)* της Δανίας το 1990 όπως περιγράφεται στην εργασία [56], που αφορά την ανάπτυξη ενός αεροελαστικού μοντέλου για Α/Γ δύο πτερυγίων με teetering με σκοπό να αποκτηθεί εμπειρία για μελλοντική σχεδιαστική έρευνα. Για την ανάπτυξη του αεροελαστικού μοντέλου χρησιμοποιήθηκε η προσέγγιση Lagrange και συμπεριλήφθηκαν οι φυγόκεντρες δυνάμεις αλλά όχι η βαρύτητα. Προκειμένου να απλοποιηθεί το μοντέλο, ο πύργος στήριξης, η άτρακτος και η πλήμνη θεωρούνται ότι είναι λιγότερο σημαντικά από την πτερωτή και μοντελοποιούνται ως ένα σύστημα ‘συμπαγών’ (lumped) παραμέτρων. Για τα πτερύγια λαμβάνονται υπόψη οι κινήσεις “lead-lag” και “flap” και όλη η πτερωτή θεωρείται ότι έχει συνολικά έξι βαθμούς ελευθερίας. Ο βαθμός ελευθερίας “yaw” θεωρείται ως υποσύστημα με ένα βαθμό ελευθερίας χωρίς σύζευξη με τη γωνία tilt και αξονικούς βαθμούς ελευθερίας. Η γωνία tilt και ο αξονικός βαθμός ελευθερίας θεωρούνται ως υποσύστημα με δύο βαθμούς ελευθερίας λόγω της ισχυρής σύζευξης ανάμεσά τους.

Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με τη θεωρία 2D ‘λωρίδας’, ο συντελεστής απώλειας άκρου (tip loss factor) και η κατακόρυφη διάτμηση του ανέμου συμπεριλαμβάνονται αλλά όχι η τύρβη και η απορροή του πύργου. Τα δεδομένα του ανέμου μοντελοποιούνται με παραμέτρους την ταχύτητα και την κατεύθυνση ανέμου. Στην εργασία παρουσιάζεται μια παραμετρική μελέτη για την ευστάθεια ως προς γωνία ‘yaw’. Το μοντέλο δείχνει ικανό να περιγράψει τη σημαντική ευστάθεια ‘yaw’ της Α/Γ και τα κύρια δυναμικά φαινόμενα. Η σύγκριση

με αντίστοιχη πτερωτή τριών πτερυγίων δείχνει μια μείωση στα κυκλικά φορτία του στροφέα κάτι όμως που μπορεί να επιτευχθεί και σε πτερωτή με τρία πτερύγια εφόσον γίνει η κατάλληλη επιλογή των φυσικών συχνοτήτων.

Στο RISOE έχει επίσης αναπτυχθεί και ένα άλλο γενικό αεροελαστικό μοντέλο από τους Petersen & Madsen [78] με σκοπό να χρησιμοποιηθεί σε παραμετρικές μελέτες. Προσομοιώνεται όλη η Α/Γ με πρισματικά πεπερασμένα στοιχεία δοκού το καθένα από τα οποία έχει έξι βαθμούς ελευθερίας (3 μεταφορικές κινήσεις και 3 περιστροφές). Η όλη κατασκευή διαιρείται σε τρεις υποκατηγορίες: πτερύγια, άτρακτος και πύργος στήριξης. Λαμβάνονται υπόψη καμπτικές και στρεπτικές κινήσεις αλλά όχι το φαινόμενο αναδίπλωσης. Οι εξισώσεις κίνησης παράγονται με άμεση εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα και της αρχής των δυνατών μετατοπίσεων ενώ λαμβάνεται υπόψη και η βαρύτητα. Για την προσομοίωση του ανέμου και της τύρβης χρησιμοποιείται η μέθοδος Sandia. Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τη θεωρία ημισταθερού στοιχείου πτερυγίου και το ισοζύγιο ορμής. Η λύση των εξισώσεων επιτυγχάνεται με τη μέθοδο της πεπλεγμένης ολοκλήρωσης του σχήματος Newmark σε συνδυασμό με Newton-Raphson επαναλήψεις. Για την αξιολόγηση του μοντέλου χρησιμοποιείται η Α/Γ Danwin ισχύος 180 kW η οποία έχει (3) πτερύγια και ρύθμιση μέσω απώλειας στήριξης. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι σε καλή συμφωνία με τις μετρήσεις στην περιοχή πριν από την εμφάνιση απώλειας στήριξης.

Στην εργασία [104] γίνεται χρήση του αεροελαστικού κώδικα Hawc για τον υπολογισμό των φορτίων κόπωσης ανεμογεννήτριας η οποία λειτουργεί στον απόρου άλλης ανεμογεννήτριας με σκοπό να συγκριθεί με ανεμογεννήτρια που λειτουργεί μόνη της. Ως δεδομένα εισόδου στον κώδικα χρησιμοποιούνται στοιχεία που προέκυψαν από μετρήσεις στο αιολικό πάρκο ακτογραμμής (offshore) του Vindeby της Δανίας. Ο αεροελαστικός κώδικας Hawc χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για να υπολογίσει την ελαστική συμπεριφορά των πτερυγίων τα οποία προσεγγίζονται με πρισματικές δοκούς δύο κόμβων με έξι βαθμούς ελευθερίας στον κάθε κόμβο. Με πρισματικούς δοκούς προσομοιώνεται επίσης ολόκληρη η δομή της Α/Γ και λαμβάνεται υπόψη η σύζευξη μεταξύ των περιστρεφόμενων στοιχείων. Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με ημι-μόνιμη θεωρία η οποία βασίζεται σε συνδυασμό της BEM με μοντέλο για τη δυναμική απώλεια στήριξης. Η τύρβη του προσπίπτοντος ανέμου προσομοιώνεται με τη μέθοδο του Mann, ενώ η κλίση του προσπίπτοντος ανέμου παρίσταται με μια λογαριθμική

σχέση. Τέλος η παρεμβολή του πύργου μοντελοποιείται με τη χρήση ενός μοντέλου δυναμικής ροής. Ο κώδικας είναι πλήρως αεροελαστικός αφού λαμβάνει υπόψη την επίδραση των ελαστικών παραμορφώσεων στα αεροδυναμικά φορτία.

Στην εργασία [31] παρουσιάζονται αποτελέσματα από τη χρήση ενός άλλου αεροελαστικού κώδικα του Flex4 [73] για τον υπολογισμό των φορτίων κόπωσης Α/Γ με σκοπό τη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού της περωτής Α/Γ με γνώμονα το ενεργειακό κόστος. Ως ενεργειακό κόστος καθορίζεται το κλάσμα του συνολικού κόστους κατασκευής και ανέγερσης μιας Α/Γ προς την ετήσια παραγωγή ενέργειας. Η δομή του περυγίου προσομοιώθηκε με δοκούς τύπου I με γραμμική ελαστικότητα ενώ τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με BEM με διορθώσεις απώλειας ακροπτερυγίου καθώς και διορθώσεις για μεγάλους λόγους ταχυτήτων ( $\lambda$ ) συνδυαζόμενο με ένα δυναμικό μοντέλο απώλειας στήριξης. Συνολικά λαμβάνονται υπόψη 20 βαθμοί ελευθερίας συμπεριλαμβανομένης της ζεύξης μεταξύ πύργου και περυγίων. Λαμβάνονται υπόψη η επίδραση του πύργου στο εισερχόμενο πεδίο ανέμου καθώς και η κάθετη κλίση του προσπίπτοντος ανέμου.

Στην εργασία [32] εκτός του κώδικα PHATAS του ECN, χρησιμοποιήθηκε και ο κώδικας HawC του RISOE για προσομοίωση λειτουργίας της Α/Γ BONUS 1 MW με σταθερή ταχύτητα και ενεργό έλεγχο stall, διαμέτρου περωτής 54.2 m. Τέλος στην εργασία [39] παρουσιάζεται μια θεωρητική ανάλυση ιδιομορφών της αεροελαστικής συμπεριφοράς ανεμογεννήτριας τριών περυγίων με σκοπό να εξηγηθούν οι παρατηρούμενες διαφορές στην αεροδυναμική απόσβεση δύο ιδιομορφών που φαίνονται παρόμοιες. Συγκεκριμένα εξετάζονται οι ιδιομορφές της κίνησης edge οι οποίες παρουσιάζουν διαφορετικές αεροδυναμικές αποσβέσεις για διαφορετικές κατευθύνσεις της ταλάντωσης, παρά το ότι η δομική απόσβεση είναι και στις δύο περιπτώσεις ίδια. Το κάθε περύγιο θεωρείται στοιχείο δοκού ενώ λαμβάνονται υπόψη βαθμοί ελευθερίας που αφορούν μόνο τις κινήσεις flap-edge. Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται θεωρώντας ψευδο-μόνιμη κατάσταση. Το προκύπτον σύστημα εξισώσεων γραμμικοποιείται προκειμένου να γίνει ανάλυση ιδιομορφών.

Στην εργασία [51] του *NREL (National Renewable Energy Laboratory)* παρουσιάζεται μια κυματική (wavelet) αεροελαστική ανάλυση περωτής Α/Γ προκειμένου να μελετηθεί η επίδραση της ατμοσφαιρικής τύρβης στο στροφέα. Τέτοιες καταστάσεις συνδέονται συνήθως με λειτουργία σε yaw. Τελικός σκοπός

ήταν η διερεύνηση της εφαρμοσιμότητας τέτοιων τεχνικών στην κατανόηση της αλληλεπίδρασης ανάμεσα σε ατμοσφαιρική τύρβη και την πτερωτή Α/Γ.

Στο *SNL (National Sandia Laboratories)* των ΗΠΑ έχει αναπτυχθεί μια διαφορετική από τις κλασσικές προσέγγιση για ρύθμιση της ισχύος της Α/Γ αντλώντας εμπειρία από αντίστοιχες εφαρμογές σε ελικόπτερα. Αυτή θέτει νέα αεροελαστικά προβλήματα για τον υπολογισμό της απόκρισης της πτερωτής της Α/Γ και την ανάλυση ευστάθειας.

Μηχανισμοί οι οποίοι προσαρμόζουν τη γωνία πρόσπτωσης του πτερυγίου ως απόκριση στην ωστική φόρτιση ήταν αρκετά δημοφιλείς στην αρχή των ερευνών για τις σημερινές Α/Γ. Στην εργασία [108] γίνεται ανασκόπηση των μεθόδων που έχουν προταθεί κατά καιρούς. Από αυτές τις τεχνικές, το SNL προκρίνει την περίπτωση όπου το πτερύγιο έχει μια αυτοπροσαρμοζόμενη δομή, χωρίς τη χρήση άλλης συσκευής, με την οποία μπορεί κατά κάποιο τρόπο να “αισθανθεί” την ταχύτητα του ανέμου και σύμφωνα με αυτή να μεταβάλλει την αεροδυναμική του διαμόρφωση ώστε να βελτιώσει την απόδοση. Όπως περιγράφεται στην εργασία [64] ένα τέτοιο πτερύγιο θα μπορεί να παρέχει σύζευξη ανάμεσα σε “flapwise” κάμψη, εφελκυσμό και στρέψη έτσι ώστε, όταν κάμπτεται και εφελκύεται λόγω ταυτόχρονης δράσης αεροδυναμικών και αδρανειακών φορτίων, να στρέφεται ώστε να ενθαρρύνει την απώλεια στήριξης. Μελετήθηκε επίσης η επίδραση της σύζευξης σε “divergence” και σε κλασσικό πτερυγισμό. Τα όρια ευστάθειας είναι πιθανόν να μειωθούν, αλλά όχι απαραίτητα σε επικίνδυνα επίπεδα. Ο πτερυγισμός σε κατάσταση απώλειας στήριξης παραμένει προς διερεύνηση.

Τα “twist coupled” πτερύγια συνδυαζόμενα με μεγαλύτερες πτερωτές αυξάνουν την ισχύ στη σημαντική κλίμακα της μέσης ταχύτητας ανέμων ενώ την αφήνουν ανεπηρέαστη σε ανέμους μεγάλης ταχύτητας. Στην εργασία [108] υπενθυμίζεται ότι η βιομηχανία ελικόπτερων ήδη χρησιμοποιεί τη λογική του αεροελαστικού και παρουσιάζει μια ανασκόπηση των εξελίξεων και προτάσεων από το χώρο των ελικοπτέρων όπου γίνεται χρήση σύνθετων πτερυγίων με τα ζητούμενα χαρακτηριστικά.

Πρώιμες μελέτες στην αεροελαστική συμπεριφορά των σύνθετων πτερυγίων έδειξαν ότι η ελαστική σύζευξη θα μπορούσε να έχει ισχυρή επίδραση στην αεροελαστική ευστάθεια, στις τάσεις των πτερυγίων και στα φορτία. Αυτό είναι αναμενόμενο εφόσον η δυναμική ευστάθεια επηρεάζεται όταν το πτερύγιο της Α/Γ γίνεται αεροελαστικά “ενεργό”, δηλαδή όταν οι παραμορφώσεις παίζουν ρόλο στη

δυναμική φόρτιση. Μια άλλη εναλλακτική πρόταση είναι το “twisting-to-feather” ως απόκριση σε αυξανόμενο άνεμο ως ένα δυνητικό μέσο για τη μείωση της δυναμικής φόρτισης στα πτερύγια και συνεπώς και στο υπόλοιπο σύστημα.

Στην εργασία [63] ερευνάται με λεπτομέρεια η περίπτωση του προσαρμοζόμενου πτερυγίου που στρέφεται προς feather όταν κάμπτεται λόγω αεροδυναμικών φορτίων. Το μοντέλο δημιουργήθηκε χρησιμοποιώντας τον κώδικα ADAMS και ελέγχθηκε για ένα ευρύ φάσμα ταχυτήτων ανέμου που καλύπτει την περιοχή πριν την απώλεια στήριξης και μετά την εμφάνισή της, καθώς και διαφορετικά επίπεδα τύρβης. Για την προσομοίωση του ανέμου χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο WIND-3D των εργαστηρίων Sandia. Το αποτέλεσμα ήταν να μειωθούν τα μέγιστα προηγούμενα φορτία και η καταστροφή από κόπωση συγκριτικά με ένα μη-συζευγμένο πτερύγιο ενώ το twisting-to-stall αυξάνει την καταστροφή από κόπωση. Επίσης, το twisting-to-stall έχει γενικά ένα αποσταθεροποιητικό αποτέλεσμα αλλά η ταχύτητα λειτουργίας ήταν πάντα κάτω από τα όρια ευστάθειας για ένα μεγάλο εύρος επιπέδων σύζευξης.

Μια άλλη τεχνολογική εξέλιξη η οποία εισάγει νέες προκλήσεις στο χώρο της μελέτης της αεροελαστικής ευστάθειας πηγάζει από την επιθυμία να αυξήσουμε την παραγωγική ικανότητα της Α/Γ η οποία έχει οδηγήσει σε αύξηση των διαστάσεων της. Αυτές οι μεγαλύτερες κατασκευές είναι συχνά πιο εύκαμπτες από τις προηγούμενες λόγω και της ταυτόχρονης προσπάθειας να μειωθεί η μάζα και το κόστος. Η αύξηση της ευκαμψίας οδηγεί σε απαίτηση για πιο αναλυτικά μοντέλα από αυτά που ήδη υπάρχουν. Στο SNL έχει αρχίσει ένα πρόγραμμα με σκοπό το χαρακτηρισμό και την αναλυτική μοντελοποίηση της δυναμικής που σχετίζεται με τη λειτουργία των εύκαμπτων Α/Γ. Στην εργασία [51] παρουσιάζεται μια ανασκόπηση της έρευνας που έχει γίνει σε αυτόν τον τομέα από το SNL και το NREL. Επίσης παρουσιάζεται η έρευνα που έχει γίνει για μια από τις πιο εύκαμπτες διαθέσιμες ανεμογεννήτριες, τη CWE-300.

Για την προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς της Α/Γ σε τυρβώδη εισροή χρησιμοποιούνται οι κώδικες δυναμικής ανάλυσης για ανεμογεννήτριες, ADAMS και FAST-AD. Προσδιορίζονται οι ιδιομορφές ταλάντωσης του συστήματος μέσω εκτεταμένων μελετών των ιδιομορφών που έγιναν για ξεχωριστά κομμάτια, υποσυστήματα (πτερωτής και πλήμνης). Το μοντέλο περιλαμβάνει flap και lag κινήσεις του πτερυγίου και στρεπτική δυσκαμψία όπως και μεταβολή γωνίας προσανατολισμού ατράκτου και γωνίες tilt. Παρουσιάζει ασταθή συμπεριφορά για

υψηλές ταχύτητες ανέμου διότι εξαρτάται αρκετά από το ποσό της απόσβεσης που έχει ενσωματωθεί.

Στην εργασία [65] ερευνάται η δυνατότητα μετριασμού των φορτίων που αναπτύσσονται πάνω σε πτερύγιο Α/Γ προκαλώντας σύζευξη ανάμεσα στην κάμψη και τη συστροφή μέσω του σχεδιασμού του πτερυγίου. Για την προσομοίωση της δομής χρησιμοποιούνται στοιχεία δοκού με κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Ως εξισώσεις βάσης για τη μεν κάμψη χρησιμοποιούνται κυβικές εξισώσεις για τη δε συστροφή γραμμικές. Κάθε πτερύγιο διακριτοποιείται σε 20 στοιχεία. Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με τον κώδικα ADAMS. Το σύστημα καταστρώνεται χρησιμοποιώντας την αρχή των δυνατών έργων. Η εισερχόμενη ροή θεωρείται τυρβώδης και χρονικές σειρές της τύρβης παράγονται από το μοντέλο SNLWIND-3D. Εξετάζονται τρεις τρόποι διαχείρισης της παραγόμενης ενέργειας: α) μεταβαλλόμενη γωνιακή ταχύτητα με έλεγχο pitch, β) σταθερή γωνιακή ταχύτητα με έλεγχο μέσω απώλειας στήριξης, και γ) μεταβαλλόμενη γωνιακή ταχύτητα με έλεγχο μέσω απώλειας στήριξης.

Το πρόβλημα της αυξημένης ευκαμψίας, αντιμετωπίζεται και από το Τεχνικό Πανεπιστήμιο του Βερολίνου (TU Berlin) με μια διαφορετική προσέγγιση που στοχεύει σε πιο απλά μοντέλα. Οι σημερινές Α/Γ είναι κατασκευές με πολύ μικρή δομική απόσβεση η οποία προέρχεται από αεροδυναμικά φορτία που επάγονται από την ταλαντωτική κίνηση της πτερωτής, σε ότι αφορά την πτερωτή, και από το κιβώτιο ταχυτήτων και τη γεννήτρια σε ότι αφορά την όλη κατασκευή. Επίσης, η απόσβεση του συστήματος επηρεάζεται από την απόσβεση του εδάφους μια και οι σιδερένιοι πύργοι στήριξης σχεδόν δεν έχουν αδρανειακή απόσβεση.

Η ευστάθεια και η εξαναγκασμένη δόνηση των Α/Γ συνήθως υπολογίζονται με πολύπλοκα μοντέλα. Το πιο υπολογιστικά χρονοβόρο τμήμα αυτών των μοντέλων είναι ο χειρισμός των αεροδυναμικών φορτίων, η επίδραση των οποίων αυξάνει αυξανόμενη της ευκαμψίας. Σκοπός της έρευνας που γίνεται στο TU Berlin είναι η δημιουργία μοντέλων, κατά το δυνατό απλών και γρήγορων, η οποία θα επιτρέπει μια πρώτη ανίχνευση των περιοχών όπου υπάρχει πιθανότητα να εμφανιστεί αστάθεια ώστε αργότερα να ερευνηθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια μόνο αυτές οι περιοχές. Η βασική ιδέα είναι να υπολογιστεί από την αρχή η αλληλεπίδραση ανάμεσα στην κατασκευή και τα αεροδυναμικά φορτία με τη μορφή αδιάστατων πινάκων ανεξαρτήτως χρόνου.



Με την προϋπόθεση ότι τα πτερύγια θα θεωρηθούν ένας συμπαγής στροφέας τα αεροδυναμικά φορτία μπορούν να συμπιεστούν σε έναν (6x6) πίνακα απόσβεσης και έναν (6x6) πίνακα δυσκαμψίας οι οποίοι εύκολα μπορούν να υπολογιστούν εξαρχής. Από τη στιγμή που θα προσδιοριστούν αυτοί οι πίνακες, και εφόσον είναι αδιάστατοι, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε άλλες Α/Γ (για αεροτομές που ανήκουν στην ίδια οικογένεια). Σε πεδίο συχνοτήτων θα μας δώσουν αποτελέσματα σε ότι αφορά τις κρίσιμες περιοχές τις οποίες μπορούμε να ερευνήσουμε κατόπιν σε πεδίο χρόνου. Τα παραπάνω παρουσιάζονται στις εργασίες [49, 48 και 47] και εφαρμόζονται σε Α/Γ ισχύος 270 kW με τρία πτερύγια, διάμετρο πτερωτής 31m και ύψος 41 m.

### **3.5 Έρευνα στην αεροελαστικότητα με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής σε Α/Γ**

Ο ερευνητικός αυτός χώρος είναι ακριβώς αυτός στον οποίο στοχεύει να συμβάλει η παρούσα διατριβή. Είναι ένας αναπτυσσόμενος χώρος και ως εκ τούτου δεν υπάρχουν παρά ελάχιστες και πολύ πρόσφατες εργασίες. Αυτές θα παρουσιαστούν εδώ εκτενέστερα καθώς περιλαμβάνουν την εργασία των σημαντικότερων ερευνητικών ιδρυμάτων που δραστηριοποιούνται παγκόσμια σε μελέτες αεροελαστικότητας για Α/Γ.

Στις εργασίες [16] και [17] παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του προγράμματος VISCEL το οποίο πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του προγράμματος Joule. Σκοπός ήταν να καθοριστούν τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά και η αεροελαστική συμπεριφορά πτερυγίων ανεμογεννήτριας σε μια μεγάλη κλίμακα συνθηκών λειτουργίας. Στο πρόγραμμα αυτό συμμετείχαν το ΚΑΠΕ από την Ελλάδα, το RISOE από τη Δανία, το DTU (Technical University of Denmark) από τη Δανία, το FOI (Swedish Defence Research Agency) από τη Σουηδία, το DLR (Institute of Design Aerodynamics) από τη Γερμανία, το VUB (Vrije University of Brussels) από το Βέλγιο και το ΕΜΠ από την Ελλάδα.

Στο πρώτο μέρος της αναφοράς του έργου, στην εργασία [16], παρουσιάζονται αποτελέσματα από τρισδιάστατες CFD προσομοιώσεις πτερωτής μόνιμης ροής. Δίνονται τα στοιχεία του κάθε μοντέλου και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων συγκρίνονται με πειραματικά αποτελέσματα τα οποία έχουν παραχθεί από το NREL. Οι κώδικες που έχουν χρησιμοποιηθεί είναι οι ακόλουθοι:

α) EllipSys3D από τα RISO και DTU: Επιλύει τις RANS εξισώσεις με μη - μετατοπισμένο πλέγμα σε καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων χρησιμοποιώντας το αλγόριθμο SIMPLE ή PISO για τη ζεύξη της πίεσης, λύνει τα συστήματα των εξισώσεων με τον επιλυτή Gauss-Seidel και χρησιμοποιεί “Multigrid” επιτάχυνση. Για τη χωρική διακριτοποίηση χρησιμοποιεί τα σχήματα SUDS, QUICK και TVD με limiter minmod. Για τη μοντελοποίηση της τύρβης χρησιμοποιεί τα μοντέλα k-ε υψηλού αριθμού Reynolds, k-ω του Wilcox, BSL και το SST k-ω του Menter.

β) EURANUS από τα VUB και FOI: Επιλύει τις συμπιεστές RANS εξισώσεις πλήρως, διακριτοποιώντας στο χώρο με σχήμα TVD. Επιλύει τα συστήματα των εξισώσεων με σχήμα Runge-Kutta βασισμένο σε υποχαλάρωση. Λαμβάνει υπόψη την τύρβη χρησιμοποιώντας τα μοντέλα Baldwin – Lomax, k-ε των Yang και Smith και k-ε των Khodak και Hirsch

γ) FLOWer από το DLR: Επιλύει τις συμπιεστές RANS με δομημένο πλέγμα, διακριτοποιώντας με τη cel vertex μέθοδο πεπερασμένων όγκων. Μοντελοποιεί την τύρβη με τα μοντέλα Baldwin-Lomax, Spalart-Almaras μιας εξίσωσης και το standard k-ω.

δ) RANS-RANS και RANS-Vortex από το ΕΜΠ: Επιλύουν τις RANS εξισώσεις με πλέγμα τύπου C, με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων χρησιμοποιώντας το αλγόριθμο SIMPLE, λύνουν τα συστήματα των εξισώσεων με τον επιλυτή Gauss-Seidel και χρησιμοποιεί multigrid επιτάχυνση. Για τη μοντελοποίηση της τύρβης χρησιμοποιεί τα μοντέλα k-ε , k-ω καθώς και το μοντέλο μιας εξίσωσης των Spalart-Almaras. Οι δύο κώδικες διαφέρουν μεταξύ τους σε ότι αφορά τον τρόπο υπολογισμού των συνθηκών εισόδου.

Δεν αναφέρεται κάποια εργασία αεροελαστικότητας σε τρεις διαστάσεις. Κάτι τέτοιο θα απαιτούσε χρήση κινούμενου πλέγματος, μια τεχνολογία που δεν ήταν αναπτυγμένη στην Ευρώπη την εποχή που άρχισε το πρόγραμμα VISCEL. Για το ίδιο πρόγραμμα έγιναν μελέτες στο χώρο της αεροελαστικότητας με CFD σε δύο διαστάσεις [17]. Ερευνήθηκαν τόσο η περίπτωση του κλασσικού πτερυγισμού όσο και η περίπτωση του πτερυγισμού σε κατάσταση απώλειας στήριξης με δύο βαθμούς ελευθερίας flap και edge. Και για τις δύο περιπτώσεις η δομή της αεροτομής προσομοιώθηκε με ένα απλό μοντέλο ελατηρίων. Για την περίπτωση του κλασσικού πτερυγισμού χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθοι κώδικες:

α) RISO και DTU: EllipSys2D ο οποίος επιλύει τις ασυμπίεστες RANS εξισώσεις με μέθοδο πεπερασμένων όγκων χρησιμοποιώντας το SST k- $\omega$  μοντέλο τύρβης του Menter.

β) DTU: Κώδικας βασισμένος στο μοντέλο Hess, η εφαρμογή του οποίου βασίζεται σε κατανομή στοιχείων πηγών και στροβιλότητας κατά μήκος της αεροτομής ενώ ο μη-μόνιμος απόρους προσομοιώνεται με σημειακές δίνες. Το σύστημα των εξισώσεων συμπληρώνεται με τις συνθήκες Kelvin και Kutta καθώς και με τις οριακές συνθήκες Newman πάνω στην αεροτομή. Τα αεροδυναμικά φορτία υπολογίζονται με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli.

γ) VUB: EURANUS ο οποίος επιλύει τις συμπιεστές RANS εξισώσεις μοντελοποιώντας την επίδραση της τύρβης με την εκδοχή των Yang και Smith του k- $\epsilon$  μοντέλου τύρβης.

δ) DLR: FLOWer ο οποίος επιλύει τις συμπιεστές Reynolds Averaged Navier Stokes εξισώσεις χρησιμοποιώντας το standard k- $\omega$  μοντέλο τύρβης.

ε) ΚΑΠΕ: 2D κώδικας που αναπτύχθηκε από τον Χαβιαρόπουλο για την επίλυση των ασυμπίεστων RANS εξισώσεων με μέθοδο πεπερασμένων όγκων χρησιμοποιώντας το standard k- $\omega$  μοντέλο τύρβης.

στ) ΕΜΠ: Κώδικας βασισμένος στην ισχυρή σύζευξη ιξώδους – μη-ιξώδους σχήματος στον οποίο ροή χρησιμοποιήθηκε μια μη-μόνιμη δυναμική για τους υπολογισμούς της μη-ιξώδους ροής και μια ολοκληρωτική μέθοδος για την επίλυση των εξισώσεων του οριακού στρώματος προκειμένου να ληφθούν υπόψη οι επιδράσεις του ιξώδους. Η σύνδεση ανάμεσα στους υπολογισμούς γίνεται μέσω της εφαρμογής της ταχύτητας διαπνοής ενώ ο κώδικας περιλαμβάνει και την δυνατότητα του διπλού απόρου ο οποίος επιτρέπει να επεκταθούν οι υπολογισμοί και σε κατάσταση απώλειας στήριξης.

Η σύνδεση ανάμεσα στο αεροδυναμικό και στο ελαστικό μοντέλο σε όλους τους κώδικες, εκτός από τον EURANUS όπου χρησιμοποιήθηκε κινούμενο πλέγμα, έγινε με την προσέγγιση του σχετικού συστήματος συντεταγμένων προσθέτοντας στις εξισώσεις Navier-Stokes τους όρους που προέρχονται από τις σχετικές ταχύτητες, επιταχύνσεις και τη δύναμη Coriolis. Για τους υπολογισμούς σε απώλεια στήριξης χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιοι κώδικες, εκτός από το DTU που χρησιμοποίησε τον κώδικα EllipSys2D και το DLR που δεν παρουσίασε αποτελέσματα. Και στις δύο περιπτώσεις η αεροελαστική συμπεριφορά αρχικά καθορίστηκε με γραμμικοποιημένη

ανάλυση ιδιοτιμών και με τη χρονική προσομοίωση επιχειρήθηκε να γίνει αξιολόγηση των προτεινόμενων κωδίκων.

Στην εργασία [99] γίνεται αξιολόγηση του κώδικα Ellipsys3D σε σχέση με πειραματικά αποτελέσματα που παρήχθησαν στην αεροσήραγγα 80x120 ft της NASA πάνω στην Phase VI πτερωτή της NREL. Ο κώδικας Ellipsys3D ο οποίος μέχρι στιγμής δεν έχει χρησιμοποιηθεί για αεροελαστικούς υπολογισμούς αποτελεί εξέλιξη του Ellipsys2D ο οποίος έχει χρησιμοποιηθεί για αεροελαστικούς υπολογισμούς. Στον κώδικα αυτό οι RANS εξισώσεις επιλύονται με multiblock μέθοδο πεπερασμένων όγκων σε γενικές καμπυλόγραμμες συντεταγμένες χρησιμοποιώντας την Rhie/Chow παρεμβολή. Η ζεύξη των εξισώσεων ορμής και συνέχειας γίνεται με τη μέθοδο SIMPLE και το όλο πρόγραμμα επιλύεται με παράλληλο προγραμματισμό (MPI). Χρησιμοποιείται ένα μη-αδρανειακό σύστημα αναφοράς προσδεμένο στα πτερύγια της πτερωτής και προστίθενται επιπλέον όροι οι οποίοι λαμβάνουν υπόψη τις κεντρομόλους δυνάμεις και τις δυνάμεις Coriolis. Οι όροι μεταφοράς διακριτοποιούνται με ανάντη σχήμα χρησιμοποιώντας deferred correction ενώ οι όροι διάχυσης διακριτοποιούνται χρησιμοποιώντας κεντρικές διαφορές. Για τη διακριτοποίηση στο πεδίο του χρόνου χρησιμοποιείται ένα 2<sup>ης</sup> τάξης επαναληπτικό σχήμα. Η σύγκλιση υποβοηθείται με τη χρήση συντελεστών υποχαλάρωσης. Για την επίλυση των συστημάτων χρησιμοποιείται ο επιλυτής Gauss-Seidel, ενώ γίνεται επιτάχυνση της επίλυσης με τη μέθοδο των πολλαπλών πλεγμάτων. Η προσομοίωση της τύρβης γίνεται με το μοντέλο k- $\omega$  SST του Menter χωρίς να χρησιμοποιείται μοντέλο μετάβασης σε τυρβώδη ροή. Οι μετρήσεις αφορούν πτερύγιο από αεροτομή S809 ανεμογεννήτριας δύο πτερυγίων διαμέτρου 10.058 m για αριθμούς  $Re=0.7-1.4 \times 10^6$  στη ρίζα και  $1.0-1.1 \times 10^6$  στο ακροπτερύγιο.

Γενικά στην αεροελαστικότητα έχει γίνει έρευνα με μοντέλα που χρησιμοποιούν μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για τη μοντελοποίηση της δομής και επίλυση των εξισώσεων Navier Stokes για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων. Στο χώρο των ανεμογεννητριών όμως έχουν γίνει λίγες εργασίες. Στην εργασία [88] παρουσιάζονται κάποια αποτελέσματα που έχουν προκύψει χρησιμοποιώντας τον κώδικα HawC για τη δομή και τον κώδικα Ellipsys3D για τα αεροδυναμικά φορτία. Από τον κώδικα Ellipsys3D λείπει το μοντέλο μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή, ο έλεγχος των μοντέλων τύρβης, και καλή ζεύξη με τον κώδικα της δομής. Συγκεκριμένα σε ότι αφορά τη ζεύξη των δύο μοντέλων αυτή γίνεται με δύο τρόπους. Για την περίπτωση της μη-ζεύξης γίνεται ανάλυση

ιδιομορφών και η αεροδυναμική απόσβεση εκτιμάται υπολογίζοντας τη ροή γύρω από αεροτομή η οποία ταλαντώνεται στη συγκεκριμένη ιδιομορφή. Για προσομοίωση με πλήρη ζεύξη των δύο μοντέλων υπολογίζεται κάθε φορά η αεροδυναμική απόσβεση και της flap και της edge κίνησης, οι οποίες παρέχονται στο δομικό μοντέλο ώστε να δημιουργηθεί μια χρονική ιστορία της κίνησης. Πάντως κρίσιμης σημασίας είναι η επιλογή της ζεύξης των δύο μοντέλων καθώς αριθμητικές αστάθειες της ζεύξης είναι δυνατόν να εκληφθούν ως αεροελαστικές αστάθειες.

### **3.7 Πειραματικά αποτελέσματα**

Ένα από τα μεγάλα προβλήματα που αντιμετωπίζει ο χώρος της αεροελαστικότητας στις Α/Γ είναι η έλλειψη πειραματικών δεδομένων. Γι αυτό το λόγο εδώ θα παρατεθούν τα ελάχιστα πειραματικά αποτελέσματα που διατίθενται αυτή τη στιγμή στη διεθνή βιβλιογραφία. Στην εργασία [105] περιγράφεται μια μέθοδος πειραματικού υπολογισμού των edgewise ταλαντώσεων πτερυγίου ανεμογεννήτριας. Συγκεκριμένα πρόκειται για μέθοδο υπολογισμού της ενεργής απόσβεσης προκειμένου να καθοριστούν οι παράμετροι που κάνουν αρνητική την αεροδυναμική απόσβεση, λαμβάνοντας υπόψη ότι η μετρούμενη ενεργή απόσβεση είναι το άθροισμα της δομικής και της αεροδυναμικής απόσβεσης. Στο πείραμα αυτό ένας περιστρεφόμενος βραχίονας με έκκεντρη μάζα τοποθετείται στην άτρακτο της Α/Γ. Με αυτό το μηχανισμό διεγείρονται ταλαντώσεις του πτερυγίου στο επίπεδο περιστροφής καθώς το πτερύγιο περιστρέφεται και στη συνέχεια υπολογίζεται η ενεργή απόσβεση από τη μείωση του εύρους της ταλάντωσης όταν σταματήσει η διέγερση.

### **3.8 Τελικό σχόλιο**

Από τη στιγμή που στις ανεμογεννήτριες εμφανίζεται απώλεια στήριξης είναι φανερό ότι θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν μέθοδοι που να λαμβάνουν υπόψη τη συνεκτική φύση της ροής κοντά στο πτερύγιο και μπορούν να υπολογίσουν τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά σε απώλεια στήριξης. Τέτοιες μέθοδοι είναι σε ένα βαθμό οι ολοκληρωτικές μέθοδοι ισχυρής σύζευξης, η χρήση μοντέλων απώλειας στήριξης και κυρίως οι Reynolds Averaged Navier-Stokes εξισώσεις.

Η επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes απαιτεί χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής δεδομένης της μη-γραμμικής φύσης τους. Όπως φάνηκε από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση ενώ γενικά στο χώρο της αεροελαστικότητας έχει γίνει

έρευνα με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής, στο χώρο των ανεμογεννητριών υπάρχει μικρή εμπειρία.

Η παρούσα εργασία φιλοδοξεί να αποτελέσει μέρος αυτής της προσπάθειας επίλυσης προβλημάτων αεροελαστικότητας με χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής προσθέτοντας καινούρια εργαλεία διακριτοποίησης των εξισώσεων Navier-Stokes συνδυασμένα με εξελιγμένα μοντέλα τύρβης καθώς και σύζευξης μεταξύ του αεροδυναμικού και ελαστικού μοντέλου. Επιπλέον φιλοδοξεί να προσθέσει καινούρια αριθμητικά αποτελέσματα που θα πλουτίσουν τη βάση δεδομένων αεροελαστικών υπολογισμών ευστάθειας.

Για λόγους πληρότητας της παρούσας ανασκόπησης θα πρέπει να σημειωθεί ότι το υπολογιστικό κόστος επίλυσης των Navier-Stokes εξισώσεων με μεθόδους Direct Numerical Simulation είναι εντελώς απαγορευτικό για αεροελαστικούς υπολογισμούς και γι αυτό η παραπάνω επιλογή δεν αναφέρεται καθόλου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών και ελαστικών φορτίων και για το σχηματισμό των αεροελαστικών εξισώσεων που περιγράφουν το πρόβλημα του περυγισμού. Πρώτα θα δοθεί το μαθηματικό μοντέλο υπολογισμού της ροής, ακολουθεί το μοντέλο υπολογισμού των αεροδυναμικών φορτίων και τέλος το μοντέλο υπολογισμού της αεροελαστικής αλληλεπίδρασης ανάμεσα σε στερεό και ρευστό. Ως ελαστικό μοντέλο χρησιμοποιείται ένα απλοποιημένο μοντέλο ελατηρίων που ενσωματώνεται στην παρουσίαση των αεροελαστικών εξισώσεων.

### 4.1 Εξισώσεις του πεδίου ροής

#### **4.1.1 Εξισώσεις Navier Stokes**

Η περιγραφή της ροής μέσω των εξισώσεων Navier-Stokes δίνει τη δυνατότητα να προσομοιωθούν φαινόμενα που σχετίζονται με την ιξώδη φύση των ρευστών τα οποία παίζουν καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη των αεροδυναμικών φορτίων. Μέχρι σήμερα το υψηλό υπολογιστικό κόστος απέτρεπε τους ερευνητές από τη χρήση των εξισώσεων αυτών για αεροελαστικούς υπολογισμούς. Με τις σημερινές δυνατότητες των υπολογιστών και με τις σημερινές σχεδιαστικές ανάγκες των ανεμογεννητριών η χρήση τους προβάλλει απαραίτητη και ελκυστική. Γι αυτό το λόγο επιλέχθηκαν ως μέθοδος υπολογισμού των αεροδυναμικών φορτίων στην παρούσα διατριβή.

#### Εξίσωση της συνέχειας

Η ολοκληρωτική μορφή της εξίσωσης της συνέχειας δίνεται ως :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho \, d\Omega + \int_{S} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (4.1)$$

Ενώ η διαφορική της έκφραση σε συντηρητική μορφή είναι :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (4.2)$$

όπου,  $\rho$  η πυκνότητα του ρευστού, και  $\vec{u}$  το διάνυσμα της ταχύτητας του ρευστού

Γενικά γίνεται προσπάθεια να διατηρηθεί η συντηρητική μορφή διότι όταν συνδυαστεί με μέθοδο πεπερασμένων όγκων εξασφαλίζει τη συνολική διατήρηση της

μάζας. Η μη-συντηρητική μορφή χρησιμοποιείται με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, η οποία για την περίπτωση της ασυμπίεστης ροής γίνεται

$$\operatorname{div}(\vec{u}) = 0 \quad (4.3)$$

#### Εξίσωση διατήρησης της ορμής

Η ολοκληρωτική μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής παίρνει τη μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{u} d\Omega + \int_S \rho \vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \int_S \vec{T} \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} \rho \vec{b} d\Omega \quad (4.4)$$

Ενώ η συντηρητική διαφορική μορφή της είναι :

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u} \vec{u}) = \operatorname{div} \vec{T} + \rho \vec{b} \quad (4.5)$$

η οποία για ασυμπίεστο ρευστό γίνεται :

$$\frac{\partial(\vec{u})}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{u} \vec{u}) = \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \vec{T} + \vec{b} \quad (4.6)$$

όπου,  $\vec{T}$  ο τανυστής ιξώδους τάσεως, και  $\vec{b}$  οι σωματικές δυνάμεις ανά μονάδα μάζας.

#### **Εξίσωση της ενέργειας**

Η ολοκληρωτική μορφή της εξίσωσης της ενέργειας είναι:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho T d\Omega + \int_S \rho T \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \int_S \frac{\mu}{Pr} \operatorname{grad} T \cdot \vec{n} dS \quad (4.7)$$

Ενώ η συντηρητική διαφορική μορφή της εξίσωσης δίνεται:

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho T \vec{u}) = \operatorname{div}\left(\frac{\mu}{Pr} \operatorname{grad} T\right) \quad (4.8)$$

όπου,  $T$  η θερμοκρασία, και  $Pr$  ο αριθμός Prandtl

#### **Εξίσωση μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους**

Η διαφορική εξίσωση μεταφοράς ενός βαθμωτού μεγέθους  $\phi$  έχει τη μορφή:

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \phi \vec{u}) = \operatorname{div}(\Gamma \operatorname{grad} \phi) + q_{\phi} \quad (4.9)$$

όπου,  $\Gamma$  ο συντελεστής διάχυσης, και  $q_{\phi}$  ο όρος πηγής του βαθμωτού μεγέθους.



Οι παραπάνω εξισώσεις περιγράφουν τις σχέσεις ανάμεσα στις στιγμιαίες τιμές των μεταβλητών ενός πεδίου ροής. Στην περίπτωση κατά την οποία η ροή είναι τυρβώδης η αντιμετώπιση θα απαιτούσε εξαιρετικά λεπτό διαμερισμό στο χώρο και κυρίως στο χρόνο. Για το λόγο αυτό και προκειμένου να χρησιμοποιηθούν μέσες τιμές των μεταβλητών εξελίχθηκαν οι Reynolds Averaged Navier-Stokes εξισώσεις οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή, δεδομένου ότι η ροή γύρω από αεροτομή πτερυγίου ανεμογεννήτριας είναι τυρβώδης.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι εκτός από την προσέγγιση μέσω των χρονικά μέσων εξισώσεων Navier-Stokes έχουν προταθεί και άλλοι τρόποι μοντελοποίησης της τύρβης ως ακολούθως:

- Ημιεμπειρικά μοντέλα όπου χρησιμοποιούνται ημιεμπειρικές σχέσεις για να υπολογιστεί ένα 'ιξώδες τύρβης' (Αλγεβρικό μοντέλο του Prandtl ή μηδενικής τάξης).
- Μοντέλα που χρησιμοποιούν ολοκληρωτικές εξισώσεις για τον υπολογισμό του τυρβώδους ιξώδους (μοντέλο μιας εξίσωσης Bradshaw).
- Μοντέλα τα οποία λύνουν τις εξισώσεις Navier-Stokes για τις μεγαλύτερες κλίμακες της κίνησης ενώ χρησιμοποιούν μοντέλα για τις μικρές (Large Eddy Simulation - LES).
- Μοντέλα στα οποία οι εξισώσεις Navier-Stokes λύνονται για όλες τις κινήσεις, μέσες και στιγμιαίες (Direct Numerical Simulation - DNS). Έχουν τη μεγαλύτερη ακρίβεια αλλά και το υψηλότερο υπολογιστικό κόστος.
- Μοντέλα Reynolds Stress (RSM), στα οποία κατασκευάζεται και επιλύεται μια εξίσωση μεταφοράς για κάθε όρο του ταυνοστή Reynolds. Τα μοντέλα RSM είναι καλύτερα για τις περιπτώσεις στις οποίες οι ανισοτροπίες της τύρβης έχουν σημαντική επίδραση στη μέση ροή.
- Μοντέλα ASM (Algebraic Stress Models), τα οποία είναι στην πραγματικότητα απλοποιημένη μορφή των RSM [70].

#### 4.1.2 Reynolds Averaged Navier-Stokes εξισώσεις

Σε μια στατιστικά σταθερή ροή η στιγμιαία τιμή μιας μεταβλητής μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα της μέσης χρονικής τιμής και μιας διακύμανσης:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (4.10)$$

όπου,

$$\bar{\phi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi dt \quad (4.11)$$

$$\text{και } \overline{\phi'} = 0 \quad (4.12)$$

Αν αντικατασταθούν στις εξισώσεις συνέχειας, ορμής και ενέργειας οι ταχύτητες με τα παραπάνω θα προκύψει μια καινούρια ομάδα χρονικά μέσων εξισώσεων Navier-Stokes, οι ονομαζόμενες Reynolds Averaged Navier-Stokes εξισώσεις ή RANS. Η ανάλυση που θα ακολουθήσει θα γίνει για ασυμπίεστη ροή νευτωνικών ρευστών όπου υιοθετείται η ακόλουθη ομάδα συμβολισμών :

$$u_i = U_i + u_i', \quad p = P + p' \quad \text{και} \quad \phi = \Phi + \phi'$$

$$\overline{\frac{\partial u_j}{\partial x_j}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4.13)$$

$$\text{και } \overline{\frac{\partial u_j'}{\partial x_j}} = 0 \quad (4.14)$$

ή σε συντηρητική μορφή

$$\text{div}(\bar{u}) = 0 \quad (4.15)$$

#### Reynolds averaged εξίσωση της ορμής

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \Rightarrow$$

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j' u_i'}) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (4.16)$$

ή σε συντηρητική μορφή:

$$\frac{\partial(\bar{u})}{\partial t} + \text{div}(\bar{u}\bar{u} + \overline{u'u'}) = -\frac{1}{\rho} \text{grad}\bar{p} + \frac{1}{\rho} \text{div}\bar{\tau} + \bar{b} \quad (4.17)$$

#### Reynolds averaged εξίσωση της ενέργειας

$$\frac{\partial(\rho \bar{T})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{T}\bar{u} + \rho \overline{u'T'}) = \text{div}\left(\frac{\mu}{\text{Pr}} \text{grad}\bar{T}\right) \quad (4.18)$$

#### Reynolds averaged εξίσωση μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j' \phi'}) = \mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j^2} \quad (4.19)$$

ή σε συντηρητική μορφή:

$$\frac{\partial(\rho \bar{\phi})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{\phi}\bar{u} + \rho \overline{\phi' u'}) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\bar{\phi}) + \bar{q}_\phi \quad (4.20)$$

### 4.1.3 Διατμητικές τάσεις Reynolds

Τόσο στην εξίσωση διατήρησης της ορμής όσο και στη γενική εξίσωση μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους εμφανίστηκαν όροι οι οποίοι περιέχουν συσχετισμούς των διακυμάνσεων των μεταβλητών. Ο όρος που εμφανίζεται στην εξίσωση της ορμής έχει τη μορφή  $\overline{\rho \vec{u}' \vec{u}'}$  και ονομάζεται διατμητική τάση Reynolds ενώ ο αντίστοιχος όρος  $\overline{\rho \phi' \vec{u}'}$  που εμφανίζεται στην εξίσωση μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους ονομάζεται τυρβώδης βαθμωτή ροή (turbulent scalar flux).

Ο όρος  $-\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i' u_j'})$  παριστά τη μέση μεταφορά της διακύμανσης της

ορμής από την τυρβώδη διακύμανση της ταχύτητας, δηλαδή την ανταλλαγή ορμής ανάμεσα στην τύρβη και τη μέση ροή. Το χαρακτηριστικό το οποίο είναι θεμελιώδους σημασίας για τη μελέτη της τυρβώδους κίνησης είναι ότι οι διακυμάνσεις  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  προκαλούν μια φαινομενική αύξηση της αντίστασης στην παραμόρφωση. Είναι δηλαδή σαν να αυξάνεται το ιξώδες της μέσης ροής γι αυτό και οι συσχετισμοί  $\overline{\rho u_i' u_j'}$  αναφέρονται ως τυρβώδεις τάσεις [92]. Για να επιλυθούν οι μέσες χρονικές εξισώσεις της ροής πρέπει να υπολογιστούν οι συσχετισμοί αυτοί και αυτό επιδιώκουν τα μοντέλα τύρβης.

### 4.1.4 Μοντέλα τύρβης

Στις επόμενες παραγράφους θα παρουσιαστούν τα μοντέλα τύρβης τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία. Πριν από αυτά θα γίνει αναφορά στην υπόθεση Boussinesq στην οποία στηρίζονται.

#### 4.1.4.1 Υπόθεση Boussinesq

Εφόσον οι συσχετισμοί των διακυμάνσεων λειτουργούν με τρόπο ανάλογο του ιξώδους, ο Boussinesq έκανε την υπόθεση ότι η τυρβώδης τάση μπορεί να ακολουθεί τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στο μοριακό ιξώδες και τη μοριακή διάχυση [116]. Η υπόθεση ή προσέγγιση Boussinesq συνδέει τη διατμητική τάση Reynolds με την κλίση της μέσης ταχύτητας ως εξής:

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (4.21)$$

και

$$-\overline{\rho \phi' \bar{u}'} = \Gamma_t \text{grad} \phi$$

(4.22)

όπου,  $\mu_t$  το φαινόμενο ιξώδες το οποίο εξαρτάται από τη ροή και όχι από το ρευστό,  $\Gamma_t$  ο τυρβώδης συντελεστής διάχυσης, και  $k$  η τυρβώδης κινητική ενέργεια:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} = \frac{1}{2} (\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}) \quad (4.23)$$

Το μειονέκτημα της υπόθεσης Boussinesq είναι ότι το  $\mu_t$  θεωρείται μια ιστροπική βαθμωτή ποσότητα, το οποίο δεν είναι εντελώς αληθές. Με τη χρήση της υπόθεσης Boussinesq όμως το πρόβλημα μειώνεται στον υπολογισμό του φαινομένου τυρβώδους ιξώδους.

#### 4.1.4.2 Εξίσωση κινητικής ενέργειας μέσης ροής και τύρβης

Η κινητική ενέργεια της μέσης ροής ( $\frac{1}{2} U_i U_i$ ) μπορεί να υπολογιστεί από μια εξίσωση μεταφοράς η οποία προκύπτει από τη Reynolds Averaged Navier Stokes εξίσωση της ορμής αν πολλαπλασιαστεί με  $U_i$ .

$$U_i \left( \rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = U_i \left( -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j' u_i'}) \right) \Rightarrow$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} U_i U_i \right) + \rho U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} U_i U_i \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -P \delta_{ij} U_i + 2\mu U_i S_{ij} - \rho U_i \overline{u_j' u_i'} \right)$$

$$- 2\mu S_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \rho \overline{u_i' u_j'} S_{ij} \quad (4.24)$$

όπου,

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right): \text{τανυστής διάτμησης}$$

$-P U_j$ : έργο λόγω πίεσης

$2\mu U_i S_{ij}$ : μεταφορά της ενέργειας της μέσης ροής από την ιξώδη τάση

$U_i \overline{u_i' u_j'}$ : μεταφορά της ενέργειας της μέσης ροής από τη τάση Reynolds

$-2\mu S_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ : ιξώδης σκέδαση

$\overline{\rho u_i' u_j'} S_{ij}$ : παραγωγή τυρβώδους ενέργειας.

$$\Theta \text{έτοντας } T_{ij} = -P \delta_{ij} + 2\mu S_{ij} - \rho \overline{u_i' u_j'} \quad (4.25)$$

$$\text{και } K = \frac{1}{2} U_i U_i \quad (4.26)$$

λαμβάνεται

$$\rho \frac{\partial K}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial K}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (T_{ij} U_i) - S_{ij} \left( 2\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \overline{(u_i' u_j')} \right) \quad (4.27)$$

όπου,

$\frac{\partial}{\partial x_j} (T_{ij} U_i)$ : μεταφορά της ενέργειας της μέσης ροής από την τάση  $T_{ij}$

$S_{ij} \left( 2\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \overline{(u_i' u_j')} \right)$ : έργο παραμόρφωσης το οποίο παριστά την κινητική

ενέργεια της μέσης ροής η οποία χάνεται ή ανακτάται από τον παράγοντα ο οποίος παράγει την τάση.

Η εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ( $k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$ ) προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τη Navier-Stokes εξίσωση με  $u_i'$  και λαμβάνοντας το χρονικό μέσο:

$$\overline{u_i' \left( \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) \right)} = \overline{u_i' \left( -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right)} \Rightarrow$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\rho}{2} \overline{u_j' u_i' u_i'} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \frac{\partial k}{\partial x_j}$$

$$- \mu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} - \overline{u_i' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \quad (4.28)$$

όπου,

$\rho \frac{\partial k}{\partial t}$  : μη-μόνιμος όρος

$\rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j}$  : όρος μεταφοράς

$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j}$  : συνολικά ο ρυθμός μεταβολής του  $k$

$-\overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$  : παραγωγή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k$ , δηλαδή ο ρυθμός

ανταλλαγής ενέργειας ανάμεσα στη μέση ροή και την τύρβη

$-\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\rho}{2} \overline{u_j' u_i' u_i'} \right)$ : τυρβώδης μεταφορά, δηλαδή ο ρυθμός μεταφοράς της

τυρβώδους κινητικής ενέργειας με τις διακυμάνσεις

$\frac{\partial}{\partial x_j} \mu \frac{\partial k}{\partial x_j}$ : μοριακή διάχυση

$-\mu \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}$ : σκέδαση, δηλαδή ο ρυθμός μετατροπής της τυρβώδους κινητικής

ενέργειας σε θερμότητα

$-\overline{u_i' \frac{\partial p'}{\partial x_i}}$ : διάχυση πίεσης, δηλαδή μεταφορά τύρβης λόγω αλληλεπίδρασης των

διακυμάνσεων ταχύτητας και πίεσης

#### 4.1.4.3 Μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούν την υπόθεση Boussinesq

Τα πιο ευρέως διαδεδομένα μοντέλα σήμερα είναι αυτά που χρησιμοποιούν την υπόθεση Boussinesq. Έχουν χαμηλότερη ακρίβεια από αυτά που λύνουν τις εξισώσεις Navier-Stokes χωρίς χρήση αυτής της υπόθεσης αλλά σαφώς μικρότερο υπολογιστικό κόστος. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η υπόθεση Boussinesq ισχύει μόνο για ροές σε ισορροπία (equilibrium), δηλαδή η παραγωγή τύρβης να εξισορροπείται από τη σκέδαση αυτής. Συνεπώς σε περιοχές όπου δεν υπάρχει ισορροπία (π.χ. αποκολλημένες ροές), θα πρέπει να γίνει ειδική μεταχείριση. Σε αυτά τα μοντέλα οι βασικές μεταβλητές που χρησιμοποιούνται είναι οι ακόλουθες:

$\mu_t$ : τυρβώδες ιξώδες

$k$ : τυρβώδης κινητική ενέργεια

$\varepsilon$ : τυρβώδης ρυθμός σκέδασης

$\omega$ : ειδικός ρυθμός σκέδασης

Τα μοντέλα που βασίζονται στην υπόθεση Boussinesq διακριτοποιούνται ανάλογα με τον αριθμό των επιπλέον εξισώσεων μεταφοράς που χρησιμοποιούν προκειμένου να υπολογίσουν το τυρβώδες ιξώδες:

- i) Μοντέλα μηδενικής εξίσωσης. Το τυρβώδες ιξώδες  $\mu_t$  υπολογίζεται ρητά με μια έκφραση που το συνδέει με ένα “μήκος ανάμιξης” χωρίς καμιά επιπλέον εξίσωση μεταφοράς.
- ii) Μοντέλα μιας εξίσωσης. Η τυρβώδης κλίμακα μήκους σχετίζεται με κάποια τυπική διάσταση της ροής και το τυρβώδες ιξώδες τελικά υπολογίζεται

συναρτήσει της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, για τον υπολογισμό της οποίας εισάγεται μια επιπλέον εξίσωση μεταφοράς.

iii) Μοντέλα δύο εξισώσεων. Σε αυτά τα μοντέλα παρέχεται και μια επιπλέον εξίσωση μεταφοράς για την τυρβώδη κλίμακα μήκους.

Πριν συνεχιστεί η παρουσίαση των μοντέλων δύο εξισώσεων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διατριβή θα παρουσιαστούν ενδεικτικά μοντέλα που εκπροσωπούν τις άλλες δύο κατηγορίες.

#### Μοντέλα μηδενικής εξίσωσης

- i) Cebeci-Smith, στο οποίο έχει γίνει και τροποποίηση έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψη η έλλειψη ισορροπίας για αποκολλημένες ροές.
- ii) Baldwin-Lomax, το οποίο είναι προτιμότερο για αποκολλημένες ροές.
- iii) Smagorinsky [70], το οποίο αποδίδει καλύτερα όταν το μέγεθος του πλέγματος είναι μέσα στη κλίμακα του Kolmogorov

#### Μοντέλα μιας εξίσωσης

- i) Spalart-Almaras, το οποίο επιλύει μια εξίσωση μεταφοράς για το τυρβώδες κινηματικό ιξώδες. Έχει εφαρμογή σε αεροδυναμική, εσωτερικές ροές, οριακά στρώματα με ανασχετική κλίση πίεσης, και σε στροβιλομηχανές.
- ii) Baldwin – Barth

#### Μοντέλα δύο εξισώσεων

Τα πιο διαδεδομένα μοντέλα δύο εξισώσεων είναι τα k-ε και k-ω και διακρίνονται σε: α) μοντέλα high Re, στα οποία στην περιοχή πολύ κοντά στο στερεό όριο δεν επιλύονται οι εξισώσεις μεταφοράς αλλά χρησιμοποιούνται συναρτήσεις τοίχου (wall functions), και β) μοντέλα low Re, στα οποία σε εκείνη την περιοχή επιλύονται τροποποιημένες εξισώσεις μεταφοράς. Το πλέον διαδεδομένο μοντέλο δύο εξισώσεων είναι το μοντέλο k-ε ενώ ακολουθεί, με αυξανόμενο ενδιαφέρον, το μοντέλο k-ω καθώς και συνδυασμός τους [116]. Τα κυριότερα μοντέλα δύο εξισώσεων είναι τα εξής:

- i) Standard μοντέλο k-ε. Θα γίνει αναλυτική αναφορά στη συνέχεια.
- ii) RNG k-ε μοντέλο. Θα γίνει αναλυτική αναφορά στη συνέχεια.
- iii) Realizable k-ε μοντέλο. Τα χαρακτηριστικά του συνοψίζονται στα εξής:
  - α) Περιέχει νέο τρόπο για τον υπολογισμό του τυρβώδους ιξώδους,
  - β) Χρησιμοποιεί νέα εξίσωση μεταφοράς του ε από την ακριβή εξίσωση μεταφοράς της διακύμανσης του μέσου τετραγώνου της στροβιλότητας,
  - γ) Έχει καλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό του ρυθμού διασποράς τόσο των επιπέδων όσο και των κυκλικών δεσμών (jets), δ) Αποδίδει καλύτερα σε ροές

που περιλαμβάνουν περιστροφή (swirl), οριακά στρώματα σε ανασχετική κλίση πίεσης, αποκόλληση και ανακυκλοφορία, και ε) Όμως παράγει μη-φυσικό ιξώδες σε περιπτώσεις όπου ο υπολογιστικός χώρος περιέχει και περιστρεφόμενες και ακίνητες ζώνες ρευστών.

- iv) Μη-γραμμικά k-ε μοντέλα: Η μη-γραμμικότητα σε αυτά τα μοντέλα έχει την έννοια ότι δεν υπάρχει πλέον γραμμική σχέση ανάμεσα στο νευτωνικό τανυστή τάσης και τον αντίστοιχο τανυστή Reynolds.
- v) Pope's modified k-ε, ενδείκνυται για κυκλικές και επίπεδες δέσμες.
- vi) Low Reynolds k-ε μοντέλα. Θα γίνει αναλυτική αναφορά στη συνέχεια.
- vii) Standard k-ω μοντέλο. Είναι το μοντέλο του Wilcox. Θα γίνει αναλυτική αναφορά στη συνέχεια.
- viii) Menter's modified k-ω μοντέλο [116], είναι καλύτερο για ελεύθερες ροές..
- ix) Low Reynolds k-ω μοντέλα. Θα γίνει αναλυτική αναφορά στη συνέχεια.
- x) Menter's Baseline (BSL) model. Αναμιγνύει τη στιβαρή και ακριβή τυποποίηση του μοντέλου k-ω στην περιοχή κοντά στον τοίχο με την ανεξαρτησία από τις αρχικές τιμές του μοντέλου k-ε μακριά από το σταθερό όριο. Στην περιοχή που είναι πιο κοντά στο στερεό όριο λύνει ένα low Re k-ω μοντέλο ενώ στην πιο απομακρυσμένη λύνει το Standard k-ε μοντέλο και στην ενδιάμεση αναμιγνύει τα δύο μοντέλα [66].
- xi) Shear Stress Transport (SST) k-ω μοντέλο. Το μοντέλο αυτό είναι εξέλιξη του μοντέλου BSL. Σε αυτό λαμβάνεται υπόψη και η μεταφορά του κύριου όρου διάτμησης Reynolds. Έτσι λειτουργεί καλά και σε περιοχή με ανασχετική κλίση πίεσης στην οποία δεν ισχύει η παραδοχή της ισορροπίας ανάμεσα στην παραγόμενη και τη σκεδαζόμενη τύρβη. Είναι πιο ακριβές και αξιόπιστο σε ένα ευρύ φάσμα ροών (ανασχετική κλίση πίεσης, αεροτομές, διηχητικά κρουστικά κύματα) [66].
- xii) Rota's k-k<sub>1</sub> μοντέλο [116]. Χρησιμοποιείται η τιμή του k σε δύο διαφορετικά σημεία του υπολογιστικού χώρου και μια συνάρτηση συσχετισμού τους. Είναι γνωστό και ως μοντέλο συσχέτισης δύο σημείων (two points correlation).
- xiii) Zeierman and Wolfshtein's k-k<sub>T</sub> μοντέλο [116]. Χρησιμοποιείται η τιμή του k σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές και μια συνάρτηση αυτοσυσχέτισης.

Στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιήθηκαν τα μοντέλα k-ε και k-ω τόσο στην high Re όσο και στη low Re εκδοχή τους. Τα μοντέλα αυτά θα παρουσιαστούν στη συνέχεια αναλυτικά.



#### 4.1.4.4 Standard k-ε μοντέλο (high Re μοντέλο)

Για το standard k-ε μοντέλο η εξίσωση μεταφοράς της τυρβώδους κινητικής ενέργειας έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (4.29)$$

$$\mu \varepsilon, \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.30)$$

$C_\mu = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1$  (τυρβώδης αριθμός Prandtl)

όπου,

-  $\rho \frac{\partial k}{\partial t}$  : ο μη-μόνιμος όρος

-  $\rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j}$  : ο όρος μεταφοράς

-  $\tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$  : ο όρος παραγωγής

-  $-\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j}$  : ο όρος μοριακής και τυρβώδους διάχυσης

-  $-\rho \varepsilon$  : η σκέδαση της κινητικής ενέργειας της τύρβης

Η εξίσωση μεταφοράς για το ρυθμό σκέδασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ε είναι η εξής :

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k \quad (4.31)$$

όπου,

$$P_k = -\rho u_i' u_j' \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.32)$$

$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$  : ο μη-μόνιμος όρος

$\rho U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}$  : ο όρος μεταφοράς

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}$  : διάχυση

$C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k$  : παραγωγή

$-\rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$  : απορρόφηση

όπου,  $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1.96$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.3$

Είναι το κλασσικό μοντέλο high Re και κοντά στο στερεό όριο χρησιμοποιεί συναρτήσεις τοίχου. Δεν μπορεί να ολοκληρωθεί μέχρι τον τοίχο διότι για  $k=0$  στο στερεό όριο η τιμή του ρυθμού σκέδασης  $\varepsilon$  δεν μπορεί παρά να είναι μηδέν. Επιπλέον θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι τιμές των σταθερών του μοντέλου  $k$ - $\varepsilon$ , όπως και των υπολοίπων που ακολουθούν, λαμβάνονται από ταυτοποίηση των αποτελεσμάτων του μοντέλου με πειραματικά αποτελέσματα. Ανάλογα με το είδος της ροής με το οποίο υπολογίστηκαν οι σταθερές το μοντέλο “εξειδικεύεται”. Δηλαδή είναι σε θέση να προσομοιώσει με ακρίβεια κάποιες ροές ενώ αποτυγχάνει σε άλλες. Το μοντέλο  $k$ - $\varepsilon$  είναι κατάλληλο για προσομοίωση πλήρως ανεπτυγμένων ελεύθερων τυρβωδών ροών, για αυτό το λόγο και δεν συμπεριφέρεται καλά κοντά σε στερεό όριο. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το μειονέκτημα, καθώς και λόγω της απαίτησης για λεπτομερή διακριτοποίηση κοντά στο στερεό όριο, αλλά και της αδυναμίας του να δεχθεί μη-μηδενική τιμή του  $\varepsilon$  στο στερεό όριο, υιοθετήθηκαν οι συναρτήσεις τοίχου. Έτσι για το τμήμα του πεδίου που είναι πολύ κοντά στο στερεό τοίχωμα τα χαρακτηριστικά της ροής δεν υπολογίζονται από τις εξισώσεις Navier-Stokes αλλά από τις συναρτήσεις τοίχου που θα παρουσιαστούν στο Κεφάλαιο 5. Εφόσον δε λύνει τις εξισώσεις πολύ κοντά στο τοίχωμα δυσκολεύεται να υπολογίσει αποκόλληση ροής.

Επίσης από την εξίσωση του μοντέλου λείπει ένας όρος διάχυσης (cross diffusion term) ο οποίος αντιστοιχεί σε μη μηδενική κλίση πίεσης, γι αυτό το λόγο δεν υπολογίζει σωστά ροές με μεγάλη ανασχετική κλίση πίεσης. Οι υποθέσεις που έγιναν για να κατασκευαστεί το μοντέλο είναι οι ακόλουθες [70]:

- i) Υπόθεση Reynolds. Στην υπόθεση Boussinesq ο τανυστής Reynolds είναι συνάρτηση της κλίσης της μέσης ταχύτητας και των  $k$  και  $\varepsilon$  μόνο. Στην υπόθεση Reynolds και οι συντελεστές αυτής της συνάρτησης εξαρτώνται επίσης από την κλίση της μέσης ταχύτητας και τα  $k$ ,  $\varepsilon$  μόνο, έτσι ώστε η συνάρτηση να είναι ανεξάρτητη των αξόνων αναφοράς (frame invariant).
- ii) Μεταφορά από τυχαία πεδία προκαλεί διάχυση στη μέση ροή.
- iii) Εργοδικότητα έτσι ώστε να αντικαθίστανται οι χωρικές μέσες τιμές με χρονικές μέσες τιμές όπου αυτό είναι απαραίτητο.

- iv) Ισοτροπία για το  $u'$  έτσι ώστε να είναι δυνατόν να αγνοηθεί ο όρος  $-u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_i}$ .
- v) Ισχύει η υπόθεση Reynolds για το  $\omega' = \nabla \times u'$ .
- vi) Ημι Gaussian τύρβη έτσι ώστε να αγνοείται ο όρος  $\langle (\omega' \otimes \omega') : \nabla u' \rangle$ .
- vii) Η υπόθεση  $\nu^2 \langle |\nabla \omega|^2 \rangle = -\rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$  προκειμένου να κλείσει το μοντέλο.

#### 4.1.4.5 Low Re k-ε μοντέλο

Το μοντέλο high Re αδυνατεί να προβλέψει αποκόλληση καθώς δεν επιλύει τις εξισώσεις μεταφοράς κοντά στο τοίχωμα κάτι που θα απαιτούσε πολύ μεγάλη διακριτοποίηση. Επιπλέον θα έπρεπε να διορθωθούν οι τιμές των σταθερών με βάση πειραματικά αποτελέσματα ροών περιορισμένων από σταθερό όριο. Μια λύση που προτείνεται είναι η χρήση του μοντέλου Low Re, στο οποίο ενώ δεν είναι γνωστές οι τιμές των  $k$  και  $\varepsilon$  στο οριακό στρώμα είναι δυνατόν να υποτεθεί μια ασυμπτωτική συμπεριφορά τους η οποία περιγράφεται με damping functions [116].

Με βάση τη διερεύνηση στη σχετική βιβλιογραφία έχει επιλεγεί η χρήση του μοντέλου των Lam και Bremhorst (LB1) [18,74], όπου οι εξισώσεις μεταφοράς των  $k$  και  $\varepsilon$  παίρνουν την ακόλουθη μορφή :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (4.33)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \rho C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k \quad (4.34)$$

όπου,

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.35)$$

$$f_1 = 1 + \left( \frac{0.05}{f_\mu} \right)^3 \quad (4.36)$$

$$f_2 = 1 - \exp(-\text{Re}_t^2) \quad (4.37)$$

$$f_\mu = [1 - \exp(-0.0165 \text{Re}_y)]^2 \left[ 1 + \frac{20.5}{\text{Re}_t} \right] \quad (4.38)$$

$$\text{Re}_t = \frac{k^2}{\varepsilon \nu} \quad (4.39)$$

$$\text{Re}_y = \frac{\sqrt{k}y}{\nu} \quad (4.40)$$

και  $C_{\varepsilon 1}=1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2}=1.92$ ,  $C_{\mu}=0.09$ ,  $\sigma_k=1.0$ ,  $\sigma_{\varepsilon}=1.3$

Τα  $f_1$ ,  $f_2$  και  $f_{\mu}$  είναι συναρτήσεις απόσβεσης οι οποίες διορθώνουν τις τιμές των σταθερών για ροές κοντά σε στερεό όριο. Με το μοντέλο low Re μπορεί να προβλεφθεί η αποκόλληση, δε διορθώνει όμως την κακή συμπεριφορά του μοντέλου σε ανασχετική κλίση πίεσης. Ο υπολογισμός του  $\text{Re}_y$  (για όλο το υπολογιστικό πεδίο) απαιτεί τον υπολογισμό των αποστάσεων από το κοντινότερο τοίχωμα. Αυτό κάνει το μοντέλο αναποτελεσματικό σε περίπλοκες γεωμετρίες, π.χ. back step.

#### 4.1.4.6 RNG k-ε μοντέλο

Για να διορθωθεί η συμπεριφορά του standard k-ε μοντέλου σε σχέση με την ανασχετική κλίση πίεσης προτάθηκε το μοντέλο RNG (Renormalization Group) k-ε, βελτιστοποιημένο σε σχέση με το standard k-ε μοντέλο ως προς τα εξής:

- i) Έχει έναν επιπλέον όρο στην εξίσωση  $\varepsilon$  ο οποίος βελτιώνει σημαντικά την ακρίβεια για ταχέως παραμορφούμενες ροές (rapidly strained).
- ii) Περιλαμβάνει την επίδραση της περιδίνησης (swirl) και έτσι αυξάνει την ακρίβεια σε τέτοιες ροές.
- iii) Η θεωρία RNG παρέχει αναλυτικό υπολογισμό των τυρβωδών αριθμών Prandtl, ενώ το standard μοντέλο χρησιμοποιεί σταθερές τιμές.
- iv) Ενώ είναι high Re μοντέλο, περιλαμβάνει υπολογισμό του ενεργού ιξώδους με τρόπο ανάλογο με τα low Re μοντέλα.

Στην πιο απλή του εκδοχή διαφέρει από το standard k-ε μοντέλο μόνο σε ότι αφορά τον υπολογισμό των σταθερών  $C_{\mu}$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$  και  $\sigma_{\varepsilon}$  [67]. Στο standard RNG k-ε μοντέλο τα  $C_{\mu}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$  και  $\sigma_{\varepsilon}$  έχουν σταθερή τιμή ενώ η τιμή του  $C_{\varepsilon 1}$  υπολογίζεται συναρτήσει των  $k$ ,  $\varepsilon$  και  $\tau$ . Συγκεκριμένα:

$$C_{\mu} = 0.085, C_{\varepsilon 2} = 1.68, \sigma_k = 0.7179, \sigma_{\varepsilon} = 0.7179$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.42 - \frac{\eta(\eta - \eta_0)}{1 + \beta\eta^3} \quad (4.41)$$

όπου,  $\beta = 0.015$ ,  $\eta_0 = 4.38$ , και

$$\eta = \frac{\tau k}{\varepsilon} \quad (4.42)$$

$$\tau = \left(2\bar{\tau}_y \bar{\tau}_y\right)^{1/2} \quad (4.43)$$

Έχει προταθεί επίσης και η σταθερά  $C_\mu$  να υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη την καμπυλότητα της στερεάς επιφάνειας:

$$C_\mu = \frac{-K_1 K_2}{\left[ 1 + 8K_1^2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \left( \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial n} + \frac{\bar{u}_s}{R_c} \right) \frac{\bar{u}_s}{R_s} \right]} \quad (4.44)$$

όπου,  $\alpha=1.5$ ,  $\xi=0.6$ ,  $u_s$  η ταχύτητα κατά μήκος της ροικής γραμμής,  $n$  η διεύθυνση κάθετη στη ροική γραμμή,  $s$  η διεύθυνση παράλληλη στη ροική γραμμή, και  $R_c$  η ακτίνα καμπυλότητας της ροικής γραμμής.

$$K_1 = \frac{1-\xi}{\alpha} \quad (4.45)$$

$$K_2 = \frac{2(1-\alpha-\xi)}{3\alpha} \quad (4.46)$$

#### 4.1.4.7 Standard k- $\omega$ μοντέλο

Το μοντέλο k- $\omega$  χρησιμοποιείται για

- i) Να υπολογίζει καλύτερα το ρυθμό διασποράς σε ελεύθερες ροές
- ii) Να υπολογίζει τον απώτερο απόρο, στρώματα ανάμιξης, και επίπεδες στρογγυλές και ακτινικές δέσμες
- iii) Εσωτερικές ροές και ελεύθερες ροές

Ο ειδικός ρυθμός σκέδασης της ενέργειας,  $\omega$ , δίνεται ως :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} \quad (4.47)$$

όπου,  $\beta^*=0.09$

Στην αρχική του μορφή, Wilcox [116], οι εξισώσεις μεταφοράς της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και του ειδικού ρυθμού σκέδασης είναι οι ακόλουθες

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_y \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_\tau \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.48)$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_y \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_\tau \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (4.49)$$

$$\mu_\tau = \frac{k\rho}{\omega} \quad (4.50)$$

όπου,  $\alpha=5/9$ ,  $\beta=3/40$ ,  $\beta^*=9/100$ ,  $\sigma=1/2$  και  $\sigma^*=1/2$

Σε αυτή τη μορφή είναι ένα μοντέλο high Re, που ο Wilcox πρότεινε με δύο εκδοχές, με βάση τις οριακές συνθήκες. Η εκδοχή με τις συναρτήσεις τοίχου στην

οποία αντιμετωπίζεται όπως το αντίστοιχο k-ε high Re μοντέλο και η εκδοχή με την οποία ολοκληρώνεται μέχρι το στερεό όριο αφού είναι δυνατόν να τεθεί μη μηδενική τιμή του  $\omega$ :

$$\omega_w = \frac{u_\tau^2}{\nu} S_R \quad (4.51)$$

όπου,

$$S_R = \begin{cases} \left( \frac{50}{k_R^+} \right)^2, & k_R^+ < 25 \\ 100/k_R^+, & k_R^+ \geq 25 \end{cases} \quad (4.52)$$

$$k_R^+ = u_\tau \frac{k_R}{\nu} \quad (4.53)$$

$k_R$  : ύψος τραχύτητας

Στην εκδοχή με συναρτήσεις, το μοντέλο αυτό τοίχου χρησιμοποιεί πιο αραιό πλέγμα αλλά δεν μπορεί να υπολογίσει αποκόλληση. Στην εκδοχή με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο μπορεί να υπολογίσει αποκόλληση όμως χρειάζεται πιο λεπτομερή διακριτοποίηση του πλέγματος και επιπλέον, χρειάζεται διόρθωση των σταθερών. Και στις δύο περιπτώσεις το σημαντικό είναι ότι στην εξίσωση μεταφοράς του  $\omega$  μοντελοποιείται η επίδραση της κλίσης πίεσης και, εφόσον μπορεί να ολοκληρωθεί μέχρι τον τοίχο, με μικρή τροποποίηση μπορεί να γίνει μοντέλο low Re. Το μεγαλύτερο του μειονέκτημα είναι ότι η εφαρμογή του είναι ευαίσθητη ως προς την τιμή της  $k$  στην ελεύθερη ροή. Σε σύγκριση με το k-ε το μοντέλο k- $\omega$ :

- i) είναι λιγότερο διαδεδομένο
- ii) δεν έχει πρόβλημα με την ανασχετική κλίση πίεσης
- iii) δεν έχει πρόβλημα με τον log law κοντά σε στερεή επιφάνεια
- iv) με τροποποιήσεις μπορεί να υπολογίσει μετάβαση

#### 4.1.4.8 Low Re k- $\omega$ μοντέλο

Οι τιμές των σταθερών του μοντέλου k- $\omega$ , οι οποίες έχουν προκύψει από μετρήσεις κυρίως σε ελεύθερη ροή, θα πρέπει να διορθωθούν κοντά στο στερεό όριο. Αυτό γίνεται στα μοντέλα low Re όπου οι εξισώσεις παίρνουν την ακόλουθη μορφή [116] :

$$\mu_\tau = \alpha * \rho \frac{k}{\omega} \quad (4.54)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_y \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_\tau \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.55)$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_y \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_r \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (4.56)$$

$$\alpha^* = \frac{\alpha_0 + \text{Re}_\tau / R_k}{1 + \text{Re}_\tau / R_k} \quad (4.57)$$

$$\alpha = \frac{5}{9} \frac{\alpha_0 + \text{Re}_\tau / R_\omega}{1 + \text{Re}_\tau / R_\omega} (\alpha^*)^{-1} \quad (4.58)$$

$$\beta^* = \frac{9}{100} \frac{5/18 + \left( \text{Re}_\tau / R_\beta \right)^4}{1 + \left( \text{Re}_\tau / R_\beta \right)^4} \quad (4.59)$$

$$\beta = \frac{3}{40}, \quad \sigma^* = \sigma = \frac{1}{2}, \quad \alpha^* = \frac{\beta}{3}, \quad \alpha_0 = \frac{1}{10}, \quad R_\beta = 8, \quad R_k = 6, \quad R_\omega = \frac{27}{10}$$

$$\text{Re}_\tau = \frac{k}{\omega \nu} \quad (4.60)$$

Και στις δύο περιπτώσεις που η ολοκλήρωση γίνεται μέχρι τον τοίχο, δηλαδή και στο high και στο low Re μοντέλο, η απαίτηση για λεπτομερή διαμερισμό του πλέγματος κοντά στο στερεό όριο οδηγεί σε αδιάστατη απόσταση  $y^+ < 2.5$  του πρώτου υπολογιστικού όγκου. Η απαίτηση είναι σαφώς πιο χαλαρή από αυτή του k-ε low Re μοντέλου.

## **4.2 Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων**

Ο υπολογισμός του πεδίου ροής γύρω από μια αεροτομή δίνει ένα πεδίο πιέσεων και ταχυτήτων από τις οποίες είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι δυνάμεις πίεσης και τριβής που ασκεί το ρευστό πάνω στο στερεό.

### **4.2.1 Υπολογισμός δύναμης πίεσης**

Η δύναμη της πίεσης υπολογίζεται από τη σχέση

$$\vec{F}_p = \int_S P d\vec{s} \quad (4.61)$$

όπου, P η πίεση και S η επιφάνεια στην οποία εφαρμόζεται.

### **4.2.2 Υπολογισμός δύναμης τριβής**

Η δύναμη της τριβής υπολογίζεται από τη σχέση

$$\vec{F}_T = \int_S \tau_w d\vec{s} \quad (4.62)$$

όπου, η διατμητική τάση πάνω στο όριο του τοίχου δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{\tau}_w = \mu \left( \frac{\partial V_p}{\partial n} \right) \quad (4.63)$$

όπου,  $\vec{n}$  το κάθετο στον τοίχο διάνυσμα,  $\mu$  ο συντελεστής ιξώδους,  $V_p$  η παράλληλη στον τοίχο ταχύτητα.

### 4.2.3 Υπολογισμός φορτίων πάνω σε αεροτομή

Οι δυνάμεις της τριβής και της πίεσης ολοκληρωνόμενες γύρω από την αεροτομή δίνουν μια συνισταμένη δύναμη και μια συνισταμένη ροπή.

Η συνισταμένη δύναμη είναι δυνατόν να αναλυθεί σε οποιοδήποτε σύστημα συντεταγμένων. Αν ως τοπικό σύστημα επιλεγεί σύστημα στο οποίο ο άξονας  $x$  να ταυτίζεται με τη χορδή της αεροτομής με κατεύθυνση από την ακμή προσβολής προς την ακμή φυγής και ως άξονας  $y$  η κάθετος στον  $x$  με αριστερόστροφο σύστημα συντεταγμένων τότε τα συνολικά αεροδυναμικά φορτία είναι δυνατόν να υπολογιστούν ως ακολούθως.

$$F_{Tx} = F_T p_x \quad (4.64)$$

$$F_{Ty} = F_T p_y \quad (4.65)$$

$$F_{Px} = F_P p_y \quad (4.66)$$

$$F_{Py} = -F_P p_x \quad (4.67)$$

όπου,

$p_x$  : η  $x$ -συντεταγμένη του μοναδιαίου εφαπτομενικού διανύσματος της επιφάνειας

$p_y$  : η  $y$ -συντεταγμένη του μοναδιαίου εφαπτομενικού διανύσματος της επιφάνειας

$$F_x = \int_{le}^{te} (F_{Tx} + F_{Px}) ds_u + \int_{te}^{le} (F_{Tx} + F_{Px}) ds_l \quad (4.68)$$

$$F_y = \int_{le}^{te} (F_{Ty} + F_{Py}) ds_u + \int_{te}^{le} (F_{Ty} + F_{Py}) ds_l \quad (4.69)$$

Τέλος ο υπολογισμός της ροπής ως προς σημείο  $(x_0, y_0)$  δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (4.70\alpha)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_0 \quad (4.70\beta)$$



Όπου,  $\vec{F}$  το διάνυσμα της δύναμης η οποία προκαλεί τη ροπή και  $\vec{r}_1$  το διάνυσμα θέσης της δύναμης και  $\vec{r}_0$  το διάνυσμα θέσης του σημείου  $(x_0, y_0)$ .

Στη γενική περίπτωση ισχύει:

$$\vec{M} = (F_z r_y - F_y r_z) \vec{i} - (F_z r_x - F_x r_z) \vec{j} + (F_y r_x - F_x r_y) \vec{k} \quad (4.71)$$

Για διδιάστατη γεωμετρία ενδιαφέρει μόνο η συνιστώσα  $M_z$ , η οποία υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα:

$$M_z = \int_{te}^{le} (F_x (y - y_o) - F_y (x - x_o)) ds + \int_{le}^{te} (F_x (y - y_o) - F_y (x - x_o)) ds \quad (4.72)$$

### 4.3 Εξισώσεις του αεροελαστικού προβλήματος

#### 4.3.1. Εξισώσεις Lagrange

Στις παραγράφους που ακολουθούν θα παρουσιαστούν σύντομα η προέλευση και χρησιμότητα των εξισώσεων Lagrange στη γενική τους μορφή

##### 4.3.1.1 Μέθοδος των μεταβολών

Έστω ένα πρόβλημα το οποίο ανάγεται στην επίλυση ενός συστήματος διαφορικών εξισώσεων  $Au=f$  στο χωρίο  $\Omega$ , με τη λύση να υπόκειται σε οριακές συνθήκες της μορφής  $Bu=g$  στο όριο  $S$  του χωρίου  $\Omega$  [127]. Όπου  $A$  και  $B$  διαφορετικοί τελεστές που δρουν στην άγνωστη συνάρτηση  $u$  (η οποία μπορεί να είναι βαθμωτό μέγεθος ή διάνυσμα). Τότε η τιμή της  $u$  η οποία ικανοποιεί την εξίσωση ισορροπίας ( $Au=f$ ) είναι αυτή η οποία δίνει στάσιμη τιμή (ελαχιστοποιεί) το συναρτησιακό  $\Pi = \frac{1}{2}(Au, u) - (u, f)$ , όπου με το συμβολισμό  $(a, \beta)$  ορίζεται το εσωτερικό γινόμενο των συναρτήσεων  $a$  και  $\beta$  μέσω του ολοκληρώματος

$$(a, \beta) = \int_{\Omega} a \beta dV \quad (4.73)$$

Στην ελαστικότητα και τις κατασκευές το συναρτησιακό αυτό έχει ένα πολύ συγκεκριμένο νόημα : την ενέργεια του συστήματος με το  $\frac{1}{2}(Au, u)$  να εκφράζει την εσωτερική ενέργεια (ή ενέργεια παραμόρφωσης)  $V$  και το  $-(u, f)$  εκφράζει το δυναμικό των εξωτερικών δυνάμεων  $W$  [122]. Έτσι δημιουργία στάσιμης τιμής σημαίνει  $\Delta \Pi = 0 \Rightarrow \Delta V + \Delta W = 0 \Rightarrow \Delta V = -\Delta W$ .

### 4.3.1.2 Αρχή των δυνατών έργων

Η τελευταία σχέση όμως πρακτικά ταυτίζεται με την αρχή των δυνατών έργων που θα μπορούσε να προκύψει και από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα. Αν σε ένα παραμορφώσιμο σώμα που ισορροπεί, επιβληθεί ένα κινηματικό σύστημα (παραμορφώσεις-μετατοπίσεις) τυχαίο, αλλά που να ικανοποιεί τις κινηματικές εξισώσεις και τις ομογενείς βασικές συννοριακές συνθήκες, τότε το έργο των εσωτερικών δυνάμεων με τις παραμορφώσεις είναι ίσο με το έργο των εξωτερικών δυνάμεων με τις αντίστοιχες δυνατές μετατοπίσεις.

Όμως η αρχή των δυνατών έργων εφαρμόζεται μόνο στην ελαστικότητα ενώ η μέθοδος των μεταβολών σε όλα τα προβλήματα που μπορούν να εκφραστούν με τον τρόπο που ήδη αναφέρθηκε.

### 4.3.1.3 Συναρτήσεις Lagrange

Η εσωτερική ενέργεια του συστήματος ( $V$ ), αναφέρεται και ως συνάρτηση Lagrange ( $L$ ) και με αυτό το όνομα θα χρησιμοποιείται από εδώ και στο εξής [89]. Η συνάρτηση Lagrange, η οποία ονομάζεται και κινηματικό δυναμικό (kinetic potential)  $L$  αποτελείται από δύο μέρη. Την κινητική ενέργεια  $T$  και μια συνάρτηση  $U$  που εκφράζει το εσωτερικό δυναμικό του συστήματος:  $L=T-U$ . Οπότε το συναρτησιακό που εκφράζει τη συνολική ενέργεια του συστήματος παίρνει τη μορφή  $\Pi=L-W=(T-U)-W$ .

### 4.3.1.4 Αρχή του Hamilton

Υπό αυτές τις συνθήκες η μέθοδος των μεταβολών συναντάται ως αρχή του Hamilton, η οποία λέει ότι : η μεταβολή της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας συν τη μεταβολή του έργου που γίνεται από μη συντηρητικές δυνάμεις κατά τη διάρκεια ενός οποιουδήποτε χρονικού διαστήματος θα πρέπει να είναι ίση με μηδέν.

$$\delta \int_1^2 (T - V) dt + \int_1^2 \delta W_{nc} dt = 0. \quad (4.74)$$

### 4.3.1.5 Γενικευμένες συντεταγμένες

Γενικευμένη συντεταγμένη είναι αυτή η οποία είναι τυχαία (arbitrary) και ανεξάρτητη από τις άλλες συντεταγμένες [24]. Μια ομάδα γενικευμένων συντεταγμένων είναι ικανή να περιγράψει πλήρως την κίνηση ενός δυναμικού συστήματος.

### 4.3.1.6 Εξισώσεις Lagrange

Αν οι μετατοπίσεις των μερών του συστήματος εκφραστούν μέσω μιας ομάδας γενικευμένων συντεταγμένων  $\vec{r} = \vec{r}(q_1, q_2, q_3, \dots, t)$  τότε οι ποσότητες  $T$  και  $U$  είναι δυνατόν να εκφραστούν ως συναρτήσεις των μετατοπίσεων  $q_i$ , της ταχύτητας των μετατοπίσεων  $\dot{q}_i$  και του χρόνου:

$$T = T(\dot{q}_i, q_i, t) \quad (4.75)$$

$$U = U(\dot{q}_i, q_i, t) \quad (4.76)$$

Χρησιμοποιώντας τις τελευταίες εκφράσεις η αρχή του Hamilton παίρνει τη μορφή:

$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} \left[ \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i + \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} \delta q_i + Q_i \delta q_i \right] dt = 0 \quad (4.77)$$

όπου  $Q_i$  οι γενικευμένες δυνάμεις για τις οποίες ισχύει  $\delta W \equiv \sum_i Q_i \delta q_i$

Ολοκληρώνοντας προκύπτει η σχέση:

$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} \left[ -\frac{d}{dt} \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} + Q_i \right] \delta \dot{q}_i dt = 0 \quad (4.78)$$

Εφόσον τα  $\delta q_i$  είναι τυχαία και ανεξάρτητα μεταξύ τους, θα πρέπει ο κάθε όρος του παραπάνω αθροίσματος να είναι μηδέν. Έτσι η σχέση λαμβάνει τη μορφή:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.79)$$

η οποία είναι γνωστή ως εξισώσεις Lagrange.

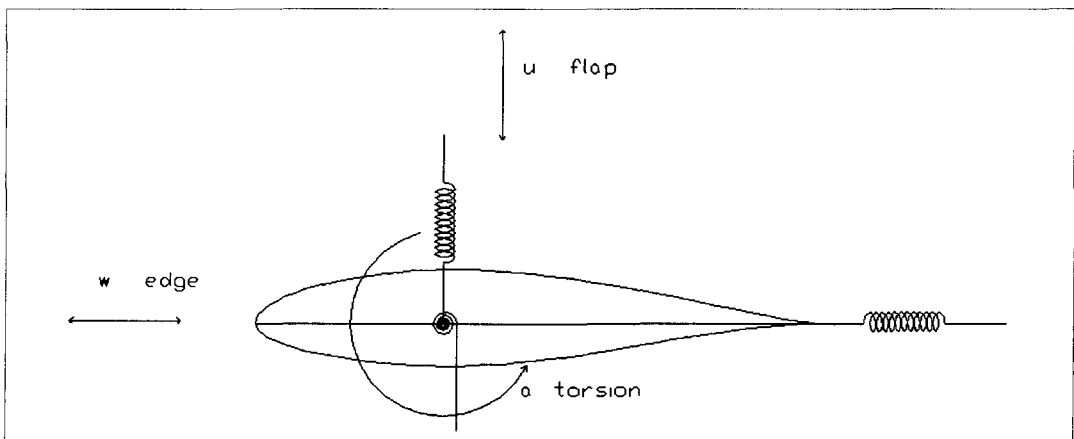
Με τη χρήση των εξισώσεων Lagrange θα αντιμετωπιστεί στη συνέχεια το πρόβλημα της αεροελαστικότητας καθώς δίνει δύο πλεονεκτήματα [33]:

i) Τα διανύσματα θέσης των επιμέρους τμημάτων του συστήματος δε θα ήταν ανεξάρτητα μεταξύ τους αλλά θα συνδέονταν με κάποιους περιορισμούς. Συνεπώς θα έπρεπε και οι περιορισμοί αυτοί να ενταχθούν στον αλγόριθμο επίλυσης του προβλήματος. Αυτό αντιμετωπίζεται με τη χρήση των γενικευμένων συντεταγμένων οι οποίες είναι εξ ορισμού ανεξάρτητες μεταξύ τους. Έτσι μειώνεται ο αριθμός των εξισώσεων που θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν στον ελάχιστο δυνατό.

ii) Η χρήση της αρχής του Hamilton είναι μια ενεργειακή θεώρηση, πολύ πιο εύκολη στην κατάστρωσή της, εν αντιθέσει με τις εξισώσεις κίνησης, οι οποίες (ως εξισώσεις δυναμικής ισορροπίας) μπορεί να είναι πολύ δύσκολο να διατυπωθούν σε ένα πολύπλοκο σύστημα. Επιπλέον αποφεύγεται ο υπολογισμός εσωτερικών δυνάμεων αλληλεπίδρασης μεταξύ των μελών του συστήματος.

### 4.3.2. Αεροελαστικές εξισώσεις

Το πρόβλημα που θα αντιμετωπιστεί είναι η αλληλεπίδραση ανάμεσα στα αεροδυναμικά φορτία, στις ελαστικές αντιδράσεις και τις δυνάμεις αδράνειας που αναπτύσσονται σε μια αεροτομή εκτεθειμένη σε ρεύμα αέρα. Για τον υπολογισμό θα θεωρηθεί διδιάστατη αεροτομή και θα υιοθετηθεί η προσέγγιση της θεωρίας λωρίδας (strip theory approximation)[24]: Υποθέτει ότι η αεροδυναμική άνοση και ορμή σε αεροτομή σε απόσταση  $y$  από τη ρίζα του πτερυγίου εξαρτάται μόνο από τη δρώσα γωνία πρόσπτωσης στη θέση αυτή. Η επίδραση του πεπερασμένου μήκους του πτερυγίου μπορεί να ληφθεί υπόψη διορθώνοντας την τιμή της γωνίας πρόσπτωσης [33]. Πάντως εδώ δε θα γίνει κάτι τέτοιο εφόσον το πρόβλημα αντιμετωπίζεται ως δισδιάστατο. Η ελαστική συμπεριφορά του πτερυγίου θα προσομοιωθεί με τη χρήση τριών ελατηρίων που αντιστοιχούν στους τρεις βαθμούς ελευθερίας της αεροτομής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1



Σχήμα 4.1 Βαθμοί ελευθερίας διδιάστατης αεροτομής

Όπου,

$w$ : edge (διαμήκης) = γραμμική μετατόπιση επί του επιπέδου περιστροφής της πτέρυγας

$u$ : flap (εγκάρσια) = γραμμική μετατόπιση κάθετα στο επίπεδο περιστροφής της πτέρυγας

α: torsion ή pitching (πρόνευση) = συστροφή ή στρεπτική μετατόπιση γύρω από τον ελαστικό άξονα

Για να περιγραφεί η συμπεριφορά του συστήματος θα χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.80)$$

Ως γενικευμένες συντεταγμένες θα χρησιμοποιηθούν οι τρεις βαθμοί ελευθερίας  $u$  (flap),  $w$  (edge) και  $\alpha$  (στρέψη). Θα πρέπει καταρχήν να υπολογιστούν η κινητική ενέργεια  $T$ , η εσωτερική δυναμική ενέργεια  $U$  και οι γενικευμένες εξωτερικές δυνάμεις. Για να υπολογιστούν τα μεγέθη αυτά θα πρέπει να προσδιοριστεί το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας της αεροτομής σε ένα γενικό σύστημα συντεταγμένων.

#### 4.3.2.1 Υπολογισμός διανύσματος θέσης

Το διάνυσμα θέσης ενός οποιουδήποτε σημείου ενός σώματος ως προς ένα γενικό σύστημα συντεταγμένων δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{r} = \vec{r}_G + A_k \vec{r}_l \quad (4.81)$$

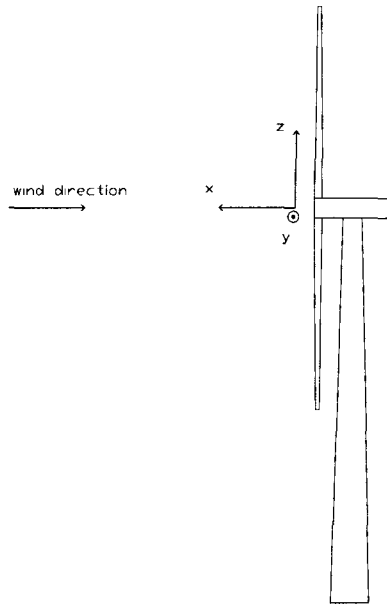
όπου,  $\vec{r}_G$  το διάνυσμα παράλληλης μεταφοράς από το τοπικό στο γενικό σύστημα συντεταγμένων,  $A_k$  το μητρώο περιστροφής από το τοπικό στο γενικό σύστημα συντεταγμένων, και  $\vec{r}_l$  το διάνυσμα των ελαστικών μετακινήσεων κάθε σημείου του σώματος το οποίο δίνεται ως:

$$\vec{r}_l = \vec{\xi}_0 + E \vec{u}_k \quad (4.82)$$

όπου,  $\vec{\xi}_0$  το διάνυσμα θέσης σημείου της δοκού στην απαραμόρφωτη κατάσταση,  $E$  το μητρώο παραμορφώσεων, και  $\vec{u}_k$  το διάνυσμα ελαστικών μετακινήσεων και στροφών.

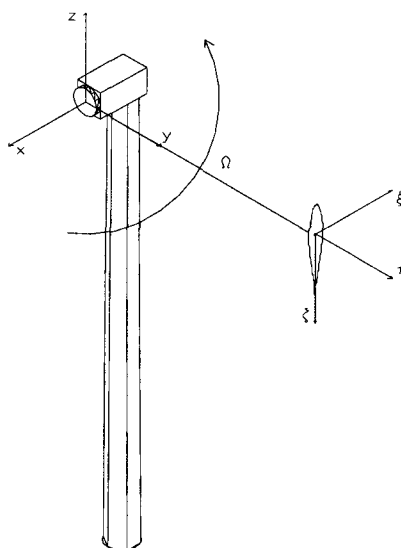
##### 4.3.2.1.1 Γενικό σύστημα αναφοράς

Ως γενικό σύστημα συντεταγμένων  $(x, y, z)$  επιλέγεται σύστημα τοποθετημένο στον οριζόντιο άξονα της ανεμογεννήτριας έτσι ώστε η κατεύθυνση  $x$  να είναι παράλληλη στην κύρια κατεύθυνση του ανέμου και το επίπεδο  $yz$  να είναι το επίπεδο περιστροφής της πτερωτής με τον άξονα  $z$  παράλληλο με τον πύργο της ανεμογεννήτριας.



**Σχήμα 4.2 Γενικό σύστημα συντεταγμένων**

Ως τοπικό σύστημα συντεταγμένων επιλέγεται το σύστημα  $(\xi, \eta, \zeta)$  τοποθετημένο στη ρίζα του περυγίου έτσι ώστε η αρχή του να βρίσκεται πάνω στον ελαστικό άξονα, ο άξονας  $\xi$  (=flap) να είναι παράλληλος στην κύρια διεύθυνση του ανέμου (άρα παράλληλος και με το  $x$ ) αλλά με αντίθετη φορά ως προς τον  $x$ , ο άξονας  $\eta$  συμπίπτει με τον ελαστικό άξονα (παραδοχή) και ο άξονας  $\zeta$  (=edge) παράλληλος στο επίπεδο περιστροφής.



**Σχήμα 4.3 Τοπικό σύστημα συντεταγμένων**

Συνήθως ως γενικό σύστημα αναφοράς λαμβάνεται σύστημα τοποθετημένο στη βάση του πύργου με τον ένα άξονα να συμπίπτει με τον πύργο της

ανεμογεννήτριας. Στην παρούσα διατριβή και εφόσον δε θα μελετηθεί η επίδραση των yaw, conning και tilt γωνιών (όπως έχουν οριστεί στην 2.1.1.3), είναι δυνατόν το γενικό σύστημα να μεταφερθεί πάνω στον άξονα περιστροφής. Θεωρώντας τις γωνίες αυτές μηδενικές, είναι δυνατόν να υποτεθεί ότι η κάθετος στο επίπεδο περιστροφής της ανεμογεννήτριας συμπίπτει με την κύρια διεύθυνση του ανέμου. Διαφορετικά θα ήταν καλύτερα οι άξονες  $x$  και  $\xi$  τόσο του γενικού όσο και του τοπικού συστήματος συντεταγμένων να οριστούν ως κάθετες στο επίπεδο περιστροφής. Σε ότι αφορά τους άξονες  $y$  και  $z$  αλλά και τους άξονες  $\eta$  και  $\zeta$  θα μπορούσαν επίσης να οριστούν ως οι άξονες που ορίζουν το επίπεδο περιστροφής με τη διαφορά ότι ενώ στο γενικό σύστημα είναι σταθεροί με τον άξονα  $z$  να είναι παράλληλος στον πύργο στο τοπικό σύστημα περιστρέφονται με τον άξονα  $\eta$  να ακολουθεί τον ελαστικό άξονα του περυγίου χωρίς κατ' ανάγκη να ταυτίζεται με αυτόν δεδομένου ότι ο τελευταίος μπορεί να μην είναι ευθεία γραμμή.

