

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ – ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

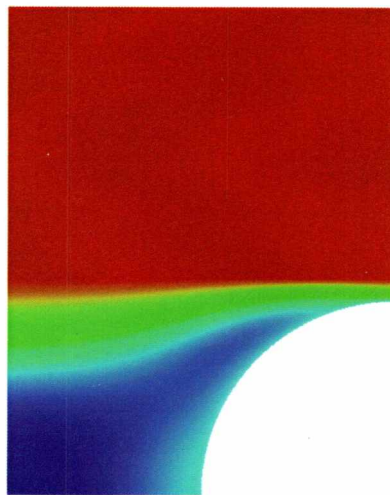
Διπλωματική Εργασία

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΕΜΠΟΤΙΣΜΟΥ ΠΟΡΩΔΩΝ ΥΠΟΣΤΡΩΜΑΤΩΝ

ΕΥΑΓΓΕΛΙΔΗΣ ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ

Επιβλέπων καθηγητής

Δρ Αθανάσιος Παπαθανασίου



Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

ΒΟΛΟΣ 2013



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 12096/1
Ημερ. Εισ.: 13-12-2013
Δωρεά: Συγγραφέας
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΜΜ
2013
ΕΥΑ

ΠΤ - ΜΜ
2013
ΕΥΑ

Εξεταστική επιτροπή

Πρώτος Εξεταστής
(Επιβλέπων)

Δρ. Αθανάσιος Παπαθανασίου
Αναπληρωτής Καθηγητής.
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής

Δρ. Νικόλαος Πελεκάσης,
Καθηγητής,
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής

Δρ. Αναστάσιος Σταμάτης,
Αναπληρωτής Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής εργασίας, κ. Αθανάσιο Παπαθανασίου, αναπληρωτή καθηγητή του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για την σημαντική βοήθεια και καθοδήγησή του, τις πολύτιμες συμβουλές και την εργαστηριακή υποστήριξη που μου παρείχε κατά την διάρκεια της διπλωματικής εργασίας. Επίσης, ευχαριστώ τα άλλα δύο μέλη της εξεταστικής επιτροπής για τις γνώσεις που μου παρείχαν κατά την περίοδο των προπτυχιακών σπουδών μου.

Επιπλέον, θέλω να ευχαριστήσω τους Νικόλαο Πολυχρονόπουλο, υποψήφιο διδάκτορα του τμήματος, και Αναστάσιο Δροσάτο, πτυχιούχο του τμήματος, για τις πολύτιμες συμβουλές και την ανταλλαγή απόψεων, πληροφοριών και προβληματισμών κατά την διάρκεια των εργαστηρίων.

Ακόμα, ευχαριστώ του φίλους μου, Χαράλαμπο Δημητρόπουλο και Γρηγόριο Φράγκο, για την βοήθεια και συμπαράσταση που μου προσέφεραν αυτά τα πέντε χρόνια. Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στις αδερφές μου, στον πατέρα μου και την μητέρα μου για το κουράγιο και την εμπύχωση που μου δίνουν αδιάκοπα.

Περίληψη

Η κατηγορία των θερμοπλαστικών σύνθετων υλικών ενισχυμένων με συνεχή ίνα (continuous fiber reinforced composites, CFRTP) καταλαμβάνει μια ξεχωριστή μεθοδολογία κατεργασίας, πολύ διαφορετικής από τα συνηθέστερα πολυμερή υλικά (thermoplastic, thermosets). Αυτή η διαφορετικότητα είναι που εμποδίζει αυτά τα υλικά να έχουν μια πιο εμπορική ανάπτυξη σε εφαρμογές. Για να μπορέσουν αυτά τα υλικά να αναγνωρισθούν ως μια κατηγορία που έχει γρήγορες και αποτελεσματικές διεργασίες μετατροπής, θα πρέπει εξελιχθούν και να βιομηχανοποιηθούν. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να μελετηθούν διάφορες τεχνολογίες κατεργασιών που να ταιριάζουν με την φύση των υλικών αυτών. Μια τέτοια κατεργασία, η οποία είναι ιδιαίτερα εμπορική, είναι η κατεργασία του melt impregnation. Στην παρούσα εργασία μελετάται η θεωρία που υπάρχει γύρω από την κατεργασία του melt impregnation, και γίνεται η προσομοίωση της κατεργασίας αυτής με την βοήθεια του υπολογιστικού πακέτου OpenFoam. Με αυτόν τον τρόπο θα γίνει μια προσπάθεια να βγουν νέα και χρήσιμα συμπεράσματα για τον μηχανισμό της κατεργασίας, υπό ποιες συνθήκες η κατεργασία είναι πιο αποτελεσματική καθώς και με ποιον τρόπο θα πρέπει να προχωρήσει η μελέτη γύρω από το πρόβλημα εμποτισμού ινωδών υποστρωμάτων.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή-Σκοπός της εργασίας.....	1
Κεφάλαιο 2. Θεωρία εμποτισμού ινωδών υποστρωμάτων.....	3
Κεφάλαιο 3. Παρουσίαση αναλυτικού μοντέλου Bates, Ζου (2002).....	6
Κεφάλαιο 4. Η μοντελοποίηση του προβλήματος στο OpenFoam.....	15
Κεφάλαιο 5. Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....	23
5.1. Σύγκριση με αναλυτικό μοντέλο Bates, Ζου (2002).....	23
5.2. Ανάλυση για διαφορετική γεωμετρία και οριακές συνθήκες.....	27
5.2.1. Εισαγωγή.....	27
5.2.2. Γεωμετρία τεταρτοκυκλίου.....	28
5.2.2.1. Αποτελέσματα περιπτώσεων.....	30
5.2.3. Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με σταθερό πάχος πορώδους επιφάνειας.....	40
5.2.3.1. Αποτελέσματα περιπτώσεων.....	43
5.2.4. Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με μεταβλητό πάχος πορώδους επιφάνειας.....	51
5.2.4.1. Αποτελέσματα περιπτώσεων.....	53
5.2.5. Γεωμετρία ολόκληρου κυλίνδρου με κλίση του πορώδους ακτινικά γύρω από αυτόν.....	59
5.2.5.1. Αποτελέσματα περιπτώσεων.....	61
5.2.6. Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με κλίση του πορώδους ακτινικά γύρω από αυτόν.....	65

5.2.6.1. Αποτελέσματα περιπτώσεων.....	67
5.2.7. Γεωμετρία ολόκληρου κυλίνδρου με ευθύγραμμο πορώδες.....	69
5.2.7.1. Αποτελέσματα περίπτωσης.....	71
5.3. Παραμετρική ανάλυση του επιτυγχανόμενου βαθμού εμποτισμού.....	75
5.3.1. Μεταβολή ακτίνας κυλίνδρου.....	77
5.3.2. Μεταβολή ταχύτητας κυλίνδρου.....	79
5.3.3. Μεταβολή διαπερατότητας πορώδους.....	81
Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα-Προτάσεις.....	83
Κεφάλαιο 7. Βιβλιογραφία.....	85

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή - Σκοπός της εργασίας

Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας, ερευνήθηκε η κατεργασία του εμποτισμού ινωδών υποστρωμάτων, και συγκεκριμένα η κατεργασία του melt impregnation. Η κατεργασία αυτή λαμβάνει χώρα με την βοήθεια έντεχνα σχεδιασμένων συγκλινουσών ροών. Τέτοιες ροές χαρακτηρίζονται από μια αύξηση πίεσης. Αυτή η αυξημένη πίεση είναι η κινητήρια δύναμη για τον εμποτισμό του πορώδους υποστρώματος. Αρχικά, μελετήθηκε η βιβλιογραφία γύρω από αυτή την κατεργασία, εξετάστηκαν τα διαθέσιμα αναλυτικά μοντέλα και ποια είναι η σύγκρισή τους με τις πειραματικές μετρήσεις.

Σύγχρονα προγράμματα υπολογιστικής ρευστομηχανικής δίνουν μια ευρεία δυνατότητα επεξεργασίας μεγάλου όγκου δεδομένων και προβλημάτων με απαιτητικές γεωμετρίες. Έτσι, κρίθηκε απαραίτητο η μελέτη ενός προβλήματος, βασισμένο στα αναλυτικά μοντέλα, με γεωμετρίες που να προσεγγίζουν περισσότερο την πραγματική κατεργασία, και με οριακές συνθήκες που θα ισχύουν γύρω από την γεωμετρία, ώστε τα αποτελέσματα να δίνουν μια ικανοποιητική λύση συγκρινόμενη με την πραγματικότητα.

Αποφασίστηκε, λοιπόν, να γίνει μια αποτύπωση του προβλήματος στο υπολογιστικό πακέτο OpenFoam, και να δημιουργηθούν δύο κύριες ομάδες προβλημάτων, μία που αφορά την ανάλυση των οριακών συνθηκών (σε διάφορες γεωμετρίες) και μία που αφορά την παραμετρική ανάλυση της διεργασίας.

- Στην ανάλυση οριακών συνθηκών, τα προβλήματα λύνονται σε έξι διαφορετικές γεωμετρίες. Οι συνθήκες που επικρατούν σε όλες τις περιπτώσεις είναι ίδιες, ώστε τα αποτελέσματα να παραμένουν συγκρίσιμα. Οι έξι αυτές γεωμετρίες προσπαθούν να προσεγγίσουν το ίδιο πρόβλημα υπό διαφορετική κάθε φορά οπτική γωνία. Για κάθε μία από αυτές τις γεωμετρίες, λύνονται και πάλι διαφορετικές περιπτώσεις, όπου κάθε φορά επικρατούν και διαφορετικές συνθήκες στα όρια. Έτσι, γίνεται μια προσπάθεια προσέγγισης του προβλήματος όσο γίνεται πιο κοντά στην πραγματικότητα, για να εξακριβωθεί αν σε ένα πιο γενικό πλαίσιο οι αναλυτικές εξισώσεις περιγράφουν επ' ακριβώς τις πραγματικές συνθήκες. Ο βασικός λόγος για την επιλογή αυτής της τάξης προβλημάτων είναι η αντικειμενική αδυναμία να οριστεί ένα μοναδιαίο κελί αδιαμφισβήτητης ορθότητας για την διεργασία που μας ενδιαφέρει.
- Στην παραμετρική ανάλυση, η γεωμετρία που λύθηκε είχε την ίδια μορφή σε όλα τα προβλήματα, μια μορφή που μοιάζει με τις γεωμετρίες που έχουν μελετηθεί μέχρι τώρα αναλυτικά (Bates, Zou, 2002). Οι παράμετροι που άλλαζαν από πρόβλημα σε πρόβλημα ήταν η

ταχύτητα, η διαπερατότητα του πορώδους και η ακτίνα του κυλίνδρου. Περισσότερες διευκρινήσεις θα δοθούν στην συνέχεια. Αυτά τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα αναλυτικά μοντέλα των Bates και Zou (2002), και προέκυψε υπό ποιες συνθήκες η κατεργασία γίνεται πιο αποτελεσματική.

Αρχικά, γίνεται μια εισαγωγή στα υπάρχοντα μαθηματικά μοντέλα της κατεργασίας και τις βασικές εξισώσεις που τα διέπουν. Στην συνέχεια, αναλύονται οι εξισώσεις που λύνει ο κώδικας του OpenFoam για τα πορώδη μέσα και παρουσιάζεται εν συντομία με ποιον τρόπο πρέπει να ορισθεί ένα τέτοιο πρόβλημα στο υπολογιστικό πακέτο.

Αφού τελειώσει το θεωρητικό κομμάτι, γίνεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τις δύο αναλύσεις που συζητήθηκαν παραπάνω (παραμετρική ανάλυση και ανάλυση οριακών συνθηκών). Από αυτές τις δύο αναλύσεις προκύπτουν συμπεράσματα τόσο όσον αφορά το κατά πόσο τα αναλυτικά μοντέλα προσεγγίζουν την πραγματική κατεργασία αλλά και ως προς υπό ποιες συνθήκες υπάρχει καλύτερος εμποτισμός του πορώδους μέσου, που είναι και το ζητούμενο της κατεργασίας. Μέσα από τις διαφορετικές οριακές συνθήκες των προβλημάτων, προκύπτουν περιπτώσεις που έχουν διαφορετική φυσική σημασία και γίνεται μια προσπάθεια να βρεθεί ποιος είναι ο μαθηματικός ορισμός του προβλήματος που πλησιάζει την πραγματικότητα.

Η κατασκευή σύνθετων υλικών με αυτό τον τρόπο και με την χρήση κατεργασιών όπως το melt impregnation κερδίζουν συνεχώς έδαφος στην βιομηχανία. Η πολυπλοκότητα, όμως, των πορώδων υλικών σε συνδυασμό με τα πολυμερή τήγματα τα οποία συνήθως χρησιμοποιούνται κάνουν αναγκαία την προσεχτική και διεξοδική μελέτη των συνθηκών της κατεργασίας και των παραμέτρων που πρέπει να ληφθούν υπ' όψη. Σίγουρα, μια τέτοια μελέτη δεν πρέπει να περιορίζεται μόνο στο υπολογιστικό της κομμάτι αλλά και να επιβεβαιώνεται μέσω πειραματικών μεθόδων. Κάτι τέτοιο, δηλαδή πειραματική μελέτη εμποτισμού πορώδων μέσων, δεν έχει αναπτυχθεί ιδιαίτερα. Για αυτό στο τέλος της εργασίας απαριθμούνται διάφορες προτάσεις για την περαιτέρω μελέτη του προβλήματος και ως προς ποιες κατευθύνσεις πρέπει αυτή η ανάλυση να συνεχιστεί και να επικεντρωθεί.

Κεφάλαιο 2. Θεωρία εμποτισμού ινωδών υποστρωμάτων

Τα εξελιγμένα θερμοπλαστικά σύνθετα υλικά αντιπροσωπεύουν ένα καινούριο ορόσημο για τα θερμοπλαστικά πολυμερή. Αυτό διότι έχουν την δυνατότητα να επαυξήσουν το μέτρο ελαστικότητας και την αντοχή στην κρούση του πολυμερούς ως και μία τάξη μεγέθους πάνω, με την τεχνολογία συνεχούς ενισχυμένης ίνας (continuous reinforced fiber). Αυτή η εξέλιξη στην οικογένεια των πλαστικών και των θερμοπλαστικών τα κάνει ανταγωνιστικά ακόμα και με τα θερμοσκληρυνόμενα υλικά (thermosets) κυρίως όσον αφορά:

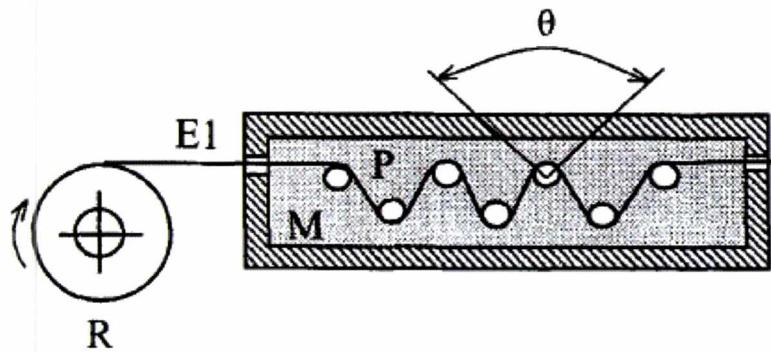
- Την πιο οικονομική κατασκευή
- Τον απεριόριστο χρόνο αποθήκευσης
- Την καλύτερη σκληρότητα και ανεκτικότητα σε ζημιά
- Τους πιο γρήγορους κύκλους παραγωγής

Ίνες γυαλιού ενισχυμένες με θερμοπλαστικά (glass fiber-reinforced thermoplastics) φτιάχνονται συμβατικά με την ανάμιξη πολυμερούς και κομμένων ινών γυαλιού, που έχουν ως προϊόν τα επονομαζόμενα σύνθετα υλικά «short fiber-reinforced composites». Οι διατμητικές τάσεις του πολυμερούς κατά την διάρκεια της διεργασίας ανάμιξής του με τις ίνες και ο σχεδιασμός του αναμείκτη μειώνουν δραστικά το αρχικό μήκος της ίνας. Έτσι οι μηχανικές ιδιότητες ενός τέτοιου υλικού εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από το τελικά επιτυγχανόμενο μήκος ίνας στο σύνθετο υλικό, που συνήθως είναι σημαντικά κάτω από 1 mm.

Έχουν γίνει αρκετές έρευνες για να αναπτυχθούν μέθοδοι που θα παράγουν υλικά με υψηλές περιεκτικότητες ίνας γυαλιού, ή να παράγουν θερμοπλαστικά σύνθετα υλικά συνεχούς ενισχυμένης ίνας (continuous reinforced thermoplastic composites), για να βελτιωθούν οι μηχανικές ιδιότητες αυτών των υλικών σε σχέση με τα short fiber-reinforced composites. Αυτά τα σύνθετα υλικά συνεχούς ενίσχυσης φτιάχνονται από προ-εμποτισμένα θερμοπλαστικά (prepregs, συντομογραφία του pre-impregnated). Ο προ-εμποτισμός αυτός γίνεται στην διεπιφάνεια της ίνας. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργούνται στην διεπιφάνεια περιοχές διείσδυσης. Εξ' αιτίας, όμως του μεγάλου ιξώδους των πολυμερικών τηγμάτων, δεν είναι εύκολο να φέρει κανείς το θερμοπλαστικό ανάμεσα στις ίνες. Εξάλλου απαιτείται και υψηλή θερμοκρασία λειτουργίας. Έτσι έχουν δοκιμαστεί πολλές προσεγγίσεις για να ξεπεραστούν τα προβλήματα του εμποτισμού. Μια τέτοια προσέγγιση αποτελεί και η κατεργασία του melt impregnation.

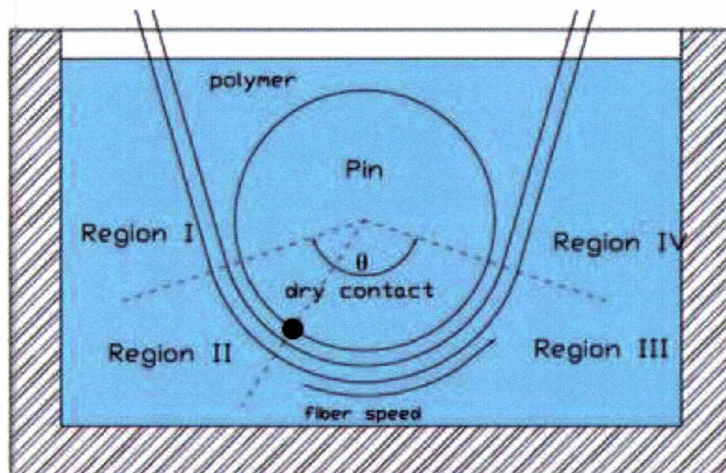
Η κατεργασία melt impregnation ανήκει στην κατηγορία του pultrusion. Αυτή η διαδικασία είναι μια τεχνική κατά την οποία ενισχυμένες ίνες εμποτισμένες με πολυμερές υλικό περνάνε μέσα από μια μήτρα έτσι ώστε να ενοποιηθούν και να σχηματίσουν το σύνθετο υλικό. Θερμοσκληρυνόμενες (thermosets) ρητίνες προτιμώνται έναντι των θερμοπλαστικών (thermoplastic) κυρίως επειδή έχουν πολύ χαμηλότερο ιξώδες. Παρ' όλα αυτά, οι κατεργασίες pultrusion που χρησιμοποιούν θερμοπλαστικά τήγματα γίνονται ολοένα και πιο δημοφιλείς, μιας και, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, τα θερμοπλαστικά προϊόντα έχουν ευρύτερο πεδίο εφαρμογών. Ανεξάρτητα από το ποια διαδικασία θα ακολουθηθεί, μια από τις απαιτήσεις του τελικού προϊόντος είναι το πολυμερές υλικό να έχει διανεμηθεί ομοιόμορφα σε όλο το μήκος της ενισχυτικής ίνας και σε όλο τον όγκο του ινώδους υποστρώματος. Οι τεχνικές εμποτισμού ινών με θερμοπλαστικά πολυμερή μπορεί να χωρισθεί σε πολλές κατηγορίες. Η διαδικασία, όμως, του melt impregnation έχει σημειώσει βιομηχανική επιτυχία κυρίως λόγω της σχετικής της απλότητας. Χρησιμοποιείται συχνά για να δημιουργεί συνεχή ενισχυμένα νήματα, τα οποία στην συνέχεια επεξεργάζονται κατάλληλα, για να χρησιμοποιηθούν για περαιτέρω κατεργασία, όπως για παράδειγμα στον σχηματισμό pellets (σφαιριδίων) για injection molding (χύτευση με έγχυση). Έτσι, έχει δοθεί μεγάλη επιστημονική προσοχή στο melt impregnation θερμοπλαστικών πολυμερών, σαν αποτέλεσμα της δυσκολίας να διεισδύσει ένα ιξώδες τήγμα μέσα σε μια στενή πορώδη κοιλότητα. Γενικά, η κατεργασία αποτελείται από ένα εκβολέα ο οποίος παρέχει θερμοπλαστικό υλικό σε ένα λουτρό τήγματος. Το κουβάρι του νήματος εισέρχεται μέσα στο μπάνιο και διέρχεται από μια σειρά μεταλλικών επιφανειών ή καρφιών (pins). Αυτά τα καρφιά μπορεί να έχουν κυλινδρικό ή και ελλειπτικό σχήμα, για να μπορέσουν να απλώσουν τις ίνες. Πέρα από το άπλωμα αυτό, τα καρφιά είναι υπεύθυνα και για τη δημιουργία πίεσης στο τήγμα, δημιουργώντας μια ροή προς το νήμα που εμποτίζει με υγρό τους πόρους του υλικού. Το σύνθετο υλικό βγαίνει από το λουτρό μέσω μιας μήτρας που ελέγχει την αναλογία πολυμερούς-νήματος.

Μια διάταξη της κατεργασίας του melt impregnation φαίνεται στην εικόνα 1. Το τύλιγμα του πορώδους νήματος ξεδιπλώνεται μέσω της μήτρας όπου και μπαίνει μέσα στο λουτρό του πολυμερούς. Το νήμα στην συνέχεια περνά από μια σειρά κυλινδρικών ελάστρων τα οποία είτε περιστρέφονται ή παραμένουν ακίνητα. Στην διάρκεια αυτών των περασμάτων, γίνεται ο εμποτισμός του τήγματος μέσα στις κοιλότητες του νήματος και το σύνθετο υλικό αποκτά την τελική του μορφή και σύσταση. Η σύσταση που θα έχει σε αναλογία πολυμερούς και νήματος καθορίζεται από την μήτρα στην έξοδο του λουτρού.



Εικόνα 1 Διάταξη κατεργασίας melt impregnation, Πηγή: Bates, Zou (2002)

Στην παρούσα μελέτη, αναλύθηκε το μέρος της κατεργασίας στο οποίο γίνεται ο εμποτισμός. Δηλαδή δόθηκε προσοχή στο σημείο το οποίο το νήμα έρχεται πολύ κοντά με το έλαστρο. Σε αυτό το σημείο παρατηρήθηκε το πώς μεταβάλλεται η πίεση και η ταχύτητα καθώς το νήμα πλησιάζει και απομακρύνεται από το έλαστρο, και το ποιο είναι το βάθος της διείσδυσης του πολυμερούς υλικού μέσα στο πορώδες. Μια αντιπροσωπευτική εικόνα αυτού του σταδίου της κατεργασίας φαίνεται παρακάτω.



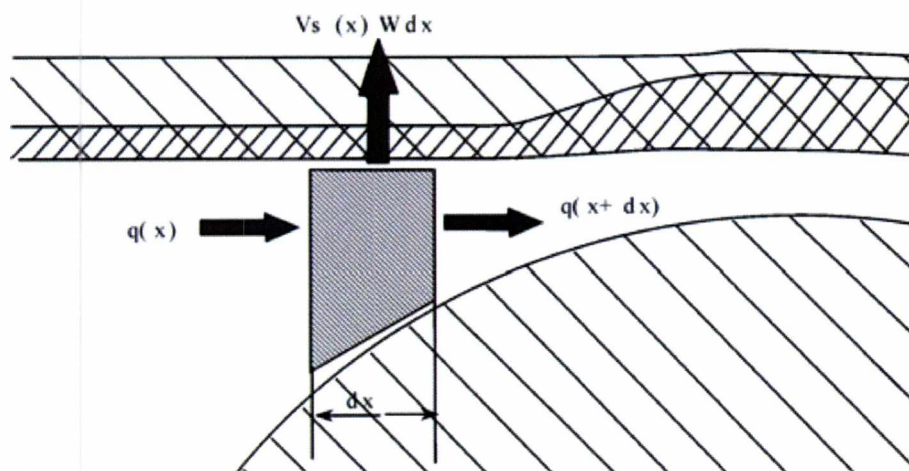
Εικόνα 2 Στάδιο εμποτισμού πορώδους γύρω από το έλαστρο, Πηγή: R. Wang, F. Yang, L. Hao (2012)

Κεφάλαιο 3. Παρουσίαση αναλυτικού μοντέλου Bates, Ζου (2002)

Παρακάτω παρουσιάζεται το αναλυτικό μοντέλο των Bates και Ζου (2002), και το πώς προκύπτουν οι εξισώσεις του μοντέλου αυτού. Πρώτα, όμως, απαριθμούνται οι παραδοχές και οι απλουστεύσεις του μοντέλου.

Στο αριθμητικό μοντέλο που ανέπτυξε ο Bates με τον Ζου (2002), οι κύριες θεωρήσεις που έγιναν είναι οι εξής:

1. Ο εμποτισμός στο νήμα γίνεται εγκάρσια του μήκους του και καθώς προσεγγίζει την κυλινδρική γεωμετρία. Η επιφάνεια ελέγχου στην οποία λύνεται το πρόβλημα έχει σφηνοειδή μορφή (wedge shaped region), και σε αυτή έχουμε μια προοδευτική αύξηση της πίεσης. Αυτό φαίνεται σχηματικά και στην εικόνα 3.



Εικόνα 3 Μορφή επιφάνειας ελέγχου (wedge shaped region), Πηγή: Bates, Ζου (2002)

Σε αυτή την εικόνα τα βέλη δείχνουν την ογκομετρική παροχή στην επιφάνεια ελέγχου του σφηνοειδούς σχήματος, καθώς το ρευστό πλησιάζει προς την στένωση. Ομολογουμένως κάποια διείσδυση πολυμερούς μπορεί να γίνει πριν ή και μετά από το εφαπτομενικό μέρος του κυλίνδρου. Παρ' όλα αυτά, το ποσό του υγρού που διεισδύει θεωρείται αμελητέο δεδομένου ότι μέσα στο λουτρό υπάρχει ατμοσφαιρική πίεση.

2. Σε αυτή την περιοχή (wedge shaped region), το τήγμα θεωρείται ότι συμπεριφέρεται ως Νευτωνικό ρευστό. Αυτό απλοποιεί την μαθηματική ανάλυση, κάνοντας δυνατή την χρήση των

Νευτωνικών μοντέλων για λίπανση εδράνων (lubrication approximation). Αυτή η θεώρηση είναι εφικτή για αρκετά πολυμερή υλικά όταν οι ρυθμοί διάτμησης είναι σχετικά χαμηλοί.

3. Η πίεση θεωρείται η μόνη κινητήρια δύναμη για τον εμποτισμό του πορώδους μέσου. Οι επιφανειακές τάσεις θεωρούνται αμελητέες λόγω του υψηλού ιξώδους που επικρατεί.
4. Η θερμοκρασία του τήγματος θεωρείται ομοιόμορφη και ίση με την θερμοκρασία του λουτρού. Η ιξώδης θερμότητα θεωρείται αμελητέα.
5. Η ροή του πολυμερούς μέσω του πορώδους μέσου μπορεί να περιγραφεί από τις εξισώσεις του νόμου του Darcy (εξ. 3.16). Έτσι, το νήμα θεωρείται ως ένα ομοιογενές πορώδες μέσο, χαρακτηριζόμενο από μια διαπερατότητα (K).

Παρακάτω παρουσιάζεται το αναλυτικό μοντέλο των Bates, Zou (2002) και το πως προκύπτουν οι εξισώσεις του μοντέλου αυτού.

Οι εξισώσεις συνέχειας (εξίσωση 3.1) μαζί με τις εξισώσεις Navier-Stokes (εξίσωση 3.2) για ασυμπύεστη ροή και χωρίς την ύπαρξη εξωτερικών δυνάμεων (όπως βαρύτητα) καταγράφονται παρακάτω.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (3.2)$$

Όπου, ρ : πυκνότητα του ρευστού σε $\frac{kg}{m^3}$

\mathbf{v} : το διάνυσμα της ταχύτητας σε $\frac{m}{s}$

t : χρόνος σε s

p : πίεση σε $\frac{N}{m^2}$

μ : δυναμικό ιξώδες σε $Pa \cdot s$

Θεωρώντας μόνιμες συνθήκες, δυσδιάστατη ροή και απαλείφοντας τους αδρανειακούς όρους (αριστερό μέλος των εξισώσεων Navier-Stokes) από την εξίσωση 3.2 ως αμελητέους, προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις.

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}\right) = 0 \quad (3.3)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right) \quad (3.4)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}\right) \quad (3.5)$$

Επίσης, επειδή, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο όγκος ελέγχου είναι μια περιοχή σφηνοειδούς μορφής, θεωρείται ότι η ροή είναι σχεδόν παράλληλη, κάτι που σημαίνει ότι χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις του lubrication approximation (πρόβλημα λίπανσης). Αυτό μαθηματικά σημαίνει ότι η ταχύτητα στην κατακόρυφη γ-διεύθυνση είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ταχύτητα στην x-διεύθυνση ($v_y \ll v_x$) και ότι η δεύτερη παράγωγος της ταχύτητας στην x-διεύθυνση ως προς τον άξονα x είναι πολύ μικρότερη από την αντίστοιχη δεύτερη παράγωγο ως προς τον άξονα y ($\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}$). Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι τελικές μορφές των εξισώσεων θα είναι.

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}\right) = 0 \quad (3.3)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right) \quad (3.6)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.7)$$

Οι διευθύνσεις της γεωμετρίας ορίζονται όπως φαίνονται και στην εικόνα 4. Η απόσταση στον άξονα y μεταξύ του κυλίνδρου και του πορώδους μέσου θεωρείται ότι ικανοποιείται από την εξίσωση $h(x)$, για την οποία ισχύει:

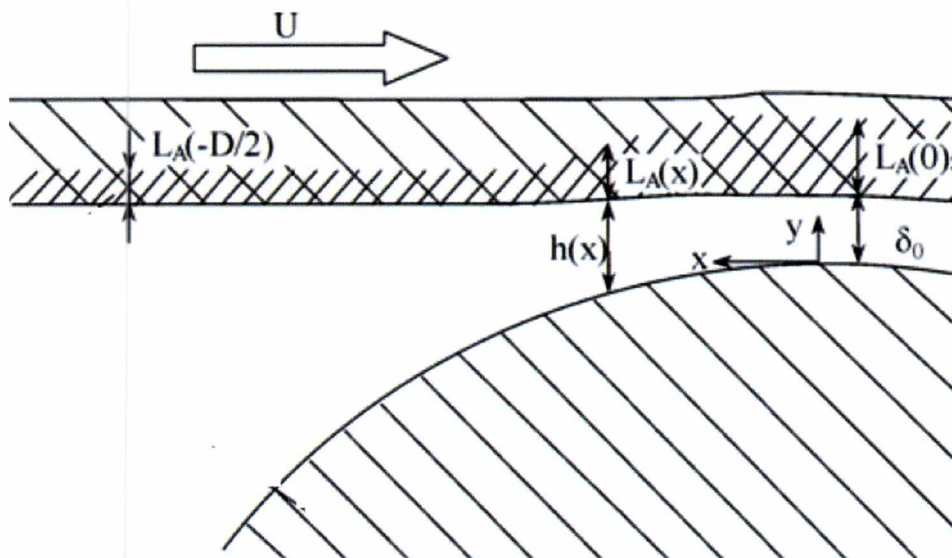
$$h(x) = \delta_0 + \frac{x^2}{D} \quad (3.8)$$

όπου h : η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ κυλίνδρου-πορώδους σε m

δ_0 : η ελάχιστη κατακόρυφη απόσταση μεταξύ κυλίνδρου-πορώδους μέσου σε m

D: η διάμετρος του κυλίνδρου σε m

Όπως φαίνεται και στην εικόνα, το σημείο με την ελάχιστη απόσταση δ_0 βρίσκεται πάνω στην προβολή του κέντρου του κυλίνδρου ($x=0$).



Εικόνα 4 Απόσταση διακένου μεταξύ πορώδους και κυλίνδρου, άξονες γεωμετρίας Πηγή: Bates, Zou (2002)

Οι οριακές συνθήκες για αυτό το πρόβλημα είναι ότι η ταχύτητα της διεύθυνσης x στην επιφάνεια του κυλίνδρου θα είναι μηδενική (εξ. 3.9), ενώ πάνω στην επιφάνεια του πορώδους η αντίστοιχη ταχύτητα θα είναι ίση με την ταχύτητα με την οποία κινείται το νήμα (εξ. 3.10).

