



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΟΥ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΜΙΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΕ ΤΗΝ
ΧΡΗΣΗ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ**

Πτυχιακή Εργασία

ΚΟΥΤΣΙΚΟΥΡΗ ΑΘΗΝΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ: ΣΤΑΥΡΟΥΛΑ ΚΑΛΛΗ

ΑΝΤΩΝΙΟΣ ΜΠΟΥΡΑΣ

ΒΟΛΟΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2011



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 7206/1
Ημερ. Εισ.: 27-09-2011
Δωρεά: Συγγραφέας
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΠΔΕ
2011
ΚΟΥ

Στους γονείς μου,
για τα γερά θεμέλια, για τα πλατιά φτερά,
γιατί με έμαθαν να κοιτάζω τους ανθρώπους στα μάτια.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θέλω να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες σ' όλα τα άτομα εκείνα που βοήθησαν με κάποιον τρόπο σ' αυτή την εργασία. Κατ' αρχάς, ευχαριστώ τον καθηγητή μου, κ. Αντώνη Μπούρα για τη συνεχή ενθάρρυνση, υποστήριξη και καθοδήγηση που μου παρείχε κατά τη διάρκεια της συγγραφής όπως επίσης και την κ. Ευπραξία Τριανταφύλλου.

Ευχαριστώ τους διευθυντές του 1^{ου} και 2^{ου} Δημοτικού Σχολείου Νέας Αγχιάλου καθώς και όλους/ες τους/τις εκπαιδευτικούς για την αμέριστη βοήθεια και την προθυμία συνεργασίας, διαθέτοντάς μου τον χρόνο τους συμμετέχοντας στην παρούσα έρευνα.

Τέλος, ένα ξεχωριστό ευχαριστώ θα ήθελα να απευθύνω προς εκείνους τους καθηγητές της σχολής μας που αποτέλεσαν πηγή έμπνευσης για την παρούσα εργασία. Συγκεκριμένα, ευχαριστώ τον κ. Τριαντάφυλλο Τριανταφυλλίδη, τον κ. Κωνσταντίνο Σδρόλια και τον κ. Κωνσταντίνο Χατζηκυριάκου. Χάρη σε αυτούς τους καθηγητές απέκτησα πολύτιμα εφόδια για την πορεία μου στην εκπαίδευση και κέρδισα νέους τρόπους σκέψης πάνω στη διδασκαλία των μαθηματικών. Η διδασκαλία των μαθηματικών μέσα από τα σχετικά μαθήματα βοήθησε στην ανάδειξη της επιστήμης καθώς και στη διαμόρφωση θετικής στάσης των φοιτητών απέναντι στα μαθηματικά.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία έγινε μια προσπάθεια για προσέγγιση του μεγάλου θέματος της διδασκαλίας των μαθηματικών με εναλλακτικές μεθόδους. Γίνεται αναφορά σε όρους, έννοιες και θεμελιώδεις θεωρίες μάθησης των μαθηματικών. Απευθύνεται σε εκπαιδευτικούς και μελλοντικούς εκπαιδευτικούς με σκοπό όχι να δώσει έτοιμες συνταγές προς εφαρμογή αλλά να προβληματίσει και δώσει το έναυσμα για θεώρηση του όλου θέματος από μία διαφορετική οπτική γωνία λαμβάνοντας υπόψη το πώς μαθαίνουν οι μαθητές. Δίνονται, επίσης, παραδείγματα χρήσης χειραπτικών υλικών καθώς και περιγραφή των υλικών αυτών.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
-----------------------	----------

Α΄ ΜΕΡΟΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΜΕΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	10
1.1. Κατηγορίες μέσων διδασκαλίας	10
1.2. Η λειτουργία των μέσων διδασκαλίας	16
1.3. Κίνδυνοι από την χρήση των μέσων διδασκαλίας	19
1.4. Αναλυτικά Προγράμματα και μέσα διδασκαλίας	20
1.5. Μέσα διδασκαλίας και σχολική επίδοση	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ	25
2.1. Είδη χειραπτικών υλικών	25
2.2. Μέθοδοι διδασκαλίας και χειραπτικά υλικά	26
2.3. Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των χειραπτικών υλικών	28
2.4. Η θέση τους στα Αναλυτικά Προγράμματα	30

Β΄ ΜΕΡΟΣ Η ΧΡΗΣΗ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΣΚΟΠΟΙ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ	33
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	36
2.1. Μπιχεβιοριστική Θεωρία	36
2.2. Θεωρία του Ολομορφικού Πεδίου	37
2.3. Θεωρία Επεξεργασίας Πληροφοριών	38
2.4. Θεωρία των Ιεραρχιών Μάθησης	39
2.5. Αναπτυξιακή Θεωρία	40
2.6. Θεωρία της Ανακάλυψης	43
2.6. Κονστрукτιβισμός	44

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ	46
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΜΟΡΦΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ	48
4.1. Αφηγηματική προσέγγιση.....	48
4.2. Ανακαλυπτική προσέγγιση	49
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	53
5.1. Ράβδοι Cuisenaire	53
5.1.1. Περιγραφή υλικού.....	53
5.1.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά	53
5.2. Ντόμινο	55
5.2.1. Περιγραφή υλικού.....	55
5.2.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά	56
5.3. Πίνακας 1-100.....	57
5.3.1. Περιγραφή υλικού.....	57
5.3.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά	57
5.4. Γεωπίνακας	58
5.4.1. Περιγραφή υλικού.....	58
5.4.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά	58
5.5. Τάνγκραμ	60
5.5.1. Περιγραφή υλικού.....	60
5.5.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά	61
5.6. Πεντόμινο.....	63
5.6.1. Περιγραφή υλικού.....	63
5.6.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά	63
5.7. Αριθμογραμμή	66
5.7.1. Περιγραφή υλικού.....	66
5.7.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά	66
5.8. Pattern blocks.....	67
5.8.1. Περιγραφή υλικού.....	67
5.8.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά	68

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο: Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	70
ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	72
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	74
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	77

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα από τα θέματα που έχει απασχολήσει και απασχολεί την παιδαγωγική κοινότητα είναι η διδασκαλία των μαθηματικών. Αυτό το θέμα βρίσκεται στο κέντρο των παιδαγωγικών συζητήσεων παρουσιάζοντας αυξανόμενο ενδιαφέρον από τους εκπαιδευτικούς και όσους καθορίζουν την εκπαιδευτική πολιτική γενικότερα.

Στις αναπτυγμένες χώρες με σύγχρονα εκπαιδευτικά συστήματα, τα αναλυτικά προγράμματα των σχολείων βρίσκονται υπό συνεχή ανανέωση και προσαρμογή στα νέα κοινωνικά και επιστημονικά δεδομένα. Στην Ελλάδα, στα μαθηματικά του δημοτικού σχολείου, η τελευταία επίσημη αλλαγή αναλυτικών προγραμμάτων και βιβλίων πραγματοποιήθηκε στην αρχή της δεκαετίας του 1980. Η σημερινή διδασκαλία των μαθηματικών στις μικρές αλλά και σε όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου πραγματοποιείται με περιεχόμενα και μεθόδους διδασκαλίας οι οποίες είναι ξεπερασμένες και παλιές με βάση τα σύγχρονα επιστημονικά δεδομένα. Τα βιβλία, αλλά και η διδασκαλία, που πραγματοποιείται μέσα στις τάξεις, παρουσιάζουν τα μαθηματικά με τέτοιο τρόπο, που πολλές φορές δε συμβαδίζουν με τις αναπαραστάσεις της καθημερινότητας, τις προϋπάρχουσες γνώσεις και γενικά τον τρόπο σκέψης των παιδιών.

Είναι διαφορετικό το περιβάλλον μέσα στο οποίο ζουν σήμερα τα παιδιά. Όσον αφορά τους αριθμούς, μπορούμε να πούμε ότι τα παιδιά ζουν μέσα σε ένα ψηφιακό περιβάλλον, το οποίο τους δίνει περισσότερες πληροφορίες και ερεθίσματα από ό,τι παλαιότερα. Έτσι, βλέπουμε τα παιδιά, όταν έρχονται στο σχολείο, να διαθέτουν πολλές αριθμητικές ικανότητες τις οποίες δε γνωρίζει και δεν παίρνει υπόψη της η σημερινή διδασκαλία. Με βάση όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως, η παρούσα εργασία θα διαπραγματευτεί ζητήματα, όπως η λειτουργία και χρησιμότητα των διαφόρων μέσων διδασκαλίας, η αποσαφήνιση των στόχων της διδασκαλίας μαθηματικών και η ανάδειξη θεωριών μάθησης των μαθηματικών. Επιπρόσθετα, θα επιχειρηθεί να δοθούν προτάσεις για χρήση των χειραπτικών υλικών στη διδασκαλία των μαθηματικών.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο μέρος της εργασίας γίνεται εκτενής αναφορά στα μέσα διδασκαλίας καθώς και στα χειραπτικά υλικά, στη λειτουργία τους, τις κατηγορίες καθώς και στη θέση τους στα αναλυτικά προγράμματα της χώρας μας. Στο δεύτερο μέρος, προχωρούμε στις θεωρίες μάθησης των μαθηματικών, στους στόχους της

διδασκαλίας τους, σε μεθόδους και σε μορφές διδασκαλίας. Ακόμη, θα παρουσιαστούν κάποια από τα πιο γνώριμα και χρήσιμα χειραπτικά υλικά. Το κάθε υλικό περιγράφεται ξεχωριστά και στη συνέχεια προτείνονται τρόποι ένταξης τους στη διδασκαλία. Προκειμένου να γνωρίσουμε τη σημερινή κατάσταση στα σχολεία είναι απαραίτητη η συλλογή δεδομένων, γι' αυτό και σχεδιάστηκαν ερωτηματολόγια τα οποία συμπληρώθηκαν τόσο από εκπαιδευτικούς όσο και από μαθητές. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδωσαν μια ολοκληρωμένη εικόνα του ζητήματος και περιλαμβάνονται στα καταληκτικά συμπεράσματα.

Α΄ ΜΕΡΟΣ
ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΜΕΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1.1. Κατηγορίες μέσων διδασκαλίας

Από τη μελέτη της ιστορίας της εκπαίδευσης διαπιστώνεται ότι η διδασκαλία έπαψε από πολύ νωρίς να στηρίζεται μόνο στην προφορική επικοινωνία δασκάλου και μαθητή. Οι πρωτόγονοι δάσκαλοι ανακάλυψαν σύντομα τη σημασία της χρήσης των διδακτικών μέσων για την πιο αποτελεσματική μετάδοση των γνώσεων στους μαθητές τους. Έτσι, προσέφευγαν στην επίδειξη των πραγματικών αντικειμένων ή γεγονότων προκειμένου να καταστήσουν πιο κατανοητά τα λεγόμενα τους ή έφτιαχναν διάφορα σχέδια πάνω στο έδαφος για να γίνουν πιο σαφείς. Όταν, όμως, ανακαλύφθηκε η γραφή, η χρήση των γραπτών κειμένων αποτέλεσε και εξακολουθεί ν' αποτελεί το κατεξοχήν μέσο διδασκαλίας.

Στον 20^ο αιώνα με τη ραγδαία εξέλιξη της επιστήμης και της τεχνολογίας ένα ευρύ φάσμα εποπτικών μέσων διδασκαλίας έκανε την εμφάνιση του στις σχολικές τάξεις των ανεπτυγμένων χωρών δίνοντας ελπίδες για μια «εκ βάθρων» μεταβολή στις ισχύουσες διδακτικές στρατηγικές. (Τριλιανός, 2004)

Ήδη από τη δεκαετία του 1960 ξεκίνησαν οι πρώτες προσπάθειες συστηματικής μελέτης και ταξινόμησης των μέσων διδασκαλίας ,με κίνητρα αρχικά θεωρητικά. Οι επιστήμονες της διδακτικής μεθοδολογίας επεδίωκαν να διαχωρίσουν τα διάφορα παραδοσιακά και οπτικοακουστικά μέσα και να δημιουργήσουν έναν ανεξάρτητο κλάδο διδακτικής. Όμως, ενδιαφέρον για την ταξινόμηση των διδακτικών μέσων δεν έδειξαν μόνο οι επιστήμονες αλλά και οι παραγωγοί των μέσων διδασκαλίας καθώς και οι εκπαιδευτικοί που ουσιαστικά τα χρησιμοποιούσαν. Έτσι, το ενδιαφέρον έπαψε να είναι αποκλειστικά θεωρητικό και απέκτησε μια τεχνολογική διάσταση. Προκύπτουν, λοιπόν, τέσσερις διαφορετικές ταξινομήσεις των διδακτικών μέσων διδασκαλίας:

- ❖ Ο κώνος της εμπειρίας
- ❖ Τα οπτικοακουστικά μέσα διδασκαλίας-μάθησης
- ❖ Οι συσκευές και τα λογισμικά
- ❖ Τα απρόσωπα και προσωπικά μέσα διδασκαλίας

Συγκεκριμένα, ο κώνος της εμπειρίας του *Edgar Dale* είναι η πιο γνωστή ταξινόμηση των μέσων διδασκαλίας και η θεωρητική του βάση είναι οι διαφορετικές μορφές εμπειρίας, δηλαδή η άμεση εμπειρία, η εμπειρία των εικόνων και η εμπειρία των συμβόλων. Ο κώνος του Dale δείχνει τη σχέση που υφίσταται μεταξύ των εποπτικών μέσων διδασκαλίας, καθώς κάποιος κινείται από τις άμεσες εμπειρίες προς τα αφηρημένα γλωσσικά σύμβολα (Τριλιανός, 2004). Ο Dale ταξινομεί τα εποπτικά μέσα σε έντεκα κατηγορίες-ζώνες σύμφωνα με το βαθμό της άμεσης αισθητηριακής συμμετοχής του μαθητή που αυτά απαιτούν, συνδέει τη χρήση τους με την ηλικία του μαθητή και προβαίνει σε αναλυτική αιτιολόγηση αυτής της σύνδεσης. Ο κώνος είναι εκείνος που επιτρέπει στο δάσκαλο να παρατηρεί ποια διδακτικά μέσα απαιτούν την άμεση, ενεργητική συμμετοχή του μαθητή και ποια μέσα αποδίδουν την πραγματικότητα με ποικίλες παραστάσεις ή γλωσσικά σύμβολα και γι' αυτό περιορίζουν τη συμμετοχή του μαθητή στο ελάχιστο. Τα μεν πρώτα μέσα βρίσκονται κατά κύριο λόγο στη βάση του κώνου, ενώ τα υπόλοιπα ταξινομούνται πιο ψηλά έως και την κορυφή. Τα γλωσσικά σύμβολα, τα οποία απαντώνται στην κορυφή του κώνου, αντιπροσωπεύουν την πραγματικότητα μόνο κατά σύμβαση και επιτρέπουν στο μαθητή να δρα εσωτερικά, με τη σκέψη του.

Προχωρώντας στις ζώνες ταξινόμησης των εποπτικών μέσων στον κώνο, οφείλουμε να παρατηρήσουμε ότι σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να θεωρούνται απόλυτες ή άκαμπτες αλλά ως συμβατικές διαιρέσεις, προκειμένου να βοηθούν και τον εκπαιδευτικό να δει πώς η μάθηση είναι δυνατό να επιτευχθεί με ορισμένης κατηγορίας διδακτικά μέσα. Βέβαια, είναι προφανές ότι όσο απομακρύνεται η διδασκαλία από την άμεση πραγματικότητα ο κίνδυνος για παρανόηση, ασάφεια και σύγχυση στο μαθητή αυξάνεται.

Ο Dale χώρισε τον κώνο σε ένδεκα ζώνες. Στην πρώτη ζώνη, που βρίσκεται στη βάση, τοποθετεί την άμεση και σκόπιμη εμπειρία, η οποία θεωρείται το θεμέλιο της εκπαίδευσης και διάπλασης του μαθητή. Η άμεση επαφή με αντικείμενα, πρότυπα, γεγονότα και φαινόμενα είναι εκείνη που ενεργοποιεί τις αισθήσεις του μαθητή και δημιουργεί μέσα του ζωνές παραστάσεις που παραμένουν ανεξίτηλες. Έτσι, καθίσταται το κατεξοχήν διδακτικό μέσο για αποτελεσματική μάθηση και ενεργοποίηση των «εν δυνάμει» δυνατοτήτων του. Δεδομένου ότι η άμεση και σκόπιμη εμπειρία

είναι αδύνατο να παρασχεθεί στους μαθητές λόγω ποικίλων αιτιών, αυτή η αναπαράσταση της πραγματικότητας θεωρείται ως το καλύτερο μέσο μάθησης.

Η αναπαράσταση αυτή χαρακτηρίζεται ως έμμεση ή επινοούμενη εμπειρία, αφού απομακρύνεται από τη συγκεκριμένη πραγματικότητα και αποτελεί τη δεύτερη κατά σειρά ζώνη των εποπτικών μέσων στον κώνο του Dale. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν τα διάφορα μοντέλα (απομιμήσεις, προπλάσματα, υποδείγματα), τα οποία διαφέρουν στο μέγεθος και την περιπλοκότητα από τα πραγματικά αντικείμενα, και οι συλλογές. Για παράδειγμα, αφού δεν είναι δυνατόν να αντιληφθούν οι μαθητές άμεσα τη σφαιρικότητα της γης, αποκτούν έμμεσα αυτή την εμπειρία παρατηρώντας την υδρόγειο σφαίρα στην τάξη. Άλλες πάλι φορές τα μοντέλα του ρολογιού, του αεροπλάνου, του αυτοκινήτου, του εργοστασίου κ.τ.λ., θεωρούνται ως τα πιο κατάλληλα μέσα για αποτελεσματική μάθηση, γιατί πλησιάζουν προς την πραγματικότητα. *«Πιο κοντά στην πραγματικότητα από τα μοντέλα βρίσκονται οι συλλογές αντικειμένων από το ζωικό και φυτικό κόσμο και τον ορυκτό πλούτο μιας χώρας, διότι εδώ ο μαθητής έχει άμεση εμπειρία του πράγματος, το οποίο όμως δεν βρίσκεται στο φυσικό του περίγυρο»* (Τριλιανός, 2004).

Έπειτα, στην τρίτη ζώνη του κώνου τοποθετούνται οι δραματοποιήσεις γεγονότων του παρόντος και του παρελθόντος, κατά τις οποίες ο μαθητής αναπαριστά πραγματικότητες που δεν θα μπορέσει να γνωρίσει άμεσα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση υποδύεται ρόλους και ν' αναβιώνει διάφορες καταστάσεις και συμβάντα, ενώ ταυτόχρονα μαθαίνει. *«Με τις δραματοποιήσεις ο μαθητής απομακρύνεται ακόμα περισσότερο από τα συγκεκριμένα αντικείμενα, όμως εξακολουθεί να έχει θέα της πραγματικότητας με την καταβολή προσπάθειας για πιο πιστή απομίμηση της»* (Τριλιανός, 2004).

Αντίθετα, με τις πρώτες ζώνες όπου προωθείται η συμμετοχή και ενεργητικότητα του μαθητή, στις επόμενες ο μαθητής μεταβάλλεται πιο πολύ σε απλό θεατή των διαδραματιζομένων. Έτσι, στην τέταρτη ζώνη συναντούμε τις επιδείξεις, δηλαδή οπτικές παρουσιάσεις πραγμάτων, διαδικασιών ή και γεγονότων που πρόκειται να γίνουν αντικείμενα μάθησης. Στις επιδείξεις ο μαθητής παρακολουθεί τις ενέργειες του εκπαιδευτικού κατά τις διδασκαλίες και συχνά τις επαναλαμβάνει. Σ' αυτή, λοιπόν, τη ζώνη πολλές φορές την παρατήρηση ακολουθεί η δράση ή η απομίμηση των επιδειχθέντων, η επιτυχής παρουσίαση των οποίων οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπήρξε προσεκτική προετοιμασία από την πλευρά του δασκάλου. Η συμμετοχή του μαθητή

μειώνεται αρκετά στην πέμπτη ζώνη του κώνου με τις επισκέψεις σε χώρους , κατά τη διάρκεια των οποίων του δίνεται η ευκαιρία να παρακολουθεί άλλους ανθρώπους, οι οποίοι εκτελούν διάφορες δραστηριότητες. Ο ίδιος δεν παρεμβαίνει στη διαδικασία, απλώς βλέπει να εκτυλίσσονται ορισμένα γεγονότα και θέτει ερωτήσεις προκειμένου να επιβεβαιώσει ή όχι τις απόψεις του. Στη συνέχεια ακολουθεί η ζώνη των εκθεμάτων, η οποία περιλαμβάνει εικόνες, φωτογραφίες, σχεδιαγράμματα, αφίσες, προπλάσματα κτλ., τα οποία τοποθετούνται συνήθως σε μια λογική σειρά προκειμένου να καλύψουν ικανοποιητικά το προς συζήτηση θέμα. Η συμμετοχή του μαθητή είναι σαφώς πολύ μικρή και συνεπάγεται την υποχρέωση για κατασκευή τέτοιων εκθεμάτων από τον ίδιο. Τα εκθέματα θα μπορούσαν ενδεχομένως να χαρακτηρισθούν ως απλουστευμένες απεικονίσεις της πραγματικότητας, με έμφαση σε ορισμένα χαρακτηριστικά της.

Στην έβδομη ζώνη τοποθετείται η σχολική τηλεόραση, με την οποία δεν προβλέπεται δράση από την πλευρά του μαθητή και του επιτρέπει μόνο την παρατήρηση σε περιορισμένα τοπικά και χρονικά πλαίσια. Ως μέσο διδασκαλίας αποδεικνύεται αρκετά αποτελεσματικό, διότι είναι σε θέση να παραθέτει ζωντανά συμβάντα της καθημερινής ζωής. Η εκπαιδευτική τηλεόραση μάλιστα συμβάλλει στη συστηματική μάθηση και διάπλαση των μαθητών ,δεδομένου ότι έχει τη δυνατότητα για παρουσίαση εκπομπών, επιστημονικά και παιδαγωγικά άρτιων, οι οποίες δημιουργούν θέματα για συζήτηση στην τάξη και συμπληρώνουν τη διδασκαλία. Οι κινούμενες εικόνες (κινηματογράφος), που αποτελούν την όγδοη ζώνη των εποπτικών μέσων δίνουν την ευκαιρία για επανάληψη , όταν παραστεί ανάγκη. *«Στις κινούμενες εικόνες συνήθως παραλείπονται οι λεπτομέρειες των αντικειμένων, γεγονότων και φαινομένων και προβάλλονται τα πιο χαρακτηριστικά τους σημεία, παρουσιάζοντας έτσι μεγάλο αριθμό πληροφοριών και ευρείες περιόδους της ανθρώπινης εξέλιξης σε μια διδακτική ώρα»* (Τριλιανός, 2004).

Στην ένατη ζώνη, όπου τα μέσα απομακρύνονται ακόμη περισσότερο από την πραγματικότητα, τοποθετούνται οι σταθερές εικόνες, το ραδιόφωνο και οι ηχητικές καταγραφές (μαγνητόφωνο, γραμμόφωνο) και στηρίζονται κατά βάση μόνο σε μια αίσθηση, την όραση (σταθερές εικόνες) ή την ακοή (μαγνητόφωνο, γραμμόφωνο). Οι σταθερές εικόνες χρησιμοποιούνται προκειμένου να συμπληρώσουν ή να αισθητοποιήσουν τα λόγια, ενώ το ραδιόφωνο αποδεικνύεται πολύ αποτελεσματικό στη μετάδοση ακουστικών εμπειριών. Το μαγνητόφωνο και το γραμμόφωνο συμπληρώνουν το

ραδιόφωνο, διότι όχι μόνο παράγουν ακουστικά ερεθίσματα, αλλά επιτρέπουν στον εκπαιδευτικό να επαναλαμβάνει αυτά ώστε να γίνουν πιο σαφή στους μαθητές.

Με την είσοδο μας στη δέκατη ζώνη του κώνου, εισερχόμαστε πλέον στο χώρο των συμβόλων. «Εδώ η αντιπροσωπευτική εμπειρία των προηγούμενων ζωνών αντικαθίσταται από οπτικά σύμβολα όπως χάρτες, γραφικές παραστάσεις, διαγράμματα, πίνακες, σκίτσα κ.ά., τα οποία αποτελούν αφηρημένες αναπαραστάσεις αντικειμένων, γεγονότων και φαινομένων» (Τριλιανός, 2004). Τέλος, φτάνοντας στην κορυφή του κώνου και στην ενδέκατη ζώνη, συναντούμε τα λεκτικά σύμβολα (γραπτός και προφορικός λόγος, λέξεις), τα οποία θεωρούνται ως οι πιο αφηρημένες εμπειρίες και χρησιμοποιούνται για να προσδιορίζουμε αντικείμενα, διαδικασίες και γεγονότα. Η εμπειρία εδώ αντικαθίσταται με λέξεις, οι οποίες δεν έχουν καμιά ομοιότητα με τα στοιχεία της άμεσης πραγματικότητας και εμπερικλείουν πάντοτε κάποιο νόημα. Ο λόγος, ωστόσο, είναι απαραίτητος για την επικοινωνία των ανθρώπων, παρά τον κίνδυνο για ασάφεια και παρανόηση αυτών που λέγονται, εξαιτίας της γενικότητας του νοήματος των γλωσσικών συμβόλων. Είναι προφανές, λοιπόν, ότι η χρήση του λόγου αποτελεί επιτακτική ανάγκη σε κάθε είδος εποπτικού μέσου που συμπεριλαμβάνεται στις ζώνες του κώνου.

Στη δεύτερη ταξινόμηση των μέσων συναντούμε τα οπτικοακουστικά μέσα διδασκαλίας-μάθησης, η ταξινόμηση δηλαδή που γίνεται με βάση τα διάφορα αισθητήρια όργανα. Τα διάφορα μέσα διδασκαλίας χωρίζονται σε 4 κατηγορίες: οπτικά (σχεδιαγράμματα, εικόνες, σύμβολα), ακουστικά (μαγνητοταινίες, δίσκοι, ραδιοφωνικές εκπομπές), οπτικοακουστικά (κινηματογραφικές ταινίες, εκπαιδευτική τηλεόραση), άλλων αισθήσεων (απτικά, οσφρητικά). Η κατάταξη των μέσων σ' αυτές τις κατηγορίες είναι σημαντική καθώς όπως γνωρίζουμε οι δυνατότητες των διάφορων αισθήσεων ποικίλουν σημαντικά. Έρευνες έχουν δείξει τα παρακάτω ποσοστά % για τη συμμετοχή των αισθήσεων στην αντίληψη του περιβάλλοντος:

- 83% όραση
- 11% ακοή
- 3,5% όσφρηση
- 1,5% αφή
- 1% γεύση

Τα οπτικά και ακουστικά μέσα είναι πολύ σημαντικοί παράγοντες στη διδασκαλία. Ακοή και όραση λειτουργούν μαζί στη διαδικασία της μάθησης Τα μέσα που χρησιμο-

ποιεί ο εκπαιδευτικός σε αυτή την περίπτωση είναι τα οπτικοακουστικά (π.χ. κινηματογραφικές ταινίες, τηλεοπτικές προβολές). Καθίσταται όμως σαφές ότι τα οπτικοακουστικά μέσα συμπληρώνουν το έργο του δασκάλου και σε καμιά περίπτωση δεν θα πρέπει να τον αντικαθιστούν. Μια προβολή μπορεί να χρησιμοποιηθεί: για να δείξει ένα τρόπο κατασκευής, για να γίνει μια εισαγωγή σε μια νέα διδακτική ενότητα, για να γίνει ανακεφαλαίωση του περιεχομένου του αναλυτικού προγράμματος που έχει διδαχθεί καθώς και για να τονιστούν τα κύρια σημεία μιας ενότητας. Ωστόσο, είναι σημαντικό: οι προβολές να συνδέονται άμεσα με τους στόχους του μαθήματος, ο εκπαιδευτικός να έχει τον έλεγχο της προβολής ώστε να παρεμβαίνει όταν κρίνει πως είναι αναγκαίο, να προετοιμάζονται οι μαθητές για την προβολή και να ακολουθεί εποικοδομητική συζήτηση μετά το τέλος της.