#### 4.3.2.1.2 Διάνυσμα παράλληλης μεταφοράς

Παραδοχή: Οι διαστάσεις του άξονα περιστροφής της ανεμογεννήτριας θεωρούνται μηδενικές στο επίπεδο έτσι ώστε η ρίζα του περυγίου να ταυτίζεται με το κέντρο του άξονα περιστροφής. Συνεπώς το διάνυσμα παράλληλης μεταφοράς από το γενικό στο τοπικό σύστημα μηδενίζεται:

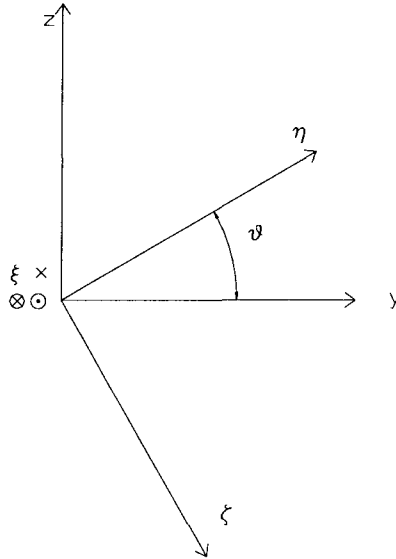
$$\vec{r}_G = (0,0,0) \quad (4.83)$$

#### 4.3.2.1.3 Μητρώο περιστροφής

Η εύρεση του μητρώου περιστροφής από το τοπικό στο γενικό σύστημα συντεταγμένων γίνεται με βάση το Σχήμα 4.4 όπου είναι δυνατό να γραφτεί η σχέση:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ 0 & \sin \vartheta & -\cos \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

$$\text{Συνεπώς το μητρώο περιστροφής είναι } A_k = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ 0 & \sin \vartheta & -\cos \vartheta \end{bmatrix} \quad (4.85)$$



Σχήμα 4.4 Περιστροφή συστήματος αξόνων

#### 4.3.2.1.4 Διάνυσμα θέσης απαραμόρφωτης διατομής

Το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας απαραμόρφωτης διατομής ευρισκόμενης σε απόσταση  $R$  από τη ρίζα του περυγίου (όπου και η αρχή του τοπικού συστήματος συντεταγμένων) δίνεται ως:

$$\vec{r}_l = (\xi_{cm}, R, \zeta_{cm}) \quad (4.86)$$

Κατά συνέπεια το διάνυσμα θέσης οποιουδήποτε σημείου  $I$  της απαραμόρφωτης διατομής, ευρισκόμενης σε απόσταση  $R$  από τη ρίζα του περυγίου δίνεται ως:

$$\vec{r}_l = (\xi_l, R, \zeta_l) \quad (4.87)$$

#### 4.3.2.1.5 Διάνυσμα ελαστικών παραμορφώσεων και στροφών

Περιλαμβάνει τους βαθμούς ελευθερίας (= γενικευμένες συντεταγμένες) συναρτήσει των οποίων πρέπει να εκφραστεί το διάνυσμα θέσης σημείου,  $I$ , της διατομής. Πρόκειται δηλαδή για το διάνυσμα θέσης του σημείου,  $I$ , της παραμορφωμένης διατομής. Με βάση το Σχήμα 4.1 και τη μέθοδο προσομοίωσης της ελαστικής συμπεριφοράς που έχει επιλεγθεί το διάνυσμα αυτό δίνεται ως:

$$\vec{u}_k = \begin{bmatrix} u \\ w \\ a \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

με τα  $u$ ,  $w$  και  $a$  να έχουν το νόημα που τους έχει δοθεί στην παράγραφο 4.3.2



#### 4.3.2.1.6 Μητρώο παραμόρφωσης

Το διάνυσμα που δίνει την ελαστική παραμόρφωση, στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων, δίνεται ως:

$$\delta \vec{r} = E \vec{u}_k \quad (4.89)$$

όπου,  $E$  ένα μητρώο παραμόρφωσης, πιο συγκεκριμένα και για τους βαθμούς ελευθερίας του παρόντος προβλήματος, η κάθε συνιστώσα του διανύσματος παραμόρφωσης δίνεται ως:

$$\delta \xi = u + \Delta \xi \quad (4.90)$$

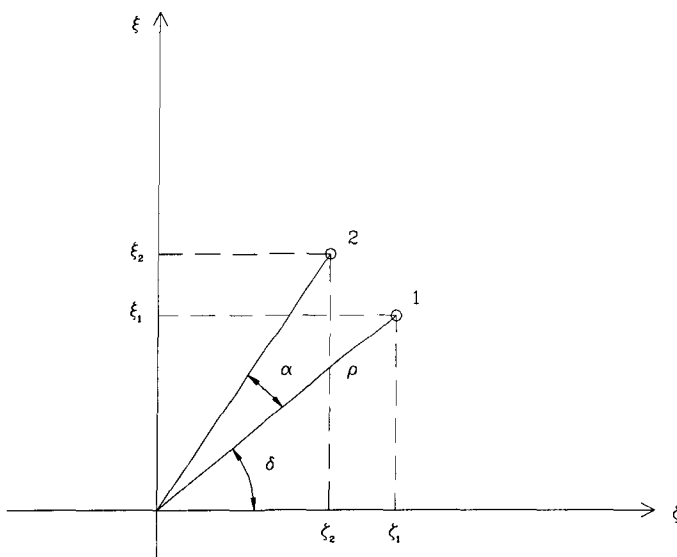
$$\delta \eta = 0 \quad (4.91)$$

Με την παραδοχή ότι δεν υπάρχει παραμόρφωση κατά μήκος του πτερυγίου προκύπτει:

$$\delta \zeta = w + \Delta \zeta \quad (4.92)$$

όπου,  $\Delta \xi$  και  $\Delta \zeta$  οι παραμορφώσεις στους άξονες  $\xi$  και  $\zeta$  λόγω της στρέψης κατά γωνία  $\alpha$ .

Τα  $\Delta \xi$  και  $\Delta \zeta$  υπολογίζονται με βάση το Σχήμα 4.5, όταν το σημείο I της αεροτομής μετακινείται από τη θέση (1) στη θέση (2) για γωνία pitching ( $\alpha$ ) γύρω από τον ελαστικό άξονα.



Σχήμα 4.5 Μητρώο παραμόρφωσης

$$\Delta \xi = \xi_2 - \xi_1 \quad (4.93)$$

$$\Delta \zeta = \zeta_2 - \zeta_1 \quad (4.94)$$

$$\xi_1 = \rho \sin \delta \quad (4.95)$$

$$\xi_2 = \rho \sin(\delta + \alpha) \quad (4.96)$$

$$\zeta_1 = \rho \cos \delta \quad (4.97)$$

$$\zeta_2 = \rho \cos(\delta + \alpha) \quad (4.98)$$

όπου,  $\delta$  η αρχική γωνία θέσης του σημείου I της αεροτομής ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων, και  $\rho$  η απόσταση του σημείου I της αεροτομής από τον ελαστικό άξονα.

$$\Delta \xi = \xi_2 - \xi_1 = \rho \sin(\delta + \alpha) - \rho \sin \delta = \rho \sin \delta \cos \alpha + \rho \cos \delta \sin \alpha - \rho \sin \delta =$$

$$\xi_1 (\cos \alpha - 1) + \zeta_1 \sin \alpha$$

$$\text{για } \alpha \text{ μικρο} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \alpha = 1 \\ \sin \alpha = \alpha \end{array} \right| \Rightarrow \Delta \xi = \zeta_1 \alpha \quad (4.99)$$

$$\Delta \zeta = \zeta_2 - \zeta_1 = \rho \cos(\delta + \alpha) - \rho \cos \delta = \rho \cos \delta \cos \alpha + \rho \sin \delta \sin \alpha - \rho \cos \delta =$$

$$\zeta_1 (\cos \alpha - 1) + \xi_1 \sin \alpha$$

$$\text{για } \alpha \text{ μικρο} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \alpha = 1 \\ \sin \alpha = \alpha \end{array} \right| \Rightarrow \Delta \zeta = -\xi_1 \alpha \quad (4.100)$$

Άρα τελικά,

$$\left. \begin{array}{l} \delta \xi = u + \zeta_1 \alpha \\ \delta \eta = 0 \\ \delta \zeta = w - \xi_1 \alpha \end{array} \right| \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \delta \xi \\ \delta \eta \\ \delta \zeta \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & \zeta_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\xi_1 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} u \\ w \\ \alpha \end{array} \right] \quad (4.101)$$

και συνεπώς το μητρώο παραμόρφωσης E δίνεται ως:

$$E = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & \zeta_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\xi_1 \end{array} \right] \quad (4.102)$$

Τώρα είναι δυνατό να υπολογιστεί το διάνυσμα θέσης σημείου I της παραμορφωμένης αεροτομής ως προς το απόλυτο σύστημα συντεταγμένων εκφρασμένο ως προς τις γενικευμένες συντεταγμένες (βαθμούς ελευθερίας) που επιλέχθηκαν:

$$\vec{r} = \left[ \begin{array}{l} r_x \\ r_y \\ r_z \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{ccc} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & \sin \theta & -\cos \theta \end{array} \right] \left[ \left[ \begin{array}{l} \xi_1 \\ R \\ \zeta_1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & \zeta_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\xi_1 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} u \\ w \\ \alpha \end{array} \right] \right] \Rightarrow$$

$$\vec{r} = \left[ \begin{array}{l} -u - \alpha \zeta_1 - \xi_1 \\ R \cos \theta + w \sin \theta - \alpha \xi_1 \sin \theta + \zeta_1 \sin \theta \\ R \sin \theta - w \cos \theta + \alpha \xi_1 \cos \theta - \zeta_1 \cos \theta \end{array} \right] \quad (4.103)$$

### 4.3.2.2 Υπολογισμός των επιμέρους ενεργειών

#### 4.3.2.2.1 Υπολογισμός κινητικής ενέργειας

Στη γενική της μορφή η κινητική ενέργεια ενός σώματος δίνεται από τη σχέση

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dV \quad (4.104)$$

η οποία για την περίπτωση της διδιάστατης αεροτομής παίρνει τη μορφή [24]:

$$T = \frac{1}{2} \iint_A \rho \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dA \quad (4.105)$$

όπου,  $\vec{r}$  το διάνυσμα θέσης σημείου I της αεροτομής, και  $\rho$  η πυκνότητα του υλικού της αεροτομής.

Το διάνυσμα  $\vec{r}$  εκφρασμένο στο γενικό σύστημα συντεταγμένο δίνεται ως:

$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k} \quad (4.106)$$

όπου  $\vec{i}, \vec{j}$  και  $\vec{k}$  τα αντίστοιχα μοναδιαία διανύσματα. Συνεπώς η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{1}{2} \iint_A \left[ \left( \frac{dr_x}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dr_y}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dr_z}{dt} \right)^2 \right] \rho dA \quad (4.107)$$

Οι λεπτομέρειες του υπολογισμού βρίσκονται στο Παράρτημα 2. Τελικώς η κινητική ενέργεια δίνεται ως:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \iint_A \rho \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dA = \\ & \frac{\dot{u}^2}{2} \iint \rho dA + \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \iint \zeta^2 \rho dA + \dot{u} \dot{\alpha} \iint \zeta \rho dA + \frac{R \dot{\theta}^2}{2} \iint \rho dA + \frac{\dot{w}^2}{2} \iint \rho dA \\ & + \frac{w^2 \dot{\theta}^2}{2} \iint \rho dA + \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \iint \xi^2 \rho dA + \frac{\alpha^2 \dot{\theta}^2}{2} \iint \xi^2 \rho dA + \frac{\dot{\theta}^2}{2} \iint \zeta^2 \rho dA \\ & - R \dot{w} \dot{\theta} \iint \rho dA + R \dot{\theta} \dot{\alpha} \iint \xi \rho dA - \dot{w} \dot{\alpha} \iint \xi \rho dA - w \dot{\theta}^2 \alpha \iint \xi \rho dA \\ & + w \dot{\theta}^2 \iint \zeta \rho dA - \alpha \dot{\theta}^2 \iint \zeta \xi \rho dA \end{aligned} \quad (4.108)$$

Θέτοντας

$$\iint \rho dA = m : \text{μάζα της αεροτομής ανά μονάδα μήκους}$$

$\iint \zeta^2 \rho dA = I_{\xi\xi}$  : αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα  $\xi$

$\iint \zeta \rho dA = S_\xi$  : στατική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα  $\xi$  (static unbalance)

$\iint \xi^2 \rho dA = I_{\zeta\zeta}$  : αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα  $\zeta$

$\iint \xi \rho dA = S_\zeta$  : στατική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα  $\zeta$

$\iint \xi\zeta \rho dA = I_{\xi\zeta}$  : φυγόκεντρη ροπή αδράνειας ως προς τους άξονες  $\xi, \zeta$

η κινητική ενέργεια παίρνει τη μορφή

$$T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 + \frac{1}{2} I_{\xi\xi} \dot{\alpha}^2 + \dot{u} \dot{\alpha} S_\xi + \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{w}^2 + \frac{1}{2} m w^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 I_{\zeta\zeta} + \frac{1}{2} \alpha^2 \dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} - m R \dot{w} \dot{\theta} + R \dot{\theta} \dot{\alpha} S_\zeta - \dot{w} \dot{\alpha} S_\zeta - w \dot{\theta} \dot{\alpha} S_\zeta + w \dot{\theta}^2 S_\xi - \alpha \dot{\theta}^2 I_{\xi\zeta} \quad (4.109)$$

και επειδή,

$I_{\xi\xi} + I_{\zeta\zeta} = I_p$  : πολική ροπή αδράνειας, η κινητική ενέργεια παίρνει την τελική μορφή:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 + \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{w}^2 + \frac{1}{2} m w^2 \dot{\theta}^2 - m R \dot{w} \dot{\theta} + \frac{1}{2} I_p \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} \alpha^2 \dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} - \alpha \dot{\theta}^2 I_{\xi\zeta} + \dot{u} \dot{\alpha} S_\xi + w \dot{\theta}^2 S_\xi + R \dot{\theta} \dot{\alpha} S_\zeta - \dot{w} \dot{\alpha} S_\zeta - w \dot{\theta} \dot{\alpha} S_\zeta \quad (4.110)$$

#### 4.3.2.2.2 Υπολογισμός της εσωτερικής δυναμικής ενέργειας

Για την περίπτωση που η ελαστικότητα προσομοιώνεται με ελατήρια η εσωτερική ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} q_i q_j \quad (4.111)$$

Εφόσον οι  $q_{ij}$  είναι γενικευμένες συντεταγμένες, και άρα ανεξάρτητες μεταξύ τους, ισχύει  $k_{ij} = 0$  για  $i \neq j$ . Συνεπώς η εσωτερική δυναμική ενέργεια δίνεται ως

$$U = \frac{1}{2} k_u u^2 + \frac{1}{2} k_w w^2 + \frac{1}{2} k_\alpha \alpha^2 \quad (4.112)$$

όπου,

$q_1 = u$  : flap

$q_2 = w$  : edge

$q_3 = \alpha$  : pitch

$k_u$  : σταθερά ελαστικότητας του γραμμικού εγκάρσιου ελατηρίου

$k_w$  : σταθερά ελαστικότητας του γραμμικού διαμήκη ελατηρίου

$k_\alpha$  : σταθερά ελαστικότητας του στρεπτικού ελατηρίου

### 4.3.2.3 Κατασκευή βασικών εξισώσεων

Ο υπολογισμός των μερικών παραγώγων δίνεται στο Παράρτημα 2. Έτσι οι εξισώσεις Lagrange δίνουν το ακόλουθο σύστημα

$$\ddot{w}m - R\ddot{\theta}m - \ddot{\alpha}S_\zeta - w\dot{\theta}^2 m - \dot{\theta}^2 S_\xi + \dot{\theta}^2 \alpha S_\zeta + k_w w = F_w \quad (4.113)$$

$$\ddot{u}m + \ddot{\alpha}S_\xi + k_u u = F_u \quad (4.114)$$

$$\ddot{\alpha}I_p + \ddot{u}S_\xi + R\ddot{\theta}S_\zeta - \ddot{w}S_\zeta - \alpha\dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} + \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} + w\dot{\theta}^2 S_\zeta + k_\alpha \alpha = M \quad (4.115)$$

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας θα αντιμετωπιστούν προβλήματα στα οποία η ταχύτητα περιστροφής της πτερωτής της ανεμογεννήτριας θα είναι σταθερή ( $\dot{\theta} = 0$ ). Υπό τις παρούσες συνθήκες το σύστημα των εξισώσεων παίρνει την ακόλουθη τελική του μορφή:

$$\ddot{w}m - \ddot{\alpha}S_\zeta - w\dot{\theta}^2 m - \dot{\theta}^2 S_\xi + \dot{\theta}^2 \alpha S_\zeta + k_w w = F_w \quad (4.116)$$

$$\ddot{u}m + \ddot{\alpha}S_\xi + k_u u = F_u \quad (4.117)$$

$$\ddot{\alpha}I_p + \ddot{u}S_\xi - \ddot{w}S_\zeta - \alpha\dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} + \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} + w\dot{\theta}^2 S_\zeta + k_\alpha \alpha = M \quad (4.118)$$

### 4.3.3 Αδιαστατοποίηση των εξισώσεων

Σύμφωνα με την εργασία [14] στο σύστημα των εξισώσεων που έχει προκύψει από τις εξισώσεις Lagrange προστίθενται και όροι δομικής απόσβεσης οι οποίοι είναι ανάλογοι της ταχύτητας παραμόρφωσης. Έτσι για τη κάθε μια κατεύθυνση ισχύει:

$$\text{Flap} : \ddot{u}m + \ddot{\alpha}S_\xi + \dot{u}D_u + k_u u = F_u \quad (4.119)$$

$$\text{Edge} : \ddot{w}m - \ddot{\alpha}S_\zeta + \dot{w}D_w - w\dot{\theta}^2 m - \dot{\theta}^2 S_\xi + \dot{\theta}^2 \alpha S_\zeta + k_w w = F_w \quad (4.120)$$

$$\text{Pitch} : \ddot{\alpha}I_p + \ddot{u}S_\xi - \ddot{w}S_\zeta + \dot{\alpha}D_\alpha - \alpha\dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} + \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} + w\dot{\theta}^2 S_\zeta + k_\alpha \alpha = M \quad (4.121)$$

Όπου,  $D_u$ ,  $D_w$  και  $D_\alpha$  οι συντελεστές δομικής απόσβεσης στις τρεις κατευθύνσεις

### 4.3.3.1 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση flap

$$\ddot{u}m + \ddot{\alpha}S_{\xi} + \dot{u}D_u + k_u u = F_u \quad (4.121)$$

Οι λεπτομέρειες των αδιαστατοποιήσεων και οι ορισμοί των συμβόλων δίνονται στο Παράρτημα 2.

Ορίζοντας

$$\overline{r_{\xi}} = \frac{S_{\xi}}{m} \quad (4.122)$$

$$2\overline{\xi}_{Du}\omega_u = \frac{D_u}{m} \quad (4.123)$$

$$\omega_u^2 = \frac{k_u}{m} \quad (4.124)$$

$$t = \frac{c}{U_{ref}}\tau \quad (4.125)$$

$$u^* = \frac{u}{c} \quad (4.126)$$

$$\overline{r_{\xi}^*} = \frac{\overline{r_{\xi}}}{c} \quad (4.127)$$

$$\overline{\omega_u} = \frac{\omega_u}{\Omega} \quad (4.128)$$

$$\kappa = \frac{\Omega c}{U_{\infty}} \quad (4.129)$$

$$F_u = \frac{1}{2}\rho_{air}cU_{\infty}^2 C_u \quad (4.130)$$

$$R_f = \frac{\rho_{air}c^2}{m} \quad (4.131)$$

η αδιαστατοποιημένη εξίσωση παίρνει την ακόλουθη τελική μορφή:

$$u^{*''} + \alpha'' \overline{r_{\xi}^*} + 2\overline{\xi}_{Du}\overline{\omega_u}\kappa u^* + \overline{\omega_u}^2 \kappa^2 u^* = \frac{1}{2}R_f C_u \quad (4.132)$$

### 4.3.3.2 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση edge

Με την ίδια μεθοδολογία αδιαστατοποιείται και η εξίσωση κίνησης στην κατεύθυνση edge:

$$\ddot{w}m - \ddot{\alpha}S_{\xi} + \dot{w}D_w - w\dot{\theta}^2 m - \dot{\theta}^2 S_{\xi} + \dot{\theta}^2 \alpha S_{\xi} + k_w w = F_w \quad (4.133)$$

Ορίζοντας

$$\overline{r_\zeta} = \frac{S_\zeta}{m} \quad (4.134)$$

$$2\xi_{Dw} \overline{\omega_w} = \frac{D_w}{m} \quad (4.135)$$

$$\overline{\omega_w^2} = \frac{k_w}{m} \quad (4.136)$$

$$\overline{w^*} = \frac{w}{c} \quad (4.137)$$

$$\overline{r_\zeta^*} = \frac{\overline{r_\zeta}}{c} \quad (4.138)$$

$$\overline{\omega_w} = \frac{\omega_w}{\Omega} \quad (4.139)$$

$$F_w = \frac{1}{2} \rho_{air} c U_\infty^2 C_w \quad (4.140)$$

η αδιαστατοποιημένη εξίσωση παίρνει την ακόλουθη τελική μορφή:

$$\overline{w^{*2}} - \alpha' \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{Dw} \overline{\omega_w} \overline{w^*} - \overline{w^*} \overline{\kappa^2} + \alpha \overline{r_\zeta^*} \overline{\kappa^2} + \overline{\omega_w^2} \overline{w^*} \overline{\kappa^2} = \frac{1}{2} R_f C_w + \overline{r_\zeta^*} \overline{\kappa^2} \quad (4.141)$$

### 4.3.3.3 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση pitch

Με την ίδια μεθοδολογία αδιαστατοποιείται και η εξίσωση κίνησης στην κατεύθυνση pitch:

$$\ddot{\alpha} I_p + \ddot{u} S_\xi - \ddot{w} S_\zeta + \dot{\alpha} D_\alpha - \alpha \dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} + \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} + w \dot{\theta}^2 S_\zeta + k_\alpha \alpha = M \quad (4.142)$$

Ορίζοντας

$$\overline{r^2} = \frac{I_p}{m} \quad (4.143)$$

$$2\xi_{D\alpha} \overline{\omega_\alpha} \overline{r^2} = \frac{D_\alpha}{m} \quad (4.144)$$

$$\overline{r^2} \overline{\omega_\alpha^2} = \frac{k_\alpha}{m} \Rightarrow \overline{\omega_\alpha^2} = \frac{k_\alpha}{I_p} \quad (4.145)$$

$$\overline{r^2}^* = \frac{\overline{r^2}}{c} \quad (4.146)$$

$$\overline{\omega_\alpha} = \frac{\omega_\alpha}{\Omega} \quad (4.147)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho_{ar} c^2 U_\infty^2 C_M \quad (4.148)$$

η αδιαστατοποιημένη εξίσωση παίρνει την ακόλουθη τελική μορφή:

$$\begin{aligned} \alpha'' \overline{r^{*2}} + u^{*''} \overline{r_\xi^*} - w^{*''} \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{Da} \overline{\omega_\alpha \kappa \alpha' r^{*2}} + w \kappa^2 \overline{r_\zeta^*} \\ + \overline{\omega_\alpha^2 \kappa^2 r^{*2}} \alpha = \frac{1}{2} R_f C_M \end{aligned} \quad (4.149)$$

#### 4.3.3.4 Σύστημα αδιαστατοποιημένων εξισώσεων

flap :

$$u^{*''} + \alpha'' \overline{r_\xi^*} + 2\xi_{Du} \overline{\omega_u \kappa u^{*'}} + \overline{\omega_u^2 \kappa^2 u^*} = \frac{1}{2} R_f C_u \quad (4.150)$$

edge :

$$\begin{aligned} w^{*''} - \alpha'' \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{Dw} \overline{\omega_w \kappa w^{*'}} - w^* \kappa^2 + \overline{\alpha r_\zeta^* \kappa^2} + \overline{\omega_w^2 w^* \kappa^2} \\ = \frac{1}{2} R_f C_w + \overline{r_\xi^* \kappa^2} \end{aligned} \quad (4.151)$$

pitch :

$$\begin{aligned} \alpha'' \overline{r^{*2}} + u^{*''} \overline{r_\xi^*} - w^{*''} \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{Da} \overline{\omega_\alpha \kappa \alpha' r^{*2}} + w \kappa^2 \overline{r_\zeta^*} \\ + \overline{\omega_\alpha^2 \kappa^2 r^{*2}} \alpha = \frac{1}{2} R_f C_M \end{aligned} \quad (4.152)$$

### 4.3.4. Υπολογισμός εξωτερικών φορτίων

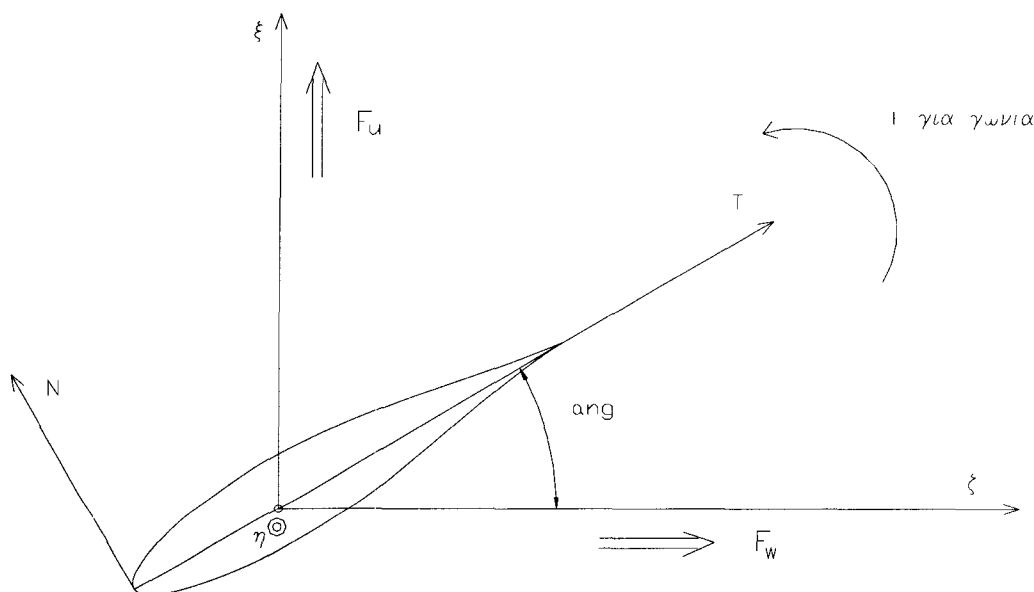
#### 4.3.4.1 Υπολογισμός δυνάμεων

Στην παράγραφο 4.2 έγινε ο υπολογισμός των εξωτερικών φορτίων σε σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων που ορίζεται από τη χορδή της αεροτομής. Εκείνο όμως που ενδιαφέρει είναι ο υπολογισμός των αεροδυναμικών φορτίων στην κατεύθυνση flap (= κάθετη στο επίπεδο περιστροφής της πτερωτής) και στην κατεύθυνση edge (= επί του επιπέδου περιστροφής της πτερωτής). Συνήθως όταν αντιμετωπίζεται μόνο το αεροδυναμικό πρόβλημα, και κυρίως όταν δεν υπάρχει περιστροφή του πτερυγίου αλλά ευθεία πτήση όπως στα αεροπλάνα, υπολογίζονται οι δυνάμεις που ορίζονται ως αεροδυναμική άνωση και οπισθέλκουσα. Στην πραγματικότητα δηλαδή υπολογίζονται τα φορτία σε ένα σύστημα συντεταγμένων που καθορίζεται από την κατεύθυνση του προσπίπτοντος ανέμου. Στην περίπτωση που περιστρέφεται το πτερύγιο η κατεύθυνση αλλά και το μέγεθος του 'δρώντος προσπίπτοντος' άνεμος εξαρτώνται μεταξύ άλλων από την ταχύτητα περιστροφής του



περυγίου καθώς και από την απόσταση από τη ρίζα του περυγίου στην οποία βρίσκεται η αεροτομή που μας ενδιαφέρει.

Είναι επομένως φανερό ότι η κλασική προσέγγιση που εξυπηρετεί στα αεροπλάνα εδώ δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Γι αυτό το λόγο και επιλέγεται το πλέον κατάλληλο για την περίπτωση σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.6. Σε αυτό η συνολική φόρτιση αναλύεται σε ένα σύστημα δυνάμεων και μια ροπή. Η μία συνιστώσα της δύναμης,  $N$ , είναι κάθετη στη χορδή της αεροτομής ενώ η άλλη συνιστώσα,  $T$ , είναι παράλληλη σε αυτή. Στην παράγραφο 4.2 η κατεύθυνση  $T$  είχε δοθεί ως  $x$  και η κατεύθυνση  $N$  ως  $y$ . Το σύστημα επιλέγεται έτσι ώστε η αρχή του να συμπίπτει με την ακμή προσβολής. Σε δεδομένη χρονική στιγμή το σωματόδετο σύστημα έχει περιστραφεί ως προς το σύστημα  $(\xi, \zeta)$  κατά γωνία  $ang$ , η οποία θα υπολογιστεί στη συνέχεια. Συνεπώς με βάση το Σχήμα 4.6 οι δυνάμεις ( $F_u$  στην κατεύθυνση flap και  $F_w$  στην κατεύθυνση edge) μπορούν να υπολογιστούν από τις σχέσεις:



**Σχήμα 4.6 Υπολογισμός εξωτερικών φορτίων**

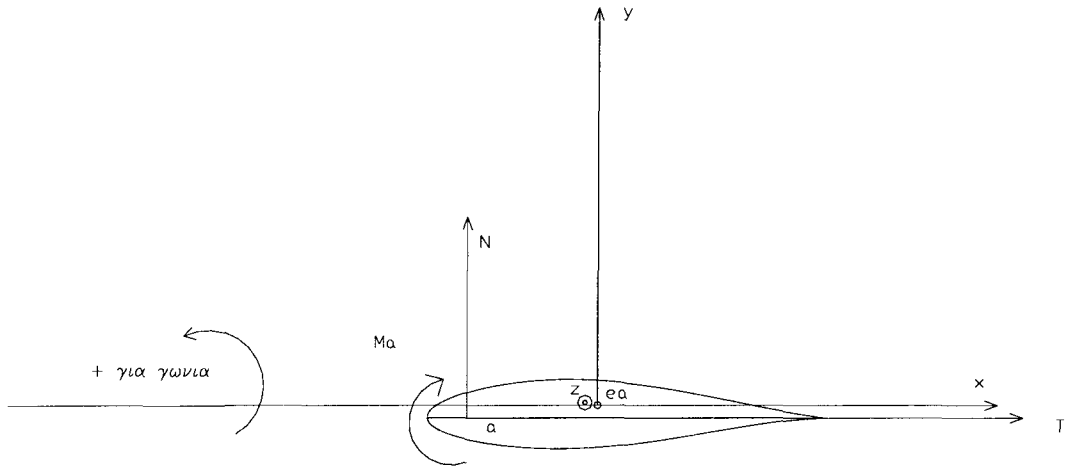
$$F_u = T \sin(ang) + N \cos(ang) \quad (4.153)$$

$$F_w = T \cos(ang) - N \sin(ang) \quad (4.154)$$

#### 4.3.4.2 Υπολογισμός ροπής

Εκείνο που ενδιαφέρει είναι ο υπολογισμός της ροπής ως προς τον ελαστικό άξονα της αεροτομής. Η ροπή αυτή θα οφείλεται τόσο στην αεροδυναμική ροπή όσο και στην συνιστώσα δύναμη και τη θέση αυτής πάνω στην αεροτομή. Εδώ λοιπόν

έχει σημασία να είναι γνωστή η θέση του σωματόδετου συστήματος συντεταγμένων. Έστω ότι η αρχή του σωματόδετου συστήματος συντεταγμένων βρίσκεται στο σημείο  $a$  της αεροτομής έτσι όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.7. Επειδή στην αεροδυναμική συνήθίζεται η αεροδυναμική ροπή να θεωρείται θετική όταν ανασηκώνει την ακμή προσβολής (nose up), η αεροδυναμική ροπή που έχει ήδη υπολογιστεί στην παράγραφο 4.2 έχει αντίθετο πρόσημο όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.7.



**Σχήμα 4.7 Υπολογισμός Αεροδυναμικής Ροπής της αεροτομής**

Στο Σχήμα 4.7  $a$  είναι το σημείο της αεροτομής ως προς το οποίο υπολογίζεται η αεροδυναμική ροπή και  $(ea)$  ο ελαστικός άξονας της αεροτομής. Η ροπή ως προς τον ελαστικό άξονα θα δίνεται ως:

$$M = -M_a \vec{k} + \vec{r} \times \vec{F} = -M_a \vec{k} + \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{bmatrix} = -M_a \vec{k} + \vec{i}(r_y F_z - F_y r_z) \quad (4.155)$$

$$- \vec{j}(r_x F_z - F_x r_z) + \vec{k}(r_x F_y - F_x r_y)$$

όπου ενδιαφέρει η  $k$  συνιστώσα:

$$M = -M_a + r_x F_y - F_x r_y \left| \begin{array}{l} F_y = N \\ F_x = T \end{array} \right. \Rightarrow M = -M_a + r_x N - T r_y \Rightarrow$$

$$M = -M_a + N(x_{ea} - x_a) - T(y_{ea} - y_a) \left| \begin{array}{l} (y_{ea} - y_a) \rightarrow 0 \end{array} \right. \Rightarrow M = -M_a - N(x_{ea} - x_a) \quad (4.156)$$

### 4.3.5 Οριακές συνθήκες

Προκειμένου να επιλυθούν οι εξισώσεις Navier-Stokes θα πρέπει να είναι γνωστές οι αρχικές και οι οριακές συνθήκες και να προσδιοριστεί το πεδίο στο οποίο θα επιλυθούν. Το πεδίο αυτό ορίζεται από την αεροτομή (στερεό όριο) και εκτείνεται αρκετά μακριά από την επιφάνειά της, έτσι ώστε η ροή να είναι αδιατάρακτη.

Πάνω στο στερεό όριο υιοθετούνται οι οριακές συνθήκες μη-ολίσθησης και μη-εισχώρησης. Το εξωτερικό όριο μπορεί να χωριστεί σε δύο μέρη. Το μέρος που ακολουθεί την ακμή φυγής της αεροτομής θεωρείται ως όριο εξόδου ενώ όλο το υπόλοιπο μέρος θεωρείται όριο εισόδου.

Εφόσον το αεροελαστικό πρόβλημα αντιμετωπίζεται ως διδιάστατο είναι δυνατόν (και προτιμητέο) να αποφευχθεί η χρήση κινούμενου πλέγματος και η κίνηση της αεροτομής λόγω της επιβολής των αεροδυναμικών φορτίων ως προς τους βαθμούς ελευθερίας που της δόθηκαν να προσομοιωθεί με μεταβολή των οριακών συνθηκών. Συγκεκριμένα οι μετατοπίσεις flap και edge δεν επηρεάζουν ούτε την ενεργό γωνία πρόσπτωσης ούτε κάποια άλλη παράμετρο. Η στροφή pitch επηρεάζει τη δρώσα γωνία πρόσπτωσης.

Οι ταχύτητες κατά τις διευθύνσεις flap και edge είναι δυνατόν να προσομοιωθούν ως μεταβολές των συνθηκών εισόδου εφόσον συντελούν στη μεταβολή της ενεργού γωνίας πρόσπτωσης. Η στρεπτική ταχύτητα pitch επηρεάζει τις οριακές συνθήκες τοίχου πάνω στο στερεό όριο το οποίο πλέον θεωρείται ότι κινείται. Τέλος, οι επιταχύνσεις ως προς όλους τους βαθμούς ελευθερίας αποτελούν επιπλέον δυνάμεις που ασκούνται από το στερεό προς το ρευστό και συνεπώς θα πρέπει να ληφθούν υπόψη στην κατάστρωση των εξισώσεων Navier Stokes ως εξωτερικές επιφανειακές δυνάμεις (τάσεις).

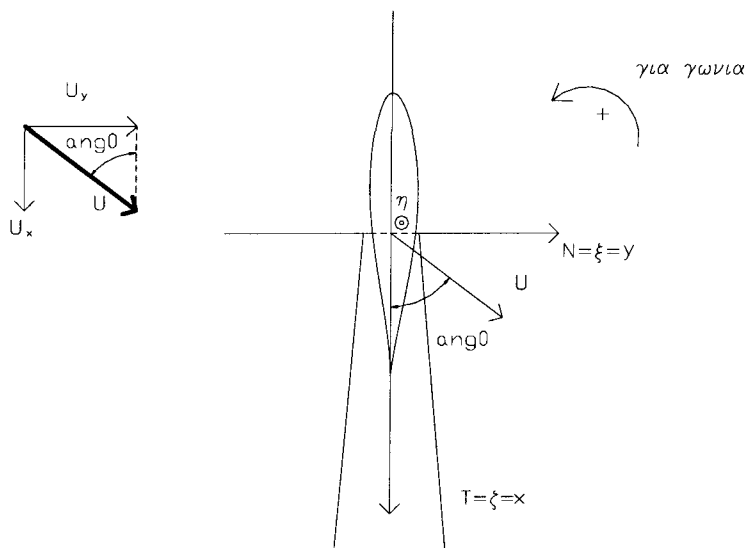
Στην συνέχεια υπολογίζεται η ενεργός γωνίας πρόσπτωσης και παρουσιάζονται οι μεταβολές στις οριακές συνθήκες στην επιφάνεια στερεού.

#### 4.3.5.1 Υπολογισμός συνθηκών εισόδου

##### 4.3.5.1.1 Σύστημα συντεταγμένων

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.8 θα χρησιμοποιηθεί ως σύστημα αναφοράς το τοπικό σύστημα ( $\xi, \eta, \zeta$ ) που ορίστηκε στην παράγραφο 4.3.2. Υπενθυμίζεται ότι ο  $\xi$ -άξονας είναι ο κάθετος στο πεδίο περιστροφής, ο  $\eta$ -άξονας ακολουθεί τον ελαστικό άξονα του πτερυγίου και μαζί με τον  $\zeta$ -άξονα ορίζουν το επίπεδο περιστροφής έτσι ώστε η αεροτομή να κινείται προς την κατεύθυνση  $-\zeta$ . Στην απαραμόρφωτη

κατάσταση και χωρίς αρχική γωνία pitch το σωματόδετο σύστημα αξόνων ταυτίζεται με το τοπικό σύστημα έτσι ώστε  $N \equiv \xi$  και  $T \equiv \zeta$ . Επιπλέον στο Σχήμα 4.8 φαίνεται το σύστημα συντεταγμένων για το οποίο ισχύει  $y \equiv \xi$  και  $x \equiv \zeta$ .



**Σχήμα 4.8 Τοπικό σύστημα συντεταγμένων ως προς προσπίπτοντα άνεμο**

Έστω ότι ο άνεμος κινείται με ταχύτητα  $U$  σε κατεύθυνση που στη γενική περίπτωση σχηματίζει γωνία  $ang0$  με το επίπεδο περιστροφής. Η γωνία  $ang0$  θα πρέπει να αναλυθεί σε μια γωνία  $ang01$  ως προς τον πύργο, η οποία αντιστοιχεί στην γωνία tilt ή coning, και σε μια γωνία  $ang02$  ως προς την κάθετη στον πύργο, η οποία αντιστοιχεί στη συμπληρωματική της γωνίας yaw. Επειδή στην παρούσα διατριβή δε θα εξεταστεί η επίδραση αυτών των γωνιών αλλά θα θεωρηθεί ότι ο άνεμος είναι κάθετος στο επίπεδο περιστροφής, δηλαδή η  $ang0=0$ , δε δίνονται στο Σχήμα 4.8 περισσότερες λεπτομέρειες. Πάντως στο σχήμα το περύγιο είναι σχεδιασμένο σε τέτοια θέση που η γωνία  $ang0$  να ταυτίζεται με τη συμπληρωματική της γωνίας tilt.

Έστω ότι ο άνεμος κινείται με ταχύτητα  $U$  σε κατεύθυνση που στη γενική περίπτωση σχηματίζει γωνία  $ang0$  ως προς τον άξονα  $\zeta$ . Αυτή η ταχύτητα μπορεί φυσικά να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες  $U_\xi (\equiv U_y)$  και  $U_\zeta (\equiv U_x)$  οι οποίες υπολογίζονται ως

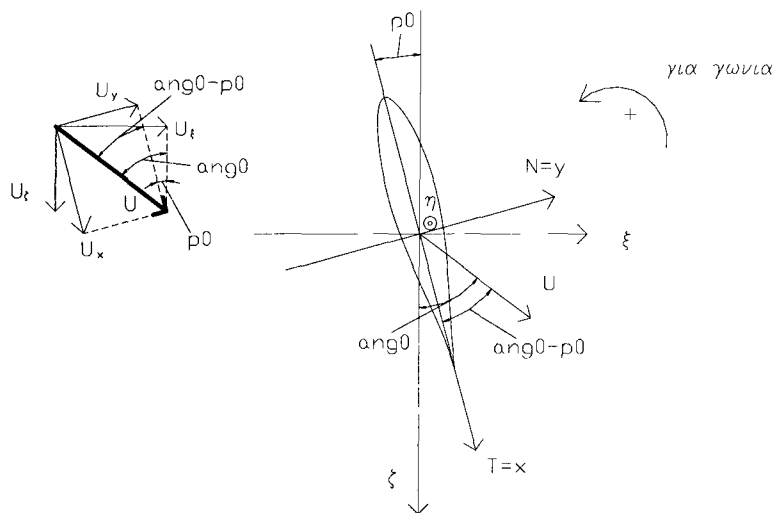
$$\begin{aligned} U_x &= \cos(ang0) \\ U_y &= \sin(ang0) \end{aligned} \tag{4.157}$$

αν θεωρηθεί ότι το μέτρο της ταχύτητας είναι μονάδα λόγω αδιαστατοποίησης των εξισώσεων Navier-Stokes.

Στις επόμενες παραγράφους θα υπολογιστεί η τιμή αυτών των συνιστωσών προκειμένου να προσομοιωθούν οι μεταβολές της γωνίας πρόσπτωσης.

#### 4.3.5.1.2 Γωνία αρχικού pitch

Έστω ότι η υπό μελέτη αεροτομή έχει περιστραφεί κατά γωνία  $p_0$  ως προς τον άξονα  $\zeta$ , έχει δηλαδή μια αρχική γωνία pitch. Αυτό σημαίνει ότι το σωματόδετο σύστημα  $(N, T) = (y, x)$  έχει περιστραφεί κατά γωνία  $-p_0$  ως προς το τοπικό σύστημα  $(\xi, \zeta)$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.9.



Σχήμα 4.9 Γωνία αρχικού pitch

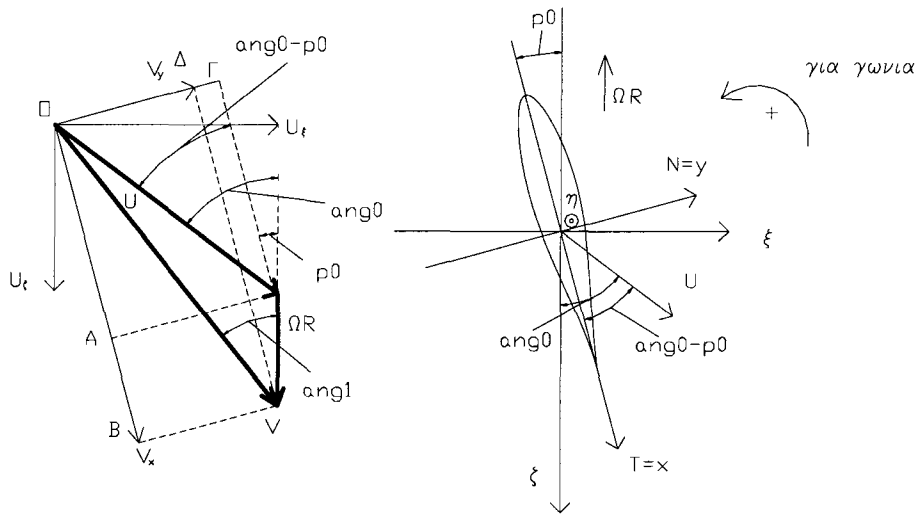
Άρα ο άνεμος προσπίπτει πάνω στην αεροτομή με γωνία  $ang0 - p_0$ . Συνεπώς οι αντίστοιχες συνιστώσες  $U_x$  και  $U_y$  θα δίνονται από τις σχέσεις

$$\begin{aligned} U_x &= \cos(ang0 - p_0) \\ U_y &= \sin(ang0 - p_0) \end{aligned} \quad (4.158)$$

#### 4.3.5.1.3 Περιστροφή του πτερυγίου

Έστω ότι το πτερόγιο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$ . Αν η συγκεκριμένη αεροτομή βρίσκεται σε απόσταση  $R$  από τη ρίζα αυτό σημαίνει ότι θα κινηθεί προς την κατεύθυνση  $-\zeta$  με ταχύτητα  $-\Omega R$ . Η συμπεριφορά αυτή θα ισοδυναμούσε με ακίνητη αεροτομή στην οποία θα προσέπιπτε ρεύμα αέρα με ταχύτητα  $\Omega R$  στην κατεύθυνση  $\zeta$ . Άρα ο προσπίπτων άνεμος θα είχε μια συνισταμένη ταχύτητα  $\vec{V} = \vec{U} + \Omega \vec{R}$  που θα σχημάτιζε με το επίπεδο περιστροφής της αεροτομής γωνία  $ang1$  ενώ η αεροτομή θα έβλεπε πλέον την ταχύτητα  $V$  με γωνία  $ang1 - p_0$ . Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση και με το Σχήμα 4.10 η γωνία  $ang1$  είναι δυνατόν να υπολογιστεί ως:

$$\tan(\text{ang1}) = \frac{U \sin(\text{ang0})}{U \cos(\text{ang0}) + \Omega R} \quad (4.159)$$



**Σχήμα 4.10 Επίδραση περιστροφής του πτερυγίου στη γωνία πρόσπτωσης**

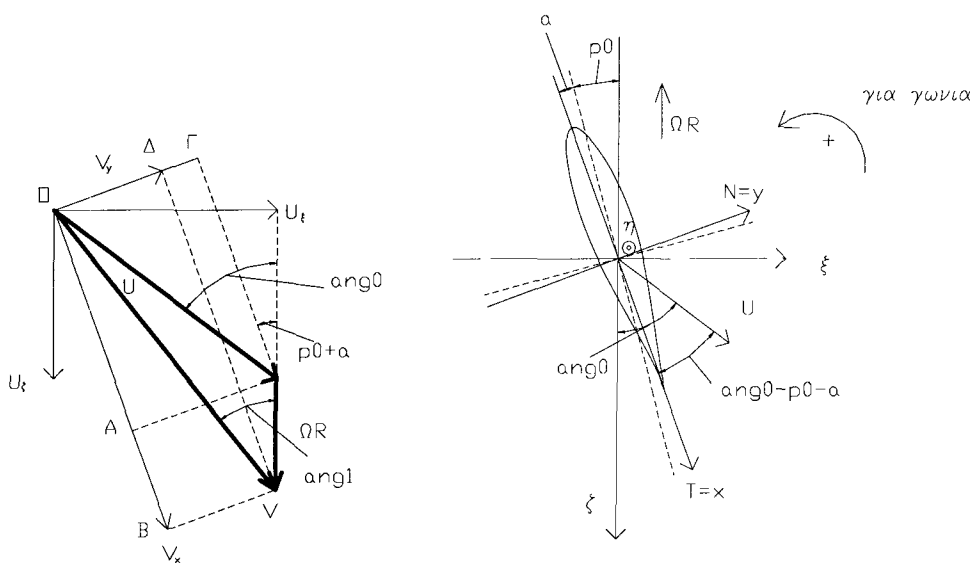
Η συνισταμένη ταχύτητα  $V$  είναι δυνατόν να υπολογιστεί ως συνεισφορά δύο ταχυτήτων της  $U$  και της  $\Omega R$  ως ακολούθως:

$$V_x = OA + AB = U \cos(\text{ang0} - p0) + \Omega R \cos(-p0) \quad (4.160)$$

$$V_y = O\Gamma - \Gamma\Delta = U \sin(\text{ang0} - p0) + \Omega R \cos(-p0) \quad (4.161)$$

#### 4.3.5.1.4 Pitch μετατόπιση του πτερυγίου

Η pitch μετατόπιση του πτερυγίου κατά γωνία  $\alpha$  σημαίνει ταυτόχρονη στρέψη του σωματόδετου συστήματος συντεταγμένων κατά γωνία  $\alpha$  ως προς το τοπικό απόλυτο σύστημα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.11.



**Σχήμα 4.11 Επίδραση της στρεπτικής μετατόπισης του πτερυγίου**

Έτσι οι συνιστώσες της ισοδύναμης ταχύτητας ανέμου που θα πρέπει να 'βλέπει' η αεροτομή γίνονται:

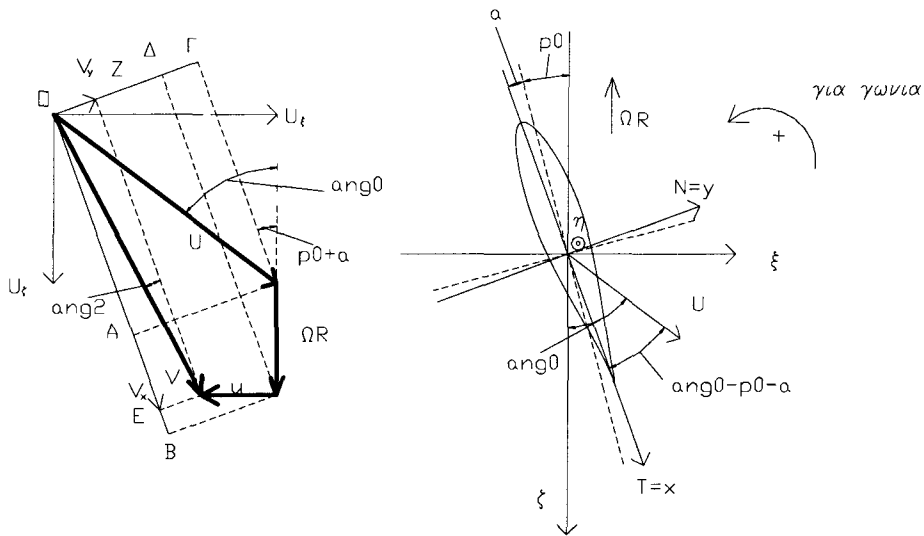
$$V_x = OA + AB = U \cos(\text{ang}0 - p0 - a) + \Omega R \cos(-p0 - a) \quad (4.162)$$

$$V_y = O\Gamma - \Gamma\Delta = U \sin(\text{ang}0 - p0 - a) + \Omega R \sin(-p0 - a) \quad (4.163)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι η γωνία  $p0+a$  είναι η γεωμετρική γωνία που σχηματίζεται ανάμεσα στο σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων (T,N) και στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων ( $\zeta, \xi$ ) και είναι η γωνία που θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ως  $\text{ang}$  στις εξισώσεις της παραγράφου 4.3.5..

#### 4.3.5.1.5 Flap ταχύτητα του πτερυγίου

Η γωνία πρόσπτωσης δεν επηρεάζεται από τη flap μετατόπιση του πτερυγίου, επηρεάζεται όμως από την ταχύτητα του πτερυγίου στην κατεύθυνση flap αφού θα πρέπει η αντίθετη της ταχύτητας αυτής να προστεθεί στην ταχύτητα του ανέμου. Συνέπεια αυτού είναι η συνισταμένη ταχύτητα να βλέπει πλέον την αεροτομή με γωνία  $\text{ang}2$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.12.



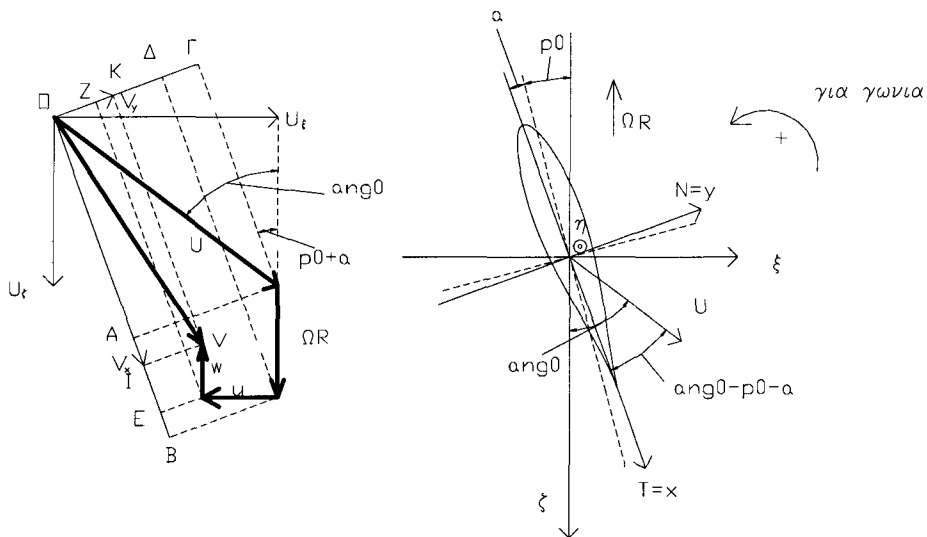
**Σχήμα 4.12 Επίδραση της flap ταχύτητας του πτερυγίου**

$$V_x = OA + AB - BE = U \cos(ang0 - p0 - a) + \Omega R \cos(-p0 - a) + u \sin(-p0 - a) \quad (4.164)$$

$$V_y = O\Gamma - \Gamma\Delta - \Delta Z = U \sin(ang0 - p0 - a) + \Omega R \cos(-p0 - a) - u \cos(-p0 - a) \quad (4.165)$$

#### 4.3.5.1.6 Edge ταχύτητα του πτερυγίου

Τέλος η edge ταχύτητα μετατόπισης του πτερυγίου επιδρά κατ' ανάλογο τρόπο με αυτή της flap ταχύτητας. Δηλαδή προστίθεται στην προσιπτούσα ταχύτητα μια συνιστώσα σε κατεύθυνση αντίθετη αυτής της edge.



**Σχήμα 4.13 Επίδραση της edge ταχύτητας στην ενεργό γωνία πρόσπτωσης**



Κατ' αντιστοιχία οι συνιστώσες της ταχύτητας με την οποία η αεροτομή “βλέπει” τον προσπίπτοντα άνεμο γίνονται:

$$V_x = OA + AB - BE - EI = U \cos(\text{ang}0 - p0 - a) + \Omega R \cos(-p0 - a) + u \sin(-p0 - a) - w \cos(-p0 - a) \quad (4.166)$$

$$V_y = O\Gamma - \Gamma\Delta - \Delta Z + ZK = U \sin(\text{ang}0 - p0 - a) + \Omega R \cos(-p0 - a) - u \cos(-p0 - a) - w \sin(-p0 - a) \quad (4.167)$$

#### 4.3.5.1.7 Υπολογισμός ενεργού γωνίας πρόσπτωσης

Όπως είναι φανερό οι δύο παραπάνω συνιστώσες δίνουν μια ταχύτητα η οποία δεν έχει πλέον μέτρο μονάδα όπως απαιτεί η αδιαστατοποίηση. Συνεπώς δεν μπορούν να εισαχθούν απευθείας στα σημεία με οριακή συνθήκη εισόδου. Οι συνιστώσες της ταχύτητας που θα πρέπει να εισαχθούν υπολογίζονται ως ακολούθως. Η αεροτομή πλέον βλέπει ένα διάνυσμα ταχύτητας ανέμου το οποίο προσπίπτει πάνω σε αυτή με ενεργό γωνία:

$$\text{ang}_{eff} = a \tan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (4.168)$$

Αρα οι συνιστώσες της ταχύτητας στην είσοδο με μέτρο μονάδα δίνονται:

$$U_{eff} = \cos(\text{ang}_{eff}) \quad (4.169)$$

$$V_{eff} = \sin(\text{ang}_{eff}) \quad (4.170)$$

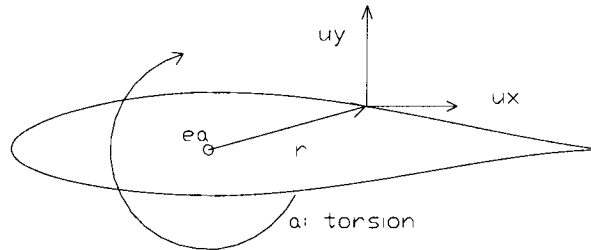
#### 4.3.5.2. Μεταβολή οριακών συνθηκών επιφάνειας στερεού

Η κάθετη και η εφαπτομενική συνιστώσα της ταχύτητας του ρευστού θα έχουν τιμή ίση με αυτή της αεροτομής πάνω στο όριο. Οι μεταφορικές ταχύτητες της αεροτομής έχουν μοντελοποιηθεί ήδη μέσω της επίδρασης που έχουν στην δρώσα ταχύτητα του ανέμου την οποία βλέπει κάθε φορά η αεροτομή. Η ταχύτητα που δεν έχει ληφθεί υπόψη μέχρι στιγμής είναι η στρεπτική ταχύτητα *pitching*. Όταν η αεροτομή περιστρέφεται γύρω από τον ελαστικό της άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\dot{\alpha}$  τότε κάθε σημείο I της επιφάνειας αυτής θα κινείται με γραμμική ταχύτητα  $u_I$  η οποία δίνεται ως:

$$u_I = \dot{\alpha} \times \vec{r} \quad (4.171)$$

όπου,  $\vec{r}$  η απόσταση του σημείου I από τον ελαστικό άξονα.

$$\vec{u}_I = \begin{bmatrix} \dot{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \dot{\alpha} \\ r_x & r_y & 0 \end{bmatrix} = -r_y \dot{\alpha} \vec{i} + r_x \dot{\alpha} \vec{j} \quad (4.172)$$



**Σχήμα 4.14 Οριακές συνθήκες στην επιφάνεια στερεού**

Η ταχύτητα  $u_I$  μπορεί να αναλυθεί σε μια εφαπτομενική  $u_T$  και μια κάθετη  $u_N$  στην επιφάνεια της αεροτομής συνιστώσα. Έτσι το ρευστό προκειμένου να ικανοποιήσει τη συνθήκη μη-εισχώρησης θα πρέπει να έχει μια ταχύτητα  $u_N$  κάθετη στην επιφάνεια της αεροτομής και προκειμένου να ικανοποιήσει τη συνθήκη μη-ολίσθησης θα πρέπει και αυτό να κινείται με μια ταχύτητα  $u_T$  παράλληλα με την επιφάνεια της αεροτομής.

### 4.3.6 Επιτάχυνση στην επιφάνεια της αεροτομής

Όταν η αεροτομή επιταχύνεται, ασκεί μια επιφανειακή δύναμη στο ρευστό που την περιβάλλει. Η γραμμική επιτάχυνση ενός σημείου της αεροτομής αποτελείται από τρεις συνιστώσες: τη γραμμική επιτάχυνση που έχει η αεροτομή ως συμπαγές σώμα, τη γωνιακή επιτάχυνση γύρω από τον ελαστικό άξονα, και τη γωνιακή ταχύτητα γύρω από τον ελαστικό άξονα. Στη γενική περίπτωση ισχύει :

$$\ddot{v}_I = \ddot{v}_{ea} + \ddot{\alpha}_{ea} \times AB + \dot{\alpha}_{ea} \times \left( \dot{\alpha}_{ea} \times AB \right) \quad (4.173)$$

όπου,

$\ddot{v}_I$  : η συνολική γραμμική επιτάχυνση σημείου I αεροτομής που περιστρέφεται γύρω από τον ελαστικό της άξονα  $ea$

$\ddot{v}_{ea}$  : η συνολική γραμμική επιτάχυνση του ελαστικού άξονα της αεροτομής

$\ddot{\alpha}_{ea}$  : η γωνιακή επιτάχυνση της αεροτομής

$\overrightarrow{AB}$  : η απόσταση από τον ελαστικό άξονα μέχρι το σημείο I της επιφάνειας της αεροτομής

$\dot{\alpha}_{ea}$  : η γωνιακή ταχύτητα της αεροτομής

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση η συνολική γραμμική επιτάχυνση ενός σημείου I της αεροτομής είναι

$$\begin{aligned} \ddot{v}_I &= \ddot{u} + \ddot{v} + \dot{\alpha} \times \vec{r} + \dot{\alpha} \times \left( \dot{\alpha} \times \vec{r} \right) \Rightarrow \\ \ddot{v}_I &= \left( \ddot{u} - \dot{\alpha} r_y - \dot{\alpha}^2 r_x \right) \vec{i} + \left( \ddot{w} + \dot{\alpha} r_x - \dot{\alpha}^2 r_y \right) \vec{j} \end{aligned} \quad (4.174)$$

#### **4.4 Σύνοψη των εξισώσεων του αεροελαστικού προβλήματος**

##### **4.4.1 Εξισώσεις επίλυσης αεροδυναμικού τμήματος του προβλήματος**

Για το αεροδυναμικό τμήμα του προβλήματος επιλύονται οι Reynolds Averaged Navier Stokes εξισώσεις εκφρασμένες στη συντηρητική τους μορφή, και συγκεκριμένα:

$$\text{div}(\bar{\vec{u}}) = 0 \quad \text{Reynolds averaged εξίσωση της συνέχειας} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial(\bar{\vec{u}})}{\partial t} + \text{div}(\bar{\vec{u}}\vec{u} + \overline{\vec{u}'\vec{u}'}) = -\frac{1}{\rho} \text{grad}\bar{p} + \frac{1}{\rho} \text{div}\bar{\vec{\tau}} + \bar{b} \quad \text{Reynolds averaged εξίσωση της ορμής} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{\phi})}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{\phi}\vec{u} + \overline{\rho\phi'\vec{u}'}) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\bar{\phi}) + \bar{q}_\phi \quad \text{Reynolds averaged εξίσωση μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους} \quad (4.20)$$

η οποία είναι η γενική μορφή της εξίσωσης μεταφοράς που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και του ρυθμού σκέδασης αυτής.

Σε περίπτωση που χρησιμοποιείται το standard k-ε μοντέλο η εξίσωση (4.20) παίρνει τη μορφή των εξισώσεων (4.29) και (4.31). Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται το k-ε μοντέλο χαμηλού Re χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις (4.33) και (4.34). Σε περίπτωση που χρησιμοποιείται το standard k-ω μοντέλο χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις (4.48) και (4.49) ενώ σε περίπτωση που χρησιμοποιείται το k-ω μοντέλο χαμηλού Re χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις (4.55) και (4.56).

## 4.4.2 Εξισώσεις επίλυσης αεροελαστικού τμήματος του προβλήματος

### 4.4.2.1 Υπολογισμός φορτίων

Ο υπολογισμός των φορτίων στην κατεύθυνση flap γίνεται με την σχέση:

$$F_u = T \sin(ang) + N \cos(ang) \quad (4.153)$$

Ενώ στην κατεύθυνση edge με τη σχέση:

$$F_w = T \cos(ang) - N \sin(ang) \quad (4.154)$$

Τέλος ο υπολογισμός του φορτίου στην στρεπτική κατεύθυνση γίνεται με τη σχέση:

$$M = -M_a - N(x_{ea} - x_a) \quad (4.156)$$

Οι δυνάμεις T και N καθώς και η ροπή  $M_a$  γίνονται με τις σχέσεις (4.68), (4.69) και (4.72) αντίστοιχα.

### 4.4.2.2 Αεροελαστικές εξισώσεις

Οι αδιαστατοποιημένες αεροελαστικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται είναι για την κατεύθυνση flap:

$$u^{*''} + \alpha'' \overline{r_\xi^*} + 2\xi_{Du} \overline{\omega_u} \kappa u^{*'} + \overline{\omega_u}^2 \kappa^2 u^* = \frac{1}{2} R_f C_u \quad (4.132)$$

Για την κατεύθυνση edge:

$$w^{*''} - \alpha'' \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{Dw} \overline{\omega_w} \kappa w^{*'} - w^* \kappa^2 + \alpha r_\zeta^* \kappa^2 + \overline{\omega_w}^2 w^* \kappa^2 = \frac{1}{2} R_f C_w + \overline{r_\xi^*} \kappa^2 \quad (4.141)$$

Και τέλος για την κατεύθυνση pitch:

$$\alpha'' \overline{r^*} + u^{*''} \overline{r_\xi^*} - w^{*''} \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{D\alpha} \overline{\omega_\alpha} \kappa \alpha' \overline{r^*} + w \kappa^2 \overline{r_\zeta^*} + \overline{\omega_\alpha}^2 \kappa^2 \overline{r^*} \alpha = \frac{1}{2} R_f C_M \quad (4.152)$$

### 4.4.3 Εξισώσεις υπολογισμού οριακών συνθηκών

Για τον υπολογισμό των συνθηκών εισόδου και συγκεκριμένα για τον υπολογισμό της ενεργού γωνίας πρόσπτωσης χρησιμοποιείται η σχέση:

$$ang_{eff} = a \tan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (4.168)$$

με τις ταχύτητες  $V_x$  και  $V_y$  να υπολογίζονται από τις σχέσεις (4.169) και (4.170) αντίστοιχα.

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας της επιφάνειας της αεροτομής χρησιμοποιείται η σχέση:

$$\vec{u}_I = \begin{bmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} \\ 0 & 0 & \dot{\alpha} \\ r_x & r_y & 0 \end{bmatrix} = -r_y \dot{\alpha} \vec{i} + r_x \dot{\alpha} \vec{j} \quad (4.172)$$

Ενώ, τέλος, για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης της επιφάνειας της αεροτομής χρησιμοποιείται η σχέση:

$$\vec{v}_I = \left( \ddot{u} - \ddot{\alpha} r_y - \dot{\alpha}^2 r_x \right) \vec{i} + \left( \ddot{w} + \ddot{\alpha} r_x - \dot{\alpha}^2 r_y \right) \vec{j} \quad (4.174)$$



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ**

### **5.1 Εισαγωγή**

Όπως είναι γνωστό δεν υπάρχει αναλυτική λύση των εξισώσεων Navier-Stokes στη γενική τους μορφή παρά μόνο για κάποιες πολύ εξειδικευμένες περιπτώσεις ροής. Έτσι για την επίλυσή τους αναπτύχθηκαν μέθοδοι υπολογιστικής ρευστομηχανικής οι οποίες στην παρούσα διατριβή θα χρησιμοποιηθούν σε έναν κώδικα υπολογιστικής ρευστοδυναμικής.

Αντικείμενο της υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD) είναι η ανάλυση συστημάτων που περιλαμβάνουν ροή ρευστού και μεταφοράς θερμότητας με ή χωρίς χημικές αντιδράσεις με χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών [110]. Για να εξαχθεί μια προσεγγιστική λύση αριθμητικά πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια μέθοδος διακριτοποίησης η οποία προσεγγίζει τις διαφορικές εξισώσεις με ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων. Οι προσεγγίσεις αυτές εφαρμόζονται σε μικρές περιοχές στο χώρο ή στο χρόνο και έτσι η αριθμητική λύση δίνει αποτελέσματα σε διακριτά σημεία στο χώρο και το χρόνο. Η ακρίβεια της αριθμητικής λύσης εξαρτάται από την ποιότητα της διακριτοποίησης που χρησιμοποιείται [30].

Μια πρώτη κατάταξη των κωδίκων υπολογιστικής ρευστοδυναμικής είναι ως προς το τι είδους πεδία και διαφορικές εξισώσεις επιλύουν, δηλαδή ελλειπτικού, παραβολικού και υπερβολικού τύπου. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθούν αριθμητικά μοντέλα που λύνουν διαφορικές εξισώσεις ελλειπτικού τύπου και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ροές με ανακυκλοφορία.

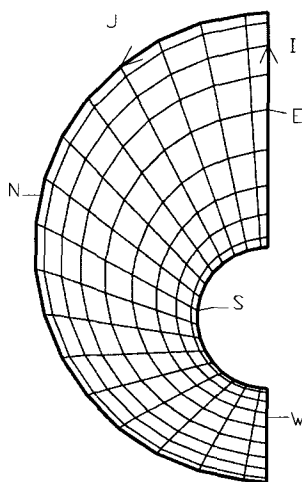
### **5.2 Υπολογιστικό πλέγμα**

Για να δοθεί μια προσεγγιστική αριθμητική λύση σε ένα πρόβλημα ροής θα πρέπει να καθοριστούν οι μικρές περιοχές στο χώρο στις οποίες εφαρμόζονται οι διακριτοποιημένες διαφορικές εξισώσεις, δηλαδή θα πρέπει να καθοριστεί ένα υπολογιστικό πλέγμα. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί διδιάστατο πλέγμα, δομημένο, ομόθετο (collocated) σε καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων, στο οποίο υπάρχει η επιπλέον δυνατότητα να γίνει επιλογή ανάμεσα σε επίπεδη και αξονοσυμμετρική γεωμετρία.

Δομημένα ονομάζονται τα πλέγματα τα οποία αποτελούνται από οικογένειες γραμμών με την ιδιότητα ότι τα μέλη της ίδιας οικογένειας δεν τέμνονται μεταξύ τους

και τέμνουν μέλη μιας άλλης οικογένειας μόνο μια φορά. Αριθμούνται με αλληλουχία και η θέση του κάθε σημείου του πλέγματος ορίζεται μοναδικά. Στα ομόθετα πλέγματα όλες οι μεταβλητές αποθηκεύονται στο ίδιο σημείο, στην προκειμένη περίπτωση στο κέντρο του όγκου ελέγχου. Αυτή η επιλογή δημιουργεί δυσκολίες στη σύζευξη των εξισώσεων από τις οποίες υπολογίζονται οι ταχύτητες με αυτή από την οποία υπολογίζεται η πίεση και προκαλεί ταλαντώσεις στον υπολογισμό της τελευταίας. Όμως είναι πολύ χρήσιμη στα μη-ορθογωνικά πλέγματα. Με καμπυλόγραμμο μη-ορθογωνικό πλέγμα είναι δυνατόν να προσομοιωθεί με ακρίβεια μια επιφάνεια με πολύπλοκη γεωμετρία, όπως της αεροτομής.

Τα όρια του πεδίου ροής δίνονται με τη μορφή τεσσάρων γραμμών, καμπύλων στη γενική τους περίπτωση, που λειτουργούν ανά ζεύγη. Έτσι δίνονται αρχικά το ένα ζεύγος γραμμών με τις (συμβατικές) ονομασίες east και west, η κάθε μια από τις οποίες είναι διαμερισμένη σε τμήματα και οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με καμπύλες και στη συνέχεια το επόμενο ζεύγος γραμμών south και north, η κάθε μια από τις οποίες είναι διαμερισμένη σε τμήματα και οι οποίες επίσης συνδέονται μεταξύ τους με καμπύλες. Τα σημεία τομής των καμπυλών των δύο οικογενειών αποτελούν τα σημεία του πλέγματος. Έτσι μπορούν να αναγνωριστούν δύο κατευθύνσεις  $i$  και  $j$  οι οποίες στη γενική περίπτωση δε ταυτίζονται απαραίτητα με τις γεωμετρικές κατευθύνσεις  $x$  και  $y$ . Στο Σχήμα 5.1 δίνεται ένα τέτοιο πλέγμα όπου φαίνεται η συμβατική έννοια των όρων south (S), north (N), east (E) και west (W).



**Σχήμα 5.1** Τυπικό καμπυλόγραμμο πλέγμα

Όλα τα σημεία του πλέγματος ορίζονται με μοναδικό τρόπο σε ένα μονοδιάστατο διάνυσμα με τον ακόλουθο δείκτη :

$$IJ=(I-1)*NJ +J+IJST \quad (5.1)$$



Όπου,

**IJ** : αύξων αριθμός της γενικής αρίθμησης

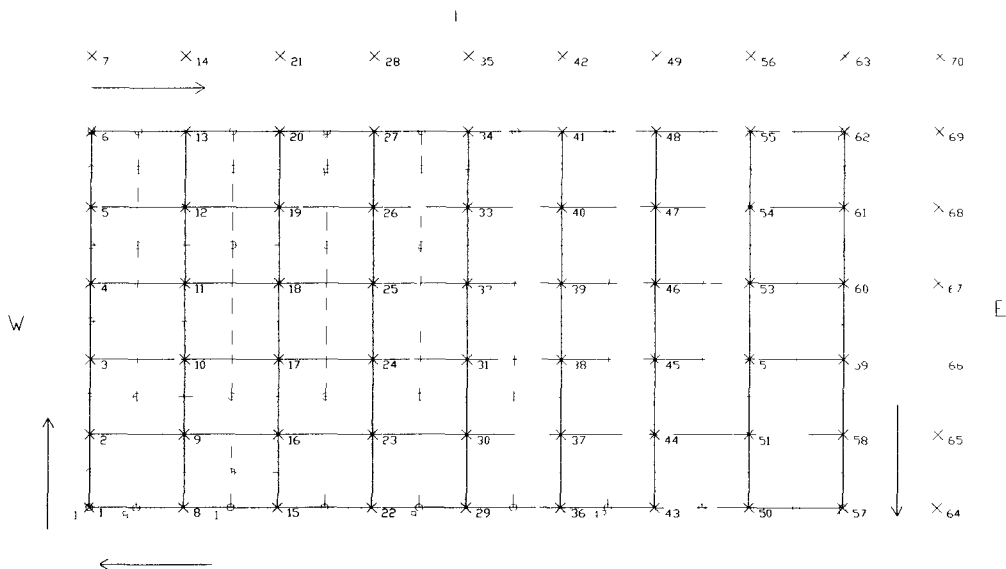
**I** : αύξων αριθμός της αρίθμησης στην κατεύθυνση I

**J** : αύξων αριθμός της αρίθμησης στην κατεύθυνση J

**NJ** : συνολικός αριθμός υπολογιστικών σημείων στην κατεύθυνση J  
( $NJ=NJCV+2$ )

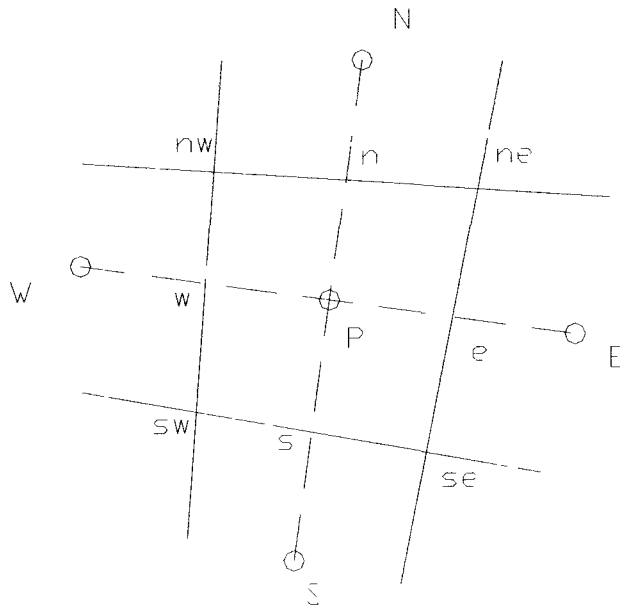
**IJST**: Αύξων αριθμός έναρξης της άθροισης της γενικής αρίθμησης στο συγκεκριμένο επίπεδο.

Η κάθε γραμμή ορίου χωρίζεται σε **NICV** (ή **NJCV**) τμήματα. Έτσι ορίζονται  $NIM=NICV+1$  (ή  $NJM=NJCV+1$ ) γραμμές που συνδέουν μεταξύ τους το κάθε ζευγάρι οριακών γραμμών και  $NI=NICV+2$  (ή  $NJ=NJCV+2$ ) υπολογιστικά σημεία σε κάθε γραμμή, ένα στο κέντρο κάθε τμήματος και από ένα στο κάθε όριο τα οποία αποθηκεύονται με τον τρόπο που ήδη αναφέρθηκε. Αντίστοιχη ονομασία παίρνουν τα σημεία τομής των καμπύλων του πλέγματος με τη λογική ότι το κέντρο ενός υπολογιστικού όγκου έχει την ίδια αρίθμηση με την πε γωνία του, Σχήμα 5.2.



**Σχήμα 5.2 Αρίθμηση ενός πλέγματος**

Να σημειωθεί ότι ισχύει ο συνήθης ορισμός των υπολογιστικών σημείων ως **P** το κέντρο του υπολογιστικού όγκου και **S, N, E, W** των γύρω κόμβων όπου και πάλι ο ορισμός των south, north, east και west είναι συμβατικός.



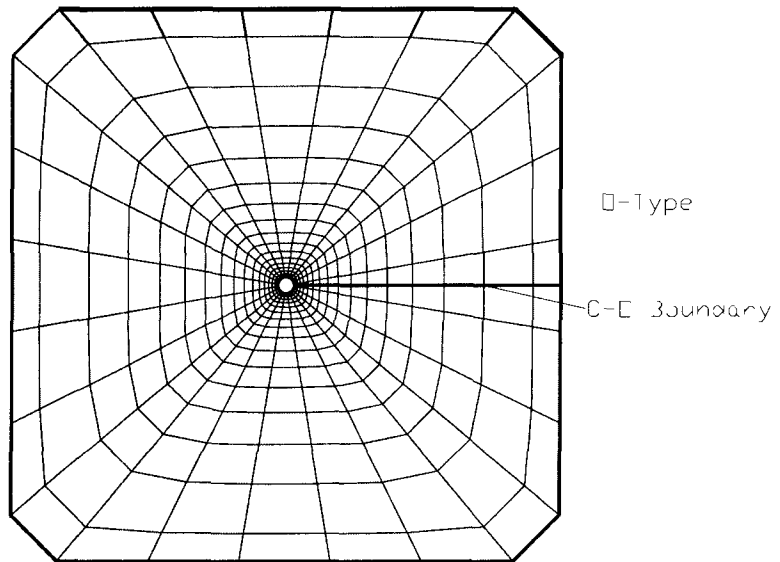
Σχήμα 5.3 Συμβολισμοί ενός υπολογιστικού όγκου

### 5.2.1 Οριακές συνθήκες

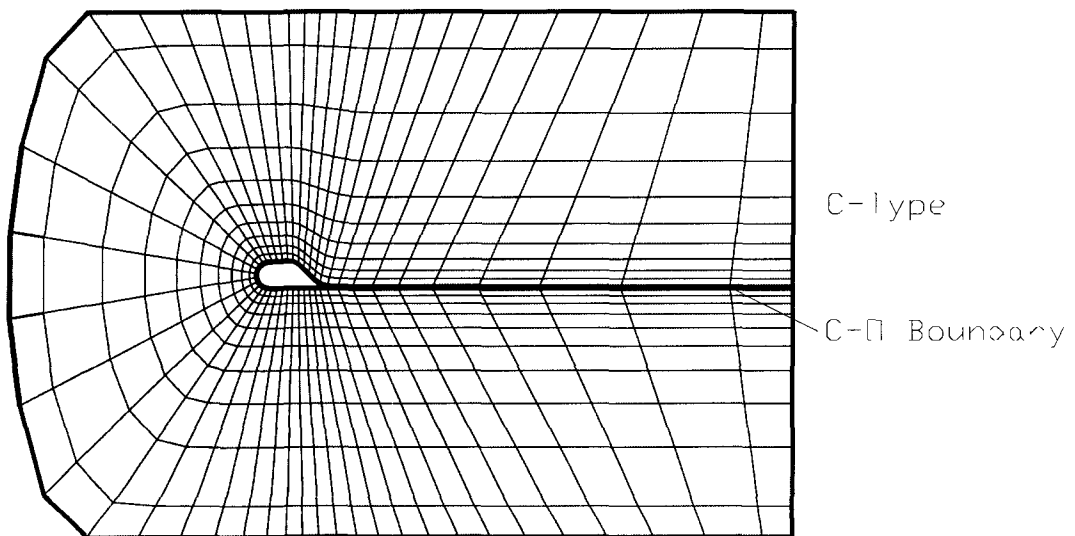
Κάθε τμήμα των οριακών καμπυλών μπορεί να είναι: α) οριακή συνθήκη εισόδου, β) οριακή συνθήκη εξόδου, γ) οριακή συνθήκη συμμετρίας, δ) ισόθερμος τοίχος, ε) αδιαβατικός τοίχος και στ) οριακή συνθήκη C-O-τομής.

Στις οριακές συνθήκες εισόδου δίνονται οι τιμές όλων των μεταβλητών για κάθε υπολογιστικό σημείο (πλευρική εισροή). Ως οριακή συνθήκη εξόδου χρησιμοποιείται μηδενική παράγωγος της πίεσης κάθετα στο όριο. Οριακή συνθήκη ισόθερμου τοίχου σημαίνει ότι δίνεται σταθερά στα υπολογιστικά σημεία του ορίου συγκεκριμένη τιμή θερμοκρασίας. Οριακή συνθήκη αδιαβατικού τοίχου σημαίνει μηδενική παράγωγος της θερμοκρασίας κάθετα στο όριο. Οριακή συνθήκη συμμετρίας σημαίνει μηδενική παράγωγος όλων των μεταβλητών κάθετα στο όριο.

Η οριακή συνθήκη C-O-τομής δεν έχει σχέση με το φυσικό πρόβλημα που επιλύεται. Είναι μια τεχνητή οριακή συνθήκη η οποία δίνει τη δυνατότητα να κατασκευαστούν πλέγματα τύπου C και τύπου O. Δηλώνει ότι υπάρχει συνέχεια στη ροή χωρίς να παρεμβάλλεται τίποτα εκτός από μια φανταστική επιφάνεια που επιτρέπει τον ορισμό υπολογιστικών τμημάτων. Στα Σχήματα 5.4 και 5.5 δίνονται δύο τυπικά πλέγματα τύπου C και O αντίστοιχα.



Σχήμα 5.4 Τυπικό πλέγμα τύπου O



Σχήμα 5.5 Τυπικό πλέγμα τύπου C

### 5.3 Διακριτοποίηση στο χώρο

Πριν παρουσιαστεί η μέθοδος διακριτοποίησης στο χώρο των διαφορικών εξισώσεων που θα επιλυθούν θα γίνει αδιαστατοποίηση έτσι ώστε να παρουσιαστεί η τελική ομάδα αυτών των εξισώσεων.

### 5.3.1 Αδιαστατοποίηση των εξισώσεων Navier-Stokes

Οι αδιαστατοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω για ασυμπίεστη, τυρβώδη ροή μαζί με το k-ε μοντέλο τύρβης. Οι αδιαστατοποιήσεις δίνονται αναλυτικά στο Παράρτημα 1.

**Αδιαστατοποιημένη εξίσωση συνέχειας**

$$\operatorname{div}^*(\vec{u}^*) = 0 \quad (5.2)$$

όπου,  $\vec{u}^*$  η αδιαστατοποιημένη ταχύτητα, και  $\operatorname{div}^*$  η αδιαστατοποιημένη κλίση διανυσματικού μεγέθους.

$$k^* = \frac{1}{2} \left( \overline{u^{**2}} + \overline{v^{**2}} + \overline{w^{**2}} \right) \quad (5.3)$$

*Αδιαστατοποιημένη τυρβώδης κινητική ενέργεια (k)*

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{U_0^3 / L} \quad (5.4)$$

*Αδιαστατοποιημένος ρυθμός σκέδασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας (ε)*

Όπου,  $U_0$  η ταχύτητα αναφοράς, και  $L$  το μήκος αναφοράς.

$$\nu_t^* = C_\mu \frac{k^{*2}}{\varepsilon^*} \quad (5.5)$$

*Αδιαστατοποιημένο τυρβώδες κινηματικό ιζώδες*

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + \nabla^*(u^* \vec{v}^*) = -\frac{1}{\rho^*} \nabla^* P^* + \left( \frac{1}{\operatorname{Re}} + \nu_t^* \right) \nabla^{*2} \vec{v}^* \quad (5.6)$$

*Αδιαστατοποιημένη εξίσωση της ορμής*

Με αστερίσκο συμβολίζονται οι αδιαστατοποιημένες ποσότητες

$$\vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{U_0} \quad (5.7)$$

$$u^* = \frac{u}{U_0} \quad (5.8\alpha)$$

$$u^{**} = \frac{u'}{U_0} \quad (5.8\beta)$$

$$\nabla^* = \nabla L \quad (5.9)$$

$$\nabla^{*2} = \nabla^2 L^2 \quad (5.10)$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (5.11)$$

$$P^* = \frac{P}{\rho_0 U_0^2} \quad (5.12)$$

$$t^* = \frac{t U_0}{L} \quad (5.13)$$

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L} \quad (5.14)$$

Αδιαστατοποιημένη εξίσωση τυρβώδους κινητικής ενέργειας

$$\frac{\partial k^*}{\partial t^*} + \nabla^* (k^* \vec{v}^*) = \left( \frac{1}{\text{Re}} + \nu_t^* \right) \nabla^{*2} k^* + 2\nu_t^* E_{ij}^* E_{ij}^* - \varepsilon^* \quad (5.15)$$

όπου,

$$E_{ij}^* E_{ij}^* = \left( \frac{\partial u^*}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u^*}{\partial y} + \frac{\partial v^*}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v^*}{\partial y} \right)^2 \quad (5.16)$$

Αδιαστατοποιημένη εξίσωση ρυθμού σκέδασης (dissipation) τυρβώδους κινητικής ενέργειας

$$\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t^*} + \nabla^* (\varepsilon^* \vec{v}^*) = \left( \frac{1}{\text{Re}} + \nu_t^* \right) \nabla^{*2} (\varepsilon^*) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^*}{k^*} 2\nu_t^* E_{ij}^* E_{ij}^* - C_{2\varepsilon} \varepsilon^{*2} \quad (5.17)$$

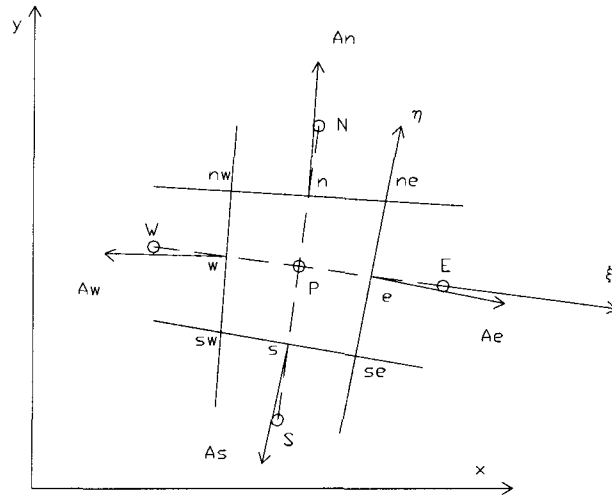
### 5.3.2 Μέθοδος πεπερασμένων όγκων

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων (Finite Volume – FV) έχει επιλεγεί για τη διακριτοποίηση των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν τη ροή καθώς είναι η πλέον διαδεδομένη μέθοδος στον υπολογισμό ροών γύρω από αεροτομές για αεροελαστικούς υπολογισμούς. Στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται καταρχήν η ολοκληρωτική μορφή των συντηρητικών διαφορικών εξισώσεων που διέπουν τη ροή, δηλαδή η μορφή:

$$\int_S \rho \phi \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \int_S \Gamma \text{grad} \phi \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} q_{\phi} d\Omega \quad (5.18)$$

Από την παραπάνω εξίσωση λείπει ο όρος της χρονικής μεταβολής. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων αφορά τη διακριτοποίηση των εξισώσεων στο χώρο. Κάθε φορά που μια λύση είναι έτοιμη χρησιμοποιείται σαν αρχική τιμή της επόμενης χρονικής στιγμής. Δηλαδή στο πεδίο του χρόνου το πρόβλημα είναι παραβολικού τύπου και ορίζεται από τις αρχικές τιμές.

Το πεδίο ροής διαμερίζεται σε πεπερασμένο αριθμό μικρών όγκων ελέγχου, με ένα πλέγμα το οποίο ορίζει τα όρια κάθε όγκου ελέγχου. Στο Σχήμα 5.6 δίνεται ένας όγκος ελέγχου με την ονοματολογία που χρησιμοποιείται.



**Σχήμα 5.6 Όγκος ελέγχου και ονοματοθεσία**

Η λογική που χρησιμοποιείται σε αυτή τη μέθοδο είναι η ακόλουθη : Αν θεωρηθεί ποσότητα  $f$  τότε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της είναι το αλγεβρικό άθροισμα των ποσοτήτων  $f$  που διαπερνούν τα όρια του όγκου ελέγχου:

$$\int_S \vec{f} d\vec{S} = \sum_k \vec{f}_k \cdot \vec{A}_k, \quad k=e,w,s,n \quad (5.19)$$

όπου,  $\vec{f}_k$  η τιμή της μεταβλητής  $f$  (που στη γενική περίπτωση θεωρείται άνυσμα) πάνω στην επιφάνεια  $k$ , και  $\vec{A}_k$  διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια.

Δεδομένου ότι οι εξισώσεις που περιγράφουν τη ροή στην ολοκληρωτική τους μορφή αποτελούνται από επικαμπύλια και χωρικά ολοκληρώματα και εφόσον τα χωρικά ολοκληρώματα είναι δυνατόν να μετατραπούν σε επικαμπύλια με τη βοήθεια του θεωρήματος Gauss είναι δυνατόν να αντικατασταθούν τα ολοκληρώματα με αθροίσματα και κατά αυτόν τον τρόπο να επιτευχθεί ο σκοπός, που ήταν η μετατροπή του συστήματος των μερικών διαφορικών εξισώσεων σε σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων.

Αν εφαρμοστεί αυτή η μέθοδος στην εξίσωση της συνέχειας τότε για  $\vec{f} = \rho \vec{u}$  η εξίσωση της συνέχειας θα γίνει

$$\int_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dS = F_{1e} + F_{2n} - F_{1w} - F_{2s} \quad (5.20)$$

όπου,

$$F_e = \rho_e [U(y_n - y_s) - V(x_n - x_s)]_e \quad (5.21)$$

$$F_n = \rho_e [V(x_e - x_w) - U(y_e - y_w)]_n \quad (5.22)$$

Δεδομένου ότι,

$$\vec{A}_e = (y_n - y_s)_e \vec{i} - (x_n - x_s)_e \vec{j} \quad (5.23)$$

$$\vec{A}_n = (y_w - y_e)_n \vec{i} - (x_w - x_e)_n \vec{j} \quad (5.24)$$

Στην πραγματικότητα σε κάθε όγκο ελέγχου, η ροή της ποσότητας  $f$  χρειάζεται να υπολογιστεί μόνο στις δύο επιφάνειες east και north. Οι ροές των επιφανειών west και south είναι οι υπολογισθείσες ποσότητες των γειτονικών west και south όγκων ελέγχου  $F_{1e}(P) = -F_{1w}(E)$ . Για τους όγκους ελέγχου που βρίσκονται στα όρια οι άγνωστες ροές υπολογίζονται με εφαρμογή των οριακών συνθηκών. Επίσης εδώ θα πρέπει να τονισθεί ότι στην αρχή της κάθε επανάληψης οι ροές της μάζας  $F_{11}$  και  $F_{21}$  σε όλους τους υπολογιστικούς όγκους θεωρούνται γνωστές από την προηγούμενη επανάληψη.

Στη γενική περίπτωση της εξίσωσης μεταφοράς πρέπει να διακριτοποιηθούν ένας όρος συναγωγής, ένας όρο διάχυσης και ένα όρο πηγής.

$$\underbrace{\int_A \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n} dA}_{\text{όρος συναγωγής}} = \underbrace{\int_A \Gamma_\phi \text{grad}(\phi) \cdot \vec{n} dA}_{\text{όρος διάχυσης}} + \underbrace{\int_\Omega S_\phi d\Omega}_{\text{όρος πηγής}} \quad (5.25)$$

Η διακριτοποίηση του όρου συναγωγής για τον οποίο ισχύει  $\vec{f} = \rho \vec{u} \phi$  θα δώσει

$$I_e^c = F_e \phi_e \quad (5.26\alpha)$$

$$I_n^c = F_n \phi_n \quad (5.26\beta)$$

Άρα ο όρος συναγωγής γίνεται

$$\int_A \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n} dA = \rho_e \phi_e F_e + \rho_n \phi_n F_n - \rho_w \phi_w F_w - \rho_s \phi_s F_s \quad (5.27)$$

Όπου  $\phi_e$  και  $\phi_n$  οι τιμές της μεταβλητής  $\phi$  στις επιφάνειες east και north αντίστοιχα.

Η διακριτοποίηση του όρου διάχυσης θα δώσει:

$$I_e^d = -\Gamma_{\phi,e} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} \right)_e \cdot \vec{A}_e \quad (5.28\alpha)$$

$$I_n^d = -\Gamma_{\phi,n} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} \right)_n \cdot \vec{A}_n \quad (5.28\beta)$$

Στην περίπτωση του καμπυλόγραμμου συστήματος είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \quad (5.29\alpha)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \quad (5.29\beta)$$

όπου  $(\xi, \eta)$  το τοπικό σύστημα συντεταγμένων όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.6 και  $J$  η Ιακωβιανή του μετασχηματισμού:

$$J = \frac{1}{l_{P,E} l_{ne,se}} [(x_E - x_P)(y_{ne} - y_{se}) - (x_{ne} - x_{se})(y_E - y_P)] \quad (5.30)$$

Έτσι ο όρος διάχυσης παίρνει τη μορφή:

$$\begin{aligned} \int_A \Gamma_{\varphi} \text{grad}(\varphi) \cdot \vec{n} dA &= \Gamma_{\varphi,e} (\varphi_E - \varphi_P) \frac{\vec{A}_e \vec{A}_e}{\delta V_e} + \Gamma_{\varphi,e} (\varphi_{ne} - \varphi_{se}) \frac{\vec{A}_e \vec{A}_e^n}{\delta V_n} \\ &+ \Gamma_{\varphi,n} (\varphi_N - \varphi_P) \frac{\vec{A}_n \vec{A}_n}{\delta V_n} + \Gamma_{\varphi,n} (\varphi_{nw} - \varphi_{ne}) \frac{\vec{A}_n \vec{A}_n^n}{\delta V_n} \\ &+ \Gamma_{\varphi,w} (\varphi_W - \varphi_P) \frac{\vec{A}_w \vec{A}_w}{\delta V_w} + \Gamma_{\varphi,w} (\varphi_{sw} - \varphi_{nw}) \frac{\vec{A}_w \vec{A}_w^n}{\delta V_w} \\ &+ \Gamma_{\varphi,s} (\varphi_S - \varphi_P) \frac{\vec{A}_s \vec{A}_s}{\delta V_s} + \Gamma_{\varphi,s} (\varphi_{se} - \varphi_{sw}) \frac{\vec{A}_s \vec{A}_s^n}{\delta V_s} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Θέτοντας:

$$D_e = \Gamma_{\varphi,e} \frac{\vec{A}_e \vec{A}_e}{\delta V_e} \quad (5.32\alpha)$$

$$D_w = \Gamma_{\varphi,w} \frac{\vec{A}_w \vec{A}_w}{\delta V_w} \quad (5.32\beta)$$

$$D_n = \Gamma_{\varphi,n} \frac{\vec{A}_n \vec{A}_n}{\delta V_n} \quad (5.32\gamma)$$

$$D_s = \Gamma_{\varphi,s} \frac{\vec{A}_s \vec{A}_s}{\delta V_s} \quad (5.32\delta)$$

και υπολογίζοντας τα υπόλοιπα τμήματα, που αφορούν τη συνεισφορά των γωνιακών γειτονικών υπολογιστικών σημείων από τιμές της προηγούμενης επανάληψης



$$S_{ns,e} = \Gamma_{\varphi,e} \left( \varphi_{ne} - \varphi_{se} \right) \frac{\overrightarrow{A_e A_e^n}}{\delta V_e} \quad (5.33\alpha)$$

$$S_{we,n} = \Gamma_{\varphi,n} \left( \varphi_{nw} - \varphi_{ne} \right) \frac{\overrightarrow{A_n A_n^n}}{\delta V_n} \quad (5.33\beta)$$

$$S_{ns,w} = \Gamma_{\varphi,w} \left( \varphi_{sw} - \varphi_{nw} \right) \frac{\overrightarrow{A_w A_w^n}}{\delta V_w} \quad (5.33\gamma)$$

$$S_{we,s} = \Gamma_{\varphi,s} \left( \varphi_{se} - \varphi_{sw} \right) \frac{\overrightarrow{A_s A_s^n}}{\delta V_s} \quad (5.33\delta)$$

ο όρος διάχυσης παίρνει τη μορφή:

$$\int_A \Gamma_{\varphi} \text{grad}(\varphi) \cdot \vec{n} dA = D_e (\varphi_E - \varphi_P) + D_w (\varphi_W - \varphi_P) + D_n (\varphi_N - \varphi_P) + D_s (\varphi_S - \varphi_P) + S_{ns,e} + S_{we,n} + S_{ns,w} + S_{we,s} \quad (5.34)$$

Με τη χρήση τιμών της προηγούμενης επανάληψης για τις μεταβλητές των γωνιακών γειτονικών όρων, η τελική εξίσωση παίρνει μορφή που αντιστοιχεί σε πενταδιαγώνιο πίνακα και όχι σε επταδιαγώνιο, επιταχύνοντας έτσι τη διαδικασία επίλυσης.

Η διακριτοποίηση του όρου πηγής συνήθως δίνει μια τιμή στο υπολογιστικό σημείο P (κέντρο του όγκου ελέγχου). Συχνά δίνεται ως συνισταμένη δύο ποσοτήτων:

$$S_{\varphi} = S_{\varphi}^* - S_{\varphi}^{**} \varphi_P \quad (5.35)$$

Με αυτόν τον τρόπο κάθε ολοκληρωτική εξίσωση παίρνει τελικά μια αλγεβρική μορφή του τύπου:

$$\rho \varphi_e F_e + \rho \varphi_n F_n - \rho \varphi_w F_w - \rho \varphi_s F_s = D_e (\varphi_E - \varphi_P) + D_w (\varphi_W - \varphi_P) + D_n (\varphi_N - \varphi_P) + D_s (\varphi_S - \varphi_P) + S_{ns,e} + S_{we,n} + S_{ns,w} + S_{we,s} + S_{\varphi} \quad (5.36)$$

η οποία συνοπτικά μπορεί να γραφτεί ως:

$$\alpha_P \phi_P = \sum_{nb} \alpha_{nb} \phi_{nb} + S_{\phi} \quad (5.37)$$

όπου nb δηλώνει τους γειτονικούς κόμβους (neighboring nodes). Για την ευστάθεια της επαναληπτικής μεθόδου είναι αρκετό να ισχύει  $|\alpha_P| \geq \sum_{nb} |\alpha_{nb}|$ , το αν θα συμβεί

αυτό εξαρτάται από την τεχνική παρεμβολής που θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των τιμών των μεταβλητών πάνω στις επιφάνειες των όγκων ελέγχου.

Προκειμένου να εξασφαλιστεί η σύγκλιση ανεξαρτήτως μεθόδου παρεμβολής εφαρμόζεται η λογική της υποχαλάρωσης. Η μεταβολή της εξαρτημένης μεταβλητής από τη μια εξωτερική επανάληψη στην επόμενη πολλαπλασιάζεται με έναν συντελεστή υποχαλάρωσης  $a_\phi$ .

$$\phi_P^n = \phi_P^o + a_\phi \left( \frac{\sum_{nb} \alpha_{nb} \phi_{nb} + S_\phi}{\alpha_P} - \phi_P^o \right) \quad (5.38)$$

και έτσι η τελική διακριτοποιημένη και γραμμικοποιημένη ολοκληρωτική εξίσωση παίρνει τη μορφή:

$$\frac{\alpha_P}{a_\phi} \phi_P = \sum_{nb} \alpha_{nb} \phi_{nb} + S_\phi + \frac{1-a_\phi}{a_\phi} \alpha_P \phi_P^o \quad (5.39)$$

όπου τα  $n$  και  $o$  σημαίνουν παλιές και νέες τιμές.

### 5.3.3 Μέθοδοι παρεμβολής

Όπως έχει αναφερθεί οι τιμές των μεταβλητών αποθηκεύονται μεν στο κέντρο του όγκου ελέγχου χρησιμοποιούνται όμως και στις επιφάνειες των όγκων ελέγχου και έτσι είναι κρίσιμο πώς θα υπολογιστούν. Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν τα σχήματα παρεμβολής που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή: α) παρεμβολή ανάντη (Upwind Differencing Scheme – UDS), β) παρεμβολή κεντρικής διαφοράς (Central Differencing Scheme – CDS), γ) παρεμβολή υβριδική ανάντη (Hybrid Upwind Differencing Scheme), δ) παρεμβολή QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics), και ε) σχήμα παρεμβολής TVD (Total Variation Diminishing).

#### 5.3.3.1 Απλή ανάντη παρεμβολή

Είναι ο πιο απλός τρόπος παρεμβολής, όπου η τιμή στην επιφάνεια ισούται με την τιμή του τελευταίου υπολογιστικού σημείου (κέντρου του όγκου ελέγχου) το οποίο εγκατέλειψε το ρευστό:

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & \alpha\nu \quad F_{le} > 0 \\ \phi_E & \alpha\nu: \quad F_{le} < 0 \end{cases} \quad (5.40)$$

Είναι σχήμα 1<sup>ης</sup> τάξης ακρίβειας και ικανοποιεί τα κριτήρια ευστάθειας άνευ όρων. Όμως αυξάνει τεχνητά τον όρο  $\Gamma_e$  και προκαλεί αριθμητική διάχυση κάθετα στην κατεύθυνση της ροής. Αν αυτή η μέθοδος παρεμβολής εφαρμοστεί σε μονοδιάστατη ροή τότε η εξίσωση μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους θα πάρει τη μορφή

$$\alpha_P \phi_P = \alpha_E \phi_E + \alpha_W \phi_W + SU \quad (5.41)$$

όπου,

$$\alpha_E = D_e - \min(F_e, 0) \quad (5.42\alpha)$$

$$\alpha_W = D_w + \min(F_w, 0) \quad (5.42\beta)$$

$$\alpha_P = \alpha_E + \alpha_W \quad (5.42\gamma)$$

$$SU = S_{ns,e} + S_{we,n} + S_\Phi \quad (5.42\delta)$$

### 5.3.3.2 Μέθοδος κεντρικής διαφοράς

Πρόκειται για την απλή γραμμική παρεμβολή, όπου η τιμή στην επιφάνεια είναι η μέση τιμή ανάμεσα στις τιμές των όγκων ελέγχου που διαχωρίζει η επιφάνεια αυτή.

$$\phi_e = \phi_E \lambda_{x,P} + \phi_P (1 - \lambda_{x,P}) \quad (5.43)$$

όπου ο συντελεστής παρεμβολής υπολογίζεται:

$$\lambda_{x,P} = \frac{\overline{Pe}}{\overline{Pe} + e\overline{E}} \quad (5.44)$$

Είναι 2<sup>ης</sup> τάξης ακριβής, μπορεί όμως να προκαλέσει ταλάντωση στην επαναληπτική διαδικασία και να οδηγήσει σε αφύσικες λύσεις όταν ο τοπικός αριθμός  $|Pe| > 2$ .

Ο αριθμός  $Pe$  από φυσικής απόψεως εκφράζει το λόγο της συναγωγής ως προς τη διάχυση. Μεγάλος αριθμός Peclet σημαίνει ότι η μεταφορά της  $\phi$  με συναγωγή είναι πιο σημαντική από εκείνη λόγω διάχυσης και ότι η ανάντη είναι η πιο πιθανή μεταφερόμενη τιμή της  $\phi$ . Αν αυτή η μέθοδος παρεμβολής εφαρμοστεί σε μονοδιάστατη ροή τότε οι συντελεστές της εξίσωσης μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους θα πάρουν τις τιμές

$$\alpha_E = D_e - f_e F_e \quad (5.45\alpha)$$

$$\alpha_W = D_w + f_w F_w \quad (5.45\beta)$$

$$\alpha_P = \alpha_E + \alpha_W \quad (5.45\gamma)$$

$$SU = S_{ns,e} + S_{we,n} + S_\Phi \quad (5.45\delta)$$

#### 5.3.3.2.1 Μίξη των δύο μεθόδων

Υπάρχει η δυνατότητα να γίνει μίξη των δύο προαναφερθέντων μεθόδων (Deferred correction). Χρησιμοποιείται για να μειώσει τον αριθμό των υπολογισμών που προκύπτουν όταν χρησιμοποιούνται σχήματα υψηλής τάξης [70]. Με βάση τη μέθοδο αυτή ισχύει:

$$\phi_e = \phi_e^L + \beta(\phi_e^H - \phi_e^L) \quad (5.46)$$

όπου, τα L και H σημαίνουν χαμηλή και υψηλή τάξη αντίστοιχα και το  $\beta$  είναι ο συντελεστής ανάμιξης των δύο σχημάτων ( $0 \leq \beta \leq 1$ ).

Στην παρούσα εκδοχή ως σχήμα υψηλής τάξης θεωρείται η κεντρική διαφορά ενώ ως χαμηλής η απλή ανάντη παρεμβολή. Ο συντελεστής  $\beta$  καθορίζεται από τον χρήστη και είναι ενιαίος για όλο το πεδίο ροής. Το ποιο σχήμα θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος. Γενικά προτιμάται η ανάντη παρεμβολή από την κεντρική διαφορά αν η συναγωγή είναι πιο ισχυρή από τη διάχυση.

### 5.3.3.3 Υβριδική ανάντη

Η τιμή της μεταβλητής πάνω στην επιφάνεια του εμβαδού ελέγχου εξαρτάται από τον αριθμό Peclet ο οποίος μας δίνει ένα μέτρο για το πόσο πιο σημαντική είναι η επίδραση της συναγωγής από τη διάχυση:

$$P_e = \frac{\text{convection}}{\text{diffusion}} = \frac{F_i}{D_i} \quad (5.46)$$

Αν ο αριθμός Pe έχει μεγάλη τιμή τότε κυριαρχεί η συναγωγή και είναι ακριβέστερο να υπολογιστεί η τιμή της μεταβλητής στην επιφάνεια με ανάντη παρεμβολή, ενώ για Pe μικρό η διάχυση είναι πιο σημαντική και η τιμή είναι καλύτερα να προσεγγιστεί με κεντρική διαφορά. Για ομοιόμορφα πλέγματα, η ροή εξαρτάται από τη συναγωγή για  $Pe \geq 2$ . Για μη-ομοιόμορφα πλέγματα είναι η τιμή που προκύπτει από το γεωμετρικό συντελεστή  $1/(1-f_i)$ .

