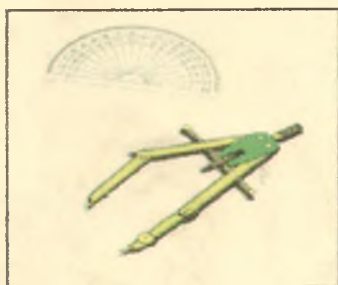


**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**  
**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**  
**ΥΠΕΥΘΥΝΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ: ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΙΔΗΣ**  
**ΚΩΝ/ΝΟΣ ΧΑΤΖΗΚΥΡΙΑΚΟΥ**  
**ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ: 2009**

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**«ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ  
ΕΜΒΛΑΔΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΟΥΣ ΣΤΗ Δ' ΤΑΞΗ  
ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ»**



**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ**  
**ΙΩΑΝΝΑ ΛΕΜΑ**



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 7983/1  
Ημερ. Εισ.: 19-01-2010  
Δωρεά: Συγγραφέας  
Ταξιθετικός Κωδικός: Δ  
372.7  
ΛΕΜ

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b> .....	<b>3</b>
<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	<b>3</b>
<b>A. ΤΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ</b> .....	<b>5</b>
Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΣΤΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ .....	5
ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ .....	6
<i>Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ VAN-HIELE</i> .....	7
<b>Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ</b> .....	<b>9</b>
ΘΕΩΡΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ .....	9
<i>ΕΠΙΚΟΛΟΜΙΣΜΟΣ</i> .....	9
ΤΟ ΜΑΘΗΣΙΑΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ.....	10
ΕΠΙΚΟΛΟΜΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ.....	13
<b>ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΕ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ</b> .....	<b>15</b>
ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ .....	15
ΕΡΕΥΝΕΣ ΓΙΑ ΤΑ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ .....	15
ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.....	19
<b>ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ</b> .....	<b>20</b>
Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΟΥΣ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ .....	20
<b>ΟΙ ΙΔΕΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ/ΤΡΙΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ</b> .....	<b>21</b>
<b>ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ</b> .....	<b>26</b>
ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΕ ΟΜΑΔΕΣ.....	26
Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ ΓΕΝΙΚΑ.....	27
<b>B. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ</b> .....	<b>29</b>
Η ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΗΣ ΜΑΘΗΣΗΣ.....	29
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ .....	30
Η ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....	30
ΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ .....	31
ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....	31
Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΤΩΝ ΕΜΠΕΙΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ .....	33
<b>Η ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ</b> .....	<b>34</b>
ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΤΟΥ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΟΜΑΔΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ .....	34
Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ.....	34
<i>Το πρώτο δίωρο</i> .....	34
<i>Το δεύτερο δίωρο</i> .....	37
ΤΟ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ .....	37
ΟΙ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗΣ .....	37
<b>ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ</b> .....	<b>43</b>
<b>1.ΤΟ PRE-TEST</b> .....	<b>43</b>
<b>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ</b> .....	<b>56</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	<b>59</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</b> .....	<b>63</b>

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διδασκαλία του μαθήματος της Γεωμετρίας είναι πολύ σημαντική στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση. Ιδιαίτερα οι έννοιες της **περιμέτρου** και του **εμβαδού** και η μέτρησή τους, θεωρούνται «δύσκολες» από τους/ις μαθητές/ριες και είναι συνυφασμένες με παρανοήσεις. Η κατανόηση των εννοιών της περιμέτρου και του εμβαδού απλών γεωμετρικών σχημάτων, θεωρείται ουσιαστικής σημασίας, γιατί είναι έννοιες που τα παιδιά συναντούν πολύ συχνά στην καθημερινή τους ζωή και καλούνται να λύσουν προβλήματα ή να αντιμετωπίσουν καταστάσεις που συνδέονται με αυτές τις έννοιες. Η χρήση χειραπτικών υλικών για τη διδασκαλία αυτών των εννοιών, έχει αποδειχτεί από έρευνες ότι βοηθά στην πληρέστερη κατανόησή τους από τα παιδιά και συμβάλλει στο να γίνει αντιληπτή σε μεγάλο βαθμό η μεταξύ τους σχέση, αλλά και οι εννοιολογικές διαφορές τους.

**ΛΕΞΕΙΣ – ΚΛΕΙΔΙΑ:** χειραπτικά υλικά, Εμβαδόν και Περίμετρος, διάκριση Εμβαδού και Περιμέτρου στα ορθογώνια, μετρήσεις, επίλυση προβλημάτων

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Γεωμετρία και οι μετρήσεις στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του Δημοτικού Σχολείου, αποτελούν δύο βασικούς άξονες γνωστικού περιεχομένου, ήδη από την πρώτη τάξη. Οι γεωμετρικές έννοιες της **Περιμέτρου** και του **Εμβαδού** απλών σχημάτων εισάγονται στην Τετάρτη τάξη. Οι γενικοί στόχοι που αφορούν στη διδασκαλία αυτών των εννοιών αναφέρονται στην εξάσκηση με τη βοήθεια γεωμετρικών οργάνων στο σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων, στον υπολογισμό και σύγκριση της Περιμέτρου απλών σχημάτων και στην κατανόηση, διαισθητικά, της έννοιας του Εμβαδού. Όσον αφορά στις μετρήσεις, τα παιδιά πρέπει να εξασκούνται στη μέτρηση μήκους και επιφάνειας, σε απλές μετατροπές μονάδων μέτρησης, καθώς στο να διαπιστώνουν απλά γεωμετρικά μοτίβα.

Σχετικές έρευνες που διεξήχθησαν με αντικείμενο την κατανόηση των συγκεκριμένων εννοιών από τα παιδιά, έδειξαν ότι τα τελευταία παρουσιάζουν δυσκολίες που αφορούν τόσο στην κατανόηση των δύο εννοιών όσο και στη μεταξύ τους σχέση.

Η Γεωμετρία ως μάθημα, αποτελεί μια πρόκληση για όσους τη διδάσκουν, όσον αφορά στη γνώση της διαλεκτικής συνύπαρξης ανάμεσα στη συγκεκριμένη και

αφηρημένη πλευρά της. Κι αυτό γιατί αυτή η διάκριση εμπλέκει περίπλοκους παράγοντες, όπως για παράδειγμα διάκριση ανάμεσα σε ένα συγκεκριμένο σχήμα κι έναν αφηρημένο τύπο και συχνά παραμένει κρυφή. Έτσι λοιπόν οι αφηρημένες και συγκεκριμένες πλευρές της Γεωμετρίας δεν πρέπει να τυποποιούνται και να θεωρητικοποιούνται, αλλά να γίνονται αντικείμενο πειραματισμού κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας. Και στο τέλος, η διαφορά ανάμεσα σε ένα συγκεκριμένο σχήμα κι έναν αφηρημένο τύπο πρέπει να προβάλλεται. Η πίεση του χρόνου που είναι δεδομένη στο ισχύον εκπαιδευτικό σύστημα, είναι ακόμη μία παράμετρος που ευνοεί ώστε να παραμένει και συχνά να μεγιστοποιείται το πρόβλημα που αφορά στη διδασκαλία των γεωμετρικών εννοιών.

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μια απόπειρα προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών της Περιμέτρου και του Εμβαδού στα ορθογώνια, της διάκρισης και της μέτρησής τους, με τη χρήση από τους/ις μαθητές/ριες συγκεκριμένων χειραπτικών υλικών.

Στο **πρώτο μέρος** της εργασίας παρουσιάζεται μια ανασκόπηση της διεθνούς βιβλιογραφίας για τη Γεωμετρία, τη θέση της στο Αναλυτικό Πρόγραμμα και τη διδακτική της προσέγγιση. Επίσης για τις γεωμετρικές έννοιες της Περιμέτρου και του Εμβαδού απλών γεωμετρικών σχημάτων και τις αντιλήψεις των μαθητών/ριών για αυτές τις έννοιες. Παρουσιάζονται επίσης ερευνητικά δεδομένα για τη χρήση χειραπτικών υλικών στη διδασκαλία της Γεωμετρίας και πιο συγκεκριμένα για τη διδασκαλία των δύο γεωμετρικών εννοιών που ερευνάται εδώ. Γίνεται αναφορά στη σχέση των παιδαγωγικών θεωριών που επικρατούν σήμερα στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης, με τη συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση και αναφέρονται **πλεονεκτήματα** και **μειονεκτήματα** που έχουν καταγραφεί σε σχετικές έρευνες.

Στο **δεύτερο μέρος** που είναι το ερευνητικό, αναφέρονται ο σκοπός της έρευνας, το δείγμα, το ερευνητικό υλικό και η ανάλυσή του καθώς και τα αποτελέσματα που προέκυψαν. Ακολουθούν τα συμπεράσματα και κάποιες προτάσεις.

## **A. ΤΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ**

### **Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΣΤΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ**

Στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών ως ειδικοί σκοποί της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο αναφέρονται:

«-Η απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων

-Η καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσου επικοινωνίας

-Η κατανόηση βασικών μαθηματικών μεθόδων

-Η εξοικείωση με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών και την αποδεικτική διαδικασία

-Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων

-Η ανάδειξη της δυνατότητας εφαρμογής και πρακτικής χρήσης των Μαθηματικών

-Η ανάδειξη της δυναμικής διάστασης της μαθηματικής επιστήμης -Η καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά

Ειδικότερα, για τις κύριες γνωστικές περιοχές της Γεωμετρίας και των Μετρήσεων, για την Τετάρτη τάξη του Δημοτικού Σχολείου, οι διδακτικοί στόχοι που θέτονται είναι οι εξής:

Οι μαθητές/ριες πρέπει:

Να εξασκούνται με τη βοήθεια οργάνων στη χάραξη παράλληλων και κάθετων ευθειών και στο σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων

Να εξασκούνται στον υπολογισμό (Μετρήσεις) της Περιμέτρου απλών σχημάτων

Να κατανοήσουν διαισθητικά την έννοια του Εμβαδού

Να εξασκηθούν στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα, σε τετραγωνισμένο χαρτί.

Να εξασκούνται στον υπολογισμό του Εμβαδού με μη τυπικές μονάδες μέτρησης.

## ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Σύμφωνα με τους **Fujita & Jones(2002)**, η διδασκαλία και μάθηση της Γεωμετρίας παραμένει ένα μεγάλο πρόβλημα στη μαθηματική εκπαίδευση. Αυτό οφείλεται κατά κύριο λόγο στη διττή της φύση. Αποτελεί αφενός ένα θεωρητικό περιβάλλον κι αφετέρου ίσως το περισσότερο συγκεκριμένο και συνδεδεμένο με την πραγματικότητα κομμάτι των Μαθηματικών. Αυτή η διττή φύση έχει και διπλές συνέπειες για τη διδασκαλία και μάθησή της. Το κενό ανάμεσα στη θεωρητική και πρακτική Γεωμετρία φαίνεται δύσκολο στους μαθητές να το καλύψουν, τουλάχιστον με τις συγκεκριμένες διδακτικές μεθόδους και το διδακτικό υλικό που χρησιμοποιείται.

Σύμφωνα με τον **Revuz**, για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας, κάποιος πρέπει να χρησιμοποιεί όσο περισσότερες προσεγγίσεις του πραγματικού χώρου είναι δυνατόν και για κάθε προσέγγιση να κατασκευάζει μοντέλα. Ένα μοντέλο είναι η σχηματοποίηση της κατάστασης στα αληθινά και ουσιαστικά χαρακτηριστικά τα οποία πρέπει να περιγραφούν με μαθηματικούς όρους, με σκοπό να καταστεί δυνατή η χρήση μαθηματικών εργαλείων για να το μελετήσουν. Στις συνθήκες διδασκαλίας τις οποίες έχουμε σχεδόν σε κάθε χώρα, μια ολοκληρωτικά αφηρημένη προσέγγιση της Γεωμετρίας δεν μπορεί να γίνεται πριν από την ηλικία των 15-16 χρόνων. Δεν πρέπει να υποχρεώνονται οι μαθητές να σκέφτονται αφαιρετικά, χωρίς να τους παρέχονται κίνητρα για αυτό.

Στην ελληνική σχολική πραγματικότητα όμως, συμβαίνει ακριβώς αυτό. Οι μαθητές/ριες διδάσκονται γεωμετρικές έννοιες εντελώς θεωρητικά, χωρίς να τους δίνεται η δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν τις αισθήσεις τους όπως την όραση και την αφή, έτσι ώστε να αναπαραστήσουν διαισθητικά τις έννοιες τις οποίες καλούνται να κατανοήσουν και να επεξεργαστούν. Ό,τι διδάσκεται στο δημοτικό σχολείο στο μάθημα της Γεωμετρίας, αφορά σε εφαρμογές κι ασκήσεις εύρεσης μεγεθών γεωμετρικών εννοιών, παρά στις ίδιες τις έννοιες. Μπορούν δηλαδή τα παιδιά να βρίσκουν το Εμβαδόν ή την Περίμετρο ενός ορθογώνιου σχήματος, δεν κατανοούν όμως την έννοια του Εμβαδού και τι ακριβώς σημαίνει ο αριθμός που βρήκαν κάνοντας χρήση του τύπου.

Ένας άλλος παράγοντας στον οποίο δεν δίνεται η σημασία και η βαρύτητα που του πρέπει, είναι το γνωστικό υπόβαθρο των εκπαιδευτικών που διδάσκουν Γεωμετρία στο δημοτικό σχολείο. Λέγοντας γνωστικό υπόβαθρο εννοούμε τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τις γεωμετρικές έννοιες που καλούνται να διδάξουν και αν οι

ιδιοι/ες τις έχουν κατανοήσει στο βαθμό και το μέτρο, ώστε να τις διδάξουν με τρόπο τέτοιο που να μην προκαλεί τη δημιουργία παρανοήσεων από τους/ις μαθητές/ριες.

«Η διαδικασία οικοδόμησης γεωμετρικών εννοιών στη σκέψη των παιδιών δεν πρέπει να θεωρείται ένα αυθόρμητο, προφανές αποτέλεσμα ενός συνηθισμένου μαθήματος Γεωμετρίας»(Fishbein,1993). Αντίθετα η διδασκαλία της Γεωμετρίας πρέπει να οργανώνεται στη βάση συγκεκριμένων στόχων και λαμβάνουσα υπόψη τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης των παιδιών.(Κολέζα,2000).

## **Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ VAN-HIELE**

Εδώ, θα πρέπει να αναφερθεί η θεωρία των γεωμετρικών επιπέδων σκέψης του Van-Hiele. Αυτή αναφέρει πως η εξέλιξη της γεωμετρικής σκέψης ενός ατόμου, βασίζεται σε ένα μοντέλο που περιλαμβάνει πέντε επίπεδα ανάπτυξης. Κάθε επίπεδο χαρακτηρίζεται από τις ικανότητες αντίληψης, διάκρισης και συσχέτισης των γεωμετρικών εννοιών και των χαρακτηριστικών τους. Οι ικανότητες αυτές αποτυπώνονται στις ενέργειες επεξεργασίας των γεωμετρικών εννοιών που επιχειρεί το άτομο κάθε φορά. Τα επίπεδα αυτά είναι τα εξής:

### 1. Το επίπεδο της οπτικής αναγνώρισης(visualization)

Το άτομο εδώ, εστιάζει περισσότερο στη φυσική εμφάνιση των σχημάτων, παρά στα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητές τους.

