

ΠΜΣ Εφαρμοσμένης Οικονομικής
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ
ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ
ΤΩΝ ΧΑΜΕΝΩΝ ΠΩΛΗΣΕΩΝ**

Χρήστος Ν. Τζιουρτζιούμης

Επιβλέπων καθηγητής: **Επίκουρος Καθηγητής Ηλίας Κεβόρκ**

Βόλος 2012

Υπεύθυνη δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης, έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Τζιουρτζιούμης Χρήστος

Βόλος, Ιανουάριος 2012

Ευχαριστίες

Κατά την διάρκεια υλοποίησης της παρούσας εργασίας, πολλοί άνθρωποι με βοήθησαν και με υποστήριξαν με διάφορους τρόπους. Θα ήθελα να εκφράσω, ειδικά, τις ευχαριστίες μου στους ακόλουθους:

Στον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κεβόρκ για την εμπιστοσύνη του και για την συνεχή καθοδήγηση του σε όλη την διάρκεια διεκπεραίωσης της εργασίας. Επίσης, είμαι ευγνώμων, επειδή πρόσφερε τις γνώσεις του και με βοήθησε να κατανοήσω καλύτερα αυτή την σύνθετη περιοχή της Μικροοικονομίας.

Στα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς επιτροπής – κ. Τζερεμέ και κ. Σταμπούλη για τις γνώσεις, συμβουλές και υποδείξεις τους.

Στον κ. Χάλκο για την συνεργασία και για την εμπιστοσύνη του καθ'όλη την διάρκεια των προπτυχιακών και μεταπτυχιακών σπουδών. Επίσης, είμαι ευγνώμων, επειδή πρόσφερε τις γνώσεις του και με βοήθησε να κατανοήσω την Οικονομική Επιστήμη και συγκεκριμένα, την Οικονομετρία.

Περιεχόμενα

| | |
|--|----|
| ΠΕΡΙΛΗΨΗ | 6 |
| ABSTRACT | 7 |
| Κεφάλαιο 1 | 8 |
| Εισαγωγή..... | 8 |
| Κεφάλαιο 2..... | 16 |
| Βιβλιογραφική επισκόπηση | 16 |
| 2.1. Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης | 16 |
| 2.1.1. Order-Point, Order-Quantity (s,Q) System..... | 16 |
| 2.1.2. Order-Point, Order-Up-to-Level (s,S) System | 17 |
| 2.2. Υποδείγματα περιοδικής επιθεώρησης..... | 17 |
| 2.2.1. Periodic-Review, Order-Up-To-Level (R,S) System | 17 |
| 2.2.2. (R,s,S) System | 17 |
| 2.3. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με παραγγελίες σε εκκρεμότητα | 18 |
| 2.3.1. Άριστη ποσότητα παραγγελίας και σημείο αναπαραγγελίας με κανονική ζήτηση και σταθερό χρόνο παράδοσης (Κεβόρκ, 2009)..... | 20 |
| 2.3.2. Άριστη ποσότητα παραγγελίας με κανονική ζήτηση και μη σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας..... | 22 |
| 2.4. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις..... | 23 |
| 2.4.1. Άριστη ποσότητα παραγγελίας με κανονική ζήτηση και μη σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας..... | 25 |
| 2.4.2. Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν εκκρεμεί μόνο μια ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αναπαραγγελίας ($Q > s$)..... | 26 |
| 2.4.3. Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν εκκρεμούν το πολύ δυο παραγγελίες σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ($Q \leq s < 2Q$) .. | 27 |
| 2.5. Σημείο αναπαραγγελίας και αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος..... | 27 |
| 2.6. Το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις..... | 29 |
| 2.7. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα..... | 30 |
| Κεφάλαιο 3..... | 32 |
| Εξειδικευμένη προσέγγιση των υποδειγμάτων συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος | 32 |
| 3.1. Χρήσιμοι ορισμοί..... | 32 |
| 3.2. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα για την περίπτωση όπου ισχύει ταυτόχρονα $R - x_L > 0$ και $R - x_L \leq 0$ | 33 |
| 3.2.1. Προσδιορισμός του αναμενόμενου μέσου μεγέθους του αποθέματος: Η περίπτωση των Montgomery, Bazaraa και Keswani | 35 |

| | |
|---|-----|
| 3.2.2. Προσδιορισμός του μέσου αναμενόμενου μεγέθους του αποθέματος: Η περίπτωση Hadley-Whitin | 36 |
| 3.2.3. Νέα προσέγγιση στον προσδιορισμό του αναμενόμενου μέσου μεγέθους του αποθέματος | 37 |
| 3.3. Αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού κόστους | 47 |
| 3.3.1. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Η περίπτωση Hadley-Whitin | 49 |
| 3.3.2. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Η περίπτωση Montgomery, Bazaraa και Keswani | 50 |
| 3.3.3. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Νέα Μέθοδος-Mixture | 51 |
| 3.4. Συνθήκες | 53 |
| 3.5. Προσδιορισμός ελάχιστου συνολικού κόστους, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και άριστης ποσότητας παραγγελίας | 56 |
| 3.5.1. Η περίπτωση: Hadley-Whitin | 56 |
| 3.5.2. Η περίπτωση: Montgomery, Bazaraa και Keswani | 56 |
| 3.5.3. Η περίπτωση: Νέα Μέθοδος | 57 |
| 3.6. Η σχέση μεταξύ των παραμέτρων A, h, π, π_0 | 58 |
| Κεφάλαιο 4 | 61 |
| Εμπειρικά αποτελέσματα | 61 |
| 4.1. Εισαγωγή | 61 |
| 4.2. Άριστη ποσότητα παραγγελίας | 61 |
| 4.3. Αναμενόμενο μέσο απόθεμα | 74 |
| 4.4. Ελάχιστο συνολικό κόστος | 86 |
| Κεφάλαιο 5 | 98 |
| Ανακεφαλαίωση | 98 |
| 5.1. Συμπεράσματα | 98 |
| 5.2. Μελλοντική έρευνα | 101 |
| Βιβλιογραφία | 103 |
| Παράρτημα | 109 |

ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ
ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΧΑΜΕΝΩΝ ΠΩΛΗΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Συγκεκριμένα, στην βιβλιογραφία οι Hadley-Whitin (1963) ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι πολύ χαμηλή, ενώ οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) ασχολήθηκαν με την περίπτωση στην οποία η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι πολύ υψηλή. Στην εργασία αυτή προτείνεται μια νέα μέθοδος υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος στην οποία η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή, με αποτέλεσμα σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, ενώ σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη. Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη, από την ανάλυση προκύπτει ότι, το ελάχιστο συνολικό κόστος επιτυγχάνεται με την περίπτωση των παραγγελιών σε εκκρεμότητα.

Λέξεις κλειδιά: Συστήματα συνεχούς επιθεώρησης, Άριστη ποσότητα παραγγελίας, Έλλειψη, Χαμένες πωλήσεις, Παραγγελίες σε εκκρεμότητα

Κωδικοί JEL: C44: Operations Research, D22: Firm Behavior: Empirical Analysis, D24: Production & cost, M11: Production Management, L6: Manufacturing

THE CONTINUOUS REVIEW SYSTEM IN INVENTORY MANAGEMENT: LOST SALES CASE

ABSTRACT

The continuous review system of backorders and lost sales will be investigated in this thesis. Especially, in the literature on the one hand Hadley-Whitin (1963) studied the case of the low value of the inventory shortage probability, but on the other hand Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) studied the case of the high value of the inventory shortage probability. From our sight of view, a new approximation method for the expected average inventory is developed. The inventory shortage probability is neither too low nor too high. Hence, if there are many inventory cycles in some of them will exist shortage, while to the rest there are not. Furthermore, the analysis shown that the minimum total cost is achieved by the backorders case, when inventory shortage exists.

Key words: Continuous review systems, Economic order quantity, Shortage, Lost sales, Backorders

JEL codes: C44: Operations Research, D22: Firm Behavior: Empirical Analysis, D24: Production & cost, M11: Production Management, L6: Manufacturing

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Η αποθεματική πολιτική αποτελεί ένα σημαντικό κομμάτι των επιχειρήσεων. Ο προσδιορισμός του σημείου αναπαραγγελίας, της ιδανικής στάθμης του αποθέματος καθώς και της άριστης ποσότητας παραγγελίας ενδιαφέρουν άμεσα τις επιχειρήσεις προκειμένου να λαμβάνουν άριστες αποφάσεις. Για τον προσδιορισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας απαιτείται η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους. Το σημείο αναπαραγγελίας δείχνει πότε θα γίνει η παραγγελία και για τον προσδιορισμό του πρέπει να ορισθεί το απόθεμα ασφαλείας το οποίο παρέχει το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης. Η ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας δεν είναι ανεξάρτητη αλλά παρουσιάζει μια τάση να αυτοσυσχετίζεται. Επομένως, παρατηρείται ότι υπάρχουν πολλές παράμετροι που επηρεάζουν μια αποθεματική πολιτική και γι' αυτό το λόγο η διαχείριση των αποθεμάτων προκειμένου να ληφθούν σωστές αποφάσεις απασχολούσε τους παλαιούς ερευνητές αλλά συνεχίζει να αποτελεί αντικείμενο μελέτης και για νέους ερευνητές.

Στην περίπτωση όπου η επιχείρηση δεν παραγγέλλει το τελικό προϊόν αλλά παραγγέλλει τμήματά του και τα επεξεργάζεται προκειμένου να δημιουργήσει το τελικό προϊόν τότε λόγω των περιορισμένων πόρων που διαθέτει θα πρέπει να χρησιμοποιεί με το καλύτερο δυνατό τρόπο τους διαθέσιμους πόρους. Κατά συνέπεια στο απόθεμα περιλαμβάνονται διαφορετικά αντικείμενα με αποτέλεσμα να είναι δύσκολο για την επιχείρηση να κάνει διαφορετικό προγραμματισμό για τα αποθέματα του κάθε αντικείμενου. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού, ο Ιταλός Vilfredo Pareto δημιούργησε την ταξινόμηση ABC όπου διαχωρίζει το απόθεμα σε τρεις κατηγορίες, βασιζόμενη στο γεγονός ότι ένας σχετικά μικρός αριθμός προϊόντων, εξαρτημάτων ή υλικών, αντιπροσωπεύουν το μεγαλύτερο μέρος της συνολικά δεσμευμένης σε αποθέματα αξίας. Συγκεκριμένα, η ομάδα A περιλαμβάνει ένα μικρό αριθμό των προϊόντων που αποτελούν το απόθεμα αλλά είναι μεγάλης αξίας, δηλαδή 15-20% των συνολικών προϊόντων του αποθέματος που αντιστοιχούν στο 70-75% της συνολικής αξίας του αποθέματος. Η ομάδα B περιλαμβάνει περισσότερα προϊόντα αλλά είναι μικρότερης αξίας. Δηλαδή, αντιστοιχούν στο 20-25% των συνολικών προϊόντων του αποθέματος και στο 20-25% της συνολικής αξίας του αποθέματος. Τέλος, η ομάδα C περιλαμβάνει τα υπόλοιπα μικρότερης αξίας προϊόντα που αντιστοιχούν στο 5-10% της συνολικής αξίας του αποθέματος και αποτελούν το μεγαλύτερο ποσοστό των προϊόντων που αποθεματοποιούνται.

Όμως, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι στην παρούσα εργασία θα εξεταστεί η διαχείριση αποθεμάτων για την περίπτωση όπου η επιχείρηση παραγγέλλει το τελικό προϊόν.

Σύμφωνα, με τον Mansfield (1996) η διαδικασία της λήψης αποφάσεων τόσο για τις επιχειρήσεις όσο για τους μη κερδοσκοπικούς οργανισμούς μπορεί να διαχωριστεί, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1, σε πέντε βασικά στάδια:

Στάδιο 1: Καθορισμός των Αντικειμενικών Στόχων

Κάθε επιχείρηση όταν λαμβάνει μια απόφαση πρέπει να προσδιορίζει τους αντικειμενικούς στόχους. Ειδικότερα, εάν δεν γνωρίζει τι προσπαθεί να υλοποιήσει τότε δεν υπάρχει κανένας λογικός τρόπος για να πάρει την σωστή απόφαση.

Στάδιο 2: Οροθέτηση του Προβλήματος

Ένα από τα πιο δύσκολα μέρη της λήψης αποφάσεων είναι η ακριβής οροθέτηση του προβλήματος. Συχνά, τα ανώτατα στελέχη των επιχειρήσεων αντιμετωπίζουν μια κατάσταση που κρίνεται ως μη ικανοποιητική.

Στάδιο 3: Προσδιορισμός Εφικτών Λύσεων

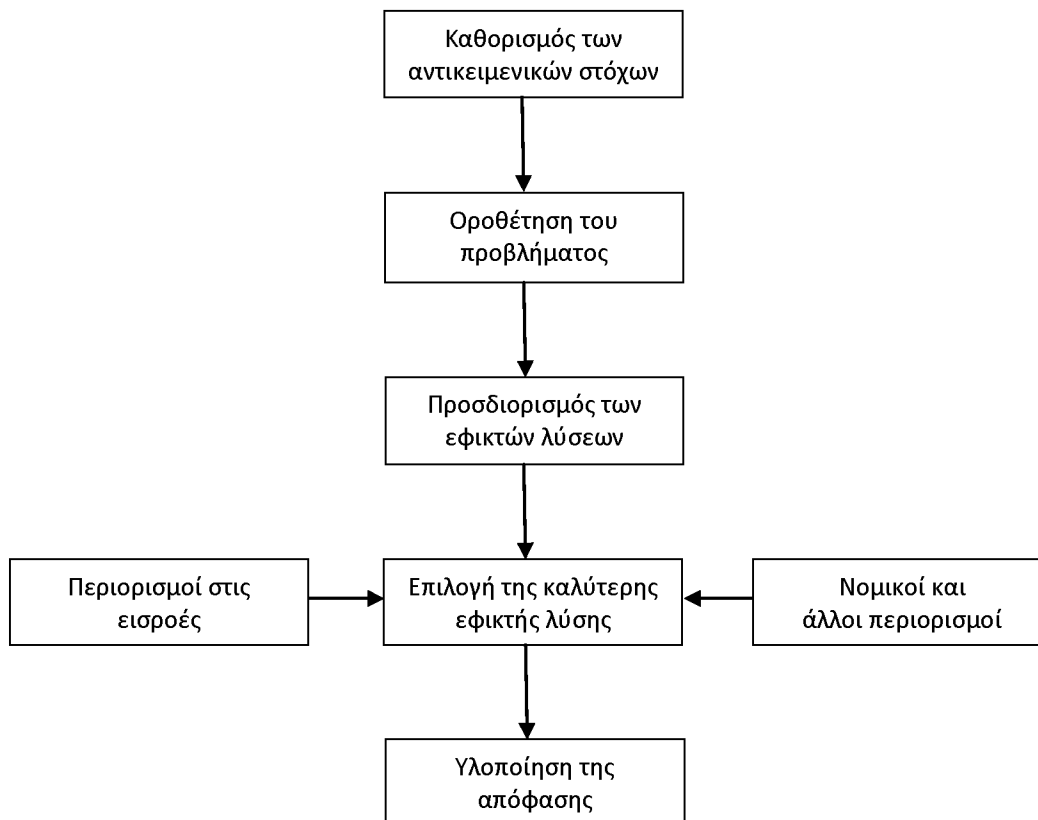
Από την στιγμή που έχει προσδιοριστεί το πρόβλημα, πρέπει η επιχείρηση να επινοήσει και να προσδιορίσει τις εφικτές λύσεις.

Στάδιο 4: Επιλογή της Καλύτερης Εφικτής Λύσης

Όταν η επιχείρηση προσδιορίσει το σύνολο των εναλλακτικών εφικτών λύσεων, πρέπει να αξιολογήσει κάθε μια από αυτές και να προσδιορίσει ποια είναι η καλύτερη δεδομένων των αντικειμενικών στόχων της.

Στάδιο 5: Υλοποίηση της Απόφασης

Από την στιγμή που έχει επιλεγεί μια συγκεκριμένη λύση, πρέπει να υλοποιηθεί, ώστε να είναι αποτελεσματική. Αυτή η φάση της διαδικασίας λήψης αποφάσεων έχει τεράστια σημασία γιατί και οι καλύτερες αποφάσεις δεν έχουν καμία αξία αν δεν υλοποιηθούν.



Σχήμα 1 Βασική διαδικασία Λήψης Αποφάσεων

Το πρόβλημα το οποίο εξετάζεται στην παρούσα εργασία μπορεί να διαχωριστεί στα πέντε ανωτέρω στάδια ως εξής:

Στο Στάδιο 1 καθορίζεται ο αντικειμενικός στόχος που είναι η μεγιστοποίηση των κερδών. Ειδικότερα, επιδιώκεται να βρεθεί ποια είναι η κατάλληλη αποθεματική πολιτική που μεγιστοποιεί τα κέρδη. Συγκεκριμένα, οι αποθεματικές πολιτικές είναι: α) παραγγελίες σε εκκρεμότητα β) χαμένες πωλήσεις γ) συνδυασμός και των δυο.

Στο Στάδιο 2 γίνεται η οροθέτηση του προβλήματος. Είναι γνωστό ότι η μεγιστοποίηση των κερδών μπορεί να υλοποιηθεί είτε μεγιστοποιώντας τα συνολικά έσοδα είτε ελαχιστοποιώντας το συνολικό κόστος. Στη παρούσα εργασία θα εξεταστεί η περίπτωση ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους.

Στο Στάδιο 3 προσδιορίζονται οι εφικτές λύσεις. Συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 3 δημιουργούνται για τις τρεις αποθεματικές πολιτικές οι αντίστοιχες συναρτήσεις συνολικού κόστους.

Στο Στάδιο 4 γίνεται η επιλογή της εφικτής λύσης. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται το ελάχιστο συνολικό κόστος και για τις τρεις αποθεματικές πολιτικές. Με βάση τα εμπειρικά

αποτελέσματα του Κεφαλαίου 4 γίνεται η επιλογή της εφικτής λύσης. Επομένως, η αποθεματική πολιτική που προτείνεται είναι παραγγελίες σε εκκρεμότητα.

Το Στάδιο 5 το οποίο περιλαμβάνει την υλοποίηση της απόφασης, δεν μπορούσε να πραγματοποιηθεί λόγω περιορισμένων δυνατοτήτων απόκτησης των πραγματικών στοιχείων της ζήτησης και των αποθεμάτων των επιχειρήσεων.

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί μια διαφορετική προσέγγιση του κλασικού υποδείγματος άριστης ποσότητας παραγγελίας (economic order quantity, EOQ) το οποίο δημιουργήθηκε από τον Ford Whitman Harris το 1913.

Το κλασικό υπόδειγμα άριστης ποσότητας παραγγελίας βασίζεται στις εξής υποθέσεις:

1. Η ετήσια ζήτηση είναι σταθερή
2. Ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός
3. Το σταθερό κόστος παραγγελίας είναι K
4. Δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα
5. Το κόστος κράτησης του αποθέματος ανά μονάδα ανά χρόνο είναι h

Με δεδομένες τις παραπάνω υποθέσεις το υπόδειγμα άριστης ποσότητας παραγγελίας ακολουθεί μια αποθεματική πολιτική που έχει ως σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, το οποίο αποτελείται από το κόστος παραγγελίας, το κόστος κράτησης του αποθέματος και το κόστος αγοράς (ενδεικτικά: πρώτων υλών, εργατικού δυναμικού, μεταφοράς του προϊόντος). Έτσι, η συνάρτηση συνολικού κόστους γράφεται:

$TC = \text{annual cost of placing orders} + \text{annual purchasing cost} + \text{annual holding cost} \Leftrightarrow$

$$TC = \frac{KD}{Q} + cD + \frac{hQ}{2}$$

Ελαχιστοποιώντας την συνάρτηση του συνολικού κόστους υπολογίζεται η άριστη ποσότητα

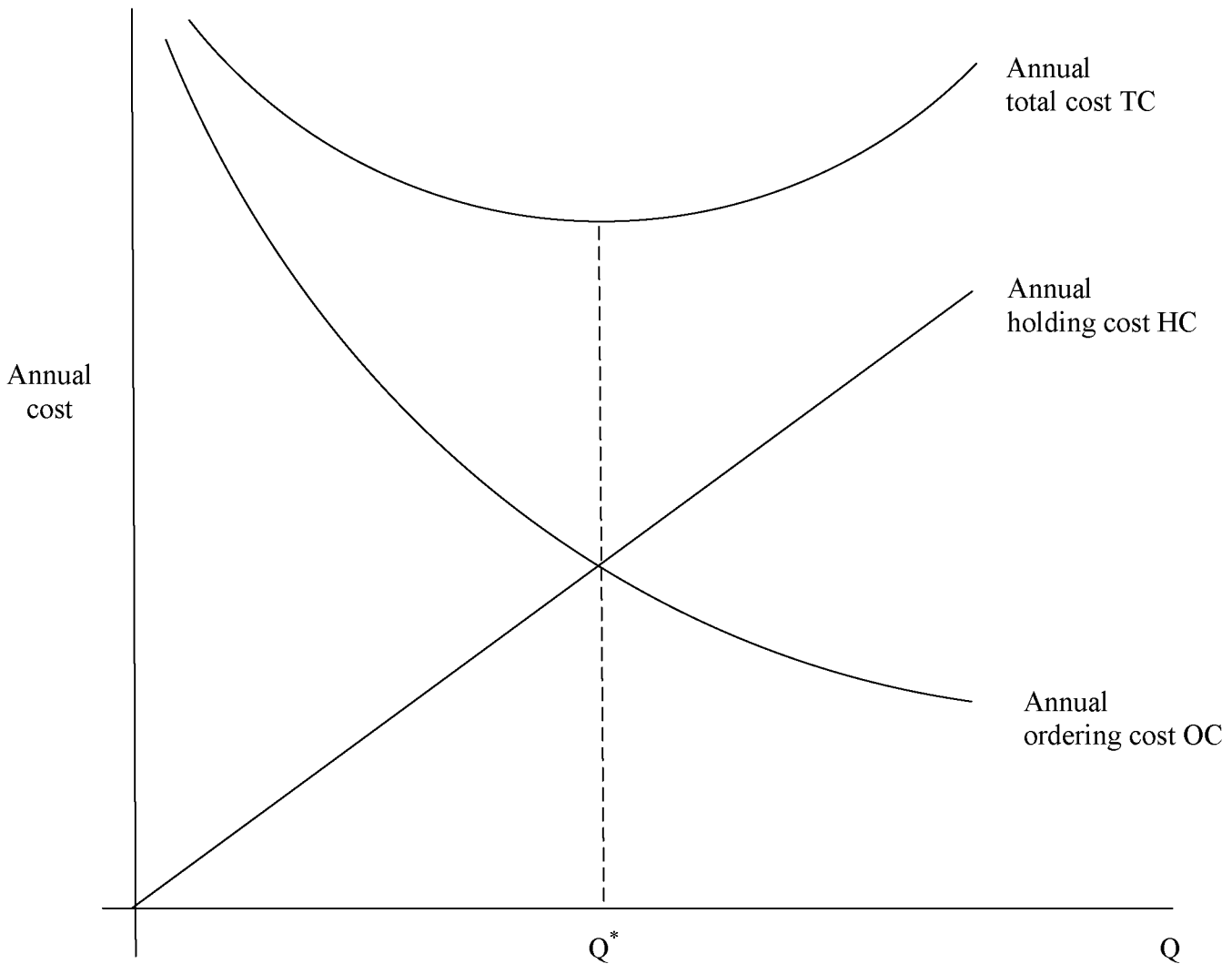
παραγγελίας, $EOQ = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$.

Όταν η επιχείρηση παραγγέλνει την άριστη ποσότητα τότε το κόστος κράτησης ισούται με το σταθερό κόστος παραγγελίας. Συγκεκριμένα,

$$\text{Holding cost} = \frac{hQ^*}{2} = \frac{h}{2} \left(\frac{2KD}{h} \right)^{1/2} = \left(\frac{KDh}{2} \right)^{1/2}$$

$$\text{Ordering cost} = \frac{KD}{Q^*} = \frac{KD}{\left(\frac{2KD}{h} \right)^{1/2}} = \left(\frac{KDh}{2} \right)^{1/2}$$

Επομένως, holding cost = ordering cost, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.



Σχήμα 2 Η σχέση μεταξύ των κοστών στο σημείο Q^*

Όπως, έχει ήδη αναφερθεί, στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί μια διαφορετική προσέγγιση του κλασικού υποδείγματος άριστης ποσότητας παραγγελίας. Συγκεκριμένα, θα παραβιαστούν οι υποθέσεις 1 και 4 και θα εξεταστεί η περίπτωση όπου ισχύουν οι εξής υποθέσεις:

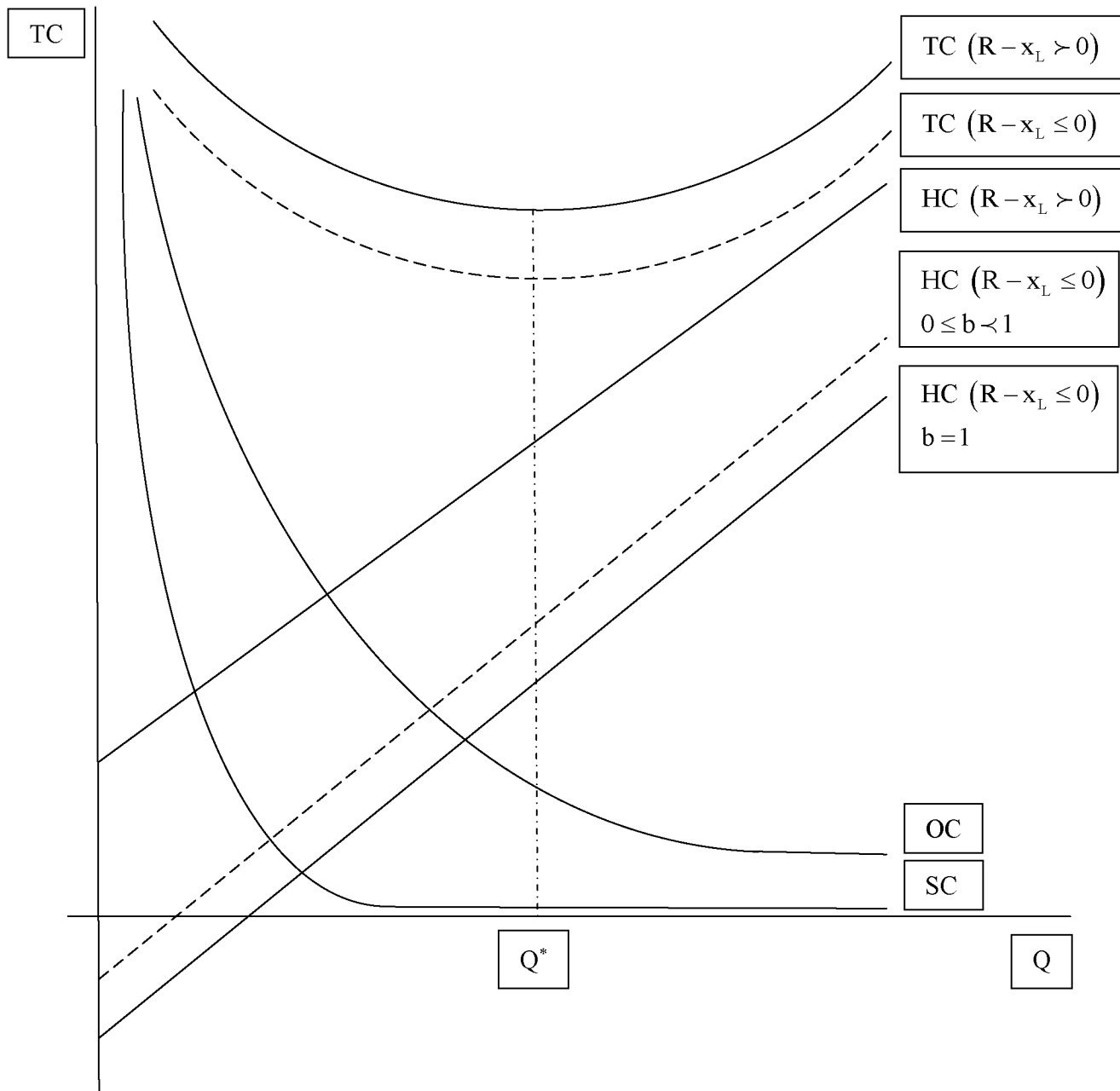
- A. Η ετήσια ζήτηση είναι τυχαία μεταβλητή
- B. Υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα
- C. Η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερή
- D. Ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός
- E. Το σταθερό κόστος παραγγελίας είναι A
- F. Το κόστος κράτησης του αποθέματος ανά μονάδα ανά χρόνο είναι h
- G. Το σταθερό κόστος ανά μονάδα έλλειψης του αποθέματος είναι π
- H. Το κέρδος ανά μονάδα είναι π_0

Αναλυτικότερα, η υπόθεση A (ετήσια ζήτηση είναι τυχαία μεταβλητή), συνεπάγεται ότι η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή, δηλαδή ακολουθεί την κανονική κατανομή, με αποτέλεσμα η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών να μην παραμένει η ίδια. Επιπλέον, από την υπόθεση C (η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερή), εξασφαλίζεται η μη ύπαρξη αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας.

Έτσι, στην συνάρτηση συνολικού κόστους ενσωματώνεται, επιπλέον, το κόστος έλλειψης $(\pi + \pi_o(1-b))$ αλλά δεν λαμβάνεται υπόψη το κόστος αγοράς. Από την στιγμή που υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα η επιχείρηση έχει την δυνατότητα να ακολουθήσει τρεις εναλλακτικές αποθεματικές πολιτικές: α) παραγγελίες σε εκκρεμότητα, β) χαμένες πωλήσεις και γ) συνδυασμός των δυο προηγούμενων πολιτικών. Η συνάρτηση συνολικού κόστους και η άριστη ποσότητα παραγγελίας του μοντέλου που εξετάζεται, προσδιορίζονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3. Στην συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά η συνάρτηση του συνολικού κόστους και στο σχήμα 3 απεικονίζεται η γραφική παράσταση των κοστών.

TC = annual purchasing cost + annual holding cost + annual fixed shortage cost +
+ annual lost profit \Leftrightarrow

$$TC = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_j + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} S_R (1-b)$$



Σχήμα 3 Γραφική παράσταση των κοστών

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η δημιουργία ενός νέου μοντέλου αποθεματικής πολιτικής (Νέα Μέθοδος-Mixture) που να δίνει την δυνατότητα στην επιχείρηση να συνδυάζει τις περιπτώσεις: όπου α) δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - x_L > 0$ και β) πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - x_L \leq 0$. Ειδικότερα, οι Hadley-Whitin (1963) ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, $R - x_L > 0$, ενώ οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973)

ασχολήθηκαν με την περίπτωση στην οποία σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή $R - x_L \leq 0$. Επομένως, με την Νέα Μέθοδο που δημιουργείται στην εργασία αυτή, θεωρείται ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή, με αποτέλεσμα σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, $R - x_L \leq 0$, ενώ σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη, $R - x_L > 0$. Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη, με την Νέα Μέθοδο που δημιουργείται στην εργασία, η επιχείρηση μπορεί να κάνει είτε μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα είτε μόνο χαμένες πωλήσεις είτε συνδυασμό και των δυο. Επίσης, στην περίπτωση που δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση προτείνεται η κατάλληλη αποθεματική πολιτική.

Η εργασία αποτελείται από 5 κεφάλαια. Συγκεκριμένα, το κεφάλαιο 2 περιλαμβάνει την βιβλιογραφική επισκόπηση, στο οποίο περιγράφονται τα διάφορα υποδείγματα αποθεματικής πολιτικής που υπάρχουν στην διεθνή βιβλιογραφία. Στο κεφάλαιο 3 περιγράφεται το μοντέλο αποθεματικής πολιτικής που δημιουργήθηκε καθώς και οι μαθηματικές αποδείξεις για τον προσδιορισμό της συνάρτησης του συνολικού κόστους και της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Στο κεφάλαιο 4 περιγράφονται και παρουσιάζονται σε πίνακες τα εμπειρικά αποτελέσματα. Τέλος, στο κεφάλαιο 5 αναφέρονται τα συμπεράσματα της εργασίας και στο παράρτημα παρουσιάζεται ο κώδικας της Fortran που δημιουργήθηκε για την εξαγωγή των εμπειρικών αποτελεσμάτων.

Κεφάλαιο 2

Βιβλιογραφική επισκόπηση

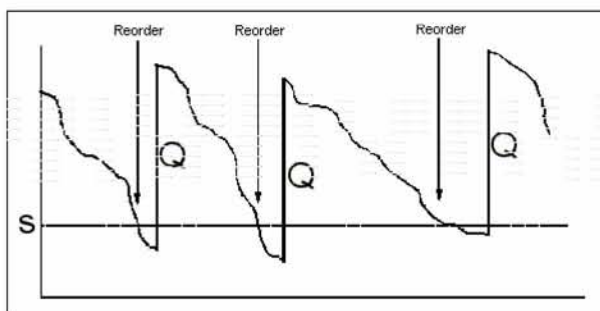
Το κεφάλαιο 2 ασχολείται με τα υποδείγματα συνεχούς και περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος που περιγράφονται στην διεθνή βιβλιογραφία. Συγκεκριμένα, σε κάθε υπόδειγμα παρουσιάζονται οι περιπτώσεις των παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων, με την ζήτηση να ακολουθεί διαφορετικές κατανομές και τον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να μεταβάλλεται ή να είναι σταθερός.

Οι Silver, Pyke and Peterson (1998) στο βιβλίο τους αναφέρουν ότι υπάρχουν δυο συστήματα στην περίπτωση συνεχής επιθεώρησης του αποθέματος, το (s,Q) και το (s,S) , καθώς και δυο συστήματα για την περιοδική επιθεώρηση, το (R,S) και το (R,s,S) .

2.1. Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης

2.1.1. Order-Point, Order-Quantity (s,Q) System

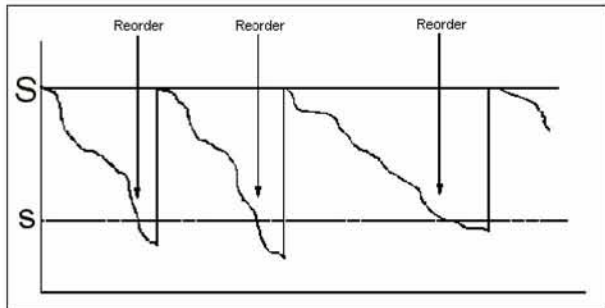
Στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (s,Q) η επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος λαμβάνει χώρα κάθε φορά που η εμφάνιση και ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένου μεγέθους μειώνει το ήδη υπάρχον απόθεμα. Όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (s) , τότε παραγγέλλεται η σταθερή ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, η οποία παραλαμβάνεται μετά το πέρασμα L χρονικών μονάδων (σχήμα 4). Το (s,Q) σύστημα συχνά αναφέρεται στην βιβλιογραφία ως ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από δυο αποθήκες (two-bin system). Συγκεκριμένα, στην αρχή η ζήτηση ικανοποιείται από την 1^η αποθήκη και όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει s , τότε ανοίγει η 2^η αποθήκη και ικανοποιεί την υπόλοιπη ζήτηση, ενώ ταυτόχρονα ξεκινά και η διαδικασία παραγγελίας Q μονάδων προϊόντος. Όταν έρθει η παραγγελία πρώτα γεμίζει η 2^η αποθήκη και στη συνέχεια η 1^η (Silver et al. 1998).



Σχήμα 4 (s,Q) System

2.1.2. Order-Point, Order-Up-to-Level (s,S) System

Στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (s,S) κάθε φορά που η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας, s, δίνεται η παραγγελία Q μονάδων προϊόντος, ώστε η νέα στάθμη του αποθέματος να φτάσει στο επίπεδο $S = s + Q$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Silver et al. 1998).