Όπου, αν  $i=e$  δίνεται:

$$f_e = \frac{PE}{Pe} \quad (5.47)$$

Έτσι η τιμή πάνω στην επιφάνεια east δίνεται:

$$\varphi_e = \begin{cases} \varphi_P, & \frac{F_e}{D_e} > \frac{1}{1-f_e} \\ f_e \varphi_E + (1-f_e) \varphi_P, & -\frac{1}{1-f_e} < \frac{F_e}{D_e} < \frac{1}{1-f_e} \\ \varphi_E, & \frac{F_e}{D_e} < -\frac{1}{1-f_e} \end{cases} \quad (5.48)$$

Η υβριδική ανάντη παρεμβολή είναι 1<sup>ης</sup> τάξης ακρίβειας και σε μονοδιάστατη ροή τότε οι συντελεστές της εξίσωσης μεταφοράς είναι:

$$\alpha_E = \max(-F_e, (D_e - f_e F_e), 0) \quad (5.49\alpha)$$

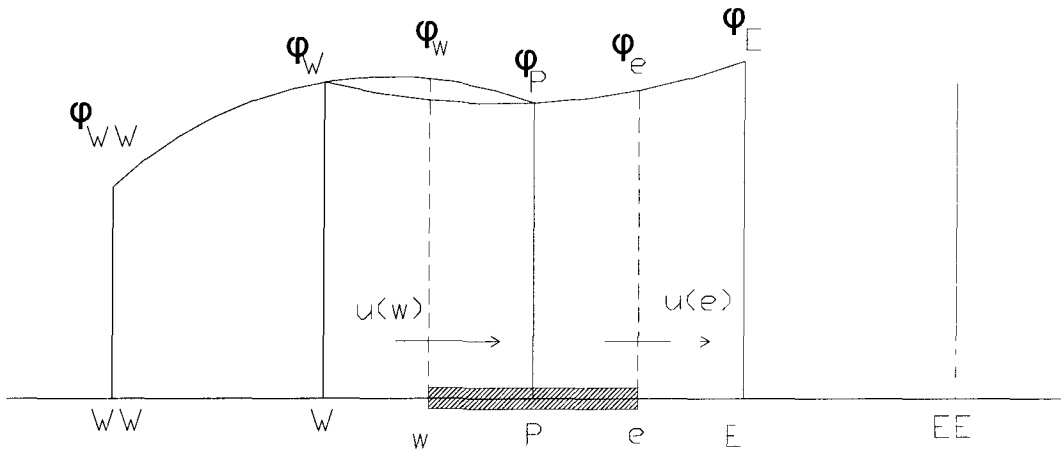
$$\alpha_w = \max(F_w, (D_w + f_w F_w), 0) \quad (5.49\beta)$$

$$\alpha_p = \alpha_E + \alpha_w \quad (5.49\gamma)$$

$$SU = S_{ns,e} + S_{we,n} + S_\phi \quad (5.49\delta)$$

### 5.3.3.4 Παρεμβολή QUICK

Επειδή τα αναφερθέντα σχήματα παρεμβολής είναι χαμηλής ακρίβειας κρίθηκε απαραίτητο για την ολοκλήρωση του υπολογιστικού μοντέλου η εισαγωγή και ενός σχήματος παρεμβολής μεγαλύτερης τάξης ακρίβειας. Έτσι έγινε εισαγωγή του σχήματος QUICK (quadratic upstream interpolation for convective kinetics) το οποίο χρησιμοποιεί μια ανάντη τετραγωνική παρεμβολή τριών σημείων για να υπολογίσει την τιμή της μεταβλητής στην επιφάνεια του όγκου ελέγχου [40, 86]. Στο Σχήμα 5.7 παρουσιάζεται το μονοδιάστατο σχήμα παρεμβολής QUICK.



Σχήμα 5.7 Το σχήμα παρεμβολής QUICK σε μια διάσταση

Γενικά θεωρείται ότι η τιμή της μεταβλητής μεταβάλλεται τετραγωνικά από το ένα κέντρο στο άλλο ακολουθώντας τη γενική μορφή:

$$\varphi(\xi, \eta)_P = C_1 + C_2 \xi + C_3 \xi^2 \quad (5.50)$$

Η τιμή των συντελεστών  $C_1$ ,  $C_2$  και  $C_3$  εξαρτάται από τη γεωμετρία του πλέγματος και από την κατεύθυνση της ροής η οποία θα καθορίσει ανάμεσα σε ποια εμβαδά ελέγχου θα γίνει η παρεμβολή. Το σχήμα QUICK είναι 3<sup>ης</sup> τάξης ακρίβειας, έχει όμως προβλήματα ευστάθειας, όπως όλα τα ανώτερης τάξης σχήματα. Για μονοδιάστατη ροή τότε οι συντελεστές της εξίσωσης μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους θα πάρουν τις τιμές:

$$\alpha_E = D_e - \min(F_e, 0) \quad (5.51\alpha)$$

$$\alpha_w = D_w + \min(F_w, 0) \quad (5.51\beta)$$

$$\alpha_P = \alpha_E + \alpha_W \quad (5.51\gamma)$$

$$SU = S_{ns,e} + S_{we,n} + S_\Phi - S_e^+ m_e^+ - S_e^- m_e^- + S_w^+ m_w^+ + S_w^- m_w^- \quad (5.51\delta)$$

Όπου,

$$m_e^+ = \max(0, F_e) \quad (5.52\alpha)$$

$$m_e^- = \max(0, -F_e) \quad (5.52\beta)$$

$$S_e^+ = A_E(\varphi_P - \varphi_W) + B_E(\varphi_E - \varphi_P) \quad (5.52\gamma)$$

$$S_e^- = C_E(\varphi_E - \varphi_{EE}) + D_E(\varphi_P - \varphi_E) \quad (5.52\delta)$$

$$S_w^+ = A_W(\varphi_W - \varphi_{WW}) + B_W(\varphi_P - \varphi_W) \quad (5.52\epsilon)$$

$$S_w^- = C_W(\varphi_P - \varphi_E) + D_W(\varphi_W - \varphi_P) \quad (5.52\sigma\tau)$$

### 5.3.3.5 Μέθοδοι παρεμβολής TVD

Τα σχήματα 1<sup>ης</sup> τάξης ακρίβειας που χρησιμοποιούνται για τη συναγωγή εισάγουν αριθμητικό ξώδες (τεχνητή διάχυση) και είναι σχήματα χαμηλής ακρίβειας. Τα υβριδικά σχήματα επιστρέφουν σε 1<sup>ης</sup> τάξης σχήματα για περιστάσεις υψηλής συναγωγής που οδηγεί σε μεγάλη τεχνητή διάχυση. Δε θα πρέπει να χρησιμοποιούνται σε διαδικασίες υψηλής συναγωγής όπου η ροή μπορεί να σχηματίζει μεγάλες γωνίες με το πλέγμα και πρέπει να αποφεύγονται σε περιοχές με ανακυκλοφορίες. Τα σχήματα κεντρικής διαφοράς ενώ λειτουργούν πολύ καλά σε περιοχές όπου δεσπάζει υψηλή διάχυση αποτυγχάνουν πλήρως ή δημιουργούν μη-φυσικές ταλαντώσεις όπου δεσπάζει η συναγωγή.

Έτσι σκοπός είναι να κατασκευαστεί ένα σχήμα το οποίο θα είναι πιο ακριβές από ένα 1<sup>ης</sup> τάξης μονότονο σχήμα αλλά θα παρουσιάζει λιγότερο ταλαντωτική συμπεριφορά από ένα σχήμα 2<sup>ης</sup> τάξης. Γραμμικά μονότονα σχήματα έχουν μη-ταλαντωτική συμπεριφορά αλλά δεν μπορούν να είναι 2<sup>ης</sup> τάξης ακριβή. Η φιλοσοφία είναι να χρησιμοποιηθούν σχήματα κεντρικής διαφοράς 2<sup>ης</sup> τάξης προσθέτοντας όμως, επιλεκτικά, κάποιο είδος τεχνητού ξώδους σε περιοχές όπου εμφανίζεται πρόβλημα.

Για να εξασφαλίσει ένα αριθμητικό σχήμα μη-ταλαντωτική συμπεριφορά πρέπει να έχει τις ακόλουθες ιδιότητες [20]:

i) Μονοτονία, δηλαδή  $\tilde{u}_i^n \geq \tilde{v}_i^n \quad \forall i$  συνεπάγεται ότι  $\tilde{u}_i^{n+1} \geq \tilde{v}_i^{n+1}$ , όπου  $\tilde{u}_i$ , state vector.

Εξασφαλισμένη σε TVD σχήμα

ii) Total Variation Diminishing (TVD), δηλαδή θα πρέπει για οποιαδήποτε συνάρτηση  $u^n = (u_j^n)$ ,  $j \in z$  μιας φραγμένης μεταβολής (variation) να ισχύει

$TV(u^{n+1}) \leq TV(u^n)$ , όπου  $TV(u^n) = \sum_j |u_{j+1}^n - u_j^n|$ , δηλαδή η συνολική μεταβολή

μιας φυσικά αποδεκτής λύσης να μην αυξάνει με το χρόνο.

iii) Να δίνει φυσικά αποδεκτές λύσεις, δηλαδή να ικανοποιεί τη συνθήκη εντροπίας (entropy condition) [43].

$$\psi(\alpha) = \begin{cases} |\alpha| & |\alpha| > \varepsilon \\ \frac{\alpha^2 + \varepsilon^2}{2\varepsilon} & |\alpha| < \varepsilon \end{cases} \quad (5.53)$$

Στο σχήμα παρεμβολής TVD η τιμή της μεταβλητής πάνω στην επιφάνεια του υπολογιστικού όγκου υπολογίζεται ως:

$$\varphi_e = (1 - f_e)\varphi_P + f_e\varphi_E + x_e \frac{\phi_{i+\frac{1}{2},e}}{F_e} \quad (5.54)$$

όπου,

$\chi_e$  : συντελεστής (για  $F_e > 0$ ,  $\chi_e = f_e$  και για  $F_e < 0$ ,  $\chi_e = 1 - f_e$ )

$\phi_{i+\frac{1}{2},e}$  : “flux vector limiter» στην επιφάνεια ανάμεσα στους όγκους  $i$  και  $i+1$  ανηγμένος στη μάζα

Για τον υπολογισμό των flux vector limiters (TVD limiters), έχουν προταθεί διάφοροι τρόποι. Στην παρούσα διατριβή έχουν εισαχθεί τρία γενικά TVD σχήματα σε καθένα από τα οποία αντιστοιχούν διαφορετικοί limiters [41, 68, 43] και [80].

#### α) Σχήμα Harten-Yee Upwind TVD

$$\text{Flux vector limiter: } \phi_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\psi(\alpha_{i+\frac{1}{2}})(G_i + G_{i+1}) - \psi(\alpha_{i+\frac{1}{2}} + \beta_{i+\frac{1}{2}})\delta_{i+\frac{1}{2}} \quad (5.55)$$

$\alpha_{i+\frac{1}{2}}$  : ιδιοτιμή της Ιακωβιανής του συστήματος RANS

$$\delta_{i+\frac{1}{2}} = \left( X_{i+\frac{1}{2}}^{-1} \right)_{\text{First row}} (\varphi_{i+1} - \varphi_i) \quad (5.56)$$

όπου,

$\varphi_i$  : το βαθμωτό μέγεθος στο οποίο αναφερόμαστε ( $\varphi_i = u, v, \varphi$ )

$X_{i+\frac{1}{2}}^{-1}$  : το δεξί ιδιοδιάνυσμα της Ιακωβιανής του συστήματος RANS

$\Psi()$  : η διόρθωση που επιβάλλει η συνθήκη εντροπίας

$$\beta_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \psi \left( \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right) \begin{cases} \frac{G_{i+1} - G_i}{\delta_{i+\frac{1}{2}}} & \delta_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ 0 & \delta_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases} \quad (5.57)$$

Πριν γίνει αναφορά στους limiters δίνεται ο ορισμός της συνάρτησης  $\min\text{mod}$  η οποία χρησιμοποιείται ευρέως:

$$\min \text{mod}(a, b, c, \dots, n) = S * \max \left[ 0, \min(|a|, S * b, S * c, \dots, S * n) \right] \quad (5.58)$$

$$\text{όπου, } S = \frac{\text{abs}(a)}{a} \quad (5.59)$$

Οι limiters οι οποίοι προτείνονται για το συγκεκριμένο σχήμα είναι οι ακόλουθοι:

$$(i) G_i = \min \text{mod}(\delta_{i-\frac{1}{2}}, \delta_{i+\frac{1}{2}}) \text{ αν } \delta_{i-\frac{1}{2}} \neq 0 \text{ αλλιώς } G_i=0 \quad (5.60\alpha)$$

και

$$G_{i+1} = \min \text{mod}(\delta_{i+\frac{1}{2}}, \delta_{i+\frac{3}{2}}) \text{ αν } \delta_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \text{ αλλιώς } G_{i+1}=0 \quad (5.60\beta)$$

$$\text{όπου } \delta_{i-\frac{1}{2}} = (\varphi_i - \varphi_{i-1}) \text{ και } \delta_{i+\frac{3}{2}} = (\varphi_{i+2} - \varphi_{i+1}) \quad (5.61\alpha,\beta)$$

$$(ii) G_i = \frac{\delta_{i+\frac{1}{2}} \delta_{i-\frac{1}{2}} + |\delta_{i+\frac{1}{2}} \delta_{i-\frac{1}{2}}|}{\delta_{i+\frac{1}{2}} + \delta_{i-\frac{1}{2}}} \text{ αν } \delta_{i+\frac{1}{2}} + \delta_{i-\frac{1}{2}} \neq 0 \text{ αλλιώς } G_i=0 \text{ και} \quad (5.62\alpha)$$

$$G_{i+1} = \frac{\delta_{i+\frac{3}{2}} \delta_{i+\frac{1}{2}} + |\delta_{i+\frac{3}{2}} \delta_{i+\frac{1}{2}}|}{\delta_{i+\frac{3}{2}} + \delta_{i+\frac{1}{2}}} \text{ αν } \delta_{i+\frac{3}{2}} + \delta_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \text{ αλλιώς } G_{i+1}=0 \quad (5.62\beta)$$

$$(iii) G_i = \frac{\delta_{i-\frac{1}{2}} \left[ (\delta_{i-\frac{1}{2}})^p + \omega \right] + \delta_{i+\frac{1}{2}} \left[ (\delta_{i-\frac{1}{2}})^p + \omega \right]}{(\delta_{i+\frac{1}{2}})^p + (\delta_{i-\frac{1}{2}})^p + 2\omega} \text{ και} \quad (5.63\alpha)$$

$$G_{i+1} = \frac{\delta_{i+\frac{1}{2}} \left[ (\delta_{i+\frac{3}{2}})^p + \omega \right] + \delta_{i+\frac{3}{2}} \left[ (\delta_{i+\frac{1}{2}})^p + \omega \right]}{(\delta_{i+\frac{3}{2}})^p + (\delta_{i+\frac{1}{2}})^p + 2\omega} \quad (5.63\beta)$$

όπου  $10^{-7} \leq \omega \leq 10^{-5}$

$$(iv) G_i = \min \text{mod} \left[ 2\delta_{i-\frac{1}{2}}, 2\delta_{i+\frac{1}{2}}, \frac{1}{2}(\delta_{i+\frac{1}{2}} + \delta_{i-\frac{1}{2}}) \right] \text{ αν } \delta_{i-\frac{1}{2}} \neq 0 \quad (5.64\alpha)$$

αλλιώς  $G_i=0$ , και

$$G_{i+1} = \min \text{mod} \left[ 2\delta_{i+\frac{1}{2}}, 2\delta_{i+\frac{3}{2}}, \frac{1}{2}(\delta_{i+\frac{3}{2}} + \delta_{i+\frac{1}{2}}) \right] \text{ αν } \delta_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \quad (5.64\beta)$$

αλλιώς  $G_{i+1}=0$



$$(v) G_i = \frac{abs(\delta_{i+\frac{1}{2}})}{\delta_{i+\frac{1}{2}}} * \max \left[ \begin{array}{l} 0, \min \left( 2|\delta_{i+\frac{1}{2}}|, \frac{abs(\delta_{i+\frac{1}{2}})}{\delta_{i+\frac{1}{2}}} * \delta_{i-\frac{1}{2}} \right), \\ \min \left( |\delta_{i+\frac{1}{2}}|, 2 \frac{abs(\delta_{i+\frac{1}{2}})}{\delta_{i+\frac{1}{2}}} * \delta_{i-\frac{1}{2}} \right) \end{array} \right] \quad (5.65\alpha)$$

αν  $\delta_{i+\frac{1}{2}} \neq 0$  αλλιώς  $G_i=0$  και

$$G_{i+1} = \frac{abs(\delta_{i+\frac{3}{2}})}{\delta_{i+\frac{3}{2}}} * \max \left[ \begin{array}{l} 0, \min \left( 2|\delta_{i+\frac{3}{2}}|, \frac{abs(\delta_{i+\frac{3}{2}})}{\delta_{i+\frac{3}{2}}} * \delta_{i+\frac{1}{2}} \right), \\ \min \left( |\delta_{i+\frac{3}{2}}|, 2 \frac{abs(\delta_{i+\frac{3}{2}})}{\delta_{i+\frac{3}{2}}} * \delta_{i+\frac{1}{2}} \right) \end{array} \right] \quad (5.65\beta)$$

αν  $\delta_{i+\frac{3}{2}} \neq 0$  αλλιώς  $G_{i+1}=0$

β) Σχήμα Roe-Sweby Upwind TVD

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = |\alpha_{i+\frac{1}{2}}| (1 - G_i) \delta_{i+\frac{1}{2}} \quad (5.66)$$

Οι limiters που προτείνονται είναι οι ακόλουθοι:

$$(i) G_i = \min \text{ mod}[1, r] = \max[0, \min(1, r)] \quad (5.67)$$

όπου στη γενική περίπτωση

$$r = \frac{X_{i+1-\sigma}^{-1} \phi_{i+1-\sigma} - X_{i-\sigma}^{-1} \phi_{i-\sigma}}{\delta_{i+\frac{1}{2}}} \text{ αν } \delta_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \text{ αλλιώς } r=0 \quad (5.68)$$

$$\text{όπου } \sigma = \text{Sgn}(\alpha_{i+\frac{1}{2}}) = \frac{abs(\alpha_{i+\frac{1}{2}})}{\alpha_{i+\frac{1}{2}}} \quad (5.69)$$

$$(ii) (\text{limiter Van Leer}) G_i = \frac{r + |r|}{1 + r} \quad (5.70)$$

(iii) (limiter Chakravarthy and Osher)

$$G_i = \frac{1}{3} \max[0, \min(4, r)] + \frac{2}{3} \max[0, \min(1, 4r)] \quad (5.71)$$

γ) Σχήμα Davis-Yee Symmetric TVD

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = -|\psi(\alpha_{i+\frac{1}{2}})| (\delta_{i+\frac{1}{2}} - G_{i+\frac{1}{2}}) \quad (5.72)$$

οι limiters που προτείνονται είναι οι ακόλουθοι:

$$(i) G_{i+\frac{1}{2}} = \min \text{mod} \left[ 2\delta_{i-\frac{1}{2}}, 2\delta_{i+\frac{1}{2}}, 2\delta_{i+\frac{3}{2}}, \frac{1}{2}(\delta_{i-\frac{1}{2}} + \delta_{i+\frac{3}{2}}) \right] \quad (5.73)$$

αν  $\delta_{i-\frac{1}{2}} \neq 0$  αλλιώς  $G_{i+\frac{1}{2}} = 0$

με  $\delta_{\frac{1}{2}} = 0$  και  $\delta_{i_{\max}+\frac{3}{2}} = 0$

$$(ii) G_{i+\frac{1}{2}} = \min \text{mod} [\delta_{i-\frac{1}{2}}, \delta_{i+\frac{1}{2}}, \delta_{i+\frac{3}{2}}] \text{ αν } \delta_{i-\frac{1}{2}} \neq 0 \text{ αλλιώς } G_{i+\frac{1}{2}} = 0 \quad (5.74)$$

με  $\delta_{\frac{1}{2}} = 0$  και  $\delta_{i_{\max}+\frac{3}{2}} = 0$

$$(iii) G_{i+\frac{1}{2}} = \min \text{mod} [\delta_{i+\frac{1}{2}}, \delta_{i-\frac{1}{2}}] + \min \text{mod} [\delta_{i+\frac{1}{2}}, \delta_{i+\frac{3}{2}}] - \delta_{i+\frac{1}{2}} \quad (5.75)$$

αν  $\delta_{i+\frac{1}{2}} \neq 0$  αλλιώς  $G_{i+\frac{1}{2}} = 0$

με  $\delta_{\frac{1}{2}} = 0$  και  $\delta_{i_{\max}+\frac{3}{2}} = 0$

Σε μονοδιάστατη ροή η μέθοδος αυτή δίνει συντελεστές της εξίσωσης μεταφοράς βαθμωτού μεγέθους ως εξής:

$$\alpha_E = D_e - f_e F_e \quad (5.76\alpha)$$

$$\alpha_w = D_w + f_w F_w \quad (5.76\beta)$$

$$\alpha_P = \alpha_E + \alpha_w \quad (5.76\gamma)$$

$$SU = S_{ns,e} + S_{ns,w} + S_\phi - \rho x_e \phi_{i+\frac{1}{2},e} + \rho x_w \phi_{i+\frac{1}{2},w} \quad (5.76\delta)$$

Το σχήμα σε αυτή την ρητή μορφή λειτουργεί καλά όταν δεν υπάρχουν έντονες αλλαγές στη γεωμετρία ή μεγάλες κλίσεις πίεσης (πχ. κοιλότητα). Για δύσκολες γεωμετρίες όμως παρουσιάζει προβλήματα και έτσι υιοθετήθηκε η διόρθωση ‘μεταβολής’ (deferred correction) σύμφωνα με την οποία σε ρητή μορφή χρησιμοποιείται ανάντη παρεμβολή και ο όρος της κεντρικής διαφοράς προστίθεται στον όρο πηγής από τον οποίο επίσης αφαιρείται ο όρος της ανάντη. Έτσι οι συντελεστές παίρνουν την εξής μορφή:

$$\alpha_E = D_e - \min(F_e, 0) \quad (5.77\alpha)$$

$$\alpha_w = D_w + \min(F_w, 0) \quad (5.77\beta)$$

$$\alpha_P = \alpha_E + \alpha_w \quad (5.77\gamma)$$

$$SU = S_{ns,e} + S_{ns,w} + S_\phi - \rho x_e \phi_{i+\frac{1}{2},e} + \rho x_w \phi_{i+\frac{1}{2},w} - (\varphi_P^o \max(F_e, 0) + \varphi_E^o \min(F_e, 0) - f_e \varphi_E^o F_e - (1 - f_e) \varphi_P^o F_e) - (\varphi_P^o \max(F_w, 0) + \varphi_w^o \min(F_w, 0) - f_w \varphi_w^o F_w - (1 - f_w) \varphi_P^o F_w) \quad (5.77\delta)$$

## 5.4 Διακριτοποίηση στο χρόνο

Η διακριτοποίηση στο χρόνο γίνεται με σχήμα τριών βημάτων πεπλεγμένο. Η βασική εξίσωση μεταφοράς που επιλύεται για το βαθμωτό μέγεθος  $\varphi$  είναι η ακόλουθη:

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{U} \varphi - \bar{q}_\varphi) = S_\varphi \quad (5.78)$$

όπου,

$$\bar{q}_\varphi = \Gamma_\varphi \text{grad}(\varphi) \quad (5.79)$$

Η ολοκληρωτική μορφή της εξίσωσης γίνεται

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_A \rho \varphi \bar{U} \cdot \bar{n} dA dt &= \int_t^{t+\Delta t} \int_A \Gamma_\varphi \text{grad}(\varphi) \cdot \bar{n} dA dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} S_\varphi dV dt \Rightarrow \\ \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \sum I_i^C dt &= \int_t^{t+\Delta t} \sum I_i^D dt + \int_t^{t+\Delta t} S_\varphi dt \end{aligned} \quad (5.80)$$

όπου,  $I_i^C$ ,  $I_i^D$ ,  $S_\varphi$ , οι όροι συναγωγής, διάχυσης και πηγής αντίστοιχα υπολογισμένοι στο τέλος του χρονικού βήματος.

Η μεταβολή της τιμής του βαθμωτού μεγέθους  $\varphi$  στον κόμβο P υπολογίζεται με παρεμβολή ανάμεσα στο χρόνο  $t+\Delta t$  και  $t-\Delta t$ , υπενθυμίζεται ότι η ροή θεωρείται ασυμπίεστη.

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} dV dt &= \int_{CV} \left[ \int_t^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} dt \right] dV = \int_{CV} \rho \frac{3\varphi_P - 4\varphi_P^o + \varphi_P^{oo}}{2\Delta t} \delta t dV = \\ \rho \delta t \delta V \frac{3\varphi_P - 4\varphi_P^o + \varphi_P^{oo}}{2\Delta t} \end{aligned} \quad (5.81)$$

όπου,  $\varphi_P^o$  η τιμή του βαθμωτού μεγέθους  $\varphi$  στον κόμβο p τη χρονική στιγμή t, και  $\varphi_P^{oo}$  η τιμή του βαθμωτού μεγέθους  $\varphi$  στον κόμβο p τη χρονική στιγμή  $t-\Delta t$ .

Σε σχέση με τη μόνιμη ροή ο συντελεστής  $\alpha_p$  αλλάζει κατά τον όρο  $\frac{3\rho\delta V}{2\Delta t}$  και

$$\text{ο όρος πηγής κατά την ποσότητα } \frac{\rho\delta V}{\delta t} \left( 2\varphi_P^o - \frac{\varphi_P^{oo}}{2} \right).$$

## 5.5 Μέθοδος επίλυσης

### 5.5.1 Αλγόριθμος σύζευξης των εξισώσεων

Σε αυτή την παράγραφο θα παρουσιαστεί ο αλγόριθμος SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), ο οποίος έχει επιλεγθεί για τη σύζευξη των εξισώσεων συνέχειας και ορμής και είναι ο πλέον δημοφιλής στην υπολογιστική ρευστομηχανική. Οι εξισώσεις της ροής, που διακριτοποιούνται με τη μέθοδο FV και κάποια μέθοδο παρεμβολής, λαμβάνουν την ακόλουθη αλγεβρική μορφή:

$$\frac{\alpha_p}{u_\phi} \phi_p = \sum_{nb} \alpha_{nb} \phi_{nb} + S_\phi + \frac{1-u_\phi}{u_\phi} \alpha_p \phi_p^o \quad (5.82)$$

όπου  $u_\phi$  ο συντελεστής υποχαλάρωσης.

Αν θεωρηθούν γνωστές οι τιμές όλων των μεταβλητών εκτός της ταχύτητας  $U$  τότε η παραπάνω εξίσωση εφαρμοζόμενη σε κάθε υπολογιστικό σημείο θα δώσει ένα σύστημα  $N$  εξισώσεων με  $N$  αγνώστους (τιμές της  $U$ ). Το σύστημα λύνεται με τη μέθοδο SIP και υπολογίζονται οι τιμές  $U$  σε κάθε κέντρο όγκου ελέγχου. Στην πραγματικότητα είναι μια εκτίμηση της ταχύτητας ( $U^*$ ), η οποία ικανοποιεί την διακριτοποιημένη εξίσωση ορμής. Αν η παραπάνω διαδικασία επαναληφθεί για την ταχύτητα  $V$  υπολογίζεται η εκτίμηση  $V^*$  στο κέντρο κάθε όγκου ελέγχου.

Αυτές οι εκτιμήσεις όμως δεν ικανοποιούν υποχρεωτικά την εξίσωση της συνέχειας και άρα θα πρέπει να διορθωθούν κατάλληλα. Η διόρθωση αυτή βασίζεται στη διόρθωση της πίεσης με χρήση της εξίσωσης της συνέχειας και αποτελεί την ουσία του αλγόριθμου SIMPLE. Αφού υπολογιστούν οι διορθώσεις για τις  $U, V$  και  $P$ , υπολογίζονται οι νέες τιμές οι οποίες τώρα ικανοποιούν την εξίσωση της συνέχειας αλλά όχι και τις εξισώσεις ορμής. Έτσι επαναλαμβάνεται η διαδικασία μέχρι οι απαιτούμενες διορθώσεις να γίνουν μικρότερες από κάποιο όριο και οι τιμές των  $U, V$  και  $P$  να ικανοποιούν ταυτόχρονα τις βασικές ορμής και συνέχειας. Αυτές οι επαναλήψεις λέγονται εξωτερικές (outer) επαναλήψεις.

Αν ζητείται ο υπολογισμός της θερμοκρασίας ή η ροή είναι τυρβώδης, τότε εφαρμόζεται η διαδικασία που περιγράφηκε για κάθε εξίσωση μεταφοράς των βαθμωτών μεγεθών, δηλαδή η εξίσωση της ενέργειας, της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και του ρυθμού σκέδασης. Στο τέλος κάθε επανάληψης υπολογίζονται οι νέοι συντελεστές των εξισώσεων 3.51 καθώς και τα υπόλοιπα:

$$R = \alpha_p \phi_p - \sum_{nb} \alpha_{nb} \phi_{nb} - S_\phi \quad (5.83)$$

Τα υπόλοιπα αυτά κανονικοποιούνται με βάση κάποια ποσότητα αναφοράς. Για κάθε ένα από αυτά αθροίζονται οι απόλυτες τιμές όλων των όγκων ελέγχου και εφόσον το άθροισμα είναι μικρότερο από το όριο σύγκλισης που έχει οριστεί θεωρείται ότι το πεδίο που προέκυψε είναι η τελική λύση.

### 5.5.1.1 Διόρθωση πίεσης

Η διαδικασία διόρθωσης πίεσης είναι η βάση του αλγόριθμου SIMPLE. Όπως αναφέρθηκε η επίλυση του συστήματος κάθε εξίσωσης ορμής δίνει μια εκτίμηση της ταχύτητας  $u_i^*$  έχοντας χρησιμοποιήσει μια εκτίμηση της πίεσης  $p^*$ . Να σημειωθεί ότι ο όρος πηγής της εξίσωσης ορμής αποτελείται εν μέρει από την πίεση. Έστω ότι οι σωστές τιμές της ταχύτητας και της πίεσης σε κάθε υπολογιστικό σημείο δίνονται από τις σχέσεις:

$$u_i = u_i^* + u_i' \quad (5.84)$$

$$p = p^* + p' \quad (5.85)$$

όπου, με αστερίσκο (\*) οι εκτιμώμενες τιμές των μεταβλητών και με τόνο (') οι διορθώσεις.

Αν εφαρμοστεί η εξίσωση (5.63) για τη σωστή τιμή και για την εκτιμημένη τιμή, αφαιρεθούν μεταξύ τους και αγνοηθεί ο όρος  $\sum_{nb} a_i u_i'$  τότε προκύπτει ότι η σωστή ταχύτητα μπορεί να υπολογιστεί από μια σχέση της μορφής:

$$u_{i,p} = u_{i,p}^* + \frac{1}{\alpha_p^{u_i}} \left( \frac{\delta P'}{\delta x_i} \right)_p \quad (5.86)$$

όπου, ο όρος  $\frac{1}{\alpha_p^{u_i}} \left( \frac{\delta P'}{\delta x_i} \right)_p$  είναι η διόρθωση της ταχύτητας και το  $\left( \frac{\delta P'}{\delta x_i} \right)_p$  είναι η κλίση της διόρθωσης της πίεσης. Έτσι έγινε δυνατόν να εκφραστεί η σωστή ταχύτητα συναρτήσει της εκτιμημένης ταχύτητας και της πίεσης σε δύο γειτονικά υπολογιστικά σημεία. Αν η σωστή ταχύτητα αντικατασταθεί στην εξίσωση της συνέχειας για κάθε υπολογιστικό όγκο, τότε θα προκύψει ένα σύστημα εξισώσεων στο οποίο άγνωστες θα είναι μόνο οι διορθώσεις πίεσης. Έτσι είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι διορθώσεις πίεσης και οι διορθώσεις ταχύτητας με γνώμονα την ικανοποίηση της εξίσωσης της συνέχειας.

Η τεχνική αυτή αρχικά αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε σε μετατοπισμένα (staggered) πλέγματα. Στα μετατοπισμένα πλέγματα η μεν πίεση αποθηκεύεται στο κέντρο του υπολογιστικού όγκου οι δε ταχύτητες πάνω στις επιφάνειες των κελιών.

Έτσι η ταχύτητα  $u_{i,p}$  που υπολογίζεται από την εξίσωση (5.86) είναι στην πραγματικότητα η ταχύτητα πάνω στην επιφάνεια του κελιού, αυτή δηλαδή που θα χρησιμοποιηθεί για την εφαρμογή της εξίσωσης της συνέχειας. Στην περίπτωση όμως των ομόθετων πλεγμάτων η ταχύτητα  $u_{i,p}$  που υπολογίζεται από την (5.86) είναι η ταχύτητα στο κέντρο του υπολογιστικού όγκου.

Αντικαθιστώντας την πίεση από την εξίσωση της ορμής στην εξίσωση της συνέχειας προκύπτει η εξίσωση Poisson:

$$\frac{\delta}{\delta x_i} \left( \frac{\delta p^n}{\delta x_i} \right) = \frac{\delta H_i^n}{\delta x_i} \quad (5.87)$$

όπου,  $H_i$  : η συνεισφορά των όρων μεταφοράς και διάχυσης.

Στην παραπάνω εξίσωση η εξωτερική παράγωγος αντιστοιχεί στην εξίσωση της συνέχειας ενώ η εσωτερική παράγωγος στην εξίσωση της ορμής. Αν για την πρώτη παράγωγο εφαρμοστεί ανάντη παραγωγή και για τη δεύτερη κατάντη παραγωγή τότε για την πίεση συνολικά θα ισχύει παραγωγή κεντρικής διαφοράς με εύρος εφαρμογής το  $\Delta x$ . Για την εξίσωση της ορμής όμως θα προκύπτει κατάντη παραγωγή κάτι που θα δημιουργεί μη φυσικά αποτελέσματα και ταλαντώσεις. Αν αντιθέτως εφαρμοστεί κεντρική διαφορά και για τις δύο παραγωγίσεις, τότε θα υπάρχει πρόβλημα στο πεδίο πίεσης το οποίο πρακτικά θα έχει αποκτήσει μέγεθος πλέγματος  $2\Delta x$  και έτσι δε θα λαμβάνονται υπόψη τοπικά ακρότατα. Ο τρόπος με τον οποίο αντιμετωπίζεται το πρόβλημα αυτό είναι να θεωρηθεί ότι οι ποσότητες μεταβάλλονται γραμμικά και να υπολογιστούν οι τιμές στις επιφάνειες των κελιών.

### 5.5.2 Μέθοδος επίλυσης των συστημάτων

Όπως ήδη αναφέρθηκε στην παράγραφο 5.5.1 κάθε φορά προκύπτει ένα σύστημα  $N \times N$  πενταδιαγώνιο, όπου  $N$  ο αριθμός των εσωτερικών σημείων του υπολογιστικού πλέγματος. Αυτό το σύστημα στην παρούσα εργασία επιλύεται με τον αλγόριθμο SIP, η λογική του οποίου είναι η ακόλουθη. Έστω ότι ζητείται η λύση ενός συστήματος τύπου  $[A]\{\varphi\}=\{S\}$ . Υπολογίζεται ένας πίνακας  $[C]=[L][U]$  ο οποίος είναι περίπου ίσος με τον  $[A]$  και επιλύεται το σύστημα  $[L][U]\{\varphi\}=\{S\}$  το οποίο είναι πιο εύκολο να λυθεί εφόσον οι πίνακες  $L$  και  $U$  είναι κάτω και άνω τριγωνικοί, αντίστοιχα. Επειδή ο  $[C]$  δεν είναι ακριβώς ίσος με τον  $[A]$  δε θα ληφθεί κατευθείαν η λύση αλλά θα υπάρχει ένα υπόλοιπο  $[R]=[S]-[A]\{\varphi^{n-1}\}$ . Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου το υπόλοιπο γίνει μικρότερο από το όριο που έχει τεθεί για σύγκλιση. Οι επαναλήψεις αυτές λέγονται εσωτερικές επαναλήψεις.

## **5.6 Βελτιώσεις του κώδικα CAFFA**

Για να επιλυθούν οι μέσες χρονικά εξισώσεις Navier-Stokes, προκειμένου να υπολογισθούν τα αεροδυναμικά φορτία πάνω σε αεροτομή, και οι εξισώσεις που περιγράφουν την αεροελαστική συμπεριφορά της ήταν απαραίτητη η χρήση ενός κώδικα υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Συνήθως οι κώδικες απαρτίζονται από τρία κύρια μέρη: α) τον προεπεξεργαστή, β) το κυρίως πρόγραμμα που επιλύει τη ροή, και γ) το μεταεπεξεργαστή.

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής ως βάση ο κώδικας CAFFA (Computer Aided Fluid Flow Analysis) του Peric [30] ο οποίος ελέγχθηκε, τροποποιήθηκε και εξελίχθηκε κατάλληλα.

### **5.6.1 Γενικά για τον κώδικα CAFFA**

Ο κώδικας CAFFA, ο οποίος διατίθεται σε πηγαία μορφή στο Διαδίκτυο, στην αρχική του μορφή λύνει δισδιάστατα, ελλειπτικά πεδία ροής και χρησιμοποιεί δομημένο πλέγμα, collocated αποθήκευση και καμπυλόγραμμο μη-ορθογωνικό σύστημα συντεταγμένων. Διακριτοποιεί τις εξισώσεις με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων και με δύο σχήματα (απλό ανάντη και κεντρική διαφορά). Χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο SIMPLE, και επιλύει το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων με τη μέθοδο SIP. Μπορεί να επιλύσει ιξώδη, ασυμπιέστη ροή, περιέχει μοντέλο για τύρβη και έχει τη δυνατότητα υπολογισμού μη-μόνιμων ροών. Επιπλέον ο κώδικας δίνει τη δυνατότητα να παραχθεί ένα καινούριο πλέγμα διαιρώντας το προηγούμενο και να συνεχίσει την επίλυση στο νέο πλέγμα χρησιμοποιώντας ως αρχική λύση αυτή του προηγούμενου. Γενικά υπάρχει η δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν τα αποτελέσματα μιας προηγούμενης προσομοίωσης ως αρχική τιμή του πεδίου μιας νέας προσομοίωσης.

Μαζί με τον κώδικα επίλυσης της ροής CAFFA, διατίθεται στο διαδίκτυο από τον Peric [76] και η γεννήτρια πλέγματος GRGEN, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή πλέγματος. Στη γεννήτρια πλέγματος GRGEN δίνονται ως είσοδος στοιχεία που αφορούν: α) το είδος της γεωμετρίας της ροής, β) τη γεωμετρία των ορίων του πεδίου ροής, γ) το διαμερισμό των ορίων αυτών, και δ) τις οριακές συνθήκες. Ως έξοδος λαμβάνονται δύο αρχεία, το ένα σε μορφή common block, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν ως είσοδος στο κυρίως πρόγραμμα μαζί με το δικό του αρχείο εισόδου. Τα αρχεία αυτά περιέχουν κωδικοποιημένες πληροφορίες

που αφορούν τη γεωμετρία του πλέγματος και τις οριακές συνθήκες του κάθε σημείου καθώς και τα κάθετα και εφαπτόμενα ανύσματα στα όρια. Να σημειωθεί εδώ ότι μέσα στον κώδικα GRGEN γίνεται κάποια ομαλοποίηση των γεωμετρικών δεδομένων έτσι ώστε να αμβλύνονται κατά το δυνατόν οι γωνίες των υπολογιστικών όγκων.

Παρατηρήθηκε ότι δεν είναι δυνατόν με το συγκεκριμένο κώδικα να παραχθούν ικανοποιητικά πλέγματα για ροή γύρω από αεροτομές ειδικά για περιπτώσεις που χρησιμοποιούνται μοντέλα low Re τα οποία απαιτούν λεπτομερή διαμερισμό κοντά στο στερεό όριο. Έτσι έγινε αλλαγή στη γεννήτρια πλέγματος όπως περιγράφεται στην παράγραφο 5.6.7. Τέλος στην παρούσα διατριβή δε χρησιμοποιήθηκε ξεχωριστός κώδικα ως μεταεπεξεργαστής. Η αποθήκευση και διαχείριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τον κυρίως κώδικα γίνεται μέσα στον ίδιο.

Ο κυρίως κώδικας χρησιμοποιεί ως είσοδο τα αρχεία που προκύπτουν από τον προεπεξεργαστή καθώς και ένα επιπλέον αρχείο στο οποίο ορίζονται : α) οι μεταβλητές οι οποίες καθορίζουν τον τρόπο με τον οποίο θα διαχειριστεί τα αρχεία εισόδου και εξόδου καθώς και τα σημεία του πλέγματος που θα χρησιμοποιήσει ως σημεία ελέγχου, β) το κριτήριο σύγκλισης των εξωτερικών επαναλήψεων, το μέγιστο επιτρεπόμενο αριθμό και το συντελεστή που χρησιμοποιείται στη μέθοδο επίλυσης αλγεβρικού συστήματος, γ) ιδιότητες του ρευστού (πυκνότητα, ιξώδες, αριθμό Prandtl, συντελεστή θερμικής διαστολής), ιδιότητες του πεδίου (συντελεστή επιτάχυνσης της βαρύτητας), καθώς και θερμοκρασίες αναφοράς, δ) αρχικές τιμές όλων των μεταβλητών του πεδίου, ε) στοιχεία που έχουν να κάνουν με τη χρονική επίλυση του προβλήματος, στ) λογικές μεταβλητές που καθορίζουν το μαθηματικό μοντέλο, ζ) στοιχεία που καθορίζουν το ρυθμό με τον οποίο αλλάζουν οι μεταβλητές σε κάθε επανάληψη (συντελεστές υποχαλάρωσης), τον μέγιστο αριθμό των εσωτερικών επαναλήψεων και το όριο σύγκλισης των εσωτερικών επαναλήψεων, η) το είδος προσέγγισης που θα γίνει για τις μεταβλητές (ανάντη, κεντρική διαφορά ή συνδυασμό αυτών), θ) το μέγιστο αριθμό εξωτερικών επαναλήψεων για κάθε επίπεδο του πλέγματος, και ι) τον αριθμό επιπέδων των πλεγμάτων που θα προσομοιωθούν.

Ο κώδικας στη μορφή που διατίθεται παράγει ως αποτέλεσμα τα ακόλουθα αρχεία: α) ένα αρχείο στο οποίο είναι δυνατόν να επιλεγεί να γραφτούν οι τιμές των υπολοίπων των εξωτερικών επαναλήψεων, καθώς και τις τιμές των μεταβλητών σε προκαθορισμένο από το χρήστη σημείο, πριν ή μετά κάθε εξωτερική επανάληψη, τις



τιμές των μεταβλητών σε ολόκληρο το πεδίο, τη συνολική διατμητική δύναμη καθώς και τη συνολική δύναμη πίεσης στις κατευθύνσεις x και y, τη ροή θερμότητας σε κάθε σημείο του στερεού ορίου και τη συνολική μεταφορά θερμότητας, β) ένα αρχείο με τις τιμές των μεταβλητών σε κάθε σημείο του πεδίου το οποίο το χρησιμοποιεί στον μεταεπεξεργαστή, και γ) ένα αρχείο με την τελευταία λύση με σκοπό να τη χρησιμοποιήσει ως αρχικές τιμές.

### 5.6.2 Εισαγωγή υπολογισμού επιπλέον στοιχείων

Προστέθηκε ή διορθώθηκε ο υπολογισμός χαρακτηριστικών της ροής είτε διότι αυτά τα χαρακτηριστικά θα χρησιμοποιηθούν στη μελέτη της αεροελαστικότητας είτε διότι θα χρησιμοποιηθούν στις προσομοιώσεις που θα πραγματοποιηθούν κατά τη διάρκεια του ελέγχου ακριβείας του κώδικα. Παρακάτω αναφέρονται τα στοιχεία, ο υπολογισμός των οποίων προστέθηκε ή διορθώθηκε και ο τρόπος υπολογισμού τους. Ο έλεγχος της σωστής εισαγωγής τους στον κώδικα θα γίνει σε επόμενες παραγράφους έμμεσα εφόσον τα χαρακτηριστικά αυτά θα χρησιμοποιούνται στον έλεγχο των αριθμητικών μοντέλων.

Ο υπολογισμός της στροβιλότητας γίνεται σε κάθε σημείο του υπολογιστικού πεδίου με τη σχέση :

$$\Omega = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \quad (5.87)$$

Ο υπολογισμός της ροικής συνάρτησης σε κάθε σημείο του υπολογιστικού πεδίου γίνεται ως ακολούθως :

$$\Psi_{\beta} - \Psi_{\alpha} = \int_{\alpha}^{\beta} (\vec{u} \cdot \vec{n}) ds \quad (5.88)$$

Ο υπολογισμός του αριθμού Nu καθώς και η επίλυση της εξίσωσης ενέργειας συμπεριλαμβάνονται, αν και δεν έχουν θέση στην παρούσα διατριβή αεροελαστικότητας, διότι χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της λειτουργίας του υπολογιστικού μοντέλου. Σε κάθε σημείο του υπολογιστικού πεδίου το οποίο χαρακτηρίζεται από οριακή συνθήκη τοίχου υπολογίζεται ο τοπικός αριθμός Nusselt σύμφωνα με τον τύπο :

$$Nu = \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \quad (5.89)$$

όπου,  $\vec{n}$  το κάθετο στο στερεό όριο άνωσμα.

Επίσης σε κάθε πλευρά του στερεού ορίου υπολογίζεται ο μέσος αριθμός Nu.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu dx \quad (5.90)$$

Οι τάσεις Reynolds υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$\tau_{xx} = 2\mu_t E_{xx} - \frac{2}{3} \rho k \quad (5.91\alpha)$$

$$\tau_{xy} = 2\mu_t E_{xy} \quad (5.91\beta)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu_t E_{yy} - \frac{2}{3} \rho k \quad (5.91\gamma)$$

όπου,  $\tau_{ij}$  οι τάσεις Reynolds,  $E_{ij}$  οι ρυθμοί παραμόρφωσης,  $\mu_t$  το τυρβώδες ιξώδες, και  $k$  η τυρβώδης κινητική ενέργεια.:

$$E_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5.92\alpha)$$

$$E_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (5.92\beta)$$

$$E_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5.92\gamma)$$

Ο υπολογισμός της δύναμης τριβής σε κάθε σημείο ενός τοιχώματος γίνεται από την εξής σχέση:

$$\vec{F}_T = \tau_w A_w \vec{s} = \tau_w A_w \vec{s}_x + \tau_w A_w \vec{s}_y \Rightarrow |F_T| = \sqrt{(\tau_w A_w \vec{s}_x)^2 + (\tau_w A_w \vec{s}_y)^2} \quad (5.93)$$

όπου,  $F_T$  η δύναμη τριβής πάνω στον τοίχο,  $\tau_w$  η διατμητική τάση πάνω στον τοίχο,  $A_w$  η επιφάνεια του ορίου του κελιού στον τοίχο, και  $\vec{s}$  διάνυσμα παράλληλο στον τοίχο.

Άρα οι  $x$  και  $y$ -συντεταγμένες της δύναμης τριβής δίνονται από

$$\begin{aligned} F_{Tx} &= (\tau_w S_w) \vec{s}_x, \\ F_{Ty} &= (\tau_w S_w) \vec{s}_y \end{aligned} \quad (5.94)$$

$$\text{Η διατμητική τάση δίνεται από τη σχέση: } \tau_w = \mu \left( \frac{\partial V_p}{\partial n} \right) \quad (5.95)$$

Όπου  $n$  η κάθετη στον τοίχο κατεύθυνση και  $V_p$  η παράλληλη στον τοίχο ταχύτητα.

Ο υπολογισμός αυτός γινότανε μέσα στον αρχικό κώδικα αλλά όχι για τα σημεία με οριακή συνθήκη τοίχο αλλά για σημεία που ανήκουν σε κάποιο “τοιχώ αναφοράς” που δεν αντιστοιχούσε στο ζητούμενο.

Ο υπολογισμός της δύναμης πίεσης σε κάθε σημείο του τοιχώματος γίνεται από την εξής σχέση:

$$\begin{aligned} F_{PX} &= PS_Y \\ F_{PY} &= -PS_X \end{aligned} \quad (5.96)$$

όπου,  $s_x$  η x-συνιστώσα του εφαπτομενικού στο όριο τοίχου διανύσματος, και  $s_y$  η y-συνιστώσα του εφαπτομενικού στο όριο τοίχου διανύσματος.

$$S_X = \sin \phi S \quad (5.97\alpha)$$

$$S_Y = -\cos \phi S \quad (5.97\beta)$$

Ο συντελεστής τριβής υπολογίζεται σε κάθε σημείο τοιχώματος γίνεται από τη σχέση :

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (5.98)$$

όπου,  $\tau_w$  η διατμητική τάση στο συγκεκριμένο σημείο η οποία υπολογίζεται ως

$$\tau_w = \sqrt{\tau_{wx}^2 + \tau_{wy}^2} \quad (5.99)$$

οι συνιστώσες της διατμητικής τάσης στον τοίχο υπολογιζόταν στον αρχικό κώδικα σε λάθος θέση.

Ο συντελεστής πίεσης υπολογίζεται σε κάθε σημείο του τοιχώματος με τη σχέση :

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (5.100)$$

Η δύναμη οπισθέλκουσας υπολογίζεται για ολόκληρη αεροτομή, με τη σχέση:

$$F_D = \int_S (\vec{F}_T \cdot \vec{t} + \vec{F}_p \cdot \vec{t}) dS \quad (5.101)$$

όπου,  $F_T$  η διατμητική δύναμη,  $F_p$  η δύναμη της πίεσης, και  $\vec{t}$  διάνυσμα παράλληλο με την ταχύτητα στην ελεύθερη ροή.

Ο συντελεστής οπισθέλκουσας υπολογίζεται με τη σχέση:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \quad (5.102)$$

όπου,  $S$  η μετωπική επιφάνεια του βυθισμένου σώματος (για 2Δ ροές είναι μήκος).

Η αεροδυναμική άνωση υπολογίζεται για ολόκληρη την αεροτομή με τη σχέση:

$$F_L = \int_S (\vec{F}_T \cdot \vec{n} + \vec{F}_p \cdot \vec{n}) dS \quad (5.103)$$

όπου,  $\vec{n}$  : διάνυσμα κάθετο στην ταχύτητα της ελεύθερης ροής.

Ο συντελεστής αεροδυναμικής άνωσης υπολογίζεται με τη σχέση:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \quad (5.104)$$

Η παράλληλη στη χορδή συνιστώσα του αεροδυναμικού φορτίου υπολογίζεται για ολόκληρη την αεροτομή με τη σχέση :

$$F_x = \int_S (\vec{F}_T \cdot \vec{x} + \vec{F}_p \cdot \vec{x}) dS \quad (5.105)$$

όπου,  $\vec{x}$  διάνυσμα παράλληλο στη χορδή της αεροτομής.

Ο συντελεστής αεροδυναμικού φορτίου παράλληλου προς τη χορδή υπολογίζεται με τη σχέση:

$$C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \quad (5.106)$$

Η κάθετη στη χορδή συνιστώσα του αεροδυναμικού φορτίου υπολογίζεται για ολόκληρη την αεροτομή με τη σχέση:

$$F_y = \int_S (\vec{F}_T \cdot \vec{y} + \vec{F}_p \cdot \vec{y}) dS \quad (5.107)$$

όπου,  $\vec{y}$  διάνυσμα κάθετο στη χορδή της αεροτομής.

Ο συντελεστής αεροδυναμικού φορτίου κάθετου προς τη χορδή υπολογίζεται με τη σχέση:

$$C_y = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \quad (5.108)$$

Η ροπή όλης της αεροτομής ως προς σημείο  $(x_0, y_0)$  υπολογίζεται με τη σχέση:

$$M_{pitch} = \int_{iel}^{le} (F_x (y - y_0) - F_y (x - x_0)) ds + \int_{le}^{ieu} (F_x (y - y_0) - F_y (x - x_0)) ds \quad (5.109)$$

Τέλος ο συντελεστής ροπής υπολογίζεται στη γενική περίπτωση ως εξής

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S l} \quad (5.110)$$

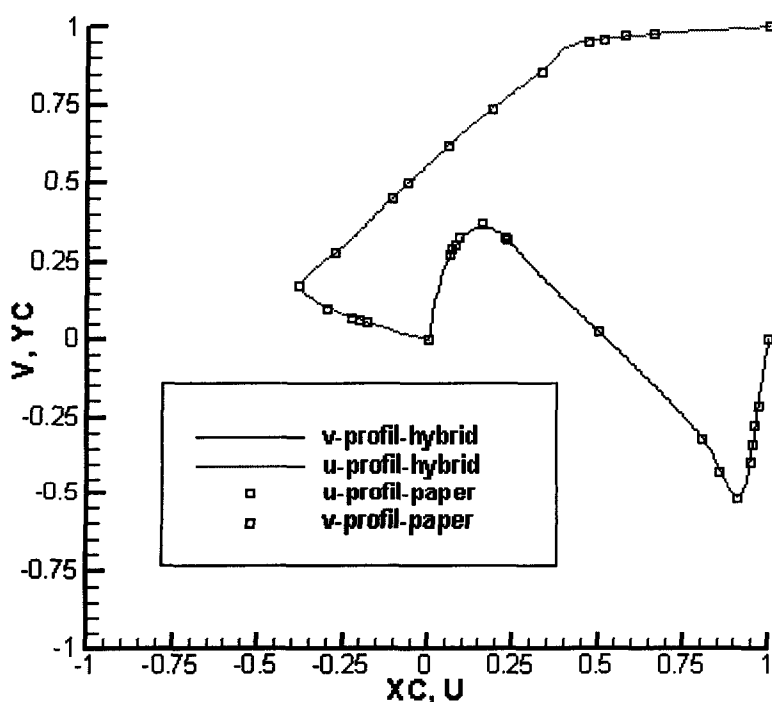
όπου,  $l$  το μήκος του πτερυγίου, στη 2Δ περίπτωση μονάδα.

### 5.6.3 Έλεγχος των σχημάτων διακριτοποίησης

Εδώ θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν προκειμένου να ελεγχθεί η σωστή εισαγωγή τους και η αποτελεσματικότητά τους.

### 5.6.3.1 Έλεγχος υβριδικού ανάντη σχήματος παρεμβολής

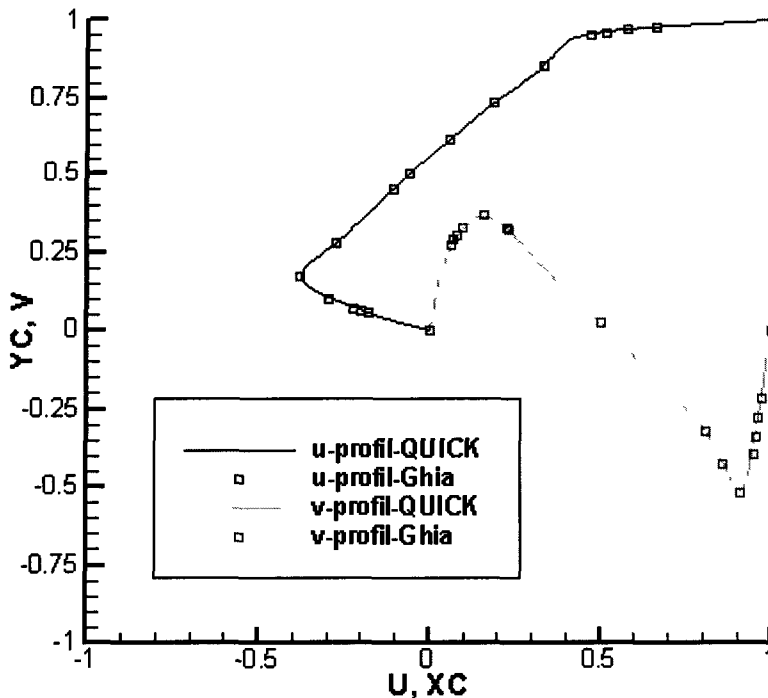
Προσομοιώθηκε ροή μέσα σε τετράγωνη κλειστή κοιλότητα με εξαναγκασμένη κίνηση στην άνω επιφάνεια γνωστή ως “lid driven cavity” για αριθμούς Reynolds 100, 1000 και 10000, βασισμένο στην τυπική διάσταση της κοιλότητας. Η προσομοίωση έγινε για ομοιόμορφα πλέγματα 10x10, 20x20, 40x40 και 80x80. Η σύγκριση έγινε με αποτελέσματα για την ίδια ροή με την εργασία [40] και τα οποία παρήχθησαν με κώδικα πεπερασμένων όγκων στον οποίο χρησιμοποιήθηκε σχήμα διακριτοποίησης υβριδικό-ανάντη. Χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος SIMPLER και το σύστημα επιλύθηκε με τη μέθοδο MSI των Schneider και Zedan. Στο Σχήμα 5.8 φαίνονται οι κατανομές της ταχύτητας  $u$  και  $v$  στα δύο επίπεδα συμμετρίας της κοιλότητας, τα οποία έχουν υπολογιστεί με σχήμα παρεμβολής υβριδικό-ανάντη για πλέγμα 80x80 και αριθμό  $Re=10^3$ , όπου η σύγκριση είναι άριστη.



Σχήμα 5.8 Κατανομές ταχύτητας  $u$  και  $v$  στα επίπεδα συμμετρίας της κοιλότητας, με υβριδικό ανάντη σχήμα παρεμβολής

### 5.6.3.2 Έλεγχος σχήματος παρεμβολής QUICK

Προσομοιώθηκε πάλι ροή μέσα σε τετράγωνη κλειστή κοιλότητα με εξαναγκασμένη κίνηση στην άνω επιφάνεια για αριθμό  $Re=1000$ , Η προσομοίωση έγινε για ομοιόμορφο πλέγμα  $80 \times 80$ , και η σύγκριση με αποτελέσματα για την ίδια ροή της εργασίας [36] τα οποία παρήχθησαν με κώδικα πεπερασμένων όγκων στον οποίο χρησιμοποιήθηκε σχήμα διακριτοποίησης QUICK και πλέγμα  $129 \times 129$ . Στην εργασία [36] δίνονται αναλυτικοί πίνακες με τις τιμές των ταχυτήτων  $u$  και  $v$  στα επίπεδα συμμετρίας για αριθμούς Reynolds=100, 400, 1000, 3200, 5000, 7500 και 10000 . Στο Σχήμα 5.9 φαίνονται οι κατανομές της ταχύτητας  $u$  και  $v$  στα επίπεδα συμμετρίας, της κοιλότητας, τα οποία έχουν υπολογιστεί με σχήμα παρεμβολής QUICK για πλέγμα  $80 \times 80$  και αριθμό  $Re=10^3$ , όπου η σύγκριση είναι άριστη.

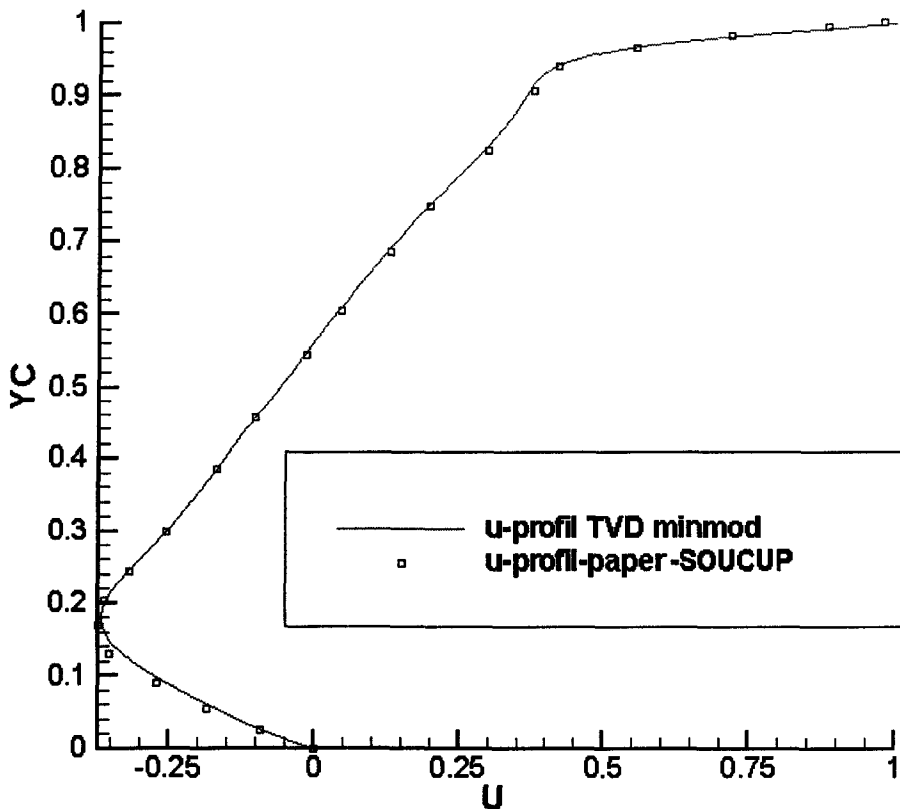


Σχήμα 5.9 Κατανομές ταχύτητας  $u$  και  $v$  στα επίπεδα συμμετρίας της κοιλότητας με σχήμα QUICK

### 5.6.3.3 Έλεγχος σχήματος παρεμβολής TVD

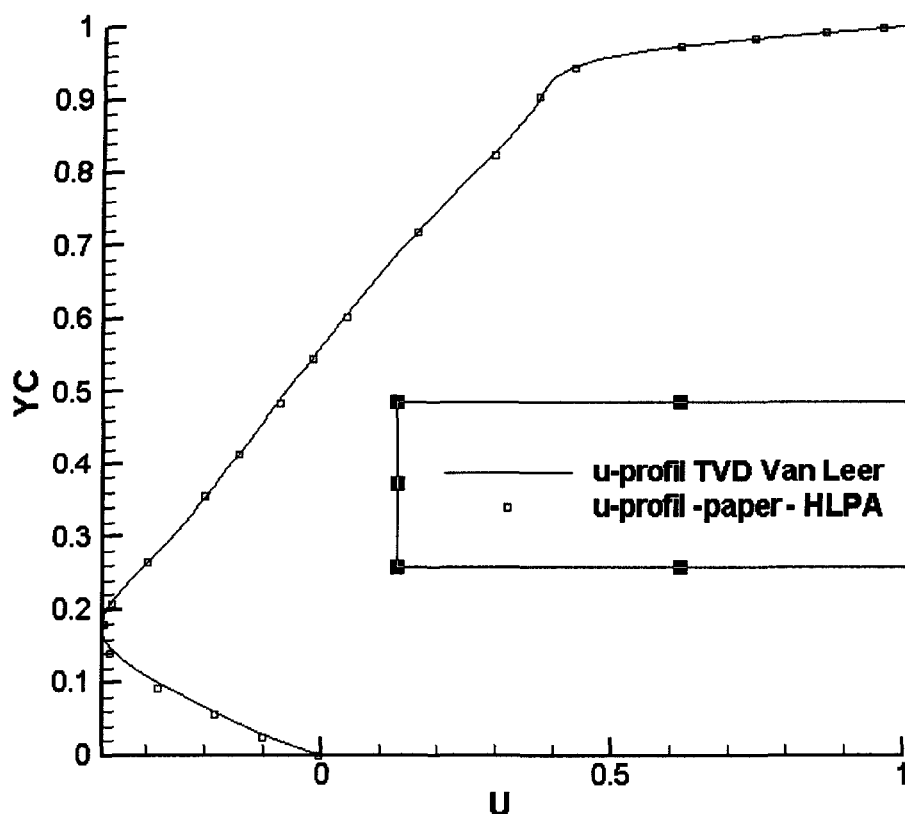
Προσομοιώθηκε πάλι ροή μέσα σε τετράγωνη κλειστή κοιλότητα με εξαναγκασμένη κίνηση στην άνω επιφάνεια για αριθμό  $Re=1000$ , για ομοιόμορφο πλέγμα  $80 \times 80$ . Η σύγκριση έγινε με αποτελέσματα για την ίδια ροή της εργασίας [19] και τα οποία παρήχθησαν με κώδικα πεπερασμένων όγκων στον οποίο

χρησιμοποιήθηκαν και συγκρίθηκαν μια σειρά από σχήματα παρεμβολής σε μια σειρά πλεγμάτων με τον αλγόριθμο SIMPLE. Από τα σχήματα παρεμβολής που παρουσιάζονται στη συγκεκριμένη εργασία επιλέχθηκαν δύο : Το σχήμα παρεμβολής SOUCUP (Second-order Upwind-Central differencing – first-order – Upwind) του οποίου η απόδοση ταυτίζεται με αυτή του TVD limiter minmod του Roe, και β) το σχήμα HPLA (Hybrid Linear/Parabolic Approximation) του οποίου η απόδοση ταυτίζεται με αυτή του TVD limiter του Van Leer. Στην εργασία [19] και τα δύο σχήματα χρησιμοποιούνται με πλέγματα μη-ομοιόμορφα και μη-ορθογωνικά κεκλιμένα και μη χρησιμοποιώντας πλέγματα 12x12, 22x22, 42x42 και 82x82. Στο Σχήμα 5.10 φαίνεται η κατανομή της ταχύτητας  $u$  στο επίπεδο συμμετρίας που προέκυψε από την προσομοίωση της ροής με το TVD σχήμα minmod του Roe για  $Re=10^3$  σε μη-κεκλιμένη κοιλότητα για ομοιόμορφο πλέγμα 82x82 και συγκρίνεται άριστα με το αποτέλεσμα του σχήματος SOUCUP για την ίδια ροή με μη-ομοιόμορφο πλέγμα.



**Σχήμα 5.10 Κατανομή ταχύτητας  $u$  στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας με σχήμα TVD minmod**

Στο Σχήμα 5.11 φαίνεται η κατανομή της ταχύτητας  $u$  στο επίπεδο συμμετρίας που προέκυψε από την προσομοίωση της ροής με το TVD σχήμα Roe-Sweby Upwind με limiter Van Leer για  $Re=10^3$  σε μη-κεκλιμένη κοιλότητα για ομοιόμορφο πλέγμα  $82 \times 82$  και συγκρίνεται άριστα με το αποτέλεσμα του σχήματος HPLA για την ίδια ροή με μη-ομοιόμορφο πλέγμα.



Σχήμα 5.11 Κατανομή ταχύτητας  $u$  στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας με το TVD σχήμα Roe-Sweby Upwind με limiter Van Leer

## 5.6.4 Εισαγωγή μεθόδων αριθμητικής σταθεροποίησης

### 5.6.4.1 Αλγόριθμος SIMPLEC

Ο κώδικας CAFFA στην αρχική του μορφή χρησιμοποιούσε τον αλγόριθμο SIMPLE, περιγραφή του οποίου έγινε στην παράγραφο 5.5.1. Ο SIMPLEC είναι μια εξέλιξη του SIMPLE η οποία βελτιώνει την ευστάθεια, κάτι απαραίτητο προκειμένου να χρησιμοποιηθούν σχήματα παρεμβολής ανώτερης τάξης όπως το QUICK,



δεδομένου ότι τα σχήματα αυτά είναι επιρρεπή σε εμφάνιση αριθμητικής αστάθειας. Η αλλαγή που εισάγει ο SIMPLEC αφορά τον υπολογισμό της διόρθωσης πίεσης.

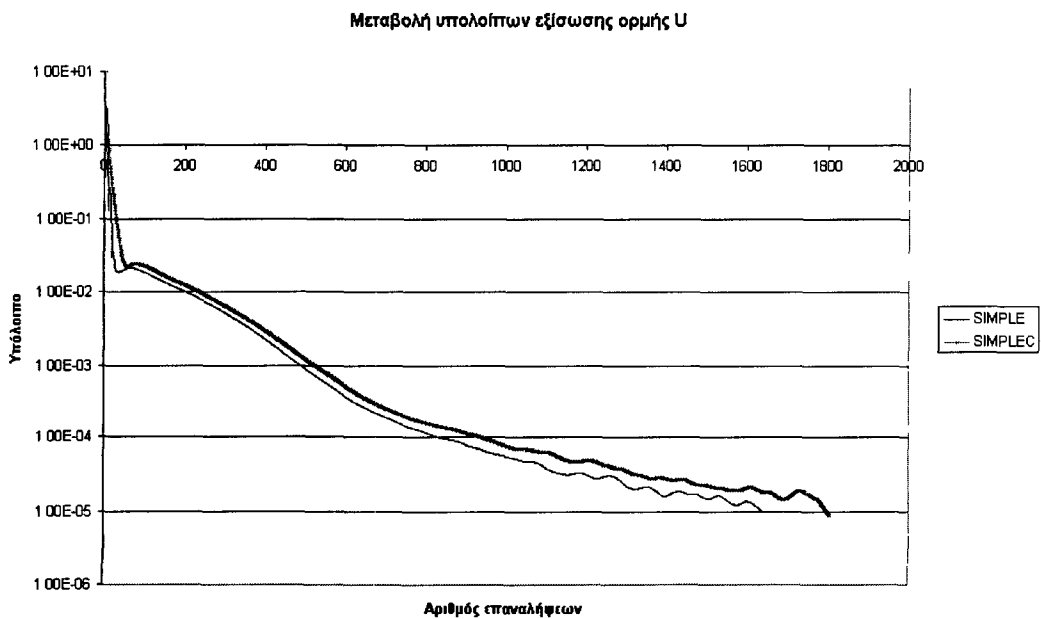
Συγκεκριμένα στον SIMPLE ο όρος  $\sum_{nb} a_i u_i'$  δε λαμβανόταν υπόψη στον υπολογισμό της διόρθωσης της ταχύτητας. Στον SIMPLEC αυτός ο όρος δεν αγνοείται και η εξίσωση:

$$u_{i,P} = u_{i,P}^* + \frac{1}{\alpha_P^{u_i}} \left( \frac{\delta P'}{\delta x_i} \right)_P \quad (5.111\alpha)$$

γίνεται

$$u_{i,P} = u_{i,P}^* + \frac{1}{\alpha_P^{u_i} + \sum_{nb} \alpha_i u_i'} \left( \frac{\delta P'}{\delta x_i} \right)_P \quad (5.111\beta)$$

Προκειμένου να επαληθευθεί η δυνατότητα του SIMPLEC να κάνει τον κώδικα πιο ευσταθή επαναλήφθηκε η προσομοίωση που περιγράφηκε στην παράγραφο (5.6.3.2) με SIMPLEC και έγινε σύγκριση του ρυθμού σύγκλισης στο Σχήμα 5.12.



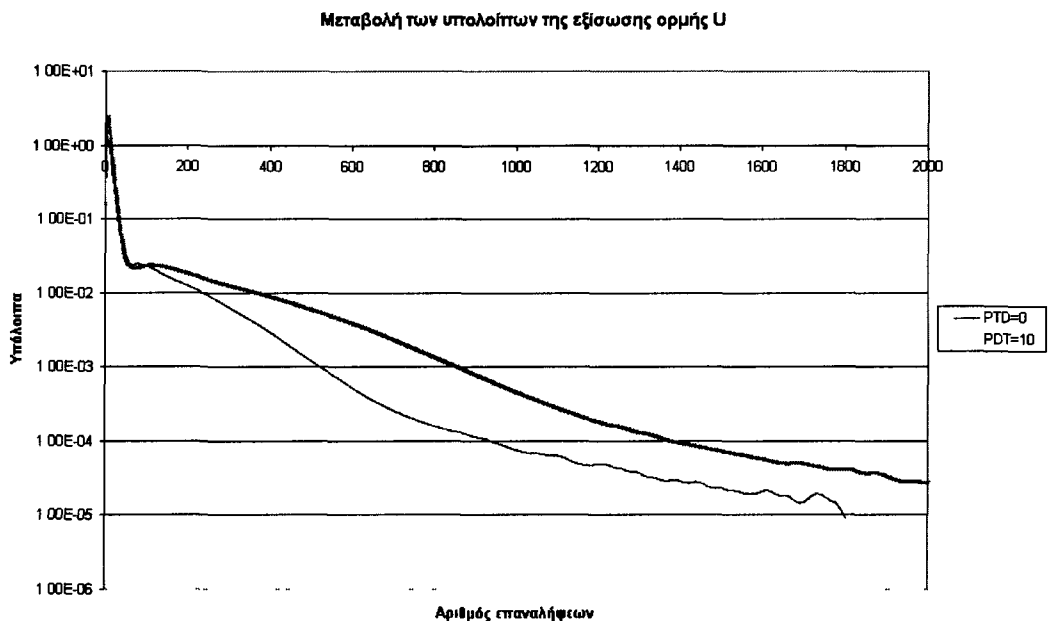
**Σχήμα 5.12 Σύγκριση ρυθμού σύγκλισης της εξίσωσης ορμής U με αλγόριθμους SIMPLE και SIMPLEC**

Η προσομοίωση και στις δύο περιπτώσεις έγινε με το σχήμα παρεμβολής QUICK για πλέγμα 80x80 και  $Re=10^3$ . Τα αποτελέσματα είναι ίδια και με τις δύο παραλλαγές του αλγορίθμου ενώ είναι φανερό ότι ο SIMPLEC δίνει λιγότερες ταλαντώσεις.

#### 5.6.4.2 Εισαγωγή ψευδομεταβατικού όρου

Η εισαγωγή ψευδομεταβατικού (pseudo-transient) όρου έγινε επίσης για να βελτιωθεί η ευστάθεια του αριθμητικού σχήματος. Αν για παράδειγμα οι υπολογισμοί ήταν χρονικά μεταβαλλόμενοι, τότε τόσο στον όρο  $\alpha_p$  όσο και στον όρο  $S_p$  θα προστίθετο ένας όρος της μορφής  $\frac{\rho \Delta V}{\Delta t}$ , όπου  $\rho$  η πυκνότητα του ρευστού στο σημείο υπολογισμού,  $\Delta V$  ο όγκος του υπολογιστικού κελιού και  $\Delta t$  το χρονικό βήμα. Όταν η ροή προσεγγίζει τη μόνιμη κατάσταση, οι δύο όροι αλληλοαναιρούνται. Άρα αν σε σταθερή κατάσταση χρησιμοποιηθεί ο όρος αυτός με ένα χρονικό ψευδό-βήμα που καθορίζεται για κάθε ροή τότε, όταν η διαδικασία επίλυσης συγκλίνει, ο όρος αυτός που παρουσιάζεται και στις δύο πλευρές της εξίσωσης αλληλοαναιρείται. Στο μεταξύ όμως “προσθέτοντας” βάρος και στις δύο πλευρές το υπολογιστικό σχήμα γίνεται πιο αργό αλλά και πιο σταθερό ως προς τη σύγκλιση.

Και πάλι η επαλήθευση της βελτίωσης της συμπεριφοράς έγινε για την ίδια ροή των παραγράφων (5.6.3.2) και (5.6.4.1). Στο Σχήμα 5.13 παρουσιάζονται και πάλι τα υπόλοιπα της εξίσωσης ορμής  $U$  για προσομοίωση χωρίς ψευδομεταβατικό όρο και για προσομοίωση με  $\Delta t=0.1$



**Σχήμα 5.13 Σύγκριση ρυθμού σύγκλισης της εξίσωσης ορμής  $U$  με και χωρίς ψευδομεταβατικό όρο**

Είναι φανερό ότι το σχήμα γίνεται πιο ευσταθές αλλά η σύγκλιση πιο αργή.

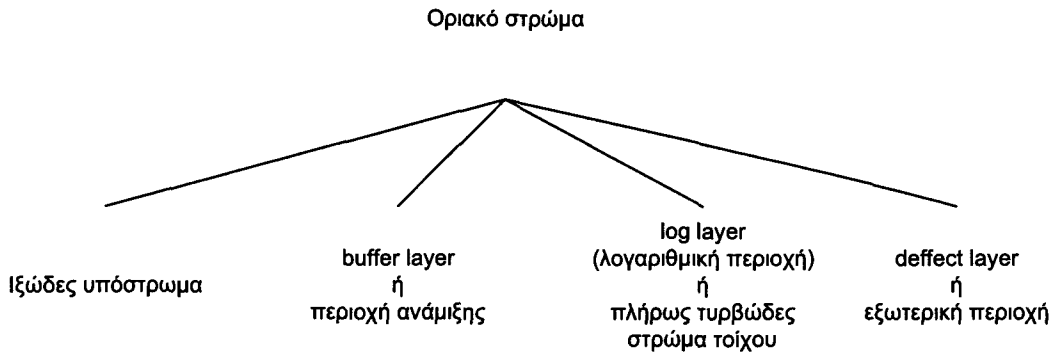
### 5.6.5 Εισαγωγή νέων μοντέλων τύρβης

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 4 κάποια μοντέλα τύρβης, συνήθως αυτά που χαρακτηρίζονται ως υψηλού  $Re$ , δεν είναι σε θέση να εφαρμοστούν σε όλο το πεδίο της ροής και κυρίως κοντά στο στερεό όριο. Στα μοντέλα  $k-\epsilon$  αυτό οφείλεται σε δύο παράγοντες: Ο ένας είναι ότι για  $k=0$  στο στερεό όριο ο ρυθμός σκέδασης,  $\epsilon$ , δε μπορεί να πάρει μη-μηδενική τιμή και ο άλλος ότι οι σταθερές των μοντέλων λαμβάνονται από ταυτοποίηση των αριθμητικών αποτελεσμάτων με πειράματα και συνεπώς ισχύουν για συγκεκριμένο είδος ροών. Στην προκειμένη περίπτωση οι ροές που χαρακτηρίζονται από υψηλό  $Re$  είναι συνήθως ελεύθερες ροές και δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστούν σε περιοχές που χαρακτηρίζονται από χαμηλό  $Re$  όπως είναι η περιοχή κοντά στο στερεό όριο. Στα μοντέλα  $k-\omega$  ισχύει μονό ο πρώτος λόγος.

Έχουν προταθεί δύο τρόποι αντιμετώπισης των παραπάνω αδυναμιών. Ο ένας είναι μέσω των συναρτήσεων τοίχου (wall functions) και ο δεύτερος μέσω συναρτήσεων απόσβεσης (damping functions). Δεδομένου ότι και οι δύο μέθοδοι αφορούν όχι το ίδιο το μοντέλο αλλά την αριθμητική του επίλυση σε ένα τμήμα του πεδίου ροής, η παρουσίασή τους γίνεται στο παρόν κεφάλαιο στο οποίο δίνονται τα αριθμητικά μοντέλα.

#### 5.6.5.1 Συναρτήσεις τοίχου

Σε μεγάλους αριθμούς Reynolds το ιξώδες υπόστρωμα ενός οριακού στρώματος είναι τόσο λεπτό που είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθούν αρκετά σημεία πλέγματος για τη διακριτοποίησή του [30]. Συγκεκριμένα κοντά στο τοίχωμα εμφανίζεται πολύ μεγάλη κλίση της ταχύτητας αφού αυτή μεταβάλλεται από 0 σε  $O(1)$  σε μια απόσταση  $\delta=O(\sqrt{\nu})$  [70]. Αυτό το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με τη χρήση συναρτήσεων τοίχου (wall functions) οι οποίες βασίζονται στο γεγονός της ύπαρξης μιας λογαριθμικής περιοχής στην κατανομή της ταχύτητας. Η βασική ιδέα είναι να αφαιρεθεί από την υπολογιστική περιοχή ένα τμήμα του οριακού στρώματος με αποτέλεσμα η υπολογιστική περιοχή έχει ένα καινούριο όριο στο οποίο ορίζονται επιπλέον συνθήκες [70].



**Σχήμα 5.14 Σύνθεση οριακού στρώματος**

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.14 το οριακό στρώμα μπορεί να θεωρηθεί ότι συνίσταται από τις ακόλουθες περιοχές ανάλογα με τα φαινόμενα που δεσπόζουν κάθε φορά.

- ιξώδες υπόστρωμα : Είναι η περιοχή ανάμεσα στην επιφάνεια και την περιοχή ανάμιξης όπου ισχύει  $U^+ \sim \kappa y^+$  [116]. Η ροή είναι σχεδόν στρωτή και το μοριακό ιξώδες παίζει κυρίαρχο ρόλο. Για  $y^+ < 5$  η τύρβη δεν μπορεί να διατηρηθεί, η περιοχή αυτή καλείται και στρωτό υπόστρωμα. Αν και σε αυτή την περιοχή η ροή δεν είναι μόνιμη οι διακυμάνσεις της ταχύτητας δεν συνεισφέρουν και πολύ στη συνολική τάση διότι υπερκαλύπτονται από την επίδραση του μοριακού ιξώδους [103].

- Buffer στρώμα : Είναι η περιοχή στην οποία καμία από τα δύο είδη τάσεων δεν μπορεί να αγνοηθούν ( $5 < y^+ < 30$ ). Στο  $y^+ = 11$  έως  $12$  συμβαίνει τα δύο είδη τάσεων να εξισώνονται [103].

- Λογαριθμικό στρώμα : Είναι το τμήμα του οριακού στρώματος το οποίο είναι αρκετά κοντά στη στερεή επιφάνεια ώστε να μπορούν να αγνοηθούν οι αδρανειακοί όροι αλλά και σε αρκετή απόσταση από αυτή ώστε η ιξώδης τάση να θεωρείται πολύ μικρή. Στην πραγματικότητα το log layer δεν είναι ένα διακριτό στρώμα αλλά μάλλον ένα ασυμπτωτικό όριο ανάμεσα στην εσωτερική και την εξωτερική περιοχή του οριακού στρώματος [116]. Καλύπτει την περιοχή  $20 < y^+ < 100$ . Από  $y^+ = 30$  ( $y = 0.1\delta$ ) η τύρβη παίζει το σημαντικότερο ρόλο [70]. Το κύριο χαρακτηριστικό είναι ότι μέσα σε αυτό το στρώμα η ταχύτητα έχει μια λογαριθμική κατανομή που ακολουθεί ένα νόμο του τύπου:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \log y^+ + B \quad (5.112)$$

$$\text{όπου, } U^+ = \frac{U}{u_\tau} \quad (5.113)$$

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (5.114)$$

$\kappa = 0.41$  : η σταθερά του Von Karman

$$u_\tau = \frac{\tau_w}{\rho} : \text{η ταχύτητα τριβής (friction velocity)} \quad (5.115)$$

$\tau_w$  : η διατμητική τάση πάνω στο στερεό όριο

$\nu$  : το κινηματικό ιξώδες

$\rho$  : η πυκνότητα

$B$  : σταθερά που εξαρτάται από την τραχύτητα της επιφάνειας

Η σχέση (5.112) είναι γνωστή ως νόμος του τοίχου, ο οποίος όμως δεν ισχύει όταν υπάρχει αποκόλληση ροής. Μέσα στην περιοχή αυτή η τυρβώδης κινητική ενέργεια  $k$  και ο τυρβώδης ρυθμός σκέδασης  $\varepsilon$  δίνονται από τις σχέσεις

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (5.116)$$

και

$$\varepsilon = \frac{u_\tau^3}{ky} \quad (5.117)$$

- Defect layer : Βρίσκεται ανάμεσα στο log layer και στο τέλος του οριακού στρώματος

Από αυτές τις περιοχές του οριακού στρώματος, το ιξώδες υπόστρωμα και το buffer layer δεν επιλύονται. Ημιεμπειρικοί τύποι οι οποίοι ονομάζονται “συναρτήσεις τοίχου” χρησιμοποιούνται για να “γεφυρώσουν” την περιοχή που επηρεάζεται από το μοριακό ιξώδες κοντά στον τοίχο με την πλήρως τυρβώδη περιοχή. Άρα όταν χρησιμοποιούνται συναρτήσεις τοίχου θα πρέπει το πρώτο υπολογιστικό σημείο να τοποθετείται σε θέση όπου  $y^+ > 30$ .

Για απολύτως λεία επιφάνεια η σταθερά  $B$  έχει τιμή 5.1, ενώ για τραχεία επιφάνεια δίνεται από τη σχέση:

$$B = 8.4 + \frac{1}{k} \ln\left(\frac{S_R}{100}\right) \quad (5.118)$$

όπου,

$$S_R = \begin{cases} \left(\frac{50}{k_R^+}\right)^2 & , k_R^+ < 25 \\ \frac{100}{k_R^+} & , k_R^+ \geq 25 \end{cases} \quad (5.119)$$

$$k_R^+ = \frac{u_\tau k_R}{\nu} \quad (5.120)$$

$k_R$  : μέσο ύψος τραχύτητας

Όπως ήδη αναφέρθηκε με τη χρήση των συναρτήσεων τοίχου η ροή δεν επιλύεται μέσα στο οριακό στρώμα αλλά το στερεό όριο μετατίθεται στο τέλος αυτού όπου νέες οριακές συνθήκες επιβάλλονται [70]. Στο καινούριο όριο, το οποίο είναι ο πρώτος υπολογιστικός όγκος μετά το στερεό όριο εφαρμόζονται οι ακόλουθες συνθήκες για την ταχύτητα

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad (5.121)$$

$$\frac{\vec{u} \cdot \vec{s}}{\sqrt{\nu \left| \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|}} - \frac{1}{\kappa} \log \left( \delta \sqrt{\nu \left| \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|} \right) + \beta = 0 \quad (5.122)$$

Όπου,  $\vec{n}$  και  $\vec{s}$  τα μοναδιαία διανύσματα κάθετα και εφαπτόμενα στο στερεό όριο, αντίστοιχα.

Η τελευταία σχέση βασίζεται στην υπόθεση ότι το  $\frac{\partial u}{\partial \eta}$  είναι σταθερό, κάτι που δεν ισχύει στην αποκολλημένη ροή και προκύπτει από το νόμο του τοίχου.

Ακριβώς επειδή στο πρώτο υπολογιστικό σημείο εφαρμόζονται τιμές που ισχύουν για τη λογαριθμική περιοχή, στα μοντέλα στα οποία χρησιμοποιούνται οι συναρτήσεις τοίχου, δηλαδή στα μοντέλα υψηλού Re, απαιτείται ο πρώτος υπολογιστικός όγκος να βρίσκεται μέσα στη λογαριθμική περιοχή ενώ στα μοντέλα στα οποία οι εξισώσεις μεταφοράς ολοκληρώνονται μέχρι τον τοίχο θα πρέπει ο πρώτος υπολογιστικός όγκος να βρίσκεται μέσα στο ιξώδες υπόστρωμα και να εξασφαλίζεται ικανός αριθμός υπολογιστικών σημείων τόσο μέσα στο ιξώδες υπόστρωμα όσο και μέσα στη λογαριθμική περιοχή.

### 5.6.5.2 Συναρτήσεις απόσβεσης

Το μοντέλο υψηλού Re, αφαιρώντας από το υπολογιστικό πεδίο το κατώτερο μέρος του οριακού στρώματος, καθυστερεί να προβλέψει την αποκόλληση της ροής. Από την άλλη η επίλυση των εξισώσεων μεταφοράς του μοντέλου k-ε ως έχουν μέσα σε αυτό το στρώμα θα απαιτούσε πολύ μεγάλη διακριτοποίηση για να προσομοιωθούν οι μεγάλες κλίσεις ταχύτητας. Επιπλέον θα έπρεπε να διορθωθούν οι τιμές των σταθερών με βάση πειραματικά αποτελέσματα ροών περιορισμένων από σταθερό όριο. Μια λύση που προτείνεται είναι η χρήση του μοντέλου low Re. Στα

μοντέλα αυτά, τα οποία μπορεί να εφαρμοστούν μόνο εάν είναι δυνατό να δοθούν οριακές τιμές των χαρακτηριστικών της τύρβης πάνω στο όριο του στερεού, γίνεται προσπάθεια να διορθωθούν οι τιμές των σταθερών των μοντέλων.

Ενώ δεν είναι γνωστή η τιμή των  $k$  και  $\varepsilon$  στο οριακό στρώμα, μπορεί να υποτεθεί γι' αυτά μια ασυμπτωτική συμπεριφορά [116]. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι διακυμάνσεις των ταχυτήτων μπορούν να δοθούν ως

$$u' \sim A(x, z, t)y + O(y^2) \quad (5.123)$$

$$v' \sim B(x, z, t)y^2 + O(y^3) \quad (5.124)$$

$$w' \sim C(x, z, t)y + O(y^2) \quad (5.125)$$

και τους ορισμούς

$$k = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2) \quad (5.126)$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu k^2}{v_\tau} \quad (5.127)$$

$$\tau_{xy} = \mu_\tau \frac{\partial U_x}{\partial x_j} \quad (5.128)$$

προκύπτει

$$k \sim \frac{1}{2}(A^2 + C^2)y^2 + O(y^2) \quad (5.129)$$

$$\varepsilon \sim \nu(A^2 + C^2) + O(y) \quad (5.130)$$

$$\tau_{xy} = AB y^3 + O(y^4) \quad (5.131)$$

Αυτή η ασυμπτωτική συμπεριφορά είναι δυνατόν να περιγραφεί με συναρτήσεις απόσβεσης (damping functions) οι οποίες τροποποιούν τις εξισώσεις μεταφοράς.

### 5.6.5.3 Εισαγωγή χαμηλού $Re$ $k$ - $\varepsilon$ μοντέλου τύρβης

Όπως ήδη αναφέρθηκε στην περίπτωση των μοντέλων  $k$ - $\varepsilon$  υπάρχει πρόβλημα με την οριακή συνθήκη στο στερεό όριο, που αντιμετωπίζεται αλλάζοντας τύπο οριακής συνθήκης. Η οριακή συνθήκη μετατρέπεται από Dirichlet (γνωστή η τιμή στο όριο) σε von Neuman (γνωστή η κάθετη παράγωγος στο όριο) και συγκεκριμένα θέτοντας  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \bar{n}} = 0$ . Έτσι το πεδίο λύνεται πλέον μέχρι το στερεό όριο με οριακές συνθήκες στον τοίχο  $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ ,  $\vec{u} \cdot \vec{s} = 0$ ,  $k = 0$ ,  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} = 0$  και χωρίς τη χρήση συναρτήσεων τοίχου.

Για να μοντελοποιηθούν όσο γίνεται με ακρίβεια οι κλίσεις ταχύτητας κοντά στο στερεό όριο απαιτείται λεπτομερής διακριτοποίηση του υπολογιστικού πλέγματος. Έτσι απαιτείται το πρώτο υπολογιστικό σημείο να είναι σε  $y^+=1$  (κατ' άλλους  $y^+=0.5$ ) και τα πρώτα 10 υπολογιστικά σημεία να βρίσκονται σε  $Re_y < 200$  (κατ' άλλους τα πρώτα 15 σε  $y^+ < 10$ ).

Το μοντέλο low Re k-ε πέραν του ότι δεν καλυτερεύει τη συμπεριφορά σε ότι αφορά την ανασχετική κλίση πίεσης, δυσκολεύει την πραγματοποίηση μη-μόνιμων υπολογισμών [116]. Λόγω της απαίτησης της χρήσης πολύ μικρού  $dy$  κοντά στο τοίχωμα θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί και πολύ μικρό  $dt$  έτσι ώστε να ικανοποιείται ο περιορισμός CFL που εξασφαλίζει την ευστάθεια του αριθμητικού σχήματος.

Στην συνέχεια περιγράφεται η προσομοίωση με την οποία εκτιμήθηκε η σωστή εισαγωγή και απόδοσή του μοντέλου χαμηλού Re k-ε των Lam και Brehmhorst [18,74], στον κώδικα. Η ροή είναι ανάμεσα σε παράλληλες πλάκες για αριθμό  $Re_x=5600$  και  $24000$  και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τα αντίστοιχα της εργασίας [18], στην οποία χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος SIMPLER. Μεταξύ άλλων δίνεται η κατανομή της αδιάστατης ταχύτητας  $u^+$  ως προς την αδιάστατη απόσταση από την επιφάνεια της πλάκας  $y^+$  για  $Re_x=5600$  και η αδιάστατη τυρβώδης κινητική ενέργεια  $k^+$  για  $Re_x=24000$ . Τα παραπάνω αδιάστατα μεγέθη δίνονται από τις σχέσεις

$$y^+ = y \frac{u_\tau}{\nu}, \quad u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad k^+ = \frac{k}{u_\tau^2}.$$

Υπολογίστηκαν για μη-ομοιόμορφο πλέγμα με πυκνωση κοντά στον τοίχο όπως απαιτεί η εφαρμογή του μοντέλου low Reynolds.

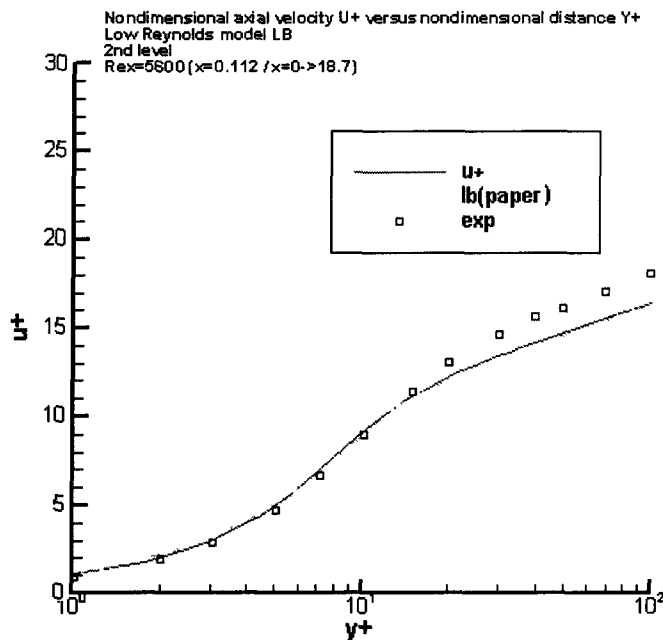
Στην παρούσα προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε πλέγμα  $140 \times 44$  σε κανάλι με μήκος 50 m και ύψος 1 m. Λόγω συμμετρίας το υπολογιστικό πεδίο καλύπτει το μισό κανάλι ενώ το πλέγμα δεν είναι ομοιόμορφο αλλά πυκνώνει κοντά στον τοίχο με το πρώτο υπολογιστικό σημείο στη θέση  $y^+=0.6$ . Χρησιμοποιήθηκε το υβριδικό ανάντη σχήμα παρεμβολής.

Στο Σχήμα 5.15 φαίνεται η κατανομή της αδιάστατης ταχύτητας ως προς την αδιάστατη απόσταση από τον τοίχο για  $Re_x=5600$  όπου τα παρόντα αποτελέσματα σχεδόν συμπίπτουν με αυτά της εργασίας [18].

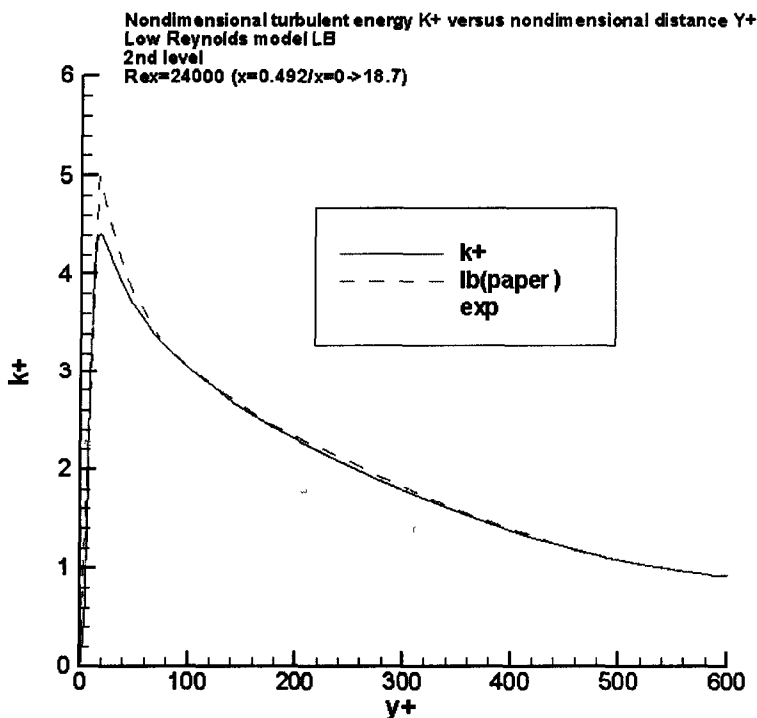
Ενώ στο Σχήμα 5.16 δίνεται η κατανομή της αδιάστατης κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς την αδιάστατη απόσταση από τον τοίχο  $y^+$  για αριθμό  $Re_x=24000$ . Ως μορφή και τάση οι δύο καμπύλες συμπίπτουν με μια διαφορά στη μέγιστη τιμή του  $k^+$



η οποία είναι πιθανόν να οφείλεται στο σχήμα διακριτοποίησης. Πάντως τα αποτελέσματα της παρούσας προσομοίωσης είναι πιο κοντά στα πειραματικά.



Σχήμα 5.15 Κατανομή της ταχύτητας  $u^+$  κοντά στον τοίχο  $y^+$  για  $Re_x=5600$



Σχήμα 5.16 Κατανομή του  $k^+$  κοντά στον τοίχο  $y^+$  για αριθμό  $Re_x=24000$

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα η εισαγωγή στον παρόντα κώδικα του low-Re μοντέλου τύρβης k-ε των Lam και Bremhorst θεωρείται επιτυχής, δεδομένου ότι για μεγάλες τιμές της  $y^+$  απόστασης υπάρχει άριστη σύγκριση με την εργασία [18] ενώ κοντά στο τοίχωμα προβλέπει με μεγαλύτερη ακρίβεια τα πειραματικά αποτελέσματα.

#### 5.6.5.4 Εισαγωγή του k-ω υψηλού Re μοντέλου τύρβης

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται και συγκρίνονται αποτελέσματα προσομοιώσεων με τη χρήση αυτού του μοντέλου προκειμένου να επιβεβαιωθεί η σωστή εισαγωγή του στον κώδικα. Θα πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι ο κώδικας CAFFA με το μοντέλο k-ω το οποίο χρησιμοποιεί συναρτήσεις τοίχου διατίθεται από τον Peric στο Διαδίκτυο, όμως εδώ ενσωματώθηκε στον κώδικα με τα άλλα μοντέλα τύρβης, διορθώθηκε και ελέγχθηκε. Αντιθέτως το μοντέλο k-ω με ολοκλήρωση μέχρι το στερεό όριο δεν υπήρχε αρχικά και εισήχθη για πρώτη φορά στον κώδικα [116, 117]. Μεταξύ άλλων γίνεται σύγκριση της κατανομής της αδιάστατης ταχύτητας  $u^*$  ως προς αδιαστατοποιημένη απόσταση  $y^*$  από τον τοίχο, της κατανομής της αδιάστατης ταχύτητας  $u^+$  ως προς αδιαστατοποιημένη απόσταση  $y^+$  από τον τοίχο και τέλος της κατανομής της αδιάστατης τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς την αδιάστατη απόσταση  $y^*$  από τον τοίχο για ροή μέσα σε κανάλι με αριθμό  $Re_H=13750$ . Για τα  $u^*$  και  $y^*$  ισχύει:

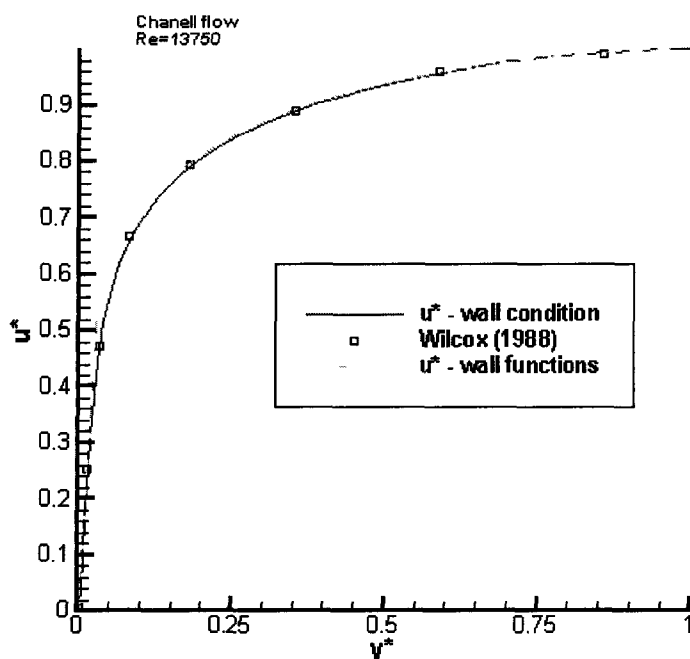
$$u^* = \frac{u}{u_m} \quad (5.132)$$

$$y^* = \frac{y}{(H/2)} \quad (5.133)$$

όπου,  $u_m$  η τιμή της ταχύτητας  $u$  στο μέσο του καναλιού, και  $H$  το ύψος του καναλιού.

Η σύγκριση γίνεται και για τα δύο μοντέλα Όμως τα διατιθέμενα στοιχεία αφορούν μόνο την εκδοχή του μοντέλου με την ολοκλήρωση μέχρι το στερεό όριο διότι για αυτή μόνο την περίπτωση δίνονται αποτελέσματα στην εργασία [116]. Για την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε ροή σε κανάλι ύψους 1 m και μήκους 50 m, ώστε να εξασφαλισθεί πλήρως αναπτυγμένη ροή. Στην πραγματικότητα για το συγκεκριμένο Re η ροή είναι πλήρως αναπτυγμένη από το μέσο του καναλιού. Το ύψος του καναλιού ήταν 1 m, αλλά λόγω συμμετρίας επιλύεται μόνο το μισό.

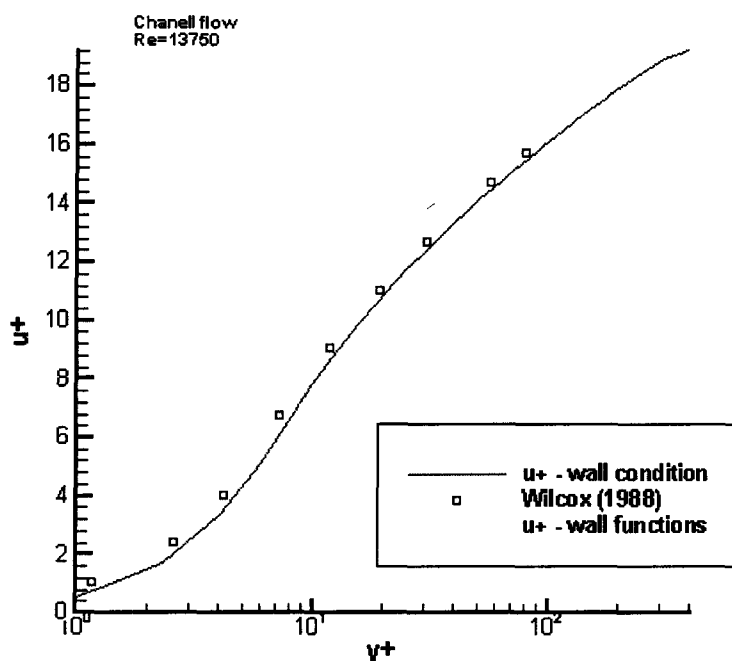
Η προσομοίωση με χρήση συναρτήσεων τοίχου έγινε με πλέγμα 71x18 και  $\text{expansion}(\text{exp})=1$ . Το πλέγμα αυτό στην πλήρως αναπτυγμένη ροή δίνει  $y^+=12$  για τον πρώτο υπολογιστικό όγκο που είναι αποδεκτό. Η προσομοίωση με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο έγινε με πλέγμα 71x18 και  $\text{exp}=1.1$ . Το πλέγμα αυτό στην πλήρως αναπτυγμένη ροή δίνει  $y^+=0.75$  στον πρώτο υπολογιστικό όγκο που υπερκαλύπτει την απαίτηση  $y_1^+ < 2.5$ . Στο Σχήμα 5.17 δίνεται η κατανομή της ταχύτητας  $u^*$  για πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή με  $\text{Re}_H=13750$  και για τις δύο εκδοχές του μοντέλου



**Σχήμα 5.17 Κατανομή της ταχύτητας  $u^*$  ως προς  $y^*$  για τυρβώδη ροή σε κανάλι με  $\text{Re}_H=13750$**

Η ταύτιση ανάμεσα στα παρόντα αποτελέσματα και του Wilcox είναι άριστη, ιδιαίτερα για τα αποτελέσματα του μοντέλου με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο. Αυτό ήταν αναμενόμενο εφόσον το μοντέλο αυτό χρησιμοποιεί πιο πυκνό πλέγμα. Η διαφορά στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων δε δικαιολογεί προς το παρόν το επιπλέον υπολογιστικό κόστος.