Προχωρώντας στην τρίτη ταξινόμηση των μέσων διδασκαλίας συναντάμε τις συσκευές και το λογισμικό. Οι συσκευές είναι ουσιαστικά ο μηχανικός εξοπλισμός και αυτές με τη σειρά τους μπορούν να διακριθούν σε μηχανές προβολής, δηλαδή σχεδιαγράμματα, εικόνες, σύμβολα και σε όργανα παρατήρησης και πειραματισμού όπως βολτόμετρο, μικροσκόπιο, διαβήτης. Οι λόγοι που οδήγησαν στη δημιουργία αυτής της ταξινόμησης των μέσων διδασκαλίας είναι η πρόοδος της εκπαιδευτικής τεχνολογίας και η κατασκευή νέων τεχνικών συσκευών και μηχανών μάθησης. Για να έχουμε μέσο διδασκαλίας χρειαζόμαστε και τα δύο μέρη, τις συσκευές και το λογισμικό καθώς το ένα είναι απαραίτητο συμπλήρωμα του άλλου.

Τελευταία έρχεται η ταξινόμηση των μέσων διδασκαλίας σε απρόσωπα και προσωπικά. Οι παραπάνω τρεις ταξινομήσεις βοηθούν σ' ένα βαθμό τον εκπαιδευτικό να επιλέξει σωστά και να χρησιμοποιήσει αποτελεσματικά τα διάφορα μέσα όταν προετοιμάζει ή διεξάγει τη διδασκαλία του. Χρειάζεται, ωστόσο, μια αναλυτική περιγραφή των σπουδαιότερων μέσων επικοινωνίας, διδασκαλίας και μάθησης με τις δυνατότητες χρησιμοποίησής τους, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους. Μια τέτοια προσπάθεια αναλυτικής παρουσίασης των διδακτικών μέσων αποτελεί η ταξινόμηση σε προσωπικά και απρόσωπα με κριτήριο τον φορέα του μέσου.

Ως προσωπικά μέσα ορίζονται όλα τα μέσα που έχουν ως φορέα ένα πρόσωπο (δάσκαλος-μαθητής) και χωρίζονται σε: σύνθετα (δραματοποίηση), λεκτικά (γλώσσα, μονόλογος, διάλογος) και μη λεκτικά (γενική εμφάνιση, πρόσωπο, βλέμμα, χειρονομίες). Από την άλλη, ως απρόσωπα μέσα ορίζονται εκείνα που έχουν ως φορέα ένα

αντικείμενο ή ένα τεχνικά μέσο και χωρίζονται σε: εποπτικά, οπτικοακουστικά και σύγχρονη εκπαιδευτική τεχνολογία. Τα εποπτικά και οπτικοακουστικά μέσα περιλαμβάνουν πραγματικά αντικείμενα (εκδρομές, σχολικός κήπος, συλλογές), απομιμήσεις (πειράματα, διδακτικά παιχνίδια), απεικονίσεις (πραγματικές, συμβολικές, σχηματικές), ήχους (ακουστικά μέσα, ραδιόφωνο, μαγνητόφωνο), σύμβολα (μέσα παρουσίασης συμβόλων, χάρτες, πίνακες, βιβλία). Η σύγχρονη εκπαιδευτική τεχνολογία αφορά κατά κύριο λόγο την είσοδο του ηλεκτρονικού υπολογιστή στη διδασκαλία με διάφορους τύπους διδασκαλίας.

1.2. Η λειτουργία των μέσων διδασκαλίας

Είναι γεγονός ότι συχνά γίνεται λόγος για τη χρησιμότητα των εποπτικών μέσων διδασκαλίας, για τις εξυπηρετήσεις που προσφέρουν στην εκπαίδευση, για την επίδραση που ασκούν στους μαθητές, για τη συμβολή τους στην άρτια μάθηση, για τις διάφορες ωφέλειες από το Νηπιαγωγείο μέχρι το Πανεπιστήμιο. Είναι δεδομένο άλλωστε πως *«σ' όλα τα επίπεδα και σ' όλους τους τομείς της γνώσης, οι διδάσκοντες, κάποτε χωρίς οι ίδιοι να το θέλουν, μεταχειρίζονται όλα τα μέσα που τους φαίνονται κατάλληλα για να κάνουν σαφέστερη τη διδασκαλία τους ή για να δώσουν έμφαση»* (Yves G. Palau).

Με τα εποπτικά μέσα διδασκαλίας διευρύνουμε και διεγείρουμε σε ικανοποιητικό βαθμό το ενδιαφέρον των μαθητών, διότι τα μέσα αυτά τους προσφέρουν την ευκαιρία να παρατηρήσουν εκείνο για το οποίο γίνεται λόγος, να «προσέξουν» περισσότερο στο μάθημα, ακόμη και στις περιπτώσεις που το θέμα δεν ανταποκρίνεται στις άμεσες ανάγκες ή προτιμήσεις τους. Ακόμη, με τα εποπτικά μέσα δεν κεντρίζουμε μόνο το ενδιαφέρον των μαθητών, αλλά το διευρύνουμε και πολλές φορές το διατηρούμε αμείωτο σ' όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας, που σχετίζεται με το εποπτικό υλικό που επιδεικνύεται ή προβάλλεται. Σε μερικές περιπτώσεις, το ενδιαφέρον που προκαλούν δεν αποτελεί μόνο άριστη προϋπόθεση μάθησης, αλλά και έντονη παρακίνηση για συστηματικότερη μελέτη και κατανόηση της διδασκόμενης ύλης. Η δημιουργία έντονου ενδιαφέροντος για γνωστά και άγνωστα θέματα, η συγκράτηση του αρκετού χρονικού διαστήματος και η συνεχής διεύρυνση του ενδιαφέροντος, επιτυγχάνεται με την καλλιτεχνική αξία του εποπτικού υλικού, με τα έγχρωμα στοιχεία, με το συνδυασμό «ήχου και

φωτός», με τις σαφείς επεξηγήσεις, με τις συγκεκριμένες και ρεαλιστικές πληροφορίες που μας προσφέρουν τα εποπτικά μέσα και με τη δημιουργία ατμόσφαιρας ανάλογης με την πραγματικότητα.

Τα εποπτικά μέσα διδασκαλίας παίζουν σημαντικό ρόλο στη δημιουργία σαφών και ορθών πνευματικών παραστάσεων γύρω από τα διδασκόμενα θέματα. *«Μεταξύ της γνώσης που παίρνουμε από την ακοή ή από ανάγνωση βιβλίων και εκείνης που αποκτάμε με προσωπικές εμπειρίες υπάρχει μεγάλη διαφορά, υπάρχει η απόσταση που χωρίζει το σύμβολο από το συμβολιζόμενο, την εικόνα από το εικονιζόμενο. Αν πίσω από τη φρασεολογία του κειμένου δεν αντιληφθεί ο μαθητής τη συμβολιζόμενη πραγματικότητα, οι λέξεις παραμένουν χαρτονόμισμα χωρίς αντίκρισμα, παρατηρεί σύγχρονος παιδαγωγός»* (Ζευκιλής, 1989). Δικαιολογημένα, λοιπόν, θεωρείται μεγάλος ο αριθμός των παρανοήσεων, των εσφαλμένων παραστάσεων που οφείλονται στη διδασκαλία που δε συνδυάζεται με τη χρήση εποπτικών μέσων. Γι' αυτό κάθε διδασκαλία, όταν συνοδεύεται και με κάποιο εποπτικό μέσο, γίνεται περισσότερο κατανοητή και δημιουργεί πιο ορθές και σαφείς παραστάσεις.

Όπως είχε παρατηρήσει και ο Ηράκλειτος, *«τα μάτια είναι καλύτεροι και ακριβέστεροι μάρτυρες από τα αυτιά»*. Γι' αυτό είχε κάθε λόγο ο σύγχρονος φιλόσοφος και παιδαγωγός John Dewey ν' αποφαίνεται κατηγορηματικά: *«Μεγάλο μέρος του χρόνου και της προσοχής που διαθέτουμε σήμερα για την προπαρασκευή και διεξαγωγή της διδασκαλίας των μαθημάτων, θα μπορούσε να δαπανηθεί με σοφότερο και πιο ωφέλιμο τρόπο, για την εξάσκηση της παραστατικής ικανότητας του παιδιού και για να διαπιστώνουμε αν αυτό σχηματίζει πάντοτε σαφείς, ευκρινείς και αναπτυσσόμενες παραστάσεις για τα διάφορα θέματα»*.

Ωστόσο, τα εποπτικά μέσα δεν αποτελούν μόνο ευνοϊκούς εξωτερικούς παράγοντες, συντελούν και στην καλύτερη διατήρηση των δημιουργούμενων παραστάσεων και για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Πολλά από εκείνα που διδασκόμαστε προφορικά τα ξεχνούμε σύντομα, σε αντίθεση με εκείνα που διδασκόμαστε με τη βοήθεια των εποπτικών μέσων. Οι οπτικές παραστάσεις, άλλωστε, όχι μόνο διατηρούνται περισσότερο χρονικό διάστημα, αλλά επανέρχονται και με μεγαλύτερη ευκολία και ακρίβεια στη μνήμη μας. Τα εποπτικά μέσα δίνουν νόημα στο μάθημα και διευκολύνουν την αφομοίωση του. Σύμφωνα με τον καθηγητή Rumph, *«Αυτά συνδέουν και ενώνουν διάφορα αντικείμενα. Προσδιορίζουν το βαθμό της σχέσης τους. Διευκολύνουν τη*

σύγκριση. Με αυτά μπορούμε να συγκρίνουμε γνωστά με άγνωστα. Μας κάνουν ικανούς να συγκρίνουμε μέγεθος, σχήμα, αποτέλεσμα».

Είναι επόμενο πως μια διδασκαλία υποστηριζόμενη από εποπτικά μέσα είναι μικρότερη σε διάρκεια απ' ότι μια παραδοσιακή, καθώς πραγματοποιείται ταχεία μετάδοση γνώσεων. Αυτό που, για παράδειγμα η προβολή, το κατορθώνει σε ελάχιστο χρονικό διάστημα, θα θέλαμε πολλές ώρες προφορικής διδασκαλίας για να το πετύχουμε. Επίσης, θα ήταν δύσκολο να πετύχουμε τα ίδια διδακτικά αποτελέσματα, διότι οι έγχρωμες καλλιτεχνικές εικόνες της προβολής, η παραστατικότητα της και η κατάλληλη μουσική επένδυση των ταινιών κάνουν τις προβολές εικόνων ή ταινιών πιο ελκυστικές και πιο αποτελεσματικές.

Έπειτα, τα εποπτικά μέσα διευκολύνουν και προάγουν σε μεγάλο βαθμό την εφαρμογή μιας πολύ βασικής διδακτικής αρχής, της αυτενέργειας. Η αυτενέργεια, σύμφωνα με ψυχολόγους και παιδαγωγούς, συμβάλλει πολύ στην επιτυχία της αγωγής και κατά τον Γκάουντιχ θεωρείται ως *«πράξη από τα ίδια κίνητρα και από ίδιες δυνάμεις και προς κατευθύνσεις που τις διάλεξε το ίδιο το άτομο»*. Τα μέσα διδασκαλίας, λοιπόν, αποτελούν άριστο βοηθό για την πρόκληση, διατήρηση και προαγωγή της αυτενέργειας των μαθητών. Με τα οπτικοακουστικά μέσα αφυπνίζονται και κεντρίζονται πολλές δυνατότητες των μαθητών (διανόηση, αντίληψη, προσοχή, παρατήρηση, συναίσθημα), στις οποίες βασίζεται η αυτενέργεια.

Όπως γίνεται εμφανές, με όσα προηγήθηκαν και με όσα θα ακολουθήσουν, τα εποπτικά μέσα διδασκαλίας προσφέρουν μια πληθώρα υπηρεσιών στην εκπαίδευση. Τα μέσα διδασκαλίας επιτυγχάνουν μια αισθητή, ψηλαφητή, ορατή παράσταση του αντικειμένου διδασκαλίας και υποβοηθούν *«τη μετατροπή μιας μορφής πνεύματος σε συστατικό της ψυχής»*. Δίνουν σχήμα και μορφή, νόημα και περιεχόμενο σε λέξεις και φράσεις με αποτέλεσμα οι μαθητές να γίνονται ικανότεροι για να εκπληρώσουν το καθήκον τους, για να κατανοήσουν και να διατηρήσουν αυτά που τους προσφέρει η διδασκαλία. Συνδυάζουν, δηλαδή, τη θεωρία με την πράξη, ενημέρωση και εξάσκηση, ακρόαση και παρατήρηση, προφορικό λόγο και εργαστήριο, έννοιες και αντικείμενα, ιδέες και ενέργειες, πληροφορίες και πειράματα, γνώσεις και δεξιότητες, παρουσίαση και εφαρμογή.

Η εκπαίδευση οδηγείται στον εκσυγχρονισμό χρησιμοποιώντας τα διάφορα μέσα διδασκαλίας, καθώς γίνεται ταχύρρυθμη, πιο ρεαλιστική και παραστατική, πιο ελκυστι-

κή και αποδοτική, και αξιοποιεί τα σύγχρονα μέσα πληροφόρησης και τις ραγδαίες τεχνολογικές κατακτήσεις για τη βελτίωση της. Ταυτόχρονα, όμως, διευκολύνουν πολύ την προσπάθεια προσαρμογής της διδασκαλίας στην ατομικότητα των μαθητών. Με τα εποπτικά μέσα, ο κάθε μαθητής σχηματίζει τις απαιτούμενες παραστάσεις, ανάλογα με τις ικανότητες του, με την ατομικότητα του, με τον «τύπο» του. Άλλωστε, η διδασκαλία, για να ανταποκρίνεται πλήρως στο αξίωμα της εποπτείας, οφείλει να παρέχει τις γνώσεις με τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε μαθητής να μπορεί να γίνει κάτοχος τους, κάνοντας χρήση των μέσων που προσφέρονται καλύτερα στον τύπο του. Για κάθε μαθητή, άλλος είναι ο δείκτης νοημοσύνης, άλλη η δύναμη της βούλησης και άλλη η συναισθηματική κατάσταση (Ζευκιλής, 1989).

1.3. Κίνδυνοι από την χρήση των μέσων διδασκαλίας

Η ραγδαία ανάπτυξη των οπτικοακουστικών μέσων και της εκπαιδευτικής τεχνολογίας ως γνωστό δημιούργησε μια νέα κατάσταση στην ανθρώπινη μάθηση. Τα σύγχρονα μέσα αποτελούν πηγές «υποκατάστατης εμπειρίας». Πολλοί ήταν εκείνοι οι οποίοι, ενθουσιώδεις, υποστήριζαν πως τα μέσα διδασκαλίας θα αντικαταστήσουν τον δάσκαλο και θα αποτελέσουν τη μόνη διδακτική μέθοδο. Σήμερα, στους παιδαγωγικούς κύκλους κυριαρχεί η άποψη ότι τα εποπτικά μέσα δεν αποτελούν πανάκεια για οποιαδήποτε διδασκαλία. Χρειάζεται προσεκτική επιλογή και συνετή χρήση τους.

Είναι γεγονός ότι η τέλεια προετοιμασμένη διδασκαλία όταν βασίζεται αποκλειστικά σε οπτικοακουστικά μέσα και σε εκπαιδευτική τεχνολογία μπορεί να εμπεριέχει σημαντικούς κινδύνους, κάποιους απ' αυτούς είναι:

1. *Ο περιορισμός της πρωτοβουλίας και της δημιουργικότητας* τόσο των μαθητών όσο και των δασκάλων, καθώς ο τρόπος παρουσίασης και η μέθοδος επεξεργασίας του αντικειμένου τις περισσότερες φορές είναι προκαθορισμένα.

2. *Η έλλειψη επιστημονικού, εκπαιδευτικού και παιδαγωγικού ελέγχου*, καθώς τα προγράμματα αγνοούν τα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα και τις ειδικές ανάγκες των αποδεκτών της πληροφορίας που προσφέρουν και έτσι μπορούμε να μιλάμε για δυνατότητα ατομικής μελέτης αλλά όχι για πραγματική εξατομίκευση της διδασκαλίας.

3. Η αδυναμία παρουσίασης αφηρημένων εννοιών με αποτέλεσμα την σύγχυση και την ελλιπή κατανόηση τους.
4. Η προώθηση της παθητικής αντίληψης και η εξασθένηση της δημιουργικής σκέψης καθώς οι πληροφορίες παρέχονται έτοιμες.
5. Η αποθάρρυνση των αδύναμων μαθητών καθώς δεν έχουν την δυνατότητα να υποβάλουν ερωτήσεις και να ζητήσουν διευκρινίσεις στις τυχόν απορίες που παρουσιαστούν κατά την παρακολούθηση της αυτοματοποιημένης διδασκαλίας.

Με όση έμφαση τονίζουμε την ανάγκη χρησιμοποίησης εποπτικών μέσων για να κάνουμε το μάθημα περισσότερο σαφές, εύληπτο, ελκυστικό, ρεαλιστικό και αποδοτικό, με την ίδια έμφαση θεωρούμε σκόπιμο να τονίζουμε πως απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή και σύνεση στη χρησιμοποίηση των εποπτικών μέσων, διότι «η υπερβολική χρήση ή η μη επιμελής προετοιμασία της παρουσίασης τους δημιουργεί τον κίνδυνο να περιοριστεί η αυτενέργεια του μαθητή, να δημιουργηθεί διάθεση για παθητική δεκτικότητα και νάρκωση της σκέψης του και να απομακρυνθεί ο μαθητής από τη νοητική και βουλητική εμπέδωση, που είναι απαραίτητη για την ολοκλήρωση του μορφωτικού κύκλου» (Ζευκλής, 1989).

1.4. Αναλυτικά προγράμματα και μέσα διδασκαλίας

Τα παραδοσιακά αναλυτικά προγράμματα ήταν ένας κατάλογος διδακτέας ύλης των διδασκόμενων μαθημάτων με μικρή αναφορά σε γενικούς σκοπούς της διδασκαλίας και σε γενικές μεθοδολογικές κατευθύνσεις. Τα σύγχρονα προγράμματα, τα ονομαζόμενα και CURRICULA, αναφέρονται στους συγκεκριμένους στόχους της διδασκαλίας κάθε διδακτικής ενότητας που πρέπει να επιτευχθούν σε έναν καθορισμένο χρόνο, στα οργανωτικά και μεθοδολογικά μέτρα που πρέπει να ληφθούν, καθώς επίσης και στον έλεγχο και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της διδασκαλίας. Είναι εμφανής η ανάγκη ριζικής αναθεώρησης των αναλυτικών προγραμμάτων η οποία υπαγορεύεται από την έκρηξη των γνώσεων σε όλους τους τομείς του επιστητού, την πρόοδο της επιστημονικής έρευνας και τεχνικής, το ορθολογιστικό πνεύμα της εποχής. Προβάλλεται δικαιολογημένη απαίτηση, από τους γενικούς και αόριστους σκοπούς διδασκαλίας των παραδοσιακών προγραμμάτων, να έρθουμε σε συγκεκριμένους στόχους

μάθησης, που είναι απαραίτητοι για την αντιμετώπιση των νέων συνθηκών της ζωής του ανθρώπου.

Σύμφωνα και με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. (2003), όπως αναφέρεται χαρακτηριστικά στο γενικό μέρος και συγκεκριμένα στις γενικές αρχές της εκπαίδευσης, «οι νέες τεχνολογίες πληροφόρησης και επικοινωνίας μπορούν να αποτελέσουν πολύτιμα εργαλεία για την απόκτηση γνώσης, για την προαγωγή της εξατομικευμένης εκπαίδευσης και για την εξασφάλιση της δια βίου μάθησης. Η εισαγωγή και χρήση τους όμως στην εκπαιδευτική πράξη δεν θα πρέπει να αντιμετωπιστεί υπό το πρίσμα ενός απλού τεχνολογικού εκσυγχρονισμού ως αυτοσκοπού. Θα πρέπει να γίνει με παιδαγωγικές προϋποθέσεις οι οποίες θα εξασφαλίσουν την ανθρωπιστική παιδεία για την κοινωνία που οραματιζόμαστε. Έτσι ο μαθητής θα προσεγγίσει κριτικά τόσο την «κοινωνία της πληροφορίας» όσο και την «κοινωνία της γνώσης». Για την επιτυχία αυτού του σκοπού, δεν αρκεί μόνο ο εξοπλισμός των σχολείων με την απαραίτητη τεχνολογική υποδομή, αλλά κυρίως η εφαρμογή νέας παιδαγωγικής στρατηγικής και η ανάπτυξη κατάλληλων προγραμμάτων πληροφορικής για την υποστήριξη όλων των γνωστικών αντικειμένων. Τα σύγχρονα εκπαιδευτικά μέσα, προϊόντα των τεχνολογιών πληροφορικής, συμβάλλουν στην αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας, εφόσον χρησιμοποιούνται με τον κατάλληλο τρόπο και την ανάλογη συχνότητα. Ο ρόλος και η αξία χρήσης των σύγχρονων εκπαιδευτικών μέσων βρίσκονται βέβαια σε εκείνα τα χαρακτηριστικά που τα διαφοροποιούν από τα παραδοσιακά μέσα. Η ανάδειξη αυτού του ρόλου των σύγχρονων εκπαιδευτικών μέσων επιτυγχάνεται με την προτροπή και καθοδήγηση του εκπαιδευτικού. Επιβάλλεται λοιπόν τα Α.Π.Σ. να προβλέπουν, όπου θεωρείται αναγκαίο και εφικτό, και την εκπόνηση συνοδευτικού εκπαιδευτικού λογισμικού, με σαφείς οδηγίες για την καλύτερη αξιοποίηση του».

Έπειτα, προχωρώντας στις προτεινόμενες μεθοδολογικές προσεγγίσεις από το Δ.Ε.Π.Π.Σ., η ενεργητική προσέγγιση της γνώσης φαίνεται να λαμβάνει κεντρική θέση. Σύμμαχος στην «ανακάλυψη» της γνώσης από το μαθητή δεν μπορεί να είναι άλλος από τα εκπαιδευτικά μέσα διδασκαλίας τα οποία απολαμβάνουν ειδική αναφορά. Προτείνεται, λοιπόν, η επίδειξη εποπτικού υλικού όπως διαφάνειες, βιντεοταινίες, προπλάσματα, έτοιμα παρασκευάσματα κ.ά. προκειμένου να ενεργοποιηθεί το ενδιαφέρον των μαθητών, να εστιάζεται η προσοχή τους σε συγκεκριμένο στόχο και να γίνεται πιο εύκολη και φυσική η μάθηση. Επίσης, τονίζεται η βοήθεια του ηλεκτρονικού

υπολογιστή και των κατάλληλων δυναμικών προσομοιώσεων στην καλύτερη αντίληψη και κατανόηση εννοιών και διαδικασιών. Εντούτοις, *«ιδιαίτερη προσπάθεια χρειάζεται φυσικά για να μην παρουσιάζουμε έναν εικονικό κόσμο στο μαθητή αλλά έναν πραγματικό στον οποίο θα ζήσει»* (Δ.Ε.Π.Π.Σ., 2003).

Θα πρέπει, ακόμη, να σημειωθεί πως η χρήση των εκπαιδευτικών μέσων δεν αφορά μόνο την προτεινόμενη μεθοδολογία μα αποτελεί βασικό μέρος της στοχοθεσίας των Α.Π.Σ. με τους ψυχοκινητικούς στόχους να αφορούν την ανάπτυξη δεξιοτήτων όπως, μετρήσεις, σωστή χρήση κάποιων οργάνων, εκτέλεση πειραμάτων κ.ά. Χαρακτηριστικά είναι τα λόγια του τότε προέδρου του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου κ. Σταμάτη Ν. Αλαχιώτη στο εισαγωγικό σημείωμα του Δ.Ε.Π.Π.Σ.:

«Η δυναμική του εκπαιδευτικού συστήματος αναμφίβολα συναρτάται από τις δυνατότητες συνεχούς προσαρμογής του, η οποία προσδιορίζεται από την αμφίδρομη σχέση της εκπαίδευσης και της κοινωνικής πραγματικότητας. Γι' αυτό στην κοινωνία της πληροφορίας και της γνώσης, στην επιδιωκόμενη κοινωνία της ποιότητας, θα πρέπει και το εκπαιδευτικό μας σύστημα να εμπλουτιστεί με όλα εκείνα τα χαρακτηριστικά που σηματοδοτούν την ποιοτική εκπαίδευση στη χώρα μας. Η κοινότοπη διαπίστωση της κοινωνικής ρευστότητας της εποχής μας, η αυξανόμενη τάση της παγκοσμιοποίησης των πάντων, η πολυπολιτισμική πραγματικότητα και το ισχυρό ανταγωνιστικό πνεύμα που αναπτύσσεται σε κάθε πεδίο επιβάλλουν έναν επαναπροσδιορισμό του ρόλου του σχολείου με τελικό στόχο τη διαμόρφωση ενός ισχυρού σχολικού παιδαγωγικού περιβάλλοντος, ικανού να συμβάλλει στην αρμονική ένταξη του μαθητή στην κοινωνία.

Μέσα λοιπόν από το προτεινόμενο Δ.Ε.Π.Π.Σ. και τα Α.Π.Σ. επιδιώκουμε και ελπίζουμε ότι ο μαθητής θα «εφοδιαστεί» με τον κατάλληλο «μορφωτικό μανδύα» για να αντιμετωπίζει επιτυχέστερα τις «μπόρες της ζωής», διαμορφώνοντας ο ίδιος το δικό του κοσμοείδωλο, τη δική του προσέγγιση στο πάντα ζητούμενο ευ ζην. Αυτή πρέπει να είναι και η απάντηση της χώρας μας στην κοινωνία της γνώσης, της πληροφορίας και της τεχνολογίας, στην επιδιωκόμενη κοινωνία της ποιότητας, στην πρόκληση του ευρωπαϊκού γίγνεσθαι.»