### 2. Το επίπεδο της ανάλυσης(analysis)

Το άτομο αρχίζει να διακρίνει τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα και να αναλύει τις γεωμετρικές έννοιες. Μπορεί ακόμη και να ταξινομεί τα σχήματα με βάση τις ιδιότητές τους.

### 3. Το επίπεδο της αφαίρεσης ή μη τυπικής σκέψης(abstraction ή informal deduction)

Το άτομο συνδέει σχήματα με βάση τις ιδιότητές τους ή διακρίνει σχέσεις μεταξύ ενός σχήματος και των ιδιοτήτων του.

### 4. Το επίπεδο της τυπικής σκέψης(deduction)

Το άτομο, με βάση τη μαθηματική λογική, μπορεί να κατασκευάζει και να αιτιολογεί αποδείξεις.

### 5. Το επίπεδο της αυστηρότητας(rigor)

Το τελευταίο αυτό επίπεδο απαιτεί ποικίλες νοητικές διεργασίες από το άτομο και δεν έχει αναπτυχθεί ιδιαίτερα στην εργασία του Van-Hiele.



Μερικά βασικά σημεία της θεωρίας αυτής είναι ότι η ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης είναι ανεξάρτητη από την ηλικία του ατόμου, η εξέλιξη από το ένα επίπεδο στο άλλο δεν μπορεί να γίνει αν δεν έχουν αποκτηθεί οι ικανότητες που αφορούν στο προηγούμενο επίπεδο, καθώς επίσης και ότι το μοντέλο αυτό ανάπτυξης αναφέρεται σε κάθε γεωμετρική έννοια χωριστά. Ανάλογα δηλαδή με τη γεωμετρική έννοια που πραγματεύεται το άτομο, μπορεί να εμφανίζει και μια διαφοροποίηση στο επίπεδο ανάπτυξης της γεωμετρικής του σκέψης.

Πιο αναλυτικά, σύμφωνα με τον **Van-Hiele(1986)**, στο πλαίσιο της διαδικασίας διδασκαλίας και μάθησης, η μελέτη του σχήματος πρέπει να περιλαμβάνει τουλάχιστον τέσσερις δραστηριότητες:

Αναγνώριση – Αναπαράσταση – Ανάλυση – Ομαδοποίηση

Γνωρίζω καλά ένα σχήμα όταν μπορώ:

- Να το αναγνωρίσω μεταξύ άλλων σχημάτων και κάτω από διάφορες μορφές αναπαράστασής του
- Να το σχεδιάσω κάτω από ποικίλες προϋποθέσεις ( υπό κλίμακα, κρατώντας σταθερά κάποια χαρακτηριστικά και μεταβάλλοντας κάποια άλλα, κ.λ.π.)
- Να εντοπίσω ομοιότητες και διαφορές του με άλλα σχήματα(άρα να δημιουργήσω ομάδες σχημάτων με κοινά χαρακτηριστικά)
- Να διακρίνω τα στοιχεία που το συνθέτουν και τις μεταξύ τους σχέσεις

Οι ικανότητες αυτές συνοψίζουν το περιεχόμενο των δύο πρώτων επιπέδων γεωμετρικής σκέψης σύμφωνα με το μοντέλο Van-Hiele, και τους άξονες πάνω στους οποίους θα οργανωθεί η μύηση των μαθητών/ριών στις γεωμετρικές έννοιες στο πλαίσιο της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Αυτό που είναι σημαντικό είναι ότι η μετάβαση από το ένα επίπεδο στο επόμενο, δεν είναι μόνο μια φυσική διαδικασία, αλλά πραγματοποιείται κάτω από την επίδραση ενός προγράμματος διδασκαλίας-μάθησης.

## Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

### ΘΕΩΡΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

#### ΕΠΟΙΚΟΔΟΜΙΣΜΟΣ

Σύμφωνα με τον **Clements(1997)**, ο εποικοδομισμός δεν είναι ένας ‘τύπος’ μάθησης. Δεν έχει νόημα να πιστεύουμε ότι σήμερα ένας μαθητής μαθαίνει με ‘έναν εποικοδομητικό τρόπο, αλλά αύριο θα μαθαίνει με κάποιον διαφορετικό τρόπο. Στον πυρήνα του, ο αλλιώς λεγόμενος και κονστρουκτιβισμός, είναι μια φιλοσοφία μάθησης η οποία προσφέρει μια προοπτική για το πώς όλοι οι άνθρωποι μαθαίνουν συνεχώς.

Η ερμηνεία του εποικοδομισμού ως γνωστικής θέσης και η οποία υποστηρίζει ότι όλη η γνώση δομείται κι ότι τα εργαλεία της οικοδόμησης περιέχουν γνωστικές δομές που είτε είναι εγγενείς είτε είναι αυτές οι ίδιες προϊόντα της αναπτυξιακής οικοδόμησης, είναι αυτή που υιοθετείται από τους περισσότερους θιασώτες του όσον αφορά στη μαθηματική εκπαίδευση.

Ο **VonGlaserfeld(1987b)**, για παράδειγμα λέει: «...το να αντιλαμβάνεται κανείς από μια εποικοδομητική άποψη, είναι πάντα μια ενεργή πράξη, παρά μια παθητική σύλληψη». Επίσης υποστηρίζει πως «η λειτουργία της γνώσης είναι προσαρμοστική και εξυπηρετεί στην οργάνωση του κόσμου των εμπειριών και όχι στην ανακάλυψη μιας προυπάρχουσας και ανεξάρτητης από τον άνθρωπο αντικειμενικής αλήθειας».

Οι εποικοδομιστές στην εκπαίδευση των Μαθηματικών, ισχυρίζονται ότι ο γνωστικός εποικοδομισμός υπονοεί παιδαγωγικό εποικοδομισμό, που σημαίνει ότι η αποδοχή των προτάσεων του εποικοδομισμού για τη γνώση και αυτούς που την κατέχουν, υπονοεί ένα τρόπο διδασκαλίας, ο οποίος αναγνωρίζει τους μαθητές ως ενεργούς κατόχους της γνώσης.

Η υιοθέτηση της χρήσης χειραπτικών υλικών από τους δασκάλους, ήταν η πρώτη βασική σύσταση του εποικοδομισμού. Αυτή η σύσταση ήταν μια πρώιμη κι αληθοφανής προσπάθεια να εφαρμοστεί η πιαζετιανή θεωρία απευθείας στη διδασκαλία. Αυτό όμως που είναι το ζητούμενο και είναι δύσκολο, είναι ότι οι μαθητές/ριες πρέπει να έχουν ένα σκοπό για να εμπλακούν στο χειρισμό αντικειμένων. Αλλιώς τα αντικείμενα μπορούν να είναι τόσο μυστήρια όσο και οι αριθμοί. Επιπρόσθετα, το ότι ‘όταν οι μαθητές χρησιμοποιούν χειραπτικά αντικείμενα, τότε μαθαίνουν «ενεργητικά»’, αποτελεί μύθο. Τα συγκεκριμένα

χειραπτικά αντικείμενα μπορούν να βοηθήσουν τους/ις μαθητές/ριες να οικοδομούν ενεργητικά τη γνώση(Clements & McMillen,1996), εν τούτοις οι δάσκαλοι/ες μπορούν επίσης να χρησιμοποιούν χειραπτικά αντικείμενα για να επιβάλουν(ή να εκμεταλλευτούν) ορισμένες διαδικασίες για συνηθισμένους τύπους προβλημάτων. Οι μαθητές τότε μαθαίνουν να χρησιμοποιούν τα χειραπτικά αντικείμενα μόνο με έναν «παπαγαλίστικο» τρόπο(Clements & McMillen, 1996). Έτσι η διδασκαλία με χειραπτικά υλικά δεν είναι απαραίτητα εποικοδομητική διδασκαλία.

Ο εποικοδομισμός λοιπόν πρέπει να θεωρείται και ως μια γνωστική θέση αλλά και ως μεθοδολογική προοπτική. Έτσι μπορεί να γίνει ισχυρό εργαλείο στο να μας βοηθά να ερευνούμε τη μάθηση των Μαθηματικών, να αναπτύσσουμε κατάλληλες διδακτικές στρατηγικές και να θέλουμε να σκεφτόμαστε τα καθημερινά προβλήματα της καθημερινής διδακτικής πρακτικής.

Ερευνητικά δεδομένα υποδηλώνουν ότι οι μαθητές χρειάζονται ευκαιρίες και για ανακάλυψη και για εξάσκηση. Τα δεδομένα από αρκετές ερευνητικές μελέτες δείχνουν ότι όταν οι μαθητές ανακαλύπτουν τις μαθηματικές ιδέες και διαδικασίες, αποκτούν μια ισχυρότερη εννοιολογική κατανόηση των συνδέσεων ανάμεσα στις μαθηματικές έννοιες.

## ΤΟ ΜΑΘΗΣΙΑΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

Για να είναι η διδασκαλία των Μαθηματικών συμβατή με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. και το Α.Π.Σ., του Δημοτικού σχολείου, είναι αναγκαίο να διαμορφωθεί στο σχολείο και στην τάξη ένα μαθησιακό περιβάλλον, βασικά στοιχεία του οποίου είναι:

- Να κατανοήσουν οι μαθητές την αξία των μαθηματικών και συνεπώς τη χρησιμότητά τους στη ζωή.
- Ενεργός συμμετοχή των μαθητών στη διδακτική πράξη και συγκεκριμένα σε μαθηματικές δραστηριότητες, που δεν τις απομνημονεύουν, αλλά τις κατανοούν, που έχουν νόημα γι' αυτούς.
- Αξιοποίηση της γνώσης που έχει ήδη ο μαθητής για να οδηγηθεί στη νέα.
- Κατανόηση όλων των μηχανισμών λειτουργίας της μαθηματικής σκέψης και όχι απομνημόνευση.
- Απόκτηση από το μαθητή ικανοτήτων διαχείρισης πληροφοριών και κριτικής σκέψης, που θα τον βοηθήσουν ν' αποκτήσει στρατηγική επίλυσης προβλημάτων, όχι μόνο μαθηματικών, αλλά ευρύτερου χαρακτήρα, της καθημερινής ζωής.

-Αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών, μέσω των οποίων η διδακτική πράξη αποκτά νέα δυναμική, γιατί μπορούν να εφαρμοστούν σε πολλές περιπτώσεις του αναλυτικού προγράμματος, αλλά και να συνδέσουν τα μαθηματικά με άλλα γνωστικά αντικείμενα.

-Σε κάθε περίπτωση λαμβάνονται υπόψη οι ιδιαιτερότητες των μαθητών, έτσι ώστε να προσαρμοστεί η διδακτική πράξη σ' αυτές, ενώ δεν πρέπει να λησμονείται ότι οι μαθητές είναι παιδιά και συνεπώς η χρήση των παιχνιδιών για την ανακάλυψη νέων γνώσεων και την εμπέδωση των ήδη γνωστών, αποτελεί ένα αποτελεσματικό μέσο διδασκαλίας.

Σύμφωνα με τις νεότερες μεθοδολογικές προσεγγίσεις, ο ρόλος του εκπαιδευτικού αλλάζει. Δεν είναι πλέον αυθεντία. Δεν είναι ο κυρίαρχος πόλος της τάξης. Πηγαίνει δίπλα στο μαθητή. Γίνεται κι αυτός ένα μέλος της ομάδας, συμμετέχοντας ενεργά στη διδασκαλία ως ένας επί πλέον μαθητής, αποφεύγοντας να μονοπωλεί το λόγο. Στηρίζει, ενθαρρύνει, εμπνέει τους μαθητές, δείχνοντάς τους με βιωματικό τρόπο τη χαρά της ανακάλυψης της γνώσης. Για να το πετύχει όμως αυτό, οφείλει να γνωρίζει το μηχανισμό με τον οποίο οι μαθητές του κατανοούν τις μαθηματικές έννοιες, να εντοπίζει τα λάθη που πραγματοποιούν και στη συνέχεια να ερμηνεύει τις αιτίες στις οποίες οφείλονται αυτά.

Επί πλέον δεν μένει προσκολλημένος στο διδακτικό εγχειρίδιο και στη σειρά της ύλης που πρέπει να διδαχθεί. Σε κάθε περίπτωση προσαρμόζει το περιεχόμενο της διδασκαλίας του στις ιδιαιτερότητες και στο γνωστικό επίπεδο των μαθητών του. Κατά συνέπεια πολλές από τις δραστηριότητες που περιλαμβάνονται στα διδακτικά εγχειρίδια, είναι αναγκαίο να τις αντικαταστήσει με άλλες.

Στο νέο διδακτικό περιβάλλον, στο κέντρο της τάξης βρίσκεται ο μαθητής. Η διδακτέα ύλη των Μαθηματικών οφείλει να συνδέει την καθημερινότητα των μαθητών με τα άλλα γνωστικά αντικείμενα: γλώσσα, γεωγραφία, ιστορία, φυσική, τέχνη, κλπ. Τα προβλήματα που καλούνται να επιλύσουν οι μαθητές θα πρέπει να συνδέονται με πραγματικές καταστάσεις, με τις εμπειρίες τους. Μόνο τότε θα εμπλακούν δημιουργικά στη μαθηματική πράξη, γιατί τότε οι καταστάσεις και τα προβλήματα που καλούνται να επιλύσουν και να ερμηνεύσουν θα έχουν νόημα γι' αυτούς, όπως προαναφέρουμε.

Κατά τη διάρκεια της επίλυσης προβλημάτων, οι μαθητές/ριες συνειδητοποιούν σταδιακά **ότι δουλεύω πάνω σε μια μαθηματική δραστηριότητα σημαίνει κυρίως: προσδιορίζω το πρόβλημα, εικάζω για το αποτέλεσμα, πειραματίζομαι με τη**

βοήθεια παραδειγμάτων, συνθέτω ένα συλλογισμό, διατυπώνω μια λύση, ελέγχω τα αποτελέσματα και αξιολογώ την ορθότητά τους σε συνάρτηση με το αρχικό πρόβλημα. Γι' αυτό το λόγο η επίλυση προβλημάτων πρέπει να αποτελεί το κέντρο του ενδιαφέροντος ενός Π.Σ. των Μαθηματικών, όχι απαραίτητα ως ανεξάρτητη θεματική περιοχή, αλλά ως βασικός άξονας γύρω από τον οποίο θα οργανωθεί η διδασκαλία των βασικών μαθηματικών εννοιών και να τις κρίνουμε σε σχέση με το σκοπό μας.

Με τη διαδικασία **επίλυσης προβλημάτων** οι μαθητές:

-Ερευνούν και κατανοούν μαθηματικά περιεχόμενα (έννοιες, συλλογισμούς κτλ.)

-Διατυπώνουν προβλήματα με αφορμή καθημερινές ή μαθηματικές καταστάσεις.

-Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν ποικίλες στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων.

-Επαληθεύουν και ερμηνεύουν αποτελέσματα σε σχέση με το αρχικό πρόβλημα.

-Γενικεύουν λύσεις και στρατηγικές έτσι ώστε να βρίσκουν εφαρμογή σε νέες καταστάσεις.

-Αποκτούν εμπιστοσύνη ως προς τις μαθηματικές ικανότητές τους.

-Γίνονται ικανοί να εφαρμόζουν τη διαδικασία της μοντελοποίησης για την επεξεργασία πραγματικών καταστάσεων.