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση Navier-Stokes για την ταχύτητα στην x -διεύθυνση και λαμβάνοντας υπόψη τις προαναφερθείσες οριακές συνθήκες, οι οποίες έχουν την παρακάτω μαθηματική μορφή,

$$\text{στο } y = 0, v_x = 0 \quad (3.9)$$

$$\text{στο } y = h(x), v_x = V \quad (3.10)$$

προκύπτει η εξής λύση για την ταχύτητα:

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) [y^2 - h(x)y] + \frac{V}{h(x)} y \quad (3.11)$$

Όσον αφορά την ογκομετρική παροχή (net flow rate, μονάδες $\frac{m^3}{s}$), σε κάθε σημείο x θα ισχύει:

$$q(x) = W \int_0^h v_x dy \quad (3.12)$$

Έτσι αντικαθιστώντας στην λύση της ταχύτητας το net flow rate, εκφρασμένο σε ταχύτητα, και λύνοντας ως προς την παράγωγο της πίεσης, προκύπτει η εξής λύση:

$$\frac{dP(x)}{dx} = \frac{6V\mu}{[h(x)]^2} - \frac{12\mu q(x)}{W[h(x)]^3} \quad (3.13)$$

Όπου $q(x)$ είναι η ροή ρευστού στην κατεύθυνση (x) στον χώρο μεταξύ επιφάνειας κυλίνδρου και επιφάνειας πορώδους υλικού. Προφανώς η $q(x)$ είναι μια συνάρτηση του (x) μιας και ένα μέρος του ρευστού περνά προς το πορώδες υπόστρωμα. Οι Bates, Ζου (2002) γενικεύουν την λύση θεωρώντας ότι η κατεργασία μπορεί να γίνει σε πολλά στάδια, δηλαδή αναφέρουν και την περίπτωση όπου υπάρχουν παραπάνω από ένας κύλινδροι που βοηθούν τον εμποτισμό του νήματος. Άρα, σε κάθε κύλινδρο j , θεωρώντας ότι υπάρχουν συνολικά N κυλινδρικά στοιχεία, η λύση θα είναι η εξής:

$$\frac{dP_j(x)}{dx} = \frac{6V\mu}{[h_j(x)]^2} - \frac{12\mu q_j(x)}{W_j[h_j(x)]^3}, j = 1, \dots, N \quad (3.14)$$

Στις δύο τελευταίες εξισώσεις, ο όρος που αφαιρείται στο δεξί μέλος είναι ο όρος που υποδηλώνει την ροή ρευστού προς το πορώδες μέσο. Η εξίσωση χωρίς αυτόν τον όρο αποτελεί την περίπτωση κατά την οποία πάνω από τον κύλινδρο δεν υπάρχει πορώδη επιφάνεια αλλά ένα συμπαγές, αδιαπέραστο στερεό τοίχωμα το οποίο δεν επιτρέπει διαβροχή στο εσωτερικό του.

Για να μελετηθεί η ταχύτητα που αναπτύσσεται στο εσωτερικό του πορώδους μέσου, οι εξισώσεις αλλάζουν και γίνονται ημι-εμπειρικές ως επί των πλείστων. Η κύρια εξίσωση στην μελέτη και η πιο βασική όσον αφορά τα πορώδη υλικά είναι ο νόμος του Darcy (εξ. 3.15).

$$V_v(x) = \frac{K \cdot (P(x) - P_{atm})}{\mu \cdot L(x)} \quad (3.15)$$

Όπου, $V_v(x)$: η κατακόρυφη ταχύτητα του ρευστού στο πορώδες μέσο στο σημείο x σε $\frac{m}{s}$

$P(x)$: η πίεση που αναπτύσσεται στο σημείο x πάνω στην διεπιφάνεια πορώδους-ρευστού σε $\frac{N}{m^2}$

P_{atm} : η πίεση που επικρατεί μακριά από το σημείο του εμποτισμού, η πίεση του λουτρού σε $\frac{N}{m^2}$

μ : το δυναμικό ιξώδες του ρευστού σε $Pa \cdot s$

$L(x)$: το βάθος διείσδυσης του ρευστού μέσα στο πορώδες μέσο στο σημείο x σε m

K : η διαπερατότητα του πορώδους μέσου σε m^2

Όσον αφορά το K στην παραπάνω εξίσωση, πρόκειται για την διαπερατότητα του πορώδους μέσου. Είναι το πιο χαρακτηριστικό μέγεθος για τα πορώδη υλικά μιας και υποδεικνύει πόση μεγάλη είναι η αντίσταση που προβάλλει το υλικό στην ροή ρευστού μέσω αυτού. Γενικά, όταν το K είναι μηδέν το πορώδες μέσο θεωρείται αδιαπέραστο. Όσο η τιμή του αυξάνεται (τάξης $10^{-10}m^2$ και μεγαλύτερο) το υλικό θεωρείται διαπερατό. Η τιμή του βρίσκεται από διάφορες εξισώσεις, η πιο διαδεδομένη, και αυτή που χρησιμοποιείται στην ανάλυση των Bates και Zou (2002), είναι η ισότητα Karman-Kozeny (1927). Στην παρούσα ανάλυση, η τιμή που δόθηκε στην διαπερατότητα K είναι καθαρά προσεγγιστική. Σκοπός ήταν να αναλυθούν τα αποτελέσματα για διαφορετικής τάξης τιμές διαπερατοτήτων και τι αντίκτυπο έχουν αυτά στην τελική λύση. Περισσότερη ανάλυση για τον γενικευμένο νόμο του Darcy, όπου λαμβάνεται υπ' όψη η εξίσωση Karman-Kozeny (1927) και θεωρείται ρευστό Power Law (R.P. Chhabra, J.F. Richardson, 2008), μπορεί να βρει κανείς στο άρθρο των Bates και Zou (2002). Στην παρούσα μελέτη, θεωρείται ότι το ρευστό είναι Νευτωνικό ενώ η διαπερατότητα παίρνει αυθαίρετες τιμές.

Η εξίσωση του Darcy (εξ. 3.15) επιτρέπει τον υπολογισμό του βάθους διείσδυσης, $L(x)$. Ο τρόπος που γίνεται αυτό παρουσιάζεται παρακάτω. Αρχικά το ισοζύγιο της ογκομετρικής παροχής στον όγκο ελέγχου σφηνοειδούς μορφής με μήκος W στην z -διεύθυνση περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση.

$$q(0) - q\left(-\frac{D}{2}\right) = dq(x) = -V_v(x) \cdot W \cdot dx \quad (3.16)$$

Όπου, $q(x)$, $q\left(-\frac{D}{2}\right)$, $q(0)$: η ογκομετρική παροχή σε κάποιο σημείο x , στην αρχή και στο κέντρο του κυλίνδρου αντίστοιχα σε $\frac{m^3}{s}$

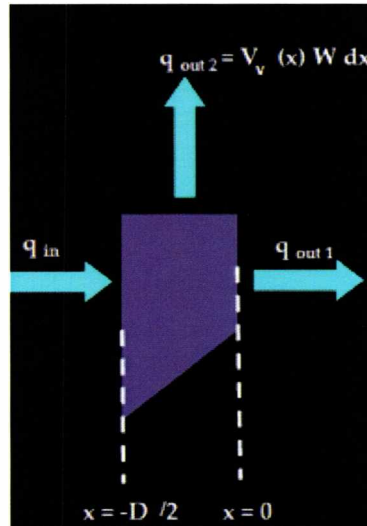
$V_v(x)$: η κατακόρυφη ταχύτητα του ρευστού στην διεπιφάνεια σε $\frac{m}{s}$

W : το βάθος του όγκου ελέγχου (z -διεύθυνση) σε m

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (3.15),(3.16) ισχύει επίσης

$$\frac{dq}{dx} = -\frac{K \cdot W}{\mu \cdot L} \cdot (P(x) - P(atm)) \quad (3.17)$$

Μια απεικόνιση του όγκου ελέγχου και του ισοζυγίου φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 5 Όγκος ελέγχου και ισοζύγιο παροχής

Μια άλλη εξίσωση για την ταχύτητα $V_v(x)$ είναι εκφράζοντας την ως συνάρτηση του βάθους διείδυσης $L(x)$:

$$V_v(x) = \frac{dL(t)}{dt} = \frac{dL(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = V \cdot \frac{dL(x)}{dx} \quad (3.18)$$

Όπου V : η ταχύτητα με την οποία κινείται το πορώδες μέσο σε $\frac{m}{s}$

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση (3.16) από ένα σημείο x έως το σημείο $x=0$ και συνδυάζοντας την με την εξίσωση 3.18, προκύπτουν τα παρακάτω

$$\int_{q(x)}^{q(0)} dq(x) = -W \cdot \int_x^{x=0} V_v(x) dx = -W \cdot V \cdot (L(0) - L(x)) \quad (3.19)$$

Σαν όριο στο κέντρο του κυλίνδρου για την πίεση και την ογκομετρική παροχή ισχύει

$$\text{στο } x = 0, \frac{dP}{dx} = 0 \quad (3.20)$$

$$q(0) = W \cdot V \cdot \frac{\delta_0}{2} \quad (3.21)$$

Έτσι, η εξίσωση της ογκομετρικής παροχής είναι η εξής

$$q(x) = W \cdot V \cdot \left(\frac{\delta_0}{2} + L(0) - L(x) \right) \quad (3.22)$$

Για να υπολογίσει κανείς την εξέλιξη του τήγματος διαμέσου του πορώδους μέσου στην περιοχή του κυλίνδρου θα πρέπει να λύσει ταυτόχρονα δύο πρώτης τάξης διαφορικές εξισώσεις και μια σειρά από μη γραμμικές εξισώσεις κατά μήκος της σφηνοειδούς επιφάνειας ελέγχου.

Η πρώτη διαφορική εξίσωση είναι η εξίσωση (3.13), της οποίας η οριακή συνθήκη είναι:

$$P \left(x = -\frac{D}{2} \right) = 0 \quad (3.23)$$

Η δεύτερη διαφορική πρώτης τάξης δημιουργείται κάνοντας πρώτα την παρακάτω μαθηματική διευκόλυνση.

$$\frac{dZ(x)}{dx} = V_v(x) \quad (3.24)$$

Αυτή η εξίσωση συνδυάζεται με την οριακή συνθήκη που ακολουθεί, η οποία υπονοεί ότι ο εμποτισμός λαμβάνει χώρα μόνο κατά την διάρκεια που το ρευστό βρίσκεται στον κύλινδρο, και όχι παντού μέσα στο λουτρό.

$$Z \left(x = -\frac{D}{2} \right) = 0 \quad (3.25)$$

Αυτή, λοιπόν, η εξίσωση συνδυάζεται με την (3.18), από την οποία προκύπτει η δεύτερη διαφορική πρώτης τάξης, ολοκληρώνοντας από το $x = -\frac{D}{2}$ ως ένα τυχαίο σημείο x .

$$L(x) = L \left(-\frac{D}{2} \right) + \frac{1}{V} \left(Z(x) - Z \left(-\frac{D}{2} \right) \right) \quad (3.26)$$

Τονίζεται, επίσης, ότι για την τιμή που παίρνει το βάθος διείδυσης στην αρχή του κυλίνδρου, $L \left(-\frac{D}{2} \right)$, θεωρείται μια μικρή τιμή, της τάξης του 10^{-13} m^2 .

Έτσι το τελικό σύστημα όπως προκύπτει αντικαθιστώντας τις τελευταίες θεωρήσεις στις εξισώσεις (3.13) και (3.15) είναι,

$$\frac{dP(x)}{dx} = \frac{6V\mu}{[h(x)]^2} - \frac{12\mu V}{[h(x)]^3} \cdot \left[\frac{\delta_0}{2} + L(0) - L\left(-\frac{D}{2}\right) - \frac{1}{V} \left(Z(x) - Z\left(-\frac{D}{2}\right) \right) \right] \quad (3.27)$$

$$\frac{dZ(x)}{dx} = \frac{K \cdot (P(x) - P_{atm})}{\mu \cdot \left[L\left(-\frac{D}{2}\right) + \frac{1}{V} \left(Z(x) - Z\left(-\frac{D}{2}\right) \right) \right]} \quad (3.28)$$

Για να λυθεί το σύστημα θα πρέπει να επιβληθούν οι οριακές συνθήκες (3.23) και (3.25), ενώ θα πρέπει να γίνει και μια αρχική υπόθεση για το βάθος διείσδυσης στο $x=0$, $L(0)$.

Κεφάλαιο 4. Η μοντελοποίηση του προβλήματος στο OpenFoam

Ο προγραμματισμός ενός τέτοιου προβλήματος στο OpenFoam, γίνεται με τον λύτη (solver) `porousSimpleFoam`. Αυτός ο solver πρόκειται για ένα παρακλάδι ενός από τους πιο διαδεδομένους κώδικες του OpenFoam, του `simpleFoam`, ο οποίος επεξεργάζεται προβλήματα ρευστομηχανικής σε μόνιμες συνθήκες. Στην ουσία, ο `simpleFoam` χρησιμοποιεί την εξίσωση Navier-Stokes, παραλείποντας το κομμάτι του χρόνου. Το επιπλέον στοιχείο που έχει ο `porousSimpleFoam` είναι ότι εισάγεται ένας επιπλέον όρος, ο οποίος αφορά τα πορώδη μέσα. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλυθεί η εξίσωση που λύνει ο `porousSimpleFoam` και τα βασικά στοιχεία που ορίστηκαν στην ανάλυση του συγκεκριμένου προβλήματος.

Το πορώδες μέσο στο OpenFoam μοντελοποιείται θεωρώντας αμελητέο το κομμάτι του χρόνου και προσθέτοντας έναν επιπλέον όρο στις εξισώσεις Navier-Stokes. Η μαθηματική διατύπωση της κωδικοποιημένης εξίσωσης είναι η παρακάτω.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\gamma u_i) + u_j \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + S_i \quad (4.1)$$

Το γ στο κομμάτι του χρόνου παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1, όπου το τελευταίο ισχύει για πλήρες πορώδες. Στην περίπτωση που εξετάζεται, αυτός ο όρος αγνοείται. Ο όρος S_i του κώδικα αποτελείται από δύο μέρη, το ένα μέρος είναι για πτώση πίεσης εξαιτίας του ιξώδους ενώ το άλλο εξαιτίας των αδρανειακών δυνάμεων. Αυτά τα μέρη εξαρτώνται από την ταχύτητα και το τετράγωνο της ταχύτητας, αντίστοιχα, όπως φαίνεται και στην εξίσωση 4.2.

$$S_i = -\left(\mu D_{ij} + \frac{1}{2}\rho|u_{kk}|F_{ij}\right)u_i \quad (4.2)$$

Αυτή η εξίσωση (εξ. 4.2) είναι γνωστή ως εξίσωση Darcy-Forchheimer. Στην απλούστερη περίπτωση ομογενούς πορώδους υλικού, η εξίσωση παίρνει την εξής μορφή.

$$S_i = -\left(\mu D + \frac{1}{2}\rho|u_{kk}|F\right)u_i \quad (4.3)$$

Δηλαδή τα D και F είναι πλέον βαθμωτά μεγέθη.

Στα πλαίσια αυτής της μελέτης θεωρήθηκε ότι πτώση πίεσης δημιουργείται μόνο λόγω ιξωδών δυνάμεων, και άρα ο όρος F της τελευταίας εξίσωσης παραλείπεται:

$$S_i = -(\mu D)u_i \quad (4.4)$$

Μπορεί εύκολα κανείς να διακρίνει ότι αυτό που απομένει είναι η εξίσωση από τον νόμο του Darcy όπου S_i είναι ο όρος της πτώσης πίεσης ενώ για την διαπερατότητα ισχύει

$$D = \frac{1}{K} \quad (4.5)$$

Στο OpenFoam, όπως είναι προφανές, προσδιορίζεται ο αντίστροφος της διαπερατότητας και όχι η διαπερατότητα αυτή καθ' αυτή. Έτσι, όσο πιο μεγάλος είναι ο όρος D που ορίζεται σαν παράμετρος, τόσο πιο αδιαπέραστο είναι το πορώδες υλικό, ενώ όσο πιο μικρός, το υλικό είναι πιο εύκολο να διαποτιστεί.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο συγκεκριμένος solver χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνει πορώδη μέσα. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι θα πρέπει η γεωμετρία του προβλήματος να περιλαμβάνει εξ' ολοκλήρου το πορώδες υλικό, αλλά μπορεί να λύσει και γεωμετρίες που αποτελούνται από ελεύθερες επιφάνειες ρευστού και πορώδεις επιφάνειες ταυτόχρονα. Έτσι, στις περιοχές του ελεύθερου ρευστού, χρησιμοποιούνται οι συμβατικές εξισώσεις Navier-Stokes, χωρίς δηλαδή τον όρο S_i της εξίσωσης (4.1), ενώ στις περιοχές που θεωρείται ότι υπάρχουν πορώδη μέσα χρησιμοποιείται ακριβώς η εξίσωση (4.1). Θα πρέπει λοιπόν, να ορισθεί στην γεωμετρία ποια περιοχή είναι η πορώδης περιοχή και ποια η περιοχή του ελεύθερου ρευστού. Λίγα λόγια για το πώς γίνεται αυτό καθώς και γενικά το πώς είναι δομημένος ο κώδικας και ποια είναι η βασική του μορφή, διατυπώνονται στην συνέχεια.

Το OpenFoam είναι ένα πρόγραμμα το οποίο είναι διαθέσιμο στο λογισμικό των Linux και του οποίου ο πηγαίος του κώδικας είναι σε γλώσσα C++. Έτσι λοιπόν, αποτελείται από βιβλιοθήκες, οι οποίες περιλαμβάνουν όλες τις απαραίτητες διαδικασίες που πρέπει να εκτελεστούν για να λυθεί το εκάστοτε πρόβλημα. Οι διαδικασίες αυτές χωρίζονται σε δύο ομάδες, τους λύτες (solvers), που χρησιμοποιούνται για να λυθούν τα συγκεκριμένα προβλήματα μηχανικής, και τις διαδικασίες-εφαρμογές, οι οποίες είναι υπεύθυνες για την επεξεργασία των δεδομένων. Το OpenFoam, περιλαμβάνει από μόνο του μια μεγάλη γκάμα από solvers και utilities, καλύπτοντας ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων και περιπτώσεων.

Παρ' όλα αυτά, το OpenFoam δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να επέμβει στον κώδικα του προγράμματος. Έτσι μπορεί κανείς με βασικές γνώσεις σε προγραμματισμό να δημιουργήσει λύτες και εφαρμογές, που να ταιριάζουν στο πρόβλημα που τον ενδιαφέρει να επιλύσει, και να μετατρέψει τον

αρχικό κώδικα στις ανάγκες του. Όσον αφορά την γραφική απεικόνιση της γεωμετρίας ή και των αποτελεσμάτων, μπορεί ο χρήστης να χρησιμοποιήσει εξωτερικά προγράμματα (third party) ή το πρόγραμμα που χρησιμοποιεί το ίδιο το OpenFoam το ParaView.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω ο χρήστης του OpenFoam μπορεί να επέμβει στον πηγαίο κώδικα του προγράμματος. Αυτό όμως δεν είναι απαραίτητο για όλων των ειδών τα προβλήματα. Ο τρόπος με τον οποίο ο χρήστης συντάσσει και αναπτύσσει το πρόβλημα που θέλει να λυθεί είναι μέσω μιας σειράς φακέλων και αρχείων. Ο χρήστης δημιουργεί τους φακέλους και τα αρχεία αυτά κατάλληλα έτσι ώστε να μπορέσει το πρόγραμμα να αντλήσει από εκεί όλες τις απαραίτητες πληροφορίες που χρειάζεται για να λύσει το πρόβλημα. Αυτό το πλήθος των φακέλων και των αρχείων ονομάζονται λεξικά (dictionaries). Η δομή, η διάταξη καθώς και το περιεχόμενο των λεξικών αυτών μπορεί να διαφέρει από πρόβλημα σε πρόβλημα.

Παρακάτω, θα γίνει αναφορά στο πώς επεξεργάζεται ο χρήστης τα λεξικά αυτά για να λύσει το πρόβλημα ρευστομηχανικής με πορώδες μέσο. Με αυτόν τον τρόπο θα δοθεί στον αναγνώστη μια ιδέα για το πώς έπρεπε να μοντελοποιηθεί το πρόβλημα του melt impregnation για τον αυθαίρετο (default) solver του OpenFoam, τον porousSimpleFoam.

Ο συνολικός ορισμός ενός προβλήματος, η γεωμετρία, οι παράμετροι του ρευστού, οι οριακές συνθήκες και ο τρόπος επίλυσής του, συμπεριλαμβάνονται όλα σε έναν φάκελο. Το όνομα του φακέλου αυτού είναι επιλογή του χρήστη. Μέσα σε αυτόν τον φάκελο συμπεριλαμβάνονται άλλοι τρεις φάκελοι, τα ονόματα των οποίων είναι "0", "constant" και "system".

Στον φάκελο "0" περιλαμβάνονται οι οριακές ή και οι αρχικές συνθήκες του προβλήματος για κάθε έναν από τους αγνώστους του. Στο σύνολο των προβλημάτων που λύθηκαν περιλαμβάνονταν οι οριακές συνθήκες της πίεσης και της ταχύτητας. Δηλαδή συμπεριλαμβάνονταν τα αρχεία "p" και "u" αντίστοιχα. Παρακάτω αναλύεται ποια είναι η φυσική και η μαθηματική σημασία όλων των οριακών συνθηκών που χρειάστηκαν για τα προβλήματα που λύθηκαν.

Κοινές οριακές συνθήκες για την πίεση και την ταχύτητα

- Οριακή συνθήκη `symmetryPlane`
Με αυτή την οριακή συνθήκη υπονοείται ότι από την εξωτερική επιφάνεια στην οποία ορίζεται υπάρχει μια συμμετρική επιφάνεια, στην οποία επικρατούν οι ίδιες ακριβώς συνθήκες. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να λυθεί το μισό κομμάτι μιας συμμετρικής γεωμετρίας και να γίνει εξοικονόμηση χρόνου και όγκου δεδομένων. Όταν η συνθήκη για την ταχύτητα σε μια επιφάνεια είναι `symmetryPlane`, τότε και η αντίστοιχη συνθήκη για την πίεση στην ίδια επιφάνεια πρέπει να οριστεί ως `symmetryPlane`.
- Οριακή συνθήκη `fixedValue`
Σε αυτή την οριακή συνθήκη ορίζεται στο όριο μια σταθερή τιμή. Όταν πρόκειται για την ταχύτητα ο ορισμός πρέπει να γίνει και στις τρεις διευθύνσεις. Με αυτή την συνθήκη ορίζεται έμμεσα η συνθήκη μη ολίσθησης (`no-slip condition`) θέτοντας και τις τρεις διευθύνσεις ίσες με μηδέν. Για την πίεση, όντας βαθμωτό μέγεθος, αρκεί να ορισθεί μία μόνο τιμή.
- Οριακή συνθήκη `zeroGradient`
Πρόκειται για μια αρκετά διαδεδομένη οριακή συνθήκη στους χρήστες του `OpenFoam`, της οποίας ο ορισμός μαθηματικά είναι αρκετά σύνθετος. Αυτή η οριακή συνθήκη ουσιαστικά υπονοεί ότι στην επιφάνεια την οποία επιβάλλεται υπάρχει πλήρως ανεπτυγμένη ροή. Δηλαδή, η παράγωγος της πίεσης ή της ταχύτητας ως προς το κάθετο στην επιφάνεια διάνυσμα είναι μηδέν. Από εκεί και προς την εξωτερική πλευρά της γεωμετρίας η τιμή της πίεσης ή της ταχύτητας παραμένει σταθερή και δεν μεταβάλλεται. Κρίνεται απαραίτητο να δοθεί ο ορισμός της οριακής συνθήκης `zeroGradient`, που χρησιμοποιήθηκε σε πολλά όρια των γεωμετριών ($\nabla_n = 0$).

Έστω ένα διάνυσμα $\vec{k} = (a, b)$, όπου a, b στοιχεία της x και y διεύθυνσης αντίστοιχα. Ορίζεται η παράγωγος ενός βαθμωτού μεγέθους f ως προς το διάνυσμα \vec{k} ως εξής:

$$D_{\vec{k}}f = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot a + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot b \quad (4.6)$$

Αν τώρα το \vec{k} ταυτίζεται με το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα \vec{n} , $\vec{k} \equiv \vec{n}$, τότε η παράγωγος ως προς το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα παίρνει την εξής μορφή:

$$D_{\vec{n}}f = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot n_y = (\underline{n} \cdot \underline{\nabla})f \quad (4.7)$$

Όπου για το \underline{n} γενικά ισχύει $\underline{n} = (\cos \theta, \sin \theta)$, όπου θ η γωνία που σχηματίζει το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα με την επιφάνεια

- Οριακή συνθήκη empty
Επειδή στο OpenFoam ο σχεδιασμός των γεωμετριών προς επίλυση γίνεται πάντα και στις τρεις διαστάσεις, αυτή η οριακή συνθήκη υπονοεί ότι η λύση γίνεται μόνο στις δύο διαστάσεις. Έτσι η λύση που θα πάρει κανείς ορίζοντας αυτήν την συνθήκη στην διάσταση που δεν τον ενδιαφέρει, θα είναι δυσδιάστατη.

Οριακές συνθήκες για την ταχύτητα

- Οριακή συνθήκη slip
Με την οριακή συνθήκη slip, θεωρείται ότι επάνω στην επιφάνεια ορισμού το ρευστό ολισθαίνει. Για αυτήν την οριακή συνθήκη δεν χρειάζεται να οριστεί καμία επιπλέον παράμετρος.
- Οριακή συνθήκη directionMixed
Όταν χρειάζεται στην ίδια επιφάνεια να ορισθεί η οριακή συνθήκη fixedGradient (η γενικευμένη συνθήκη της zeroGradient, αντίστοιχη με την fixedValue αλλά για την παράγωγο) σε μια διεύθυνση και η οριακή συνθήκη fixedValue σε μια άλλη, τότε πρέπει να γίνει ο ορισμός με την βοήθεια της συνθήκης directionMixed. Αρχικά, ορίζεται η τιμή της συνθήκης fixedValue, και fixedGradient. Στην παρούσα περίπτωση οι τιμές και των δύο σε όλες τις διευθύνσεις είναι μηδέν. Στην συνέχεια, ορίζεται ποια διεύθυνση θα πάρει την συνθήκη fixedValue και ποια την fixedGradient (zeroGradient για αυτή την μελέτη), ορίζοντας σε έναν πίνακα με μία σειρά και έξι στήλες τιμές 0 και 1. Τα στοιχεία του πίνακα είναι τα στοιχεία ενός συμμετρικού ταυυστή. Θέτοντας την τιμή ένα, τότε το στοιχείο στο οποίο ορίστηκε παίρνει την οριακή συνθήκη fixedValue, ενώ θέτοντας μηδέν, τότε στο στοιχείο επιβάλλεται η οριακή συνθήκη fixedGradient.
- Οριακή συνθήκη rotatingWallVelocity
Αυτή η οριακή συνθήκη χρησιμοποιείται για επιφάνειες οι οποίες κάνουν περιστροφική κίνηση, όπως για παράδειγμα ένας κύλινδρος. Αρχικά, ορίζεται ο άξονας περιστροφής και ο

προσανατολισμός του. Ο προσανατολισμός ορίζεται για να διευκρινιστεί αν η περιστροφή είναι δεξιόστροφη ή αριστερόστροφη. Τέλος, ορίζεται η γωνιακή ταχύτητα σε μονάδες $\frac{rad}{s}$.

Στον φάκελο "constant", συμπεριλαμβάνονται και ορίζονται όλες οι σταθερές του προβλήματος. Στην περίπτωση του solver porousSimpleFoam παρατηρούνται ένας φάκελος και τρία αρχεία. Τα αρχεία έχουν όνομα "RASProperties", "transportProperties" και "porousZones", ενώ ο φάκελος έχει όνομα polyMesh.

Ο φάκελος polyMesh αναφέρεται σε όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του προβλήματος. Ένα από τα βασικότερα μέρη των υπολογιστικών πακέτων και γενικότερα της υπολογιστικής ρευστομηχανικής είναι ο σχεδιασμός της γεωμετρίας. Το OpenFoam, δίνει την δυνατότητα εισαγωγής γεωμετριών και πλεγμάτων από άλλα προγράμματα. Σε αυτή την ανάλυση, παρ' όλα αυτά, προτιμήθηκε να χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα σχεδιασμού που παρέχει το ίδιο το OpenFoam. Ο σχεδιασμός αυτός γίνεται μέσα σε ένα αρχείο, το οποίο είναι το μοναδικό αρχείο του φακέλου polyMesh και ονομάζεται BlockMeshDict, και το οποίο έχει συγκεκριμένους συντακτικούς κανόνες. Οι κανόνες αυτοί είναι σημαντικοί για τον σωστό ορισμό της γεωμετρίας, ωστόσο δεν κρίνεται απαραίτητο να αναφερθούν. Ο άμεσα ενδιαφερόμενος, μπορεί να απευθυνθεί στο User's Guide το οποίο συμπεριλαμβάνεται μαζί με το πρόγραμμα. Γενικά, ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί ο κώδικας σχεδιασμού του προγράμματος είναι να χωρίζει την τρισδιάστατη γεωμετρία του εκάστοτε προβλήματος σε μικρότερες εξαεδρικές γεωμετρίες. Αυτό που ορίζεται στο αρχείο BlockMeshDict είναι οι συντεταγμένες των κορυφών κάθε μίας εξαεδρικής γεωμετρίας. Στην συνέχεια, ορίζεται το κάθε εξάεδρο σαν μια ομάδα από τις κατάλληλες συντεταγμένες που σχηματίζουν το εξάεδρο αυτό καθώς επίσης και ο αριθμός των σημείων του πλέγματος που θέλει ο χρήστης να αποτελείται το κάθε εξάεδρο. Η γεωμετρία του πλεγματικού χώρου που μπορεί να κατασκευασθεί είναι επιλογή του χρήστη. Στο παρόν πρόβλημα ο κάθε ένας πλεγματικός χώρος έχει γεωμετρία κύβου. Έπειτα, δηλώνεται, σε όποια γεωμετρία κρίνεται απαραίτητο, το σύνολο των ακμών οι οποίες έχουν ακτινική, ελλειπτική ή γενικά οποιαδήποτε άλλη μορφή εκτός από ευθεία γραμμή. Αυτό είναι απαραίτητο σε κυλινδρικές γεωμετρίες, όπως είναι του συγκεκριμένου προβλήματος. Τελευταίο κομμάτι του αρχείου είναι ο ορισμός όλων των εξωτερικών επιφανειών της γεωμετρίας (faces). Ο ορισμός έχει και αυτός συντακτικούς κανόνες. Τα faces αυτά μπορούν να καταταχθούν σε ομάδες (patches). Η καλή κρίση για την επιλογή των ομάδων αυτών είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς βάση αυτών ορίζονται οι οριακές συνθήκες του προβλήματος.

Στο αρχείο “porousZones” δηλώνονται όλες οι σταθερές που έχουν να κάνουν με την πορώδη επιφάνεια. Αρχικά δίνεται ένα όνομα στην πορώδη επιφάνεια. Αυτό το όνομα είναι ο τρόπος αναγνώρισης του προγράμματος για το που θα λυθεί η κλασική εξίσωση Navier-Stokes και το που θα λυθεί η τροποποιημένη, που περιλαμβάνει τον όρο S_i , δηλαδή ποια περιοχή πρέπει να θεωρηθεί ως ελεύθερο ρευστό και ποια ως πορώδες μέσο. Το όνομα της πορώδους επιφάνειας δίνεται σε όλες τις εξαεδρικές γεωμετρίες που ορίστηκαν στο blockMeshDict και θεωρούνται μέρη του συνολικού πορώδους. Δεν μπορεί ένα εξαέδρο να έχει και πορώδη και ελεύθερη επιφάνεια ρευστού. Αφού γίνει αυτό, ορίζεται, αν κρίνεται απαραίτητο, ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων της πορώδους επιφάνειας, και οι τιμές των παραμέτρων του όρου S_i και στις τρεις διευθύνσεις. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένα, ο όρος F στο τρέχον πρόβλημα θεωρήθηκε αμελητέος και ίσος με μηδέν, ενώ ο όρος D, που έχει να κάνει με την διαπερατότητα, θεωρήθηκε ότι αφορά ισοτροπικό υλικό, και πήρε τιμές ίσες κάθε φορά και στις τρεις του διευθύνσεις.

Στο αρχείο “RASProperties” ορίζεται το μοντέλο που αναφέρεται στο τι ροή κάνει το ρευστό. Σε αυτή την ανάλυση η ροή θεωρήθηκε στρωτή χωρίς την ύπαρξη τύρβης.

Στο αρχείο transportProperties αναφέρεται το είδος του ρευστού και ορίζεται κάθε φορά η αντίστοιχη παράμετρος. Στο σύνολο των περιπτώσεων που λύθηκαν, θεωρήθηκε ότι το ρευστό είναι Νευτωνικό. Έτσι, η παράμετρος που έπρεπε να οριστεί στο OpenFoam είναι το δυναμικό ιξώδες διαιρεμένο με την πυκνότητα, το οποίο έχει μονάδες στο SI $\frac{m^2}{s}$.

Ο τελευταίος φάκελος που περιέχεται είναι ο φάκελος “system”. Στην περίπτωση των συγκεκριμένων προβλημάτων, ο φάκελος αυτός περιέχει τα αρχεία “controlDict”, “decomposeParDict”, “fvSchemes” και “fvSolution”.