1.5. Μέσα διδασκαλίας και σχολική επίδοση

Κανείς πλέον δεν αμφισβητεί τη συμβολή των εποπτικών οργάνων και μέσων διδασκαλίας στη μάθηση. Σε ποιο όμως βαθμό και κάτω από ποιες προϋποθέσεις συμβάλλει το καθένα από αυτά δεν το γνωρίζουμε επακριβώς, γιατί δεν έχουν γίνει αρκετές εμπειρικές έρευνες, παρά τις φιλότιμες προσπάθειες διδακτικών και ψυχολόγων, και προπάντων δεν έχουν διασταυρωθεί αρκετά τα αποτελέσματα τους για να μας δώσουν αξιόπιστα συμπεράσματα. Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε δυο έρευνες (Γιαννούλης, 1993).

Η πρώτη ήθελε να δώσει πειραματικά την απάντηση στα παρακάτω δυο ερωτήματα: α) Επηρεάζεται ευνοϊκά η κατανόηση και διατήρηση των γνώσεων, αν συγχρόνως με τη διδασκαλία τους χρησιμοποιούνται εποπτικά μέσα; Και αν αυτό συμβαίνει, σε ποιο βαθμό; β) Επιδρούν οι διάφορες βασικές μορφές της εποπτείας – όπως το ίδιο το αντικείμενο, το πιστό του πρόπλασμα, η εικόνα του – κατά διαφορετικό τρόπο στην κατανόηση και διατήρηση των διδαχθέντων γνώσεων;

Το πείραμα πραγματοποιήθηκε σε Ε΄ τάξη δυο Δημοτικών Σχολείων σε μαθητές δηλαδή ηλικίας 10-11 ετών. Ως κλάδος μαθήματος επιλέχθηκε η Βιολογία και θέμα διδασκαλίας: σωματική διάπλαση, τρόποι διαβίωσης και συνήθειες συμπεριφοράς δυο εντόμων γνωστών σε όλους τους μαθητές. Ένα αντικείμενο διδασκαλίας για το οποίο όλοι οι μαθητές είχαν τις ίδιες περίπου γνώσεις, τις ίδιες προσλαμβάνουσες παραστάσεις. Η διδασκαλία και η περιγραφή των εντόμων δόθηκε στους μαθητές από το μαγνητόφωνο, δεν παρενέβη δηλαδή δάσκαλος, με σκοπό φυσικά την εξασφάλιση των ίδιων όρων και προϋποθέσεων. Οι μαθητές της ομάδας ελέγχου άκουσαν μόνο τη διδασκαλία από το μαγνητόφωνο. Οι μαθητές της πειραματικής ομάδας, συγχρόνως με την ακρόαση της διδασκαλίας, είχαν μπροστά τους από έναν ξύλινο δίσκο πάνω στον οποίο βρίσκονταν τα έντομα νεκρά και μπορούσαν να τα παρατηρούν.

Στο τέλος της διαδικασίας έγινε ο έλεγχος και η αξιολόγηση των επιδόσεων των μαθητών με ένα test ερωτήσεων σχετικών με τους στόχους της. Οι βαθμοί της κάθε ομάδας προστέθηκαν χωριστά και στη συνέχεια βγήκε ο μέσος όρος τους. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι η πειραματική ομάδα είχε ένα μέσο όρο κατά 1,9 μεγαλύτερο από την ομάδα ελέγχου. Αυτή η διαφορά θεωρείται στατιστικά σημαντική. Η βελτίωση του αποτελέσματος φθάνει στο 33% και με μια άλλη στατιστική επεξεργασία προκύπτει

ότι το 28% αυτής της βελτίωσης οφείλεται στο εποπτικό μέσο της διδασκαλίας, τα δυο δηλαδή νεκρά έντομα.

Η δεύτερη έρευνα ήθελε να δώσει απάντηση στο ερώτημα: επιδρούν τα διάφορα εποπτικά μέσα κατά διαφορετικό τρόπο στο αποτέλεσμα της διδασκαλίας; Πραγματοποιήθηκε κατά τον ίδιο περίπου τρόπο με την προηγούμενη. Με τη διαφορά ότι εδώ είχαμε, εκτός από την ομάδα ελέγχου, και τις τρεις πειραματικές ομάδες, στην κάθε μία από τις οποίες δόθηκε και διαφορετικό εποπτικό υλικό. Στην πρώτη πειραματική ομάδα μια εικόνα του αντικειμένου της διδασκαλίας, στη δεύτερη το πρόπλασμα του και στην τρίτη το ίδιο το πραγματικό (φυσικό) αντικείμενο. Από το test αξιολόγησης που ακολούθησε προέκυψε ότι στις δυο πειραματικές ομάδες, με το πρόπλασμα και το φυσικό αντικείμενο, σε σύγκριση με την ομάδα ελέγχου, χωρίς εποπτικό μέσο, έχουμε μια βελτίωση στατιστικά σημαντική, της τάξεως του 20% και 40%, αντίστοιχα.

Η βελτίωση της ομάδας με την εικόνα του αντικειμένου είναι μικρή, αν και η εικόνα του ζώου – του αντικειμένου δηλαδή της διδασκαλίας – ήταν από τεχνικής πλευράς άψογη. Δεν περίμενε όμως κανείς ότι η επίδραση του πραγματικού αντικειμένου θα ήταν διπλάσια από την επίδραση του προπλάσματος, γιατί ως προς τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα ανάμεσα σ' αυτά τα δυο εποπτικά μέσα δεν έχουμε σημαντικές διαφορές. Φαίνεται εντούτοις ότι το ίδιο το αντικείμενο της διδασκαλίας στη φυσική του κατάσταση, προκάλεσε ισχυρότερο ενδιαφέρον στους μαθητές. Συμπερασματικά, στο ερώτημα για την επίδραση των εποπτικών μέσων διδασκαλίας στη μάθηση, τα αναφερθέντα πειράματα δίνουν τις παρακάτω απαντήσεις: α) η διαδικασία της μάθησης διευκολύνεται και β) ότι οι μαθητές παρωθούνται εντονότερα.

Ένα τρίτο στοιχείο που προκύπτει από τις έρευνες είναι ότι το πραγματικό αντικείμενο – και γενικά η πραγματικότητα που βιώνουν οι μαθητές κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας – έχει ισχυρότερη επίδραση στη μάθηση σε σχέση με κάθε άλλο εποπτικό μέσο (εικόνα ή πρόπλασμα).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

2.1. Είδη χειραπτικών υλικών

Τα χειραπτικά υλικά χρησιμοποιούνται ως μοντέλα αναπαράστασης για τις μαθηματικές έννοιες και αποτελούν σημαντικά εργαλεία για την κατανόηση των μαθηματικών από τα παιδιά. Μοντέλο, λοιπόν, μια μαθηματικής έννοιας μπορεί να είναι οποιοδήποτε αντικείμενο, εικόνα ή σχέδιο το οποίο την αναπαριστά ή στο οποίο μπορεί να επιβληθεί η σχέση για την αυτή την έννοια. Από αυτή την άποψη, οποιαδήποτε ομάδα 100 αντικειμένων μπορεί να αναπαριστά την έννοια «εκατό», διότι μπορούμε να επιβάλλουμε τη σχέση «100 προς 1» στην ομάδα και σ' ένα μεμονωμένο στοιχείο της ομάδας. Σημαντικό είναι να αναφέρουμε την εσφαλμένη άποψη ότι ένα μοντέλο «απεικονίζει» μια έννοια. Η απεικόνιση προϋποθέτει επίδειξη. Αυτό σημαίνει ότι, όταν θα κοιτάζαμε το μοντέλο, θα βλέπαμε ένα παράδειγμα της έννοιας. Από τεχνικής άποψης, το μόνο που βλέπουμε ουσιαστικά με τα μάτια μας είναι το φυσικό αντικείμενο. Μόνο το μυαλό μας μπορεί να επιβάλλει τη μαθηματική σχέση στα αντικείμενα (Thompson, 1994). Για ένα άτομο το οποίο δεν έχει διαμορφώσει ακόμη αυτή τη σχέση, το μοντέλο δεν απεικονίζει την έννοια.

Η Szendrei (1996) μέσα από μια ιστορική ανασκόπηση της χρήσης του διδακτικού υλικού από την αρχαιότητα μέχρι τον 20ο αιώνα, διακρίνει δυο κυρίως είδη διδακτικού υλικού: Τα συγκεκριμένα υλικά ή αλλιώς «κοινά εργαλεία» που είναι εργαλεία της καθημερινής ζωής και χρησιμοποιούνται στην τάξη για εκπαιδευτικούς σκοπούς και τα (διδακτικά) υλικά που φτιάχνονται για αποκλειστική χρήση στο σχολείο. Ως μια τρίτη κατηγορία διδακτικού υλικού μπορούμε να θεωρήσουμε και τα παιχνίδια που εισήλθαν στην τάξη τα τελευταία χρόνια.

Τα βοηθητικά υλικά, λοιπόν, έχουν γίνει τρομερά δημοφιλή ως εργαλεία για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Μπορεί να εκτείνονται σε μια γκάμα που περιλαμβάνει από συνηθισμένα αντικείμενα, όπως τα φασόλια γίγαντες για μέτρηση, ως και προϊόντα του εμπορίου, όπως ξύλινες ράβδοι ή πλαστικά γεωμετρικά σχήματα. Τα χειραπτικά

υλικά είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση πολλών εννοιών με κάποιες διαφοροποιήσεις και όχι αποκλειστικά για μια και μόνο έννοια.

Χαρακτηριστικά μπορούμε να αναφέρουμε τα pentominoes, για τις έννοιες του εμβαδού, της περιμέτρου και της συμμετρίας, τα fraction circles, για την έννοια του κλάσματος και για πράξεις με κλάσματα, τα Cuisenaire rods, για αριθμητικές πράξεις, για την έννοια του κλάσματος και πράξεις με κλάσματα. Επίσης, δημοφιλής είναι τα tangrams για την έννοια του εμβαδού, τη συμμετρία και την αναπαράσταση γεωμετρικών σχημάτων, τα polydron sets για την αναπαράσταση στερεών, διερεύνηση χαρακτηριστικών και πέρασμα από τις δυο στις τρεις διαστάσεις, οι γεωπίνακες για την αναπαράσταση σχημάτων και τη διερεύνηση χαρακτηριστικών. Φυσικά, είναι και πολλά ακόμη τα οποία δεν αναφέρθηκαν, για τα οποία όμως θα γίνει λόγος αργότερα και αναλυτικότερα.

2.2. Μέθοδοι διδασκαλίας και χειραπτικά υλικά

Η κυρίαρχη παιδαγωγική θεωρία σήμερα είναι ο εποικοδομητισμός, όπως αυτός εξελίχθηκε μέσα από τη θεωρία του Piaget. Σύμφωνα με τον Piaget, τα παιδιά οικοδομούν μόνα τους τη γνώση τους. Για να κατασκευάσουμε κάτι στον υλικό κόσμο απαιτούνται εργαλεία, υλικά και κόπος. Με ανάλογο τρόπο κατανοούμε τον κόσμο γύρω μας. Τα εργαλεία που χρησιμοποιούμε για να χτίσουμε την κατανόηση είναι οι ήδη υπάρχουσες ιδέες μας, η γνώση που ήδη κατέχουμε. Τα υλικά που επεξεργαζόμαστε προκειμένου να χτίσουμε την αντίληψη μπορεί να είναι τα πράγματα που βλέπουμε, που ακούμε ή που αγγίζουμε, στοιχεία του φυσικού μας περιβάλλοντος. Η προσπάθεια που πρέπει να καταβάλλεται όταν χτίζουμε νέες ιδέες είναι η ενεργητική και αναστοχαστική σκέψη. Η οικοδόμηση μιας νέας ιδέας είναι διαφορετική για κάθε μαθητή και απαιτεί την ενεργό συμμετοχή του.

Κάθε είδους γνώση, μαθηματική ή άλλη, συνίσταται σε εσωτερικές ή νοητικές αναπαραστάσεις των ιδεών τις οποίες έχει κάποιος οικοδομήσει στο μυαλό του. Η γνώση στα μαθηματικά διακρίνεται σε εννοιολογική και διαδικαστική. Η εννοιολογική γνώση των μαθηματικών αφορά λογικές σχέσεις δομημένες εσωτερικά και συνδεδεμένες με ήδη υπάρχουσες γνώσεις. Ο Piaget αποκαλούσε αυτόν τον τύπο γνώσης ως «λογικομαθηματική γνώση». Η εννοιολογική γνώση είναι στην ουσία η γνώση που

είναι κατανοητή. Η διαδικαστική γνώση των μαθηματικών, αντίστοιχα, είναι η γνώση των κανόνων και των πράξεων που χρησιμοποιεί κάποιος όταν εκτελεί τις συνηθισμένες μαθηματικές ασκήσεις και του συμβολισμού που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση των μαθηματικών. Σε σχέση με την εννοιολογική γνώση των μαθηματικών ο ρόλος των μοντέλων στην ανάπτυξη της κατανόησης είναι καθοριστικός. Δεν υπάρχουν φυσικά παραδείγματα των μαθηματικών εννοιών στον καθημερινό κόσμο.

Το παιδί έχει την ανάγκη να γνωρίζει τη σχέση πριν την επιβάλλει στο μοντέλο. Οι μαθηματικές έννοιες, στην οικοδόμηση των οποίων βρίσκονται τα παιδιά, δεν είναι καλοσχηματισμένες ιδέες των ενηλίκων. Οι νέες ιδέες διαμορφώνονται σιγά-σιγά με τον καιρό. Καθώς τα παιδιά σκέφτονται ενεργά τις νέες ιδέες τους, τις δοκιμάζουν σε όσες διαφορετικές διόδους τους παρέχει ο εκπαιδευτικός. Τα μοντέλα είναι δυνατόν να παίξουν τον ίδιο ρόλο της δοκιμαστικής βάσης για τις αναδυόμενες ιδέες. Είναι δύσκολο για τα παιδιά να σχολιάσουν και να δοκιμάσουν τις αφηρημένες σχέσεις χρησιμοποιώντας μόνο λέξεις. Τα μοντέλα τους δίνουν ένα εφαλτήριο για σκέψη, διερεύνηση, συζήτηση και συλλογισμό.

Εντάσσοντας τα χειραπτικά υλικά στη διδασκαλία είναι επόμενο να προκύψουν αλλαγές και στη μέθοδο διδασκαλίας. Η παραδοσιακή τάξη όπου ο διδάσκων αποτελεί εξ ολοκλήρου πηγή γνώσης των μαθηματικών και η διδασκαλία συνίσταται στο να δείξει στα παιδιά πώς θα κάνουν τις προκαθορισμένες εργασίες, μπαίνουν στην άκρη. Το βάρος μετατοπίζεται στο μαθητή και στις προηγούμενες γνώσεις του. Όσο μεγαλύτερη η συμμετοχή του παιδιού σε δραστηριότητες (κι αυτό μεταφράζεται σε περισσότερες ευκαιρίες που του δίνονται στην τάξη να εκφράσει τις σκέψεις του και να τις ανταλλάξει με τους συμμαθητές και τις συμμαθήτριες του στην ομάδα του και με τον εκπαιδευτικό), τόσο βαθύτερα κατανοεί τις υπό διαπραγμάτευση μαθηματικές έννοιες. Μέσα από αυτή τη διαπραγμάτευση ανακαλύπτει τις τυχόν παρανοήσεις του και προχωρά στις απαραίτητες συνδέσεις ανάμεσα στις μαθηματικές έννοιες, τις οποίες μπορεί να χρησιμοποιήσει κατά την επίλυση προβλημάτων ώστε να καταστεί ένας καλός λύτης προβλημάτων.

Σε μαθησιακές καταστάσεις που δημιουργούνται με τη χρήση εκπαιδευτικού υλικού το παιδί πρέπει να δράσει και μάλιστα αυθόρμητα. Σε αυτό συντείνει το είδος του υλικού, ο τρόπος που θα το παρουσιάσει ο εκπαιδευτικός και το είδος της δραστηριότητας που θα προταθεί. Οι δραστηριότητες θα πρέπει να αντλούνται από επίπεδο

κατάλληλο για τις δυνατότητες του συγκεκριμένου παιδιού ή της συγκεκριμένης ομάδας παιδιών. Το παιδί, είτε στην ομάδα είτε μόνο του, θα πρέπει να παροτρύνεται να αιτιολογεί τις επιλογές του, τις αποφάσεις του, τις λύσεις του. Αυτή η διαδικασία είναι πολύ σημαντική γιατί τον οδηγεί σε μεταγνωστικές διαδικασίες που τον βοηθούν να συνειδητοποιήσει τις σκέψεις και πράξεις του.

Ο εκπαιδευτικός φροντίζει να φέρει στο κάθε μάθημα το εκπαιδευτικό υλικό που θα χρησιμοποιηθεί. Συμμετέχει και βοηθά τα παιδιά να κατανοήσουν τις εργασίες που χρειάζεται να κάνουν στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων του κάθε φύλλου εργασίας. Η συμμετοχή του είναι διακριτική και ανάλογα με τις ανάγκες των παιδιών. Αλλού χρειάζεται να επέμβει λιγότερο και αλλού περισσότερο. Η χρονική στιγμή και η διάρκεια της παρέμβασης εξαρτώνται από το παιδί ή από την ομάδα. Δραστηριότητες που φαίνονται εύκολες στον εκπαιδευτικό είναι δυνατόν να αποδειχθούν δύσκολες για το παιδί και αντιστρόφως. Επίσης, ο εκπαιδευτικός καλλιεργεί το διάλογο ανάμεσα στα μέλη της ομάδας και στην ολομέλεια της τάξης ενθαρρύνοντας όλα τα παιδιά να λάβουν μέρος σεβόμενος παράλληλα τις ιδιαιτερότητες τους. Θέτει ερωτήσεις που άλλοτε προκαλούν το ενδιαφέρον και τις εμπειρίες των παιδιών και άλλες φορές αξιοποιούν τις γνώσεις που αποκτήθηκαν για να οδηγηθούν σε κάποια γενίκευση ή συμπέρασμα.

Κάποιες φορές ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να είναι ευέλικτος σε σχέση με το πλάνο του και να χρησιμοποιεί χρόνο κατά τη διάρκεια της διδακτικής διαδικασίας για να μελετήσει απροσδόκητες ιδέες και λύσεις των παιδιών. Είναι σημαντικό να μην απορρίψει κάτι πριν το σκεφτεί και ο ίδιος ψύχραιμα ζητώντας στο μεταξύ από τα παιδιά να διατυπώσουν επιχειρήματα γραπτά ή προφορικά. Είναι γεγονός ότι πολλές φορές η ροή ενός μαθήματος ρυθμίζεται από το εκπαιδευτικό υλικό και τις δραστηριότητες που έχουν οργανωθεί με βάση τις ιδιότητες του και τη χρήση του. Είναι, ακόμη, δυνατό να υπάρχουν δραστηριότητες εξοικείωσης με τη χρήση του εκπαιδευτικού υλικού.

2.3. Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των χειραπτικών υλικών

Τα πλεονεκτήματα των χειραπτικών υλικών μπορούν εύκολα να παρατηρηθούν αν απλά εντοπισθούν οι χρήσεις τους στη διδασκαλία. Συνολικά, οι σχετικές χρήσεις του σε μια εξελικτική προσέγγιση της διδασκαλίας είναι τρεις και αφορούν την ανάπτυξη νέων εννοιών, τη σύνδεση συμβόλων και εννοιών και την αξιολόγηση της κατανόησης

των παιδιών. Ειδικότερα, τα εκπαιδευτικά υλικά ως μοντέλα βοηθούν τα παιδιά να σκεφτούν και να προβληματιστούν σχετικά με τις νέες ιδέες. Γι' αυτό τον σκοπό θα πρέπει να είναι πάντα άμεσα διαθέσιμα ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να μπορούν να τα επιλέξουν και να τα χρησιμοποιήσουν ελεύθερα. Για να βοηθήσουν με κάποια σημαντική ιδέα, θα πρέπει να υπάρχει διαθέσιμη ποικιλία μοντέλων. Τα μοντέλα λειτουργούν ως συνδετικοί κρίκοι ανάμεσα στις έννοιες και στα σύμβολα, καθώς επίσης και ως μέσο ανάπτυξης των εννοιών.

Όταν μέσα στη σχολική τάξη τα παιδιά χρησιμοποιούν μοντέλα με τρόπους που καταλαβαίνουν τα ίδια (αντί να ακολουθούν οδηγίες), το πώς χρησιμοποιούν τα χειραπτικά μοντέλα μας ανοίγει μια δίοδο προς το μυαλό των παιδιών (Van de Walle, 2005). Κατ' αυτόν τον τρόπο η παρατήρηση των μαθητών και των μαθητριών στην τάξη μετατρέπεται σε διαδικασία αξιολόγησης τους. Αν θέλουμε να μάθουμε ποιες έννοιες και τι είδους κατανόηση έχουν οικοδομήσει τα παιδιά, μια καλή πρόταση είναι να τα βάλουμε να μας εξηγήσουν τις ιδέες με χειραπτικά υλικά. Τα μοντέλα εφοδιάζουν τα παιδιά με ένα αντικείμενο σχολιασμού όταν η επεξήγηση των αφηρημένων ιδεών αποδεικνύεται μάλλον δύσκολη.

Η έρευνα έχει δείξει, άλλωστε, ότι αρκετές φορές η χρήση του εκπαιδευτικού υλικού δεν παίζει μόνο διαμεσολαβητικό ρόλο ανάμεσα στο «χειροπιαστό» και το «αφηρημένο» αλλά αποτελεί μια καλή ευκαιρία ανάδειξης και διαπραγμάτευσης πρότερων εμπειριών των παιδιών και εξέλιξης των εμπειριών αυτών σε γνώσεις. Άλλες φορές είναι δυνατόν να βοηθήσει το παιδί και τον εκπαιδευτικό σε μεταγνωστικές διαδικασίες μέσα από συνδέσεις διαφορετικών εννοιών που αναδύονται από διαφορετικές χρήσεις του ίδιου του υλικού, όπως για παράδειγμα με τις ράβδους Cuisenaire που ο αριθμός που αντιστοιχεί σε μια ράβδο μπορεί να δηλώνει μήκος, ή να συνδέεται με μια μονάδα μέτρησης ή με μια ακέραια μονάδα όταν συζητούμε κλασματικές έννοιες.

Όπως συμβαίνει πάντοτε έτσι και στη χρήση των χειραπτικών υλικών υπάρχουν κάποια μειονεκτήματα τα οποία προκύπτουν ουσιαστικά από την αλόγιστη και μη συνετή τους χρήση. Συγκεκριμένα, το μεγαλύτερο λάθος γίνεται όταν ο διδάσκων λέει στα παιδιά «Κάντε ό,τι κάνω». Νιώθουμε τον φυσικό πειρασμό αφού δώσουμε το χειραπτικό υλικό στα παιδιά να τους «δείξουμε» και πώς ακριβώς να το χρησιμοποιούν. Τα παιδιά θα ακολουθήσουν τυφλά τις οδηγίες του δασκάλου, ενώ μπορεί ακόμη και να δείξουν πως καταλαβαίνουν. Είναι εξίσου πιθανό να βάλουμε τους μαθητές και τις

μαθήτριες να μετακινούν μηχανικά τους κύβους από δω κι από κει, όπως όταν τους διδάσκουμε πώς να «αντιστρέφουν και να πολλαπλασιάζουν» μηχανικά. Καμία από τις δύο προσεγγίσεις δεν προάγει την σκέψη ούτε βοηθά στην ανάπτυξη των εννοιών (Ball, 1992 & Clements&Battista, 1990).

Φυσικό επακόλουθο μιας υπερβολικά κατευθυνόμενης χρήσης των μοντέλων είναι να αρχίσουν τα παιδιά να τα χρησιμοποιούν ως μηχανισμούς λήψης απαντήσεων παρά ως παιχνίδια σκέψης. Όταν η λήψη απαντήσεων, και όχι η επίλυση προβλημάτων, γίνεται σκοπός του μαθήματος, τα παιδιά θα κλίνουν προς την ευκολότερη διαθέσιμη μέθοδο που θα τους δώσει τις απαντήσεις. Παραδείγματος χάριν, αν έχουμε παρουσιάσει και εξηγήσει προσεκτικά στα παιδιά πώς να οδηγηθούν στην απάντηση με τη βοήθεια μιας σειράς μετρήσεων, τότε κατά πάσα πιθανότητα θα επιλέξουν να μιμηθούν αυτή τη μέθοδο. Η δραστηριότητα δεν θα περιλαμβάνει κανενός είδους σκέψη αν το παιδί δεν κάνει άλλο από το να διερευνά τις έννοιες που μελετούμε σύμφωνα με τις οδηγίες μας. Όταν μια δραστηριότητα δεν περιλαμβάνει συλλογισμό, η ανάπτυξη συντελείται στο ελάχιστο, ενώ στο ελάχιστο δομείται και η κατανόηση.

Είναι σημαντικό να κατανοήσουμε ότι τα χειραπτικά υλικά, παρότι εξαιρετικά χρήσιμα διδακτικά υλικά, δεν αποτελούν πανάκεια. Για να μπορέσει ένας μαθητής να «δει» μια έννοια στο μοντέλο πρέπει να την κατέχει ήδη. Το παιδί είναι σε θέση να διακρίνει μόνο το φυσικό αντικείμενο. Η έννοια αποκτάται σιγά σιγά, με την πάροδο του χρόνου. Η διεξοδική συζήτηση, η επιχειρηματολογία για μια άποψη, η ακρόαση των άλλων και η περιγραφή και η εξήγηση είναι απαραίτητες και δίχως αυτές τα χειραπτικά υλικά μένουν αντικείμενα κενά νοήματος και ουσίας. Δίχως σαφώς προσδιορισμένους στόχους, κατάλληλη προετοιμασία και διακριτικό χειρισμό, τα χειραπτικά υλικά οδηγούν μάλλον σε αντίθετα από τα επιθυμητά αποτελέσματα.

2.4. Η θέση τους στα Αναλυτικά προγράμματα

Σύμφωνα με το γενικό μέρος του Δ.Ε.Π.Π.Σ. «η ολιστική προσέγγιση της γνώσης είναι απαραίτητη για την ανάπτυξη της ικανότητας του μαθητή για μια πιο αποτελεσματική εξέταση θεμάτων και προβλημάτων της καθημερινής ζωής. Στο πλαίσιο αυτό ο εκπαιδευτικός είναι μεσολαβητής στην αυτόνομη μάθηση, την οποία οι μαθητές αποκτούν μέσα από την ενεργό συμμετοχή τους σε σχετικές δραστηριότητες. Στα

Δ.Ε.Π.Π.Σ. δίνεται έμφαση στην ενεργητική μεθοδολογία και ορίζονται γενικώς: Οι προδιαγραφές για τη δημιουργία του απαραίτητου υποστηρικτικού διδακτικού υλικού, στο οποίο πρέπει να διασφαλίζεται και η πρόσβαση των ατόμων με αναπηρίες».