Σχήμα 5 (s,S) System

2.2. Υποδείγματα περιοδικής επιθεώρησης

2.2.1. Periodic-Review, Order-Up-To-Level (R,S) System

Στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων περιοδικής επιθεώρησης (R,S) κάθε φορά που πραγματοποιείται ο περιοδικός έλεγχος του αποθέματος, R, παραγγέλλεται ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, ώστε η στάθμη του αποθέματος να φτάσει στο σημείο S. Το βασικό μειονέκτημα που παρουσιάζει η μέθοδος περιοδικής επιθεώρησης είναι το υψηλότερο κόστος κράτησης σε σύγκριση με τις μεθόδους της συνεχούς επιθεώρησης (Silver et al. 1998).

2.2.2. (R,s,S) System

Στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων περιοδικής επιθεώρησης (R,s,S), ελέγχεται περιοδικά, R (χρονικές μονάδες), το απόθεμα και κάθε φορά που η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας, s, παραγγέλλεται ποσότητα, Q, μονάδων προϊόντος ώστε η στάθμη του αποθέματος να φτάσει στο σημείο S. Σε περίπτωση, όμως, που το επίπεδο του αποθέματος είναι πάνω από το σημείο αναπαραγγελίας, s, τότε δεν δίνεται η παραγγελία μέχρι τον επόμενο έλεγχο. Το (R,s,S) σύστημα αποτελεί συνδυασμό των (s,S) και (R,S) συστημάτων. Συγκεκριμένα, η μέθοδος (s,S) αποτελεί την ειδική περίπτωση του (R,s,S) όταν το $R=0$, ενώ η μέθοδος (R,S) είναι η ειδική περίπτωση του (R,s,S) όταν $s=S-1$. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να αναφερθεί ότι το σύστημα (R,s,S) αποτελεί την περιοδική έκδοση του συστήματος (s,S). Επιπλέον, το βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι

επιτυγχάνεται το μικρότερο κόστος παραγγελίας, κράτησης και έλλειψης σε σχέση με τις προηγούμενους μεθόδους. Όμως, το μειονέκτημά της είναι ότι απαιτείται ο υπολογισμός τριών παραμέτρων εν αντιθέσει με τις υπόλοιπες μεθόδους στις οποίες υπάρχουν μονό δυο (Silver et al. 1998).

2.3. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με παραγγελίες σε εκκρεμότητα

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (s,Q) η επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος λαμβάνει χώρα κάθε φορά που η εμφάνιση και ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένου μεγέθους μειώνει το ήδη υπάρχον απόθεμα. Όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (s), τότε παραγγέλλεται η σταθερή ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, η οποία παραλαμβάνεται μετά το πέρασμα L χρονικών μονάδων (Silver et al. 1998). Με την προϋπόθεση ότι η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή αυτό έχει ως αποτέλεσμα η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών να μην παραμένει η ίδια. Επιπλέον, θεωρώντας ότι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός και η ζήτηση που δεν μπορεί να ικανοποιηθεί λόγω έλλειψης του αποθέματος παραμένει σε εκκρεμότητα, το πιο σημαντικό στοιχείο διαμόρφωσης της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους αποτελεί ο προσδιορισμός του μέσου μεγέθους του αποθέματος (Κεβόρκ, 2009).

Στην διεθνή βιβλιογραφία η πιο συνηθισμένη μέθοδος προσδιορισμού του μέσου αποθέματος είναι αυτή των Hadley-Whitin (1963), στην οποία η βασική προϋπόθεση για την χρησιμοποίηση της είναι ότι το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι υψηλό ώστε η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος στο τέλος του κύκλου αναπαραγγελίας να είναι μηδαμινή. Στην περίπτωση, όμως, που δεν ισχύει αυτή η προϋπόθεση, αναφέρονται στην διεθνή βιβλιογραφία οι τύποι των Love (1979), Yano (1985) και Wagner (1960), στους οποίους το επίπεδο εξυπηρέτησης δεν είναι και τόσο υψηλό με αποτέλεσμα η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος στο τέλος του κύκλου αναπαραγγελίας να είναι μικρή αλλά όχι μηδαμινή. Επιπλέον, στην διεθνή βιβλιογραφία από την έρευνα που πραγματοποίησαν οι Zheng (1992) και Platt et al. (1997) αναφέρεται ένας γενικός τύπος για τον ακριβή προσδιορισμό του μέσου αποθέματος, όμως, εξαιτίας της πολυπλοκότητας του είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθεί στην συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους.

Οι Lau, Lau και Robinson (2002) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος με τις προϋποθέσεις ότι η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας ακολουθεί την κανονική κατανομή και το σημείο αναπαραγγελίας είναι μεγαλύτερο ή ίσο με το μηδέν. Κατέληξαν σε μια πιο απλοποιημένη μορφή του πολύπλοκου τύπου του ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος. Επιπλέον, έδειξαν ότι η απλοποιημένη αυτή μορφή θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού κόστους ώστε να δημιουργηθεί με τη βοήθεια της παραγωγίσις η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Στην διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται αρκετές μέθοδοι για τον ακριβή προσδιορισμό του μέσου αποθέματος, όμως κρίνεται αναγκαίο να πραγματοποιηθούν έρευνες αξιολόγησης των διαφόρων μεθόδων υπολογισμού του μέσου αποθέματος σε σχέση με τη μέθοδο ακριβούς υπολογισμού του μέσου αποθέματος (Κεβόρκ, 2009). Οι Lau και Lau (2002) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την αξιολόγηση των διαφόρων μεθόδων υπολογισμού του μέσου αποθέματος. Ειδικότερα, οι συγκεκριμένοι συγγραφείς χρησιμοποίησαν τους τύπους του μέσου αποθέματος που έχουν προταθεί από τους Hadley-Whitin (1963), Wagner (1975), Love (1979), Yano (1985) καθώς και μια νέα μέθοδο που πρότειναν οι ίδιοι όταν το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι μικρότερο του 0.6. Στην έρευνά τους χρησιμοποιώντας διάφορες τιμές στο Q και R, υπολόγισαν το μέσο απόθεμα των διαφόρων μεθόδων και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος Hadley-Whitin είναι καλύτερη έναντι των άλλων μεθόδων όταν το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι μεγάλο. Απεναντίας, όταν το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι χαμηλό, δηλαδή υπάρχουν αυξημένες πιθανότητες μηδενισμού του αποθέματος, τότε η μέθοδος που πρότειναν οι Lau και Lau είναι καλύτερη έναντι των άλλων.

Ο Κεβόρκ (2009) στο συνέδριο που πραγματοποιήθηκε στο Βόλο παρουσίασε ένα άρθρο το οποίο είχε ως αντικείμενο την αξιολόγηση εναλλακτικών εκτιμητριών της άριστης ποσότητας παραγγελίας σε συστήματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος. Συγκεκριμένα, ανέφερε ότι οι διαφορετικές μαθηματικές μορφές προσδιορισμού του μέσου αποθέματος που χρησιμοποιούνται για την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους μας οδηγούν σε τύπους προσδιορισμού της άριστης ποσότητας παραγγελίας οι οποίοι αποτελούν συναρτήσεις της μέσης ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας, μ_L , και της διακύμανσης της ζήτησης σ_L^2 . Επιπλέον, θεώρησε ότι οι τιμές μ_L και σ_L^2 είναι άγνωστες και πρότεινε ειδικούς εκτιμητές για την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας αλλά και για τις ψευδο-άριστες ποσότητες παραγγελίας των Hadley-Whitin, Love και Yano. Με την χρήση κατάλληλων προσομοιώσεων Monte Carlo, κατέληξε στο

συμπέρασμα ότι ο λόγος της ψευδό-άριστης ποσότητας παραγγελίας της μεθόδου Hadley-Whitin με στοχαστική ζήτηση ως προς την τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας αποτελεί τον βασικό παράγοντα διαφοροποίησης των τιμών της πιθανότητας το διάστημα εμπιστοσύνης που προκύπτει από την εκάστοτε ασυμπτωτική κατανομή να περιέχει την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας. Έτσι, όταν ο λόγος αυτός λαμβάνει χαμηλές τιμές τότε θα πρέπει να χρησιμοποιείται η μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος όπως έχει προταθεί από τους Lau, Lau και Robinson (2002). Συγκεκριμένα, όταν το δείγμα είναι μεγαλύτερο από τις 50 παρατηρήσεις ο τύπος των Lau, Lau και Robinson δίνει όχι μόνο διαστήματα εμπιστοσύνης ίδια με τα πραγματικά αλλά επιπρόσθετα παρουσιάζουν μεγάλη ακρίβεια και σταθερότητα στο πλάτος τους σε οποιοδήποτε επίπεδο εξυπηρέτησης άνω του 50%. Από την άλλη πλευρά όταν ο λόγος της ψευδό-άριστης ποσότητας παραγγελίας ως προς την τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας λαμβάνει υψηλές τιμές τότε οι τιμές των κριτηρίων αξιολόγησης των διαστημάτων εμπιστοσύνης δεν διαφοροποιούνται στις διάφορες μεθόδους υπολογισμού του μέσου αποθέματος και επομένως, συνίσταται η μέθοδος των Hadley-Whitin.

2.3.1. Άριστη ποσότητα παραγγελίας και σημείο αναπαραγγελίας με κανονική ζήτηση και σταθερό χρόνο παράδοσης (Κεβόρκ, 2009)

Υποθέσεις:

\bar{D} : η αναμενόμενη ζήτηση στην περίοδο αναφοράς

R : το σημείο αναπαραγγελίας

P_1 : το επίπεδο εξυπηρέτησης, $P_1 = \Pr(Z < K)$

k : συντελεστής ασφαλείας

Q : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

B : στοκ ασφαλείας, $B = k \cdot \sigma_L$

ϕ_k : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο k

Φ_k : αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυπικής κανονικής υπολογιζόμενη στο k

L : χρόνος παράδοσης της παραγγελίας

A : σταθερό κόστος ανανέωσης του αποθέματος το οποίο είναι ανεξάρτητο από το μέγεθος της παραγγελίας

c : κόστος αγοράς ανά μονάδα προϊόντος

h : κόστος διατήρησης του αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος στη μονάδα του χρόνου

D_L : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

μ_L : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

σ_L : η τυπική απόκλιση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Ισχύει ότι:

Σημείο αναπαραγγελίας = Μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας + Στοκ ασφαλείας

Επομένως,

$$\Pr(D_L < R) \Leftrightarrow \Pr\left(\frac{D_L - \mu_L}{\sigma_L} < \frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right) \Leftrightarrow \Pr(Z < k) = 1 - a$$

$$k = z_a = \frac{R - \mu_L}{\sigma_L} \Leftrightarrow R - \mu_L = z_a \sigma_L \Leftrightarrow R = \mu_L + z_a \sigma_L$$

$$R = L \cdot \mu + z_a \sqrt{\gamma_o} \sqrt{L}$$

Ο σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους για να προσδιοριστεί μέσω μαθηματικών πράξεων η άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Η συνάρτηση συνολικού κόστους είναι:

$$TC = \frac{A\bar{D}}{Q} + c\bar{D} + hI_j \quad (1)$$

Τύποι για τον υπολογισμό του μέσου αποθέματος

$$I_C = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + \frac{\sigma_L^2 \delta_k}{2Q} \quad (2)$$

(ακριβής προσδιορισμός του μέσου αποθέματος, Κεβόρκ (2009))

$$I_{HW} = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L \text{ (Hadldey-Whitin)} \quad (3)$$

$$I_W = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + \frac{1}{2}\mu_L \frac{S_R}{Q} \text{ (Wagner)} \quad (4)$$

$$I_Y = \frac{1}{2}Q - S_R + \frac{1}{2} \frac{S_R^2}{Q} \text{ (Yano)} \quad (5)$$

$$I_L = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + \frac{1}{2}S_R \text{ (Love)} \quad (6)$$

Όπου

$$\delta_k = (1 + k^2)(1 - \Phi_k) - k\phi_k, \quad (7)$$

$$S_R = \sigma_L (\phi_k - k(1 - \Phi_k)). \quad (8)$$

Εάν στη σχέση (1) αντικατασταθούν οι σχέσεις (2)-(6) και θέτοντας την παράγωγο του συνολικού κόστους ως προς το Q ίση με το μηδέν, τότε δημιουργείται η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας

$$Q_C^* = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h} + \sigma_L^2 \delta_k}, \quad (9)$$

καθώς και οι τύποι που δίνουν την ψευδό-άριστη ποσότητα παραγγελίας

$$Q_{HW}^* = Q_L^* = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h}}, \quad (10)$$

$$Q_W^* = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h} + \mu_L S_R}, \quad (11)$$

$$Q_{YN}^* = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h} + S_R^2}. \quad (12)$$

2.3.2. Άριστη ποσότητα παραγγελίας με κανονική ζήτηση και μη σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Οι Ben-Daya και Rauf (1994) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με τον προσδιορισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας όταν ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας δεν παραμένει σταθερός. Αρχικά, για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος χρησιμοποίησαν τον τύπο των Hadley-Whitin (1963) και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας το κλασικό μοντέλο των Laiο και Shyu (1991) όρισαν την συνάρτηση συνολικού κόστους και βρήκαν την άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Συγκεκριμένα, η συνάρτηση συνολικού κόστους δίνεται από τη σχέση:

$$TC = \frac{AD}{Q} + h \left(\frac{1}{2} Q + k\sigma_L \right) + \frac{D}{Q} R(L) \quad (13)$$

όπου

$R(L)$: το συνολικό “crashing” κόστος

Υποθέτοντας ότι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας αποτελείται από n στοιχεία και το i th στοιχείο έχει μέγιστη τιμή b_i , ελάχιστη a_i και το “crashing” κόστος είναι c_i , τότε:

$$R(L) = c_i (L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j (b_j - a_j) \quad (14)$$

Θέτοντας την πρώτη παράγωγο του συνολικού κόστους ως προς το Q ίση με το μηδέν, η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} + \frac{2DR(L)}{h}} \quad (15)$$

Επιπλέον, οι συγγραφείς πρότειναν μια νέα μέθοδο στην οποία το συνολικό “crashing” κόστος, $R(L)$, είναι συνάρτηση του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας και δίνεται από τη σχέση:

$$R(L) = ae^{-\beta L} \quad (16)$$

Όπου

a : η ελάχιστη τιμή του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας

β : η μέγιστη τιμή του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας

Επομένως, η νέα άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} + \frac{2Dae^{-\beta L}}{h}} \quad (17)$$

Επιλέγοντας, τις ίδιες παραμέτρους και για τις δυο μεθόδους κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος που πρότειναν για το συνολικό “crashing” κόστος δίνει χαμηλότερη τιμή σε σχέση με τον κλασικό τύπο.

2.4. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις

Όπως έχει αναφερθεί στο τμήμα 2.1.1. της παρούσας εργασίας, στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (s,Q) η επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος λαμβάνει χώρα κάθε φορά που η εμφάνιση και ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένου μεγέθους μειώνει το ήδη υπάρχον απόθεμα. Όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (s), τότε παραγγέλνεται η σταθερή ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, η οποία παραλαμβάνεται μετά το πέρασμα L χρονικών μονάδων (Silver et al. 1998). Με την προϋπόθεση ότι η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή αυτό έχει ως αποτέλεσμα η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών να μην παραμένει η ίδια. Επιπλέον, θεωρώντας ότι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός και η ζήτηση που δεν μπορεί να ικανοποιηθεί λόγω έλλειψης του αποθέματος χάνεται, το πιο σημαντικό στοιχείο

διαμόρφωσης της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους αποτελεί ο προσδιορισμός του μέσου μεγέθους του αποθέματος (Κεβόρκ, 2009).

Στην διεθνή βιβλιογραφία δεν υπάρχουν αρκετοί ερευνητές οι οποίοι έχουν ασχοληθεί με το μοντέλο των χαμένων πωλήσεων με αποτέλεσμα να μην υπάρχουν τύποι για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος. Οι Montgomery et al. (1973) στο άρθρο τους προσπάθησαν να μελετήσουν το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις. Συγκεκριμένα, ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα. Δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - D_L \leq 0$. Για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος ακολούθησαν την εξής διαδικασία:

Έστω:

D : ετήσια ζήτηση

Q : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

π : κόστος έλλειψης ανά μονάδα προϊόντος

π_o : κέρδη ανά μονάδα

$\frac{\pi D}{Q} S_R$: κόστος έλλειψης σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$\frac{\pi_o D(1-b)}{Q} S_R$: χαμένα κέρδη σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

h : κόστος διατήρησης του αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος ανά μονάδα χρόνου

S_R : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης (Silver et al. 1998)

$$S_R = \int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx, \quad (18)$$

όπου, $x = D_L$

D_L : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

b : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

$1-b$: το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

$$\text{Αναμενόμενο Απόθεμα αρχής: } E(Q + R - D_L + (1-b)S_R) \quad (19)$$

$$\text{Αναμενόμενο Απόθεμα τέλους: } E(R - D_L + (1-b)S_R) \quad (20)$$

Κάνοντας πράξεις κατέληξαν στον τύπο για τον υπολογισμό του μέσου αποθέματος

$$I = \frac{E(Q + R - D_L + (1-b)S_R) + E(R - D_L + (1-b)S_R)}{2} = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + (1-b)S_R \quad (21)$$

Ειδικότερα, ο σκοπός τους ήταν να δημιουργήσουν μια συνάρτηση συνολικού κόστους για το μοντέλο των χαμένων πωλήσεων. Έτσι, χρησιμοποιώντας την σχέση (21) κατέληξαν: (α) στην συνάρτηση συνολικού κόστους:

$$TC = \frac{AD}{Q} + h \left(\frac{1}{2}Q + k\sigma_L + (1-b)S_R \right) + \frac{\pi D}{Q} S_R + \frac{\pi_o D(1-b)}{Q} S_R \quad (22)$$

και (β) στην άριστη ποσότητα παραγγελίας:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} + \frac{2\pi DS_R}{h} + \frac{2\pi_o D(1-b)S_R}{h}} \quad (23)$$

Όμως, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι στο άρθρο τους δεν αξιολόγησαν την μέθοδο τους σε σχέση με τον τύπο ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος.

Επομένως, εξαιτίας των περιορισμένων τύπων που αναφέρονται στη διεθνή βιβλιογραφία για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος στο υπόδειγμα των χαμένων πωλήσεων, με σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας και με την ζήτηση να ακολουθεί την κανονική κατανομή, κρίνεται αναγκαίο να εξεταστεί και να αξιολογηθεί η εφαρμογή των τύπων Hadley-Whitin (1963), Wagner (1975), Love (1979) και Yano (1985) σε σχέση με τον τύπο ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος.

2.4.1. Άριστη ποσότητα παραγγελίας με κανονική ζήτηση και μη σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Οι Ouyang, Yeh και Wu (1996) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με τον προσδιορισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας δεν παραμένει σταθερός. Ειδικότερα, επέκτειναν το μοντέλο των Ben-Daya και Rauf (1994) για την περίπτωση όπου υπάρχουν χαμένες πωλήσεις. Για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος ακολούθησαν την διαδικασία των Montgomery et al. (1973) και (α) όρισαν την συνάρτηση του συνολικού κόστους

$$TC = \frac{AD}{Q} + h \left(\frac{1}{2}Q + k\sigma_L + (1-b)S_R \right) + \frac{\pi D}{Q} S_R + \frac{\pi_o D(1-b)}{Q} S_R + \frac{D}{Q} R(L) \quad (24)$$

και (β) προσδιόρισαν την άριστη ποσότητα παραγγελίας

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} + \frac{2\pi DS_R}{h} + \frac{2\pi_o D(1-b)S_R}{h} + \frac{2DR(L)}{h}} \quad (25)$$

Επιπλέον, σύγκριναν τους τύπους άριστης ποσότητας παραγγελίας και συνολικού κόστους για τις περιπτώσεις όπου υπάρχουν μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα ($b=1$) και μόνο χαμένες πωλήσεις ($b=0$), καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι όσο το b κινείται από το 1 προς το 0 τόσο το συνολικό κόστος και η άριστη ποσότητα παραγγελίας αυξάνονται.

2.4.2.Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν εκκρεμεί μόνο μια ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αναπαραγγελίας ($Q > s$)

Οι Hadley-Whitin (1963) ήταν από τους πρώτους που ασχολήθηκαν με το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με ύπαρξη έλλειψης. Ειδικότερα, στο βιβλίο τους ανέπτυξαν μια διαδικασία για την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, όταν η ζήτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός, με την προϋπόθεση ότι σε κάθε κύκλο αναπαραγγελίας εκκρεμεί μόνο μια ποσότητα παραγγελίας ($Q > s$). Οι Ravichandran (1984), Buchanan και Love (1985), Bechmann και Srinivasan (1987) και Johansen και Thorstenson (1993) στα άρθρα τους χρησιμοποίησαν το μοντέλο των Hadley-Whitin (1963) και το επέκτειναν για την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας μεταβάλλεται. Συγκεκριμένα, μελέτησαν τις κατανομές “phase type, exponential, erlang, erlang” αντίστοιχα.

Οι προηγούμενες μελέτες βασιζόταν στην υπόθεση ότι η ζήτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson. Όμως, στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν εξεταστεί και άλλες κατανομές για τη ζήτηση. Οι Kalpakam και Arivarignan (1989a,b) μελέτησαν την περίπτωση όπου η ζήτηση και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθούν την “Markovian” κατανομή. Οι Mohebbi και Posner (1998a) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους για την περίπτωση όπου η ζήτηση και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθούν τις κατανομές “compound Poisson” και “erlang” αντίστοιχα. Ο Rosling (1998) στο άρθρο του ανέπτυξε ένα γενικό μοντέλο για την περίπτωση όπου ($Q > s$). Στο μοντέλο του ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας μπορεί να ακολουθεί οποιαδήποτε κατανομή ενώ η ζήτηση μόνο την συνεχή και Poisson κατανομή.

2.4.3.Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν εκκρεμούν το πολύ δυο παραγγελίες σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ($Q \leq s < 2Q$)

Ο Hill (1992) στο άρθρο του ασχολήθηκε με την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του συνολικού κόστους για την περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός. Ενώ, ο ίδιος συγγραφέας στο άρθρο του το (1994) μελέτησε την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθεί την κατανομή “erlang”. Επιπλέον, έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί από τους Morse (1958), Kalpakam και Arivarignan (1991) και Mohebbi και Posner (2002), οι οποίοι μελέτησαν την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθεί την κατανομή “exponential” ενώ η ζήτηση ακολουθεί τις κατανομές “Poisson, Markovian και compound Poisson” αντίστοιχα.

2.5.Σημείο αναπαραγγελίας και αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος

Οι Silver, Pyke and Peterson (1998) καθώς και άλλα βιβλία αποθεματικής διαχείρισης αναφέρουν ότι:

Σημείο αναπαραγγελίας = Μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας + Στοκ ασφαλείας

Επομένως,

$$R = \mu_L + z_a \sigma_L \quad (26)$$

Ο παραπάνω τύπος για τον υπολογισμό του σημείου αναπαραγγελίας θεωρεί ότι η μέση ζήτηση αλλάζει πολύ λίγο μέσα στο χρόνο. Στην πραγματικότητα, η ζήτηση χαρακτηρίζεται από μια αυτοσυσχετιζόμενη διαδικασία. Συγκεκριμένα, οι ποσότητες που ζητούνται σε μια οποιαδήποτε χρονική στιγμή μπορούν να εκφραστούν ως συνάρτηση των ποσοτήτων που ζητήθηκαν τις προηγούμενες περιόδους. Αυτό συνεπάγεται ότι η μέση ζήτηση σε μια συγκεκριμένη στιγμή δεν είναι ίση με την μέση ζήτηση που αρχικά είχε οριστεί από την κατανομή της ζήτησης.

Στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν πραγματοποιηθεί αρκετές έρευνες για την περίπτωση αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ο Ray (1982) στο άρθρο του μελέτησε την περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί το μοντέλο ARIMA.

Ειδικότερα, διέκρινε δυο περιπτώσεις για τον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας: (α) σταθερός και (β) να μεταβάλλεται. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι είτε ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός είτε μεταβάλλεται, η διακύμανση της ζήτησης και ως εκ τούτου το σημείο παραγγελίας αυξάνονται όταν υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση ενώ μειώνονται στην περίπτωση ύπαρξης αρνητικής αυτοσυσχέτισης. Οι Lau και Wang (1987) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με τον υπολογισμό του σημείου αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας παρουσιάζει αυτοσυσχέτιση και δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή. Συγκεκριμένα, μελέτησαν την περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί τα μοντέλα AR(1) και MA(1) και ανέπτυξαν μια διαδικασία για την εκτίμηση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας για τις τέσσερις πρώτες χρονικές στιγμές. Ο Ray (1981) στο άρθρο του υπολόγισε το σημείο αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας δεν παραμένει σταθερός. Ειδικότερα, μελέτησε το υπόδειγμα AR(1) και MA(1) για τρεις διαφορετικές κατανομές του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας. Με την προϋπόθεση ότι η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή υπολόγισε τις τέσσερις πρώτες χρονικές στιγμές της συνολικής ζήτησης. Οι Fotopoulos, Wang και An (1989) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την εκτίμηση της κατανομής της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας βασιζόμενοι στο σύστημα Pearson και στην κανονική διαδικασία όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται. Συγκεκριμένα, απέδειξαν ότι όταν η κατανομή της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι συμμετρική τότε η κανονική διαδικασία εκτιμά σωστά το σημείο αναπαραγγελίας. Όμως, όταν η κατανομή παρουσιάζει ασυμμετρία τότε η κανονική διαδικασία υποεκτιμά το σημείο αναπαραγγελίας. Οι Erkip, Hausman και Nahmias (1990) στο άρθρο τους μελέτησαν την επίδραση της αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης στο απόθεμα ασφαλείας για την περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί το μοντέλο AR(1). Μέσα από την εργασία τους ανέφεραν το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης ανάμεσα στη ζήτηση για διαφορετικά προϊόντα και παρακινήθηκαν από την εμπειρία ενός προμηθευτή καταναλωτικών προϊόντων ο οποίος παρουσίασε συντελεστή αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης στη ζήτηση ίσο με -0.7. Επομένως, παρατηρείται ότι στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν πραγματοποιηθεί αρκετές έρευνες για τον προσδιορισμό του σημείου αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται. Όμως, είναι σημαντικό να μελετηθεί η επίδραση της αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης στον υπολογισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος όπου η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή.

2.6. Το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις

Οι Bellman et al. (1955) είναι από τους πρώτους συγγραφείς που ασχολήθηκαν με το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις. Συγκεκριμένα, μελέτησαν την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός και είναι ίσος με μια περίοδο επιθεώρησης του αποθέματος. Ο σκοπός τους ήταν η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του συνολικού κόστους παραγγελίας και κόστους έλλειψης. Οι Karlin και Scarf (1958) στο άρθρο τους επέκτειναν το μοντέλο των Bellman et al. (1955) για να συμπεριλάβουν το κόστος κράτησης. Οι Morton (1969), Yaspan (1972), Zipkin (2008b) και Janakiraman et al. (2007) ασχολήθηκαν με την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του συνολικού κόστους για την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός, η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι ίσος με n φορές την περίοδο επιθεώρησης του αποθέματος, $L = nR$. Οι Fergany και Sodany (2011) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός. Συγκεκριμένα, ο σκοπός τους ήταν η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης συνολικού κόστους και ο προσδιορισμός της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Οι Montgomery et al. (1973) στο άρθρο τους προσπάθησαν να μελετήσουν παράλληλα με το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις και το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος (R,S) με χαμένες πωλήσεις. Συγκεκριμένα, ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα. Δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - D_L \leq 0$. Για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος ακολούθησαν την εξής διαδικασία:

Έστω:

D : μέση ετήσια ζήτηση

R : η στάθμη του αποθέματος μετά την άφιξη της παραγγελίας

T : το διάστημα παρακολούθησης του αποθέματος

h : κόστος διατήρησης του αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος ανά μονάδα χρόνου

π : κόστος έλλειψης ανά μονάδα προϊόντος

π_0 : κέρδη ανά μονάδα

$\frac{\pi\gamma(R)}{T}$: κόστος έλλειψης σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$\frac{\pi_o \gamma(R)(1-b)}{T}$: χαμένα κέρδη σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$\gamma(R)$: αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$$\gamma(R) = \int_R^{\infty} (x - R)h(x) dx \quad (27)$$

όπου, $x = D_L$

D_L : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

b : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

$1-b$: το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

$$\text{Αναμενόμενο Απόθεμα αρχής: } E(R - D_L + (1-b)\gamma(R)) \quad (28)$$

$$\text{Αναμενόμενο Απόθεμα τέλους: } E(R - D_L + (1-b)\gamma(R) - DT) \quad (29)$$

Κάνοντας πράξεις κατέληξαν στον τύπο για τον υπολογισμό του μέσου αποθέματος

$$I = \frac{E(R - D_L + (1-b)\gamma(R)) + E(R - D_L + (1-b)\gamma(R) - DT)}{2} \Leftrightarrow \quad (30)$$

$$I = R - \mu_L + (1-b)\gamma(R) - \frac{DT}{2}$$

Ειδικότερα, ο σκοπός τους ήταν να δημιουργήσουν μια συνάρτηση συνολικού κόστους για το μοντέλο των χαμένων πωλήσεων. Έτσι, χρησιμοποιώντας την σχέση (30) κατέληξαν στην συνάρτηση συνολικού κόστους:

$$TC = \frac{L}{T} + h \left(R - \mu_L + (1-b)\gamma(R) - \frac{DT}{2} \right) + \frac{\pi\gamma(R)}{T} + \frac{\pi_o \gamma(R)(1-b)}{T} \quad (31)$$

2.7. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα

Ο σκοπός ενός μοντέλου αποθεματικής πολιτικής είναι ο προσδιορισμός της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Αλλά, στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν εξεταστεί κυρίως οι περιπτώσεις όπου η ζήτηση κατά τη διάρκεια μηδενισμού του αποθέματος είτε θα παραμένει σε εκκρεμότητα (backorder case), που σημαίνει ότι οι καταναλωτές περιμένουν μέχρι η ζήτηση τους να ικανοποιηθεί είτε θα χάνεται (lost sales case), που σημαίνει ότι οι καταναλωτές δεν ικανοποιούνται και η ζήτηση τους χάνεται. Όμως, σε αρκετά συστήματα

αποθεματικής πολιτικής κατά τη διάρκεια μηδενισμού του αποθέματος κάποιοι καταναλωτές είναι διατεθειμένοι να περιμένουν μέχρι να ικανοποιηθεί η ζήτηση τους ενώ κάποιοι άλλοι δεν περιμένουν και ικανοποιούν τη ζήτηση τους από άλλες πηγές. Αυτή η συμπεριφορά οδηγεί στην χρησιμοποίηση μιας παραμέτρου b ($0 \leq b \leq 1$) για την περίπτωση όπου η ζήτηση κατά τη διάρκεια μηδενισμού του αποθέματος παραμένει σε εκκρεμότητα και θα ικανοποιηθεί με την άφιξη της ποσότητας παραγγελίας, ενώ το $1 - b$ δηλώνει τη ζήτηση που χάνεται κατά τη διάρκεια μηδενισμού του αποθέματος (mixture of lost sales and backorders case). Στην διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετές έρευνες για το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος (Q,s) με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Οι Motgomery, Bazaraa και Keswani (1973), Rosenberg (1979) Park (1982) και Park και Kim (1985) ασχολήθηκαν με μοντέλα αποθεματικής πολιτικής που συνδυάζουν χαμένες πωλήσεις και παραγγελίες σε εκκρεμότητα και κατέληξαν ότι στις ακραίες περιπτώσεις όπου το $b=0$ και $b=1$, το μέσο ετήσιο κόστος παρουσιάζει μείωση σε σύγκριση με τα μοντέλα που εξετάζουν μόνο τις αυτόνομες περιπτώσεις χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα. Επιπλέον, έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί από τους Balkhi (2000), Balkhi, Goyal και Giri (2003), Wee (1999), Yan και Cheng (1998), Yang (2007) και Chu και Chung (2004).

Κεφάλαιο 3

Εξειδικευμένη προσέγγιση των υποδειγμάτων συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος

Στο κεφάλαιο 3 περιγράφονται αναλυτικά τα υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων των μεθόδων Hadley-Whitin (1963) και Montgomery et al. (1973). Με βάση τις συγκεκριμένες μεθόδους προτείνεται μια νέα μέθοδος (Νέα Μέθοδος-Mixture) υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος με την ζήτηση να ακολουθεί την κανονική κατανομή και τον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να είναι σταθερό.

3.1.Χρήσιμοι ορισμοί

Κύκλος αποθεματοποίησης (inventory cycle): το χρονικό διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών παραγγελιών Q μονάδων προϊόντος (Silver et al. 1998).

Σημείο αναπαραγγελίας (reorder point): η στάθμη του αποθέματος κάτω από την οποία δίνεται η παραγγελία Q μονάδων προϊόντος (Silver et al. 1998).

Χρόνος παράδοσης της παραγγελίας (lead time): το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που δίνεται η παραγγελία μέχρι την στιγμή που παραλαμβάνεται (Silver et al. 1998).

Επίπεδο εξυπηρέτησης ($1-\alpha$): η πιθανότητα η συνολική ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να είναι μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (Silver et al. 1998).

Χαμένες πωλήσεις (lost sales): είναι το ενδεχόμενο η επιχείρηση να μην μπορεί να ικανοποιήσει τους πελάτες της και αυτοί να αναζητούν άλλες πηγές. Δηλαδή, η επιχείρηση δεν μπορεί να ικανοποιήσει την ζήτηση που είναι μεγαλύτερη του σημείου αναπαραγγελίας (Silver et al. 1998).

Παραγγελία σε εκκρεμότητα (backorder): είναι η περίπτωση όπου η επιχείρηση δεν μπορεί να ικανοποιήσει τους πελάτες της άμεσα και αυτοί περιμένουν να ικανοποιηθούν από την ίδια επιχείρηση όταν θα έρθει η επόμενη παραγγελία (Silver et al. 1998).

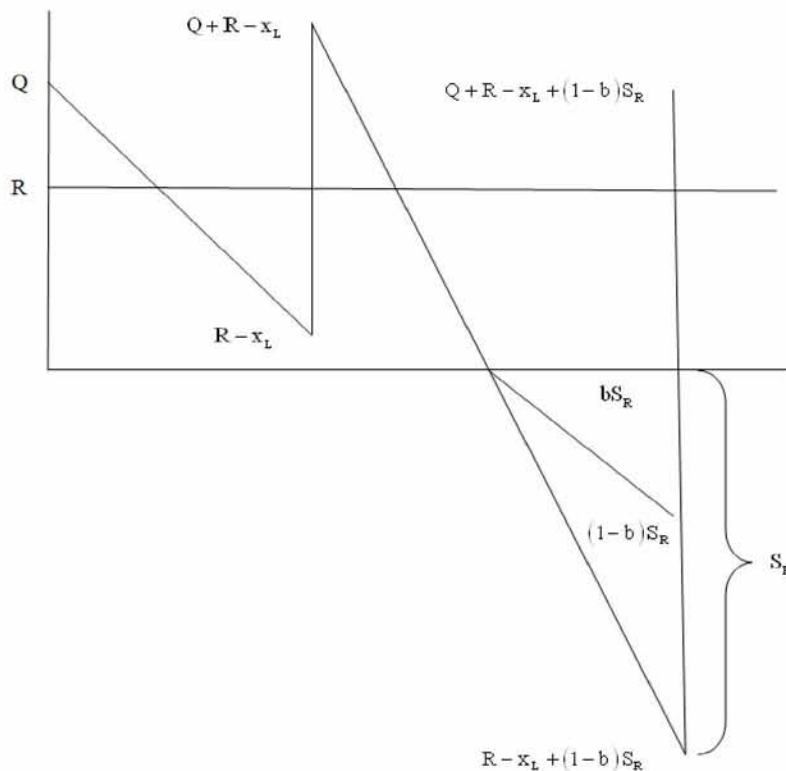
Στοκ ασφαλείας: η επιπλέον ποσότητα από την μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας που κρατείται ως απόθεμα ώστε να εξασφαλίζεται το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης (Silver et al. 1998).