Στο Σχήμα 5.18 παρουσιάζεται η κατανομή της ταχύτητας  $u^+$  ως προς την απόσταση από τον τοίχο  $y^+$  για πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή εντός καναλιού με  $\text{Re}_H=13750$  και πάλι και για τις δύο εκδοχές του high Re μοντέλου k- $\omega$ .

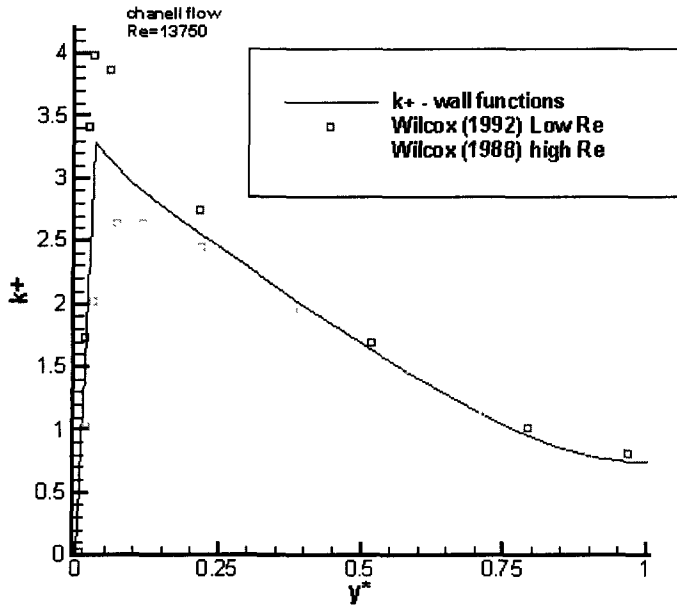


**Σχήμα 5.18 Κατανομή της ταχύτητας  $u^+$  ως προς  $y^+$  για τυρβώδη ροή σε κανάλι με  $Re_H=13750$**

Η ταύτιση ανάμεσα στα παρόντα αποτελέσματά και του Wilcox θεωρείται ικανοποιητική για το μοντέλο με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο. Αντιθέτως το μοντέλο που χρησιμοποιεί συναρτήσεις τοίχου δε δίνει καλή ταύτιση αποτελεσμάτων. Εδώ το επιπλέον υπολογιστικό κόστος δικαιολογείται από τη διαφορά στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

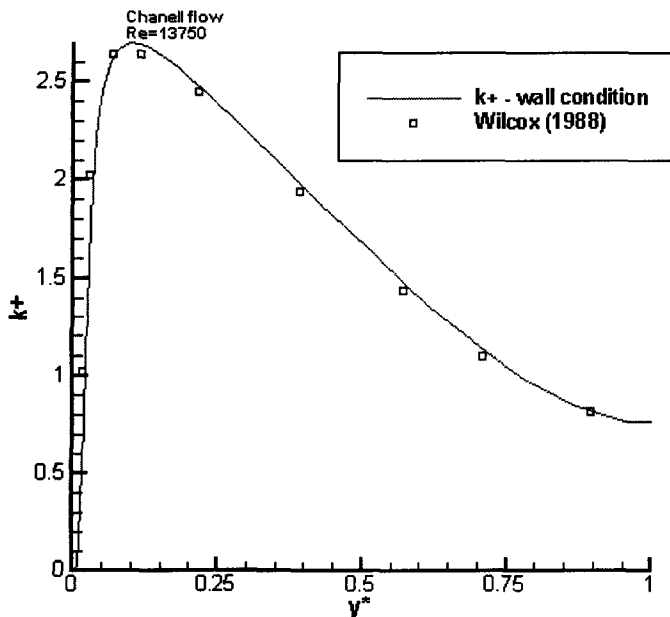
Στο Σχήμα 5.19 παρουσιάζεται η κατανομή της αδιάστατης τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς την αδιάστατη απόσταση από τον τοίχο  $y^*$  για πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή εντός καναλιού με  $Re_H=13750$ , για το μοντέλο που χρησιμοποιεί συναρτήσεις τοίχου. Ελλείπει αποτελεσμάτων σύγκρισης για την παρούσα εκδοχή του μοντέλου στο ίδιο σχήμα δίνονται και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το low Re k- $\omega$  μοντέλο έτσι ώστε να βοηθηθεί η σύγκριση.

Όπως φαίνεται τα αποτελέσματα που προκύπτουν με χρήση συναρτήσεων τοίχου βρίσκονται ανάμεσα σε αυτά του μοντέλου high Re με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο και σε αυτά με μοντέλο low Re.



**Σχήμα 5.19 Κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς  $y^*$  για τυρβώδη ροή σε κανάλι ( $Re_H=13750$ )**

Στο Σχήμα 5.20 παρουσιάζεται η κατανομή της αδιάστατης τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς την αδιάστατη απόσταση από τον τοίχο  $y^*$  για πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή εντός καναλιού με  $Re_H=13750$ , για το μοντέλο που κάνει ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο.



**Σχήμα 5.20 Κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς  $y^*$  για τυρβώδη ροή σε κανάλι ( $Re_H=13750$ )**

Η ταύτιση των αποτελεσμάτων είναι άριστη.

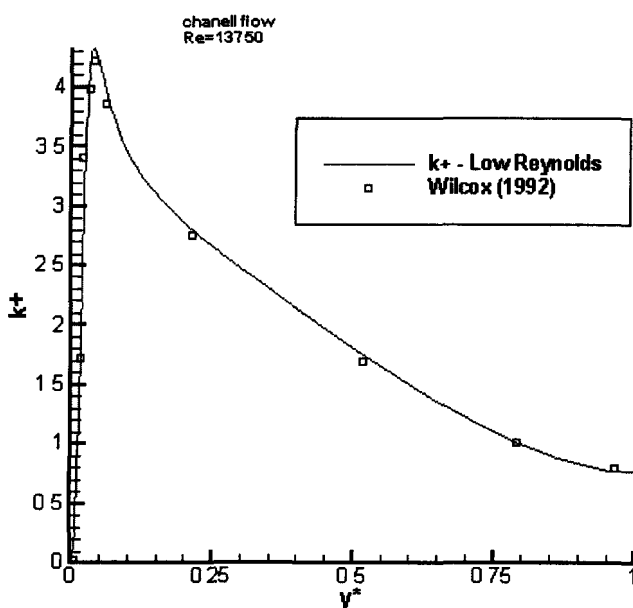
Από τα παραπάνω η ενσωμάτωση του μοντέλου k- $\omega$  με χρήση συναρτήσεων τοίχου και η εισαγωγή του μοντέλου k- $\omega$  με ολοκλήρωση μέχρι το στερεό όριο θεωρείται επιτυχής.

### 5.6.5.5 Εισαγωγή του k- $\omega$ χαμηλού Re μοντέλου τύρβης

Στην παρούσα παράγραφο θα πιστοποιηθεί η επιτυχής εισαγωγή του στον κώδικα μέσω σύγκρισης των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων με αυτά της εργασίας [116]. Γίνεται σύγκριση της κατανομής της αδιάστατης τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς την αδιάστατη απόσταση  $y^*$  από τον τοίχο για ροή μέσα σε κανάλι με αριθμό  $Re_H = 13750$ . Τα  $y^*$  και  $k^+$  έχουν το νόημα που τους έχει δοθεί στην προηγούμενη παράγραφο.

Για την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε ροή σε κανάλι συνολικού μήκους 50 m, ώστε να εξασφαλισθεί πλήρως αναπτυγμένη ροή. Χρησιμοποιήθηκε πλέγμα  $71 \times 18$  και  $exp=1.1$ . Το πλέγμα αυτό στην πλήρως ανεπτυγμένη ροή δίνει  $y_1^+ = 0.75$  στον πρώτο υπολογιστικό όγκο κάτι που υπερκαλύπτει την απαίτηση  $y_1^+ < 2.5$  της θεωρίας.

Στο Σχήμα 5.21 παρουσιάζεται η κατανομή της αδιάστατης τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς την αδιάστατη απόσταση από τον τοίχο  $y^*$  για πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή εντός καναλιού με  $Re_H = 13750$ , για low Reynolds k- $\omega$  μοντέλο τύρβης.



Σχήμα 5.21 Κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k^+$  ως προς  $y^*$  για τυρβώδη ροή σε κανάλι ( $Re_H = 13750$ )

Η ταύτιση των αποτελεσμάτων είναι άριστη.

Από τα παραπάνω η εισαγωγή του low Reynolds k- $\omega$  μοντέλου τύρβης στον παρόντα κώδικα θεωρείται επιτυχής.

Τέλος, να σημειωθεί ότι για τις προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκαν και δύο διαφορετικά σχήματα παρεμβολής στο χώρο: η απλή ανάντη παρεμβολή και η παρεμβολή TVD που χρησιμοποιεί τον minmod limiter του Roe χωρίς να παρατηρηθούν διαφορές στα αποτελέσματα.

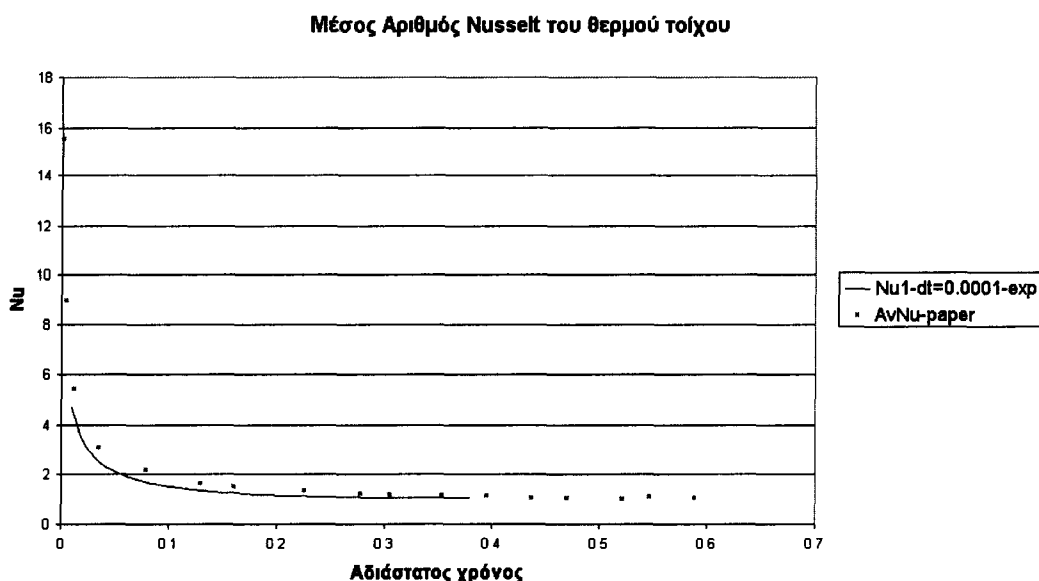
## **5.7 Εισαγωγή μη-μόνιμης ροής**

Θα πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι ο αρχικός κώδικας CAFFA περιελάμβανε τη δυνατότητα υπολογισμού μη-μόνιμης ροής. Η παρούσα επέμβαση αφορούσε στη διόρθωση σημείων του κώδικα και κυρίως στη μεταβολή των αρχείων εξόδου. Έτσι προστέθηκαν αρχεία στα οποία αποθηκεύονται για κάθε χρονικό βήμα ξεχωριστά : α) η κατανομή πίεσης γύρω από στερεό όριο για εξωτερική ροή, β) η κατανομή του συντελεστή πίεσης, γ) η κατανομή των διατμητικών τάσεων και του τοπικού συντελεστή τριβής, και τέλος δ) τα αεροδυναμικά φορτία. Επιπλέον τροποποιήθηκαν τα ήδη υπάρχοντα αρχεία εξόδου έτσι ώστε να είναι δυνατόν να διατηρούνται, για όλα τα χρονικά βήματα ή για αυτά που προεπιλέγονται από το αρχείο εισόδου, με ονομασία που να οδηγεί το χρήστη στην αντιστοίχισή τους με το χρονικό βήμα το οποίο εκπροσωπούν.

Για τον έλεγχο και την πιστοποίηση του κώδικα σε ότι αφορά τους υπολογισμούς μη-μόνιμης ροής έγινε προσομοίωση της ροής φυσικής συναγωγής μέσα σε τετράγωνη κοιλότητα για αέρα ( $Pr=0.71$ ). Οι δύο κάθετοι τοίχοι της κοιλότητας είναι ισόθερμοι ενώ οι δύο οριζόντιοι αδιαβατικοί. Η αρχική αδιάστατη θερμοκρασία είναι παντού 0 και αποκτά την τιμή 1 ξαφνικά στον τοίχο που έχει επιλεγεί ως “θερμός τοίχος”. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων γίνεται με τα αποτελέσματα της εργασίας [57], με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και μη-ομοιόμορφο πλέγμα  $29 \times 29$  για αριθμούς  $Ra=10^3-10^6$ , δηλ. στρωτή ροή. Πραγματοποιήθηκαν όλες οι παραπάνω προσομοιώσεις με πλέγμα  $30 \times 30$  ελέγχοντας τα ακόλουθα στοιχεία : α) βήμα χρονικής διακριτοποίησης, και β) Πύκνωση του πλέγματος. Προέκυψαν τα συμπεράσματα ότι για χρονικό βήμα μικρότερο του  $dt=0.001$  η προσομοίωση γίνεται ανεξάρτητη του πλέγματος σε ότι αφορά τη διακριτοποίηση στο χρόνο, και ότι με αυξανόμενο το αριθμό Rayleigh η επίδραση της αλλαγής του συντελεστή πύκνωσης (expansion) γίνεται πιο σημαντική.

Η διαφορά στη μέθοδο προσομοίωσης με την εργασία [57] καθώς και το γεγονός ότι σε αυτή δε διευκρινίζεται ο τρόπος πύκνωσης του πλέγματος χαλαρώνει τις απαιτήσεις για ταύτιση των αποτελεσμάτων των δύο προσομοιώσεων. Πέραν τούτου στην εργασία αναφέρονται ποσοστά απόκλισης των υπολογισμών τους από άλλες προσομοιώσεις. Τέλος σημειώνεται ότι σε όλες τις προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκε ως σχήμα παρεμβολής στο χώρο το σχήμα TVD με τον limiter Van Leer.

Από το σύνολο των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται ενδεικτικά ένα για κάθε αριθμό Rayleigh. Στο Σχήμα 5.22 παρουσιάζεται η εξέλιξη του μέσου αριθμού Nusselt του θερμού τοίχου ως προς τον αδιάστατο χρόνο  $\tau$  για  $Ra=10^3$ . Αντιστοιχεί σε προσομοίωση με χρονικό βήμα  $dt=0.0001$  και με μη-ομοιόμορφο πλέγμα με συντελεστή expansion 1.4.

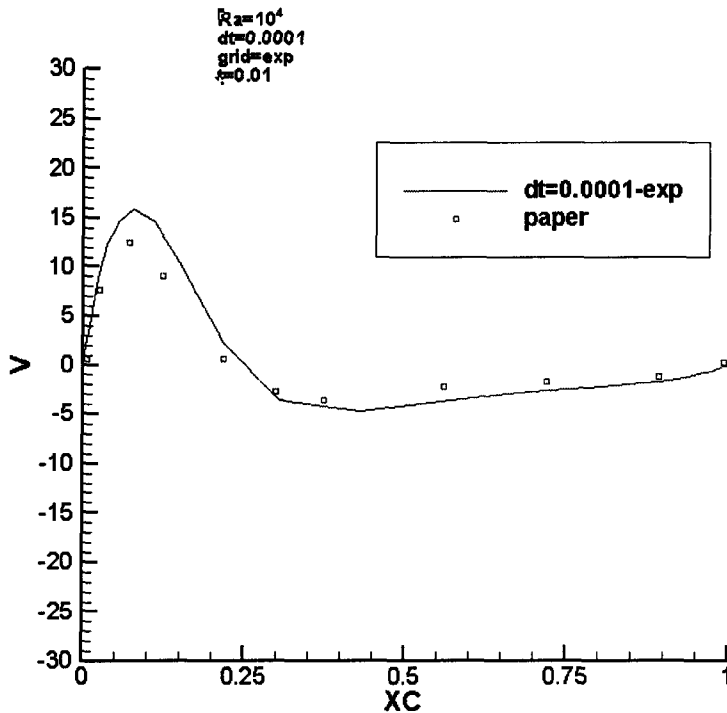


**Σχήμα 5.22 Χρονική μεταβολή του μέσου αριθμού Nusselt (θερμός τοίχος),  $Ra=10^3$**

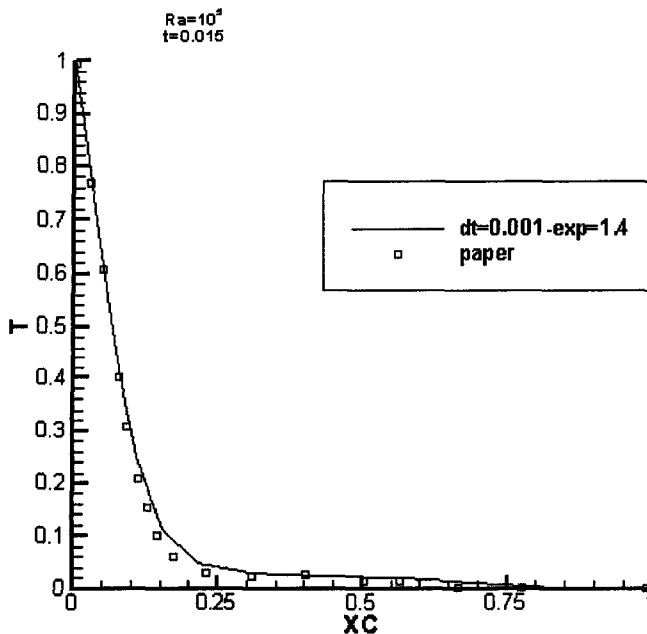
Στο Σχήμα 5.23 παρουσιάζεται η κατανομή της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας στο οριζόντιο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας για τη χρονική στιγμή  $t=0.01$  για αριθμό  $Ra=10^4$ , με χρονικό βήμα  $dt=0.0001$  και μη-ομοιόμορφο πλέγμα  $30 \times 30$  με συντελεστή expansion 1.1.

Ενώ στο Σχήμα 5.24 παρουσιάζεται η κατανομή της θερμοκρασίας στο οριζόντιο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας τη χρονική στιγμή  $t=0.015$  που λήφθηκε με προσομοίωση με χρονικό βήμα  $dt=0.001$ , χρησιμοποιώντας μη-ομοιόμορφο πλέγμα με συντελεστή expansion 1.4 για αριθμό  $Ra=10^5$ .





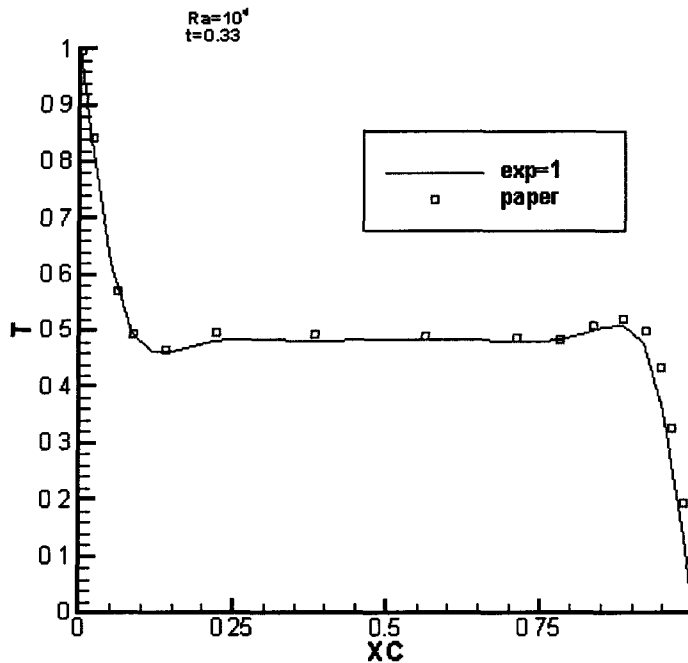
Σχήμα 5.23 Κατανομή της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας τη χρονική στιγμή  $t=0.01$  για αριθμό  $Ra=10^4$



Σχήμα 5.24 Κατανομή της θερμοκρασίας στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας ( $t=0.015$ ,  $Ra=10^5$ )

Στο Σχήμα 5.25 παρουσιάζεται η κατανομή της θερμοκρασίας στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας όταν έχει φτάσει σε μόνιμη κατάσταση ( $t=0.33$ ) που

λήφθηκε με προσομοίωση με χρονικό βήμα  $dt=0.001$ , χρησιμοποιώντας ομοιόμορφο πλέγμα για αριθμό  $Ra=10^6$ . Η σύγκριση είναι άριστη.



Σχήμα 5.25 Κατανομή της θερμοκρασίας στο επίπεδο συμμετρίας της κοιλότητας ( $t=0.33$ ,  $Ra=10^6$ )

### 5.8 Αλλαγή του πλέγματος

Επειδή θα χρησιμοποιηθεί μοντέλο τύρβης το οποίο τουλάχιστον κοντά στο στερεό τοίχωμα θα είναι τύπου low-Re (δηλαδή δε θα χρησιμοποιεί συναρτήσεις τοίχου), είναι απαραίτητο να εξασφαλιστεί μια γεννήτρια πλέγματος που θα επιτρέψει τη δημιουργία πλέγματος γύρω από αεροτομή με πολύ μικρό διαμερισμό κάθετα στην επιφάνεια της αεροτομής. Υπενθυμίζεται ότι για ένα low-Reynolds μοντέλο θα πρέπει ο  $1^\circ$  υπολογιστικός όγκος να βρίσκεται σε απόσταση  $y^+ = 0.5$  έως  $2.5$ , και επίσης να υπάρχει ικανός αριθμό υπολογιστικών όγκων σε απόσταση  $y^+ < 10$ . Επειδή με την γεννήτρια πλέγματος GRGEN του Peric κάτι τέτοιο ήταν αδύνατον να επιτευχθεί, ενσωματώθηκε στον κώδικα ο αλγόριθμος Rizzi [128], κατάλληλος για κατασκευή πλέγματος γύρω από αεροτομή. Σημειώνεται ότι ο κώδικας κατασκευής πλέγματος που προέκυψε είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί μόνο για αεροτομή αλλά υπερέρχει του προηγούμενου κώδικα στα εξής σημεία :

α) Στο αρχείο εισόδου του δίνονται πληροφορίες για την πύκνωση του πλέγματος στην ακμή φυγής, στην ακμή πρόσπτωσης και τον αριθμό των

υπολογιστικών σημείων πάνω στην αεροτομή, τις οποίες χρησιμοποιεί μαζί με τις συντεταγμένες των σημείων της αεροτομής. Έτσι είναι δυνατόν να κατασκευάζεται μια φορά ένα λεπτομερές αρχείο με πολλά σημεία πάνω στην αεροτομή και κατόπιν να χρησιμοποιείται το ίδιο αρχείο για να δοκιμαστούν διαφορετικά πλέγματα. Στον κώδικα GRGEN για να αλλάξει η πυκνωση ή ο αριθμός υπολογιστικών σημείων έπρεπε να υπολογιστεί το αρχείο από την αρχή.

β) Με ανάλογο τρόπο είναι πιο εύκολο να δοθούν και να μεταβληθούν στοιχεία για την πυκνωση του πλέγματος σε κατεύθυνση κάθετη προς την αεροτομή καθώς και το μέγεθος του πεδίου γύρω από αυτή.

γ) Κάνει καλύτερη εξομάλυνση με spline παρεμβολή της αεροτομής.

δ) Το πιο σημαντικό πλεονέκτημα του κώδικα Rizzi έγκειται στον τρόπο με τον οποίο υπολογίζει τα εσωτερικά σημεία του πλέγματος και κυρίως εκείνα που βρίσκονται σε άμεση γειτνίαση με το όριο της αεροτομής. Το τελευταίο ήταν το κύριο μειονέκτημα του κώδικα GRGEN ο οποίος αδυνατούσε να δημιουργήσει πλέγμα με πολύ μικρή πρώτη απόσταση.

## **5.9 Εισαγωγή αεροελαστικού μοντέλου**

Όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 4 το ελαστικό μοντέλο επικοινωνεί με το αεροδυναμικό με τρεις τρόπους: Μέσω των οριακών συνθηκών εισόδου, μέσω των οριακών συνθηκών στην επιφάνεια του στερεού και των επιφανειακών δυνάμεων που ασκούνται από το στερεό στο ρευστό και μοντελοποιούνται ως όροι πηγής στις εξισώσεις διατήρησης της ορμής. Παρακάτω παρουσιάζονται οι μετατροπές που έγιναν στον κώδικα προκειμένου να επιτευχθεί η ανωτέρω επικοινωνία και ο αλγόριθμος επίλυσης του προκύπτοντος συστήματος αεροελαστικών εξισώσεων.

### **5.9.1 Επικοινωνία αεροδυναμικού και ελαστικού μοντέλου**

Το τμήμα του κώδικα που χειρίζεται το ελαστικό μοντέλο δέχεται ως είσοδο από το αεροδυναμικό τμήμα τα φορτία  $F_x$ ,  $F_y$  και τη ροπή  $M$ , τα οποία υπολογίζονται από τις εξισώσεις (5.105), (5.107) και (5.109), αντίστοιχα, και χρησιμοποιώντας τη γεωμετρική γωνία πρόσπτωσης, η οποία ισούται με το αρχικό pitch του πτερυγίου στη συγκεκριμένη θέση συν τη στρεπτική μετατόπιση  $\alpha$ , υπολογίζει τα αεροδυναμικά φορτία ως προς τους τρεις βαθμούς ελευθερίας της αεροτομής σύμφωνα με τη θεωρία που έχει αναπτυχθεί στις παραγράφους 4.3.4.1 και 4.3.4.2

### 5.9.1.1 Οριακές συνθήκες εισόδου

Σε κάθε χρονική στιγμή και πριν την έναρξη ενός νέου κύκλου εξωτερικών επαναλήψεων του αεροδυναμικού τμήματος του κώδικα υπολογίζεται η ενεργός γωνία πρόσπτωσης σύμφωνα με τη θεωρία που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 4.3.5.1.

### 5.9.1.2 Οριακές συνθήκες επιφάνειας στερεού

Η γραμμική ταχύτητα σημείου I της επιφάνειας της αεροτομής λόγω της γωνιακής ταχύτητας συστροφής  $\dot{\alpha}$  υπολογίζεται από την εξίσωση (4.172) σύμφωνα με τη θεωρία που αναπτύσσεται στην παράγραφο 4.3.5.2. Αν  $(x_{tw}, y_{tw})$  το μοναδιαίο εφαπτομενικό διάνυσμα στο σημείο I της αεροτομής, τότε η εφαπτομενική συνιστώσα της γραμμικής ταχύτητας  $u_t$  πάνω στην αεροτομή στο σημείο I δίνεται ως

$$u_T = u_x \cdot x_{tw} + u_y \cdot y_{tw} \quad (5.134)$$

Άρα στην εισαγωγή της συνθήκης μη-ολίσθησης θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι το ρευστό που βρίσκεται στο όριο της αεροτομής θα πρέπει να κινείται με ταχύτητα  $u_T$ . Σε αυτή την περίπτωση, και με βάση την κατεύθυνση με την οποία δίνονται τα όρια τοίχου στον κώδικα το κάθετο διάνυσμα στο σημείο I θα δίνεται ως  $(x_n, y_n)$  όπου  $x_n = -y_{tw}$  και  $y_n = x_{tw}$ , ενώ η κάθετη συνιστώσα της γραμμικής ταχύτητας  $u_N$  πάνω στην αεροτομή στο σημείο I δίνεται ως:

$$u_N = u_x \cdot x_n + u_y \cdot y_n \quad (5.135)$$

Άρα στην εισαγωγή της συνθήκης μη-εισχώρησης θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι το ρευστό που βρίσκεται στο όριο της αεροτομής θα πρέπει να κινείται με ταχύτητα  $u_N$

### 5.9.1.3 Όροι πηγής

Ο τρίτος τρόπος με τον οποίο το ελαστικό επηρεάζει το αεροδυναμικό μοντέλο είναι μέσω της επιτάχυνσης του κάθε σημείου της επιφάνειας της αεροτομής. Η επιτάχυνση αυτή που επιβάλλεται από την αεροτομή στα γειτονικά σημεία του ρευστού ισοδυναμεί με εφαρμογή επιφανειακής δύναμης. Η γραμμική επιτάχυνση κάθε σημείου της αεροτομής οφείλεται τόσο στη γραμμική επιτάχυνση που έχει η αεροτομή ως συμπαγές σώμα όσο και στη γωνιακή ταχύτητα αλλά και τη γωνιακή επιτάχυνση με τις οποίες συστρέφεται ελαστικά γύρω από τον ελαστικό της άξονα. Η συνολική γραμμική επιτάχυνση σημείου I δίνεται από τη σχέση (4.174) σύμφωνα με τη θεωρία που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 4.3.6. Για να μετατραπεί η επιτάχυνση

σε δύναμη θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί με τη μάζα του ρευστού στο οποίο επιβάλλεται δηλαδή με την πυκνότητα επί τον όγκο. Έτσι η επιτάχυνση μετατρέπεται σε δύναμη και προστίθεται στην εξίσωση Navier-Stokes ως όρος πηγής.

### 5.9.2 Αλγόριθμος επίλυσης του αεροελαστικού συστήματος

Σύμφωνα με τη θεωρία που έχει αναπτυχθεί στην παράγραφο 4.3 το αεροελαστικό πρόβλημα έχει μοντελοποιηθεί μέσω του ακόλουθου συστήματος αδιαστατοποιημένων εξισώσεων:

$$\text{flap} : u^{*''} + a'' \overline{r_\xi^*} + 2\xi_{Du} \overline{\omega_u \kappa} u^{*'} + \kappa^2 \overline{\omega_u^2} u^* = \frac{1}{2} R_f C_u \quad (5.136)$$

$$\text{edge} : \frac{1}{2} R_f C_w + \overline{r_\xi^*} \kappa^2 = \frac{w^{*''} - a'' \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{Dw} \overline{\omega_w \kappa} w^{*'} + a \overline{r_\zeta^*} \kappa^2 - w^* \kappa^2 + \overline{\omega_w^2} \kappa^2 w^*}{\kappa^2} \quad (5.137)$$

$$\text{pitch} : \frac{u^{*''} \overline{r_\xi^*} + a'' \overline{r^2} - w^{*''} \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{Da} \overline{\omega_a \kappa r^2} a' + \kappa^2 \overline{r_\zeta^*} w^* + \overline{\omega_a^2} \kappa^2 r^2 a}{\kappa^2} = \frac{1}{2} R_f C_M \quad (5.138)$$

το οποίο μπορεί να γραφτεί με τη μορφή πινάκων ως

$$M\phi'' + C\phi' + K\phi = F \quad (5.139)$$

όπου,

$$\phi = \begin{bmatrix} u \\ w \\ a \end{bmatrix} \quad (5.140)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \overline{r_\xi^*} \\ 0 & 1 & -\overline{r_\zeta^*} \\ \overline{r_\xi^*} & -\overline{r_\zeta^*} & \overline{r^2} \end{bmatrix} \quad (5.141)$$

$$C = \begin{bmatrix} 2\xi_{Du} \overline{\omega_u \kappa} & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_{Dw} \overline{\omega_w \kappa} & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_{Da} \overline{\omega_a \kappa r^2} \end{bmatrix} \quad (5.142)$$

$$K = \begin{bmatrix} \kappa^2 \overline{\omega_u^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\kappa^2 + \kappa^2 \overline{\omega_w^2} & \kappa^2 \overline{r_\zeta^*} \\ 0 & \kappa^2 \overline{r_\zeta^*} & \kappa^2 \overline{\omega_a^2 r^2} \end{bmatrix} \quad (5.143)$$

$$F = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} R_f C_u \\ \frac{1}{2} R_f C_w + \kappa^2 \overline{r_\xi^*} \\ \frac{1}{2} R_f C_M \end{bmatrix} \quad (5.144)$$

Αυτό είναι ένα σύστημα που διαμορφώνεται κάθε φορά που ολοκληρώνονται οι εξωτερικές επαναλήψεις του αεροδυναμικού τμήματος του κώδικα (όταν το τελευταίο έχει συγκλίνει) και επιλύεται με τον αλγόριθμο Newmark.

Με την ονομασία Generalized Newmark είναι γνωστός ο “Truncated Taylor series collocation algorithm” ή “GNrj”. Εδώ θα χρησιμοποιηθεί η εφαρμογή του σε δεύτερης τάξης διαφορικές εξισώσεις [118].

Στην παρούσα εργασία ο αλγόριθμος Newmark βασίστηκε σε κώδικα που δόθηκε αρχικά από τον Δρ.Χαβιαρόπουλο, στη συνέχεια εξελίχθηκε από τον Δρ.Βουτσινά και έλαβε την τελική του μορφή από την γράφουσα.

### 5.9.2.1 Γενική μορφή του αλγόριθμου Newmark

Στη γενική μορφή το πρόβλημα που πρέπει να αντιμετωπιστεί είναι η επίλυση του ακόλουθου συστήματος  $j$  διαφορικών εξισώσεων  $p=2$ ης τάξης με  $j$  αγνώστους.

$$M \ddot{a}_n + C \dot{a}_n + K a_n + f_n = 0 \quad (5.145)$$

όπου,

τα  $M$ ,  $C$  και  $K$  πίνακες  $j \times j$ , τα  $\ddot{a}_n, \dot{a}_n$  και  $a_n$  διανύσματα  $j \times 1$  των επιταχύνσεων, ταχυτήτων και μετατοπίσεων (αφού στην προκειμένη περίπτωση αυτή είναι η φυσική σημασία των παραγώγων), και  $f_n$   $j \times 1$  διάνυσμα των εξωτερικών φορτίων, τη χρονική στιγμή  $n$ .

Το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: Να υπολογιστούν τα διανύσματα των επιταχύνσεων, των ταχυτήτων και των μετατοπίσεων τη χρονική στιγμή  $n+1$  αν είναι γνωστές οι τιμές τους τη χρονική στιγμή  $n$  καθώς και το διάνυσμα των εξωτερικών δυνάμεων τις χρονικές στιγμές  $n$  και  $n+1$ .

Προκειμένου να γίνει αυτό γράφεται το σύστημα των εξισώσεων τη χρονική στιγμή  $n+1$ .

$$M \ddot{a}_{n+1} + C \dot{a}_{n+1} + K a_{n+1} + f_{n+1} = 0 \quad (5.146)$$

Σύμφωνα με τα truncated αναπτύγματα Taylor οι μετατοπίσεις  $a$  και οι παράγωγοί τους μπορούν να γραφτούν με την ακόλουθη μορφή:

$$a_{n+1} = a_n + \Delta t \dot{a}_n + \dots + \frac{\Delta t^p}{p!} a_n^{(p)} + \beta_p \frac{\Delta t^p}{p!} (a_{n+1}^{(p)} - a_n^{(p)}) \quad (5.147)$$

$$\dot{a}_{n+1} = \dot{a}_n + \Delta t \ddot{a}_n + \dots + \frac{\Delta t^{p-1}}{(p-1)!} a_n^{(p)} + \beta_{p-1} \frac{\Delta t^{p-1}}{(p-1)!} (a_{n+1}^{(p)} - a_n^{(p)}) \quad (5.148)$$

$$a_{n+1}^{(p-1)} = a_n^{(p-1)} + \Delta t a_n^{(p)} + \beta_1 \Delta t (a_{n+1}^{(p)} - a_n^{(p)}), \quad \beta_0 = 1 \quad (5.149)$$

Τα  $\beta_j$ ,  $j=1,2,\dots,p$  επιλέγονται έτσι ώστε να δίνουν καλές ιδιότητες στον αλγόριθμο σε ότι αφορά την ευστάθεια και τη σύγκλιση αυτού.

Αναδιατάσσοντας τις παραπάνω σχέσεις τα αναπτύγματα Taylor μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$a_{n+1} = \overline{a_{n+1}} + \beta_p \frac{\Delta t^p}{p!} a_{n+1}^{(p)}, \quad \overline{a_{n+1}} = a_n + \Delta t \dot{a}_n + \dots + \frac{\Delta t^p}{p!} a_n^{(p)} (1 - \beta_p) \quad (5.150)$$

$$\dot{a}_{n+1} = \dot{\overline{a_{n+1}}} + \beta_{p-1} \frac{\Delta t^{p-1}}{(p-1)!} a_{n+1}^{(p)}, \quad \dot{\overline{a_{n+1}}} = \dot{a}_n + \Delta t \ddot{a}_n + \dots + \frac{\Delta t^{p-1}}{(p-1)!} a_n^{(p)} (1 - \beta_{p-1}) \quad (5.151)$$

$$\ddot{a}_{n+1} = \ddot{\overline{a_{n+1}}} + \beta_{p-2} \frac{\Delta t^{p-2}}{(p-2)!} a_{n+1}^{(p)}, \quad \ddot{\overline{a_{n+1}}} = \ddot{a}_n + \Delta t a_n^{(3)} + \dots + \frac{\Delta t^{p-2}}{(p-2)!} a_n^{(p)} (1 - \beta_{p-2}) \quad (5.152)$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στο σύστημα εξισώσεων τη χρονική στιγμή  $n+1$ , προκύπτει ένα σύστημα με μόνο άγνωστο το διάνυσμα  $a_{n+1}$  ή το  $a_{n+1}^{(p)}$ , ανάλογα με τον τρόπο αντικατάστασης. Έτσι είναι δυνατόν το σύστημα να λυθεί ως προς αυτό το διάνυσμα και ακολούθως να υπολογιστούν και τα άλλα δύο διανύσματα από τις παραπάνω σχέσεις.

Στον αλγόριθμο Newmark τα  $\overline{a_{n+1}}$ ,  $\dot{\overline{a_{n+1}}}$  και  $\ddot{\overline{a_{n+1}}}$  παριστούν προσεγγίσεις των αντιστοίχων διανυσμάτων τη χρονική στιγμή  $n+1$  οι οποίες απαιτούν για τον υπολογισμό τους τις τιμές των διανυσμάτων μόνο στην προηγούμενη χρονική στιγμή.

### 5.9.2.2 Ο αλγόριθμος Newmark

Αν εφαρμοστεί ο παραπάνω αλγόριθμος για σύστημα 2<sup>ης</sup> τάξης διαφορικών εξισώσεων τότε θα προκύψει το πρόβλημα της επίλυσης της εξίσωσης

$$M \ddot{a}_n + C \dot{a}_n + K a_n + f_n = 0 \quad (5.153)$$

όπως αναφέρθηκε και πριν προκειμένου να λυθεί το παραπάνω σύστημα γράφεται στη χρονική στιγμή  $n+1$ :

$$M \ddot{a}_{n+1} + C \dot{a}_{n+1} + K a_{n+1} + f_{n+1} = 0 \quad (5.154)$$

Το ανάπτυγμα Taylor μας δίνει:

$$a_{n+1} = a_n + \Delta t \dot{a}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{a}_n + \beta_2 \frac{\Delta t^2}{2} (a_{n+1}^{\ddot{\cdot}} - a_n^{\ddot{\cdot}}) \quad (5.155)$$

$$\dot{a}_{n+1} = \dot{a}_n + \Delta t \ddot{a}_n + \beta_1 \Delta t (a_{n+1}^{\ddot{\cdot}} - a_n^{\ddot{\cdot}}) \quad (5.156)$$

Οι παραπάνω σχέσεις είναι δυνατόν να γραφτούν ως εξής:

$$\overline{a}_{n+1} = \overline{a}_{n+1} + \beta_2 \frac{\Delta t^2}{2} a_{n+1}^{\ddot{\cdot}}, \quad \overline{a}_n = a_n + \Delta t \dot{a}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{a}_n (1 - \beta_2) \quad (5.157)$$

$$\dot{\overline{a}}_{n+1} = \dot{\overline{a}}_{n+1} + \beta_1 \Delta t a_{n+1}^{\ddot{\cdot}}, \quad \dot{\overline{a}}_{n+1} = \dot{a}_n + \Delta t \ddot{a}_n (1 - \beta_1) \quad (5.158)$$

αν στις παραμέτρους  $\beta_1$  και  $\beta_2$  δοθούν για ευκολία οι συμβολισμοί  $\beta_1 = \gamma$  και  $\beta_2 = 2\beta$  τότε οι προσεγγίσεις των διανυσμάτων μετατόπισης και ταχύτητας στη χρονική στιγμή  $n+1$  παίρνουν τη μορφή:

$$\overline{a}_n = a_n + \Delta t \dot{a}_n + \Delta t^2 \ddot{a}_n \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \quad (5.159)$$

$$\dot{\overline{a}}_{n+1} = \dot{a}_n + \Delta t \ddot{a}_n (1 - \gamma) \quad (5.160)$$

και τα αναπτύγματα Taylor:

$$a_{n+1} = \overline{a}_{n+1} + \beta \Delta t^2 a_{n+1}^{\ddot{\cdot}} \quad (5.161)$$

$$\dot{a}_{n+1} = \dot{\overline{a}}_{n+1} + \gamma \Delta t a_{n+1}^{\ddot{\cdot}} \quad (5.162)$$

Αν οι παραπάνω σχέσεις γραφτούν έτσι ώστε να δίνουν τα διανύσματα των ταχυτήτων  $\dot{a}_{n+1}$  και των επιταχύνσεων  $\ddot{a}_{n+1}$  ως προς το διάνυσμα των μετατοπίσεων  $a_{n+1}$  τότε θα προκύψει:

$$a_{n+1}^{\ddot{\cdot}} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (a_{n+1} - \overline{a}_{n+1}) \quad (5.163)$$

$$\dot{a}_{n+1} = \dot{\overline{a}}_{n+1} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} (a_{n+1} - \overline{a}_{n+1}) \quad (5.164)$$

Αν αντικατασταθούν αυτές οι τιμές στην προς επίλυση εξίσωση στη χρονική στιγμή  $n+1$ , προκύπτει ένα σύστημα εξισώσεων στο οποίο μόνο άγνωστο θα είναι το διάνυσμα  $a_{n+1}$ .

$$M \left[ \frac{1}{\beta \Delta t^2} (a_{n+1} - \overline{a}_{n+1}) \right] + C \left[ \dot{\overline{a}}_{n+1} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} (a_{n+1} - \overline{a}_{n+1}) \right] + K a_{n+1} + f_{n+1} = 0 \Rightarrow$$



$$a_{n+1} \left( M \frac{1}{\beta \Delta t^2} + C \frac{\gamma}{\beta \Delta t} + K \right) = -f_{n+1} + M \frac{1}{\beta \Delta t^2} \overline{a_{n+1}} - C \dot{\overline{a_{n+1}}} + C \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \overline{a_{n+1}} \quad (5.165)$$

αν συμβολιστούν ως:

$$K_{eff} = M \frac{1}{\beta \Delta t^2} + C \frac{\gamma}{\beta \Delta t} + K \quad (5.166)$$

και

$$F_{eff} = -f_{n+1} + \left( M \frac{1}{\beta \Delta t^2} + C \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right) \overline{a_{n+1}} - C \dot{\overline{a_{n+1}}} \quad (5.167)$$

τότε το προς επίλυση σύστημα μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$a_{n+1} K_{eff} = F_{eff} \Rightarrow a_{n+1} = K_{eff}^{-1} F_{eff} \quad (5.168)$$

Έτσι καθίσταται δυνατός ο υπολογισμός του διανύσματος των μετατοπίσεων για τη χρονική στιγμή n+1 με ρητό τρόπο και με τις σχέσεις:

$$a_{n+1}^{\bullet\bullet} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (a_{n+1} - \overline{a_{n+1}}) \quad (5.169)$$

$$a_{n+1}^{\bullet} = \dot{\overline{a_{n+1}}} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} (a_{n+1} - \overline{a_{n+1}}) \quad (5.170)$$

είναι δυνατόν να υπολογιστούν τα διανύσματα των επιταχύνσεων και των ταχυτήτων, με την προϋπόθεση ότι η τιμή των φορτίων είναι γνωστή τη χρονική στιγμή n+1.

### 5.9.2.3 Προσέγγιση των αεροδυναμικών φορτίων

#### 5.9.2.3.1 Direct Newmark

Ο πιο απλός τρόπος προσέγγισης των αεροδυναμικών φορτίων τη χρονική στιγμή n+1 είναι να θεωρηθούν ίσα με αυτά της χρονικής στιγμής n, κάτι που είναι σχετικά ασφαλές αν το χρονικό βήμα ληφθεί αρκετά μικρότερο από τις αναμενόμενες περιόδους της κίνησης. Η μέθοδος αυτή προσέγγισης χρησιμοποιήθηκε αρχικά στην παρούσα εργασία και στο εξής θα γίνεται αναφορά σε αυτή με τον όρο direct Newmark. Στην περίπτωση που τα φορτία προσεγγιστούν έτσι, ο υπολογισμός των διανυσμάτων μετατοπίσεων, ταχυτήτων και επιταχύνσεων γίνεται με ρητό τρόπο στο τέλος κάθε χρονικού βήματος του αεροδυναμικού τμήματος του μοντέλου.

#### 5.9.2.3.2 Semi- indirect Newmark

Ένας πιο επιμελημένος τρόπος προσέγγισης είναι να ακολουθείται μια εσωτερική επαναληπτική διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών από το αεροελαστικό στο αεροδυναμικό τμήμα του μοντέλου, έτσι ώστε σε κάθε επανάληψη η τιμή των

αεροδυναμικών φορτίων να λαμβάνεται από την προηγούμενη επανάληψη και όχι από το προηγούμενο χρονικό βήμα. Με βάση αυτήν την προσέγγιση σε κάθε χρονικό βήμα αρχίζει μια διαδικασία κατά την οποία : α) η ροή υπολογίζεται στο αεροδυναμικό τμήμα χρησιμοποιώντας οριακές συνθήκες και όρους πηγής που προέρχονται από το προηγούμενο χρονικό βήμα, β) με βάση τα υπολογιζόμενα αεροδυναμικά φορτία επιλύεται το καινούριο σύστημα αεροελαστικών εξισώσεων και τα διανύσματα των μετατοπίσεων που προκύπτουν συγκρίνονται με τα διανύσματα του προηγούμενου χρονικού βήματος και αν η διαφορά τους είναι μεγαλύτερη από κάποιο όριο που έχει οριστεί τότε υπολογίζεται πάλι το πεδίο ροής, γ) αυτή τη φορά το πεδίο ροής υπολογίζεται χωρίς να αλλάξει χρονικό βήμα χρησιμοποιώντας οριακές συνθήκες και όρους πηγής που προέρχονται από την προηγούμενη επανάληψη του ίδιου χρονικού βήματος, δ) με βάση τα νέα αεροδυναμικά φορτία επιλύεται το καινούριο σύστημα αεροελαστικών εξισώσεων και τα διανύσματα των μετατοπίσεων που προκύπτουν συγκρίνονται με τα διανύσματα της προηγούμενης επανάληψης του ίδιου χρονικού βήματος και αν η διαφορά τους είναι μεγαλύτερη από το όριο τότε επαναλαμβάνονται τα βήματα γ και δ. Τότε θεωρείται ότι η λύση έχει συγκλίνει στο συγκεκριμένο χρονικό βήμα και συνεχίζει στο επόμενο. Η μέθοδος αυτή έχει χρησιμοποιηθεί και στην εργασία [43] και χρησιμοποιήθηκε σε δεύτερη φάση στην παρούσα διατριβή. Στο εξής θα γίνεται αναφορά σε αυτή την προσέγγιση με τον όρο semi-indirect Newmark

### 5.9.2.3.3 Indirect Newmark

Ο τρίτος τρόπος προσέγγισης ακολουθεί αυτόν της προηγούμενης παραγράφου (Semi-Indirect Newmark) αλλά διαφοροποιείται ως προς τον τρόπο προσέγγισης των αεροδυναμικών φορτίων σε κάθε επανάληψη. Στις προηγούμενες δύο προσεγγίσεις τα αεροδυναμικά φορτία λαμβανόταν ως είχαν από την προηγούμενη επανάληψη. Σε αυτήν τη προσέγγιση ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται στην εργασία [13] σύμφωνα με την οποία σε κάθε επανάληψη  $j$  της χρονικής στιγμής  $n+1$  το διάνυσμα των φορτίων εκτιμάται μέσω ενός αναπτύγματος Taylor 2<sup>ης</sup> τάξης ως εξής:

$$F_j^{n+1} = F^n + \left( \frac{\partial F^n}{\partial a} \right)_j (a_j^{n+1} - a^n) + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \dot{a}} \right)_j \left( \dot{a}_j^{n+1} - \dot{a} \right) + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \ddot{a}} \right)_j \left( \ddot{a}_j^{n+1} - \ddot{a} \right) \quad (5.171)$$

όπου,

$$\left( \frac{\partial F^n}{\partial a} \right)_j = \frac{F_j^{n+1} - F^n}{a_{j-1}^{n+1} - a^n} \quad (5.172)$$

Από τις εξισώσεις (5.154) και (5.171) προκύπτει:

$$\begin{aligned} & \left( M + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \ddot{a}} \right)_j \right) \ddot{a}_{n+1} + \left( C + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \dot{a}} \right)_j \right) \dot{a}_{n+1} + \left( K + \left( \frac{\partial F^n}{\partial a} \right)_j \right) a_{n+1} \\ & + f_{n+1} + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \ddot{a}} \right)_j \ddot{a}^n + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \dot{a}} \right)_j \dot{a}^n + \left( \frac{\partial F^n}{\partial a} \right)_j a^n = 0 \end{aligned} \quad (5.173)$$

Αν υιοθετηθούν οι συμβολισμοί

$$\bar{M} = M + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \ddot{a}} \right)_j \quad (5.174)$$

$$\bar{C} = C + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \dot{a}} \right)_j \quad (5.175)$$

$$\bar{K} = K + \left( \frac{\partial F^n}{\partial a} \right)_j \quad (5.176)$$

$$\bar{F} = f_{n+1} + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \ddot{a}} \right)_j \ddot{a}^n + \left( \frac{\partial F^n}{\partial \dot{a}} \right)_j \dot{a}^n + \left( \frac{\partial F^n}{\partial a} \right)_j a^n \quad (5.177)$$

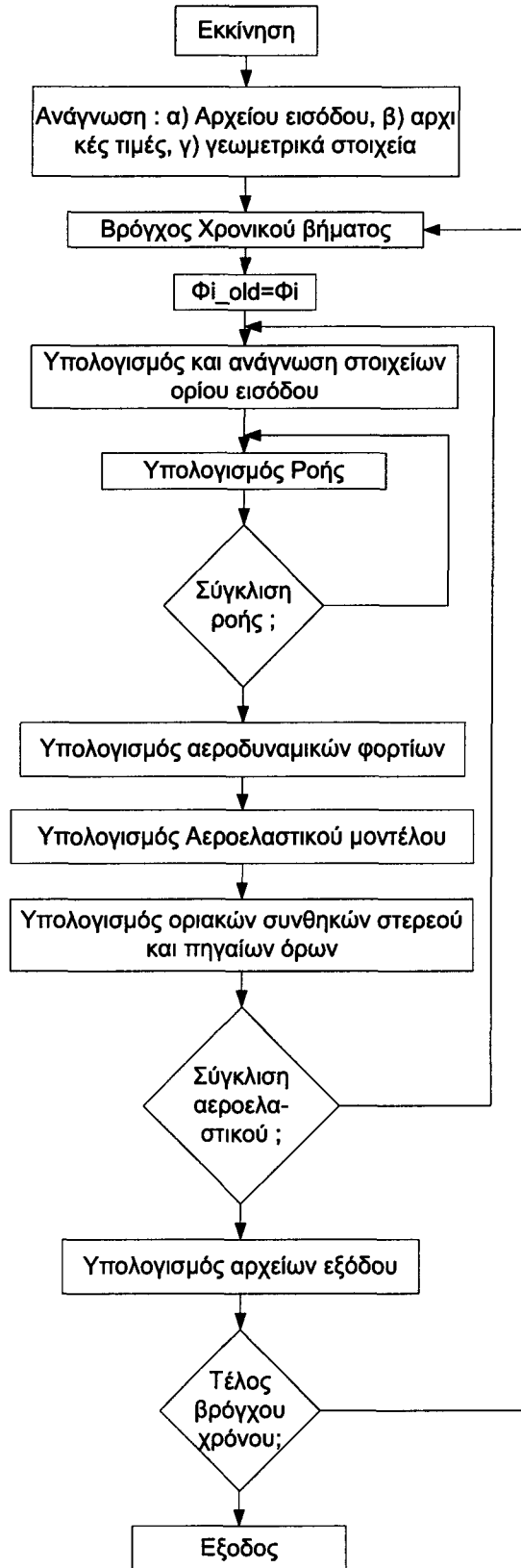
τότε η εξίσωση (5.173) παίρνει τη μορφή

$$\bar{M} \ddot{a}_{n+1} + \bar{C} \dot{a}_{n+1} + \bar{K} a_{n+1} + \bar{F} = 0 \quad (5.178)$$

Η εξίσωση αυτή έχει την ίδια μορφή με την εξίσωση 5.154 και αντιμετωπίζεται όπως περιγράφεται στην παράγραφο 5.9.2.2 με την επαναληπτική διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών ανάμεσα στο αεροδυναμικό και στο ελαστικό τμήμα του μοντέλου που ήδη περιγράφηκε στην παράγραφο 5.9.2.3.2. Αυτή είναι η τρίτη προσέγγιση που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία και στην οποία θα γίνεται αναφορά με το όνομα Indirect-Newmark

## **5.10 Λογικό διάγραμμα αλγόριθμου**

Η σειρά ενεργειών του αλγόριθμου επίλυσης δίνονται στο λογικό διάγραμμα του Σχήματος 5.26.



Σχήμα 5.26 Λογικό διάγραμμα αλγορίθμου επίλυσης

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ**

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα κύρια αποτελέσματα της παρούσας εργασίας και χωρίζεται σε τέσσερα μέρη. Στα τρία πρώτα προσομοιώσεις που έγιναν με σκοπό να ελεγχθεί η αξιοπιστία των μοντέλων και του κώδικα παρουσιάζονται για την προσομοίωση ροής γύρω από αεροτομή. Η αρχική μορφή του κώδικα λήφθηκε από το δίκτυο όπου διατίθεται ελεύθερα από τον M.Peric. Συνεπώς κρίθηκε απαραίτητος ο έλεγχος της αξιοπιστίας του.

Αρχικά έγιναν προσομοιώσεις που αφορούσαν μόνιμη στρωτή ή τυρβώδη ροή γύρω από ακίνητη αεροτομή εκτεθειμένη σε αέρα. Στη συνέχεια έγιναν προσομοιώσεις για μη-μόνιμη ροή με αεροτομή που εκτελεί κίνηση μεταβαλλόμενης γωνιακής ταχύτητας ή ταλαντωτική σε σχέση με τη διεύθυνση του ρεύματος αέρα, αλλά χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδραση μεταξύ στερεού και δομής. Τέλος ελέγχθηκε η λειτουργία και αξιοπιστία του αεροελαστικού μοντέλου. Μετά τους ελέγχους πραγματοποιήθηκαν καινούριες παραμετρικές μελέτες οι οποίες παρουσιάζονται στο τελευταίο μέρος του κεφαλαίου.

Πριν όμως παρουσιαστούν τα αποτελέσματα θα δοθούν πληροφορίες για τον τύπο πλέγματος που χρησιμοποιήθηκε, για τις οριακές συνθήκες και για τα στοιχεία αδιαστατοποίησης.

### **6.1 Γενικά στοιχεία προσομοιώσεων**

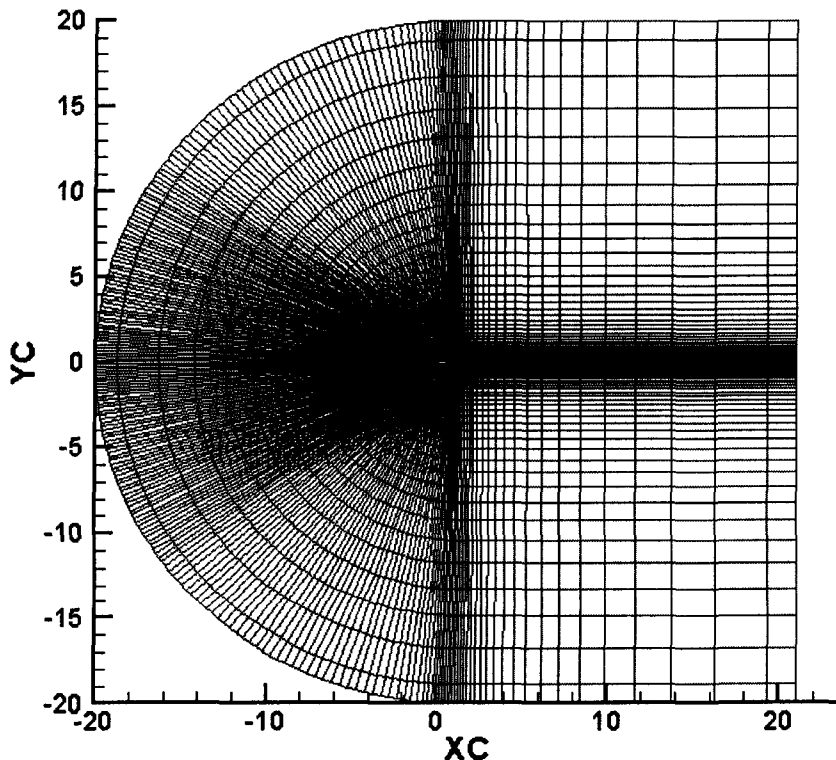
#### **6.1.1 Αδιαστατοποίηση**

Στην παράγραφο 5.3.1 δόθηκαν οι αδιαστατοποιημένες μορφές των εξισώσεων Navier-Stokes και των μοντέλων τύρβης, όπου χρησιμοποιήθηκαν ένα μήκος και μια ταχύτητα αναφοράς. Σε όλες τις προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν ως μήκος αναφοράς χρησιμοποιείται η χορδή της αεροτομής, η οποία λαμβάνεται μονάδα ( $c=1$ ), και ως ταχύτητα αναφοράς η αδιατάρακτη ταχύτητα εισόδου η οποία επίσης ως μέτρο λαμβάνεται μονάδα ( $|\vec{U}|=1$ ).

#### **6.1.2 Πλέγμα**

Για όλες τις προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκε πλέγμα τύπου C το οποίο κατασκευάστηκε με τον νέο κώδικα (συνδυασμός των rizzi και gengen) όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 5.8. Η αεροτομή με αδιαστατοποιημένο μήκος χορδής

$c=1$  τοποθετήθηκε στο κέντρο του πλέγματος και συγκεκριμένα η ακμή προσβολής στη θέση  $(0,0)$  ως προς ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων με την ακμή φυγής στη θέση  $(1,0)$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.1. Τα όρια του υπολογιστικού πεδίου απέχουν από την αεροτομή 20 χορδές [115].

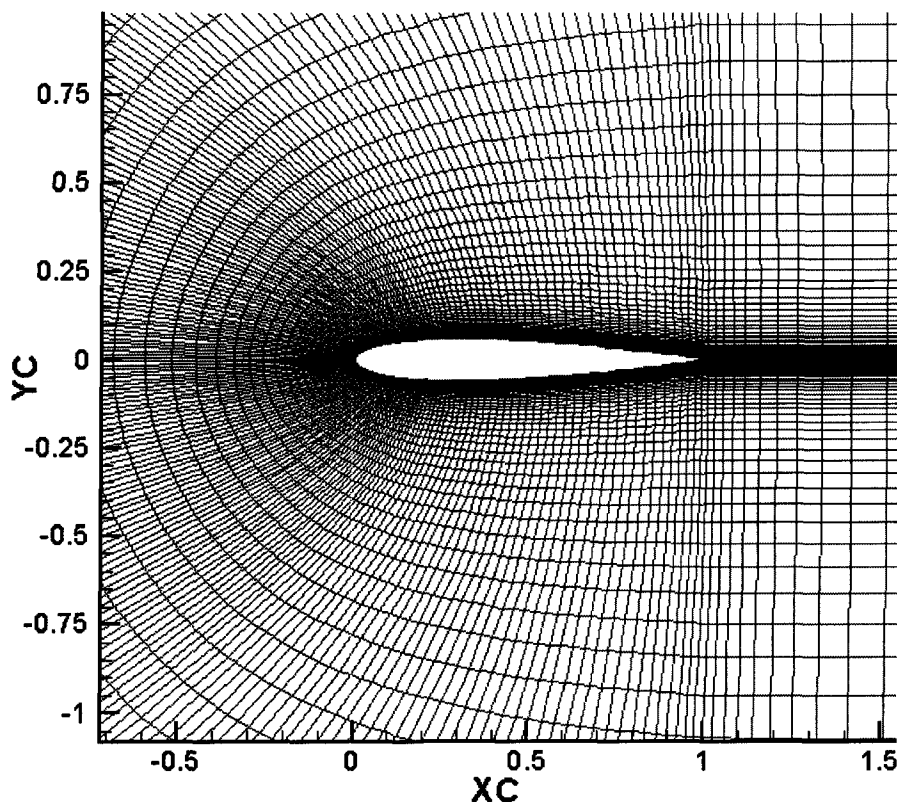


Σχήμα 6.1 Το συνολικό υπολογιστικό πεδίο

Η διακριτοποίηση γίνεται ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται, σύμφωνα με τις προδιαγραφές που αναφέρονται στην παράγραφο 4.1.5 και ανάλογα με τον αριθμό Reynolds. Ο γενικός κανόνας είναι να τοποθετούνται αρκετά σημεία στην επιφάνεια της αεροτομής και κυρίως εκεί όπου αναμένονται μεγάλες κλίσεις ταχυτήτων και πίεσης (ακμή προσβολής) και να πυκνώνει το πλέγμα κοντά στο στερεό όριο ώστε να ικανοποιούνται οι απαιτήσεις της αδιαστατοποιημένης απόστασης  $y^+$ , για τον πρώτο υπολογιστικό όγκο. Παράλληλα θα πρέπει να λαμβάνεται μέριμνα για ομαλή μεταβολή των διαστάσεων των υπολογιστικών όγκων καθώς και διατήρηση του λόγου μήκους των πλευρών τους σε επίπεδα αποδεκτά με βάση τη διεθνή πρακτική [125]. Τέλος γίνεται προσπάθεια να αποφευχθούν πολύ μικρές ή πολύ μεγάλες γωνίες μεταξύ των γραμμών που ορίζουν τους υπολογιστικούς όγκους. Σε κάθε προσομοίωση θα δίνεται το πλέγμα και η

πύκνωση αυτού. Στο Σχήμα 6.2 δίνεται λεπτομέρεια τυπικού πλέγματος σύμφωνα με τους παραπάνω κανόνες.

Οι γεωμετρίες των αεροτομών, εκτός της ONERA, παρήχθησαν με πρόγραμμα που διατίθεται ελεύθερα στο διαδίκτυο [130].



Σχήμα 6.2 Πλέγμα γύρω από την αεροτομή

### 6.1.3 Οριακές συνθήκες

Στο καμπύλο τμήμα αριστερά από όπου εισέρχεται ο αέρας τέθηκαν οριακές συνθήκες εισόδου, στη δεξιά επιφάνεια από όπου εξέρχεται ο αέρας τέθηκαν οριακές συνθήκες εξόδου, στα άνω και κάτω εξωτερικά όρια του πεδίου τέθηκαν επίσης συνθήκες εισόδου, ενώ γύρω από την αεροτομή τέθηκαν συνθήκες τοίχου.

Για τις ταχύτητες στην είσοδο δόθηκαν τιμές που να δίνουν μέτρο ταχύτητας μονάδα και κλίση πεδίου ταχυτήτων ίσο με την ενεργό γωνία πρόσπτωσης η οποία πρόκειται να μελετηθεί. Οι τιμές της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και του ρυθμού σκέδασης υπολογίζονται κάθε φορά ανάλογα με την επιθυμητή τύρβη του προσεγγίζοντος ανέμου με βάση τις ακόλουθες σχέσεις:

$$k = 1.5(Tu)^2 \quad (6.1)$$

$$\varepsilon = C_{\mu} \frac{k^{1.5}}{l} \quad (6.2)$$

όπου,  $C_{\mu} = 0.09$  σταθερά,  $Tu$  η ένταση της τύρβης,  $l$  η κλίμακα του μήκους ( $l = 0.001L$ ) και,  $L$  το μήκος του σώματος, στην προκειμένη περίπτωση η χορδή της αεροτομής.

Οι ίδιες τιμές χρησιμοποιήθηκαν και ως αρχικές. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση της μόνιμης ροής, οι αρχικές τιμές δεν αποτελούν οριακή συνθήκη του προβλήματος αλλά μια πρώτη εκτίμηση για την εκκίνηση της επαναληπτικής διαδικασίας, συνεπώς επηρεάζουν μόνο το ρυθμό σύγκλισης. Κατά αντιστοιχία ως αρχικές τιμές των ταχυτήτων δίδονται για την ταχύτητα  $U$  η τιμή μονάδα και για την ταχύτητα  $V$  η τιμή μηδέν.

## **6.2 Προσομοίωση μόνιμης ροής**

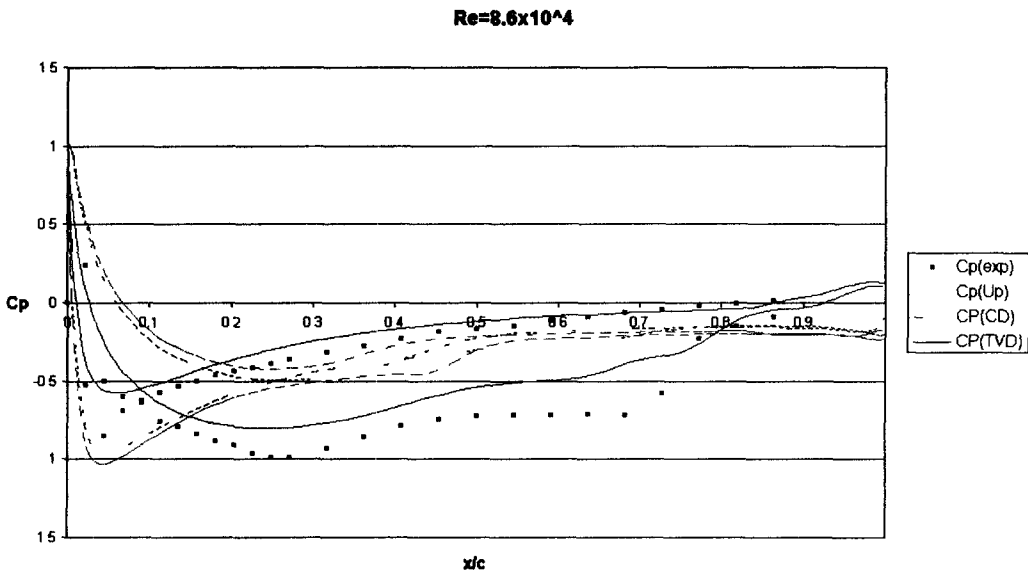
### **6.2.1 Προσομοίωση στρωτής ροής**

Η προσομοίωση αφορά ροή γύρω από αεροτομή NACA4418 εκτεθειμένη σε μόνιμο ρεύμα αέρα ταχύτητας που αντιστοιχεί σε αριθμό Reynolds  $8.6 \times 10^4$ , για μηδενική γωνία πρόσπτωσης. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων συγκρίνονται με πειραματικά αποτελέσματα που ελήφθησαν στην αεροσήραγγα του Εργ. Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας στα πλαίσια διπλωματικής εργασίας [126]. Η διατομή μετρήσεων της αεροσήραγγας είναι  $52 \times 73$  cm και η χορδή της αεροτομής που χρησιμοποιήθηκε  $c = 22$  cm.

Αρχικά η ροή θεωρήθηκε μόνιμη εφόσον δεν υπήρχε σχετική κίνηση της αεροτομής ως προς το προσπίπτον ρεύμα αέρος. Για την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε πλέγμα  $241 \times 62$  υπολογιστικών όγκων εκ των οποίων οι 160 πάνω στην αεροτομή,  $y_1 = 1.94 \times 10^{-4}$  στην ακμή προσβολής και  $y_1 = 8.66 \times 10^{-4}$  στην ακμή φυγής το οποίο θεωρείται ανεκτό. Για την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκαν τρία σχήματα διακριτοποίησης. Η απλή ανάντη παρεμβολή, η παρεμβολή κεντρικών διαφορών και παρεμβολή TVD που χρησιμοποιεί το σχήμα Roe-Sweby Upwind, με τον limiter Chakravarthy and Osher. Το όριο σύγκλισης των κανονικοποιημένων υπολοίπων τέθηκε στην τιμή  $1 \times 10^{-4}$ . Η προσομοίωση που έγινε με σχήμα διακριτοποίησης ανάντη συνέκλινε κανονικά μετά από 316 επαναλήψεις, οι προσομοιώσεις που χρησιμοποίησαν ανώτερης τάξης σχήματα δεν συνέκλιναν αλλά παγιδεύτηκαν σε μια επαλληλία επαναλήψεων. Η μεν προσομοίωση με το σχήμα κεντρικής διαφοράς σταθεροποιήθηκε σε υπόλοιπο της τάξης του  $5 \times 10^{-4}$  η δε με το

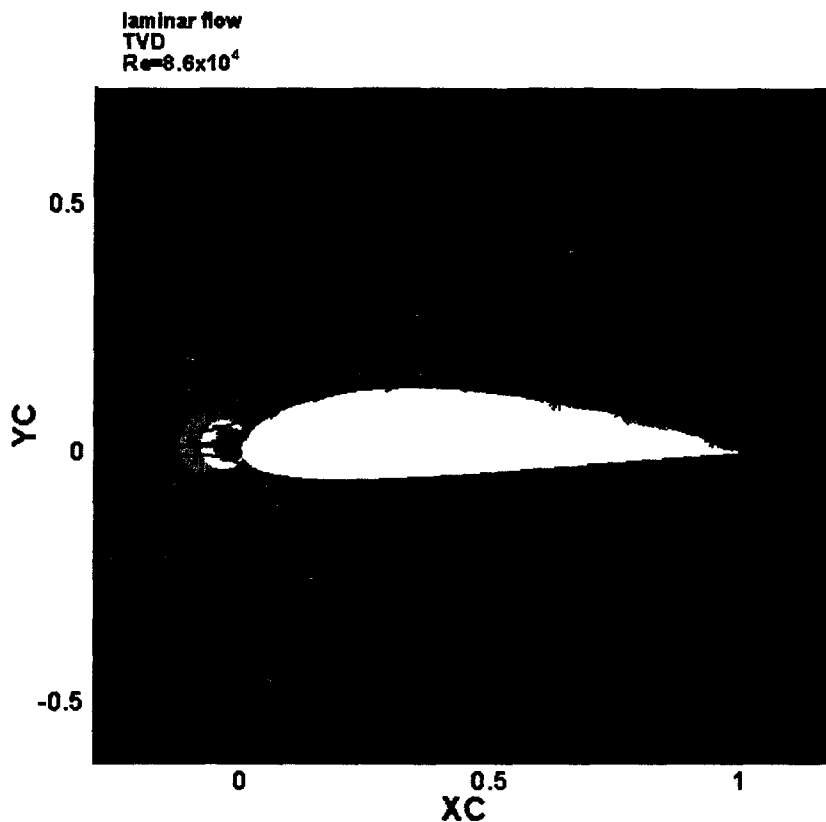


σχήμα TVD σε υπόλοιπο  $5 \times 10^{-3}$ . Ωστόσο όπως φαίνεται στο σχήμα 6.3, στο οποίο δίνεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης γύρω από την αεροτομή, η TVD προσομοίωση είναι αυτή που προσέγγισε ικανοποιητικότερα τα πειραματικά αποτελέσματα με δεύτερη, σε σειρά ακρίβειας την προσομοίωση που χρησιμοποίησε κεντρική διαφορά και τελευταία την προσομοίωση που χρησιμοποίησε ανάντη σχήμα της οποίας το αποτέλεσμα καμιά σχέση δεν έχει με την πραγματικότητα.



**Σχήμα 6.3** Κατανομή  $C_p$  γύρω από NACA4418 ( $Re=8.6 \times 10^4$ , γωνία  $0^\circ$ ): α) ανάντη (Up), β) κεντρική διαφορά (CD), γ) TVD (TVD)

Είναι φανερό ότι ούτε από πλευράς σύγκλισης του κώδικα ούτε από πλευράς ακρίβειας είναι ικανοποιητικά τα αποτελέσματα. Το σχήμα TVD δείχνει να προσεγγίζει καλύτερα την κατανομή της πίεσης στην πλευρά υποπίεσης της αεροτομής και να προσεγγίζει ποιοτικά την κατανομή στην πλευρά υπερπίεσης αυτής. Στο Σχήμα 6.4 δίνονται οι γραμμές ροής και οι ισοϋψείς της κατανομής πίεσης γύρω από την αεροτομή υπολογισμένες με το σχήμα TVD. Διακρίνονται οι δίνες που αποβάλλονται από την πλευρά υποπίεσης της αεροτομής, η ύπαρξη των οποίων υπονοείται από την κατανομή του πειραματικού συντελεστή πίεσης.



**Σχήμα 6.4** Γραμμές ροής και κατανομή πίεσης για NACA4418 ( $Re=8.6 \times 10^4$ ,  $\alpha=0^\circ$ )

Προσπάθειες που έγιναν σε αυτή τη φάση για να βελτιωθούν τα αποτελέσματα κατασκευάζοντας πυκνότερο πλέγμα δεν είχαν αποτέλεσμα. Ο λόγος είναι ότι σε αυτόν τον αριθμό Reynolds η ροή χαρακτηρίζεται από αποβολή δινών Karman από την ακμή φυγής κάτι που την καθιστά μη-μόνιμη. Το μεν ανάντη σχήμα συγκλίνει δίνοντας όμως μη-φυσικά αποτελέσματα λόγω της υπερβολικής αριθμητικής διάχυσης που εισάγει. Το ίδιο ισχύει και για την κεντρική διαφορά η οποία δίνει καλό επίπεδο σύγκλισης σε ένα πρόβλημα ελλειπώς τοποθετημένο. Αντιθέτως το σχήμα TVD αποδεικνύεται το πλέον κατάλληλο για μελέτη μιας τέτοιας ροής αφού δε συγκλίνει, ως όφειλε, και προσεγγίζει καλύτερα την πραγματικότητα. Η προσπάθεια να αναπαραχθούν τα πειραματικά αποτελέσματα συνεχίστηκε με προσομοίωση μη-μόνιμης ροής που θα παρουσιαστεί στην παράγραφο 6.3

### 6.2.2 Προσομοίωση τυρβώδους ροής

Οι προσομοιώσεις τυρβώδους ροής αποτελούν το κύριο μέρος των προσομοιώσεων μόνιμης ροής γύρω από αεροτομή που πραγματοποιήθηκαν τόσο για την πιστοποίηση του μοντέλου όσο και για την αξιολόγηση των σχημάτων διακριτοποίησης και των μοντέλων τύρβης. Οι περισσότερες προσομοιώσεις αφορούν

την αεροτομή NACA0012 ενώ έγιναν και κάποιες προσομοιώσεις που αφορούν την αεροτομή ONERA.

### 6.2.2.1 Προσομοίωση μόνιμης τυρβώδους ροής γύρω από την αεροτομή NACA0012

Η ροή γύρω από αεροτομή NACA0012 έχει μελετηθεί ευρέως και υπάρχει πλούσια βιβλιογραφία. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας έγιναν δύο ειδών προσομοιώσεις. Αυτές που αποσκοπούσαν στη σύγκριση ανάμεσα σε σχήματα διακριτοποίησης και μοντέλα τύρβης, με σκοπό να αναδειχθεί το πλέον κατάλληλο σχήμα για κάθε μοντέλο, και σε αυτές που αποσκοπούσαν στην εκτίμηση της συμπεριφοράς του καλύτερου συνδυασμού σχήματος – μοντέλου σε ένα ευρύ φάσμα γωνιών πρόσπτωσης.

Για τον πρώτο σκοπό έγιναν προσομοιώσεις για δύο αριθμούς Re,  $7.6 \times 10^5$  και  $1.5 \times 10^6$ . Προκειμένου να μελετηθεί η συμπεριφορά των μοντέλων σε ένα ευρύ φάσμα γωνιών μελετήθηκαν ροές με Re  $1.5 \times 10^6$ ,  $2 \times 10^6$  και  $3 \times 10^6$ . Η σύγκριση των σχημάτων διακριτοποίησης αφορά όλα τα σχήματα που υπήρχαν ή εισήχθησαν στο μοντέλο, όπως αυτά περιγράφονται στην παράγραφο 5.3.3 : i) απλή ανάντη παρεμβολή, ii) κεντρική διαφορά, iii) υβριδική ανάντη παρεμβολή, iv) παρεμβολή QUICK, και v) όλα τα σχήματα TVD. Για λόγους συντομίας η αναφορά στα σχήματα παρεμβολής θα γίνεται με δύο αριθμούς, ο πρώτος θα αντιστοιχεί στο σχήμα παρεμβολής για τις ταχύτητες και ο δεύτερος στο σχήμα παρεμβολής για τα χαρακτηριστικά μεγέθη της τύρβης ( $k$ ,  $\epsilon$  ή  $\omega$ ). Στον Πίνακα 6.1 που ακολουθεί δίνεται η αντιστοίχιση των αριθμών με τα σχήματα παρεμβολής.

**Πίνακας 6.1 Αντιστοιχία συμβολισμών σχημάτων παρεμβολής**

Σχήμα	Αριθμός	Σχήμα	Αριθμός
Ανάντη	0	Harten-Yee Upwind TVD (limiter (ii)*)	4.4
Κεντρική διαφορά	1	Harten-Yee Upwind TVD (limiter (iii))	4.5
Υβριδικό Ανάντη	2	Harten-Yee Upwind TVD (limiter (iv))	4.6
QUICK	3	Harten-Yee Upwind TVD (limiter (v))	4.7
Roe-Sweby Upwind TVD	4.0	Davis-Yee Symmetric TVD	4.8

(limiter minmod)		(limiter (i))	
Roe-Sweby Upwind TVD (limiter Van Leer)	4.1	Davis-Yee Symmetric TVD (limiter (ii))	4.9
Roe-Sweby Upwind TVD (limiter Chakravarthy and Osher)	4.2	Davis-Yee Symmetric TVD (limiter (iii))	5.0
Harten-Yee Upwind TVD (limiter minmod)	4.3		

\*Για τους συγκεκριμένους limiter δεν υπάρχει ιδιαίτερη ονομασία. Αναφέρονται με τη σειρά που δόθηκαν στο Κεφάλαιο 5.

Τέλος χρησιμοποιήθηκαν τα ακόλουθα μοντέλα τύρβης : i) standard high Re k-ε, ii) high Re k-ω με χρήση συναρτήσεων τοίχου, iii) high Re k-ω με ολοκλήρωση ως τον τοίχο, και iv) low Re k-ω.

#### 6.2.2.1.1 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=7.6 \times 10^5$ και $\alpha=8^\circ$

Χρησιμοποιήθηκαν δύο πλέγματα, ένα για τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούν συναρτήσεις τοίχου και ένα για αυτά που ολοκληρώνουν μέχρι το στερεό όριο. Για την πρώτη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε πλέγμα 241x62 υπολογιστικών όγκων εκ των οποίων οι 160 στην επιφάνεια της αεροτομής και 40 στον απόρο, το ύψος του πρώτου υπολογιστικού κελιού επιλέχθηκε για τη μεν ακμή προσβολής  $y_1 = 0.000192$  για τη δε ακμή φυγής  $y_1 = 0.000866$ , με σκοπό να εξασφαλισθεί  $y_1^+$  μεταξύ 10 και 40 όπως απαιτεί η σχετική θεωρία που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 5 [91]. Για τη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε πλέγμα 251x92 υπολογιστικών όγκων εκ των οποίων οι 190 στην επιφάνεια της αεροτομής και 30 στον απόρο. Το ύψος του πρώτου υπολογιστικού κελιού επιλέχθηκε για τη μεν ακμή προσβολής  $y_1 = 0.000024$  για τη δε ακμή φυγής  $y_1 = 0.000108$  με σκοπό να εξασφαλισθεί  $y_1^+ < 2.5$  όπως απαιτεί η σχετική θεωρία [117].

Για τις ταχύτητες στην είσοδο δόθηκαν τιμές που να δίνουν μέτρο ταχύτητας μονάδα και κλίση πεδίου ταχυτήτων ίση με την προς μελέτη γωνία πρόσπτωσης. Για τις τιμές της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και του ρυθμού σκέδασης θεωρήθηκε ένταση τύρβης του αδιατάρακτου πεδίου 2% και με βάση αυτή υπολογίστηκαν οι τιμές των  $k=1.5 \times 10^{-4}$  και  $\varepsilon=1.6 \times 10^{-4}$ . Αυτές οι τιμές χρησιμοποιήθηκαν και ως αρχικές τιμές πεδίου, δεδομένου ότι σε μόνιμη ροή η λύση δεν επηρεάζεται από τις τιμές αυτές. Κατά αντιστοιχία ως αρχικές τιμές των ταχυτήτων δίδονται για την

ταχύτητα  $U$  η τιμή μονάδα και για τη  $V$  η τιμή μηδέν. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αριθμητικά (με τη μέθοδο των πλαισίων) και πειραματικά αποτελέσματα της εργασίας [124], με βάση την κατανομή συντελεστή πίεσης  $C_p$ .

α) Σχήματα παρεμβολής για μοντέλο τύρβης  $k-\epsilon$  High Re

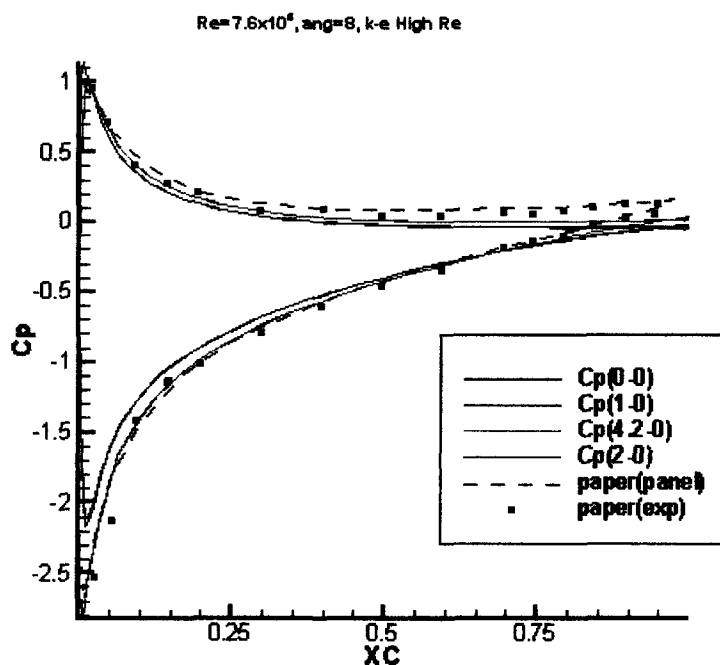
Πραγματοποιήθηκαν 70 προσομοιώσεις οι οποίες κάλυψαν σχεδόν το σύνολο των δυνατών συνδυασμών σχημάτων παρεμβολής ταχυτήτων και χαρακτηριστικών τύρβης (κάποια σχήματα παρεμβολής, πχ QUICK, ήταν αδύνατο να λειτουργήσουν για τα χαρακτηριστικά της τύρβης λόγω έντονης αριθμητικής διάχυσης). Λαμβάνοντας ως βάση σύγκρισης το σχήμα παρεμβολής των ταχυτήτων, την καλύτερη απόδοση δίνουν οι ακόλουθοι συνδυασμοί : i) σχήμα ανάντη για τις ταχύτητες και ανάντη για τα  $k, \epsilon$ , ii) σχήμα κεντρικών διαφορών για τις ταχύτητες και ανάντη για τα  $k, \epsilon$ , iii) σχήμα υβριδικό ανάντη για τις ταχύτητες και ανάντη για τα  $k, \epsilon$ , iv) σχήμα QUICK για τις ταχύτητες και ανάντη για τα  $k, \epsilon$  και v) σχήμα TVD για τις ταχύτητες και ανάντη για τα  $k, \epsilon$ . Στον Πίνακα 6.2 δίνονται οι αποστάσεις  $y^+$  για τις ακμές προσβολής και φυγής καθώς και ο αριθμός επαναλήψεων που απαιτήθηκε για τη σύγκλιση. Να σημειωθεί ότι η απαίτησή σε ότι αφορά το πλέγμα είναι ο πρώτος υπολογιστικός όγκος να έχει  $10 < y^+ < 40$ .

**Πίνακας 6.2 Χαρακτηριστικά προσομοίωσης ροής γύρω από NACA0012 ( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $k-\epsilon$  high Re μοντέλο τύρβης)**

σχήμα παρεμβολής	Επαναλήψεις	$Y1^+$ ακμής προσβολής	$y1^+$ ακμής φυγής
0-0	517	41	68
1-0	852	50	68
2-0	522	41	68
4.2-0	777	50	63

Οι απαιτήσεις του πλέγματος καλύπτονται οριακά.

Στο Σχήμα 6.5 παρουσιάζονται οι κατανομές του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τις τέσσερις προσομοιώσεις καθώς και τα αποτελέσματα της εργασίας [124].



**Σχήμα 6.5 Κατανομή  $C_p$  γύρω από αεροτομή NACA0012  
( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ , k-ε high Re μοντέλο τóρβης)**

Από το σχήμα προκύπτει ότι τα σχήματα  $2^{ns}$  τάξης, κεντρικής διαφοράς και TVD προσεγγίζουν με πολύ μεγάλη ακρίβεια τις κατανομές της εργασίας [124] εν αντιθέσει με τα σχήματα  $1^{ns}$  τάξης τα οποία ταυτίζονται μεταξύ τους.

#### β) Σχήματα παρεμβολής για μοντέλο k- $\omega$ με συναρτήσεις τοίχου

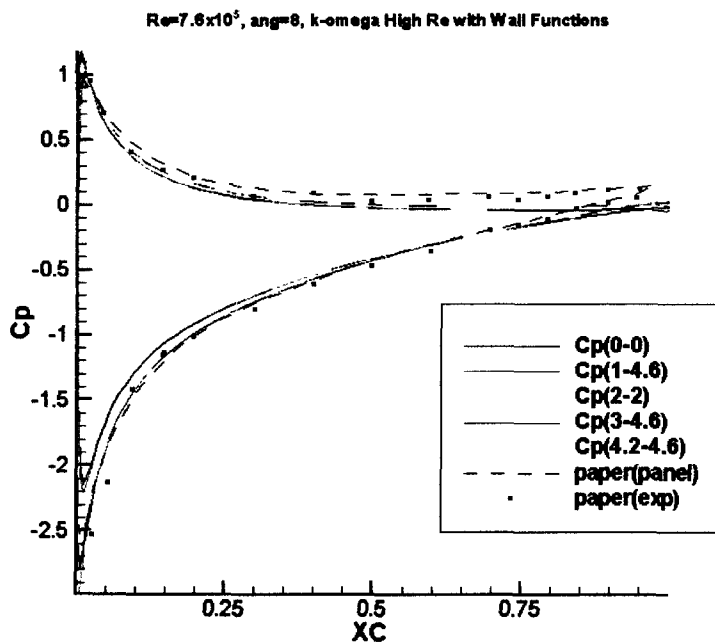
Με αντίστοιχη λογική με αυτή της προηγούμενης παραγράφου πραγματοποιήθηκαν 81 προσομοιώσεις. Λαμβάνοντας επίσης ως βάση σύγκρισης το σχήμα παρεμβολής των ταχυτήτων, την καλύτερη απόδοση δίνουν οι ακόλουθοι συνδυασμοί : i) σχήμα ανάντη για τις ταχύτητες και ανάντη για τα k,  $\epsilon$ , ii) σχήμα κεντρικών διαφορών για τις ταχύτητες και TVD για τα k,  $\epsilon$ , iii) σχήμα υβριδικό ανάντη για τις ταχύτητες και υβριδικό ανάντη για τα k,  $\epsilon$ , iv) σχήμα QUICK για τις ταχύτητες και TVD για τα k,  $\epsilon$ , και v) σχήμα TVD για τις ταχύτητες και TVD για τα k,  $\epsilon$ . Στον Πίνακα 6.3 δίνονται οι τιμές  $y^+$  για τις ακμές προσβολής και φυγής καθώς και ο αριθμός επαναλήψεων που απαιτήθηκε για τη σύγκλιση. Η απαίτησή σε ότι αφορά το πλέγμα παραμένει να έχει ο πρώτος υπολογιστικός όγκος  $10 < y^+ < 40$ . Σε ότι αφορά το πλέγμα και την ταχύτητα σύγκλισης ισχύουν οι παρατηρήσεις της προηγούμενης παραγράφου.

**Πίνακας 6.3 Χαρακτηριστικά προσομοίωσης ροής γύρω από NACA0012  
( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ , k- $\omega$  high Re μοντέλο τύρβης με συναρτήσεις τοίχου)**

Σχήμα παρεμβολής	επαναλήψεις	$y1^+$ ακμής προσβολής	$y1^+$ ακμής φυγής
0-0	474	44	77
1-4.6	717	55	71
2-2	432	44	70
3-4.6	2626	53	70
4.7-4.6	616	55	65

Χαρακτηριστικός είναι ο πολύ μεγαλύτερος αριθμός επαναλήψεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση του σχήματος QUICK.

Στο Σχήμα 6.6 παρουσιάζονται οι κατανομές του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τις πέντε προσομοιώσεις καθώς και τα αποτελέσματα της εργασίας [124].



**Σχήμα 6.6 Κατανομή  $C_p$  γύρω από NACA0012**

( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ , k- $\omega$  high Re μοντέλο τύρβης με συναρτήσεις τοίχου)

Ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις με αυτές της προηγούμενης παραγράφου. Η καλύτερη απόδοση λαμβάνεται με τον συνδυασμό των TVD σχημάτων παρεμβολής 4.7 και 4.6.

γ) Σχήματα παρεμβολής για μοντέλο k- $\omega$  High Re με ολοκλήρωση ως τον τοίχο

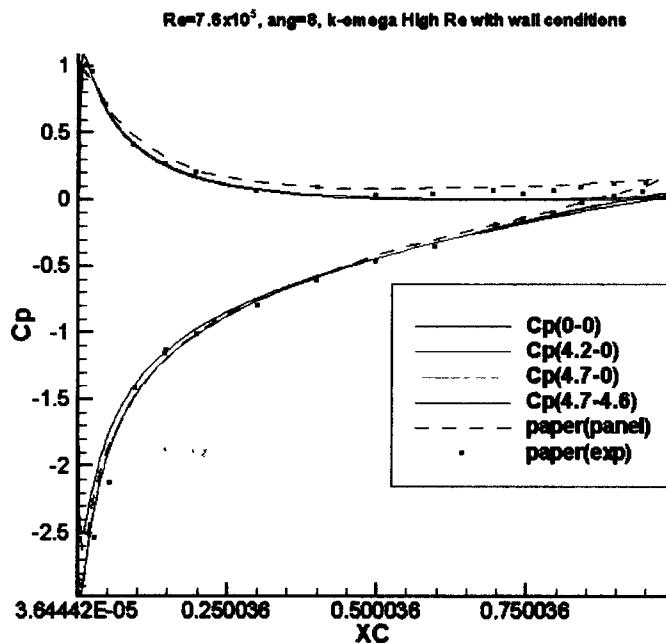
Σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις μόνο με τέσσερις συνδυασμούς σχημάτων παρεμβολής που κρίθηκαν ως πλέον κατάλληλα. Στον Πίνακα 6.4 δίνονται οι τιμές  $y^+$  για τις ακμές προσβολής και φυγής καθώς και ο

αριθμός επαναλήψεων που απαιτήθηκε για τη σύγκλιση. Για τις προσομοιώσεις αυτές χρησιμοποιήθηκε το πιο πυκνό πλέγμα που ταιριάζει σε προσομοιώσεις που χρησιμοποιούν μοντέλα με ολοκλήρωση μέχρι το στερεό όριο και συνεπώς η απαίτηση σε ότι αφορά το πλέγμα είναι το να έχει ο πρώτος υπολογιστικός όγκος  $y^+ < 2.5$ . Είναι φανερό ότι τα συγκρινόμενα TVD σχήματα έχουν παρόμοια συμπεριφορά.

**Πίνακας 6.4 Χαρακτηριστικά προσομοίωσης ροής γύρω από NACA0012**  
( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ , k- $\omega$  high Re, μοντέλο με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο)

Σχήμα παρεμβολής	επαναλήψεις	$y1^+$ ακμής προσβολής	$y1^+$ ακμής φυγής
0-0	1824	1.68	1.21
4.2-0	2237	1.74	1.06
4.7-0	2262	1.75	1.06
4.7-4.6	2442	1.76	1.06

Στο Σχήμα 6.7 παρουσιάζονται οι κατανομές του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τις πέντε προσομοιώσεις καθώς και τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην εργασία [124].



**Σχήμα 6.7 Κατανομή  $C_p$  γύρω από αεροτομή NACA0012**  
( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ , k- $\omega$  high Re με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο)

Ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις με αυτές της προηγούμενης παραγράφου. Η καλύτερη απόδοση λαμβάνεται με τον συνδυασμό των TVD σχημάτων παρεμβολής 4.7 και 4.6.



δ) Σχήματα παρεμβολής για μοντέλο k- $\omega$  Low Reynolds

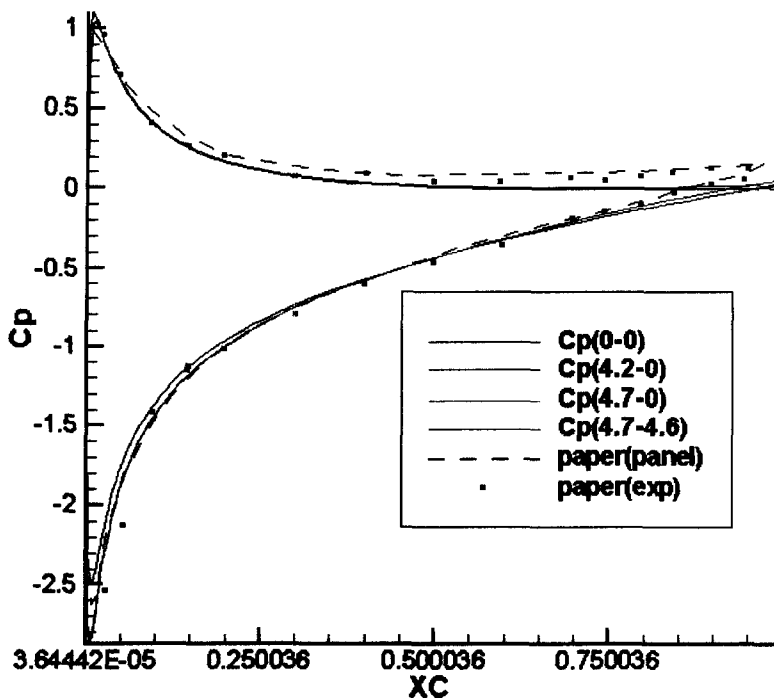
Και σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις μόνο για τους συνδυασμούς σχημάτων παρεμβολής που κρίθηκαν κατάλληλοι. Στον Πίνακα 6.5 που ακολουθεί δίνονται τα  $y^+$  για τις ακμές προσβολής και φυγής καθώς και ο αριθμός επαναλήψεων που απαιτήθηκε για τη σύγκλιση. Η απαίτησή σε ότι αφορά το πλέγμα παραμένει στο να έχει ο πρώτος υπολογιστικός όγκος  $y^+ < 2.5$ . Σε ότι αφορά τόσο την ταχύτητα σύγκλισης όσο και το πλέγμα ισχύουν οι παρατηρήσεις της προηγούμενης παραγράφου.

**Πίνακας 6.5 Χαρακτηριστικά προσομοίωσης ροής γύρω από NACA0012 ( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ , k- $\omega$  low Re μοντέλο τύρβης)**

Σχήμα παρεμβολής	επαναλήψεις	$y1^+$ ακμής προσβολής	$y1^+$ ακμής φυγής
0-0	2088	1.48	1.11
4.2-0	2455	1.53	0.98
4.7-0	2492	1.53	0.98
4.7-4.6	3249	1.50	0.96

Στο Σχήμα 6.8 παρουσιάζονται οι κατανομές του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για τις τέσσερις προσομοιώσεις καθώς και τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην εργασία [124]. Ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις με αυτές της προηγούμενης παραγράφου. Η καλύτερη απόδοση λαμβάνεται με τον συνδυασμό των TVD σχημάτων παρεμβολής 4.7 και 4.6.

$Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ , k- $\omega$  low Re

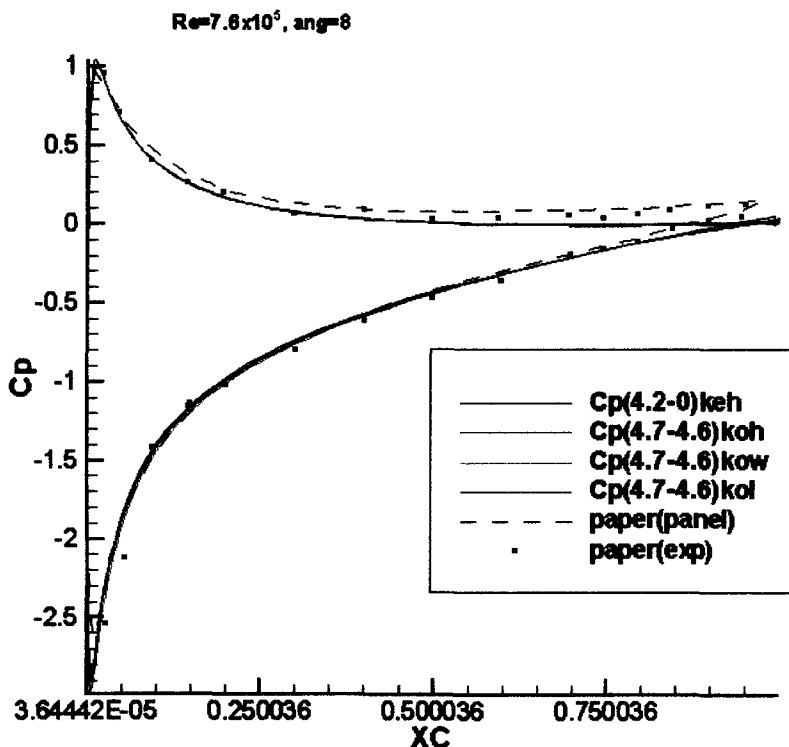


**Σχήμα 6.8 Κατανομή  $C_p$  γύρω από αεροτομή NACA0012 ( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ , k- $\omega$  low Re)**

ε) Σύγκριση μοντέλων τύρβης

Προκειμένου να εκτιμηθούν οι επιδόσεις των διαφορετικών μοντέλων τύρβης που χρησιμοποιήθηκαν θα συγκριθούν μεταξύ τους οι κατανομές πίεσης για τον καλύτερο συνδυασμό σχημάτων διακριτοποίησης κάθε μοντέλου. Στο Σχήμα 6.9 παρουσιάζονται οι κατανομές του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για ροή γύρω από αεροτομή NACA0012 με  $Re=7.6 \times 10^5$ , γωνία πρόσπτωσης  $8^\circ$  και με τα ακόλουθα μοντέλα τύρβης : i) k-ε high Re (keh), ii) k- $\omega$  high Re με χρήση συναρτήσεων τοίχου (koh), iii) k- $\omega$  high Re με ολοκλήρωση ως τον τοίχο, και iv) k- $\omega$  low Re (kol). Εντός παρενθέσεως δίνονται οι συμβολισμοί που θα χρησιμοποιηθούν στα παρακάτω σχήματα χάριν συντομίας.

Από το Σχήμα 6.9 προκύπτει ότι για τη συγκεκριμένη προσκολλημένη ροή δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στα μοντέλα τύρβης και η κατανομή του συντελεστή πίεσης, εκτός της ακμής φυγής, ταυτίζεται με αυτές της εργασίας [124]. Με όλα τα μοντέλα τύρβης και με όλα τα σχήματα διακριτοποίησης παρατηρείται ασυμφωνία στον υπολογισμό του συντελεστού πίεσης στην ακμή φυγής. Η διαφοροποίηση αυτή είναι πιθανόν να οφείλεται σε κάποια ιδιαίτερη διαμόρφωση της ακμής φυγής της πειραματικής αεροτομής.



Σχήμα 6.9 Κατανομή  $C_p$  γύρω από αεροτομή NACA0012 ( $Re=7.6 \times 10^5$ ,  $\alpha=8^\circ$ )

### 6.2.2.1.2 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=1.5 \times 10^6$ $\alpha=8^\circ$

Η μελέτη που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 6.2.2.1.1 επαναλήφθηκε για την ίδια αεροτομή σε αριθμό  $Re=1.5 \times 10^6$  προκειμένου να επαληθευτούν τα συμπεράσματα. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για αυτό τον αριθμό Reynolds συγκρίθηκαν με τα πειραματικά αποτελέσματα της εργασίας [8], όπου δίνονται μεταξύ άλλων 3D μετρήσεις του συντελεστή πίεσης στην κεντρική γραμμή πτερυγίου αεροτομής NACA0012, για γωνία πρόσπτωσης  $8^\circ$ , καθώς και μετρήσεις των αεροδυναμικών συντελεστών  $C_L$  και  $C_D$  από 3D μετρήσεις στην κεντρική γραμμή καθώς και από 2D μετρήσεις. Τα αποτελέσματα της αριθμητικής μελέτης που ακολουθεί δημοσιεύτηκαν στην εργασία [5].

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση χρησιμοποιήθηκαν δύο πλέγματα, ένα για τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούν συναρτήσεις τοίχου και ένα για αυτά που ολοκληρώνουν μέχρι το στερεό όριο. Προκαταρκτικοί υπολογισμοί δείχναν ότι ο τοπικός συντελεστής τριβής στην ακμή προσβολής είναι της τάξης του  $1.5 \times 10^{-2}$  ενώ στην ακμή φυγής  $2.5 \times 10^{-3}$ . Με βάση αυτές τις τιμές τα δύο πλέγματα κατασκευάστηκαν ως ακολούθως. Για τη μεν πρώτη περίπτωση επιλέχθηκε ένα πλέγμα  $240 \times 61$  υπολογιστικών όγκων εκ των οποίων οι 160 πάνω στην αεροτομή και η πυκνωση έγινε με τρόπο που να δίνει  $y^+=39$  στην ακμή προσβολής και  $y^+=38$  στην ακμή φυγής για τον πρώτο υπολογιστικό όγκο. Για τη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε ένα πλέγμα  $250 \times 91$  υπολογιστικών όγκων με τέτοια πυκνωση ώστε να δίνει στην ακμή προσβολής  $y^+=2.5$  και στην ακμή φυγής  $y^+=1.58$  για τον πρώτο υπολογιστικό όγκο.