Με προτεινόμενη, λοιπόν, ως καταλληλότερη την ενεργητική μεθοδολογία, τα διάφορων ειδών διδακτικά υλικά εισέρχονται δυναμικά στην πρωτοβάθμια και όχι μόνο εκπαίδευση. Σύμφωνα με τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης, με τις οποίες εναρμονίζεται και υποστηρίζει το Δ.Ε.Π.Π.Σ., η διδακτική πράξη οφείλει να διέρχεται τριών σταδίων: πραξιακό-εικονικό-συμβολικό. Σ' αυτό το πλαίσιο, «η χρήση ενός αποδεικτικού σχήματος που αναπλαισιώνει το πρόβλημα (από το συμβολικό επίπεδο στο εικονικό) μπορεί να προσφέρει αρχικά εξήγηση και στη συνέχεια να συμβάλλει στη γενίκευση και την αφαίρεση. Έτσι, παρέχοντας τη δυνατότητα πολλαπλών αναπαραστάσεων των μαθηματικών ιδεών (πραγματικές καταστάσεις, χειραπτικά υλικά, εικόνες, προφορική γλώσσα, γραπτός συμβολισμός) υποβοηθούμε την κατανόηση των μαθηματικών ιδεών».

Πέρα από το γενικό όμως μέρος του Δ.Ε.Π.Π.Σ., στο οποίο γίνεται σαφής η αναγκαία είσοδος των χειραπτικών υλικών στη διδασκαλία, ειδικότερα το Α.Π.Σ. των μαθηματικών παρουσιάζει όλα τα χειραπτικά υλικά και τα εντάσσει δυναμικά στις επιμέρους διδακτικές ενότητες κάθε τάξης του Δημοτικού μα και του Γυμνασίου. Στην προτεινόμενη διδακτική μεθοδολογία, άλλωστε, τονίζεται η δημιουργία ερευνητικού κλίματος και ανακαλυπτικής διάθεσης στην τάξη, όπως επίσης και η χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων των εννοιών από τους μαθητές.

Β' ΜΕΡΟΣ

Η ΧΡΗΣΗ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΩΝ
ΥΛΙΚΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΣΚΟΠΟΙ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Από τα πιο συνηθισμένα ερωτήματα που θέτουν οι μαθητές στους καθηγητές τους είναι «Γιατί μαθαίνουμε Μαθηματικά;» και «Πού θα μας χρησιμεύσουν;» Οι απαντήσεις που δίνονται συνήθως είναι «Επειδή είναι χρήσιμα» και « Σε όλους τους τομείς της ζωής», αντίστοιχα. Αν ρωτήσουμε, όμως, τους μαθητές, θα διαπιστώσουμε πως κανένας δεν έχει μείνει ικανοποιημένος με τις παραπάνω απαντήσεις. Εύκολα θα μπορούσε να πει κάποιος πως τα Μαθηματικά δεν είναι και τόσο χρήσιμα, αφού οι περισσότεροι άνθρωποι χρειάζονται μόνο τις τέσσερις πράξεις στην καθημερινότητα τους. Ποιος, όμως, είναι ο λόγος για τον οποίο μαθαίνουμε όλα αυτά τα Μαθηματικά, τα οποία ελάχιστοι άνθρωποι χρησιμοποιούν στο επάγγελμά τους; Ποιοι είναι, άραγε, οι σκοποί και οι στόχοι της διδασκαλίας των Μαθηματικών;

Γενικά, μπορούμε να ορίσουμε τρεις άξονες διατύπωσης των σκοπών της μαθηματικής παιδείας. Σε κάθε άξονα-σκοπό περιγράφονται και οι ανάλογοι στόχοι. Οι σκοποί, λοιπόν, της διδασκαλίας των Μαθηματικών διακρίνονται ως εξής:

· Στην πρώτη κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται οι πρακτικοί σκοποί, *«κείνοι δηλαδή που αναφέρονται στην άμεση ή έμμεση χρησιμότητα που μπορούν να έχουν οι μέθοδοι, οι διαδικασίες και οι τεχνικές των Μαθηματικών για το ίδιο το άτομο και κατ' επέκταση για την κοινωνία»* (Τουμάσης, 2004). Οι πρακτικοί σκοποί της μαθηματικής εκπαίδευσης πραγματοποιούνται μέσω της υλοποίησης συγκεκριμένων στόχων. Αυτοί αφορούν την κατανόηση των βασικών αλγεβρικών πράξεων και εξάσκηση σε υπολογισμούς, γνώση σχεδιασμού γεωμετρικών σχημάτων, ώστε να μπορούν να αναπαραστήσουν γραφικά το χώρο που μας περιβάλλει, ικανότητα ερμηνείας των γραφικών παραστάσεων καθώς και απόκτηση επιστημονικού τρόπου σκέψης.

Ο τελευταίος στόχος είναι δυνατόν να επιτευχθεί μέσω των διαδικασιών επίλυσης προβλημάτων, στις οποίες, δίνει μεγάλη έμφαση η νέα μεταρρύθμιση της μαθηματικής εκπαίδευσης. Οι μαθητές, έτσι, εργάζονται πάνω σε μοντέλα, τα οποία αντικατοπτρίζουν πραγματικές προβληματικές καταστάσεις. Καλούνται να προσδιορίσουν ένα πρόβλημα, να επιστρατεύουν διανοητικές λειτουργίες τους, όπως μνήμη, κρίση, φαντασία,

κ.ά., να συνθέσουν ένα συλλογισμό επίλυσης, να τον εφαρμόσουν, να ελέγξουν τα αποτελέσματα και να αξιολογήσουν την ορθότητά τους. Μέσω της επίλυσης προβλημάτων, ουσιαστικά, οι μαθητές μαθαίνουν έμμεσα να αντιμετωπίζουν πολλές από τις καθημερινές δυσκολίες, που θα συναντήσουν στο μέλλον.

Έπειτα, ακολουθεί η κατηγορία των μορφωτικών σκοπών όπου με τον όρο αυτό, εννοούμε τους σκοπούς που συμβάλλουν στο σχηματισμό στάσεων και δεξιοτήτων και στην ανάπτυξη κάποιων διανοητικών γνωρισμάτων. Οι μορφωτικοί σκοποί, μπορούν να επιτευχθούν με την πραγματοποίηση των εξής στόχων: εκμάθηση και σωστή χρήση της αυστηρά δομημένης γλώσσας των Μαθηματικών, προκειμένου να αποκτήσουν οι μαθητές θετικές διανοητικές στάσεις ζωής, όπως ακρίβεια, σαφήνεια, πειθαρχία, κ.ά., ανακάλυψη της γνώσης από τους μαθητές μέσω της παρατήρησης, της εξερεύνησης. Οι μαθητές, λοιπόν, καλούνται προς ανίχνευση των νόμων και κανόνων που διέπουν τα Μαθηματικά και αναγνώριση κοινών σχέσεων σε διαφορετικά πεδία. *«Έτσι, θα αναπτύξουν ικανότητες καθαρής λογικής σκέψης, θα διαμορφώσουν σωστή κρίση και θα μάθουν να αναγνωρίζουν λογικές σχέσεις μεταξύ ανεξάρτητων γεγονότων.»* (Τουμάσης, 2004)

Στην τρίτη κατηγορία, των πολιτισμικών σκοπών, συμπεριλαμβάνονται οι σκοποί εκείνοι που συμβάλλουν στην αναγνώριση της αξίας των Μαθηματικών ως διανοητικού, ηθικού, αισθητικού, πνευματικού και γενικά πολιτισμικού αγαθού. Οι στόχοι, μέσω των οποίων πραγματοποιούνται οι πολιτισμικοί σκοποί είναι οι ακόλουθοι: απόκτηση γνώσης της ιστορικής εξέλιξης των Μαθηματικών, ώστε να συνειδητοποιήσουν την ευρύτητα και τη δυναμική τους, καθώς και το ρόλο που αυτά έχουν παίξει στη διαμόρφωση της κοινωνίας καθώς και απόδοση έμφασης στα μαθήματα της Γεωμετρίας, της Τριγωνομετρίας και της Στερεομετρίας, προκειμένου να αναγνωρίσουν τα παιδιά της ομορφιά, την αρμονία και τη συμμετρία των σχημάτων της φύσης.

Οι παραπάνω σκοποί της μαθηματικής εκπαίδευσης φυσικά και διαφέρουν από χώρα σε χώρα. Εξαρτώνται κάθε φορά από το κοινωνικό, οικονομικό, πολιτικό και πολιτισμικό υπόβαθρο που υπάρχει. Επίσης, η ανάλυση των παραπάνω σκοπών σε στόχους δεν είναι μονοσήμαντη. Αντίθετα, επηρεάζονται από το κάθε εκπαιδευτικό σύστημα, από τις κοινωνικο-οικονομικές συνθήκες που επικρατούν, από κάποια ειδικά χαρακτηριστικά των ομάδων των μαθητών, από την ηλικία τους κ.λ.π..

Ανεξάρτητα από όλα αυτά, όμως, οι διάφορες διανοητικές ικανότητες και οι στάσεις που αναπτύσσονται σαν αποτελέσματα των μορφωτικών, κυρίως, σκοπών δεν είναι εξακριβωμένο ότι προέρχονται από τη διδασκαλία μόνο των Μαθηματικών. Βέβαια, υπάρχουν κάποιες ικανότητες, οι οποίες, όπως έχουν δείξει ψυχολογικές έρευνες, αναπτύσσονται μόνο μέσω των Μαθηματικών. Το σίγουρο, πάντως, είναι πως η μαθηματική εκπαίδευση είναι απαραίτητη για την ολοκλήρωση και την εξέλιξη του ατόμου. Για το λόγο αυτό τα Μαθηματικά αποτελούν και θα συνεχίσουν να αποτελούν ένα από τα βασικότερα μελετήματα της παιδείας που παρέχει κάθε χώρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

2.1. Μπιχεβιοριστική Θεωρία

Η μπιχεβιοριστική θεωρία μάθησης ή μπιχεβιορισμός, όπως αλλιώς ονομάζεται, στηρίζεται στην άποψη ότι η μάθηση και η απόκτηση γνώσης είναι αποτελέσματα της αλληλεξάρτησης ανάμεσα στα ερεθίσματα, που δέχεται το άτομο από το περιβάλλον του και τις αντιδράσεις του στα ερεθίσματα αυτά. Κλασικό παράδειγμα της διαδικασίας μάθησης, σύμφωνα με τη μπιχεβιοριστική θεωρία είναι το γνωστό πείραμα του Ρανλον. Ο Ρώσος φυσιολόγος Ρανλον έδινε τροφή σε ένα σκύλο καθημερινά, αφού χτυπούσε ένα καμπανάκι. Η προσφορά, δηλαδή, τροφής συνοδευόταν από ένα συγκεκριμένο ήχο. Μετά από πολλές επαναλήψεις της ίδιας διαδικασίας, ο Ρανλον παρατήρησε πως ο σκύλος, μόλις άκουγε το γνωστό -πλέον- ήχο, είχε έκκριση σάλιου. Το πείραμα αυτό έγινε και σε άλλα ζώα, όπως γάτες, ποντίκια, χιμπατζήδες κ.τ.λ. , με διαφορετικά, όμως, ερεθίσματα. Τα αποτελέσματα ήταν τα ίδια με την περίπτωση του σκύλου.

Οι μπιχεβιοριστές, λοιπόν, παραλληλίζουν την ανθρώπινη μάθηση με εκείνη των ζώων και πιστεύουν πως τα πάντα είναι συνδέσεις της μορφής ερέθισμα- αντίδραση. Ο άνθρωπος λειτουργεί ως παθητικός δέκτης ερεθισμάτων από το γύρω περιβάλλον του, στα οποία αντιδρά με κάποιο τρόπο. Αν η αντίδραση αυτή συσχετιστεί με «αμοιβή» και αν η όλη διαδικασία επαναληφθεί αρκετές φορές, τότε ο άνθρωπος έχει μάθει. Για παράδειγμα, σε μια ερώτηση ,πρόσθεσης για παράδειγμα, του δασκάλου (ερέθισμα) ο μαθητής δίνει μια απάντηση (αντίδραση). Αν η απάντηση αυτή είναι σωστή, τότε ο δάσκαλος θα τον επιβραβεύσει (αμοιβή). Με την επανάληψη της ίδιας ερώτησης και της ίδιας απάντησης, η αμοιβή δεν είναι πια απαραίτητη και ο μαθητής έχει μάθει.

Ο μπιχεβιορισμός έχει χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία των Μαθηματικών για πολλά χρόνια και εξακολουθεί να χρησιμοποιείται ακόμη, λόγω των θετικών αποτελεσμάτων του στην εκμάθηση των μηχανικών πράξεων. Το βασικό μειονέκτημα, όμως, αυτής της θεωρίας είναι το ότι δεν ερμηνεύει ικανοποιητικά τη μάθηση σύνθετων μορφών. Υποστηρίζει πως κάθε τέτοια μορφή αποτελείται από ένα σύνολο απλών καταστάσεων, των οποίων η κατανόηση ερμηνεύει και την πιο σύνθετη συμπεριφορά.

Δεν μπορεί, όμως, κανείς να αναλύσει την ανακάλυψη ενός νέου θεωρήματος ή την επίλυση ενός πρωτότυπου προβλήματος σε απλά βήματα. Γι' αυτό το λόγο είναι από όλους παραδεκτό πως η μιχεβιοριστική προσέγγιση παρεμποδίζει την ανάπτυξη ανώτερης μαθηματικής σκέψης και πως η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν θα πρέπει να στηρίζεται μόνο σε αυτή τη θεωρία μάθησης. Ο μιχεβιορισμός, σε μια πιο σύγχρονη μορφή του, εμφανίζεται στα προγράμματα των ηλεκτρονικών υπολογιστών που χρησιμοποιούνται στη διδασκαλία των μαθηματικών.

2.2. Θεωρία του Ολομορφικού Πεδίου

Η δεύτερη θεωρία μάθησης έκανε την εμφάνισή της στις αρχές του 20ου αιώνα και είναι η θεωρία του ολομορφικού πεδίου. Πρωτοπόροι της ήταν τέσσερις Γερμανοί ψυχολόγοι: οι K. Lewin, W. Kohler, K. Koffka και M. Wertheimer. Η θεωρία τους για τη μάθηση επικεντρώνεται στη μελέτη του συνόλου και όχι στα μέρη, τα οποία τα αποτελούν. Για παράδειγμα, η κατανόηση της έννοιας του τριγώνου και των στοιχείων του (γωνίες, πλευρές, κ.ά.) δεν γίνεται με την απομόνωση και μελέτη κάθε πλευράς χωριστά. Τα ύψη, οι διάμεσοι, οι διχοτόμοι δε διατηρούν τη σημασία τους, όταν αντικατασταθεί το τρίγωνο από τα τρία ευθύγραμμα τμήματα που το αποτελούν. Κατά συνέπεια, η μελέτη των μερών δεν είναι ο πιο αποδοτικός τρόπος για την κατανόηση του συνόλου, όπως υποστήριξε η μιχεβιοριστική θεωρία.

Βασική παραδοχή της θεωρίας του ολομορφικού πεδίου είναι ότι η ολότητα της συμπεριφοράς του ατόμου περιλαμβάνει, από τη μία πλευρά στοιχεία του περιβάλλοντος, όπως τα βλέπει το πρόσωπο και από την άλλη στοιχεία του δρώντος προσώπου μέσα στο περιβάλλον. Ο άνθρωπος, δηλαδή, βρίσκεται σε αμοιβαία αλληλεπίδραση με το περιβάλλον του. Όσον αφορά στη μάθηση, η παραπάνω θεωρία υποστηρίζει ότι πρόκειται για διαδικασία απόκτησης ή μεταβολής διαισθήσεων, απόψεων ή πρότυπων σκέψεων. Για να επιτευχθεί η μάθηση πρέπει να αναπτυχθούν μέσα στο ζωτικό χώρο του ατόμου, δηλαδή στην ολότητα της συμπεριφοράς του σε δεδομένη στιγμή, πολλές δυνάμεις, οι οποίες αποτελούν έναν τελικό σκοπό. Έτσι, στη θεωρία του ολομορφικού πεδίου σημαντικό ρόλο για τη μάθηση παίζουν οι δυνάμεις, τα κίνητρα και ο τελικός σκοπός.

2.3. Θεωρία της Επεξεργασίας Πληροφοριών

Η θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών στηρίζεται στην αντίληψη ότι το ανθρώπινο μυαλό συνεχώς προσλαμβάνει πληροφορίες από το εξωτερικό ή το εσωτερικό περιβάλλον, τις επεξεργάζεται και τις αποθηκεύει αναλόγως σε μνήμες διαφορετικής χωρητικότητας. Ο εγκέφαλος, δηλαδή, λειτουργεί όπως ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής, στον οποίο εισάγονται στοιχεία πληροφοριών, γίνεται η επεξεργασία τους και προκύπτουν τα αποτελέσματα που δείχνουν ότι η μάθηση πραγματοποιήθηκε. Η θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών δίνει μεγάλη έμφαση στη μνήμη. Η μνήμη, όπως είναι γνωστό, διακρίνεται σε βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη. Η βραχυπρόθεσμη αποτελεί το χώρο επεξεργασίας των πληροφοριών. Τα δεδομένα κωδικοποιούνται, εναποθηκεύονται προσωρινά εκεί και διατηρούνται για μερικά μόνο δευτερόλεπτα. Μέσω, όμως, της επανάληψης οι πληροφορίες διατηρούνται περισσότερο χρόνο, συστηματοποιούνται, δομούνται με κατάλληλο τρόπο και εναποθηκεύονται μόνιμα στη μακροπρόθεσμη μνήμη. Στην περίπτωση ανάκλησης των πληροφοριών από τη μακροπρόθεσμη μνήμη γίνεται πρώτα το πέρασμά τους στη βραχυπρόθεσμη και ύστερα η εξωτερίκευσή τους στο περιβάλλον.

Η βραχυπρόθεσμη μνήμη έχει τη δυνατότητα να συγκρατεί περιορισμένο μόνο αριθμό πληροφοριών σε μια δεδομένη στιγμή. Εάν είναι πλήρης, η νέα πληροφορία που έρχεται είτε από το εξωτερικό περιβάλλον, είτε από τη μακροπρόθεσμη μνήμη, γίνεται αποδεκτή στη θέση της παλιάς, η οποία χάνεται. Μέσω της επανάληψης, όμως, είναι δυνατό να διατηρηθεί η παλιά πληροφορία στη βραχυπρόθεσμη μνήμη για περισσότερο καιρό. Δυστυχώς, η επανάληψη δεν μπορεί να αυξήσει τη χωρητικότητα της βραχυπρόθεσμης μνήμης. Στο σημείο αυτό παρεμβαίνει αποτελεσματικά η έννοια του αυτοματισμού. Με τον όρο «αυτοματισμός» εννοούμε την εκτέλεση μιας διαδικασίας, χωρίς να χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή. Έτσι, δεν απαιτείται μνήμη για την εκτέλεση, με αποτέλεσμα να δημιουργείται περισσότερος χώρος για νέες πληροφορίες.

Οι έννοιες της επανάληψης και του αυτοματισμού έχουν πολύ μεγάλη σημασία για τη μάθηση των Μαθηματικών. Δεν θα πρέπει να ξεχνάμε, όμως, και τις αρνητικές τους πλευρές, τον κίνδυνο, δηλαδή, της καθαρά μηχανικής μάθησης. Η υιοθέτηση της θεωρίας επεξεργασίας πληροφοριών στη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι πραγματικά αποτελεσματική, αν πληροί ορισμένες προϋποθέσεις. Οι μαθητές, λοιπόν, θα

πρέπει να κατανοούν και τις διάφορες μαθηματικές έννοιες και να τις συνδέουν με λογική σειρά, ώστε να μπορούν εύκολα να τις αποθηκεύουν στη μνήμη τους. Ο σωστός, εξάλλου, τρόπος ταξινόμησης των πληροφοριών στη μνήμη συμβάλλει άμεσα στην επιτυχία των μαθητών στα Μαθηματικά.

2.4. Θεωρία των Ιεραρχιών Μάθησης

Όπως συμβαίνει και σε άλλες επιστήμες, έτσι και στα μαθηματικά η διάρθρωση των περιεχομένων των βιβλίων, αλλά και η διδασκαλία του μαθηματικού αντικειμένου ακολουθούν μια πορεία από το απλό στο σύνθετο. Η καινούργια γνώση, δηλαδή, χτίζεται πάνω στην παλιότερη. Από τις θεωρίες μάθησης που αναφέρθηκαν προηγουμένως, καμία δεν μπόρεσε να εξηγήσει, γιατί η διάταξη της διδασκαλίας από το απλό στο σύνθετο και από το εύκολο στο δύσκολο είναι καλύτερη από άλλες. Όλες οι προηγούμενες θεωρίες υποστήριζαν και ακολουθούσαν την παραπάνω τακτική, αλλά καθαρά διαισθητικά. Δεν υπήρχε, δηλαδή, καμία εξήγηση για ποιο λόγο η μάθηση απλών εννοιών αρχικά, διευκολύνει την κατανόηση των δύσκολων.

Ο πρώτος, που προσπάθησε να δώσει εξήγηση με αυστηρό τρόπο, ήταν ο Robert Gagne (1970). Ο Gagne ανέπτυξε μια νέα θεωρία μάθησης, η οποία βασίζεται στην ιδέα ότι οι απλούστερες μαθηματικές δραστηριότητες αποτελούν τα δομικά υλικά για τις πιο πολύπλοκες, οι οποίες -με τη σειρά τους- μπορούν να αναλυθούν στα πιο απλά τους συστατικά. Ο Gagne αναγνώρισε το γεγονός ότι η εκμάθηση μιας έννοιας, ενός κανόνα ή η επίλυση ενός προβλήματος προϋποθέτουν την ύπαρξη κάποιων νοητικών δεξιοτήτων και κάποιων βασικών γνώσεων. Αυτό δείχνει πως ο μηχανισμός της μάθησης είναι επισωρευτικός, δηλαδή η εκμάθηση μιας νέας γνώσης βασίζεται στην προηγούμενη. Η μέθοδος που επινόησε ο Gagne στηρίζεται στην ερώτηση: «Τι πρέπει να γνωρίζει κάθε φορά ο μαθητής, για να φθάσει στο στόχο του;» Αυτή η τεχνική μάθησης άμα εφαρμόζεται σωστά, είναι πραγματικά αποτελεσματική, αφού παρεμποδίζει τη δημιουργία κενών στον μαθητή.

Γνωρίζουμε, όμως, πως ο τρόπος και η ταχύτητα εκμάθησης γνώσεων διαφέρει από άνθρωπο σε άνθρωπο. Είναι δυνατό, λοιπόν, κάποια άτομα να προσπερνούν τις απλές έννοιες και να μαθαίνουν τις πιο σύνθετες, χωρίς να έχουν τις προαπαιτούμενες γνώσεις. Αυτό συμβαίνει, κυρίως, όταν η παρακίνηση του παιδιού για μάθηση είναι

μεγάλη ή όταν το γνωστικό αντικείμενο έχει πολλές εφαρμογές και τονίζεται η σημασία του. Σε αυτές τις περιπτώσεις, το άτομο μπορεί να φθάσει απευθείας στον τελικό του στόχο, χωρίς να ακολουθήσει τα ενδιάμεσα βήματα. Καμιά φορά, μάλιστα, αυτό έχει καλύτερο αποτέλεσμα. Πράγματι, ο Dienes απέδειξε ότι οι μαθητές που έμαθαν πρώτοι ένα πολύπλοκο παιχνίδι κι έμαθαν ύστερα μια πιο απλή παραλλαγή του χρειάστηκαν λιγότερο χρόνο από τους μαθητές, οι οποίοι ξεκίνησαν από το απλό και κατέληξαν στο πιο δύσκολο παιχνίδι. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να εξηγηθεί λογικά ως εξής : Κατά την προσπάθειά του να κατακτήσει τον τελικό του στόχο, ο μαθητής, ανακαλύπτει και αποκτά έμμεσα όλες τις προαπαιτούμενες δεξιότητες.

Οι παραπάνω διαπιστώσεις επαληθεύουν, για μία ακόμη φορά, την πολυπλοκότητα του φαινομένου της μάθησης, καθώς και τον πολύ σημαντικό ρόλο, που διαδραματίζουν τα στοιχεία του χαρακτήρα και οι διαφορές του κάθε ατόμου. Παρόλα αυτά, η θεωρία μάθησης του Gagne μπορεί να βοηθήσει τους καθηγητές να εντοπίσουν τα πιθανά σημεία δυσκολίας των Μαθηματικών, να οργανώσουν τη διδασκαλία τους και, προσαρμόζοντάς την στις ιδιαιτερότητες του κάθε μαθητή, να τον οδηγήσουν στην κατανόηση ακόμα και των πιο δύσκολων μαθηματικών εννοιών.

2.5. Αναπτυξιακή Θεωρία

Μέχρι τις αρχές του 20ού αιώνα επικρατούσε η άποψη ότι τα παιδιά, ανεξαρτήτως ηλικίας, μπορούν να σκέφτονται όπως οι μεγάλοι. Έτσι, η διδασκαλία των Μαθηματικών στα σχολεία, τόσο στους μικρότερους, όσο και στους μεγαλύτερους μαθητές, ήταν παρόμοια. Περιλάμβανε, δηλαδή, παρουσίαση του μαθήματος με τη μέθοδο της διάλεξης, σημειώσεις από τους μαθητές και στο τέλος επίλυση ασκήσεων. Όλα αυτά, όμως, άλλαξαν, όταν έκανε την εμφάνισή του ο Ελβετός γενετικός επιστημολόγος Jean Piaget (1896 - 1980) με το έργο του για τα στάδια της νοητικής ανάπτυξης. Ο Piaget, μελετώντας τα αποτελέσματα ενός τεστ ευφυΐας, που έκανε στο πειραματικό σχολείο του Παρισιού, παρατήρησε ότι τα παιδιά μιας ορισμένης ηλικίας έκαναν παρόμοια λάθη, τα οποία ήταν ποιοτικά διαφορετικά από τα λάθη των παιδιών μεγαλύτερης ή μικρότερης ηλικίας. Έτσι, κατέληξε στο συμπέρασμα πως η νοητική ανάπτυξη του ανθρώπου εξελίσσεται σε τέσσερα στάδια, των οποίων η σειρά διαδοχής παραμένει αμετάβλητη.

Στο πρώτο στάδιο το αισθησιοκινητικό (0-2 χρόνια), το παιδί αντιλαμβάνεται το περιβάλλον του μέσω των αισθήσεων του (κυρίως όραση, ακοή και αφή). Δεν μπορεί, όμως, να εκφράσει με λέξεις οτιδήποτε βρίσκεται γύρω του και για αυτό αρκείται μόνο στην παρατήρηση. Τέλος, σκέφτεται εγωκεντρικά και δεν μπορεί να αντιληφθεί τις διάφορες καταστάσεις από άλλη οπτική γωνία, εκτός από τη δικιά του.