3.2. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα για την περίπτωση όπου ισχύει ταυτόχρονα $R - x_L > 0$ και $R - x_L \leq 0$

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί το υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (r, Q) στο οποίο η επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος λαμβάνει χώρα κάθε φορά που η εμφάνιση και ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένου μεγέθους μειώνει το ήδη υπάρχον απόθεμα. Όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (r) , τότε παραγγέλλεται η σταθερή ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, η οποία παραλαμβάνεται μετά το πέρασμα L χρονικών μονάδων (Silver et al. 1998). Συγκεκριμένα, θα εξεταστεί ο συνδυασμός των περιπτώσεων: όπου α) δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - x_L > 0$ και β) υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - x_L \leq 0$. Δηλαδή, σε ένα σύνολο κύκλων παραγγελίας σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη, $R - x_L > 0$ και σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη, $R - x_L \leq 0$. Με την προϋπόθεση ότι η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή αυτό έχει ως αποτέλεσμα η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών να μην παραμένει η ίδια. Επιπλέον, θεωρώντας ότι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός και η ζήτηση που δεν μπορεί να ικανοποιηθεί λόγω έλλειψης του αποθέματος είτε παραμένει σε εκκρεμότητα (b) είτε χάνεται $(1-b)$, το πιο σημαντικό στοιχείο διαμόρφωσης της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους αποτελεί ο προσδιορισμός του μέσου μεγέθους του αποθέματος.

Στα τμήματα 3.2.1, 3.2.2 και 3.2.3 της παρούσας εργασίας περιγράφονται αναλυτικά οι μέθοδοι υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος των μεθόδων Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973), Hadley-Whitin (1963) και Mixture αντίστοιχα.

Στο διάγραμμα 1 φαίνεται το μοντέλο αποθεματικής πολιτικής που θα εξεταστεί στην παρούσα εργασία. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι όταν δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα $R - x_L > 0$, το απόθεμα αρχής είναι $Q + R - x_L$ και το απόθεμα τέλους είναι $R - x_L$, ενώ όταν υπάρχει έλλειψη $R - x_L \leq 0$, το απόθεμα αρχής είναι $Q + R - x_L + (1-b)S_R$ και το απόθεμα τέλους είναι $R - x_L + (1-b)S_R$. Ειδικότερα, παρατηρείται ότι όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα μπορούν να πραγματοποιηθούν οι πολιτικές των παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων.



Διάγραμμα 1 (Q,r) system with mixture of lost sales and backorders for $R - x_L > 0$ and $R - x_L \leq 0$ at the same time

3.2.1. Προσδιορισμός του αναμενόμενου μέσου μεγέθους του αποθέματος: Η περίπτωση των Montgomery, Bazaraa και Keswani

Οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα. Συγκεκριμένα, θεωρούν ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι πολύ υψηλή. Δηλαδή, σχεδόν σε όλους τους κύκλους αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - x_L \leq 0$. Ειδικότερα, σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης (πχ 100), στους περισσότερους (99) θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα ($R - x_L \leq 0$) ενώ στους υπόλοιπους (1) δεν θα υπάρχει έλλειψη ($R - x_L > 0$). Επομένως, η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι 99%, ($\Pr(R - x_L \leq 0) = 0.99$), ενώ η πιθανότητα ύπαρξης του αποθέματος είναι 1%, ($\Pr(R - x_L > 0) = 0.01$). Η διαδικασία που ακολούθησαν για τον προσδιορισμό της στάθμης του μέσου αποθέματος είναι:

Q : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

x_L : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

R : το σημείο αναπαραγγελίας

S_R : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης (σχέση 18)

$$S_R = \int_R^{\infty} (x_L - R) f(x_L) dx_L$$

b : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

1-b : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

μ_L : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Όταν σχεδόν πάντα $R - x_L \leq 0$:

$$\text{Απόθεμα αρχής: } Q + R - x_L + (1-b)S_R \quad (32)$$

$$\text{Απόθεμα τέλους: } R - x_L + (1-b)S_R \quad (33)$$

Επομένως, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι:

$$\begin{aligned} \text{AII(average inventory level) =} \\ = E\left(\frac{Q + R - x_L + (1-b)S_R + R - x_L + (1-b)S_R}{2}\right) = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R \end{aligned} \quad (34)$$

3.2.2. Προσδιορισμός του μέσου αναμενόμενου μεγέθους του αποθέματος: Η περίπτωση Hadley-Whitin

Οι Hadley-Whitin (1963) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα. Συγκεκριμένα, θεωρούν ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι πολύ χαμηλή. Δηλαδή, σχεδόν σε όλους τους κύκλους αποθεματοποίησης ισχύει ότι $R - x_L > 0$. Ειδικότερα, σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης (πχ 100), στους περισσότερους (99) δεν θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα ($R - x_L > 0$) ενώ στους υπόλοιπους (1) θα υπάρχει έλλειψη ($R - x_L \leq 0$). Επομένως, η πιθανότητα ύπαρξης του αποθέματος είναι 99%, $\Pr(R - x_L > 0) = 0.99$, ενώ η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι 1%, $\Pr(R - x_L \leq 0) = 0.01$. Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα τότε η μέθοδος των Hadley-Whitin μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για την περίπτωση όπου υπάρχουν παραγγελίες σε εκκρεμότητα. Η διαδικασία που ακολούθησαν για τον προσδιορισμό της στάθμης του μέσου αποθέματος είναι:

Q : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

x_L : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

R : το σημείο αναπαραγγελίας

μ_L : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Όταν σχεδόν πάντα $R - x_L > 0$:

$$\text{Απόθεμα αρχής: } Q + R - x_L \quad (35)$$

$$\text{Απόθεμα τέλους: } R - x_L \quad (36)$$

Επομένως, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι:

$$\begin{aligned} \text{AII(average inventory level)} &= \\ &= E\left(\frac{Q + R - x_L + R - x_L}{2}\right) = E\left(\frac{Q}{2}\right) + E\left(\frac{2R}{2}\right) - E(x_L) = \frac{Q}{2} + R - \mu_L \end{aligned} \quad (37)$$

3.2.3. Νέα προσέγγιση στον προσδιορισμό του αναμενόμενου μέσου μεγέθους του αποθέματος

Οι Hadley-Whitin (1963) ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, $R - x_L > 0$, ενώ οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) ασχολήθηκαν με την περίπτωση στην οποία σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή $R - x_L \leq 0$. Επομένως, είναι σημαντικό να βρεθεί ένας τύπος ο οποίος να προσδιορίζει το μέσο μέγεθος του αποθέματος συνδυάζοντας τις δυο προηγούμενες μεθόδους που αναφέρονται στα τμήματα 3.2.1 και 3.2.2 της παρούσας εργασίας. Συγκεκριμένα, στην Νέα Μέθοδο που δημιουργείται στην εργασία αυτή, θεωρείται ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή. Δηλαδή, σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, $R - x_L \leq 0$, ενώ σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη, $R - x_L > 0$. Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη η επιχείρηση μπορεί να κάνει είτε μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα είτε μόνο χαμένες πωλήσεις είτε συνδυασμό και των δυο. Αυτές είναι οι διαφορές της Νέας Μεθόδου από τις μεθόδους των Hadley-Whitin και Montgomery, Bazaraa και Keswani. Η διαδικασία για τον υπολογισμό του τύπου του μέσου μεγέθους του αποθέματος είναι:

Q : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

x_L : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

R : το σημείο αναπαραγγελίας

S_R : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης (σχέση 18)

$$S_R = \int_R^{\infty} (x_L - R) f(x_L) dx_L$$

b : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

$1-b$: το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

μ_L : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

ϕ_κ : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο κ

Φ_κ : αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυπικής κανονικής υπολογιζόμενη στο κ

φ_z : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο z

$f(x)$: συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο x

Προηγουμένως αποδείχτηκε ότι όταν σχεδόν πάντα δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, $R - x_L > 0$, (μέθοδος Hadley-Whitin) το αναμενόμενο μέσο απόθεμα δίνεται από τον τύπο,

$I_{HW} = \frac{Q}{2} + R - \mu_L$, ενώ όταν σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, $R - x_L \leq 0$,

(μέθοδος Montgomery, Bazaraa και Keswani), το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι,

$I_{MBK} = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R$. Επομένως, για την περίπτωση όπου σε κάθε κύκλο

αποθεματοποίησης μπορεί να υπάρχει ή να μην υπάρχει έλλειψη τότε η διαδικασία για τον υπολογισμό του αναμενόμενου μέσου αποθέματος είναι:

AOI(average on hand inventory level) =

$$\begin{aligned} AOI &= E\left(\frac{Q}{2} + R - x_L / x_L < R\right) \Pr(x_L < R) + \\ &+ E\left(\frac{Q}{2} + R - x_L + (1-b)S_R / x_L \geq R\right) \Pr(x_L \geq R) = \\ &= \left(\frac{Q}{2} + R\right) \Pr(x_L < R) - E(x_L / x_L < R) \Pr(x_L < R) + \\ &+ \left(\frac{Q}{2} + R + (1-b)S_R\right) \Pr(x_L \geq R) - E(x_L / x_L \geq R) \Pr(x_L \geq R) = \\ &= \frac{Q}{2} + R - E(x_L / x_L < R) \Pr(x_L < R) + \\ &+ (1-b)S_R \Pr(x_L \geq R) - E(x_L / x_L \geq R) \Pr(x_L \geq R) \end{aligned} \quad (38)$$

Για την περαιτέρω επεξεργασία της σχέσης (38) θα πρέπει να εξαχθούν αναλυτικοί τύποι για τα $E(x_L / x_L \geq R)$ και $E(x_L / x_L < R)$. Αυτό γίνεται στις παρακάτω προτάσεις 1 και 2.

Πρόταση 1

$$E(x_L / x_L < R) = \mu_L - \sigma_L \frac{\varphi_k}{\Phi_k} \quad (39)$$

Απόδειξη

Από Maddala (1983) ισχύει ότι:

$$x_L \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \sim N(0,1)$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} \varphi_z dz = \Phi_{\kappa}$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} \varphi_z dz = (1 - \Phi_{\kappa})$$

$$\text{όπου, } \kappa = \frac{R - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$E(x_L / x_L < R) = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} \int_{-\infty}^R x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} m_1 \quad (40)$$

Η διαδικασία για τον υπολογισμό της σχέσης (39) με τη χρήση της σχέσης (40) είναι:

$$E(x_L / x_L < R) = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} \int_{-\infty}^R x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} m_1$$

$$m_N = \int_{-\infty}^R x_L^N f(x_L) dx_L = \int_{-\infty}^R x_L^N \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \right)^2} dx_L \quad (41)$$

θέτω

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$\frac{dz}{dx_L} = \frac{1}{\sigma_L} \Rightarrow dx_L = \sigma_L dz$$

Επομένως, η σχέση (41) γίνεται:

$$m_N = \int_{-\infty}^{\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}} (\mu_L + z\sigma_L)^N \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} \sigma_L dz \Leftrightarrow$$

$$m_N = \int_{-\infty}^{\kappa} (\mu_L + z\sigma_L)^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz \quad (42)$$

Για $N=0$ η σχέση (42) γράφεται:

$$m_0 = \int_{-\infty}^{\kappa} (\mu_L + z\sigma_L)^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \int_{-\infty}^{\kappa} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2}z^2$$

$$du = \frac{-2z}{2} dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

Άρα,

$$m_0 = \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}k^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left(-\frac{du}{z}\right) \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \int_{-\frac{1}{2}k^2}^{-\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^u \right]_{-\frac{1}{2}k^2}^{-\infty} \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\infty} - e^{-\frac{1}{2}k^2} \right] = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{1}{e^{\infty}} - e^{-\frac{1}{2}k^2} \right] = -\frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}k^2} \Leftrightarrow$$

$$m_0 = -\frac{1}{z} \phi_k$$

Για $N=1$ η σχέση (42) γράφεται:

$$m_1 = \int_{-\infty}^k (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \int_{-\infty}^k (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \int_{-\infty}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + \sigma_L \int_{-\infty}^k z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \int_{-\infty}^k \phi_z dz + \sigma_L \int_{-\infty}^k z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\infty}^k z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2}z^2$$

$$du = \frac{-2z}{2} dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

Άρα,

$$\int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left(-\frac{du}{z} \right) = \int_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du \Leftrightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^u \right]_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} \Leftrightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\infty} - e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{1}{e^{\infty}} - e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \right] = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = -\varphi_{\kappa}$$

Επομένως,

$$m_1 = \mu_L \int_{-\infty}^{\kappa} \varphi_z dz + \sigma_L \int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \Phi_{\kappa} - \sigma_L \varphi_{\kappa}$$

(43)

Αντικαθιστώντας την σχέση (43) στην σχέση (40) αποδεικνύεται η Πρόταση 1:

$$E(x_L / x_L < R) = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} \int_{-\infty}^R x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} m_1 \Leftrightarrow$$

$$E(x_L / x_L < R) = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} (\mu_L \Phi_{\kappa} - \sigma_L \varphi_{\kappa}) \Leftrightarrow$$

$$E(x_L / x_L < R) = \mu_L - \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{\Phi_{\kappa}}$$

Πρόταση 2

$$E(x_L / x_L \geq R) = \mu_L + \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{1 - \Phi_{\kappa}}$$

(44)

Απόδειξη

Από Maddala (1983) ισχύει ότι:

$$x_L \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \sim N(0, 1)$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} \varphi_z dz = \Phi_{\kappa}$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} \phi_z dz = (1 - \Phi_{\kappa})$$

$$\text{όπου, } \kappa = \frac{R - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$E(x_L / x_L \geq R) = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} \int_{\kappa}^{\infty} x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} m_1 \quad (45)$$

Η διαδικασία για τον υπολογισμό της σχέσης (44) με τη χρήση της σχέσης (45) είναι:

$$E(x_L / x_L \geq R) = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} \int_{\kappa}^{\infty} x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} m_1$$

$$m_N = \int_{\kappa}^{\infty} x_L^N f(x_L) dx_L = \int_{\kappa}^{\infty} x_L^N \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \right)^2} dx_L \quad (46)$$

θέτω

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$\frac{dz}{dx_L} = \frac{1}{\sigma_L} \Rightarrow dx_L = \sigma_L dz$$

Επομένως, η σχέση (46) γίνεται:

$$m_N = \int_{\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L)^N \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} \sigma_L dz \Leftrightarrow$$

$$m_N = \int_{\kappa}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L)^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz \quad (47)$$

Για $N=0$ η σχέση (47) γράφεται:

$$m_0 = \int_{\kappa}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L)^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \int_{\kappa}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2} z^2$$

$$du = -z dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

Άρα,

$$m_0 = \int_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left(-\frac{du}{z} \right) \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^u \right]_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - e^{-\infty} \right] = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - \frac{1}{e^\infty} \right] = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \varphi_\kappa$$

Για $N=1$ η σχέση (47) γράφεται:

$$m_1 = \int_{\kappa}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \int_{\kappa}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \int_{\kappa}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + \sigma_L \int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \int_{\kappa}^{\infty} \varphi_z dz + \sigma_L \int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το ολοκλήρωμα

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2}z^2$$

$$du = \frac{-2z}{2} dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

Άρα,

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \int_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left(-\frac{du}{z} \right) = \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du \Leftrightarrow$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^u \right]_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - e^{-\infty} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - \frac{1}{e^{\infty}} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \varphi_{\kappa}$$

Επομένως,

$$m_1 = \mu_L \int_{\kappa}^{\infty} \varphi_z dz + \sigma_L \int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa}$$

(48)

Αντικαθιστώντας την σχέση (48) στην σχέση (45) αποδεικνύεται η Πρόταση 2:

$$E(x_L / x_L \geq R) = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} \int_{x_L \geq R} x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} m_1 \Leftrightarrow$$

$$E(x_L / x_L \geq R) = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} [\mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa}] \Leftrightarrow$$

$$E(x_L / x_L \geq R) = \mu_L + \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{1 - \Phi_{\kappa}}$$

Επιπλέον, από την στατιστική (Χάλκος, 2006, 2007) ισχύει ότι:

$$\int_R^{\infty} f(x_L) dx_L = \Pr(x_L \geq R) = 1 - \Pr(x_L < R) = 1 - \Phi_{\kappa} \quad (49)$$

$$\int_{-\infty}^R f(x_L) dx_L = \Pr(x_L < R) = \Phi_{\kappa} \quad (50)$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (39), (44), (49) και (50) στην σχέση (38) το αναμενόμενο μέσο απόθεμα γίνεται:

$$AOI = \frac{Q}{2} + R - \left(\mu_L - \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{\Phi_{\kappa}} \right) \Phi_{\kappa} + (1-b)S_R (1 - \Phi_{\kappa}) - \left(\mu_L + \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{1 - \Phi_{\kappa}} \right) (1 - \Phi_{\kappa}) \Rightarrow$$

$$AOI = \frac{Q}{2} + R - \mu_L \Phi_{\kappa} + \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{\Phi_{\kappa}} \Phi_{\kappa} + (1-b)S_R (1 - \Phi_{\kappa}) - \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) - \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{1 - \Phi_{\kappa}} (1 - \Phi_{\kappa}) \Rightarrow$$

$$AOI = \frac{Q}{2} + R - \mu_L \Phi_{\kappa} + \sigma_L \varphi_{\kappa} + (1-b)S_R (1 - \Phi_{\kappa}) - \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) - \sigma_L \varphi_{\kappa} \Rightarrow$$

$$AOI = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R (1 - \Phi_{\kappa}) \quad (51)$$

Για την περαιτέρω επεξεργασία της σχέσης (51) θα πρέπει να εξαχθεί αναλυτικός τύπος για το S_R . Αυτό γίνεται στην πρόταση 3.

Πρόταση 3

$$S_R = \sigma_L \Psi_\kappa$$

$$\text{όπου, } \Psi_\kappa = \Phi_\kappa - \kappa(1 - \Phi_\kappa)$$

Απόδειξη

Είναι γνωστό ότι η αναμενόμενη έλλειψη (Silver et al., 1998) δίνεται από την σχέση:

$$S_R = \int_R^\infty (x_L - R) f(x_L) dx_L$$

$$S_R = \int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L - R \int_R^\infty f(x_L) dx_L = \int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L - R \Pr(x_L \geq R) \quad (52)$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (49) και (50) η διαδικασία για τον υπολογισμό της σχέσης (52) είναι:

$$x_L \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

$$\int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L = \int_R^\infty x_L \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \right)^2} dx_L$$

θέτω

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$dz = \frac{1}{\sigma_L} dx_L \Rightarrow dx_L = \sigma_L dz$$

Άρα,

$$\int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L = \int_{\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}}^\infty (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} \sigma_L dz = \int_\kappa^\infty (\mu_L + z\sigma_L) \phi_z dz \Rightarrow$$

$$\int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L = \int_\kappa^\infty (\mu_L + z\sigma_L) \phi_z dz = \int_\kappa^\infty \mu_L \phi_z dz + \sigma_L \int_\kappa^\infty z \phi_z dz = \mu_L \int_\kappa^\infty \phi_z dz + \sigma_L \int_\kappa^\infty z \phi_z dz \quad (53)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το ολοκλήρωμα:

$$\int_\kappa^\infty z \phi_z dz = \int_\kappa^\infty z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2}z^2 \Rightarrow du = \frac{-2z}{2} dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

οπότε,

$$\begin{aligned} \int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz &= \int_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left(-\frac{du}{z}\right) = \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^u \right]_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - e^{-\infty} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - \frac{1}{e^{\infty}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} = \varphi_{\kappa} \end{aligned}$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \varphi_z dz = \varphi_{\kappa} \quad (54)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (54) στην σχέση (53) ισχύει ότι:

$$\int_{\mathbb{R}} x_L f(x_L) dx_L = \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa}$$

Επομένως, η σχέση (52) γίνεται:

$$\begin{aligned} S_R &= \int_{\mathbb{R}} x_L f(x_L) dx_L - R \int_{\mathbb{R}} f(x_L) dx_L = \int_{\mathbb{R}} x_L f(x_L) dx_L - R \Pr(x_L \geq R) = \\ &= \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa} - R (1 - \Phi_{\kappa}) = (\mu_L - R)(1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa} \end{aligned}$$

Αλλά είναι γνωστό ότι το σημείο αναπαραγωγείας είναι (Silver et al., 1998) :

$$R = \mu_L + z_a \sigma_L$$

Άρα, η αναμενόμενη έλλειψη γίνεται:

$$S_R = S_{\kappa} = (\mu_L - \mu_L - \kappa \sigma_L)(1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa} = \sigma_L (\varphi_{\kappa} - \kappa (1 - \Phi_{\kappa})) = \sigma_L \psi_{\kappa} \quad (55)$$

$$\text{όπου, } \psi_{\kappa} = \varphi_{\kappa} - \kappa (1 - \Phi_{\kappa}) \quad (56)$$

Επομένως, αντικαθιστώντας τις σχέσεις (49) και (55) στην σχέση (51) εξάγεται ο νέος τύπος για τον προσδιορισμό του αναμενόμενου μέσου αποθέματος, ο οποίος είναι:

$$\begin{aligned} AOI &= \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1 - b) S_R (1 - \Phi_{\kappa}) \Leftrightarrow \\ I_{\text{MIX}} &= \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1 - b) (\sigma_L \psi_{\kappa}) (1 - \Phi_{\kappa}) \end{aligned} \quad (57)$$

3.3. Αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού κόστους

Η συνάρτηση του συνολικού κόστους αποτελείται από το κόστος παραγγελίας ή το κόστος ανανέωσης του αποθέματος (ordering cost or replenishment cost), το κόστος κράτησης του αποθέματος (holding cost) και το κόστος έλλειψης του αποθέματος (shortage cost). Το κόστος ανανέωσης του αποθέματος είναι το κόστος που έχει μια επιχείρηση όταν παραγγέλνει μια ποσότητα προϊόντων από τον προμηθευτή της. Από την χρονική στιγμή που θα έρθει η παραγγελία η επιχείρηση οφείλει να αποθηκεύσει τα προϊόντα της. Έτσι, στο συνολικό κόστος ενσωματώνεται και το κόστος αποθήκευσης του αποθέματος. Ειδικότερα, το κόστος αποθήκευσης του αποθέματος περιλαμβάνει το κόστος ευκαιρίας του επενδυμένου κεφαλαίου, τα λειτουργικά έξοδα της αποθήκης, τα κόστη χειρισμού και μέτρησης, τα κόστη φθοράς, κλοπής, καταστροφής, τεχνολογικής απαξίωσης και ασφάλισης. Τέλος, το κόστος έλλειψης του αποθέματος είναι το κόστος που αντιμετωπίζει η επιχείρηση όταν δεν ικανοποιείται η ζήτηση του πελάτη και περιλαμβάνει το σταθερό κόστος έλλειψης του αποθέματος και τα χαμένα κέρδη. Συγκεκριμένα, όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα και ο πελάτης περιμένει για να ικανοποιηθεί η ζήτηση του από την ίδια επιχείρηση (παραγγελίες σε εκκρεμότητα) τότε υπάρχει το κόστος έλλειψης αλλά δεν υπάρχουν χαμένα κέρδη. Ενώ, όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα και ο πελάτης ικανοποιεί τη ζήτηση του από άλλες πηγές (χαμένες πωλήσεις) τότε υπάρχει το κόστος έλλειψης αλλά υπάρχουν χαμένα κέρδη.

Έστω:

Q : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης (order quantity)

x_L : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας (lead time demand)

R : το σημείο αναπαραγγελίας (reorder point)

S_R : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης,

$$S_R = \int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx$$

b : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

$1 - b$: το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

μ_L : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

A : σταθερό κόστος ανανέωσης του αποθέματος ή παραγγελίας (fixed order cost)

D : ετήσια ζήτηση (annual demand)

h : κόστος κράτησης του αποθέματος ανά μονάδα ανά χρόνο (holding cost/unit/year)

π : σταθερό κόστος έλλειψης του αποθέματος ανά μονάδα (fixed shortage cost/unit)

π_o : κέρδος ανά μονάδα (profit/unit)

$\pi + \pi_o(1-b)$: κόστος έλλειψης του αποθέματος ανά μονάδα (shortage cost/unit)

Φ_κ : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη

στο κ

Φ_κ : αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη

στο κ

σ_L : η τυπική απόκλιση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

\bar{D} : η αναμενόμενη ζήτηση στην περίοδο αναφοράς

κ : συντελεστής ασφαλείας

Επιπλέον, ισχύει ότι (Κεβορκ, 2009) το σημείο αναπαραγγελίας είναι:

$$R = \mu_L + z_a \sigma_L = \mu_L + \kappa \sigma_L$$

Η συνάρτηση συνολικού κόστους που ελαχιστοποιείται είναι (Lau and Lau, 2002):

$$TC = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_j + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) S_R \quad (58)$$

όπου,

$\frac{A * \bar{D}}{Q}$: σταθερό κόστος παραγγελίας

$h * I_j$: κόστος κράτησης

$\frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R$: σταθερό κόστος έλλειψης

$\frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) S_R$: χαμένα κέρδη

Όμως, χρησιμοποιώντας την σχέση (55) για την αναμενόμενη έλλειψη, η συνάρτηση συνολικού κόστους γράφεται:

$$TC = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_j + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} \sigma_L \Psi_\kappa + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) \sigma_L \Psi_\kappa \quad (59)$$

όπου,

$$I_{HW} = \frac{1}{2} Q + R - \mu_L = \frac{1}{2} Q + \kappa \sigma_L \text{ (Hadley-Whitin)} \quad (60)$$

$$I_{MBK} = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)\sigma_L \psi_\kappa \quad (\text{Montgomery, Bazaraa και Keswani}) \quad (61)$$

$$I_{MIX} = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1 - \Phi_\kappa) \quad (\text{Νέα Μέθοδος-Mixture}) \quad (62)$$

$$\text{όπου, } \psi_\kappa = \varphi_\kappa - \kappa(1 - \Phi_\kappa)$$

3.3.1. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Η περίπτωση Hadley-Whitin

Οι Hadley-Whitin στην μέθοδο τους αναφέρουν ότι όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα τότε η επιχείρηση έχει την δυνατότητα να πραγματοποιήσει μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα. Αυτό συνεπάγεται ότι υπάρχει το σταθερό κόστος έλλειψης του αποθέματος αλλά δεν υπάρχουν χαμένα κέρδη. Επομένως, η συνάρτηση συνολικού κόστους είναι:

$$TC_{HW} = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{HW} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R \quad (63)$$

$$TC_{HW} = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * \left(\frac{1}{2} Q + R - \mu_L \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R \Leftrightarrow$$

$$TC_{HW} = A * \bar{D} * Q^{-1} + h * \left(\frac{1}{2} Q + R - \mu_L \right) + \pi * \bar{D} * Q^{-1} * (\sigma_L \psi_\kappa) \quad (64)$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης του συνολικού κόστους (64) ως προς το Q, δημιουργείται η άριστη ποσότητα παραγγελίας.

$$\frac{dTC_{HW}}{dQ} = 0 \Leftrightarrow$$

$$-A * \bar{D} * Q^{-2} + h * \frac{1}{2} - \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa) * Q^{-2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{Q^2} (A * \bar{D} + \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)) = -h * \frac{1}{2} \Leftrightarrow Q^2 = \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} \Leftrightarrow$$

$$Q_{HW}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \quad (65)$$

Επιπλέον, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι:

$$\min TC_{HW} = \frac{A * \bar{D}}{Q_{HW}^*} + h * I_{HW} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{HW}^*} S_R \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW} = \frac{A * \bar{D}}{Q_{HW}^*} + h * \left(\frac{1}{2} Q_{HW}^* + R - \mu_L \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{HW}^*} S_R \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}
\min TC_{HW}^* &= \frac{A * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} + \\
&+ h * \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} + R - \mu_L \right) + \\
&+ \frac{\pi * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} (\sigma_L \psi_\kappa)
\end{aligned} \tag{66}$$

3.3.2. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Η περίπτωση Montgomery, Bazaraa και Keswani

Οι Montgomery, Bazaraa και Keswani στην μέθοδο τους αναφέρουν ότι όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα τότε η επιχείρηση έχει την δυνατότητα να πραγματοποιήσει είτε παραγγελίες σε εκκρεμότητα είτε χαμένες πωλήσεις είτε συνδυασμό και των δυο. Επομένως, η συνάρτηση συνολικού κόστους είναι:

$$\begin{aligned}
TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{MBK} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) S_R \\
TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{MBK} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)
\end{aligned} \tag{67}$$

$$\begin{aligned}
TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * \left(\frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow \\
TC_{MBK} &= A * \bar{D} * Q^{-1} + h * \left(\frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \pi * \bar{D} * Q^{-1} * (\sigma_L \psi_\kappa) + \\
&+ \pi_o * \bar{D} * Q^{-1} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)
\end{aligned} \tag{68}$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης του συνολικού κόστους (68) ως προς το Q, δημιουργείται η άριστη ποσότητα παραγγελίας.

$$\begin{aligned}
\frac{dTC_{MBK}}{dQ} &= 0 \Leftrightarrow \\
-A * \bar{D} * Q^{-2} + h * \frac{1}{2} - \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa) * Q^{-2} - \pi_o * \bar{D} * Q^{-2} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) &= 0 \Leftrightarrow \\
-\frac{1}{Q^2} (A * \bar{D} + \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa) + \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)) &= -h * \frac{1}{2} \Leftrightarrow \\
Q^2 &= \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} \Leftrightarrow \\
Q_{MBK}^* &= \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}
\end{aligned} \tag{69}$$

Επιπλέον, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι:

$$\begin{aligned}
\min TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} + h * I_{MBK} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow \\
\min TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} + h * \left(\frac{Q_{MBK}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \\
&+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow \\
\min TC_{MBK}^* &= \frac{A * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} + \\
&+ h * \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \\
&+ \frac{\pi * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} (\sigma_L \psi_\kappa) + \\
&+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)
\end{aligned} \tag{70}$$

3.3.3. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Νέα Μέθοδος-Mixture

Η Νέα Μέθοδος που δημιουργήθηκε υποθέτει ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ χαμηλή ούτε πολύ υψηλή (συνδυασμός των μεθόδων Hadldey-Whitin και Montgomery, Bazaraa και Keswani). Στην περίπτωση όπου υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα η επιχείρηση έχει την δυνατότητα να πραγματοποιήσει είτε παραγγελίες σε εκκρεμότητα είτε χαμένες πωλήσεις είτε συνδυασμό και των δυο. Επομένως, η συνάρτηση του συνολικού κόστους και η ποσότητα παραγγελίας είναι:

$$\begin{aligned}
TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{MIX} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) S_R \\
TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{MIX} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \\
TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * \left(\frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) (1 - \Phi_\kappa) \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} (\sigma_L \psi_\kappa) + \\
&+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow
\end{aligned} \tag{71}$$

$$TC_{MIX} = A * \bar{D} * Q^{-1} + h * \left(\frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \right) + \pi * \bar{D} * Q^{-1} * (\sigma_L \psi_\kappa) + \pi_o * \bar{D} * Q^{-1} (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa) \quad (72)$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης του συνολικού κόστους (72) ως προς το Q, δημιουργείται η άριστη ποσότητα παραγγελίας.

$$\begin{aligned} \frac{dTC_{MIX}}{dQ} = 0 &\Leftrightarrow \\ -A * \bar{D} * Q^{-2} + h * \frac{1}{2} - \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa) * Q^{-2} - \pi_o * \bar{D} * Q^{-2} * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa) &= 0 \Leftrightarrow \\ -\frac{1}{Q^2} (A * \bar{D} + \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa) + \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)) &= -h * \frac{1}{2} \Leftrightarrow \\ Q^2 = \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)}{h} &\Leftrightarrow \\ Q_{MIX}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} &\quad (73) \end{aligned}$$

Επιπλέον, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι:

$$\begin{aligned} \min TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} + h * I_{MIX} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow \\ \min TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} + h * \left(\frac{Q_{MIX}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \\ &+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow \\ \min TC_{MIX}^* &= \frac{A * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} + \\ &+ h * \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \right) + \\ &+ \frac{\pi * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} (\sigma_L \psi_\kappa) + \\ &+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa) \quad (74) \end{aligned}$$

Γενικά, από την παραπάνω ανάλυση, στα τμήματα 3.3.1 , 3.3.2 και 3.3.3 , προκύπτει ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των

Montgomery, Bazaraa και Keswani. Επιπλέον, η μέθοδος Hadley-Whitin δεν εξαρτάται από το b , ενώ η άριστη ποσότητα παραγγελίας, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα και το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους όταν υπάρχουν μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα, $b=1$. Δηλαδή, ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} Q_{HW}^* &= Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^* \\ I_{HW}^* &= I_{MBK}^* = I_{MIX}^* \\ \min TC_{HW}^* &= \min TC_{MBK}^* = \min TC_{MIX}^* \end{aligned} \right\} \text{για } b=1$$

3.4. Συνθήκες

Η επιλογή των παραμέτρων για την εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας, του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και του ελάχιστου συνολικού κόστους βασίστηκε στην ικανοποίηση δυο συνθηκών:

1) $R > 0$

Για να έχουμε σημείο αναπαραγγελίας μεγαλύτερο του μηδέν πρέπει ο συντελεστής μεταβλητότητας να είναι μικρότερος ή ίσος του 0.2, $CV \leq 0.2$ (Kevork, 2010).

2) Η ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας δεν πρέπει να υπερβαίνει την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Kevork, 2010).

Σύμφωνα, με τα άρθρα των Halkos και Kevork (2011) και Kevork (2010) όταν η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή δεν πρέπει ο συντελεστής μεταβλητότητας να υπερβαίνει το 0.2. Ο λόγος είναι διότι για μεγάλες τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας δημιουργούνται αρνητικές τιμές στη ζήτηση. Επομένως, για να αποφευχθεί η επίδραση των αρνητικών τιμών πρέπει να γίνει η υπόθεση ότι η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή με περικοπή στο μηδέν (truncation at zero).

Στην 2^η συνθήκη ισχύει ότι:

$$x_L \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

$$\Pr(x_L > Q_j^*) = \Pr\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} > \frac{Q_j^* - \mu_L}{\sigma_L}\right) = \Pr\left(z > \frac{Q_j^*}{\sigma_L} - \frac{1}{\sigma_L / \mu_L}\right) = \Pr\left(z > q_i - \frac{1}{cv}\right)$$

$$\Pr(z > z_o)$$

θέτω,

$$q_i = \frac{Q_j^*}{\sigma_L} \tag{75}$$

$$q_i - \frac{1}{cv} \geq z_o \Leftrightarrow q_i \geq z_o + \frac{1}{cv}$$

Γενικά, ισχύει: $q_i = \frac{Q_j^*}{\sigma_L}$, ψευδο-άριστη ποσότητα παραγγελίας, (Κεβόρκ, 2009) (76)

$$i = 1, 2, 3$$

$$j = \text{HW, MBK, MIX}$$

Με σταθερή την μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας, $\mu_L = 300$ και δίνοντας διαφορετικές τιμές στην τυπική απόκλιση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας ($\sigma_L = 3, 15, 30, 45, 60$), έτσι ώστε $CV \leq 0.2$ δημιουργείται ο πίνακας 1, στον οποίο παρατηρούνται οι τιμές της πιθανότητας, να υπερβαίνει η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας την άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Πίνακας 3.1 Οι τιμές της πιθανότητας, $\Pr(x_L > Q_j^*)$

| CV | $z_o = 1$ | $z_o = 2$ | $z_o = 3$ | $z_o = 4$ | $z_o = 5$ |
|-------------------------------------|-----------------|----------------|----------------|------------------|--------------------|
| 0.01 | q=101 | q=102 | q=103 | q=104 | q=105 |
| 0.05 | q=21 | q=22 | q=23 | q=24 | q=25 |
| 0.1 | q=11 | q=12 | q=13 | q=14 | q=15 |
| 0.15 | q=7.6 | q=8.6 | q=9.6 | q=10.6 | q=11.6 |
| 0.2 | q=6 | q=7 | q=8 | q=9 | q=10 |
| $\Pr(z > z_o)$ | 0.158655 | 0.02275 | 0.00135 | 0.0000316 | 0.000000287 |

Από τον πίνακα 1 προκύπτει ότι, η ελάχιστη τιμή της πιθανότητας, $\Pr(x_L > Q_j^*)$, εξασφαλίζεται για $z_o = 5$. Για κάθε τιμή του z_o μεγαλύτερη του 5 η πιθανότητα γίνεται μηδέν. Επομένως, στην ανάλυση θα χρησιμοποιηθούν οι τιμές, $\sigma_L = 3, 15, 30, 45, 60$ και οι ελάχιστες τιμές του q που αντιστοιχούν για $z_o = 5$, (q=105, 25, 15, 11.6, 10), προκειμένου να ικανοποιούνται οι συνθήκες 1 και 2 αντίστοιχα.