Ως τιμές της τύρβης και της σκέδασης επιλέχθηκαν  $k=6 \times 10^{-6}$  και  $\epsilon=1.32 \times 10^{-6}$ , που αντιστοιχούν σε ένταση τύρβης 0.2%. Οι τιμές εισόδου των ταχυτήτων επιλέχθηκαν έτσι ώστε η κλίση της ταχύτητας να ισούται με την ενεργό γωνία πρόσπτωσης και το μέτρο της με μονάδα ενώ δόθηκαν αρχικές τιμές για την ταχύτητα  $U$  μονάδα και για τη  $V$  μηδέν.

#### α) Σχήματα παρεμβολής για μοντέλο τύρβης k-ε High Re

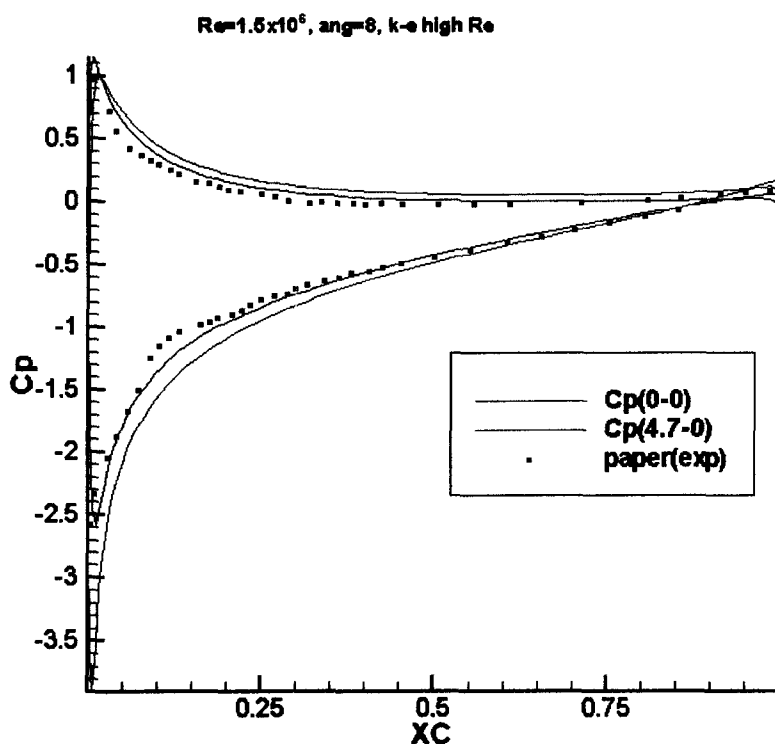
Πραγματοποιήθηκαν με επιτυχία 129 από τους 225 δυνατούς συνδυασμούς σχημάτων διακριτοποίησης. Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι μη-επιτυχείς θεωρήθηκαν οι προσομοιώσεις οι οποίες δεν οδήγησαν σε σύγκλιση. Αυτές ήταν οι περιπτώσεις στις οποίες η διακριτοποίηση των ποσοτήτων που περιγράφουν την τύρβη αντιμετωπιζόταν με σχήματα υψηλής τάξης (κεντρικής διαφοράς ή QUICK)

καθώς επίσης και με τα TVD σχήματα τα οποία παρήγαγαν τα πιο ακριβή αποτελέσματα όταν χρησιμοποιούνταν για τη διακριτοποίηση των ταχυτήτων.

Αξιολογώντας τους συνδυασμούς των σχημάτων με βάση την κατανομή  $C_p$  γύρω από την αεροτομή, τα πιο κοντινά στα πειραματικά αποτελέσματα λαμβάνονται χρησιμοποιώντας για τη διακριτοποίηση των ταχυτήτων τα TVD σχήματα 4.2 και 4.7 καθώς και τις κεντρικές διαφορές. Τα επόμενα καλύτερα αποτελέσματα λαμβάνονται χρησιμοποιώντας για τη διακριτοποίηση των ταχυτήτων τα υπόλοιπα TVD σχήματα των Roe-Sweby και Harten-Yee με εξαίρεση το 4.4 καθώς και με το QUICK. Όπως αναμενόταν τα χειρότερα αποτελέσματα λαμβάνονται με τα σχήματα πρώτης τάξης ανάντη και υβριδικό καθώς και με τα TVD σχήματα των Davis-Yee. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για την κατάταξη λήφθηκε υπόψη και το μέγεθος του συντελεστή  $C_D$  που προβλέπουν τα σχήματα και τα μοντέλα καθώς είναι ένα μέτρο του πόσο καλά προβλέπουν την κλίση της ταχύτητας στο οριακό στρώμα καθώς και το ενεργό ιξώδες.

Με κριτήριο το ρυθμό σύγκλισης, το πιο αργό σχήμα είναι το QUICK ακολουθούμενο από τις κεντρικές διαφορές και τα σχήματα 4.2 και 4.7, πάντα αναφορικά με τη διακριτοποίηση των ταχυτήτων. Όπως φαίνεται τα πιο ακριβή σχήματα είναι πιο αργά εν αντιθέσει με τα λιγότερο ακριβή που είναι πιο γρήγορα.

Στο Σχήμα 6.10 δίνεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης για : α) ανάντη διακριτοποίηση τόσο για τις ταχύτητες όσο και για τα χαρακτηριστικά της τύρβης  $k$  και  $\epsilon$ , β) το TVD σχήμα 4.7 για τις ταχύτητες και ανάντη σχήμα για τα  $k$ ,  $\epsilon$ , γ) τα πειραματικά αποτελέσματα της κεντρικής γραμμής από την εργασία [8]. Από το Σχήμα προκύπτει ότι οι αριθμητικές προσομοιώσεις υπερτιμούν το συντελεστή πίεσης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μετρήσεις είναι 3D και αντιστοιχούν στην κεντρική γραμμή πτερυγίου, όμως η επίδραση των τριών διαστάσεων δε μοντελοποιείται στο συγκεκριμένο κώδικα. Η 3D επίδραση εμφανίζεται ως μεταβολή, και συγκεκριμένα μείωση, της γωνίας πρόσπτωσης. Η παρατήρηση αυτή ισχύει και για τα επόμενα τρία σχήματα.

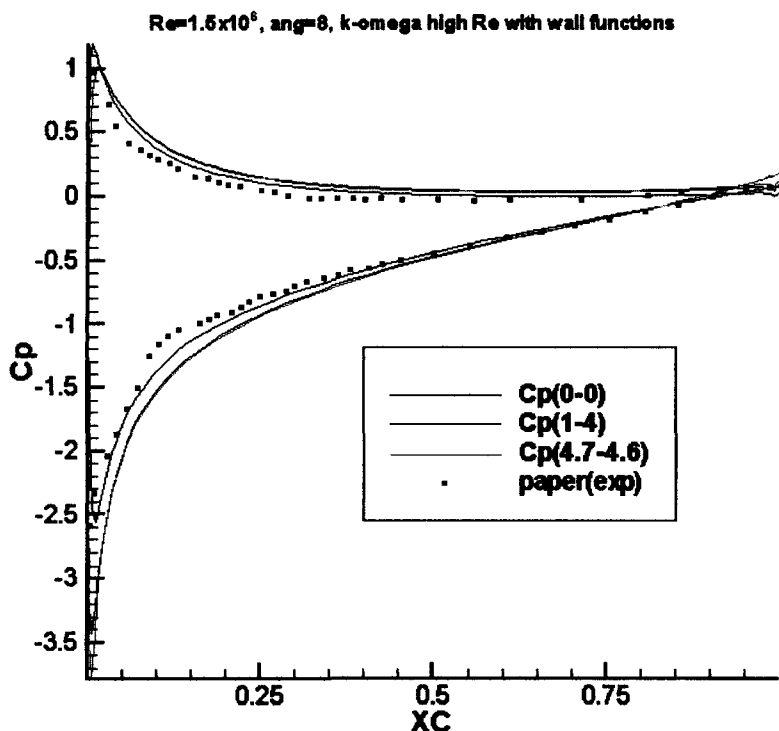


Σχήμα 6.10 Κατανομή  $C_p$  για High Re k-ε μοντέλο (NACA0012,  $\alpha=8^\circ$ ,  $Re=1.5 \times 10^6$ )

β) Σχήματα παρεμβολής για μοντέλο k-ω High Re με συναρτήσεις τοίχου

Πραγματοποιήθηκαν με επιτυχία 115 από τους 225 δυνατούς συνδυασμούς σχημάτων διακριτοποίησης. Αξιολογώντας τους συνδυασμούς των σχημάτων με βάση την  $C_p$  γύρω από την αεροτομή, τα πιο κοντινά στα πειραματικά αποτελέσματα λαμβάνονται χρησιμοποιώντας για τη διακριτοποίηση των ταχυτήτων το σχήμα κεντρικών διαφορών. Μια τέτοια επιλογή όμως θα δημιουργούσε πρόβλημα σε μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης δεδομένης της γνωστής τάσης του σχήματος να προκαλεί αριθμητικές αστάθειες. Έτσι προτιμούνται τα αμέσως επόμενα καλύτερα σχήματα τα οποία είναι τα TVD σχήματα 4.7 και 4.2 για τη διακριτοποίηση των ταχυτήτων συνδυασμένα με το TVD σχήμα 4.6 για τη διακριτοποίηση των  $k$  και  $\omega$ . Η κατάταξη στη συνέχεια ακολουθεί την πορεία που περιγράφηκε και για το μοντέλο k-ε, ενώ το ίδιο ισχύει και για την κατάταξη των σχημάτων με κριτήριο το ρυθμό σύγκλισης.

Στο Σχήμα 6.11 δίνεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης για : α) ανάντη διακριτοποίηση τόσο για τις ταχύτητες όσο και για τα χαρακτηριστικά της τύρβης  $k$  και  $\omega$ , β) το TVD σχήμα 4.7 για τις ταχύτητες και το TVD σχήμα 4.6 για τα  $k$ ,  $\omega$ , γ) το σχήμα κεντρικών διαφορών για τις ταχύτητες και το TVD σχήμα 4.0 για τα  $k$  και  $\omega$ , και δ) τα πειραματικά αποτελέσματα της κεντρικής γραμμής από την εργασία [8].

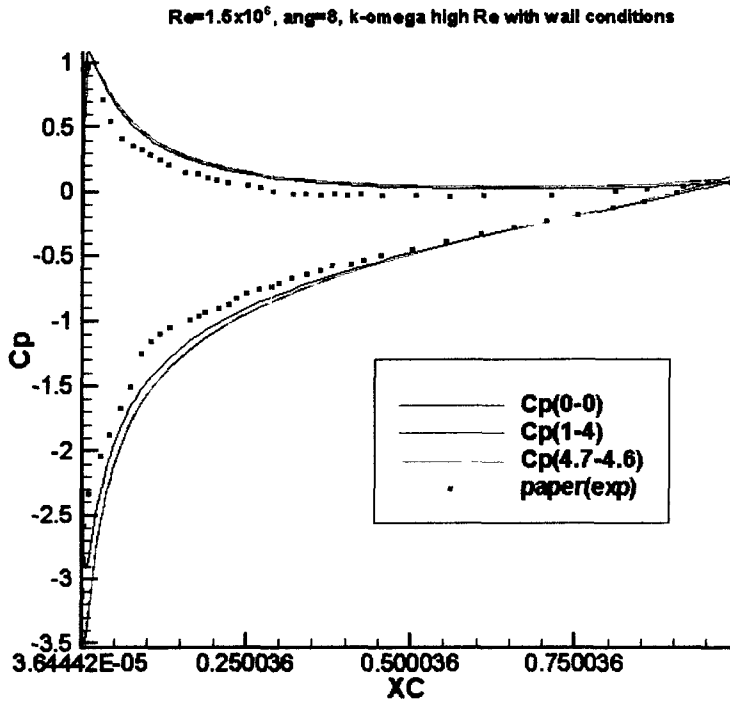


Σχήμα 6.11 Κατανομή  $C_p$  για High Re  $k-\omega$  μοντέλο με συναρτήσεις τοίχου (NACA0012,  $\alpha=8^\circ$ ,  $Re=1.5 \times 10^6$ )

γ) Σχήματα παρεμβολής για μοντέλο  $k-\omega$  High Re με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο

Πραγματοποιήθηκαν με επιτυχία 124 από τους 225 δυνατούς συνδυασμούς σχημάτων διακριτοποίησης. Και πάλι αξιολογώντας τους συνδυασμούς των σχημάτων με βάση την κατανομή συντελεστού πίεσης γύρω από την αεροτομή, τα πιο κοντινά στα πειραματικά αποτελέσματα λαμβάνονται χρησιμοποιώντας για τη διακριτοποίηση των ταχυτήτων το σχήμα κεντρικών διαφορών. Η επιλογή αυτή απορρίφθηκε για τους λόγους που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Η αμέσως καλύτερη επόμενη επιλογή είναι τα TVD σχήματα 4.7 και 4.2 για τη διακριτοποίηση των ταχυτήτων συνδυασμένα με το TVD σχήμα 4.6 για τη διακριτοποίηση των  $k$  και  $\omega$ . Η κατάταξη ακολουθεί την ίδια πορεία που περιγράφηκε και για το μοντέλο  $k-\epsilon$ , ενώ το ίδιο ισχύει και για την κατάταξη των σχημάτων με κριτήριο το ρυθμό σύγκλισης.

Στο Σχήμα 6.12 δίνεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης για : α) ανάντη διακριτοποίηση τόσο για τις ταχύτητες όσο και για τα χαρακτηριστικά της τύρβης  $k$  και  $\omega$ , β) το TVD σχήμα 4.7 για τις ταχύτητες και το TVD σχήμα 4.6 για τα  $k$ ,  $\omega$ , γ) το σχήμα κεντρικών διαφορών για τις ταχύτητες και το TVD σχήμα 4.0 για τα  $k$  και  $\omega$ , και δ) τα πειραματικά αποτελέσματα της κεντρικής γραμμής από την εργασία [8].

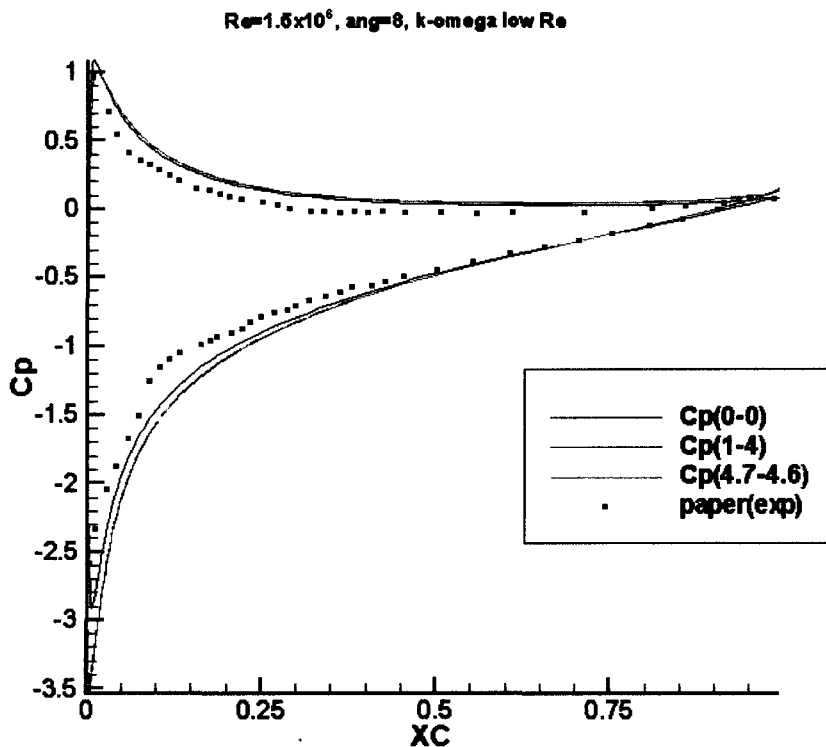


**Σχήμα 6.12 Κατανομή Cp για High Re k- $\omega$  μοντέλο με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο (NACA0012,  $\alpha=8^\circ$ ,  $Re=1.5 \times 10^6$ )**

#### δ) Σχήματα παρεμβολής για μοντέλο k- $\omega$ Low Re

Πραγματοποιήθηκαν με επιτυχία 128 από τους 225 δυνατούς συνδυασμούς σχημάτων διακριτοποίησης. Οι παρατηρήσεις σε ότι αφορά την κατάταξη με κριτήριο το συντελεστή πίεσης και τους αεροδυναμικούς συντελεστές αλλά και με κριτήριο το ρυθμό σύγκλισης είναι οι ίδιες με αυτές της προηγούμενης παραγράφου.

Στο Σχήμα 6.13 δίνεται η κατανομή του συντελεστή πίεσης για : α) ανάντη διακριτοποίηση τόσο για τις ταχύτητες όσο και για τα χαρακτηριστικά της τύρβης k και  $\omega$ , β) το TVD σχήμα 4.7 για τις ταχύτητες και το TVD σχήμα 4.6 για τα k,  $\omega$ , γ) το σχήμα κεντρικών διαφορών για τις ταχύτητες και το TVD σχήμα 4.0 για τα k και  $\omega$ , και δ) τα πειραματικά αποτελέσματα της κεντρικής γραμμής από την εργασία [8].

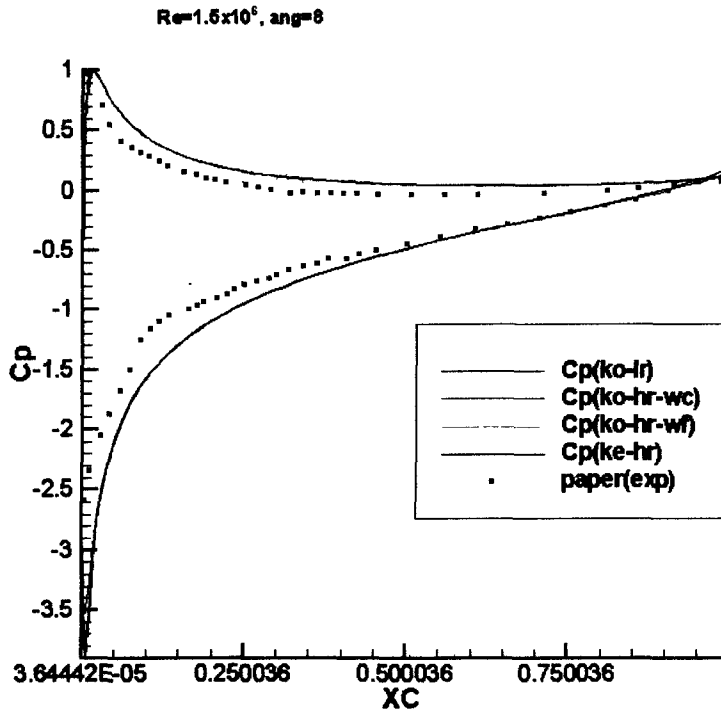


**Σχήμα 6.13 Κατανομή  $C_p$  για Low Re k- $\omega$  μοντέλο (NACA0012,  $\alpha=8^\circ$ ,  $Re=1.5 \times 10^6$ )**

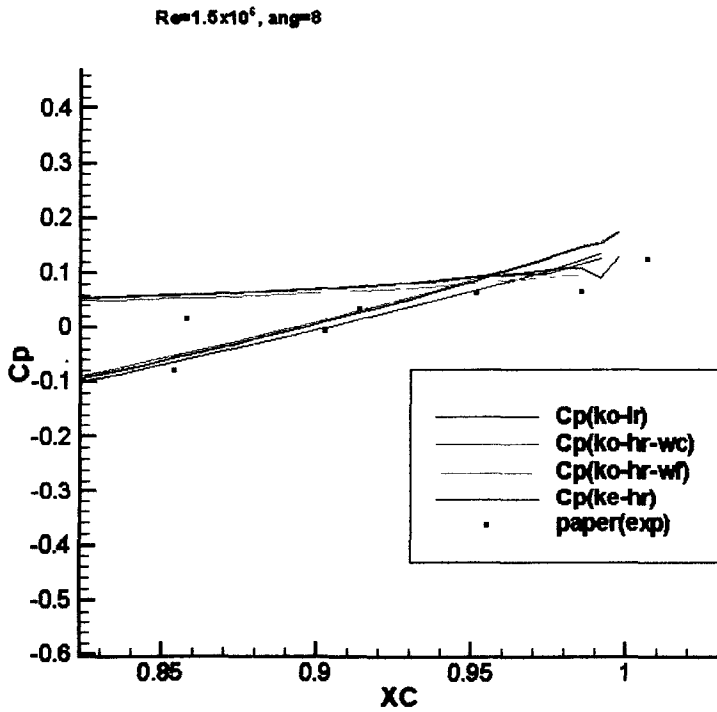
ε) Σύγκριση μοντέλων τύρβης

Στην παράγραφο αυτή θα χρησιμοποιηθούν τα καλύτερα αποτελέσματα κάθε μοντέλου τύρβης προκειμένου να συγκριθούν μεταξύ τους. Έχοντας απορρίψει τους συνδυασμούς που περιέχουν διακριτοποίηση με κεντρική διαφορά για τους λόγους που ήδη αναφέρθηκαν, για το μοντέλο k- $\epsilon$  High Re χρησιμοποιείται ο συνδυασμός 4.7-0, ενώ για τα άλλα τρία μοντέλα ο συνδυασμός 4.7-4.6. Όπως αναμενόταν, σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης, τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούνται δε παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορές. Παρόλα αυτά μια πιο κοντινή εξέταση όπως φαίνεται στη λεπτομέρεια του Σχήματος 6.15 αναδεικνύει ως καλύτερη επιλογή μοντέλου αυτό που ολοκληρώνει μέχρι το στερεό όριο, αφού αυτά τα μοντέλα δείχνουν πιο ομαλή συμπεριφορά στην ακμή φυγής.





**Σχήμα 6.14 Κατανομή Cp γύρω από αεροτομή NACA0012 ( $Re=1.5 \times 10^6, \alpha=8^\circ$ )**



**Σχήμα 6.15 Λεπτομέρεια κατανομής Cp (NACA0012, γωνία  $8^\circ, Re=1.5 \times 10^6$ )**

### 6.2.2.1.3 Τυρβώδης ροή γύρω από αεροτομή ONERA με $Re=2.07 \times 10^6$ και $\alpha=8.1^\circ$

Τέλος μια παραμετρική μελέτη σε ότι αφορά τα σχήματα διακριτοποίησης αλλά μόνο για το μοντέλο k-ε High Reynolds έγινε για την αεροτομή ONERA-A για την οποία υπάρχουν πειραματικές μετρήσεις [129] για αριθμό  $Re=2.07 \times 10^6$ . Κατασκευάστηκε πλέγμα  $350 \times 65$  με 257 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή. Εφόσον ήταν γνωστοί από μετρήσεις οι αναμενόμενοι συντελεστές τριβής το πλέγμα πυκνώθηκε έτσι ώστε να καλύπτει και τις πλέον δυσμενείς συνθήκες, οι οποίες απαντώνται στις γωνίες πρόσπτωσης  $14.5^\circ$  για την ακμή προσβολής και  $18^\circ$  για την ακμή φυγής. Για γωνία πρόσπτωσης  $8.1^\circ$  πραγματοποιήθηκαν με επιτυχία 157 προσομοιώσεις από τους 256 δυνατούς συνδυασμούς σχημάτων διακριτοποίησης για το μοντέλο τύρβης k-ε high Re. Τα αποτελέσματα τόσο σε ότι αφορά την ακρίβεια και το ρυθμό σύγκλισης είναι τα ίδια με αυτά που είχαν προκύψει στις προηγούμενες παραγράφους για την αεροτομή NACA0012.

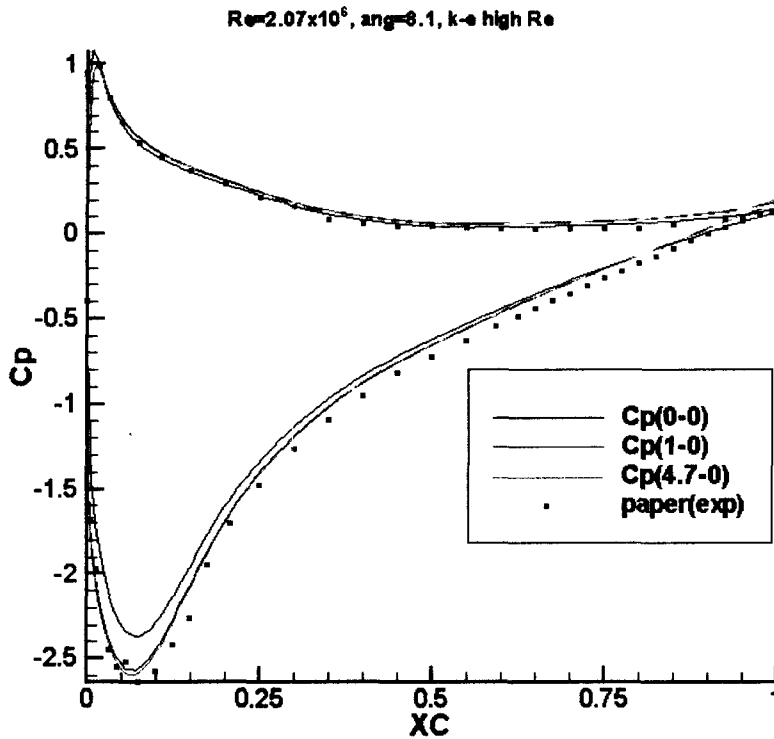
Στον Πίνακα 6.6 δίνονται ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτήθηκαν για σύγκλιση, οι αδιαστατοποιημένες αποστάσεις  $y^+$  της ακμής προσβολής και της ακμής φυγής καθώς και οι τιμές των αεροδυναμικών συντελεστών  $C_L$  και  $C_D$  που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις με τους ακόλουθους συνδυασμούς σχημάτων διακριτοποίησης : α) ανάντη για τις ταχύτητες και ανάντη για τα k, ε, β) κεντρική διαφορά για τις ταχύτητες και ανάντη για τα k, ε, και γ) TVD 4.7 για τις ταχύτητες και ανάντη για τα k, ε. Τέλος στον πίνακα δίνονται και οι πειραματικοί αεροδυναμικοί συντελεστές.

Πίνακας 6.6 Στοιχεία προσομοίωσης ροής (ONERA-A, γωνία= $8.1^\circ$ ,  $Re=2.07 \times 10^6$ )

Σχήμα Διακριτοποίησης	$y_1^+$ ακμής προσβολής	$y_1^+$ ακμής φυγής	επαναλήψεις	$C_L$	$C_D$
0-0	42.10	33.87	910	1.0	0.045
1-0	48.23	34.76	1169	1.076	0.021
4.7-0	48.17	32.00	1177	1.09	0.019
experiment				1.1	0.01395

Από τα αποτελέσματα είναι φανερό ότι υποτιμάται ελαφρά ο συντελεστής αεροδυναμικής άνωσης και υπερτιμάται ο συντελεστής οπισθέλκουσας. Στο Σχήμα 6.16 δίνεται η κατανομή του συντελεστού πίεσης γύρω από την αεροτομή για τις παραπάνω προσομοιώσεις.

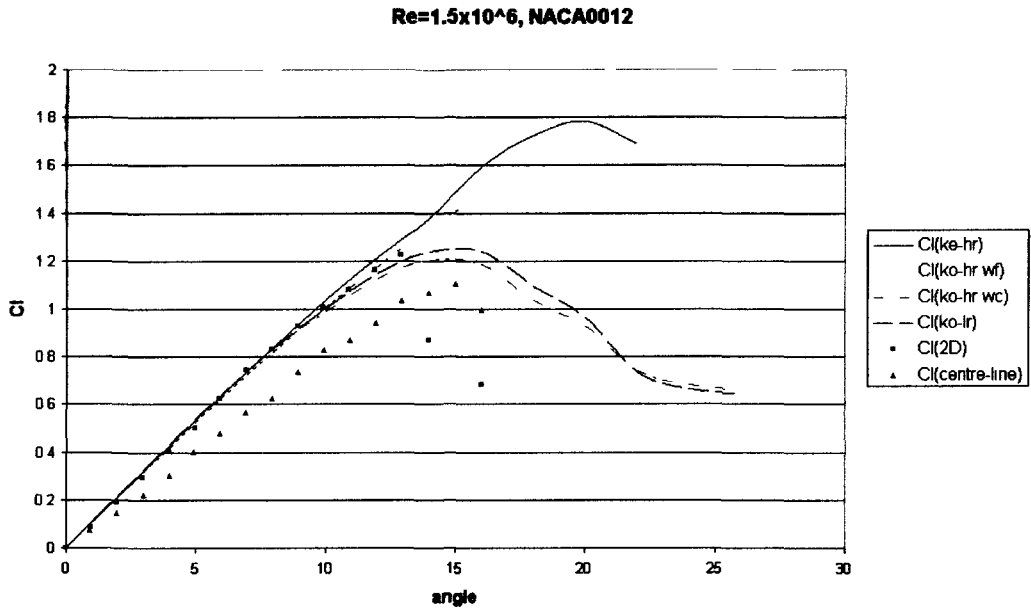
Η μελέτη για την αεροτομή ONERA-A που παρουσιάζεται είναι κάθε άλλο παρά ολοκληρωμένη, δεδομένου μάλιστα ότι υπάρχουν προς εκμετάλλευση πλήθος άλλων πειραματικών στοιχείων [129]. Η προσομοίωση αυτή παρατίθεται εδώ προκειμένου να επιβεβαιώσει ότι οι παρατηρήσεις των προηγούμενων παραγράφων σχετικά με τα σχήματα διακριτοποίησης είναι ανεξάρτητες του τύπου αεροτομής.



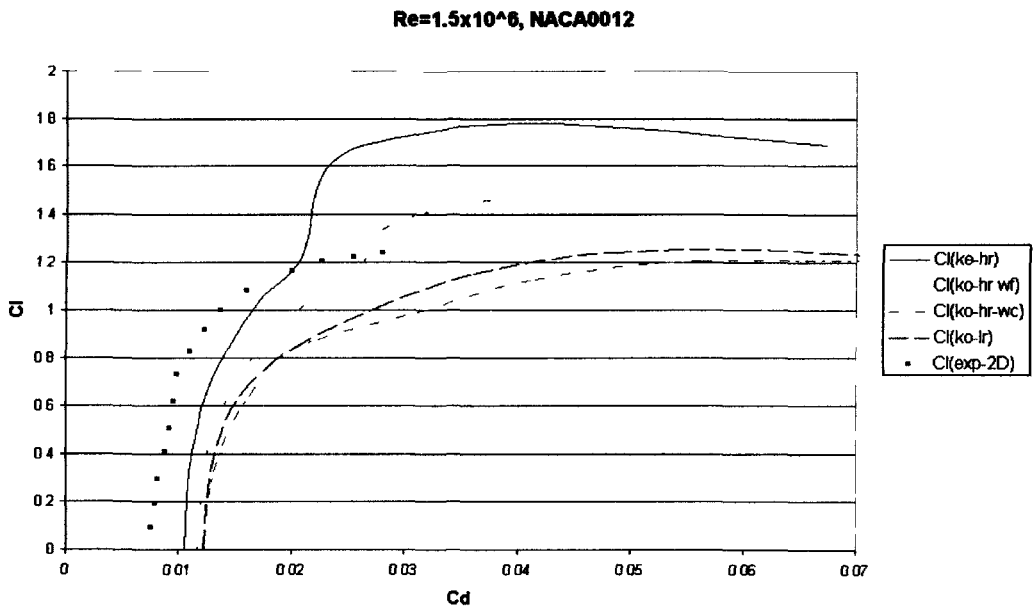
Σχήμα 6.16 Κατανομή  $C_p$  για High Re  $k-\epsilon$  μοντέλο (ONERA-A,  $\alpha=8.1^\circ$ ,  $Re=2.07 \times 10^6$ )

#### 6.2.2.1.4 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=1.5 \times 10^6$

Προκειμένου να εκτιμηθεί η απόδοση των μοντέλων τύρβης και η δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν σε ροές με αποκόλληση, πραγματοποιήθηκαν μια σειρά προσομοιώσεων για ένα ευρύ φάσμα γωνιών πρόσπτωσης με όλα τα μοντέλα, χρησιμοποιώντας ως σχήμα διακριτοποίησης το συνδυασμό που προέκυψε ως βέλτιστος για κάθε μοντέλο. Με  $Re=1.5 \times 10^6$  πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις για γωνίες πρόσπτωσης από  $0^\circ$  έως  $26^\circ$ . Στο Σχήμα 6.17 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης μαζί με τα πειραματικά αποτελέσματα της δημοσίευσης [8] που αφορούν τόσο τις 3Δ μετρήσεις, για την κεντρική γραμμή, όσο και τις 2Δ μετρήσεις. Ενώ στο Σχήμα 6.18 δίνεται ο συντελεστή οπισθέλκουσας για το ίδιο εύρος γωνιών πρόσπτωσης.



**Σχήμα 6.17 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  (NACA0012,  $Re=1.5 \times 10^6$ )**

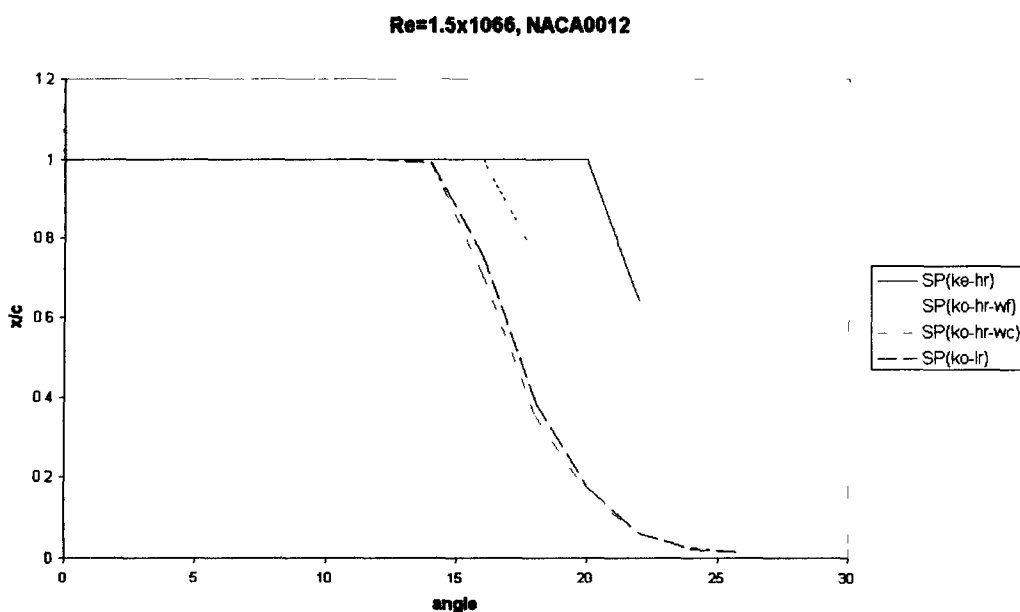


**Σχήμα 6.18 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  (NACA0012,  $Re=1.5 \times 10^6$ )**

Από το Σχήμα 6.17 προκύπτει ότι για χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης όλα τα μοντέλα τύρβης συμπεριφέρονται με τον ίδιο τρόπο. Η σύγκριση του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης με τις πειραματικές 2Δ τιμές είναι άριστη ενώ ο συντελεστής οπισθέλκουσας υπερτιμάται. Η παρατηρούμενη διαφορά ανάμεσα στις μετρήσεις 2Δ

και 3Δ επιβεβαιώνει το σχόλιο της παραγράφου 6.2.2.1.2 σχετικά με την ποιότητα των υπολογισμών του  $C_p$  αφού οι τελευταίες δίνονται μόνο για τις 3Δ μετρήσεις. Συνεπώς σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης, είναι προτιμητέα η χρήση μοντέλων τύρβης με συναρτήσεις τοίχου δεδομένου ότι δίνουν άριστα αποτελέσματα με μικρότερο αριθμό υπολογιστικών κελιών και συγκλίνουν σε πολύ λιγότερες επαναλήψεις.

Σε μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης, εκεί που αναμένεται η εμφάνιση αποκόλλησης ροής, η υπεροχή των μοντέλων τύρβης που ολοκληρώνουν μέχρι τον τοίχο είναι σαφής αφού είναι σε θέση να προβλέψουν καλύτερα τη γωνία εμφάνισης αποκόλλησης αλλά και να υπολογίσουν τη ροή μέσα σε αυτή. Η σύγκριση πάντως με τα πειραματικά αποτελέσματα δεν είναι πλέον άριστη και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι και τα δύο μοντέλα τύρβης με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο που χρησιμοποιούνται υποθέτουν τη ροή σε ισορροπία κάτι που δε συμβαίνει στην περιοχή αυτή. Στο Σχήμα 6.19 δίνεται η θέση ( $x/c$ ) εμφάνισης αποκόλλησης.

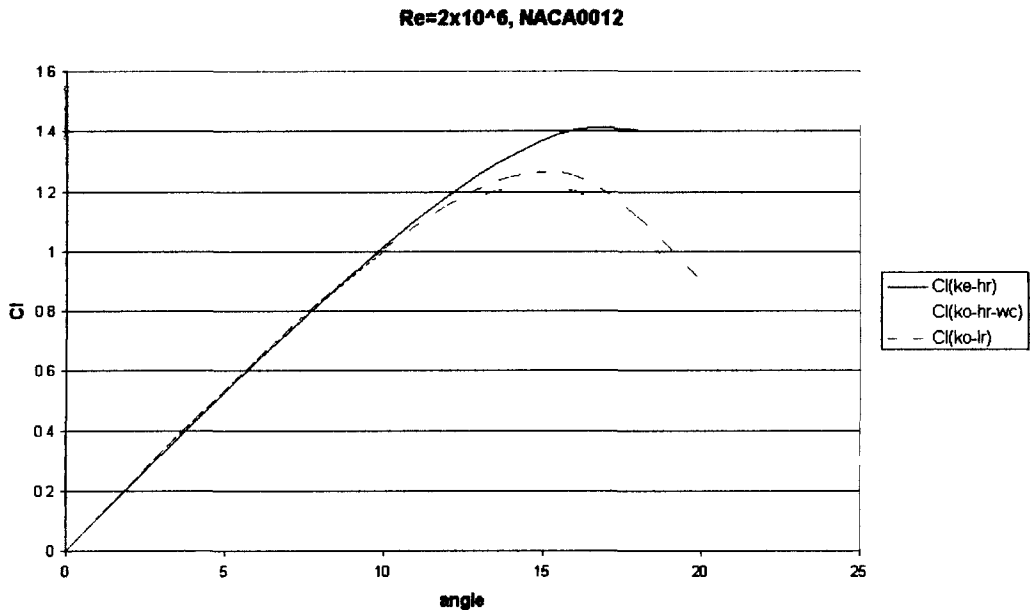


**Σχήμα 6.19 Θέση εμφάνισης αποκόλλησης (NACA0012,  $Re=1.5 \times 10^6$ )**

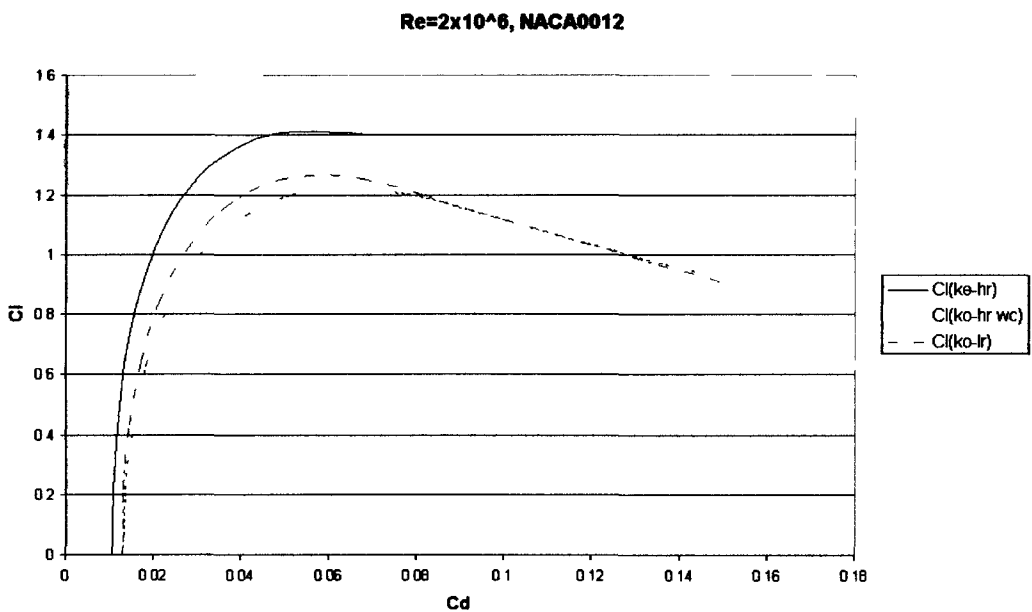
### 6.2.2.1.5 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με $Re=2 \times 10^6$

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν μια σειρά προσομοιώσεων για την ίδια αεροτομή με  $Re=2 \times 10^6$ , με τρία μοντέλα τύρβης, (k-ε High Re, k-ω High Re με ολοκλήρωση μέχρι το στερεό όριο, k-ω Low Re) για γωνίες πρόσπτωσης από  $0^\circ$  μέχρι  $20^\circ$ . Οι προσομοιώσεις αυτές έγιναν με τα πλέγματα που περιγράφηκαν στην παράγραφο 6.2.2.1.1. Στο Σχήμα 6.20 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή

αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  και στο Σχήμα 6.21 η μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας. Από τα σχήματα προκύπτει το αναμενόμενο συμπέρασμα, ότι για ροή χωρίς αποκόλληση τα μοντέλα τύρβης δε δίνουν σημαντικές διαφορές. Η διαφοροποίηση αρχίζει στις γωνίες πρόσπτωσης στις οποίες η ροή αποκολλάται.

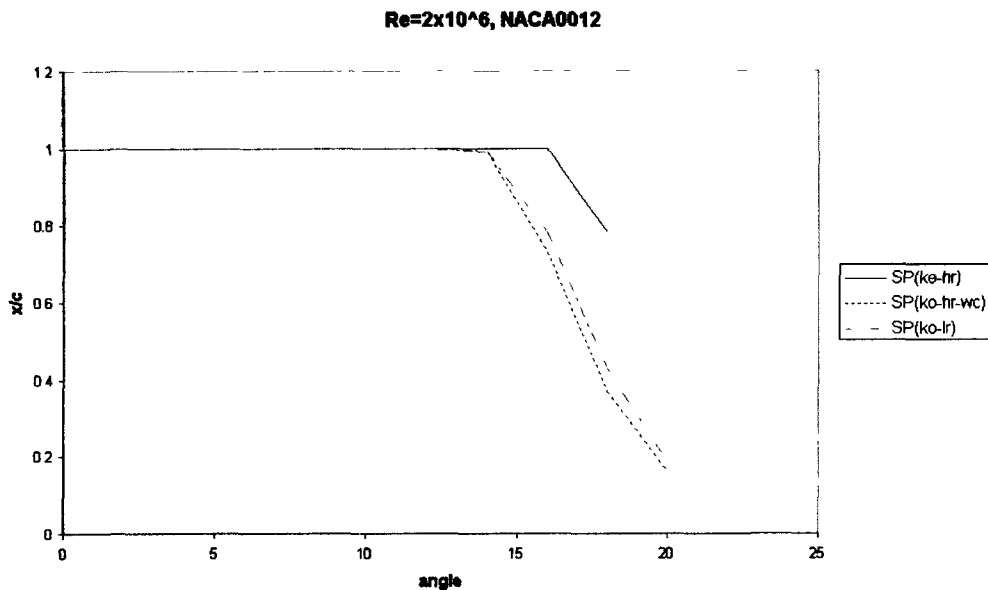


**Σχήμα 6.20 Μεταβολή συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  (NACA0012,  $Re=2x10^6$ )**



**Σχήμα 6.21 Μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  (NACA0012,  $Re=2x10^6$ )**

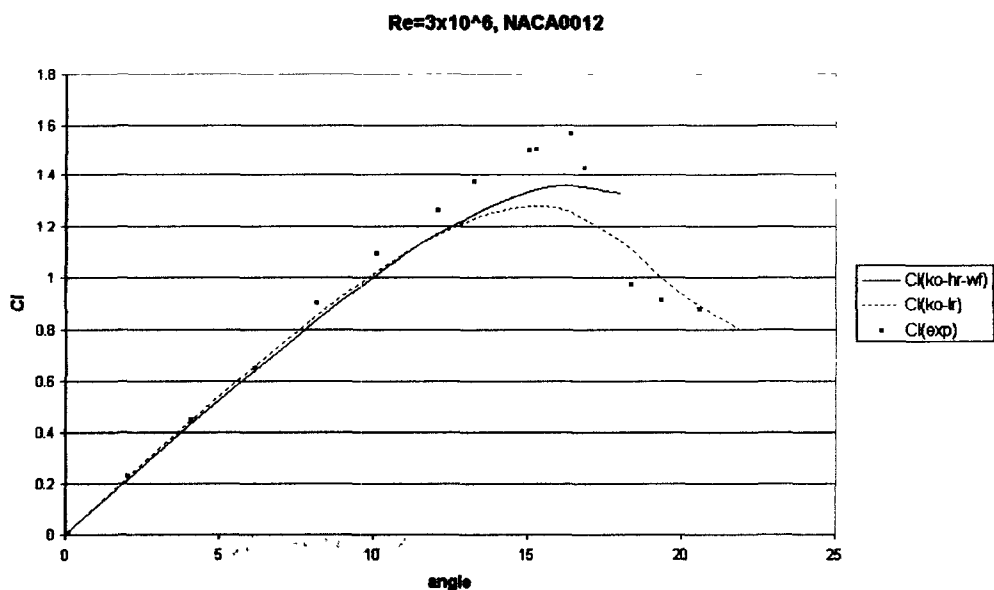
Στο Σχήμα 6.22 δίνεται η θέση αποκόλλησης, ως ποσοστό της χορδής  $x/c$ , υπολογισμένη με τα παραπάνω μοντέλα. Το  $k-\epsilon$  high  $Re$  είναι αυτό που αργαί περισσότερο να προβλέψει αποκόλληση ροής.



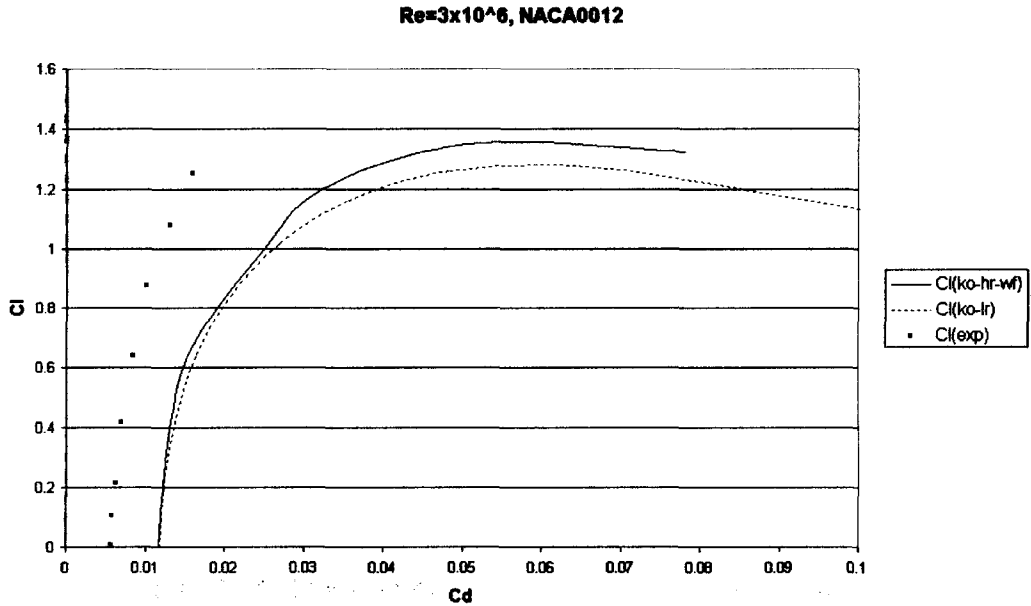
**Σχήμα 6.22 Θέση αποκόλλησης ροής (NACA0012, Re=2x10<sup>6</sup>)**

#### 6.2.2.1.6 Τυρβώδης ροή γύρω από NACA0012 με Re=3x10<sup>6</sup>

Τέλος για την αεροτομή NACA0012 πραγματοποιήθηκαν μια σειρά προσομοιώσεων για γωνίες πρόσπτωσης από 0° έως 22° και ροή με Re=3x10<sup>6</sup>, χρησιμοποιώντας ως μοντέλα τύρβης το k-ω High Re με συναρτήσεις τοίχου και το k-ω Low Re. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων συγκρίνονται με τα πειραματικά αποτελέσματα της εργασίας [1]. Στο Σχήμα 6.23 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης. Ενώ στο Σχήμα 6.24 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας.



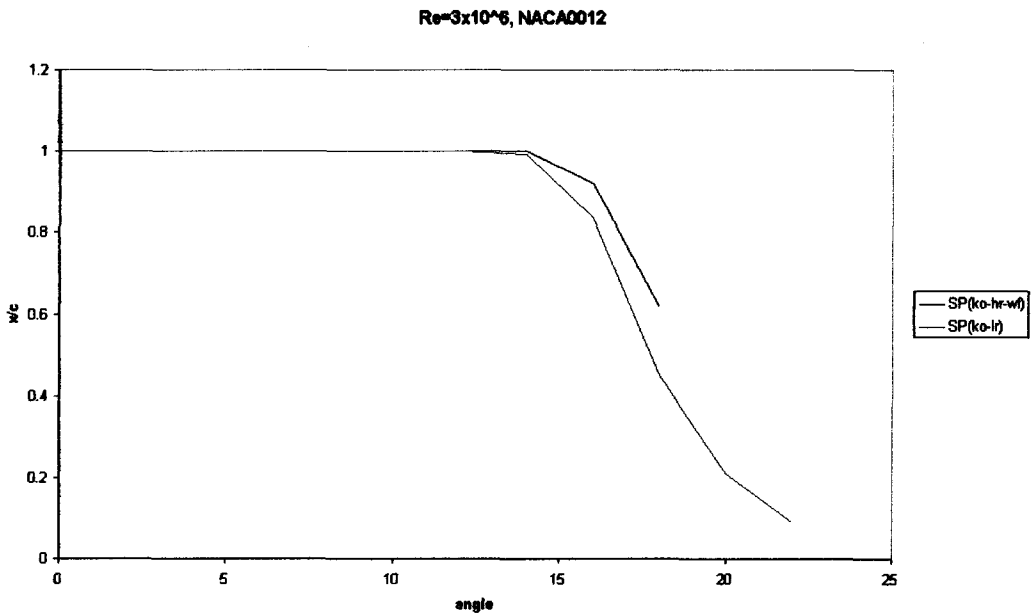
**Σχήμα 6.23 Μεταβολή συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης C<sub>L</sub> (NACA0012, Re=3x10<sup>6</sup>)**



**Σχήμα 6.24 Μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  (NACA0012,  $Re=3 \times 10^6$ )**

Όπως έχει παρατηρηθεί και στις προηγούμενες παραγράφους, η διαφορά του υπολογιζόμενου από το μετρούμενο συντελεστή οπισθέλκουσας είναι πολύ πιο σημαντική από την όποια βελτίωση επιφέρει κάποιο μοντέλο τύρβης.

Τέλος στο Σχήμα 6.25 δίνεται η θέση ( $x/c$ ) εμφάνισης αποκόλλησης της ροής.

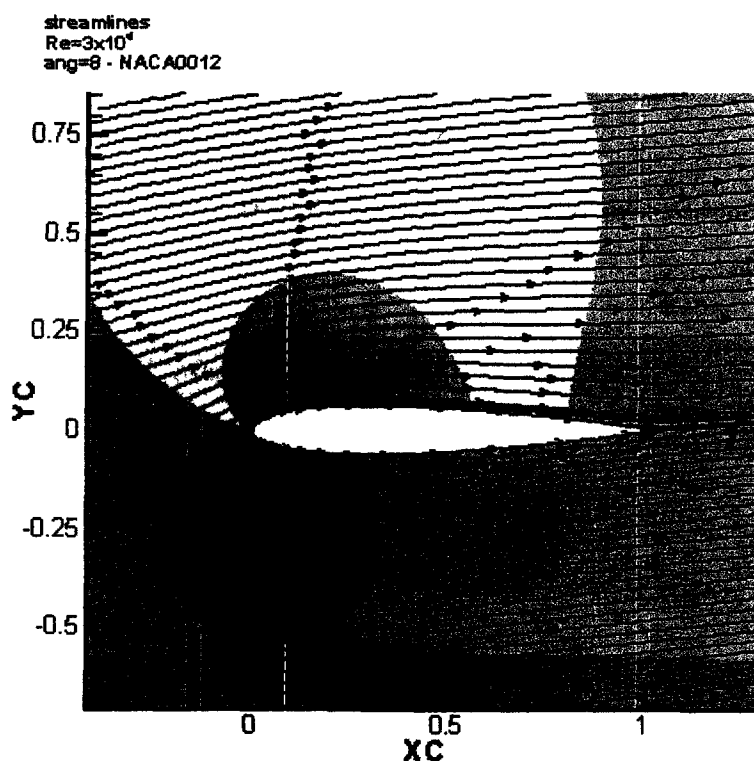


**Σχήμα 6.25 Θέση αποκόλλησης ροής (NACA0012,  $Re=3 \times 10^6$ )**

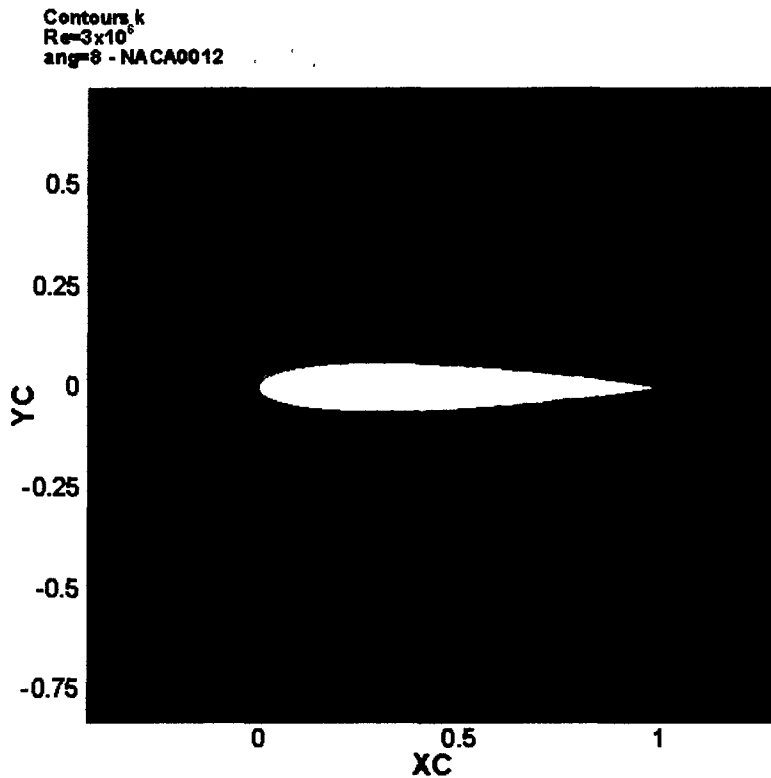


Το μοντέλο  $k-\omega$  Low Re προβλέπει έναρξη αποκόλλησης της ροής σε γωνία πρόσπτωσης  $14^\circ$  εν αντιθέσει με το μοντέλο High Re που προβλέπει έναρξη αποκόλλησης στις  $16^\circ$ . Το μοντέλο low Re, αν και δεν υπολογίζει με ακρίβεια το συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης στην περιοχή έναρξης αποκόλλησης, είναι σε θέση να υπολογίσει τη ροή μέσα σε αυτή, εν αντιθέσει με το μοντέλο που χρησιμοποιεί συναρτήσεις τοίχου το οποίο δεν μπορεί να δώσει αποτελέσματα στην περιοχή αυτή, όπως αναμενότανε από το γεγονός ότι δε λύνει τη ροή κοντά στο τοίχωμα.

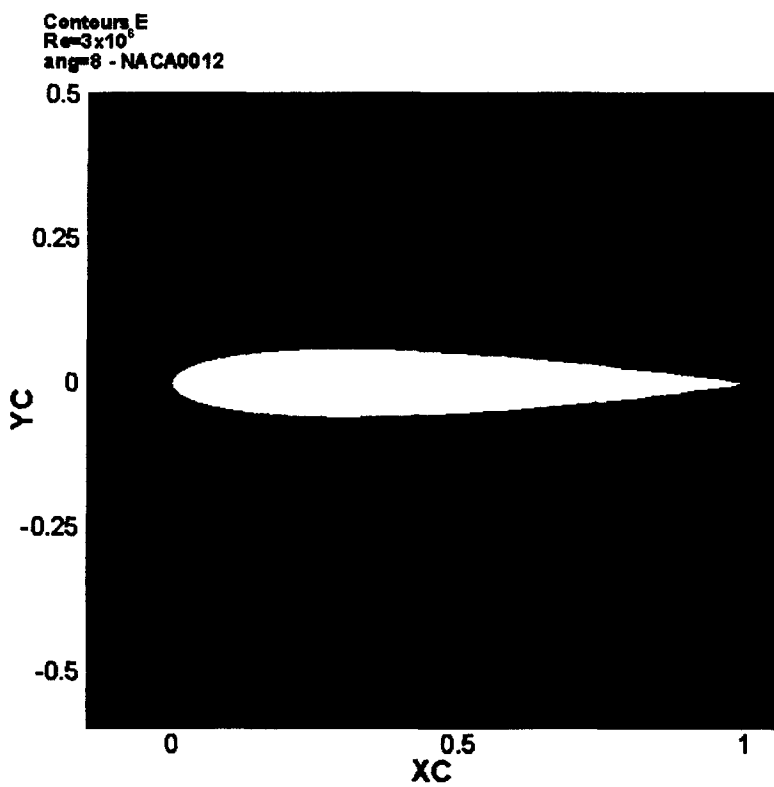
Στα Σχήματα 6.26 έως 6.31 δίνονται οι ροϊκές γραμμές καθώς και ισοϋψείς βασικών μεγεθών ροών με αριθμό  $Re=3 \times 10^6$  για γωνίες πρόσπτωσης  $8^\circ$  και  $18^\circ$  που προέκυψαν από προσομοιώσεις με το μοντέλο τύρβης  $k-\omega$  Low Re με το συνδυασμό σχημάτων διακριτοποίησης 4.7-0.



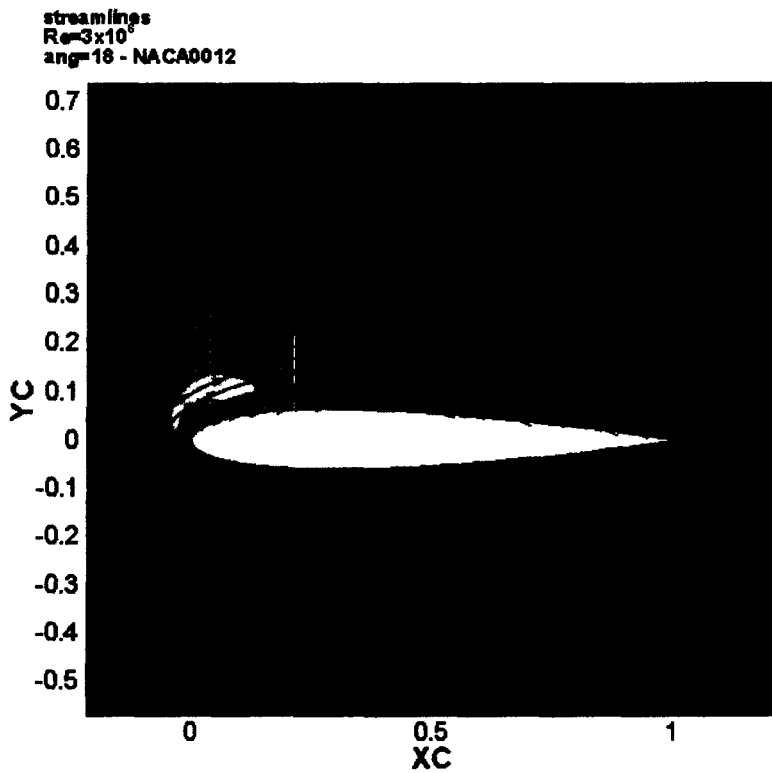
Σχήμα 6.26 Ροϊκές γραμμές και ισοϋψείς πίεσης (NACA0012,  $Re=3 \times 10^6$ ,  $\alpha=8^\circ$ )



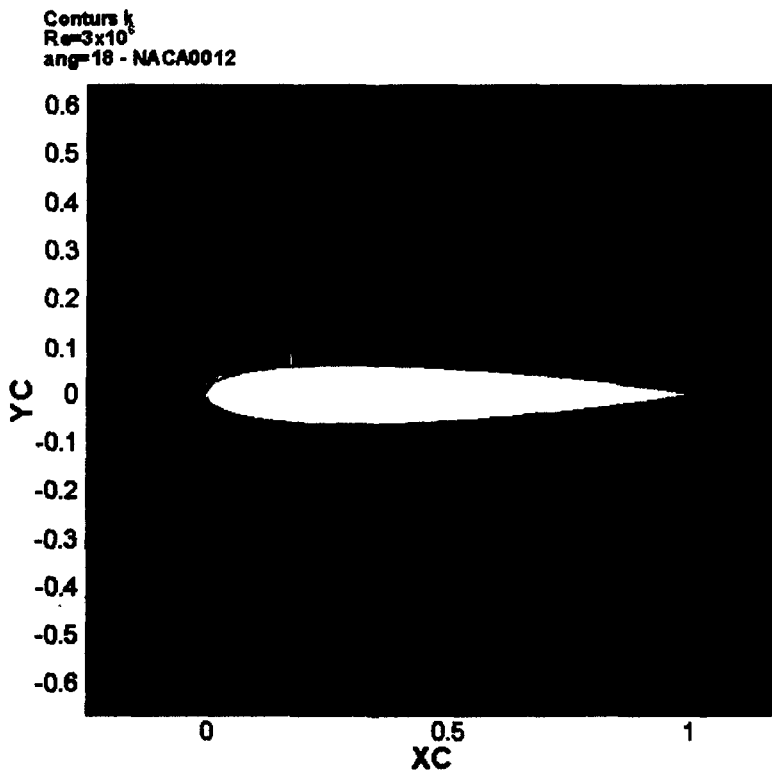
Σχήμα 6.27 Ισοϋψείς κινητικής ενέργειας τύρβης  $k$  (NACA0012,  $Re=3 \times 10^6$ ,  $\alpha=8^\circ$ )



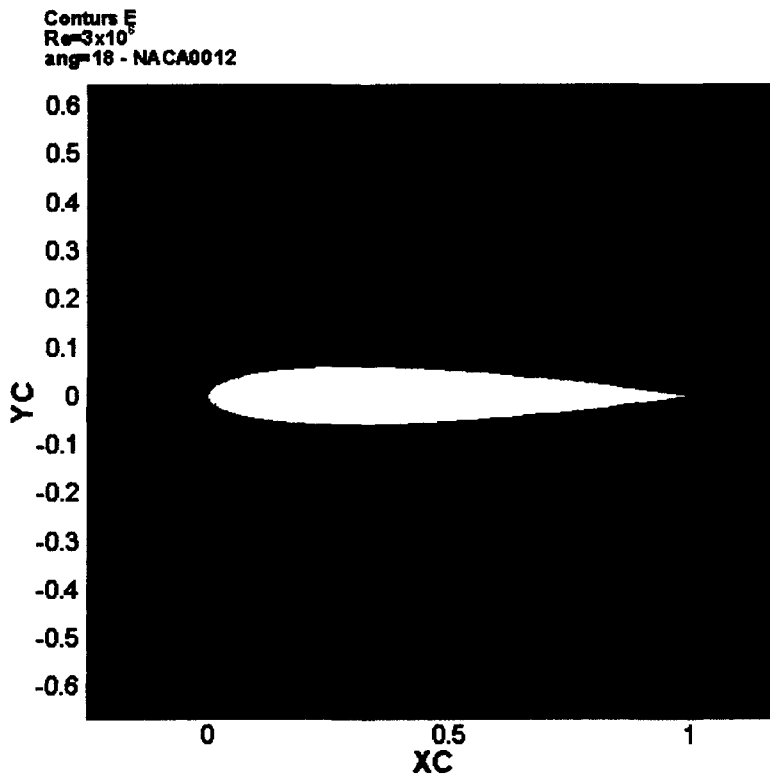
Σχήμα 6.28 Ισοϋψείς ρυθμού σκέδασης,  $\epsilon$  (NACA0012,  $Re=3 \times 10^6$ ,  $\alpha=8^\circ$ )



**Σχήμα 6.29 Ροικές γραμμές και ισοψείς πίεσης (NACA0012,  $Re=3 \times 10^6$ ,  $\alpha=18^\circ$ )**



**Σχήμα 6.30 Ισοψείς κινητικής ενέργειας τύρβης k (NACA0012,  $Re=3 \times 10^6$ ,  $\alpha=18^\circ$ )**



**Σχήμα 6.31** Ισοϋψείς ρυθμού σκέδασης,  $\varepsilon$  (NACA0012,  $Re=3 \times 10^6$ ,  $\alpha=28^\circ$ )

Για να ολοκληρωθεί η μελέτη της ροής με  $Re=3 \times 10^6$  πραγματοποιήθηκε έλεγχος ανεξαρτησίας πλέγματος για όλα τα μοντέλα τύρβης πυκνώνοντας τα πλέγματα που χρησιμοποιούνται και πραγματοποιώντας προσομοιώσεις για γωνία πρόσπτωσης  $8^\circ$ . Υπενθυμίζεται ότι για τα μοντέλα που χρησιμοποιούν συναρτήσεις τοίχου χρησιμοποιήθηκε πλέγμα  $240 \times 61$  με 160 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή ενώ για τα μοντέλα που ολοκληρώνουν μέχρι τον τοίχο χρησιμοποιήθηκε πλέγμα  $250 \times 91$  με 190 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή. Στο εξής αυτά τα πλέγματα θα αναφέρονται ως 1<sup>ο</sup> πλέγμα. Τα πλέγματα αυτά πύκνωσαν έτσι ώστε για τα μοντέλα με συναρτήσεις τοίχου να χρησιμοποιείται πλέγμα  $320 \times 91$  με 240 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή ενώ για τα μοντέλα που ολοκληρώνουν μέχρι τον τοίχο πλέγμα  $320 \times 121$  με 260 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή. Να σημειωθεί ότι η πύκνωση κάθετα στην επιφάνεια της αεροτομής δε μεταβλήθηκε εφόσον ήδη καλύπτονταν οι απαιτήσεις που αφορούν την αδιάστατη απόσταση  $y^+$  του πρώτου υπολογιστικού όγκου. Στο εξής τα νέα πλέγματα θα αναφέρονται ως 2<sup>ο</sup> πλέγμα. Στον Πίνακα 6.7 δίνονται οι αεροδυναμικοί συντελεστές που προκύπτουν με κάθε μοντέλο τύρβης για τα δύο πλέγματα, ο αριθμός επαναλήψεων που απαιτήθηκε

κάθε φορά για να συγκρίνει η προσομοίωση, και η πειραματική τιμή των συντελεστών.

**Πίνακας 6.7 Έλεγχος ανεξαρτησίας πλέγματος (NACA0012 –  $Re=3 \times 10^6$  –  $\alpha=8^\circ$ )**

Μοντέλο-πλέγμα	$C_L$	%πειραμ	$C_D$	(πολ/σιο) πειραμ.	επαναλήψεις
k-ε - hR (1°)	0.855293	97.41%	0.010896	1.08	938
k-ε - hR (2°)	0.853044	97.15%	0.011281	1.12	5576
k-ω - wf (1°)	0.821957	93.68%	0.019526	1.94	848
k-ω - wf (2°)	0.827664	94.26%	0.01666	1.66	5185
k-ω - wc (1°)	0.853736	97.23%	0.016929	1.68	3166
k-ω - wc (2°)	0.853249	97.18%	0.017119	1.70	4891
k-ω - IR (1°)	0.853134	97.17%	0.016238	1.62	2030
k-ω - IR (2°)	0.852015	97.04%	0.016493	1.64	4628
πειραματικό	0.878012		0.010053		

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι : α) Για το μοντέλο k-ε high Re η πύκνωση του πλέγματος έφερε μάλλον αρνητικά αποτελέσματα, με μεταβολή όμως τόσο μικρή που δε μπορεί να ληφθεί υπόψη, β) Το μοντέλο k-ω high Re με συναρτήσεις τοίχου δείχνει να είναι το μοναδικό που ευνοήθηκε από την αλλαγή πλέγματος με βελτίωση του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης της τάξης του 0.6% και του συντελεστή οπισθέλκουσας της τάξης του 14%, γ) Για το μοντέλο k-ω high Re με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο η πύκνωση βελτίωσε ελαφρά το συντελεστή οπισθέλκουσας και χειροτέρευσε ελαφρά το συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης, και δ) Για το μοντέλο k-ω low Re η αλλαγή πλέγματος προκαλεί ελαφρά χειροτέρευση και των δύο συντελεστών. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι για τα τρία μοντέλα (k-ε high Re, k-ω high Re με ολοκλήρωση μέχρι τον τοίχο και k-ω low Re) τα πλέγματα που είχαν χρησιμοποιηθεί μέχρι στιγμής ήταν ικανοποιητικά ενώ για το k-ω high Re με συναρτήσεις τοίχου ήταν δυνατόν να βελτιωθεί ελαφρά.

#### **6.2.2.1.7 Σχολιασμός και βελτίωση αποτελεσμάτων μόνιμης ροής**

Όπως φάνηκε από τα προηγούμενα αποτελέσματα η απόδοση του αεροδυναμικού μοντέλου βελτιώνεται, σε όλες τις γωνίες πρόσπτωσης, με αλλαγή σχήματος διακριτοποίησης κατά ένα ποσοστό της τάξης του 10% και βελτιώνεται, για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, με αλλαγή του μοντέλου τύρβης.

Στον Πίνακα 6.8 δίνονται οι συντελεστές  $C_L$  που υπολογίσθηκαν με σχήματα διακριτοποίησης TVD 4.7 για τις ταχύτητες και ανάντη για τα k και ω καθώς και τα

πειραματικά αποτελέσματα και η απόκλιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων από αυτά.

**Πίνακας 6.8 Σύγκλιση αεροδυναμικών συντελεστών  $C_L$**

Αεροτομή	Reynolds	$C_L$ αριθμητικό	$C_L$ πειραματικό	Ποσοστό
NACA0012	$1.5 \times 10^6$	0.837	0.8399	99.76%
NACA0012	$3 \times 10^6$	0.85	0.878012	96.80%
ONERA-A	$2.07 \times 10^6$	1.09	1.1	99.10%

Είναι φανερό ότι, σε μικρές γωνίες πρόσπτωσης, η σύγκλιση είναι ικανοποιητική. Οι διαφορές εμφανίζονται στον υπολογισμό του συντελεστή οπισθέλκουσας ο οποίος από όλα τα προηγούμενα σχήματα προκύπτει ότι υπερεκτιμάται, με την καλύτερη ακρίβεια να προέρχεται από το μοντέλο k-ε high Re για μικρές γωνίες πρόσπτωσης. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι δε χρησιμοποιείται μοντέλο μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή αλλά η ροή θεωρείται τυρβώδης σε όλη την αεροτομή κάτι που δεν ισχύει στις μικρές γωνίες πρόσπτωσης, δεδομένου μάλιστα, ότι η τιμή του συντελεστή σε αυτές τις γωνίες εξαρτάται κυρίως από τη ροή στην έναρξη της περιοχής υποπίεσης.

Η σύγκλιση των υπολογιστικών με τα αριθμητικά αποτελέσματα είναι ανεξάρτητη της αεροτομής, δείχνει όμως να επηρεάζεται από τον αριθμό Re, όσο ο τελευταίος αυξάνεται τόσο η ακρίβεια των υπολογισμών μειώνεται.

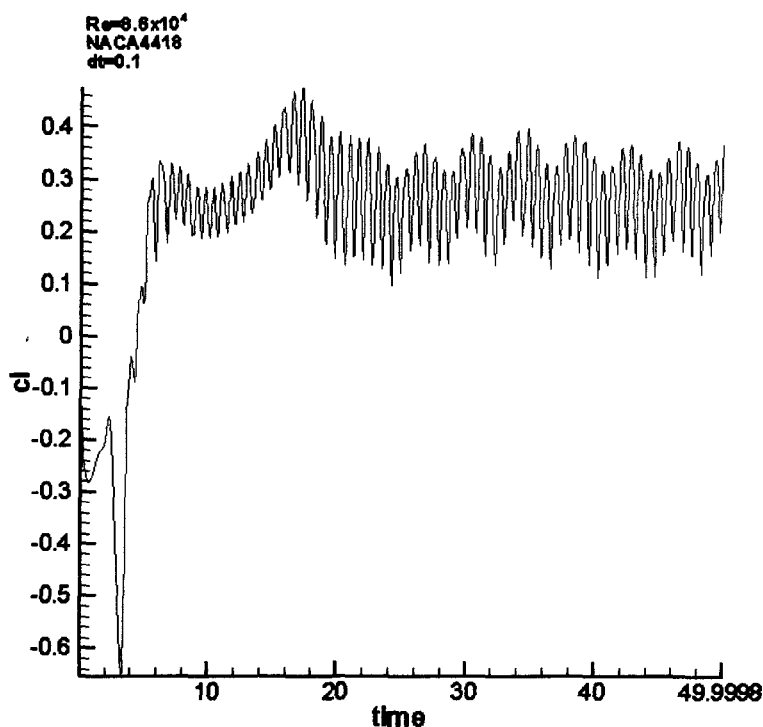
## **6.3 Μη-μόνιμη ροή**

### **6.3.1 Στρωτή μη-μόνιμη ροή ακίνητης αεροτομής**

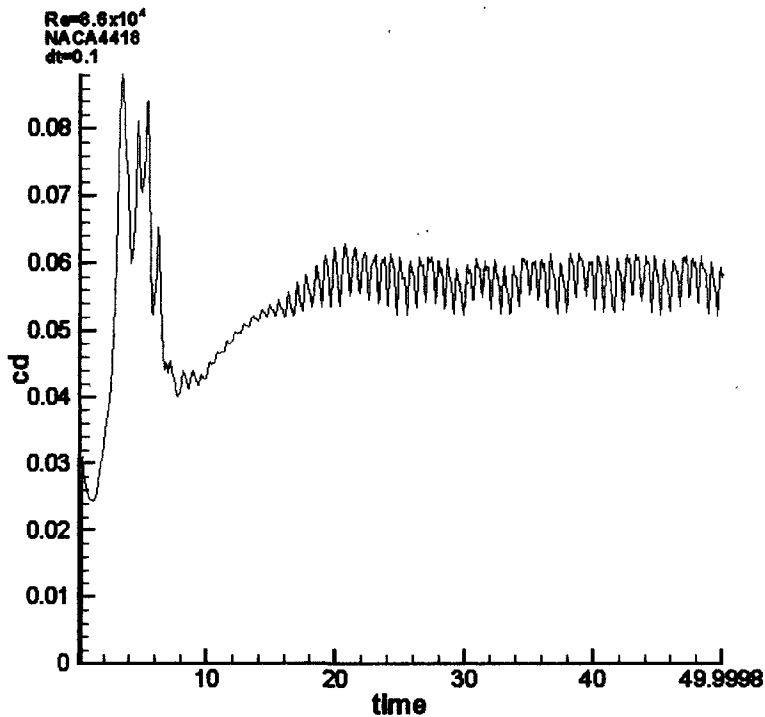
Αρχικά θα μελετηθεί η στρωτή ροή γύρω από ακίνητη αεροτομή όπως στην παράγραφο 6.2.1. Πρόκειται για ροή γύρω από ακίνητη αεροτομή NACA4418 με  $Re=8.6 \times 10^4$  και χαρακτηριστικά μη-μόνιμης ροής, η προσομοίωση της οποίας ως μόνιμης ροής είχε αποτύχει. Αρχικά χρησιμοποιήθηκε χρονικό βήμα  $dt=1 \times 10^{-3}$  μέχρι χρόνου  $t < 0.2$  και δεν εμφανίστηκε κανενός είδους περιοδική μεταβολή που να υπονοεί αποβολή δινών. Έτσι αυξήθηκε το χρονικό βήμα σε  $dt=0.1$  και πραγματοποιήθηκε προσομοίωση μέχρι χρόνου  $t=50$ . Προφανώς, ο αριθμός Strouhal της αεροτομής στο συγκεκριμένο αριθμό Re είχε τιμή τέτοια που η συχνότητα αποβολής των δινών να είναι μεγαλύτερη της συχνότητας που αντιστοιχούσε στα συγκεκριμένα χρονικά βήματα με αποτέλεσμα να είναι δυνατόν να αναγνωριστούν στα αποτελέσματα δύο βασικές συχνότητες αποβολής δινών. Για την προσομοίωση

της ροής χρησιμοποιήθηκε πλέγμα  $240 \times 61$  με 160 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή. Η πύκνωση έδωσε αποστάσεις του πρώτου υπολογιστικού στην ακμή προσβολής  $y^+ = 2$  και στην ακμή φυγής  $y^+ = 1.7$ . Το πλέγμα είναι τύπου C και εκτείνεται 3 χορδές μπροστά από την αεροτομή, 8 χορδές πίσω από αυτή και 1.6 χορδές πάνω και κάτω από αυτή προσομοιώνοντας έτσι την διατομή μετρήσεων της αεροσήραγγας. Τέλος για την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε το TVD σχήμα 4.2.

Στο Σχήμα 6.32 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  και στο Σχήμα 6.33 η μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ .



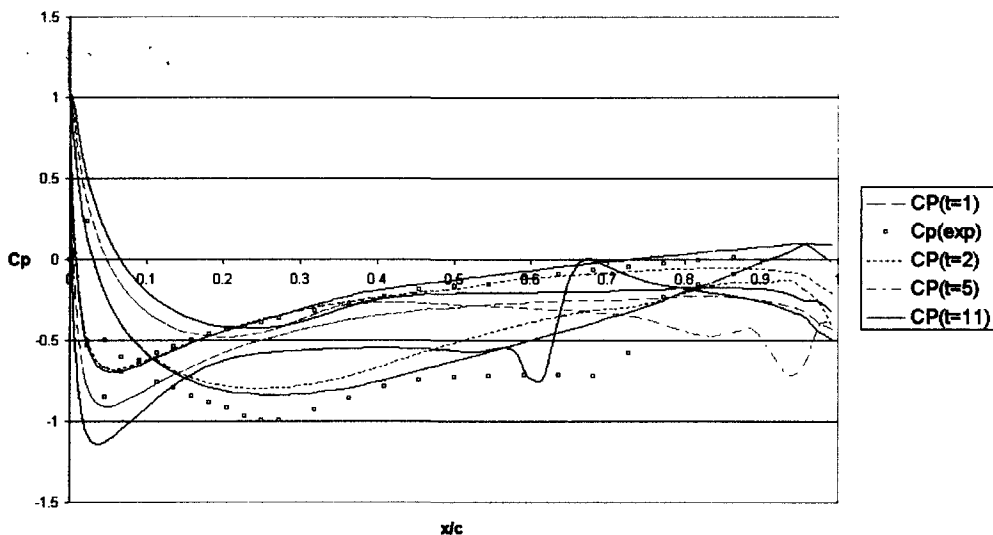
Σχήμα 6.32 Χρονική μεταβολή του συντελεστή  $C_L$  ( $Re=8.6 \times 10^4$ ,  $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)



**Σχήμα 6.33 Χρονική μεταβολή του συντελεστή  $C_D$  ( $Re=8.6 \times 10^4$ ,  $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)**

Στο Σχήμα 6.34 δίνεται η κατανομή του  $C_p$  γύρω από την αεροτομή για τέσσερις διαφορετικούς χρόνους  $t=1, 2, 5$  και  $11$  καθώς και η πειραματική κατανομή. Στα αριθμητικά αποτελέσματα είναι δυνατόν να αναγνωριστούν οι θέσεις των δινών καθώς αυτές οδεύουν προς την ακμή φυγής. Επειδή η πειραματική μέτρηση αποτελεί χρονικό μέσο όρο, οι μετρήσεις δε λαμβάνονταν ταυτόχρονα σε όλα τα σημεία, δε μπορεί να συμπίπτει με καμιά στιγμιαία κατανομή αλλά με έναν μέσο όρο τους.

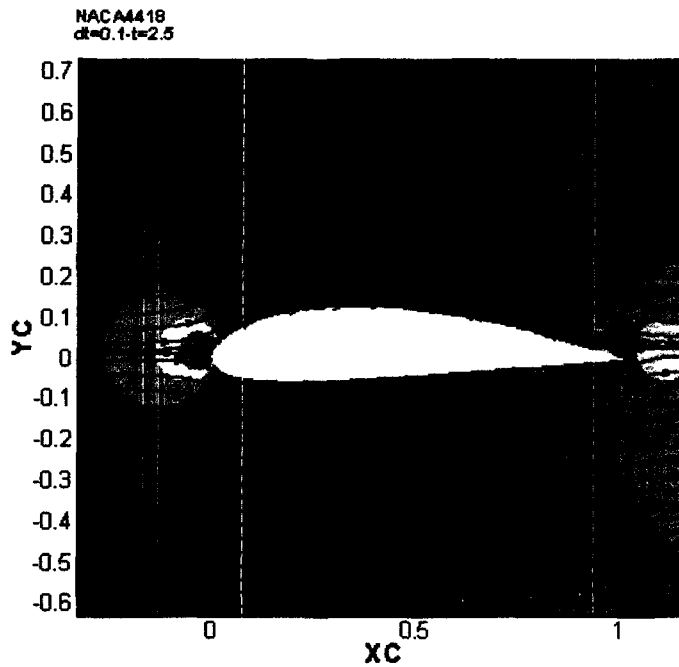
**$Re=8.6 \times 10^4$ -NACA4418-unsteady**



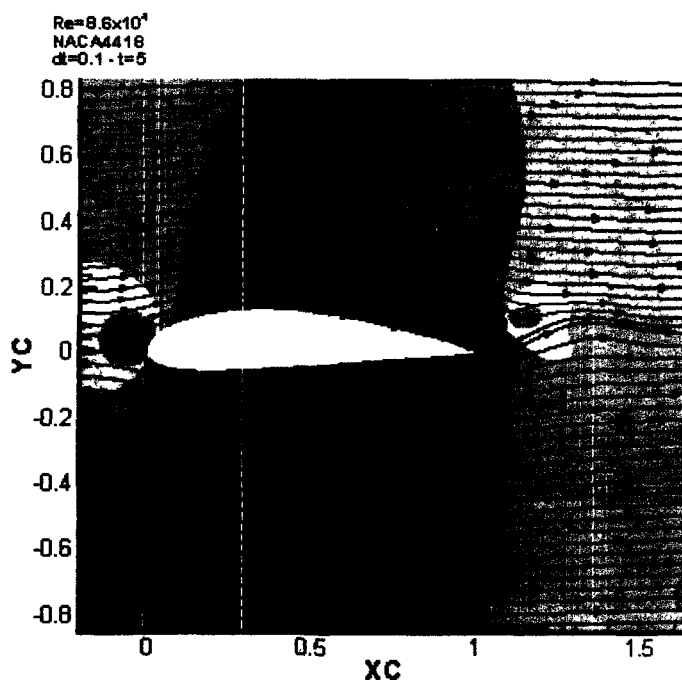
**Σχήμα 6.34 Κατανομή συντελεστού  $C_p$  σε διάφορους χρόνους ( $Re=8.6 \times 10^4$ ,  $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)**



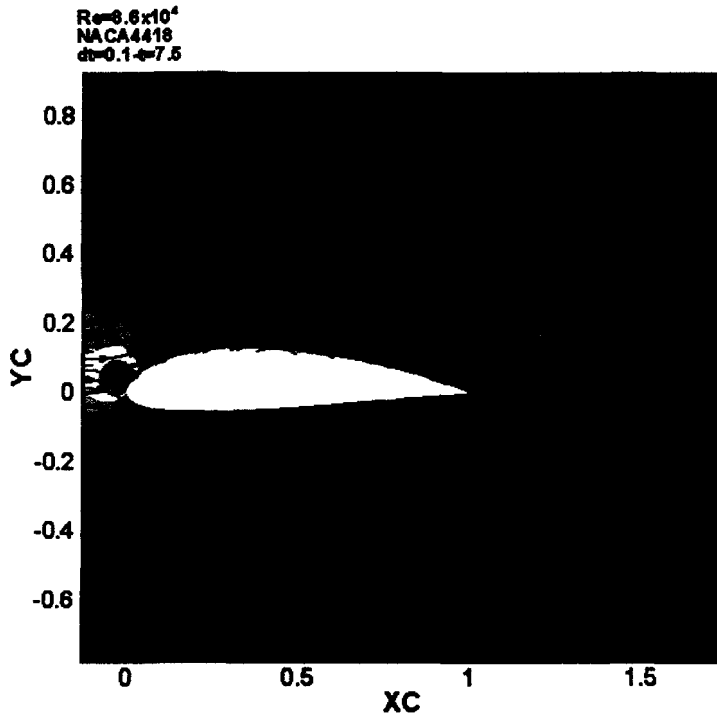
Στα Σχήματα 6.35 έως 6.38 δίνονται οι ισοψείς πίεσης και οι γραμμές ροής γύρω από την αεροτομή στους χρόνους  $t=2.5, 5, 7.5$  και  $12.5$ , όπου φαίνεται καθαρά η δημιουργία και η αποβολή των δινών καθώς επίσης και η μετακίνησή τους στο πεδίο.



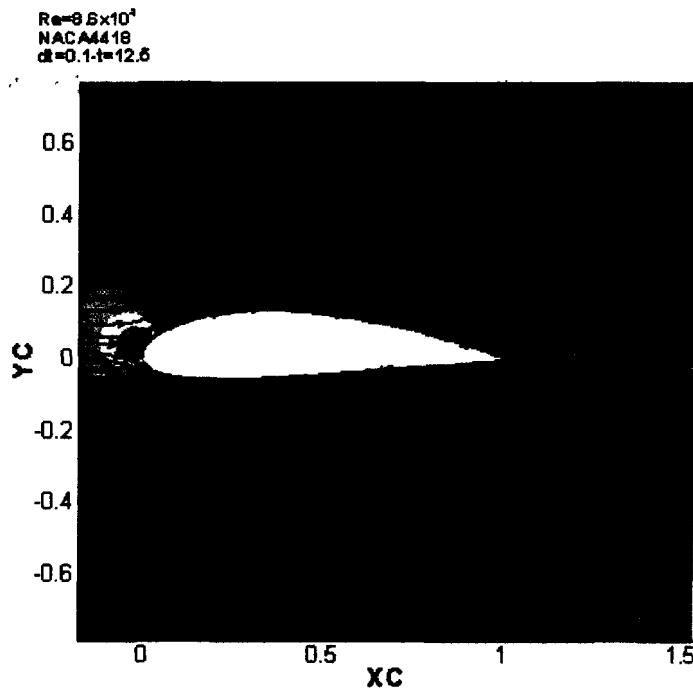
Σχήμα 6.35 Ισοβαρείς και γραμμές ροής γύρω από αεροτομή για  $t=2.5$  ( $Re=8.6 \times 10^4$ ,  $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)



Σχήμα 6.36 Ισοβαρείς και γραμμές ροής γύρω από αεροτομή για  $t=5$  ( $Re=8.6 \times 10^4$ ,  $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)



**Σχήμα 6.37** Ισοβαρείς και γραμμές ροής γύρω από αεροτομή για  $t=7.5$   
 ( $Re=8.6 \times 10^4$ ,  $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)



**Σχήμα 6.38** Ισοβαρείς και γραμμές ροής γύρω από αεροτομή για  $t=12.6$   
 ( $Re=8.6 \times 10^4$ ,  $\alpha=0^\circ$ , NACA4418)

### 6.3.2 Κίνηση μεταβαλλόμενης γωνιακής ταχύτητας αεροτομής

Στη συνέχεια εξετάστηκαν δύο περιπτώσεις μη-μόνιμης ροής στις οποίες η αεροτομή (NACA0012) θεωρείται κινούμενη, χωρίς ωστόσο να λαμβάνεται υπόψη η όποια αλληλεπίδραση μεταξύ ρευστού και στερεού. Η πρώτη αφορά κίνηση μεταβαλλόμενης γωνιακής ταχύτητας αεροτομής η οποία ξεκινάει από γωνία πρόσπτωσης  $0^\circ$  και φτάνει μέχρι  $25^\circ$ . Ως βάση χρησιμοποιήθηκε η εργασία [72] στην οποία μεταξύ άλλων μελετάται μια τέτοια κίνηση για αριθμό  $Re=10^4$  που αντιστοιχεί σε στρωτή ροή. Μια τέτοια ροή χαρακτηρίζεται από εμφάνιση αποκόλλησης στην ακμή προσβολής με εμφάνιση φουσαλίδας αποκόλλησης. Για το συγκεκριμένο αριθμό Reynolds και ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας, η εμφάνιση της φουσαλίδας τοποθετείται σε γωνία πρόσπτωσης  $14.5^\circ$  και σε απόσταση περίπου  $0.15c$  από την ακμή προσβολής. Η αεροτομή θεωρείται ότι περιστρέφεται γύρω από τη θέση  $c/4$  με γωνιακή ταχύτητα η οποία μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$\Omega(t) = \Omega_0 \left(1 - e^{(-4.6t/t_0)}\right) [rad/sec] \quad (6.3)$$

όπου,

$$\Omega_0^+ = \frac{\Omega_0 c}{U_\infty} \quad (6.4)$$

$$t_0^+ = \frac{t_0 U_\infty}{c} \quad (6.5)$$

Στη προσομοίωση λαμβάνεται  $\Omega_0^+=0.2$  και  $t_0^+=0.5$ . Στην εργασία [72] η ροή αντιμετωπίζεται ως στρωτή, συμπιεστή και προσομοιώνεται με μέθοδο πεπερασμένων όγκων. Για τη χωρική διακριτοποίηση χρησιμοποιεί τη Roe's flux difference split method η οποία είναι  $2^{ns}$  τάξης ακρίβειας για τους όρους συναγωγής και  $2^{ns}$  τάξης κεντρική διαφορά για τους όρους διάχυσης, ενώ για τη χρονική διακριτοποίηση χρησιμοποιεί  $2^{ns}$  τάξης πεπλεγμένο σχήμα. Για τη σύζευξη των εξισώσεων χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος BI-CGSTAB και το αλγεβρικό σύστημα επιλύεται με LU factorization.

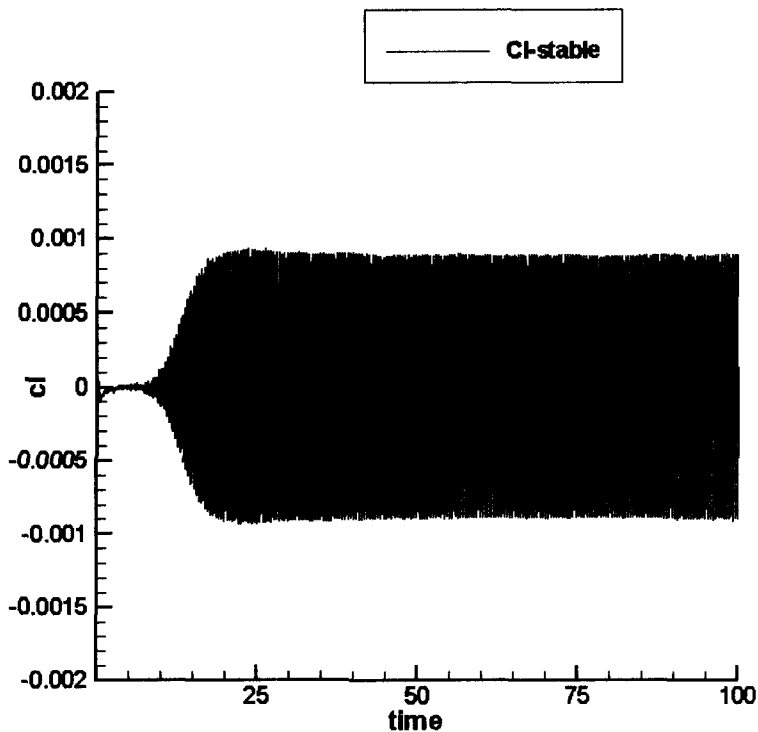
Στην παρούσα εργασία η ροή αντιμετωπίζεται ως ασυμπίεστη ( $Mach=0.2$ ) και στρωτή. Ως μέθοδος χωρικής διακριτοποίησης χρησιμοποιείται το TVD σχήμα 4.2 για τους όρους συναγωγής, το οποίο είναι επίσης  $2^{ns}$  τάξης ακρίβειας, και  $2^{ns}$  τάξης κεντρική διαφορά για τους όρους διάχυσης, ενώ για τη χρονική διακριτοποίηση χρησιμοποιεί το  $2^{ns}$  τάξης πεπλεγμένο σχήμα τριών επιπέδων. Για τη σύζευξη των εξισώσεων χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος SIMLPEC ενώ το αλγεβρικό σύστημα επιλύεται με τη μέθοδο SIP.

Στην εργασία [72] ελέγχονται διάφορα χρονικά βήματα, ενώ στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε χρονικό βήμα  $dt=10^{-2}$ . Στην εργασία [72] χρησιμοποιείται μη-δομημένο πλέγμα τριγωνικών στοιχείων και εφαρμόζεται η τεχνική του κινούμενου πλέγματος. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται δομημένο πλέγμα ενώ η κίνηση της αεροτομής προσομοιώνεται με μεταβολή των συνθηκών εισόδου. Σε ότι αφορά το μέγεθος και την πυκνωση του πλέγματος επιλέχθηκε να προσεγγιστεί το πλέγμα που στην εργασία [72] αναφέρεται ως 1<sup>ο</sup> επίπεδο το οποίο αποτελείται από 13319 σημεία που αντιστοιχούν σε 26278 υπολογιστικούς όγκους. Επίσης προδιαγράφονται οι ελάχιστες αποστάσεις των πρώτων υπολογιστικών όγκων στην ακμή προσβολής και στην ακμή φυγής ως  $y_{1min}=3.17 \times 10^{-3}$  και  $y_{1min}=1.06 \times 10^{-3}$ , αντίστοιχα, ενώ καθορίζεται ότι θα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον 10 υπολογιστικοί όγκοι στην περιοχή του οριακού στρώματος.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν διάφορα πλέγματα σε μια προσπάθεια να βελτιωθούν τα αποτελέσματα, πυκνώνοντας το πλέγμα. Προκειμένου να ικανοποιηθεί η απαίτηση που ήθελε 10 υπολογιστικούς όγκους μέσα στο οριακό στρώμα, χρησιμοποιήθηκε ένας εμπειρικός κανόνας από την εργασία [27] που θέλει στην ακμή φυγής το οριακό στρώμα να είναι το 2% της χορδής και συνεπώς στην ακμή προσβολής πολύ μικρότερο. Έτσι τελικά, κατασκευάστηκε πλέγμα  $281 \times 102$ , και 200 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή με πυκνωση η οποία δίνει  $\Delta n_{min}=9.5 \times 10^{-5}$  στην ακμή προσβολής και  $\Delta n_{min}=1.99 \times 10^{-4}$  στην ακμή φυγής.

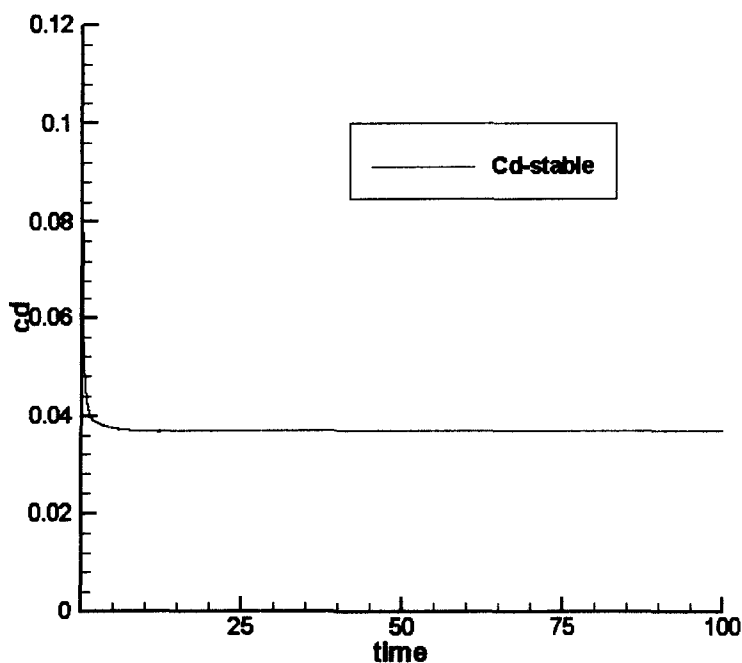
Τέλος εκείνο που φαίνεται να παίζει τον πιο σημαντικό ρόλο στη συγκεκριμένη προσομοίωση ήταν η επιλογή των αρχικών συνθηκών. Σύμφωνα με την εργασία [72] η αεροτομή θα έπρεπε να προσομοιωθεί ως ακίνητη σε γωνία πρόσπτωσης  $0^\circ$  πριν την έναρξη της περιστροφής για αρκετό χρονικό διάστημα έτσι ώστε να έχει αναπτυχθεί πλήρως το οριακό στρώμα και να έχει αρχίσει η περιοδική αποβολή δινών που εμφανίζεται σε στρωτή ροή. Δε διευκρινίζεται όμως το απαραίτητο χρονικό διάστημα.

Στο Σχήμα 6.39 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  για μηδενική γωνία πρόσπτωσης και χρόνο  $t=100$ . Είναι φανερό ότι μια ελαφρά ταλάντωση που εμφανίζεται μέχρι το χρόνο 10 γίνεται έντονη ενώ μέχρι το χρόνο 100 έχει αποκατασταθεί περιοδική μεταβολή.



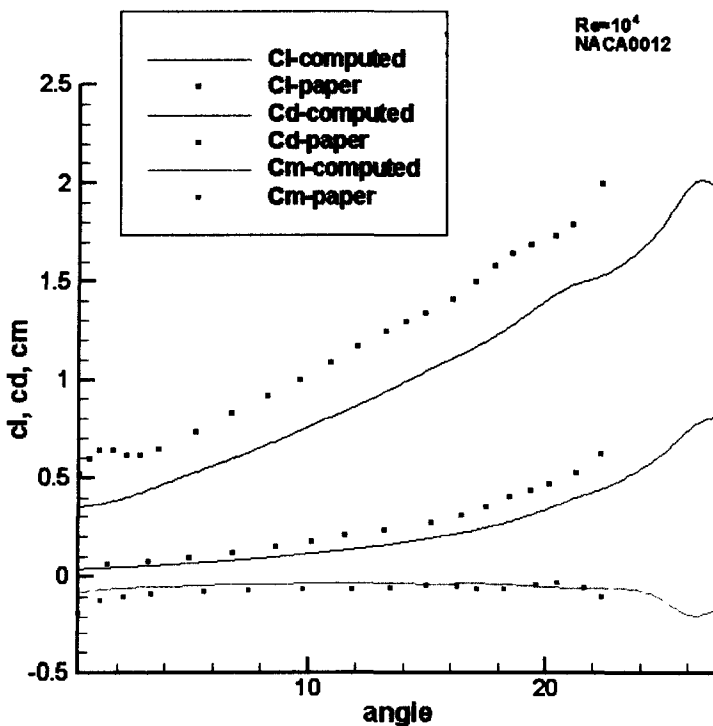
**Σχήμα 6.39** Χρονική μεταβολή συντελεστή  $C_L$  (NACA0012,  $Re=10^4, \alpha=0^\circ$ )

Στο Σχήμα 6.40 δίνεται η αντίστοιχη μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  ο οποίος όπως αναμενότανε τείνει ασυμπτωτικά στην τιμή που θα αντιστοιχούσε σε μηδενική γωνία πρόσπτωσης.



**Σχήμα 6.40** Χρονική μεταβολή συντελεστή  $C_D$  (NACA0012,  $Re=10^4, \alpha=0^\circ$ )

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε προσομοίωση ξεκινώντας από το πεδίο που αντιστοιχεί σε ροή γύρω από την αεροτομή με μηδενική γωνία πρόσπτωσης για χρόνο  $\tau=100$ . Στο Σχήμα 6.41 δίνονται οι μεταβολές των αεροδυναμικών συντελεστών και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της [72].



Σχήμα 6.41 Μεταβολή του αεροδυναμικών συντελεστών για περιστρεφόμενη αεροτομή (NACA0012,  $Re=10^4$ )

Αν και δε προκύπτει ταύτιση των αποτελεσμάτων η σύγκριση είναι σχετικά καλή. Η διαφορά πρέπει να οφείλεται στο διαφορετικό χρονικό βήμα. Θα ήταν ενδιαφέρον η μελέτη να επεκταθεί σε άλλα μικρότερα χρονικά βήματα και σε άλλα πλέγματα και να διατηρηθούν στοιχεία που να επιτρέπουν τον ακριβή προσδιορισμό της θέσης και της γωνίας εμφάνισης της φουσαλίδας αποκόλλησης.