Στο δεύτερο στάδιο το προσυλλογιστικό (2-7 χρόνια) το παιδί αρχίζει να διαμορφώνει τη γλώσσα επικοινωνίας και να μαθαίνει κάποιες στοιχειώδεις έννοιες. Ταξινομεί τα διάφορα αντικείμενα με βάση τις ομοιότητες τους, όμως δεν μπορεί ακόμα να συγκεντρώσει την προσοχή του σε περισσότερες από μία καταστάσεις. Επίσης, ενώ γνωρίζει τη σημασία των εννοιών μακρύ, κοντό, βαρύ, ελαφρύ, ψηλό, χαμηλό, πλατύ, στενό, δεν έχει την αίσθηση της ποσότητας. Έτσι, αν βάλουμε την ίδια ποσότητα νερού σε ένα ψηλό ποτήρι, το παιδί θα νομίσει πως το νερό είναι περισσότερο. Οι μαθηματικές γνώσεις του παιδιού στο προσυλλογιστικό στάδιο περιορίζονται σε αυτές που προέρχονται μέσα από πρακτικές δραστηριότητες. Έτσι, το παιδί αναγνωρίζει τον κύκλο, το τρίγωνο, το τετράγωνο, αλλά δεν μπορεί να διατυπώσει τις ιδιότητές τους.

Στο τρίτο στάδιο των συγκεκριμένων συλλογισμών (7-12 χρόνια), το παιδί διαμορφώνει πιο συστηματική και πιο λογική σκέψη. Έτσι, αρχίζει να αντιλαμβάνεται σχέσεις μεταξύ πραγμάτων ή προσώπων, εκτελεί αντιστρέψιμες πράξεις, αποδέχεται την αντιστροφή κάποιων ενεργειών και συνεργάζεται με άλλα άτομα. Αντιλαμβάνεται, επίσης, τη διατήρηση της ποσότητας, συγκρίνει και συσχετίζει αντικείμενα και καταστάσεις, διατάσσει πράγματα σε σειρά με βάση κάποια χαρακτηριστικά τους και αναπτύσσει την ικανότητα της νοητικής αναπαράστασης. Στο στάδιο των συγκεκριμένων νοητικών ενεργημάτων, το παιδί αρχίζει να επεξεργάζεται κάποιες απλές μαθηματικές έννοιες, όπως αυτές του συνόλου, της διάταξης, του μήκους, του βάρους, του εμβαδού, κ.ά.. Δεν έχει, όμως, ακόμη την ικανότητα να κατανοήσει πιο πολύπλοκες έννοιες, οι οποίες συνδέονται με την αφαιρετική σκέψη.

Στο τέταρτο στάδιο των αφηρημένων συλλογισμών (13 χρόνων και πέρα) το κυρίαρχο χαρακτηριστικό είναι η ανάπτυξη της αφαιρετικής σκέψης, της σκέψης, δηλαδή, που δε στηρίζεται σε άμεσες εποπτείες. Ο έφηβος δε χρειάζεται πια συγκεκριμένα παραδείγματα, για να κατανοήσει μια έννοια, αλλά μπορεί να βασίζεται σε υποθέσεις, τόσο πραγματικές, όσο και φανταστικές. Η χρήση των αφηρημένων

συλλογισμών επιτρέπει στον έφηβο να κάνει κριτική και να επινοεί θεωρίες. Αυτός είναι κι ένας από τους βασικούς λόγους που οι έφηβοι οραματίζονται και ζουν στο μέλλον κι όχι μόνο στο παρόν.

Στην ηλικία των 15-16 χρόνων, η νοημοσύνη αρχίζει να παίρνει την τελική της ισορροπία. Έτσι, δημιουργείται ένα νέο είδος κρίσης, η οποία δε στηρίζεται πλέον σε αντικείμενα, αλλά σε καταστάσεις και υποθέσεις. Οι συλλογισμοί του εφήβου κατά την περίοδο αυτή παρουσιάζουν δύο βασικά χαρακτηριστικά τη συνδυαστικότητα και τη δυνατότητα αντιστροφής και αμοιβαιότητας. Η συνδυαστικότητα κάνει τους συλλογισμούς να αποκτήσουν ευελιξία και να μπορούν πια να απομακρυνθούν από τις πρώτες συνδέσεις τους. Η αντιστροφή και η αμοιβαιότητα έχουν σαν αποτέλεσμα να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας συλλογισμός, είτε ως αντίστροφος, είτε ως αμοιβαίος.

Ο έφηβος στο στάδιο των αφηρημένων συλλογισμών μπορεί, επίσης, να επεξεργαστεί συστήματα τριών ή περισσότερων μεταβλητών, καθώς και να εργαστεί με τύπους, όπως $E=a*b$, στους οποίους κάθε γράμμα αντιπροσωπεύει ένα μοναδικό αριθμό. Τέλος, μετά την ηλικία των 16-17 χρόνων, είναι σε θέση να δουλέψει με τύπους, χωρίς, όμως, να αντιστοιχεί κάθε γράμμα σε έναν αριθμό, και μπορεί να εργαστεί σε νέα μαθηματικά συστήματα, όπως είναι το σύνολο των πινάκων, οι διανυσματικοί χώροι, κ.ά..

Τα παραπάνω τέσσερα στάδια νοητικής ανάπτυξης χαρακτηρίζονται από την ιεραρχία τους. Σύμφωνα με τον Piaget, η σειρά διαδοχής παραμένει αναλλοίωτη. Είναι, όμως, δυνατό το πέρασμα από το ένα στάδιο στο άλλο να επιταχυνθεί, ανάλογα με το περιβάλλον του παιδιού, το κοινωνικό του στρώμα, κ.λ.π.. Αυτό που θα πρέπει να συγκρατήσουμε καλά στο μυαλό μας είναι ότι, για να φθάσουμε σε ένα ορισμένο στάδιο, πρέπει να έχουμε περάσει πρώτα από τα προηγούμενα, ώστε να έχουμε την προκαταρκτική υποδομή, η οποία θα επιτρέψει την περαιτέρω πρόοδο.

Ο Piaget έβλεπε τη γνώση σαν μια διαδικασία προσαρμογής του ατόμου προς το περιβάλλον του. Ο άνθρωπος και το περιβάλλον του αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η νόηση είναι η ισορροπία αυτής της αλληλεπίδρασης. Για να φτάσει, όμως, κάποιος στη νόηση, είναι απαραίτητο να υπάρχει αφομοίωση. Το άτομο θα πρέπει, δηλαδή, να μεταβάλλει μια καινούργια εμπειρία με κατάλληλο τρόπο, ώστε να μπορέσει να την απορροφήσει. Η μεταβολή αυτή της εμπειρίας γίνεται από μία ανθρώπινη λειτουργία, τη συμμόρφωση. Χωρίς τη συμμόρφωση και την αφομοίωση δεν υπάρχει προσαρμογή.

Και βέβαια, όλα αυτά δεν τελούνται χωρίς κάποια ώθηση. Η κινητήρια δύναμη, λοιπόν, για τη νοητική ανάπτυξη είναι η τάση που έχει κάθε οργανισμός να δημιουργεί αρμονική σχέση με το περιβάλλον του. Η θεωρία του Piaget για τη μάθηση αποτελεί ένα από τα πιο σημαντικά έργα, που μελετάνε αυτό το αντικείμενο, και έχει επηρεάσει άμεσα τη διαδικασία διδασκαλίας - μάθησης σε πολλές χώρες.

2.6. Θεωρία της ανακάλυψης

Μετά την αναπτυξιακή θεωρία του Piaget, πολλοί ψυχολόγοι και παιδαγωγοί προσπάθησαν να μελετήσουν παραπέρα το φαινόμενο της μάθησης. Ένας από αυτούς ήταν και ο Jerome Bruner, ο οποίος έδωσε έμφαση στη σημασία της ανακάλυψης και της διαίσθησης. Ο Bruner πίστευε πως ο βασικός ρόλος του εκπαιδευτικού είναι να βοηθάει τους μαθητές του να ανακαλύπτουν μόνοι τους τη γνώση. Φυσικά, υπάρχουν ποικίλοι τρόποι ανακάλυψης, όπως η μαιευτική μέθοδος του Σωκράτη, η εξερεύνηση κάποιων προβληματικών καταστάσεων, που σχετίζονται άμεσα με το μαθητή, η κατασκευή ειδικών προβλημάτων, μέσα από τα οποία μπορεί το παιδί να κατανοήσει κάποιες έννοιες και να βγάλει κανόνες, κ.ά.. Η σημασία της ανακάλυψης δεν εντοπίζεται τόσο στο αποτέλεσμα της, όσο στην ίδια τη διαδικασία εξερεύνησης.

Ο Bruner, όπως και ο Piaget, επέμενε πολύ στο ρόλο της ενεργητικότητας του ατόμου. Πίστευε πως η μάθηση δε μεταδίδεται, αλλά κατασκευάζεται και κατακτάται από το μαθητή. Η μάθηση απαιτεί εξερεύνηση, πειραματισμό, ανακατασκευή της γνώσης, ανακάλυψη. Η παθητική στάση του μαθητή παρεμποδίζει τις παραπάνω διαδικασίες και αποτελεί ανασταλτικό παράγοντα της απόκτησης γνώσης. Βέβαια, η μέθοδος της ανακάλυψης παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες. Για παράδειγμα, απαιτεί πολύ χρόνο και κάποιες ιδιαίτερες ικανότητες από τους μαθητές. Αυτά, όμως, δεν είναι τίποτα άλλο, παρά τεχνικά προβλήματα, τα οποία, σε σχέση με την προσφορά της ανακαλυπτικής μεθόδου στη μάθηση, φαίνονται ασήμαντα και μπορούν να αντιμετωπιστούν.

Ο Bruner τόνιζε στη θεωρία του, εκτός των άλλων, και τη σημασία της διαίσθησης για την κατανόηση των Μαθηματικών. Η διαισθητική σκέψη, σε αντίθεση με την αναλυτική, δεν προχωρά με προσεκτικά, σαφή βήματα. Η διαισθητική σκέψη είναι συμπληρωματικής φύσεως. Επιτρέπει ελευθερία, μεγάλα άλματα, χρήση της σύντομης



οδού και κατασκευάζει κατά κάποιον τρόπο ένα δρόμο, πάνω στον οποίο θα κινηθεί με καθορισμένα, βαθμιαία βήματα η αναλυτική σκέψη. Η διαίσθηση, επομένως, είναι πολύ σημαντική για τη μάθηση και η καλλιέργειά της θα πρέπει να είναι ένας από τους βασικούς σκοπούς της διδασκαλίας των Μαθηματικών.

Η άποψη του Bruner σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία ήταν πολύ προοδευτική για την εποχή εκείνη (δεκαετία 1950-1960) και αποτέλεσε βασικό κίνητρο για τη μεταρρύθμιση της μαθηματικής εκπαίδευσης, που έγινε λίγο αργότερα. Ο Bruner πίστευε πως οποιοδήποτε θέμα μπορεί να γίνει κατανοητό από τους μαθητές, εάν ο καθηγητής λάβει υπόψη του το στάδιο νοητικής ανάπτυξης του παιδιού και προσαρμόσει κατάλληλα το θέμα στο επίπεδο του μαθητή. Τίποτα δεν είναι από τη φύση του δυσνόητο. Η δυσκολία βρίσκεται στο να βρεθεί η σωστή προσέγγιση και ο ανάλογος τρόπος για την παρουσίασή του. Άμεση συνέπεια των παραπάνω απόψεων του Bruner ήταν η εφαρμογή του σπειροειδούς προγράμματος ανάπτυξης του μαθηματικού περιεχομένου. Το πρόγραμμα αυτό, που εφαρμόζεται ακόμη και σήμερα, έχει ως κεντρική ιδέα τη διδασκαλία των βασικών εννοιών, προσαρμοσμένων, όμως, στο ανάλογο στάδιο νοητικής ανάπτυξης, από πολύ νωρίς και την επανάληψή τους στις μεγαλύτερες τάξεις με συνεχή εμπλουτισμό, κάθε φορά, με νέα στοιχεία.

2.7. Κονστρουκτιβισμός

Οι απόψεις του Piaget για τη μάθηση είχαν μεγάλη απήχηση και επέδρασαν άμεσα στη διαμόρφωση των αντιλήψεων και των διδακτικών προσεγγίσεων των παιδαγωγών. Η αναπτυξιακή θεωρία αποτέλεσε την αφετηρία μιας νέας κατεύθυνσης στην ψυχοπαιδαγωγική, της θεωρίας του κονστρουκτιβισμού. Οι Piaget, Dienes, Singlair, κύριοι εκφραστές της κατασκευαστικής θεωρίας, όπως αλλιώς ονομάζεται ο κονστρουκτιβισμός, έδωσαν με τις εργασίες τους μια νέα διάσταση στην έννοια της μάθησης.

Η βασική παραδοχή του κονστρουκτιβισμού είναι ότι ο άνθρωπος κατασκευάζει τη γνώση και δεν τη δέχεται παθητικά. Η κινητήρια δύναμη για την κατασκευή της νέας γνώσης είναι πάντα μια προβληματική κατάσταση, την οποία οι υπάρχουσες γνώσεις του ατόμου δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν. Αυτή η ασυμφωνία και αστάθεια οδηγεί τον άνθρωπο σε ενεργοποίηση των ήδη υπάρχουσών γνωστικών δομών, σε

τροποποίησή τους και σε κατασκευή νέων γνώσεων, προκειμένου να ερμηνευτεί και να επιλυθεί το πρόβλημα. Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού περιλαμβάνει, εκτός των παραπάνω, τρεις βασικές ιδέες:

α) Οι μαθητές επινοούν προσωπικές μεθόδους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων,

β) Η μάθηση των Μαθηματικών συντελείται μέσα από την επίλυση προβλημάτων,

γ) Ο ρόλος της κοινωνικής ομάδας για τη μάθηση είναι καθοριστικός.

Όσον αφορά στην πρώτη ιδέα της κατασκευαστικής θεωρίας, έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά προτιμούν να επινοούν και να κατασκευάζουν δικούς τους τρόπους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, παρά να ακολουθούν τις υποδείξεις των καθηγητών. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν οι μαθητές βασίζονται στις προηγούμενες μαθηματικές τους γνώσεις. Έτσι, η διαφορά αυτών των μεθόδων είναι ουσιαστικά η διαφορά των προϋπάρχουσων γνώσεων. Σχετικά με τη δεύτερη ιδέα του κονστρουκτιβισμού, είναι γεγονός πως οι καταστάσεις, τις οποίες οι μαθητές βρίσκουν προβληματικές, προσελκύουν κατά πολύ το ενδιαφέρον τους. Τα παιδιά, ανάλογα με τη μαθηματική τους ωριμότητα και με το στάδιο νοητικής τους ανάπτυξης, προσπαθούν να επιλύσουν εκείνα τα προβλήματα που τους κάνουν αίσθηση. Με αυτό τον τρόπο ενεργοποιείται η μάθηση και οι μαθητές αποκτούν τις διάφορες γνώσεις.

Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού δίνει, τέλος, μεγάλη έμφαση στο ρόλο και τη συμβολή της κοινωνικής ομάδας στην κατασκευή της γνώσης. Η διαφορά των ιδεών και των απόψεων των μελών της ομάδας προκαλεί αστάθεια, με αποτέλεσμα να γίνεται αναδιοργάνωση της προηγούμενης γνώσης και κατάκτηση της νέας μέσα σε κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, ο κονστρουκτιβισμός αποτελεί την πιο αποδεκτή θεωρία για τη μάθηση και τη διδασκαλία. Παρόλο που δεν έχει αναπτύξει διδακτικές τεχνικές και μεθόδους, προσεγγίζει τη διδασκαλία, περιγράφοντας τους σκοπούς και τις επιδιώξεις της. Βασική, λοιπόν, επιδίωξη της διδασκαλίας, σύμφωνα με την κατασκευαστική θεωρία, είναι η παροχή ευκαιριών και η ενθάρρυνση του μαθητή να κατασκευάζει μόνος του τις μαθηματικές γνώσεις, μέσα από την εξερεύνηση τον πειραματισμό, το σχηματισμό υποθέσεων, τη γενίκευση, την αιτιολόγηση, κ.λ.π.. Μόνο έτσι μπορεί να εδραιωθεί η κατανόηση και να επέλθει η ουσιαστική μάθηση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Από την εποχή, όπου οι πρώτες κοινωνίες άρχισαν να μεταδίδουν τις γνώσεις και τις εμπειρίες τους στις νεότερες γενιές, δημιουργήθηκε η έντονη ανάγκη να οργανωθεί και να συστηματοποιηθεί αυτός ο τρόπος διδασκαλίας. Με την πάροδο των χρόνων έγινε σαφές ότι τη διδασκαλία την πλαισιώνουν κάθε φορά κάποιοι παράγοντες, όπως ο ρόλος του καθηγητή, ο ρόλος του μαθητή, οι σκοποί του αντικειμένου που διδάσκεται, οι ικανότητες που επιδιώκεται να αποκτήσει ο μαθητής, κ.ά.. Ανάλογα με τις αρχές της κάθε κοινωνίας, οι παραπάνω παράγοντες διαφοροποιούνται, διαμορφώνοντας έτσι κάποιες μεθόδους διδασκαλίας.

Από τις πιο σημαντικές μεθόδους που επηρέασαν τη διδασκαλία μέχρι τις πρώτες δεκαετίες του 20ου αιώνα, ήταν αυτή του Γερμανού παιδαγωγού Herbart, γνωστή ως και ερβαρτιανή μέθοδος. Η μέθοδος αυτή συνίσταται στην εκτέλεση πέντε βημάτων-διαδικασιών, που είναι τα ακόλουθα:

- (α) Προετοιμασία των μαθητών με ανάκληση προηγούμενων σχετικών γνώσεων, ώστε να μπορέσουν να δεχθούν καινούργιες.
- (β) Παρουσίαση του νέου αντικειμένου διδασκαλίας.
- (γ) Σύνδεση με τα προηγούμενα, ύστερα από εξήγηση και ανάλυση της νέας ενότητας.
- (δ) Γενίκευση και συνόψιση της ύλης.
- (ε) Εφαρμογή της καινούργιας γνώσης σε πραγματικές προβληματικές καταστάσεις.

Τα πέντε αυτά βήματα της ερβαρτιανής μεθόδου μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε μάθημα, βοηθώντας έτσι στο σχεδιασμό και τον προγραμματισμό του. Μπορούν, όμως, πολύ εύκολα να τυποποιήσουν τη διδασκαλία και να την καταστήσουν μη αποτελεσματική. Ο J. Dewey (1859-1952), επικριτής της ερβαρτιανής μεθόδου, την οποία θεωρούσε δασκαλοκεντρική, ήταν ο εισηγητής μιας νέας μεθόδου διδασκαλίας, της βιωματικής. Η βιωματική μέθοδος βασιζόταν στην αρχή της ενεργητικής συμμετοχής του μαθητή και ακολουθούσε τα εξής βήματα:

- (α) Εμπειρία: Ο εκπαιδευτικός εξετάζει και ελέγχει τις εμπειρίες του κάθε μαθητή, ώστε να μπορέσει να αποφανθεί αν ο τελευταίος είναι έτοιμος να δεχθεί τις καινούργιες γνώσεις.

(β) Σύνδεση: Ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να καλύψει τυχόν κενά των μαθητών του, ώστε να μπορέσουν αυτοί να συνδέσουν το νέο αντικείμενο μάθησης με τα προηγούμενα.

(γ) Ταξινόμηση των στοιχείων της νέας ενότητας με ιεραρχία.

(δ) Σχεδιασμός και εκτέλεση της διδασκαλίας σύμφωνα με τα προηγούμενα βήματα.

(ε) Επαλήθευση της καινούργιας γνώσης με βάση τις προηγούμενες.

(στ) Αξιολόγηση της διαδικασίας της μάθησης.

Η βιωματική μέθοδος διδασκαλίας του Dewey δίνει μεγάλη έμφαση στην ενεργό συμμετοχή του μαθητή και στη μάθηση μέσα από πραγματικές προβληματικές καταστάσεις. Οι σύγχρονες μέθοδοι διδασκαλίας, σε αντίθεση με τις παλαιότερες έχουν ως σκοπό την ανάπτυξη της ικανότητας σκέψης στο παιδί, τη σφαιρική ολοκλήρωση της προσωπικότητάς του και όχι την απλή αποθήκευση γνώσεων και την παθητικότητα. Εκτός των άλλων, λαμβάνουν υπόψη τους την αλληλεπίδραση των μαθητών μεταξύ τους και με τον καθηγητή και διαθέτουν ευελιξία, ώστε να βρίσκουν εφαρμογή σε πολλά μαθήματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

ΜΟΡΦΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

4.1. Αφηγηματική προσέγγιση

Στην αφηγηματική προσέγγιση ή διάλεξη, όπως αλλιώς ονομάζεται, το βασικότερο χαρακτηριστικό είναι η διήγηση και η παρουσίαση ενός θέματος από τον ομιλητή με τη μορφή του μονολόγου. Πρόκειται για ένα κατ' εξοχήν δασκαλοκεντρικό μοντέλο, στο οποίο ο εκπαιδευτικός έχει τον πρωταγωνιστικό ρόλο, ενώ οι μαθητές είναι απλά παθητικοί θεατές, που ακούνε και κρατάνε κάποιες φορές σημειώσεις. Το σχηματικό μοντέλο, δηλαδή, που χρησιμοποιείται στην αφηγηματική προσέγγιση είναι αυτό του πομπού και του δέκτη.

Η διάλεξη είχε πολύ μεγάλη απήχηση στα παλιότερα χρόνια. Οι καινούργιες, όμως, εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις και οι νέες θεωρίες μάθησης, οι οποίες τόνιζαν τη σημασία της ενεργούς συμμετοχής του παιδιού στη διαδικασία απόκτησης γνώσης προκάλεσαν την αμφισβήτηση της αφηγηματικής μορφής διδασκαλίας. Εκτός αυτών, ο μονόλογος από την πλευρά του καθηγητή και η παθητικότητα από το μέρος των μαθητών αποδείχθηκαν μη αποτελεσματικά. Πράγματι, τα παιδιά συναντούσαν πολλές δυσκολίες για ποικίλους λόγους. Πρώτα από όλα, ο εκπαιδευτικός υποθέτοντας ότι οι μαθητές του κατείχαν κάποιες βασικές γνώσεις και είχαν το ίδιο γνωσιακό υπόβαθρο, δίδασκε την κάθε ενότητα με τον ίδιο ρυθμό για όλους, με αποτέλεσμα οι πιο αδύνατοι μαθητές να μην μπορούν να παρακολουθήσουν. Η προσπάθεια, επίσης, του καθηγητή να καλύψει όσο το δυνατόν περισσότερη ύλη, χωρίς να ενδιαφέρεται για τη διαδικασία της μάθησης, έκανε τα παιδιά να αποκτούν γνώσεις, τις οποίες δεν ήξεραν πού και πώς να τις εφαρμόσουν.

Παρά το γεγονός ότι η αφηγηματική μορφή διδασκαλίας των Μαθηματικών αντιτίθεται στις σύγχρονες θεωρίες μάθησης, αφού περιορίζει την αυτενέργεια του μαθητή, σε ορισμένες περιπτώσεις η χρησιμοποίησή της είναι αναπόφευκτη. Έτσι, η εισαγωγή στο μάθημα, η ανακεφαλαίωσή του, στοιχεία σχετικά με την ιστορία των Μαθηματικών, πληροφορίες γύρω από τις εφαρμογές τους, κ.ά. είναι μερικές από τις περιπτώσεις, στις οποίες η αφήγηση είναι πολύ αποτελεσματική.

4.2. Ανακαλυπτική προσέγγιση

Σε αντίθεση με την αφηγηματική μορφή διδασκαλίας, η καθαρά ανακαλυπτική είναι μαθητοκεντρική. Ο μαθητής, δηλαδή, αυτενεργεί, ενώ ο ρόλος του καθηγητή περιορίζεται στο να δίνει συμβουλές. Το παιδί φθάνει στη γνώση μέσα από την εξερεύνηση και τον πειραματισμό. Βέβαια, υπάρχει και η καθοδηγούμενη ανακαλυπτική προσέγγιση, στην οποία ο μαθητής συμμετέχει ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία, την οποία, όμως, ελέγχει και καθοδηγεί ο εκπαιδευτικός. Ανάλογα με την πρωτοβουλία που θα δοθεί στα παιδιά, η καθοδηγούμενη ανακάλυψη μπορεί να γίνει δασκαλοκεντρική μορφή διδασκαλίας.

Η ανακαλυπτική προσέγγιση, είτε είναι ελεύθερη, είτε καθοδηγούμενη, ακολουθεί πάντα τα ακόλουθα πέντε βήματα:

- (α) Καθορισμός προβλήματος
- (β) Συγκέντρωση δεδομένων στοιχείων και ανάλυσή τους
- (γ) Σχηματισμός υπόθεσης
- (δ) Έλεγχος ισχύος της υπόθεσης
- (ε) Τελικό συμπέρασμα

Οι δύο παραπάνω προσεγγίσεις που αναφέραμε, η αφηγηματική και η ανακαλυπτική αποτελούν τα δύο άκρα των διαφόρων προσεγγίσεων. Ενδιάμεσα υπάρχουν κι άλλες μορφές διδασκαλίας, οι οποίες καθορίζονται από το ρόλο του καθηγητή και των μαθητών. Τα δύο άκρα, πάντως, δεν έχουν να προσφέρουν πολλά στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ούτε η διάλεξη, αλλά ούτε και η ελεύθερη ανακάλυψη οδηγούν το μαθητή στην απόκτηση γνώσης. Κάποια ενδιάμεση μορφή καθοδηγούμενης ανακάλυψης θα ήταν ίσως η καλύτερη διδακτική προσέγγιση.

Η καθοδηγούμενη ανακαλυπτική προσέγγιση έχει πολλά πλεονεκτήματα. Αρχικά δημιουργεί ένα ενεργητικό περιβάλλον. Οι μαθητές συμμετέχουν δραστήρια στη μαθησιακή διαδικασία, αναπτύσσοντας, έτσι, πρωτοβουλία και γενικά θετικές για αυτούς στάσεις. Εκτός από τις στάσεις, αναπτύσσουν και κάποιες δεξιότητες, τεχνικές και στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων, οι οποίες του βοηθούν να αντιμετωπίζουν πραγματικές καταστάσεις. Επίσης, μαθαίνουν να επικοινωνούν, τόσο με τον καθηγητή τους, όσο και μεταξύ τους και να ανταλλάζουν διαφορετικές απόψεις. Η προσπάθεια που καταβάλλει το ίδιο το παιδί, για να κατασκευάσει τη νέα γνώση έχει σαν

αποτέλεσμα να διατηρηθεί αυτή η γνώση για πολύ περισσότερο καιρό στο μυαλό του και να μπορεί να χρησιμοποιηθεί πιο αποτελεσματικά σε διάφορες προβληματικές καταστάσεις. Η έρευνα, τέλος, που γίνεται από το μαθητή, προκειμένου να μάθει το νέο αντικείμενο, τονώνει την αυτοπεποίθησή του και τον βοηθάει να γνωρίσει τις ικανότητές του.