Η έρευνα της **Fawcett(1983)** με μαθητές που διδάσκονταν γεωμετρία έδειξε ότι οι μαθητές μπορούν να μάθουν βασικές έννοιες, δεξιότητες και τη δομή της γεωμετρίας μέσα από επίλυση προβλημάτων.

Εκτός από την ατομική προσπάθεια, η εργασία στο πλαίσιο μιας ομάδας δρα ενισχυτικά στη διαδικασία της μάθησης. Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να διευκολύνει τις γνωστικές αλληλεπιδράσεις, να προσφέρει ευκαιρίες για ανταλλαγή ιδεών, για υπεράσπιση και αντίκρουση ισχυρισμών, για ελεύθερη διατύπωση απόψεων. Η επίδραση της εργασίας σε ομάδες, και για ένα συγκεκριμένο έργο, μπορεί να αξιολογηθεί, τουλάχιστον, στα ακόλουθα επίπεδα:

- Διευκολύνει την εκτέλεση του έργου, π.χ. την επίλυση ενός προβλήματος, δεδομένου ότι το έργο αντιμετωπίζεται από πολλές οπτικές γωνίες και προσεγγίζεται με διάφορους τρόπους.

- Διευκολύνει τη διαδικασία του «προσωπικού αναστοχασμού» ο οποίος είναι ένας από τους πιο σοβαρούς παράγοντες της διαδικασίας της μάθησης. Αυτό σημαίνει ότι, στο πλαίσιο της ομάδας, αναπτύσσεται πιο φυσιολογικά η ικανότητα να παίρνουμε «αποστάσεις» από τις σκέψεις και τις πράξεις μας προκειμένου να τις αναλύσουμε.

## **ΕΠΟΙΚΟΔΟΜΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ**

Η σχολική τάξη αποτελεί ένα πολύπλοκο κοινωνικό περιβάλλον, στο πλαίσιο του οποίου λαμβάνει χώρα η διαδικασία της μάθησης. Περιλαμβάνει την κοινωνική αλληλεπίδραση μεταξύ όλων των συμμετεχόντων στη μαθησιακή διαδικασία, δηλαδή του/ης εκπαιδευτικού και των παιδιών. Από την άλλη μεριά καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση του κοινωνικού περιβάλλοντος της τάξης έχει και η αλληλεπίδραση των συμμετεχόντων με τα διδακτικά υλικά, αλλά και με το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών. Έτσι οι δραστηριότητες αλλά και ο τρόπος με τον οποίο αυτές εξελίσσονται και προσαρμόζονται στο Αναλυτικό Πρόγραμμα, οι ενέργειες του/ης εκπαιδευτικού μέσα από τις ερωτήσεις που θέτει, η αλληλεπίδρασή του/ης με τα παιδιά και ο τρόπος με τον οποίο τα τελευταία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, είναι στοιχεία που συντελούν στη διαμόρφωση του μαθησιακού περιβάλλοντος στη σχολική τάξη. Σύμφωνα με την εποικοδομητική θεώρηση οι ενέργειες των παιδιών και η ενασχόλησή τους με τα διδακτικά εργαλεία, κατέχουν κυρίαρχη θέση στην εξέλιξη των αντιλήψεών τους.

Ως προς τα Μαθηματικά ο μαθητής δυστυχώς συμπεριφέρεται όπως ένας υπολογιστής, δηλαδή εκτελεί διεργασίες υπολογισμού πάνω σε στοιχεία που έχουν προσδιοριστεί με τυπικό τρόπο, και επομένως είναι απλώς μια εξατομίκευση του προγράμματος ενός υπολογιστή. Συνεπώς, οι εξετάσεις δείχνουν ότι ο μαθητής γνωρίζει Μαθηματικά, πράγμα το οποίο δεν αληθεύει. Ο μαθητής απλώς συμπεριφέρεται ως γνώστης των Μαθηματικών χωρίς στην πραγματικότητα να γνωρίζει Μαθηματικά. Εκείνο που κάνει είναι να χειρίζεται σύμβολα με τη βοήθεια κανόνων χωρίς να γνωρίζει τι σημαίνουν αυτά τα σύμβολα. Σύμφωνα με τα πιο πάνω, απαιτείται γενναία στροφή για αλλαγή νοοτροπίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Η αδιαφορία και ο τρόμος του μαθητή μπροστά στα Μαθηματικά,

έτσι όπως αυτά σήμερα διδάσκονται, δεν είναι στην ουσία παρά η αδιαφορία και ο τρόμος μπροστά στο κενό περιεχομένου και στο μηχανιστικό, μπροστά σε μια σύγχρονη ζωή δίχως νόημα. Η απάνθρωπη ψυχρότητα, η έλλειψη συναισθήματος, το οποίο δένει τον άνθρωπο με το αντικείμενο, η απαίτηση μόνο για επιτεύξεις και αποτελέσματα, η ψυχολογική και υλική εκμετάλλευση όλων των δυσκολιών, κάνουν ένα από τα υψηλότερα δημιουργήματα του ανθρώπου απρόσιτο, αδιάφορο και απωθητικό για τους νέους. Οι μαθητές, στην πλειοψηφία τους, αφενός δεν έχουν πηγαίο κίνητρο και ενδιαφέρον γι' αυτά, αφετέρου μένουν με ψευδείς, στρεβλές και λανθασμένες εντυπώσεις για το τι πραγματικά είναι τα Μαθηματικά, χωρίς να μπορέσουν ποτέ να μπουν στην ουσία και στην ομορφιά τους. Και στη συνέχεια, ως δάσκαλοι και γονείς, αναπαράγουν τη λανθασμένη νοοτροπία, την άγνοια και τη σύγχυση.

Στόχος λοιπόν του/ης εκπαιδευτικού δεν είναι «να διδάξει» μια μαθηματική έννοια αλλά κυρίως μέσα από τις ενέργειες των παιδιών να διερευνήσει αλλά και να εξελίξει τις αντιλήψεις τους σχετικά με τις συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες. Το ζητούμενο δηλαδή, είναι ο μαθητής μέσα από δραστηριότητες με συγκεκριμένα χειραπτικά αντικείμενα, να εμπλακεί στη μαθησιακή διαδικασία, οικοδομώντας μόνος του τη γνώση. Επιπλέον θα προσθέταμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η συμμετοχή των παιδιών σε δραστηριότητες, που σημαίνει ότι έχουν περισσότερες ευκαιρίες μέσα στην τάξη να εκφράσουν τις σκέψεις τους ή να τις ανταλλάξουν με τους/ις συμμαθητές/ριές τους στην ομάδα τους και με τον/ην εκπαιδευτικό, τόσο βαθύτερα κατανοούν τις υπό διαπραγμάτευση μαθηματικές έννοιες. Έτσι, ανακαλύπτουν τις τυχόν παρανοήσεις τους και προχωρούν στις απαραίτητες συνδέσεις ανάμεσα στις μαθηματικές έννοιες, τις οποίες μπορεί να χρησιμοποιήσουν κατά την επίλυση προβλημάτων.

## ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΕ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

### ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

### ΕΡΕΥΝΕΣ ΓΙΑ ΤΑ ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

Η Szendrei(1996) διακρίνει δύο κυρίως είδη διδακτικού υλικού: τα συγκεκριμένα υλικά ή αλλιώς «κοινά εργαλεία» που είναι εργαλεία της καθημερινής ζωής και χρησιμοποιούνται στην τάξη για εκπαιδευτικούς σκοπούς και τα υλικά που φτιάχνονται για αποκλειστική χρήση στο σχολείο.

Λέγοντας χειραπτικά υλικά, εννοούμε συγκεκριμένα αντικείμενα που βοηθούν τους μαθητές να μάθουν περισσότερα, εξερευνώντας καταστάσεις με τη χρήση των χεριών τους, χτίζοντας και δημιουργώντας, ξεχωρίζοντας, συνθέτοντας σχήματα, ξεδιαλέγοντας και ταξινομώντας.

Επίσης παρέχουν στους μαθητές έναν διαφορετικό τύπο επικοινωνίας, επιτρέποντάς τους να χτίσουν ένα μοντέλο ή να αναπαραστήσουν τις ιδέες τους.

Τα χειραπτικά υλικά πρέπει να ενσωματωθούν σε δραστηριότητες ώστε να βοηθήσουν τους/ις μαθητές/ριες να εξερευνήσουν έννοιες και να χτίσουν την κατανόησή τους.

Έρευνες αποτυπωμένες στην διεθνή βιβλιογραφία, σχετικές με την αποτελεσματικότητα της μάθησης με χρήση χειροπιαστών υλικών και αντικειμένων είναι αντιφατικές, και αναφέρουν επιτυχίες και αποτυχίες (, **Freidman 1978, Sowell 1989**). Τις τελευταίες δεκαετίες ο ριζοσπαστικός και ο κοινωνικός Εποικοδομισμός (Radical, social, Constructivism) (**Glaserfeld, 1995, Cobb P., Yackel E., Wood T., 1992**) έδωσαν ώθηση στην χρήση των υλικών αντικειμένων για την ενεργητική μάθηση και την διδασκαλία μαθηματικών εννοιών διερευνώντας αποτελεσματικούς τρόπους χρήσης τους επισημαίνοντας όμως παράλληλα ότι υπάρχουν όρια και περιορισμοί που τα συνοδεύουν. Οι μαθηματικές έννοιες που είναι για άλλους ενσωματωμένες και για άλλους ενσφηνωμένες στις διδακτικές αυτές αναπαραστάσεις είναι φανερές μόνο για τους ειδικούς που ήδη γνωρίζουν την ύπαρξη τους και είναι ικανοί να τις αναγνωρίσουν. Για τους μαθητές είναι απλά αντικείμενα. Με άλλα λόγια από μόνα τους τα αντικείμενα δεν μεταφέρουν γνώση. Δηλαδή τα αντικείμενα γίνονται αποτελεσματικά, σχετικά και διαφανή μέσω της χρήσης τους σε ειδικές δραστηριότητες και σε σχέση με τους μετασχηματισμούς στους οποίους υποβάλλονται από τους χρήστες.



«Οι μαθητές της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης πρέπει να έχουν την ευκαιρία να μελετούν γεωμετρικές έννοιες πέρα από την αναγνώριση απλών σχημάτων. Δραστηριότητες με συγκεκριμένα υλικά είναι ένας αποτελεσματικός τρόπος για τους/ις μαθητές/ριες να εξερευνούν συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες και να συνδέουν τη μελέτη των Μαθηματικών με τον πραγματικό κόσμο. Προσεχτικά σχεδιασμένες μαθηματικές δραστηριότητες μπορούν να είναι ένα βασικό κομμάτι της μαθηματικής εμπειρίας όλων των μαθητών που θα τους δώσει τη δυνατότητα να είναι μαθηματικά ικανοί».(Weber, W. & Lawphere-Jordan, P. (2003).

**O Heddens (2005)**, υποστηρίζει ότι η χρήση συγκεκριμένων υλικών στη διδασκαλία των Μαθηματικών, βοηθά τους/ις μαθητές/ριες:

- \* Να σχετίζουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου με το μαθηματικό συμβολισμό
- \* Να εργάζονται συνεργατικά στη λύση προβλημάτων
- \* Να συζητούν για μαθηματικές ιδέες και έννοιες
- \* Να εξωτερικεύουν τη μαθηματική σκέψη τους
- \* Να κάνουν παρουσιάσεις μπροστά σε πολυπληθή ομάδα
- \* Να αντιληφθούν ότι υπάρχουν πολλοί, διαφορετικοί τρόποι για τη λύση προβλημάτων
- \* Να αντιληφθούν ότι τα μαθηματικά προβλήματα μπορούν να συμβολιστούν με πολλούς, διαφορετικούς τρόπους
- \* Να αντιληφθούν ότι μπορούν να λύσουν μαθηματικά προβλήματα χωρίς να ακολουθούν απλά τις οδηγίες του δασκάλου.

Παρόλα αυτά η χρήση χειραπτικών υλικών δεν αποτελεί απαραίτητα εγγύηση ότι οι μαθητές θα είναι ικανοί να κάνουν συνδέσεις με αυτά που διδάσκονται στα μαθηματικά.

Έχουν διεξαχθεί κι έρευνες που προτείνουν ότι δραστηριότητες με χειραπτικά υλικά, μπορεί να μην είναι πολύ αποτελεσματικές.(Dickson, 1989; Hart & Sinkinson, 1988).

Προτείνονται δύο κυρίως λόγοι για αυτή την αναποτελεσματικότητα. Ο πρώτος είναι ότι τα στερεά υλικά μπορεί να αποκρύπτουν στην πραγματικότητα τις σημαντικές σχέσεις, τις οποίες έχουν πρόθεση να διαφωτίσουν. Σε έρευνα που διεξήγαγαν οι **Doig, Cheeseman και Lindsay(1995)**, βρήκαν ότι οκτάχρονα παιδιά που χρησιμοποίησαν ξύλινα πλακάκια για να καλύψουν μια επιφάνεια, είχαν διπλάσια

επιτυχία από εκείνα που χρησιμοποιούσαν χάρτινα κομμάτια. Αυτό συμβαίνει γιατί με τα ξύλινα πλακάκια το πρόβλημα της επικάλυψης αποφεύγεται. Τα πλακάκια ταιριάζουν σωστά κατά μήκος των άκρων χωρίς να υπάρχει ανάγκη για μέτρηση και μπορούν να μετρούνται ένα-ένα, καθώς τοποθετούνται. Στα συγκεκριμένα υλικά η δομή της παράταξης είναι εγγενής και δε χρειάζεται να γίνει κατανοητή από το/η μαθητή/ρια.

Ο δεύτερος λόγος είναι ότι τα παιδιά μπορεί να μη συσχετίζουν τα στερεά υλικά με τις μαθηματικές έννοιες τις οποίες υποτίθεται ότι αναπαριστούν. Ο διαχωρισμός που γίνεται, διαφαίνεται επαρκώς σε μια μελέτη σε μια μελέτη των **Bell et al.(1983)**, στην οποία πολλά παιδιά μπορούσαν να βρουν τον αριθμό των τετραγωνικών μονάδων(ενοτήτων) οι οποίες κάλυπταν ένα σχήμα, αλλά στη συνέχεια δεν μπορούσαν να δηλώσουν το Εμβαδό του σχήματος.

Όλα τα παραπάνω μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι τα αντικείμενα από μόνα τους δεν μπορούν να μεταφέρουν γνώση.

Οι **Lesh, Behr, & Post(1987)**, αναφέρουν ότι: «Μια διαφανής αναπαράσταση δεν θα πρέπει να έχει ούτε περισσότερο ούτε λιγότερο νόημα από την/ις ιδέα/ες ή τη/ις δομή/ές που αναπαριστά». Ο **Meira(1998)**, υποστηρίζει ότι η διαφάνεια των αντικειμένων δεν μπορεί να καθοριστεί από την τυπική ανάλυση των εγγενών ποιοτήτων τους. Για τον **Meira(1998)**, η διαφάνεια των συγκεκριμένων αντικειμένων είναι ένα αναδυόμενο φαινόμενο περίπλοκα συνυφασμένο με τις τρέχουσες δραστηριότητες του μαθητή και τη συμμετοχή του στις εξελισσόμενες πολιτιστικές πρακτικές. Δηλαδή τα αντικείμενα γίνονται αποτελεσματικά, σχετικά και διαφανή μέσω της χρήσης τους σε ειδικές δραστηριότητες και σε σχέση με τους μετασχηματισμούς στους οποίους υποβάλλονται από τους χρήστες.