Στη συνέχεια υπολογίζεται το z_o , χρησιμοποιώντας στις παραμέτρους (A, h, π, π_o) τις τιμές που αναφέρονται στο άρθρο των Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973), δηλαδή $A = 50, h=0.2, \pi=0.5, \pi_o = 2$ και $\mu_L = 300, b=0, \beta=6$. Συγκεκριμένα, διακρίνονται δυο περιπτώσεις:

$$1) \Pr(x_L > Q_{\text{HW}}^*) = \Pr\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} > \frac{Q_{\text{HW}}^* - \mu_L}{\sigma_L}\right) = \Pr(Z > z_o)$$

$$z_{o1} = \frac{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$2) \Pr(x_L > (Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*)) = \Pr\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} > \frac{(Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*) - \mu_L}{\sigma_L}\right) = \Pr(Z > z_o)$$

$$z_{o2} = \frac{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} - \mu_L}{\sigma_L}$$

Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται οι τιμές των z_o για διαφορετικές τιμές του κ και σ_L .

Πίνακας 3.2 z_o

| Φ_κ | $\sigma_L = 3$ | | $\sigma_L = 30$ | | $\sigma_L = 60$ | |
|---------------|----------------|----------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| | z_{o1} | z_{o2} | z_{o1} | z_{o2} | z_{o1} | z_{o2} |
| 0.975 | 216,27257 | 216,3084 | 21,667551 | 21,70333 | 10,856131 | 10,89183 |
| 0.9 | 216,45225 | 216,6317 | 21,846553 | 22,02445 | 11,034384 | 11,21057 |
| 0.7 | 217,1295 | 217,849 | 22,513255 | 23,20845 | 11,50373 | 12,36089 |
| 0.5 | 218,11449 | 219,6158 | 23,46166 | 24,863 | 12,602311 | 13,91334 |
| 0.3 | 219,60025 | 222,2728 | 24,080863 | 27,22872 | 13,900157 | 16,0473 |
| 0.2 | 220,7176 | 224,2647 | 25,860531 | 28,91992 | 14,823946 | 17,5251 |
| 0.1 | 222,46966 | 227,3775 | 27,398776 | 31,44398 | 16,197505 | 19,6739 |

Από τον πίνακα 2 προκύπτει ότι $z_{o1} < z_{o2}$. Επιπλέον, όταν μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης τότε αυξάνονται οι τιμές των z_{o1} και z_{o2} αλλά όταν αυξάνεται το σ_L τότε μειώνονται οι τιμές. Σε κάθε περίπτωση οι τιμές των z_{o1} και z_{o2} είναι μεγαλύτερες από το 5 και αυτό συνεπάγεται ότι η πιθανότητα η ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να είναι μεγαλύτερη από την άριστη ποσότητα παραγγελίας ισούται με το μηδέν.

3.5. Προσδιορισμός ελάχιστου συνολικού κόστους, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και άριστης ποσότητας παραγγελίας

3.5.1. Η περίπτωση: Hadley-Whitin

Με την χρήση της σχέσης (76), $q_1 = \frac{Q_{HW}^*}{\sigma_L}$, οι σχέσεις (65),(60) και (66) για τις συναρτήσεις

της άριστης ποσότητας παραγγελίας, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και ελάχιστου συνολικού κόστους της μεθόδου των HW αντίστοιχα, γίνονται:

$$Q_{HW}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow$$

$$Q_{HW}^* = \sigma_L * q_1 \quad (77)$$

$$I_{HW}^* = \frac{1}{2} Q_{HW}^* + \kappa \sigma_L = \frac{1}{2} \sigma_L * q_1 + \kappa \sigma_L \quad (78)$$

$$\min TC_{HW}^* = \frac{A * \bar{D}}{Q_{HW}^*} + h * I_{HW}^* + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{HW}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW}^* = \frac{h}{2 * Q_{HW}^*} \left(\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \frac{h}{2} * Q_{HW}^* + h * \kappa \sigma_L \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW}^* = \frac{h}{2 * Q_{HW}^*} (Q_{HW}^*)^2 + \frac{h}{2} * Q_{HW}^* + h * \kappa \sigma_L \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW}^* = h * Q_{HW}^* + h * \kappa \sigma_L \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW}^* = h * \sigma_L * q_1 + h * \kappa \sigma_L \quad (79)$$

3.5.2. Η περίπτωση: Montgomery, Bazaraa και Keswani

Με την χρήση της σχέσης (76), $q_2 = \frac{Q_{MBK}^*}{\sigma_L}$, οι σχέσεις (69),(61) και (70) για τις συναρτήσεις

της άριστης ποσότητας παραγγελίας, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και ελάχιστου συνολικού κόστους της μεθόδου των Montgomery, Bazaraa και Keswani αντίστοιχα, γίνονται:

$$Q_{MBK}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1 - b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow$$

$$Q_{MBK}^* = \sigma_L * q_2 \quad (80)$$

$$I_{MBK}^* = \frac{Q_{MBK}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R = \frac{\sigma_L * q_2}{2} + \kappa\sigma_L + (1-b)\sigma_L\psi_\kappa \quad (81)$$

$$\min TC_{MBK}^* = \frac{A * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} + h * I_{MBK}^* + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MBK}^* = \frac{h}{2 * Q_{MBK}^*} \left(\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{2 * \pi_o * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) (1-b) \right) +$$

$$+ h * \left(\frac{Q_{MBK}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MBK}^* = \frac{h}{2 * Q_{MBK}^*} (Q_{MBK}^*)^2 + h * \left(\frac{Q_{MBK}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MBK}^* = h * Q_{MBK}^* + h * \kappa\sigma_L + h * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MBK}^* = h * \sigma_L * q_2 + h * \kappa\sigma_L + h * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \quad (82)$$

3.5.3. Η περίπτωση: Νέα Μέθοδος

Με την χρήση της σχέσης (76), $q_3 = \frac{Q_{MIX}^*}{\sigma_L}$, οι σχέσεις (73),(62) και (74) για τις συναρτήσεις της άριστης ποσότητας παραγγελίας, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και ελάχιστου συνολικού κόστους της Νέας Μεθόδου αντίστοιχα, γίνονται:

$$Q_{MIX}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow$$

$$Q_{MIX}^* = \sigma_L * q_3 \quad (83)$$

$$I_{MIX}^* = \frac{Q_{MIX}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) (1 - \Phi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$I_{MIX}^* = \frac{1}{2} \sigma_L * q_3 + \kappa\sigma_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) (1 - \Phi_\kappa) \quad (84)$$

$$\min TC_{MIX}^* = \frac{A * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} + h * I_{MIX}^* + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MIX}^* = \frac{h}{2 * Q_{MIX}^*} \left(\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{2 * \pi_o * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) (1-b) \right) +$$

$$+ h * \left(\frac{Q_{MIX}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) (1 - \Phi_\kappa) \right) \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} \min TC_{MIX}^* &= \frac{h}{2 * Q_{MIX}^*} (Q_{MIX}^*)^2 + h * \left(\frac{Q_{MIX}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \right) \Leftrightarrow \\ \min TC_{MIX}^* &= h * Q_{MIX}^* + h * \kappa \sigma_L + h * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \Leftrightarrow \\ \min TC_{MIX}^* &= h * \sigma_L * q_3 + h * \kappa \sigma_L + h * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \end{aligned} \quad (85)$$

Όμως, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery, Bazaraa και Keswani. Επομένως, $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$.

3.6. Η σχέση μεταξύ των παραμέτρων A, h, π, π_κ

Στα τμήματα 3.3.1., 3.3.2. και 3.3.3. της παρούσας εργασίας ορίστηκε η συνάρτηση άριστης ποσότητας παραγγελίας για κάθε μέθοδο και δίνεται από τις σχέσεις (65), (69) και (73) αντίστοιχα. Στη συνέχεια, στις προτάσεις 4 και 5 γίνεται η περαιτέρω επεξεργασία των συναρτήσεων άριστης ποσότητας παραγγελίας και δημιουργούνται οι σχέσεις που συνδέουν τις παραμέτρους μεταξύ τους.

Πρόταση 4

$$A = \frac{q^2 \sigma_L cv}{2\beta} h - \sigma_L \psi_\kappa \pi \quad (86)$$

$$\pi = \frac{q^2 cv}{2\beta \psi_\kappa} h - \frac{A}{\sigma_L \psi_\kappa} \quad (87)$$

Απόδειξη

$$\begin{aligned} Q_{HW}^* = Q^* &= \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow \\ (Q^*)^2 &= \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} \Leftrightarrow \\ \left(\frac{Q^*}{\sigma_L} \right)^2 &= \frac{2 * A * \bar{D}}{h * \sigma_L^2} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h * \sigma_L^2} \Leftrightarrow \\ q^2 &= \frac{2 * A * \beta * \mu_L}{h * \sigma_L^2} + \frac{2 * \pi * \beta * \mu_L * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h * \sigma_L^2} \Leftrightarrow \\ q^2 &= 2 \frac{A * \beta}{h * \sigma_L} \frac{1}{cv} + 2 \frac{\pi * \beta * \psi_\kappa}{h} \frac{1}{cv} \end{aligned} \quad (89)$$

Λύνοντας την σχέση (89) ως προς το A αποδεικνύεται η σχέση (86):

$$2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} = q^2 - 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_{\kappa} \frac{1}{cv} \Leftrightarrow$$

$$\frac{A}{h} = \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} - 2 \frac{\pi}{h} * \frac{\beta^* \psi_{\kappa} * \sigma_L * cv}{2 * \beta * cv} \Leftrightarrow$$

$$\frac{A}{h} = \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} - \frac{\pi}{h} \psi_{\kappa} * \sigma_L \Leftrightarrow$$

$$A = \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} * h - \sigma_L * \psi_{\kappa} * \pi$$

Λύνοντας την σχέση (89) ως προς το π αποδεικνύεται η σχέση (87):

$$2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_{\kappa} \frac{1}{cv} = q^2 - 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\pi}{h} = \frac{q^2 * cv}{2 * \beta^* \psi_{\kappa}} - \frac{A}{h} \frac{1}{\psi_{\kappa} * \sigma_L} \Leftrightarrow$$

$$\pi = \frac{q^2 * cv}{2 * \beta^* \psi_{\kappa}} h - \frac{A}{\sigma_L * \psi_{\kappa}}$$

Πρόταση 5

$$A = \frac{q^2 \sigma_L cv}{2\beta} h - \sigma_L \psi_{\kappa} \pi - \sigma_L \psi_{\kappa} \pi_o (1-b) \quad (90)$$

$$\pi = \frac{q^2 cv}{2\beta \psi_{\kappa}} h - \frac{A}{\sigma_L \psi_{\kappa}} - \pi_o (1-b) \quad (91)$$

$$\pi_o = \frac{q^2 cv}{2\beta \psi_{\kappa} (1-b)} h - \frac{A}{\sigma_L \psi_{\kappa} (1-b)} - \frac{\pi}{(1-b)} \quad (92)$$

Απόδειξη

$$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^* = Q^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_{\kappa})}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) * (\sigma_L \psi_{\kappa})}{h}} \Leftrightarrow$$

$$(Q^*)^2 = \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_{\kappa})}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) * (\sigma_L \psi_{\kappa})}{h} \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{Q^*}{\sigma_L}\right)^2 = \frac{2 * A * \bar{D}}{h * \sigma_L^2} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_{\kappa})}{h * \sigma_L^2} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) * (\sigma_L \psi_{\kappa})}{h * \sigma_L^2} \Leftrightarrow$$

$$q^2 = \frac{2 * A * \beta * \mu_L}{h * \sigma_L^2} + \frac{2 * \pi}{h} \beta * \mu_L \frac{(\sigma_L \psi_{\kappa})}{\sigma_L^2} + \frac{2 * \pi_o}{h} \beta * \mu_L \frac{(\sigma_L \psi_{\kappa})(1-b)}{\sigma_L^2} \Leftrightarrow$$

$$q^2 = 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} + 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} + 2 \frac{\pi_o}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} (1-b) \quad (93)$$

Λύνοντας την σχέση (93) ως προς το A αποδεικνύεται η σχέση (90):

$$\begin{aligned} 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} &= q^2 - 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} - 2 \frac{\pi_o}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} (1-b) \Leftrightarrow \\ \frac{A}{h} &= \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} - 2 \frac{\pi}{h} \frac{\beta^* \psi_\kappa * \sigma_L * cv}{2 * \beta * cv} - 2 \frac{\pi_o}{h} \frac{\beta^* \psi_\kappa * (1-b) * \sigma_L * cv}{2 * \beta * cv} \Leftrightarrow \\ \frac{A}{h} &= \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} - \frac{\pi}{h} \psi_\kappa * \sigma_L - \frac{\pi_o}{h} \psi_\kappa * \sigma_L (1-b) \Leftrightarrow \\ A &= \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} * h - \sigma_L * \psi_\kappa * \pi - \sigma_L * \psi_\kappa * \pi_o * (1-b) \end{aligned}$$

Λύνοντας την σχέση (93) ως προς το π αποδεικνύεται η σχέση (91):

$$\begin{aligned} 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} &= q^2 - 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} - 2 \frac{\pi_o}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} (1-b) \Leftrightarrow \\ \frac{\pi}{h} &= \frac{q^2 * cv}{2 * \beta * \psi_\kappa} - \frac{A}{h} \frac{1}{\psi_\kappa * \sigma_L} - \frac{\pi_o}{h} (1-b) \Leftrightarrow \\ \pi &= \frac{q^2 * cv}{2 * \beta * \psi_\kappa} h - \frac{A}{\sigma_L * \psi_\kappa} - \pi_o * (1-b) \end{aligned}$$

Λύνοντας την σχέση (93) ως προς το π_ο αποδεικνύεται η σχέση (92):

$$\begin{aligned} 2 \frac{\pi_o}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} (1-b) &= q^2 - 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} - 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} \Leftrightarrow \\ \frac{\pi_o}{h} &= \frac{q^2 * cv}{2 * \beta * \psi_\kappa * (1-b)} - \frac{2 * A * \beta * cv}{h * cv * \sigma_L * 2 * \beta * \psi_\kappa * (1-b)} - \frac{2 * \pi * \beta * \psi_\kappa * cv}{h * cv * 2 * \beta * \psi_\kappa * (1-b)} \Leftrightarrow \\ \pi_o &= \frac{q^2 * cv}{2 * \beta * \psi_\kappa * (1-b)} h - \frac{A}{\sigma_L * \psi_\kappa * (1-b)} - \frac{\pi}{(1-b)} \end{aligned}$$

Κεφάλαιο 4

Εμπειρικά αποτελέσματα

4.1. Εισαγωγή

Οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συναρτήσεων, Q_j^*, I_j^*, TC_j^* , όπου $j = HW, MIX, MBK$, βασίζονται στα παραδείγματα των Montgomery et al. (1973). Συγκεκριμένα, το σταθερό κόστος ανανέωσης του αποθέματος είναι $A = 50$, το κόστος κράτησης του αποθέματος είναι $h = 0.2$, η περίοδος αναφοράς της ζήτησης είναι $\beta = 6, 12, 52$, και η μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι $\mu_L = 300$. Επιπλέον, το σταθερό κόστος έλλειψης του αποθέματος είναι $\pi = 0.5$, το κέρδος ανά μονάδα ζήτησης είναι $\pi_o = 2$ και η αναμενόμενη ζήτηση δίνεται από την σχέση $\bar{D} = \beta * \mu_L$. Η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας παίρνει τις τιμές, $\sigma_L = 3, 15, 30, 60$, ενώ ο λόγος q παίρνει τις τιμές, $q = 105, 25, 15, 10$, όπως έχουν οριστεί στο τμήμα 3.4 της παρούσας εργασίας. Τα εμπειρικά αποτελέσματα πραγματοποιήθηκαν με υπολογιστικά προγράμματα.

Επίσης, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι:

$b = 0$: το ποσοστό της ζήτησης το οποίο χάνεται κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση

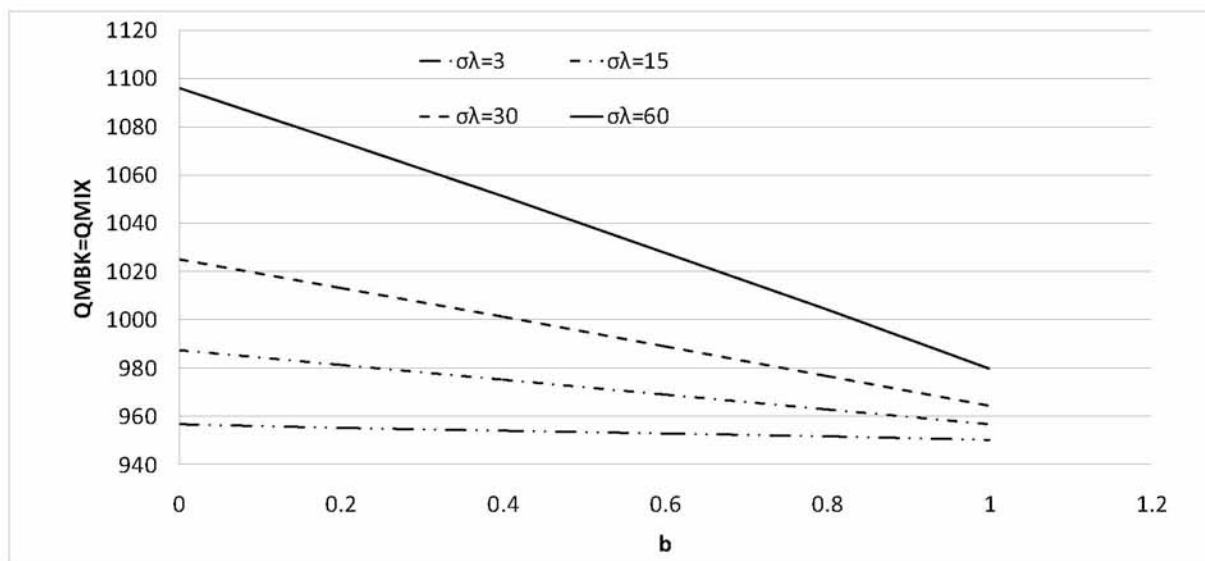
$0 < b < 1$: το ποσοστό της ζήτησης το οποίο παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί, ενώ το υπόλοιπο ποσοστό της ζήτησης χάνεται

$b = 1$: το ποσοστό της ζήτησης το οποίο παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί

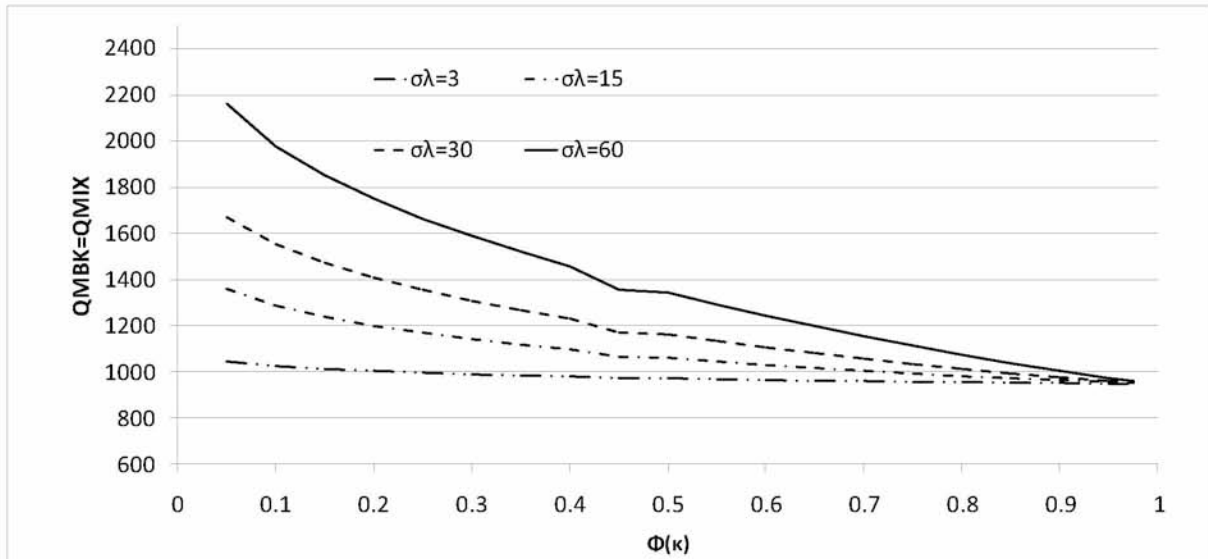
4.2. Άριστη ποσότητα παραγγελίας

Με βάση τις τιμές των παραμέτρων $A, h, \beta, \pi, \pi_o, \mu_L, \sigma_L$ και με διαφορετικές τιμές στο επίπεδο εξυπηρέτησης ($0.05 \leq \Phi_\kappa \leq 0.975$) και στο κ ($-1.64 \leq \kappa \leq 1.96$), στους παρακάτω πίνακες δίνονται οι τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας των μεθόδων Hadley-Whitin, Montgomery et al. και Mixture. Για τον υπολογισμό των τιμών των συναρτήσεων, $Q_{HW}^*, Q_{MBK}^*, Q_{MIX}^*$, χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις (65), (69) και (73) αντίστοιχα.

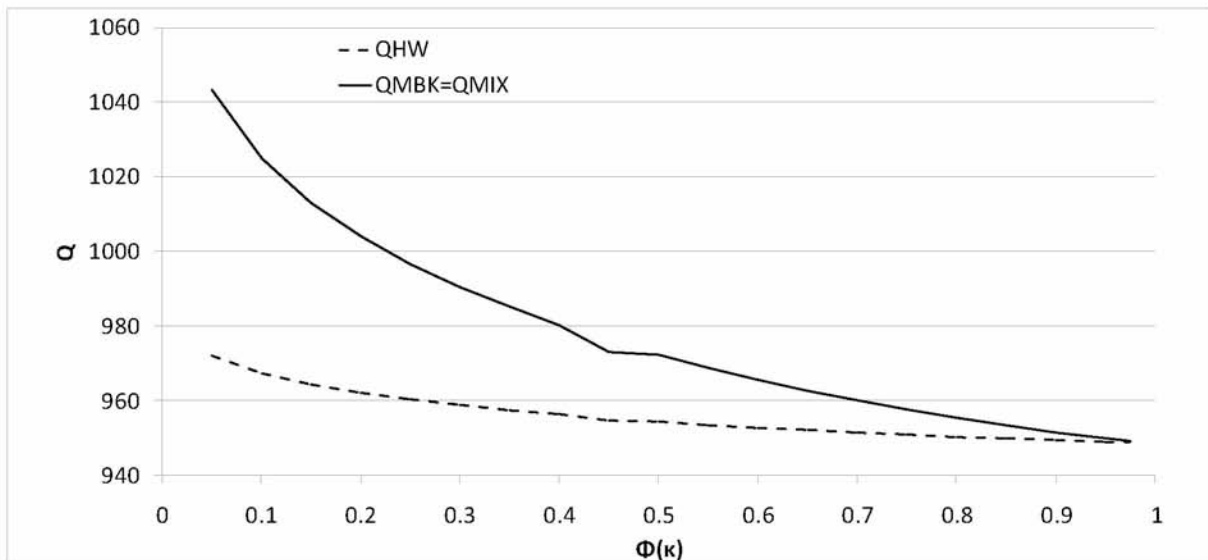
Από το διάγραμμα 4.1 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, η αύξηση του σ_L συνεπάγεται αύξηση του $Q_{MBK,MIX}^*$. Επιπλέον, παρατηρείται ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας έχει την μικρότερη τιμή για $\sigma_L = 3$ (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για $\sigma_L = 60$ (ανώτατο όριο), ενώ οι τιμές για $\sigma_L = 15$ και $\sigma_L = 30$ είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας για $\sigma_L = 3$ και $\sigma_L = 60$. Επίσης, από το διάγραμμα 4.2 προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του κ συνεπάγεται αύξηση του $Q_{MBK,MIX}^*$. Ακόμα, από το διάγραμμα 4.3 παρατηρείται ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας των μεθόδων Mixture και Montgomery et al. είναι μεγαλύτερη από την άριστη ποσότητα παραγγελίας της μεθόδου Hadley-Whitin. Δηλαδή, $Q_{MBK,MIX}^* > Q_{HW}^*$.



Διάγραμμα 4.1 $Q_{MBK,MIX}^*$ για $\Phi(\kappa) = 0.8$ και $\beta=6$



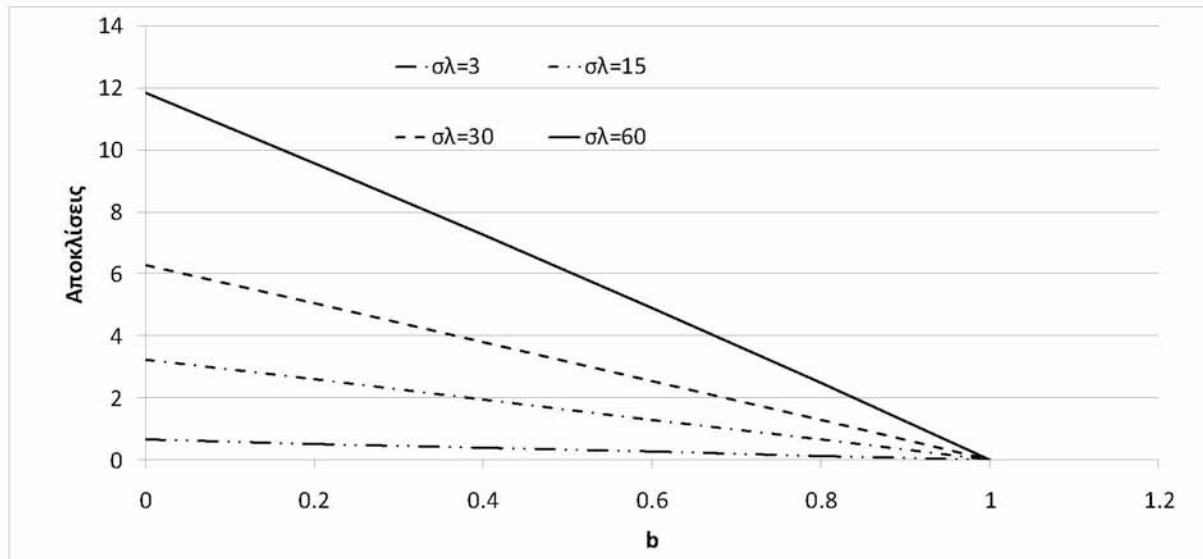
Διάγραμμα 4.2 $Q_{MBK, MIX}^*$ για $b=0.2$ και $\beta=6$



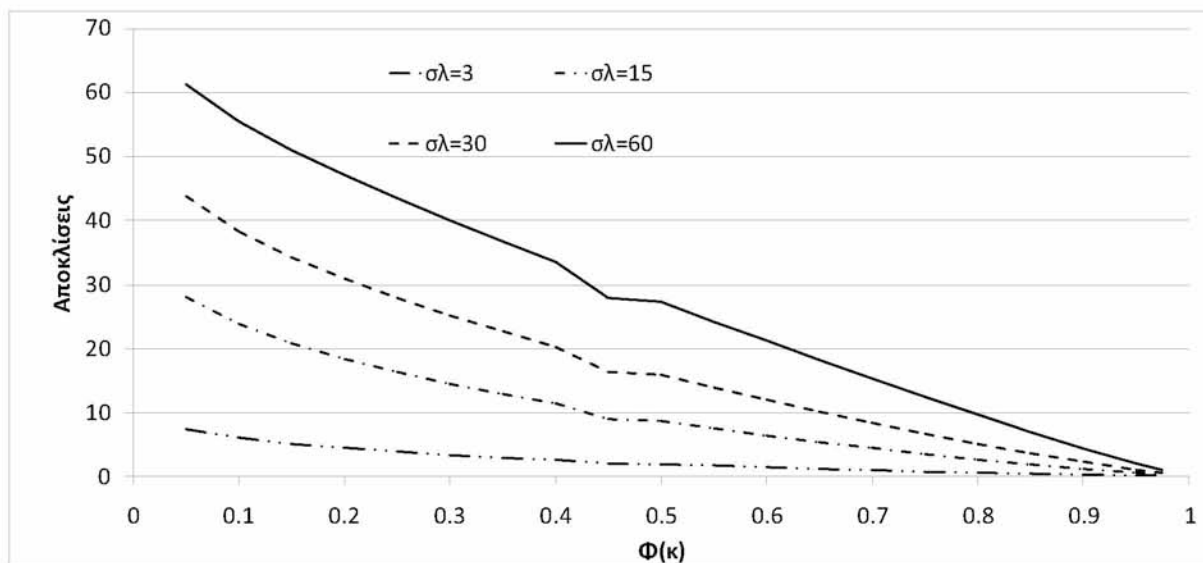
Διάγραμμα 4.3 Q_{HW}^* και $Q_{MBK, MIX}^*$ για $\sigma_L=3$, $b=0.2$ και $\beta=6$

Από το διάγραμμα 4.4 προκύπτει ότι οι ποσοστιαίες διαφορές αυξάνονται καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις έχουν την μικρότερη τιμή για $\sigma_L = 3$ (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για $\sigma_L = 60$ (ανώτατο όριο), ενώ για $\sigma_L = 15$ και $\sigma_L = 30$ οι ποσοστιαίες διαφορές είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι ποσοστιαίες διαφορές $\left(\frac{Q_{MBK, MIX}^* - Q_{HW}^*}{Q_{HW}^*} \times 100 \right)$ για $\sigma_L = 3$ και $\sigma_L = 60$. Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, η άριστη ποσότητα παραγγελίας

είναι ίδια και στις τρεις μεθόδους ($Q_{HW}^* = Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$) όταν $b=1$. Επίσης, από το διάγραμμα 4.5 παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις αυξάνονται όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης.



Διάγραμμα 4.4 Αποκλίσεις, $\frac{Q_{MBK,MIX}^* - Q_{HW}^*}{Q_{HW}^*} \times 100$ για $\Phi(\kappa) = 0.8$ και $\beta=6$



Διάγραμμα 4.5 Αποκλίσεις, $\frac{Q_{MBK,MIX}^* - Q_{HW}^*}{Q_{HW}^*} \times 100$ για $b=0.2$ και $\beta=6$

Από τους πίνακες 4.1-4.8 προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του κ συνεπάγεται αύξηση των Q_{HW}^* και $Q_{MBK,MIX}^*$. Αλλά η αύξηση των $Q_{MBK,MIX}^*$ είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του Q_{HW}^* . Αυτό οφείλεται στο γεγονός, διότι στην Νέα

Μέθοδο και στην μέθοδο των Montgomery et al., λαμβάνεται υπόψη η περίπτωση των χαμένων πωλήσεων όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή ο όρος των χαμένων κερδών. Ειδικότερα, σε αυτές τις δυο μεθόδους η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την μέθοδο Hadley-Whitin, με αποτέλεσμα να είναι μεγαλύτερη η τιμή της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Επίσης, παρατηρείται ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του σ_L συνεπάγεται αύξηση των Q_{HW}^* και $Q_{MBK,MIX}^*$. Επιπλέον, όταν αυξάνεται η περίοδος αναφοράς της ζήτησης, β , τότε αυξάνεται και η άριστη ποσότητα παραγγελίας. Από τις αποκλίσεις (βλ. Πίνακες 4.2,4.4,4.6,4.8) παρατηρείται ότι καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης αυξάνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις μεταξύ των μεθόδων. Ακόμα, παρατηρείται ότι με σταθερή τιμή στο σ_L , όταν αυξάνεται η περίοδος αναφοράς της ζήτησης, β , τότε οι αποκλίσεις διαφέρουν ελάχιστα. Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια και στις τρεις μεθόδους ($Q_{HW}^* = Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$) όταν $b=1$, δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή της άριστης ποσότητας παραγγελίας είναι 948,8177 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές: $\sigma_L = 3$, $\beta = 6$, $b = 1$ και $\kappa = 1.96$. Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι $Q_{HW}^* = 3949,13834$ και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι $Q_{MBK,MIX}^* = 6839,47868$, με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές: $\sigma_L = 60$, $\beta = 52$, $b = 0$ και $\kappa = -1.64$.