Στο αρχείο “controlDict” ορίζεται κατά κύριο λόγο ο αριθμός των επαναλήψεων που θέλει ο χρήστης να γίνουν καθώς και κάθε πόσες επαναλήψεις να γράφονται τα αποτελέσματα. Αυτά τα αποτελέσματα γράφονται στην μορφή φακέλων μέσα στον αρχικό φάκελο του προβλήματος με όνομα τον αριθμό της τρέχουσας επανάληψης.

Το αρχείο “decomposeParDict” είναι το αρχείο που δίνει την δυνατότητα να λύνεται το πρόβλημα σε παραπάνω από έναν πυρήνες.

Στο αρχείο “fvSchemes”, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει με ποιο αριθμητικό σχήμα θέλει να γίνει η επίλυση του προβλήματος και με ποιον τρόπο να γίνει η διακριτοποίηση μέσα στο πλέγμα.

Τέλος, στο αρχείο “fvSolution”, επιλέγεται ο τρόπος με τον οποίο θα λυθεί ο πίνακας που προκύπτει από την διακριτοποίηση, ενώ αποφασίζεται και το σφάλμα στο οποίο επιθυμείται να σταματήσει ο κώδικας την επίλυση.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μονάδες που χρησιμοποιεί το OpenFoam είναι για την ταχύτητα σε $\frac{m}{s}$, ενώ η πίεση, που είναι σε Pa , διαιρείται με την πυκνότητα. Επειδή, όμως, σε αυτή την εργασία η πυκνότητα είναι $1000 \frac{kg}{m^3}$, η πίεση στις λύσεις που ακολουθούν μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι σε kPa .

Μια ακόμη ιδιαιτερότητα του OpenFoam είναι ότι κατά την λύση των προβλημάτων που εμπεριέχεται πορώδες μέσο θεωρείται, ανεξάρτητα από το μέγεθος της πορώδους επιφάνειας, ότι αυτή εμποτίζεται πλήρως από το ρευστό. Έτσι, θα πρέπει να γίνει περαιτέρω ανάλυση ώστε να βρεθεί το μέγιστο βάθος εμποτισμού.

Κεφάλαιο 5. Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Παρακάτω παρουσιάζονται όλα τα αποτελέσματα που προέκυψαν. Αρχικά, γίνεται σύγκριση του αναλυτικού μοντέλου των Bates, Zou (2002) με τα αποτελέσματα του OpenFoam. Συγκεκριμένα, λύνεται το μοντέλο αναλυτικά με την βοήθεια του Mathematica ως προς την πίεση, και συγκρίνεται με την πίεση που αναπτύσσεται στο πρόγραμμα στην διεπιφάνεια πορώδους-ρευστού. Κατά την σύγκριση οι συνθήκες που επικρατούν είναι ίδιες, δηλαδή οι παράμετροι του προβλήματος έχουν την ίδια τιμή. Στην συνέχεια, παρουσιάζονται οι δύο μεγάλες αναλύσεις που έγιναν. Πρώτα, η ανάλυση των οριακών συνθηκών, όπου παρουσιάζονται για κάθε μια περίπτωση όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά (όπως το πλέγμα, οι διαστάσεις, τα όρια) μαζί με τις οριακές συνθήκες τους. Για κάθε μία τέτοια περίπτωση, υπάρχουν εικόνες και γραφήματα που δίνουν τις πιο σημαντικές πληροφορίες από κάθε λύση. Τέλος, σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται και οι λύσεις από την παραμετρική ανάλυση. Εκεί, τα αποτελέσματα του OpenFoam επεξεργάζονται περαιτέρω για να βρεθεί το μέγιστο βάθος διείσδυσης ρευστού στο πορώδες. Με αυτό τον τρόπο συμπεραίνεται υπό ποιες συνθήκες μεγιστοποιείται η αποτελεσματικότητα της κατεργασίας.

5.1 Σύγκριση με αναλυτικό μοντέλο Bates, Zou (2002)

Συνοπτικά, το αναλυτικό μοντέλο που περιγράφει την κατεργασία του melt impregnation αποτελείται από το παρακάτω σύστημα εξισώσεων. Για περισσότερη ανάλυση, ο αναγνώστης παραπέμπεται στο κεφάλαιο 3.

$$\frac{dP}{dx} = \frac{6 \cdot V \cdot \mu}{h(x)^2} - \frac{12 \cdot \mu}{W \cdot h(x)^3} \cdot q(x) \quad (3.14)$$

$$\frac{dq}{dx} = -\frac{K \cdot W}{\mu \cdot L} \cdot P(x), P(atm) = 0 \quad (3.18)$$

$$h(x) = \delta_0 + \frac{x^2}{D} \quad (3.9)$$

Όπου, P: η πίεση που αναπτύσσεται στην διεπιφάνεια του πορώδους με το ρευστό σε Pa

q: ογκομετρική παροχή σε $\frac{m^3}{s}$

V: η ταχύτητα με την οποία κινείται το πορώδες σε $\frac{m}{s}$

μ : το δυναμικό ιξώδες σε $Pa \cdot s$

W: το πάχος της γεωμετρίας κατά την z-διεύθυνση σε m

K: διαπερατότητα πορώδους σε m^2

L: το βάθος διείσδυσης σε m

h: η απόσταση που απέχει ο κύλινδρος από την πορώδη επιφάνεια σε m

D: η διάμετρος του κυλίνδρου σε m

δ_0 : η ελάχιστη απόσταση που απέχει ο κύλινδρος από την πορώδη επιφάνεια σε m

Στην περίπτωση που η διαπερατότητα του πορώδους θεωρηθεί πολύ μικρή ($K \rightarrow 0$) τότε θεωρείται ότι στο διάκενο υπάρχει απλή διάτμηση. Αυτό σημαίνει ότι η παροχή είναι σταθερή και ίση με

$$q(x) = \frac{V \cdot \delta_0 \cdot W}{2} \quad (5.1)$$

Έτσι, η διαφορική εξίσωση της πίεσης (3.14) θα είναι η παρακάτω.

$$\frac{dP}{dx} = \frac{6 \cdot V \cdot \mu}{h(x)^2} \cdot \left(1 - \frac{\delta_0}{h(x)}\right) \quad (5.2)$$

Αυτή η διαφορική εξίσωση λύθηκε με την βοήθεια του Mathematica με τις μεταβλητές να παίρνουν τις τιμές:

$V=0.15 \frac{m}{s}$, $\mu=165 Pa \cdot s$, $\delta_0 = 0.0005544 m$, $D=0.005 m$ και $W=0.001 m$.

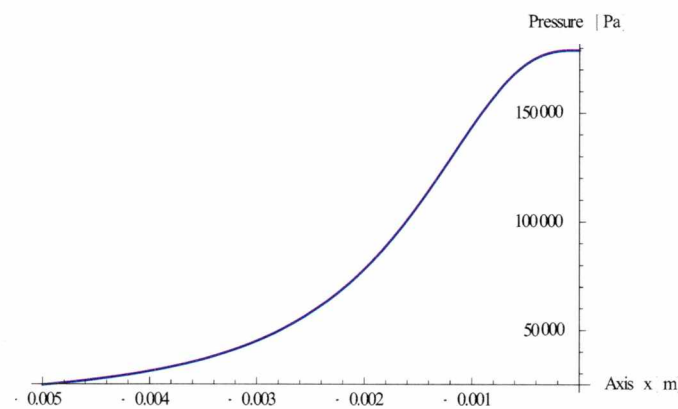
Επίσης, η οριακή συνθήκη ορίσθηκε για $x=-0.005 m$, και είναι η εξής:

$$P(-0.005) = 24000 Pa \quad (5.3)$$

Η πίεση αυτή θεωρείται πίεση αναφοράς και ορίσθηκε με αυτή την τιμή για γίνει καλύτερη σύγκριση με το αποτέλεσμα του OpenFoam. Το σημείο $x=0$ είναι το κέντρο του κυλίνδρου. Η λύση αυτού του προβλήματος στο Mathematica είναι η εξής:

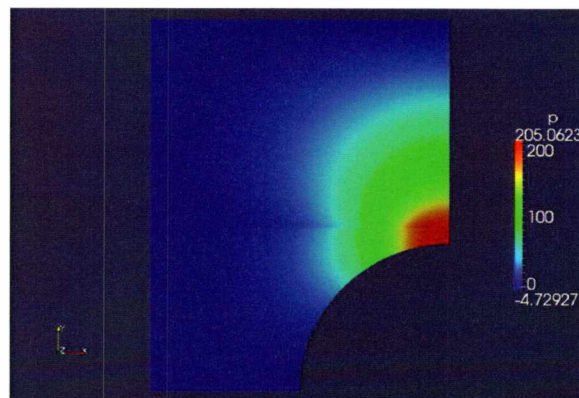
$$\begin{aligned}
P(x) = & 178871 - 4.84847 \cdot 10^{15} \tan^{-1}(606.337x) \\
& + 2.42423 \cdot 10^{15} \tan^{-1}(1.51585(-2.15471 \cdot 10^{-6} + 400x)) \\
& + 2.42423 \cdot 10^{15} \tan^{-1}(1.51585(2.15471 \cdot 10^{-6} + 400x)) \\
& + 2.09944 \cdot 10^{15} \log[0.000543998 + x(-2.15471 \cdot 10^{-6} + 200x)] \\
& - 2.09944 \cdot 10^{15} \log[0.000543998 + x(2.15471 \cdot 10^{-6} + 200x)]
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Το διάγραμμα αυτής της λύσης από το σημείο που ξεκινάει ο κύλινδρος ($x=-0.005$ m) έως το κέντρο του κυλίνδρου ($x=0$ m) είναι το εξής:



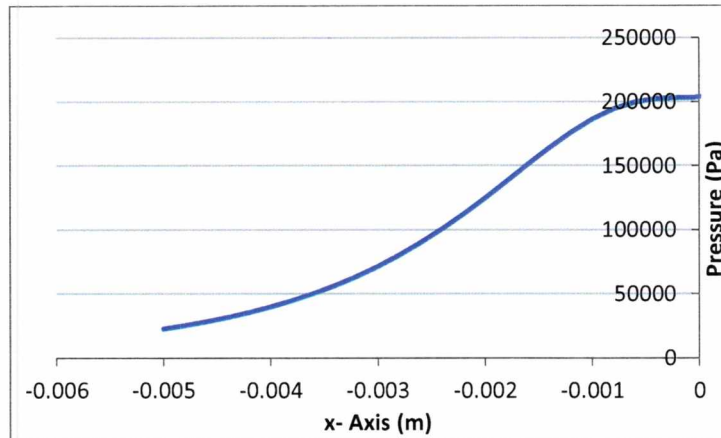
Διάγραμμα 1 Λύση αναλυτικού προβλήματος (κατανομή πίεσης) στο Mathematica ($K=0 \text{ m}^2$)

Λύνοντας το αντίστοιχο πρόβλημα υπολογιστικά με το OpenFoam, με τις ίδιες τιμές των μεταβλητών και για διαπερατότητα $K = 1.37 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$, το προφίλ της πίεσης φαίνεται παρακάτω (εικόνα 6).



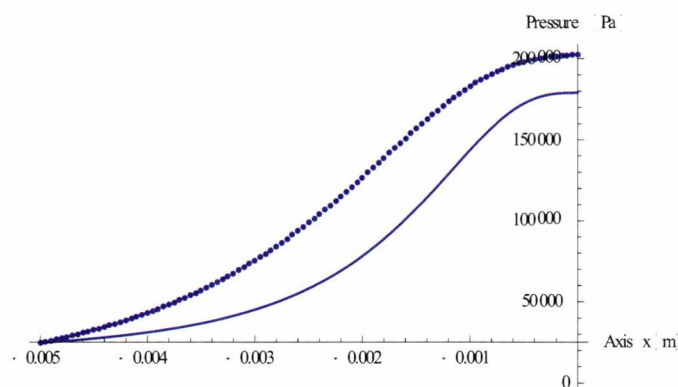
Εικόνα 6 Προφίλ πίεσης διαιρεμένη με την πυκνότητα $\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\right]$ ($K=1.37 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$)

Ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα με το διάγραμμα 1 για την λύση του OpenFoam παρουσιάζεται στην συνέχεια.



Διάγραμμα 2 Κατανομή πίεσης στο OpenFoam ($K=1.37 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$)

Για πιο εύκολη παρατήρηση των αποτελεσμάτων, παρατίθενται οι καμπύλες στο ίδιο γράφημα.



Διάγραμμα 3 Σύγκριση αποτελεσμάτων OpenFoam (διακεκομμένη γραμμή)- Αναλυτικής εξίσωσης (συνεχής γραμμή)

Συγκρίνοντας τα δύο γραφήματα, παρατηρείται ότι η συμπεριφορά των δύο γραμμών είναι παρόμοια αλλά όχι ίδια. Υπάρχει μια σταθερή διαφορά μεταξύ των τιμών της τάξης των 20kPa περίπου. Αυτή η διαφορά δικαιολογείται μιας και τα δύο προβλήματα μεταξύ τους έχουν μια διαφορά. Ενώ η αναλυτική εξίσωση λύνεται για αμελητέα διαπερατότητα, θεωρώντας ότι δεν υπάρχει καθόλου εμποτισμός, στο υπολογιστικό πρόγραμμα του OpenFoam, ο εμποτισμός θεωρείται ότι γίνεται, αλλά με αρκετά μεγάλη δυσκολία. Δεν είναι εφικτό να δοθεί στο OpenFoam πολύ μικρή τιμή για το K διότι, από

την θεωρία του προγράμματος, σαν παράμετρος εισάγεται μια σταθερά D, η οποία είναι ο αντίστροφος αριθμός του K και είναι αδύνατον ένας όρος να απειριστεί. Επιπλέον, η αναλυτική λύση προσεγγίζει το πρόβλημα σαν ένα πρόβλημα βασικά μονοδιάστατης ροής, ενώ η λύση του OpenFoam θεωρεί πλήρη δυοδιάστατη ροή.

5.2 Ανάλυση για διαφορετική γεωμετρία και οριακές συνθήκες

5.2.1 Εισαγωγή

Για να εξακριβωθεί ποιος συνδυασμός γεωμετρίας και οριακών συνθηκών προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την πραγματική κατεργασία του melt impregnation, κατασκευάστηκαν συνολικά έξι διαφορετικές γεωμετρίες, των οποίων οι παράμετροι της γεωμετρίας, όπως η ακτίνα, και των ιδιοτήτων του ρευστού, όπως το ιξώδες, παρέμειναν ίδιες ούτως ώστε τα αποτελέσματα να είναι συγκρίσιμα. Αναλυτικά οι παράμετροι αυτοί φαίνονται στον πίνακα 1. Όπως αναφέρθηκε στην θεωρία της κατεργασίας melt impregnation, συνήθως αυτό που κινείται στην όλη διάταξη είναι το πορώδες μέσο. Όμως, σε όλα τα προβλήματα τα οποία λύθηκαν, εξ' αιτίας περιορισμών του κώδικα, θεωρήθηκε ότι το πορώδες μέσο μένει σταθερό και αυτό που κινείται (ή περιστρέφεται στις περιπτώσεις 5.5 και 5.6) είναι ο κύλινδρος. Με αυτό τον τρόπο η σχετική ταχύτητα παραμένει η ίδια και η φύση του προβλήματος δεν αλλάζει. Τα προβλήματα είναι όλα λυμένα σε τρεις διαστάσεις. Στην τρίτη όμως διάσταση (z-διεύθυνση), η ροή θεωρείται μηδενική, με την χρήση της οριακής συνθήκης zeroGradient για όλα τα όρια που είναι κάθετα σε αυτήν. Έτσι, με αυτόν τον τρόπο λύνεται ένα κατά τα φαινόμενα τρισδιάστατο πρόβλημα, για το οποίο όμως αγνοείται η τρίτη του διεύθυνση.

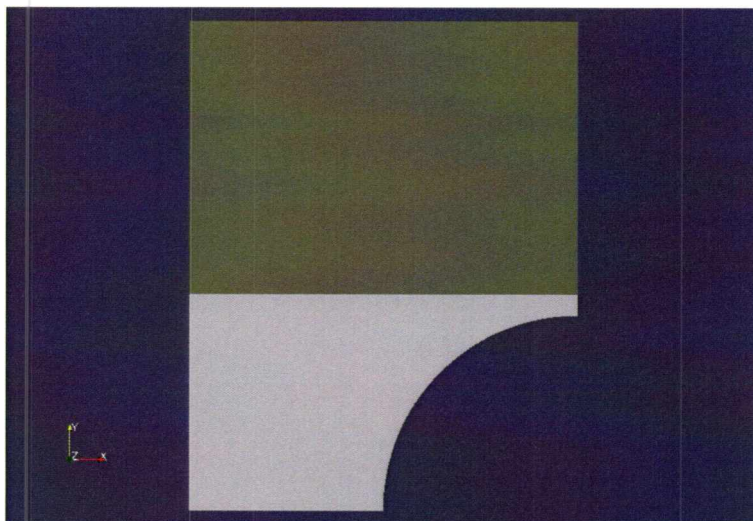
Πίνακας 1 Παράμετροι γεωμετρίας και ιδιοτήτων του ρευστού

Ακτίνα κυλίνδρου	0.005 m
Διάκενο κυλίνδρου- πορώδους επιφάνειας	0.000544 m
Πάχος πορώδους υλικού	0.003 m και 0.007 m (5.2.2)
Μήκος σημείων εισόδου-εξόδου (από το κέντρο του κυλίνδρου)	0.01 m (5.2.2) και 0.05 m
Ταχύτητα κυλίνδρου	$0.15 \frac{m}{s}$
Κινηματικό ιξώδες	165 Pa · s
Διαπερατότητα πορώδους υλικού	$10^{-7} m^2$ και $10^{-8} m^2$ (5.2.2)
Πυκνότητα ρευστού	$1000 \frac{kg}{m^3}$

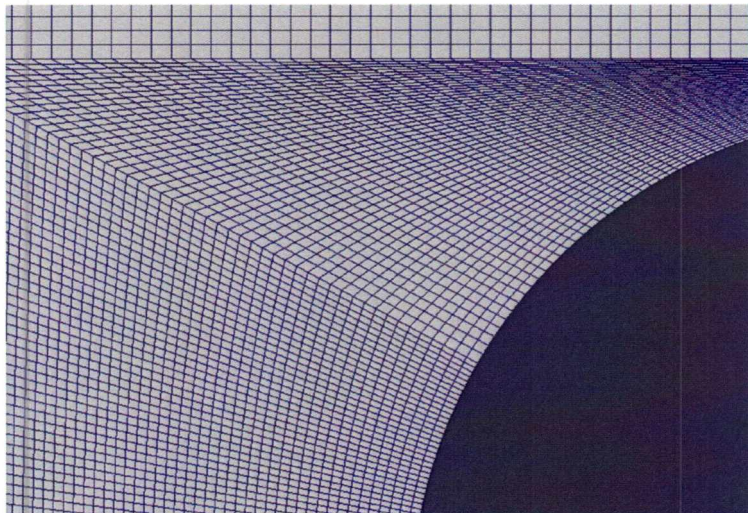
Επισημαίνεται ακόμα ότι όλα τα αποτελέσματα των ταχυτήτων που ακολουθούν είναι σε μονάδες $\frac{m}{s}$. Όσον αφορά την πίεση, το OpenFoam δίνει μονάδες διαιρεμένες με την πυκνότητα. Έτσι, οι μονάδες των αποτελεσμάτων της πίεσης που ακολουθούν είναι σε $\frac{Pa}{\frac{kg}{m^3}} = \frac{N \cdot m^3}{m^2 \cdot kg} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot kg} = \frac{m^2}{s^2}$.

5.2.2 Γεωμετρία τεταρτοκυκλίου

Σε αυτή την γεωμετρία μελετάται τι γίνεται μόνο κατά την είσοδο του ρευστού, ενώ μετά την έξοδο από το κέντρο του τεταρτοκυκλίου θα θεωρείται ότι η ροή γίνεται πλήρως ανεπτυγμένη (οριακές συνθήκες zeroGradient στις επιφάνειες εξόδου). Αυτή η γεωμετρία είναι η γεωμετρία που προσεγγίζει την αναλυτική λύση των Bates και Ζου (2002), και βάση αυτής έγινε και η σύγκριση των δύο λύσεων παραπάνω (Κεφ. 5.1). Είναι η μόνη γεωμετρία στην οποία το μήκος εισόδου είναι 0.01 m, το πάχος του πορώδους 0.007 m και η διαπερατότητα έχει τιμή $10^{-8} m^2$. Ακολουθούν εικόνες που δείχνουν την γεωμετρία και ένα μέρος του πλεγματού χώρου (εικόνες 7 και 8 αντίστοιχα).

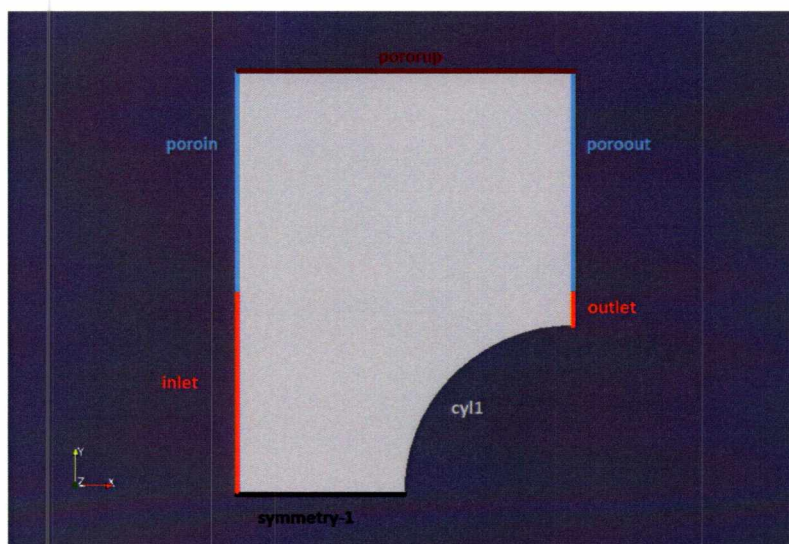


Εικόνα 7 Γεωμετρία τεταρτοκυκλίου



Εικόνα 8 Μέρος του πλεγματικού χώρου

Τα όρια αυτής της γεωμετρίας απαριθμούνται παρακάτω. Για την είσοδο του ρευστού από την κατακόρυφη ελεύθερη επιφάνεια και το πορώδες, τα όρια είναι τα inlet και poroIn αντίστοιχα. Για την έξοδο του ρευστού είναι τα outlet και poroout για την ελεύθερη και πορώδη επιφάνεια αντίστοιχα. Για την επάνω επιφάνεια του πορώδους είναι το όριο poroUp, ενώ για την οριζόντια είσοδο του ρευστού αριστερά του κυλίνδρου είναι το όριο symmetry1. Τέλος, η στερεή επιφάνεια του κυλίνδρου ορίζεται με το όριο cyl1, η οποία και θεωρείται ότι κινείται κατά την αρνητική x-διεύθυνση.



Εικόνα 9 Ορισμός ορίων

Σε αυτή την γεωμετρία μελετήθηκαν πέντε περιπτώσεις, με αλλαγές στις οριακές συνθήκες της πίεσης και της ταχύτητας στο επάνω πορώδες όριο (poroup) και στην οριακή συνθήκη της ταχύτητας στο κάτω όριο της ελεύθερης επιφάνειας (symmetry1). Αναλυτικότερα οι οριακές συνθήκες στα όρια της εκάστοτε περίπτωσης φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

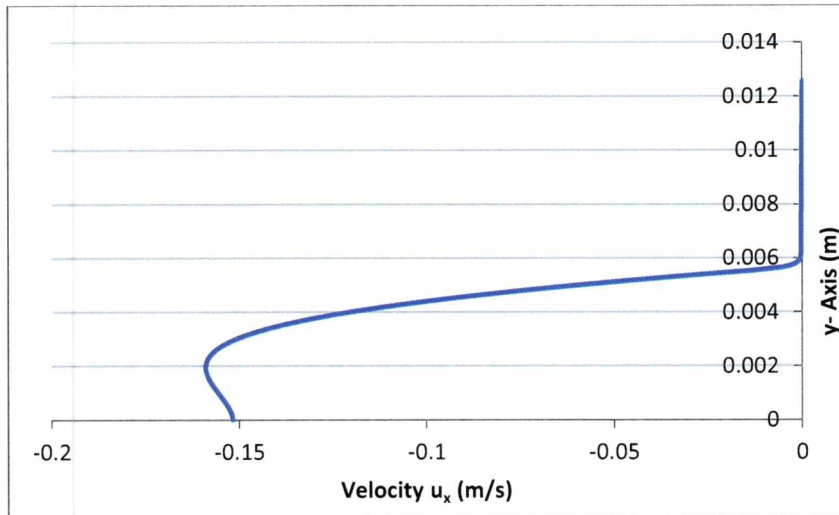
Πίνακας 2 Οριακές συνθήκες σε κάθε όριο και περίπτωση

		Περίπτωση 1	Περίπτωση 2	Περίπτωση 3	Περίπτωση 4	Περίπτωση 5
inlet	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
symmetry1	P	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$
outlet	P	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
poroin	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$
poroout	P	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
poroup	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$\nabla_n p = 0$
	U	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\frac{\partial u_y}{\partial y} = 0, u_x = 0$	slip	$\vec{u} = 0$

5.2.2.1 Αποτελέσματα περιπτώσεων

Η επαλήθευση σε αυτή την γεωμετρία θα γίνει για την επιφάνεια symmetry1 της περίπτωσης 1, για $x = -0.007$ m και για την οριακή συνθήκη της ταχύτητας u_x . Ακολουθούν τα προφίλ της πίεσης και των ταχυτήτων u_x και u_y που προκύπτουν από κάθε μία περίπτωση. Στη συνέχεια, θα δοθούν τα

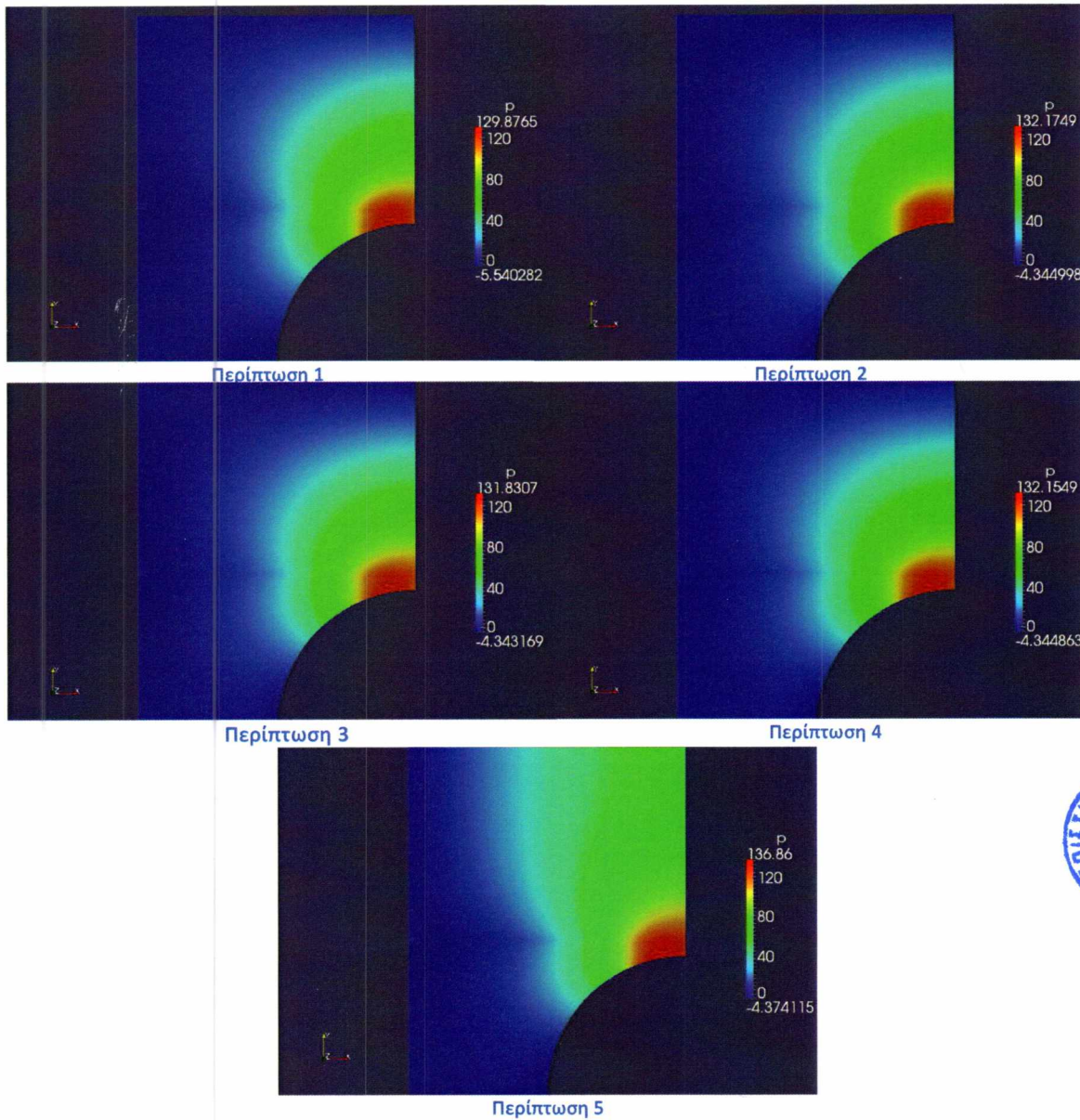
διαγράμματα της πίεσης και της ταχύτητας u_y στην διεπιφάνεια ρευστού-πορώδους μέσου, για την περιοχή πάνω από τον κύλινδρο.



Διάγραμμα 4 Επαλήθευση οριακής συνθήκης για την ταχύτητα u_x στο όριο symmetry1 και $x=-0.007m$ - Περίπτωση 1

Είναι προφανές ότι στο σημείο $y=0$ m η ταχύτητα εισέρχεται με μηδενική κλίση (zeroGradient στο όριο symmetry1), ενώ στην έξοδο ($y=0.012544$ m) η τιμή της ταχύτητας γίνεται μηδέν ($\vec{u} = 0$ στο όριο porous).

Ακολουθούν τα προφίλ της πίεσης σε όλη την γεωμετρία και για τις πέντε περιπτώσεις.