Αν και μερικά από τα προβλήματα που βιώνουν οι μαθητές/ριες, μπορούν να αποδοθούν σε ανεπαρκή διδασκαλία, εν τούτοις η σχέση ανάμεσα στην κάλυψη με στερεά υλικά και στον τύπο του Εμβαδού είναι τόσο ασαφής, ώστε οι χειραπτικές δραστηριότητες να μην υποστηρίζουν τη μάθηση.(**Hart, 1987, 1993; Hart & Sinkinson, 1988**). Αυτό είναι ένα κοινό εύρημα στις έρευνες για τα χειραπτικά υλικά.(**Hiebert & Carpenter, 1992**).

Σχέδια, που φτιάχνουν τα παιδιά για να αποδώσουν ορθογώνιες παρατάξεις, δεν έχουν ερευνηθεί επαρκώς, παρά το γεγονός ότι τα σχέδια είναι ένα χρήσιμο και ουσιαστικό εργαλείο στην έρευνα για τα περισσότερα θέματα που αφορούν στο Εμβαδόν. Ο **Mitchelmore(1983)**, σε σχετική έρευνα, βρήκε ότι αν και οι

περισσότεροι μαθητές έδωσαν τις σωστές τιμές για τα εμβαδά διάφορων ορθογώνιων, κανείς δεν μπόρεσε να σχεδιάσει τις τετραγωνικές μονάδες μέσα στα σχήματα. Οι δυσκολίες των μαθητών/ριών, παρέμεναν μετά κι από εκτενή κάλυψη και δραστηριότητες με τουβλάκια. Γίνεται λοιπόν φανερό ότι το βήμα από το να λύσει κάποιος ένα πρόβλημα χρησιμοποιώντας στερεά υλικά, στο να αποδώσει( να αναπαραστήσει) αυτό το πρόβλημα εικονογραφημένα( με σχέδιο), μπορεί να είναι πολύ μεγάλο. Κι αυτό γιατί η επιτυχία ενός σχεδίου προϋποθέτει μια λειτουργική κατανόηση της δομής της ορθογώνιας παράταξης. Η κατανόηση αυτή θεωρείται δεδομένη από τους δασκάλους, οι οποίοι δεν αντιλαμβάνονται τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές/ριες.

Το ότι ο αριθμός των μονάδων μέτρησης στην παράταξη πρέπει να εξαρτάται από τις μετρήσεις των πλευρών, μπορεί να φαίνεται αυτονόητο στους ενήλικες, αλλά δεν είναι σαφώς εμφανές στα παιδιά. Απαιτείται μια επαρκής κατανόηση της γραμμικής μέτρησης, χωρίς την οποία τα παιδιά αδυνατούν να μάθουν τη σχέση ανάμεσα στο μέγεθος της μονάδας μέτρησης και τις διαστάσεις του ορθογώνιου.

Επίσης αποδείχτηκε ότι η κατανόηση του πολλαπλασιασμού δεν είναι αναγκαία για μια κατανόηση της μέτρησης του Εμβαδού, αν και είναι ουσιαστική για τον τύπο που χρησιμοποιείται για την εύρεση του Εμβαδού.

Η χρήση των διδακτικών υλικών κι εργαλείων αποκτά κυρίαρχο ρόλο στη διαμόρφωση κατάλληλων πλαισίων(contexts) προκειμένου να μελετηθούν οι ενέργειες και οι αντιλήψεις των παιδιών σχετικά με τις μαθηματικές έννοιες.

Ο **Bauersfeld(1995)**, υποστηρίζει ότι τα διδακτικά υλικά καθαυτά και οι ιδιότητές τους δεν συντελούν από μόνα τους στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών. Αντίθετα θεωρούμε ότι οι φυσικές ενέργειες των παιδιών πάνω σ'αυτά, η αλληλεπίδραση μεταξύ τους αλλά και οι αναστοχαστικοί συλλογισμοί πάνω στις ενέργειες αυτές, συμβάλλουν στην κατασκευή ή ανακατασκευή νοητικών σχημάτων και λειτουργιών των παιδιών.( **Markopoulos & Potari, 1999**).

Αναφέρεται επίσης κι ως λόγος υπερεκτίμησης της αξίας των χειραπτικών υλικών από τους ενήλικες, το ότι «βλέπουν» έννοιες τις οποίες έχουν ήδη κατανοήσει.

Συμπερασματικά, πολλές έρευνες δείχνουν ότι η χρήση εποπτικού υλικού μπορεί να προσδώσει νόημα στα συστήματα συμβολισμού (notational systems) και να βελτιώσει την ανάπτυξη εννοιών στους μαθητές. Σε μια εμπειριστατωμένη ανασκόπηση μαθημάτων με δραστηριότητες στα μαθηματικά από το νηπιαγωγείο μέχρι την όγδοη τάξη, οι **Suydam και Higgins(1977)** συμπέραναν ότι με τη χρήση

υλικών που οι μαθητές χειρίζονται με τα χέρια (manipulatives), η επίδοση είναι καλύτερη από ότι χωρίς τη χρήση των υλικών αυτών. Σε μια πρόσφατη μετά-ανάλυση εξήντα ερευνών (νηπιαγωγείο μέχρι το τέλος της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης) η οποία συγκρίνει τις επιδράσεις της χρήσης εποπτικού υλικού από τους μαθητές, με τις επιδράσεις της θεωρητικής διδασκαλίας, ο **Sowell(1989)**, συμπέρανε ότι, η χρήση εκπαιδευτικού εποπτικού υλικού για μεγάλο διάστημα, όταν οι εκπαιδευτικοί γνώριζαν πως να το αξιοποιήσουν, βελτίωνε την επίδοση των μαθητών και τις στάσεις τους.

## **ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

«Τα Μαθηματικά θα παραμείνουν ισχυρά όσο διατηρούν επαφή με τον πραγματικό κόσμο, που είναι το στέρεο έδαφος στη γέννησή τους. Μόλις σηκωθούν ψηλά στον περιβάλλοντα αέρα της καθαρής αφαίρεσης, τότε διατρέχουν τον κίνδυνο να αποδυναμωθούν. Πρέπει απαραίτητα, τουλάχιστον κατά καιρούς, να επιστρέφουν στον πραγματικό κόσμο για να ανανεώσουν τη δύναμή τους».(**Howard Eves**)

Οι παιδαγωγοί των μαθηματικών επισημαίνουν ότι το πρόβλημα των μαθητών ξεκινά από το γεγονός ότι πολύ σύντομα οι μαθητές εισάγονται στο συμβολισμό και στους υπολογισμούς, πριν προλάβουν να δημιουργήσουν τις απαιτούμενες νοητικές εικόνες που θα υποβοηθούσαν τη σκέψη τους.(**Μπούφη, 1998**). Τα μικρά παιδιά πρέπει να εξερευνούν τις γεωμετρικές έννοιες άτυπα και διαισθητικά.

## **ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ**

### **Η διδασκαλία τους στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση**

Στα περιεχόμενα του βιβλίου για το δάσκαλο, τα κεφάλαια που πρέπει να διδαχτούν, αναφέρονται ως εξής:

#### **Κεφάλαιο 30**

##### **Διάκριση της περιμέτρου από το εμβαδόν**

**Κύρια γνωστική περιοχή: Γεωμετρία**

#### **Κεφάλαιο 31**

##### **Υπολογισμός του Εμβαδού**

**Κύρια γνωστική περιοχή: Μετρήσεις**

Οι έννοιες της Περιμέτρου και του Εμβαδού αποτελούν μέρη της καθημερινής ζωής των περισσότερων ανθρώπων. Στην καθημερινή γλώσσα οι άνθρωποι σπάνια χρησιμοποιούν τους όρους 'Περίμετρος' και 'Εμβαδόν' με την τυπική, μαθηματική τους σημασία.

Στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση οι δύο αυτές μαθηματικές έννοιες εισάγονται στην Τέταρτη τάξη, όπου περισσότερο χρησιμοποιούνται, παρά ορίζονται. Η προσέγγισή τους γίνεται μέσα από μετρήσεις και υπολογισμούς τους οποίους κάνουν τα παιδιά με εφαρμογή τύπων που έχουν μάθει 'απέξω'.

Τα παιδιά μπορεί να τοποθετούν ένα όριο(περίγραμμα) γύρω από τα άκρα μιας εικόνας ή να καλύπτουν ένα ολόκληρο φύλο χαρτιού με χρώμα, αλλά δεν χρησιμοποιούν τις λέξεις 'Περίμετρος' ή 'Εμβαδόν' όταν συζητούν για αυτές τις δραστηριότητες.

Τα συμπεράσματα σχετικών ερευνών δείχνουν ότι οι μαθητές/ριες δεν κατανοούν τις δύο έννοιες ,με αποτέλεσμα τελικά να μην τις μαθαίνουν, αλλά να οδηγούνται στη δημιουργία ή διατήρηση αρκετών παρανοήσεων σχετικά με αυτές. Το γεγονός αυτό είναι συνισταμένη δύο συνιστωσών: αφενός των λανθασμένων αντιλήψεων τις οποίες έχουν αρκετοί εκπαιδευτικοί οι οποίοι διδάσκουν γεωμετρία στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση κι αφετέρου του αμφισβητήσιμου τρόπου με τον οποίο προσεγγίζονται διδακτικά οι δύο έννοιες. Το φαινόμενο τέλος αυτό επιτείνεται κι από τη θέση που έχουν οι σχετικές ενότητες μέσα στο Αναλυτικό Πρόγραμμα.

Οι έννοιες της Περιμέτρου και του Εμβαδού κανονικών σχημάτων είναι από αυτές που δεν πρέπει να διδάσκονται μαζί. Πολλοί/ές μαθητές/ριες μπερδεύονται σχετικά με το ποιο είναι το Εμβαδόν και ποια η Περίμετρος ενός σχήματος.

Η «σύγκρουση» Περιμέτρου – Εμβαδού, όπως αναφέρεται, είναι ένα επιστημολογικό εμπόδιο που προξενεί δυσκολίες στην αντίληψη και κατανόηση από τα παιδιά αυτών των δύο σημαντικών γεωμετρικών εννοιών. Και κατά συνέπεια απαιτείται να προσδιορίζονται από τους/ις εκπαιδευτικούς διδακτικές στρατηγικές, ώστε να υπερπηδούμε αυτή τη σύγκρουση.



### **Οι ιδέες των μαθητών/τριών για τις έννοιες του Εμβαδού και της Περιμέτρου**

Η έρευνα δείχνει ότι οι μαθητές/ριες έχουν μεγάλη δυσκολία στο να εξηγήσουν ή να διαφωτίσουν τις έννοιες της Περιμέτρου και του Εμβαδού ακόμη και στη μέση εκπαίδευση. (Chappell & Thompson, 1999).

Οι κρυφές ιδέες(παρανοήσεις) των παιδιών σχετικά με το μήκος και το εμβαδόν, συγκροτούν τα δομικά υλικά για την ανάπτυξη μιας μαθηματικής θεωρίας για τη μέτρηση. Έτσι λοιπόν είναι καθοριστικής σημασίας για την κατανόηση των δύο εννοιών από τα παιδιά.

Ένα λάθος που συχνά κάνουν οι μαθητές/ριες είναι να λένε ότι η Περίμετρος ενός σχήματος με μήκος 8 εκατοστά και πλάτος 6 εκατοστά είναι 14 εκατοστά αντί για 28 εκατοστά. Ζητώντας από τους/ις μαθητές/ριες να πουν ποιο είναι το μισό της Περιμέτρου και τι είναι Περίμετρος, μπορεί να τους βοηθήσει να το ξεπεράσουν.

Η μη σταθερή σχέση ανάμεσα στο Εμβαδόν και την Περίμετρο είναι ακόμη δυσκολότερο να γίνει αντιληπτή από τα παιδιά. Εάν οι μαθητές/ριες έχουν σκεφθεί για αυτή τη σχέση, κουβαλούν μια εικόνα στο μυαλό τους ενός τετραγώνου για το οποίο υπάρχει μια προβλέψιμη σχέση ανάμεσα στο Εμβαδόν και την Περίμετρό του: Καθώς αυξάνει το Εμβαδόν του τετραγώνου, αυξάνει και η Περίμετρός του.

Οι τύποι για τον καθορισμό της Περιμέτρου και του Εμβαδού σχημάτων παρουσιάζονται συχνά στα παιδιά χρησιμοποιώντας κανονικά πολύγωνα όπως τετράγωνα και ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Όταν οι τύποι για αυτά τα κανονικά πολύγωνα παρουσιάζονται ταυτόχρονα, οι μαθητές/ριες εύκολα μπερδεύονται γιατί οι διαδικασίες για να βρουν το Εμβαδόν και την Περίμετρο των τετραγώνων και των ορθογώνιων παραλληλογράμμων, είναι σχεδόν όμοιες.

Οι μαθητές επίσης παρουσιάζουν δυσκολίες στο να καθορίσουν τις μονάδες μέτρησης και δεν ξέρουν τι αναπαριστά ο αριθμός που βρήκαν. Κρύβουν την έλλειψη κατανόησης απομνημονεύοντας τύπους και ενεργοποιώντας αριθμούς, γνωρίζοντας ότι χρειάζεται να χρησιμοποιήσουν τους αριθμούς στις πλευρές των σχημάτων με κάποιο τρόπο σε ένα τύπο, ώστε να εξασφαλίσουν τη σωστή απάντηση. Οι μαθητές/ριες συχνά δείχνουν αδυναμία να διακρίνουν ανάμεσα στους τύπους της Περιμέτρου και του Εμβαδού διότι δεν μπορούν να διακρίνουν καθαρά ποια χαρακτηριστικά μετρά ο κάθε τύπος.

«Πολλοί μαθητές μπερδεύονται σχετικά με το ποιο είναι το Εμβαδόν και ποια η Περίμετρος. Γιατί; Προφανώς διότι οι δύο έννοιες συχνά διδάσκονται μαζί. Αυτό πρέπει να αλλάξει... Είναι σημαντικό να διδάσκουμε πρώτα την έννοια του Εμβαδού και ύστερα της Περιμέτρου»(VanCleave's, 1995).

Σε έρευνα της Moyer(2001), προτείνεται και η χρήση άλλων τρόπων μέτρησης, διότι τα παιδιά μπορεί να μην έχουν πάντα συγκεκριμένα υλικά για να καλύπτουν το σχήμα. Προτείνεται, για παράδειγμα, η χρήση ενός χάρακα για τη μέτρηση και της Περιμέτρου και του Εμβαδού.

Οι μαθητές συχνά μπερδεύουν τις δύο έννοιες διότι αυτές διδάσκονται και μαθαίνονται μόνο ως σειρά διαδικασιών. Όταν η κατανόηση των παιδιών για το Εμβαδόν και την Περίμετρο βασίζεται μόνο σε διαδικασίες, μπορεί να σχηματίσουν παρανοήσεις για αυτές τις σημαντικές έννοιες μέτρησης.