### 6.3.3 Κίνηση ταλάντωσης αεροτομής

Στη συνέχεια μελετήθηκε η ταλαντωτική κίνηση αεροτομής NACA0012 γύρω από μια μέση γωνία εκτεθειμένη σε μόνιμη ροή αέρα αριθμού  $Re=10^6$ . Ως βάση χρησιμοποιήθηκαν οι εργασίες [45] και [10] εκ των οποίων η [45] περιέχει αριθμητική προσομοίωση και η [10] πειραματικά αποτελέσματα μιας τέτοιας ροής. Η αεροτομή ταλαντώνεται ελεύθερα γύρω από μια μέση γωνία πρόσπτωσης, συγκεκριμένα περιστρέφεται γύρω από τη θέση  $c/4$  ακολουθώντας τη σχέση:

$$\alpha = \alpha_{\min} + \frac{1}{2}(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})(1 - \cos \omega t) \quad (6.6)$$

Όπου,

$$\alpha_{\min} = 5^\circ$$

$$\alpha_{\max} = 25^\circ$$

$k$  : αδιαστατοποιημένη συχνότητα

$$k = \frac{\omega c}{2U_\infty} \quad (6.7)$$

για  $k=0.1 - 0.15 - 0.25$

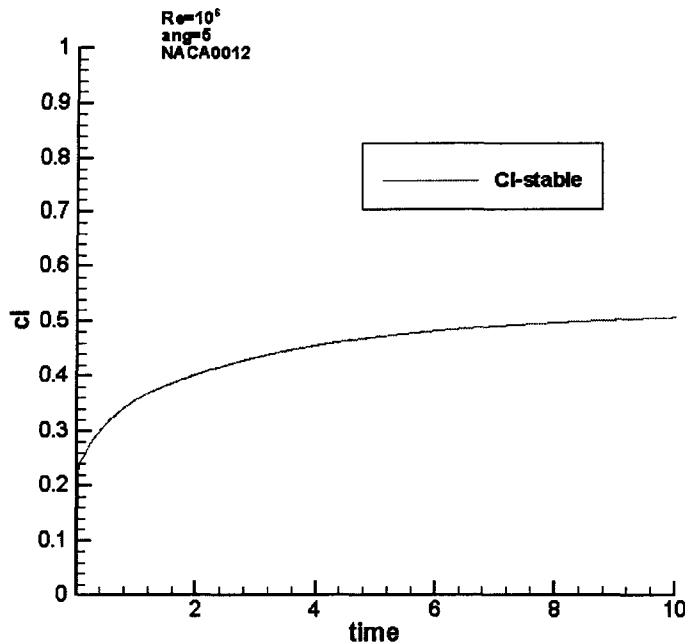
Από τις παραπάνω συχνότητες επιλέχθηκε να προσομοιωθεί η περίπτωση με  $k=0.15$ . Στην εργασία [45] η ροή επιλύεται με ολοκληρωτική μέθοδο, όπου πρώτα επιλύεται η δυναμική ροή και στη συνέχεια διορθώνεται με χρήση των εξισώσεων οριακού στρώματος. Για την επίλυση της ιδανικής ροής χρησιμοποιεί μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων και πλέγμα τύπου O 80x60, παίρνοντας 80 σημεία πάνω στην αεροτομή. Για την προσομοίωση της τύρβης χρησιμοποιεί το μοντέλο two-layer Baldwin and Lomax. Αρχικά υπολογίζεται η ιδανική ροή για κύλινδρο και έπειτα εφαρμόζεται η μετατροπή Joukowski.

Σε ότι αφορά τις αρχικές συνθήκες η εργασία [45] αναφέρει ότι πριν ξεκινήσει η ταλάντωση η ροή προσομοιώνεται με την αεροτομή ακίνητη για χρόνο που αντιστοιχεί σε μήκος 6-8 χορδών με την αδιατάρακτη ταχύτητα.

Στην παρούσα εργασία οι προσομοιώσεις έγιναν χρησιμοποιώντας το  $k$ - $\omega$  Low Re μοντέλο τύρβης και το TVD 4.7 σχήμα διακριτοποίησης για τις ταχύτητες σε συνδυασμό με το ανάντη σχήμα για τα  $k$ ,  $\omega$ . Προκειμένου να κατασκευαστεί το κατάλληλο πλέγμα αρχικά πραγματοποιήθηκαν μια σειρά προσομοιώσεων μόνιμης ροής σε διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης για  $Re=10^6$ . Συγκεκριμένα προσομοιώθηκαν οι γωνίες πρόσπτωσης  $\alpha=5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$  και  $25^\circ$ . Με βάση τους μέγιστους συντελεστές τριβής που εμφανίστηκαν στην ακμή προσβολής και στην ακμή φυγής προέκυψε ότι ο πρώτος υπολογιστικός όγκος στην ακμή προσβολής θα πρέπει να είναι σε απόσταση  $y_1 = 1.39 \times 10^{-5}$  και στην ακμή φυγής  $y_1 = 5.7 \times 10^{-4}$ . Δεδομένου ότι με το παρόν μοντέλο ο συντελεστής τριβής συνήθως υπερεκτιμάται, οι απαιτήσεις αυτές είναι δυνατόν να διπλασιαστούν. Τελικά κατασκευάστηκε πλέγμα τύπου C 250x91 με 190 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή, το οποίο εκτείνεται σε απόσταση 20 χορδών γύρω από την αεροτομή με τον πρώτο υπολογιστικό όγκο στην ακμή προσβολής σε απόσταση  $y_1 = 3 \times 10^{-5}$  και στην ακμή

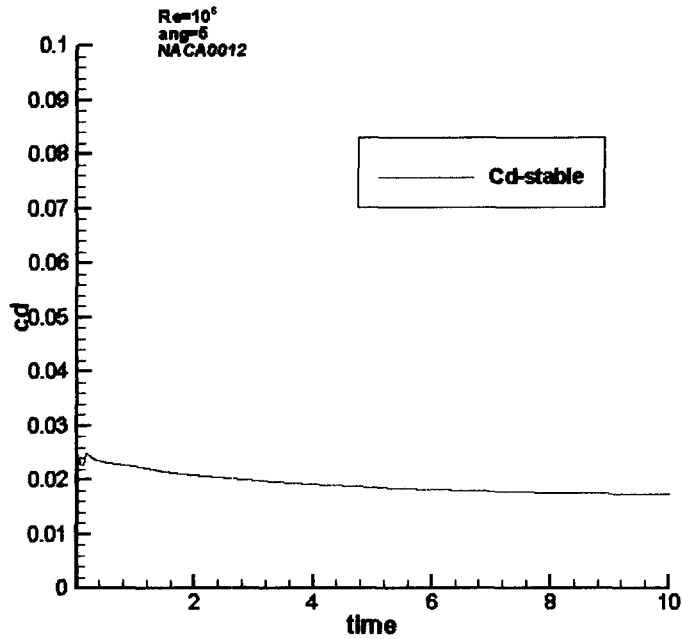
φυγής  $y_1 = 5.9 \times 10^{-5}$ . Ελέγχθηκαν τρία διαφορετικά χρονικά βήματα  $dt=0.1, 0.01$  και  $0.001$  χωρίς διαφορά στα αποτελέσματα και έτσι επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί το  $dt=0.01$ .

Σε ότι αφορά τις αρχικές συνθήκες, πραγματοποιήθηκε προσομοίωση της ροής γύρω από την αεροτομή για χρόνο που αντιστοιχεί σε 10 μήκη χορδής διατηρώντας τη γωνία πρόσπτωσης στις  $5^\circ$  και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αυτής χρησιμοποιήθηκαν ως αρχικές συνθήκες για τον υπολογισμό της ταλαντούμενης αεροτομής. Στα Σχήμα 6.42 και 6.43 δίνονται οι μεταβολές των συντελεστών αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  και οπισθέλκουσας  $C_D$  που προκύπτουν από τη προσομοίωση της ροής με σταθερή γωνία πρόσπτωσης. Και οι δύο συντελεστές δείχνουν να σταθεροποιούνται πλησιάζοντας την τιμή που θα αντιστοιχούσε στη μόνιμη ροή.



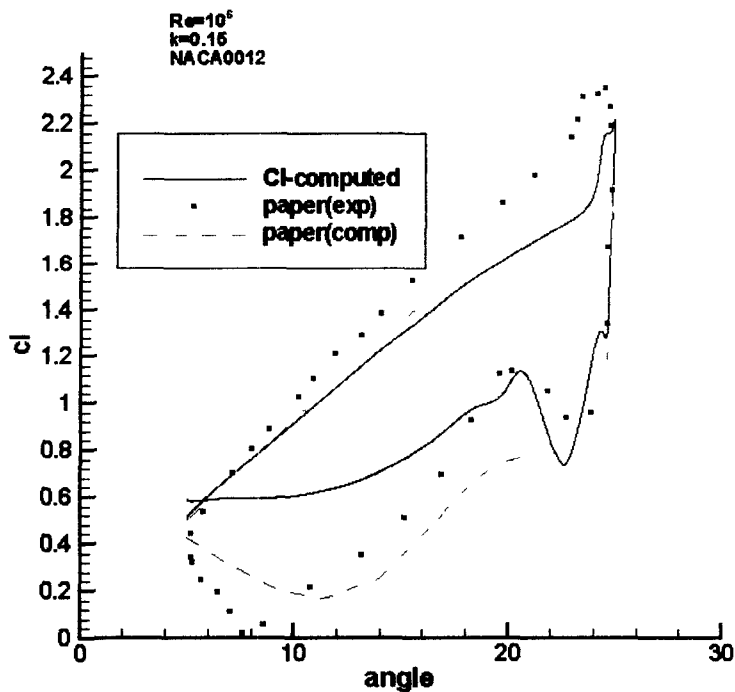
Σχήμα 6.42 Χρονική μεταβολή συντελεστή  $C_L$  (NACA0012,  $Re=10^6, \alpha=5^\circ$ )



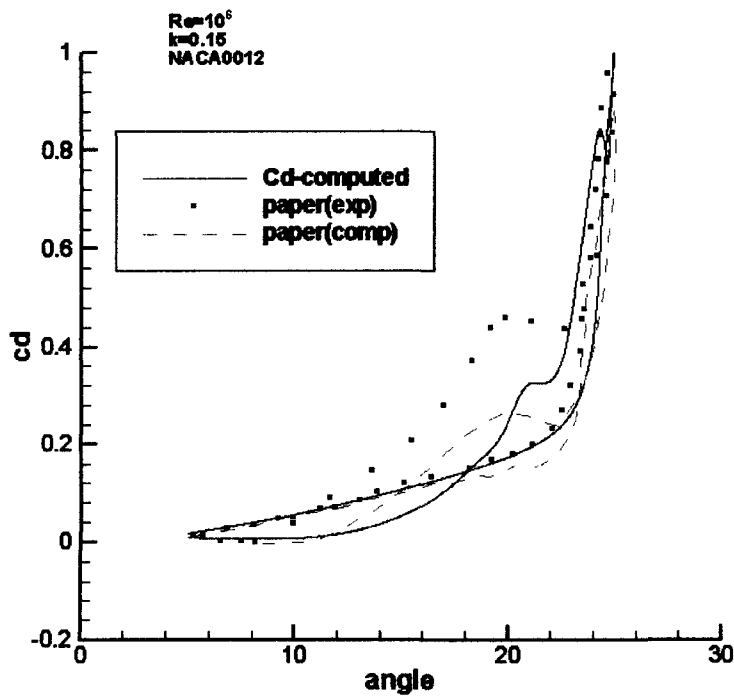


Σχήμα 6.43 Χρονική μεταβολή συντελεστή  $C_D$  (NACA0012,  $Re=10^6$ ,  $\alpha=5^\circ$ )

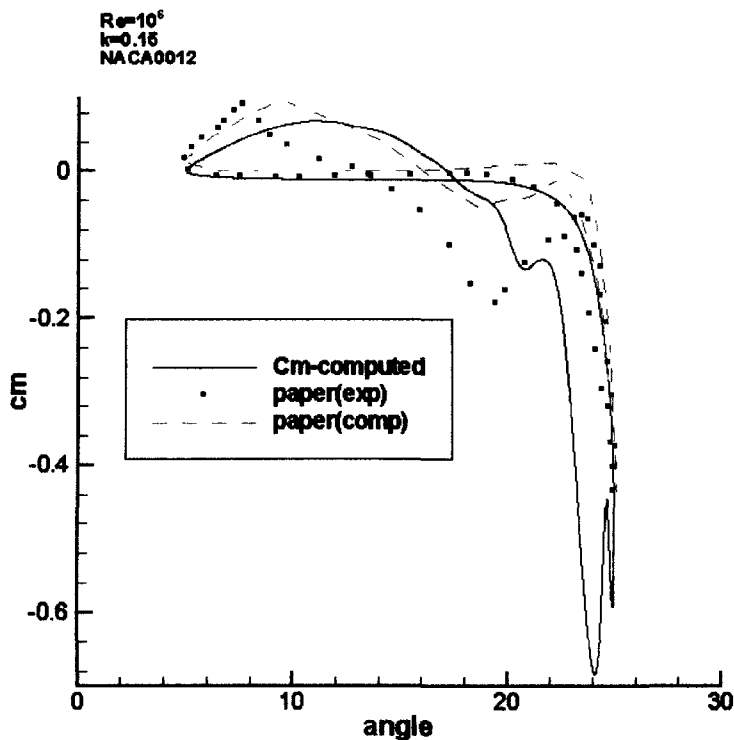
Στο Σχήμα 6.44 δίνονται οι μεταβολές του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης για την παραπάνω προσομοίωση καθώς και τα υπολογιστικά αποτελέσματα της εργασίας [45] μαζί με τα πειραματικά της εργασίας [10], στο Σχήμα 6.45 δίνονται οι μεταβολές του συντελεστή οπισθέλκουσας και στο Σχήμα 6.46 οι μεταβολές του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής.



Σχήμα 6.44 Μεταβολή του συντελεστή  $C_L$  (NACA0012,  $Re=10^6$ )



Σχήμα 6.45 Μεταβολή του συντελεστή  $C_D$  (NACA0012,  $Re=10^6$ )



Σχήμα 6.46 Μεταβολή του συντελεστή  $C_m$  (NACA0012,  $Re=10^6$ )

Από τα παραπάνω σχήματα προκύπτει ότι τόσο οι βρόγχοι υστέρησης όσο και οι γενικότερες τάσεις προβλέπονται σωστά.

## 6.4 Αεροελαστικότητα

Αφού έχουν κατασκευαστεί τα εργαλεία για τον υπολογισμό της ροής γύρω από αεροτομή και έχουν ελεγχθεί για τον υπολογισμό αεροδυναμικών φορτίων σε μόνιμη και σε μη-μόνιμη ροή για μικρές ή μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, το υπολογιστικό εργαλείο που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής είναι έτοιμο να χρησιμοποιηθεί για αεροελαστικούς υπολογισμούς.

Ελλείπει πειραματικών αποτελεσμάτων, η αξιολόγηση του συνολικού πλέον μοντέλου θα γίνει συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εργασίας [17]. Υπενθυμίζεται ότι στην εργασία [17], η οποία είναι το αποτέλεσμα του ευρωπαϊκού προγράμματος VISCEL JORR3-CT98-0208, έχουν πραγματοποιηθεί αεροελαστικοί υπολογισμοί τόσο για κλασσικό πτερυγισμό όσο και για πτερυγισμό σε απώλεια στήριξης σε μια προσπάθεια να κατασκευαστεί μια βάση δεδομένων αναφοράς. Έτσι επτά διαφορετικά ιδρύματα έχουν πραγματοποιήσει υπολογισμούς χρησιμοποιώντας διάφορους κώδικες υπολογιστικής ρευστομηχανικής, όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 3.6.3. Οι περιπτώσεις που έχουν εξετασθεί συνοψίζονται στους πίνακες ελέγχου και αφορούν ροή γύρω από αεροτομή NACA0015 με  $Re=2 \times 10^6$ .

**Πίνακας 6.9 Πίνακας ελέγχου για κλασσικό πτερυγισμό  
(θέση pitching 0.4c, αρχικές συνθήκες  $u_0=u_0'=a_0'=0$ ,  $\alpha_0=6^\circ$ )**

	$\kappa$	$\overline{\omega}_u$	$\overline{\omega}_a$	$R_f$	Αναμενόμενη συμπεριφορά
Περίπτωση 1 (αναφοράς)	0.13	4	7	0.02	Ευσταθής
Περίπτωση 2	0.13	4	7	0.08	Ασταθής
Περίπτωση 3	0.04	4	7	0.02	Ασταθής
Περίπτωση 4	0.04	4	7	0.01	Ασταθής
Περίπτωση 5	0.04	4	20	0.02	Ευσταθής

**Πίνακας 6.10 Πίνακας ελέγχου για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης  
(γωνία πρόσπτωσης  $18^\circ$ , αρχικές συνθήκες  $u_0=u_0'=w_0=w_0'=0$ )**

	$\kappa$	$\overline{\omega}_u$	$\overline{\omega}_w$	$R_f$	Αναμενόμενη συμπεριφορά
Περίπτωση 1 (αναφοράς)	0.10	4	7	0.02	Ευσταθής
Περίπτωση 2	0.06	4	7	0.04	Ασταθής
Περίπτωση 3	0.08	4	7	0.01	Ευσταθής
Περίπτωση 4	0.05	4	7	0.02	Ασταθής
Περίπτωση 5	0.08	4	7	0.02	Ευσταθής

Να σημειωθεί ότι και στις δύο περιπτώσεις η δομική απόσβεση θεωρείται μηδενική. Σε όλες τις περιπτώσεις για αεροτομή NACA0015 λαμβάνονται  $\overline{r_\xi^*} = \overline{r_\zeta^*} = 0.25$  και  $\overline{r^{*2}} = 0.45$ . Ο χαρακτηρισμός της αναμενόμενης συμπεριφοράς έχει γίνει με βάση την ανάλυση της εργασίας [14] η οποία παρατίθεται και στην παράγραφο. Επίσης τα αδιαστατοποιημένα μεγέθη που χρησιμοποιούνται στους πίνακες έχουν δοθεί στο Κεφάλαιο 4.

Με βάση την παρουσίαση των μοντέλων που έγινε στην παράγραφο 3.6.3 αναμένεται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας να είναι πιο κοντά στα αποτελέσματα του μοντέλου EllipSys2D των RISO και DTU καθώς και του μοντέλου πεπερασμένων όγκων του CRES, εφόσον χρησιμοποιούνται οι ίδιες μέθοδοι επίλυσης της ροής και παρόμοια μοντέλα τύρβης και σχήματα διακριτοποίησης.

#### 6.4.1 Πίνακας ελέγχου κλασσικού πτερυγισμού

Το αεροελαστικό μοντέλο που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.2 αφορά τη γενική περίπτωση αεροτομής με τρεις βαθμούς ελευθερίας. Στην περίπτωση του κλασσικού πτερυγισμού όπως έχει ήδη αναφερθεί ερευνάται η συμπεριφορά αεροτομής σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης με δύο βαθμούς ελευθερίας, flap και pitch. Έτσι οι αδιαστατοποιημένες εξισώσεις (4.150- 4.152) γίνονται:

$$\text{flap} : u^{*11} + \alpha'' \overline{r_\xi^*} + 2\xi_{Du} \overline{\omega_u} \kappa u^{*1} + \overline{\omega_u}^2 \kappa^2 u^* = \frac{1}{2} R_f C_u \quad (6.8)$$

$$\text{pitch} : \alpha'' \overline{r^{*2}} + u^{*11} \overline{r_\xi^*} + 2\xi_{D\alpha} \overline{\omega_\alpha} \kappa \alpha' \overline{r^{*2}} + \overline{\omega_\alpha}^2 \kappa^2 \overline{r^{*2}} \alpha = \frac{1}{2} R_f C_M \quad (6.9)$$

αν επιπλέον ληφθεί υπόψη ότι η δομική απόσβεση θεωρείται μηδενική γίνονται

$$\text{flap} : u^{*11} + \alpha'' \overline{r_\xi^*} + \overline{\omega_u}^2 \kappa^2 u^* = \frac{1}{2} R_f C_u \quad (6.10)$$

$$\text{pitch} : \alpha'' \overline{r^{*2}} + u^{*11} \overline{r_\xi^*} + \overline{\omega_\alpha}^2 \kappa^2 \overline{r^{*2}} \alpha = \frac{1}{2} R_f C_M \quad (6.11)$$

Στην παράγραφο 4.3.5.1.6 ο υπολογισμός των ταχυτήτων εισόδου που δίνουν την ενεργό γωνία πρόσπτωσης δίνεται από τις εξισώσεις (4.166) και (4.167), για τη γενική περίπτωση και με βάση το σχήμα 4.13. Στην παρούσα φάση που εξετάζονται περιπτώσεις του πίνακα ελέγχου, η επίδραση της θέσης της αεροτομής πάνω στο πτερύγιο μοντελοποιείται έμμεσα στην τιμή του  $\kappa$  οπότε ο υπολογισμός των ταχυτήτων εισόδου γίνεται με τις σχέσεις:

$$V_x = OA + AB - BE - EI = U \cos(\alpha \theta - p\theta - a) + u \sin(-p\theta - a) - w \cos(-p\theta - a) \quad (6.12)$$

$$V_y = OG - \Gamma\Delta - \Delta Z + ZK = U \sin(\alpha \theta - p\theta - a) - u \cos(-p\theta - a) - w \sin(-p\theta - a) \quad (6.13)$$

Δεδομένου ότι οι υπολογισμοί αφορούν χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης, ως μοντέλο τύρβης επιλέχθηκε το μοντέλο k- $\omega$  High Re με συναρτήσεις τοίχου το οποίο είναι πολύ πιο ταχύ από τα μοντέλα που ολοκληρώνουν μέχρι το στερεό όριο, δίνοντας της ίδιας ποιότητας αποτελέσματα σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης και χρησιμοποιώντας πλέγμα με λιγότερους υπολογιστικούς όγκους και λιγότερες απαιτήσεις σε ότι αφορά την πύκνωση.

Το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε ήταν τύπου C 242x62 με 160 υπολογιστικούς όγκους πάνω στην αεροτομή και πύκνωση τέτοια που να δίνει τον πρώτο υπολογιστικό όγκο σε απόσταση  $y_1=3.8 \times 10^{-4}$  στην ακμή προσβολής και  $y_1=1 \times 10^{-3}$  στην ακμή φυγής ώστε να εξασφαλίζουν  $10 < y_1^+ < 40$  σε όλο το μήκος της αεροτομής για όλες σχεδόν τις γωνίες πρόσπτωσης που θα απαντηθούν κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων.

#### 6.4.1.1 Έλεγχος ευστάθειας

Ο έλεγχος ευστάθειας των περιπτώσεων του πίνακα ελέγχου του κλασσικού πτερυγισμού επιχειρήθηκε να γίνει και με τη μέθοδο που προτείνεται στην εργασία [24] και παρουσιάστηκε στην παράγραφο 2.3.4.2.1. Υπενθυμίζεται ότι με τη διαδικασία αυτή, για να θεωρηθεί ένα αεροελαστικό πρόβλημα ευσταθές, θα πρέπει το πολυώνυμο  $B^2 - 4AC$  να παίρνει μόνο θετικές τιμές, όπου:

$$A = mI_a - S_a^2 \quad (2.28)$$

$$B = m \left[ K_a - qSe \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right] + K_h I_a - S_a qS \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \quad (2.29)$$

$$C = K_h \left[ K_a - qSe \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right] > 0 \text{ για } q > q_D \quad (2.30)$$

Στην παρούσα περίπτωση, λαμβάνεται  $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 2\pi$ , τιμή η οποία είναι

δυνατόν να χρησιμοποιηθεί με ασφάλεια για μικρές γωνίες πρόσπτωσης [24]

$e = -0.15$ , δίνεται στην εργασία [17]

$c = 1$ , από αδιαστατοποίηση

$\rho_{air} = 1$ , από αδιαστατοποίηση

$V = 1$ , από αδιαστατοποίηση

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 = 0.5 \quad (6.14)$$

$S=1$ , από αδιαστατοποίηση

$$m = \frac{\rho_{air} c^2}{R_f} \quad (6.15)$$

$$S_a = m \bar{r} \quad (6.16)$$

$$K_a = \bar{\omega}_a^2 \kappa^2 m \bar{r}^{-2} \quad (6.17)$$

$$K_h = \bar{\omega}_h^2 \kappa^2 m \quad (6.18)$$

$$I_a = \bar{r}^2 m \quad (6.19)$$

Με βάση τα παραπάνω οι περιπτώσεις του πίνακα ελέγχου 6.9 λαμβάνουν τα ακόλουθα διαστατά χαρακτηριστικά

**Πίνακας 6.11 Διαστατά χαρακτηριστικά του πίνακα ελέγχου κλασσικού πτερυγισμού**

	m [Kg/m]	$S_a$ [(Kg/m)m]	$K_a$ [Kg/(ms)]	$K_h$ [Kg/(ms)]	$I_a$ [(Kg/m)m <sup>2</sup> ]
Περίπτωση 1	50	12.5	18.63	13.52	22.5
Περίπτωση 2	12.5	3.125	4.658	3.38	5.625
Περίπτωση 3	50	12.5	1.764	1.28	22.5
Περίπτωση 4	100	25	3.528	2.56	45
Περίπτωση 5	50	12.5	14.4	1.28	22.5

Υπολογίζοντας τις τιμές των A, B, C και  $B^2-4AC$  προκύπτουν οι ακόλουθοι χαρακτηρισμοί

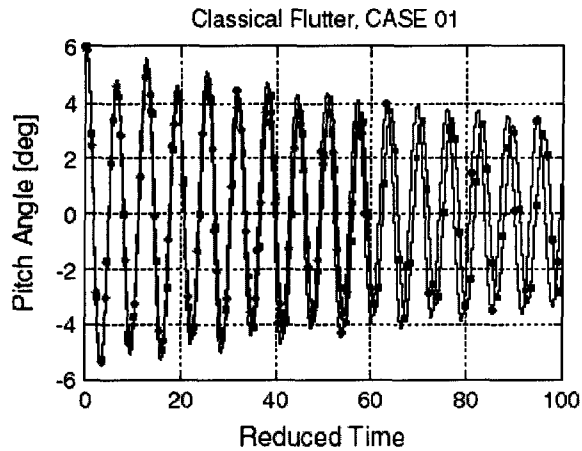
**Πίνακας 6.12 Αναμενόμενα χαρακτηριστικά πίνακα ελέγχου κλασσικού πτερυγισμού**

	A	B	C	$B^2-4AC$	Χαρακτηρισμός
Περίπτωση 1	968.75	1172.9	258.24	375014.41	Ευσταθής
Περίπτωση 2	60.54	73.31	17.33	1177	Ευσταθής
Περίπτωση 3	968.75	101.3	2.86	-820.81	Ασταθής
Περίπτωση 4	3875	436.6	10.24	31946.06	Ευσταθής
Περίπτωση 5	968.75	733.1	19.034	463678.86	Ευσταθής

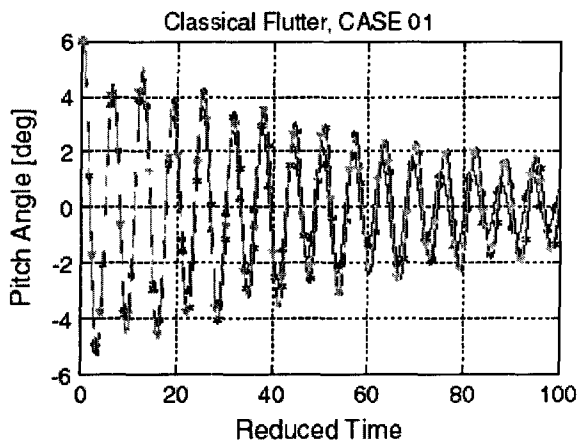
Όπως φαίνεται οι περιπτώσεις 2 και 4 αλλάζουν αναμενόμενη συμπεριφορά.

### 6.4.1.2 Παραμετρική μελέτη της περίπτωσης αναφοράς 1

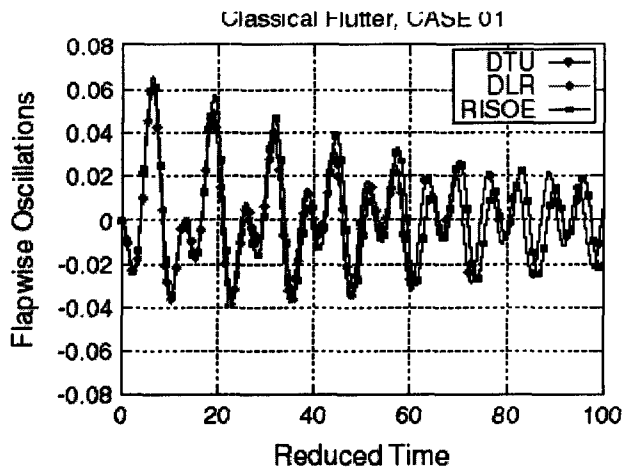
Στα Σχήματα 6.47 έως 6.50 δίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη της πρώτης περίπτωσης-αναφοράς της εργασίας [17].



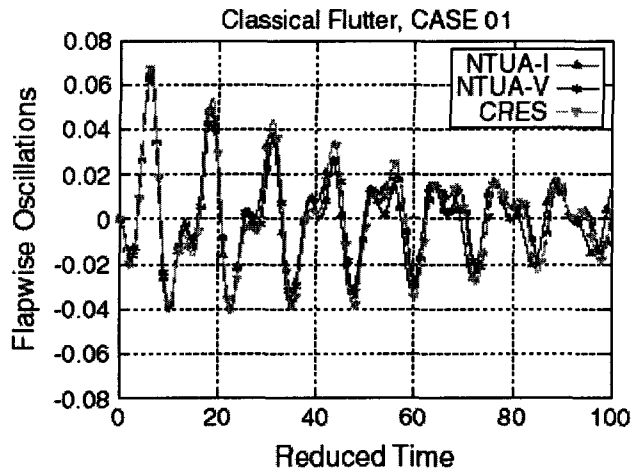
Σχήμα 6.47 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 1 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE)<sup>[17]</sup>



Σχήμα 6.48 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 1 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES)<sup>[17]</sup>

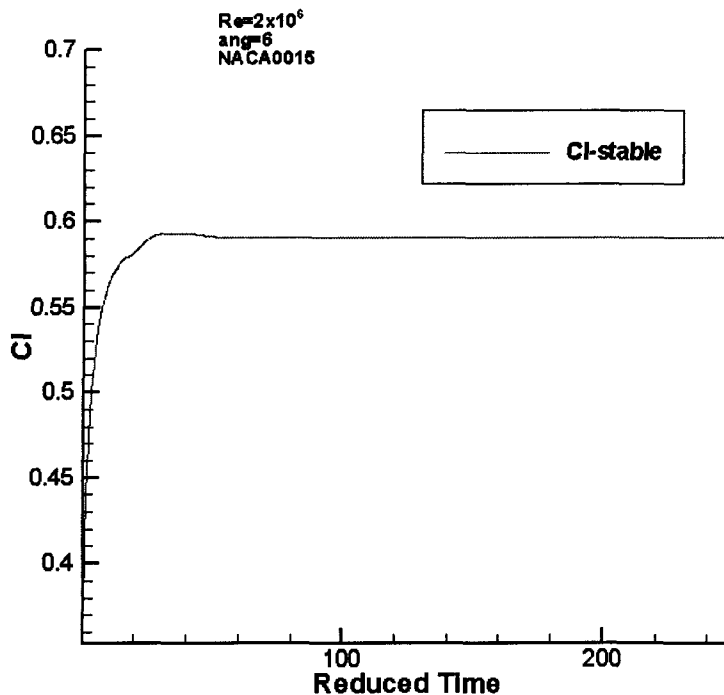


Σχήμα 6.49 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 1 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE)<sup>[17]</sup>



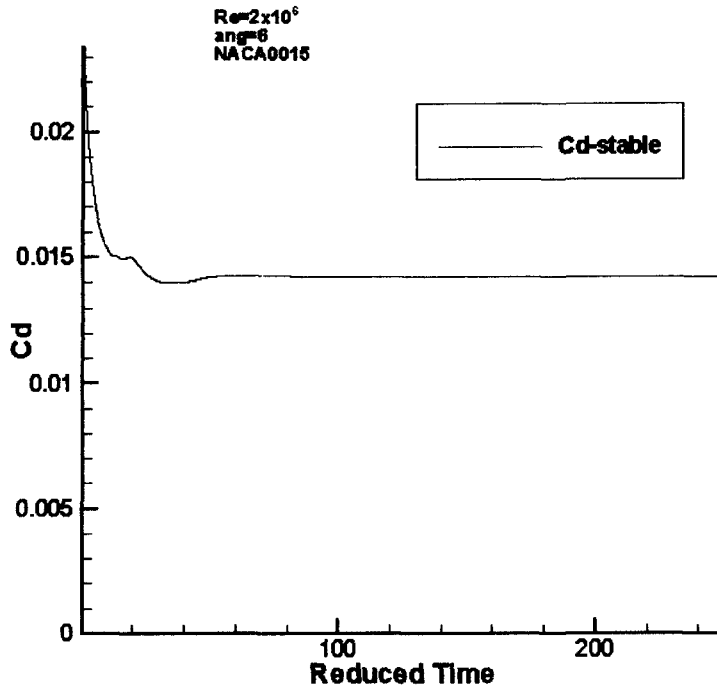
**Σχήμα 6.50** Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 1 κλασσικού περυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES)<sup>[17]</sup>

Ως σχήμα διακριτοποίησης επιλέχθηκε το TVD σχήμα 4.7 για τις ταχύτητες και το ανάντη για τα χαρακτηριστικά της τύρβης  $k$  και  $\omega$ . Προκειμένου να δημιουργηθεί ένα πεδίο ταχυτήτων το οποίο θα χρησιμοποιηθεί ως αρχική συνθήκη του προβλήματος, προσομοιώθηκε η ροή γύρω από την αεροτομή σε σταθερή γωνία πρόσπτωσης  $6^\circ$  για χρονικό διάστημα αρκετό ώστε να αποκατασταθεί το οριακό στρώμα γύρω από αυτή. Ο υπολογισμός έγινε για χρονικό βήμα  $dt=0.05$ . Στο Σχήμα 6.51 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  και στο Σχήμα 6.52 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ .



**Σχήμα 6.51** Μεταβολή συντελεστή  $C_L$  (NACA0015,  $Re=2 \times 10^6$ ,  $\alpha=6^\circ$ )

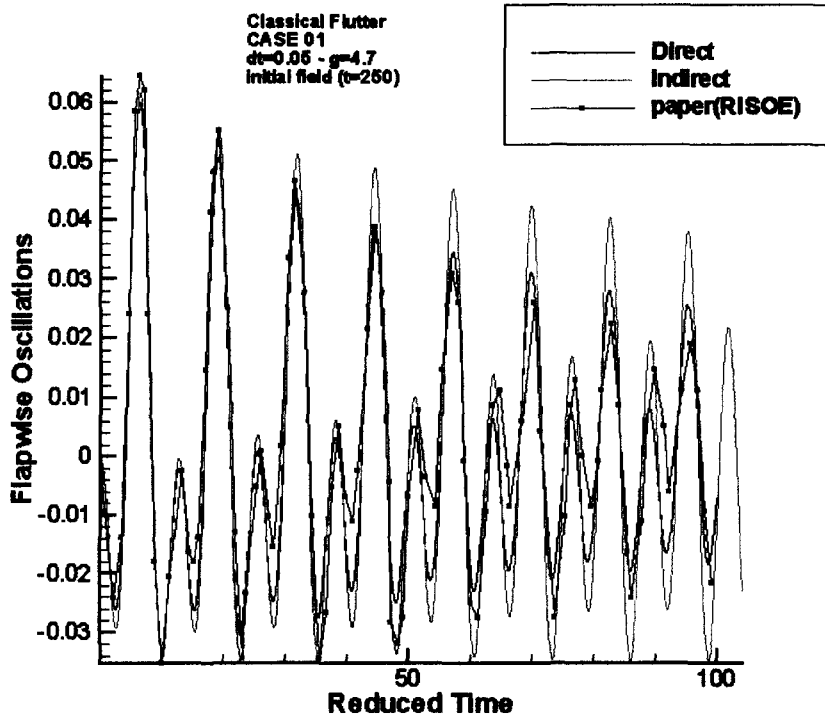




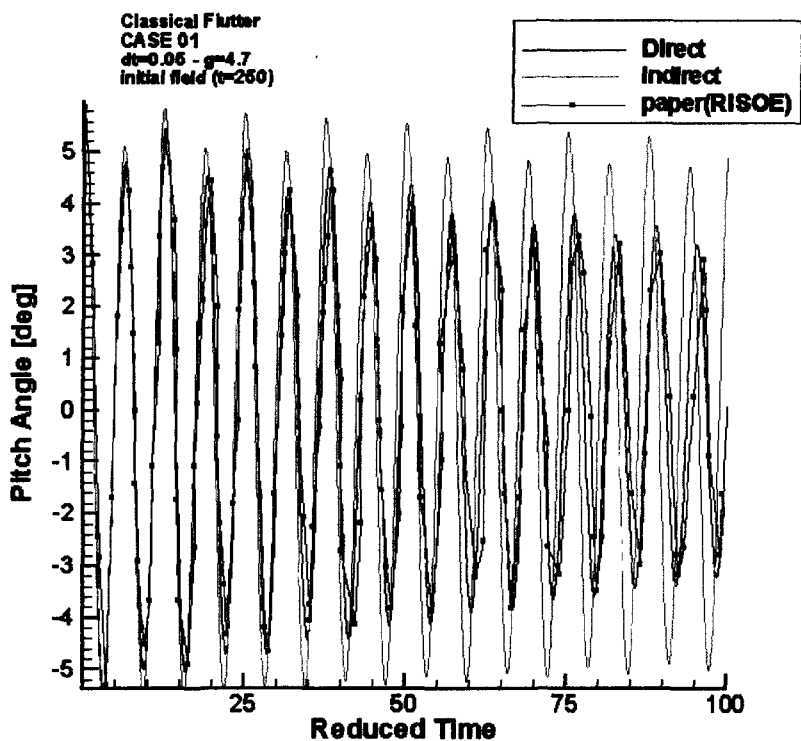
**Σχήμα 6.52** Μεταβολή συντελεστή  $C_D$  (NACA0015,  $Re=2 \times 10^6$ ,  $\alpha=6^\circ$ )

Όπως φαίνεται χωρίς να μεταβάλλεται η γωνία πρόσπτωσης και οι δύο συντελεστές μεταβάλλονται σημαντικά μέχρι να προσεγγίσουν την τιμή που αντιστοιχεί σε μόνιμη ροή. Μετά από χρόνο  $\tau=100$ , η τιμή και των δύο συντελεστών δείχνει να σταθεροποιείται και συνεπώς το πεδίο που προκύπτει μετά από αυτό το χρόνο είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ως αρχική συνθήκη για τους αεροελαστικούς υπολογισμούς, χωρίς να εισάγεται λάθος σε αυτούς από τις αρχικές συνθήκες.

Στα Σχήμα 6.53 και 6.54 δίνονται οι μετατοπίσεις flap και pitch αντίστοιχα που έχουν υπολογιστεί για την πρώτη περίπτωση αναφοράς του κλασσικού πτερυγισμού χρησιμοποιώντας τη Direct και την Indirect Newmark. Στα ίδια σχήματα δίνονται και οι μετατοπίσεις που έχουν υπολογιστεί στην εργασία [17] με τον κώδικα του RISOE για να είναι δυνατή η σύγκριση.



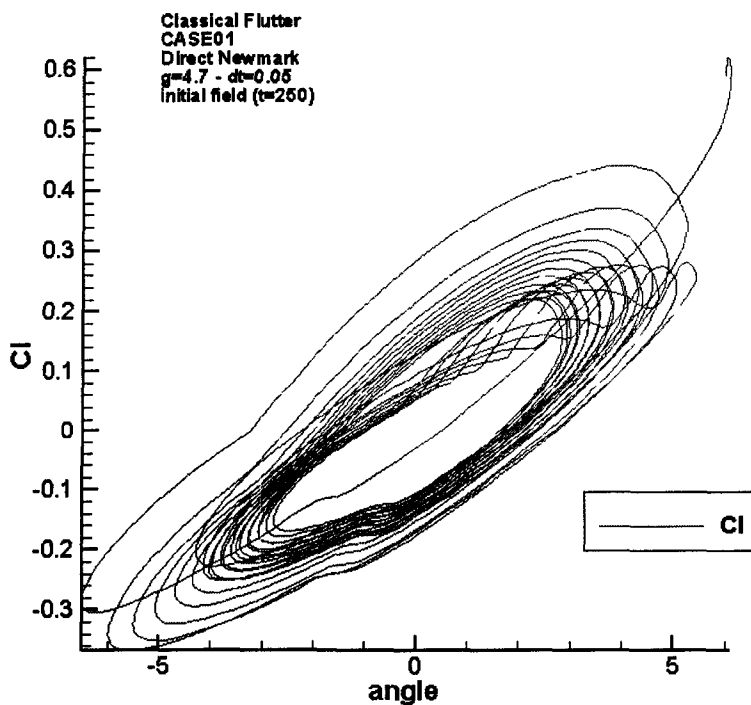
Σχήμα 6.53 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο  $t=250$  –  $g=4.7$ )



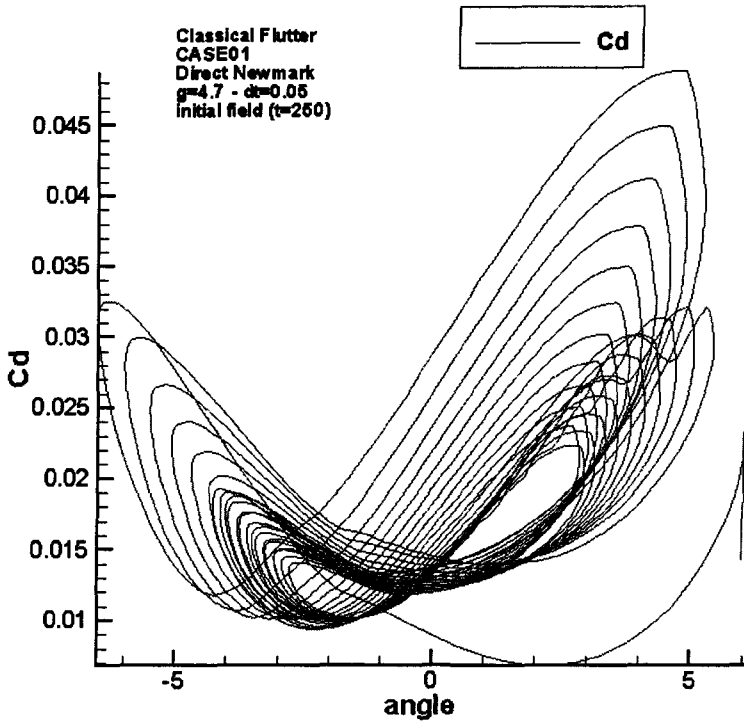
Σχήμα 6.54 Ταλαντώσεις στη pitch κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο  $t=250$  –  $g=4.7$ )

Σε ότι αφορά την κίνηση flap τα αποτελέσματα του RISOE βρίσκονται ανάμεσα στα αποτελέσματα της Direct και της Indirect μεθόδου Newmark. Σε ότι αφορά την κίνηση pitch, τα αποτελέσματα του RISOE σχεδόν ταυτίζονται με αυτά της Direct. Και με τις δύο μεθόδους πάντως η κίνηση προβλέπεται ευσταθής όπως προβλεπότανε και από τις γραμμικοποιημένες αναλύσεις της εργασίας [14] και της παραγράφου 6.4.1.1 αλλά και από τις προσομοιώσεις με όλα τα μοντέλα της εργασίας [17]. Η μέθοδος Indirect δείχνει να υποτιμά την απόσβεση.

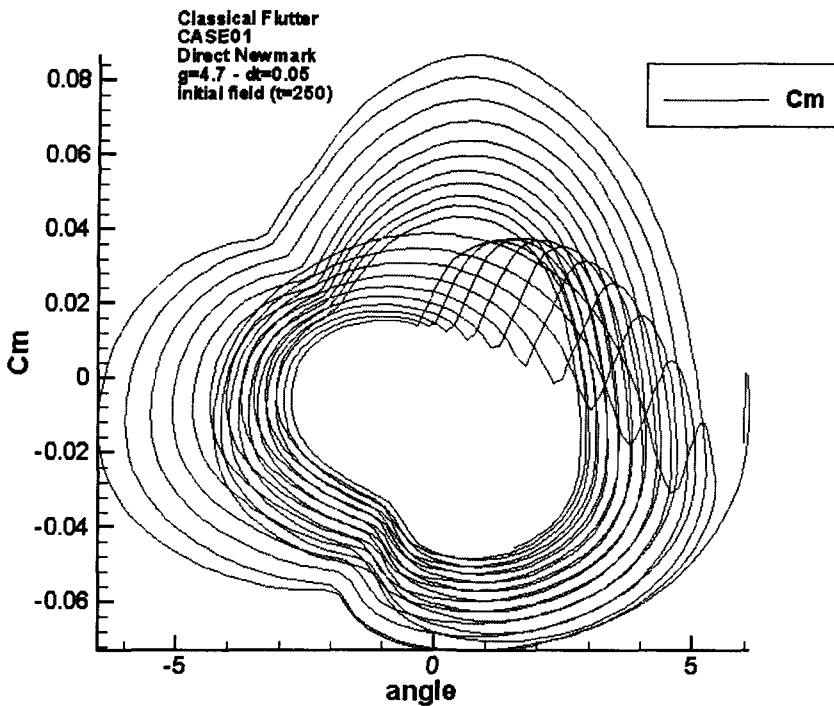
Στα Σχήματα 6.55 έως 6.57 δίνονται οι βρόγχοι των αεροδυναμικών συντελεστών ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης κατά τη διάρκεια της παραπάνω προσομοίωσης με τη μέθοδο Direct ενώ στα Σχήματα 6.58 έως 6.60 με τη μέθοδο Indirect. Συγκεκριμένα στα Σχήματα 6.55 και 6.58 δίνονται οι βρόγχοι του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$ . Στα Σχήματα 6.56 και 6.59 δίνονται οι βρόγχοι του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Και τέλος στα Σχήματα 6.57 και 6.60 δίνονται οι βρόγχοι μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$ .



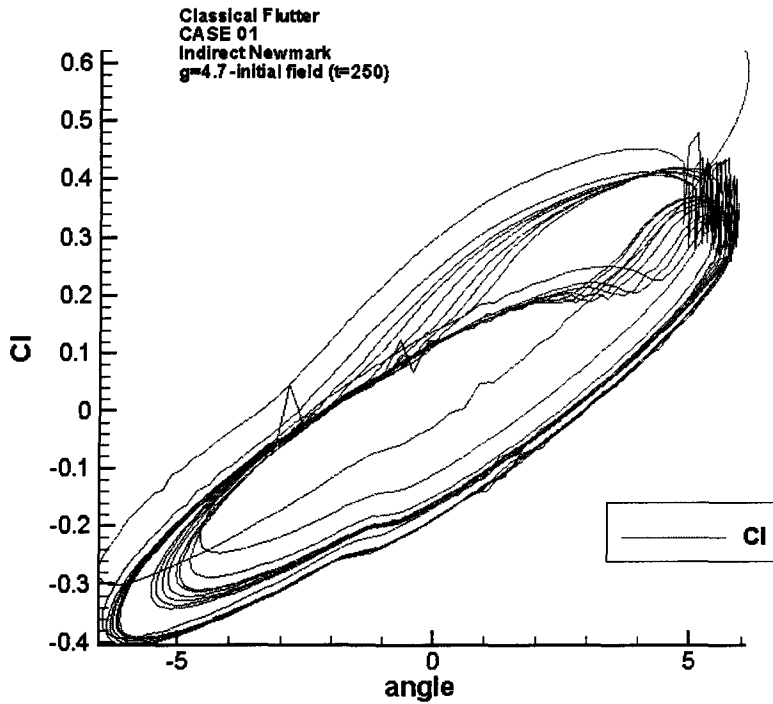
Σχήμα 6.55 Βρόγχος συντελεστή  $C_L$  για κλασικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο  $t=250$  –  $g=4.7$  – Direct Newmark)



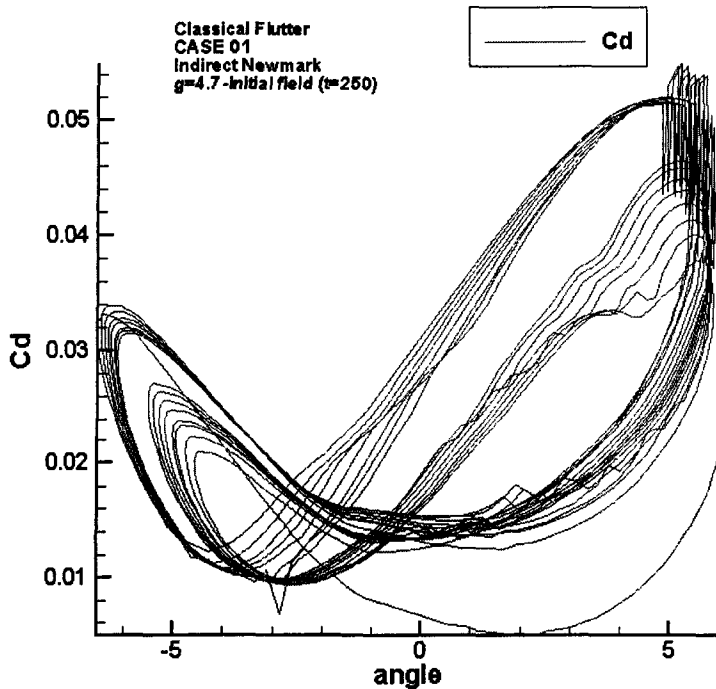
Σχήμα 6.56 Βρόγχος συντελεστή  $C_D$  για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1- ( $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο  $t=250$  –  $g=4.7$  – Direct Newmark)



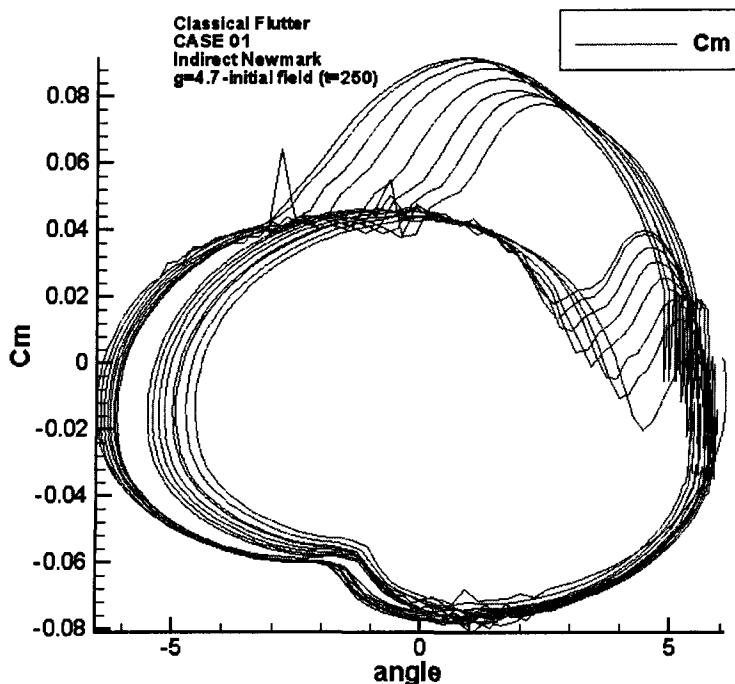
Σχήμα 6.57 Βρόγχος συντελεστή  $C_m$  για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο  $t=250$  –  $g=4.7$  – Direct Newmark)



Σχήμα 6.58 Βρόγχος συντελεστή  $C_L$  για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο  $t=250$  –  $g=4.7$  – Indirect Newmark)



Σχήμα 6.59 Βρόγχος συντελεστή  $C_D$  για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1– ( $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο  $t=250$  –  $g=4.7$  – Indirect Newmark)

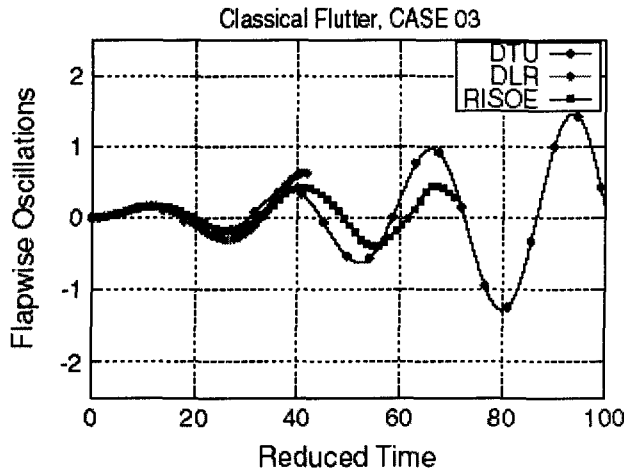


Σχήμα 6.60 Βρόγχος συντελεστή  $C_m$  για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 1 ( $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο  $t=250$  –  $g=4.7$  – Indirect Newmark)

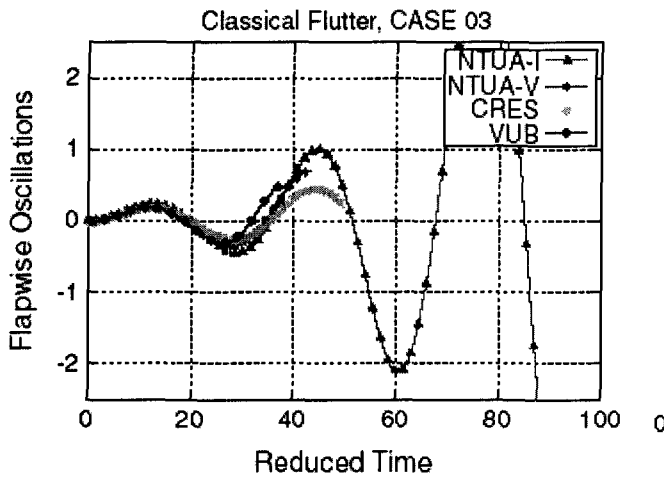
Και από τα σχήματα αυτά προκύπτει ότι η Indirect μέθοδος Newmark υπολογίζει μικρότερο αεροδυναμική απόσβεση. Χαρακτηριστική είναι η εμφάνιση αιχμών στα γραφήματα των συντελεστών της Indirect μεθόδου, οι οποίες δεν έχουν φυσική ερμηνεία αλλά πρέπει να αποτελούν αριθμητικό φαινόμενο.

### 6.4.1.3 Μελέτη περίπτωσης 3 κλασσικού πτερυγισμού

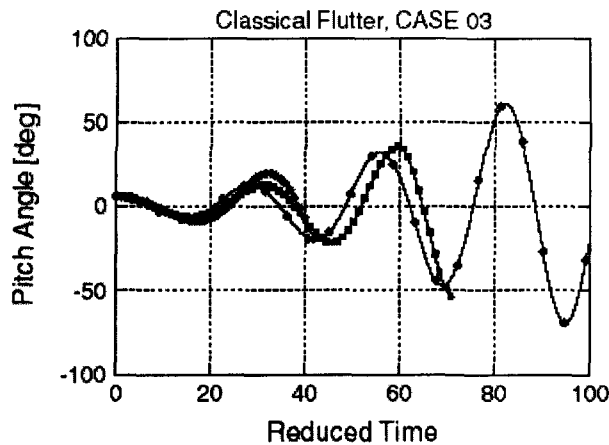
Αφού εξετάστηκε με κάποια λεπτομέρεια η περίπτωση 1 ως περίπτωση αναφοράς χαρακτηριζόμενη ως ευσταθής, στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η περίπτωση 3 η οποία αναμένεται σύμφωνα με όλες τις γραμμικοποιημένες αναλύσεις και με όλα τα αριθμητικά μοντέλα να είναι ασταθής. Πριν γίνει η παρουσίαση των αποτελεσμάτων, θα δοθούν τα αποτελέσματα της εργασίας [17] που αφορούν την περίπτωση 3. Στο Σχήμα 6.61 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση pitch που υπολογίζεται από τα DTU, DLR και RISOE, ενώ στο Σχήμα 6.62 δίνονται τα ίδια στοιχεία όπως έχουν υπολογιστεί από το NTUA, το CRES και το VUB. Στο Σχήμα 6.63 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση flap που υπολογίζεται από τα DTU, DLR και RISOE ενώ στο Σχήμα 6.64 δίνονται τα ίδια στοιχεία όπως έχουν υπολογιστεί από τα NTUA, CRES και το VUB.



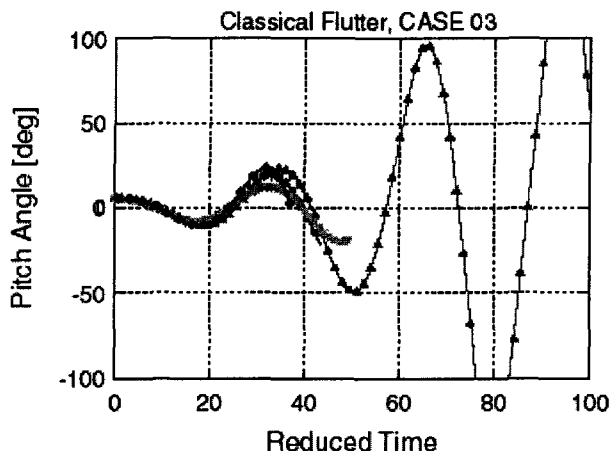
Σχήμα 6.61 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 3 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE)<sup>[17]</sup>



Σχήμα 6.62 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 3 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES-VUB)<sup>[17]</sup>



Σχήμα 6.63 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 3 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE)<sup>[17]</sup>



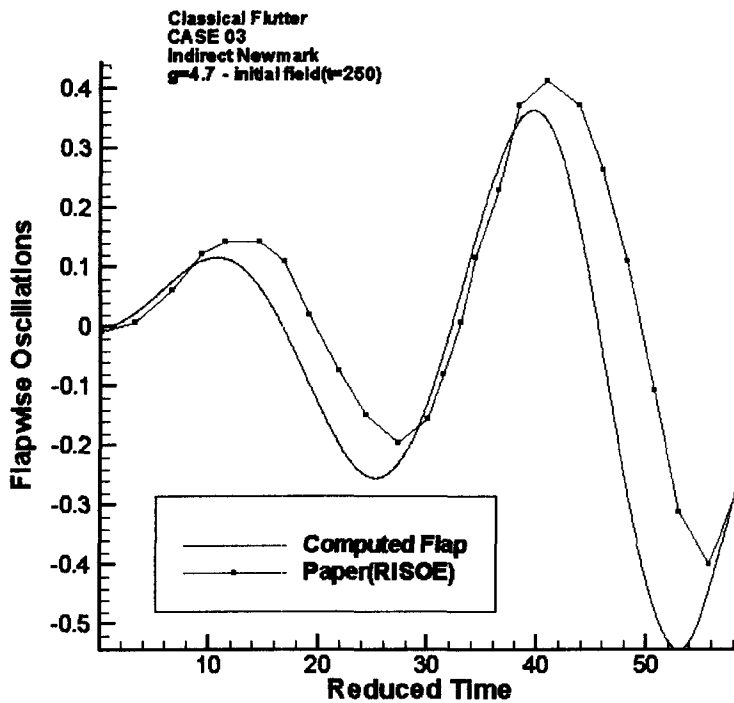
**Σχήμα 6.64 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 3 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES-VUB)<sup>[17]</sup>**

Ενώ όλα τα μοντέλα προβλέπουν ασταθή συμπεριφορά παρατηρείται σημαντική διαφοροποίηση στο προβλεπόμενο εύρος των ταλαντώσεων της γωνίας pitch όσο και της μετατόπισης flap, καθώς επίσης διαφορά και στην προβλεπόμενη συχνότητα. Η τελευταία στην εργασία [17] αποδίδεται σε διαφορά στο μέγεθος του χρονικού βήματος. Να σημειωθεί ότι το μεγαλύτερο εύρος υπολογίζεται με τον μη-ιξώδη κώδικα του NTUA. Παρατηρείται ότι η ενεργός γωνία πρόσπτωσης φτάνει σε πολύ μεγάλες τιμές στις οποίες εμφανίζεται αποκόλληση και συνεπώς άλλα ροικά φαινόμενα. Επομένως τα αποτελέσματα που αντιστοιχούν σε αυτές τις γωνίες είναι υπό αμφισβήτηση και έχουν νόημα μόνο στο βαθμό που προβλέπουν ποιοτικά ασταθή συμπεριφορά.

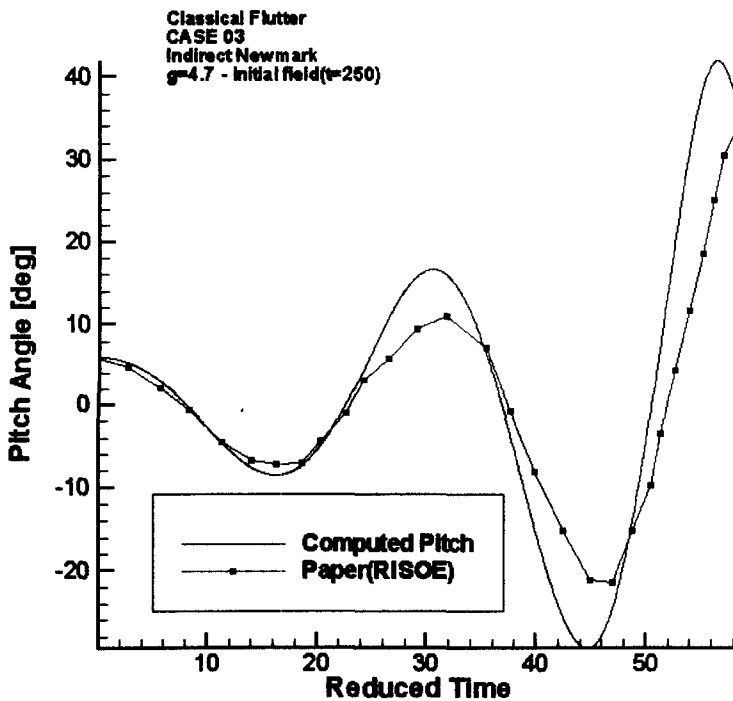
Δεδομένου ότι η περίπτωση αναμένεται ασταθής η προσομοίωση επιλέχθηκε να γίνει με τη πιο δυσμενή γι αυτή μέθοδο της Indirect Newmark η οποία υποτιμά την απόσβεση. Το χρονικό βήμα παραμένει  $dt=0.05$  όπως και τα σχήματα διακριτοποίησης ( $TVD\ g=4.7$  για τις ταχύτητες και ανάντη για τα  $k$  και  $\omega$ ) ενώ ως αρχική συνθήκη θα χρησιμοποιηθεί το πεδίο που προέκυψε μετά από προσομοίωση της ροής γύρω από αεροτομή με σταθερή γωνία πρόσπτωσης  $6^\circ$  για αδιάστατο χρόνο  $\tau=250$ .

Στο Σχήμα 6.65 δίνεται η μετατόπιση στην flap κατεύθυνση έτσι όπως υπολογίστηκε από την προσομοίωση της παρούσας εργασίας και η μετατόπιση έτσι όπως υπολογίστηκε από το μοντέλο του RISOE στη δημοσίευση [17]. Στο Σχήμα 6.66 δίνεται η μετατόπιση στην pitch κατεύθυνση για τις ίδιες περιπτώσεις.





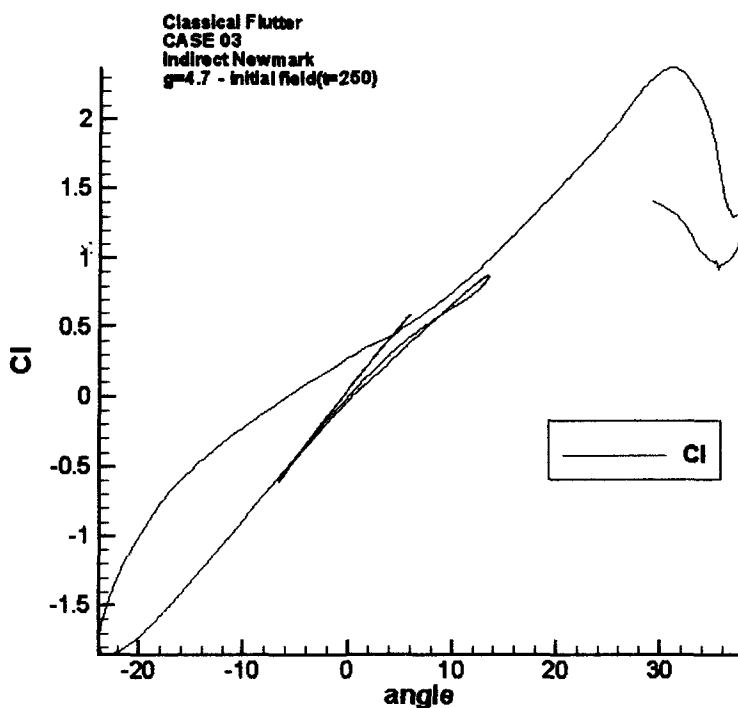
Σχήμα 6.65 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 ( $g=4.7$ -Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο για  $\tau=250$ )



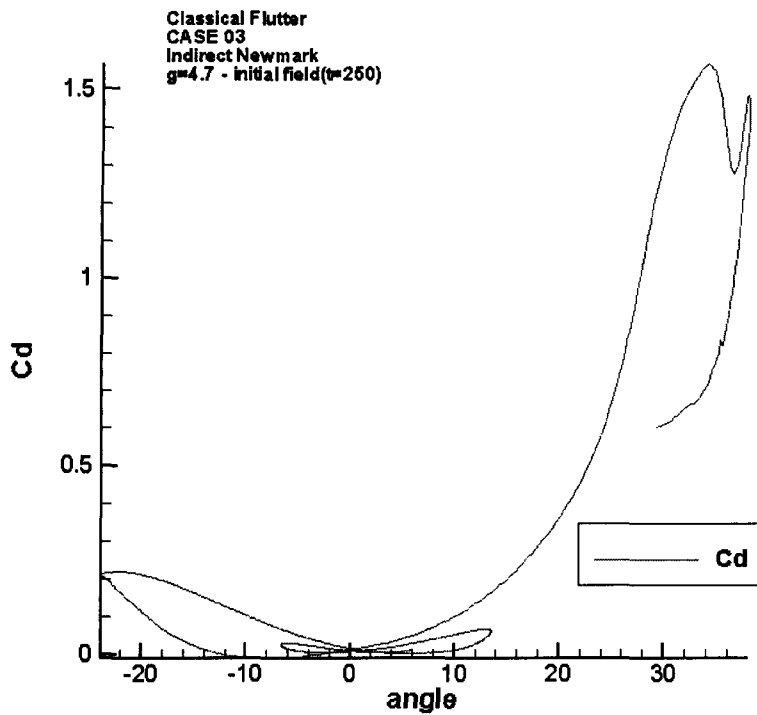
Σχήμα 6.66 Ταλαντώσεις στη pitch κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 ( $g=4.7$ -Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο για  $\tau=250$ )

Λαμβάνοντας υπόψη τις διαφοροποιήσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα αποτελέσματα όλων των μοντέλων η σύγκριση θεωρείται πετυχημένη τόσο σε ότι αφορά τη μορφή όσο και σε ότι αφορά το εύρος των καμπύλων μετατόπισης. Είναι προφανές ότι η κίνηση προβλέπεται ασταθής όπως αναμενότανε.

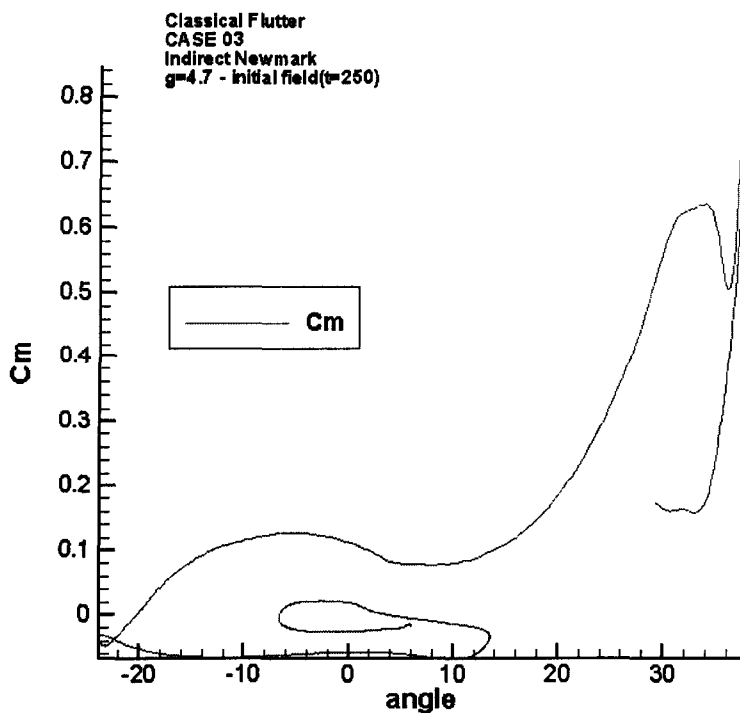
Στα Σχήματα 6.67 έως 6.69 δίνονται οι βρόγχοι των αεροδυναμικών συντελεστών ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης κατά τη διάρκεια της παραπάνω προσομοίωσης. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.67 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$ . Στο Σχήμα 6.68 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Τέλος στο Σχήμα 6.69 δίνεται ο βρόγχος μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$ .



**Σχήμα 6.67 Βρόγχος συντελεστή  $C_L$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 – ( $g=4.7$  -Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο για  $t=250$ )**



Σχήμα 6.68 Βρόγχος συντελεστή  $C_D$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 – (g=4.7 - Indirect Newmark – dt=0.05 – αρχικό πεδίο για  $\tau=250$ )

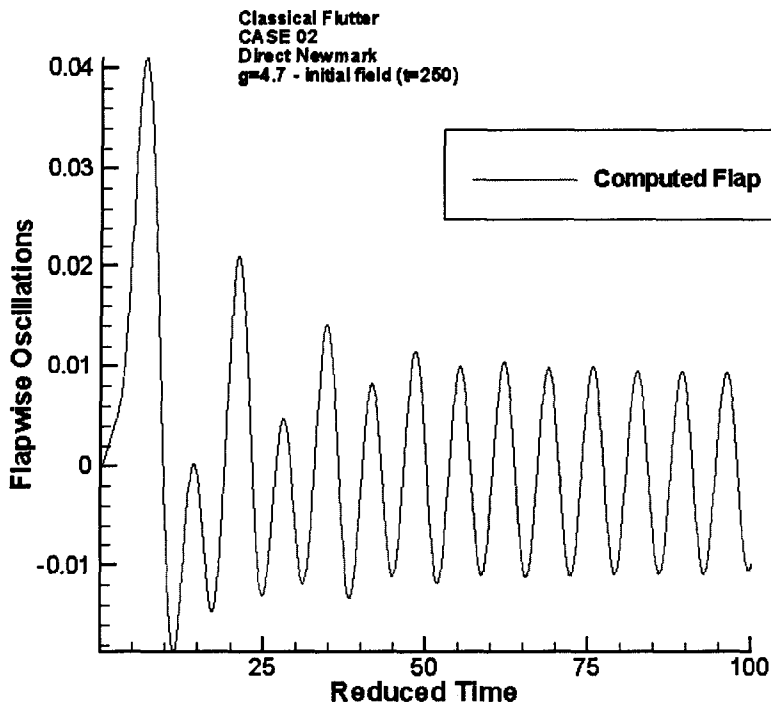


Σχήμα 6.69 Βρόγχος συντελεστή  $C_m$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 3 – (g=4.7 - Indirect Newmark – dt=0.05 – αρχικό πεδίο για  $\tau=250$ )

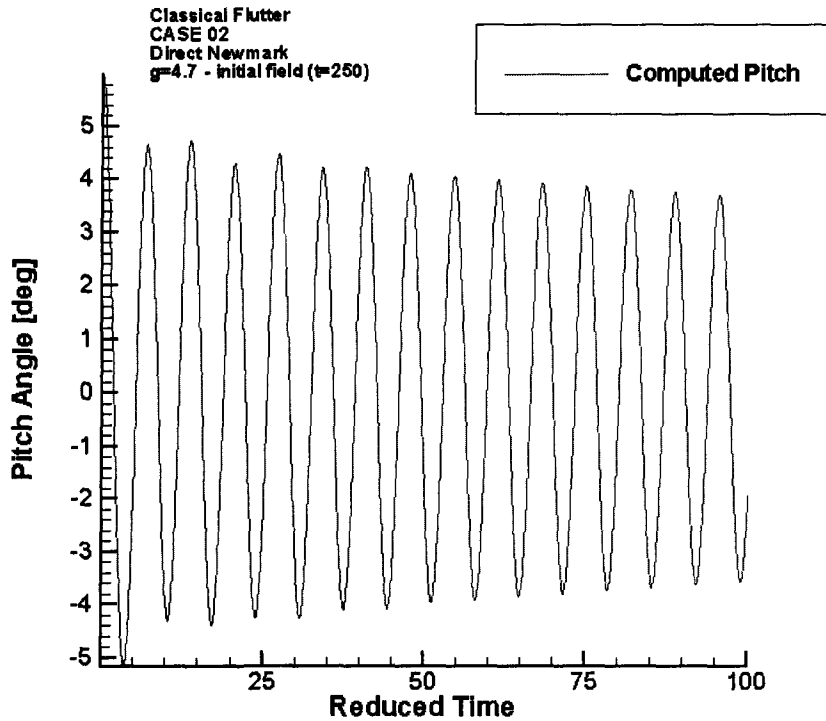
#### 6.4.1.4 Υπόλοιπες περιπτώσεις πίνακα ελέγχου κλασικού πτερυγισμού

Για τις περιπτώσεις 2 και 4 δε δίνονται γραφήματα αποτελεσμάτων στην εργασία [17]. Υπενθυμίζεται ότι οι περιπτώσεις αυτές σύμφωνα με την ανάλυση της εργασίας [14] αναμένονται ασταθείς ενώ σύμφωνα με την ανάλυση της παραγράφου 6.4.1.1 αναμένονται ευσταθείς.

Στο Σχήμα 6.70 δίνεται η μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση για την περίπτωση 2 υπολογισμένη με χρονικό βήμα  $dt=0.05$  και σχήμα διακριτοποίησης TVD  $g=4.7$  για τις ταχύτητες με τη Direct μέθοδο Newmark και τις αρχικές συνθήκες που προκύπτουν από προσομοίωση για χρόνο  $\tau=250$ , ενώ στο Σχήμα 6.71 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση pitch για την ίδια περίπτωση.

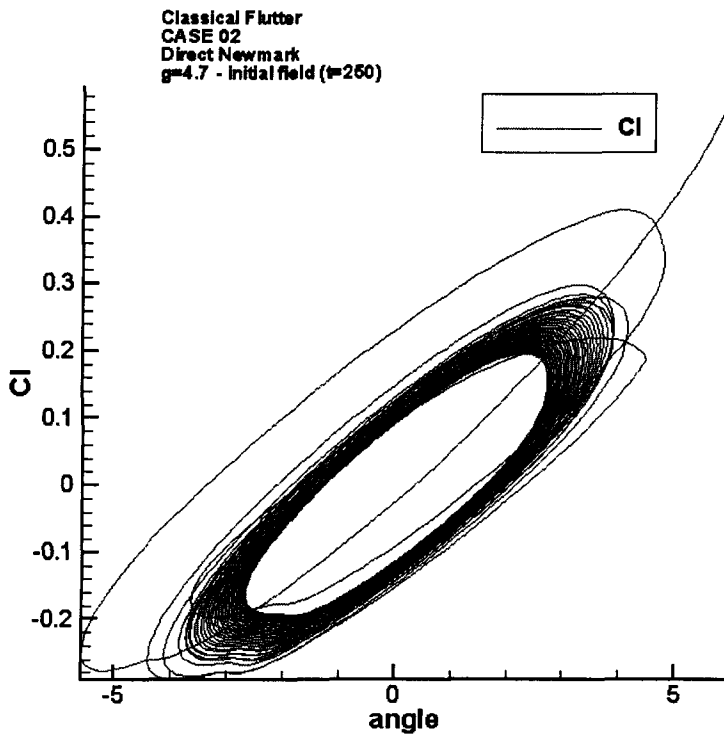


Σχήμα 6.70 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$  –  $dt=0.05$  - Direct Newmark - αρχικό πεδίο για  $\tau=250$ )

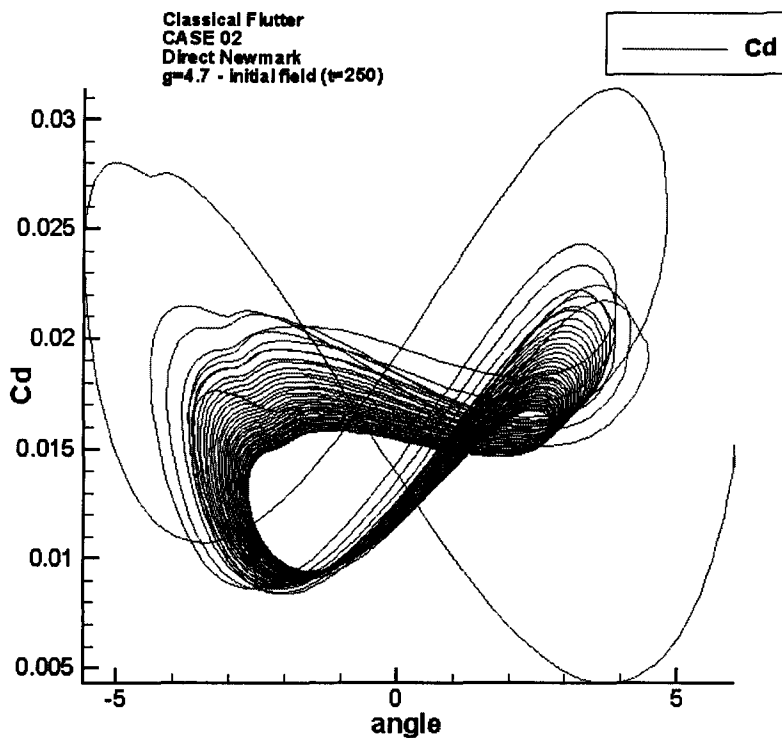


**Σχήμα 6.71** Ταλαντώσεις στη pitch κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$ –  $dt=0.05$  - Direct Newmark -αρχικό πεδίο για  $t=250$ )

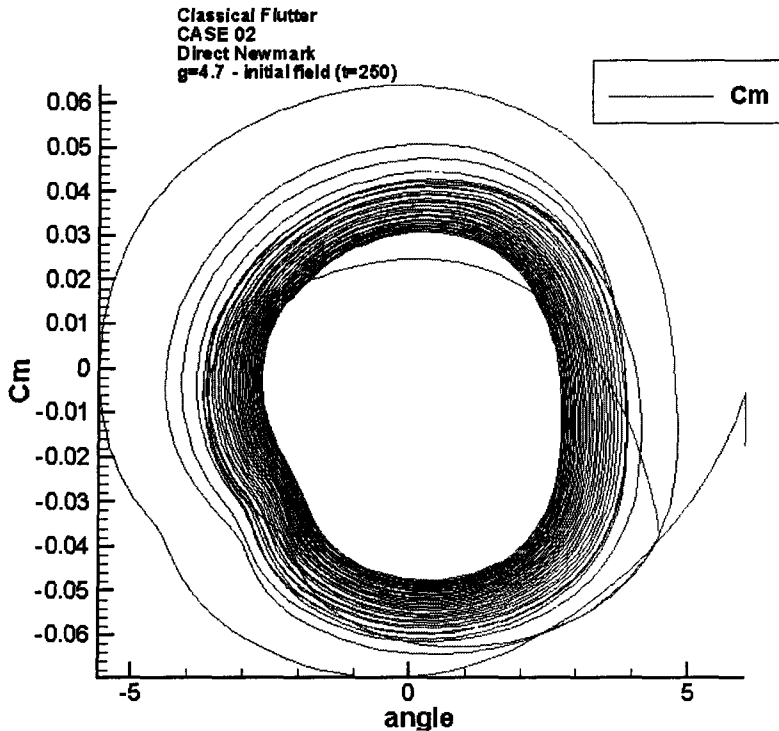
Και οι δύο κινήσεις προβλέπονται ευσταθείς κάτι που συμφωνεί με την ανάλυση της παραγράφου 6.4.1.1 και με όλα τα μοντέλα της εργασίας [17] πλην του VUB. Στα επόμενα τρία σχήματα δίνονται οι βρόγχοι των αεροδυναμικών συντελεστών ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης κατά τη διάρκεια της παραπάνω προσομοίωσης. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.72 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$ . Στο Σχήμα 6.73 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Τέλος στο Σχήμα 6.74 δίνεται ο βρόγχος μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$ .



Σχήμα 6.72 Βρόγχος συντελεστή  $C_L$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$ )  
– Direct Newmark –  $dt=0.05$  - αρχικό πεδίο για  $t=250$ )

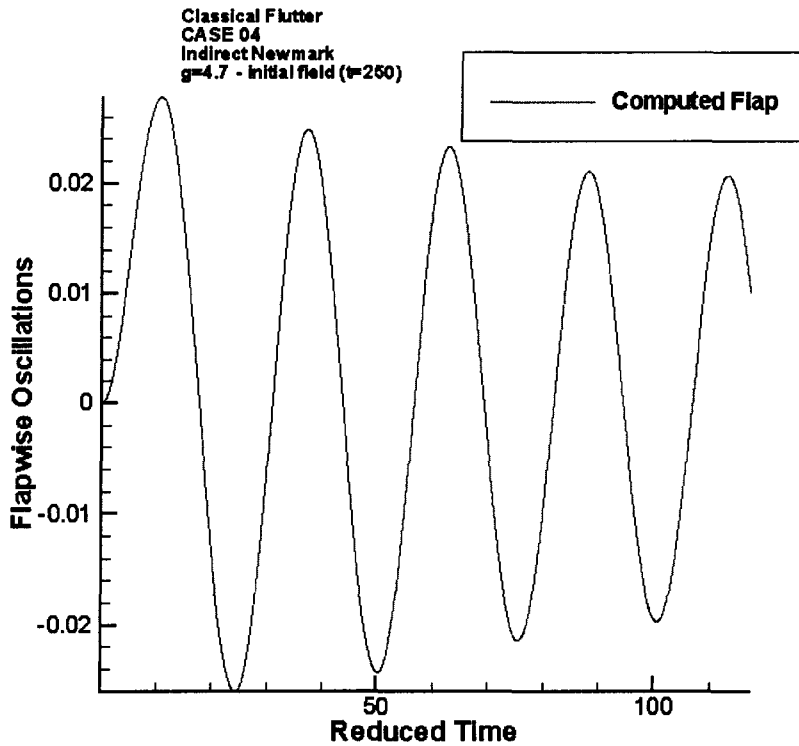


Σχήμα 6.73 Βρόγχος συντελεστή  $C_D$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$ )  
– Direct Newmark –  $dt=0.05$  - αρχικό πεδίο για  $t=250$ )

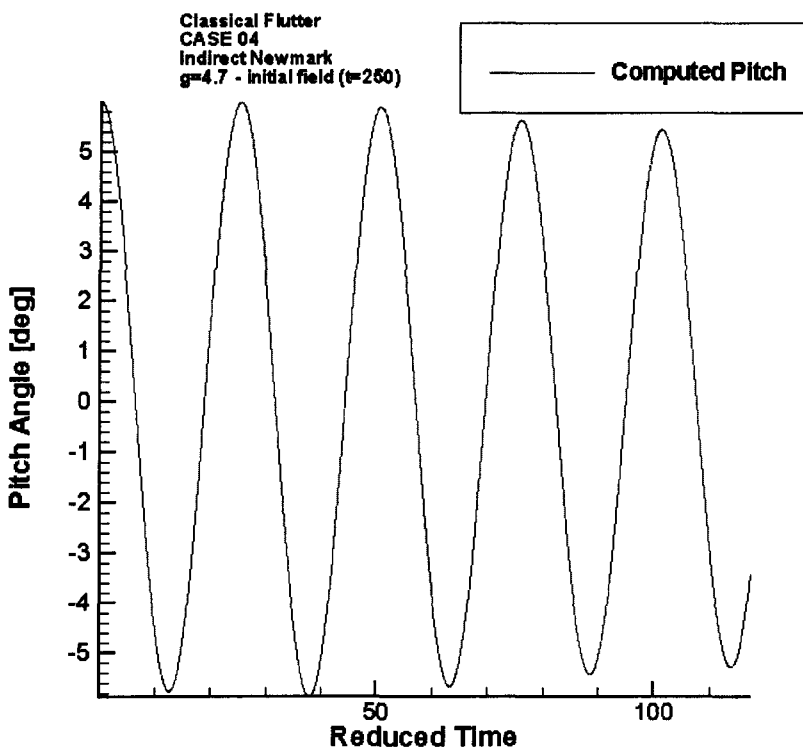


**Σχήμα 6.74 Βρόγχος συντελεστή  $C_m$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 2 ( $g=4.7$  – Direct Newmark –  $dt=0.05$  - αρχικό πεδίο για  $\tau=250$  )**

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων συνεχίζεται με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που αφορούν την περίπτωση 4. Στο Σχήμα 6.75 δίνονται τα αποτελέσματα προσομοιώσεων της περίπτωσης 4 που έχουν ληφθεί με χρονικό βήμα  $dt=0.05$ , σχήμα διακριτοποίησης TVD  $g=4.7$  με indirect Newmark και αρχικές συνθήκες που προκύπτουν από προσομοίωση για χρόνο  $\tau=250$ . ενώ στο Σχήμα 6.76 δίνεται η μετατόπιση κατά την κίνηση pitch.



Σχήμα 6.75 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7 - dt=0.05 -$  Indirect Newmark – αρχικό πεδίο για  $\tau=250$ )

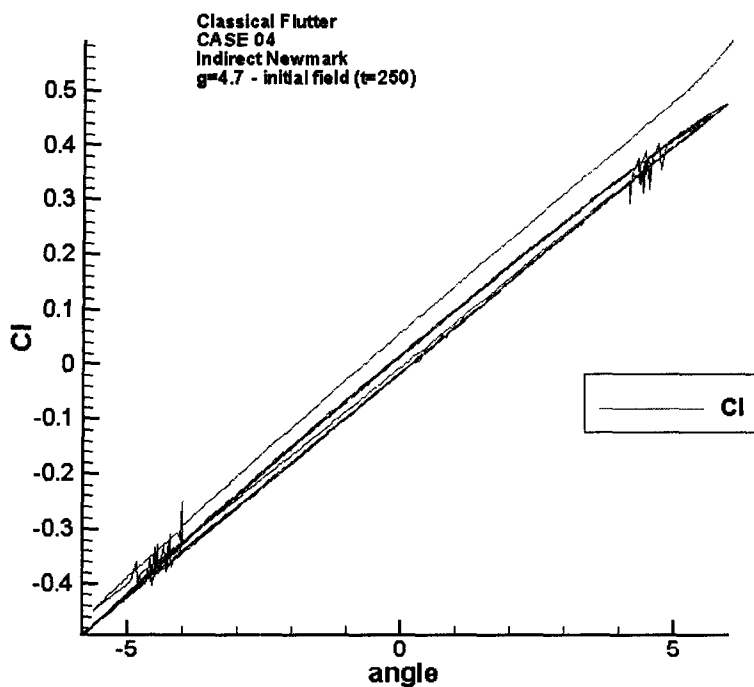


Σχήμα 6.76 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7 - dt=0.05 -$  Indirect Newmark – αρχικό πεδίο για  $\tau=250$ )

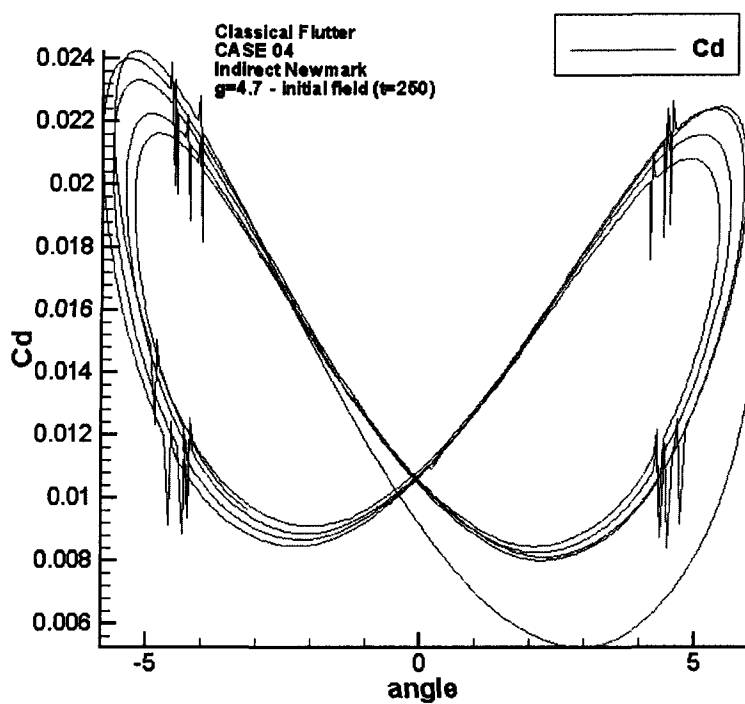


Και οι δύο κινήσεις προβλέπονται ευσταθείς σε αντίθεση με αυτό που αναμενότανε από την ανάλυση της εργασίας [14] και των περισσοτέρων μοντέλων της εργασίας [17] αλλά σε συμφωνία με την ανάλυση της παραγράφου 6.4.1.1. και με τα μοντέλα DLR και NTUA-V της εργασίας [17].

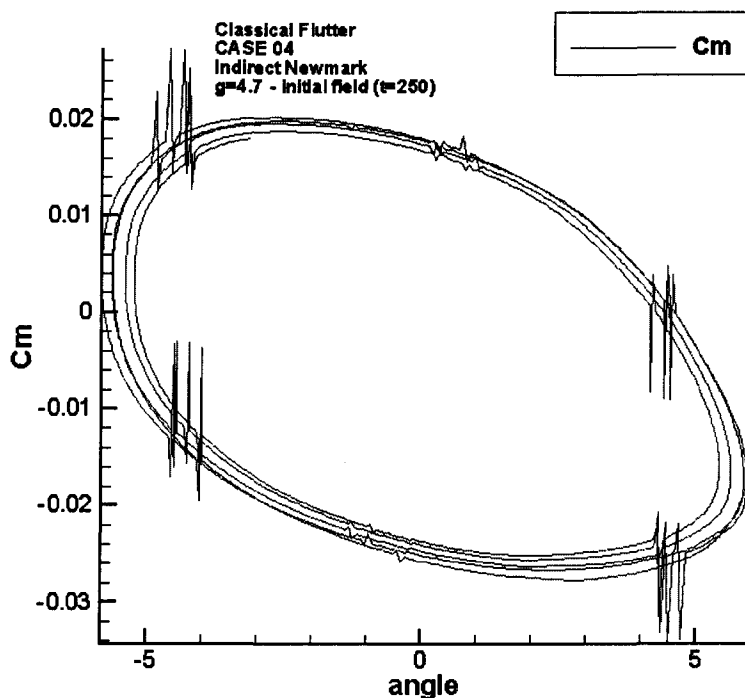
Στα Σχήματα 6.77 έως 6.79 δίνονται οι βρόγχοι των αεροδυναμικών συντελεστών ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης κατά τη διάρκεια της παραπάνω προσομοίωσης. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.77 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$ . Στο Σχήμα 6.78 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Τέλος στο Σχήμα 6.79 δίνεται ο βρόγχος μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$ .



**Σχήμα 6.77 Βρόγχος συντελεστή  $C_L$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7$  – indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίου χρόνου για  $\tau=250$ )**



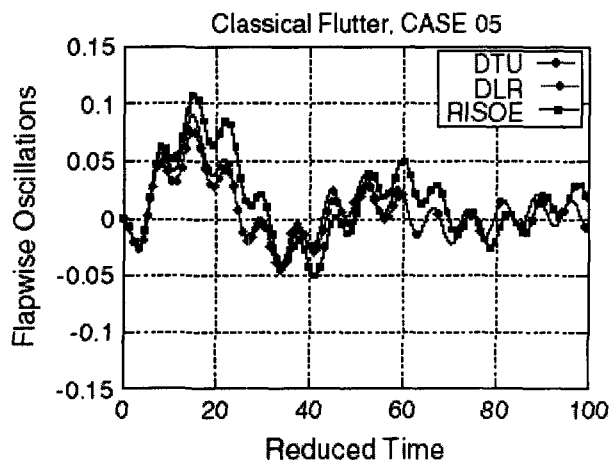
Σχήμα 6.78 Βρόγχος συντελεστή  $C_D$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7$  – indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίου χρόνου για  $\tau=250$ )



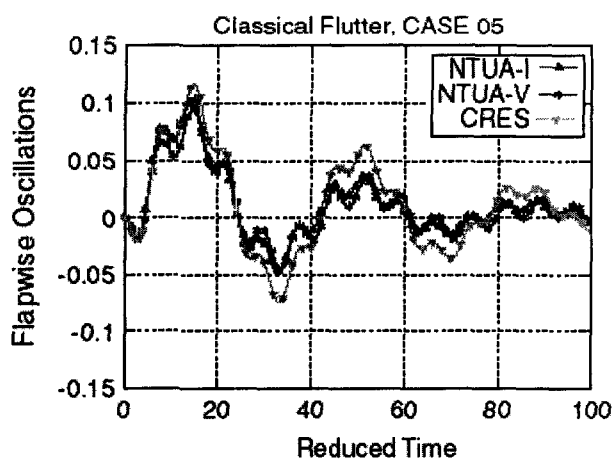
Σχήμα 6.79 Βρόγχος συντελεστή  $C_m$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 4 ( $g=4.7$  – indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίου χρόνου για  $\tau=250$ )

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων που αφορούν τον πίνακα ελέγχου κλασσικού πτερυγισμού ολοκληρώνεται με την περίπτωση 5, αποτελέσματα της οποίας δίνονται και στην εργασία [17]. Υπενθυμίζεται ότι η περίπτωση αυτή αναμένεται να είναι ευσταθής σύμφωνα με την ανάλυση της εργασίας [14], την ανάλυση της παραγράφου 6.4.1.1 και τα αποτελέσματα της εργασίας [17].

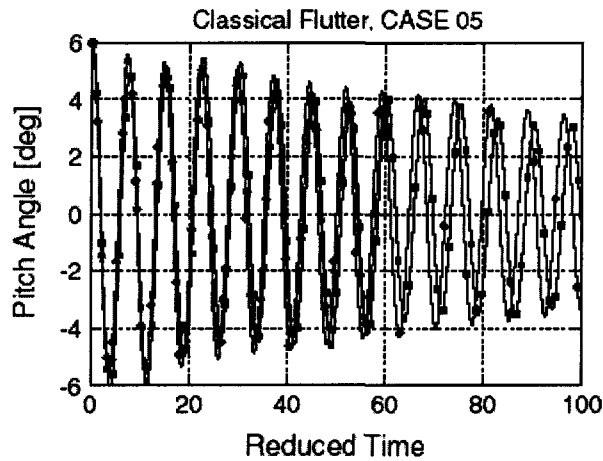
Στο Σχήμα 6.80 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση pitch που υπολογίζεται από τα DTU, DLR και RISOE, ενώ στο Σχήμα 6.81 δίνονται τα ίδια στοιχεία όπως έχουν υπολογιστεί από τα NTUA, CRES και το VUB. Στο Σχήμα 6.82 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση flap που υπολογίζεται από τα DTU, DLR και RISOE ενώ στο Σχήμα 6.83 δίνονται τα ίδια στοιχεία όπως έχουν υπολογιστεί από τα NTUA, CRES και το VUB.



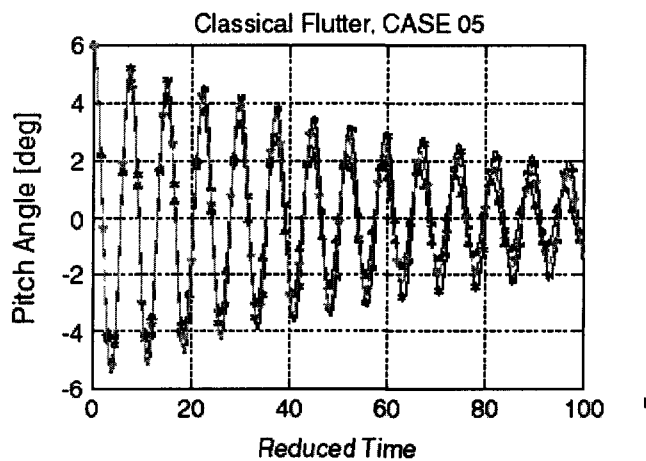
Σχήμα 6.80 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 5 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE)<sup>[17]</sup>



Σχήμα 6.81 Μεταβολή της flap μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 5 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES)<sup>[17]</sup>

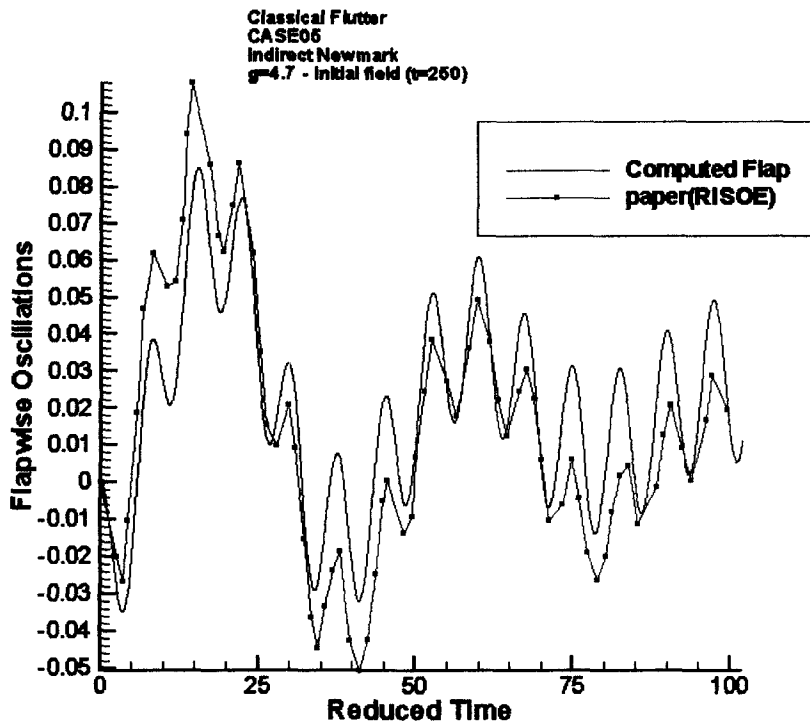


Σχήμα 6.82 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 5 κλασσικού πτερυγισμού (DTU-DLR-RISOE)<sup>[17]</sup>

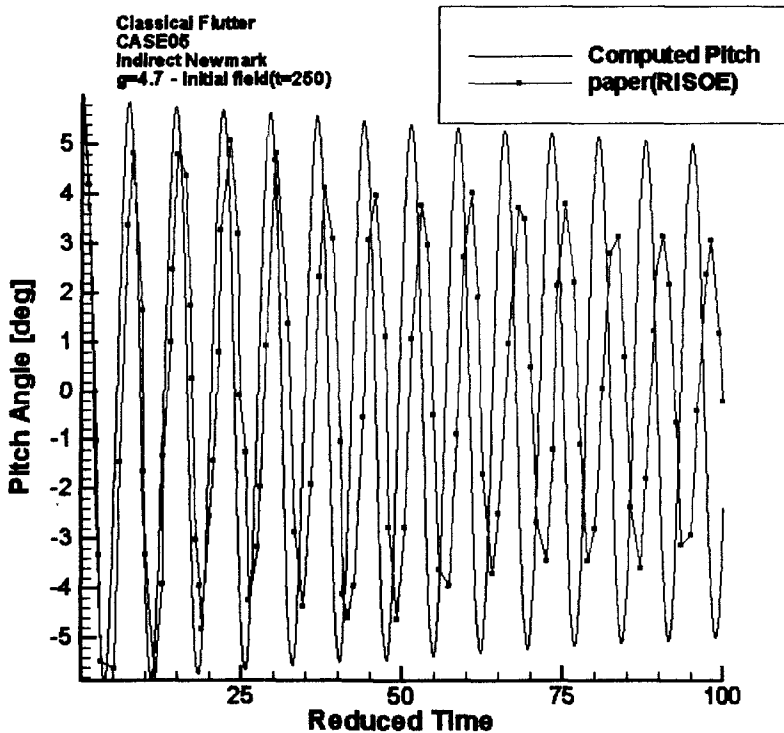


Σχήμα 6.83 Μεταβολή της pitch μετατόπισης της αεροτομής – περίπτωση 5 κλασσικού πτερυγισμού (NTUA(I)-NTUA(V)-CRES)<sup>[17]</sup>

Στο Σχήμα 6.84 δίνεται η μετατόπιση στην κατεύθυνση flap προσομοίωσης της περίπτωσης 5 η οποία έγινε με την Indirect μέθοδο Newmark, με χρονικό βήμα  $dt=0.05$ , με σχήμα διακριτοποίησης TVD  $g=4.7$  και με αρχική συνθήκη το πεδίο που προέκυψε από προσομοίωση για σταθερή γωνία πρόσπτωσης  $6^\circ$  και αδιάστατο χρόνο  $\tau=250$ . Στο ίδιο σχήμα δίνονται και τα αποτελέσματα του μοντέλου RISOE. Στο Σχήμα 6.85 δίνεται η μετατόπιση της αεροτομής στην κατεύθυνση pitch για την περίπτωση 5 υπολογισμένη με τον ίδιο τρόπο.



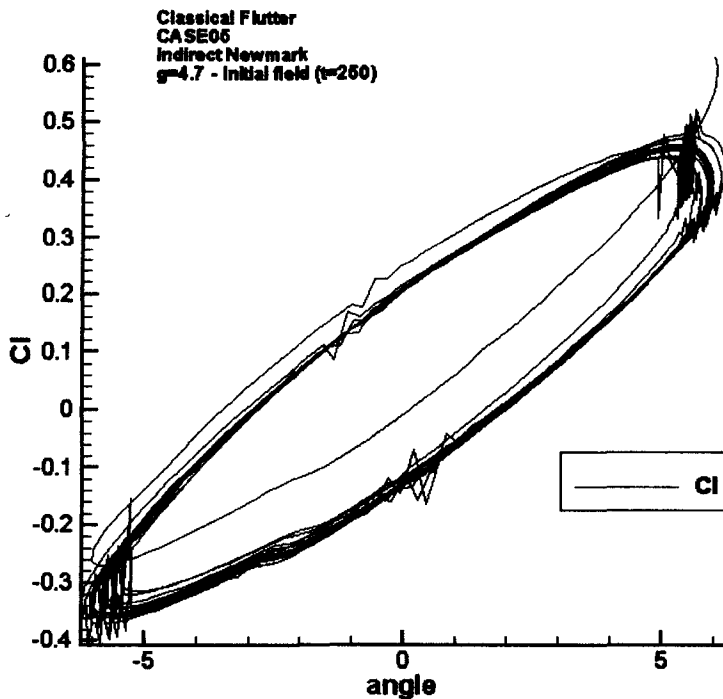
Σχήμα 6.84 Ταλαντώσεις στη flap κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7$ –  $dt=0.05$  – Indirect Newmark - αρχικό πεδίο για  $t=250$ )



Σχήμα 6.85 Ταλαντώσεις στη pitch κατεύθυνση για κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7$ –  $dt=0.05$  – Indirect Newmark - αρχικό πεδίο για  $t=250$ )

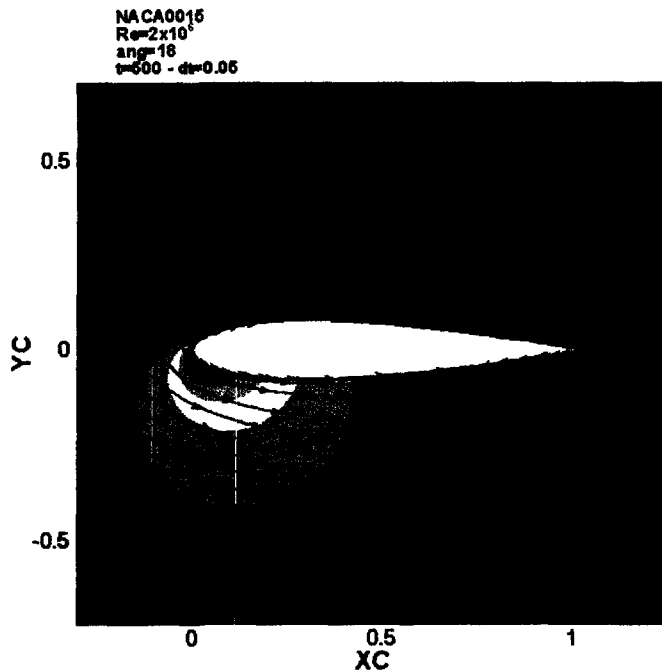
Και σε ότι αφορά την κατεύθυνση pitch η κίνηση προβλέπεται ευσταθής όπως αναμενότανε σύμφωνα με όλες τις άλλες προσομοιώσεις και αναλύσεις. Σε ότι αφορά την κίνηση flap είναι αξιοσημείωτη η συμφωνία και στο εύρος των ταλαντώσεων της μετατόπισης, ενώ σε ότι αφορά την κίνηση pitch είναι και πάλι εμφανής η τάση υποτίμησης της αεροδυναμικής απόσβεσης.