Πίνακας 4.1 Άριστη ποσότητα παραγγελίας, Q_{HW}^* , Q_{MBK}^* , Q_{MIX}^* για $\beta=6$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | |
|----------------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\beta = 6$ | | | | | | | |
| b | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | Q_{HW}^* | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ |
| 0.975 | 948,8177 | 949,35515 | 949,2477 | 949,1402 | 949,0327 | 948,9252 | 948,8177 |
| 0.95 | 948,9806 | 950,16869 | 949,9312 | 949,6936 | 949,456 | 949,2183 | 948,9806 |
| 0.9 | 949,3568 | 952,04586 | 951,5086 | 950,9711 | 950,4333 | 949,8952 | 949,3568 |
| 0.85 | 949,7883 | 954,19529 | 953,3155 | 952,4349 | 951,5535 | 950,6713 | 949,7883 |
| 0.8 | 950,2706 | 956,59347 | 955,3323 | 954,0694 | 952,8048 | 951,5385 | 950,2706 |
| 0.75 | 950,8034 | 959,2371 | 957,5563 | 955,8726 | 954,1858 | 952,4961 | 950,8034 |
| 0.7 | 951,3885 | 962,13319 | 959,9939 | 957,8498 | 955,7009 | 953,5471 | 951,3885 |
| 0.65 | 952,0291 | 965,29656 | 962,6577 | 960,0116 | 957,3582 | 954,6974 | 952,0291 |
| 0.6 | 952,7303 | 968,74944 | 965,5669 | 962,3738 | 959,1701 | 955,9556 | 952,7303 |
| 0.55 | 953,4988 | 972,52235 | 968,7475 | 964,9579 | 961,1534 | 957,3337 | 953,4988 |
| 0.5 | 954,3435 | 976,65613 | 972,2346 | 967,7928 | 963,3305 | 958,8475 | 954,3435 |
| 0.45 | 954,5367 | 977,59994 | 973,031 | 968,4406 | 963,8282 | 959,1937 | 954,5367 |
| 0.4 | 956,3135 | 986,24406 | 980,3311 | 974,3822 | 968,3967 | 962,3741 | 956,3135 |
| 0.35 | 957,4775 | 991,87485 | 985,0915 | 978,2611 | 971,3826 | 964,4551 | 957,4775 |
| 0.3 | 958,8007 | 998,2456 | 990,4823 | 982,6577 | 974,7703 | 966,8185 | 958,8007 |
| 0.25 | 960,3324 | 1005,58 | 996,6951 | 987,73 | 978,6827 | 969,551 | 960,3324 |
| 0.2 | 962,1528 | 1014,244 | 1004,042 | 993,735 | 983,3203 | 972,7941 | 962,1528 |
| 0.15 | 964,4073 | 1024,894 | 1013,085 | 1001,138 | 989,0459 | 976,8043 | 964,4073 |
| 0.1 | 967,409 | 1038,942 | 1025,035 | 1010,936 | 996,6386 | 982,1325 | 967,409 |
| 0.05 | 972,0983 | 1060,602 | 1043,502 | 1026,117 | 1008,432 | 990,4319 | 972,0983 |

Πίνακας 4.2 Αποκλίσεις, $\frac{Q_{\text{MBK,MIX}}^* - Q_{\text{HW}}^*}{Q_{\text{HW}}^*} \times 100$ για $\beta=6$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| $\beta = 6$ | | | | | | |
| b | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις |
| 0.975 | 0,056644179 | 0,045317451 | 0,033990723 | 0,022661888 | 0,011330944 | 0 |
| 0.95 | 0,125200668 | 0,100172758 | 0,075138525 | 0,050099024 | 0,025052146 | 0 |
| 0.9 | 0,283254948 | 0,226667159 | 0,170048823 | 0,113397834 | 0,056715244 | 0 |
| 0.85 | 0,464002371 | 0,371373303 | 0,278658954 | 0,185858269 | 0,092972302 | 0 |
| 0.8 | 0,665375736 | 0,532653541 | 0,399754554 | 0,266679828 | 0,13342831 | 0 |
| 0.75 | 0,887004592 | 0,710228829 | 0,533141751 | 0,355742305 | 0,17802944 | 0 |
| 0.7 | 1,129371463 | 0,904508535 | 0,679143182 | 0,453272253 | 0,226892594 | 0 |
| 0.65 | 1,393593898 | 1,116412256 | 0,838468033 | 0,559754925 | 0,280267682 | 0 |
| 0.6 | 1,681389738 | 1,347343482 | 1,012193031 | 0,675925789 | 0,338532311 | 0 |
| 0.55 | 1,995133124 | 1,599240641 | 1,201800174 | 0,802791798 | 0,402198731 | 0 |
| 0.5 | 2,338013636 | 1,874703494 | 1,409276713 | 0,941703954 | 0,471955877 | 0 |
| 0.45 | 2,416171112 | 1,93751796 | 1,456608216 | 0,973406261 | 0,487881713 | 0 |
| 0.4 | 3,129788604 | 2,511475657 | 1,889410802 | 1,263523978 | 0,633745125 | 0 |
| 0.35 | 3,592499115 | 2,884035455 | 2,170658886 | 1,452267055 | 0,728751344 | 0 |
| 0.3 | 4,113982015 | 3,304293445 | 2,488207299 | 1,665571305 | 0,836224845 | 0 |
| 0.25 | 4,711696553 | 3,786471108 | 2,852922503 | 1,910822693 | 0,959932177 | 0 |
| 0.2 | 5,413979056 | 4,353655768 | 3,282448553 | 2,200013391 | 1,105990672 | 0 |
| 0.15 | 6,271876066 | 5,047462883 | 3,808607668 | 2,554788859 | 1,285449636 | 0 |
| 0.1 | 7,394302796 | 5,956731909 | 4,499386552 | 3,02142737 | 1,521954019 | 0 |
| 0.05 | 9,104355823 | 7,345276556 | 5,556886468 | 3,737669251 | 1,885975896 | 0 |

Πίνακας 4.3 Άριστη ποσότητα παραγγελίας, Q_{HW}^* , Q_{MBK}^* , Q_{MIX}^* για $\beta=52$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | |
|----------------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\beta = 52$ | | | | | | | |
| b | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | Q_{HW}^* | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ |
| 0.975 | 2793,24368 | 2794,82588 | 2794,50951 | 2794,19311 | 2793,87667 | 2793,56019 | 2793,24368 |
| 0.95 | 2793,72311 | 2797,22087 | 2796,52167 | 2795,8223 | 2795,12274 | 2794,42302 | 2793,72311 |
| 0.9 | 2794,83062 | 2802,74711 | 2801,1656 | 2799,5832 | 2797,9999 | 2796,41571 | 2794,83062 |
| 0.85 | 2796,1009 | 2809,07487 | 2806,48488 | 2803,89249 | 2801,2977 | 2798,7005 | 2796,1009 |
| 0.8 | 2797,52088 | 2816,13493 | 2812,42198 | 2808,70412 | 2804,98133 | 2801,25359 | 2797,52088 |
| 0.75 | 2799,08949 | 2823,91753 | 2818,96941 | 2814,0126 | 2809,04704 | 2804,07268 | 2799,08949 |
| 0.7 | 2800,81185 | 2832,4434 | 2826,14542 | 2819,83336 | 2813,50715 | 2807,16668 | 2800,81185 |
| 0.65 | 2802,6979 | 2841,75614 | 2833,98756 | 2826,19762 | 2818,38615 | 2810,55297 | 2802,6979 |
| 0.6 | 2804,76216 | 2851,92114 | 2842,55194 | 2833,15175 | 2823,72026 | 2814,25717 | 2804,76216 |
| 0.55 | 2807,02442 | 2863,02827 | 2851,91548 | 2840,75922 | 2829,55898 | 2818,31422 | 2807,02442 |
| 0.5 | 2809,51106 | 2875,19779 | 2862,18105 | 2849,10484 | 2835,96833 | 2822,77069 | 2809,51106 |
| 0.45 | 2810,07997 | 2877,97629 | 2864,52578 | 2851,0118 | 2837,43346 | 2823,78984 | 2810,07997 |
| 0.4 | 2815,31063 | 2903,42389 | 2886,01646 | 2868,5034 | 2850,88276 | 2833,15252 | 2815,31063 |
| 0.35 | 2818,73739 | 2920,0005 | 2900,03075 | 2879,92256 | 2859,67296 | 2839,27895 | 2818,73739 |
| 0.3 | 2822,63295 | 2938,75556 | 2915,90102 | 2892,86592 | 2869,64593 | 2846,23651 | 2822,63295 |
| 0.25 | 2827,14212 | 2960,34849 | 2934,19104 | 2907,7983 | 2881,16379 | 2854,28076 | 2827,14212 |
| 0.2 | 2832,5011 | 2985,8521 | 2955,81845 | 2925,47648 | 2894,8165 | 2863,8283 | 2832,5011 |
| 0.15 | 2839,13818 | 3017,20543 | 2982,44262 | 2947,26982 | 2911,67216 | 2875,63388 | 2839,13818 |
| 0.1 | 2847,97494 | 3058,56286 | 3017,62119 | 2976,11635 | 2934,02444 | 2891,31983 | 2847,97494 |
| 0.05 | 2861,77997 | 3122,32659 | 3071,98561 | 3020,80582 | 2968,74385 | 2915,75244 | 2861,77997 |

Πίνακας 4.4 Αποκλίσεις, $\frac{Q_{\text{MBK,MIX}}^* - Q_{\text{HW}}^*}{Q_{\text{HW}}^*} \times 100$ για $\beta=52$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| $\beta = 52$ | | | | | | |
| b | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις |
| 0.975 | 0,056643823 | 0,045317564 | 0,033990232 | 0,022661467 | 0,011331271 | 0 |
| 0.95 | 0,125200668 | 0,100173134 | 0,075139515 | 0,050099095 | 0,025052948 | 0 |
| 0.9 | 0,283254733 | 0,226667761 | 0,170048946 | 0,113397927 | 0,056715065 | 0 |
| 0.85 | 0,464002211 | 0,37137358 | 0,278659114 | 0,185858815 | 0,092972324 | 0 |
| 0.8 | 0,665376624 | 0,532653754 | 0,399755372 | 0,266680762 | 0,13342921 | 0 |
| 0.75 | 0,887004152 | 0,710228096 | 0,533141582 | 0,355742467 | 0,178028963 | 0 |
| 0.7 | 1,129370757 | 0,904508098 | 0,679142728 | 0,453272147 | 0,226892428 | 0 |
| 0.65 | 1,393594365 | 1,116412154 | 0,838467821 | 0,559755299 | 0,280268166 | 0 |
| 0.6 | 1,681389626 | 1,347343477 | 1,012192421 | 0,675925405 | 0,338531735 | 0 |
| 0.55 | 1,995132269 | 1,599240095 | 1,201799306 | 0,802791733 | 0,40219814 | 0 |
| 0.5 | 2,338012864 | 1,874703067 | 1,409276531 | 0,941703714 | 0,471955074 | 0 |
| 0.45 | 2,416170384 | 1,93751817 | 1,456607301 | 0,973406106 | 0,487881845 | 0 |
| 0.4 | 3,129788204 | 2,511475261 | 1,889410335 | 1,26352416 | 0,633744987 | 0 |
| 0.35 | 3,592249891 | 2,884034898 | 2,170658757 | 1,452266186 | 0,7287504 | 0 |
| 0.3 | 4,113981947 | 3,304293249 | 2,488207686 | 1,665571856 | 0,836224916 | 0 |
| 0.25 | 4,711696984 | 3,786471124 | 2,852922725 | 1,91082258 | 0,959931933 | 0 |
| 0.2 | 5,41397848 | 4,353655856 | 3,282448152 | 2,200013267 | 1,105990744 | 0 |
| 0.15 | 6,271876841 | 5,047462678 | 3,808607864 | 2,554788651 | 1,285449939 | 0 |
| 0.1 | 7,394303828 | 5,956732541 | 4,499386852 | 3,021427569 | 1,521954754 | 0 |
| 0.05 | 9,104355427 | 7,345376094 | 5,556885982 | 3,737669601 | 1,885975532 | 0 |

Πίνακας 4.5 Άριστη ποσότητα παραγγελίας, Q_{HW}^* , Q_{MBK}^* , Q_{MIX}^* για $\beta=6$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | |
|-----------------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\beta = 6$ | | | | | | | |
| b | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | Q_{HW}^* | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ |
| 0.975 | 951,36788 | 962,0313 | 959,90809 | 957,78018 | 955,64752 | 953,5101 | 951,36788 |
| 0.95 | 954,61101 | 977,96264 | 973,33713 | 968,68954 | 964,01954 | 959,32681 | 954,61101 |
| 0.9 | 962,06304 | 1013,81777 | 1003,68035 | 993,43948 | 983,09194 | 972,63432 | 962,06304 |
| 0.85 | 970,54348 | 1053,45776 | 1037,40519 | 1021,10029 | 1004,53078 | 987,68333 | 970,54348 |
| 0.8 | 979,94098 | 1096,09385 | 1073,86882 | 1051,17399 | 1027,97825 | 1004,24689 | 979,94098 |
| 0.75 | 990,22382 | 1141,3659 | 1112,78099 | 1083,44218 | 1053,28646 | 1022,24155 | 990,22382 |
| 0.7 | 1001,39957 | 1189,11966 | 1154,02109 | 1117,821 | 1080,40866 | 1041,65349 | 1001,39957 |
| 0.65 | 1013,50376 | 1239,33426 | 1197,57985 | 1154,31607 | 1109,36634 | 1062,51672 | 1013,50376 |
| 0.6 | 1026,59728 | 1292,09518 | 1243,53864 | 1193,00744 | 1140,23908 | 1084,90717 | 1026,59728 |
| 0.55 | 1040,76843 | 1347,58845 | 1292,06636 | 1234,04876 | 1173,16545 | 1108,94456 | 1040,76843 |
| 0.5 | 1056,13864 | 1406,10958 | 1343,42885 | 1277,67681 | 1208,35216 | 1134,80037 | 1056,13864 |
| 0.45 | 1059,63569 | 1419,16632 | 1354,91245 | 1287,45581 | 1216,2636 | 1140,63661 | 1059,63569 |
| 0.4 | 1091,19632 | 1534,12747 | 1456,35831 | 1374,19504 | 1286,79619 | 1193,0117 | 1091,19632 |
| 0.35 | 1111,42383 | 1605,09023 | 1519,24465 | 14128,24856 | 1331,04605 | 1226,162 | 1111,42383 |
| 0.3 | 1134,00943 | 1682,2268 | 1587,79881 | 1487,38803 | 1379,6888 | 1262,83779 | 1134,00943 |
| 0.25 | 1159,64118 | 1767,43837 | 1663,73803 | 1553,12913 | 1434,01392 | 1304,06357 | 1159,64118 |
| 0.2 | 1189,43675 | 1863,81301 | 1749,8546 | 1627,93835 | 1496,12011 | 1351,50567 | 1189,43675 |
| 0.15 | 1225,40957 | 1976,90241 | 1851,17267 | 1716,25678 | 1569,788 | 1408,166 | 1225,40957 |
| 0.1 | 1271,85029 | 2118,49376 | 1978,36632 | 1827,52585 | 1663,05988 | 1480,43428 | 1271,85029 |
| 0.05 | 1341,45559 | 2323,25539 | 2162,84837 | 1989,55035 | 1799,64108 | 1587,16904 | 1341,45559 |

Πίνακας 4.6 Αποκλίσεις, $\frac{Q_{\text{MBK,MIX}}^* - Q_{\text{HW}}^*}{Q_{\text{HW}}^*} \times 100$ για $\beta=6$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | |
|-----------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|------------|
| $\beta = 6$ | | | | | | |
| b | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις |
| 0.975 | 1,120851379 | 0,897676932 | 0,67400846 | 0,449840707 | 0,225172622 | 0 |
| 0.95 | 2,446193241 | 1,96164928 | 1,474792335 | 0,985587836 | 0,494002264 | 0 |
| 0.9 | 5,37955704 | 4,325840228 | 3,261370482 | 2,185813104 | 1,098813649 | 0 |
| 0.85 | 8,543077328 | 6,889099909 | 5,209123655 | 3,501883295 | 1,766005373 | 0 |
| 0.8 | 11,85304752 | 9,585050724 | 7,269112268 | 4,902057469 | 2,480344275 | 0 |
| 0.75 | 15,263426 | 12,37671398 | 9,413867665 | 6,368523835 | 3,233383136 | 0 |
| 0.7 | 18,74577298 | 15,2408214 | 11,62587178 | 7,889866579 | 4,019766056 | 0 |
| 0.65 | 22,2821571 | 18,162349 | 13,89361496 | 9,458532251 | 4,835991926 | 0 |
| 0.6 | 25,86193293 | 21,13208015 | 16,20987735 | 11,06975464 | 5,679918614 | 0 |
| 0.55 | 29,48014286 | 24,14542205 | 18,57092552 | 12,7210834 | 6,550557073 | 0 |
| 0.5 | 33,13683703 | 27,20194103 | 20,97623945 | 14,41226693 | 7,448049623 | 0 |
| 0.45 | 33,93090913 | 27,86708201 | 21,50100004 | 14,78238131 | 7,64523933 | 0 |
| 0.4 | 40,59133466 | 33,46437147 | 25,93472089 | 17,92526848 | 9,33061981 | 0 |
| 0.35 | 44,41747483 | 36,69354651 | 28,50620271 | 19,76043828 | 10,32352977 | 0 |
| 0.3 | 48,34328141 | 40,01636741 | 31,16187491 | 21,66466729 | 11,3604311 | 0 |
| 0.25 | 52,41252212 | 43,47007149 | 33,93187106 | 23,66014115 | 12,45405842 | 0 |
| 0.2 | 56,69710979 | 47,116238 | 36,86632349 | 25,78391495 | 13,62568628 | 0 |
| 0.15 | 61,32585043 | 51,06562861 | 40,05576764 | 28,10312882 | 14,91390589 | 0 |
| 0.1 | 66,56785603 | 55,55025112 | 43,69032774 | 30,75909115 | 16,40004265 | 0 |
| 0.05 | 73,18913927 | 61,2314553 | 48,312080028 | 34,15584485 | 18,31692766 | 0 |

Πίνακας 4.7 Άριστη ποσότητα παραγγελίας, Q_{HW}^* , Q_{MBK}^* , Q_{MIX}^* για $\beta=52$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | |
|-----------------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\beta = 52$ | | | | | | | |
| b | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | Q_{HW}^* | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ | $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ |
| 0.975 | 2800,75119 | 2832,14347 | 2825,89291 | 2819,6285 | 2813,35014 | 2807,05773 | 2800,75119 |
| 0.95 | 2810,29871 | 2879,04405 | 2865,42693 | 2851,74478 | 2837,99668 | 2824,18165 | 2810,29871 |
| 0.9 | 2832,23689 | 2984,59871 | 2954,75494 | 2924,60664 | 2894,1443 | 2863,35791 | 2832,23689 |
| 0.85 | 2857,20263 | 3101,29568 | 3054,0382 | 3006,03787 | 2957,25854 | 2907,661 | 2857,20263 |
| 0.8 | 2884,86815 | 3226,81291 | 3161,3842 | 3094,57244 | 3026,28602 | 2956,42278 | 2884,86815 |
| 0.75 | 2915,13999 | 3360,09024 | 3275,93854 | 3189,56742 | 3100,79138 | 3009,39765 | 2915,13999 |
| 0.7 | 2948,04052 | 3500,6735 | 3397,3461 | 3290,77592 | 3180,63699 | 3066,54484 | 2948,04052 |
| 0.65 | 2983,67428 | 3648,50128 | 3525,57963 | 3398,21451 | 3265,88608 | 3127,96452 | 2983,67428 |
| 0.6 | 3022,22056 | 3803,8252 | 3660,87863 | 3512,11881 | 3356,77295 | 3193,88022 | 3022,22056 |
| 0.55 | 3063,93928 | 3967,19297 | 3803,74038 | 3632,94118 | 3453,70558 | 3264,6444 | 3063,93928 |
| 0.5 | 3109,18796 | 4139,47453 | 3954,94746 | 3761,37867 | 3557,29243 | 3340,76183 | 3109,18796 |
| 0.45 | 3119,45356 | 4177,91253 | 3988,75426 | 3790,16728 | 3580,5831 | 3357,94326 | 3119,45356 |
| 0.4 | 3212,39498 | 4516,34897 | 4287,40279 | 4045,52065 | 3788,22543 | 3512,13136 | 3212,39498 |
| 0.35 | 3271,94315 | 4725,25771 | 4472,53515 | 4204,64992 | 3918,49347 | 3609,72319 | 3271,94315 |
| 0.3 | 3338,43337 | 4952,34159 | 4674,35314 | 4378,75179 | 4061,69386 | 3717,6938 | 3338,43337 |
| 0.25 | 3413,8912 | 5203,19767 | 4897,91214 | 4572,28835 | 4221,62266 | 3839,05919 | 3413,8912 |
| 0.2 | 3501,60698 | 5486,91694 | 5151,43245 | 4792,52073 | 4404,45836 | 3978,72497 | 3501,60698 |
| 0.15 | 3607,5081 | 5819,84312 | 5449,70477 | 5052,52315 | 4621,33075 | 4145,52847 | 3607,5081 |
| 0.1 | 3744,22587 | 6236,67677 | 5824,15274 | 5380,09043 | 4895,91571 | 4358,28051 | 3744,22587 |
| 0.05 | 3949,13834 | 6839,47868 | 6367,25321 | 5857,07763 | 5297,99989 | 4672,49914 | 3949,13834 |

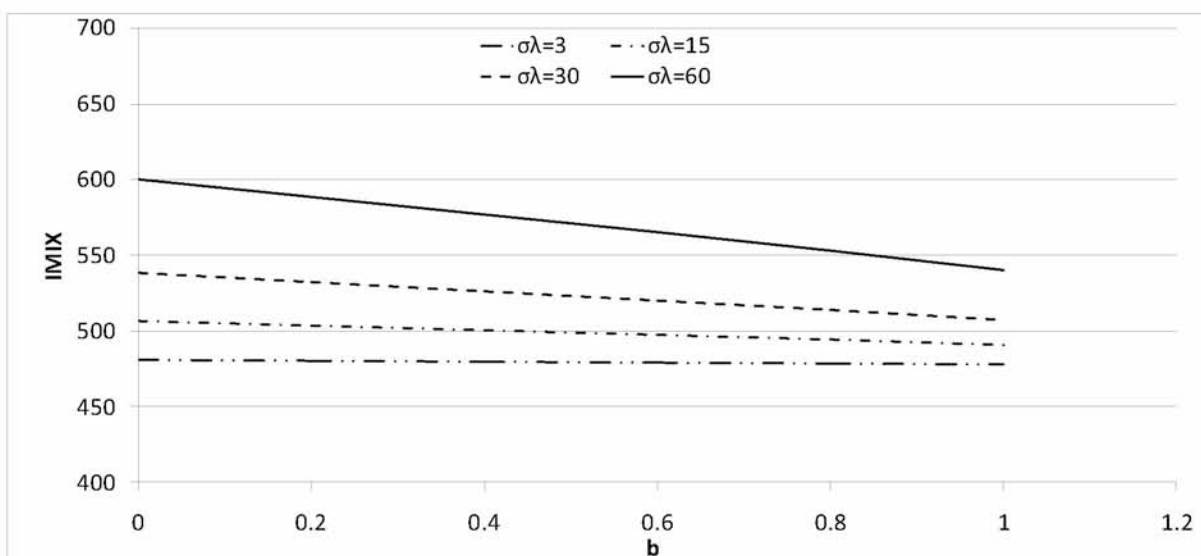
Πίνακας 4.8 Αποκλίσεις, $\frac{Q_{\text{MBK,MIX}}^* - Q_{\text{HW}}^*}{Q_{\text{HW}}^*} \times 100$ για $\beta=52$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | |
|-----------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|------------|
| $\beta = 52$ | | | | | | |
| b | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις | Αποκλίσεις |
| 0.975 | 1,120852153 | 0,897677741 | 0,674008818 | 0,449841815 | 0,225173161 | 0 |
| 0.95 | 2,446193344 | 1,961649835 | 1,474792336 | 0,985588112 | 0,494002291 | 0 |
| 0.9 | 5,379557781 | 4,325840484 | 3,2613770909 | 2,185813278 | 1,09881416 | 0 |
| 0.85 | 8,543078025 | 6,889100827 | 5,209124423 | 3,501883589 | 1,766006004 | 0 |
| 0.8 | 11,85304639 | 9,58504984 | 7,269111762 | 4,902056616 | 2,480343166 | 0 |
| 0.75 | 15,26342651 | 12,37671437 | 9,413867977 | 6,368524004 | 3,233383656 | 0 |
| 0.7 | 18,74577287 | 15,24082105 | 11,62587141 | 7,889866792 | 4,019765644 | 0 |
| 0.65 | 22,28215742 | 18,16234948 | 13,89361543 | 9,458532451 | 4,835991682 | 0 |
| 0.6 | 25,86193246 | 21,13208012 | 16,20987748 | 11,06975429 | 5,679918345 | 0 |
| 0.55 | 29,48014329 | 24,14542031 | 18,57092612 | 12,72108434 | 6,550558012 | 0 |
| 0.5 | 33,13683776 | 27,86708259 | 20,9762394 | 14,41226699 | 7,448049876 | 0 |
| 0.45 | 33,93090968 | 27,20194182 | 21,50100032 | 14,78238195 | 7,645239636 | 0 |
| 0.4 | 40,59133444 | 33,46437212 | 25,93472083 | 17,92526926 | 9,330620359 | 0 |
| 0.35 | 44,4174759 | 36,96354707 | 28,50620342 | 19,76043869 | 10,32353022 | 0 |
| 0.3 | 48,34328085 | 40,01636762 | 31,16187459 | 21,66014066 | 11,36043132 | 0 |
| 0.25 | 52,41252182 | 43,47007134 | 33,93187076 | 23,66014066 | 12,454058 | 0 |
| 0.2 | 56,69710997 | 47,11623776 | 36,8663233 | 25,78391536 | 13,62568651 | 0 |
| 0.15 | 61,32585038 | 51,0656281 | 40,0557673 | 28,10312886 | 14,91390608 | 0 |
| 0.1 | 66,56785639 | 55,55025103 | 43,6903279 | 30,75909093 | 16,40004266 | 0 |
| 0.05 | 73,18913877 | 61,23145511 | 48,31279955 | 34,15584449 | 18,31692733 | 0 |

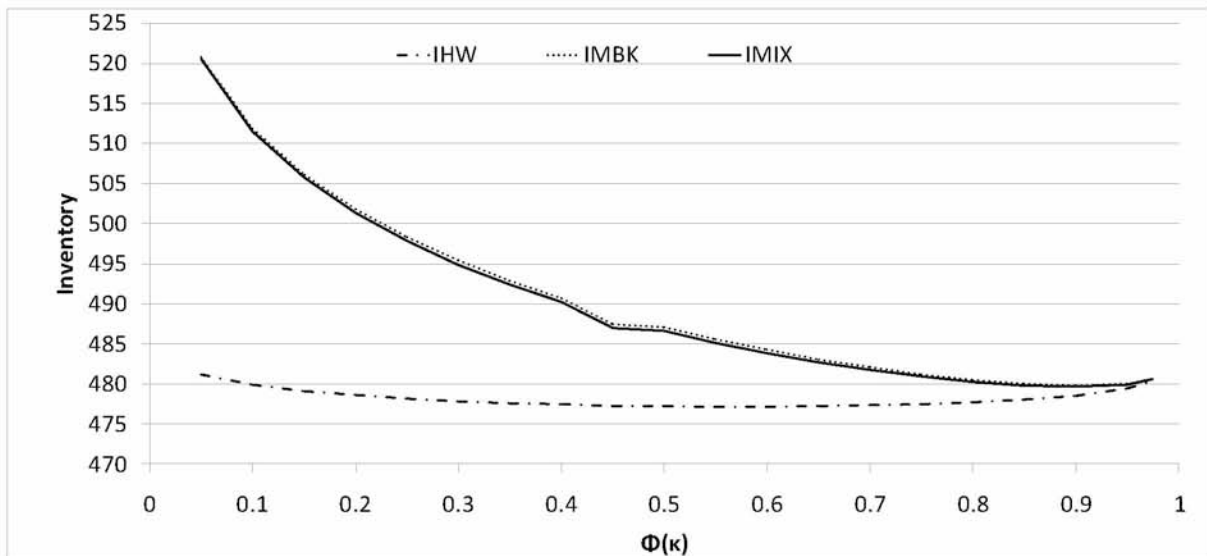
4.3. Αναμενόμενο μέσο απόθεμα

Με βάση τις τιμές των παραμέτρων $A, h, \beta, \pi, \pi_o, \mu_L, \sigma_L$ και με διαφορετικές τιμές στο επίπεδο εξυπηρέτησης ($0.05 \leq \Phi_\kappa \leq 0.975$) και στο κ ($-1.64 \leq \kappa \leq 1.96$), στους παρακάτω πίνακες δίνονται οι τιμές του αναμενόμενου μέσου αποθέματος των μεθόδων Hadley-Whitin, Montgomery et al. και Mixture. Για τον υπολογισμό των τιμών των συναρτήσεων, $I_{HW}^*, I_{MBK}^*, I_{MIX}^*$, χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις (60), (61) και (62) αντίστοιχα.

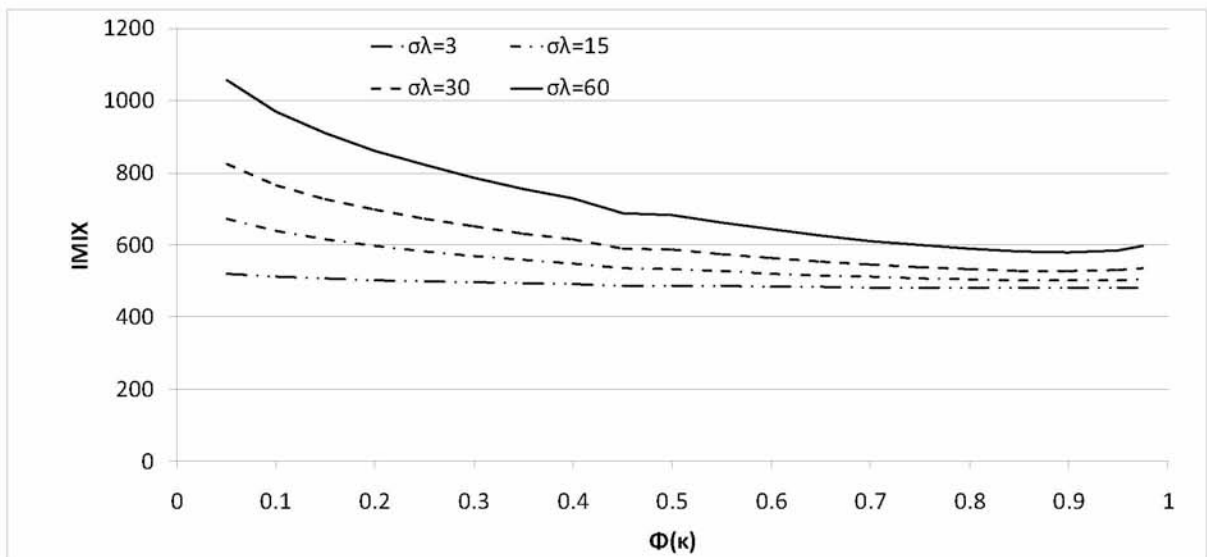
Από το διάγραμμα 4.6 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, η αύξηση του σ_L συνεπάγεται αύξηση του I_{MIX}^* . Επιπλέον, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα έχει την μικρότερη τιμή για $\sigma_L = 3$ (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για $\sigma_L = 60$ (ανώτατο όριο), ενώ οι τιμές για $\sigma_L = 15$ και $\sigma_L = 30$ είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι τιμές του αναμενόμενου μέσου αποθέματος ($I_{HW}^*, I_{MBK}^*, I_{MIX}^*$) για $\sigma_L = 3$ και $\sigma_L = 60$. Επίσης, από το διάγραμμα 4.8 προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του κ συνεπάγεται αύξηση του I_{MIX}^* . Ακόμα, από το διάγραμμα 4.7 παρατηρείται ότι η μέθοδος Hadley-Whitin έχει το μικρότερο αναμενόμενο μέσο απόθεμα ενώ η μέθοδος Montgomery et al. έχει το μεγαλύτερο. Δηλαδή, $I_{HW}^* < I_{MIX}^* < I_{MBK}^*$.



Διάγραμμα 4.6 I_{MIX}^* για $\Phi(\kappa) = 0.8$ και $\beta=6$



Διάγραμμα 4.7 $I_{HW}^*, I_{MBK}^*, I_{MIX}^*$ για $\sigma_L=3, b=0.2$ και $\beta=6$

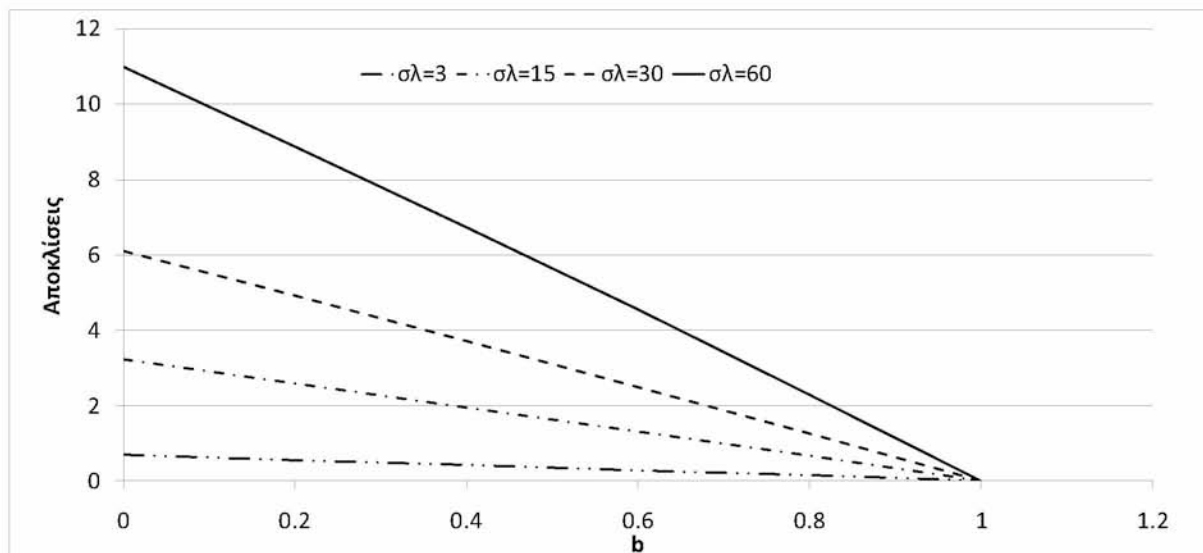


Διάγραμμα 4.8 I_{MIX}^* για $b=0.2$ και $\beta=6$

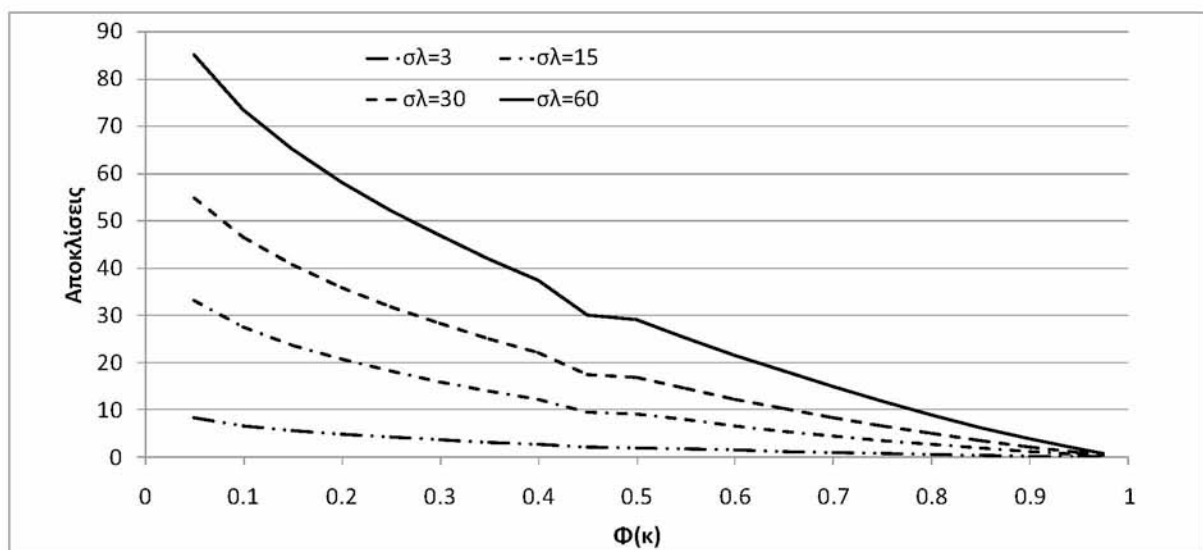
Από το διάγραμμα 4.9 προκύπτει ότι οι ποσοστιαίες διαφορές αυξάνονται καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις έχουν την μικρότερη τιμή για $\sigma_L = 3$ (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για $\sigma_L = 60$ (ανώτατο όριο), ενώ για $\sigma_L = 15$ και $\sigma_L = 30$ οι ποσοστιαίες διαφορές είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι ποσοστιαίες διαφορές $\left(\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100 \right)$ και $\left(\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100 \right)$ για $\sigma_L = 3$ και $\sigma_L = 60$.

Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το

αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ($I_{HW}^* = I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$) όταν $b=1$. Επίσης, από το διάγραμμα 4.10 παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις αυξάνονται όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης.



Διάγραμμα 4.9 Αποκλίσεις, $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ για $\Phi(\kappa) = 0.8$ και $\beta=6$



Διάγραμμα 4.10 Αποκλίσεις, $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ για $b=0.2$ και $\beta=6$

Από τους πίνακες 4.9-4.16 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του σ_L συνεπάγεται αύξηση των I_{HW}^* , I_{MBK}^* και I_{MIX}^* . Αλλά η αύξηση των I_{MBK}^* και I_{MIX}^* είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του I_{HW}^* . Αυτό οφείλεται στο γεγονός, διότι στην Νέα Μέθοδο και στην μέθοδο των Montgomery et al., η

πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή στην μια μέθοδο ενώ στην άλλη είναι πολύ υψηλή. Σε αντίθεση με την μέθοδο Hadley-Whitin όπου είναι μηδαμινή. Επιπλέον, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα και των τριών μεθόδων μειώνεται καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης μέχρι ένα σημείο και στη συνέχεια αυξάνεται. Συγκεκριμένα, όταν οι παράμετροι έχουν τις τιμές $\sigma_L = 3$, $b = 0$ και $\beta = 6$, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου που έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Montgomery et al) και της Νέας Μεθόδου (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) μειώνεται μέχρι το 90% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ενώ, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου που έχει την χαμηλότερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Hadley-Whitin) μειώνεται μέχρι το 60% επίπεδο εξυπηρέτησης. Από τις αποκλίσεις (βλ. Πίνακες 4.10,4.12,4.14,4.16) παρατηρείται ότι καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης αυξάνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις μεταξύ των μεθόδων. Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ($I_{HW}^* = I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$) όταν $b=1$, δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή του αναμενόμενου μέσου αποθέματος είναι 477,125 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές: $\sigma_L = 3$, $\beta = 6$, $b = 1$ και $\kappa = 0.253$. Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι $I_{HW}^* = 1875,878$ και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι $I_{MBK}^* = 3420,993$ και $I_{MIX}^* = 3415,996$ αντίστοιχα με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές: $\sigma_L = 60$, $\beta = 52$, $b = 0$ και $\kappa = -1.64$. Γενικά, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου Hadley-Whitin (χαμηλή πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος) μειώνεται περισσότερο καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης σε σύγκριση με την Νέα Μέθοδο (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) και την μέθοδο των Montgomery et al. (υψηλή πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος). Συγκεκριμένα, όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης τόσο αυξάνεται η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος. Επομένως, όσο μικρότερη είναι η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος σε μια μέθοδο τόσο για περισσότερα επίπεδα εξυπηρέτησης θα μειώνεται το αναμενόμενο μέσο απόθεμα.