Η έννοια του Εμβαδού είναι μια ιδιαίτερα σημαντική ενότητα στα σχολικά Μαθηματικά. Είναι από τα περισσότερο χρησιμοποιούμενα περιβάλλοντα μέτρησης στην καθημερινή ζωή και είναι η βάση για πολλά μοντέλα τα οποία χρησιμοποιούνται από τους δασκάλους και τα σχολικά εγχειρίδια για να εξηγήσουν τον πολλαπλασιασμό ακέραιων αριθμών.(Hirstein, Lamb & Osborne, 1978).

Η μέτρηση του Εμβαδού είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα γιατί εμπεριέχει το συνδυασμό δύο διαστάσεων.

Ένα βασικό προαπαιτούμενο για κάθε είδους μέτρηση, είναι να γνωρίζουμε ποια είναι η ιδιότητα που πρόκειται να μετρηθεί. Αρκετές έρευνες καταδεικνύουν ότι πολλά παιδιά αλλά και δάσκαλοι αντιμετωπίζουν δυσκολίες με τη μέτρηση του Εμβαδού. Σύμφωνα με έρευνα των **Baturo και Nason(1996)**, οι δυσκολίες πηγάζουν αφενός από το γεγονός ότι ενώ η ιδιότητα της επιφάνειας(Εμβαδού) πρέπει να θεωρείται από δύο προοπτικές μία στατική και μία δυναμική, εντούτοις, η δυναμική προοπτική συχνά δεν συμπεριλαμβάνεται στα Αναλυτικά Προγράμματα, περιορίζοντας έτσι την κατανόηση της έννοιας του Εμβαδού. Αυτός ο περιορισμός μπορεί να γεννά παρανοήσεις του τύπου « τα ορθογώνια με την ίδια Περίμετρο, πρέπει να έχουν το ίδιο Εμβαδόν».

Μια άλλη πηγή δυσκολίας προέρχεται από την τυπική πολιτιστική πρακτική του υπολογισμού εμβαδομετρήσεων. Η τυπική πολιτιστική πρακτική δεν είναι να εφαρμόζεις μονάδες Εμβαδού για να μετράς επιφάνειες: αντί γι'αυτό είναι να λαμβάνεις δύο μετρήσεις μήκους και να τις χρησιμοποιείς σε έναν τύπο που θα σου δώσει ένα αποτέλεσμα στην ενότητα του Εμβαδού(Nunes, et al, 1993). Εντούτοις, αυτή η διαδικασία του πολλαπλασιασμού των δύο γραμμικών μετρήσεων(π.χ. μήκος Χ πλάτος) βρίσκεται εννοιολογικά μακριά από την έννοια του Εμβαδού. Περιστασιακά, η μέτρηση που προκύπτει, φαίνεται να έχει λίγο ή καθόλου σχέση με το τι μετράται. Αυτό γίνεται φανερό, όταν μία μονάδα γραμμικής μέτρησης χρησιμοποιείται, αντί για μία μονάδα μέτρησης επιφάνειας, όταν γράφουμε τη μέτρηση που υπολογίσαμε για παράδειγμα σε εκατοστά, αντί για τετραγωνικά εκατοστά.

Οι μαθητές/ριες μερικές φορές μπερδεύονται για το πότε πρέπει να πολλαπλασιάσουν και πότε να προσθέσουν.

Πολλοί ερευνητές απέδωσαν τις φτωχές επιδόσεις των μαθητών/ριών σε μια τάση των τελευταίων να μαθαίνουν τον τύπο του Εμβαδού μηχανικά. Όταν οι μαθητές/ριες δεν καταλαβαίνουν την εννοιολογική βάση του τύπου, έχουν δυσκολίες στο να γενικεύουν τις διαδικασίες που είχαν μάθει.

Τα παιδιά πρέπει ως εκ τούτου να στραφούν από μια διαισθητική προσέγγιση που δίνει έμφαση στην κάλυψη της επιφάνειας σε μια περισσότερο τυπική προσέγγιση η οποία βασίζεται στο συσχετισμό του Εμβαδού με τις γραμμικές διαστάσεις του σχήματος- ο συνδετικός κρίκος είναι **η δομή της ορθογώνιας παράταξης** που σχηματίζεται κατά την κάλυψη με τετραγωνικές μονάδες. Εδώ, σύμφωνα με τις έρευνες έχουν εντοπιστεί δύο προβλήματα. Το πρώτο είναι ότι οι μαθητές/ριες συχνά



δεν κατανοούν πλήρως τη σχέση του πολλαπλασιασμού με την πρόσθεση. Υπάρχουν στοιχεία ερευνών που υποστηρίζουν ότι η ορθογώνια παράταξη δε γίνεται φανερή στα παιδιά με διαισθητικό τρόπο. (**Battista, Clements, Arnoff, Battista & Borrow, 1998; Mitchelmore, 1983**). Το δεύτερο είναι ότι δεν διατίθεται αρκετός χρόνος από τους/ις δασκάλους/ες στα παιδιά για να αναπτύξουν μια κατανόηση της πολλαπλασιαστικής δομής των ορθογώνιων παρατάξεων, με αποτέλεσμα τα τελευταία να μαθαίνουν τον τύπο του Εμβαδού μηχανικά. (**Carpenter, Coburn, Reys & Wilson, 1975**).

Δραστηριότητες κατά τις οποίες τα παιδιά καλύπτουν ορθογώνια σχήματα με στερεά υλικά, έχουν συχνά προταθεί ως κατάλληλες για την κατανόηση του τύπου του Εμβαδού.

Επίσης, με ένα διαφορετικό μοντέλο διδασκαλίας, οι μαθητές/ριες μπορούν πιο εύκολα να δουν ότι η Περίμετρος είναι μια γραμμική μέτρηση και διαφέρει από τη μέτρηση του Εμβαδού.

Σύμφωνα με έρευνα του **Rickard(2005)**, που εξερευνούσε τη μαθηματική σχέση ανάμεσα στη σταθερή Περίμετρο και το μεταβαλλόμενο Εμβαδόν στα ορθογώνια, όλοι οι μαθητές/ριες απλώς είχαν διδαχθεί να υπολογίζουν το Εμβαδόν ενός ορθογωνίου, χρησιμοποιώντας τον τύπο του Εμβαδού( $E=\beta \cdot \upsilon$ ).

Στο ισχύον Αναλυτικό Πρόγραμμα του Δημοτικού Σχολείου, το ζήτημα των εννοιών του Εμβαδού και της Περιμέτρου γεωμετρικών σχημάτων καθώς και της μέτρησής τους, αντιμετωπίζονται αποσπασματικά όπως ήδη αναφέρθηκε, και η έννοια της **διατήρησης του Εμβαδού**(επιφάνειας), δεν διδάσκεται καθόλου. Οι μαθησιακές δραστηριότητες συχνά δίνουν έμφαση στον υπολογισμό Εμβαδών, χρησιμοποιώντας τύπους και σπάνια αναφέρονται στη μέτρηση επιφανειών με τη χρήση μονάδων επιφάνειας. Στους/ις μαθητές/τριες επίσης, ποτέ δεν ζητείται να κατασκευάσουν επιφάνειες ίσες ή και όμοιες με μια δοσμένη επιφάνεια.

Ο **Kamii (1996)**, αναφέρει ότι τα παιδιά κάνουν σφάλματα σε δραστηριότητες που εμπλέκουν το Εμβαδόν, εξαιτίας της ανικανότητάς τους να αφαιρούν το Εμβαδόν από γραμμικές μετρήσεις του χώρου. Τα παιδιά δεν μπορούν να κατανοήσουν την έννοια του Εμβαδού, μέχρι να κατακτήσουν την αφηρημένη έννοια(ιδέα) της επιφάνειας, ως συνεχούς ξετυλίγματος ή ανάπτυξης των μονοδιάστατων γραμμών.

Η έρευνα δείχνει ότι μικροί μαθητές(6-8 ετών), τείνουν να αναγνωρίζουν το μεγαλύτερο σχήμα ανάλογα με το αν είναι πλατύτερο ή ψηλότερο, (**Montis et al,**

2003) και άλλα παιδιά ίσως προσθέτουν τις μετρήσεις του πλάτους και του ύψους, παρά τις πολλαπλασιάζουν.

Η εύρεση του Εμβαδού, «... για ένα παιδί είναι εντελώς νέα λειτουργία. η οποία ίσως και να το εκπλήσσει. Ενώ γνωρίζει πώς να προσθέτει μετρήσεις του μήκους, το άθροισμα των οποίων παραμένει ακόμη μια μέτρηση του μήκους, τώρα έχει να πολλαπλασιάσει δύο μετρήσεις του ίδιου τύπου για να βρει μια άλλη μέτρηση ενός εντελώς διαφορετικού τύπου».(Jaquet, 2000).

Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές/ριες με τη μέτρηση της επιφάνειας, μπορούν να ανιχνευθούν πίσω στις μαθησιακές εμπειρίες που παρέχονται από το σχολείο.

Γενικά, οι περισσότερες έρευνες καταλήγουν στο ότι οι αναπαραστάσεις βοηθούν τα παιδιά να διαφοροποιήσουν το Εμβαδόν από την Περίμετρο και να κατανοήσουν αυτή τη διαφορά.

### **Η παράμετρος «εκπαιδευτικός» στη μαθησιακή διαδικασία**

Αναφέρθηκε πιο πάνω ότι ένας σημαντικός λόγος για τις παρανοήσεις των μαθητών/ριών σχετικά με τις έννοιες του Εμβαδού και της μέτρησής του, είναι και η ανεπαρκής κατανόηση που έχουν οι εκπαιδευτικοί Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, όπως μαρτυρούν τα στοιχεία αρκετών ερευνών.(Bell, Costello & Kuchemann, 1983; Bell, Hughes & Rogers, 1975; Clements & Ellerton, 1995; Dickson, 1989; Foxman et al., 1983; Hart, 1987, 1993; Hart & Sinkinson, 1988; Hirstein et al., 1978).

Για παράδειγμα, παρανοήσεις που αναφέρονται συχνά, περιλαμβάνουν σύγχυση των εννοιών Εμβαδού και Περιμέτρου και εφαρμογή του τύπου για την εύρεση του Εμβαδού ενός ορθογωνίου, σε επίπεδα σχήματα παρά σε ορθογώνια.

Η γνώση των δασκάλων σχετικά με την έννοια του Εμβαδού είναι επίσης ανεπαρκής. Πολλοί δάσκαλοι, αναφέρεται ότι χρησιμοποιούν γραμμικές αντί για τετράγωνες μονάδες μέτρησης κι ότι πιστεύουν πως διπλασιάζοντας τα μήκη των πλευρών ενός τετραγώνου, διπλασιάζεται και το Εμβαδόν του.(Simon & Blume, 1994; Tierney, Boyd & Davis, 1990).

## ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

### Εργασία σε ομάδες

Σημαντικά ερευνητικά δεδομένα για τη μαθηματική εκπαίδευση δείχνουν ότι με τη χρήση διάφορων τύπων μικρών ομάδων, για διάφορα είδη εργασιών στην τάξη, σημειώνονται θετικά αποτελέσματα στη μάθηση των μαθητών.

Σε μια ανασκόπηση 99 ερευνών ομαδοσυνεργατικής μάθησης στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, ο **Slavin(1986)**, συμπέρανε ότι οι συνεργατικές μέθοδοι ήταν αποτελεσματικές στο να βελτιώσουν την επίδοση των μαθητών. Οι πιο αποτελεσματικές μέθοδοι έδωσαν έμφαση τόσο στην ανάπτυξη συνεργατικών στόχων, όσο και στην ανάπτυξη της ατομικής ευθύνης στους μαθητές.

Ποιοτικές έρευνες έδειξαν ότι και άλλα σημαντικά και συχνά μη μετρήσιμα αποτελέσματα, πέρα από την βελτίωση της γενικής επίδοσης μπορούν να επιτευχθούν από την εργασία σε μικρές ομάδες. Σε μια τέτοια έρευνα οι **Yackel, Cobb και Wood(1992)**, μελέτησαν μια δευτέρα τάξη σχολείου στην οποία η στρατηγική της διδασκαλίας για ολόκληρη τη χρονιά ήταν η επίλυση προβλήματος σε μικρές ομάδες και στη συνέχεια η συζήτηση με ολόκληρη την τάξη. Βρήκαν ότι αυτή η προσέγγιση δημιούργησε πολλές ευκαιρίες για μάθηση οι οποίες δεν συμβαίνουν στην παραδοσιακή τάξη συμπεριλαμβανομένων των ευκαιριών για συνεργατικό διάλογο και επίλυση των αντικρουόμενων απόψεων των μαθητών. Τα παιδιά μοιράζονται όχι μόνο τα υλικά, αλλά και τις σκέψεις τους, τις στρατηγικές επίλυσης που επιλέγουν, τις σωστές και τις «λανθασμένες» επιλογές, με τα μέλη της ομάδας τους. Γενικά, η έρευνα δείχνει ότι η εργασία σε ομάδες μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα :

- υψηλότερες επιδόσεις από τους μαθητές
- βελτιωμένη αυτογνωσία και αυτοεκτίμηση
- μια θετική στάση απέναντι στο σχολείο
- μεγαλύτερη συγκράτηση του υλικού που παρουσιάζεται
- βελτιωμένη σκέψη σε υψηλότερο επίπεδο
- βελτιωμένες κοινωνικές δεξιότητες για τους μαθητές

## **Η έννοια της δραστηριότητας γενικά**

Η δραστηριότητα είναι μια έννοια-κλειδί γύρω από την οποία διαρθρώνονται σχεδόν όλες οι σύγχρονες διδακτικές προσεγγίσεις στο μάθημα των Μαθηματικών. Ως δραστηριότητα είναι δυνατόν να ορίσουμε μια κατάσταση-πρόβλημα ή τη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος. (Κολέζα, 1987).

Σύμφωνα με τους γενικούς σκοπούς της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Δημοτικό σχολείο, σε όλες τις ενότητες και σε όλες τις τάξεις, οι δραστηριότητες ενδείκνυται να είναι οργανωμένες σε τρία επίπεδα, που θα μπορούσαν να αποδοθούν με την περιγραφή του J.Bruneγ : το χειριστικό, το εικονικό και το συμβολικό. Για τη συγκεκριμένη τώρα διδακτική ενότητα, οι έννοιες, οι δεξιότητες και τα προβλήματα εισάγονται με δραστηριότητες που βασίζονται στο χειρισμό πραγματικών αντικειμένων και υλικών.

Σε παραδοσιακές μαθησιακές καταστάσεις του τύπου «μολύβι-χαρτί», οι οποίες εμπεριέχουν συγκεκριμένα υλικά, οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν την έννοια της διατήρησης του Εμβαδού, μέσα από δραστηριότητες «κοψίματος-μετακίνησης κι επικόλλησης», ώστε να μετακινήσουν το κομμάτι του σχήματος και να παράγουν ένα άλλο σχήμα με όμοιο Εμβαδόν. (Piaget et al, 1981).