Στα Σχήματα 6.86-6.88 δίνονται οι βρόγχοι των αεροδυναμικών συντελεστών για την περίπτωση 5 υπολογισμένη με τον τρόπο που αναλύθηκε μέχρι τώρα. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.86 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$ . Στο Σχήμα 6.87 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Τέλος στο Σχήμα 6.88 δίνεται ο βρόγχος μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$ .

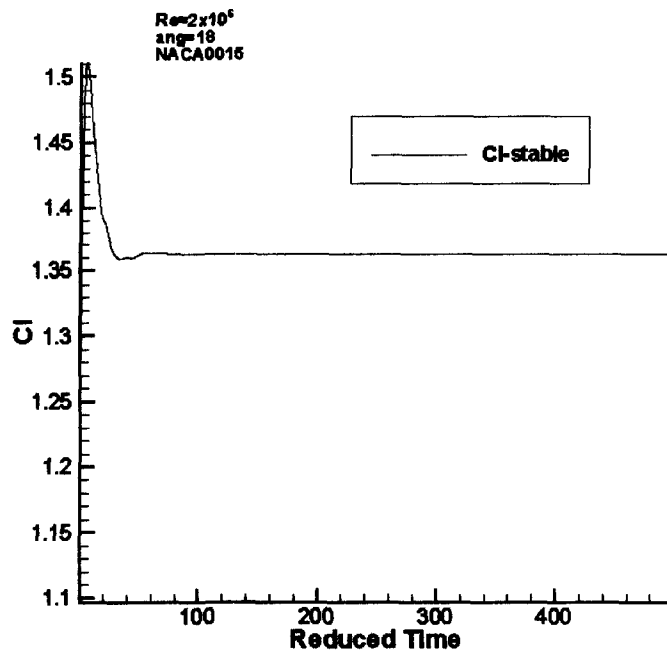


Σχήμα 6.86 Βρόγχος συντελεστή  $C_L$  κλασσικό πτερυγισμό – περίπτωση ελέγχου 5 (g=4.7– dt=0.05 – Indirect Newmark- αρχικό πεδίο για  $\tau=250$ )

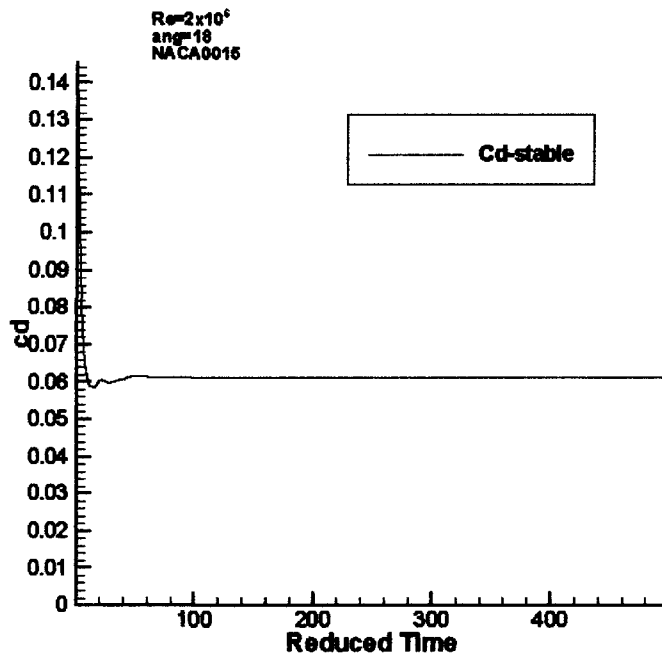
Για τη NACA0015 με  $Re=2 \times 10^6$  στις  $18^\circ$  η ροή αναμένεται να είναι αποκολλημένη και η αεροτομή να βρίσκεται σε κατάσταση απώλειας στήριξης. Πραγματικά όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.89 στην άνω πλευρά της αεροτομής εμφανίζεται αποκόλληση στη θέση  $x/c=0.7046$ . Στα Σχήματα 6.90 και 6.91 δίνεται η χρονική μεταβολή των συντελεστών  $C_L$  και  $C_D$  που προέκυψαν από την παραπάνω προσομοίωση.



Σχήμα 6.89 Ισοβαρείς και ροϊκές γραμμές (NACA0015 –  $\alpha=18^\circ$  -  $Re=2 \times 10^6$ )



Σχήμα 6.90 Χρονική μεταβολή συντελεστή  $C_L$  (NACA0015,  $Re=2 \times 10^6$ ,  $\alpha=18^\circ$ )

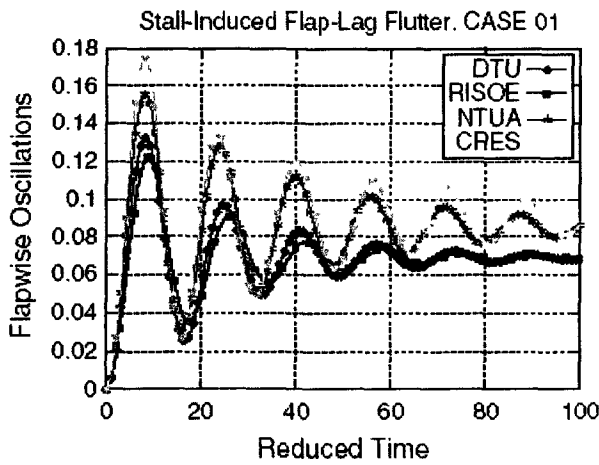


**Σχήμα 6.91 Χρονική μεταβολή συντελεστή  $C_D$  (NACA0015,  $Re=2 \times 10^6$ ,  $\alpha=18^\circ$ )**

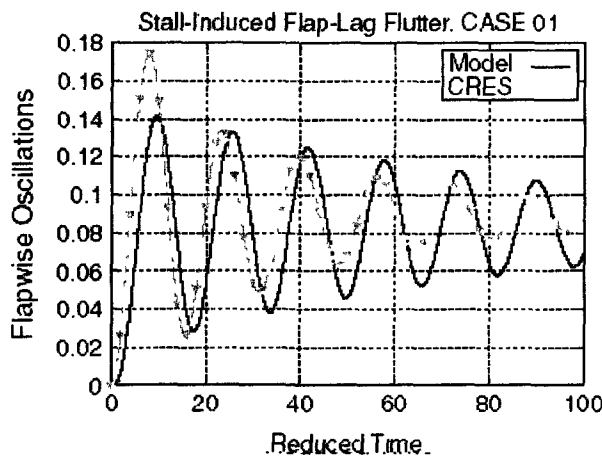
Όπως φαίνεται από τα σχήματα η τιμή και των δύο συντελεστών δείχνει να σταθεροποιείται μετά από χρόνο  $t=100$ . Συνεπώς το πεδίο που προκύπτει μετά από αδιάστατο χρόνο  $t=500$  είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ως αρχική συνθήκη για τις αεροελαστικές προσομοιώσεις χωρίς να εισάγει λάθος.

Γραφήματα των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων που αφορούν την πρώτη περίπτωση αναφοράς με τη χρήση διαφόρων μοντέλων δίνονται στη [17] και ανατυπώνονται εδώ. Στο Σχήμα 6.92 δίνεται η μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση όπως έχει υπολογιστεί από τους DTU, RISOE, NTUA και CRES ενώ στο Σχήμα 6.93 δίνονται τα ίδια αποτελέσματα όπως έχουν υπολογιστεί από το CRES με και χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Στα Σχήματα 6.94 και 6.95 δίνεται η μετατόπιση κατά την edge κατεύθυνση υπολογισμένη με αντίστοιχους τρόπους ανατυπωμένη από την εργασία [17].

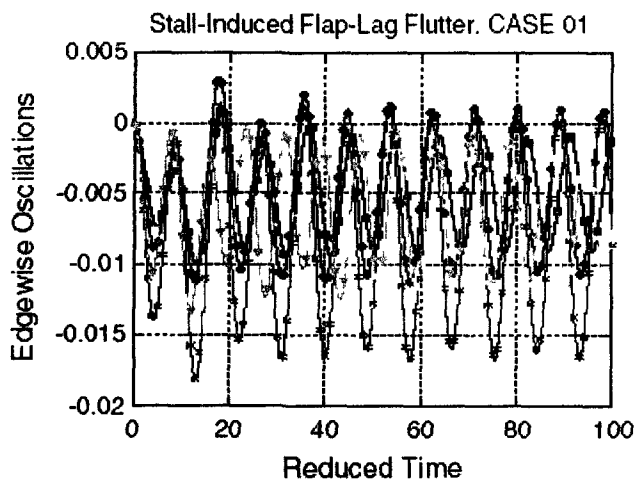




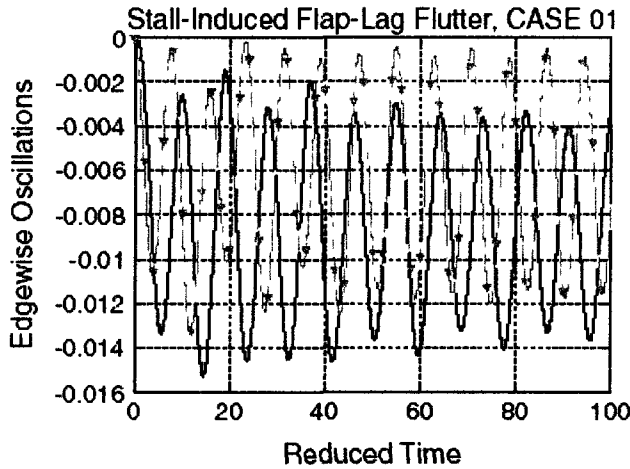
**Σχήμα 6.92** Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 1 (αναφοράς), (DTU-RISOE-NTUA-CRES)<sup>[17]</sup>



**Σχήμα 6.93** Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 1 (αναφοράς), (CRES-Model)<sup>[17]</sup>

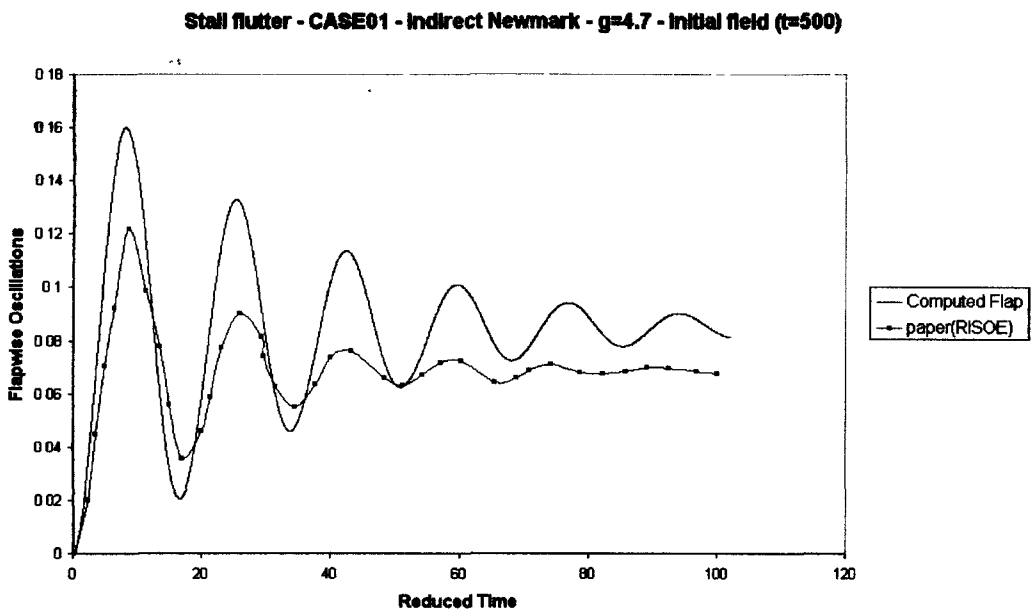


**Σχήμα 6.94** Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 1 (αναφοράς), (DTU-RISOE-NTUA-CRES)<sup>[17]</sup>

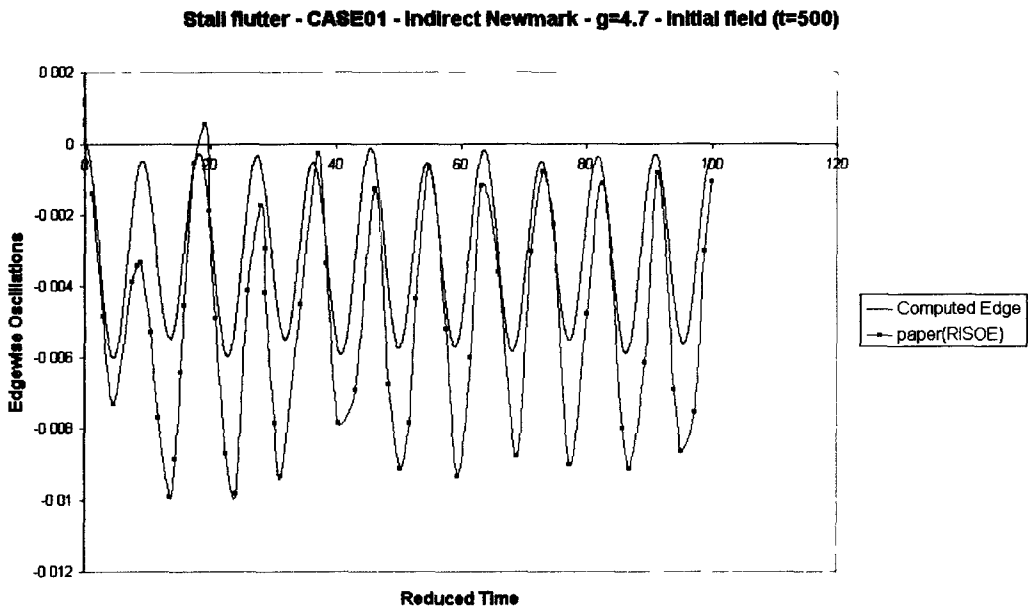


**Σχήμα 6.95 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 1 (αναφοράς), (CRES-Model)<sup>[17]</sup>**

Στο Σχήμα 6.96 δίνεται η μετατόπιση της αεροτομής κατά τη flap κατεύθυνση για την περίπτωση 1 του πίνακα ελέγχου πτερυγισμού με απώλεια στήριξης υπολογισμένη με τη μέθοδο Indirect Newmark χρησιμοποιώντας ως αρχική συνθήκη το πεδίο που προέκυψε μετά από προσομοίωση για αδιάστατο χρόνο  $\tau=500$  καθώς και η μετατόπιση που έχει υπολογιστεί από το RISOE στην εργασία [17]. Ενώ στο Σχήμα 6.97 δίνεται η μετατόπιση κατά την edge κατεύθυνση για την πρώτη περίπτωση υπολογισμένη με τις ίδιες διαδικασίες.



**Σχήμα 6.96 Ταλαντώσεις κατά τη flap κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 1 ( $dt=0.05$  –  $g=4.7$  – Indirect Newmark – αρχικό  $\tau=500$ )**

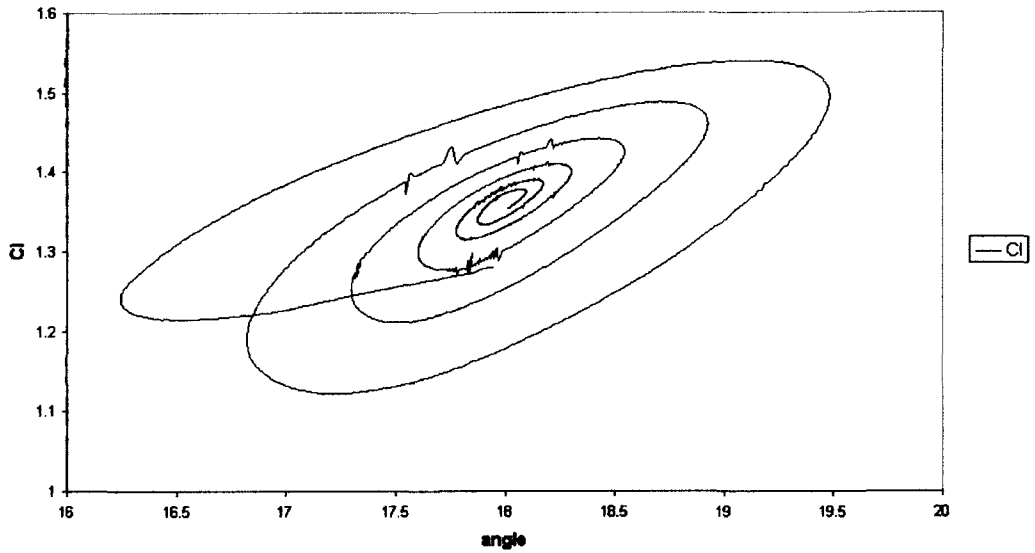


**Σχήμα 6.97 Ταλαντώσεις κατά τη edge κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 1 ( $dt=0.05 - g=4.7 - \text{Indirect Newmark} - \text{αρχικό } t=500$ )**

Αν και πάλι εμφανίζεται διαφορά στο υπολογιζόμενο εύρος των ταλαντώσεων, η τάση μείωσης αυτού είναι εμφανής και έτσι με ασφάλεια η περίπτωση 1 είναι δυνατόν να χαρακτηριστεί ευσταθής όπως αναμενότανε τόσο από την ανάλυση της εργασίας [14] όσο και από τις προσομοιώσεις με όλα τα μοντέλα της εργασίας[17].

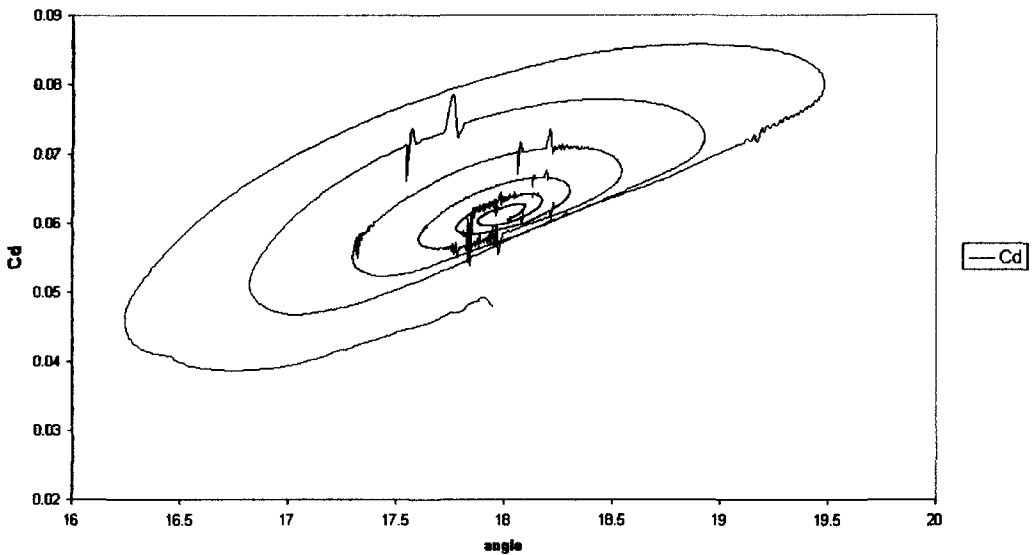
Στα Σχήματα 6.98 – 6.100 δίνονται οι βρόγχοι των αεροδυναμικών συντελεστών για την περίπτωση 1 υπολογισμένη με τον τρόπο που αναλύθηκε μέχρι τώρα. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.98 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$ . Στο Σχήμα 6.99 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Τέλος στο Σχήμα 6.100 δίνεται ο βρόγχος μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$ .

Stall flutter - CASE01 - Indirect newmark - g=4.7 - Initial filed (t=500)

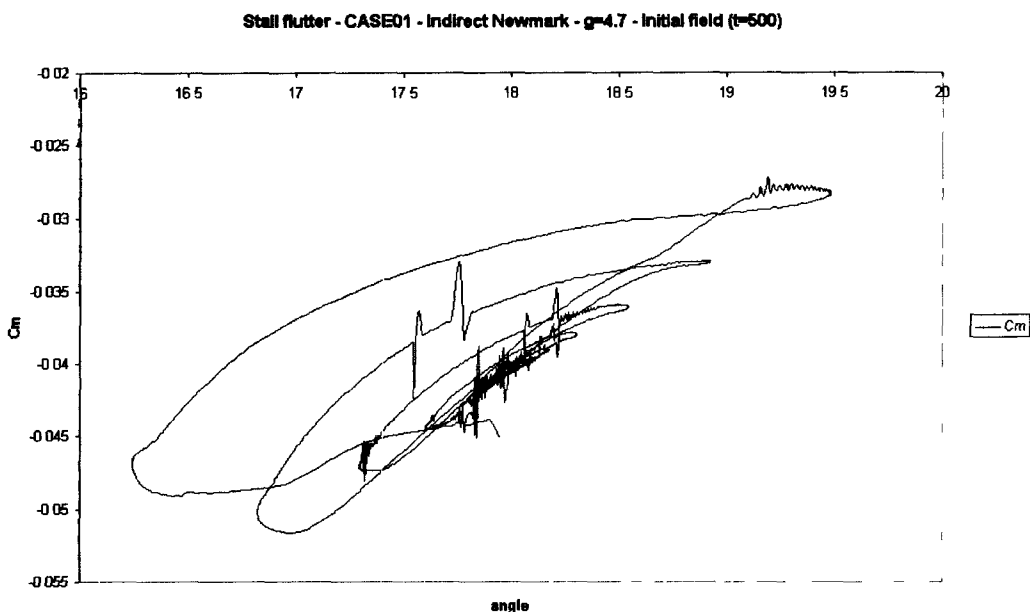


Σχήμα 6.98 Βρόγχος συντελεστή  $C_L$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 1 ( $g=4.7$  – Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο για χρόνο  $\tau=500$ )

Stall flutter - CASE01 - Indirect Newmark - g=4.7 - Initial field (t=500)



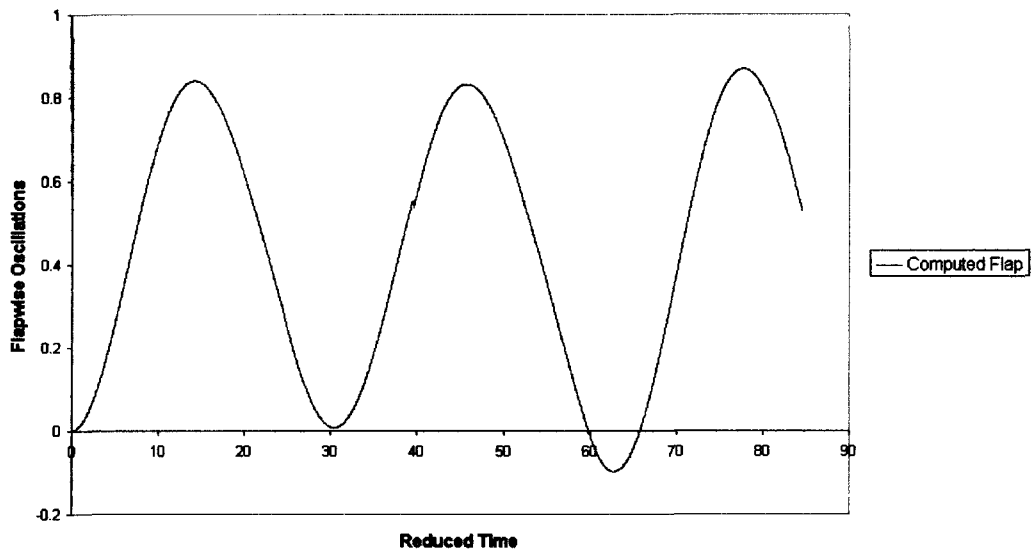
Σχήμα 6.99 Βρόγχος συντελεστή  $C_D$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 1 ( $g=4.7$  Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο για χρόνο  $\tau=500$ )



**Σχήμα 6.100 Βρόγχος συντελεστή  $C_m$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 1 ( $g=4.7$  Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό πεδίο για χρόνο  $t=500$ )**

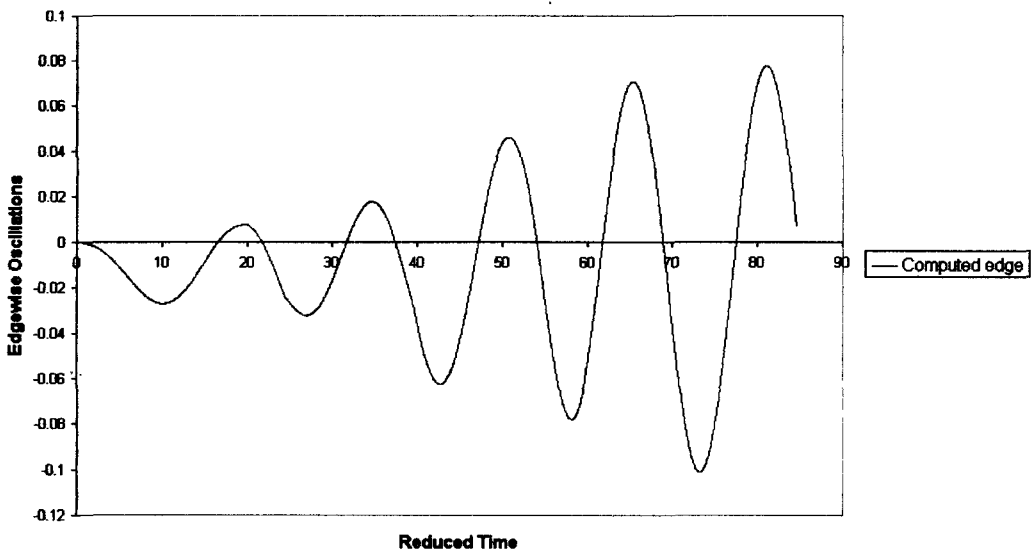
Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν αποτελέσματα που αφορούν την περίπτωση 2 του πίνακα ελέγχου, η οποία σύμφωνα με την ανάλυση της εργασίας [14] αναμένεται να έχει ασταθή αεροελαστική συμπεριφορά. Τέτοιου τύπου συμπεριφορά προβλέπεται και από τις προσομοιώσεις με όλα τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται στην εργασία [17]. Στο Σχήμα 6.101 δίνεται η μετατόπιση κατά την flap κατεύθυνση για την περίπτωση 2 που υπολογίστηκε με την Indirect μέθοδο Newmark, με χρονικό βήμα  $dt=0.05$ , με το σχήμα διακριτοποίησης TVD  $g=4.7$  για τις ταχύτητες και με αρχικό πεδίο που προήλθε από μόνιμη προσομοίωση της ροής για χρόνο  $t=500$ . Ενώ στο Σχήμα 6.102 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση edge υπολογισμένη με τον ίδιο τρόπο.

Stall flutter - CASE02 - indirect Newmark -  $g=4.7$  - Initial field( $t=500$ )



Σχήμα 6.101 Ταλαντώσεις κατά τη flap κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 2 ( $dt=0.05$  –  $g=4.7$  – Indirect Newmark – αρχικό  $t=500$ )

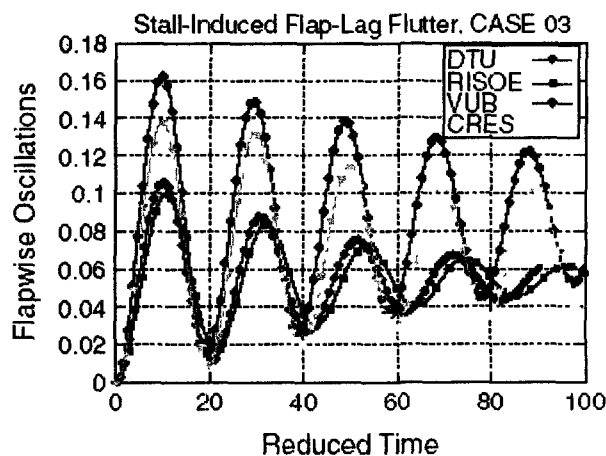
Stall flutter - CASE02 - indirect Newmark -  $g=4.7$  - Initial field( $t=500$ )



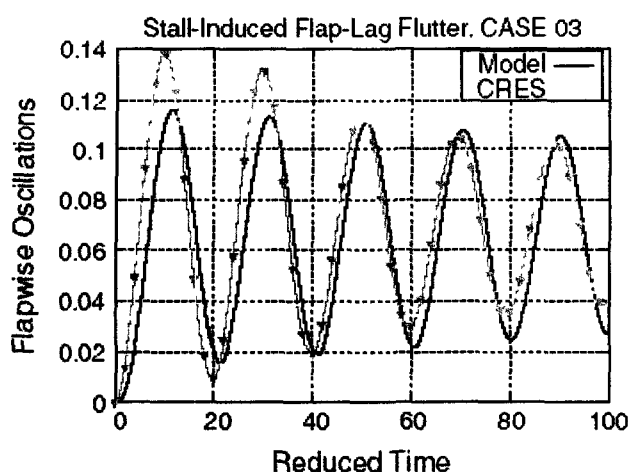
Σχήμα 6.102 Ταλαντώσεις κατά τη edge κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 2 ( $dt=0.05$  –  $g=4.7$  – Indirect Newmark – αρχικό  $t=500$ )

Τόσο η κίνηση στην κατεύθυνση flap όσο και η κίνηση στην κατεύθυνση edge προβλέπονται ασταθείς όπως αναμενότανε από τη γραμμικοποιημένη ανάλυση και όπως υπολογίστηκε και από όλα τα μοντέλα της εργασίας [17].

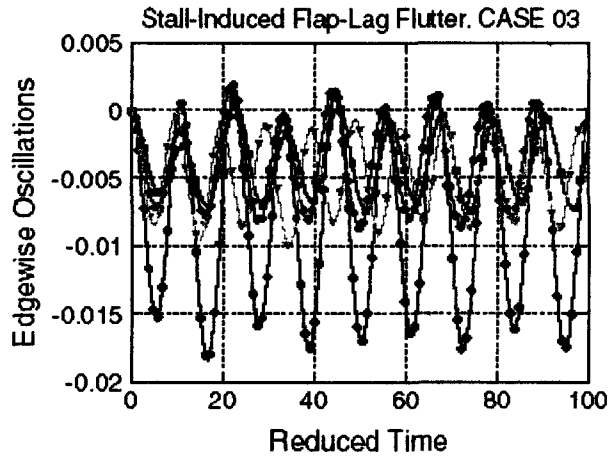
Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της περίπτωσης ελέγχου 3 η οποία προβλέπεται ευσταθής. Πριν από αυτά θα παρουσιαστούν γραφήματα των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων που αφορούν την τρίτη περίπτωση αναφοράς με τη χρήση διαφόρων κωδικών δίνονται στη [17] και ανατυπώνονται εδώ. Στο Σχήμα 6.103 δίνεται η μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση όπως έχει υπολογιστεί από τους DTU, RISOE, NTUA και CRES ενώ στο Σχήμα 6.104 δίνονται τα ίδια αποτελέσματα όπως έχουν υπολογιστεί από το CRES με και χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Στα Σχήματα 6.105 και 6.106 δίνεται η μετατόπιση κατά την edge κατεύθυνση υπολογισμένη με αντίστοιχους τρόπους ανατυπωμένη από την εργασία [17].



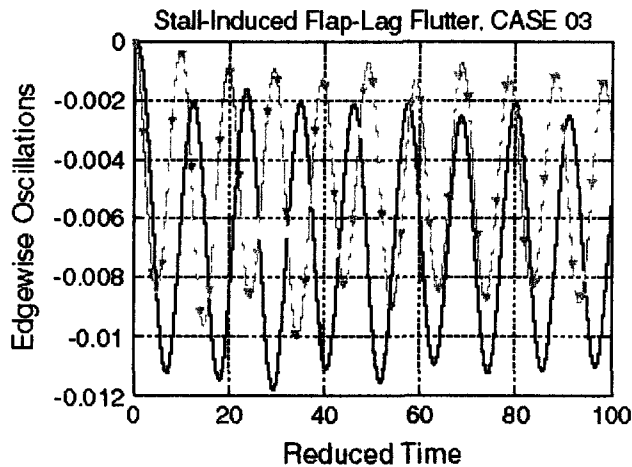
**Σχήμα 6.103** Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 3, (DTU-RISOE-NTUA-CRES)<sup>[17]</sup>



**Σχήμα 6.104** Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 3, (CRES-Model)<sup>[17]</sup>



**Σχήμα 6.105** Μετατόπιση κατά τη *edge* κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 3, (DTU-RISOE-NTUA-CRES)<sup>[17]</sup>

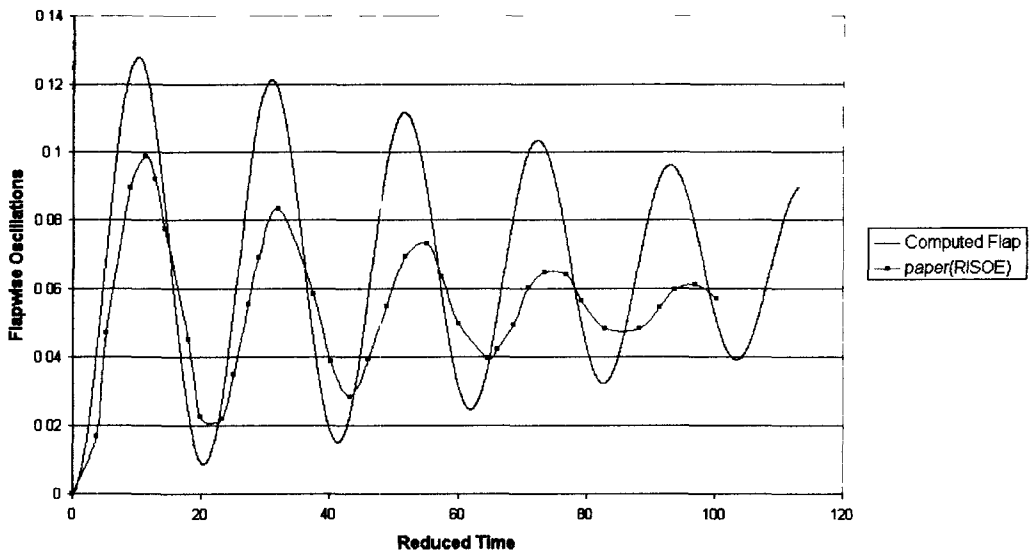


**Σχήμα 6.106** Μετατόπιση κατά τη *edge* κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 3, (CRES-Model)<sup>[17]</sup>

Στο Σχήμα 6.107 δίνεται η μετατόπιση της αεροτομής κατά τη *flap* κατεύθυνση για την περίπτωση 3 του πίνακα ελέγχου πτερυγισμού με απώλεια στήριξης υπολογισμένη με τη μέθοδο Indirect Newmark χρησιμοποιώντας ως αρχική συνθήκη το πεδίο που προέκυψε μετά από προσομοίωση για αδιάστατο χρόνο  $\tau=500$  καθώς και η μετατόπιση που έχει υπολογιστεί από το RISOE στην εργασία [17]. Ενώ στο Σχήμα 6.108 δίνεται η μετατόπιση κατά την *edge* κατεύθυνση για την πρώτη περίπτωση υπολογισμένη με τις ίδιες διαδικασίες.

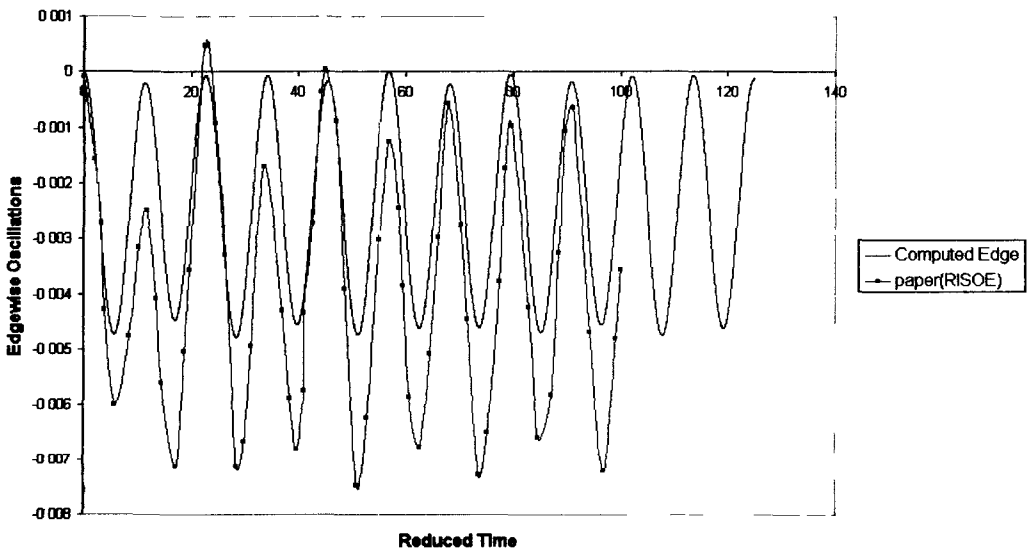


Stall flutter - CASE 03 - Indirect Newmark -  $g=4.7$  - Initial field ( $t=500$ )



Σχήμα 6.107 Ταλαντώσεις κατά τη flap κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 3 ( $dt=0.05 - g=4.7 -$  Indirect Newmark – αρχικό  $t=500$ )

Stall flutter - CASE03 - Indirect Newmark -  $g=4.7$  - Initial field( $t=500$ )

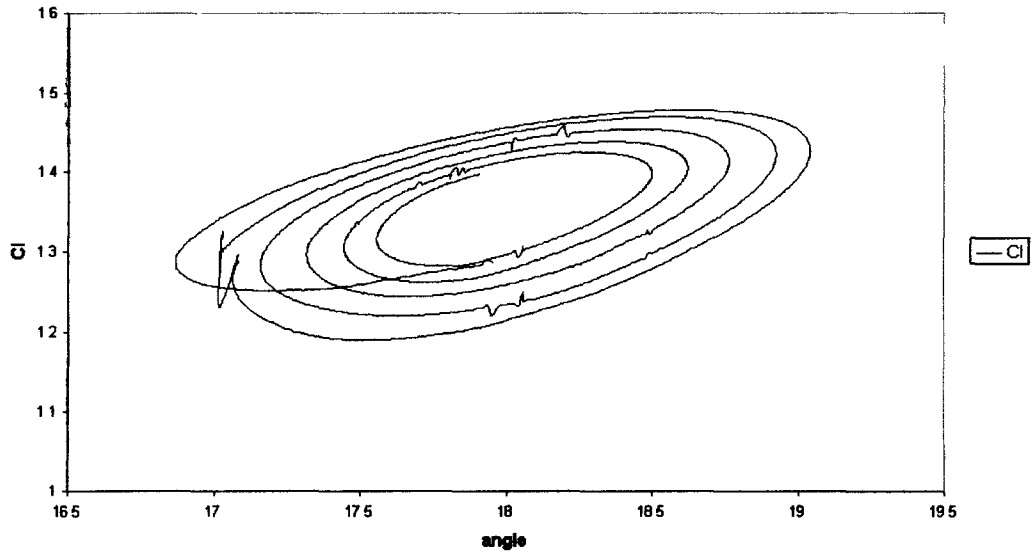


Σχήμα 6.108 Ταλαντώσεις κατά τη edge κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 3 ( $dt=0.05 - g=4.7 -$  Indirect Newmark – αρχικό  $t=500$ )

Παρά τις διαφορές στο προβλεπόμενο εύρος των μετατοπίσεων, και οι δύο κινήσεις προβλέπονται ευσταθείς όπως αναμενότανε. Θα πρέπει πάντως να σημειωθεί ότι διαφορές στα εύρη προβλέπονται ανάμεσα σε όλα σχεδόν τα μοντέλα της εργασίας [17]. Στα Σχήματα 6.109-6.111 δίνονται οι βρόγχοι των αεροδυναμικών συντελεστών για την περίπτωση 3. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.109 δίνεται ο βρόγχος

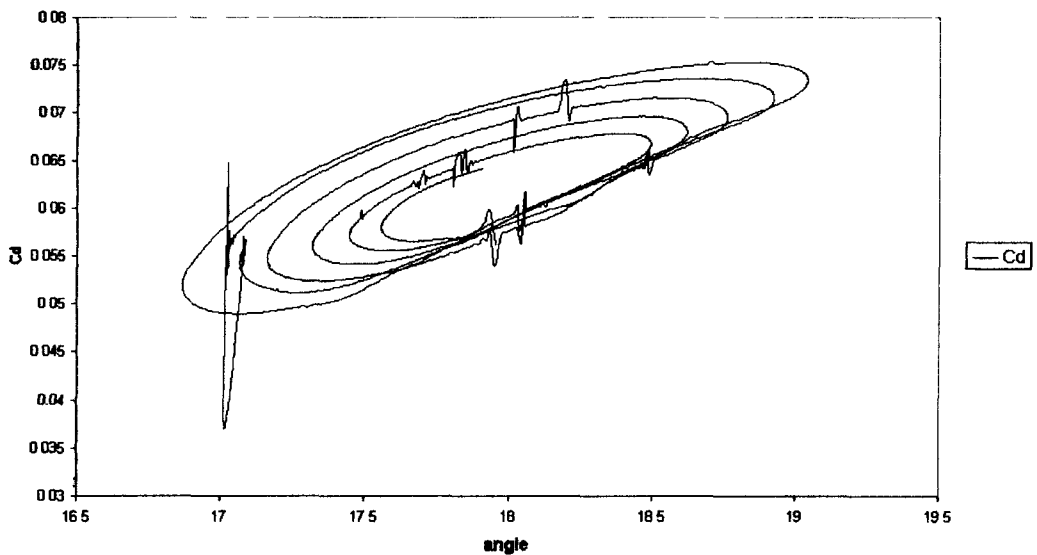
του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$ . Στο Σχήμα 6.110 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Τέλος στο Σχήμα 6.111 δίνεται ο βρόγχος μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$ .

Stall Flutter - CASE 03 - Indirect Newmark -  $g=4.7$  - Initial field ( $t=500$ )

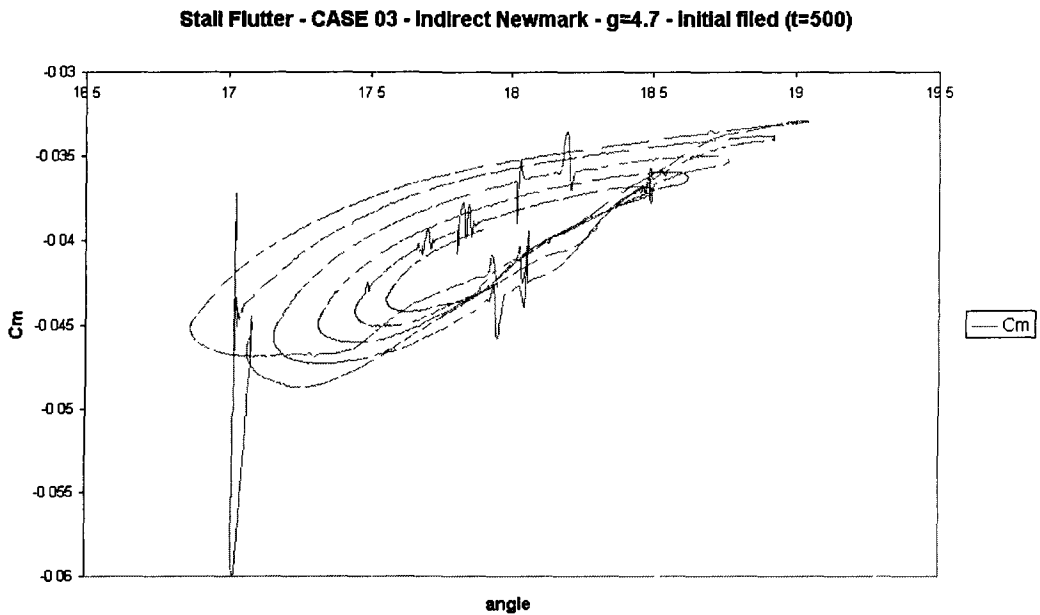


Σχήμα 6.109 Βρόγχος συντελεστή  $C_L$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 3 ( $g=4.7$  – Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό  $t=500$ )

Stall Flutter - CASE 03 - Indirect Newmark -  $g=4.7$  - Initial field ( $t=500$ )

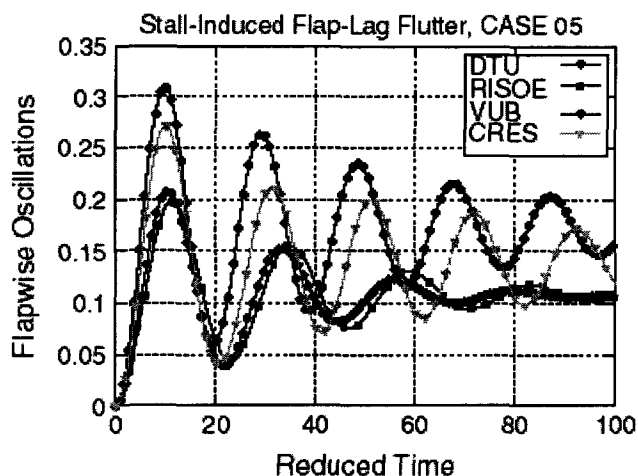


Σχήμα 6.110 Βρόγχος συντελεστή  $C_D$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 3 ( $g=4.7$  – Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό  $t=500$ )

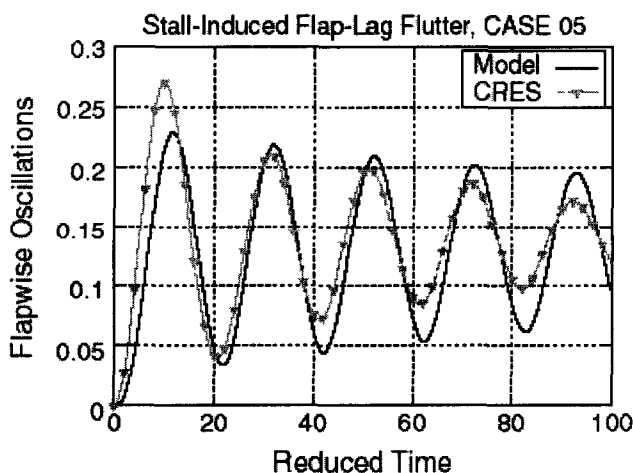


**Σχήμα 6.111 Βρόγχος συντελεστή  $C_m$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 3 ( $g=4.7$  – Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό  $t=25$ )**

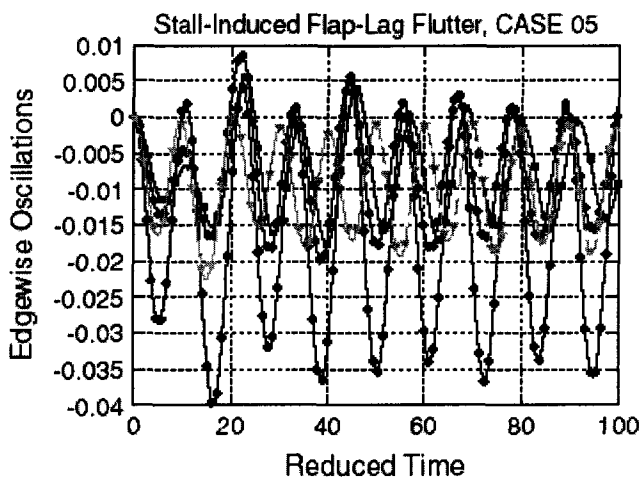
Η παρουσίαση συνεχίζεται με την περίπτωση ελέγχου 5 για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης. Η περίπτωση αυτή αναμένεται να είναι ευσταθής τόσο σύμφωνα με την ανάλυση της εργασίας [14] όσο και σύμφωνα με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με τα μοντέλα της εργασίας [17]. Στα σχήματα που ακολουθούν ανατυπώνονται τα γραφήματα με τις μετατοπίσεις στη flap και την edge κατεύθυνση που υπολογίστηκαν από τα μοντέλα της εργασίας [17]. Στο Σχήμα 6.112 ανατυπώνονται τα αποτελέσματα που αφορούν τη κίνηση στην κατεύθυνση flap για την περίπτωση ελέγχου 5 όπως αυτά υπολογίστηκαν από τους DTU-RISOE-VUB και CRES ενώ στο Σχήμα 6.113 δίνονται τα ίδια αποτελέσματα έτσι όπως αυτά υπολογίστηκαν από το CRES με και χωρίς χρήση υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Στα Σχήματα 6.114 και 6.115 δίνεται η μετατόπιση κατά την edge κατεύθυνση υπολογισμένη με αντίστοιχους τρόπους ανατυπωμένη από την εργασία [17].



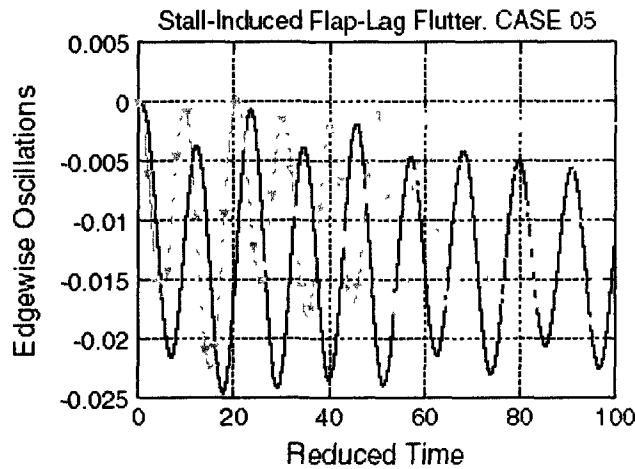
Σχήμα 6.112 Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 5, (DTU-RISOE-VUB-CRES)<sup>[17]</sup>



Σχήμα 6.113 Μετατόπιση κατά τη flap κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 5, (CRES-Model)<sup>[17]</sup>



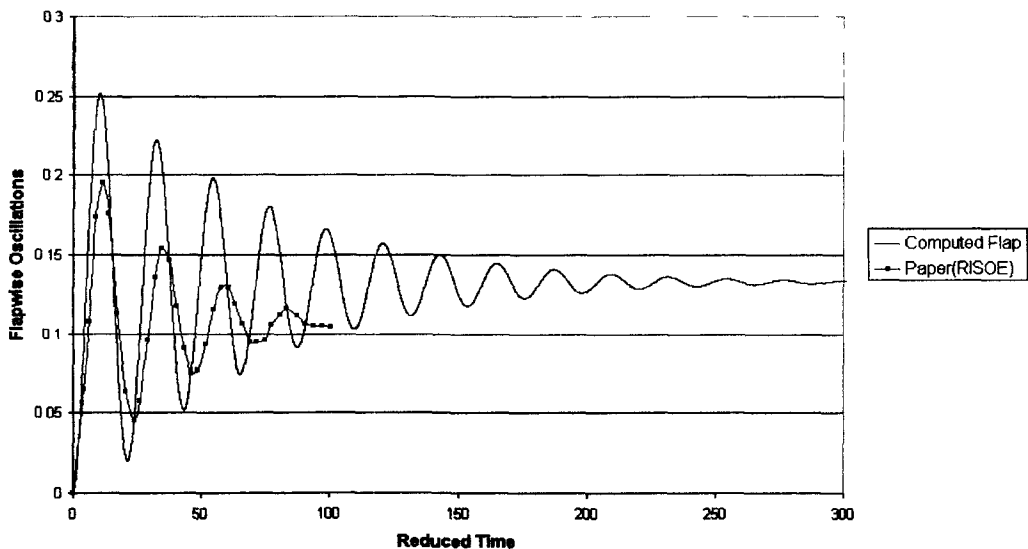
Σχήμα 6.114 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 5, (DTU-RISOE-VUB-CRES)<sup>[17]</sup>



**Σχήμα 6.115 Μετατόπιση κατά τη edge κατεύθυνση, για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης, περίπτωση 5, (CRES-Model)<sup>[17]</sup>**

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι υπολογισμοί με τη μέθοδο Indirect Newmark, με χρονικό βήμα  $dt=0.05$ , με σχήμα διακριτοποίησης TVD  $g=4.7$  και με αρχικό πεδίο που προήλθε από μόνιμη προσομοίωση ροής για χρόνο  $t=500$ . Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.116 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση flap ενώ στο Σχήμα 6.117 δίνεται η μετατόπιση της αεροτομής κατά την κατεύθυνση edge.

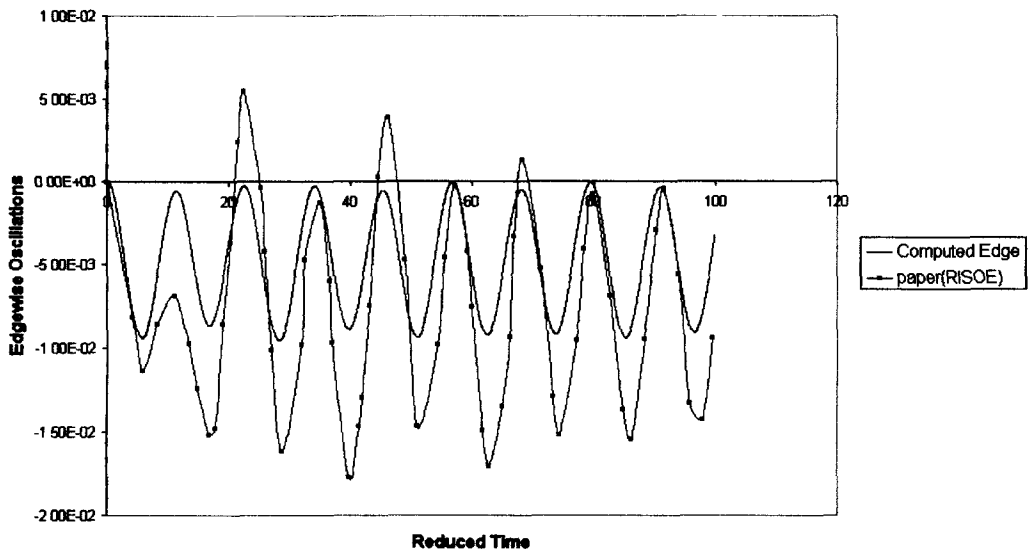
**Stall Flutter - CASE 05 - Indirect Newmark -  $g=4.7$  - Initial field ( $t=500$ )**



**Σχήμα 6.116 Ταλαντώσεις κατά τη flap κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 5 ( $dt=0.05$  –  $g=4.7$  – Indirect Newmark – αρχικό  $t=500$ )**

Η κίνηση edge προβλέπεται ευσταθής και με εύρος ταλαντώσεων πολύ κοντά σε αυτό που προβλέπεται από το RISOE

Stall flutter - CASE05 - Indirect Newmark -  $g=4.7$  - Initial field( $t=500$ )

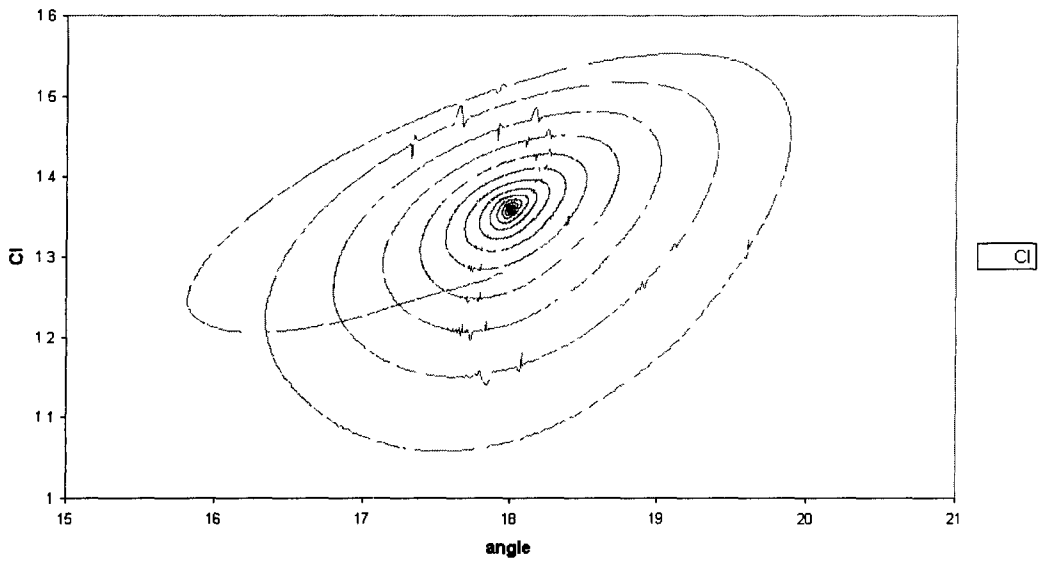


**Σχήμα 6.117 Ταλαντώσεις κατά τη edge κατεύθυνση για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση 5 ( $dt=0.05$  –  $g=4.7$  – Indirect Newmark – αρχικό  $t=500$ )**

Εδώ εμφανίζεται και πάλι διαφορά στο προβλεπόμενο εύρος ταλαντώσεων, καθώς και στο μέγεθος της προβλεπόμενης αεροδυναμικής απόσβεσης, αλλά η τάση μείωσης αυτού είναι σαφής και συνεπώς είναι δυνατό τόσο η συγκεκριμένη κίνηση όσο και γενικά η περίπτωση 5 να χαρακτηριστεί ευσταθής όπως αναμενότανε.

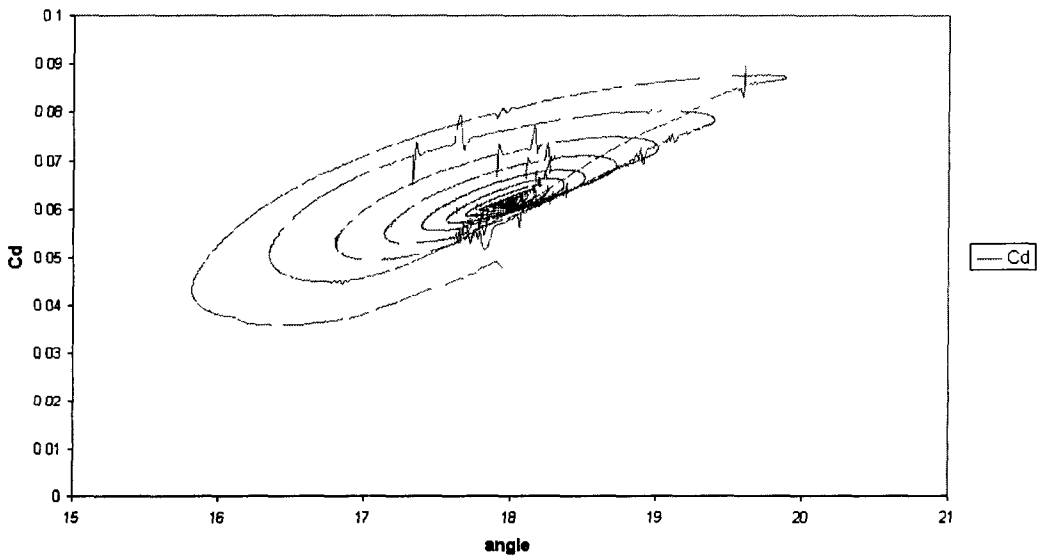
Στα Σχήματα 6.118-6.120 δίνονται οι βρόγχοι των αεροδυναμικών συντελεστών για την περίπτωση 5 υπολογισμένη με τον τρόπο που αναλύθηκε μέχρι τώρα. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.118 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$ . Στο Σχήμα 6.119 δίνεται ο βρόγχος του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Τέλος στο Σχήμα 6.120 δίνεται ο βρόγχος μεταβολής του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$ .

Stall Flutter - CASE05 - Indirect Newmark - g=4.7 - Initial field(t=500)

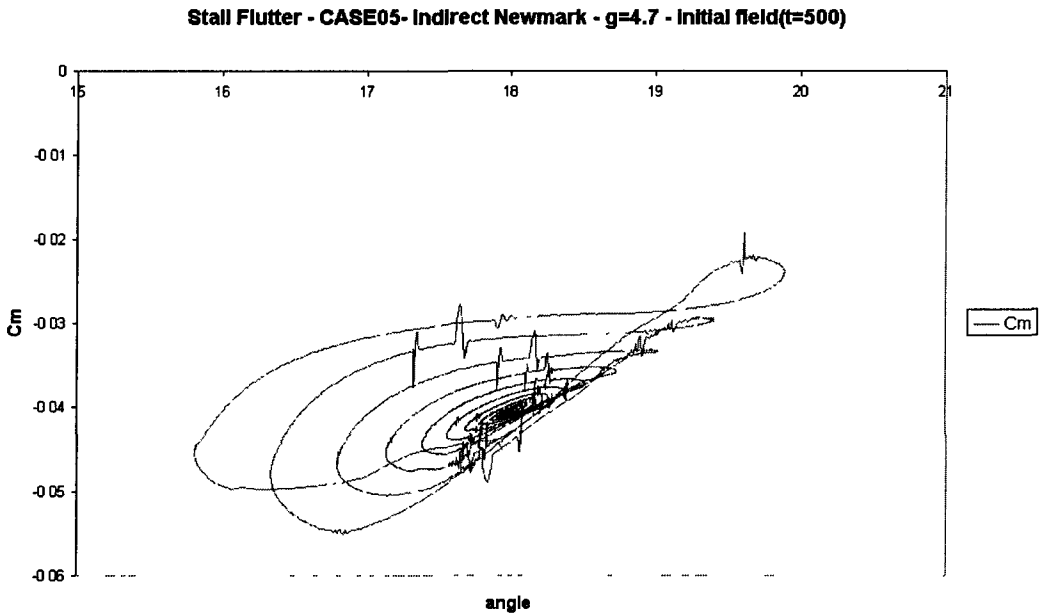


Σχήμα 6.118 Βρόγχος συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7$  – Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό  $\tau=500$ )

Stall Flutter - CASE05 - Indirect Newmark - g=4.7 - Initial filed(t=500)



Σχήμα 6.119 Βρόγχος συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7$  – Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό  $\tau=500$ )



**Σχήμα 6.120 Βρόγχος συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$  για πτερυγισμό με απώλεια στήριξης – περίπτωση ελέγχου 5 ( $g=4.7$  – Indirect Newmark –  $dt=0.05$  – αρχικό  $t=500$ )**

### **6.5 Παραμετρική μελέτη κλασσικού πτερυγισμού**

Το κεφάλαιο των αποτελεσμάτων κλείνει με την παρουσίαση μιας παραμετρικής μελέτης για την περίπτωση του κλασσικού πτερυγισμού. Για την παραμετρική μελέτη επιλέχθηκε να προσομοιωθεί η συμπεριφορά των αεροτομών σε τρεις διαφορετικές ακτίνες ενός πτερυγίου  $A/\Gamma$  το οποίο περιστρέφεται με σταθερή ταχύτητα  $\Omega$ . Η προσομοίωση αυτή γίνεται μέσω μεταβολής της αδιαστατοποιημένης συχνότητας  $\kappa$ :

$$\kappa = \frac{\Omega c}{\bar{V}} \quad (6.24)$$

όπου,  $\Omega$  η ταχύτητα περιστροφής του πτερυγίου,  $c$  η χορδή της αεροτομής, και  $\bar{V}$  η σχετική ταχύτητα εισόδου του αέρα, η οποία σύμφωνα με την παράγραφο 4.3.5.1 και εάν αγνοηθούν οι συνεισφορές των σχετικών ταλαντώσεων της αεροτομής δίνεται:

$$\bar{V} = \sqrt{(\Omega R)^2 + U^2} \quad (6.25)$$

όπου,  $R$  η ακτίνα στην οποία βρίσκεται η αεροτομή, και  $U$  η έπ' άπειρο ταχύτητα.

Αν η χορδή  $c$  θεωρηθεί σταθερή κατά μήκος του πτερυγίου τότε η αδιαστατοποιημένη συχνότητα  $\kappa$  θα μειώνεται καθώς η ακτίνα  $R$  θα αυξάνει. Επιπλέον αν η χορδή θεωρηθεί σταθερή τότε οι υπόλοιπες αδιαστατοποιημένες χαρακτηριστικές ποσότητες μπορεί να θεωρηθεί ότι παραμένουν σταθερές.



Επιλέγοντας  $R_f=0.04$ ,  $\overline{\omega}_u = 4$ ,  $\overline{\omega}_a = 7$  και αναλύοντας την αεροελαστική ευστάθεια με τον τρόπο που παρουσιάστηκε στην 6.4.1.1 προκύπτει η τιμή της παράστασης  $B^2-4AC$  η οποία δίνεται στο Σχήμα 6.131 και η οποία όταν γίνεται αρνητική υποδηλώνει αστάθεια.



**Σχήμα 6.121 Πρόσημο χαρακτηριστικού πολυωνύμου  $B^2-4AC$**

Με βάση το παραπάνω διάγραμμα κατασκευάζεται ο Πίνακας 6.13 παραμετρικής μελέτης που αφορά την αεροτομή NACA0015, κείμενη σε ρεύμα αέρα υπό γωνία πρόσπτωσης  $6^\circ$ , με  $Re=2 \times 10^6$ . Οι αρχικές συνθήκες λαμβάνονται  $u_o=u_o'=u_o''=\alpha_o=\alpha_o''=0$  και  $\alpha_o=6^\circ$ .

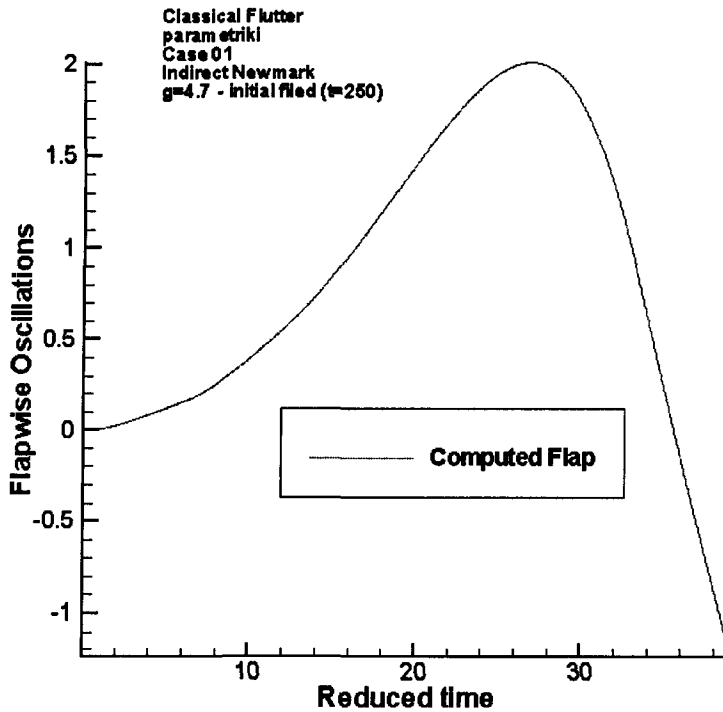
**Πίνακας 6.13 Παραμετρική μελέτη**

	$\kappa$	$R_f$	$\overline{\omega}_u$	$\overline{\omega}_a$	Αναμενόμενη συμπεριφορά
Περίπτωση 1	0.03	0.04	4	7	Ασταθής
Περίπτωση 2	0.05	0.04	4	7	Ασταθής
Περίπτωση 3	0.1	0.04	4	7	Ευσταθής
Περίπτωση 4	0.12	0.04	4	7	Ευσταθής

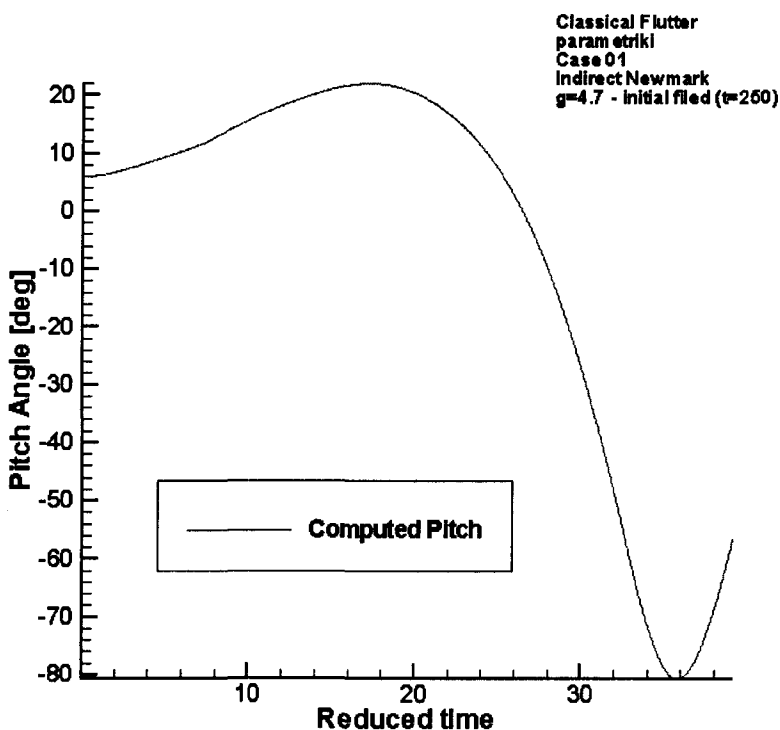
Από τον πίνακα προκύπτει ότι όσο μεγαλώνει η ακτίνα στην οποία βρίσκεται η αεροτομή τόσο αυξάνει η αστάθεια.

Όλες οι προσομοιώσεις έγιναν με το μοντέλο τύρβης  $k-\omega$  High Re με συναρτήσεις τοίχου, με το ίδιο πλέγμα που έχει περιγραφεί στην παράγραφο 6.4.1. Χρησιμοποιήθηκε η Indirect μέθοδος Newmark, χρονικό βήμα  $dt=0.05$ , σχήμα διακριτοποίησης TVD  $g=4.7$  για τις ταχύτητες και αρχικό πεδίο που προήλθε από προσομοίωση ροής γύρω από την αεροτομή για χρόνο  $t=250$ . Στο Σχήμα 6.122

δίνεται η μετατόπιση κατά κατεύθυνση flap της αεροτομής για την περίπτωση 1, από όπου προκύπτει ευσταθής, ενώ στο Σχήμα 6.123 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση pitch.



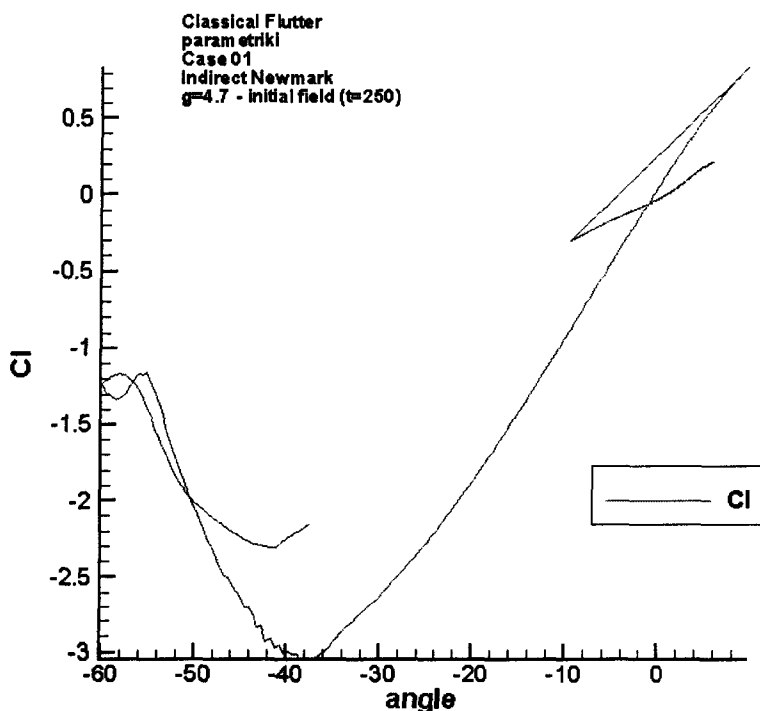
Σχήμα 6.122 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση flap – περίπτωση 1



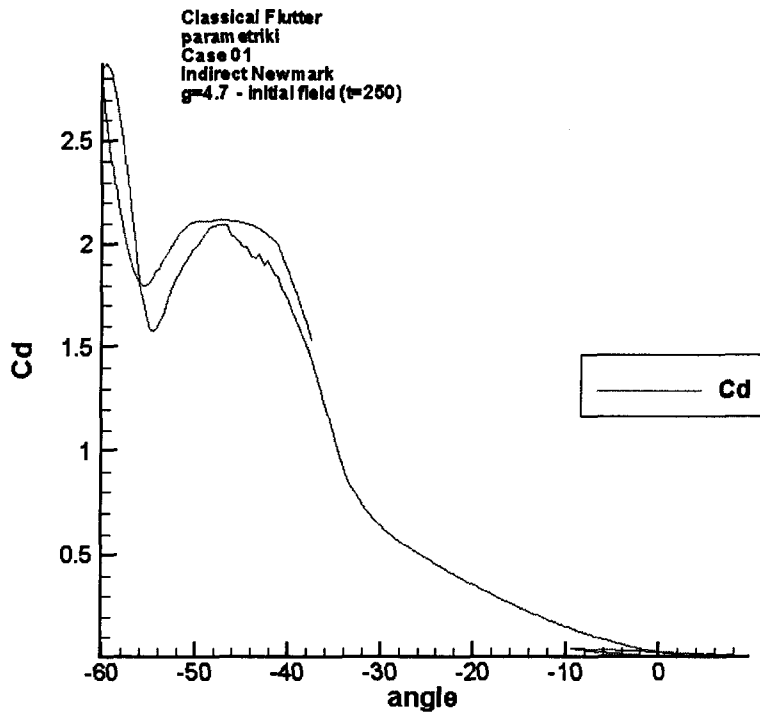
Σχήμα 6.123 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση pitch – περίπτωση 1

Επίσης από το Σχήμα 6.123 η κίνηση στην κατεύθυνση pitch προκύπτει ασταθής. Συνεπώς η περίπτωση 1 μπορεί να θεωρηθεί ασταθής όπως προβλεπότανε και από την ανάλυση.

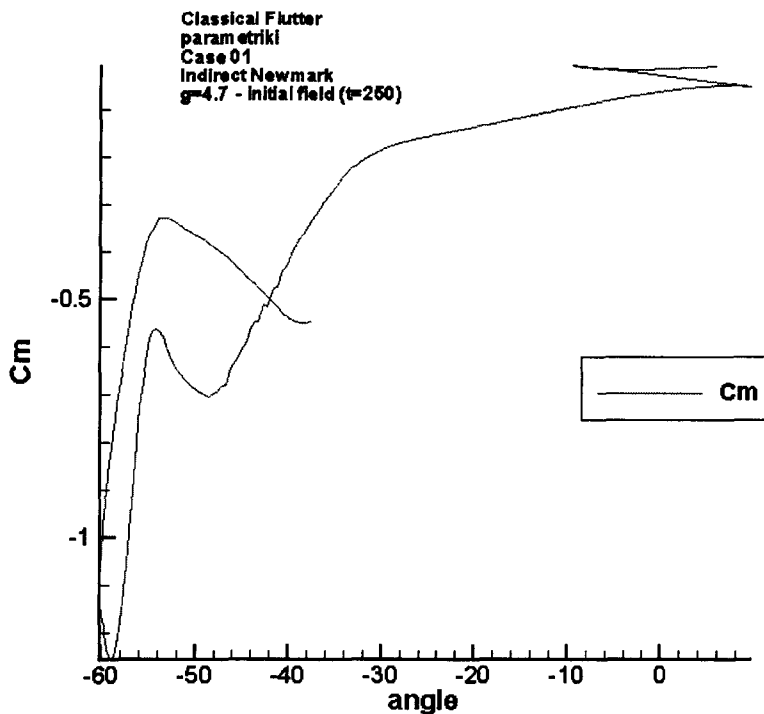
Στα Σχήματα 6.124-6.126 δίνονται οι μεταβολές των αεροδυναμικών συντελεστών ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης για την περίπτωση 1. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.124 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης. Στο Σχήμα 6.125 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης. Τέλος στο Σχήμα 6.126 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης.



Σχήμα 6.124 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  – περίπτωση 1



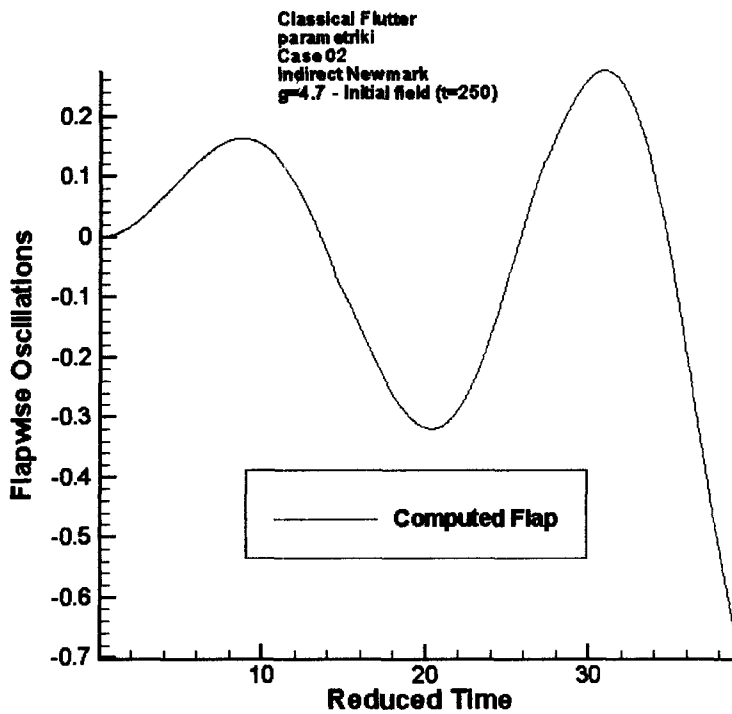
Σχήμα 6.125 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  – περίπτωση 1



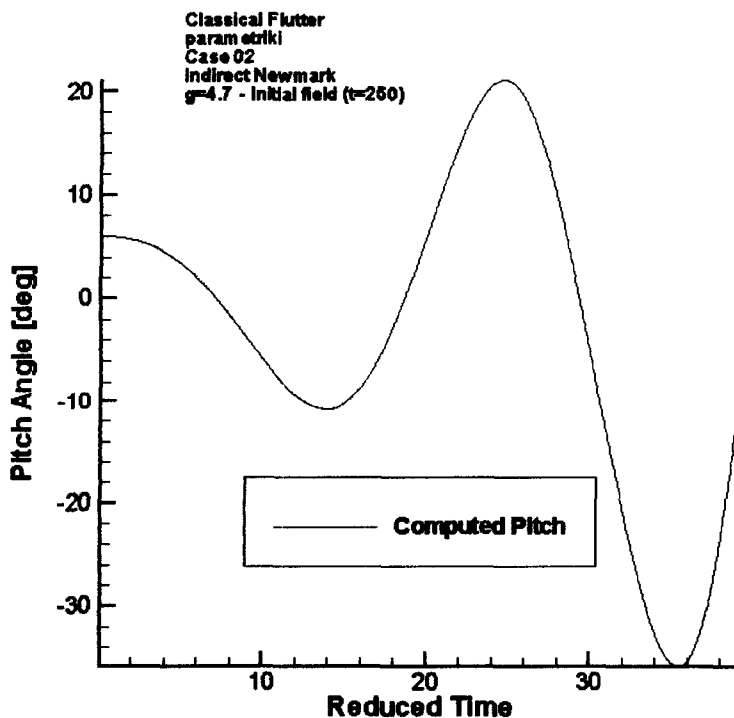
Σχήμα 6.126 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_M$  – περίπτωση 1

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για την περίπτωση 2 η οποία αναμένεται επίσης ασταθής. Στο Σχήμα 6.127 δίνεται η μετατόπιση κατά κατεύθυνση flap της αεροτομής για την περίπτωση 2. Ενώ στο

Σχήμα 6.138 δίνεται η μετατόπιση κατά την κατεύθυνση pitch για την ίδια περίπτωση.



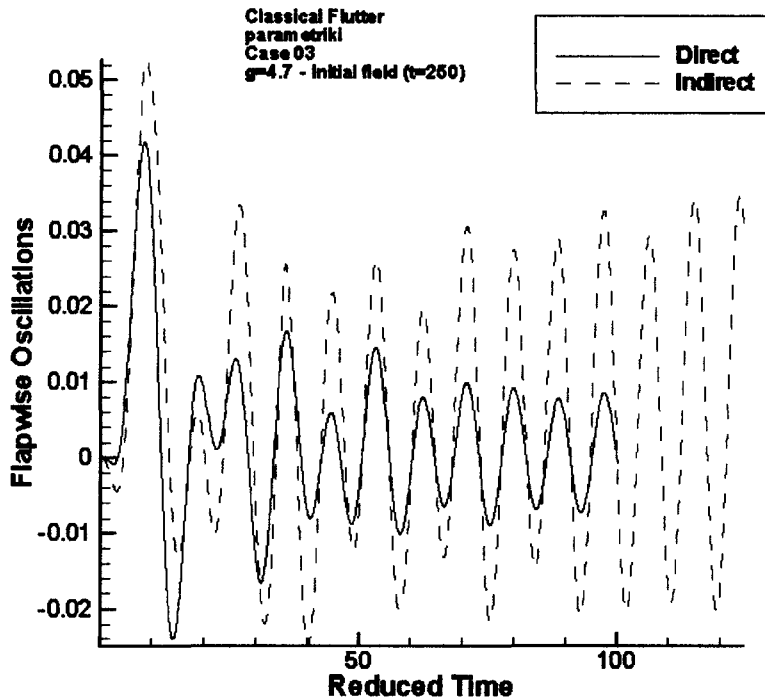
Σχήμα 6.127 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση flap – περίπτωση 2



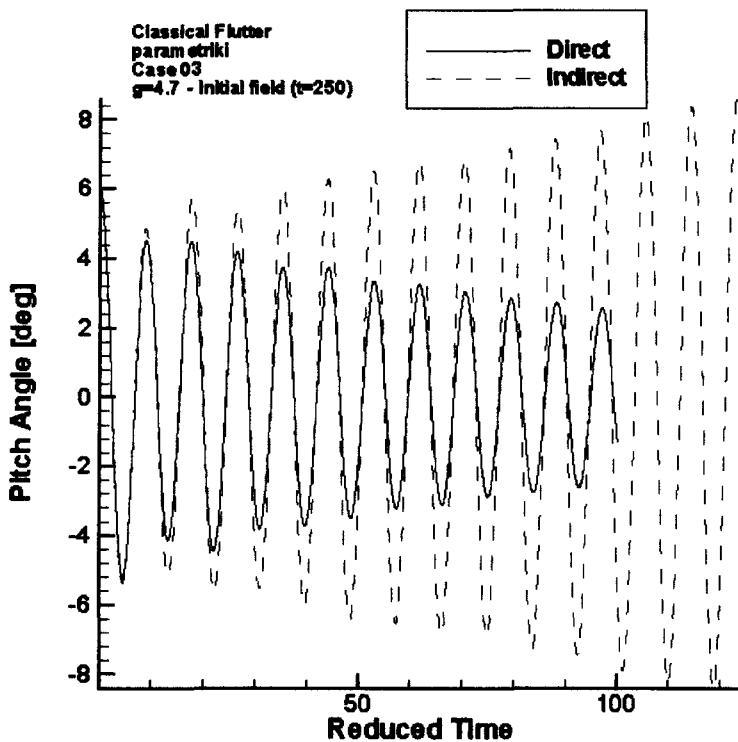
Σχήμα 6.128 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση pitch – περίπτωση 2

Και οι δύο κινήσεις προκύπτουν ασταθείς, άρα η κίνηση είναι δυνατόν να χαρακτηριστεί ασταθής όπως προβλεπότανε και από τη γραμμικοποιημένη ανάλυση.

Στη συνέχεια εξετάζεται η περίπτωση 3 η οποία αναμένεται ευσταθής. Η περίπτωση αυτή προσομοιώθηκε και με Direct και με Indirect μέθοδο Newmark. Στο Σχήμα 6.129 δίνεται η μετατόπιση στην κατεύθυνση flap της αεροτομής ενώ στο Σχήμα 6.130 δίνεται η μετατόπιση στην κατεύθυνση pitch.



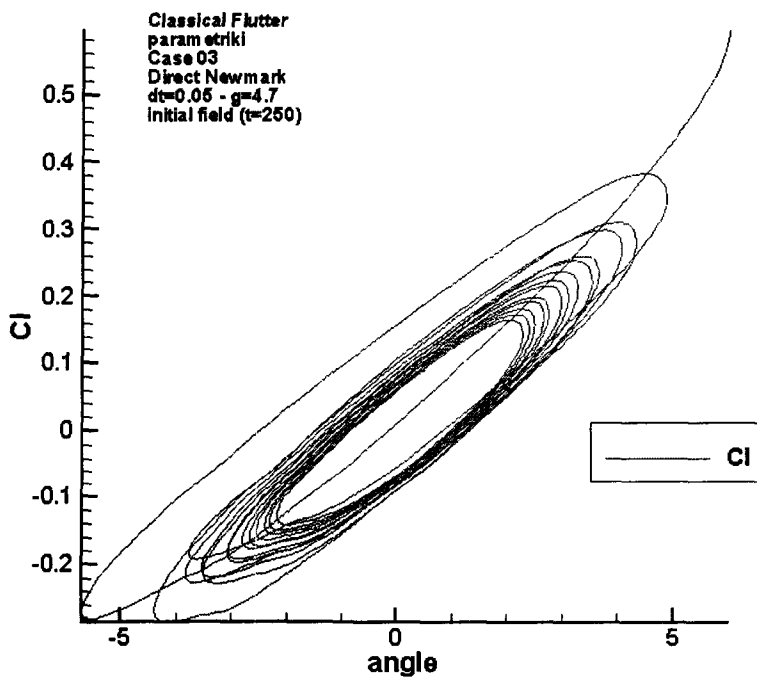
Σχήμα 6.129 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση flap – περίπτωση 3



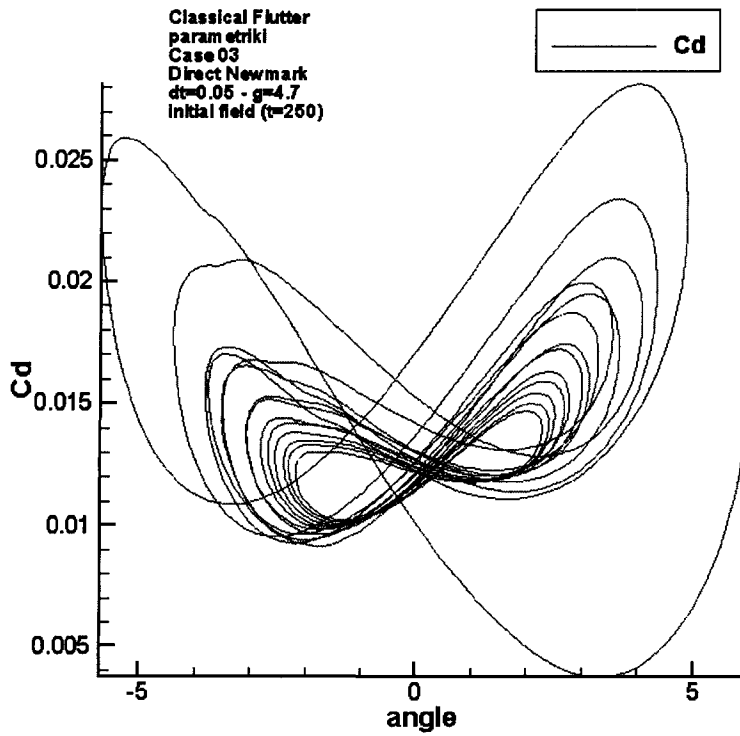
Σχήμα 6.130 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση pitch – περίπτωση 3

Και οι δύο κινήσεις προβλέπονται με τη Direct μέθοδο ευσταθείς, όπως αναμενότανε, ενώ με την Indirect μέθοδο ασταθείς. Και εδώ εμφανίζεται για ακόμα μια φορά η υποτίμηση της αεροδυναμικής απόσβεσης από την Indirect μέθοδο. Είναι όμως η πρώτη φορά που η υποτίμηση αυτή οδηγεί σε αλλαγή χαρακτηρισμού της κίνησης η οποία προφανώς βρίσκεται στο όριο ανάμεσα στις δύο καταστάσεις.

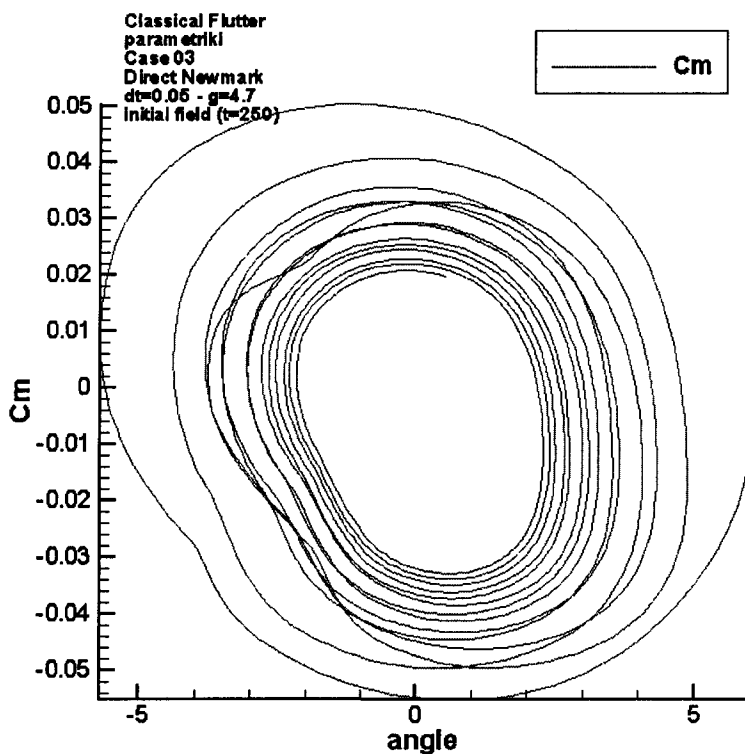
Στα Σχήματα 6.131-6.133 δίνονται οι μεταβολές των αεροδυναμικών συντελεστών ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης για την περίπτωση 3 υπολογισμένα με τη Direct μέθοδο ενώ στα Σχήματα 6.134-6.136 δίνονται οι ίδιοι συντελεστές υπολογισμένοι με την Indirect μέθοδο. Συγκεκριμένα στα Σχήματα 6.131 και 6.134 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης. Στα Σχήματα 6.132 και 6.135 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης. Τέλος στα Σχήματα 6.133 και 6.136 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_m$  ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης.



**Σχήμα 6.131** Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  – περίπτωση 3 – Direct Newmark

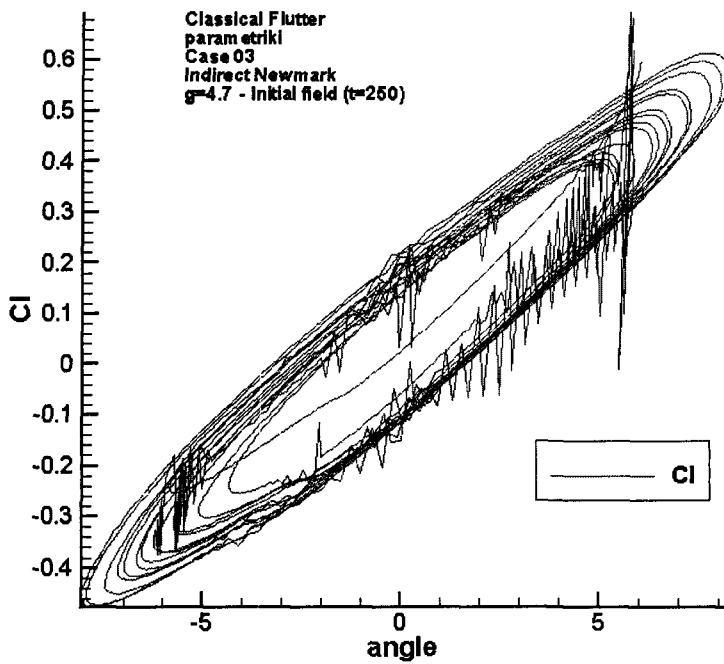


Σχήμα 6.132 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  – περίπτωση 3 – Direct Newmark

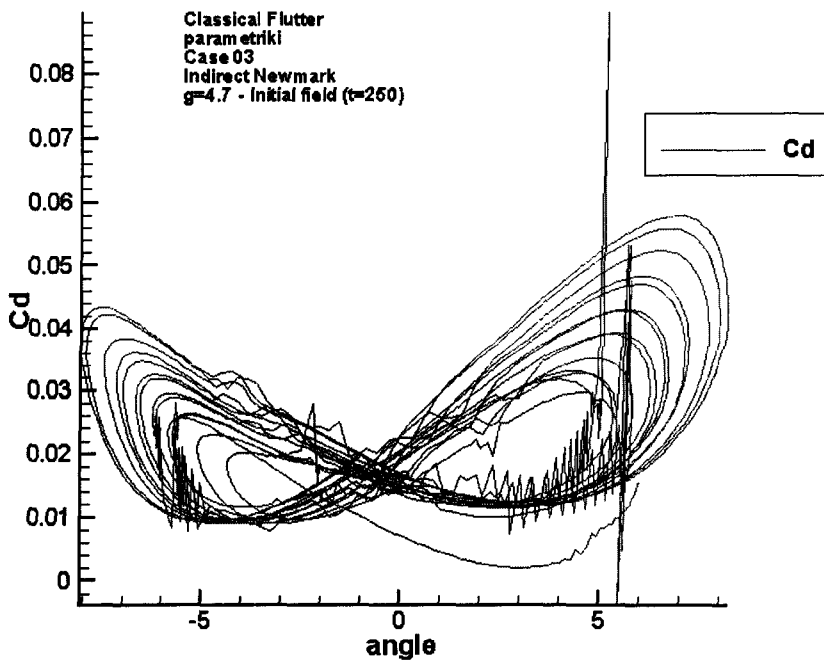


Σχήμα 6.133 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_M$  – περίπτωση 3 – Direct Newmark

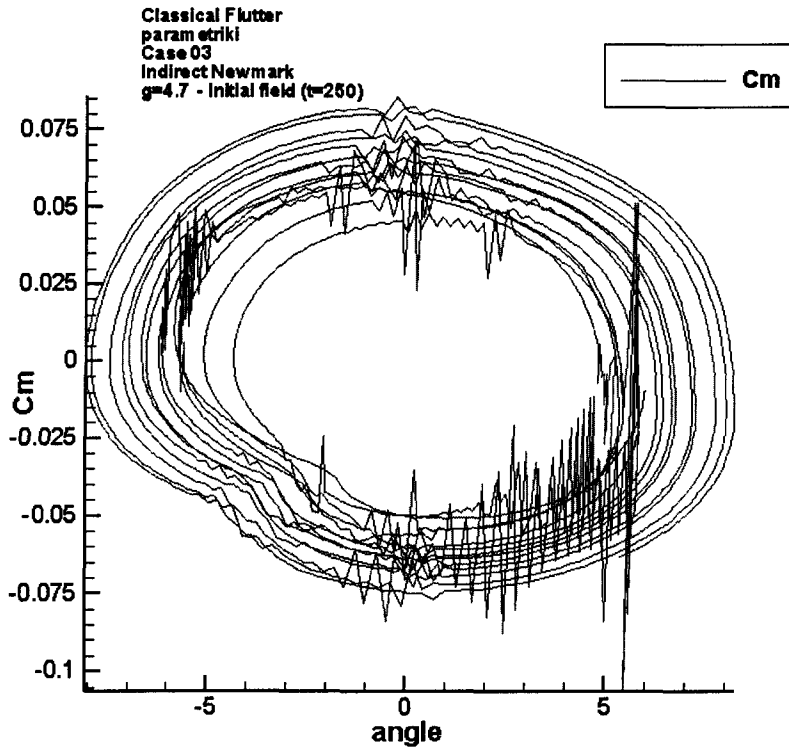




Σχήμα 6.134 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  – περίπτωση 3 – Indirect Newmark



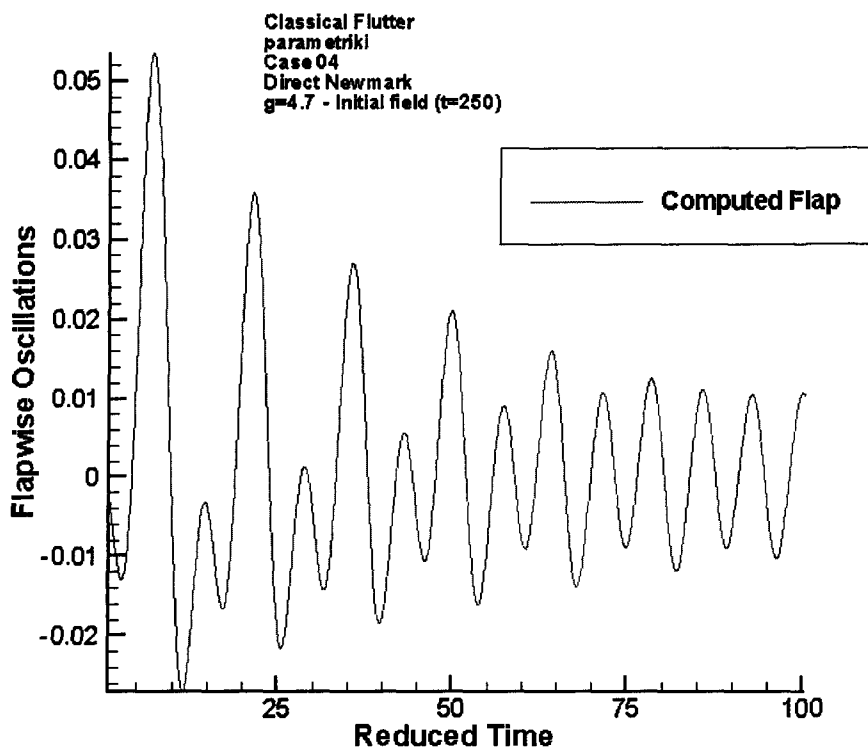
Σχήμα 6.135 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  – περίπτωση 3 – Indirect Newmark



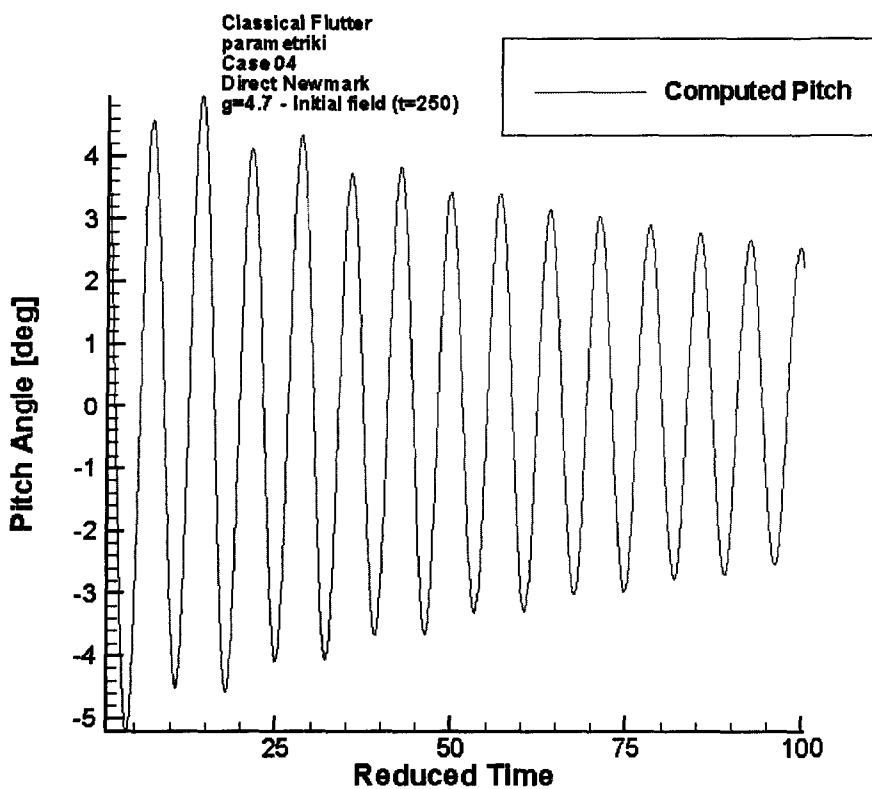
**Σχήμα 6.136 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_M$  – περίπτωση 3 – Indirect Newmark**

Χαρακτηριστικό και πάλι της Indirect Newmark είναι οι έντονες αιχμές που παρουσιάζονται και οι οποίες πιθανόν να εισάγουν αριθμητικό σφάλμα.

Τέλος παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της περίπτωσης 4 της παραμετρικής μελέτης η οποία επίσης αναμένεται ευσταθής. Όπως και οι άλλες περιπτώσεις η προσομοίωση έχει γίνει με τη Direct μέθοδο, χρησιμοποιώντας σχήμα διακριτοποίησης TVD 4.7 για τις ταχύτητες και ανάντη για τα χαρακτηριστικά της τύρβης  $k$  και  $\omega$ . Το χρονικό βήμα είναι και πάλι  $dt=0.05$  ενώ ως αρχική συνθήκη χρησιμοποιήθηκε το αποτέλεσμα της προσομοίωσης της ροής για σταθερή γωνία πρόσπτωσης  $18^\circ$  για αδιάστατο χρόνο  $\tau=250$ . Στο Σχήμα 6.137 δίνεται η μετατόπιση στην κατεύθυνση flap ενώ στο Σχήμα 6.138 δίνεται η μετατόπιση στην κατεύθυνση pitch.