Η διδασκαλία με τη μορφή της καθοδηγούμενης ανακάλυψης έχει, όπως είδαμε, ένα πλήθος πλεονεκτημάτων για τους μαθητές. Ο σχεδιασμός της, όμως, και η πραγματοποίησή της, παρουσιάζουν αρκετές δυσκολίες για τον καθηγητή. Πράγματι, ο τελευταίος πρέπει να αποφασίζει αρχικά σχετικά με το βαθμό επέμβασής του και καθοδήγησης των παιδιών. Πρέπει να βρίσκει τρόπους να ελέγχει τις υποθέσεις που κάνουν οι μαθητές του, να ανακεφαλαιώνει κάθε φορά όσα έχουν ειπωθεί μέχρι κάποια ορισμένη στιγμή να μην επιμένει στη φραστική διατύπωση των διαφόρων ανακαλύψεων, ειδικά στις μικρότερες τάξεις, κ.ά.

Κάνοντας, λοιπόν, το σχεδιασμό της διδασκαλίας μιας ενότητας Μαθηματικών και λαμβάνοντας υπόψη του τα παραπάνω στοιχεία ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να ακολουθήσει κάποια από τις ακόλουθες μορφές καθοδηγούμενης ανακάλυψης:

(α) **Δειγματική μορφή:** Σε αυτή τη μορφή διδασκαλίας, ο εκπαιδευτικός επιδεικνύει μια διαδικασία, η οποία αποτελεί υπόδειγμα κάποιας δεξιότητας ή πρότυπο ενός φαινομένου. Ο μαθητής παρατηρεί και προσπαθεί να αναπτύξει την ανάλογη ικανότητα πραγματοποίησης αυτής της διαδικασίας. Η δειγματική διδασκαλία περιλαμβάνει εποπτικά μέσα, εργαστηριακό εξοπλισμό, χρήση γεωμετρικών οργάνων, κ.ά..

(β) **Διδασκαλία με φύλλα εργασίας:** Τα φύλλα εργασίας δεν είναι τίποτα άλλο παρά γραπτές οδηγίες, οι οποίες δίνονται από τον καθηγητή στους μαθητές και έχουν ως στόχο να κατευθύνουν τις ενέργειες και γενικά τις εργασίες τους. Η συμμετοχή των παιδιών είναι, φυσικά, ενεργητική και γίνεται με γραπτό τρόπο. Έτσι, επιτυγχάνεται οικονομία χρόνου και οργάνωση των μαθημάτων.

(γ) **Εργαστηριακές προσεγγίσεις:** Η διδασκαλία μέσω εργαστηριακών προσεγγίσεων συμβάλλει στην ανάπτυξη της αυτενέργειας και της δημιουργικότητας του μαθητή. Η ενασχόληση του παιδιού με τα κατάλληλα εκπαιδευτικά μέσα και ο πειραματισμός του με αυτά, του προσφέρουν την ευκαιρία να αναδιοργανώσει και να τροποποιήσει τις προηγούμενες γνώσεις και να κατασκευάσει με πολύ ενδιαφέρον την

καινούργια. Η εργαστηριακή μορφή διδασκαλίας συνιστάται και εφαρμόζεται κυρίως στις μικρότερες τάξεις, όπου τα παιδιά βρίσκονται στο στάδιο των συγκεκριμένων συλλογισμών και χρειάζονται συγκεκριμένες πράξεις και δραστηριότητες για να μάθουν. Για την επιτυχία της μορφής αυτής, είναι απαραίτητο να γίνεται σωστή οργάνωση του μαθήματος από τον καθηγητή, η οποία συνίσταται στην εξασφάλιση αρκετών υλικών για όλους, στην ενθάρρυνση της συνεργασίας μεταξύ των μαθητών, στη συνεχή παρακολούθηση της εργασίας τους, στην επιβράβευση της πρωτοβουλίας, της φαντασίας, της πρωτοτυπίας τους, κ.ά..

(δ) **Συνεργατική μάθηση:** Σύμφωνα με αυτή τη μορφή καθοδηγούμενης ανακάλυψης, ο εκπαιδευτικός χωρίζει την τάξη σε ομάδες των 4-5 παιδιών, οι οποίες αναλαμβάνουν να διερευνήσουν κάποιο θέμα ή να επιλύσουν κάποιο πρόβλημα σε ορισμένο χρονικό διάστημα. Η προσέγγιση αυτή αναπτύσσει στα παιδιά την κριτική σκέψη, τους μαθαίνει να συνεργάζονται, να αλληλοβοηθούνται και να επικοινωνούν. Φυσικά, είναι δυνατό να δημιουργηθούν ανταγωνιστικές σχέσεις μεταξύ των διάφορων ομάδων και να προκληθούν προβλήματα. Τα πλεονεκτήματα, όμως, της συνεργατικής μάθησης είναι πολύ περισσότερα και αξίζει να προσπαθήσει ο εκπαιδευτικός να οργανώσει μια τέτοιου είδους διδασκαλία.

(ε) **Διδασκαλία με ερωτήσεις:** Οι ερωτήσεις αποτελούν ένα από τα πιο διαδεδομένα μέσα διδασκαλίας των Μαθηματικών. Έχουν ποικίλες εφαρμογές, με αποτέλεσμα να χρησιμοποιούνται για να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των μαθητών, να τους ενθαρρύνουν να εξερευνήσουν, να εισάγουν ένα νέο θέμα διδασκαλίας, να βοηθήσουν στη συνειδητοποίηση και εμπέδωση των διαφόρων μαθηματικών εννοιών και τεχνικών, να διαγνώσουν, να αξιολογήσουν, κ.λ.π.. Οι ερωτήσεις, δηλαδή, μπορεί να έχουν ως σκοπό την απλή εξάσκηση της μνήμης, την εξήγηση κάποιων καταστάσεων, την ανάλυση της γνώσης, την έρευνα, κ.ά.. Ανάλογα με το προς μάθηση αντικείμενο, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να υποβάλλει και σχετικές με αυτό ερωτήσεις. Οι κατάλληλες ερωτήσεις μπορούν να προωθήσουν αποτελεσματικά τη μάθηση και να βοηθήσουν τα παιδιά να αποκτήσουν πολύ ευκολότερα τις νέες γνώσεις.

Η καθοδηγούμενη ανακάλυψη δεν περιορίζεται στις παραπάνω μορφές. Η διδασκαλία των Μαθηματικών μπορεί να γίνει και με άλλους τρόπους, ανάλογα με τη θέληση και τη φαντασία που διαθέτει ο εκπαιδευτικός. Θα πρέπει, όμως, κάθε φορά να διέπεται από κάποιες συγκεκριμένες αρχές, ώστε να εξασφαλίζεται ένα κατάλληλο

περιβάλλον για την αποτελεσματική εκμάθηση του μαθηματικού αντικειμένου. Το κυρίαρχο στοιχείο που πρέπει να κατευθύνει τη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι η έμφαση στην πρωτοβουλία, τη συμμετοχή και την αυτενέργεια του μαθητή. Ο ρόλος του καθηγητή περιορίζεται μόνο σε κάποια σημεία, τα οποία το παιδί μόνο του δεν έχει τη δυνατότητα να ανακαλύψει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

5.1. Ράβδοι Cuisenaire

5.1.1. Περιγραφή υλικού

Οι ράβδοι του Cuisenaire έχουν κομμάτια με μήκη 1 έως 10 μετρημένα με βάση τη μικρότερη ράβδο. Κάθε μήκος είναι διαφορετικού χρώματος για να αναγνωρίζεται εύκολα. Το μοντέλο της ράβδου είναι ευέλικτο διαθέτοντας χωριστά χρώματα για συγκρίσεις.

5.1.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά

Οι ράβδοι του Cuisenaire χρησιμοποιούνται κυρίως για την ανάπτυξη των κλασματικών εννοιών και χαρακτηρίζονται ως μοντέλα μήκους τα οποία περιλαμβάνονται σε δραστηριότητες σύγκρισης μηκών. Οι δραστηριότητες που μπορούν να πραγματοποιηθούν αφορούν στην ανάπτυξη της έννοιας του αριθμού μέσα από αντιστοιχίσεις συνόλων (ομάδων) ομοειδών αντικειμένων με τον αριθμό και από σχέσεις μεταξύ των αριθμών. Η ανάπτυξη της έννοιας του αριθμού στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης από το παιδί είναι ζωτικής σημασίας όχι μόνο για την εκμάθηση των αριθμών και των σχέσεών τους αλλά και για την μετέπειτα επέκταση αυτής της γνώσης για την κατανόηση και άλλων αριθμών, όπως δεκαδικών κλασμάτων αλλά και μονάδων μέτρησης που στηρίζονται στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, όπως του μέτρου και των υποδιαϊρέσεών.

Μια πιθανή δραστηριότητα μπορεί να αφορά την τοποθέτηση των αριθμών ως το 10 σε σειρά έτσι ώστε να αυξάνεται η αξία του επόμενου σε σχέση με τον προηγούμενο κατά μία μονάδα μέσα από την επίλυση ενός προβλήματος. Οι ράβδοι τοποθετούνται στη σειρά και μπορεί ο εκπαιδευτικός να οδηγήσει το παιδί να παρατηρήσει ότι κάθε επόμενο σκαλί-χρώμα δημιουργείται με την προσθήκη μιας ακόμη λευκής ράβδου (δημιουργία του επόμενου αριθμού προσθέτοντας κάθε φορά μια μονάδα στον αριθμό-

ράβδο). Μια παραλλαγή αυτής της δραστηριότητας είναι η τοποθέτηση των αριθμών-ράβδων στη σειρά με αυξανόμενη αξία πρώτα και μειούμενη μετά κατά μία μονάδα του επόμενου από τον προηγούμενο, ώστε να σχηματιστούν δύο σκάλες του 10 (άνοδος και κάθοδος). Ο εκπαιδευτικός μπορεί να προκαλέσει τα παιδιά να ανεβούν δύο δύο τα σκαλιά και να τα κατεβούν όμοια, ή πέντε πέντε, κ.ο.κ. Έτσι, το παιδί καλείται να ανακαλύψει σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικές ράβδους. Εισάγεται με αυτόν τον τρόπο η κατασκευή αριθμού από την σύνθεση άλλων μικρότερων αριθμών.

Έπειτα, προκειμένου να επιτύχουμε τη μετάβαση από το χειραπτικό υλικό στην αναπαράσταση και το συμβολικό μπορούμε να ζητήσουμε από το παιδί να δομήσει τους αριθμούς από το 1 έως το 10. Ξεκινώντας με ένα λευκό ραβδάκι που αντιπροσωπεύει και ισούται με τον αριθμό 1, δύο λευκά ραβδάκια που αθροιζόμενα ισούνται με τον αριθμό 2 και συνεχίζοντας με τις αντίστοιχες ράβδους 2, 3, 4,... και 9 έτσι ώστε κάθε φορά να προστίθεται ένα λευκό ραβδάκι και να εξισώνεται το άθροισμα με τον επόμενο αριθμό. Οι ενέργειες με τις ράβδους και τα κυβάρια αντιστοιχούν σε προσθέσεις που στηρίζονται στη βάση του ότι κάθε αριθμός δημιουργείται από τον προηγούμενό του στον οποίο προσθέτουμε μια μονάδα. Απέναντι από κάθε πράξη με ράβδους το παιδί εκτελεί και την αντίστοιχη πράξη της πρόσθεσης μόνο με αριθμούς.

Με στόχο να εξοικειωθούν οι μαθητές με την πράξη της πρόσθεσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια ποικιλία δραστηριοτήτων με ράβδους. Για παράδειγμα σε μια πρώτη ομάδα ασκήσεων η πρόσθεση μπορεί να εμφανίζεται ως η αντιστοίχιση δύο ράβδων, αρχικά διαφορετικού χρώματος (παράδειγμα: κίτρινο + μοβ) που τοποθετούνται η μια δίπλα στην άλλη, με μία άλλη ράβδο που έχει το ίδιο μήκος με το συνολικό μήκος των δύο προηγούμενων ράβδων (μπλε). Η όλη διαδικασία με τις ράβδους αναπαρίσταται συμβολικά με αριθμούς που αντιστοιχούν στις δύο ράβδους ($3 + 2$) και οι οποίοι, προστιθέμενοι με τη χρήση του συμβόλου της πρόσθεσης, ισούνται με το αποτέλεσμα που είναι ο αριθμός που αντιστοιχεί στη ράβδο-συνολικό μήκος (5). Σε μια δεύτερη ομάδα ασκήσεων είναι δυνατόν να ζητούμε από τους μαθητές να προστίθενται ράβδοι ίδιου χρώματος.

Εναλλακτικά, ζητάμε από τα παιδιά να κάνουν διάφορους συνδυασμούς δύο ή περισσότερων ράβδων για να φτιάξουν για παράδειγμα τον αριθμό 8. Δοκιμάζουν με ράβδους και ανάλογα με τους συνδυασμούς που έχουν βρει χρωματίζουν τα τετραγωνάκια σε έναν πίνακα 10×10 . Ακόμη, μπορούμε να ζητήσουμε από το παιδί να

εκτελέσει προσθέσεις με δύο και τρεις προσθετέους μέσα στη δεκάδα. Δίπλα σε κάθε αποτέλεσμα θα πρέπει να παραστήσει την κάθε πρόσθεση χρωματικά χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες ράβδους. Σε περιπτώσεις που το παιδί είναι σε θέση να εκτελέσει τις πράξεις χωρίς τη χρήση του υλικού, μπορεί η ενέργεια με τις ράβδους να τον βοηθήσει να επιβεβαιώσει τα αποτελέσματά του. Σε μια εξέλιξη της δραστηριότητας το παιδί καλείται να δομήσει τους αριθμούς από το 11 ως το 20. Η δομήση των αριθμών γίνεται με βάση το 10-ράβδος πορτοκαλί και την προσθήκη κάθε φορά ανάλογων ράβδων. Για τη δομήση του κάθε αριθμού υπάρχει χώρος για δύο δυνατότητες. Για παράδειγμα υπάρχουν δύο δυνατότητες για το 12, μία ράβδος του 10-πορτοκαλί και δύο ραβδάκια του 1-λευκά ή μία ράβδος του 10-πορτοκαλί και μία ράβδος του 2-κόκκινο.

Η πράξη της αφαίρεσης ,επίσης, μπορεί να διευκολυνθεί με τη χρήση του συγκεκριμένου χειραπτικού υλικού. Για παράδειγμα, είναι δυνατόν να δίνεται μέσα στο πλαίσιο του ξεφορτώματος του φορτηγού. Η αφαίρεση εκφράζεται ως διαφορά ανάμεσα σε ράβδους-χρώματα-αριθμούς, όπου το παιδί θα πρέπει να ελίσσεται σύμφωνα με τα δεδομένα των ασκήσεων. Τα παιδιά καλούνται να συμπληρώσουν τη μια φορά τον αφαιρετέο και τη διαφορά σε ράβδους-χρώματα χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της αφαίρεσης με αριθμούς και την άλλη φορά τη διαφορά σε ράβδο-χρώμα και την αντίστοιχη αφαίρεση με αριθμούς. Σε μια παραλλαγή, το παιδί εργάζεται με τις ράβδους για να βρει τη διαφορά των χρωμάτων και να την αντιστοιχίσει με τη διαφορά δύο αριθμών. Το παιδί χρειάζεται να συγκρίνει τις ράβδους-χρώματα, να εντοπίσει τη διαφορά και να βρει ποια ράβδος-χρώμα μπορεί να συμπληρώσει τη διαφορά. Κατόπιν πρέπει να αντιστοιχίσει τις ράβδους με αριθμούς και να βρει το αποτέλεσμα της αφαίρεσης. Επίσης, είναι δυνατόν να ζητήσουμε από το παιδί να κάνει μια σειρά από οριζόντιες αφαιρέσεις με αριθμούς μέσα στη δεκάδα, να γράψει τα αποτελέσματα και να συνδυάσει αυτή του την ενέργεια με ράβδους-χρώματα.

5.2. Ντόμινο

5.2.1. Περιγραφή υλικού

Το ντόμινο είναι ένα υλικό πολλαπλής χρήσης. Κάθε σετ από ντόμινο αποτελείται από 28 ορθογώνιες ψηφίδες (κομμάτια). Κάθε ψηφίδα είναι χωρισμένη με μια αυλακιά

σε δύο τετράγωνα που στο καθένα έχουν σχεδιαστεί από 0 έως 6 βουλίσες με τη μορφή που παρουσιάζονται και στα ζάρια. Εδώ, βέβαια, μιλούμε για τα εξάρια ντόμινο των οποίων η μια όψη μπορεί να φτάνει μέχρι το 6. Υπάρχουν και εννιάρια ντόμινο των οποίων η μια όψη μπορεί να φτάσει μέχρι το 9. Γενικά τα παιδιά γνωρίζουν το ντόμινο.

5.2.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά

Ένα από τα βασικά παιχνίδια εξοικείωσης με το υλικό που μπορεί να προηγείται είναι το εξής: Παίζεται με δύο παίκτες που ο καθένας παίρνει τα μισά (14) κομμάτια ντόμινο, τυχαία, καθώς τα έχουμε γυρίσει όλα από την ανάποδη μεριά πάνω στο τραπέζι. Αρχίζει αυτός που έχει το (0, 0). Ο επόμενος πρέπει να βρει ένα κομμάτι που να έχει στο ένα του τετράγωνο 0 για να το κολλήσει δίπλα στο κομμάτι (0, 0). Από αυτό το σημείο και εξής οι παίκτες εναλλάσσονται τοποθετώντας είτε από τη μια μεριά είτε από την άλλη κομμάτια έτσι ώστε η πλευρά του κομματιού που ακουμπά στο άλλο κομμάτι να έχει τον ίδιο αριθμό από βουλίσες. Εάν, για παράδειγμα, μετά το (0, 0) βάλει ο δεύτερος παίκτης το κομμάτι (0, 3), τότε ο πρώτος έχει δύο δυνατότητες, ή να βάλει κάποιο κομμάτι από τη μεριά του 3 με (3, οποιοσδήποτε αριθμός) ή να βάλει από τη μεριά του 0 κάποιο κομμάτι (0, οποιοσδήποτε αριθμός). Εάν κάποιος παίκτης δεν έχει κομμάτι που να πληροί τη συνθήκη αυτή χάνει τη σειρά του και παίζει ο αντίπαλος παίκτης. Νικητής βγαίνει αυτός που θα τοποθετήσει όλα τα κομμάτια του πρώτος.

Το ντόμινο είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί για να εργαστούν τα παιδιά με τις έννοιες της ισότητας και ανισότητας των αριθμών. Οι λέξεις 'ισότητα' και 'ανισότητα' θα συνδεθούν με τις έννοιες και αντίστροφα οι έννοιες με τις λέξεις μέσα από τις δραστηριότητες με το ντόμινο. Είναι σημαντικό για το παιδί να δομήσει αυτές τις έννοιες για την καλύτερη κατανόηση της αξίας θέσης και της δομής του δεκαδικού συστήματος γενικότερα. Έτσι, μπορούμε να θέσουμε δραστηριότητες όπου το παιδί καλείται να ενώσει ανά δύο τα κομμάτια έτσι ώστε το δεύτερο κομμάτι ντόμινο να έχει μια βουλίσσα παραπάνω από το πρώτο ή εναλλακτικά μια βουλίσσα λιγότερη από το πρώτο. Ο εκπαιδευτικός με επιπλέον ασκήσεις μπορεί να επεκτείνει τις έννοιες 'ένα περισσότερο' και 'ένα λιγότερο', θέτοντας ασκήσεις με το 'δύο περισσότερο', 'δύο λιγότερο', 'τρία περισσότερο', 'τρία λιγότερο' κ.ο.κ.

Είναι σημαντικό για το παιδί να μπορεί να χειρίζεται τις σχέσεις αυτές για όλους τους αριθμούς, αλλά κυρίως για τους αριθμούς ως το 10 για να μπορεί να κατανοήσει καλύτερα το δεκαδικό σύστημα το αποτελεί βάση για όλους τους αριθμούς. Κι αυτό γιατί το γεγονός για παράδειγμα ότι το 17 είναι κατά ένα λιγότερο από το 18 συνδέεται με την ιδέα ότι το 7 είναι κατά ένα λιγότερο από το 8. Ωστόσο ακόμη και η ανακάλυψη αυτής της σύνδεσης έχει αξία για την κατανόηση από το παιδί της θεσιακής αξίας των ψηφίων στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Αν το παιδί κατανοήσει ότι το 7 είναι μια μονάδα (1) παραπάνω από το 6, τότε θα κατανοήσει ευκολότερα μέσω της αναλογικής σκέψης ότι το 70 είναι μια δεκάδα (10) παραπάνω από το 60, κ.ο.κ. Αποδοτική, επίσης, μπορεί να είναι η άσκηση των παιδιών στους συνδυασμούς αριθμών που έχουν ως άθροισμα ένα συγκεκριμένο αριθμό.

5.3. Πίνακας 1-100

5.3.1. Περιγραφή υλικού

Το βοηθητικό αυτό υλικό είναι ουσιαστικά ένας απλός πίνακας με εκατό κελιά. Μέσα στο κάθε κελί υπάρχει ο χαρακτηριστικός αριθμός του κελιού.

5.3.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά

Μια αρχική δραστηριότητα θα μπορούσε να είναι η εξής: τα παιδιά καλούνται να συμπληρώσουν στον πίνακα 1-100, έναν πίνακα 10 x 10, τους αριθμούς που λείπουν. Κατόπιν καλούνται να προσδιορίσουν με τη βοήθεια του πίνακα ορισμένους αριθμούς που τους βρίσκουν αποκωδικοποιώντας μια σειρά από προτάσεις. Οι προτάσεις αυτές εστιάζουν σε έννοιες όπως 'πριν', 'μετά', 'ανάμεσα', 'ζυγός αριθμός', 'μονός αριθμός'. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να επινοήσει παρόμοιες προτάσεις προφορικά και για άλλους εκτός από τους προτεινόμενους αριθμούς και να ζητά από τα παιδιά προφορικές απαντήσεις και αιτιολογήσεις γι' αυτές.

Έπειτα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν παιχνίδια-ασκήσεις που περιλαμβάνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις με αριθμούς μέχρι το 100. Βοήθεια μπορεί να αναζητήσουν τα παιδιά στον πίνακα 10 x 10 που συνοδεύει τις ασκήσεις καθώς και ενδεχομένως μια

σκάλα με τις δεκάδες ως το 100. Μια άλλη άσκηση μπορεί να περιλαμβάνει μόνο αφαιρέσεις για τις οποίες το παιδί έχει σημείο εκκίνησης έναν αριθμό κατόπιν κάνει κάποια βήματα πίσω και πρέπει να βρει σε ποιον αριθμό καταλήγει.

Ο πίνακας αυτός επίσης είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί και σε ένα παιχνίδι για δυο ή τρεις ή και τέσσερις παίχτες, ένα συνδετήρα, ένα μολύβι και καρτέλες-σβούρες. Ο πρώτος παίκτης τοποθετεί το μολύβι και το συνδετήρα στην πρώτη σβούρα και περιστρέφει το συνδετήρα για να δει προς τα πού θα πάει. Μετά κάνει το ίδιο και με τη δεύτερη σβούρα για να δει πόσα βήματα θα κάνει. Το ίδιο κάνουν και οι άλλοι ή ο άλλος παίκτης. Νικητής θα είναι αυτός που θα φτάσει πρώτος το αστέρι του 100. Μια παραλλαγή του παιχνιδιού θα μπορούσε να έχουμε αν στη θέση της δεύτερης σβούρας βάλουμε ζάρια, δηλαδή αντί να υπάρχει η δυνατότητα το πολύ 4 βημάτων να υπάρχει η δυνατότητα το πολύ 6 βημάτων.

5.4. Γεωπίνακας

5.4.1. Περιγραφή υλικού

Ο γεωπίνακας είναι ένα εκπαιδευτικό υλικό που χρησιμοποιείται κυρίως για τη δόμηση γεωμετρικών εννοιών. Στην αρχική - πρότυπη μορφή, αποτελείται βασικά από μια πλάκα (ξύλινη ή πλαστική ή άλλο υλικό) πάνω στην οποία προσαρμόζονται μικρά «καρφάκια» (ή πινέζες) τα οποία διατάσσονται έτσι ώστε να σχηματίζουν διάφορους σχηματισμούς με βάση το τετράγωνο, το τρίγωνο ή τον κύκλο. Τα λαστιχάκια διαφορετικών χρωμάτων που συνοδεύουν την πλάκα με τα καρφάκια, χρησιμεύουν στο να δημιουργούνται με σχετική ευκολία γεωμετρικά σχήματα και να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να πειραματίζονται με μήκη, τεθλασμένες γραμμές, συντεταγμένες, περιμέτρους και εμβαδά, και να μυούνται σε τεχνικές μετρήσεων και υπολογισμών.

5.4.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά

Ο γεωπίνακας μπορεί να χρησιμοποιηθεί εναλλακτικά για τη δόμηση της έννοιας του κλάσματος. Μπορούμε να χωρίσουμε τους μαθητές σε ομάδες και κάθε ομάδα μπορεί να έχει δύο ή τρεις γεωπίνακες, ώστε τα παιδιά να δουλεύουν ανά δύο ή τρία.

Επίσης, μοιράζονται φύλλα εργασίας όπου δίνονται σχεδιασμένοι γεωπίνακες 5 x 5 (5 είναι ο αριθμός των καρφιών) που μπορούν να χρησιμοποιούνται εναλλακτικά ή παράλληλα με τους πραγματικούς γεωπίνακες. Είναι σημαντικό να αποτυπώνουν τα παιδιά σε χαρτί τα σχέδια που κάνουν στο γεωπίνακα. Τα αντίγραφα δίνουν στα παιδιά τη δυνατότητα να δημιουργήσουν πλήρη σύνολα λύσεων-σχεδίων για μια συγκεκριμένη άσκηση.

Μπορούμε να δώσουμε στα παιδιά μια δραστηριότητα με τρία σκέλη, όπου το παιδί χρησιμοποιεί διαφορετικού χρώματος λαστιχάκια για το καθένα για να κατασκευάσει κάποια σχήματα. Στο πρώτο καλείται το παιδί να πάρει κόκκινο λαστιχάκι και να κατασκευάσει ένα σχήμα που να ακουμπά σε 4 καρφάκια. Σε αυτήν την περίπτωση το παιδί αναμένεται να φτιάξει τετράγωνα, τρίγωνα, πλάγια παραλληλόγραμμα, ορθογώνια παραλληλόγραμμα ή και απλά τετράπλευρα. Στο δεύτερο με το πράσινο λαστιχάκι το παιδί πρέπει να κάνει ένα σχήμα που να ακουμπά σε 5 καρφάκια. Είναι πιθανόν να κατασκευάσει πεντάπλευρα και τετράπλευρα και στην τρίτη με το μπλε λαστιχάκι πολύγωνα τέτοια ώστε να έχουν μέσα τους 3 καρφάκια. Μπορούμε να ζητήσουμε από τα παιδιά να αναγνωρίσουν κάποια γνωστά σχήματα που προέκυψαν από τη λύση των ασκήσεων και να συζητήσουμε μαζί τους τις ιδέες τους. Μπορούμε ακόμη να προτείνουμε και άλλες ασκήσεις τροποποιώντας τους περιορισμούς, όπως, για παράδειγμα, να φτιάξουν ένα σχήμα που να περνά από 4 καρφάκια από τα οποία τα 3 να είναι στη σειρά. Εδώ παρατηρούν ότι μπορεί να φτιάξει μόνο διαφορετικά είδη τριγώνων. Ένα επόμενο βήμα θα είναι να παρακινηθούν τα παιδιά να τα χαρακτηρίσουν με βάση τη σχέση του τέταρτου σημείου με τα άλλα τρία, κ.ο.κ.