Πίνακας 4.9 Αναμενόμενο μέσο απόθεμα, I_{HW}^* , I_{MBK}^* , I_{MIX}^* για $\beta=6$

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------------------|
| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | | | | | | |
| $\beta = 6$ | | | | | | | | | | | | |
| b | | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | I_{HW}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | $I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$ |
| 0.975 | 480,289 | 480,586 | 480,558 | 480,526 | 480,504 | 480,467 | 480,450 | 480,408 | 480,397 | 480,348 | 480,343 | 480,289 |
| 0.95 | 479,425 | 480,082 | 480,022 | 479,950 | 479,903 | 479,819 | 479,783 | 479,688 | 479,664 | 479,556 | 479,544 | 479,425 |
| 0.9 | 478,523 | 480,010 | 479,882 | 479,713 | 479,610 | 479,415 | 479,339 | 479,118 | 479,067 | 478,821 | 478,795 | 478,523 |
| 0.85 | 478,003 | 480,440 | 480,242 | 479,954 | 479,795 | 479,467 | 479,348 | 478,979 | 478,900 | 478,492 | 478,452 | 478,003 |
| 0.8 | 477,660 | 481,157 | 480,889 | 480,459 | 480,245 | 479,760 | 479,600 | 479,061 | 478,954 | 478,361 | 478,308 | 477,660 |
| 0.75 | 477,425 | 482,089 | 481,754 | 481,160 | 480,891 | 480,228 | 480,027 | 479,295 | 478,161 | 478,361 | 478,294 | 477,425 |
| 0.7 | 477,267 | 483,211 | 482,811 | 482,027 | 481,707 | 480,841 | 480,601 | 479,652 | 479,492 | 478,461 | 478,381 | 477,267 |
| 0.65 | 477,171 | 484,511 | 484,052 | 483,050 | 482,683 | 481,586 | 481,310 | 480,118 | 479,934 | 478,646 | 478,554 | 477,171 |
| 0.6 | 477,125 | 485,990 | 485,477 | 484,227 | 483,817 | 482,460 | 482,152 | 480,687 | 480,482 | 478,909 | 478,806 | 477,125 |
| 0.55 | 477,126 | 487,656 | 487,096 | 485,565 | 485,117 | 483,467 | 483,131 | 481,361 | 481,137 | 479,247 | 479,135 | 477,126 |
| 0.5 | 477,172 | 489,525 | 488,926 | 487,075 | 486,596 | 484,614 | 484,255 | 482,144 | 481,905 | 479,663 | 479,543 | 477,172 |
| 0.45 | 477,193 | 489,963 | 489,406 | 487,431 | 486,985 | 484,888 | 484,554 | 482,334 | 482,111 | 479,769 | 479,658 | 477,193 |
| 0.4 | 477,397 | 493,977 | 493,331 | 490,698 | 490,181 | 487,400 | 487,012 | 484,084 | 483,826 | 480,750 | 480,621 | 477,397 |
| 0.35 | 477,583 | 496,644 | 495,992 | 492,880 | 492,358 | 489,092 | 488,701 | 485,280 | 485,020 | 481,444 | 481,314 | 477,583 |
| 0.3 | 477,827 | 499,694 | 499,051 | 495,383 | 494,869 | 491,042 | 490,656 | 486,670 | 486,412 | 482,265 | 482,136 | 477,827 |
| 0.25 | 478,143 | 503,238 | 502,620 | 498,301 | 497,807 | 493,324 | 492,953 | 488,306 | 488,059 | 483,246 | 483,123 | 478,143 |
| 0.2 | 478,552 | 507,457 | 506,885 | 501,784 | 501,326 | 496,058 | 495,715 | 490,279 | 490,050 | 484,444 | 484,330 | 478,552 |
| 0.15 | 479,094 | 512,680 | 512,179 | 506,107 | 505,706 | 499,465 | 499,164 | 492,751 | 492,550 | 485,961 | 485,861 | 479,094 |
| 0.1 | 479,860 | 519,613 | 519,214 | 511,862 | 511,543 | 504,016 | 503,776 | 496,069 | 495,910 | 488,019 | 487,939 | 479,860 |
| 0.05 | 481,115 | 530,363 | 530,114 | 520,814 | 520,614 | 511,122 | 510,972 | 501,280 | 501,180 | 491,281 | 491,231 | 481,115 |

Πίνακας 4.10 Αποκλίσεις, $\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$, $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ για $\beta=6$

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------|------------|--------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|---|
| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | | | | | | |
| $\beta = 6$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 | |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | |
| 0.975 | 0,062 | 0,056 | 0,049 | 0,045 | 0,037 | 0,034 | 0,025 | 0,022 | 0,012 | 0,011 | 0 | 0 |
| 0.95 | 0,137 | 0,125 | 0,110 | 0,100 | 0,082 | 0,075 | 0,055 | 0,050 | 0,027 | 0,025 | 0 | 0 |
| 0.9 | 0,311 | 0,284 | 0,249 | 0,227 | 0,186 | 0,170 | 0,124 | 0,114 | 0,062 | 0,057 | 0 | 0 |
| 0.85 | 0,510 | 0,468 | 0,480 | 0,375 | 0,306 | 0,281 | 0,204 | 0,188 | 0,102 | 0,094 | 0 | 0 |
| 0.8 | 0,732 | 0,676 | 0,596 | 0,541 | 0,440 | 0,406 | 0,293 | 0,271 | 0,147 | 0,136 | 0 | 0 |
| 0.75 | 0,977 | 0,907 | 0,782 | 0,726 | 0,587 | 0,545 | 0,392 | 0,364 | 0,196 | 0,182 | 0 | 0 |
| 0.7 | 1,245 | 1,162 | 0,997 | 0,930 | 0,749 | 0,698 | 0,500 | 0,466 | 0,250 | 0,233 | 0 | 0 |
| 0.65 | 1,538 | 1,442 | 1,232 | 1,155 | 0,925 | 0,868 | 0,618 | 0,579 | 0,309 | 0,290 | 0 | 0 |
| 0.6 | 1,858 | 1,750 | 1,489 | 1,403 | 1,118 | 1,054 | 0,747 | 0,704 | 0,374 | 0,352 | 0 | 0 |
| 0.55 | 2,207 | 2,090 | 1,769 | 1,675 | 1,329 | 1,258 | 0,887 | 0,841 | 0,445 | 0,421 | 0 | 0 |
| 0.5 | 2,589 | 2,463 | 2,075 | 1,975 | 1,560 | 1,485 | 1,042 | 0,992 | 0,522 | 0,497 | 0 | 0 |
| 0.45 | 2,676 | 2,559 | 2,145 | 2,052 | 1,612 | 1,542 | 1,077 | 1,031 | 0,540 | 0,516 | 0 | 0 |
| 0.4 | 3,437 | 3,338 | 2,786 | 2,678 | 2,095 | 2,014 | 1,401 | 1,347 | 0,702 | 0,675 | 0 | 0 |
| 0.35 | 3,991 | 3,855 | 3,203 | 3,094 | 2,410 | 2,328 | 1,612 | 1,557 | 0,809 | 0,781 | 0 | 0 |
| 0.3 | 4,576 | 4,442 | 3,674 | 3,566 | 2,766 | 2,685 | 1,851 | 1,797 | 0,929 | 0,902 | 0 | 0 |
| 0.25 | 4,248 | 5,119 | 4,216 | 4,113 | 3,175 | 3,098 | 2,126 | 2,074 | 1,067 | 1,042 | 0 | 0 |
| 0.2 | 5,040 | 5,921 | 4,855 | 4,759 | 3,658 | 3,587 | 2,451 | 2,403 | 1,231 | 1,207 | 0 | 0 |
| 0.15 | 7,010 | 6,906 | 5,638 | 5,555 | 4,252 | 4,189 | 2,850 | 2,809 | 1,433 | 1,412 | 0 | 0 |
| 0.1 | 8,284 | 8,201 | 6,669 | 6,603 | 5,034 | 4,984 | 3,378 | 3,345 | 1,700 | 1,684 | 0 | 0 |
| 0.05 | 10,236 | 10,184 | 8,252 | 8,210 | 6,237 | 6,206 | 4,191 | 4,171 | 2,113 | 2,103 | 0 | 0 |

Πίνακας 4.11 Αναμενόμενο μέσο απόθεμα, I_{HW}^* , I_{MBK}^* , I_{MIX}^* για $\beta=52$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | | | | | | |
|----------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------------------|
| $\beta = 52$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | I_{HW}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | $I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$ |
| 0.975 | 1402,502 | 1403,321 | 1403,294 | 1403,157 | 1403,135 | 1402,993 | 1420,977 | 1402,830 | 1402,819 | 1402,666 | 1402,660 | 1402,502 |
| 0.95 | 1401,796 | 1403,608 | 1403,548 | 1403,246 | 1403,198 | 1402,883 | 1402,848 | 1402,521 | 1402,497 | 1402,159 | 1402,147 | 1401,796 |
| 0.9 | 1401,260 | 1405,360 | 1405,232 | 1404,541 | 1404,439 | 1403,721 | 1403,645 | 1402,901 | 1402,850 | 1402,081 | 1402,055 | 1401,260 |
| 0.85 | 1401,160 | 1407,880 | 1407,682 | 1406,538 | 1406,380 | 1405,195 | 1405,077 | 1403,851 | 1403,772 | 1402,506 | 1402,467 | 1401,160 |
| 0.8 | 1401,285 | 1410,927 | 1410,659 | 1409,004 | 1408,789 | 1407,078 | 1406,917 | 1405,149 | 1405,042 | 1402,506 | 1403,165 | 1401,285 |
| 0.75 | 1401,568 | 1414,430 | 1414,094 | 1411,866 | 1411,598 | 1409,298 | 1409,097 | 1406,726 | 1406,592 | 1403,219 | 1404,082 | 1401,568 |
| 0.7 | 1401,979 | 1418,366 | 1417,966 | 1415,103 | 1414,783 | 1411,833 | 1411,593 | 1408,555 | 1408,395 | 1404,149 | 1405,191 | 1401,979 |
| 0.65 | 1402,505 | 1422,741 | 1422,281 | 1418,715 | 1418,348 | 1414,679 | 1414,403 | 1410,632 | 1410,448 | 1405,271 | 1406,482 | 1402,505 |
| 0.6 | 1403,141 | 1427,576 | 1427,063 | 1422,720 | 1422,310 | 1417,849 | 1417,541 | 1412,962 | 1412,757 | 1408,060 | 1407,957 | 1403,141 |
| 0.55 | 1403,889 | 1432,909 | 1432,349 | 1427,149 | 1426,701 | 1421,367 | 1421,031 | 1415,564 | 1415,340 | 1409,738 | 1409,626 | 1403,889 |
| 0.5 | 1404,756 | 1438,796 | 1438,197 | 1432,048 | 1431,569 | 1425,271 | 1424,911 | 1418,463 | 1418,224 | 1411,625 | 1411,505 | 1404,756 |
| 0.45 | 1404,965 | 1440,151 | 1439,594 | 1433,178 | 1432,732 | 1426,173 | 1425,839 | 1419,137 | 1418,914 | 1412,067 | 1411,956 | 1404,965 |
| 0.4 | 1406,895 | 1452,567 | 1451,921 | 1443,540 | 1443,023 | 1434,461 | 1434,073 | 1425,327 | 1425,069 | 1416,139 | 1416,010 | 1406,895 |
| 0.35 | 1408,213 | 1460,707 | 1460,055 | 1450,349 | 1449,828 | 1439,923 | 1439,532 | 1429,426 | 1429,165 | 1418,856 | 1418,726 | 1408,213 |
| 0.3 | 1409,743 | 1469,949 | 1469,306 | 1458,093 | 1457,578 | 1446,146 | 1445,760 | 1434,107 | 1433,850 | 1421,974 | 1421,845 | 1409,743 |
| 0.25 | 1411,548 | 1480,622 | 1480,004 | 1467,049 | 1466,555 | 1453,358 | 1452,988 | 1439,547 | 1439,300 | 1425,611 | 1425,488 | 1411,548 |
| 0.2 | 1413,726 | 1493,261 | 1492,689 | 1477,672 | 1477,215 | 1461,929 | 1461,586 | 1446,027 | 1445,799 | 1429,961 | 1429,847 | 1413,726 |
| 0.15 | 1416,460 | 1508,836 | 1508,334 | 1490,786 | 1490,385 | 1472,531 | 1472,230 | 1454,064 | 1453,863 | 1435,376 | 1435,276 | 1416,460 |
| 0.1 | 1420,143 | 1529,423 | 1529,025 | 1508,155 | 1507,836 | 1486,606 | 1486,366 | 1464,762 | 1464,603 | 1442,613 | 1442,533 | 1420,143 |
| 0.05 | 1425,955 | 1561,226 | 1560,976 | 1535,056 | 1534,856 | 1508,467 | 1508,317 | 1481,436 | 1481,336 | 1453,941 | 1453,891 | 1425,955 |

Πίνακας 4.12 Αποκλίσεις, $\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$, $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ για $\beta=52$

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|---|
| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | | | | | | |
| $\beta = 52$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 | |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | |
| 0.975 | 0,058 | 0,056 | 0,047 | 0,045 | 0,035 | 0,034 | 0,023 | 0,023 | 0,012 | 0,011 | 0 | 0 |
| 0.95 | 0,129 | 0,125 | 0,103 | 0,100 | 0,078 | 0,075 | 0,052 | 0,050 | 0,026 | 0,025 | 0 | 0 |
| 0.9 | 0,293 | 0,283 | 0,234 | 0,227 | 0,176 | 0,170 | 0,117 | 0,113 | 0,059 | 0,057 | 0 | 0 |
| 0.85 | 0,480 | 0,465 | 0,384 | 0,373 | 0,288 | 0,280 | 0,192 | 0,186 | 0,096 | 0,093 | 0 | 0 |
| 0.8 | 0,688 | 0,669 | 0,551 | 0,536 | 0,413 | 0,402 | 0,276 | 0,268 | 0,138 | 0,134 | 0 | 0 |
| 0.75 | 0,198 | 0,894 | 0,735 | 0,716 | 0,552 | 0,537 | 0,368 | 0,358 | 0,184 | 0,179 | 0 | 0 |
| 0.7 | 1,169 | 1,140 | 0,936 | 0,913 | 0,703 | 0,686 | 0,469 | 0,458 | 0,235 | 0,229 | 0 | 0 |
| 0.65 | 1,443 | 1,410 | 1,156 | 1,130 | 0,868 | 0,848 | 0,579 | 0,566 | 0,290 | 0,284 | 0 | 0 |
| 0.6 | 1,741 | 1,705 | 1,395 | 1,366 | 1,048 | 1,026 | 0,700 | 0,685 | 0,351 | 0,343 | 0 | 0 |
| 0.55 | 2,067 | 2,027 | 1,657 | 1,625 | 1,245 | 1,221 | 0,832 | 0,816 | 0,417 | 0,409 | 0 | 0 |
| 0.5 | 2,423 | 2,381 | 1,943 | 1,909 | 1,460 | 1,435 | 0,976 | 0,959 | 0,489 | 0,480 | 0 | 0 |
| 0.45 | 2,504 | 2,465 | 2,008 | 1,976 | 1,510 | 1,486 | 1,009 | 0,993 | 0,506 | 0,498 | 0 | 0 |
| 0.4 | 3,246 | 3,200 | 2,605 | 2,568 | 1,959 | 1,932 | 1,310 | 1,292 | 0,657 | 0,648 | 0 | 0 |
| 0.35 | 3,728 | 3,681 | 2,992 | 2,955 | 2,252 | 2,224 | 1,506 | 1,488 | 0,756 | 0,747 | 0 | 0 |
| 0.3 | 4,271 | 4,225 | 3,430 | 3,393 | 2,582 | 2,555 | 1,728 | 1,710 | 0,868 | 0,858 | 0 | 0 |
| 0.25 | 4,894 | 4,850 | 3,932 | 3,897 | 2,962 | 2,936 | 1,984 | 1,966 | 0,996 | 0,988 | 0 | 0 |
| 0.2 | 5,626 | 5,585 | 4,523 | 4,491 | 3,410 | 3,385 | 2,285 | 2,269 | 1,148 | 1,140 | 0 | 0 |
| 0.15 | 6,522 | 6,486 | 5,247 | 5,219 | 3,959 | 3,937 | 2,655 | 2,641 | 1,335 | 1,328 | 0 | 0 |
| 0.1 | 7,695 | 7,667 | 6,197 | 6,175 | 4,680 | 4,663 | 3,142 | 3,131 | 1,582 | 1,577 | 0 | 0 |
| 0.05 | 9,486 | 9,469 | 7,651 | 7,637 | 5,786 | 5,776 | 3,891 | 3,884 | 1,963 | 1,959 | 0 | 0 |

Πίνακας 4.13 Αναμενόμενο μέσο απόθεμα, I_{HW}^* , I_{MBK}^* , I_{MIX}^* για $\beta=6$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------------------|
| $\beta = 6$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | I_{HW}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | $I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$ |
| 0.975 | 593,282 | 599,180 | 598,628 | 598,005 | 597,563 | 596,828 | 596,496 | 595,648 | 595,427 | 594,466 | 594,356 | 593,282 |
| 0.95 | 575,997 | 588,936 | 587,735 | 586,363 | 585,410 | 583,788 | 583,074 | 581,202 | 580,726 | 578,605 | 578,367 | 575,997 |
| 0.9 | 557,925 | 586,643 | 584,086 | 581,006 | 578,961 | 575,317 | 573,783 | 569,575 | 568,553 | 563,778 | 563,267 | 557,925 |
| 0.85 | 547,458 | 593,577 | 589,614 | 584,618 | 581,448 | 575,533 | 573,156 | 566,316 | 564,731 | 556,960 | 556,168 | 547,458 |
| 0.8 | 540,468 | 605,242 | 599,884 | 592,790 | 588,503 | 580,103 | 576,888 | 567,166 | 565,022 | 553,960 | 552,889 | 540,468 |
| 0.75 | 535,581 | 620,102 | 613,390 | 604,019 | 598,650 | 587,560 | 583,533 | 570,692 | 568,088 | 553,380 | 552,038 | 535,581 |
| 0.7 | 532,164 | 637,446 | 629,451 | 617,612 | 611,216 | 597,228 | 592,431 | 576,237 | 573,039 | 554,575 | 552,976 | 532,164 |
| 0.65 | 529,871 | 656,919 | 647,733 | 633,215 | 625,866 | 608,757 | 603,245 | 583,455 | 579,781 | 557,204 | 555,367 | 529,871 |
| 0.6 | 528,499 | 678,349 | 668,089 | 650,650 | 642,442 | 621,965 | 615,809 | 592,160 | 588,056 | 561,074 | 559,022 | 528,499 |
| 0.55 | 527,924 | 701,689 | 690,494 | 669,857 | 660,901 | 636,777 | 630,060 | 602,265 | 597,786 | 566,083 | 563,844 | 527,924 |
| 0.5 | 528,069 | 726,991 | 715,023 | 690,864 | 681,289 | 653,200 | 646,019 | 613,751 | 608,963 | 572,187 | 569,794 | 528,069 |
| 0.45 | 528,309 | 732,835 | 721,695 | 695,757 | 686,845 | 657,078 | 650,393 | 616,530 | 612,074 | 573,765 | 571,537 | 528,309 |
| 0.4 | 530,397 | 784,164 | 771,244 | 738,819 | 728,483 | 691,277 | 683,525 | 641,118 | 635,950 | 587,765 | 585,181 | 530,397 |
| 0.35 | 532,593 | 816,677 | 803,639 | 766,304 | 755,874 | 713,356 | 705,533 | 657,304 | 652,089 | 597,412 | 594,804 | 532,593 |
| 0.3 | 535,541 | 852,536 | 839,670 | 796,744 | 786,452 | 737,962 | 730,242 | 675,535 | 670,389 | 608,532 | 605,959 | 535,541 |
| 0.25 | 539,351 | 892,668 | 880,314 | 830,935 | 821,051 | 765,746 | 758,334 | 696,305 | 691,363 | 621,446 | 618,975 | 539,351 |
| 0.2 | 544,221 | 938,605 | 927,166 | 870,186 | 861,035 | 797,789 | 790,926 | 720,441 | 715,865 | 636,695 | 634,407 | 544,221 |
| 0.15 | 550,519 | 993,113 | 983,086 | 916,878 | 908,857 | 836,051 | 830,035 | 749,447 | 745,436 | 655,267 | 653,261 | 550,519 |
| 0.1 | 559,032 | 1062,087 | 1054,114 | 976,077 | 969,698 | 884,710 | 879,926 | 786,530 | 783,341 | 679,271 | 677,676 | 559,032 |
| 0.05 | 572,037 | 1162,881 | 1157,884 | 1062,689 | 1058,691 | 956,051 | 953,952 | 841,107 | 839,108 | 714,882 | 713,883 | 572,037 |

Πίνακας 4.14 Αποκλίσεις, $\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$, $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ για $\beta=6$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------------|---------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|---|
| $\beta = 6$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 | |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | |
| 0.975 | 0,994 | 0,901 | 0,796 | 0,722 | 0,598 | 0,542 | 0,399 | 0,362 | 0,200 | 0,181 | 0 | 0 |
| 0.95 | 2,245 | 2,038 | 1,800 | 1,634 | 1,353 | 1,229 | 0,904 | 0,821 | 0,453 | 0,412 | 0 | 0 |
| 0.9 | 5,147 | 4,689 | 4,137 | 3,770 | 3,117 | 2,842 | 2,088 | 1,905 | 1,049 | 0,958 | 0 | 0 |
| 0.85 | 8,424 | 7,700 | 6,788 | 6,209 | 5,128 | 4,694 | 3,445 | 3,155 | 1,736 | 1,591 | 0 | 0 |
| 0.8 | 11,985 | 10,993 | 9,681 | 8,888 | 7,334 | 6,739 | 4,940 | 4,543 | 2,496 | 2,298 | 0 | 0 |
| 0.75 | 15,781 | 14,528 | 12,778 | 11,776 | 9,705 | 8,953 | 6,556 | 6,054 | 3,323 | 3,073 | 0 | 0 |
| 0.7 | 19,784 | 18,281 | 16,057 | 14,855 | 12,226 | 11,325 | 8,282 | 7,681 | 4,211 | 3,911 | 0 | 0 |
| 0.65 | 23,977 | 22,243 | 19,504 | 18,117 | 14,888 | 13,848 | 10,113 | 9,419 | 5,158 | 4,812 | 0 | 0 |
| 0.6 | 28,354 | 26,412 | 23,113 | 21,560 | 17,685 | 16,520 | 12,046 | 11,269 | 6,164 | 5,775 | 0 | 0 |
| 0.55 | 32,915 | 30,794 | 26,885 | 25,189 | 20,619 | 19,347 | 14,082 | 13,233 | 7,228 | 6,804 | 0 | 0 |
| 0.5 | 37,670 | 35,403 | 30,828 | 29,015 | 23,696 | 22,336 | 16,225 | 15,319 | 8,355 | 7,901 | 0 | 0 |
| 0.45 | 38,713 | 36,605 | 31,695 | 30,008 | 24,374 | 23,109 | 16,699 | 15,855 | 8,604 | 8,182 | 0 | 0 |
| 0.4 | 47,845 | 45,409 | 39,295 | 37,347 | 30,332 | 28,870 | 20,875 | 19,901 | 10,816 | 10,329 | 0 | 0 |
| 0.35 | 53,340 | 50,982 | 43,882 | 41,923 | 33,940 | 32,471 | 23,416 | 22,437 | 12,171 | 11,681 | 0 | 0 |
| 0.3 | 59,192 | 56,789 | 48,774 | 46,852 | 37,798 | 36,356 | 26,141 | 25,180 | 13,629 | 13,149 | 0 | 0 |
| 0.25 | 65,508 | 63,217 | 54,062 | 52,229 | 41,975 | 40,601 | 29,100 | 28,184 | 15,221 | 14,763 | 0 | 0 |
| 0.2 | 72,468 | 70,366 | 59,896 | 58,214 | 46,593 | 45,332 | 32,380 | 31,539 | 16,992 | 16,572 | 0 | 0 |
| 0.15 | 80,396 | 78,574 | 66,548 | 65,091 | 51,866 | 50,773 | 36,135 | 35,406 | 19,027 | 18,663 | 0 | 0 |
| 0.1 | 89,987 | 88,561 | 74,601 | 73,460 | 58,257 | 57,402 | 40,695 | 40,125 | 21,508 | 21,223 | 0 | 0 |
| 0.05 | 103,288 | 102,414 | 85,773 | 85,074 | 67,131 | 66,607 | 47,037 | 46,688 | 24,971 | 24,797 | 0 | 0 |

Πίνακας 4.15 Αναμενόμενο μέσο απόθεμα, I_{HW}^* , I_{MBK}^* , I_{MIX}^* για $\beta=52$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------------------|
| $\beta = 52$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | I_{HW}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | I_{MBK}^* | I_{MIX}^* | $I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$ |
| 0.975 | 1517,973 | 1534,236 | 1533,684 | 1530,998 | 1530,556 | 1527,752 | 1527,421 | 1524,500 | 1524,279 | 1521,240 | 1521,130 | 1517,973 |
| 0.95 | 1503,841 | 1539,467 | 1538,276 | 1532,408 | 1531,455 | 1525,316 | 1524,601 | 1518,191 | 1517,715 | 1511,033 | 1510,795 | 1503,841 |
| 0.9 | 1493,012 | 1572,033 | 1569,477 | 1556,543 | 1554,498 | 1540,901 | 1539,367 | 1525,101 | 1524,079 | 1509,140 | 1508,629 | 1493,012 |
| 0.85 | 1490,787 | 1617,495 | 1613,533 | 1592,934 | 1589,764 | 1568,002 | 1565,624 | 1542,680 | 1541,095 | 1516,949 | 1516,156 | 1490,787 |
| 0.8 | 1492,931 | 1670,602 | 1665,243 | 1636,548 | 1632,261 | 1601,802 | 1598,587 | 1566,320 | 1564,176 | 1530,048 | 1528,977 | 1492,931 |
| 0.75 | 1498,039 | 1729,464 | 1722,752 | 1685,598 | 1680,229 | 1640,623 | 1636,595 | 1594,445 | 1591,760 | 1546,958 | 1545,616 | 1498,039 |
| 0.7 | 1505,484 | 1793,223 | 1785,227 | 1739,275 | 1732,878 | 1683,705 | 1678,908 | 1626,351 | 1623,153 | 1567,021 | 1565,422 | 1505,484 |
| 0.65 | 1514,956 | 1861,502 | 1852,316 | 1797,215 | 1789,866 | 1730,706 | 1725,194 | 1661,715 | 1658,041 | 1589,928 | 1588,091 | 1514,956 |
| 0.6 | 1526,311 | 1934,214 | 1923,954 | 1859,320 | 1851,112 | 1781,520 | 1775,364 | 1700,427 | 1696,323 | 1615,561 | 1613,509 | 1526,311 |
| 0.55 | 1539,509 | 2011,492 | 2000,296 | 1925,694 | 1916,738 | 1836,224 | 1829,506 | 1742,535 | 1738,056 | 1643,933 | 1641,694 | 1539,509 |
| 0.5 | 1554,594 | 2093,674 | 2081,706 | 1996,623 | 1987,048 | 1895,051 | 1887,870 | 1788,221 | 1783,434 | 1675,168 | 1672,775 | 1554,594 |
| 0.45 | 1558,223 | 2112,208 | 2101,068 | 2012,678 | 2003,766 | 1908,433 | 1901,749 | 1798,690 | 1794,234 | 1682,419 | 1680,191 | 1558,223 |
| 0.4 | 1590,997 | 2275,275 | 2262,354 | 2154,341 | 2144,005 | 2026,940 | 2019,188 | 1891,832 | 1886,664 | 1747,325 | 1744,741 | 1590,997 |
| 0.35 | 1612,852 | 2376,761 | 2363,723 | 2242,950 | 2232,519 | 2101,557 | 2093,734 | 1951,028 | 1945,813 | 1789,193 | 1786,585 | 1612,852 |
| 0.3 | 1637,753 | 2487,593 | 2474,727 | 2340,022 | 2329,729 | 2183,644 | 2175,924 | 2016,537 | 2011,391 | 1835,960 | 1833,387 | 1637,753 |
| 0.25 | 1666,476 | 2610,548 | 2598,193 | 2448,022 | 2438,138 | 2275,326 | 2267,913 | 2090,109 | 2085,168 | 1888,944 | 1886,473 | 1666,476 |
| 0.2 | 1700,306 | 2750,157 | 2738,718 | 2570,975 | 2561,824 | 2380,080 | 2373,217 | 2174,610 | 2170,034 | 1950,304 | 1948,017 | 1700,306 |
| 0.15 | 1741,568 | 2914,583 | 2904,556 | 2716,144 | 2708,123 | 2504,184 | 2498,168 | 2275,218 | 2271,208 | 2023,948 | 2021,942 | 1741,568 |
| 0.1 | 1795,220 | 3121,179 | 3113,206 | 2898,970 | 2892,592 | 2660,992 | 2656,208 | 2402,958 | 2399,769 | 2118,194 | 2116,599 | 1795,220 |
| 0.05 | 1875,878 | 3420,993 | 3415,996 | 3164,891 | 3160,893 | 2889,814 | 2886,816 | 2590,287 | 2588,288 | 2257,547 | 2256,973 | 1875,878 |

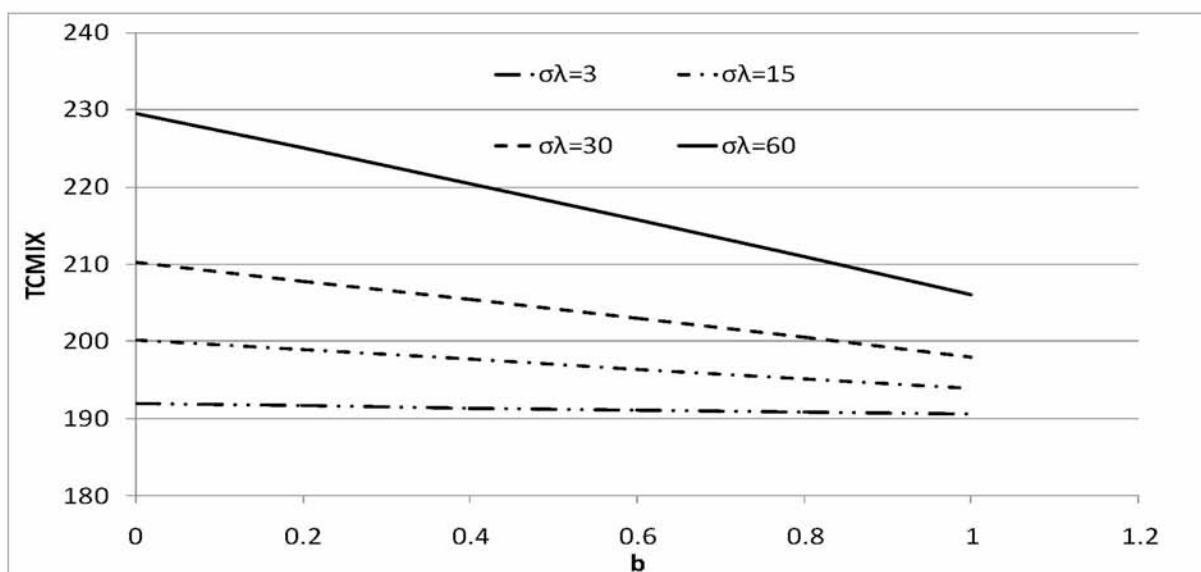
Πίνακας 4.16 Αποκλίσεις, $\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$, $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ για $\beta=52$

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|---|
| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | | | | | | |
| $\beta = 52$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 | |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | |
| 0.975 | 1,071 | 1,035 | 0,858 | 0,829 | 0,644 | 0,622 | 0,430 | 0,415 | 0,215 | 0,208 | 0 | 0 |
| 0.95 | 2,369 | 2,290 | 1,900 | 1,836 | 1,428 | 1,381 | 0,954 | 0,923 | 0,478 | 0,462 | 0 | 0 |
| 0.9 | 5,293 | 5,122 | 4,255 | 4,118 | 3,208 | 3,105 | 2,149 | 2,081 | 1,080 | 1,046 | 0 | 0 |
| 0.85 | 8,499 | 8,234 | 6,852 | 6,639 | 5,179 | 5,020 | 3,481 | 3,375 | 1,755 | 1,702 | 0 | 0 |
| 0.8 | 11,901 | 11,542 | 9,620 | 9,333 | 7,292 | 7,077 | 4,916 | 4,772 | 2,486 | 2,414 | 0 | 0 |
| 0.75 | 15,448 | 15,000 | 12,520 | 12,162 | 9,518 | 9,249 | 6,435 | 6,256 | 3,266 | 3,176 | 0 | 0 |
| 0.7 | 19,113 | 18,582 | 15,529 | 15,104 | 11,838 | 11,519 | 8,028 | 7,816 | 4,087 | 3,981 | 0 | 0 |
| 0.65 | 22,875 | 22,269 | 18,631 | 18,146 | 14,241 | 13,877 | 9,687 | 9,445 | 4,949 | 4,827 | 0 | 0 |
| 0.6 | 26,725 | 26,053 | 21,818 | 21,280 | 16,721 | 16,317 | 11,408 | 11,139 | 5,847 | 5,713 | 0 | 0 |
| 0.55 | 30,658 | 29,931 | 25,085 | 24,503 | 19,273 | 18,837 | 13,188 | 12,897 | 6,783 | 6,637 | 0 | 0 |
| 0.5 | 34,677 | 33,907 | 28,434 | 27,818 | 21,900 | 21,438 | 15,028 | 14,720 | 7,756 | 7,602 | 0 | 0 |
| 0.45 | 35,552 | 34,837 | 29,165 | 28,593 | 22,475 | 22,046 | 15,432 | 15,146 | 7,970 | 7,827 | 0 | 0 |
| 0.4 | 43,009 | 42,197 | 35,408 | 34,759 | 27,401 | 26,913 | 18,909 | 18,584 | 9,826 | 9,663 | 0 | 0 |
| 0.35 | 47,364 | 46,555 | 39,067 | 38,421 | 30,301 | 29,816 | 20,968 | 20,644 | 10,933 | 10,772 | 0 | 0 |
| 0.3 | 51,891 | 51,105 | 42,880 | 42,252 | 33,332 | 32,860 | 23,128 | 22,814 | 12,102 | 11,945 | 0 | 0 |
| 0.25 | 56,651 | 55,909 | 46,898 | 46,305 | 36,535 | 36,090 | 25,421 | 25,124 | 13,350 | 13,201 | 0 | 0 |
| 0.2 | 61,745 | 61,072 | 51,207 | 50,668 | 39,980 | 39,576 | 27,895 | 27,626 | 14,703 | 14,569 | 0 | 0 |
| 0.15 | 67,354 | 66,778 | 55,960 | 55,499 | 43,789 | 43,444 | 30,642 | 30,412 | 16,214 | 16,099 | 0 | 0 |
| 0.1 | 73,861 | 73,416 | 61,483 | 61,127 | 48,227 | 47,960 | 33,853 | 33,675 | 17,991 | 17,902 | 0 | 0 |
| 0.05 | 82,368 | 82,101 | 68,715 | 68,502 | 54,051 | 53,891 | 38,084 | 37,977 | 20,346 | 20,293 | 0 | 0 |

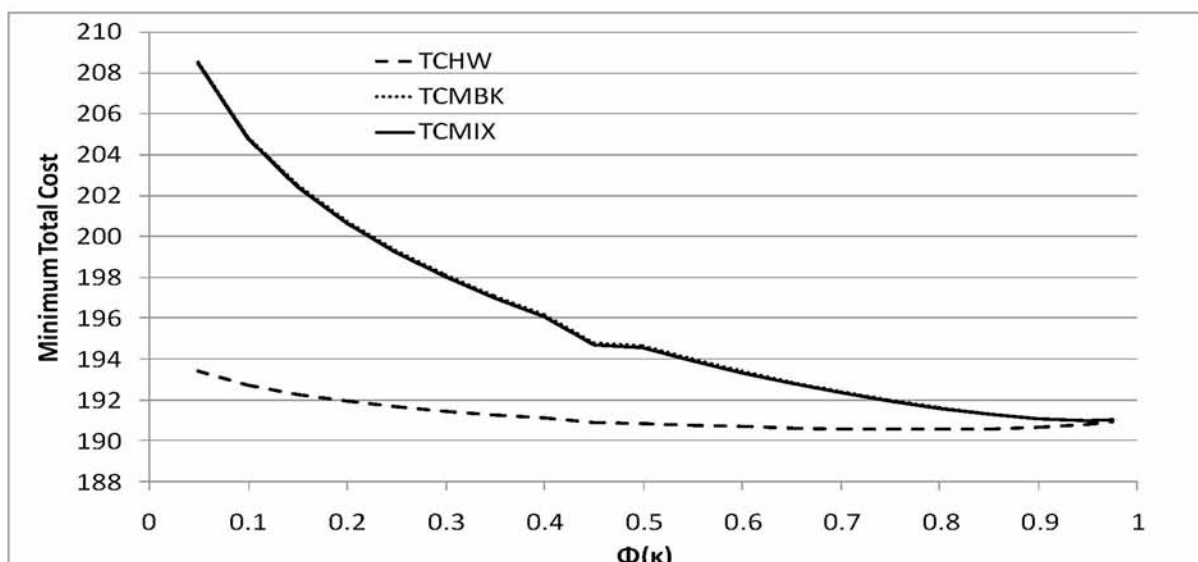
4.4. Ελάχιστο συνολικό κόστος

Με βάση τις τιμές των παραμέτρων $A, h, \beta, \pi, \pi_o, \mu_L, \sigma_L$ και με διαφορετικές τιμές στο επίπεδο εξυπηρέτησης ($0.05 \leq \Phi_\kappa \leq 0.975$) και στο κ ($-1.64 \leq \kappa \leq 1.96$), στους παρακάτω πίνακες δίνονται οι τιμές του ελάχιστου συνολικού κόστους των μεθόδων Hadley-Whitin, Montgomery et al. και Mixture. Για τον υπολογισμό των τιμών των συναρτήσεων, $TC_{HW}^*, TC_{MBK}^*, TC_{MIX}^*$, χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις (66), (70) και (74) αντίστοιχα.