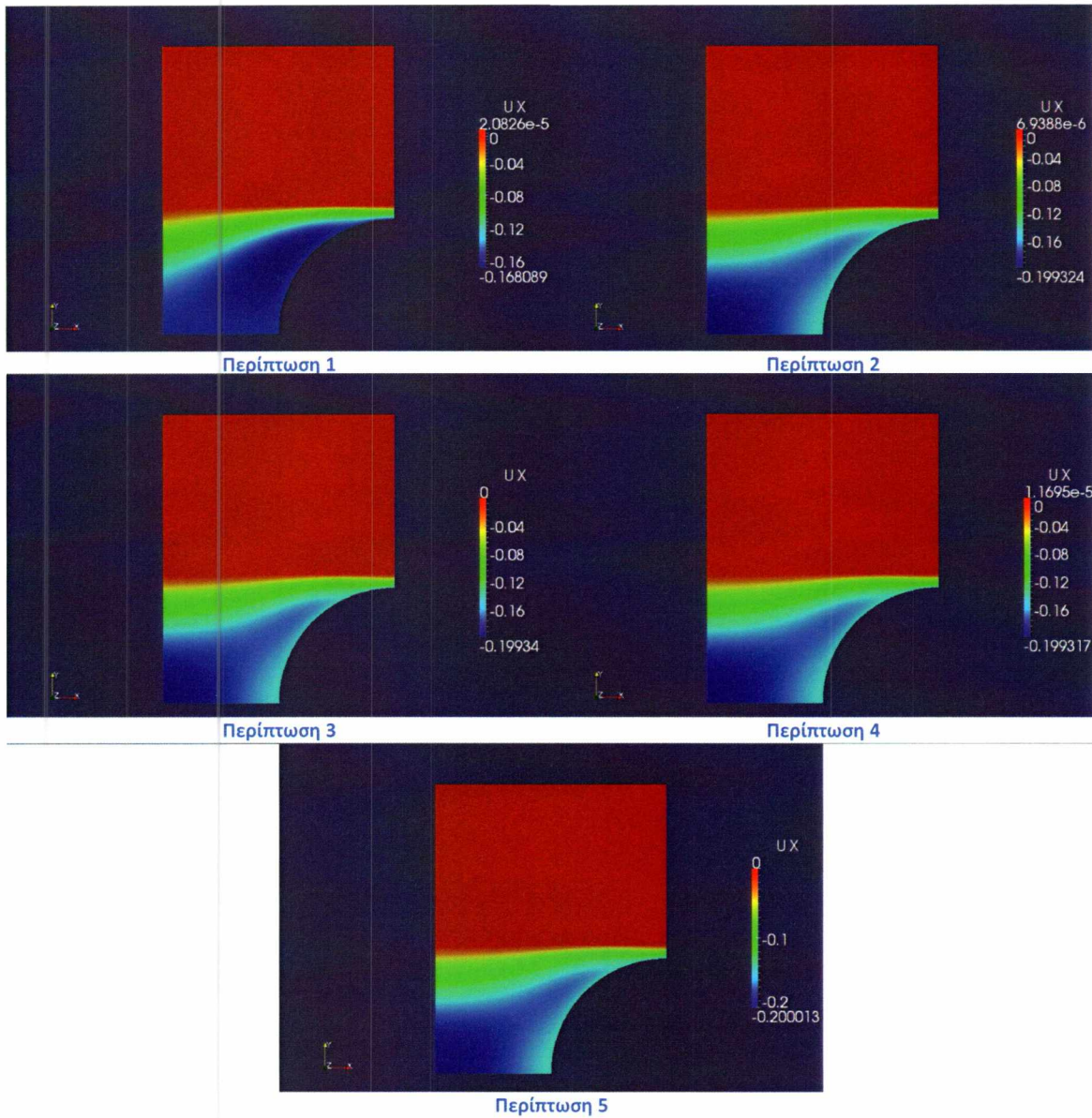


Εικόνα 10 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

Είναι σημαντικό να τονισθεί ότι σε αυτή την γεωμετρία η τιμή της πίεσης παίρνει την μέγιστη τιμή κοντά στην έξοδο, η οποία εδώ είναι το κέντρο του κυλίνδρου. Τα προφίλ, ανάλογα με την οριακή συνθήκη που κάθε φορά αλλάζει, φαίνεται να διαφοροποιούνται αρκετά ως προς την μορφή της κατανομής αλλά και ως προς την μέγιστη τιμή που παίρνει κάθε φορά η πίεση. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η περίπτωση 5. Σε αυτή την περίπτωση το όριο rogoor έχει την οριακή συνθήκη

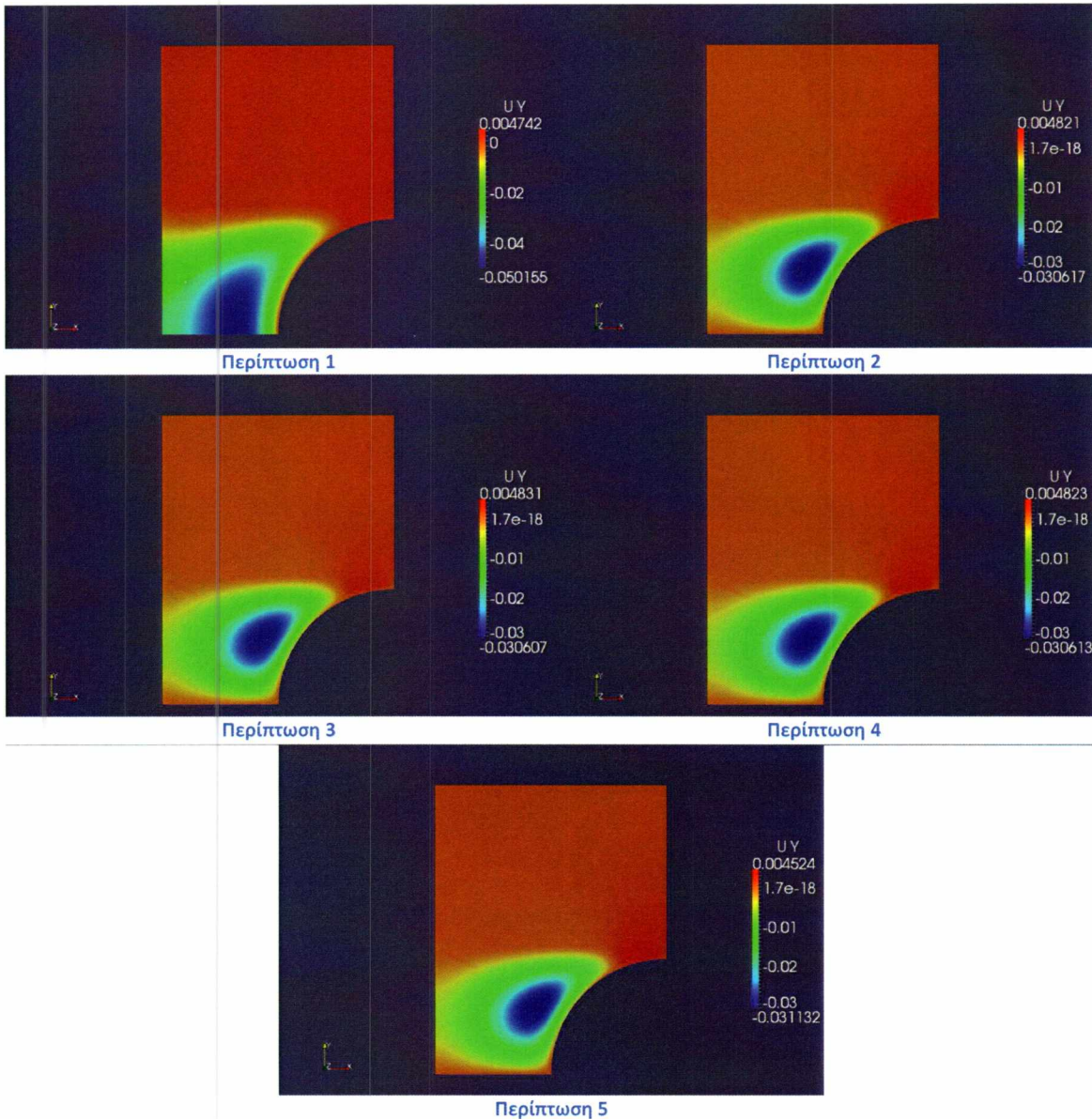
zeroGradient για την πίεση. Από φυσικής άποψης αυτό σημαίνει ότι πάνω από το όριο αυτό εξακολουθεί να υπάρχει πορώδες μέσο απείρου μήκους. Αντίθετα στις άλλες τέσσερις περιπτώσεις, η οριακή συνθήκη αλλάζει παίρνοντας την σταθερή τιμή μηδέν. Αυτή η συνθήκη έχει εντελώς διαφορετικό φυσικό ορισμό. Με αυτή την συνθήκη ουσιαστικά εννοείται ότι πάνω από αυτήν την επιφάνεια porous δεν υπάρχει πλέον πορώδες αλλά ρευστό, το οποίο βρίσκεται στις σταθερές συνθήκες του περιβάλλοντος της κατεργασίας, δηλαδή με την πίεση να είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Συνοψίζοντας, αυτή η γεωμετρία φαίνεται να επαληθεύει την λύση των Bates και Ζου (2002), δηλαδή να μεγιστοποιείται η πίεση (και κατ' επέκταση ο εμποτισμός του πορώδους) κοντά στον κέντρο.

Παρακάτω φαίνεται και το προφίλ της ταχύτητας στην x-διεύθυνση.



Εικόνα 11 Προφίλ της ταχύτητας $u_x \left[\frac{m}{s} \right]$

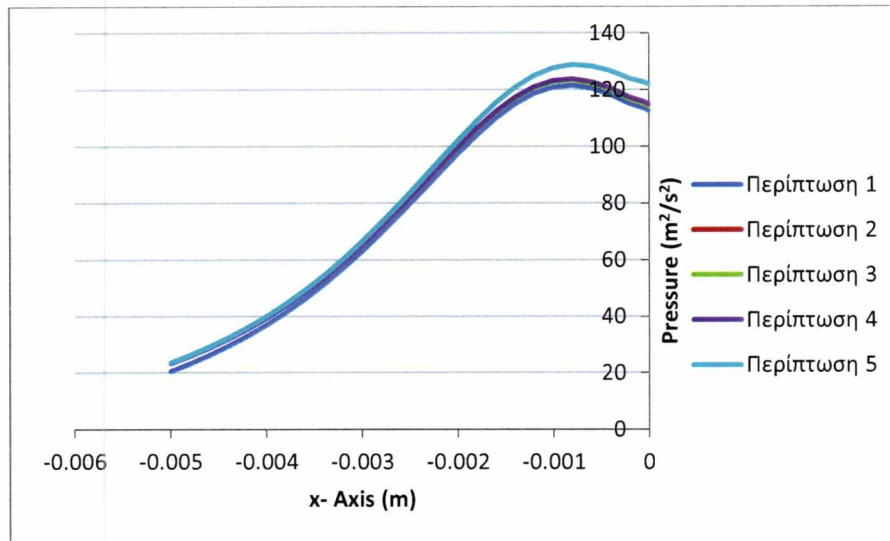
Τα προφίλ της ταχύτητας u_x φαίνεται να είναι πιο όμοια μεταξύ τους, και μόνο της περίπτωσης 1 το προφίλ έχει κάποιες διαφορές, κυρίως λόγω του ότι σε αυτή την περίπτωση διαφοροποιείται η οριακή συνθήκη στην επιφάνεια symmetry1. Η μέγιστη τιμή της ταχύτητας είναι μηδέν, και αναπτύσσεται μόνο μέσα στο πορώδες, ενώ σε όλη την περιοχή του ελεύθερου ρευστού η ταχύτητα είναι αρνητική, δηλώνοντας μια τάση κίνησης του ρευστού προς την αρνητική x-διεύθυνση, που είναι η διεύθυνση στην οποία κινείται και ο κύλινδρος.



Εικόνα 12 Προφίλ της ταχύτητας $u_y \left[\frac{m}{s} \right]$

Το προφίλ της ταχύτητας u_y διαφοροποιείται και αυτό στην περίπτωση 1 κοντά στο όριο symmetry1. Οι μέγιστες τιμές των ταχυτήτων που αναπτύσσονται είναι πολύ κοντά από περίπτωση σε περίπτωση, ενώ σε όλα τα προφίλ η μέγιστη τιμή της ταχύτητας εμφανίζεται κοντά στο κέντρο του κυλίνδρου. Αυτό είναι και το σημείο μέγιστης εισχώρησης ρευστού στο πορώδες.

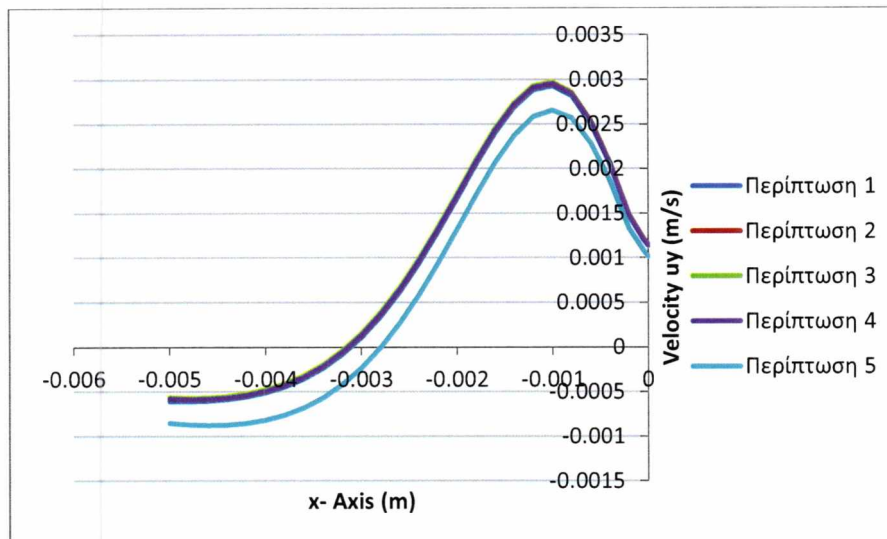
Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα της πίεσης στη διεπιφάνεια.



Διάγραμμα 5 Πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα κατά μήκος της διεπιφάνειας

Η πίεση δεν φαίνεται να επηρεάζεται ιδιαίτερα από τις οριακές συνθήκες που ορίστηκαν σε κάθε περίπτωση. Στην περίπτωση 5 η πίεση έχει την μεγαλύτερη μέγιστη τιμή και γενικά είναι υψηλότερη σε κάθε σημείο από τις υπόλοιπες. Επίσης, στην περίπτωση 5, η μέγιστη πίεση εμφανίζεται πιο κοντά στην έξοδο και η μείωσή της από εκεί και έπειτα είναι μικρότερη σε σχέση με τις άλλες λύσεις.

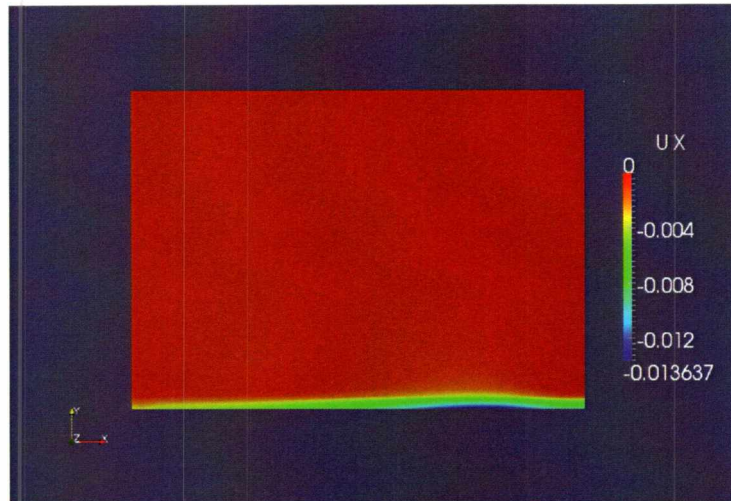
Ακολουθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα της ταχύτητας u_y .



Διάγραμμα 6 Ταχύτητα u_y κατά μήκος της διεπιφάνειας ρευστού

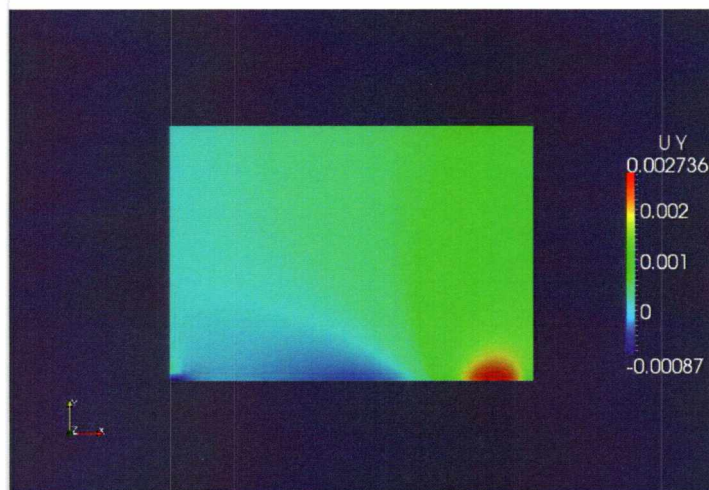
Ποιοτικά, οι καμπύλες των ταχυτήτων δεν έχουν καμία διαφορά. Τα σημεία μέγιστης εισροής και εκροής είναι τα ίδια και στις 5 περιπτώσεις. Τονίζεται, ότι στην αρχή του κυλίνδρου και έως το $x = 0.003$ m υπάρχει μια μικρού εύρους εκροή από το ρευστό. Από εκείνο, όμως το σημείο και μετά η εισροή ξεκινάει και είναι αυτή που επικρατεί, όντας μέχρι και έξι φορές μεγαλύτερη ($u_y = 0.003 \frac{m}{s}$) κατά απόλυτο τιμή από την ταχύτητα της εκροής ($u_y = 0.0005 \frac{m}{s}$). Η περίπτωση με την μεγαλύτερη διαφορά στην ταχύτητα είναι η περίπτωση 5, όπου η ταχύτητα στην είσοδο του κυλίνδρου και η μέγιστη αναπτυσσόμενη ταχύτητα είναι μικρότερες από τις άλλες τέσσερις περιπτώσεις. Μεταξύ των άλλων περιπτώσεων, δεν εμφανίζονται ιδιαίτερες διακυμάνσεις στις τιμές.

Ακολουθούν τα προφίλ της ταχύτητας u_x και u_y στην πορώδη επιφάνεια και το διάγραμμα της ταχύτητας u_x κατά την γ -διεύθυνση της γεωμετρίας για διάφορες θέσεις του άξονα x , για την περίπτωση 3. Τονίζεται ότι το σημείο $x = -0.0035$ m του διαγράμματος δεν ξεκινάει από την αρχή των αξόνων μιας και το σημείο αυτό αποτελεί σημείο του κυλίνδρου.



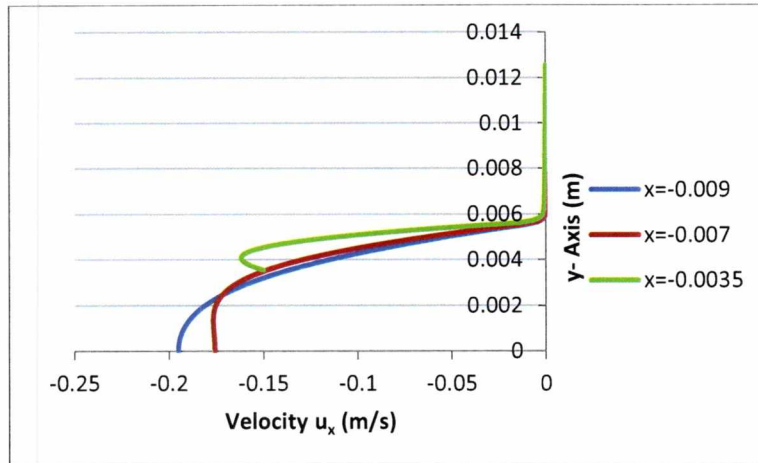
Εικόνα 13 Προφίλ της ταχύτητας u_x μέσα στο πορώδες υλικό $\left[\frac{m}{s}\right]$ - Περίπτωση 3

Όπως είναι εμφανές, η μέγιστη ταχύτητα που αναπτύσσεται μέσα στο πορώδες είναι η μηδενική ταχύτητα. Αυτή εκτείνεται στο μεγαλύτερο μέρος του υλικού και μόνο κοντά στην διεπιφάνεια παρατηρούνται αρνητικές ταχύτητες.



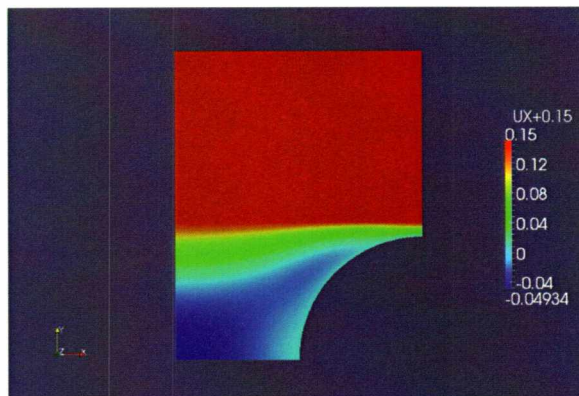
Εικόνα 14 Προφίλ της ταχύτητας u_y μέσα στο πορώδες υλικό $\left[\frac{m}{s}\right]$ - Περίπτωση 3

Στο προφίλ της ταχύτητας u_y , μπορεί κανείς να δει από ποιο σημείο και μετά αρχίζει ο εμποτισμός του πορώδους (αρχή της πράσινης περιοχής, θετικές τιμές της ταχύτητας). Επίσης, μπορεί να δει που κορυφώνεται η διείδυση του ρευστού, την κόκκινη δηλαδή περιοχή, η οποία βρίσκεται κοντά στο κέντρο του κυλίνδρου.



Διάγραμμα 7 Ταχύτητα u_x κατακόρυφα της γεωμετρίας- Περίπτωση 3

Το τελευταίο διάγραμμα δίνει μια εικόνα για το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα καθώς κινείται κανείς πάνω σε μια γραμμή κατακόρυφα της γεωμετρίας. Για $y \geq 0.0055$ m, οι τιμές από όλα τα σημεία φαίνονται να συγκλίνουν, μιας και αυτό είναι το ύψος όπου αρχίζει το πορώδες, και αρχίζει να επιβάλλεται μεγαλύτερη αντίσταση στην ροή, κάνοντας την ταχύτητα να τείνει στο μηδέν. Από την στιγμή που έχει ορισθεί η ταχύτητα του κύλινδρου να είναι στην διεύθυνση x ίση με $-0.15 \frac{m}{s}$ (κίνηση προς τα αριστερά), αφαιρώντας την τιμή αυτή από τις τιμές των διαγραμμάτων, θα ισχύει πλέον ότι το πορώδες μέσο είναι αυτό που κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $+0.15 \frac{m}{s}$, και ο κύλινδρος μένει ακίνητος, όπως ορίζεται και το πραγματικό πρόβλημα (σύμφωνα με τους Bates, Zou, 2002). Έτσι, παρατηρείται ότι ένα μέρος των τιμών, ακόμα και για $x < -0.005$ m, παραμένουν αρνητικές (συνεχίζοντας να απομακρύνονται από τον κύλινδρο), ενώ οι υπόλοιπες, πιο κοντά στο πορώδες, θα πάρουν θετικές τιμές και έχουν κίνηση προς τον κύλινδρο. Επίσης, παρατηρούνται και κάποιες μηδενικές τιμές της ταχύτητας. Ο συνδυασμός αυτών των φαινομένων υπονοεί την ύπαρξη ανακυκλοφορίας μπροστά από τον στάσιμο κύλινδρο. Μια απεικόνιση αυτών που ειπώθηκαν παραπάνω, φαίνεται στο προφίλ της ταχύτητας που ακολουθεί. Σε αυτό το προφίλ σε όλα τα δεδομένα της ταχύτητας u_x έχει προστεθεί η τιμή 0.15, για να μένει ακίνητος ο κύλινδρος και να κινείται το πορώδες.

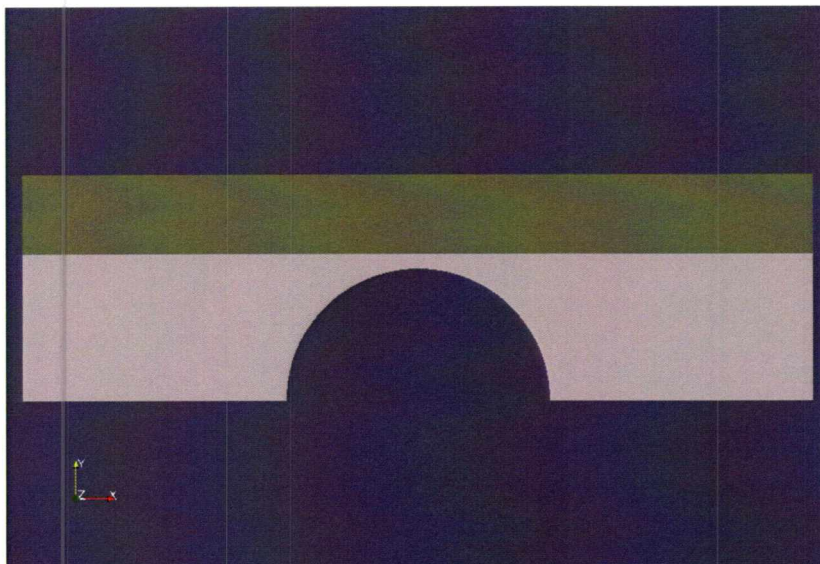


Εικόνα 15 Προφίλ της ταχύτητας u_x , με ακίνητο κύλινδρο και κινούμενο πορώδες $\left[\frac{m}{s}\right]$ - Περίπτωση 3

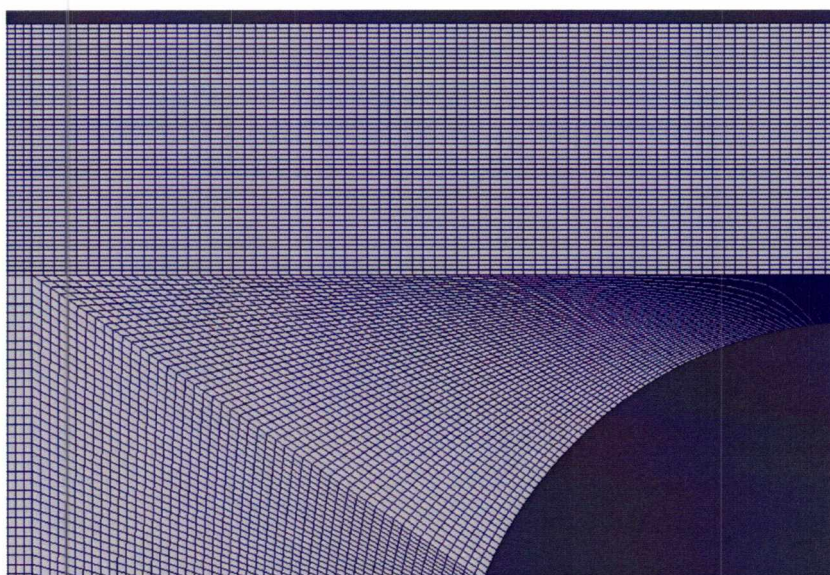
Με αυτόν τον τρόπο γίνεται πιο σαφή η ρευστομηχανική του προβλήματος, όπου το ρευστό παρασύρεται προς τα δεξιά από το πορώδες υλικό (για την περιοχή κοντά στο πορώδες), και κάποιο από αυτό διεισδύει μέσα στο πορώδες, ένα άλλο μέρος του διαπερνά ανάμεσα από το διάκενο κυλίνδρου και πορώδους, και το μεγαλύτερο μέρος του κάνει ανακυκλοφορία μπροστά από τον κύλινδρο (σημεία πιο κοντά στο symmetry1) .

5.2.3 Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με σταθερό πάχος πορώδους επιφάνειας

Θεωρείται η γενίκευση της γεωμετρίας 5.2.2, όπου πλέον προστίθεται ένα συμμετρικό κομμάτι της προηγούμενης γεωμετρίας σαν την έξοδο της κατεργασίας, και η πιο απλουστευμένη προσέγγιση της πραγματικής γεωμετρίας της κατεργασίας. Η πορώδης επιφάνεια έχει το ίδιο πάχος κατά μήκος όλου του όγκου ελέγχου. Σε αυτή την γεωμετρία θεωρείται ότι η πορώδης επιφάνεια παραμένει ακίνητη και ο κύλινδρος κινείται στην αρνητική οριζόντια διεύθυνση (x-διεύθυνση). Μια άποψη της γεωμετρίας αυτής και ένα μέρος του πλέγματος φαίνονται παρακάτω, στις εικόνες 16 και 17.



Εικόνα 16 Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με σταθερό πάχος πορώδους επιφάνειας

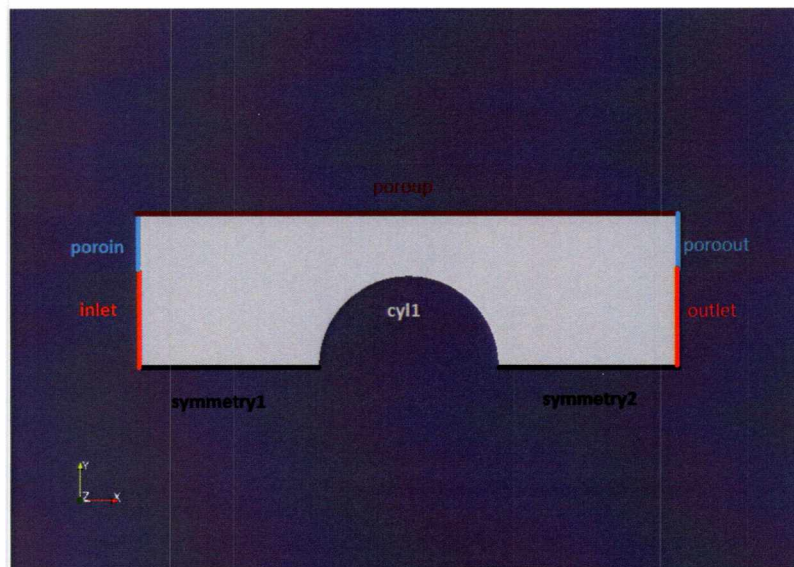


Εικόνα 17 Πλέγμα διακριτοποίησης

Αυτή η γεωμετρία έχει συνολικά οκτώ όρια, από τα οποία τα τρία αναφέρονται σε πορώδεις επιφάνειες, τα τέσσερα αναφέρονται στην επιφάνεια του ελεύθερου ρευστού, και το ένα που απομένει είναι για την επιφάνεια του κυλίνδρου, που θεωρείται ως τοίχωμα. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ορισθούν συνολικά δεκαέξι οριακές συνθήκες, οκτώ για τις οριακές συνθήκες της πίεσης και άλλες

οκτώ για τις αντίστοιχες συνθήκες της ταχύτητας. Για την βοήθεια του αναγνώστη, θα δοθούν ονόματα στα όρια της γεωμετρίας. Τα ονόματα αυτά είναι ίδια με τα ονόματα δόθηκαν και στο OpenFoam.

Ξεκινώντας από τις επιφάνειες που αναφέρονται στο ρευστό, η είσοδος του ρευστού, δηλαδή της κατακόρυφης επιφάνειας χωρίς να συγκαταλέγεται το πορώδες, θα ονομάζεται *inlet*. Η οριζόντια επιφάνεια του ρευστού που βρίσκεται αριστερά του κυλίνδρου θα ονομάζεται *symmetry1*. Η έξοδος της κατακόρυφης επιφάνειας του ρευστού, χωρίς και πάλι να λαμβάνεται υπ' όψη η πορώδης επιφάνεια θα ονομάζεται *outlet*, ενώ η οριζόντια επιφάνεια δεξιά αυτή την φορά του κυλίνδρου, *symmetry2*. Όσον αφορά τις τρεις επιφάνειες του πορώδους μέσου, η είσοδος ονομάζεται *poroIn*, η έξοδος *poroout* και η επάνω επιφάνεια *poroUp*. Τέλος, η επιφάνεια του τοιχώματος του κυλίνδρου ονομάζεται *cyl1*. Οι επιφάνειες μαζί με τα ονόματά τους φαίνονται και στην εικόνα που ακολουθεί.



Εικόνα 18 Ορισμός ορίων

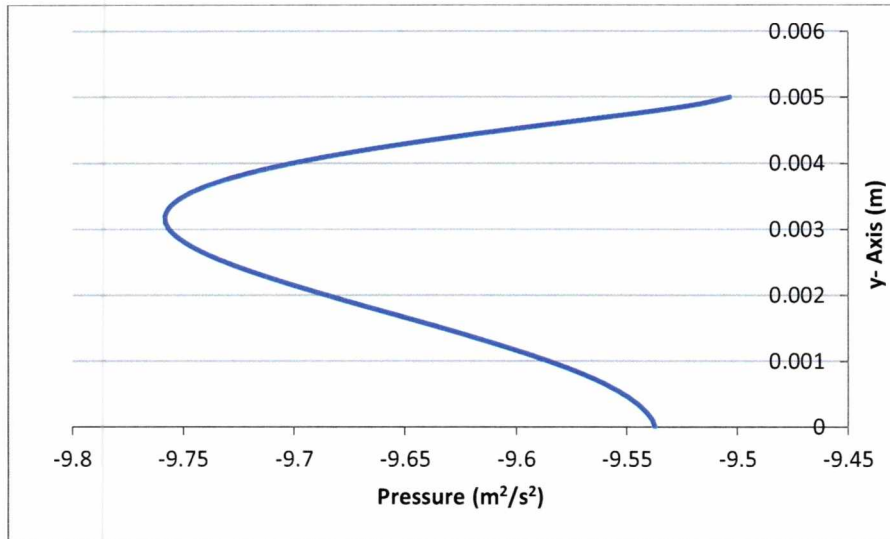
Για αυτή την γεωμετρία μελετήθηκαν τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις, οι οποίες διαφοροποιούνταν ανάλογα με τις οριακές συνθήκες που επιλέγονταν κάθε φορά. Τα σύνορα στα οποία οι οριακές συνθήκες μεταβάλλονταν ήταν το επάνω όριο της πορώδους επιφάνειας (*poroUp*) και οι κάτω επιφάνειες *symmetry1* και *symmetry2*. Αναλυτικά φαίνονται οι οριακές συνθήκες των τεσσάρων περιπτώσεων στον πίνακα 3.