Μια ωραία δραστηριότητα θα ήταν να ζητήσουμε από το παιδί να χρησιμοποιήσει και πάλι λαστιχάκια για να κατασκευάσει ένα σπιτάκι σε πραγματικό γεωπίνακα, όπως αυτό που ήδη υπάρχει στο φύλλο εργασίας που του δίνουμε. Στο ίδιο σπιτάκι θα πρέπει το παιδί να αναγνωρίσει γνωστά σχήματα, όπως για παράδειγμα τρίγωνα, παραλληλόγραμμα, τετράγωνα από προηγούμενες εμπειρίες του από την καθημερινή του ζωή. Θα μπορούσαμε να δώσουμε άλλη παρόμοια δραστηριότητα με περιορισμούς, όπως για παράδειγμα να κατασκευαστεί ένα σπιτάκι μόνο με παραλληλόγραμμα ή μόνο με τετράγωνα, ή μόνο με τρίγωνα, κ.ο.κ.

Σε μια επόμενη δραστηριότητα θα μπορούσε το παιδί να καλείται να κατασκευάσει στο γεωπίνακά του τα σχεδιασμένα στο φύλλο εργασίας σχήματα. για παράδειγμα μια

πεταλούδα, ένα χαρταετό, έναν πύραυλο. Μέσα από αυτή τη δραστηριότητα επιχειρείται να οδηγηθούν τα παιδιά σε συσχετίσεις ανάμεσα σε οικεία αντικείμενα και την απεικόνισή τους με τη βοήθεια των γεωμετρικών σχημάτων. Μπορούμε να εκμεταλλευτούμε την ευκαιρία για να συζητήσουμε με τα παιδιά τα σχήματα από τα οποία αποτελούνται τα τρία αντικείμενα. Τα παιδιά μπορεί να βλέπουν διαφορετικά σχήματα τα οποία καλό θα ήταν να τα προσδιορίσουν, να υποστηρίξουν την άποψή τους και να τα ονομάσουν με τη βοήθεια μας.

Έπειτα μπορούμε να δώσουμε ένα σχεδιασμένο γεωπίνακα 5×5 και να ζητήσουμε από το παιδί να τον χωρίσει σε δύο ίσα μέρη με διαφορετικούς τρόπους. Για το σκοπό αυτό δίνεται ένα φύλλο με 8 ίδιους γεωπίνακες 5×5 αλλά σε σμίκρυνση, όπου τα παιδιά μπορούν να δοκιμάσουν τις ιδέες τους σχετικά με αυτό το χωρισμό. Στη δραστηριότητα αυτή εμπλέκονται διάφορες μαθηματικές έννοιες, όπως η έννοια της συμμετρίας ως προς άξονα, καθώς ο χωρισμός πρέπει να είναι τέτοιος ώστε τα δύο μέρη να είναι ίδια και όταν ενώνονται να δίνουν το αρχικό σχήμα, η έννοια του μισού στα κλάσματα, καθώς καθένα από τα δύο ίσα μέρη είναι το μισό του σχήματος, η έννοια μέρος-όλο, γεωμετρικά σχήματα και η μεταξύ τους σχέση, ισεμβαδικά σχήματα, κ.ο.κ. Εμείς αναδεικνύουμε τις διαφορετικές λύσεις που θα δώσουν τα παιδιά είτε εργαζόμενοι ανά δύο είτε σε ομάδα και οποίες συνδέονται με τις παραπάνω έννοιες. Μπορούμε να θίξουμε αυτές τις έννοιες χωρίς να απαιτείται απομνημόνευση της ορολογίας αλλά στοχεύοντας κυρίως στις συνδέσεις που δίνεται η ευκαιρία στο παιδί να κάνει σε σχέση με διάφορες μαθηματικές έννοιες.

5.5. Τάνγκραμ

5.5.1. Περιγραφή υλικού

Τα Τάνγκραμ είναι γεωμετρικά παζλ που χρησιμοποιούνται στη διδασκαλία της γεωμετρίας κυρίως για την προσέγγιση και επεξεργασία της έννοιας της επιφάνειας και της διατήρησης της επιφάνειας. Το Τάνγκραμ είναι ένα τετράγωνο που έχει χωριστεί σε επτά κομμάτια, από τα οποία τα πέντε είναι τρίγωνα, 2 μικρά, 1 μεσαίο και 2 μεγάλα, ένα τετράγωνο και ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο με τα οποία το παιδί μπορεί να κάνει πολλούς συνδυασμούς και να φτιάξει διάφορα σχήματα. Οι δραστηριότητες με το υλικό

αυτό βοηθούν στο να κατανοεί το παιδί τα σχήματα, να μπορεί να ταξινομεί όμοια σχήματα και να αντιλαμβάνεται τις ιδιότητες των σχημάτων. Στην επίτευξη αυτού του σκοπού βοηθούν οι σχηματισμοί και μετασχηματισμοί που είναι η κυρίαρχη ιδέα στις δραστηριότητες με το Τάνγκραμ.

5.5.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά

Σε μια δραστηριότητα εξοικείωσης με το υλικό το παιδί καλείται να τοποθετήσει τα κομμάτια του Τάνγκραμ που έχει μπροστά του πάνω σε αυτά που είναι σχεδιασμένα στο φύλλο εργασίας. Ο εκπαιδευτικός με κατάλληλες ερωτήσεις βοηθά τα παιδιά να προσδιορίσουν και να ονομάσουν τα διαφορετικά μέρη του Τάνγκραμ και να βρουν πιθανές σχέσεις μεταξύ τους. Για παράδειγμα, ποια τρίγωνα είναι τα μεγάλα και ποια τα μικρά και γιατί; Μπορούν να συγκρίνουν βάζοντας το ένα πάνω στο άλλο, να μιλήσουν για διαστάσεις, για επιφάνεια-χώρο που καλύπτουν; Ποια τρίγωνα κάνουν ένα τετράγωνο; κ.λπ.

Σε μια άλλη δραστηριότητα θα μπορούσε το παιδί να παίρνει τα κομμάτια του Τάνγκραμ του και τα τοποθετεί πάνω στο σχέδιο που βρίσκεται στο φύλλο εργασίας και παριστάνει για παράδειγμα ένα σπιτάκι έτσι ώστε να τα ταιριάζει. Το παιδί παρατηρεί το συνδυασμό των κομματιών και το μετασχηματισμό τους σε ένα νέο σχήμα. Για παράδειγμα, παρατηρεί και ονομάζει τα κομμάτια που μπαίνουν στο κυρίως μέρος του σπιτιού και αυτά που συνθέτουν τη στέγη κ.λπ. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από το παιδί να φτιάξει ξανά το σπιτάκι εκτός του φύλλου εργασίας και να παρατηρήσει τι συμβαίνει εάν μετακινήσει κάποια κομμάτια.

Σε μια επόμενη δραστηριότητα το παιδί θα πρέπει να χρησιμοποιήσει κάποια κομμάτια του Τάνγκραμ για να καλύψει για παράδειγμα τρία δοσμένα σχήματα, ένα τρίγωνο, ένα τετράγωνο και ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο, στο φύλλο εργασίας, που είναι επίσης κομμάτια του Τάνγκραμ. Το παιδί μπορεί να αναπαραστήσει τις διαφορετικές λύσεις. Εάν η δραστηριότητα δουλευτεί με ομάδες, οι λύσεις μπορεί να προέλθουν από την ανταλλαγή των ιδεών ανάμεσα στα παιδιά. Ο εκπαιδευτικός παρακινεί τα παιδιά να παρατηρήσουν και να διατυπώσουν λεκτικά τη σχέση που έχουν οι επιφάνειες των διαφορετικών σχημάτων, δηλαδή για παράδειγμα ότι η επιφάνεια του συγκεκριμένου τετραγώνου είναι ίση με την επιφάνεια των δύο μικρών τριγώνων του

Τάνγκραμ που έχουν τοποθετηθεί με κοινή την υποτείνουσα. Το ίδιο και η επιφάνεια του μεσαίου τριγώνου αλλά τα τρίγωνα τοποθετούνται με κοινή την μια κάθετο. Το ίδιο και με το παραλληλόγραμμο. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να οδηγήσει τα παιδιά να παρατηρήσουν ότι η επιφάνεια του συγκεκριμένου μικρού τριγώνου είναι μισή από την επιφάνεια του τετραγώνου, κ.ο.κ. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει τον όρο 'επιφάνεια' χωρίς να τον εξηγήσει και να ζητήσει μετά τη δραστηριότητα από τα παιδιά να τον ορίσουν με δικά τους λόγια.

Με κάλυψη επιφάνειας ασχολείται το παιδί και σε μια παραλλαγή της παραπάνω δραστηριότητας όπου δίνονται τα τρία διαφορετικά τρίγωνα του Τάνγκραμ σε ένα φύλλο εργασίας. Το παιδί καλείται να ανακαλύψει πόσα μικρά τρίγωνα του Τάνγκραμ χωράνε στο καθένα από αυτά τα σχήματα. Επίσης, το παιδί μπορεί να σχεδιάσει τις λύσεις του. Τα παιδιά μπορούν να ανταλλάξουν ιδέες και λύσεις εργαζόμενοι ατομικά στην ομάδα. Ο εκπαιδευτικός παρακινεί τα παιδιά να περιγράψουν λεκτικά τις λύσεις και τις σχέσεις που προκύπτουν ανάμεσα στα σχήματα και να γράψουν απαντήσεις στις ερωτήσεις του φύλλου εργασίας, δηλαδή ότι ένα μικρό τρίγωνο καλύπτει το Σχήμα 1, δύο μικρά τρίγωνα καλύπτουν το Σχήμα 2, δύο μεσαία το Σχήμα 3, τέσσερα μικρά το Σχήμα 3. Οι σχέσεις αυτές βοηθούν το παιδί να κατανοήσει ότι αυτά που διαπιστώνει, αυτά που διατυπώνει και αυτά που σχεδιάζει είναι το ίδιο πράγμα εκφρασμένο με διαφορετικούς κώδικες.

Προκειμένου το παιδί να εισαχθεί στα κλάσματα μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια δραστηριότητα που σχετίζεται με ένα οικείο του παιχνίδι. Για παράδειγμα, καλείται να χρωματίσει τη μισή επιφάνεια του χαρταετού με διαφορετικούς τρόπους. Ο χαρταετός είναι τετράγωνο και αποτελείται από τρίγωνα-κομμάτια του Τάνγκραμ. Το παιδί μπορεί να δει το σχήμα συνολικά ή ως μέρη ενός όλου. Σε κάθε περίπτωση μπορεί να αιτιολογήσει τις λύσεις του με βάση τις προηγούμενες εμπειρίες του από τις δραστηριότητες με το Τάνγκραμ. Ο εκπαιδευτικός παροτρύνει τα παιδιά να εκφράσουν τις λύσεις τους χρησιμοποιώντας κλασματικούς όρους.

5.6. Πεντόμινο

5.6.1. Περιγραφή υλικού

Το πεντόμινο είναι ένα σχήμα που δημιουργείται αν συνδέσουμε πέντε τετράγωνα σαν να τα έχουμε κόψει από έναν καμβά με τετραγωνάκια. Κάθε τετράγωνο πρέπει να έχει τουλάχιστον μια πλευρά κοινή με ένα άλλο. Με τα πεντόμινο δουλεύουμε έννοιες όπως η επιφάνεια, η κάλυψη της επιφάνειας, η διατήρηση της επιφάνειας, η μέτρηση επιφανειών, οι ισοδύναμες επιφάνειες.

5.6.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά

Προκειμένου, αρχικά, να εξοικειωθούν τα παιδιά καλύτερα με το υλικό και με τη σχέση που διέπει την κατασκευή και χρήση του μπορεί ο εκπαιδευτικός να δώσει σε κάθε παιδί 5 όμοια τετράγωνα πλακάκια και ένα κομμάτι χαρτί για να προσπαθήσει να βρει όσο το δυνατόν περισσότερα διαφορετικά πεντόμινο. Μπορεί να βρουν και τα 12 διαφορετικά πεντόμινο ή να επαναλαμβάνουν κάποια χωρίς να τα αναγνωρίζουν. Τα παιδιά μπορεί να συνεργαστούν ανά δύο ή ατομικά και να συγκρίνουν τα πεντόμινο τους και να καταλήξουν στα 12 που θα αποδεχτούν όλοι.

Μια δραστηριότητα που μπορεί να τεθεί στο παιδί είναι να πρέπει να βρει δύο κατάλληλα πεντόμινο για να φτιάξει τον αριθμό 4 που δίδεται σχεδιασμένος σε ένα φύλλο εργασίας αλλά χωρίς να είναι χωρισμένος σε τετραγωνάκια. Μια στρατηγική που μπορεί να σκεφτεί το παιδί είναι η 'δοκιμή και πλάνη'. Δοκιμάζει δηλαδή διάφορα κομμάτια μέχρι να επιτύχει το φτιάξει τον αριθμό με αυτά. Μια άλλη στρατηγική είναι να παρατηρήσει καλά το σχήμα και να σκεφτεί τι μορφή θα έχουν αυτά τα κομμάτια που θα πρέπει να επιλέξει. Δηλαδή να παρατηρήσει ότι το ένα κομμάτι θα πρέπει να έχει γωνία με 3 και 2 και το άλλο να είναι μονοκόμματο με 5, κ.ο.κ.

Σε μια προέκταση της προηγούμενης δραστηριότητας, το παιδί καλείται να φτιάξει τον αριθμό 6 με δύο κομμάτια πεντόμινο και να τον σχεδιάσει σε έναν καμβά. Τα παιδιά μπορεί να δουλέψουν ανά δύο ή σε ομάδα και να ανταλλάξουν ιδέες. Μια ιδέα μπορεί να είναι να χρησιμοποιήσουν την εμπειρία που αποκτήθηκε από τη δραστηριότητα με τον αριθμό 4. Μπορούν να πάρουν τον 4 και με κατάλληλες

προσθήκες να τον κάνουν 6. Σε αυτή την περίπτωση μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα δύο κομμάτια πεντόμινο που χρησιμοποίησαν για το 4 και άλλο ένα. Μια άλλη στρατηγική θα είναι να σχεδιάσουν πάνω στον καμβά το 6 και κατόπιν με 'δοκιμή και πλάνη' να ψάξουν τα κομμάτια πεντόμινο που τους εξυπηρετούν, κ.ο.κ.

Τα πεντόμινο, όμως, προσφέρονται και για δραστηριότητες που βασίζονται στις γεωμετρικές έννοιες της μεταφοράς-ομοιοθεσίας, ανάκλασης-συμμετρίας ως προς άξονα, και περιστροφής. Βέβαια, καλό θα ήταν να μην χρησιμοποιούνται αυτοί οι όροι αλλά 'σέρνω', 'αναποδογυρίζω' και 'περιστρέφω' αντίστοιχα. Οι δραστηριότητες αυτές δίνουν την ευκαιρία στα παιδιά να 'δουν' τη δυναμική που διέπει τις γεωμετρικές έννοιες και να ξεπεράσουν τα εμπόδια των 'στερεοτύπων' που εύκολα μπορεί να εμφανιστούν από τον τρόπο με τον οποίο γίνεται γενικότερα η διδασκαλία της γεωμετρίας, δηλαδή βασιζόμενη κυρίως σε ζωγραφισμένα σχήματα είτε στα εγχειρίδια είτε στον πίνακα, όπου τα σχήματα είναι παγιωμένα σε συγκεκριμένες θέσεις και η μελέτη διαφόρων ιδιοτήτων τους γίνεται πάνω σε αυτά.

Για παράδειγμα, το παιδί καλείται να χρησιμοποιήσει δύο συγκεκριμένα κομμάτια πεντόμινο σαν και αυτά που είναι σε ένα φύλλο εργασίας. Κατόπιν να τα τοποθετήσει πάνω σε δοσμένα σχήματα και να τα σύρει πάνω στο φύλλο εργασίας ώστε να βρει νέες θέσεις και να σχεδιάσει το περίγραμμά τους. Η κατεύθυνση προς την οποία σύρονται τα κομμάτια δίνονται από κάποια βέλη. Η εργασία είναι ατομική αλλά μπορεί τα παιδιά να συζητήσουν ανά δύο για το πού θα τοποθετήσουν τα κομμάτια. Η μεταφορά δεν περιορίζει το σύρσιμο των κομματιών μόνο οριζόντια ή και σε μια συγκεκριμένη απόσταση. Μάλλον είναι οι διαστάσεις του φύλλου εργασίας που μπορεί να επιβάλουν αυτούς τους περιορισμούς. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να τονίσει ότι εκείνο που έχει σημασία στη συγκεκριμένη μαθηματική κίνηση είναι να μην αλλάξει η σχέση του κομματιού με το επίπεδο.

Σε μια διαφορετική δραστηριότητα, το παιδί καλείται να χρησιμοποιήσει δύο συγκεκριμένα κομμάτια πεντόμινο σαν και αυτά που είναι στο φύλλο εργασίας που του έχει δοθεί. Κατόπιν να τα τοποθετήσει πάνω στα δοσμένα σχήματα και τα να περιστρέψει πάνω στο φύλλο εργασίας με όποια γωνία θέλει ώστε να βρει νέες θέσεις και να σχεδιάσει το περίγραμμά τους. Το παιδί είναι ελεύθερο να κάνει την περιστροφή του όπως θέλει πιθανόν ενεργοποιώντας τη διαίσθησή του, ωστόσο ο εκπαιδευτικός

μπορεί να συζητήσει με τα παιδιά τις διαφορετικές θέσεις που επέλεξαν και το πώς έγινε αυτή η επιλογή, ώστε να προσπαθήσουν να συνειδητοποιήσουν τις ενέργειές τους

Ακόμη, μια δραστηριότητα θα μπορούσε να είναι η εξής: το παιδί καλείται να χρησιμοποιήσει δύο συγκεκριμένα κομμάτια πεντόμινο σαν και αυτά που είναι στο φύλλο εργασίας που του δίνεται. Κατόπιν να τα τοποθετήσει πάνω στα δοσμένα σχήματα στο φύλλο εργασίας, να τα αναποδογυρίσει καθένα χωριστά στον κενό χώρο σύμφωνα με τα βέλη και να σχεδιάσει τα περιγράμματά τους στις νέες τους θέσεις. Η ενέργεια αυτή είναι πιθανόν να δυσκολέψει κάποια παιδιά στο πώς θα ‘αναποδογυρίσουν’ το κομμάτι γι αυτό θα ήταν καλό να συζητήσουν ανά δύο ή στην ομάδα τις ιδέες τους και να κάνουν δοκιμές σε κάποιο άλλο φύλλο χαρτιού πριν μεταφέρουν μια επιτυχημένη πρακτική στο φύλλο εργασίας. Και σε αυτή την περίπτωση της ανάκλασης ή συμμετρίας ως προς άξονα (εξωτερικό) θα ήταν χρήσιμο να συζητήσει ο εκπαιδευτικός με τα παιδιά και να τους ζητήσει να παρατηρήσουν εάν κάποιο χαρακτηριστικό του κομματιού άλλαξε. Τα παιδιά ακόμη μπορούν να παρατηρήσουν τη σχέση ανάμεσα στο ένα σχήμα και το άλλο. Για παράδειγμα στο πρώτο σχήμα τόσο στο ίδιο όσο και στο συμμετρικό του τα πάνω μέρη κοιτάνε προς τα έξω ενώ τα κάτω προς τα μέσα, κ.ο.κ.

Ως εμπεδωτική δραστηριότητα θα μπορούσε να είναι η εξής : σε ένα φύλλο εργασίας υπάρχουν δύο στήλες και τρεις σειρές με πεντόμινο. Στην πρώτη στήλη στην πρώτη σειρά υπάρχει ένα κομμάτι και στη δεύτερη στήλη πρώτη σειρά τρία κομμάτια. Το παιδί καλείται να αναγνωρίσει με ποιο κομμάτι της δεύτερης στήλης ταιριάζει το κομμάτι της πρώτης στήλης και ποια μεταβολή της θέσης του έχει υποστεί (μεταφορά, ανάκλαση, περιστροφή). Αυτή η εργασία επαναλαμβάνεται και για τις τρεις σειρές. Η άσκηση ζητά στο τέλος από το παιδί να πει τι έκανε για να βρει την κάθε περίπτωση. Τα παιδιά μπορεί να έχουν χρησιμοποιήσει διαφορετικές στρατηγικές αναγνώρισης του κομματιού στη νέα του κατάσταση. Αναπτύσσοντας και εξηγώντας τις στρατηγικές τους τα παιδιά θα οδηγηθούν και στον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών που προσδιορίζουν τις διαφορετικές μεταβολές της θέσης των σχημάτων.

5.7. Αριθμογραμμή

5.7.1. Περιγραφή υλικού

Η κενή αριθμογραμμή ως υποστηρικτικό υλικό για την εκτέλεση των πράξεων χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά στην Ολλανδία από τη σχολή των Ρεαλιστικών Μαθηματικών. Στην αρχή οι μαθητές ασκούνται επάνω στην κανονική (βαθμολογημένη) αριθμητική γραμμή και στη συνέχεια παρουσιάζεται η κενή αριθμητική γραμμή με τη βοήθεια της οποίας μπορούν να εκτελέσουν προσθέσεις, αφαιρέσεις αλλά και άλλες πράξεις με φυσικούς αριθμούς αλλά και δεκαδικούς και κλάσματα.

5.7.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά

Οι δραστηριότητες με αυτό το υλικό μπορεί να αφορούν ικανότητες στους αριθμούς αλλά και ικανότητες που αναφέρονται στις πράξεις. Η αριθμογραμμή, λοιπόν, προσφέρεται για αρίθμηση από οποιοδήποτε αριθμό, τοποθέτηση ενός αριθμού, προσδιορισμό αλμάτων προς ένα αριθμό. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να ζητήσουμε να ξεκινήσει από ένα δεδομένο αριθμό και να ανεβαίνει ή αντίθετα να κατεβαίνει στην αριθμογραμμή. Μια επέκταση αυτής της δραστηριότητας θα ήταν να ζητηθεί από το μαθητή να ανεβαίνει ή να κατεβαίνει για παράδειγμα ανά 5 αριθμούς ή ανά δυο ή ανά δέκα (με αυτόν τον τρόπο γίνεται επισήμανση των δεκάδων στην αριθμογραμμή) .

Μια ωραία δραστηριότητα εξάσκησης θα ήταν να ζητήσουμε από τους μαθητές να κατασκευάσουν μόνοι τους μια αριθμογραμμή. Έτσι, οι μαθητές παίρνουν μια κενή γραμμή και σημειώνουν το 0 και π.χ. το 100 όπου θέλουμε να φτάσουν ή μικρότερο αριθμό αν οι μαθητές γνωρίζουν λιγότερους αριθμούς. Πάνω στη γραμμή αυτή σημειώνουν τις δεκάδες οι οποίες είναι και σημείο αναφοράς. Μπορούν επίσης να σημειώσουν και τις πεντάδες ή και κάποιες μονάδες που επιθυμούν. Πρέπει να σημειωθεί ότι η τοποθέτηση ενός αριθμού πάνω στην αριθμητική γραμμή και ο προσδιορισμός της θέσης του σε σχέση με τους άλλους αριθμούς είναι μια πολλή σημαντική διαδικασία η οποία χρησιμοποιείται αργότερα στους νοερούς υπολογισμούς. Για παράδειγμα, στην πρόσθεση $56+28$, όπου κάποιος υπολογίζει ως εξής : $56+30=86$ και στη συνέχεια $86-2=84$, στρογγυλοποιεί το 28 σε 30 γιατί αντιλαμβάνεται ότι το 28

είναι κοντά στο 30 και απέχει δύο αριθμούς. Μια προτεινόμενη δραστηριότητα, λοιπόν, είναι να δώσουμε μια ημιτελή αριθμητική γραμμή στους μαθητές και να ζητήσουμε να συμπληρώσουν κάποιους αριθμούς.

Γνωρίζουμε ότι είναι σημαντικό οι μαθητές να φαντάζονται στο μυαλό τους την αριθμογραμμή και να δουλεύουν πάνω σε αυτή. Μπορούμε να παίξουμε το παιχνίδι «μάντεψε τον αριθμό». Ένας μαθητής σημειώνει με ένα κομμάτι πλαστελίνη έναν αριθμό πάνω στην αριθμογραμμή του. Ένας άλλος μαθητής χωρίς να βλέπει προσπαθεί να μαντέψει ποιος αριθμός είναι θέτοντας ερωτήσεις. Προσπαθεί να θέσει όσο το δυνατόν λιγότερες ερωτήσεις. Έπειτα, με τη διδασκαλία των αλμάτων, τα οποία αναφέραμε και προηγουμένως, αναλύεται η δομή των αριθμών και ανακαλύπτονται οι σχέσεις μεταξύ των αλμάτων και των αριθμών. Οι δραστηριότητες, επομένως, με άλματα είναι φυσική συνέχεια της αρίθμησης και συνιστά μια ουσιαστική προετοιμασία για τις αριθμητικές πράξεις.

Μπορούμε να ζητήσουμε από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν τα άλματα πάνω σε μια φανταστική γραμμή στο πάτωμα, σε μια κενή αριθμητική γραμμή χαραγμένη στον πίνακα ή σε ένα σχοινί από χάντρες. Δραστηριότητα-προέκταση (της προηγούμενης) είναι να ρωτάμε τους μαθητές σε ποιον αριθμό πηδά ο συμμαθητής τους. Έτσι, οι μαθητές βλέπουν από ποιον αριθμό ξεκίνησε ο συμμαθητής, πόσα άλματα έκανε και προς ποια κατεύθυνση και βρίσκουν τον αριθμό στον οποίο πηδά. Γραπτές πράξεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως έλεγχος της πραγματοποίησης των αλμάτων. Αργότερα η κενή αριθμητική γραμμή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μοντέλο για την πραγματοποίηση των νοερών πράξεων.