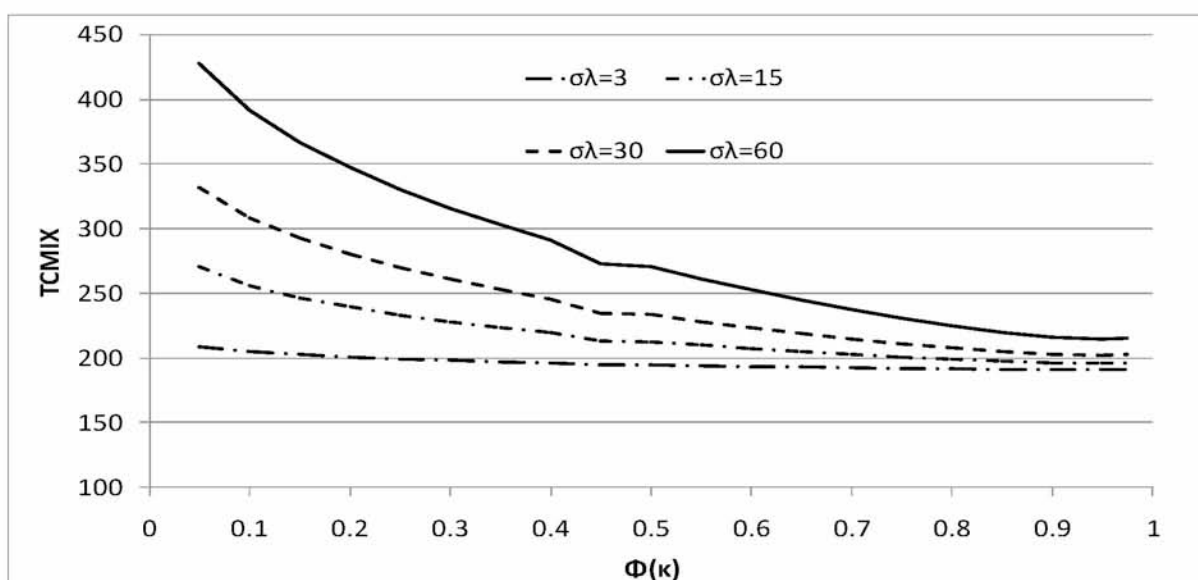
Από το διάγραμμα 4.11 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του ελάχιστου συνολικού κόστους και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, η αύξηση του σ_L συνεπάγεται αύξηση του TC_{MIX}^* . Επιπλέον, παρατηρείται ότι το ελάχιστο συνολικό κόστος έχει την μικρότερη τιμή για $\sigma_L = 3$ (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για $\sigma_L = 60$ (ανώτατο όριο), ενώ οι τιμές του TC_{MIX}^* για $\sigma_L = 15$ και $\sigma_L = 30$ είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι τιμές του ελάχιστου συνολικού κόστους ($TC_{HW}^*, TC_{MBK}^*, TC_{MIX}^*$) για $\sigma_L = 3$ και $\sigma_L = 60$. Επίσης, από το διάγραμμα 4.13 προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ του ελάχιστου συνολικού κόστους και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του κ συνεπάγεται αύξηση του TC_{MIX}^* . Ακόμα, από το διάγραμμα 4.12 παρατηρείται ότι η μέθοδος Hadley-Whitin έχει το μικρότερο ελάχιστο συνολικό κόστος ενώ η μέθοδος Montgomery et al. έχει το μεγαλύτερο. Δηλαδή, $TC_{HW}^* < TC_{MIX}^* < TC_{MBK}^*$.



Διάγραμμα 4.11 TC_{MIX}^* για $\Phi(\kappa) = 0.8$ και $\beta=6$



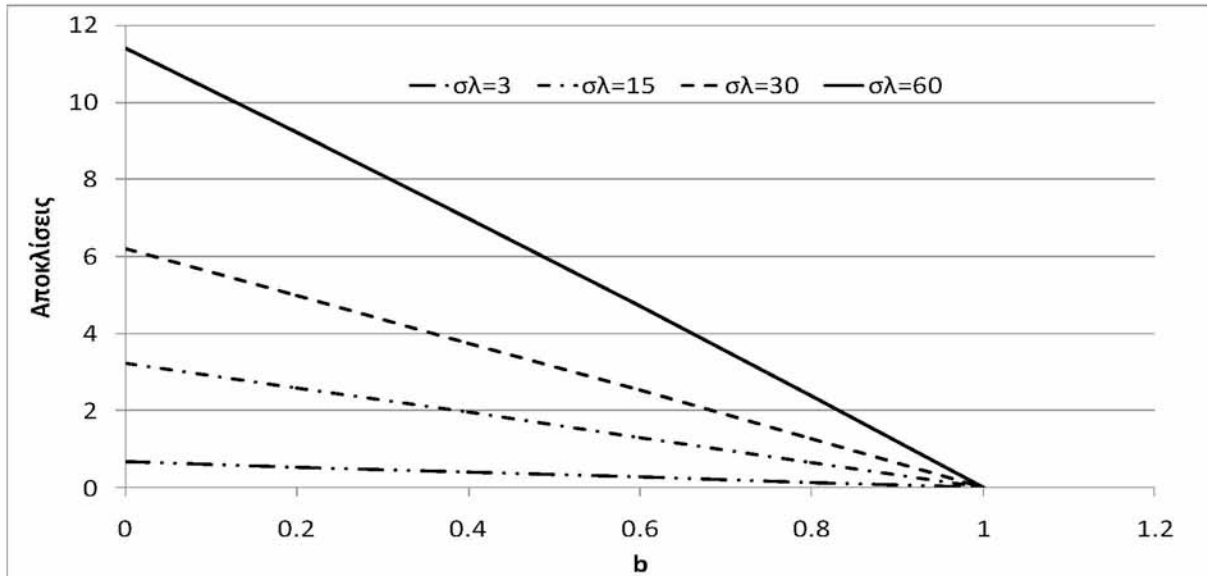
Διάγραμμα 4.12 TC_{HW}^* , TC_{MBK}^* , TC_{MIX}^* για $\sigma_L=3$, $b=0.2$ και $\beta=6$



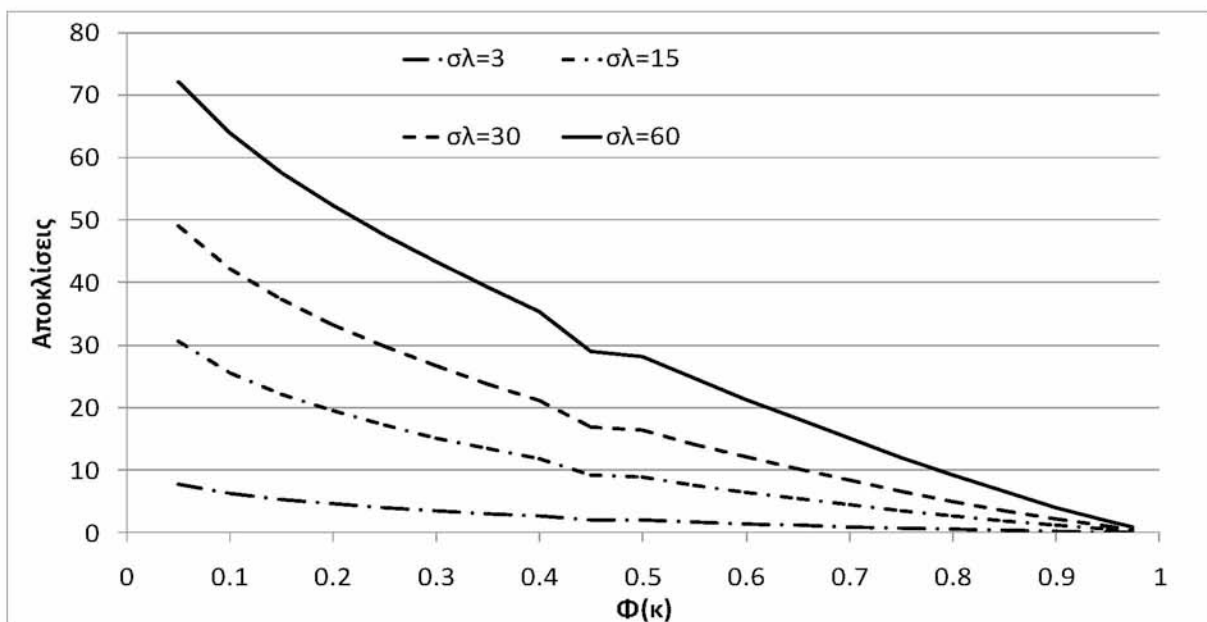
Διάγραμμα 4.13 TC_{MIX}^* για $b=0.2$ και $\beta=6$

Από το διάγραμμα 4.14 προκύπτει ότι οι ποσοστιαίες διαφορές αυξάνονται καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις έχουν την μικρότερη τιμή για $\sigma_L = 3$ (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για $\sigma_L = 60$ (ανώτατο όριο), ενώ για $\sigma_L = 15$ και $\sigma_L = 30$ οι ποσοστιαίες διαφορές είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι ποσοστιαίες διαφορές $\left(\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100 \right)$ και $\left(\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100 \right)$ για $\sigma_L = 3$ και $\sigma_L = 60$. Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το

ελάχιστο συνολικό κόστος είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ($TC_{HW}^* = TC_{MBK}^* = TC_{MIX}^*$) όταν $b=1$. Επίσης, από το διάγραμμα 4.15 παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις αυξάνονται όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης.



Διάγραμμα 4.14 Αποκλίσεις, $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ για $\Phi(\kappa) = 0.8$ και $\beta=6$



Διάγραμμα 4.15 Αποκλίσεις, $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ για $b=0.2$ και $\beta=6$

Από τους πίνακες 4.17-4.24 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του συνολικού κόστους και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του σ_L συνεπάγεται αύξηση των TC_{HW}^* , TC_{MBK}^* και TC_{MIX}^* . Αλλά η

αύξηση των TC_{MBK}^* και TC_{MIX}^* είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του TC_{HW}^* . Αυτό οφείλεται στο γεγονός, διότι στην Νέα Μέθοδο και στην μέθοδο των Montgomery et al., η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή στην μια μέθοδο ενώ στην άλλη είναι πολύ υψηλή. Σε αντίθεση με την μέθοδο Hadley-Whitin όπου είναι μηδαμινή. Επιπλέον, παρατηρείται ότι το ελάχιστο συνολικό κόστος και των τριών μεθόδων μειώνεται καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης μέχρι ένα σημείο και στη συνέχεια αυξάνεται. Συγκεκριμένα, όταν οι παράμετροι έχουν τις τιμές $\sigma_L = 3$, $b = 0$ και $\beta = 6$, το ελάχιστο συνολικό κόστος της μεθόδου που έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Montgomery et al) και της Νέας Μεθόδου (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) μειώνεται μέχρι το 95% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ενώ, το ελάχιστο συνολικό κόστος της μεθόδου που έχει την χαμηλότερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Hadley-Whitin) μειώνεται μέχρι το 80% επίπεδο εξυπηρέτησης. Από τις αποκλίσεις (βλ. Πίνακες 4.18,4.20,4.22,4.24) παρατηρείται ότι καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης αυξάνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις μεταξύ των μεθόδων. Ακόμα, παρατηρείται ότι με σταθερή τιμή στο σ_L , όταν αυξάνεται η περίοδος αναφοράς της ζήτησης, β , τότε οι αποκλίσεις μειώνονται ελάχιστα. Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ($TC_{HW}^* = TC_{MBK}^* = TC_{MIX}^*$) όταν $b=1$, δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή του ελάχιστου συνολικού κόστους είναι 190,559 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές: $\sigma_L = 3$, $\beta = 6$, $b = 1$ και $\kappa = 0.841$. Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι $TC_{HW}^* = 770,089$ και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι $TC_{MBK}^* = 1368,146$ και $TC_{MIX}^* = 1367,147$ αντίστοιχα με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές: $\sigma_L = 60$, $\beta = 52$, $b = 0$ και $\kappa = -1.64$. Γενικά, για οποιοδήποτε συνδυασμό των παραμέτρων το ελάχιστο συνολικό κόστος επιτυγχάνεται με την μέθοδο Hadley-Whitin. Ειδικότερα, ισχύει ότι: $TC_{HW}^* < TC_{MIX}^* < TC_{MBK}^*$ για $b \neq 1$.

Πίνακας 4.17 Ελάχιστο συνολικό κόστος, TC_{HW}^* , TC_{MBK}^* , TC_{MIX}^* για $\beta=6$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | | | | | | |
|----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------------|
| $\beta = 6$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | TC_{HW}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | $TC_{MBK,MIX}^*$ |
| 0.975 | 190,940 | 191,053 | 191,047 | 191,030 | 191,026 | 191,007 | 191,004 | 190,985 | 190,983 | 190,962 | 190,961 | 190,940 |
| 0.95 | 190,783 | 191,033 | 191,021 | 190,983 | 191,974 | 190,933 | 190,926 | 190,883 | 190,878 | 190,833 | 190,831 | 190,783 |
| 0.9 | 190,640 | 191,207 | 191,181 | 191,093 | 191,073 | 190,980 | 190,965 | 190,867 | 190,857 | 190,754 | 190,749 | 190,640 |
| 0.85 | 190,580 | 191,508 | 191,468 | 191,322 | 191,291 | 191,137 | 191,113 | 190,951 | 190,935 | 190,765 | 190,758 | 190,580 |
| 0.8 | 190,559 | 191,891 | 191,837 | 191,625 | 191,582 | 191,359 | 191,327 | 191,093 | 191,071 | 190,826 | 190,815 | 190,559 |
| 0.75 | 190,565 | 192,342 | 192,274 | 191,988 | 191,934 | 191,633 | 191,593 | 191,278 | 191,251 | 190,922 | 190,908 | 190,565 |
| 0.7 | 190,592 | 192,856 | 192,776 | 192,405 | 192,341 | 191,953 | 191,905 | 191,501 | 191,469 | 191,047 | 191,031 | 190,592 |
| 0.65 | 190,637 | 193,432 | 193,340 | 192,876 | 192,802 | 192,318 | 192,263 | 191,759 | 191,723 | 191,199 | 191,181 | 190,637 |
| 0.6 | 190,698 | 194,073 | 193,970 | 193,402 | 193,320 | 192,729 | 192,668 | 192,054 | 192,013 | 191,377 | 191,357 | 190,698 |
| 0.55 | 190,775 | 194,783 | 194,671 | 193,988 | 193,898 | 193,189 | 193,122 | 192,388 | 192,343 | 191,583 | 191,560 | 190,775 |
| 0.5 | 190,869 | 195,571 | 195,451 | 194,638 | 194,543 | 193,702 | 193,630 | 192,762 | 192,714 | 191,817 | 191,793 | 190,869 |
| 0.45 | 190,892 | 195,753 | 195,641 | 194,789 | 194,700 | 193,822 | 193,755 | 192,850 | 192,805 | 191,873 | 191,851 | 190,892 |
| 0.4 | 191,111 | 197,420 | 197,291 | 196,173 | 196,069 | 194,918 | 194,841 | 193,657 | 193,605 | 192,387 | 192,362 | 191,111 |
| 0.35 | 191,264 | 198,516 | 198,386 | 197,085 | 196,981 | 195,645 | 195,566 | 194,194 | 194,142 | 192,734 | 192,708 | 191,264 |
| 0.3 | 191,446 | 199,763 | 199,635 | 198,125 | 198,022 | 196,474 | 196,397 | 194,811 | 194,760 | 193,135 | 193,109 | 191,446 |
| 0.25 | 191,662 | 201,206 | 201,082 | 199,330 | 199,231 | 197,438 | 197,364 | 195,530 | 195,480 | 193,604 | 193,580 | 191,662 |
| 0.2 | 191,926 | 202,916 | 202,801 | 200,761 | 200,669 | 198,585 | 198,517 | 196,388 | 196,342 | 194,168 | 194,145 | 191,926 |
| 0.15 | 192,260 | 205,025 | 204,925 | 202,530 | 202,450 | 200,007 | 199,947 | 197,455 | 197,415 | 194,873 | 194,853 | 192,260 |
| 0.1 | 192,713 | 207,817 | 207,737 | 204,876 | 204,812 | 201,897 | 201,849 | 198,878 | 198,846 | 195,817 | 195,801 | 192,713 |
| 0.05 | 193,433 | 212,133 | 212,083 | 208,513 | 208,473 | 204,836 | 204,806 | 201,099 | 201,079 | 197,299 | 197,289 | 193,433 |

Πίνακας 4.18 Αποκλίσεις, $\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$, $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ για $\beta=6$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | | | | | | |
|----------------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|---|
| $\beta = 6$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 | |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | |
| 0.975 | 0,059 | 0,056 | 0,047 | 0,045 | 0,036 | 0,034 | 0,024 | 0,023 | 0,012 | 0,011 | 0 | 0 |
| 0.95 | 0,131 | 0,125 | 0,105 | 0,100 | 0,079 | 0,075 | 0,052 | 0,050 | 0,026 | 0,025 | 0 | 0 |
| 0.9 | 0,297 | 0,284 | 0,238 | 0,227 | 0,1780 | 0,170 | 0,119 | 0,114 | 0,059 | 0,057 | 0 | 0 |
| 0.85 | 0,487 | 0,466 | 0,390 | 0,373 | 0,292 | 0,280 | 0,195 | 0,187 | 0,098 | 0,093 | 0 | 0 |
| 0.8 | 0,699 | 0,671 | 0,559 | 0,537 | 0,420 | 0,403 | 0,280 | 0,269 | 0,140 | 0,134 | 0 | 0 |
| 0.75 | 0,932 | 0,897 | 0,746 | 0,718 | 0,560 | 0,539 | 0,374 | 0,360 | 0,187 | 0,180 | 0 | 0 |
| 0.7 | 1,187 | 1,145 | 0,951 | 0,917 | 0,714 | 0,689 | 0,476 | 0,460 | 0,239 | 0,230 | 0 | 0 |
| 0.65 | 1,466 | 1,418 | 1,174 | 1,136 | 0,882 | 0,853 | 0,589 | 0,569 | 0,295 | 0,285 | 0 | 0 |
| 0.6 | 1,770 | 1,716 | 1,418 | 1,375 | 1,065 | 1,033 | 0,711 | 0,690 | 0,356 | 0,345 | 0 | 0 |
| 0.55 | 2,101 | 2,042 | 1,684 | 1,637 | 1,265 | 1,230 | 0,845 | 0,822 | 0,423 | 0,412 | 0 | 0 |
| 0.5 | 2,463 | 2,401 | 1,975 | 1,925 | 1,485 | 1,447 | 0,992 | 0,967 | 0,497 | 0,484 | 0 | 0 |
| 0.45 | 2,546 | 2,488 | 2,041 | 1,995 | 1,535 | 1,500 | 1,025 | 1,002 | 0,514 | 0,502 | 0 | 0 |
| 0.4 | 3,301 | 3,234 | 2,649 | 2,595 | 1,992 | 1,952 | 1,332 | 1,305 | 0,668 | 0,655 | 0 | 0 |
| 0.35 | 3,792 | 3,723 | 3,043 | 2,989 | 2,290 | 2,249 | 1,532 | 1,505 | 0,769 | 0,755 | 0 | 0 |
| 0.3 | 4,345 | 4,278 | 3,489 | 3,435 | 2,627 | 2,586 | 1,758 | 1,731 | 0,882 | 0,869 | 0 | 0 |
| 0.25 | 4,979 | 4,915 | 4,001 | 3,949 | 3,014 | 2,975 | 2,018 | 1,992 | 1,014 | 1,001 | 0 | 0 |
| 0.2 | 5,726 | 5,667 | 4,604 | 4,556 | 3,470 | 3,434 | 2,325 | 2,301 | 1,168 | 1,157 | 0 | 0 |
| 0.15 | 6,640 | 6,588 | 5,342 | 5,300 | 4,030 | 3,998 | 2,702 | 2,681 | 1,359 | 1,349 | 0 | 0 |
| 0.1 | 7,838 | 7,796 | 6,311 | 6,278 | 4,766 | 4,741 | 3,199 | 3,182 | 1,611 | 1,602 | 0 | 0 |
| 0.05 | 9,667 | 9,642 | 7,796 | 7,775 | 5,895 | 5,880 | 3,963 | 3,953 | 1,999 | 1,994 | 0 | 0 |

Πίνακας 4.19 Ελάχιστο συνολικό κόστος, TC_{HW}^* , TC_{MBK}^* , TC_{MIX}^* για $\beta=52$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | | | | | | |
|----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------------|
| $\beta = 52$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | TC_{HW}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | $TC_{MBK,MIX}^*$ |
| 0.975 | 559,825 | 560,147 | 560,141 | 560,082 | 560,078 | 560,018 | 560,015 | 559,954 | 559,951 | 559,889 | 559,888 | 559,825 |
| 0.95 | 559,732 | 560,444 | 560,432 | 560,301 | 560,292 | 560,159 | 560,152 | 560,016 | 560,012 | 559,874 | 559,872 | 559,732 |
| 0.9 | 559,735 | 561,347 | 561,321 | 561,025 | 561,004 | 560,703 | 560,687 | 560,380 | 560,370 | 560,058 | 560,053 | 559,735 |
| 0.85 | 559,842 | 562,483 | 562,444 | 561,956 | 561,924 | 561,428 | 561,405 | 560,900 | 560,884 | 560,371 | 560,363 | 559,842 |
| 0.8 | 560,009 | 563,799 | 563,745 | 563,043 | 563,000 | 562,286 | 562,254 | 561,528 | 561,507 | 560,769 | 560,758 | 560,009 |
| 0.75 | 560,223 | 565,278 | 565,211 | 564,270 | 564,216 | 563,261 | 563,221 | 562,250 | 562,223 | 561,237 | 561,224 | 560,223 |
| 0.7 | 560,477 | 566,918 | 566,838 | 565,635 | 565,571 | 564,350 | 564,302 | 563,062 | 563,030 | 561,771 | 561,755 | 560,477 |
| 0.65 | 569,771 | 568,724 | 568,632 | 567,142 | 567,068 | 565,556 | 565,500 | 563,965 | 563,928 | 562,370 | 562,352 | 569,771 |
| 0.6 | 561,104 | 570,707 | 570,605 | 568,799 | 568,717 | 566,885 | 566,823 | 564,964 | 564,923 | 563,038 | 563,017 | 561,104 |
| 0.55 | 561,480 | 572,885 | 572,773 | 570,621 | 570,532 | 568,349 | 568,282 | 566,069 | 566,024 | 563,779 | 563,757 | 561,480 |
| 0.5 | 561,902 | 575,279 | 575,159 | 572,628 | 572,532 | 569,965 | 569,893 | 567,289 | 567,242 | 564,602 | 564,578 | 561,902 |
| 0.45 | 562,001 | 575,828 | 575,716 | 573,088 | 572,999 | 570,336 | 570,269 | 567,571 | 567,526 | 564,792 | 564,770 | 562,001 |
| 0.4 | 562,910 | 580,856 | 580,727 | 577,310 | 577,206 | 573,742 | 573,665 | 570,154 | 570,102 | 566,543 | 566,517 | 562,910 |
| 0.35 | 563,516 | 584,141 | 584,011 | 580,073 | 579,969 | 575,977 | 575,899 | 571,852 | 571,800 | 567,699 | 567,673 | 563,516 |
| 0.3 | 564,212 | 587,865 | 587,737 | 583,209 | 583,106 | 578,516 | 578,439 | 573,786 | 573,735 | 569,018 | 568,993 | 564,212 |
| 0.25 | 565,024 | 592,159 | 592,036 | 586,829 | 586,730 | 581,451 | 581,377 | 576,026 | 575,976 | 570,550 | 570,526 | 565,024 |
| 0.2 | 565,995 | 597,237 | 597,123 | 591,116 | 591,025 | 584,934 | 584,865 | 578,687 | 578,641 | 572,375 | 572,352 | 565,995 |
| 0.15 | 567,206 | 603,488 | 603,387 | 596,401 | 596,321 | 589,233 | 589,173 | 581,980 | 581,940 | 574,639 | 574,619 | 567,206 |
| 0.1 | 568,826 | 611,741 | 611,661 | 603,393 | 603,329 | 594,933 | 594,885 | 586,355 | 586,323 | 577,655 | 577,639 | 568,826 |
| 0.05 | 571,369 | 624,478 | 624,428 | 614,210 | 614,170 | 603,774 | 603,744 | 593,162 | 593,142 | 582,363 | 582,353 | 571,369 |

Πίνακας 4.20 Αποκλίσεις, $\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$, $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ για $\beta=52$

| $\sigma_L = 3$ | | | | | | | | | | | | |
|----------------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|---|
| $\beta = 52$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 | |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | |
| 0.975 | 0,058 | 0,057 | 0,046 | 0,045 | 0,035 | 0,034 | 0,023 | 0,023 | 0,012 | 0,011 | 0 | 0 |
| 0.95 | 0,127 | 0,125 | 0,102 | 0,100 | 0,076 | 0,075 | 0,051 | 0,050 | 0,025 | 0,025 | 0 | 0 |
| 0.9 | 0,288 | 0,283 | 0,230 | 0,227 | 0,173 | 0,170 | 0,115 | 0,113 | 0,058 | 0,057 | 0 | 0 |
| 0.85 | 0,472 | 0,465 | 0,378 | 0,372 | 0,283 | 0,279 | 0,189 | 0,186 | 0,095 | 0,093 | 0 | 0 |
| 0.8 | 0,677 | 0,667 | 0,542 | 0,534 | 0,407 | 0,401 | 0,271 | 0,267 | 0,136 | 0,134 | 0 | 0 |
| 0.75 | 0,902 | 0,890 | 0,722 | 0,713 | 0,542 | 0,535 | 0,362 | 0,357 | 0,181 | 0,179 | 0 | 0 |
| 0.7 | 1,149 | 1,135 | 0,920 | 0,909 | 0,691 | 0,682 | 0,461 | 0,455 | 0,231 | 0,228 | 0 | 0 |
| 0.65 | 1,418 | 1,402 | 1,136 | 1,123 | 0,853 | 0,843 | 0,570 | 0,563 | 0,285 | 0,282 | 0 | 0 |
| 0.6 | 1,711 | 1,693 | 1,371 | 1,357 | 1,030 | 1,019 | 0,688 | 0,681 | 0,345 | 0,341 | 0 | 0 |
| 0.55 | 2,031 | 2,011 | 1,628 | 1,612 | 1,223 | 1,211 | 0,817 | 0,809 | 0,409 | 0,405 | 0 | 0 |
| 0.5 | 2,381 | 2,359 | 1,909 | 1,892 | 1,435 | 1,422 | 0,959 | 0,950 | 0,480 | 0,476 | 0 | 0 |
| 0.45 | 2,460 | 2,440 | 1,973 | 1,957 | 1,483 | 1,471 | 0,991 | 0,983 | 0,497 | 0,493 | 0 | 0 |
| 0.4 | 3,188 | 3,165 | 2,558 | 2,540 | 1,924 | 1,911 | 1,287 | 1,278 | 0,645 | 0,641 | 0 | 0 |
| 0.35 | 3,660 | 3,637 | 2,938 | 2,920 | 2,211 | 2,197 | 1,479 | 1,470 | 0,742 | 0,738 | 0 | 0 |
| 0.3 | 4,192 | 4,169 | 3,367 | 3,349 | 2,535 | 2,522 | 1,697 | 1,688 | 0,852 | 0,847 | 0 | 0 |
| 0.25 | 4,803 | 4,781 | 3,859 | 3,842 | 2,907 | 2,894 | 1,947 | 1,938 | 0,978 | 0,974 | 0 | 0 |
| 0.2 | 5,520 | 5,500 | 4,438 | 4,422 | 3,346 | 3,334 | 2,242 | 2,234 | 1,127 | 1,123 | 0 | 0 |
| 0.15 | 6,397 | 6,379 | 5,147 | 5,133 | 3,883 | 3,873 | 2,605 | 2,598 | 1,310 | 1,307 | 0 | 0 |
| 0.1 | 7,544 | 7,530 | 6,077 | 6,066 | 4,590 | 4,581 | 3,082 | 3,076 | 1,552 | 1,549 | 0 | 0 |
| 0.05 | 9,295 | 9,286 | 7,498 | 7,491 | 5,671 | 5,666 | 3,814 | 3,811 | 1,924 | 1,922 | 0 | 0 |

Πίνακας 4.21 Ελάχιστο συνολικό κόστος, TC_{HW}^* , TC_{MBK}^* , TC_{MIX}^* για $\beta=6$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------------|
| $\beta = 6$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | TC_{HW}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | $TC_{MBK,MIX}^*$ |
| 0.975 | 213,793 | 216,039 | 215,929 | 215,592 | 215,503 | 215,144 | 215,077 | 214,694 | 214,650 | 214,244 | 214,222 | 213,793 |
| 0.95 | 210,660 | 215,581 | 215,343 | 214,606 | 214,416 | 213,627 | 213,484 | 212,642 | 212,547 | 211,654 | 211,606 | 210,660 |
| 0.9 | 207,791 | 218,710 | 218,199 | 216,569 | 216,160 | 214,407 | 214,101 | 212,224 | 212,020 | 210,019 | 209,917 | 207,791 |
| 0.85 | 206,546 | 224,061 | 223,269 | 220,664 | 220,030 | 217,217 | 216,741 | 213,716 | 213,399 | 210,160 | 210,002 | 206,546 |
| 0.8 | 206,088 | 230,658 | 229,586 | 225,945 | 225,088 | 221,138 | 220,495 | 216,231 | 215,802 | 211,217 | 211,002 | 206,088 |
| 0.75 | 206,139 | 238,157 | 236,815 | 232,082 | 231,008 | 225,856 | 225,051 | 219,467 | 218,930 | 212,900 | 212,632 | 206,139 |
| 0.7 | 206,573 | 246,401 | 244,802 | 238,925 | 237,645 | 231,228 | 230,268 | 223,288 | 222,649 | 215,080 | 214,761 | 206,573 |
| 0.65 | 207,325 | 255,317 | 253,480 | 246,401 | 244,931 | 237,183 | 236,081 | 227,628 | 226,893 | 217,692 | 217,325 | 207,325 |
| 0.6 | 208,360 | 264,879 | 262,827 | 254,484 | 252,842 | 243,694 | 242,462 | 232,769 | 231,635 | 220,706 | 220,295 | 208,360 |
| 0.55 | 209,662 | 275,097 | 272,858 | 263,178 | 261,387 | 250,760 | 249,417 | 237,769 | 236,874 | 224,111 | 223,663 | 209,662 |
| 0.5 | 211,228 | 286,009 | 283,616 | 272,516 | 270,601 | 258,408 | 256,972 | 243,585 | 242,628 | 227,918 | 227,439 | 211,228 |
| 0.45 | 211,624 | 288,484 | 286,256 | 274,643 | 272,860 | 260,161 | 258,824 | 244,932 | 244,041 | 228,817 | 228,371 | 211,624 |
| 0.4 | 215,199 | 310,246 | 307,661 | 293,400 | 291,332 | 275,675 | 274,125 | 256,903 | 255,870 | 236,854 | 236,337 | 215,199 |
| 0.35 | 217,661 | 323,844 | 321,237 | 305,185 | 303,099 | 285,496 | 283,931 | 264,565 | 263,522 | 242,099 | 241,577 | 217,661 |
| 0.3 | 220,509 | 338,730 | 336,157 | 318,129 | 316,070 | 296,331 | 294,787 | 273,076 | 272,047 | 247,990 | 247,476 | 220,509 |
| 0.25 | 223,834 | 355,278 | 352,807 | 332,561 | 330,584 | 308,462 | 306,980 | 282,662 | 281,674 | 254,696 | 254,201 | 223,834 |
| 0.2 | 227,788 | 374,102 | 371,814 | 349,023 | 347,193 | 322,352 | 320,979 | 293,700 | 292,785 | 262,490 | 262,032 | 227,788 |
| 0.15 | 232,645 | 396,313 | 394,307 | 368,493 | 366,889 | 338,836 | 337,633 | 306,868 | 306,066 | 271,870 | 271,469 | 232,645 |
| 0.1 | 238,991 | 424,267 | 422,672 | 393,052 | 391,776 | 359,695 | 358,738 | 323,612 | 322,974 | 283,898 | 283,579 | 238,991 |
| 0.05 | 248,553 | 464,902 | 463,902 | 428,823 | 428,023 | 390,165 | 389,566 | 348,186 | 347,786 | 301,693 | 301,493 | 248,553 |

Πίνακας 4.22 Αποκλίσεις, $\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$, $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ για $\beta=6$