Πίνακας 3 Οριακές συνθήκες σε κάθε όριο και περίπτωση

		Περίπτωση 1	Περίπτωση 2	Περίπτωση 3	Περίπτωση 4
inlet	p	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	u	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
symmetry1	p	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$
	u	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$
outlet	p	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	u	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
symmetry2	p	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$
	u	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0$
poroin	p	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	u	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$
poroout	p	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	u	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$
poroup	p	$p = 0$	$p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$p = 0$
	u	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\frac{\partial u_y}{\partial y} = 0, u_x = 0$

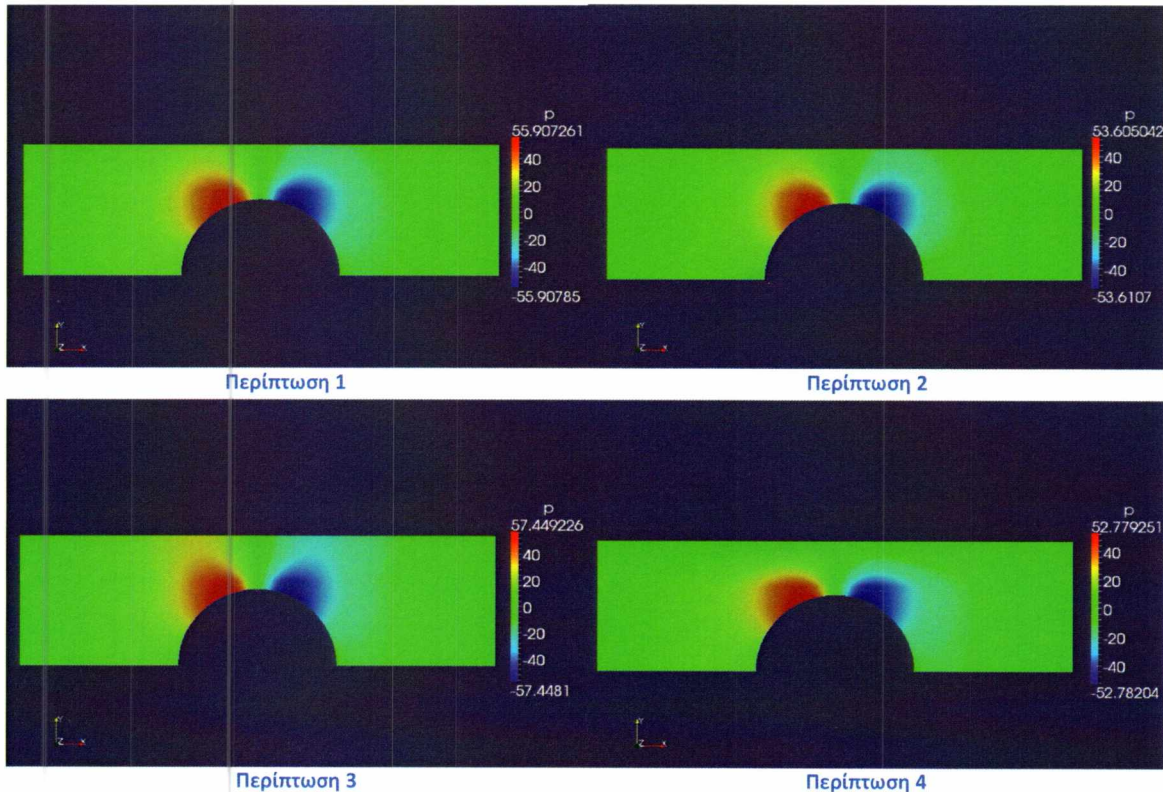
5.2.3.1 Αποτελέσματα περιπτώσεων

Αρχικά, θα ελεγχθεί αν οι οριακές συνθήκες ορίζονται σωστά και δίνουν τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Σε αυτή την γεωμετρία, ελέγχεται για την περίπτωση 1 η οριακή συνθήκη της πίεσης του ορίου symmetry2 και για το σημείο $x=0.01$ m (διάγραμμα 8). Ακολουθούν τα προφίλ της πίεσης (εικόνα 19) και των ταχυτήτων u_x και u_y σε κάθε μία περίπτωση (εικόνες 20 και 21). Επίσης, παρουσιάζονται τα διαγράμματα της πίεσης και της ταχύτητας u_y στην διεπιφάνεια του πορώδους μέσου με το ελεύθερο ρευστό και κατά μήκος του κυλίνδρου.



Διάγραμμα 8 Επαλήθευση οριακής συνθήκης για την πίεση διαιρεμένης με την πυκνότητα στο όριο symmetry2 και $x=0.01\text{m}$ - Περίπτωση 1

Παρατηρείται ότι στο σημείο $y=0$ m η πίεση σχηματίζει ορθή γωνία με τον οριζόντιο άξονα, όπως αναμενόταν από την οριακή συνθήκη zeroGradient (εξ. 4.7).

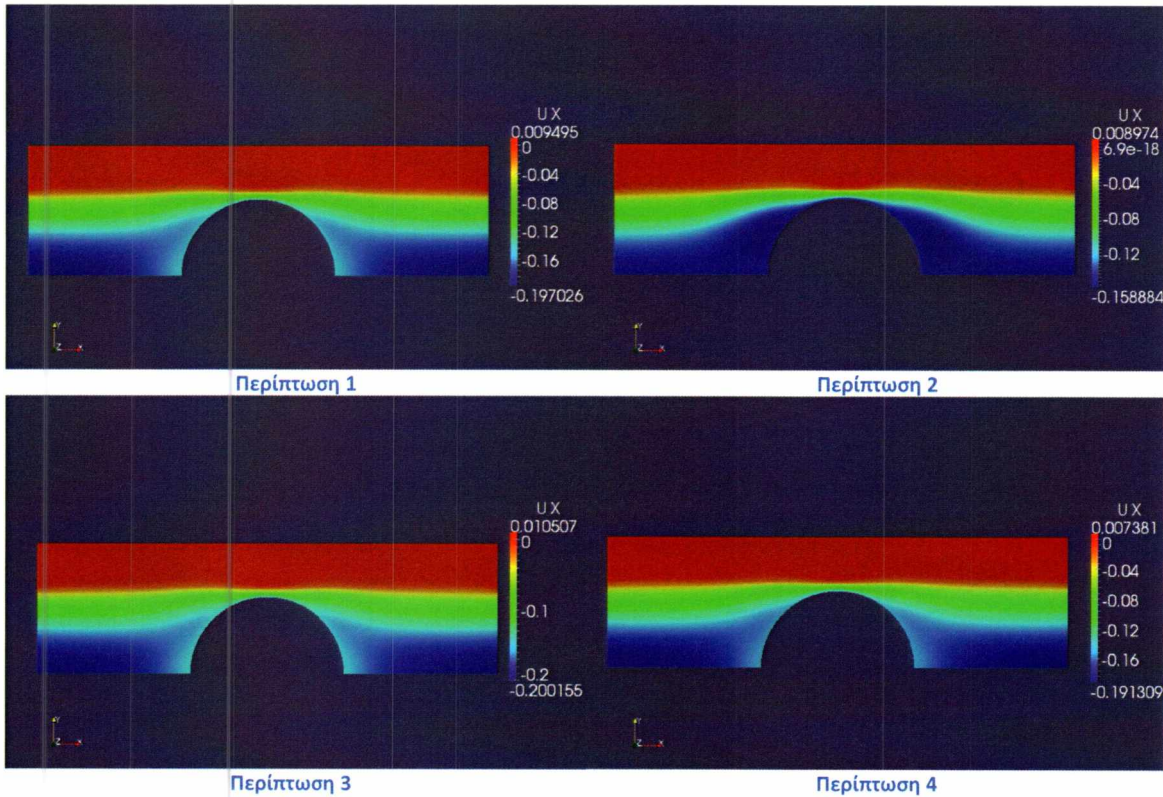


Εικόνα 19 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα

$$\left[\frac{m^2}{s^2} \right]$$

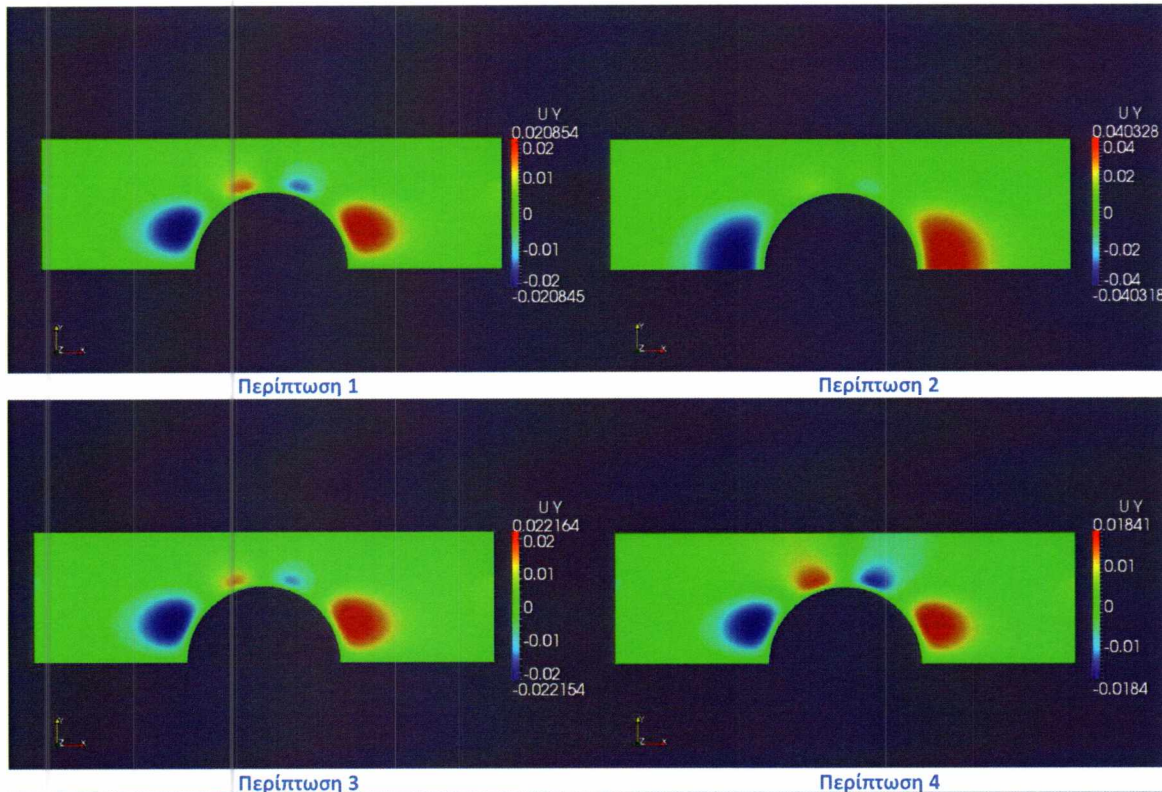
Σε αυτή την γεωμετρία η λύση αλλάζει κατά πολύ. Παρατηρείται ότι τα προφίλ πίεσης έχουν πλέον αντισυμμετρική λύση, με την πίεση να παρουσιάζει μία μέγιστη τιμή πριν την κορυφή του κυλίνδρου, την τιμή μηδέν στον άξονα συμμετρίας και έπειτα η πίεση να γίνεται αρνητική. Η ύπαρξη αυτής της αρνητικής πίεσης (ή ενός κύματος πίεσης όπως ορίζεται αυτό το φαινόμενο στην βιβλιογραφία της Τριβολογίας) είναι ο λόγος για τον οποίο προηγούμενες εργασίες στο θέμα αυτό θεώρησαν μόνο το ένα τέταρτο της γεωμετρίας. Η υπόθεση είναι ότι στην φύση δεν υπάρχουν αρνητικές πιέσεις, και ότι «κάτι» θα συμβεί για $x > 0$ ώστε στην πραγματικότητα η πίεση να γίνει ίση ή μεγαλύτερη από την πίεση του περιβάλλοντος. Φαίνεται ότι η μεταβολή της γεωμετρίας αλλάζει εντελώς την αναμενόμενη λύση των Bates και Ζου (2002), κάτι το οποίο θα φανεί και στην συνέχεια στην ταχύτητα u_y . Κατά τα λοιπά, υπάρχουν μικρές διαφορές στις μέγιστες και τις ελάχιστες τιμές της πίεσης, και στην κατανομή της πίεσης, ειδικά στις περιπτώσεις 3 και 4.

Ακολουθούν τα αντίστοιχα προφίλ για τις ταχύτητες u_x και u_y .



Εικόνα 20 Προφίλ της ταχύτητας u_x $\left[\frac{m}{s}\right]$

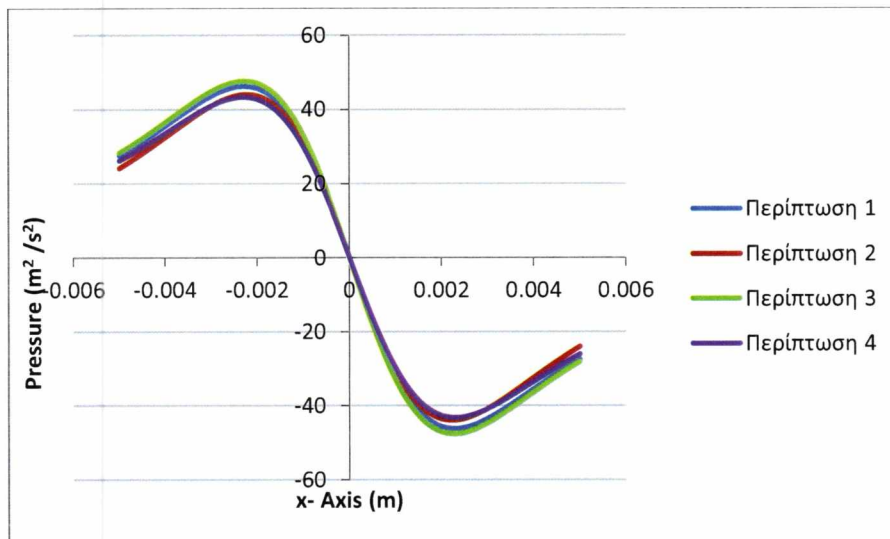
Η μορφή του προφίλ της ταχύτητας φαίνεται να αλλάζει στην περίπτωση 2 και μόνο γύρω από την περιοχή του κυλίνδρου, μιας και είναι η περίπτωση που αλλάζει η οριακή συνθήκη στα κάτω όριο $symmetry1$ και $symmetry2$. Οι μέγιστες τιμές διαφοροποιούνται από περίπτωση σε περίπτωση, με την μέγιστη να εμφανίζεται στην περίπτωση 3 και την ελάχιστη στην περίπτωση 4. Επισημαίνεται, ακόμα, ότι όλα τα προφίλ είναι συμμετρικά δεξιά και αριστερά του κυλίνδρου.



Εικόνα 21 Προφίλ της ταχύτητας u_y $\left[\frac{m}{s}\right]$

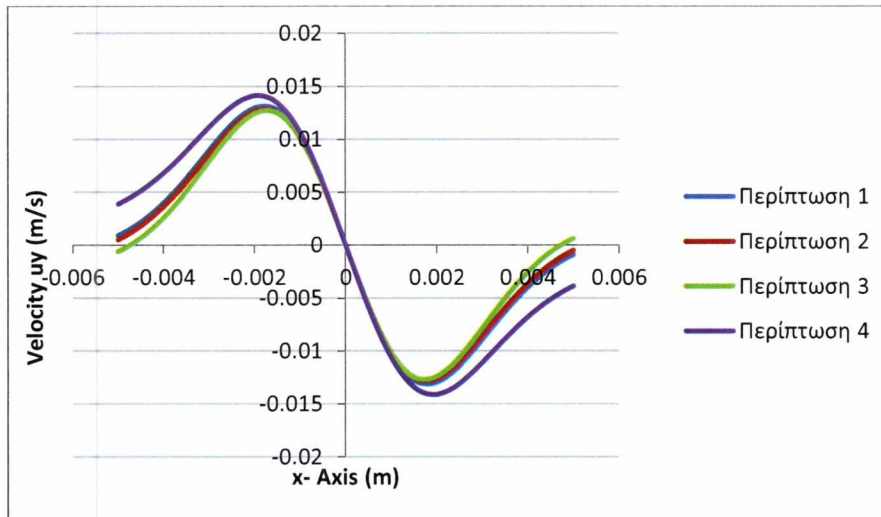
Στο προφίλ της u_y ταχύτητας, οι τιμές έχουν αντισυμμετρική μορφή. Κοντά στο κέντρο του κυλίνδρου, στο σημείο που ελαχιστοποιείται το διάκενο είναι εμφανείς οι περιοχές εισόδου και εξόδου του ρευστού από το πορώδες με κόκκινο και μπλε χρώμα αντίστοιχα. Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές καθώς και η μορφή των προφίλ διαφοροποιούνται σημαντικά μόνο στην περίπτωση 2, και πάλι γύρω από τα όρια symmetry1 και symmetry2. Σε αντίθεση με την αντίστοιχη ταχύτητα της γεωμετρίας 5.2.2, παρατηρείται ότι η εκροή του ρευστού από το πορώδες είναι εξίσου ισχυρή με την εισροή, καθώς για κάθε θετική ταχύτητα που αναπτύσσεται υπάρχει μια ίση και αντίθετη στο συμμετρικό σημείο της γεωμετρίας.

Ακολουθούν τα διαγράμματα της πίεσης στην διεπιφάνεια και για το μήκος που εκτείνεται ο κύλινδρος ($-0.005 < x < 0.005$).



Διάγραμμα 9 Πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα κατά μήκος της διεπιφάνειας

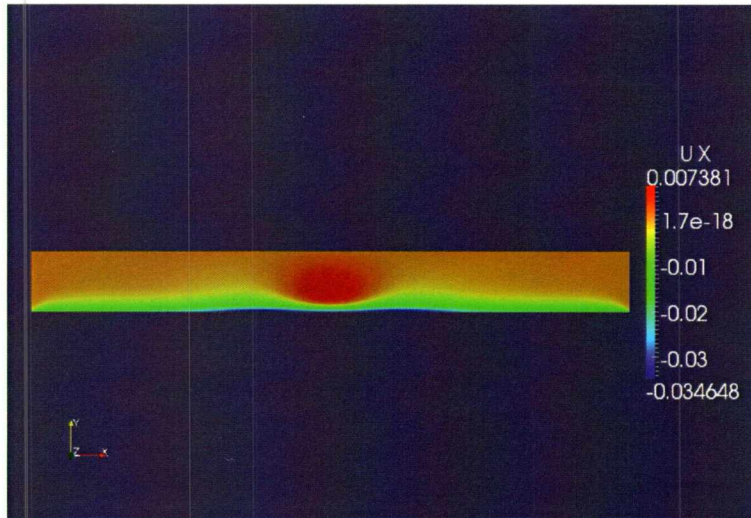
Τα αποτελέσματα της πίεσης στην διεπιφάνεια δεν αλλάζουν ποιοτικά μεταξύ τους και επιβεβαιώνεται αυτό που ειπώθηκε νωρίτερα και για τα προφίλ. Παρατηρείται σε όλες τις περιπτώσεις ότι για κάθε θετική πίεση που αναπτύσσεται, υπάρχει και μία ίση αρνητική πίεση στο συμμετρικό σημείο. Ποσοτικά, τα αποτελέσματα διαφέρουν ελάχιστα, δίνοντας όμως παρόμοιες λύσεις. Στην συνέχεια, παρουσιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα για την ταχύτητα u_y .



Διάγραμμα 10 Ταχύτητα u_y κατά μήκος της διεπιφάνειας ρευστού

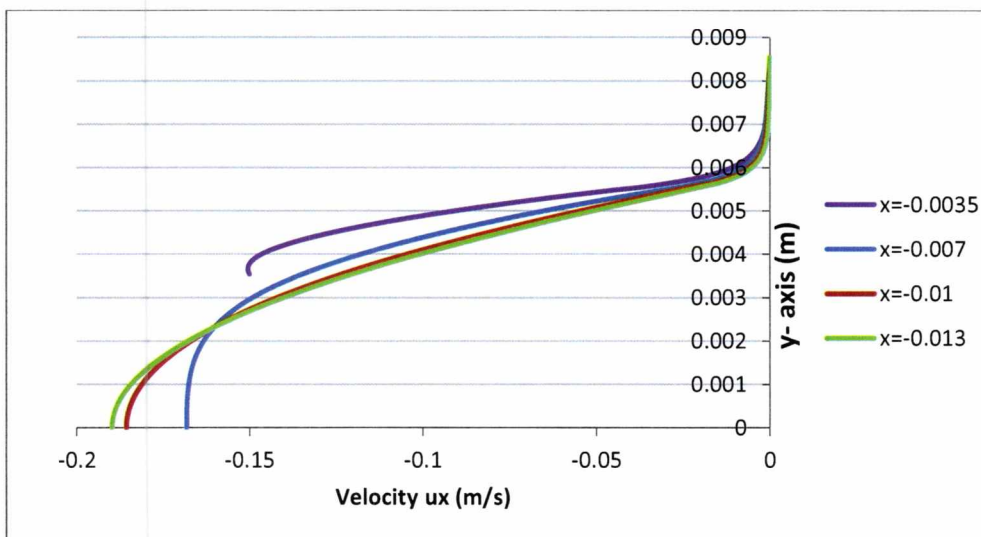
Ποιοτικά και τα προφίλ της ταχύτητας δεν διαφέρουν από περίπτωση σε περίπτωση. Η αντισυμμετρία παραμένει στις λύσεις και οι περιπτώσεις 3 και 4 δείχνουν να διαφέρουν. Η 3 ως προς την τιμή στην είσοδο και στην έξοδο του κυλίνδρου, ενώ η 4 διαφέρει και στην τιμή που παίρνει στην είσοδο και την έξοδο του κυλίνδρου αλλά και στην μέγιστη και ελάχιστη τιμή της ταχύτητας. Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν, όπως αναμένεται, ότι στην περιοχή της υψηλής πίεσης το ρευστό εξωθείται μέσα στο πορώδες (εμποτισμός). Από την άλλη μεριά, στην περιοχή των χαμηλών πιέσεων, ρευστό εξέρχεται από την πορώδη ζώνη (αντιστροφή εμποτισμού). Το συμπέρασμα είναι ότι υπό τις δοσμένες οριακές συνθήκες, η διεργασία αυτή δεν θα έπρεπε να έχει ως αποτέλεσμα τον εμποτισμό του πορώδους υλικού, και όσο ρευστό εισέρχεται στην είσοδο (αριστερά του κέντρου του κυλίνδρου) να εξέρχεται από την έξοδο (δεξιά του κυλίνδρου).

Τέλος, παρουσιάζονται το προφίλ της ταχύτητας u_x μέσα στο πορώδες και τα διαγράμματα της ταχύτητας u_x καθ' όλο το ύψος της γεωμετρίας, για διαφορετικές αποστάσεις στον x -άξονα. Τα διαγράμματα και τα προφίλ προκύπτουν από τις λύσεις της περίπτωσης 4. Σημειώνεται ότι οι θέσεις από τις οποίες λήφθηκαν τα διαγράμματα βρίσκονται αριστερά του κυλίνδρου, ενώ το ένα σημείο δεν ξεκινάει από το $y=0$ ($x=-0.0035$) μιας και βρίσκεται πάνω στον κύλινδρο.



Εικόνα 22 Προφίλ της ταχύτητας u_x μέσα στο πορώδες υλικό $\left[\frac{m}{s}\right]$ - Περίπτωση 4

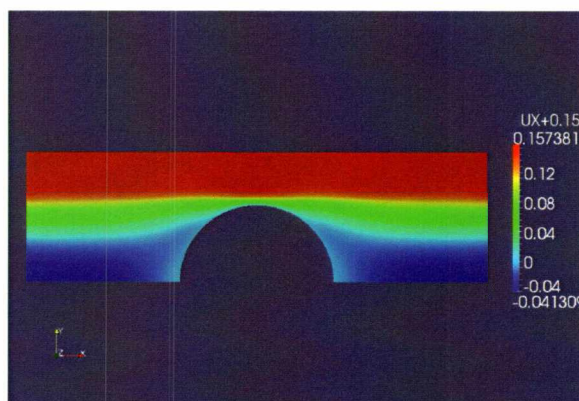
Το προφίλ της ταχύτητας φαίνεται να είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα συμμετρίας της γεωμετρίας, με την μέγιστη τιμή να βρίσκεται σε μια περιοχή κοντά στο κέντρο. Σε σχέση με την γεωμετρία τεταρτοκυκλίου (Κεφ. 5.2.2), η αναπτυσσόμενη ταχύτητα μέσα στο πορώδες είναι μεγαλύτερη.



Διάγραμμα 11 Ταχύτητα u_x κατακόρυφα της γεωμετρίας

Παρ' όλο που η γεωμετρία άλλαξε σε αυτό το κεφάλαιο, η συμπεριφορά της ταχύτητας u_x παραμένει συγκρίσιμη με την γεωμετρία τεταρτοκυκλίου. Όπως θα φανεί και στο προφίλ των

ταχυτήτων, στα οποία έχει αφαιρεθεί η ταχύτητα του κυλίνδρου ώστε ο τελευταίος να μένει ακίνητος και το πορώδες να κινείται (αντίστοιχο με την εικόνα 15), η μορφή της ροής παραμένει η ίδια, και ποιοτικά και ποσοτικά.

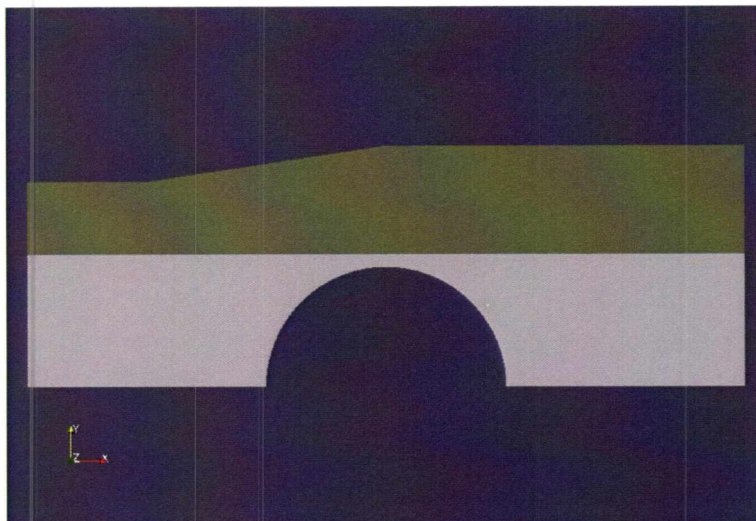


Εικόνα 23 Προφίλ της ταχύτητας u_x , με ακίνητο κύλινδρο και κινούμενο πορώδες $\left[\frac{m}{s}\right]$ - Περίπτωση 4

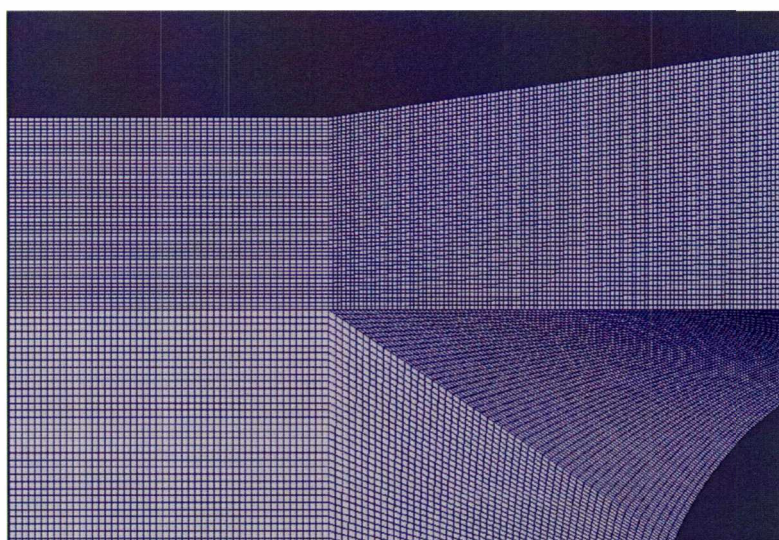
Φαίνεται, λοιπόν, ότι κοντά στο πορώδες υλικό το ελεύθερο ρευστό κινείται προς τα δεξιά, παρασυρόμενο από το πορώδες, και καθώς απομακρύνεται κανείς από την πορώδη επιφάνεια, η ταχύτητα μηδενίζεται (γαλάζια περιοχή) και τελικά αλλάζει πρόσημο (μπλε περιοχή) κινούμενη προς την αρνητική x -διεύθυνση.

5.2.4 Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με μεταβλητό πάχος πορώδους επιφάνειας

Η γεωμετρία αυτή μοιάζει πολύ με την προηγούμενη γεωμετρία μισού κυλίνδρου (Κεφ. 5.2.3), ακόμα και ως προς τον τρόπο κατασκευής της. Η μόνη διαφορά έγκειται στο ότι τώρα η πορώδης επιφάνεια έχει μικρότερο πάχος στην είσοδο από ότι στην έξοδο του όγκου ελέγχου. Αυτό γίνεται στην προσπάθεια να γίνει μια καλύτερη φυσική προσέγγιση που να δηλώνει ότι ο εμποτισμός στην είσοδο έχει φτάσει σε μικρότερο ύψος από ότι στην έξοδο. Μια άποψη της γεωμετρίας αυτής και ένα μέρος του πλέγματος φαίνονται παρακάτω, στις εικόνες 24 και 25.



Εικόνα 24 Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με μεταβλητό πάχος πορώδους επιφάνειας

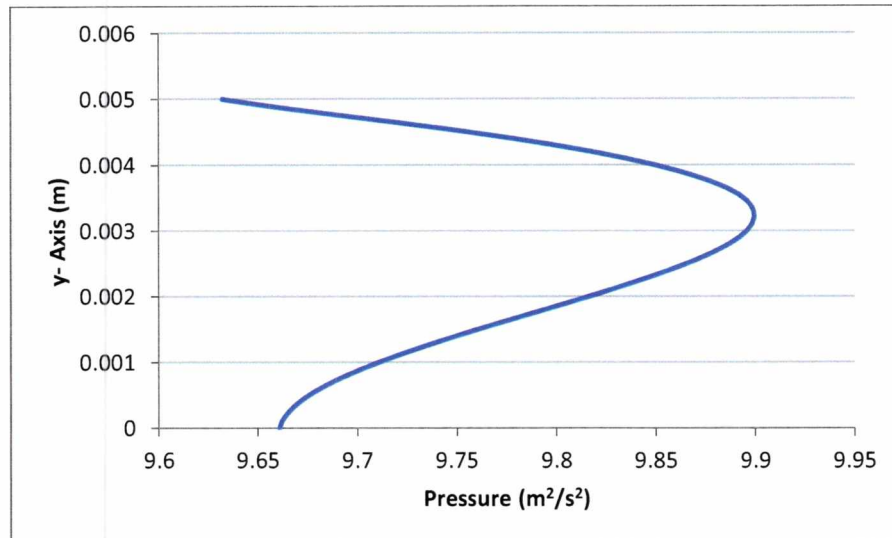


Εικόνα 25 Πλέγμα διακριτοποίησης

Τα όρια σε αυτή τη γεωμετρία είναι ακριβώς τα ίδια όπως ορίστηκαν και στην γεωμετρία μισού κυλίνδρου με σταθερό πάχος πορώδους επιφάνειας. Επίσης, οι περιπτώσεις που δημιουργήθηκαν και σε αυτή τη γεωμετρία είναι και πάλι τέσσερις και μάλιστα έχουν τις ίδιες οριακές συνθήκες με αυτές της προηγούμενης γεωμετρίας (πίνακας 3).

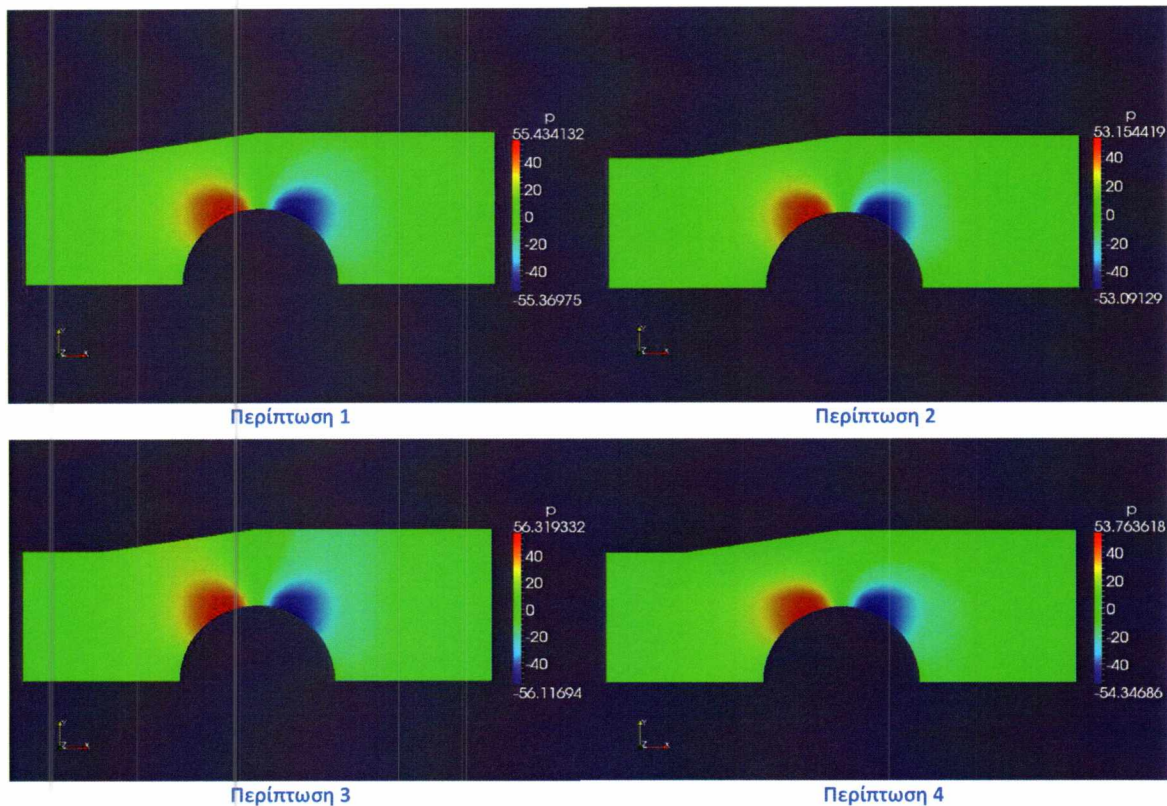
5.2.4.1 Αποτελέσματα περιπτώσεων

Και για αυτή την γεωμετρία θα γίνει επαλήθευση της οριακής συνθήκης της πίεσης, αυτή την φορά στο όριο symmetry1, για την περίπτωση 3 και για $x=-0.01$ m. Στην συνέχεια, ακολουθούν τα προφίλ πίεσης και του μέτρου της ταχύτητας σε όλη την γεωμετρία.