Η κατανόηση της διατήρησης του Εμβαδού από αυτή την οπτική, θεωρείται ως προαπαιτούμενο για την κατανόηση της μέτρησης του Εμβαδού, με τη χρήση μονάδων Επιφάνειας και τύπων Εμβαδού. Έτσι είναι σημαντικό να παρέχουμε ευκαιρίες στους μαθητές να κατανοήσουν τη διατήρηση του Εμβαδού, τη μέτρησή του με τη χρήση μονάδων επιφάνειας και τύπων για το Εμβαδόν, με ενσωμάτωσή τους. (Nunes, Light & Mason, 1993, Kidman & Cooper, 1997, Kordaki, 2003)

Κατανοώντας τη διατήρηση της συνολικής μορφής ενός σχήματος και κατ'επέκταση της επιφάνειάς του, μέσα από «αυστηρές κινήσεις», χρησιμοποιώντας ερμηνεία, περιστροφή και συμμετρία, είναι επίσης σημαντικό για την κατανόηση της έννοιας του Εμβαδού. Αυτοί οι μετασχηματισμοί καλούνται «ισομετρίες» και χαρακτηρίζονται μαθηματικώς ως «εξυπηρέτηση της απόστασης» (preserving the distance)

Η διαδικασία διατήρησης της επιφάνειας και ταυτόχρονα της μελέτης της σε σχέση με την Περίμετρο του σχήματος, είναι σημαντική, δεδομένου του γεγονότος ότι οι

μαθητές συγγέουν τις δύο έννοιες και τις χρησιμοποιούν εναλλακτικά. (Piaget, et al, 1981, Hart, 1989, Kidman & Cooper, 1997).

Προγενέστερες έρευνες σχετικά με την κατανόηση από τους/ις μαθητές/ριες της έννοιας της διατήρησης της επιφάνειας, βασίστηκαν κυρίως στην πιαζετιανή θεώρηση περιβάλλον «ψαλίδι-χαρτί» με τους μαθητές/ριες, να κόβουν μια επιφάνεια, ύστερα να μετακινούν και να επικολλούν τα κομμάτια με σκοπό να παράγουν μια όμοια επιφάνεια. Οι μαθητές συχνά βασίζονται στην οπτική τους αντίληψη για να κάνουν συγκρίσεις επιφανειών και βιώνουν δυσκολίες στην κατανόηση της πιθανότητας της διατήρησης της επιφάνειας, όταν αντιπροσωπεύεται σε σχήματα διαφορετικής μορφής (Carpenter, Coburn, Reys & Wilson, 1975, Tierney, Boys & Dans, 1986. Hart, 1989).

## **B. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ**

### **Η ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΗΣ ΜΑΘΗΣΗΣ**

«Ένα από τα πρώτα πράγματα που μαθαίνει κανείς, όταν κάνει έρευνα τάξης, είναι ότι μία τάξη είναι δύσκολο να ερευνηθεί», επισημαίνουν οι **Anderson και Burns(1989,p.16)**.

«Η έρευνα δεν μπορεί να αναγνωρίσει και δεν αναγνωρίζει, το σωστό ή το βέλτιστο τρόπο διδασκαλίας [...] Αλλά η έρευνα μπορεί να μας διαφωτίσει για το ποιες διδακτικές πρακτικές είναι πιθανότερο να πετύχουν τα επιθυμητά αποτελέσματα, με ποιους τύπους μαθητών, και κάτω από ποιες συνθήκες [...] Αν και η έρευνα μπορεί να δώσει κατευθύνσεις σε πολλές περιοχές, μας δίνει λίγες ξεκάθαρες απαντήσεις στις περισσότερες απ' αυτές. Οι εκπαιδευτικοί έρχονται καθημερινά αντιμέτωποι με δύσκολες αποφάσεις για το πώς θα πετύχουν τα καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα τα οποία αναφέρονται στα αναλυτικά προγράμματα. Ένας συνδυασμός από ερευνητικές υποδείξεις, διδακτικές πρακτικές και επαγγελματική κρίση μαζί με την εμπειρία είναι πιθανόν να παράγει υψηλή επίδοση στους μαθητές.»(Met)

Η τοποθέτηση αυτή εκφράζει μια άποψη για το ρόλο της έρευνας στη διαδικασία της μάθησης. Η συμβολή των ερευνητικών δεδομένων και αποτελεσμάτων της εκάστοτε έρευνας στην τροποποίηση και βελτίωση των διδακτικών πρακτικών, είναι αρκούντως σημαντικός παράγοντας, ώστε να μας επιτρέπει να υιοθετούμε με σιγουριά την αναγκαιότητα διεξαγωγής ερευνών στη σχολική τάξη και γενικότερα στο σχολικό περιβάλλον.

Στην παρούσα εργασία η έρευνα που διεξήχθη, είχε το σκοπό να διερευνήσει εάν η χρήση συγκεκριμένων αντικειμένων από τους/ις μαθητές/ριες, κατά τη διδασκαλία, συνέβαλε θετικά στην κατανόηση των εννοιών της Περιμέτρου και του Εμβαδού ορθογώνιων σχημάτων, καθώς και της μέτρησής τους.

Μαθητές που επιθυμούν να λειτουργήσουν επιτυχώς ως ενήλικες στον 21<sup>ο</sup> αιώνα, πρέπει να αποκτήσουν μια κατανόηση των μαθηματικών εννοιών, να μάθουν να αιτιολογούν και να λύνουν προβλήματα και να αναπτύξουν μια θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά. (NCTM, 2000).

## **ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**

Η μεθοδολογία της έρευνάς μας, είχε τη μορφή ενός διδακτικού πειράματος μικρής διάρκειας(μελέτη περίπτωσης), που περιορίστηκε σε δύο κεφάλαια-τη διάκριση της Περιμέτρου από το Εμβαδόν και τη μέτρηση του Εμβαδού ορθογώνιων σχημάτων-του Αναλυτικού προγράμματος για τα Μαθηματικά της Δ΄τάξης του Δημοτικού Σχολείου. Στη διδασκαλία κυρίαρχο ρόλο είχε ο κατασκευαστικός και καθοδηγούμενα εξερευνητικός τρόπος μάθησης με την κατάλληλη χρήση συγκεκριμένων χειραπτικών αντικειμένων. Η προσέγγισή μας ήταν περισσότερο εστιασμένη σε ποιοτικά χαρακτηριστικά και δεδομένα. Ωστόσο αναφέρονται και κάποια ποσοτικά δεδομένα, καταχωρημένα σε πίνακες, από τις γραπτές απαντήσεις των παιδιών στα PRE και POST TEST κυρίως.

Όσον αφορά στα ποιοτικά δεδομένα της έρευνας, αυτά αντλήθηκαν κατά τη διάρκεια παρατήρησης της τάξης και προήρθαν από τους διαλόγους μεταξύ της εκπαιδευτικού-ερευνήτριας και των μαθητών, καθώς και μεταξύ των μαθητών.

Η κατηγοριοποίηση και ανάλυση των δεδομένων έγινε με βάση τους εξής ερευνητικούς άξονες:

- Την εικόνα της τάξης
- Τις διαπροσωπικές σχέσεις
- Τη διδακτική προσέγγιση του μαθήματος
- Την αναφορά σε συγκεκριμένα ζητήματα

## **Η ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ**

Στηριζόμενοι τόσο στα θεωρητικά όσο και στα ερευνητικά δεδομένα που παρουσιάστηκαν στο πρώτο μέρος, διατυπώσαμε την παρακάτω υπόθεση:

Η κατανόηση των μαθητών/ριών για τις έννοιες του Εμβαδού και της Περιμέτρου, καθώς και της μέτρησής τους, διαφοροποιείται όταν αυτές προσεγγίζονται με τη χρήση συγκεκριμένων χειροπιαστών αντικειμένων, από αυτή που αποκτούν με το συμβατικό τρόπο διδασκαλίας.

## **ΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ**

Το δείγμα της έρευνας συγκροτήθηκε από τους μαθητές και τις μαθήτριες δύο τμημάτων της Δ΄ Δημοτικού ενός δημόσιου σχολείου του Βόλου. Στο δείγμα συμπεριλάβαμε τα 31 από τα 33 παιδιά που είχαν συνολικά και τα δύο τμήματα. Αυτό έγινε διότι δύο μαθητές απουσίαζαν την ημέρα της διδακτικής παρέμβασης.

Είχαν ήδη διδαχτεί τις έννοιες της Περιμέτρου και του Εμβαδού ορθογώνιων σχημάτων, καθώς και της μέτρησής τους, σύμφωνα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα και με τον τρόπο που αναφέρεται στη συγκεκριμένη διδακτική ενότητα. Είχαν επίσης διδαχτεί να υπολογίζουν Εμβαδά ορθογώνιων, χρησιμοποιώντας τον τύπο.

Η επιλογή των μαθητών της Δ΄ τάξης έγινε γιατί στην ηλικία αυτή πρέπει να έχουν αποκτηθεί και κατανοηθεί σε σημαντικό βαθμό οι απλές γεωμετρικές έννοιες, οι μετρήσεις μεγεθών καθώς και η ικανότητα λύσης προβλημάτων.

## **ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ**

Σκοπός της έρευνας γενικά, ήταν η επιλογή, ο σχεδιασμός, η εφαρμογή και η αξιολόγηση της διδασκαλίας μιας διδακτικής ενότητας στο πλαίσιο του μαθήματος της Γεωμετρίας, οι οποία είχε γενικούς στόχους:

1. Την ανάπτυξη ενός κατάλληλου περιβάλλοντος μάθησης που να επιτρέπει την ελευθερία έκφρασης, την επικοινωνία, την ανάπτυξη πρωτοβουλιών, τη συμμετοχή και τη συνεργασία, την αλληλεπίδραση ατόμου και ομάδας, την αποδοχή και την ψυχολογική ασφάλεια.
2. Την κατανόηση και απόκτηση βασικών μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων
3. Τη διδακτική αξιοποίηση συγκεκριμένων χειροπιαστών αντικειμένων και την ενεργητική των μαθητών/ριών στην οικοδόμηση της μάθησης
4. Την ανάπτυξη συγκεκριμένων γνωστικών και μεταγνωστικών στρατηγικών και ικανοτήτων.



**Ειδικότεροι στόχοι αναφορικά και με τα χειραπτικά υλικά, ήταν να διερευνηθεί:**

- Η συμβολή των αντικειμένων αυτών στην κατανόηση από τους/ις μαθητές/ριες της συγκεκριμένης τάξης, των γεωμετρικών εννοιών που προαναφέρθηκαν
- Η συμβολή τους στη διάκριση των δύο εννοιών
- Η κατανόηση από τους/ις μαθητές/ριες της διαφοράς στη μέτρηση των δύο εννοιών καθώς και στη μονάδα μέτρησης
- αν και με ποιους τρόπους γίνονται τα αντικείμενα αυτά αποτελεσματικά και
- αν τελικά τα πλεονεκτήματα της χρήσης τους είναι περισσότερα από τα μειονεκτήματα, καθώς αμφότερα αναφέρονται στη διεθνή βιβλιογραφία.



## ΤΟ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ

Στη συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα εξής:

- ✿ Γεωπίνακες, καθώς και αναπαράστασή τους σε χαρτί, για να γίνει ευκολότερα η συμπλήρωση των δραστηριοτήτων στο Φυλλάδιο εργασίας
- ✿ Χρωματιστά λαστιχάκια
- ✿ σπάγκος
- ✿ πινέζες
- ✿ χάρακες
- ✿ χάρτινα τετραγωνάκια(tiles), που χρησιμοποιήθηκαν ως μονάδες μέτρησης του Εμβαδού,
- ✿ χρωματιστά χαρτόνια
- ✿ ψαλίδια και κόλλα.

## Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΤΩΝ ΕΜΠΕΙΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Στη διαδικασία συλλογής των εμπειρικών δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν οι απαντήσεις των μαθητών/ριών στα PRE και POST TEST, οι παρατηρήσεις της δασκάλας –ερευνήτριας το πρώτο διδακτικό δίωρο, η καταγραφή κάποιων διαλόγων μεταξύ των μαθητών/ριών, η φωτογράφιση κάποιων στιγμιότυπων από την ίδια, οι απαντήσεις τους στα Φυλλάδια εργασίας και το Πρωτόκολλο παρατήρησης το οποίο είχε συντάξει η δασκάλα-ερευνήτρια και το οποίο συμπλήρωσε εξωτερική παρατηρήτρια εκπαιδευτικός, που παρακολουθούσε τη διδακτική διαδικασία (δεύτερο δίωρο), κατέγραψε κάποιους διαλόγους που έλαβαν χώρα μεταξύ των μαθητών, καθώς και τις παρατηρήσεις της, σύμφωνα με τους άξονες του Πρωτόκολλου παρατήρησης, το οποίο παρατίθεται στο Παράρτημα.

## Η ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

### ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΤΟΥ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΟΜΑΔΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η διδακτική παρέμβαση πραγματοποιήθηκε σε τέσσερις διδακτικές ώρες, οι οποίες ήταν συνεχόμενα δίωρα, σε δύο διαφορετικές ημέρες διδασκαλίας και για κάθε τμήμα χωριστά. Την προηγούμενη ημέρα της παρέμβασης, δόθηκε στους μαθητές το PRE-TEST με το οποίο διερευνήσαμε τις αντιλήψεις και τη γνώση τους για τις έννοιες της Περιμέτρου, του Εμβαδού, καθώς και της μεταξύ τους σχέσης, αλλά και τη δυνατότητά τους να προβαίνουν σε μετρήσεις, κάτι που ως γνωστόν αποτελεί στόχο του Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών για τη συγκεκριμένη τάξη. Την επόμενη μέρα της παρέμβασης δόθηκε στους μαθητές το POST-TEST, το οποίο ήταν ίδιο με το PRE-TEST, με μία διαφοροποίηση στην τελευταία ερώτηση.

Σε όλη τη διάρκεια του δεύτερου δίωρου της παρέμβασης παρακολουθούσε τη διαδικασία εξωτερική παρατηρήτρια-εκπαιδευτικός, η οποία συμπλήρωσε Πρωτόκολλο Παρατήρησης, οι άξονες της οποίας είχαν συνταχθεί από την ερευνήτρια, η οποία διεξήγαγε και τη διδασκαλία.