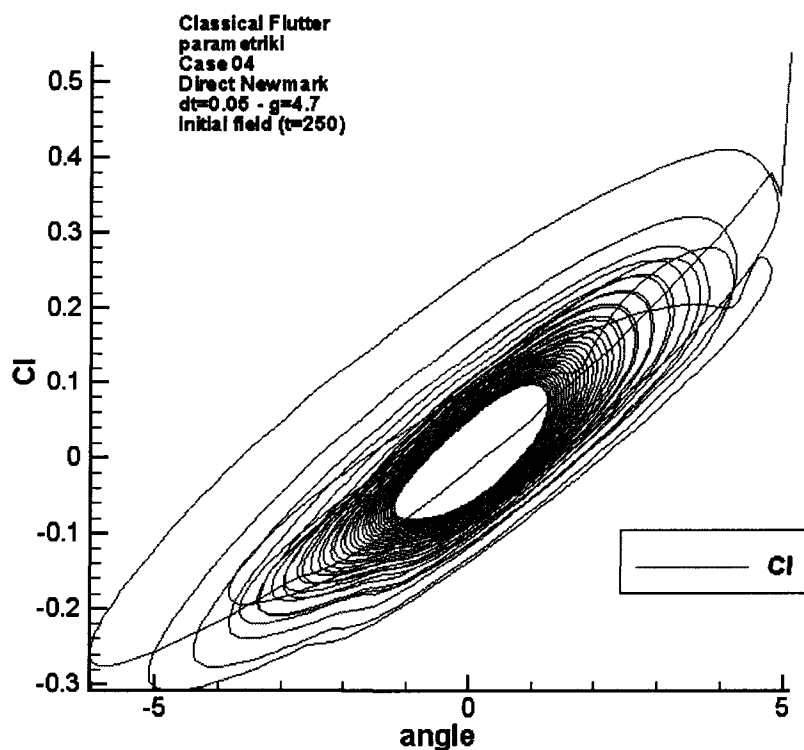


Σχήμα 6.137 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση flap – περίπτωση 4

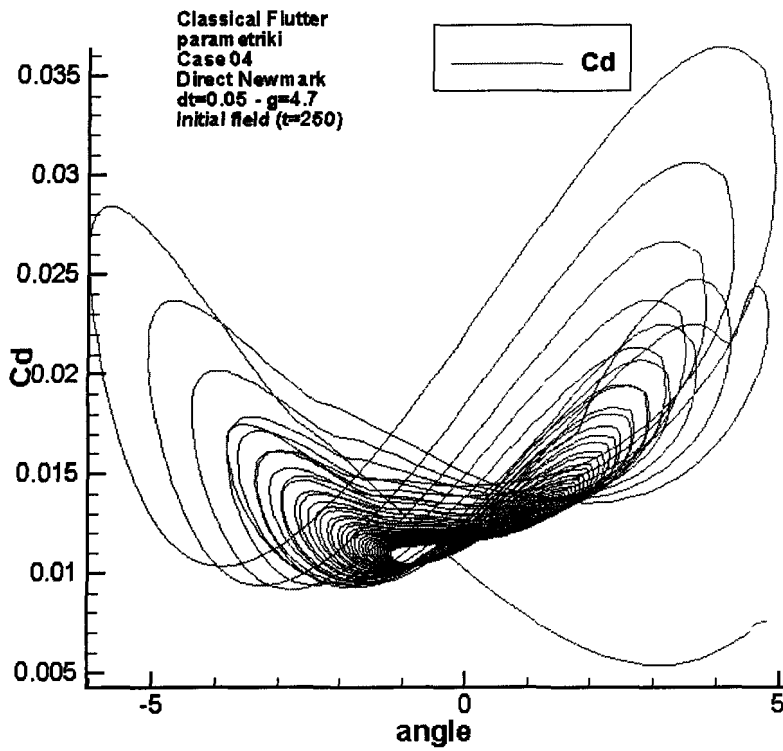


Σχήμα 6.138 Ταλαντώσεις στην κατεύθυνση pitch – περίπτωση 4

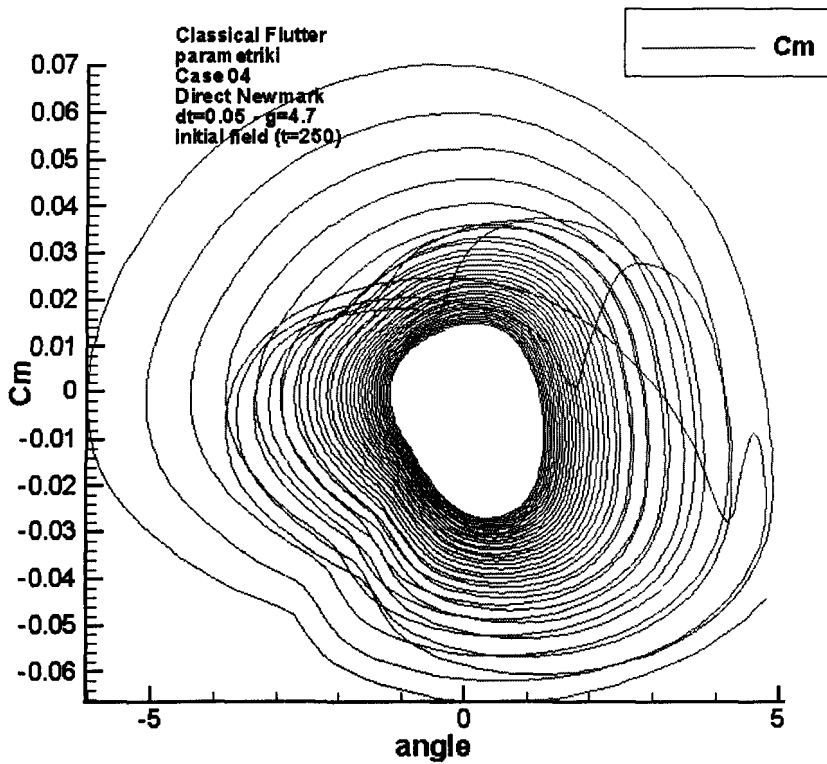
Στα Σχήματα 6.139-6.141 δίνονται οι μεταβολές των αεροδυναμικών συντελεστών ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης για την περίπτωση 1. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 6.139 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης. Στο Σχήμα 6.140 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης. Τέλος στο Σχήμα 6.141 δίνεται η μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής ως προς την ενεργό γωνία πρόσπτωσης.



Σχήμα 6.139 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης  $C_L$  – περίπτωση 4



Σχήμα 6.140 Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$  – περίπτωση 4



Σχήμα 6.141 Μεταβολή του συντελεστή αεροδυναμικής ροπής  $C_M$  – περίπτωση 4



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ**

Στο παρόν κεφάλαιο συνοψίζονται τα συμπεράσματα τα οποία εξάγονται από την παρούσα έρευνα και γίνονται προτάσεις που αφορούν τόσο στη βελτίωση του αεροελαστικού κώδικα ως υπολογιστικού εργαλείου αλλά και στη μελλοντική έρευνα στο χώρο της αεροελαστικότητας.

### **7.1 Συμπεράσματα**

Τα συμπεράσματα διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: α) συμπεράσματα που αφορούν στην ικανότητα του αριθμητικού μοντέλου να προσομοιώσει με ακρίβεια κάποια είδη ροών, και β) συμπεράσματα σχετικά με τη φυσική του πτερυγισμού με και χωρίς εμφάνιση αποκόλλησης ροής.

#### **7.1.1 Αριθμητικό μοντέλο**

##### **7.1.1.1 Προσομοίωσης μόνιμης ροής**

Προκειμένου να ελεγχθεί η απόδοση των σχημάτων διακριτοποίησης και των μοντέλων τύρβης έγιναν μια σειρά προσομοιώσεων μόνιμης ροής από τις οποίες εξήχθησαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

##### **Σχήματα διακριτοποίησης**

- Η σύγκλιση του αριθμητικού μοντέλου εξαρτάται από το σχήμα διακριτοποίησης που χρησιμοποιείται για τα χαρακτηριστικά της τύρβης  $k$  και  $\epsilon$  ή  $\omega$ . Τα σχήματα μεγαλύτερης τάξης παρουσιάζουν χειρότερα χαρακτηριστικά σύγκλισης, διότι είναι πιο επιρρεπή σε εμφάνιση αριθμητικής διάχυσης.
- Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων εξαρτάται από το σχήμα διακριτοποίησης που χρησιμοποιείται για τις ταχύτητες, κυρίως και δευτερευόντως για το μοντέλο τύρβης. Τα καλύτερα αποτελέσματα λαμβάνονται με τη χρήση των σχημάτων 2<sup>ης</sup> τάξης ακρίβειας κεντρικής διαφοράς, TVD Roe-Sewby ανάντη με limiter Chakravarthy and Osher και TVD Harten-Yee ανάντη με τον limiter (v). Αμέσως επόμενα καλύτερα σχήματα διακριτοποίησης, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της παρούσης εργασίας, φαίνεται να είναι το 3<sup>ης</sup> τάξης ακρίβειας σχήμα QUICK μαζί με τα υπόλοιπα TVD σχήματα Roe-Sewby ανάντη και Harten-Yee ανάντη με εξαίρεση το σχήμα Harten-Yee με τον limiter (ii). Τέλος, τα χειρότερα σχήματα διακριτοποίησης από απόψεως

ακρίβειας είναι τα TVD σχήματα 2<sup>ης</sup> τάξης Harten-Yee με τον limiter(ii), όλα τα TVD σχήματα Davis-Yee συμμετρικά και τα 1<sup>ης</sup> τάξης σχήματα ανάντη και υβριδικό ανάντη.

- Από απόψεως χρόνου σύγκλισης, το σχήμα που απαιτεί τον μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων είναι το σχήμα QUICK, ακολουθούμενο από το σχήμα κεντρικής διαφοράς και τα TVD σχήματα που δίνουν τα πιο ακριβή αποτελέσματα. Τα υπόλοιπα σχήματα έπονται με σειρά αντίστροφη αυτής με την οποία έχουν καταταχθεί με βάση την ακρίβεια των αποτελεσμάτων τους.
- Δεδομένου ότι το σχήμα κεντρικής διαφοράς είναι επιρρεπές την εμφάνιση ταλαντωτικής συμπεριφοράς θεωρείται ακατάλληλο για προσομοίωση ροής με αποκόλληση.

### Μοντέλα τύρβης

- Μέχρι την εμφάνιση αποκόλλησης ροής, όλα τα εξεταζόμενα μοντέλα τύρβης δίνουν αποτελέσματα παρόμοιας ακρίβειας. Τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούν συναρτήσεις τοίχου έχουν λιγότερες απαιτήσεις σε ότι αφορά το μέγεθος και την πύκνωση του υπολογιστικού πλέγματος και συνεπώς χρειάζονται λιγότερες επαναλήψεις για να συγκλίνουν αλλά και λιγότερο υπολογιστικό χρόνο ανά επανάληψη.
- Από τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούν συναρτήσεις τοίχου, το k-ε δίνει καλύτερη εκτίμηση του συντελεστή οπισθέλκουσας (στις μικρές γωνίες προσβολής) ενώ το k-ω δίνει ελαφρώς καλύτερη εκτίμηση του συντελεστή αεροδυναμικής άνωσης και μεταξύ των δύο είναι αυτό που προβλέπει καλύτερα την αποκόλληση της ροής.
- Για προσομοίωση ροής με εμφάνιση αποκόλλησης, τα μοντέλα που χρησιμοποιούν συναρτήσεις τοίχου θεωρούνται και αποδεικνύονται ακατάλληλα δεδομένου ότι δεν επιλύουν τη ροή κοντά στο στερεό όριο. Στις περιοχές αυτές προκρίνεται η χρήση μοντέλων τύρβης που ολοκληρώνουν μέχρι το στερεό όριο. Τα μοντέλα αυτά είναι σε θέση να προβλέψουν αποκόλληση σε μικρότερη γωνία πρόσπτωσης. Όμως και αυτά τα μοντέλα αδυνατούν να προσομοιώσουν τη ροή σωστά μέσα στην αποκολλημένη περιοχή δεδομένου ότι εκεί δεν υπάρχει ισορροπία ανάμεσα στην παραγωγή και τη σκέδαση της τύρβης (βασική παραδοχή των μοντέλων τύρβης που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία).



- Από τα διαθέσιμα στον κώδικα (έτσι όπως διαμορφώθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής) μοντέλα τύρβης, το μοντέλο k- $\omega$  High Reynolds θεωρείται το πλέον κατάλληλο για την προσομοίωση ροής σε υψηλές γωνίες πρόσπτωσης δεδομένου ότι δίνει παρόμοια αποτελέσματα με το μοντέλο k- $\omega$  Low Re χρησιμοποιώντας το ίδιο πλέγμα αλλά συγκλίνει ταχύτερα.
- Τέλος ακόμα και σε μικρές γωνίες πρόσπτωσης παρατηρείται διαφωνία ανάμεσα στα πειραματικά και τα υπολογιστικά αποτελέσματα. Η διαφωνία αυτή εστιάζεται κυρίως στην υπερτίμηση του συντελεστή οπισθέλκουσας. Αυτό, στις μικρές γωνίες πρόσπτωσης οφείλεται στο γεγονός ότι δε χρησιμοποιείται μοντέλο μετάβασης και η ροή θεωρείται τυρβώδης σε όλη την επιφάνεια της αεροτομής.

### 7.1.1.2 Προσομοίωση μη μόνιμης ροής

- Στην προσομοίωση μη-μόνιμης ροής αποφασιστικό ρόλο παίζει η διαμόρφωση του αρχικού πεδίου ροής από το οποίο ξεκινάει η επίλυση. Ανάλογα με τον αριθμό Reynolds θα πρέπει να προηγείται προσομοίωση χωρίς μεταβολή της θέσης της αεροτομής για αρκετό χρονικό διάστημα ώστε να έχει αποκατασταθεί το οριακό στρώμα γύρω από την αεροτομή και οι τιμές των αεροδυναμικών συντελεστών να έχουν προσεγγίσει αυτές της μόνιμης κατάστασης.
- Ιδιαίτερες δυσκολίες παρουσιάζει η μελέτη ροής στην περίπτωση που εμφανίζεται περιοδική αποβολή δινών. Σε αυτή την περίπτωση, η συχνότητα αποβολής δινών αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την επιλογή του μεγέθους του χρονικού βήματος. Επιπλέον θα πρέπει να αναμένεται μεγαλύτερος χρόνος προσομοίωσης ακίνητης αεροτομής προκειμένου να αποκατασταθεί πλέον όχι μια μόνιμη αλλά μια περιοδική κατάσταση.

### 7.1.1.3 Προσομοίωση κλασσικού πτερυγισμού

- Για την προσομοίωση του κλασσικού πτερυγισμού επιλέχθηκε το μοντέλο τύρβης k- $\omega$  High Re με συναρτήσεις τοίχου. Ως σχήμα διακριτοποίησης των ταχυτήτων χρησιμοποιήθηκε το TVD Harten-Yee ανάντη με τον limiter ( $\nu$ ) για τις ταχύτητες και η απλή ανάντη παρεμβολή για τα χαρακτηριστικά της τύρβης k και  $\omega$ .

- Τα αποτελέσματα εξαρτώνται από το είδος σύζευξης ανάμεσα στα δύο μοντέλα και την ακρίβεια με την οποία προσεγγίζονται τα φορτία σε κάθε χρονικό βήμα. Η μέθοδος Indirect Newmark δείχνει να υποτιμά την αεροδυναμική απόσβεση εν αντιθέσει με τη Direct Newmark που δείχνει να την υπερτιμά. Ο αριθμός όμως των διατιθέμενων αποτελεσμάτων είναι μικρός και καθιστά επισφαλές το συμπέρασμα αυτό το οποίο χρήζει περαιτέρω διερεύνησης.
- Η λειτουργία του αεροελαστικού μοντέλου θεωρείται επιτυχής αφού τα αποτελέσματα που περιγράφονται στο Κεφάλαιο 6 συμφωνούν τόσο με τα αναμενόμενα από γραμμικοποιημένες αναλύσεις όσο και με τα αποτελέσματα άλλων ερευνητών.

#### **7.1.1.4 Προσομοίωση πτερυγισμού με απώλεια στήριξης**

- Για την προσομοίωση πτερυγισμού με απώλεια στήριξης επιλέχθηκε το μοντέλο τύρβης  $k-\omega$  High Re με ολοκλήρωση μέχρι το στερεό όριο. Ως σχήμα διακριτοποίησης των ταχυτήτων χρησιμοποιήθηκε το TVD Harten-Yee ανάντη με τον limiter (v), για τις ταχύτητες και τον limiter (iv) για τα χαρακτηριστικά της τύρβης  $k$  και  $\omega$ .
- Δεδομένου ότι τα αποτελέσματα συμφωνούν με τους αναμενόμενους χαρακτηρισμούς των περιπτώσεων, ο κώδικας κρίνεται ικανός να προσομοιώσει πτερυγισμό με απώλεια στήριξης.

### **7.1.2 Φυσική του πτερυγισμού**

#### **7.1.2.1 Κλασσικός πτερυγισμός**

- Τόσο στον πίνακα ελέγχου του κλασσικού πτερυγισμού όσο και στην παραμετρική μελέτη, εξετάζονται οι επιδράσεις που έχουν στην ευστάθεια της αεροτομής τρεις παράγοντες : α) η μείωση της αδιαστατοποιημένης συχνότητας περιστροφής, β) η αύξηση του κλάσματος μάζας, και γ) η μείωση της αδιαστατοποιημένης ιδιοσυχνότητας.
- Η μείωση της αδιαστατοποιημένης συχνότητας μπορεί να αντιστοιχεί σε αύξηση της ταχύτητας του προσπίπτοντος ανέμου, αύξηση της ακτίνας του πτερυγίου ή μείωση της ταχύτητας περιστροφής. Τα δύο πρώτα είναι χαρακτηριστικές σύγχρονες κατασκευαστικές τάσεις των Α/Γ. Από τη θεωρία αναμένεται η μείωση της αδιαστατοποιημένης συχνότητας περιστροφής να

οδηγήσει σε αστάθεια, κάτι που επιβεβαιώνεται και από τις προσομοιώσεις του πίνακα ελέγχου αλλά και από τις προσομοιώσεις της παραμετρικής μελέτης.

- Η αύξηση του κλάσματος μάζας, η οποία αναμένεται να οδηγήσει σε αστάθεια, αντιστοιχεί σε μείωση της μάζας του πτερυγίου. Κάτι τέτοιο δεν επιβεβαιώνεται από τις προσομοιώσεις του πίνακα ελέγχου και συγκεκριμένα από την περίπτωση 2 αφού προφανώς η μείωση δεν ήταν αρκετή για να οδηγήσει σε αστάθεια.
- Τέλος, η αύξηση της αδιαστατοποιημένης ιδιοσυχνότητας, η οποία αντιστοιχεί σε αύξηση της δυσκαμψίας, η οποία αναμενόταν να οδηγήσει την αεροτομή από αστάθεια σε ευστάθεια επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων των περιπτώσεων 3, 4 και 5 του πίνακα ελέγχου.

### **7.1.2.2 Πτερυγισμός με απώλεια στήριξης**

- Στη παρούσα διατριβή εξετάστηκαν οι περιπτώσεις του πίνακα ελέγχου στις οποίες μεταβάλλεται και πάλι η αδιαστατοποιημένη συχνότητα περιστροφής και το κλάσμα μάζας που αναμένεται να έχουν την ίδια επίδραση με τον κλασσικό πτερυγισμό. Ωστόσο δεδομένου ότι πηγή της αστάθειας σε αυτή την περίπτωση είναι η απώλεια στήριξης, η μεταβολή αυτών των μεγεθών δε διαφοροποιεί σημαντικά τη μορφή των ταλαντώσεων μέχρι του σημείου εμφάνισης αποκόλλησης της ροής. Η πρόβλεψη αποκόλλησης της ροής είναι θέμα κυρίως μοντελοποίησης της τύρβης.

## **7.2 Προτάσεις**

### **7.2.1 Βελτίωση αριθμητικού κώδικα**

Σε ότι αφορά τη βελτίωση του αριθμητικού μοντέλου, οι προτάσεις αφορούν κυρίως:

- Την εισαγωγή μοντέλου μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή ώστε να είναι δυνατόν να υπολογιστούν με μεγαλύτερη ακρίβεια οι αεροδυναμικοί συντελεστές ακόμα και στις μικρές γωνίες πρόσπτωσης.
- Την εισαγωγή του μοντέλου τύρβης k- $\omega$  SST το οποίο μοντελοποιεί τη μεταφορά του όρου διατμητικής τάσης Reynolds, δεν κάνει την παραδοχή της ισορροπίας στην παραγωγή και σκέδαση της τύρβης και θεωρείται, από

πολλούς ερευνητές, το πλέον κατάλληλο για τον υπολογισμό ροής μέσα σε περιοχή αποκόλλησης.

## 7.2.2 Μελέτη πτερυγισμού

Η μελέτη του πτερυγισμού, με το μοντέλο που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, μόλις ξεκίνησε. Καταρχήν θα πρέπει να γίνουν μελέτες σχετικά με το μέγεθος του χρονικού βήματος έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η ανεξαρτησία χρονικού πλέγματος και σε ότι αφορά τη Newmark μέθοδο. Δευτερευόντως μπορεί να γίνει εφαρμογή και των τριών μεθόδων Newmark που προτείνονται στην παρούσα σε όλες τις περιπτώσεις των πινάκων ελέγχου έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η γενικότητα των συμπερασμάτων. Στη συνέχεια μπορούν να γίνουν μια σειρά προσομοιώσεων που να διερευνούν τα όρια ευστάθειας που προκύπτουν από μεταβολή των χαρακτηριστικών που αναφέρθηκαν στις παραγράφους 7.1.2.1 και 7.1.2.2 για μια σειρά αεροτομών σε διάφορες γωνίες πρόσπτωσης τόσο σε κλασσικό όσο και σε πτερυγισμό με απώλειες στήριξης. Έτσι είναι δυνατόν να προκύψουν ενδείξεις για τη συμπεριφορά ενός ολόκληρου πτερυγίου σε συγκεκριμένες συνθήκες φόρτισης (με την προσέγγιση 'λωρίδας'). Επίσης μπορούν να μελετηθούν ταυτόχρονα και οι τρεις βαθμοί ελευθερίας. Έτσι όπως είναι κατασκευασμένο το αριθμητικό μοντέλο είναι σε θέση να πραγματοποιήσει όλες αυτές τις μελέτες.

Σε επόμενη φάση, και χωρίς να είναι απαραίτητη η εισαγωγή κινούμενου πλέγματος ή το πέρασμα σε τρισδιάστο μοντέλο, είναι δυνατόν να υπολογιστεί ένα ολόκληρο πτερύγιο, η προσομοίωση της ελαστικής συμπεριφοράς του οποίου να γίνει με χρήση πεπερασμένων στοιχείων.

Η παρούσα εργασία φιλοδοξεί να αποτελέσει ένα κρίκο σε μια προσπάθεια μελέτης φαινομένων αεροελαστικότητας σε ανεμογεννήτριες με χρήση αριθμητικών μοντέλων η οποία έχει αρχίσει τα τελευταία χρόνια και να ενταχθεί σε μια γενικότερη προσπάθεια μελέτης αλληλεπίδρασης μεταξύ στερεού και ρευστού που ως πρόβλημα απασχολεί μεγάλο τμήμα της ερευνητικής κοινότητας.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1. ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ NAVIER STOKES

Οι εξισώσεις Navier-Stokes θα διακριτοποιηθούν σε αδιαστατοποιημένη μορφή. Στις παραγράφους που ακολουθούν θα δοθούν οι αδιαστατοποιήσεις των εξισώσεων Navier-Stokes οι οποίες περιγράφουν ασυμπίεστη, τυρβώδη ροή καθώς και των εξισώσεων του k-ε μοντέλο τύρβης

### Π.1.1 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης συνέχειας

$$\operatorname{div}(\vec{u}) = 0 \quad (\text{Π.1.1})$$

$U_0$  : ταχύτητα αναφοράς

$L$  : μήκος αναφοράς

$\vec{u}^*$  : αδιαστατοποιημένη ταχύτητα

$\operatorname{div}^*$  : αδιαστατοποιημένη κλίση διανυσματικού μεγέθους

$$\vec{u}^* = \frac{\vec{u}}{U_0} \quad (\text{Π.1.2})$$

$$\operatorname{div}^* = L \operatorname{div} \quad (\text{Π.1.3})$$

Με βάση τους ορισμούς των εξισώσεων (Π.1.2) και (Π.1.3) η εξίσωση (Π.1.1) παίρνει τη μορφή

$$\frac{\operatorname{div}^*(U_0 \vec{u}^*)}{L} = 0 \Rightarrow \frac{U_0}{L} \operatorname{div}^*(\vec{u}^*) = 0 \Rightarrow \operatorname{div}^*(\vec{u}^*) = 0 \quad (\text{Π.1.4})$$

δεδομένου ότι τα  $U_0, L$  είναι σταθερές και διάφορα του μηδενός

### Π.1.2 Αδιαστατοποίηση την τυρβώδους κινητικής ενέργειας (k)

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2}) \quad (\text{Π.1.5})$$

$$u^{**} = \frac{u'}{U_0} \quad (\text{Π.1.6})$$

$$v^{**} = \frac{v'}{U_0} \quad (\text{Π.1.7})$$

$$k = \frac{1}{2}(\overline{(u^{**}U_0)^2} + \overline{(v^{**}U_0)^2}) = \frac{1}{2}U_0^2(\overline{u^{**2}} + \overline{v^{**2}}) = U_0 k^* \Rightarrow$$

$$k^* = \frac{k}{U_0^2} \quad (\text{Π.1.8})$$

Όπου,

$u^{**}$  : αδιαστατοποιημένη ταχύτητα  $u'$

$v^{**}$  : αδιαστατοποιημένη ταχύτητα  $v'$

$$k^* = \frac{1}{2} (\overline{u^{**2}} + \overline{v^{**2}}) : \text{αδιαστατοποιημένη τυρβώδης κινητική ενέργεια } k \quad (\text{Π.1.9})$$

### Π.1.3 Αδιαστατοποίηση του ρυθμού σκέδασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας $\varepsilon$

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l} \quad (\text{Π.1.10})$$

όπου,

$l$  : το χαρακτηριστικό μήκος (large eddy scale)

$$l^* = \frac{l}{L} \quad (\text{Π.1.11})$$

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l} = \frac{k^{*3/2} (U_0^2)^{3/2}}{l^* L} = \frac{k^{*3/2} U_0^3}{l^* L} = \varepsilon^* \frac{U_0^3}{L} \Rightarrow$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{U_0^3 / L} \quad (\text{Π.1.12})$$

Όπου,

$l^*$  : το αδιαστατοποιημένο χαρακτηριστικό μήκος

$$\varepsilon^* = \frac{k^{*3/2}}{l^*} : \text{ο αδιαστατοποιημένος ρυθμός dissipation} \quad (\text{Π.1.13})$$

### Π.1.4 Αδιαστατοποίηση τυρβώδους κινηματικού ιξώδους

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = C_\mu \frac{k^{*2} U_0^4 L}{\varepsilon^* U_0^3} = \nu_t^* U_0 L \quad (\text{Π.1.14})$$

Όπου,

$$\nu_t^* = C_\mu \frac{k^{*2}}{\varepsilon^*} : \text{το αδιαστατοποιημένο τυρβώδες κινηματικό ιξώδες} \quad (\text{Π.1.15})$$

### Π.1.5 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης της ορμής

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla u \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + (\nu + \nu_t) \nabla^2 \vec{v} \quad (\text{Π.1.16})$$

Με αστερίσκο συμβολίζονται οι αδιαστατοποιημένες ποσότητες

$$\vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{U_0} \quad (\text{Π.1.17})$$

$$u^* = \frac{u}{U_0} \quad (\text{II.1.18})$$

$$\nabla^* = \nabla L \quad (\text{II.1.19})$$

$$\nabla^{*2} = \nabla^2 L^2 \quad (\text{II.1.20})$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (\text{II.1.21})$$

$$P^* = \frac{P}{\rho_0 U_0^2} \quad (\text{II.1.22})$$

$$t^* = \frac{t U_0}{L} \quad (\text{II.1.23})$$

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (\text{II.1.24})$$

$$y^* = \frac{y}{L} \quad (\text{II.1.25})$$

$$\frac{\partial(\vec{v}^* U_0)}{\partial(\frac{t^* L}{U_0})} + \frac{1}{L} \nabla^*(u U_0 \vec{v}^* U_0) = -\frac{1}{\rho^* \rho_0} \frac{1}{L} \nabla^*(P^* \rho_0 U_0^2) + (\nu + \nu_t) \frac{1}{L^2} \nabla^{*2} (\vec{v}^* U_0) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \vec{v}^* U_0^2}{\partial t^* L} + \nabla^*(u^* \vec{v}^*) \frac{U_0^2}{L} = -\frac{1}{\rho^*} \nabla^* P^* \frac{U_0^2}{L} + (\nu + \nu_t) \frac{U_0}{L^2} \nabla^{*2} \vec{v}^* \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + \nabla^*(u^* \vec{v}^*) = -\frac{1}{\rho^*} \nabla^* P^* + (\nu + \nu_t) \frac{U_0}{L^2} \frac{1}{U_0^2} \nabla^{*2} \vec{v}^* \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + \nabla^*(u^* \vec{v}^*) = -\frac{1}{\rho^*} \nabla^* P^* + \frac{\nu + \nu_t}{U_0 L} \nabla^{*2} \vec{v}^* \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + \nabla^*(u^* \vec{v}^*) = -\frac{1}{\rho^*} \nabla^* P^* + \left(\frac{1}{\text{Re}} + \frac{\nu_t^* U_0 L}{U_0 L}\right) \nabla^{*2} \vec{v}^* \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + \nabla^*(u^* \vec{v}^*) = -\frac{1}{\rho^*} \nabla^* P^* + \left(\frac{1}{\text{Re}} + \nu_t^*\right) \nabla^{*2} \vec{v}^* \quad (\text{II.1.26})$$

### II.1.6 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \text{div}(k \vec{v}) = \text{div}\left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right) \text{grad}(k)\right) + 2\nu_t E_y E_y - \varepsilon \quad (\text{II.1.27})$$

$$E_y E_y = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial u^* U_0}{\partial x^* L}\right)^2 + \left(\frac{\partial u^* U_0}{\partial y^* L} + \frac{\partial v^* U_0}{\partial x^* L}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^* U_0}{\partial y^* L}\right)^2 =$$

$$\frac{U_0^2}{L^2} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} + \frac{\partial v^*}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial y}\right)^2 = \frac{U_0^2}{L^2} E_y^* E_y^* \quad (\text{Π.1.28})$$

όπου,

$$E_y^* E_y^* = \left(\frac{\partial u^*}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} + \frac{\partial v^*}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial y}\right)^2 \quad (\text{Π.1.29})$$

$$\frac{\partial(k^* U_0^2)}{\partial\left(\frac{t^* L}{U_0}\right)} + \frac{1}{L} \nabla^* (k^* U_0^2 \vec{v}^* U_0) = \left(\nu + \frac{\nu_t^* U_0 L}{\sigma_k}\right) \frac{1}{L^2} \nabla^{*2} (k^* U_0^2)$$

$$+ 2\nu_t^* U_0 L E_y^* E_y^* \frac{U_0^2}{L^2} - \varepsilon^* \frac{U_0^3}{L} \Rightarrow$$

$$\frac{U_0^3}{L} \frac{\partial k^*}{\partial t^*} + \frac{U_0^3}{L} \nabla^* (k^* \vec{v}^*) = \left(\nu + \frac{\nu_t^* U_0 L}{\sigma_k}\right) \frac{U_0^2}{L^2} \nabla^{*2} k^* + 2\nu_t^* E_y^* E_y^* \frac{U_0^3}{L} - \varepsilon^* \frac{U_0^3}{L} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial k^*}{\partial t^*} + \nabla^* (k^* \vec{v}^*) = \left(\nu + \frac{\nu_t^* U_0 L}{\sigma_k}\right) \frac{U_0^2}{L^2} \frac{1}{U_0^3} \nabla^{*2} k^* + 2\nu_t^* E_y^* E_y^* - \varepsilon^* \Rightarrow$$

$$\frac{\partial k^*}{\partial t^*} + \nabla^* (k^* \vec{v}^*) = \left(\frac{\nu + \frac{\nu_t^* U_0 L}{\sigma_k}}{U_0 L}\right) \nabla^{*2} k^* + 2\nu_t^* E_y^* E_y^* - \varepsilon^* \Rightarrow$$

$$\frac{\partial k^*}{\partial t^*} + \nabla^* (k^* \vec{v}^*) = \left(\frac{1}{\text{Re}} + \nu_t^*\right) \nabla^{*2} k^* + 2\nu_t^* E_y^* E_y^* - \varepsilon^* \quad (\text{Π.1.30})$$

### Π.1.7 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης του ρυθμού σκέδασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon \vec{v}) = \text{div}\left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right) \text{grad}(\varepsilon)\right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\nu_t E_y E_y - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial(\varepsilon^* \frac{U_0^3}{L})}{\partial\left(\frac{t^* L}{U_0}\right)} + \frac{1}{L} \nabla^* (\varepsilon^* \frac{U_0^3}{L} \vec{v}^* U_0) = \left(\nu + \frac{\nu_t^* U_0 L}{\sigma_\varepsilon}\right) \frac{1}{L^2} \nabla^{*2} (\varepsilon^* \frac{U_0^3}{L})$$

$$+ C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^* U_0^3}{L k^* U_0^2} 2\nu_t^* U_0 L \frac{U_0^2}{L^2} E_y^* E_y^* - C_{2\varepsilon} \varepsilon^* \frac{U_0^6}{L^2 U_0^2} \Rightarrow$$

$$\frac{U_0^4}{L^2} \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t^*} + \frac{U_0^4}{L^2} \nabla^* (\varepsilon^* \vec{v}^*) = \left(\nu + \frac{\nu_t^* U_0 L}{\sigma_\varepsilon}\right) \frac{U_0^3}{L^3} \nabla^{*2} (\varepsilon^*)$$



$$\begin{aligned}
& + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^*}{k^*} 2v_i^* E_{ij}^* E_{ij}^* \frac{U_0^4}{L^2} - C_{2\varepsilon} \varepsilon^{*2} \frac{U_0^4}{L^2} \Rightarrow \\
\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t^*} + \nabla^* (\varepsilon^* \vec{v}^*) & = \left( \nu + \frac{v_i^* U_0 L}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{U_0^3 L^2}{L^3 U_0^4} \nabla^{*2} (\varepsilon^*) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^*}{k^*} 2v_i^* E_{ij}^* E_{ij}^* - C_{2\varepsilon} \varepsilon^{*2} \Rightarrow \\
\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t^*} + \nabla^* (\varepsilon^* \vec{v}^*) & = \frac{\nu + v_i^* \frac{U_0 L}{\sigma_\varepsilon}}{U_0 L} \nabla^{*2} (\varepsilon^*) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^*}{k^*} 2v_i^* E_{ij}^* E_{ij}^* - C_{2\varepsilon} \varepsilon^{*2} \Rightarrow \\
\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t^*} + \nabla^* (\varepsilon^* \vec{v}^*) & = \left( \frac{1}{\text{Re}} + v_i^* \right) \nabla^{*2} (\varepsilon^*) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^*}{k^*} 2v_i^* E_{ij}^* E_{ij}^* - C_{2\varepsilon} \varepsilon^{*2} \quad (\text{II.1.31})
\end{aligned}$$



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2. ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

### Π.2.1 Υπολογισμός της κινητικής ενέργειας

Η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_A \left[ \left( \frac{dr_x}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dr_y}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dr_z}{dt} \right)^2 \right] \rho dA \quad (\text{Π.2.1})$$

Με βάση το διάνυσμα θέσης που έχει υπολογιστεί προκύπτει:

$$\frac{dr_x}{dt} = -\dot{u} - \dot{\alpha} \zeta \quad (\text{Π.2.2})$$

Με dot συμβολίζεται η παραγωγή ως προς χρόνο

$$\frac{dr_y}{dt} = -R\dot{\theta} \sin \theta + \dot{w} \sin \theta + w\dot{\theta} \cos \theta - \dot{\alpha} \xi \sin \theta - \alpha \dot{\xi} \dot{\theta} \cos \theta + \zeta \dot{\theta} \cos \theta \quad (\text{Π.2.3})$$

$$\frac{dr_z}{dt} = R\dot{\theta} \cos \theta - \dot{w} \cos \theta + w\dot{\theta} \sin \theta + \dot{\alpha} \xi \cos \theta - \alpha \dot{\xi} \dot{\theta} \sin \theta + \zeta \dot{\theta} \sin \theta \quad (\text{Π.2.4})$$

και υψώνοντάς τα στο τετράγωνο

$$\left( \frac{dr_x}{dt} \right)^2 = \dot{u}^2 + \dot{\alpha}^2 \zeta^2 + 2\dot{u} \dot{\alpha} \zeta \quad (\text{Π.2.5})$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{dr_y}{dt} \right)^2 &= R^2 \dot{\theta}^2 (\sin \theta)^2 + \dot{w}^2 (\sin \theta)^2 + w^2 \dot{\theta}^2 (\cos \theta)^2 + \dot{\alpha}^2 \xi^2 (\sin \theta)^2 + \\ &\alpha^2 \xi^2 \dot{\theta}^2 (\cos \theta)^2 + \zeta^2 \dot{\theta}^2 (\cos \theta)^2 - 2R \dot{w} \dot{\theta} (\sin \theta)^2 - 2Rw \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta + \\ &2R \dot{\alpha} \dot{\alpha} \xi (\sin \theta)^2 + 2R \dot{\theta}^2 \alpha \xi \sin \theta \cos \theta - 2R \dot{\theta}^2 \zeta \sin \theta \cos \theta + 2 \dot{w} w \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta \\ &- 2 \dot{w} \dot{\alpha} \xi (\sin \theta)^2 - 2 \dot{w} \alpha \xi \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta + 2 \dot{w} \zeta \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta - 2w \dot{\theta} \dot{\alpha} \xi \cos \theta \sin \theta \\ &- 2w \dot{\theta}^2 \alpha \xi (\cos \theta)^2 + 2w \dot{\theta}^2 \zeta (\cos \theta)^2 + 2 \dot{\alpha} \xi^2 \alpha \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta - 2 \dot{\alpha} \xi \zeta \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta \\ &- 2 \alpha \xi \dot{\theta}^2 \zeta (\cos \theta)^2 \end{aligned} \quad (\text{Π.2.6})$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dr_z}{dt}\right)^2 &= R^2 \dot{\theta}^2 (\cos \theta)^2 + \dot{w}^2 (\cos \theta)^2 + w^2 \dot{\theta}^2 (\sin \theta)^2 + \dot{\alpha}^2 \xi^2 (\cos \theta)^2 + \\
&\alpha^2 \xi^2 \dot{\theta}^2 (\sin \theta)^2 + \zeta^2 \dot{\theta}^2 (\sin \theta)^2 - 2R \dot{w} \dot{\theta} (\cos \theta)^2 + 2R w \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta + \\
&2R \dot{\theta} \dot{\alpha} \xi (\cos \theta)^2 - 2R \dot{\theta}^2 \alpha \xi \sin \theta \cos \theta + 2R \dot{\theta}^2 \zeta \sin \theta \cos \theta - 2 \dot{w} w \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta \\
&- 2 \dot{w} \dot{\alpha} \xi (\cos \theta)^2 + 2 \dot{w} \alpha \xi \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta - 2 \dot{w} \zeta \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta + 2 w \dot{\theta} \dot{\alpha} \xi \cos \theta \sin \theta \\
&- 2 w \dot{\theta}^2 \alpha \xi (\sin \theta)^2 + 2 w \dot{\theta}^2 \zeta (\sin \theta)^2 - 2 \dot{\alpha} \xi^2 \alpha \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta + 2 \dot{\alpha} \zeta \xi \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta \\
&- 2 \alpha \xi \dot{\theta}^2 \zeta (\sin \theta)^2
\end{aligned}
\tag{Π.2.7}$$

και αθροίζοντας

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dr_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_z}{dt}\right)^2 &= \dot{u}^2 + \dot{\alpha}^2 \zeta^2 + 2 \dot{u} \dot{\alpha} \zeta + \dot{\theta}^2 R^2 + \dot{w}^2 + w^2 \dot{\theta}^2 + \dot{\alpha}^2 \xi^2 + \\
&\alpha^2 \xi^2 \dot{\theta}^2 + \zeta^2 \dot{\theta}^2 - 2R \dot{w} \dot{\theta} + 2R \dot{\theta} \dot{\alpha} \xi - 2 \dot{w} \dot{\alpha} \xi - 2 w \dot{\theta}^2 \alpha \xi \\
&+ 2 w \dot{\theta}^2 \zeta - 2 \alpha \xi \dot{\theta}^2 \zeta
\end{aligned}
\tag{Π.2.8}$$

Αρα η κινητική ενέργεια δίνεται ως

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2} \iint_A \rho \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dA = \\
&\frac{\dot{u}^2}{2} \iint \rho dA + \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \iint \zeta^2 \rho dA + \dot{u} \dot{\alpha} \iint \zeta \rho dA + \frac{R \dot{\theta}^2}{2} \iint \rho dA + \frac{\dot{w}^2}{2} \iint \rho dA \\
&+ \frac{w^2 \dot{\theta}^2}{2} \iint \rho dA + \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \iint \xi^2 \rho dA + \frac{\alpha^2 \dot{\theta}^2}{2} \iint \xi^2 \rho dA + \frac{\dot{\theta}^2}{2} \iint \zeta^2 \rho dA \quad (\text{Π.2.9}) \\
&- R \dot{w} \dot{\theta} \iint \rho dA + R \dot{\theta} \dot{\alpha} \iint \xi \rho dA - \dot{w} \dot{\alpha} \iint \xi \rho dA - w \dot{\theta}^2 \alpha \iint \xi \rho dA \\
&+ w \dot{\theta}^2 \iint \zeta \rho dA - \alpha \dot{\theta}^2 \iint \zeta \xi \rho dA
\end{aligned}$$

Θέτοντας

$$\iint \rho dA = m : \text{μάζα της αεροτομής ανά μονάδα μήκους}$$

$$\iint \zeta^2 \rho dA = I_{\xi\xi} : \text{αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ξ}$$

$$\iint \zeta \rho dA = S_\xi : \text{στατική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ξ (static unbalance)}$$

$\iint \xi^2 \rho dA = I_{\zeta\zeta}$  : αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ζ

$\iint \xi \rho dA = S_{\zeta}$  : στατική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ζ

$\iint \xi \zeta \rho dA = I_{\xi\xi}$  : φυγόκεντρη ροπή αδράνειας ως προς τους άξονες ξ,ζ

η κινητική ενέργεια παίρνει τη μορφή

$$T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 + \frac{1}{2} I_{\xi\xi} \dot{\alpha}^2 + \dot{u} \dot{\alpha} S_{\xi} + \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{w}^2 + \frac{1}{2} m w^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 I_{\zeta\zeta} + \frac{1}{2} \alpha^2 \dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} - m R \dot{w} \dot{\theta} + R \dot{\theta} \dot{\alpha} S_{\zeta} - \dot{w} \dot{\alpha} S_{\zeta} - w \dot{\theta} \dot{\alpha} S_{\zeta} + w \dot{\theta}^2 S_{\xi} - \alpha \dot{\theta}^2 I_{\xi\zeta} \quad (\text{Π.2.10})$$

## Π.2.2 Υπολογισμός μερικών παραγώγων

Για να κατασκευαστούν οι βασικές εξισώσεις πρέπει να υπολογιστούν τα ακόλουθα

$$\frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{w}} = \dot{w} m - R \dot{\theta} m - \dot{\alpha} S_{\zeta} \quad (\text{Π.2.11})$$

$$\frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{u}} = \dot{u} m + \dot{\alpha} S_{\xi} \quad (\text{Π.2.12})$$

$$\frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{\alpha}} = I_p \dot{\alpha} + \dot{u} S_{\xi} + R \dot{\theta} S_{\zeta} - \dot{w} S_{\zeta} \quad (\text{Π.2.13})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{w}} \right) = \ddot{w} m - R \ddot{\theta} m - \ddot{\alpha} S_{\zeta} \quad (\text{Π.2.14})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{u}} \right) = \ddot{u} m + \ddot{\alpha} S_{\xi} \quad (\text{Π.2.15})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{\alpha}} \right) = I_p \ddot{\alpha} + \ddot{u} S_{\xi} + R \ddot{\theta} S_{\zeta} - \ddot{w} S_{\zeta} \quad (\text{Π.2.16})$$

$$\frac{\partial(T-U)}{\partial w} = w \dot{\theta}^2 m + \dot{\theta}^2 m - \dot{\theta}^2 \alpha S_{\xi} - k_w w \quad (\text{Π.2.17})$$

$$\frac{\partial(T-U)}{\partial u} = -k_u u \quad (\text{Π.2.18})$$

$$\frac{\partial(T-U)}{\partial\alpha} = a\dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} - \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} - w\dot{\theta}^2 S_{\zeta} - k_{\alpha}\alpha \quad (\text{Π.2.19})$$

## Π.2.3 Αδιαστατοποίηση αεροελαστικών εξισώσεων

### Π.2.3.1 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση flap

$$\ddot{u}m + \ddot{\alpha}S_{\xi} + \dot{u}D_u + k_u u = F_u \quad (\text{Π.2.20})$$

(i) Διαιρείται με τη μάζα

$$\ddot{u} + \ddot{\alpha}\frac{S_{\xi}}{m} + \dot{u}\frac{D_u}{m} + u\frac{k_u}{m} = \frac{F_u}{m} \quad (\text{Π.2.21})$$

ορίζεται

$$\bar{r}_{\xi} = \frac{S_{\xi}}{m} \quad (\text{Π.2.22})$$

Συντελεστής ο οποίος εκφράζει την αδιαστατοποιημένη στατική ροπή ως προς τον άξονα flap. Εφόσον  $S_{\xi} = \zeta_{cm}m$  στην πραγματικότητα είναι μέτρο της απόστασης του κέντρου βάρους από τον ελαστικό άξονα στην κατεύθυνση  $\zeta$

$$2\xi_{D_u}\omega_u = \frac{D_u}{m} \quad (\text{Π.2.23})$$

όπου,

$\omega_u$  : Ιδιοσυχνότητα της αεροτομής ως προς την κίνηση flap (uncoupled harmonic oscillation frequency)

$\xi_{D_u}$  : Αδιαστατοποιημένος συντελεστής δομικής απόσβεσης ως προς κίνηση flap.

Παραδοχή : είναι σταθερός και ανεξάρτητος της παραμόρφωσης

$$\omega_u^2 = \frac{k_u}{m} \quad (\text{Π.2.24})$$

χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση μετά τη διαίρεση με τη μάζα παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\ddot{u} + \ddot{\alpha}\bar{r}_{\xi} + 2\xi_{D_u}\omega_u \dot{u} + \omega_u^2 u = \frac{F_u}{m} \quad (\text{Π.2.25})$$

(ii) Εισάγεται ο αδιαστατοποιημένος χρόνος

$$t = \frac{c}{U_{ref}} \tau \quad (\text{Π.2.26})$$

όπου,

$t$  : ο πραγματικός χρόνος

$\tau$  : ο αδιαστατοποιημένος χρόνος

$c$  : το μήκος αναφοράς, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι η χορδή

$U_{ref}$  : η ταχύτητα αναφοράς, η οποία στην προκειμένη περίπτωση είναι η σχετική ταχύτητα εισόδου του αέρα στο πεδίο υπολογισμών που υπολογίζεται στην παράγραφο 4.3.5.1.

Αν μια ποσότητα είναι παραγωγισμένη ως προς τον πραγματικό χρόνο  $t$  (πχ

$\dot{f} = \frac{df}{dt}$ ) τότε η παραγωγή ως προς τον αδιαστατοποιημένο χρόνο  $\tau$  θα γίνει

$$f' = \frac{df}{d\tau} = \frac{df}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \dot{f} \frac{c}{U_{ref}} \Rightarrow \dot{f} = f' \frac{U_{ref}}{c} \quad (\text{Π.2.27})$$

όπου με « $\dot{\phantom{x}}$ » πλέον συμβολίζεται η παραγωγή ως προς τον αδιαστατοποιημένο χρόνο  $\tau$

ομοίως για τη δεύτερη χρονική παράγωγο ισχύει

$$f'' = \frac{d^2 f}{d\tau^2} = \frac{d}{d\tau} \left( \frac{df}{d\tau} \right) = \frac{d}{d\tau} \left( \frac{c}{U_{ref}} \dot{f} \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{c}{U_{ref}} \dot{f} \right) \frac{dt}{d\tau} =$$

$$\frac{c}{U_{ref}} \ddot{f} \frac{c}{U_{ref}} = \left( \frac{c}{U_{ref}} \right)^2 \ddot{f} \Rightarrow \ddot{f} = \left( \frac{U_{ref}}{c} \right)^2 f'' \quad (\text{Π.2.28})$$

Χειριζόμενοι κατ' αυτό τον τρόπο τις μεταβλητές της εξίσωσης προκύπτει

$$u'' \left( \frac{U_{ref}}{c} \right)^2 + \alpha'' \left( \frac{U_{ref}}{c} \right)^2 \bar{r}_\xi + 2\xi_{Du} \omega_u \frac{U_{ref}}{c} u' + \omega_u^2 u = \frac{F_u}{m} \quad (\text{Π.2.29})$$

ορίζεται

$$u^* = \frac{u}{c} \quad (\text{Π.2.30})$$

ταχύτητα flap αδιαστατοποιημένη ως προς το μήκος της χορδής

$$\bar{r}_\xi^* = \frac{\bar{r}_\xi}{c} \quad (\text{Π.2.31})$$

αδιαστατοποιημένη απόσταση στην κατεύθυνση  $\zeta$  του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα (ή απόσταση του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα στην κατεύθυνση  $\zeta$  ανηγμένη στη χορδή της αεροτομής)

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση μετά την εισαγωγή του αδιαστατοποιημένου χρόνου παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$u'' \left( \frac{U_{ref}}{c} \right)^2 + \alpha'' \left( \frac{U_{ref}}{c} \right)^2 \overline{c r_\xi^*} + 2 \xi_{Du} \omega_u \frac{U_{ref}}{c} c u^{*1} + \omega_u^2 c u^* = \frac{F_u}{m} \Rightarrow$$

$$u^{*1} \frac{U_{ref}^2}{c} + \alpha'' \frac{U_{ref}^2}{c} \overline{r_\xi^*} + 2 \xi_{Du} \omega_u U_{ref} u^{*1} + \omega_u^2 c u^* = \frac{F_u}{m}$$
(Π.2.32)

τέλος διαιρώντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με  $\frac{U_{ref}^2}{c}$  λαμβάνεται

$$u^{*1} + \alpha'' \overline{r_\xi^*} + 2 \xi_{Du} \omega_u \frac{c}{U_{ref}} u^{*1} + \omega_u^2 \frac{c^2}{U_{ref}^2} c u^* = \frac{F_u}{m} \frac{c}{U_{ref}^2}$$
(Π.2.33)

### (iii) Αδιαστατοποίηση ιδιοσυχνότητας

Εστω γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του ρότορα της ανεμογεννήτριας

$$\dot{\theta} = \Omega$$

Ορίζεται

$$\overline{\omega_u} = \frac{\omega_u}{\Omega}$$
(Π.2.34)

ιδιοσυχνότητα flap αδιαστατοποιημένη ως προς την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής

$$\kappa = \frac{\Omega c}{U_{ref}}$$
(Π.2.35)

αδιαστατοποιημένη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$u^{*1} + \alpha'' \overline{r_\xi^*} + 2 \xi_{Du} \overline{\omega_u} \kappa u^{*1} + \overline{\omega_u}^2 \kappa^2 c u^* = \frac{F_u}{m} \frac{c}{U_{ref}^2}$$
(Π.2.36)

### (iv) Αδιαστατοποίηση αεροδυναμικού φορτίου

Αν εκφραστεί το αεροδυναμικό φορτίο στην κατεύθυνση flap μέσω ενός συντελεστή, τότε αυτό μπορεί να γραφτεί με την ακόλουθη μορφή

$$F_u = \frac{1}{2} \rho_{air} c U_{ref}^2 C_u$$
(Π.2.37)

όπου,

$\rho_{air}$  : η πυκνότητα του αέρα στη μονάδα μήκους του πτερυγίου

$C_u$  : ο αεροδυναμικός συντελεστής στην κατεύθυνση flap

Ορίζεται

$$R_f = \frac{\rho_{air} c^2}{m}$$
(Π.2.38)



κλάσμα μάζας = το κλάσμα της μάζας του αέρα ως προς τη μάζα της αεροτομής

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η αδιαστατοποιημένη πλέον εξίσωση παίρνει την ακόλουθη τελική μορφή

$$u^{*''} + \alpha'' \overline{r_\xi}^* + 2\xi_{D_u} \overline{\omega_u} \kappa u^{*'} + \overline{\omega_u}^2 \kappa^2 u^* = \frac{1}{2} R_f C_u \quad (\text{Π.2.39})$$

### Π.2.3.2 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση edge

Με την ίδια μεθοδολογία αδιαστατοποιείται και η εξίσωση κίνησης στην κατεύθυνση edge

$$\ddot{w} m - \ddot{\alpha} S_\zeta + \dot{w} D_w - w \dot{\theta}^2 m - \dot{\theta}^2 S_\xi + \dot{\theta}^2 \alpha S_\zeta + k_w w = F_w \quad (\text{Π.2.40})$$

(i) Διαιρείται με τη μάζα

$$\ddot{w} - \ddot{\alpha} \frac{S_\zeta}{m} + \dot{w} \frac{D_w}{m} - w \dot{\theta}^2 + \dot{\theta}^2 \alpha \frac{S_\zeta}{m} + \frac{k_w}{m} w = \frac{F_w}{m} + \dot{\theta}^2 \frac{S_\xi}{m} \quad (\text{Π.2.41})$$

ορίζεται

$$\overline{r_\xi} = \frac{S_\xi}{m} \quad (\text{Π.2.42})$$

Συντελεστής ο οποίος εκφράζει την αδιαστατοποιημένη στατική ροπή ως προς τον άξονα flap. Εφόσον  $S_\xi = \zeta_{cm} m$  στην πραγματικότητα είναι μέτρο της απόστασης του κέντρου βάρους από τον ελαστικό άξονα στην κατεύθυνση  $\zeta$

$$\overline{r_\zeta} = \frac{S_\zeta}{m} \quad (\text{Π.2.43})$$

Συντελεστής ο οποίος εκφράζει την αδιαστατοποιημένη στατική ροπή ως προς τον άξονα edge. Εφόσον  $S_\zeta = \zeta_{cm} m$  στην πραγματικότητα είναι μέτρο της απόστασης του κέντρου βάρους από τον ελαστικό άξονα στην κατεύθυνση  $\xi$

$$2\xi_{D_w} \omega_w = \frac{D_w}{m} \quad (\text{Π.2.44})$$

όπου,

$\omega_w$  : Ιδιοσυχνότητα της αεροτομής ως προς την κίνηση edge (uncoupled harmonic oscillation frequency)

$\xi_{D_w}$  : Αδιαστατοποιημένος συντελεστής δομικής απόσβεσης ως προς κίνηση edge.

Παραδοχή : είναι σταθερός και ανεξάρτητος της παραμόρφωσης

$$\omega_w^2 = \frac{k_w}{m} \quad (\text{Π.2.45})$$

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση μετά τη διαίρεση με τη μάζα παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\ddot{w} - \alpha \ddot{r}_\zeta + 2\xi_{D_w} \dot{w} - w \dot{\theta}^2 + \dot{\theta}^2 \alpha r_\zeta + \omega_w^2 w = \frac{F_w}{m} + \dot{\theta}^2 r_\xi \quad (\text{Π.2.46})$$

(ii) Εισάγεται ο αδιαστατοποιημένος χρόνος

$$t = \frac{c}{U_{ref}} \tau \quad (\text{Π.2.47})$$

Χειριζόμενοι τις μεταβλητές με τρόπο ανάλογο αυτού της προηγούμενης παραγράφου προκύπτει

$$\begin{aligned} & \left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 w'' - \left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 \alpha'' r_\zeta + 2\xi_{D_w} \omega_w \left(\frac{U_{ref}}{c}\right) w' - w \dot{\theta}^2 + \dot{\theta}^2 \alpha r_\zeta + \omega_w^2 w \\ & = \frac{F_w}{m} + \dot{\theta}^2 r_\xi \end{aligned} \quad (\text{Π.2.48})$$

Σημειώνεται ότι το  $\dot{\theta}$  δεν αλλάζει παραγωγή διότι πρόκειται πλέον για συμβολισμό συγκεκριμένης σταθεράς, εφόσον θεωρείται σταθερή η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής

ορίζεται

$$w^* = \frac{w}{c} \quad (\text{Π.2.49})$$

ταχύτητα edge αδιαστατοποιημένη ως προς το μήκος της χορδής

$$\overline{r_\xi}^* = \frac{\overline{r_\xi}}{c} \quad (\text{Π.2.50})$$

αδιαστατοποιημένη απόσταση στην κατεύθυνση  $\xi$  του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα (ή απόσταση του κέντρου μάζας στην κατεύθυνση  $\xi$  από τον ελαστικό άξονα ανηγμένη στη χορδή της αεροτομής)

$$\overline{r_\zeta}^* = \frac{\overline{r_\zeta}}{c} \quad (\text{Π.2.51})$$

αδιαστατοποιημένη απόσταση στην κατεύθυνση  $\zeta$  του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα (ή απόσταση του κέντρου μάζας στην κατεύθυνση  $\zeta$  από τον ελαστικό άξονα ανηγμένη στη χορδή της αεροτομής)

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση μετά την εισαγωγή του αδιαστατοποιημένου χρόνου παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 c w^{*11} - \left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 \alpha^{11} \overline{r_\xi^* c} + 2\xi_{Dw} \omega_w \left(\frac{U_{ref}}{c}\right) c w^{*1} - w^* c \dot{\theta}^2 + \dot{\theta}^2 \alpha c r_\xi^* \quad (\text{Π.2.52})$$

$$+ \omega_w^2 c w^* = \frac{F_w}{m} + \dot{\theta}^2 c r_\xi^*$$

τέλος διαιρώντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με  $\frac{U_{ref}^2}{c}$  λαμβάνεται

$$w^{*11} - \alpha^{11} \overline{r_\xi^*} + 2\xi_{Dw} \frac{\omega_w}{U_{ref}} c w^{*1} - w^* \dot{\theta}^2 \left(\frac{c}{U_{ref}}\right)^2 + \dot{\theta}^2 \alpha r_\xi^* \left(\frac{c}{U_{ref}}\right)^2 \quad (\text{Π.2.53})$$

$$+ \omega_w^2 w^* \left(\frac{c}{U_{ref}}\right)^2 = \frac{F_w}{m} \frac{c}{U_{ref}^2} + \dot{\theta}^2 r_\xi^* \left(\frac{c}{U_{ref}}\right)^2$$

(iii) Αδιαστατοποίηση ιδιοσυχνότητας

Εστω γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του ρότορα της ανεμογεννήτριας

$$\dot{\theta} = \Omega$$

Ορίζεται

$$\overline{\omega_w} = \frac{\omega_w}{\Omega} \quad (\text{Π.2.54})$$

ιδιοσυχνότητα edge αδιαστατοποιημένη ως προς την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής

$$\kappa = \frac{\Omega c}{U_{ref}} \quad (\text{Π.2.55})$$

αδιαστατοποιημένη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$w^{*11} - \alpha^{11} \overline{r_\xi^*} + 2\xi_{Dw} \overline{\omega_w} \kappa w^{*1} - w^* \kappa^2 + \alpha r_\xi^* \kappa^2 + \overline{\omega_w}^2 w^* \kappa^2 = \frac{F_w}{m} \frac{c}{U_\infty^2} + \overline{r_\xi^*} \kappa^2 \quad (\text{Π.2.56})$$

(iv) Αδιαστατοποίηση αεροδυναμικού φορτίου

Αν εκφραστεί το αεροδυναμικό φορτίο στην κατεύθυνση edge μέσω ενός συντελεστή, τότε αυτό μπορεί να γραφτεί με την ακόλουθη μορφή

$$F_w = \frac{1}{2} \rho_{air} c U_{ref}^2 C_w \quad (\text{Π.2.57})$$

όπου,

$C_w$  : ο αεροδυναμικός συντελεστής στην κατεύθυνση edge

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η αδιαστατοποιημένη πλέον εξίσωση παίρνει την ακόλουθη τελική μορφή

$$\overline{w}^* - \alpha \overline{r}_\zeta^* + 2\xi_{Dw} \overline{\omega}_w \kappa \overline{w}^* - \overline{w}^* \kappa^2 + \alpha \overline{r}_\zeta^* \kappa^2 + \overline{\omega}_w^2 \overline{w}^* \kappa^2 = \frac{1}{2} R_f C_w + \overline{r}_\xi^* \kappa^2 \quad (\text{Π.2.58})$$

### Π.2.3.3 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης κίνησης στη κατεύθυνση pitch

Με την ίδια μεθοδολογία αδιαστατοποιείται και η εξίσωση κίνησης στην κατεύθυνση pitch

$$\ddot{\alpha} I_P + \ddot{u} S_\xi - \ddot{w} S_\zeta + \dot{\alpha} D_\alpha - \alpha \dot{\theta}^2 I_{\zeta\zeta} + \dot{\theta}^2 I_{\xi\xi} + w \dot{\theta}^2 S_\zeta + k_\alpha \alpha = M \quad (\text{Π.2.59})$$

(i) Διαιρείται με τη μάζα

$$\ddot{\alpha} \frac{I_P}{m} + \ddot{u} \frac{S_\xi}{m} - \ddot{w} \frac{S_\zeta}{m} + \dot{\alpha} \frac{D_\alpha}{m} - \alpha \dot{\theta}^2 \frac{I_{\zeta\zeta}}{m} + \dot{\theta}^2 \frac{I_{\xi\xi}}{m} + w \dot{\theta}^2 \frac{S_\zeta}{m} + \frac{k_\alpha}{m} \alpha = \frac{M}{m} \quad (\text{Π.2.60})$$

ορίζεται

$$\overline{r}_\xi = \frac{S_\xi}{m} \quad (\text{Π.2.61})$$

Συντελεστής ο οποίος εκφράζει την αδιαστατοποιημένη στατική ροπή ως προς τον άξονα flap. Εφόσον  $S_\xi = \zeta_{cm} m$  στην πραγματικότητα είναι μέτρο της απόστασης του κέντρου βάρους από τον ελαστικό άξονα στην κατεύθυνση ζ

$$\overline{r}_\zeta = \frac{S_\zeta}{m} \quad (\text{Π.2.62})$$

Συντελεστής ο οποίος εκφράζει την αδιαστατοποιημένη στατική ροπή ως προς τον άξονα flap. Εφόσον  $S_\zeta = \xi_{cm} m$  στην πραγματικότητα είναι μέτρο της απόστασης του κέντρου βάρους από τον ελαστικό άξονα στην κατεύθυνση ξ

$$\overline{r}^2 = \frac{I_P}{m} \quad (\text{Π.2.63})$$

ακτίνα περιστροφής γύρω από τον ελαστικό άξονα (radius of gyration)

$$2\xi_{D\alpha} \overline{\omega}_\alpha \overline{r}^2 = \frac{D_\alpha}{m} \quad (\text{Π.2.64})$$

όπου,

$\overline{\omega}_\alpha$  : Ιδιοσυχνότητα της αεροτομής ως προς την κίνηση pitch (uncoupled harmonic oscillation frequency)

$\xi_{D\alpha}$  : Αδιαστατοποιημένος συντελεστής δομικής απόσβεσης ως προς κίνηση pitch.

Παραδοχή : είναι σταθερός και ανεξάρτητος της παραμόρφωσης

$$\overline{r}^2 \overline{\omega}_\alpha^2 = \frac{k_\alpha}{m} \Rightarrow \overline{\omega}_\alpha^2 = \frac{k_\alpha}{I_P} \quad (\text{Π.2.65})$$

Εδώ θα μπορούσαν να οριστούν και οι άλλες αδιαστατοποιημένες αποστάσεις  $\overline{r_{\zeta\zeta}^2} = \frac{I_{\zeta\zeta}}{m}$  και  $\overline{r_{\xi\xi}^2} = \frac{I_{\xi\xi}}{m}$ , επειδή όμως το σχήμα μιας αεροτομής είναι τέτοιο που να ισχύει ότι  $I_{\zeta\zeta}$  και  $I_{\xi\xi} \ll I_p$  οι όροι που περιέχουν τις συγκεκριμένες ροπές αδράνειας αγνοούνται

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση μετά τη διαίρεση με τη μάζα παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\ddot{\alpha} \overline{r^2} + \ddot{u} \overline{r_\xi} - \ddot{w} \overline{r_\zeta} + 2\xi_{D\alpha} \omega_\alpha \dot{\alpha} \overline{r^2} + w \dot{\theta} \overline{r_\zeta} + \omega_\alpha^2 \overline{r^2} \alpha = \frac{M}{m} \quad (\text{Π.2.66})$$

(ii) Εισάγεται ο αδιαστατοποιημένος χρόνος

$$t = \frac{c}{U_{ref}} \tau \quad (\text{Π.2.67})$$

Χειριζόμενοι τις μεταβλητές με τρόπο ανάλογο αυτού της προηγούμενης παραγράφου προκύπτει

$$\left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 \alpha'' \overline{r^2} + \left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 u'' \overline{r_\xi} - \left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 w'' \overline{r_\zeta} + 2\xi_{D\alpha} \omega_\alpha \frac{U_{ref}}{c} \alpha' \overline{r^2} + w \dot{\theta} \overline{r_\zeta} + \omega_\alpha^2 \overline{r^2} \alpha = \frac{M}{m} \quad (\text{Π.2.68})$$

ορίζεται

$$w^* = \frac{w}{c} \quad (\text{Π.2.69})$$

ταχύτητα edge αδιαστατοποιημένη ως προς το μήκος της χορδής

$$u^* = \frac{u}{c} \quad (\text{Π.2.70})$$

ταχύτητα flap αδιαστατοποιημένη ως προς το μήκος της χορδής

$$\overline{r_\xi}^* = \frac{\overline{r_\xi}}{c} \quad (\text{Π.2.71})$$

αδιαστατοποιημένη απόσταση στην κατεύθυνση  $\xi$  του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα (ή απόσταση του κέντρου μάζας στην κατεύθυνση  $\xi$  από τον ελαστικό άξονα ανηγμένη στη χορδή της αεροτομής)

$$\overline{r_\zeta}^* = \frac{\overline{r_\zeta}}{c} \quad (\text{Π.2.72})$$

αδιαστατοποιημένη απόσταση στην κατεύθυνση  $\zeta$  του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα (ή απόσταση του κέντρου μάζας στην κατεύθυνση  $\zeta$  από τον ελαστικό άξονα ανηγμένη στη χορδή της αεροτομής)

$$\overline{r^{*2}} = \frac{\overline{r^2}}{c} \quad (\text{Π.2.73})$$

αδιαστατοποιημένη ακτίνα του κέντρου μάζας από τον ελαστικό άξονα (ή ακτίνα από τη θέση του κέντρου μάζας προς τον ελαστικό άξονα ανηγμένη στη χορδή της αεροτομής)

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση μετά την εισαγωγή του αδιαστατοποιημένου χρόνου παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\begin{aligned} & \left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 c^2 \alpha'' \overline{r^{*2}} + \left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 c^2 u^{*''} \overline{r_\xi^*} - \left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2 c^2 w^{*''} \overline{r_\zeta^*} \\ & + 2\xi_{D\alpha} \omega_\alpha \frac{U_{ref}}{c} c^2 \alpha' \overline{r^{*2}} + w \dot{\theta}^2 c \overline{r_\zeta^*} + \omega_\alpha^2 c^2 \overline{r^{*2}} \alpha = \frac{M}{m} \end{aligned} \quad (\text{Π.2.74})$$

τέλος διαιρώντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με  $U_\infty^2$  λαμβάνεται

$$\begin{aligned} & \alpha'' \overline{r^{*2}} + u^{*''} \overline{r_\xi^*} - w^{*''} \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{D\alpha} \omega_\alpha \frac{c}{U_{ref}} \alpha' \overline{r^{*2}} + w \dot{\theta}^2 \frac{c^2}{U_{ref}^2} \overline{r_\zeta^*} \\ & + \frac{\omega_\alpha^2}{U_{ref}^2} c^2 \overline{r^{*2}} \alpha = \frac{M}{m U_{ref}^2} \end{aligned} \quad (\text{Π.2.75})$$

(iii) Αδιαστατοποίηση ιδιοσυχνότητας

Εστω γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του ρότορα της ανεμογεννήτριας

$$\dot{\theta} = \Omega$$

Ορίζεται

$$\overline{\omega_\alpha} = \frac{\omega_\alpha}{\Omega} \quad (\text{Π.2.76})$$

ιδιοσυχνότητα pitch αδιαστατοποιημένη ως προς την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής

$$\kappa = \frac{\Omega c}{U_{ref}} \quad (\text{Π.2.77})$$

αδιαστατοποιημένη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η εξίσωση παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\begin{aligned} & \alpha'' \overline{r^{*2}} + u^{*''} \overline{r_\xi^*} - w^{*''} \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{D\alpha} \overline{\omega_\alpha} \kappa \alpha' \overline{r^{*2}} + w \kappa^2 \overline{r_\zeta^*} \\ & + \overline{\omega_\alpha}^2 \kappa^2 \overline{r^{*2}} \alpha = \frac{M}{mU_{ref}^2} \end{aligned} \quad (\text{Π.2.78})$$

(iv) Αδιαστατοποίηση αεροδυναμικού φορτίου

Αν εκφραστεί το αεροδυναμικό φορτίο στην κατεύθυνση pitch μέσω ενός συντελεστή, τότε αυτό μπορεί να γραφτεί με την ακόλουθη μορφή

$$M = \frac{1}{2} \rho_{air} c^2 U_{ref}^2 C_M \quad (\text{Π.2.79})$$

όπου,

$C_M$  : ο αεροδυναμικός συντελεστής ροπής (στην κατεύθυνση pitch)

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισθέντες συμβολισμούς η αδιαστατοποιημένη πλέον εξίσωση παίρνει την ακόλουθη τελική μορφή

$$\begin{aligned} & \alpha'' \overline{r^{*2}} + u^{*''} \overline{r_\xi^*} - w^{*''} \overline{r_\zeta^*} + 2\xi_{D\alpha} \overline{\omega_\alpha} \kappa \alpha' \overline{r^{*2}} + w \kappa^2 \overline{r_\zeta^*} \\ & + \overline{\omega_\alpha}^2 \kappa^2 \overline{r^{*2}} \alpha = \frac{1}{2} R_f C_M \end{aligned} \quad (\text{Π.2.80})$$

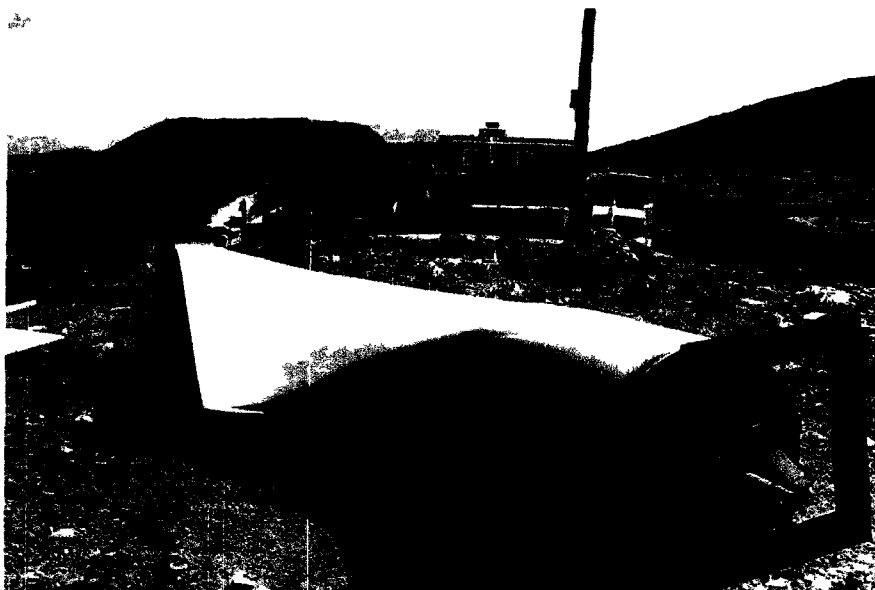




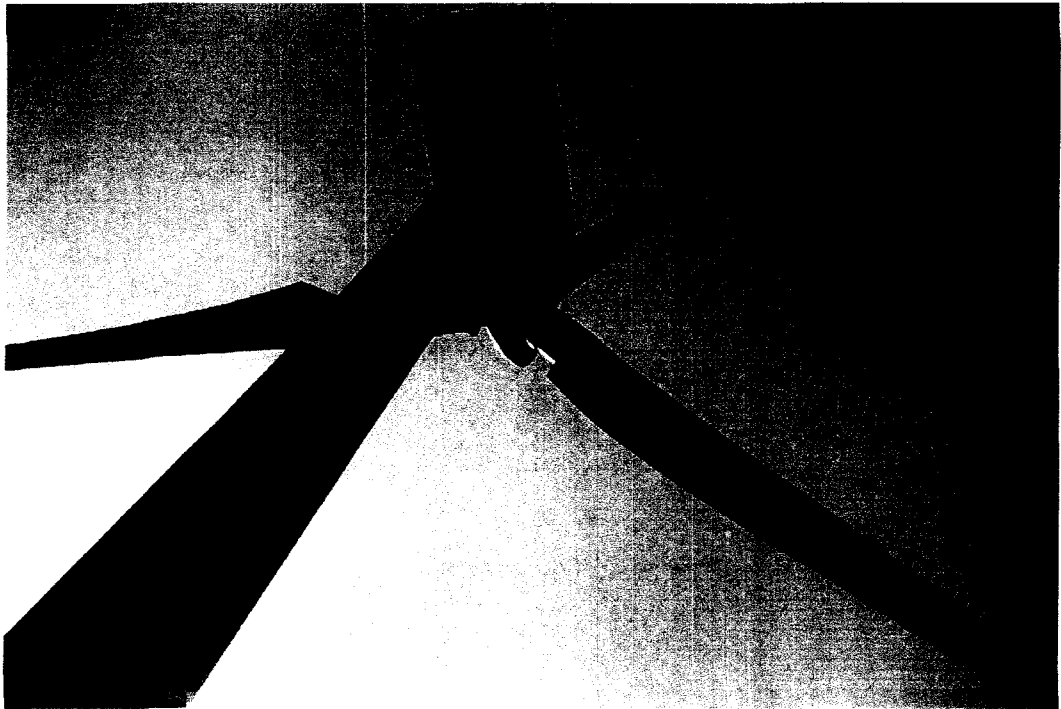
### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3. ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΕΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ



**Εικόνα 1. Ανεμογεννήτρια Wincon στη Σόρο**



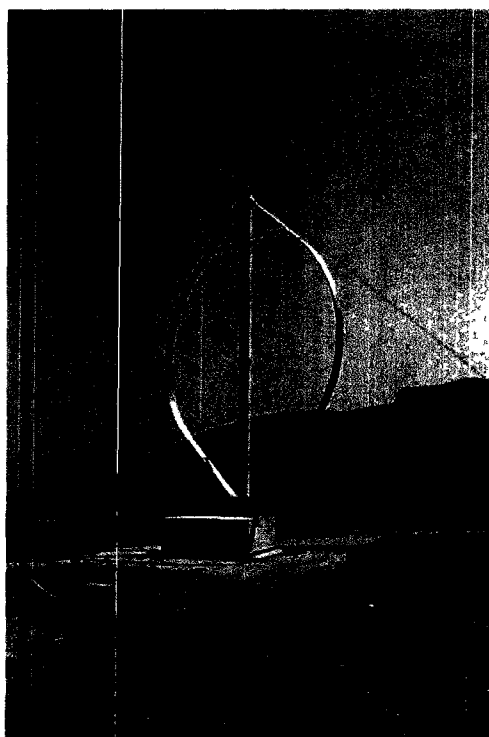
**Εικόνα 2. Πτερύγιο αποσυναρμολογημένο της ανωτέρω ανεμογεννήτριας**



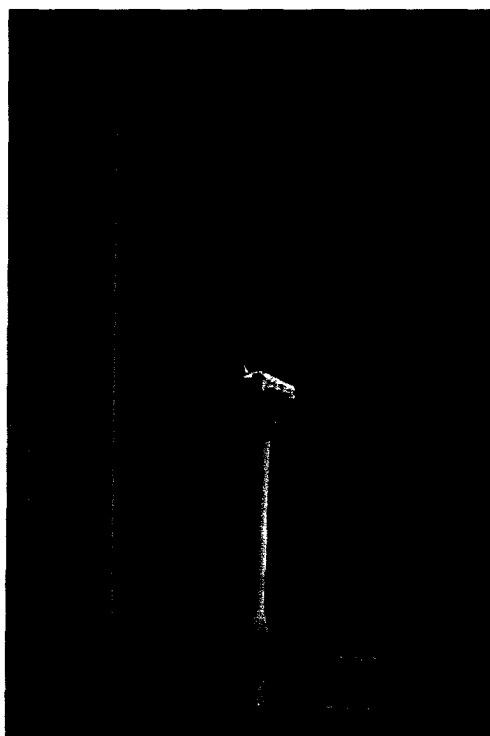
**Εικόνα 3. Όψη ατράκτου και δρομέα της ανωτέρω ανεμογεννήτριας**



**Εικόνα 4. Στη σκιά της ανεμογεννήτριας**



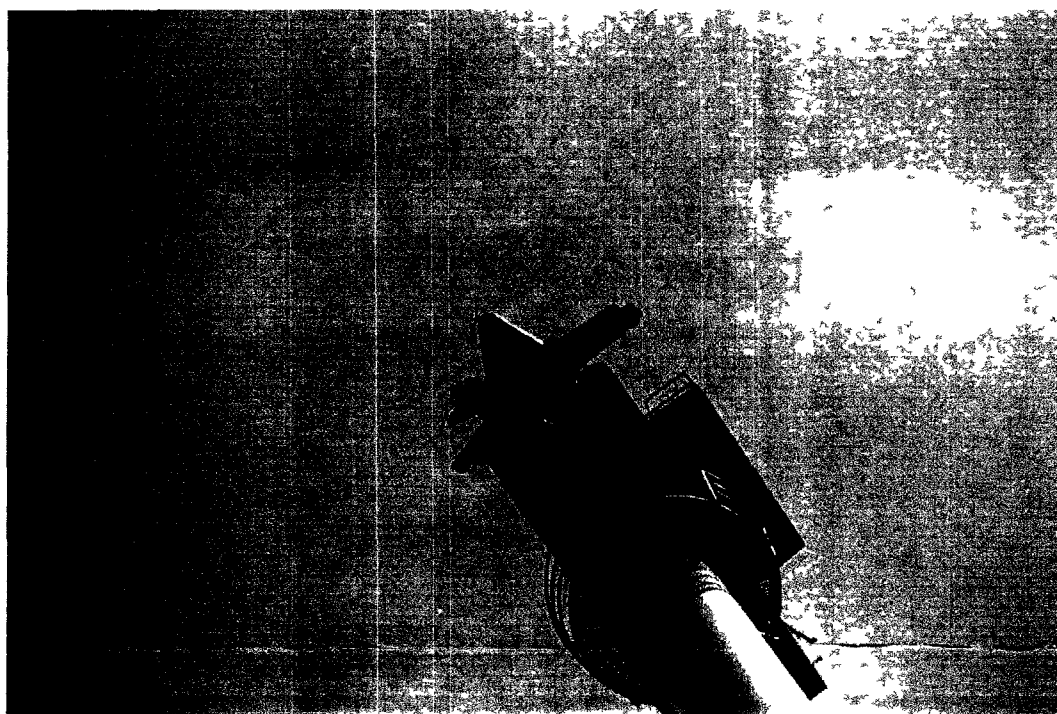
**Εικόνα 5. Ανεμογεννήτρια κατακόρυφου άξονα στη Σκόρο**



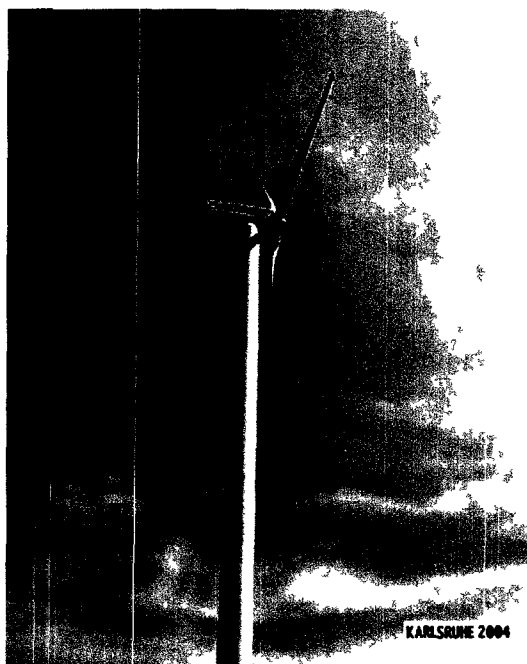
**Εικόνα 6. Ανεμογεννήτρια 145 kW στη Σκόρο (ΕΜΠ-ΔΕΗ), ιστός ανεμομέτρου**



**Εικόνα 7. Κατεστραμμένο πτερύγιο της Α/Γ οριζοντίου άξονα της Σκύρου**



**Εικόνα 8. Ύψη της ατράκτου της Α/Γ οριζοντίου άξονα της Σκύρου**



**Εικόνα 9. Ανεμογεννήτρια στη Γερμανία δίπλα στο Ρήνο (Karlsruhe)**



**Εικόνα 10. Ανεμογεννήτριες στη Μήλο**



## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1. Aboott, I., Doenhof H. and E. Von Albert, Theory of wing sections, New York, Dover, 1959, ISBN: 0-486-60586-8
2. Anderson, J.D, Fundamentals of aerodynamics, McGraw-Hill, International Editions, N.Y., 1991
3. Ashley H. and M. Landahl, Aerodynamics of wings and bodies, Addison-Wesley, London, 1965
4. Barwey, D. and G.H. Gaonkar, 'Dynamic stall and structural-modeling effects on helicopter blade stability with experimental correlation', *AIAA Journal*, Vol.32, pp. 811-818, April 1994
5. Baxevanou, C. and N.S. Vlachos, "A comparative study of numerical schemes and turbulence models for wind turbine aerodynamic modeling", *Proceedings of European Wind Energy Conference*, 16-19 June 2003, Madrid, Spain
6. Beckert, A., 'Coupling fluid (CFD) and structural (FE) models using finite interpolation elements', *Aerospace Science and Technology*, Vol. 4, pp. 13-22, 2000
7. Bisplinghoff, R.L. and H. Asley, Principles of aeroelasticity, Dover, New York, 1975
8. Bragg, M.B. and A. Khodadoust, 'Effect of simulated glaze ice on a rectangular wing', AIAA-89-0750, 27<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting, Reno Nevada, January 9-12, 1989
9. Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N. and E. Bossanyi, Wind energy handbook, Wiley, Chichester, England, 2001
10. Carr, L.W., McAlister, K.W. and W.J. McCroskey, "Analysis of the development of dynamic stall based on oscillating airfoil experiments", NASA-TN-D-8382, 1977
11. Chassapoyiannis, P.I., Huberson, S. and S.G. Voutsinas, "Advanced design tools for wind turbines: evaluation of results and recommendations", Report NTUA, 1993
12. Chassapoyiannis, P.I., Philippidis T.P. and S.G. Voutsinas, "Advanced aeroelastic modeling of wind turbine blades", Report NTUA, 1992
13. Chaviaropoulos, P.K., 'Development of a state-of-the-art aeroelastic simulator for horizontal axis wind turbines. Part 1: Structural aspects', *Wind Engineering*, Vol. 20, pp. 405-421, 1996
14. Chaviaropoulos, P.K., 'Flap/lead – lag aeroelastic stability of wind turbine blade sections', *Wind Energy*, Vol.2, pp. 99-112, 1999
15. Chaviaropoulos, P.K., 'Flap/lead-lag aeroelastic stability of wind turbine blades', *Wind Energy*, Vol.4, pp.183-200, 2001
16. Chaviaropoulos, P.K., Nikolaou, I.G., Aggelis, K.A., Sorensen, N.N., Johansen, J., Hansen, M.O.L., Mac Gaunaa, T., Hambraus, T., von Geyr, H.F., Hirsch, Ch., Shun, K., Voutsinas, S.G., Tzabiras, G., Perivolaris, Y. and S.Z. Dyrmoose, 'Viscous and aeroelastic effects on wind turbine blades. The VISCEL Project. Part I: 3D Navier-Stokes rotor simulations', *Wind Energy*, in press, 2003
17. Chaviaropoulos, P.K., Sorensen, N.N., Hansen, M.O.L., Nikolaou, I.G., Aggelis, K.A., Johansen, J., Mac Gaunaa, Hambraus, T., von Geyr, H.F., Hirsch, Ch., Shun, K., Voutsinas, S.G., Tzabiras, G., Perivolaris, Y. and S.Z.

- Dyrmoose, 'Viscous and aeroelastic effects on wind turbine blades. The VISCEL Project. Part II: Aeroelastic Stability investigations', Wind Energy, in press, 2003
18. Cho, H.H. and R.J. Goldstein, "An improved low-Reynolds-number  $k-\epsilon$  turbulence model for recirculating flows", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 37, pp. 1495-1508, 1994
  19. Choi, S.K., Nam H.Y. and M. Cho, "A comparison of higher order bounded convection schemes", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 121, pp 281-301, 1995
  20. Conner, M.D., Tang, D.M., Dowell, E.H. and L.N. Virgin, 'Nonlinear behavior of a typical airfoil section with control surface freeplay: a numerical and experimental study', Journal of Fluids and Structures, Vol. 11, pp. 89-109, 1997
  21. Dimitrijevic, Z., Mortchelewicz, G.D. and F. Poirion, 'Nonlinear dynamics of a two dimensional airfoil with freeplay in an inviscid compressible flow', Aerospace Science and Technology, Vol. 4, pp. 125-133, 2000
  22. Donghoon, L., Hodges, D.H. and M.J. Patil, 'Multi-flexible-body dynamic analysis of horizontal axis wind turbines', Wind Energy, Vol. 5, pp. 281-300, 2002
  23. Dong-Hyun Kim and I. Lee, 'Transonic and low-supersonic aeroelastic analysis of a two-degree-of-freedom airfoil with freeplay non-linearity', Journal of Sound and Vibration, Vol. 234, pp. 859-880, 2000
  24. Dowell, E.H., Crawley, E.F., Cutris Jr., H.C., Peters, D.A., Scanlan, R.H. and F. Sisto, A modern course in aeroelasticity, Kluwer, London, 1995
  25. Drela M. and M.B. Giles, "Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils", AIAA, Vol. 25, pp. 1347-1355, 1987
  26. Dunn, P. and J. Dugundji, 'Nonlinear stall flutter and divergence analysis of cantilevered graphite /epoxy wings', AIAA Journal, Vol. 30, pp. 153-162, 1992
  27. Ekaterinaris, J.A. and M.F. Platzer, "Computational prediction of airfoil dynamic stall" Prog. Aerospace Sci. Vol. 33, pp. 759-846, 1997
  28. Farhat, C., Lesoinne, M. and P. LeTallec, 'Load motion transfer algorithms for fluid/structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: Momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity', Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 157, pp. 95-114, 1998
  29. Felker F.F., 'Direct solution of two-dimensional Navier stokes equations for static aeroelasticity problems', AIAA Journal, Vol. 31, pp. 148-153, 1993
  30. Ferziger, J.H and M. Peric, Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer, Berlin, 1996
  31. Fuglsang, P. and H.A. Madsen, 'Optimization method for wind turbine rotors', Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 80, pp. 191-206, 1999
  32. Fuglsang, P., Bak, C., Schepers, J.G., Bulder, B., Cockerill, T.T., Claiden, P., Oselen, A. and R. van Rossen, 'Site-specific design optimization of wind turbines', Wind Energy, Vol. 5, pp. 261-279, 2002
  33. Fung, Y.C., An introduction to the theory of aeroelasticity, Dover, New York, 1993
  34. Ganander, H., 'The use of a code-generating system for the derivation of the equations for wind turbine dynamics', Wind Energy, in press, 2003



35. Gern, F.H., and L. Librescu, 'Static and dynamic aeroelasticity of advanced aircraft wings carrying external stores', *AIAA Journal*, Vol.36, pp. 1121-1129, 1998
36. Ghia, U., Ghia, K.N. and C.T. Shin, "High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and Multigrid method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, pp. 387-411, 1982
37. Guruswamy, G.R., 'A review of numerical fluids/structures interface methods for computations using high-fidelity equations', *Computers & Structures*, Vol. 80, pp. 31-41, 2002
38. Hansen, A.C. and C.P. Butterfield, 'Aerodynamics of horizontal-axis wind turbines', *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 25, pp. 115-149, 1993
39. Hansen, M.H., 'Improved modal dynamics of wind turbines to avoid stall-induced vibrations', *Wind Energy*, Vol. 6, pp. 179-195, 2003
40. Hayase, T., Humphrey, J.A.C. and R. Grief, "A consistently formulated QUICK scheme for fast and stable convergence using finite volume iterative calculation procedures", *Journal of Computational Physics*, Vol. 98, pp. 108-118, 1992
41. Hirsch, Ch., Numerical computation of internal and external flows – Volume 2: Computational Methods for inviscid and viscous flows , Wiley, London, 1998
42. H., Du, D., Hitchings and G.A.O. Davies, 'An aeroelasticity beam model for flexible multibody systems under large deflections' *Computers & Structures* Vol. 48, pp. 387-395, 1993
43. Hoffmann, A.K. and S.T. Chiang, Computational Fluid Dynamics – Volume II, Engineering Education System, Wichita, Kansas, 67208 – 1078, USA, August 1998, 0-9623731-2-5
44. Imregum, M., 'Recent developments in turbomachinery aeroelasticity', *ECCOMAS '98*, pp. 524-533, Athens, Sept. 1998
45. Ismail, H., Tuncer, J., Wu, C. and C.M. Wang, "Theoretical and numerical studies of oscillating airfoils", *AIAA Journal*, Vol. 28, pp. 1615-1624, 1990
46. Isogai, K., 'Numerical simulation of shock-stall flutter of an airfoil using the Navier-Stokes equations', *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, pp. 595-609, 1993
47. Kaiser, K. and R. Gasch, "The influence of aerodynamic damping and stiffness on the vibrational behavior of wind turbines", *Proceeding IMechE*, Oxford, 1996
48. Kaiser, K., "Aerodynamic damping for flexible structures", *Proceedings BWEA 19*, Edinburgh, July 1997
49. Kaiser, K., "Where comes the damping from", *EWEC '97*, Dublin, Oct. 1997
50. Karpouzian, G. and L. Librescu, 'Nonclassical Effects on Divergence and Flutter of Anisotropic Swept Aircraft Wings', *AIAA Journal*, Vol. 34, pp. 786-794, 1996
51. Kelley, N., Wright, A.D., Gunjit, B., Osgood, R., Mc Kenna, E. and H. Sutherland, "An overview of the NREL/SNL flexible turbine characterization project", *ASME Wind Energy Symposium*, AIAA/ASME, 1998
52. Kelley, N.D., Osgood, R., Bialasiewicz, J.T. and A. Jakubowski, 'Using wavelet analysis to assess turbulence/rotor interactions', *Wind Energy*, Vol. 3, pp. 121-134, 2000
53. Kim, S.H. and I. Lee, 'Aeroelastic analysis of a flexible airfoil with a freeplay non-linearity' *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 193, pp. 823-846, 1996

54. Kondo, H., 'Aeroelastic response and stability of wind turbine generators', *JSME International Journal, Series III*, Vol. 31, pp. 719-726, 1988
55. Kral, L.D., 'Recent experience with different turbulence models applied to the calculation of flow over aircraft components', *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 34, pp. 481-541, 1998
56. Kretz, A. and F. Rasmussen, "An aeroelastic model with applications to a two-bladed wind turbine", Riso-M-2884, 1990
57. Krishna Satya Sai B.V. and K.N. Seethatamu, "Solution of transient laminar natural convection in a square cavity by an explicit finite element scheme", *Numerical Heat Transfer-Part A*, Vol. 25, pp. 593-609, 1994
58. Lee, B.H.K., Gong, L. and Y.S. Wong, 'Analysis and computation of nonlinear dynamic response of a two-degree-of-freedom system and its application in aeroelasticity', *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 11, pp. 225-246, 1997
59. Lee, B.H.K., Jiang L.Y. and Y.S. Wong, 'Flutter of an airfoil with a cubic restoring force', *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 13, pp. 75-101, 1999
60. Lesoine, M., Sarkis, M., Hetmaniuk, U. and C. Farhat, 'A linearized method for the frequency analysis of three-dimensional fluid/structure interaction problems in all flow regimes', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 3121-3146, 2001
61. Lindenburg, C., "PHATAS III user's manual. Program for horizontal axis wind turbine analysis and simulation version III", ECN-C-95-040, 1996
62. Liu, L., Wong, Y.S. and B.H.K. Lee, 'Application of the center manifold theory in non-linear aeroelasticity', *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 234, pp. 641-659, 2000
63. Lobitz, D.W. and D.J. Laino, "Load mitigation with twist-coupled HAWT blades", Paper AIAA-99-0033, 1999
64. Lobitz, D.W. and P.S. Veers, "Aeroelastic behavior of twist-coupled HAWT blades", Paper AIAA-98-0029, 1998
65. Lobitz, D.W. and P.S. Veers, 'Load mitigation with bending/twist-coupled blades on rotors using modern control strategies', *Wind Energy*, Vol. 6, pp. 105-117, 2003
66. Menter, F.R., 'Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications', *AIAA*, Vol. 32, pp. 1598-1605, 1994
67. Ming, Yin, Feng, Shi and Zhong Xu, "Renormalization group based k-ε turbulence model for flows in a duct with strong curvature", *International Journal Engineering Science*, Vol. 34, pp. 243-248, 1996
68. Minkowycz, W.J. and E.M. Sparrow, Advances in numerical heat transfer, Taylor & Francis, 1996
69. Moeller, T., 'Blade cracks signal new stress problem', *Wind Power Monthly*, May, 1997
70. Mohammadi, B., and O. Pironneau, Analysis of k-epsilon turbulence model, Wiley, New York, 1994
71. Mortchelewicz, G.D., 'Flutter simulations', *Aerospace Science and Technology*, Vol. 4, pp. 33-40, 2000
72. Okong'o, N. and D.D. Knight, "Implicit unstructured Navier-Stokes simulation of leading edge separation over a pitching airfoil", *Applied Numerical Mathematics*, Vol. 27, pp. 269-308, 1998
73. Oye, S., 'FLEX4-Computer code for wind turbine loads simulation', Technical University of Denmark, 1992

74. Patel, V.C., Rodi, W. and G. Scheuerer, "Turbulence models for near-wall and low-Reynolds number flows : A review", *AIAA Journal*, Vol. 23, pp. 1308-1319, 1985
75. Patil, M.J. and D.H. Hodges, 'Limit-cycle oscillations in high-aspect-ratio wings', *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 15, pp.107-132, 2001
76. Peric, M., A finite volume method for the prediction of 3-D fluid flow in complex geometries, Ph.D Thesis, Univ. of London, 1985
77. Peters, D.A., "Toward a unified lift model for use in rotor blade stability analysis", *Journal of American Helicopter Society*, Vol. 30, pp. 32-42, 1985
78. Petersen J.T. and P.H. Madsen, "Dynamics of a stall regulated horizontal axis wind turbine using a non-linear time domain model", *ECWEC*, pp. 301-305, Madrid, Spain, 10-14 Sept. 1990
79. Petot, D., "Differential equation modeling of dynamic stall", *La Recherche Aerospaciale*, Vol. 5, pp. 59-72, 1989
80. Peyret, R., Handbook of Computational Fluid Mechanics, Academic, London, 1996
81. Pines, S., 'An elementary explanation of the flutter mechanism', *Proceedings Nat. Specialists Meeting on Dynamics and Aeroelasticity*, Institute of the Aeronautical Sciences, Ft. Worth, Texas, pp. 52-58, November, 1958
82. Prananta, B.B., Hounjet, M.H.L. and R.J. Zwaan, 'Two-dimensional transonic aeroelastic analysis using thin-layer Navier-Stokes methods', *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 12, pp. 655-676, 1998
83. Price, S.J. and J.P. Keleris, 'Non-linear dynamics of an airfoil forced to oscillate in dynamic stall', *Journal of Sound and Vibration* , Vol. 194, pp. 265-283, 1996
84. Price, S.J., Alighanbari H. and B.H.K. Lee, 'The aeroelastic response of a two-dimensional airfoil with bilinear and cubic structural nonlinearities', *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 9, pp. 175-193, 1995
85. Raghothama, A. and S. Narayanan, 'Non-linear dynamics of a two-dimensional airfoil by incremental harmonic balance method', *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 226, pp. 493-517, 1999
86. Rahman, M.M., Miettinen, A. and T. Siikonen, "Modified simple formulation on a collocated grid with an assessment of the simplified QUICK scheme", *Numerical Heat and Mass Transfer, Part B*, Vol. 30, pp. 291-314, 1996
87. Ramesh, M. and S. Narayanan, 'Controlling chaotic motions in a two-dimensional airfoil using time-delayed feedback', *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, pp. 1037-1049, 2001
88. Rasmussen, F., Hansen, M.H. Thomsen, K., Larsen, T.J., Bertagnolio, F., Johansen, J., Madsen, H.A., Bak, C. and A.M. Hansen, 'Present Status of Aeroelasticity of Wind Turbines', *Wind Energy*, Vol. 6, pp. 213-228, 2003
89. Riziotis, V.A., Voutsinas, S.G and A. Zervos, 'Investigation of the yaw induced stall and its impact to the design of wind turbines', report DG-XII-CEU JOU2-CT93-0345, NTUA, 1997
90. Riziotis, V.A., Chaviaropoulos, P.K. and S.G. Voutsinas, "Development of a state-of-the-art aeroelastic simulator for horizontal axis wind turbines. Part2 : Aerodynamic aspects and application', *Wind Engineering*, Vol. 20, pp. 423-440, 1996
91. Sankar, T., Sayer, P.G. and S.M. Fraser, 'Flow simulation past axisymmetric bodies using four different turbulence models', *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 21, pp. 783-792, 1997

92. Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill, 7<sup>th</sup> ed., NY, 1979
93. Smilg B., 'The instability of pitching oscillations of an airfoil in subsonic incompressible potential flow', J. Aero. Sciences, Vol. 16, pp. 691-696, 1949
94. Snel, H. and C. Lindenburg, 'Aeroelastic rotor system code for horizontal axis wind turbines : PHATAS II', European Community Wind Energy Conference, pp. 284-290, 10-14 September 1990, Madrid, Spain
95. Snel, H. and G.A.M. van Kuik, "Wind turbine rotor aerodynamics: problems and attempts to solutions", ECCOMAS'98, Supplement Paper 19, Athens, 7-11 Sept.1998
96. Snel, H., 'Review of the present status of rotor aerodynamics', Wind Energy, Vol. 1, pp. 46-49, 1998
97. So, R.M.C., Jadic, I. and M.P. Mignolet, 'Fluid-structure resonance produced by oncoming alternating vortices', Journal of Fluids and Structures, Vol. 13, pp. 519-548, 1999
98. Sorensen, J.N., "Status and perspectives on CFD in wind energy", ECCOMAS '98, pp. 442- 449, Athens, 7-11 Sept., 1998
99. Sorensen, N.N., Micheksen, J.A. and S. Schreck, 'Navier-Stokes Predictions of the NREL Phase VI Rotor in the NASA Ames 80ftx120ft Wind Tunnel', Wind Energy, Vol. 5, pp. 151-169, 2002
100. Spera D.A., Wind Turbine Technology, ASME, New York, 1994
101. Taehyoun, K. and J. Dugundji, "Nonlinear large amplitude aeroelastic behavior of composite rotor blades", AIAA Journal, Vol. 31, pp. 1489-1497, 1993
102. Tang, D.M. and E.H. Dowell, 'Experimental and Theoretical Study for Nonlinear Aeroelastic Behavior of a Flexible Rotor Blade', AIAA Journal, Vol.31, pp. 1133-1142, 1993
103. Tennekes, H. and J.L. Lumley, A first course in turbulence, MIT Press, Cambridge, 1972
104. Thomsen, K. and P. Sorensen, 'Fatigue loads for wind turbines operating in wakes', Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 80, pp. 121-136, 1999
105. Thomsen, K., Petersen, J.T., Nim, E., Oye, S. and B. Petersen, 'A method for determination of damping for edgewise blade vibrations', Wind Energy, Vol. 3, pp. 233-246, 2000
106. Tran, C.T. and D. Petot, "Semi-empirical model for the dynamic stall of airfoils in view of the application to the calculation of responses of a helicopter blade in forward flight", Vertica, Vol. 5, pp. 35-53, 1981
107. Veers, P.S., "Three dimensional wind simulation", SAND 88-0152, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, 1988
108. Veers, P.S., B., Gunjit and D.W. Lobitz, "Aeroelastic tailoring in wind-turbine blade applications", Windpower '98, American Wind Energy Association Meeting and Exhibition, Bakersfield, California, April 28 – May 1, 1998
109. Veers, P.S., Ashwill, T.D., Sutherland, H.J., Laird, D.L., Lobitz, D.W., Griffin, D.A., Mandell, J.F., Musial, W.D., Jackson, K., Zuteck, M., Miravete, A., Tsai, S.W. and J.L. Richmond, 'Trends in the design, manufacture and evaluation of wind turbine blades', Wind Energy, Vol. 6, pp. 245-259, 2003
110. Versteeg, H.K. and W. Malalasekera, An introduction to computational fluid dynamics, Longman, London, 1995

111. Virgin, L.N., Dowell, E.H. and M.D. Conner, 'On the evolution of deterministic non-periodic behavior of an airfoil', *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 34, pp. 499-514, 1999
112. Voutsinas, S.G., and V.A. Riziotis, "A viscous-inviscid interaction model for dynamic stall simulations on Airfoils", *AIAA Paper 99-0038*, 1999
113. Voutsinas, S.G., Belessis, M.A. and K.G. Rados, "Investigation of yawed operation of wind turbines by means of a vortex particle method", Paper 11, *AGARD-CP-552, Proc. Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft*, Berlin, 1995
114. Walker, J.F. and N. Jenkins, Wind energy technology, Wiley, Chichester, England, 1997
115. Weber, S. and M.F. Platzer, 'Computational simulation of dynamic stall on the NLR 7301 airfoil', *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 14, pp. 779-798, 2000
116. Wilcox, D.C., Turbulence modeling for CFD, DCW Industries, Inc, 1993
117. Wilcox, D.C., 'Comparison of two-equation turbulence models for boundary layers with pressure gradient', *AIAA Journal*, Vol. 31, pp. 1414-1421, 1994
118. Zienkiewicz, O.C. and R.L. Taylor, The Finite Element Method. Volume 2. Solid and Fluid Mechanics and Non-linearity, McGraw-Hill, London, 1998
119. Zingg, D.W., De Rango, S., Nemec, M. and T.H. Pulliam, 'Comparison of general spatial discretizations for Navier-Stokes equations', *Journal of Computational Physics*, Vol. 160, pp. 683-704, 2000
120. Βουτσινάς Σ., Θεωρητική και υπολογιστική μη-μόνιμη αεροδυναμική, Σημειώσεις μαθήματος, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, ΕΜΠ, 1992
121. Ζερβός Α., Η μέθοδος των οριακών στοιχείων στην αεροδυναμική, Σημειώσεις μαθήματος, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, ΕΜΠ, 1994
122. Clough, R.W. and J. Renzien, Dynamics of structures, McGraw-Hill, Singapore, 1986
123. Μπαξεβάνου, Κ., Ριζιώτης, Β., Βουτσινάς, Σ., Βλάχος, Ν. και Χαβιαρόπουλος, Π., "Διδιάστατη αεροελαστική ανάλυση σε αεροτομές πτερυγίων αιολικών μηχανών", 2<sup>η</sup> Ημερίδα Ερευνητικές Δραστηριότητες Στα Φαινόμενα Ροής Ρευστών στην Ελλάδα, 22 Μαΐου 2000, Βόλος
124. Μπεργελές, Γ., Η αεροδυναμική του υποχηητικού αεροσκάφους, Παπασωτηρίου, Αθήνα 1995
125. Μπεργελές, Γ., Υπολογιστική ρευστομηχανική, Συμεών, Αθήνα
126. Παπαδόπουλος, Θ. 'Επίδραση της διαμόρφωσης του χεΐλους προσβολής αεροτομής στην ένταση ίχνους RADAR', Διπλωματική Εργασία, Εργ. Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών, ΤΜΜΒ, ΠΘ, Βόλος, 2002
127. Τσαμασφύρος, Γ.Ι., Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, Αθήνα 1994
128. Χαβιαρόπουλος, Π., *Ιδιωτική επικοινωνία*, 2002
129. Χαβιαρόπουλος, Π., *Ιδιωτική επικοινωνία*, 2003
130. Trapp, J. and R. Zores, Site στο Διαδύκτιο