Διάγραμμα 12 Επαλήθευση οριακής συνθήκης για την πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα στο symmetry1 και $x=-0.01$ m- Περίπτωση 3

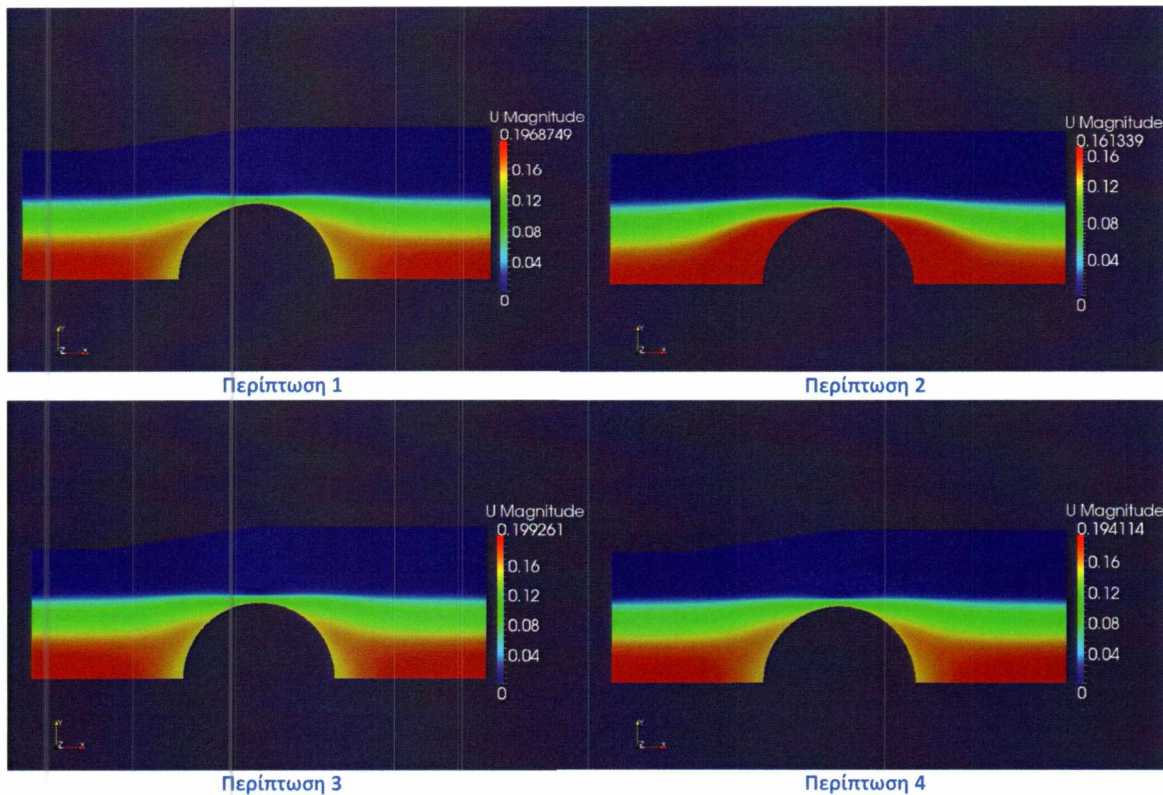
Είναι εμφανές ότι στο $y=0$ m η γραμμή της πίεσης είναι κάθετη στον οριζόντιο άξονα, κάτι που δικαιολογείται από την οριακή συνθήκη zeroGradient που επικρατεί στο όριο αυτό.



Εικόνα 26 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα

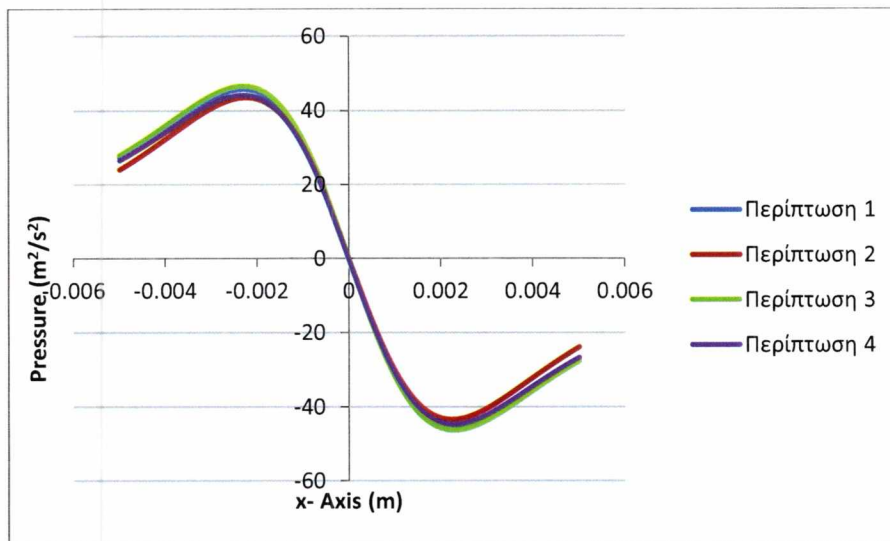
$$\left[\frac{m^2}{s^2} \right]$$

Η λύση για την πίεση είναι και σε αυτή την γεωμετρία αντισυμμετρική γύρω από τον άξονα συμμετρίας, δηλαδή τον κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του κυλίνδρου. Μικρές διαφορές παρατηρούνται στις τιμές, οι οποίες όμως είναι συγκρίσιμες και στην ίδια τάξη μεγέθους. Σε σχέση με την προηγούμενη γεωμετρία (σταθερό πάχος πορώδους), δεν παρατηρούνται ιδιαίτερες μεταβολές στο εύρος των τιμών της πίεσης.



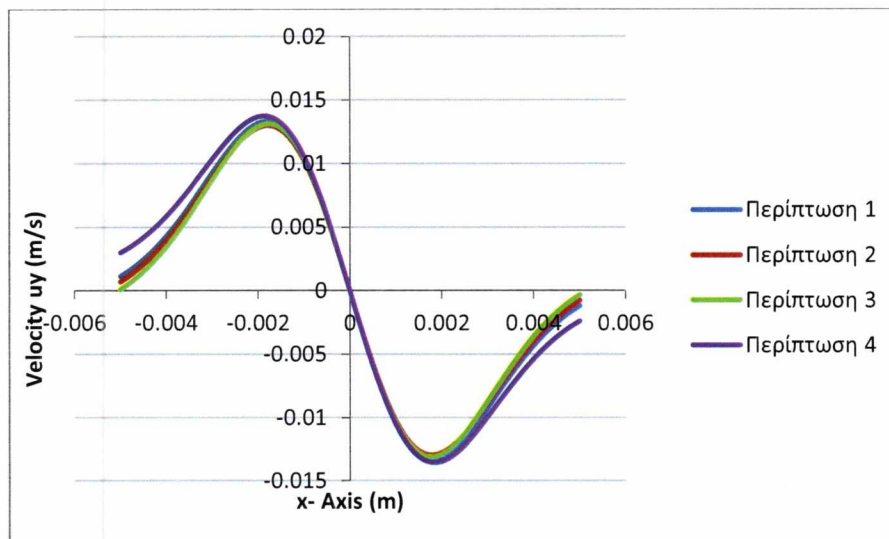
Εικόνα 27 Προφίλ του μέτρου της ταχύτητας $\left[\frac{m}{s}\right]$

Το προφίλ του μέτρου της ταχύτητας είναι και αυτό με την σειρά του συμμετρικό. Παρατηρείται ότι στην περίπτωση 2 η μέγιστη αναπτυσσόμενη ταχύτητα είναι μικρότερη από τις άλλες τρεις περιπτώσεις, λόγω της αλλαγής της οριακής συνθήκης στις symmetry1 και symmetry2 επιφάνειες. Ακολουθούν τα διαγράμματα της πίεσης και της ταχύτητας u_y στην διεπιφάνεια.



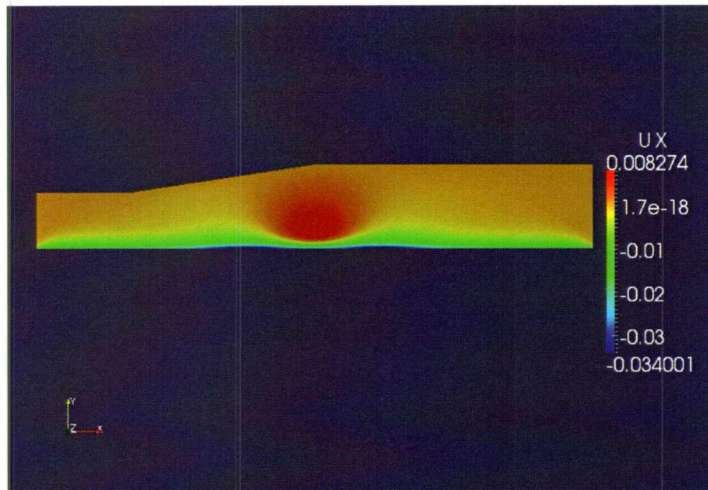
Διάγραμμα 13 Πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα κατά μήκος της διεπιφάνειας

Η πίεση στη διεπιφάνεια δεν αλλάζει ιδιαίτερα με την αλλαγή των συνθηκών. Ακόμα, έχει την ίδια μορφή και συγκρινόμενη με τα αντίστοιχα διαγράμματα πίεσης της γεωμετρίας με σταθερό πάχος πορώδους. Και ποιοτικά και ποσοτικά τα αποτελέσματα είναι όμοια και προκύπτουν τα ίδια συμπεράσματα.



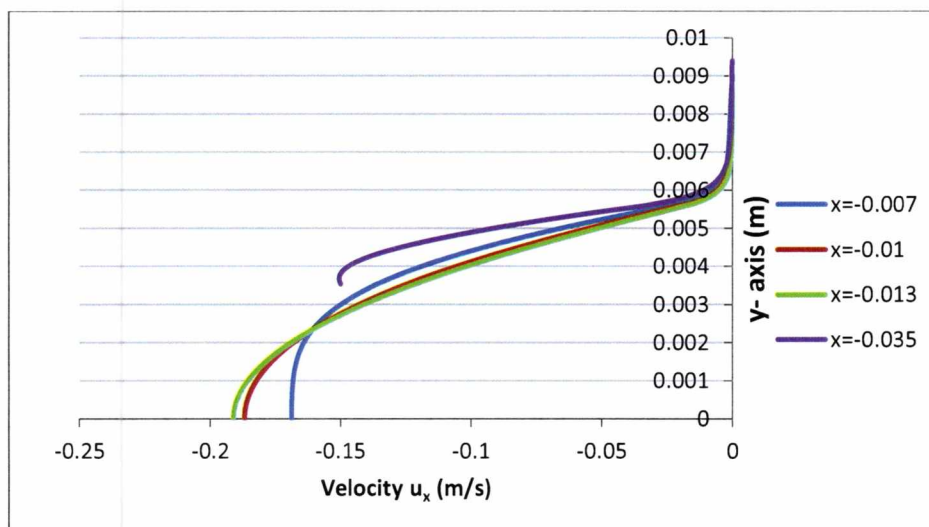
Διάγραμμα 14 Ταχύτητα u_y κατά μήκος της διεπιφάνειας ρευστού

Και η ταχύτητα με τη σειρά της είναι αντισυμμετρική ως προς τον άξονα συμμετρίας, ενώ το προφίλ και οι τιμές της ταχύτητας είναι παρόμοιες με την γεωμετρία σταθερού πάχους πορώδους επιφάνειας. Τα σχόλια για τα αντίστοιχα διαγράμματα της αμέσως προηγούμενης γεωμετρίας (Κεφ. 5.2.3) ισχύουν απόλυτα. Τελευταίο για αυτή την γεωμετρία, παρατίθενται το προφίλ της ταχύτητας u_x στην επιφάνεια του πορώδους και τα διαγράμματα της ταχύτητας u_x καθ' όλο το ύψος της γεωμετρίας, για διαφορετικές αποστάσεις στον x -άξονα. Και εδώ, τα διαγράμματα και τα προφίλ προκύπτουν από τις λύσεις της περίπτωσης 4.



Εικόνα 28 Προφίλ της ταχύτητας u_x μέσα στο πορώδες υλικό $\left[\frac{m}{s}\right]$ - Περίπτωση 4

Παρ' όλη την αλλαγή της γεωμετρίας, τα προφίλ της ταχύτητα u_x δεν φαίνεται να αλλάζει σημαντικά, ακόμα και βλέποντάς το ποσοτικά. Η μέγιστη τιμή της ταχύτητας εμφανίζεται και πάλι στην περιοχή γύρω από το κέντρο της γεωμετρίας κατά τον άξονα x .



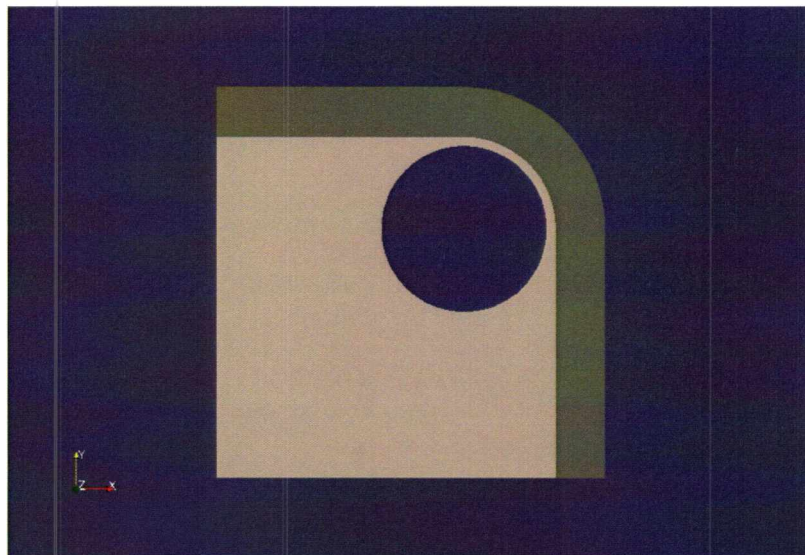
Διάγραμμα 15 Ταχύτητα u_x κατακόρυφα της γεωμετρίας

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά με τη γεωμετρία σταθερού πάχους πορώδους, τόσο όσον αφορά το σημείο σύγκλισης των τιμών, μιας και πρόκειται για δυο

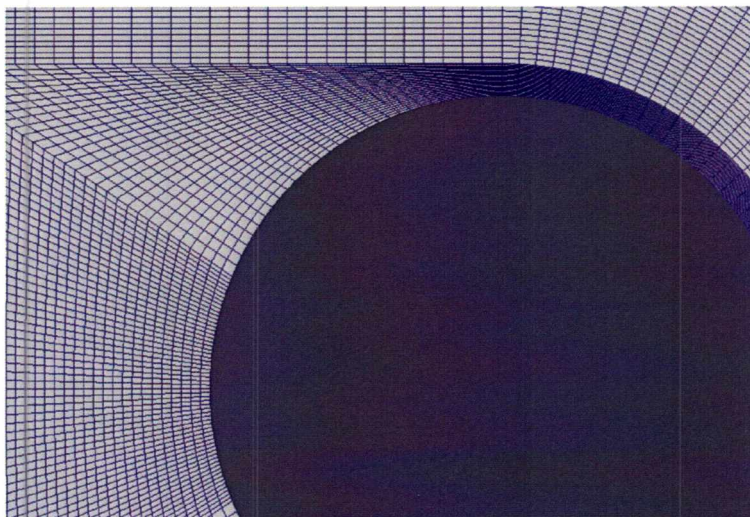
γεωμετρίες με τις ίδιες βασικές διαστάσεις, όσο και στην γενική συμπεριφορά της ταχύτητας από σημείο σε σημείο.

5.2.5 Γεωμετρία ολόκληρου κυλίνδρου με κλίση του πορώδους ακτινικά γύρω από αυτόν

Αυτή η γεωμετρία προσεγγίζει περισσότερο την μορφή που έχει η πραγματική κατεργασία, όπου το πορώδες καμπυλώνεται και καλύπτει μέρος του κυλίνδρου (Εικόνα 2). Μεταξύ του κυλίνδρου και του πορώδους παρεμβάλλεται ένα λεπτό στρώμα υγρού. Το ζητούμενο είναι να διερευνηθεί αν η αλλαγή της γεωμετρίας θα περιορίσει την εμφάνιση αρνητικών πιέσεων και επομένως να οδηγήσει σε βελτιωμένο εμποτισμό του υποστρώματος. Αξίζει να σημειωθεί ότι και πάλι θεωρείται ότι ο κύλινδρος έχει ταχύτητα, αυτή τη φορά όμως όχι αξονική αλλά περιστροφική. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας ω προκύπτει από τον γνωστό τύπο $\omega = \frac{u}{R}$, όπου u είναι η εφαπτομενική ταχύτητα, η οποία έχει ορισθεί σε αυτή την ανάλυση από τον πίνακα 1 να έχει την τιμή $0.15 \frac{m}{s}$ και R η ακτίνα του κυλίνδρου, που είναι 0.005 m . Έτσι προκύπτει ότι η γωνιακή ταχύτητα είναι $30 \frac{rad}{s}$. Η γεωμετρία μαζί με τον πλεγματοκό της χώρο φαίνονται παρακάτω.

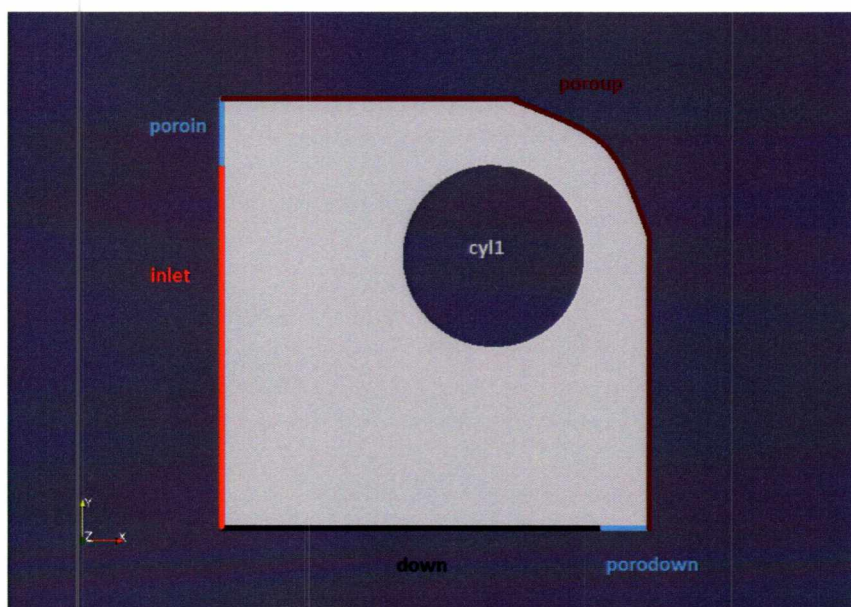


Εικόνα 29 Γεωμετρία ολόκληρου κυλίνδρου με κλίση του πορώδους ακτινικά γύρω από τον κύλινδρο



Εικόνα 30 Πλέγμα διακριτοποίησης

Αυτή η γεωμετρία αποτελείται από πέντε συνολικά όρια. Η κατακόρυφη και η οριζόντια επιφάνεια του ελεύθερου ρευστού ονομάζεται inlet και down αντίστοιχα. Η κατακόρυφη και οριζόντια επιφάνεια του πορώδους μέσου ονομάζεται poroIn και poroDown αντίστοιχα. Η επάνω επιφάνεια του πορώδους η οποία μάλιστα στην είσοδο είναι παράλληλη στον x άξονα και στην έξοδο βγαίνει κάθετα σε αυτόν ονομάζεται poroUp. Τέλος, το τοίχωμα του κυλίνδρου ορίζεται με το όριο cyl1.



Εικόνα 31 Ορισμός ορίων

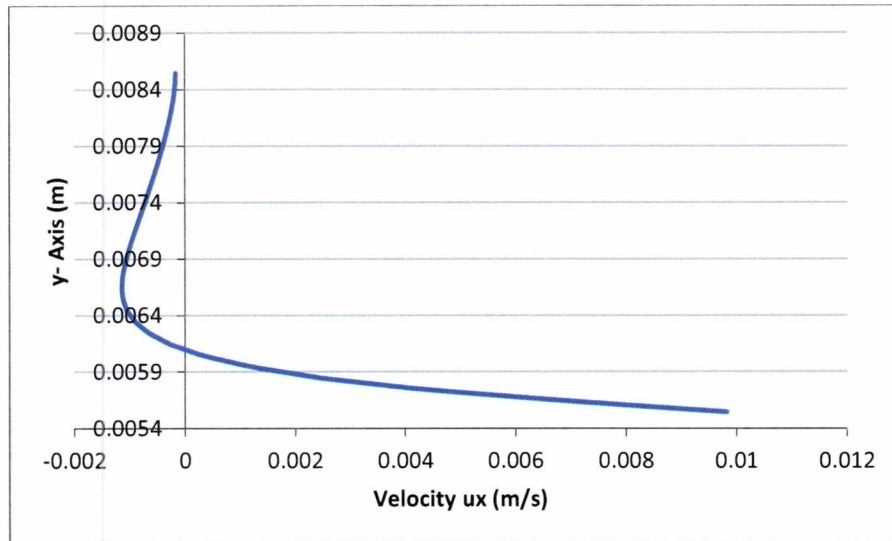
Για αυτή την γεωμετρία δημιουργήθηκαν συνολικά τρεις περιπτώσεις, με αλλαγή των οριακών συνθηκών μόνο στην ταχύτητα. Αναλυτικά φαίνονται οι οριακές συνθήκες στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 4 Οριακές συνθήκες σε κάθε όριο και περίπτωση

		Περίπτωση 1	Περίπτωση 2	Περίπτωση 3
inlet	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
down	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
poroin	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$
porodown	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$
poroup	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\vec{u} = 0$	$\nabla_n u = 0$	Slip

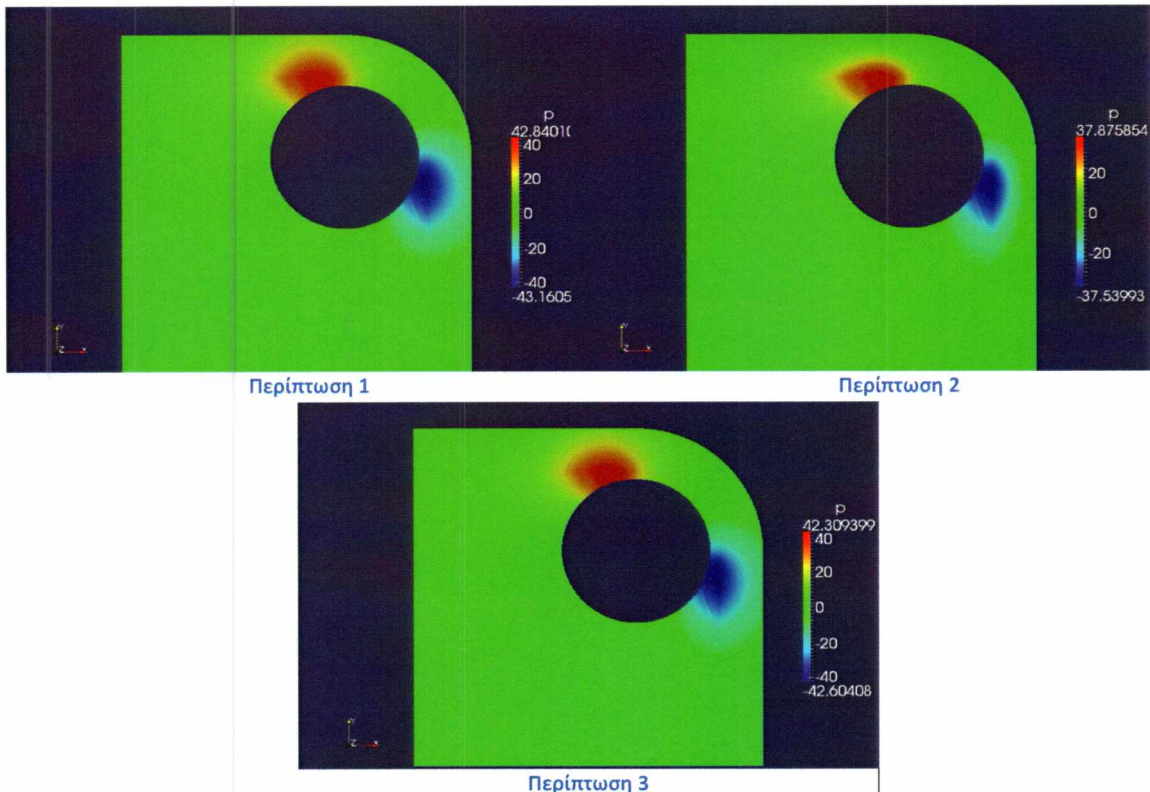
5.2.5.1 Αποτελέσματα περιπτώσεων

Η επαλήθευση θα γίνει για την περίπτωση 2, την ταχύτητα u_x , στο σημείο $x=-0.0032$ m και για το όριο poroup. Επίσης, ακολουθούν τα προφίλ της πίεσης και του μέτρου της ταχύτητας σε ολόκληρη την γεωμετρία.



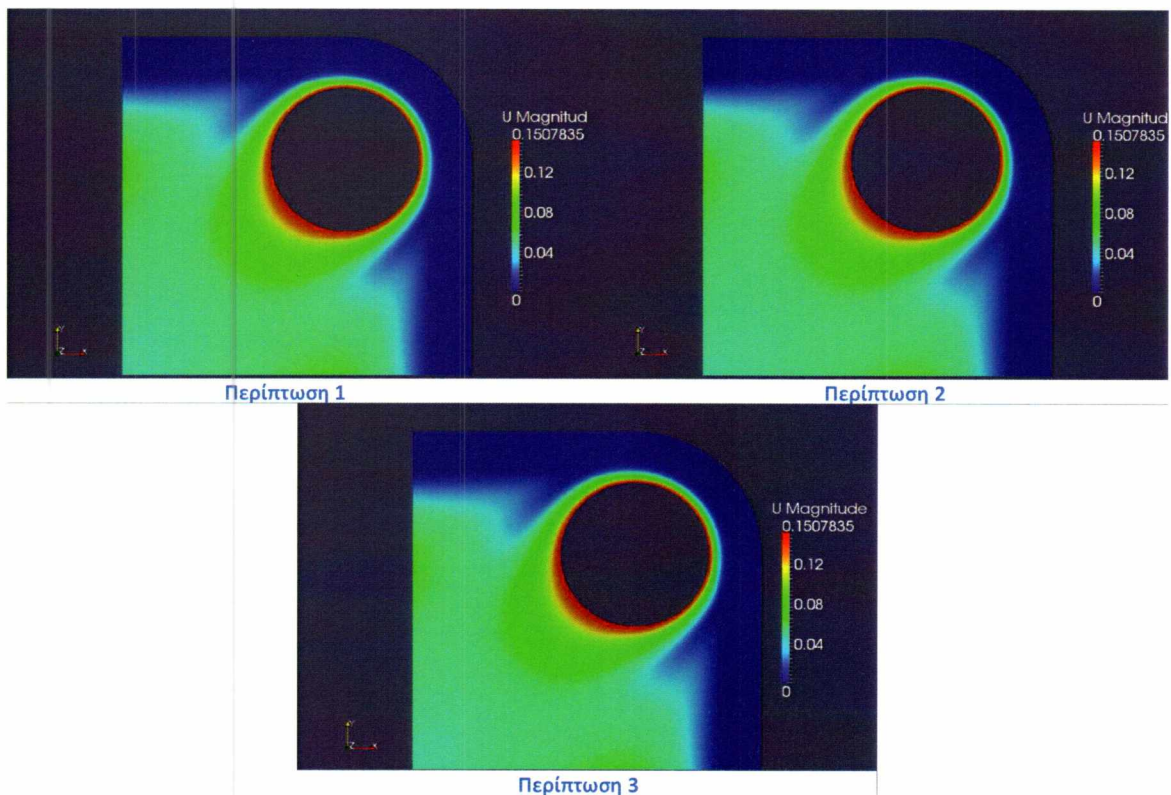
Διάγραμμα 16 Επαλήθευση οριακής συνθήκης για την ταχύτητα u_x στο όριο `porou` και $x=-0.0032$ m-
Περίπτωση 2

Στο σημείο $y=0.008544$ m, το οποίο είναι το άνω όριο της πορώδους επιφάνειας, η καμπύλη της ταχύτητας έχει μηδενική κλίση, όπως και ορίζεται από την οριακή συνθήκη `zeroGradient` στην επιφάνεια.



Εικόνα 32 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα
 $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

Σε αυτήν την γεωμετρία παρατηρείται και πάλι μια αντισυμμετρική λύση της πίεσης με υψηλή πίεση στην είσοδο και χαμηλή πίεση στην έξοδο. Η πίεση είναι μηδέν (πίεση περιβάλλοντος) στο λεπτό φιλμ υγρού που παρεμβάλλεται μεταξύ πορώδους μέσου και κυλίνδρου. Η λύση είναι πάλι αντισυμμετρική ως προς τον άξονα συμμετρίας της γεωμετρίας, ο οποίος τώρα είναι η διαγώνιος από το ακριανό κάτω αριστερά σημείο ως το ακτινικό κομμάτι του πορώδους πάνω δεξιά. Είναι εμφανείς, λοιπόν, οι ομοιότητες με τη συμμετρική γεωμετρία του μισού κυλίνδρου (Κεφ. 5.2.3 και 5.2.4), με μόνη διαφορά στα όρια της υψηλής και χαμηλής πίεσης. Η διαφορά είναι στην τάξη των $10 \frac{m^2}{s^2}$ περίπου. Τα προφίλ δε μεταξύ τους έχουν πολλές ομοιότητες και μόνο στην περίπτωση 2 τα ανώτερα και κατώτερα όρια της πίεσης μεταβάλλονται. Η ύπαρξη αρνητικής πίεσης υποδηλώνει την δημιουργία φυσαλίδων, ή και περαιτέρω παραμόρφωση του πορώδους μέσου, και οδηγεί σε εκρόφηση από το πορώδες υλικό ενός μέρους, ή όλης της ποσότητας του υγρού που μέχρι εκείνο το σημείο είχε εμποτίσει την πορώδη ζώνη.

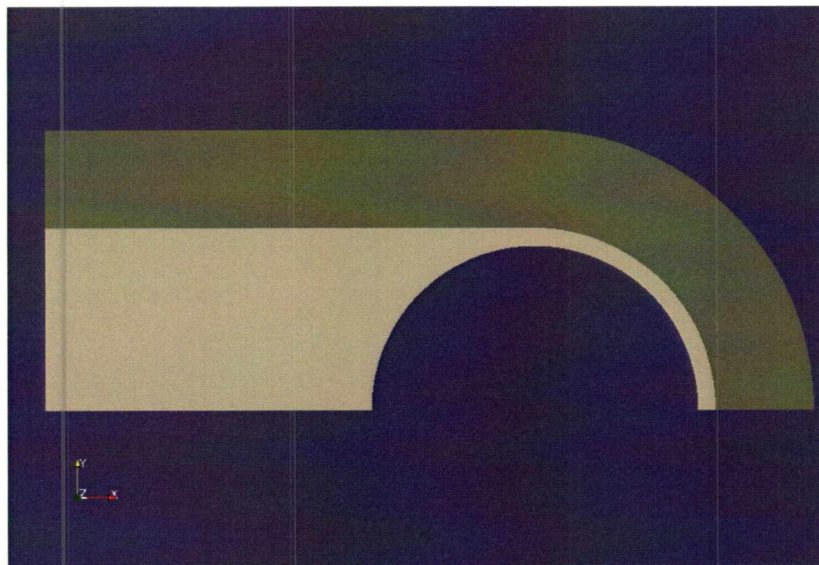


Εικόνα 33 Προφίλ μέτρου ταχύτητας $\left[\frac{m}{s}\right]$

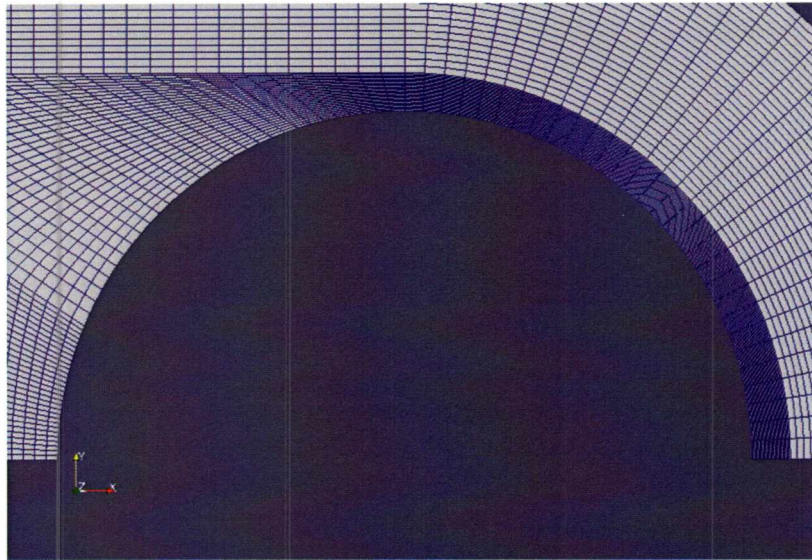
Τα προφίλ της ταχύτητας έχουν συμμετρική λύση ως προς τον άξονα συμμετρίας της γεωμετρίας. Η ίδια συμπεριφορά παρατηρήθηκε και στην γεωμετρία μισού κυλίνδρου. Τα προφίλ της ταχύτητας είναι τα ίδια και στις τρεις περιπτώσεις. Ο κύλινδρος περιστρέφεται σύμφωνα με την φορά των δεικτών του ρολογιού, ενώ από την παραπάνω εικόνα είναι εμφανής η ύπαρξη ταχύτητας στην τάξη του $0.04 \frac{m}{s}$ μέσα σε μια μικρού βάθους περιοχή της πορώδους επιφάνειας (γαλαζοπράσινη περιοχή) στο σημείο που αρχίζει να καμπυλώνει και ύστερα.