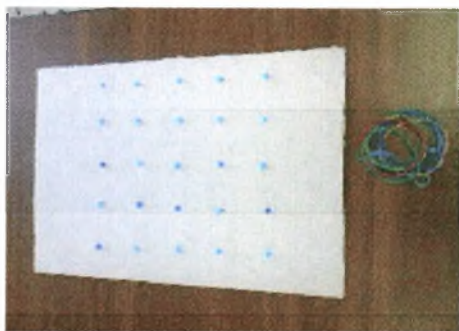
### Η διδακτική παρέμβαση

#### Το πρώτο δίωρο

Στη διάρκεια του πρώτου δίωρου απλά παρουσιάσαμε στα παιδιά τα υλικά με τα οποία θα δούλευαν. Στο ένα τμήμα, χωρίστηκαν σε ομάδες των τεσσάρων ατόμων η καθεμιά. Στο άλλο τμήμα έγινε το ίδιο, ενώ μια ομάδα είχε τρεις μαθητές. Η κάθε ομάδα πήρε από έναν γεωπίνακα<sup>1</sup> και χρωματιστά λαστιχάκια καθώς και ένα φύλλο με την αναπαράσταση του γεωπίνακα το οποίο ήταν ατομικό. (Εικ.1)

---

<sup>1</sup> Ο γεωπίνακας που χρησιμοποιήθηκε εδώ ήταν διαστάσεων 5X5, τον οποίο κατασκεύασε η ερευνήτρια με απλά υλικά



**Εικόνα 1**

Αυτό έγινε για να εξοικειωθούν τα παιδιά με τα υλικά και περισσότερο με το γεωπίνακα, του οποίου τη χρήση να σημειωθεί πως δε γνώριζαν καθόλου. Για το λόγο αυτό, τους εξηγήσαμε πως ακριβώς είναι φτιαγμένος ο γεωπίνακας και τι θα μπορούσαν να κάνουν, χρησιμοποιώντας τα λαστιχάκια. Έγινε και μια σχετική επίδειξη. Στην αρχή, ζητήσαμε από τα παιδιά απλά να πειραματιστούν φτιάχνοντας διάφορα σχήματα, όπως τρίγωνα και τετράπλευρα. Στη συνέχεια τους ζητήθηκε να φτιάξουν ορθογώνια και τετράγωνα σχήματα με διαφορετικές διαστάσεις. Η ερευνήτρια ζήτησε από όλα τα παιδιά της κάθε ομάδας να πειραματιστούν με το γεωπίνακα και να φτιάξουν σχήματα, παίρνοντάς τον διαδοχικά. Η ερευνήτρια τους παρότρυνε να συζητούν με τα μέλη της ομάδας τους στη διάρκεια των πειραματισμών τους και να ανταλλάσσουν τις απόψεις τους. Στη συνέχεια τους ζητήθηκε να φτιάξουν ένα ορθογώνιο και ένα τετράγωνο και να τα μεταφέρουν στο χαρτί με την αναπαράσταση του γεωπίνακα, ο καθένας ξεχωριστά. (Εικόνες 2, 3)



**Εικόνα 2**



**Εικόνα 3**

Τους ζητήθηκε να γράψουν τις διαστάσεις των δύο σχημάτων και να δείξουν την Περίμετρο και το Εμβαδόν τους. Στη συνέχεια να σημειώσουν πόσες μονάδες είναι η Περίμετρος και πόσες το Εμβαδόν του κάθε σχήματος.

Η ερευνήτρια είχε δείξει στα παιδιά επάνω στο φύλλο της αναπαράστασης του γεωπίνακα τη μονάδα μέτρησης της Περιμέτρου και τη μονάδα μέτρησης του Εμβαδού.(Εικόνα 4)



**Εικόνα 4.**

## Το δεύτερο δίωρο

Το δεύτερο διδακτικό δίωρο δόθηκαν στα παιδιά τα υλικά με τα οποία θα δούλευαν και το **Φυλλάδιο εργασίας**, το οποίο ήταν ατομικό για κάθε παιδί.

### **Το διδακτικό υλικό**

Το διδακτικό υλικό που χρησιμοποιήθηκε στην παρέμβαση ήταν χειραπτικά αντικείμενα, όπως φύλλα με την αναπαράσταση του γεωπίνακα, πινέζες, χρωματιστά λάστιχα, έγχρωμα τετραγωνάκια(tiles), σπάγκος, χάρακες, ψαλίδια και κόλλες.

### **Οι δραστηριότητες της παρέμβασης**

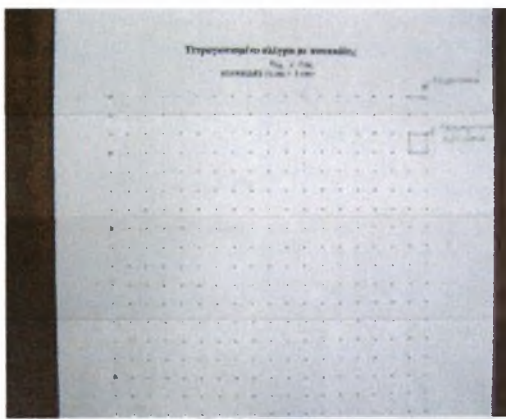
Η ουσιαστική διαφορά της διδακτικής αυτής παρέμβασης εντοπίζεται κυρίως στο διαφορετικό τρόπο προσέγγισης της διδασκαλίας και της μάθησης, από αυτούς που υιοθετούνται από τους/ις εκπαιδευτικούς που διδάσκουν Μαθηματικά στο Δημοτικό σχολείο. Εφαρμόστηκε ένα ομαδοσυνεργατικό μοντέλο διδασκαλίας σύμφωνα με το οποίο τα παιδιά, ασχολούνταν μεν ατομικά με το διδακτικό υλικό, για να απαντήσουν όμως στις δραστηριότητες του Φυλλαδίου εργασίας, απαιτούνταν να λειτουργήσουν ομαδοσυνεργατικά. Επιπλέον το Φυλλάδιο εργασίας περιλάμβανε και μια διομαδική δραστηριότητα, με την οποία ζητούνταν από τα παιδιά να συνεργαστούν σε ομαδικό επίπεδο, να συζητήσουν, να συνοψίσουν και να ανακοινώσουν τα ευρήματα των ομάδων τους. Έχει διαπιστωθεί από παλιότερες αλλά και πιο πρόσφατες έρευνες ότι οποιαδήποτε μορφή διαμαθητικής αλληλοβοήθειας επιφέρει πολύ καλά αποτελέσματα σε ότι αφορά τη μάθηση.(Κανάκης, 1987, Ματσαγγούρας, 2000). Η αποτελεσματικότητά τους έχει αποδοθεί στο ότι εξασφαλίζουν τη συμμετοχή του κοινωνικού πλαισίου στην πορεία οικοδόμησης της γνώσης.(Good & Brophy, 2000).

### **Η 1<sup>η</sup> δραστηριότητα**

Στην πρώτη δραστηριότητα ζητήθηκε από τα παιδιά της πρώτης ομάδας, με τη βοήθεια του χάρακα να σχεδιάσουν στο τετραγωνισμένο χαρτί που τους δόθηκε(εικ.1), το σχήμα με τις διαστάσεις που πρότεινε η Ελένη. Διάβασαν και το επαλήθευσαν με το χάρακά τους ότι η απόσταση από τη μία τελίτσα ως την άλλη είναι ένα εκατοστό. Τους ζητήθηκε να σχεδιάσουν και άλλα ορθογώνια σχήματα που

να έχουν την ίδια Περίμετρο, αυξάνοντας κατά ένα εκατοστό τη φορά, τη μικρή πλευρά. Στη συνέχεια έπρεπε να καταγράψουν τα αποτελέσματά τους σε ένα πίνακα. Εδώ η εκπαιδευτικός κατεύθυνε τους μαθητές/ριες να σχεδιάσουν τα σχήματα στη σειρά, τονίζοντας πάνω στο χαρτί το σημείο από το οποίο θα ξεκινούσαν το κάθε σχήμα. Το να βάλουν τα παιδιά τα σχήματα στη σειρά, είναι μια παιδαγωγική στρατηγική, έτσι ώστε τα στοιχεία να είναι περισσότερο ορατά στους μαθητές, όταν μελετούν ολόκληρο τον πίνακα που καλούνται να συμπληρώσουν.

Τους ζητήθηκε επίσης να συζητήσουν με την ομάδα τους τις παρατηρήσεις τους και να γράψουν ένα συμπέρασμα για την Περίμετρο και το Εμβαδόν ορθογώνιων σχημάτων.



**Εικόνα 1.**

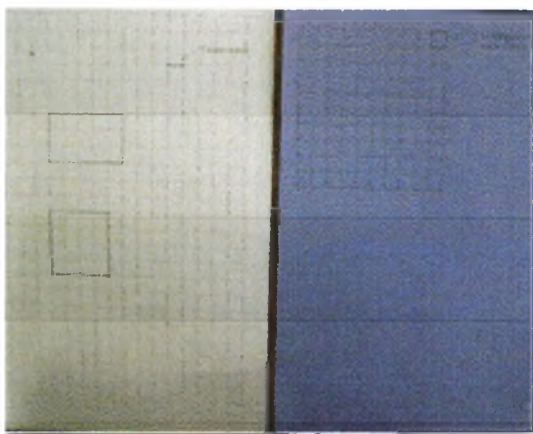
## **Η 2<sup>η</sup> δραστηριότητα**

Στη δεύτερη δραστηριότητα, δόθηκε στα παιδιά της δεύτερης ομάδας ένα τετραγωνισμένο χαρτί, στο οποίο η πλευρά από το κάθε τετραγωνάκι ήταν 1 εκατοστό. Επάνω στο χαρτί ήταν σχεδιασμένα ένα ορθογώνιο κι ένα τετράγωνο. Τους δόθηκαν επίσης τετραγωνάκια από χρωματιστό χαρτόνι(tiles) με πλευρά 1 εκατοστό επίσης (εικ.2). Αρχικά, τους ζητήθηκε να μετρήσουν τις διαστάσεις των σχημάτων με το χάρακά τους και να βρουν την Περίμετρο του κάθε σχήματος. Να καταγράψουν τα αποτελέσματα στον πίνακα. Στη συνέχεια ζητήθηκε από τα παιδιά να καλύψουν τα σχήματα με τα τετραγωνάκια και να τα μετρήσουν για να βρουν το Εμβαδόν του κάθε σχήματος. Στη συνέχεια να καταχωρίσουν τα αποτελέσματα στον πίνακα. Θα συζητούσαν κι εδώ με τα μέλη της ομάδας τους τα αποτελέσματα που

βρήκαν, ώστε να γράψουν ένα συμπέρασμα για την Περίμετρο και το Εμβαδόν ορθογώνιων σχημάτων.

Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα, επιλέχτηκε η διαδικασία της επικάλυψης της μετρούμενης επιφάνειας με επιφάνειες που επιλέγονται ως μονάδες μέτρησης και η οποία είναι μια ποιοτική προσέγγιση της μέτρησης της επιφάνειας. (Battista, 1982, Nunes, et al., 1993, Nitabach, et al., 1996).

Στη μέτρηση επιφανειών τονίζεται η αποτελεσματικότητα προσεγγίσεων που χρησιμοποιούν ως μονάδες μέτρησης επιφάνειες, όπως για παράδειγμα συμβαίνει με τον τετραγωνισμό και την επικάλυψη των μετρούμενων επιφανειών με τετραγωνικές μονάδες.



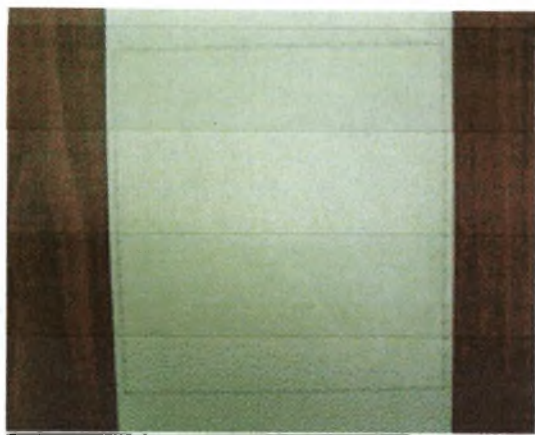
**Εικόνα 2.**

### **Η 3<sup>η</sup> δραστηριότητα**

Για την τρίτη δραστηριότητα δόθηκε στα παιδιά της τρίτης ομάδας, ένα τετράγωνο χαρτόνι με πλευρά 20 εκατοστά. (εικ.3). Τους ζητήθηκε να βρουν την Περίμετρο. Στη συνέχεια έπρεπε να το χωρίσουν με το χάρακά τους σε τετραγωνάκια. Τους ζητήθηκε να τα μετρήσουν και να βρουν το Εμβαδόν, το οποίο καταγράφουν επίσης. Στη συνέχεια, ζητήθηκε από τα παιδιά, στην επάνω δεξιά πλευρά αυτού του τετραγώνου να σχεδιάσουν με το χάρακα ένα νέο τετράγωνο με πλευρά 10 εκατοστά, το οποίο έπρεπε να κόψουν και να το απομακρύνουν από το αρχικό τετράγωνο. Έπρεπε τώρα να μετρήσουν τις πλευρές του σχήματος που απέμεινε και με τη βοήθεια του χάρακα



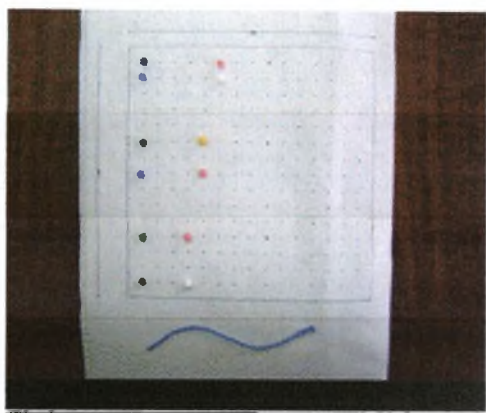
να βρουν την Περίμετρο. Σε αυτή τη δραστηριότητα ζητούνταν από το κάθε παιδί της ομάδας, να σχεδιάσει διαφορετικά τετράγωνα, δηλαδή με διαφορετικό μήκος πλευράς. Όλα τα παιδιά καταγράφουν τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους. Στη συνέχεια έπρεπε αφού συζητήσουν με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας τους, να καταγράψουν τα συμπεράσματά τους για την Περίμετρο και το Εμβαδόν.



**Εικόνα 3.**

#### **Η 4<sup>η</sup> δραστηριότητα**

Δόθηκε στα παιδιά ένα φύλλο χαρτί με κουκίδες, που η κάθε μια απέχει από την άλλη 1 εκατοστό. Τους δόθηκαν και τρία κομμάτια σπάγκου με μήκος 12 εκατοστά καθώς και πινέζες (εικ.4). Ο καθένας πήρε από ένα σπάγκο και τέσσερις πινέζες. Τους ζητήθηκε να σχηματίσουν στο χαρτί με τις κουκίδες, τρία ορθογώνια τετράπλευρα, με διαφορετικές διαστάσεις το καθένα. Το ένα από αυτά ήταν τετράγωνο. Τους ζητήθηκε με το σπάγκο να σχηματίσουν την Περίμετρο. Στη συνέχεια τους ζητήθηκε να μεταφέρουν με το χάρακά τους δίπλα στο καθένα, τα σχήματα που σχημάτισαν με τις πινέζες. Να μετρήσουν την Περίμετρο και κατόπιν να μετρήσουν και το Εμβαδόν. Έπρεπε να καταγράψουν τα αποτελέσματα στον πίνακα και αφού συζητήσουν με την ομάδα τους, να γράψουν τα συμπεράσματά τους για την Περίμετρο και το Εμβαδόν των σχημάτων που μελέτησαν.



**Εικόνα 4.**

### **Η διομαδική δραστηριότητα.**

Ακολουθούσε μια διομαδική δραστηριότητα, στην οποία έπρεπε όλες οι ομάδες να συζητήσουν και να ανακοινώσουν τα συμπεράσματά τους σχετικά με την Περίμετρο και το Εμβαδόν των σχημάτων που μελέτησαν. Η δασκάλα-ερευνήτρια συντόνιζε τη συζήτηση μεταξύ των ομάδων, ώστε αφενός να υπάρχει οικονομία στο διδακτικό χρόνο κι αφετέρου να δοθεί η ευκαιρία στους μαθητές να διατυπώσουν τις απορίες και τα ερωτήματά τους αλλά και να μπορέσουν να λάβουν απαντήσεις. Στο τέλος ζητήθηκε από τα παιδιά να γράψουν ένα γενικό συμπέρασμα για τη σχέση Περιμέτρου κι Εμβαδού στα ορθογώνια, καθώς και σε ποια περίπτωση έχουμε το μεγαλύτερο Εμβαδόν όταν η Περίμετρος είναι σταθερή.