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|---|
| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | | | | | | |
| $\beta = 6$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 | |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | |
| 0.975 | 1,051 | 0,999 | 0,841 | 0,800 | 0,632 | 0,601 | 0,422 | 0,401 | 0,211 | 0,201 | 0 | 0 |
| 0.95 | 2,336 | 2,223 | 1,873 | 1,783 | 1,408 | 1,340 | 0,941 | 0,896 | 0,472 | 0,449 | 0 | 0 |
| 0.9 | 5,255 | 5,009 | 4,224 | 4,028 | 3,184 | 3,036 | 2,133 | 2,035 | 1,072 | 1,023 | 0 | 0 |
| 0.85 | 8,480 | 8,096 | 6,835 | 6,528 | 5,166 | 4,936 | 3,472 | 3,318 | 1,750 | 1,673 | 0 | 0 |
| 0.8 | 11,922 | 11,402 | 9,635 | 9,219 | 7,303 | 6,991 | 4,922 | 4,714 | 2,489 | 2,385 | 0 | 0 |
| 0.75 | 15,532 | 14,881 | 12,585 | 12,064 | 9,565 | 9,174 | 5,466 | 6,205 | 3,280 | 3,150 | 0 | 0 |
| 0.7 | 19,281 | 18,506 | 15,661 | 15,042 | 11,935 | 11,471 | 8,092 | 7,782 | 4,118 | 3,964 | 0 | 0 |
| 0.65 | 23,149 | 22,262 | 18,848 | 18,139 | 14,402 | 13,870 | 9,793 | 9,438 | 5,001 | 4,824 | 0 | 0 |
| 0.6 | 27,126 | 26,141 | 22,137 | 21,349 | 16,958 | 16,367 | 11,565 | 11,171 | 5,925 | 5,728 | 0 | 0 |
| 0.55 | 31,210 | 30,142 | 25,525 | 24,671 | 19,602 | 18,992 | 13,406 | 12,979 | 6,892 | 6,678 | 0 | 0 |
| 0.5 | 35,403 | 34,270 | 29,015 | 28,109 | 22,336 | 21,656 | 15,319 | 14,866 | 7,901 | 7,675 | 0 | 0 |
| 0.45 | 36,319 | 35,266 | 29,778 | 28,936 | 22,935 | 22,304 | 15,739 | 15,318 | 8,124 | 7,913 | 0 | 0 |
| 0.4 | 44,167 | 42,966 | 36,339 | 35,378 | 28,102 | 27,382 | 19,379 | 18,899 | 10,063 | 9,823 | 0 | 0 |
| 0.35 | 48,784 | 47,586 | 40,211 | 39,253 | 31,166 | 30,447 | 21,549 | 21,070 | 11,227 | 10,988 | 0 | 0 |
| 0.3 | 53,613 | 52,446 | 44,270 | 43,337 | 34,385 | 33,685 | 23,839 | 23,372 | 12,463 | 12,229 | 0 | 0 |
| 0.25 | 58,723 | 57,620 | 48,574 | 47,691 | 37,808 | 37,146 | 26,282 | 25,840 | 13,788 | 13,567 | 0 | 0 |
| 0.2 | 64,233 | 63,228 | 53,223 | 52,419 | 41,514 | 40,911 | 28,936 | 28,534 | 15,234 | 15,033 | 0 | 0 |
| 0.15 | 70,351 | 69,489 | 58,393 | 57,703 | 45,645 | 45,128 | 31,904 | 31,559 | 16,861 | 16,688 | 0 | 0 |
| 0.1 | 77,524 | 76,857 | 64,463 | 63,929 | 50,505 | 50,105 | 35,407 | 35,140 | 18,790 | 18,656 | 0 | 0 |
| 0.05 | 87,043 | 86,641 | 72,528 | 72,206 | 56,975 | 56,733 | 40,085 | 39,924 | 21,380 | 21,300 | 0 | 0 |

Πίνακας 4.23 Ελάχιστο συνολικό κόστος, TC_{HW}^* , TC_{MBK}^* , TC_{MIX}^* για $\beta=52$

| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------------|
| $\beta = 52$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 |
| $\Phi(\kappa)$ | TC_{HW}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | TC_{MBK}^* | TC_{MIX}^* | $TC_{MBK,MIX}^*$ |
| 0.975 | 583,670 | 590,062 | 589,951 | 588,789 | 588,700 | 587,513 | 587,447 | 586,235 | 586,191 | 584,954 | 584,932 | 583,670 |
| 0.95 | 581,798 | 595,798 | 595,560 | 593,024 | 592,834 | 590,238 | 590,095 | 587,438 | 587,343 | 584,625 | 584,577 | 581,798 |
| 0.9 | 581,826 | 612,866 | 612,355 | 606,784 | 606,375 | 600,641 | 600,334 | 594,435 | 594,230 | 588,164 | 588,062 | 581,826 |
| 0.85 | 583,878 | 633,629 | 632,836 | 623,991 | 623,357 | 614,204 | 613,729 | 604,262 | 603,945 | 594,156 | 593,997 | 583,878 |
| 0.8 | 587,073 | 656,802 | 655,730 | 643,448 | 642,591 | 629,818 | 629,175 | 615,893 | 615,464 | 601,652 | 601,438 | 587,073 |
| 0.75 | 591,122 | 681,902 | 680,559 | 664,713 | 663,640 | 647,081 | 646,276 | 628,968 | 628,431 | 610,331 | 610,063 | 591,122 |
| 0.7 | 595,901 | 708,712 | 707,113 | 687,590 | 686,310 | 665,819 | 664,859 | 643,334 | 642,694 | 620,059 | 619,739 | 595,901 |
| 0.65 | 601,359 | 737,151 | 735,313 | 712,001 | 710,531 | 685,963 | 684,860 | 658,932 | 658,197 | 630,782 | 630,415 | 601,359 |
| 0.6 | 607,484 | 767,225 | 765,173 | 737,952 | 736,310 | 707,516 | 706,285 | 675,763 | 674,942 | 642,500 | 642,090 | 607,484 |
| 0.55 | 614,296 | 799,018 | 796,779 | 765,513 | 763,722 | 730,539 | 729,195 | 693,878 | 692,982 | 655,251 | 654,803 | 614,296 |
| 0.5 | 621,838 | 832,682 | 830,289 | 794,819 | 792,904 | 755,148 | 753,712 | 713,373 | 712,416 | 669,110 | 668,631 | 621,838 |
| 0.45 | 623,590 | 840,233 | 838,005 | 801,411 | 799,629 | 760,703 | 759,367 | 717,796 | 716,905 | 672,278 | 671,832 | 623,590 |
| 0.4 | 639,439 | 906,690 | 904,106 | 859,609 | 857,541 | 809,940 | 808,390 | 757,189 | 756,155 | 700,678 | 700,161 | 639,439 |
| 0.35 | 649,865 | 947,878 | 945,270 | 895,843 | 893,757 | 840,776 | 839,212 | 782,055 | 781,012 | 718,811 | 718,289 | 649,865 |
| 0.3 | 661,394 | 992,753 | 990,180 | 935,440 | 933,381 | 874,604 | 873,060 | 809,477 | 808,448 | 738,961 | 738,447 | 661,394 |
| 0.25 | 674,684 | 1042,429 | 1039,958 | 979,396 | 977,419 | 912,294 | 910,811 | 840,184 | 839,196 | 761,695 | 761,201 | 674,684 |
| 0.2 | 690,222 | 1098,723 | 1096,435 | 1029,338 | 1027,508 | 955,268 | 953,895 | 875,368 | 874,453 | 787,933 | 787,476 | 690,222 |
| 0.15 | 709,064 | 1164,901 | 1162,896 | 1088,199 | 1086,595 | 1006,089 | 1004,886 | 917,177 | 916,375 | 819,342 | 818,941 | 709,064 |
| 0.1 | 733,467 | 1247,903 | 1246,309 | 1162,209 | 1160,934 | 1070,208 | 1069,251 | 970,183 | 969,545 | 859,467 | 859,148 | 733,467 |
| 0.05 | 770,089 | 1368,146 | 1367,147 | 1269,704 | 1268,904 | 1163,671 | 1163,071 | 1047,857 | 1047,458 | 918,759 | 918,560 | 770,089 |

Πίνακας 4.24 Αποκλίσεις, $\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$, $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ για $\beta=52$

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|---|
| $\sigma_L = 60$ | | | | | | | | | | | | |
| $\beta = 52$ | | | | | | | | | | | | |
| b | 0 | | 0.2 | | 0.4 | | 0.6 | | 0.8 | | 1 | |
| $\Phi(\kappa)$ | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | | Αποκλίσεις | |
| 0.975 | 1,095 | 1,076 | 0,877 | 0,862 | 0,659 | 0,647 | 0,439 | 0,432 | 0,220 | 0,216 | 0 | 0 |
| 0.95 | 2,406 | 2,365 | 1,930 | 1,897 | 1,451 | 1,426 | 0,969 | 0,953 | 0,486 | 0,478 | 0 | 0 |
| 0.9 | 5,335 | 5,247 | 4,290 | 4,219 | 3,234 | 3,181 | 2,167 | 2,132 | 1,089 | 1,072 | 0 | 0 |
| 0.85 | 8,521 | 8,385 | 6,870 | 6,762 | 5,194 | 5,113 | 3,491 | 3,437 | 1,760 | 1,733 | 0 | 0 |
| 0.8 | 11,877 | 11,695 | 9,603 | 9,457 | 7,281 | 7,171 | 4,909 | 4,836 | 2,483 | 2,447 | 0 | 0 |
| 0.75 | 15,357 | 15,130 | 12,449 | 12,268 | 9,467 | 9,330 | 6,402 | 6,312 | 3,250 | 3,204 | 0 | 0 |
| 0.7 | 18,931 | 18,663 | 15,387 | 15,172 | 11,733 | 11,572 | 7,960 | 7,853 | 4,054 | 4,000 | 0 | 0 |
| 0.65 | 22,581 | 22,275 | 18,399 | 18,154 | 14,069 | 13,885 | 9,574 | 9,452 | 4,893 | 4,832 | 0 | 0 |
| 0.6 | 26,295 | 25,958 | 21,477 | 21,206 | 16,467 | 16,264 | 11,240 | 11,104 | 5,764 | 5,697 | 0 | 0 |
| 0.55 | 30,071 | 29,706 | 24,616 | 24,325 | 18,923 | 18,704 | 12,955 | 12,809 | 6,667 | 6,594 | 0 | 0 |
| 0.5 | 33,907 | 33,522 | 27,818 | 27,510 | 21,438 | 21,207 | 14,720 | 14,566 | 7,602 | 7,525 | 0 | 0 |
| 0.45 | 34,741 | 34,384 | 28,516 | 28,230 | 21,988 | 21,773 | 15,107 | 14,964 | 7,808 | 7,736 | 0 | 0 |
| 0.4 | 41,795 | 41,390 | 34,432 | 34,108 | 26,664 | 26,422 | 18,415 | 18,253 | 9,577 | 9,496 | 0 | 0 |
| 0.35 | 45,880 | 45,479 | 37,872 | 37,551 | 29,397 | 29,156 | 20,360 | 20,199 | 10,626 | 10,546 | 0 | 0 |
| 0.3 | 50,100 | 49,711 | 41,435 | 41,123 | 32,236 | 32,003 | 22,390 | 22,234 | 11,728 | 11,650 | 0 | 0 |
| 0.25 | 54,506 | 54,140 | 45,164 | 44,871 | 35,218 | 34,998 | 24,530 | 24,383 | 12,896 | 12,823 | 0 | 0 |
| 0.2 | 59,184 | 58,853 | 49,131 | 48,866 | 38,400 | 38,201 | 26,824 | 26,692 | 14,157 | 14,090 | 0 | 0 |
| 0.15 | 64,287 | 64,004 | 53,470 | 53,243 | 41,4890 | 41,270 | 29,350 | 29,237 | 15,553 | 15,596 | 0 | 0 |
| 0.1 | 70,138 | 69,920 | 58,454 | 58,280 | 45,911 | 45,780 | 32,274 | 32,187 | 17,179 | 17,135 | 0 | 0 |
| 0.05 | 77,661 | 77,531 | 64,877 | 64,774 | 51,109 | 51,031 | 36,070 | 36,018 | 19,306 | 19,280 | 0 | 0 |

Κεφάλαιο 5

Ανακεφαλαίωση

5.1. Συμπεράσματα

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη του υποδείγματος συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Συγκεκριμένα, στην διεθνή βιβλιογραφία οι Hadley-Whitin (1963) ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, $R - x_L > 0$, ενώ οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) ασχολήθηκαν με την περίπτωση στην οποία σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή $R - x_L \leq 0$. Επομένως, στην εργασία αυτή προτείνεται μια νέα μέθοδος υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος (Νέα Μέθοδος-Mixture) στην οποία συνδυάζονται οι περιπτώσεις: α) δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - x_L > 0$ και β) υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το $R - x_L \leq 0$. Ειδικότερα, στην Νέα Μέθοδο η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή, με αποτέλεσμα σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, $R - x_L \leq 0$, ενώ σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη, $R - x_L > 0$. Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη η Νέα Μέθοδος εξετάζει όχι μόνο την περίπτωση των χαμένων πωλήσεων αλλά και την περίπτωση των παραγγελιών σε εκκρεμότητα εν αντιθέσει με την μέθοδο των Hadley-Whitin που μελετά μόνο τις παραγγελίες σε εκκρεμότητα.

Από την διεξαγωγή των εμπειρικών αποτελεσμάτων (Κεφάλαιο 4) προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του κ συνεπάγεται αύξηση των Q_{HW}^* και $Q_{MBK,MIX}^*$. Επίσης, παρατηρείται ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Επιπλέον, όταν αυξάνεται η περίοδος αναφοράς της ζήτησης, β , τότε αυξάνεται και η άριστη ποσότητα παραγγελίας. Ακόμα, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια και στις τρεις μεθόδους ($Q_{HW}^* = Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$) όταν $b=1$, δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου

δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή της άριστης ποσότητας παραγγελίας είναι 948,8177 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές: $\sigma_L = 3$, $\beta = 6$, $b = 1$ και $\kappa = 1.96$. Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι $Q_{HW}^* = 3949,13834$ και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι $Q_{MBK,MIX}^* = 6839,47868$, με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές: $\sigma_L = 60$, $\beta = 52$, $b = 0$ και $\kappa = -1.64$. Γενικά, όταν $b \neq 1$ τότε για οποιοδήποτε συνδυασμό των παραμέτρων ισχύει ότι: $Q_{HW}^* \prec Q_{MBK,MIX}^*$.

Επιπλέον, από τους πίνακες των εμπειρικών αποτελεσμάτων προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του σ_L συνεπάγεται αύξηση των I_{HW}^* , I_{MBK}^* και I_{MIX}^* . Αλλά η αύξηση των I_{MBK}^* και I_{MIX}^* είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του I_{HW}^* . Επιπλέον, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα και των τριών μεθόδων μειώνεται καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης μέχρι ένα σημείο και στη συνέχεια αυξάνεται. Συγκεκριμένα, όταν οι παράμετροι έχουν τις τιμές $\sigma_L = 3$, $b = 0$ και $\beta = 6$, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου που έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Montgomery et al) και της Νέας Μεθόδου (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) μειώνεται μέχρι το 90% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ενώ, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου που έχει την χαμηλότερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Hadley-Whitin) μειώνεται μέχρι το 60% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ακόμα, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ($I_{HW}^* = I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$) όταν $b = 1$, δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή του αναμενόμενου μέσου αποθέματος είναι 477,125 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές: $\sigma_L = 3$, $\beta = 6$, $b = 1$ και $\kappa = 0.253$. Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι $I_{HW}^* = 1875,878$ και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι $I_{MBK}^* = 3420,993$ και $I_{MIX}^* = 3415,996$ αντίστοιχα με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές: $\sigma_L = 60$, $\beta = 52$, $b = 0$ και $\kappa = -1.64$. Γενικά, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου Hadley-Whitin (χαμηλή πιθανότητα μηδενισμού

του αποθέματος) μειώνεται περισσότερο καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης σε σύγκριση με την Νέα Μέθοδο (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) και την μέθοδο των Montgomery et al. (υψηλή πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος). Συγκεκριμένα, όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης τόσο αυξάνεται η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος. Επομένως, όσο μικρότερη είναι η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος σε μια μέθοδο τόσο για περισσότερα επίπεδα εξυπηρέτησης θα μειώνεται το αναμενόμενο μέσο απόθεμα.

Ακόμα, από τα εμπειρικά αποτελέσματα παρατηρείται ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του συνολικού κόστους και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του σ_L συνεπάγεται αύξηση των TC_{HW}^* , TC_{MBK}^* και TC_{MIX}^* . Αλλά η αύξηση των TC_{MBK}^* και TC_{MIX}^* είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του TC_{HW}^* . Επιπλέον, παρατηρείται ότι το ελάχιστο συνολικό κόστος και των τριών μεθόδων μειώνεται καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης μέχρι ένα σημείο και στη συνέχεια αυξάνεται. Συγκεκριμένα, όταν οι παράμετροι έχουν τις τιμές $\sigma_L = 3$, $b = 0$ και $\beta = 6$, το ελάχιστο συνολικό κόστος της μεθόδου που έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Montgomery et al) και της Νέας Μεθόδου (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) μειώνεται μέχρι το 95% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ενώ, το ελάχιστο συνολικό κόστος της μεθόδου που έχει την χαμηλότερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Hadley-Whitin) μειώνεται μέχρι το 80% επίπεδο εξυπηρέτησης. Επίσης, καθώς το b αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ($TC_{HW}^* = TC_{MBK}^* = TC_{MIX}^*$) όταν $b=1$, δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή του ελάχιστου συνολικού κόστους είναι 190,559 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές: $\sigma_L = 3$, $\beta = 6$, $b = 1$ και $\kappa = 0.841$. Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι $TC_{HW}^* = 770,089$ και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι $TC_{MBK}^* = 1368,146$ και $TC_{MIX}^* = 1367,147$ αντίστοιχα με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές: $\sigma_L = 60$, $\beta = 52$, $b = 0$ και $\kappa = -1.64$. Γενικά, όταν $b \neq 1$ τότε για οποιοδήποτε συνδυασμό των παραμέτρων ισχύει ότι: $TC_{HW}^* < TC_{MIX}^* < TC_{MBK}^*$.

Πριν από την διεξαγωγή των εμπειρικών αποτελεσμάτων αναμενόταν ότι για υψηλά επίπεδα εξυπηρέτησης η μέθοδος Hadley-Whitin θα έχει το χαμηλότερο συνολικό κόστος λόγω της χαμηλής τιμής που θέτει στην πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος. Στη συνέχεια, όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης αναμενόταν η Νέα Μέθοδος να έχει το ελάχιστο συνολικό κόστος έναντι των άλλων μεθόδων επειδή θέτει την πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή. Και τέλος, για χαμηλές τιμές του επιπέδου εξυπηρέτησης αναμενόταν η μέθοδος των Montgomery, Bazaraa και Keswani να έχει το χαμηλότερο συνολικό κόστος διότι θέτει την πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος υψηλή. Τελικά, από τα εμπειρικά αποτελέσματα αποδείχτηκε ότι για οποιοδήποτε επίπεδο εξυπηρέτησης η μέθοδος Hadley-Whitin έχει το χαμηλότερο συνολικό κόστος, ακολουθεί η Νέα Μέθοδος και το υψηλότερο έχει η μέθοδος των Montgomery, Bazaraa και Keswani.

Το συνολικό συμπέρασμα της παρούσας εργασίας είναι ότι ευνοείται η προσωπική πώληση (πχ καταστήματα με ενδύματα) έναντι της απρόσωπης (πχ σουπερ-μάρκετ). Συγκεκριμένα, από τα εμπειρικά αποτελέσματα αποδείχτηκε ότι όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα και η επιχείρηση πραγματοποιεί παραγγελίες σε εκκρεμότητα (προσωπική πώληση) τότε επιτυγχάνεται το ελάχιστο συνολικό κόστος. Επιπλέον, οι επιχειρήσεις που βασίζονται στην απρόσωπη πώληση θα πρέπει να αναπτύξουν αποτελεσματικές επικοινωνιακές πολιτικές με τους καταναλωτές τους για να μην τους χάνουν όταν δεν υπάρχει το προϊόν που επιθυμούν λόγω έλλειψης του αποθέματος. Με αυτό τον τρόπο, το κόστος έλλειψης (χαμένα κέρδη) μπορεί να διατηρηθεί σε χαμηλά επίπεδα και να οδηγήσει στην μείωση του ελάχιστου συνολικού κόστους.

5.2. Μελλοντική έρευνα

Για μελλοντική έρευνα προτείνεται η χρησιμοποίηση των μεθόδων υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος των Wagner (1975), Love (1979) και Yano (1985). Συγκεκριμένα, θα μπορούσαν να συγκριθούν τα εμπειρικά αποτελέσματα της παρούσας εργασίας με τα αποτελέσματα των μεθόδων Wagner, Love και Yano, καθώς και με τις τιμές της μεθόδου ακριβούς προσδιορισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος.

Επιπλέον, μελλοντικά θα μπορούσε να μελετηθεί η ύπαρξη αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, θα μπορούσαν να δημιουργηθούν νέοι τύποι υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και να μελετηθεί η επίδραση του βαθμού της αυτοσυσχέτισης στην άριστη ποσότητα παραγγελίας, στο αναμενόμενο μέσο απόθεμα και στο ελάχιστο συνολικό κόστος.

Ακόμα, για μελλοντική έρευνα προτείνεται η μελέτη του υποδείγματος συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων για τις περιπτώσεις όπου: α) ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας δεν είναι σταθερός και β) η ζήτηση δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Επίσης, πιθανή μελλοντική προέκταση θα μπορούσε να αποτελέσει η μελέτη του υποδείγματος περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Συγκεκριμένα, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί η σύγκριση του ελάχιστου συνολικού κόστους του υποδείγματος περιοδικής επιθεώρησης με το αντίστοιχο του υποδείγματος συνεχούς επιθεώρησης.

Βιβλιογραφία

- An B.G., Fotopoulos S. and Wang M.C. (1989). Estimating the lead-time demand distribution for an autocorrelated demand by the Pearson system and a normal approximation, *Naval Research Logistics Quarterly*, **36**, 463–477.
- Balkhi Z.T. (2000). On the Optimal Production Stopping and Restarting Times for an EOQ Model with Deterioration Items, *Journal of the Operational Research Society*, **51**, 999–1003.
- Balkhi Z.T., Goyal S.K. and Giri B.C. (2001). Some Notes on the Optimal Production Stopping and Restarting Times for an EOQ Model with Deterioration Items, *Journal of the Operational Research Society*, **52**, 1300–1301.
- Beckmann M.J. and Srinivasan S.K. (1987). An (s, S) inventory system with Poisson demands and exponential lead time, *OR Spectrum*, **9**, 213–217.
- Bellman R., Glicksberg I. and Gross O. (1955). On the optimal inventory equation, *Management Science*, **2**, 83–104.
- Ben-Daya M. and Raouf A. (1994). Inventory Models Involving Lead Time as a Decision Variable, *Journal of the Operational Research Society*, **45** (5), 579-582.
- Buchanan D.J. and Love R.F. (1985). A (Q,R) inventory model with lost sales and Erlang-distributed lead times, *Naval Research Logistics Quarterly*, **32**, 605–611.
- Chu P. and Chung K.J. (2004). The Sensitivity of the inventory Model with Partial Backorders, *European Journal of Operational Research*, **152**, 289–295.
- Erkip N., Hausman W.H. and Nahmias S. (1990). Optimal centralized ordering policies in multi-echelon inventory systems with correlated demands, *Management Science*, **36**, 381-392.

Fergany H.A. and El-Sodany N.H. (2011). Probabilistic Periodic Review (Q_m, N) Backorders and Lost Sales Inventory Models under Constraint and Varying Holding Cost and Normally Distributed Protection Interval Demand, *Journal of Modern Mathematics and Statistics*, **5** (3), 71-79.

Hadley G. and Whitin T. (1963). *Analysis of Inventory Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Halkos G. and Kevork I. (2011). Non-negative demand in newsvendor models: The case of singly truncated normal samples, MPRA Paper 31842, University Library of Munich, Germany.

Hill R.M. (1992). Numerical analysis of a continuous-review lost-sales inventory model where two orders may be outstanding, *European Journal of Operational Research*, **62**, 11–26.

Janakiraman G., Seshadri S. and Shanthikumar J.G. (2007). A comparison of the optimal costs of two canonical inventory systems, *Operations Research*, **55**, 866–875.

Johansen S.G. and Thorstenson A. (1993). Optimal and approximate (Q, r) inventory policies with lost sales and gamma-distributed lead time, *International Journal of Production Economics*, **30–31**, 179–194.

Kalpakam S. and Arivarignan G. (1989a). A lost sales inventory system in a random Environment, *Stochastic Analysis and Applications*, **7**, 367–385.

Kalpakam S. and Arivarignan G. (1989b). (s, S) inventory systems with lost sales and Markov renewal demands, *Mathematical and Computer Modeling*, **12**, 1511– 1520.

Kalpakam S. and Arivarignan G. (1991). A lost sales inventory system with multiple reorder levels. In: Subramanian R., Beckmann M.J. and Gopalan M.N. (Eds.), *Stochastic Processes and Their Applications*, Springer, Berlin.

Karlin S. and Scarf H. (1958). Inventory models of the Arrow–Harris–Marschak type with time lag. In: Arrow K., Karlin, S. and Scarf H. (Eds.), *Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production*, Stanford University, Stanford, Ca (Chapter 10).

Kevork I. (2010). Estimating the optimal order quantity and the maximum expected profit for single-period inventory decisions, *Omega*, **38**, 218-227.

Kim D.H. and Park K.S. (1985). (Q,r) Inventory Model with a Mixture of Lost Sales and Time-Weighted Backorders, *Journal of the Operational Research Society*, **36** (3), 321-238.

Lau H.S. and Wang M.C. (1987). Estimating the lead-time demand distribution when the daily demand is non-normal and autocorrelated, *European Journal of Operational Research*, **29**, 60–69.

Lau A.H.L and Lau H.S. (2002). A Comparison of Different Methods for Estimating the Average Inventory Level in a (Q,R) System with Backorders, *International Journal of Production Economics*, **79**, 303-316.

Lau A.H.L, Lau H.S. and Robinson L.W. (2002). Convenient Expressions for computing the Exact Annual Cost of a Continuous-Review (Q,R) System with Backordering, *Journal of the Operational Research Society*, **53**, 655-663.

Liao C.J. and Shyu C.H. (1991). An analytical determination of lead time with normal demand, *International Journal of Operations and Production Management*, **11**, 72-78.

Love S.F. (1979). *Inventory Control*, McGraw-Hill, New York.

Maddala G.S. (1983). *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, New York.

Mansfield E. (1996). *Managerial Economics: Theory, Applications, and Cases*, W.W. Norton & Company, New York.

- Mohebbi E. and Posner M.J.M. (1998a). A continuous-review inventory system with lost sales and variable lead time, *Naval Research Logistics*, **45**, 259–278.
- Mohebbi E. and Posner M.J.M. (2002). Multiple replenishment orders in a continuous review inventory system with lost sales, *Operations Research Letters*, **30**, 117–129.
- Morse P.M. (1958). *Queues, Inventories and Maintenance*, Wiley, New York.
- Morton T.E. (1969). Bounds on the solution of the lagged optimal inventory equation with no demand backlogging and proportional costs, *SIAM Review*, **11**, 572–596.
- Montgomery D.C., Bazaraa M.S. and Keswani A.K. (1973). Inventory Models with a Mixture of Backorders and Lost Sales, *Naval Research Logistics Quarterly*, **20**, 255-263.
- Park K.S. (1982). Inventory Model with Partial Backorders, *International Journal of Systems Sciences*, **13**, 1313–1317.
- Platt D.E., Robinson L.W. and Freund R.B. (1997). Tractable (Q,R) Heuristic Models for constrained service levels, *Management Science*, **43**, 951-965.
- Quyang L-Y, Yen N-C and Wu K-S (1996). Mixture Inventory Model with Backorders and Lost-Sales for Variable Lead Time, *Journal of the Operational Research Society*, **47** (6), 829-832.
- Ravichandran N. (1984). Note on (s, S) inventory policy, *IIE Transactions*, **16**, 387– 390.
- Ray W.D. (1981). Computation of reorder levels when the demands are correlated and the lead time random, *Journal of the Operational Research Society*, **32**, 27-34.
- Ray W.D. (1982). ARIMA Forecasting Models in Inventory Control, *Journal of the Operational Research Society*, **33**, 567-574.
- Rosenberg D. (1979). A New Analysis of a Lot Size Model with Partial Backlogging, *Naval Research Logistics Quarterly*, **26**, 346–353.

- Rosling K. (1998). The (r,Q) Inventory Model with Lost Sales, Technical Report, Department of Industrial Engineering, Lund University.
- Silver E.A., Pyke F.E. and Peterson R. (1998). Inventory Management and Production Planning and Scheduling, 3rd Edition, Wiley, New York.
- Wagner H.M. (1975). Principles of Operations Research, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Wee H.M. (1999). Deteriorating inventory Model with Quantity Discount, Pricing and Partial Backordering, *International Journal of Production Economics*, **59**, 511–518.
- Yan H. and Cheng T.C.E. (1998). Optimal Production Stopping and Restarting Times for an EOQ Model with Deterioration Items, *Journal of the Operational Research Society*, **49**, 1288–1295.
- Yang G.K. (2007). Note on Sensitivity Analysis of inventory Model with Partial Backorders, *European Journal of Operational Research*, **177**, 865–871.
- Yano C.A. (1985). New Algorithm for (Q,R) Systems with Complete Backordering using a Fill-rate Criterion, *Naval Research Logistics Quarterly*, **32**, 657-688.
- Yaspan A. (1972). Fixed-stockout-probability order quantities with lost sales and time lag, *Operations Research*, **20**, 903–904.
- Zheng Y.S. (1992). On Properties of Stochastic Inventory Systems, *Management Science*, **38**, 87-103.
- Zipkin P.H. (2008b). On the structure of lost-sales inventory models, *Operations Research*, **56**, 937–944.
- Κεβόρκ Η.Σ. (2009). Αξιολόγηση εναλλακτικών εκτιμητριών της άριστης ποσότητας παραγγελίας σε συστήματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος, Πανελλήνιο Επιστημονικό Συνέδριο στην Εφαρμοσμένη Οικονομική, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Βόλος, 30-41.

Χάλκος Γ. (2006). Στατιστική, 2^η Έκδοση, Τυπωθήτω, Αθήνα.

Χάλκος Γ. (2007). Οικονομετρία, 1^η Έκδοση, Γκιούρδας Β., Αθήνα.

Παράρτημα

Τα εμπειρικά αποτελέσματα του κεφαλαίου 4 υπολογίστηκαν με την χρήση του Excel και της γλώσσας προγραμματισμού, Fortran.

Κώδικας Fortran

Για τον υπολογισμό των εμπειρικών αποτελεσμάτων του Κεφαλαίου 4 της παρούσας εργασίας, χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού, Fortran. Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο κώδικας που δημιουργήθηκε για τον υπολογισμό των εμπειρικών αποτελεσμάτων.

Στον κώδικα 1 υπολογίζονται για όλες τις μεθόδους το ελάχιστο συνολικό κόστος και η άριστη ποσότητα παραγγελίας για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων. Ανάλογοι κώδικες δημιουργήθηκαν για όλες τις μεθόδους για τον υπολογισμό του αναμενόμενου μέσου αποθέματος, κόστους κράτησης, χαμένων κερδών και σταθερού κόστους έλλειψης.

```

program min
implicit none
real(8) a,d,h,p,psik,po,qhw,qmbk,qmix,tchw,tcmbk,tcmix,ml,cv
real(8) b1(6),b2(3),s1(4),k(20),phikbig(20),phik(20)
integer i,j,y,z

a=50
h=0.2
p=0.5
po=2
ml=300

b1(1)=0
b1(2)=0.2
b1(3)=0.4
b1(4)=0.6
b1(5)=0.8
b1(6)=1

b2(1)=6
b2(2)=12
b2(3)=52

s1(1)=3
s1(2)=15
s1(3)=30
s1(4)=60

k(1)=1.959963985
k(2)=1.644853627
k(3)=1.281551566
k(4)=1.036433389
k(5)=0.841621234
k(6)=0.67448975
k(7)=0.524400513
k(8)=0.385320466
k(9)=0.253347103
k(10)=0.125661347
k(11)=2.36555E-15
k(12)=-0.025068908
k(13)=-0.253347103
k(14)=-0.385320466
k(15)=-0.524400513
k(16)=-0.67448975
k(17)=-0.841621234
k(18)=-1.036433389
k(19)=-1.281551566
k(20)=-1.644853627

phikbig(1)=0.975
phikbig(2)=0.95
phikbig(3)=0.9
phikbig(4)=0.85
phikbig(5)=0.8
phikbig(6)=0.75
phikbig(7)=0.7
phikbig(8)=0.65
phikbig(9)=0.6
phikbig(10)=0.55
phikbig(11)=0.5
phikbig(12)=0.45

```

```

phikbig(13)=0.40
phikbig(14)=0.35
phikbig(15)=0.3
phikbig(16)=0.25
phikbig(17)=0.2
phikbig(18)=0.15
phikbig(19)=0.1
phikbig(20)=0.05

```

```

phik(1)=0.05844507
phik(2)=0.10313564
phik(3)=0.175498332
phik(4)=0.233158775
phik(5)=0.27996192
phik(6)=0.317776573
phik(7)=0.347692614
phik(8)=0.370399004
phik(9)=0.386342533
phik(10)=0.395804878
phik(11)=0.39894228
phik(12)=0.398816942
phik(13)=0.386342533
phik(14)=0.370399004
phik(15)=0.347692614
phik(16)=0.317776573
phik(17)=0.27996192
phik(18)=0.233158775
phik(19)=0.175498332
phik(20)=0.10313564

```

```
open (1, file='mintc.txt')
```

```

10 format (10F10.5)
do z=1,4
cv=s1(z)/ml
print*,s1,cv
do i=1,3
print*,b2(i)
d=b2(i)*ml
print*,d
do j=1,6
print*,b1(j)
do y=1,20
print*, k(y),phikbig(y),phik(y)
psik=phik(y)-k(y)*(1-phikbig(y))
qhw=sqrt((2*a*d/h)+(2*p*d*s1(z)*psik/h))
qmbk=sqrt((2*a*d/h)+(2*p*d*s1(z)*psik/h)+(2*po*d*s1(z)*psik*(1-b1(j))/h))
qmix=sqrt((2*a*d/h)+(2*p*d*s1(z)*psik/h)+(2*po*d*s1(z)*psik*(1-b1(j))/h))
tchw=(a*d/qhw)+h*(0.5*qhw+k(y)*s1(z)+(p*d*s1(z)*psik/qhw)
tcmbk=(a*d/qmbk)+h*(0.5*qmbk+k(y)*s1(z)+(1-
b1(j))*s1(z)*psik)+(p*d*s1(z)*psik/qmbk)+(po*d*s1(z)*psik*(1-b1(j))/qmbk)
tcmix=(a*d/qmix)+h*(0.5*qmix+k(y)*s1(z)+(1-b1(j))*s1(z)*psik*(1-
phikbig(y)))+(p*d*s1(z)*psik/qmix)+(po*d*s1(z)*psik*(1-b1(j))/qmix)
print*, qhw,qmbk,qmix,tchw,tcmbk,tcmix
WRITE (1,10) s1(z),b2(i),b1(j),phikbig(y),qhw,qmbk,qmix,tchw,tcmbk,tcmix
end do
end do
end do
end do
end program min

```

Κώδικας 1

όπου:

α = κόστος παραγγελίας, A

d = ετήσια ζήτηση, \bar{D}

h = κόστος κράτησης

p = σταθερό κόστος ανά μονάδα έλλειψης, π

$\rho_{sik} = \psi_{\kappa}$

ρ_o = κέρδος ανά μονάδα, π_o

$q_{hw} = Q_{HW}^*$

$q_{mbk} = Q_{MBK}^*$

$q_{mix} = Q_{MIX}^*$

$t_{chw} = TC_{HW}^*$

$t_{mbk} = TC_{MBK}^*$

$t_{mix} = TC_{MIX}^*$

m_l = μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας, μ_L

cv = συντελεστής μεταβλητότητας

sl = η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας, σ_L

b_1 = το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα, b

b_2 = περίοδος αναφοράς της ζήτησης, β

$\rho_{hik} = \varphi_{\kappa}$

$\rho_{hikbig} = \Phi_{\kappa}$