5.2.6 Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με κλίση του πορώδους ακτινικά γύρω από αυτόν

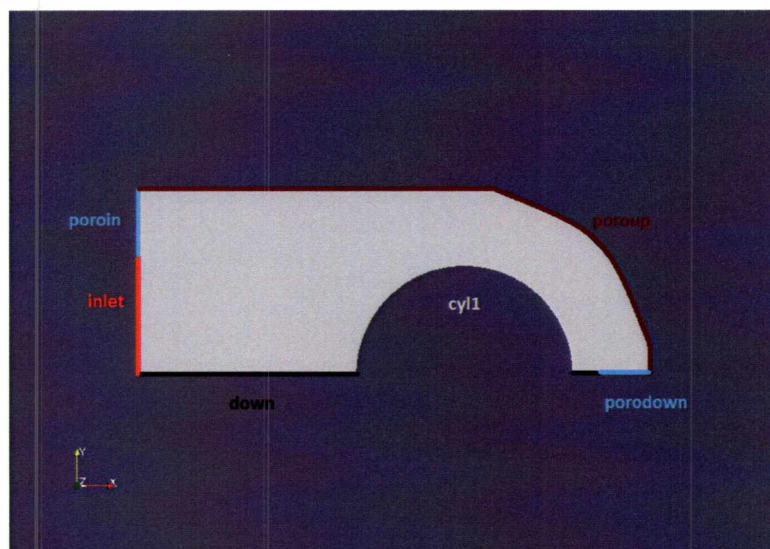
Η γεωμετρία αυτή είναι παρόμοια με την γεωμετρία ολόκληρου κυλίνδρου με κλίση του πορώδους ακτινικά γύρω από τον κύλινδρο (ο κύλινδρος και πάλι περιστρέφεται), μόνο που τώρα ο κύλινδρος δεν είναι ολόκληρος αλλά ουσιαστικά αποτελείται από ένα ημικύκλιο. Σε αυτή την γεωμετρία, στην έξοδο του πορώδους και του ελεύθερου ρευστού θεωρείται ότι η ροή είναι πλήρως ανεπτυγμένη. Η απεικόνιση αυτής της γεωμετρίας φαίνεται παρακάτω.



Εικόνα 34 Γεωμετρία μισού κυλίνδρου με κλίση του πορώδους ακτινικά γύρω από τον κύλινδρο



Εικόνα 35 Πλέγμα διακριτοποίησης



Εικόνα 36 Ορισμός ορίων

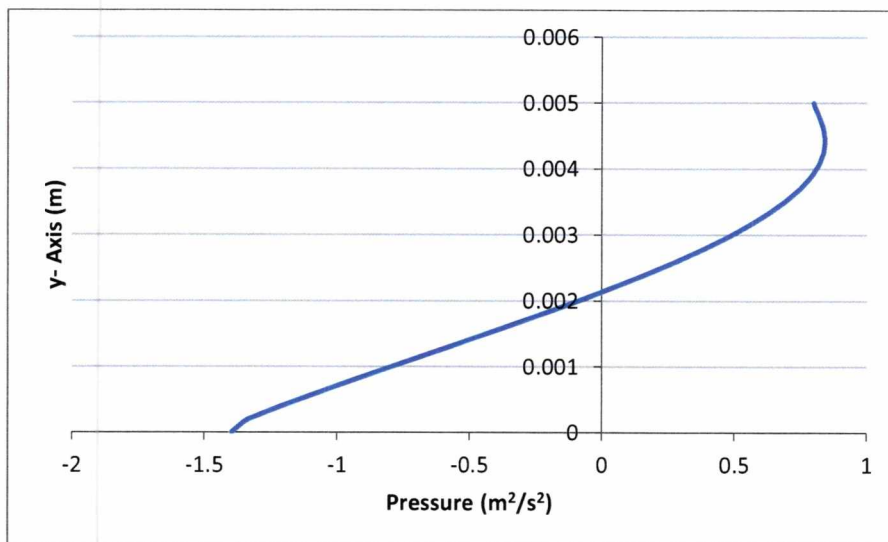
Τα όρια αυτής της γεωμετρίας είναι ίδια με την ακριβώς προηγούμενη γεωμετρία, όμως οι οριακές συνθήκες αλλάζουν στις επιφάνειες down και poroDown (zeroGradient). Και σε αυτό το πρόβλημα λύθηκαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις των οποίων οι οριακές συνθήκες σε κάθε όριο συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 5 Οριακές συνθήκες σε κάθε όριο και περίπτωση

		Περίπτωση 1	Περίπτωση 2	Περίπτωση 3
inlet	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
down	P	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
poroin	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$
porodown	P	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$	$\nabla_n p = 0$
	U	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$	$\nabla_n u = 0$
poroup	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	U	$\vec{u} = 0$	$\nabla_n u = 0$	Slip

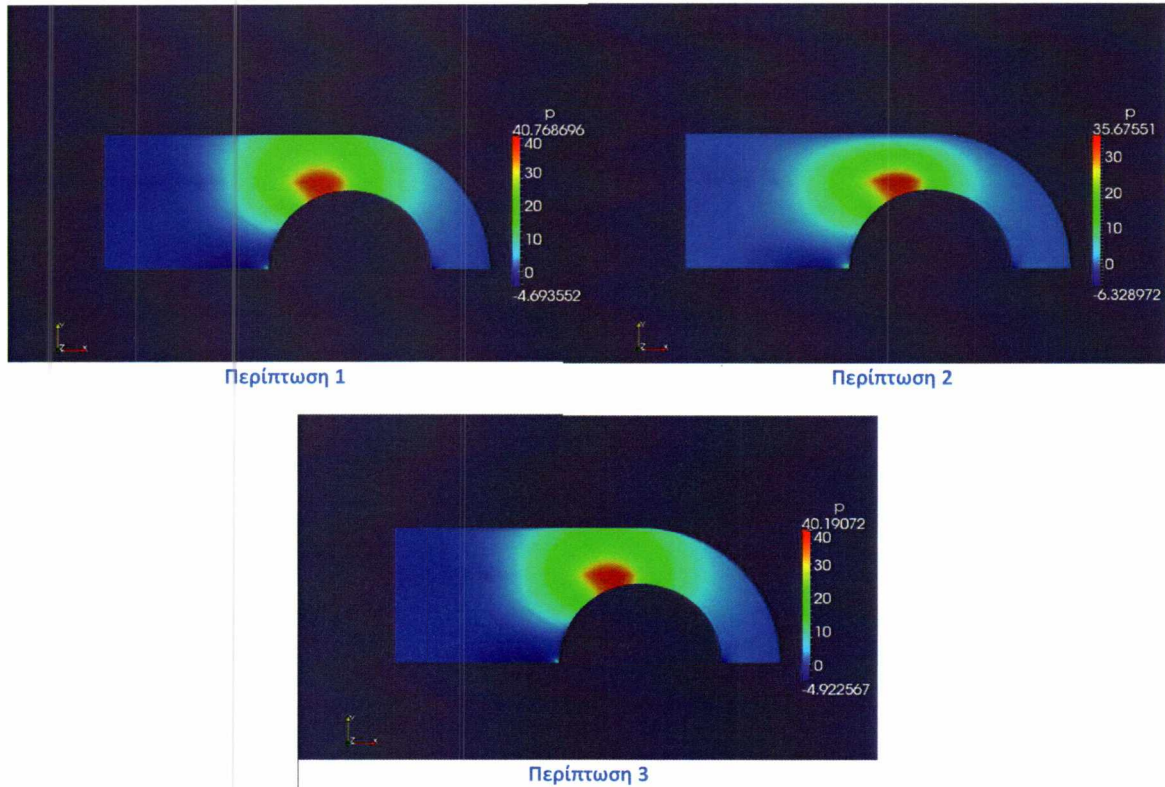
5.2.6.1 Αποτελέσματα περιπτώσεων

Αρχικά, θα επαληθευθεί για την περίπτωση 3 η οριακή συνθήκη της πίεσης στο όριο down και για $x=-0.01$ m. Ακολουθούν οι λύσεις τις πίεσης και μέτρου τις ταχύτητας για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις.



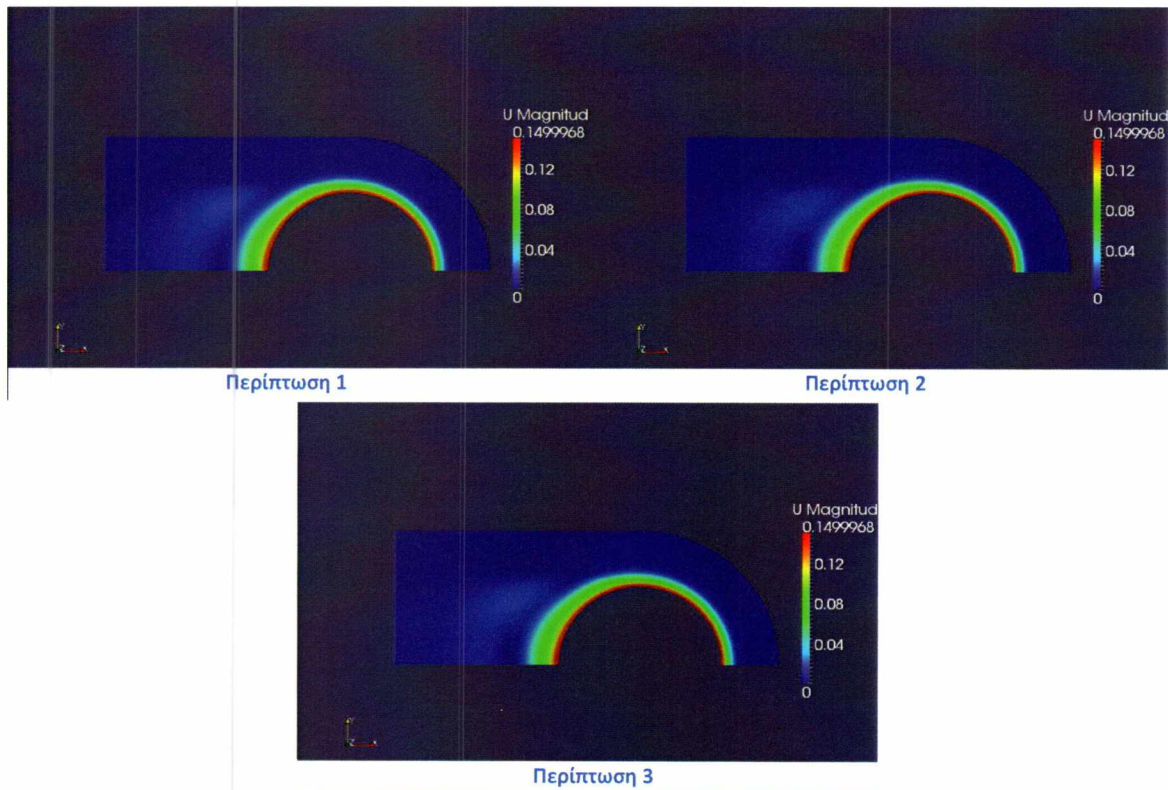
Διάγραμμα 17 Επαλήθευση οριακής συνθήκης για την πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα στο όριο down και $x=-0.01$ m- Περίπτωση 3

Στο σημείο $y=0$ m η γραμμή της πίεσης φαίνεται να είναι κάθετη στον οριζόντιο άξονα, όπως εξάλλου θα έπρεπε, μιας και η οριακή συνθήκη στο όριο είναι zeroGradient. Ακολουθεί το προφίλ της πίεσης για τις τρεις περιπτώσεις.



Εικόνα 37 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

Η λύση της πίεσης δεν είναι συμμετρική σε αυτή την γεωμετρία. Και από αυτή την γεωμετρία φαίνεται ότι η μορφή της λύσης εξαρτάται απόλυτα από την μορφή της γεωμετρίας. Μόλις εξαλείφεται η συμμετρία της γεωμετρίας, χάνεται και η αντισυμμετρία που εμφανίζεται στην λύση. Αυτό το σετ της γεωμετρίας δείχνει να έχει πιο καλή προσέγγιση στην πραγματική κατεργασία. Μακριά από τον κύλινδρο η πίεση παίρνει τιμή κοντά στο μηδέν, που είναι και η πίεση αναφοράς, ενώ το σημείο που εμφανίζεται η μέγιστη πίεση είναι κοντά στο κέντρο του κυλίνδρου, πράγμα που δείχνει ότι εκεί γίνεται μέγιστος ο ρυθμός διεύθυνσης ρευστού στην ινώδη επιφάνεια. Από εκεί και μέχρι την έξοδο η πίεση μένει σταθερή, και ο εμποτισμός δεν μεταβάλλεται ιδιαίτερα. Η μέγιστη πίεση, το σημείο της μέγιστης πίεσης και το προφίλ είναι παρόμοια στις περιπτώσεις 1 και 3 ενώ στην περίπτωση 2, υπάρχει μια αλλαγή στην κατανομή και στη μέγιστη πίεση που εμφανίζεται. Ακολουθούν τα αντίστοιχα προφίλ για το μέτρο της ταχύτητας.

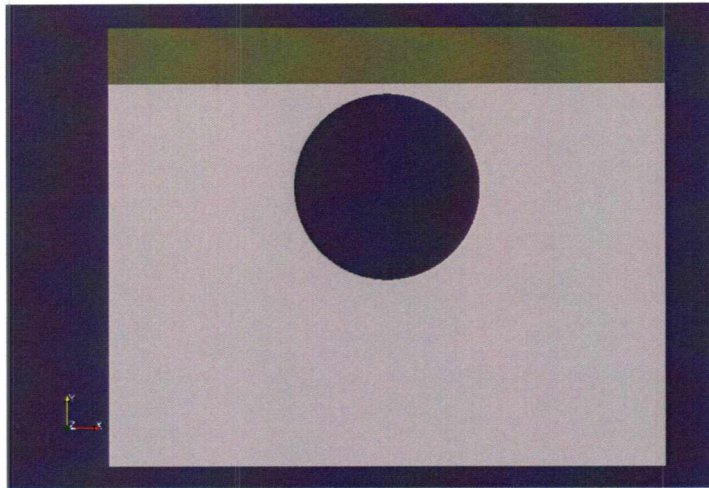


Εικόνα 38 Προφίλ μέτρου ταχύτητας $\left[\frac{m}{s}\right]$

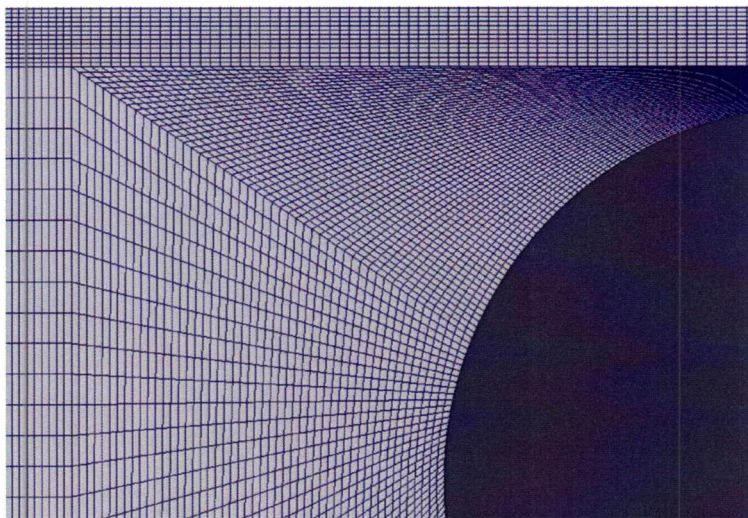
Οι λύσεις των ταχυτήτων δεν επηρεάζονται ανάλογα με την περίπτωση, όπως και στην προηγούμενη γεωμετρία που μελετήθηκε. Κοντά στην διεπιφάνεια του πορώδους παρατηρείται μια ταχύτητα της τάξης των $0.04 \frac{m}{s}$, πράγμα που υποδεικνύει την διείσδυση ρευστού μέσα στο πορώδες.

5.2.7 Γεωμετρία ολόκληρου κυλίνδρου με ευθύγραμμο πορώδες

Σαν τελευταίο πρόβλημα αυτής της ανάλυσης διαφορετικών γεωμετριών και οριακών συνθηκών, μελετήθηκε μια γεωμετρία για την οποία δημιουργήθηκε μια περίπτωση. Σε αυτή την περίπτωση τα όρια του ελεύθερου ρευστού θεωρήθηκαν ότι κινούνται και αυτά με την ίδια ταχύτητα και διεύθυνση που κινείται και ο κύλινδρος. Δηλαδή, στα όρια του ρευστού επιβλήθηκε η ταχύτητα των $0.15 \frac{m}{s}$ κατά την αρνητική διεύθυνση των x . Θεωρώντας τις σχετικές ταχύτητες, αυτό δηλώνει ότι το ρευστό βρίσκεται σε ηρεμία μακριά από τον κύλινδρο και ότι το πορώδες κινείται. Η γεωμετρία και ένα μέρος του πλεγματικού χώρου φαίνονται παρακάτω.

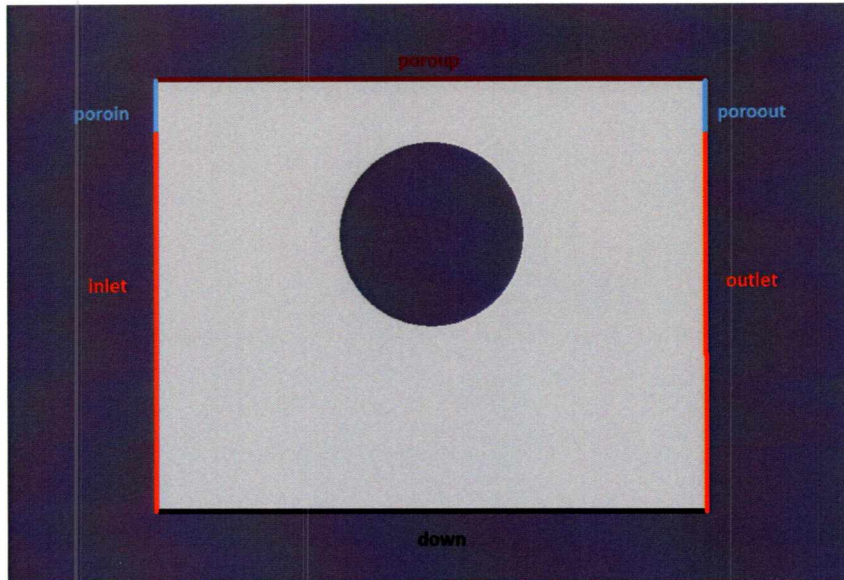


Εικόνα 39 Γεωμετρία ολόκληρου κυλίνδρου με ευθύγραμμο πορώδες



Εικόνα 40 Πλέγμα διακριτοποίησης

Ακολουθεί η εικόνα που απεικονίζει τα ονόματα των ορίων, ενώ στην συνέχεια παρουσιάζεται και ο πίνακας των οριακών συνθηκών που επιβλήθηκαν στο πρόβλημα.



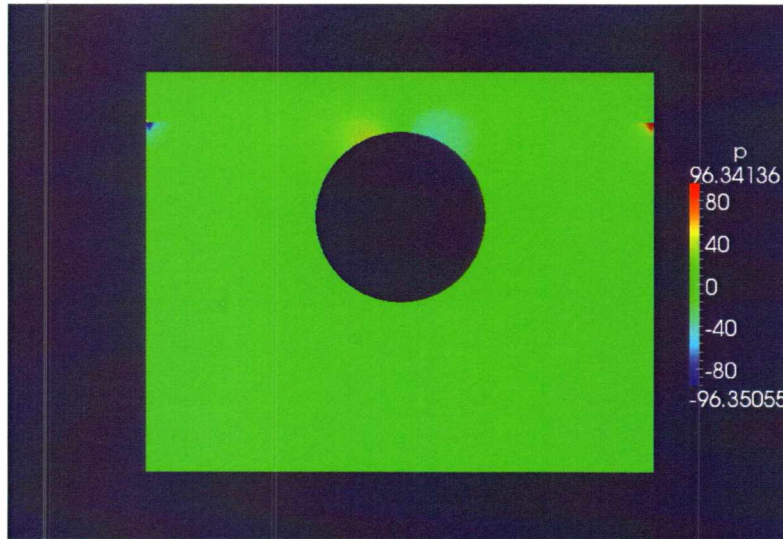
Εικόνα 41 Ορισμός ορίων

Πίνακας 6 Οριακές συνθήκες σε κάθε όριο

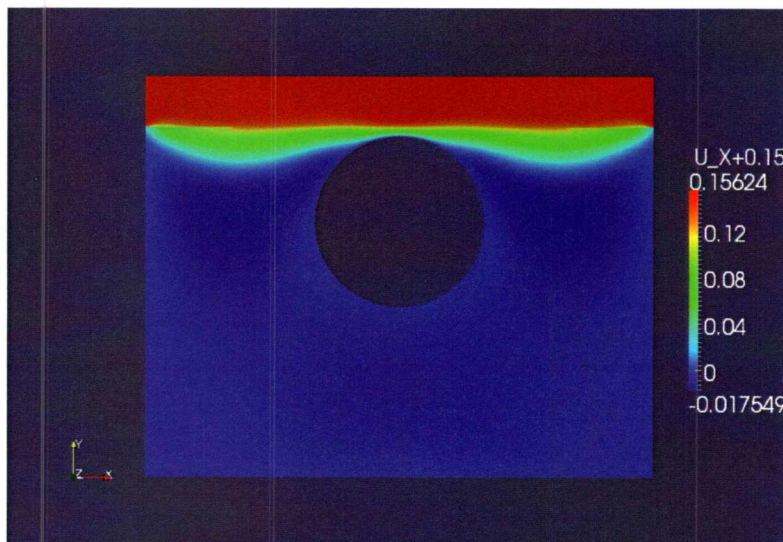
Όριο		inlet	down	outlet	poroin	poroout	poroup
Οριακή	P	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
συνθήκη	u	$\vec{u} = (-0.15, 0, 0)$	$\vec{u} = (-0.15, 0, 0)$	$\vec{u} = (-0.15, 0, 0)$	$\vec{u} = 0$	$\vec{u} = 0$	$\frac{\partial u_y}{\partial y} = 0, u_x = 0$

5.2.7.1 Αποτελέσματα περίπτωσης

Αρχικά, παρουσιάζεται το προφίλ της πίεσης και το προφίλ της ταχύτητας u_x στην οποία έχει προστεθεί η ταχύτητα $0.15 \frac{m}{s}$, και στην συνέχεια τα διαγράμματα της πίεσης και της ταχύτητας u_y πάνω στην διεπιφάνεια.

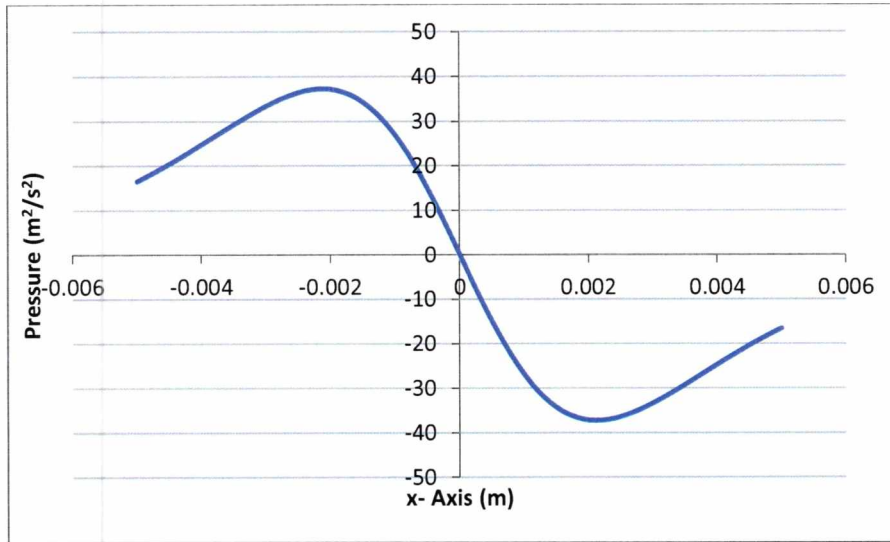


Εικόνα 42 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

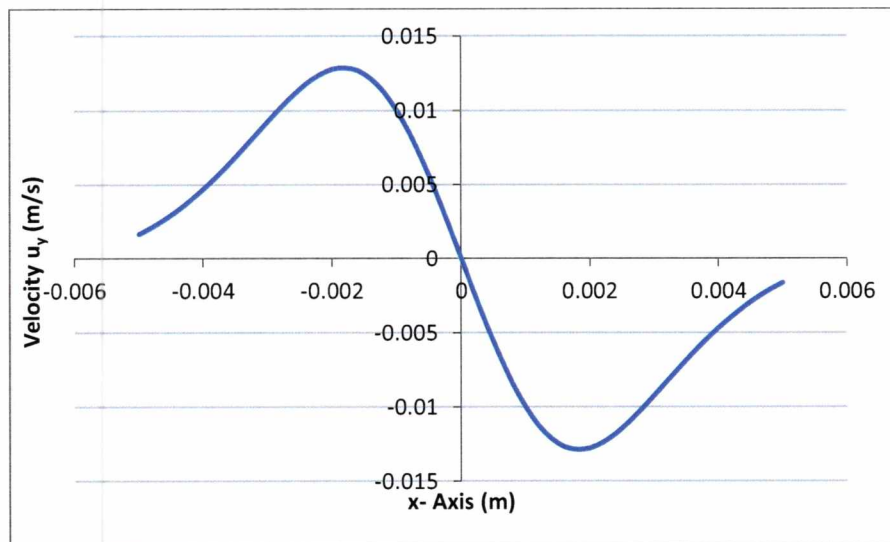


Εικόνα 43 Προφίλ της ταχύτητας u_x , με ακίνητο κύλινδρο και κινούμενο πορώδες $\left[\frac{m}{s}\right]$

Παρατηρείται ότι οι λύσεις της πίεσης είναι αντισυμμετρικές και της ταχύτητας u_x συμμετρικές ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του κυλίνδρου, παράλληλα στην y -διεύθυνση, ο οποίος είναι και ο γεωμετρικός άξονας συμμετρίας. Η ροή της ταχύτητας u_x γύρω από το πορώδες και τον ακίνητο κύλινδρο είναι η ίδια με τα κεφάλαια 5.2.2 και 5.2.3. Επίσης, παρατίθενται και τα διαγράμματα της πίεσης και της ταχύτητας u_y στην διεπιφάνεια κατά το μήκος του κυλίνδρου.

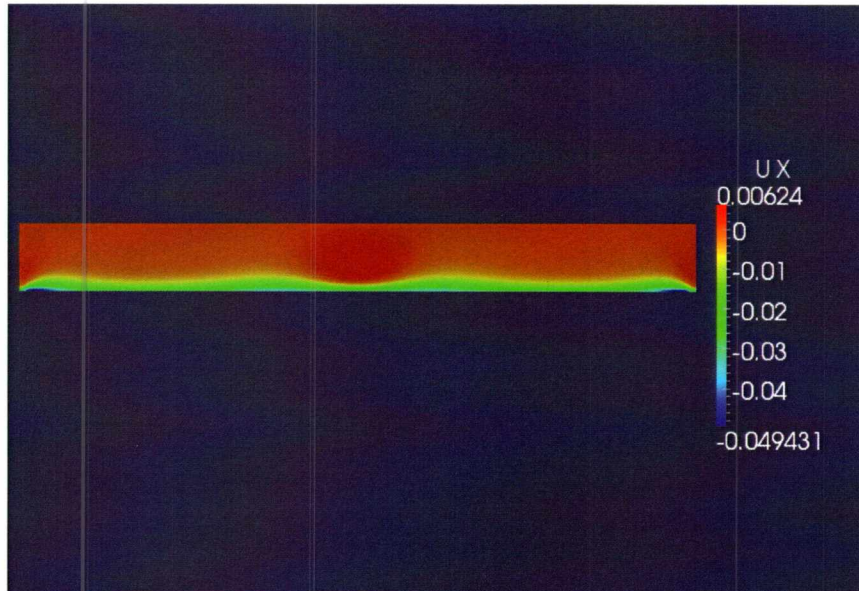


Διάγραμμα 18 Πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα κατά μήκος της διεπιφάνειας

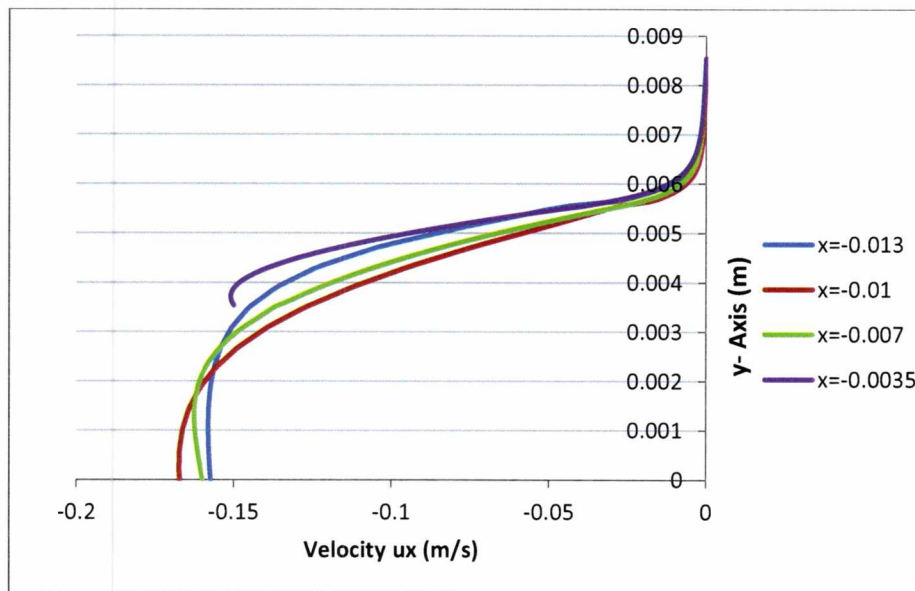


Διάγραμμα 19 Ταχύτητα u_y κατά μήκος της διεπιφάνειας ρευστού

Η αντισυμμετρία επαληθεύεται και στα διαγράμματα ενώ η μορφή των λύσεων για το προφίλ της ταχύτητας u_x στην πορώδη επιφάνεια που ακολουθεί είναι παρόμοιο με τις γεωμετρίες των Κεφαλαίων 5.2.3 (Εικ. 22) και 5.2.4 (Εικ. 28). Τέλος, το διάγραμμα 20 δείχνει την λύση της ταχύτητας u_x κατά την y -διεύθυνση (από την προβολή του κέντρου του κυλίνδρου έως το όριο porouρ) και για διάφορα σημεία του άξονα x . Σημειώνεται ότι το σημείο $x=-0.0035$ m βρίσκεται πάνω στον κύλινδρο.



Εικόνα 44 Προφίλ της ταχύτητας u_x μέσα στο πορώδες υλικό $\left[\frac{m}{s}\right]$



Διάγραμμα 20 Ταχύτητα u_x κατακόρυφα της γεωμετρίας

Τα αποτελέσματα και σε αυτή την γεωμετρία έχουν πολλές ομοιότητες με τα αντίστοιχα των προηγούμενων γεωμετριών.