5.8. Τα Pattern blocks

5.8.1. Περιγραφή υλικού

Το χειραπτικό υλικό Pattern Blocks είναι μια συλλογή από επίπεδα σχήματα (τετράγωνο, ισόπλευρο τρίγωνο, ισοσκελές τραπέζιο, πλάγιο παραλληλόγραμμο, ρόμβος, κανονικό εξάγωνο). Το χρησιμοποιούμε συνήθως για την κάλυψη επιφανειών (ψηφιδωτά), καθώς και για την διδασκαλία κλασματικών εννοιών. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι τα pattern blocks αποτελούν άτυπες μονάδες μέτρησης της επιφάνειας και

χρησιμοποιούνται με το ίδιο σκεπτικό που χρησιμοποιούμε για παράδειγμα μια γόμα ως άτυπη μονάδα μέτρησης της επιφάνειας που καταλαμβάνει το εξώφυλλο ενός βιβλίου. Οι δραστηριότητες που βασίζονται στη χρήση των pattern blocks προσφέρουν ευκαιρίες για καλλιτεχνική δημιουργία και για ανάπτυξη της αντίληψης του χώρου.

5.8.2. Δραστηριότητες στα μαθηματικά

Πολλές φορές μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε σχήματα για να διερευνήσουμε τις ιδέες των παιδιών στα κλάσματα και τη σχέση μέρους-όλου και μέρους-μέρους που αναδεικνύεται μέσα από την κάλυψη. Για παράδειγμα, μπορούμε να δώσουμε τρεις όμοιους χαρταετούς και να ζητήσουμε από το παιδί να τους καλύψει με τρία διαφορετικά σχήματα, τρεις διαφορετικούς τρόπους. Το παιδί μπορεί να χρησιμοποιήσει χειραπτικό υλικό ή να σχεδιάσει απευθείας τα σχήματα πάνω στους χαρταετούς. Για κάθε περίπτωση πρέπει να συμπληρωθεί ένα πινακίδιο όπου ζητείται από το παιδί να γράψει τον αριθμό των ίδιων σχημάτων που χρησιμοποιεί κάθε φορά και το μέρος του χαρταετού που αντιστοιχεί σε κάθε σχήμα και λεκτικά και συμβολικά με μορφή κλάσματος. Το παιδί μπορεί να επιλέξει το ισόπλευρο τρίγωνο και να γράψει ότι χρειάστηκε 6 ίσα ισόπλευρα τρίγωνα για να καλύψει την επιφάνεια του χαρταετού και ότι κάθε τρίγωνο αποτελεί το ένα έκτο ή $1/6$ του χαρταετού.

Κατόπιν θα πρέπει να σχεδιάσει πάνω στο χαρταετό τα τρίγωνα. Το ίδιο μπορεί να κάνει με δύο ίσα ισοσκελή τραπέζια, που το καθένα είναι το $1/2$ του χαρταετού και με τρεις ίσους ρόμβους που ο καθένας είναι το $1/3$ του χαρταετού. Τέλος το παιδί καλείται να συγκρίνει τα τρία σχήματα που χρησιμοποίησε για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις και να βρει ποιο είναι το μεγαλύτερο κομμάτι. Τα παιδιά μπορεί να καταλήξουν πιθανόν στο συμπέρασμα πως όσο πιο μεγάλο το σχήμα τόσο λιγότερα κομμάτια χρειάζονται για την κάλυψη της επιφάνειας. Μπορεί ακόμη να παρατηρήσουν και τις σχέσεις ανάμεσα στα σχήματα, όπως για παράδειγμα ότι δύο από τα τρίγωνα που χρησιμοποιήθηκαν ισοδυναμούν με έναν ρόμβο και τρία από αυτά τα τρίγωνα ισοδυναμούν με ένα ισοσκελές τραπέζιο.

Σε μια επόμενη δραστηριότητα θα μπορούσαμε να ζητήσουμε από το παιδί να καλύψει την επιφάνεια τριών διαφορετικών σχημάτων, όπως για παράδειγμα ενός ισόπλευρου τριγώνου, ενός τετραγώνου και ενός μη κυρτού εξαπλεύρου. Για κάθε

περίπτωση το παιδί πρέπει να βρει έως και τρεις διαφορετικούς τρόπους κάλυψης χρησιμοποιώντας τρίγωνα, ρόμβους και τετράγωνα. Κατόπιν θα πρέπει να εκφράσει με κλάσμα τι μέρος του σχήματος είναι το σχήμα που χρησιμοποίησε. Για παράδειγμα το παιδί μπορεί να βρει ότι την επιφάνεια του τριγώνου μπορεί να την καλύψει με τέσσερα ίσα ισόπλευρα τρίγωνα, άρα το ένα τρίγωνο είναι το $\frac{1}{4}$ του σχήματος, δηλαδή του μεγάλου τριγώνου. Το ίδιο σχήμα μπορεί να το καλύψει με ένα ρόμβο και δύο ίσα ισόπλευρα τρίγωνα, άρα ο ρόμβος είναι το $\frac{1}{2}$ του σχήματος, δηλαδή του μεγάλου τριγώνου.

Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να ζητήσουμε από το παιδί να αιτιολογήσει τη σκέψη του. Ένας τρόπος, πιθανόν, είναι να έχει δει το παιδί ότι δύο ίσα ισόπλευρα τρίγωνα μας κάνουν έναν ρόμβο. Άρα τα δύο τρίγωνα που απομένουν στο μεγάλο τρίγωνο μας δίνουν έναν ακόμη ρόμβο από όπου συνάγεται ότι χρειάζονται δύο ρόμβοι να καλύψουν το τρίγωνο επομένως κάθε ρόμβος είναι $\frac{1}{2}$ του σχήματος. Επιπλέον το τετράγωνο μπορεί να καλυφθεί από τέσσερα ίσα μικρότερα τετράγωνα και επομένως κάθε ένα από αυτά τα τετράγωνα είναι το $\frac{1}{4}$ του σχήματος δηλαδή του μεγάλου τετραγώνου. Το τελευταίο σχήμα μπορεί να καλυφθεί από τέσσερις ίσους ρόμβους και επομένως κάθε ρόμβος είναι το $\frac{1}{4}$ του σχήματος. Ακόμη μπορεί να καλυφθεί από 8 ίσα ισόπλευρα τρίγωνα και επομένως κάθε ένα από αυτά τα τρίγωνα είναι το $\frac{1}{8}$ του σχήματος. Ωστόσο είναι πιθανόν τα παιδιά να παρατηρήσουν ότι δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν και τα τρία σχήματα (τρίγωνα, ρόμβοι, τετράγωνα) και να το επιβεβαιώσουν με δοκιμή και πλάνη. Για παράδειγμα, στο τελευταίο σχήμα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί το τετράγωνο.

Μια ωραία δραστηριότητα θα ήταν να ζητήσουμε από το παιδί να παρατηρήσει ένα σκιάχτρο που αποτελείται από σχήματα-pattern blocks και να αναγνωρίσει αρχικά τα σχήματα που αντιπροσωπεύουν τα διαφορετικά μέλη του σώματος του σκιάχτρου. Για παράδειγμα, το κεφάλι είναι ένα κανονικό εξάγωνο, ο κορμός ένα ισοσκελές τραπέζιο, τα χέρια ίσα ισόπλευρα τρίγωνα, τα πόδια ίσοι ρόμβοι και βέβαια τα σχήματα σχετίζονται μεταξύ τους με διάφορους τρόπους. Έτσι, μπορούμε με συνεχόμενα ερωτήματα προς τους μαθητές να εντοπίσουμε τις σχέσεις μεταξύ των διαφορετικών τμημάτων της κούκλας και να τις εκφράσουν με τη μορφή κλασμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Με όσα ήδη προηγήθηκαν, έχει γίνει πλέον κατανοητό ότι τη διδασκαλία των μαθηματικών ορίζουν οι σύγχρονες θεωρίες μάθησης, αυτές δηλαδή που προστάζουν την εμπλοκή του παιδιού στη μαθησιακή διαδικασία με σκοπό να οικοδομήσει τη γνώση. Όσο μεγαλύτερη είναι η συμμετοχή του παιδιού σε δραστηριότητες, τόσο βαθύτερα κατανοεί τις υπό διαπραγμάτευση μαθηματικές έννοιες. Έτσι, είναι δυνατόν να ανακαλύψει τυχόν παρανοήσεις του και να προχωρήσει σε απαραίτητες συνδέσεις μεταξύ των μαθηματικών εννοιών. Σε ένα τέτοιο πλαίσιο ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι επόμενο να τροποποιείται. Δεν αποτελεί πλέον την πηγή όλης της γνώσης κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, μα φαίνεται να ανακαλύπτει και αυτός τη γνώση μαζί με τους μαθητές του. Αναλαμβάνει πλέον έναν υποστηρικτικό και καθοδηγητικό ρόλο παρά κυρίαρχο και ηγετικό.

Όταν χρησιμοποιείται χειραπτικό υλικό στη διδασκαλία, ο εκπαιδευτικός οφείλει να έχει κάνει τις απαραίτητες προετοιμασίες προηγουμένως. Αυτές αφορούν την αξιολόγηση της αρχικής μαθηματικής κατάστασης του κάθε παιδιού και των δυνατοτήτων του, την κατάλληλη ομαδοποίηση των παιδιών ανάλογα με την προηγούμενη αξιολόγηση καθώς και τον πλήρη σχεδιασμό του υλικού και των δραστηριοτήτων που θα χρησιμοποιήσει κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας του. Ο εκπαιδευτικός είναι υποχρεωμένος να ελέγξει αν οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι με το χειραπτικό υλικό που θα χρησιμοποιήσουν. Στην περίπτωση που οι μαθητές έρχονται πρώτη φορά σε επαφή με το συγκεκριμένο υλικό είναι απαραίτητο να προηγηθούν δραστηριότητες εξοικείωσης με τις ιδιότητες του υλικού.

Σημαντικό στοιχείο μιας επιτυχημένης διδασκαλίας είναι η καλλιέργεια του διαλόγου, από μέρους του εκπαιδευτικού, τόσο μεταξύ των ομάδων που έχουν σχηματίσει τα παιδιά όσο και στην ολομέλεια της τάξης. Με αυτό τον τρόπο ενθαρρύνονται όλοι οι μαθητές να συμμετέχουν στη διαδικασία της μάθησης, ανεξάρτητα από τις ιδιαιτερότητες τους. Με ερωτήσεις φροντίζει να προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών, να αξιοποιεί τις εμπειρίες και τις προηγούμενες γνώσεις τους

ώστε να καταλήγουν σε συνδέσεις ή και σε γενικά συμπεράσματα. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό ο εκπαιδευτικός να μην απορρίπτει αμέσως καμία απάντηση των παιδιών, αν πρώτα δεν σκεφτεί ψύχραιμα και δεν ζητήσει να διατυπώσουν επιχειρήματα γραπτά ή προφορικά.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού, όμως, είναι σημαντικός και σε ένα άλλο σημείο εκτός από τα οργανωτικά ζητήματα. στη δημιουργία θετικής στάσης απέναντι στα χειραπτικά υλικά. Εάν ο εκπαιδευτικός δεν συμπαθεί τα διδακτικά υλικά, δεν είναι πεπεισμένος για την διδακτική τους αξία, δεν μπορεί και να τα υποστηρίξει απέναντι στους μαθητές. Είναι πολύ πιθανό να φέρει τα υλικά στην τάξη, να δώσει στους μαθητές δραστηριότητες προκειμένου να τις εκτελέσουν μηχανικά και να μείνει σε αυτό. Είναι προφανές, βέβαια, ότι απέτυχε, καθώς οι μαθητές δεν θα έχουν καταλάβει ούτε τις μαθηματικές έννοιες που ήθελε ο εκπαιδευτικός να διδάξει ούτε και τον λόγο χρήσης αυτών των υλικών.

Υπάρχουν, ωστόσο, και εκείνοι οι εκπαιδευτικοί που μπαίνουν στον πειρασμό αφού δώσουν το χειραπτικό υλικό να ζητήσουν από το παιδί να κάνει ακριβώς αυτό που κάνουν εκείνοι. Με αυτόν τον τρόπο, όμως, οι μαθητές ακολουθούν τυφλά τις οδηγίες και πολλές φορές παριστάνουν ότι καταλαβαίνουν κιόλας. Ο τρόπος με τον οποίο ο εκπαιδευτικός θα παρουσιάσει και θα αξιοποιήσει τα χειραπτικά υλικά στη διαδικασία της διδασκαλίας είναι μεγίστης σημασίας.

ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η σχολική τάξη αποτελεί ένα πολύπλοκο κοινωνικό περιβάλλον, στο πλαίσιο του οποίου λαμβάνει χώρα η διαδικασία της μάθησης. Η πολυπλοκότητα της σχολικής τάξης περιλαμβάνει την κοινωνική αλληλεπίδραση μεταξύ όλων των συμμετεχόντων στη μαθησιακή διαδικασία, δηλαδή του εκπαιδευτικού και των παιδιών. Από την άλλη μεριά, καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση του κοινωνικού περιβάλλοντος της τάξης έχει και η αλληλεπίδραση των συμμετεχόντων με τα διδακτικά υλικά αλλά και με το αναλυτικό πρόγραμμα. Έτσι, οι δραστηριότητες και ο τρόπος με τον οποίο αυτές εξελίσσονται και προσαρμόζονται στο αναλυτικό πρόγραμμα, οι ενέργειες του εκπαιδευτικού μέσα από τις ερωτήσεις που θέτει, η αλληλεπίδρασή του με τα παιδιά και ο τρόπος με τον οποίο τα τελευταία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους είναι στοιχεία που συντελούν στη διαμόρφωση του μαθησιακού περιβάλλοντος στη σχολική τάξη.

Η χρήση των διδακτικών υλικών και εργαλείων θεωρούμε ότι αποκτά κυρίαρχο ρόλο στη διαμόρφωση των κατάλληλων πλαισίων προκειμένου να μελετηθούν οι ενέργειες και οι αντιλήψεις των παιδιών σχετικά με τις μαθηματικές έννοιες. Όπως υποστηρίζει όμως ο Bauersfeld (1995), τα διδακτικά υλικά καθαυτά και οι ιδιότητές τους δε συντελούν από μόνα τους στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών. Αντίθετα, θεωρούμε ότι οι φυσικές ενέργειες των παιδιών πάνω σε αυτά, η αλληλεπίδραση μεταξύ τους αλλά και οι αναστοχαστικοί συλλογισμοί πάνω στις ενέργειες αυτές συμβάλλουν στην κατασκευή ή και ανακατασκευή νοητικών σχημάτων και λειτουργιών των παιδιών (Markopoulos & Potari 1999).

Πραγματοποιώντας μια μικρής εμβέλειας έρευνα, στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές στην συντριπτική τους πλειοψηφία απολαμβάνουν τη χρήση χειραπτικού υλικού στη διδασκαλία των μαθηματικών και τονίζουν ότι καταλαβαίνουν πιο εύκολα και γρήγορα την υπό διδασκαλία ενότητα.

Από την άλλη πλευρά, οι εκπαιδευτικοί δέχονται ότι η χρήση χειραπτικού υλικού στο μάθημα είναι απαραίτητη τόσο για την καλύτερη επίδοση των μαθητών όσο και για την ανάπτυξη συνεργασίας μεταξύ των μαθητών. Επισημαίνουν την προβολή της σημασίας του χειραπτικού υλικού μέσα από το αναλυτικό πρόγραμμα και πιστεύουν ότι δεν χάνεται πολύτιμος χρόνος χρησιμοποιώντας υλικά. Ωστόσο, ένα μεγάλο μέρος των

εκπαιδευτικών δεν δέχεται ότι η διδασκαλία με παιχνίδι έχει καλύτερα αποτελέσματα από μια απλή διάλεξη.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι το δείγμα μας ήταν στην πλειοψηφία του εκπαιδευτικοί ηλικίας 41 έως 50 και με εμπειρία να κυμαίνεται από 15 χρόνια και πάνω. Οι σπουδές τους στη συντριπτική πλειοψηφία αφορούσαν μόνο το βασικό πτυχίο. Με αυτές τις πληροφορίες ως δεδομένες είναι εύλογο να συμπεράνουμε ότι κατά γενική ομολογία οι εκπαιδευτικοί κατανοούν τη χρησιμότητα των χειραπτικών υλικών μα δεν είναι σε θέση να αποδεσμευτούν πλήρως από την παραδοσιακή διδασκαλία και τη διάλεξη. Από την πλευρά τους οι μαθητές, επιβεβαιώνουν αυτά που και οι σύγχρονες θεωρίες έχουν επισημάνει.

Παρά τα αντικρουόμενα αποτελέσματα της έρευνας, δεν μπορούμε παρά να θεωρήσουμε ευοίωνη και ελπιδοφόρα τη στάση των εκπαιδευτικών απέναντι στα χειραπτικά υλικά. Εάν απλά σκεφτούμε ότι το παρόν δείγμα αποτελείτο κατά κύριο λόγο από έμπειρους εκπαιδευτικούς με εφόδιο τους το βασικό πτυχίο και η έρευνα απέδειξε ότι αναγνωρίζουν τα χειραπτικά υλικά ως σημαντικό μέσο διδασκαλίας, τότε δημιουργούνται μόνο θετικές προσδοκίες για τη στάση των μελλοντικών εκπαιδευτικών.

Με δεδομένο ότι στόχος της παρούσας εργασίας είναι η κατά το δυνατόν πιο ολοκληρωμένη παρουσίαση ενός πολύπλευρου και αχανούς ζητήματος, αφήνονται τα περιθώρια για τη ανάδυση νέων ερωτηματικών. Εξαιρετικά ενδιαφέρον θα ήταν να μελετήσουμε μελλοντικά την εξελικτική πρόοδο μαθητών που διδάσκονται μαθηματικά με τη βοήθεια χειραπτικών υλικών σε σύγκριση με μαθητές που συμμετέχουν σε παραδοσιακές διδασκαλίες σε μεγάλο βάθος χρόνου. Επίσης, στην ίδια ακριβώς βάση θα μπορούσε να διενεργηθεί μια ακόμη μελέτη η οποία ωστόσο να μην περιορίζεται στη διδασκαλία των μαθηματικών μα στη γενικότερη χρήση μέσων διδασκαλίας. Δεδομένου ότι τα ευρήματα που υπάρχουν σε αυτή την κατεύθυνση δεν είναι πολυπληθή, κάθε ολοκληρωμένη προσπάθεια είναι σημαντική.

Κάθε προσπάθεια για αλλαγή και εξέλιξη στην εκπαίδευση απαιτεί χρόνο, δοκιμή και προσπάθεια τόσο από μαθητές όσο και από εκπαιδευτικούς. Καθώς η κοινωνία μας εξελίσσεται και τα δεδομένα αλλάζουν, δε έχουμε παρά να δοκιμάζουμε να αλλάξουμε κι εμείς, να ελίσσόμαστε και να προσαρμοζόμαστε.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ (ΠΡΟΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥΣ)

Το ερωτηματολόγιο που έχετε στα χέρια σας είναι απολύτως **ανώνυμο**. Έχει ως σκοπό να μας βοηθήσει να αποτυπώσουμε τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τη χρήση χειραπτικού υλικού στο μάθημα των μαθηματικών.

ΑΤΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Παρακαλώ, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις **βάζοντας ένα X** σε μία απάντηση.

1. Φύλο: Άνδρας Γυναίκα
2. Ηλικία: 20–30 31–40 41–50 51–60 άνω των 61 ετών
3. Έτη υπηρεσίας: 0–5 6–10 11–15 16–20 21–25
26–30 πάνω από 30 χρόνια
4. Σπουδές: Βασικό πτυχίο Μεταπτυχιακό Διδακτορικό
5. Τάξη Διδασκαλίας: Α Β Γ Δ Ε ΣΤ

ΧΡΗΣΗ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Παρακαλώ, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις **κυκλώνοντας τον αριθμό που σας εκφράζει**. Δεν υπάρχουν σωστές ή λάθος απαντήσεις.

0: Διαφωνώ

1: Μάλλον Διαφωνώ

2: Μάλλον Συμφωνώ

3: Συμφωνώ

1. Η χρήση χειραπτικού υλικού στο μάθημα των μαθηματικών είναι απαραίτητη.	0	1	2	3
2. Χρησιμοποιείτε συχνά χειραπτικό υλικό κατά τη διδασκαλία σας.	0	1	2	3
3. Υπάρχουν διαθέσιμα υλικά (π.χ. τάνγκραμ, τουβλάκια, ράβδοι, κ.ά.) στο σχολείο.	0	1	2	3
4. Κατασκευάζετε υλικά για την υλοποίηση μιας εφαρμογής.	0	1	2	3
5. Θεωρείτε ότι η διδασκαλία με παιχνίδι έχει καλύτερα αποτελέσματα από μια απλή διάλεξη.	0	1	2	3
6. Θεωρείτε ότι τα υλικά σε μια διδασκαλία αποσπούν την προσοχή των παιδιών από το μάθημα.	0	1	2	3
7. Η χρήση χειραπτικού υλικού βοηθάει στην καλύτερη επίδοση των μαθητών.	0	1	2	3
8. Η χρήση χειραπτικού υλικού βοηθάει στην ανάπτυξη της συνεργασίας των μαθητών.	0	1	2	3
9. Αποφεύγετε συνήθως τα υλικά, ώστε να μην χάνετε πολύτιμο διδακτικό χρόνο.	0	1	2	3
10. Αποφεύγετε συνήθως τα υλικά, ώστε να μην χάνετε εξωδιδακτικό χρόνο για την προετοιμασία τους.	0	1	2	3
11. Το αναλυτικό πρόγραμμα προβάλλει τη χρήση χειραπτικού υλικού.	0	1	2	3
12. Στις επιμορφώσεις δεν γίνεται αναφορά στη σωστή χρήση χειραπτικού υλικού.	0	1	2	3

Ευχαριστώ πολύ για την πολύτιμη βοήθειά σας, Κουτσικουρή Αθηνά.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ (ΠΡΟΣ ΜΑΘΗΤΕΣ)

Το ερωτηματολόγιο που έχετε στα χέρια σας είναι απολύτως **ανώνυμο**. Έχει ως σκοπό να μας βοηθήσει να αποτυπώσουμε τις αντιλήψεις των μαθητών σχετικά με τη χρήση χειραπτικού υλικού στο μάθημα των μαθηματικών.

ΑΤΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Παρακαλώ, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις **βάζοντας ένα X** σε μία απάντηση.

6. Φύλο: Αγόρι Κορίτσι

7. Τάξη: Α Β Γ Δ Ε Στ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΜΑΘΗΣΙΑΚΩΝ ΔΥΣΚΟΛΙΩΝ

Παρακαλώ, απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις **κυκλώνοντας την απάντηση που σας εκφράζει**. Δεν υπάρχουν σωστές ή λάθος απαντήσεις.

2. Ο/Η δάσκαλος/-α σου χρησιμοποιεί υλικά (π.χ. αριθμομηχανή, τάνγκραμ, ξυλάκια, κ.ά.) στο μάθημα των μαθηματικών.	ΝΑΙ	ΟΧΙ
2. Σου αρέσει όταν χρησιμοποιείς υλικά στο μάθημα.	ΝΑΙ	ΟΧΙ
3. Τα υλικά αυτά σε βοηθάνε να καταλάβεις πιο εύκολα και πιο γρήγορα το μάθημα.	ΝΑΙ	ΟΧΙ
4. Κάθε παιδί χρησιμοποιεί τα δικά του υλικά.	ΝΑΙ	ΟΧΙ
5. Θα ήθελες να χρησιμοποιείς πιο συχνά υλικά στα μαθηματικά και στα άλλα μαθήματα.	ΝΑΙ	ΟΧΙ

Ευχαριστώ πολύ για την πολύτιμη βοήθειά σας, Κουτσιακουρή Αθηνά.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Βαϊνάς, Κ. (1995). *Συμβολή στη διδασκαλία των μαθηματικών του δημοτικού*. Ρέθυμνο: Τυποσπουδή.
- Βοσνιάδου, Σ. (1995). *Η Ψυχολογία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Γιαννούλης, Ν. (1993). *Διδακτική μεθοδολογία*. Αθήνα.
- Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης (Δ.Ε.Π.Π.Σ.), Τόμος Α' (2003). Αθήνα: ΥΠΕΠΘ & Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.
- Εξαρχάκος, Θ. (1988). *Διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Ζαβλανός, Μ. (2003). *Διδακτική και αξιολόγηση*. Αθήνα: Σταμούλη.
- Ζευκλής, Α. (1989). *Τα Εποπτικά μέσα διδασκαλίας: Σύγχρονη προσέγγιση της εκπαιδευτικής τεχνολογίας*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.
- Heath, Th. (2001). *Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών*. Τόμος Ι. Από το Θαλή στον Ευκλείδη. Αθήνα: Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ.
- Heath, Thomas L. (2001). *Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών*. Τόμος ΙΙ. Από τον Αρίσταρχο στον Διόφαντο. Αθήνα: Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ.
- Kamii, C. & DeClark, G. (1995). *Τα παιδιά ξαναεφευρίσκουν την Αριθμητική Μτφρ.* Γ. Ζακοπούλου. Αθήνα: Πατάκης.
- Κουλουμπαρίτση, Α. (2002). *Η κατανόηση στο Αναλυτικό Πρόγραμμα στα Σχολικά Βιβλία και στη Διδακτική Πράξη: Συστημική Συσχέτιση και Αξιολόγηση, Εφαρμογές στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.
- Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών*. Leader Books.

- Κωσταρίδου-Ευκλείδη, Α. (1997). *Ψυχολογία της Σκέψης*, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Λεμονίδης Χ. (2008). *Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου*. Αθήνα: Πατάκη.
- Μεθοδολογικές οδηγίες για τη δημιουργική χρήση των βιβλίων του μαθητή στα τμήματα ενισχυτικής διδασκαλίας, Πρόγραμμα: «ένταξη τσιγγανόπαιδων στο σχολείο», Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας Βόλος, 2007
- Π.Ι. & Υ.Π.Ε.Π.Θ. (2010). *Διδακτικά πακέτα Μαθηματικών Α' - ΣΤ' Δημοτικού*. Αθήνα.
- Πυργιωτάκης Ι. (2000). *Εισαγωγή στη Παιδαγωγική Επιστήμη*, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Σαλβαράς, Γ. *Διδακτική μαθηματικών του δημοτικού σχολείου*. Αθήνα: Εκπαιδευτήρια Κωστέα – Γείτονα
- Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg.
- Τουμάσης, Μ. (2004). *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Τριλιανός, Α.(2004). *Μεθοδολογία της Σύγχρονης Διδασκαλίας*
- Van de Walle, J. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια*
- *Εξελικτική διδασκαλία..* Αθήνα: Τυπωθήτω – Γ. Δαρδάνος.
- Φιλίππου, Γ. & Χρίστου, Κ. (2004). *Διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα: Δαρδάνος
- Χασάπης, Δ. (2000). *Διδακτική Βασικών Μαθηματικών Εννοιών. Αριθμοί και αριθμητικές πράξεις*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Κουτσικάρη, Αθηνά Θ.

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	Μια διδακτική προσέγγιση
ΤΙΤΛΟΣ	Κε 2 των χροιά χειραγωγεί...
ΛΗΞΗ	ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΔΑΝΕΙΖΟΜΕΝΟΥ
23/3/12	
8/6/12	

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
Τηλ.: 24210-06300



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000107061