5.3 Παραμετρική ανάλυση του επιτυγχανόμενου βαθμού εμποτισμού

Σε αυτή την ανάλυση, χρησιμοποιήθηκε η γεωμετρία τεταρτοκυκλίου του κεφαλαίου 5.2.2, και μελετήθηκε το βάθος διείσδυσης του ρευστού στην πορώδη επιφάνεια. Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να βρεθεί το μέγιστο βάθος διείσδυσης ρευστού μέσα στην ινώδη επιφάνεια. Αυτό δεν ήταν δυνατό να γίνει από τον υπάρχοντα κώδικα του OpenFoam, μιας και, όπως αναφέρθηκε και στην θεωρία του OpenFoam (Κεφάλαιο 4), το πρόγραμμα θεωρεί όλη την επιφάνεια του πορώδους πλήρως εμποτισμένη. Έτσι, η τελική εύρεση του βάθους διείσδυσης γίνεται με την επεξεργασία των τιμών της πίεσης που ασκούνται στην διεπιφάνεια. Οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν για να βρεθεί το βάθος διείσδυσης είναι οι εξής:

$$\frac{dq}{dx} = -\frac{K \cdot W}{\mu \cdot L} \cdot P(x) \quad (3.17)$$

$$\frac{dq}{dx} = -V \cdot W \cdot \frac{dL}{dx} \quad (3.19)$$

Η πρώτη εξίσωση λύθηκε αριθμητικά με ανάντη διαφορές, ενώ η δεύτερη εξίσωση ολοκληρώθηκε με ορισμένο ολοκλήρωμα από την αρχή της γεωμετρίας μέχρι κάποιο σημείο i του άξονα x . Έτσι, προκύπτουν οι εξής εξισώσεις.

$$q_i = q_{i-1} - \frac{K \cdot W}{\mu \cdot L} \cdot P_i \cdot (x_i - x_{i-1}) \quad (5.6)$$

$$\int_0^i \frac{dL}{dx} dx = -\frac{1}{V \cdot W} \cdot \int_0^i \frac{dq}{dx} dx \Rightarrow L_i = L_0 - \frac{(q_i - q_0)}{V \cdot W} \quad (5.7)$$

Όπου, q : ογκομετρική παροχή σε $\frac{m^3}{s}$,

K : διαπερατότητα πορώδους σε m^2 ,

W : το πάχος της γεωμετρίας κατά την z -διεύθυνση σε m

L : το βάθος διείσδυσης σε m

μ : το δυναμικό ιξώδες σε $Pa \cdot s$

$P(x)$: η πίεση που αναπτύσσεται στην διεπιφάνεια στο μήκος x σε $\frac{N}{m^2}$

V: η ταχύτητα με την οποία κινείται το πορώδες μέσο σε $\frac{m}{s}$

Οι τιμές q_0 και L_0 είναι οι τιμές της παροχής και του βάθους διείσδυσης στην αρχή της γεωμετρίας, αντίστοιχα. Εκεί, θεωρήθηκε ότι και οι δύο παράμετροι παίρνουν την τιμή μηδέν. Αρχικά, θεωρήθηκε μια αυθαίρετη τιμή για το βάθος διείσδυσης και βρέθηκε μια παροχή από την πρώτη εξίσωση χρησιμοποιώντας και την τιμή της πίεσης στην διεπιφάνεια από την λύση του OpenFoam. Αυτή η παροχή αντικαθίσταντο στην δεύτερη εξίσωση και βρισκόταν μια βελτιωμένη τιμή του βάθους διείσδυσης η οποία συγκρινόταν με την αρχική θεώρηση. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβανόταν μέχρι οι δύο τιμές του βάθους διείσδυσης να είναι ίσες.

Οι οριακές συνθήκες της γεωμετρίας είναι ίδιες με αυτές της περίπτωσης 3 της γεωμετρίας τεταρτοκυκλίου (πίνακας 2) και οι παράμετροι του ρευστού και της γεωμετρίας παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

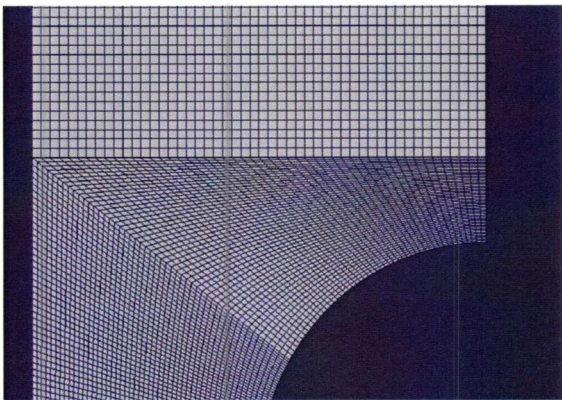
Πίνακας 7 Παράμετροι γεωμετρίας και ιδιοτήτων του ρευστού

Ακτίνα κυλίνδρου	0.005 m
Διάκενο κυλίνδρου- πορώδους επιφάνειας	0.000544 m
Πάχος πορώδους υλικού	0.007 m
Μήκος σημείων εισόδου- εξόδου (από το κέντρο του κυλίνδρου)	0.01 m
Ταχύτητα κυλίνδρου	$0.15 \frac{m}{s}$
Κινηματικό ιξώδες	$165 Pa \cdot s$
Διαπερατότητα πορώδους υλικού	$1.37 \cdot 10^{-11} m^2$
Πυκνότητα ρευστού	$1000 \frac{kg}{m^3}$
Πάχος στην z- διεύθυνση	0.001 m

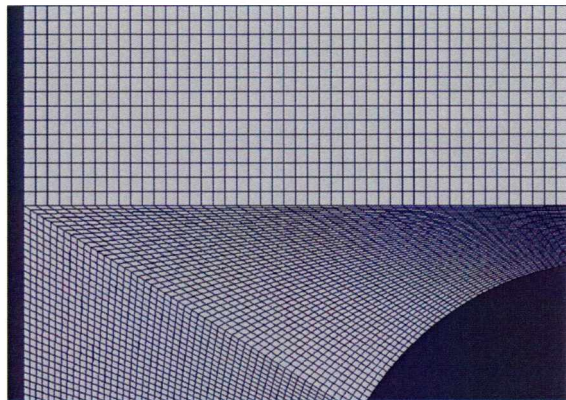
Αυτές οι τιμές παραμένουν σταθερές στις διάφορες περιπτώσεις, και μόνο οι παράμετροι της ταχύτητας, της ακτίνας και της διαπερατότητας αλλάζουν, μόνο εκεί που αναφέρεται αλλαγή, ανάλογα με την ανάλυση που γίνεται κάθε φορά.

5.3.1 Μεταβολή ακτίνας κυλίνδρου

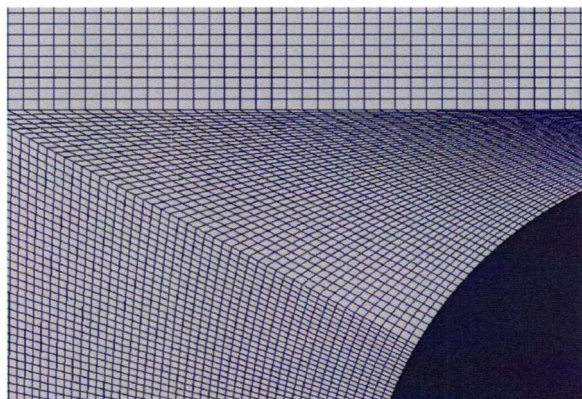
Οι ακτίνες του κυλίνδρου που μελετήθηκαν είναι για 0.0015 m, 0.003 m και 0.005 m. Αρχικά, παρουσιάζονται τα πλέγματα των τριών αυτών γεωμετριών. Επισημαίνεται ότι το πλέγμα των 0.005 m είναι το ίδιο και για τις περιπτώσεις αλλαγής της ταχύτητας και την διαπερατότητας. Παρακάτω φαίνονται τα πλέγματα διακριτοποίησης, τα προφίλ της πίεσης σε κάθε μια περίπτωση καθώς και το διάγραμμα του βάθους διείσδυσης.



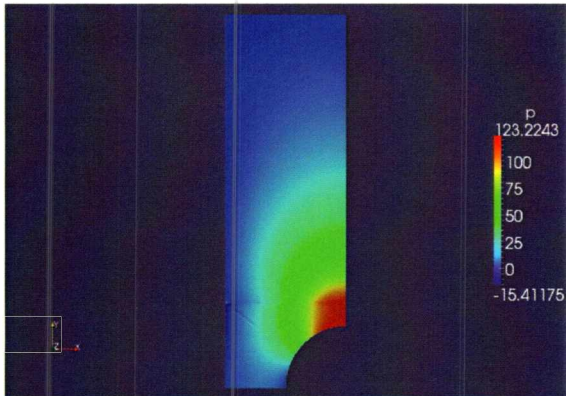
Εικόνα 45 Πλέγμα διακριτοποίησης- r 0.0015 m



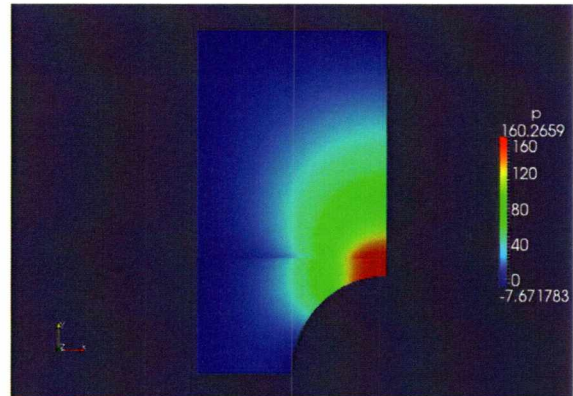
Εικόνα 46 Πλέγμα διακριτοποίησης- r 0.003 m



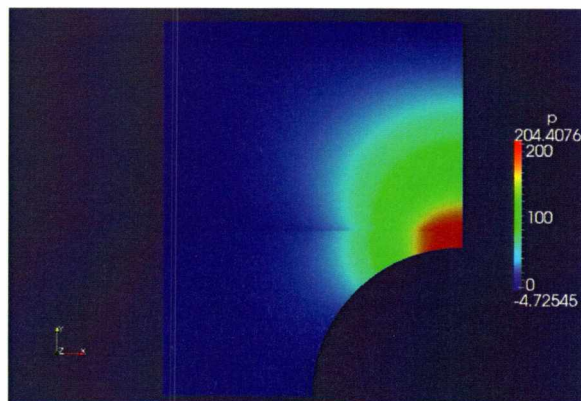
Εικόνα 47 Πλέγμα διακριτοποίησης- r 0.005 m



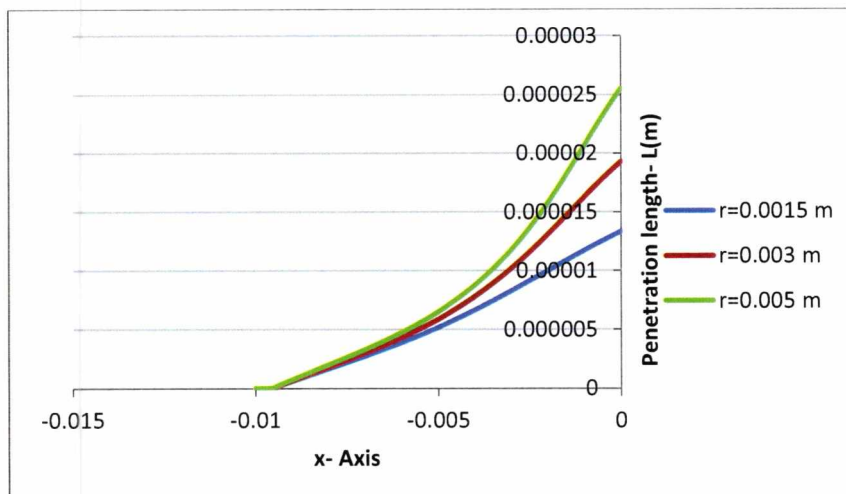
Εικόνα 48 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ - ακτίνα 0.0015 m



Εικόνα 49 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ - ακτίνα 0.003 m



Εικόνα 50 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ - ακτίνα 0.005 m

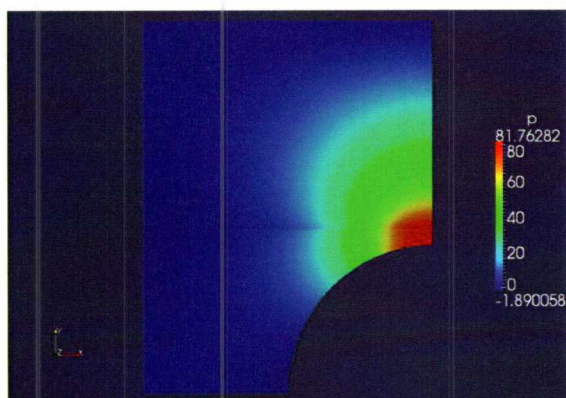


Διάγραμμα 21 Βάθος διείσδυσης κατά μήκος του πορώδους

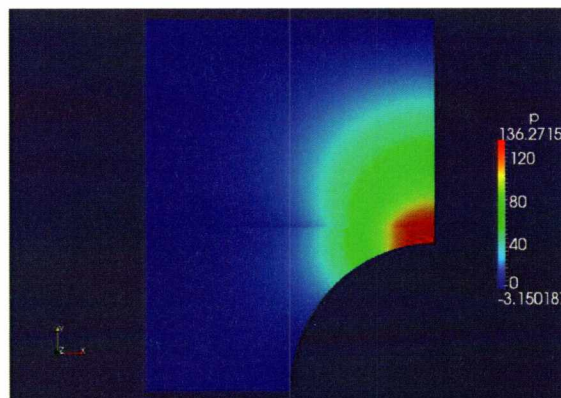
Παρατηρείται ότι καθώς αυξάνεται η ακτίνα του κυλίνδρου, αυξάνεται και το βάθος διείσδυσης. Ενδιαφέρον, επίσης, παρατηρείται στο κομμάτι πριν τον κύλινδρο, όπου το βάθος διείσδυσης παραμένει το ίδιο και στις τρεις περιπτώσεις μέχρι το σημείο που αρχίζει να παρεμβάλλεται ο κύλινδρος και εκεί διαφοροποιείται και η λύση.

5.3.2 Μεταβολή ταχύτητας κυλίνδρου

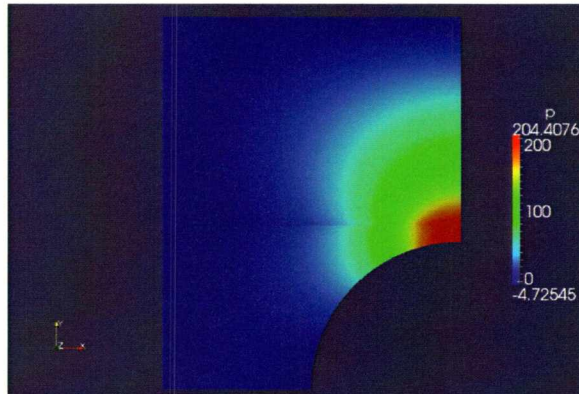
Οι ταχύτητες που μελετήθηκαν είναι για $0.06 \frac{m}{s}$, $0.1 \frac{m}{s}$ και $0.15 \frac{m}{s}$. Ακολουθούν οι εικόνες του προφίλ της ταχύτητας και το διάγραμμα του βάθους διείσδυσης του ρευστού στην πορώδη επιφάνεια.



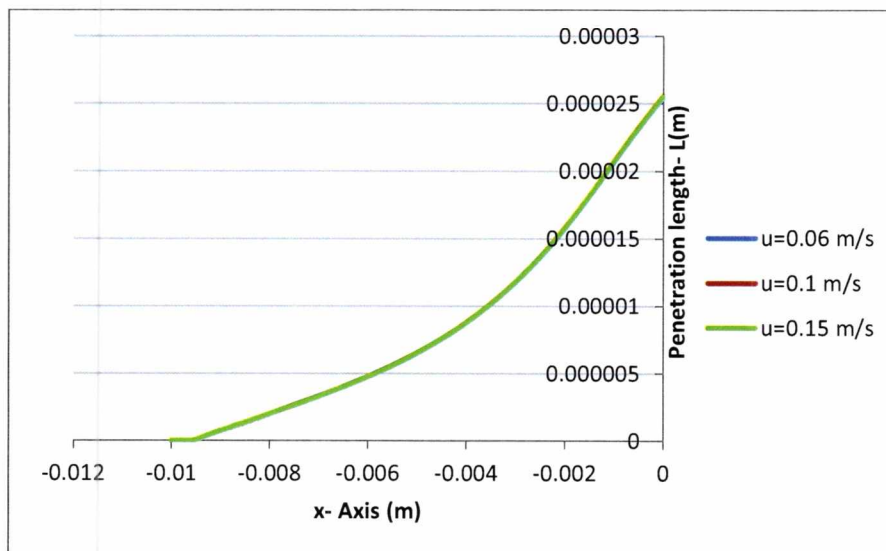
Εικόνα 51 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ - ταχύτητα 0.06 m/s



Εικόνα 52 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ - ταχύτητα 0.1 m/s



Εικόνα 53 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ -ταχύτητα 0.15 m/s



Διάγραμμα 22 Βάθος διείσδυσης κατά μήκος του πορώδους

Σε αυτό το διάγραμμα όλες οι τιμές του βάθους διείσδυσης ταυτίζονται, πράγμα που σημαίνει ότι το βάθος διείσδυσης δεν επηρεάζεται από την ταχύτητα. Αυτό προκύπτει και από τις εξισώσεις που αναπτύχθηκαν στην αρχή του τρέχοντος κεφαλαίου, όπου από την εξίσωση

$$L_i = L_0 - \frac{(q_i - q_0)}{\nu \cdot w} \quad (5.7)$$

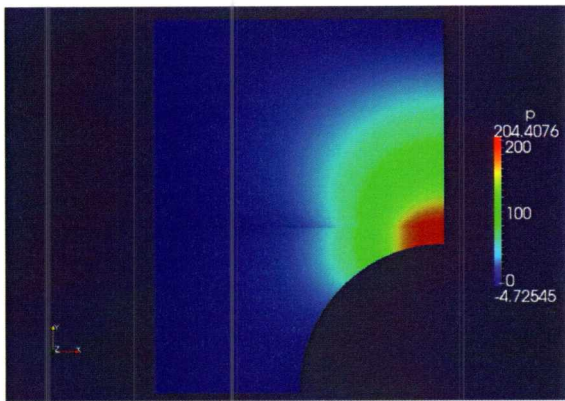
φαίνεται ότι η ογκομετρική παροχή είναι αντιστρόφως ανάλογη της ταχύτητας. Η παροχή, όμως με την σειρά της είναι ανάλογη με την πίεση που αναπτύσσεται, όπως φαίνεται από την εξίσωση 5.1:

$$q_i = q_{i-1} - \frac{K \cdot W}{\mu \cdot L} \cdot 1000 \cdot P_i \cdot (x_i - x_{i-1}) \quad (5.6)$$

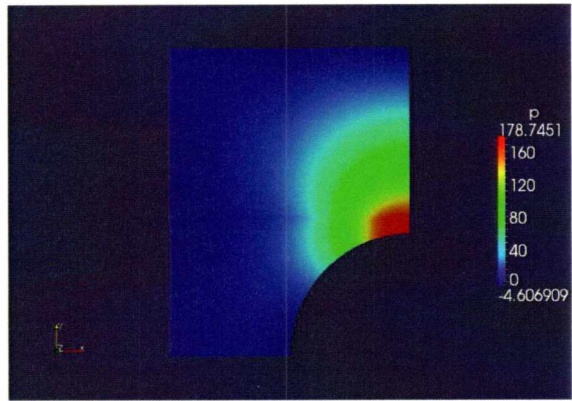
και έτσι αυτοί οι δύο όροι (πίεση και ταχύτητα) αλληλοεξουδετερώνονται, κρατώντας σταθερό το βάθος διείσδυσης.

5.3.3 Μεταβολή διαπερατότητας πορώδους

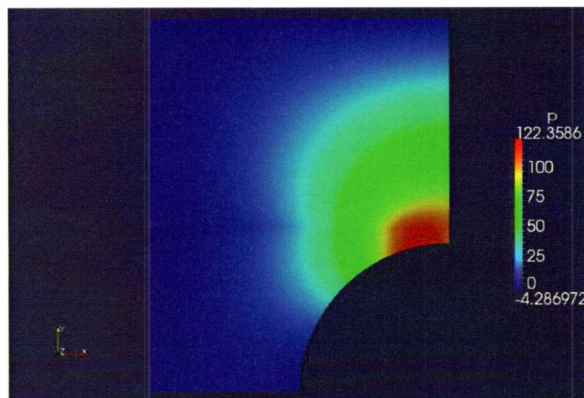
Οι διαπερατότητες του πορώδους που μελετήθηκαν είναι για $1.37 \cdot 10^{-11} m^2$, $1.37 \cdot 10^{-9} m^2$ και $1.37 \cdot 10^{-8} m^2$. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα της πίεσης και του βάθους διείσδυσης παρατίθενται παρακάτω.



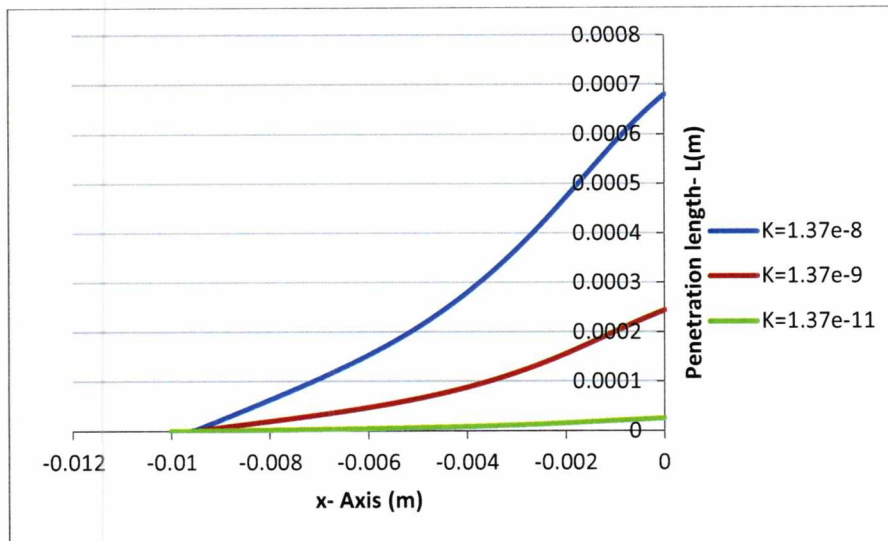
Εικόνα 54 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ - διαπερατότητα $1.37e-11 m^2$



Εικόνα 55 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ - διαπερατότητα $1.37e-9 m^2$

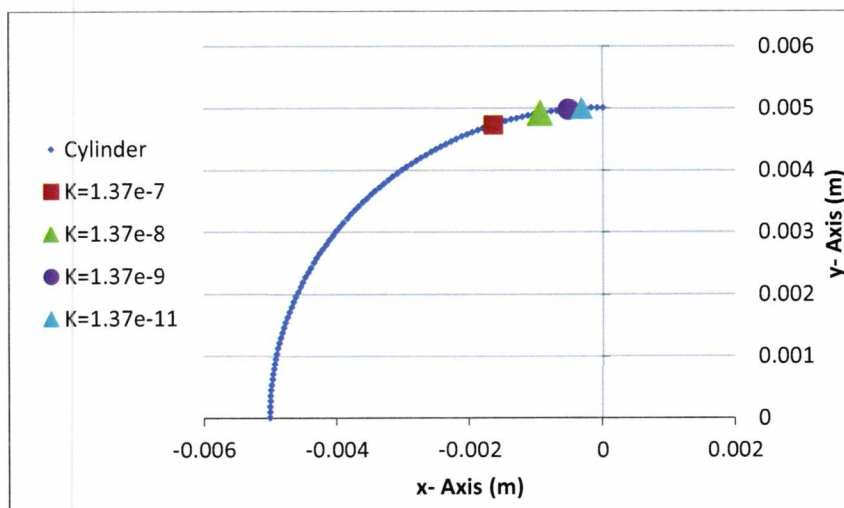


Εικόνα 56 Προφίλ πίεσης διαιρεμένης με την πυκνότητα $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ - διαπερατότητα $1.37e-8 m^2$



Διάγραμμα 23 Βάθος διείσδυσης κατά μήκος του πορώδους

Κάθε φορά που η διαπερατότητα αυξάνεται κατά 100 m^2 , το βάθος διείσδυσης αυξάνεται 10 φορές παραπάνω. Έτσι, η διαπερατότητα του πορώδους παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στο πόσο ρευστό θα διεισδύσει μιας και αυτή καθορίζει την αντίσταση που θα συναντήσει το ρευστό. Σαν τελευταία χρήσιμη πληροφορία παρατίθεται το διάγραμμα 24, που δείχνει σε ποιο σημείο εμφανίζεται κάθε φορά η μέγιστη πίεση καθώς μεταβάλλεται η διαπερατότητα K . Παρατηρήθηκε ότι καθώς η διαπερατότητα μειώνεται, η μέγιστη τιμή εμφανίζεται όλο και πιο κοντά στο κέντρο του κυλίνδρου. Σε όλες τις περιπτώσεις, πάντως, η μέγιστη τιμή είναι πάνω στον κύλινδρο.



Διάγραμμα 24 Θέσεις μέγιστης πίεσης για διαφορετική διαπερατότητα

Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα - Προτάσεις

Από αυτή την μελέτη προκύπτουν πολλά και χρήσιμα συμπεράσματα, όσον αφορά το αναλυτικό μοντέλο που συγκρίθηκε, αλλά και την γενική φύση της κατεργασίας. Παρακάτω παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της εργασίας αυτής, ευελπιστώντας ότι αυτά θα οδηγήσουν στην καλύτερη μελέτη του προβλήματος και στην συνέχιση της έρευνας γύρω από τους εμποτισμούς ινωδών υποστρωμάτων προς την σωστή κατεύθυνση.

Στην προσπάθεια να γενικευθεί η γεωμετρία του αναλυτικού μοντέλου, θεωρώντας δηλαδή και την έξοδο στο πεδίο λύσεων, φάνηκε ότι το μοντέλο δεν περιγράφει ικανοποιητικά την κατεργασία. Συγκεκριμένα, η μέγιστη τιμή της πίεσης δεν εμφανιζόταν πολύ κοντά στο κέντρο του κυλίνδρου (όπου και γινόταν μηδέν) και μάλιστα, κατά την έξοδο, εμφανιζόταν η αντίθετη αρνητική πίεση που είχε αναπτυχθεί. Αυτό υποδηλώνει στην πράξη ότι μια τέτοια κατεργασία δεν θα οδηγούσε σε εμποτισμό, μιας και οποιαδήποτε ποσότητα ρευστού είχε διεισδύσει στο πορώδες, αυτή κατά την έξοδο θα κατέληγε και πάλι έξω από αυτό. Φυσικά αρνητικές πιέσεις δεν υπάρχουν στην φύση, και μιας και το πορώδες υλικό είναι, εν γένει, παραμορφώσιμο, το αποτέλεσμα θα είναι η παραμόρφωσή του έτσι ώστε παντού να είναι $P > 0$. Αυτό θα μπορούσε να αποτελέσει αντικείμενο νέας έρευνας.

Αντίθετα, όταν λύθηκε μια γεωμετρία αντίστοιχη με αυτή του μοντέλου, με τις αλλαγές που χρειαζόταν για να τεθεί στα πλαίσια του OpenFoam, τότε παρατηρήθηκε παρόμοια συμπεριφορά με την έρευνα των Bates, Ζου (2002). Δηλαδή αντίθετες πιέσεις δεν εμφανίζονταν, ενώ για μικρές τιμές του K η μέγιστη πίεση εμφανιζόταν ακριβώς στο κέντρο του κυλίνδρου. Γενικά, το φαινόμενο της μη αρνητικής πίεσης παρατηρήθηκε σε όλες τις γεωμετρίες οι οποίες δεν είχαν καμία συμμετρία. Αυτό σημαίνει ότι και στην πράξη υπάρχουν τεχνικές που ακολουθούνται ή φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα τα οποία εξαλείφουν την ύπαρξη μιας συμμετρίας στο πρόβλημα, και μάλιστα χάρη σε αυτά λαμβάνει χώρα και ο εμποτισμός. Οι τεχνικές που θα μπορούσαν να εφαρμόζονται στην πραγματικότητα θα μπορούσαν να είναι διατάξεις όπως αυτής της γεωμετρίας 5.2.6, ενώ για τα φαινόμενα τα οποία θα μπορούσαν να ισχύουν θα συμπεριελάμβαναν εκφράσεις τις οποίες το θεωρητικό μοντέλο δεν τις λαμβάνει υπ' όψη του. Για παράδειγμα, ένα τέτοιο φαινόμενο, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, θα ήταν η καμπύλωση του πορώδους στην έξοδο του ρευστού, λόγω της υψηλής αρνητικής πίεσης. Μια αποτύπωση αυτού του φαινομένου αποπειράθηκε στο κεφάλαιο 5.2.5, χωρίς όμως τα αναμενόμενα αποτελέσματα, μιας και στον κώδικα του OpenFoam δεν υπήρχε μαθηματική διατύπωση για το

φαινόμενο αυτό. Όπως και να χει, η προσέγγιση των Bates και Ζου (2002) θεωρείται σωστή, και οι λύσεις τους είναι αποδεκτές από την επιστημονική κοινότητα.

Χάρις, λοιπόν, στην ορθότητα της θεωρίας τους, αποφασίστηκε να γίνει μια παραμετρική ανάλυση για να βρεθεί υπό ποιες συνθήκες ο εμποτισμός είναι πιο αποτελεσματικός, πότε δηλαδή το βάθος διείσδυσης ρευστού στην πορώδη επιφάνεια είναι μεγαλύτερο. Οι παράμετροι που μελετήθηκαν είναι η σχετική ταχύτητα με την οποία κινείται ο κύλινδρος (στην πραγματικότητα είναι η ταχύτητα του πορώδους), η ακτίνα του κυλίνδρου, και η διαπερατότητα της πορώδους επιφάνειας. Με την χρήση των λύσεων της πίεσης του OpenFoam στην διεπιφάνεια, και των εξισώσεων του μοντέλου βρέθηκε ότι η ταχύτητα με την οποία κινείται το πορώδες δεν επηρεάζει το βάθος εμποτισμού. Αντίθετα, η αύξηση της ακτίνας του κυλίνδρου αυξάνει το βάθος διείσδυσης, ενώ όσο πιο αδιαπέραστο είναι το υλικό, δηλαδή όσο μικρότερη είναι η τιμή της διαπερατότητας, τόσο πιο πολύ μειώνεται το βάθος διείσδυσης.

Για την περαιτέρω ανάλυση της κατεργασίας του melt impregnation, θα πρέπει αρχικά να διεξαχθούν μια σειρά από πειραματικές μετρήσεις, και γενικά να γίνει μια εκτεταμένη μελέτη της κατεργασίας σε πειραματικό επίπεδο. Με αυτό τον τρόπο θα μπορέσουν να γίνουν πιο σαφή και ορατά τα φαινόμενα της ροής που παρατηρούνται και ο μηχανισμός με τον οποίο γίνεται ο εμποτισμός.

Σε επίπεδο υπολογιστικής ανάλυσης, θα μπορούσαν να μελετηθούν νέες και πιο σύνθετες γεωμετρίες που να ανταποκρίνονται όλο και πιο πολύ στο τρισδιάστατο πρόβλημα. Ένα πρώτο βήμα θα ήταν η μελέτη μιας γεωμετρίας της οποίας το πάχος του πορώδους θα ήταν μικρότερο από το πάχος του κυλίνδρου. Επίσης, για να διαπιστωθεί τι γίνεται χρησιμοποιώντας ένα πολυμερές υλικό για ρευστό, θα πρέπει να εγκαταλειφτεί το μοντέλο Νευτωνικού ρευστού και να αντικατασταθεί με ένα διαφορετικό μοντέλο, για παράδειγμα το μοντέλο Power Law (R.P. Chhabra, J.F. Richardson, 2008). Επίσης, σημαντικό θα ήταν να ληφθεί υπ' όψη και η θερμοκρασία στην οποία γίνεται η κατεργασία, ενώ για την προσομοίωση με βάση τις πραγματικές συνθήκες, θα μπορούσε να φτιαχτεί μια γεωμετρία στην οποία θα κινείται όντως η πορώδη επιφάνεια. Αυτό θα απαιτούσε γνώσεις και εξοικείωση με πιο προχωρημένες εφαρμογές του OpenFoam, όπως το dynamic Mesh, ίσως προγραμματισμό στον ήδη υπάρχον κώδικα του OpenFoam, ή την χρήση ενός διαφορετικού υπολογιστικού πακέτου.

Κεφάλαιο 7. Βιβλιογραφία

- P. J. Bates, X. P. Zou: Polymer Melt Impregnation of Glass Roving, International Polymer Processing, Vol. XVII, No4, Hanser Publishers, Munich, 2002
- R. Wang, F. Yang, L. Hao, G. D. and W. Jiao: Optimizing processing parameters of pin-assisted- melt impregnation of fiber- reinforced plastics by numerical simulation, Journal of Reinforced Plastics and Composites 2012 31 (11), pages 731-737, Sage Publications, 2012
- D. H. Kim, W. I. Lee, K. Friedrich: Composites Science and Technology 61(8), 2001
- Z. Ahmadi, S. R. Ghaffarian, D. Amiri: Continuous Melt Impregnation Process: Material Parameters, Iranian Polymer Journal, Volume 9 Number2, 2000
- H. Hamada, Z. I. Maekawa, N. Ikegawa, T. Matsuo, M. Yamane: Polymer Composites 14(4), 1993
- H. E. Hafsteinsson: Porous Media in OpenFoam, Chalmers, 2009
- Κ. Παπαδάκης: Εισαγωγή στο Mathematica 2^η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη, 2003
- OpenFoam Foundation: OpenFoam Programmer's Guide Version 2.1.2, 2004, Ανάκτηση από: <http://www.openfoam.co.uk>
- OpenFoam Foundation: OpenFoam User's Guide Version 2.1.2, Ανάκτηση από: <http://www.openfoam.org/docs/user>
- OpenFoam(2004), Ανάκτηση προγράμματος από: <http://www.openfoam.com>
- Πληροφορίες για το πρόγραμμα OpenFoam: <http://openfoamwiki.net>, <http://www.cfd-online.com>





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000049024