### **Αντιστοιχία δραστηριοτήτων και διδακτικών στόχων**

Δύο από τα υλικά που επιλέχθηκαν για τις δραστηριότητες, ήταν, όπως προαναφέρθηκε, ο γεωπίνακας (geoboard) και τα χάρτινα τετραγωνάκια (tiles). Ο γεωπίνακας είναι ένα διδακτικό υλικό που επιτρέπει στους μαθητές να αναπαριστούν επίπεδα σχήματα. Με τη βοήθειά του αναπαριστούν γεωμετρικές έννοιες με απλό και γρήγορο τρόπο. Μέσω αυτών των αναπαραστάσεων, οι μαθητές/ριες επεξεργάζονται καλύτερα τα σχήματα, καθώς και τα χαρακτηριστικά τους. Τις αναπαραστάσεις αυτές τις σχηματίζουν χρησιμοποιώντας χρωματιστά λάστιχα και στη συνέχεια τις μεταφέρουν, ως σχέδια, στα Φυλλάδια εργασίας τα οποία περιέχουν την αναπαράσταση του γεωπίνακα. Στις μετρήσεις μεγεθών, οι μαθητές

διερευνώντας την Περίμετρο και το Εμβαδόν των σχημάτων, βοηθήθηκαν να κατανοήσουν τις δύο έννοιες μετρώντας κι όχι χρησιμοποιώντας τύπους.

Όμοια με το γεωπίνακα, τα τετράγωνα κομμάτια μπορούν να επιτρέψουν στους/ις μαθητές/ριες να έχουν με φυσικό τρόπο, μια εμπειρία από πρώτο χέρι, για τα γεωμετρικά σχήματα. Χρησιμοποιώντας αυτά τα σχήματα, διευκολύνονται να καθορίσουν τις Περιμέτρους και τα Εμβαδά των σχημάτων που φτιάχνουν με τα τετράγωνα κομμάτια. Αυτό το κατορθώνουν, μετρώντας και τις πλευρές και τα σχήματα.

Επίσης, στις αναπαραστάσεις σχημάτων στο γεωπίνακα, τα λάστιχα διαφορετικών χρωμάτων χρησίμευσαν για να δημιουργούνται με ευκολία γεωμετρικά σχήματα από τα παιδιά, να τους δίνεται η ευκαιρία να πειραματίζονται με μήκη, περιμέτρους κι εμβαδά και να μυσούνται σε τεχνικές μετρήσεων και υπολογισμών.

Στο φύλλο με τις τελείες(αναπαράσταση του γεωπίνακα), οι μαθητές χάρασαν γραμμές με το μολύβι, ενώνοντας τις τελείες, για να σχεδιάσουν διάφορα σχήματα. Επιπλέον, παίρνοντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδών το τετράγωνο, οι μαθητές μπόρεσαν να ασκηθούν στη μέτρηση εμβαδού μιας επιφάνειας που σχεδίασαν στο φύλλο με την αναπαράσταση του γεωπίνακα.

Γίνεται λοιπόν φανερό πως από παιδαγωγική σκοπιά, με το γεωπίνακα έχουμε πολλές ευκαιρίες για να εφαρμοστούν οι αρχές του εποικοδομισμού στη διδασκαλία.

Την επόμενη ημέρα της παρέμβασης δόθηκε στους μαθητές το POST-TEST, με το οποίο ολοκληρώθηκε η διδακτική διαδικασία.

Ακολούθησε η συλλογή του ερευνητικού υλικού, η επεξεργασία των αποτελεσμάτων και η εξαγωγή συμπερασμάτων, καθώς και διατύπωση κάποιων προτάσεων, σχετικών με το θέμα της έρευνας.

## ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

### 1.ΤΟ PRE-TEST

Τα αποτελέσματα της έρευνας είναι ενδεικτικά μεν, αλλά δεν θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι και αντιπροσωπευτικά, εξαιτίας αφενός του μικρού δείγματος και αφετέρου της μικρής διάρκειας της συγκεκριμένης διδακτικής παρέμβασης.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της ερευνητικής διαδικασίας, ξεκινώντας από τα αποτελέσματα στο PRE-TEST. Με αυτό επιχειρήσαμε να διερευνήσουμε τις προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών/ριών, ώστε να μπορέσουν να εντοπιστούν οι εσφαλμένες ιδέες και παρανοήσεις, που τυχόν θα υπήρχαν.

Το συγκεκριμένο τεστ περιλάμβανε τέσσερις ερωτήσεις. Με τις δύο πρώτες ζητήσαμε από τους/ις μαθητές/ριες να δώσουν περιγραφικούς ορισμούς των εννοιών της Περιμέτρου και του Εμβαδού. Οι απαντήσεις τους καταγράφονται στον παρακάτω πίνακα:

**Πίνακας 1.** Προσδιορισμός της Περιμέτρου και του Εμβαδού

	Αποδεκτή	Μη αποδεκτή	Καμία απάντηση
Ορισμός Περιμέτρου	24	7	
Ορισμός Εμβαδού	4	26	1

Στην πρώτη ερώτηση που αφορούσε στην Περίμετρο, αποδεκτές θεωρήθηκαν οι απαντήσεις των παιδιών που όριζαν την Περίμετρο ως το «γύρω-γύρω» του σχήματος(20), ή το μέτρο των πλευρών του σχήματος(4).

Στη δεύτερη, που αφορούσε στο Εμβαδόν, αποδεκτές θεωρήθηκαν οι απαντήσεις που όριζαν το Εμβαδόν ως το «μέσα» ή το εσωτερικό ή η επιφάνεια ή ο «μέσα χώρος» του σχήματος που το μετράμε (4).

Στην επόμενη ερώτηση, ζητήθηκε από τους μαθητές να γράψουν αν δύο ορθογώνια που έχουν την ίδια Περίμετρο θα έχουν και το ίδιο Εμβαδόν και να δικαιολογήσουν τη γνώμη τους.

## Πίνακας 2. Σχέση Περιμέτρου κι Εμβαδού

Αποδεκτή	Μη αποδεκτή	Καμία απάντηση
17	12	2

Από τα 17 παιδιά που απάντησαν αρνητικά, τα 16 συνέδεσαν την απάντησή τους με το μέγεθος των σχημάτων(μεγάλο-μικρό, φαρδύ-στενό) και μερικά ανέφεραν το διαφορετικό μήκος. Είναι προφανές ότι και αυτά εννοούσαν το διαφορετικό μέγεθος του σχήματος, γιατί δεν έκαναν καμία αναφορά σε μήκος πλευρών.

Αναφέρουμε ενδεικτικά κάποιες απαντήσεις:

«Όχι! Γιατί μπορεί το ένα να είναι μικρό ή κοντό ενώ το άλλο μπορεί να είναι μεγάλο ή μακρύ»

«Όχι γιατί το ένα μπορεί να είναι μακρόστενο»

«Όχι γιατί το ένα μπορεί να είναι πιο μεγάλο από το άλλο»

«Όχι γιατί δεν έχουν το ίδιο μήκος»

Ένα παιδί έδωσε την αιτιολόγηση με σχήματα. Σχεδίασε δηλαδή δύο διαφορετικά ορθογώνια, σημείωσε το μήκος των πλευρών, τα χώρισε σε τετραγωνάκια, βρήκε την Περίμετρο και το Εμβαδόν τους, σημειώνοντας ότι διαφέρουν.

Στην τέταρτη ερώτηση ζητήθηκε από τα παιδιά να βρουν την Περίμετρο ενός ορθογωνίου κι ενός τετραγώνου, χρησιμοποιώντας το χάρακα. Στη συνέχεια τους ζητούνταν να βρουν το Εμβαδόν των δύο σχημάτων, χωρίς να χρησιμοποιήσουν τον τύπο που ήδη ήξεραν.

### Πίνακας 3. Μέτρηση Περιμέτρου κι Εμβαδού

	Αποδεκτή	Μη αποδεκτή	Καμία απάντηση
Μέτρηση Περιμέτρου	20	11	
Μέτρηση Εμβαδού	8	18	5

Από τους/ις 31 μαθητές/ιες του δείγματος, οι 8, των οποίων οι απαντήσεις έγιναν αποδεκτές, ως εναλλακτικό τρόπο εύρεσης του Εμβαδού, χρησιμοποίησαν τον εξής: χώρισαν τα σχήματα σε τετραγωνάκια, τα μέτρησαν αλλά μόνο ένας(1) μαθητής έγραψε δίπλα στον αριθμό που βρήκε μετρώντας τα τετραγωνάκια, τετραγωνικά εκατοστά. Οι υπόλοιποι επτά(7) δεν έγραψαν τι ήταν ο αριθμός που βρήκαν.

Δεκαέξι(16) μαθητές/ριες χρησιμοποίησαν τον τύπο για να βρουν το Εμβαδόν, αλλά μόνο πέντε(5) από αυτούς έγραψαν ότι ο αριθμός που βρήκαν μετρούσε τετραγωνικά εκατοστά. Πέντε(5) μαθητές/ριες δεν απάντησαν καθόλου και ένας(1) μαθητής πρόσθεσε το μήκος των δύο διαδοχικών πλευρών.

Τέλος, ένας(1) μαθητής έγραψε ως εναλλακτικό τρόπο εύρεσης:

«Θα μπορούσα να βρω το Εμβαδόν αν προσθέσω τις Περιμέτρους»

Φαίνεται ότι τα παιδιά έχουν απομνημονεύσει με έναν μηχανικό τρόπο τον τύπο εύρεσης του Εμβαδού, χωρίς να κατανοούν το φυσικό περιεχόμενο της αριθμητικής έκφρασης του Εμβαδού. Για αυτό το λόγο μάλλον, παρόλο που χώριζαν τα σχήματα σε τετραγωνάκια και τα μετρούσαν, στη συνέχεια δεν έγραψαν δίπλα στον αριθμό τις μονάδες, δηλαδή τι ήταν αυτό που βρήκαν. Φαίνεται επίσης από τις απαντήσεις τους, ότι το Εμβαδόν και η μέτρησή του είναι μια έννοια η οποία δε γίνεται κατανοητή από τους/ις μαθητές/ριες της συγκεκριμένης τάξης και η διδασκαλία τους με τις συμβατικές διδακτικές μεθόδους, οδηγεί στη δημιουργία παρανοήσεων.

## 2. ΤΟ ΠΡΩΤΟ ΔΙΩΡΟ

Το πρώτο δίωρο της διδακτικής παρέμβασης, όπως ήδη προαναφέρθηκε, δόθηκαν στους /ις μαθητές/ριες οι γεωπίνακες, τους οποίους έφτιαξε η ερευνήτρια με απλά υλικά, μαζί με τα παιδιά, ώστε να έρθουν σε μια πρώτη επαφή με το συγκεκριμένο αυτό μέσο. Τους ζητήθηκε να μεταφέρουν συγκεκριμένα σχήματα που έφτιαζαν στο γεωπίνακα, και στο χαρτί με την αναπαράστασή του. Με τη δραστηριότητα αυτή θέλαμε περισσότερο να καταγράψουμε την ύπαρξη ή όχι ενδιαφέροντος εκ μέρους των μαθητών/ριών για το συγκεκριμένο διδακτικό μέσο, αλλά και να τους/ις δώσουμε την ευκαιρία να το γνωρίσουν και να εξοικειωθούν με τη χρήση του. Τα αποτελέσματα που καταγράψαμε, δείχνουν μεγάλο ενδιαφέρον και ενθουσιασμό εκ μέρους των παιδιών καθώς και μια καθολική συμμετοχή σε δραστηριότητες στις οποίες απαιτείται η χρήση του. Παρατηρήθηκε επίσης ένταση κατά τη διάρκεια διερεύνησης του υλικού, καθώς και μια ένταση στην προσπάθειά τους να ασχοληθούν με αυτό. Ενδεικτικοί είναι οι διάλογοι που καταγράφηκαν.

Για παράδειγμα, μεταξύ τριών μελών της πρώτης ομάδας και κατά τη διάρκεια της ενασχόλησής τους με τη δραστηριότητα που τους είχε ανατεθεί, καταγράφηκαν τα εξής:

μ1: Κοιτάζτε τα σχήματα που έφτιαξα.

μ2: Πολύ γρήγορα τα έφτιαξες. Δώσε μου κι εμένα να δω αν θα τα καταφέρω.

μ1: Περίμενε. Θέλω να φτιάξω κι ένα τρίγωνο.

μ3: ναι, αλλά δεν θα προλάβουμε να φτιάξουμε όλοι...

Σε μια άλλη ομάδα:

μ4: Έφτιαξα ένα τετράγωνο. Φτιάξε εσύ ένα μεγαλύτερο.

μ5:.....(προσπαθεί στο γεωπίνακα)

μ4: Αυτό που έφτιαξες είναι ορθογώνιο. Κοίτα τις πλευρές. Πρέπει να πάρεις άλλο χρώμα λαστιχάκι... Ξαναφτιάξτο.

μ5: Καλά λες. Πόσο μεγάλες να κάνω τις πλευρές;

μ6: καλάάά...ώσπου να αποφασίσεις, δώσε μου να φτιάξω εγώ ένα.

Όλα τα παιδιά μετέφεραν με επιτυχία τα σχήματα που έφτιαζαν στο φύλλο με την αναπαράσταση του γεωπίνακα. Έδειξαν με χρώμα την Περίμετρο του κάθε σχήματος, όπως τους ζητήθηκε και τη βρήκαν μετρώντας από τη μία τελίτσα στην άλλη. Εύκολα σημείωσαν και το Εμβαδόν, μετρώντας τις τετραγωνικές μονάδες, αφού σχημάτισαν τα τετράγωνα.

Θα πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι η διδακτική παρέμβαση που πραγματοποιήθηκε, με τα συγκεκριμένα χειραπτικά υλικά που αυτή περιλάμβανε, πέρα από τους στόχους τους οποίους αποσκοπούσε να πραγματοποιήσει και οι οποίοι προαναφέρθηκαν, επιλέχτηκε και ως μια απόπειρα μαθηματικής περιτλάνησης με σταθμούς εξερεύνησης, επίλυσης επιμέρους προβλημάτων, διατύπωση λύσεων ύστερα από συζήτηση, κ.ά. Επιχειρήθηκε δηλαδή, οι στόχοι της να μην αποτελούν μόνο ένα μετρήσιμο αποτέλεσμα, αλλά να αφορούν στην ίδια τη διαδικασία της μάθησης. Με αυτό το σκεπτικό επιλέχτηκαν και οι δραστηριότητες του Φυλλαδίου εργασίας, οι οποίες με τη διατύπωσή τους, επιτρέπουν την εμπλοκή του συνόλου των μαθητών/ριών του δείγματος της έρευνας. Αυτό έγινε στο δεύτερο διδακτικό δίωρο της παρέμβασης.

Στη συνέχεια θα παραθέσουμε τα αποτελέσματα που καταγράψαμε από την ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών/ριών στα Φυλλάδια εργασίας και στις συγκεκριμένες δραστηριότητες που περιείχαν και οι οποίες ήταν ομαδικές. Θα παραθέσουμε και κάποιους διαλόγους, όπως καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας και οι οποίοι θεωρούμε πως είναι ενδεικτικοί του ιδιαίτερου μαθησιακού περιβάλλοντος και των χαρακτηριστικών του.

### **3. ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΔΙΩΡΟ**

Η δασκάλα-ερευνήτρια γυρίζει στην αίθουσα, πηγαίνοντας από τη μία ομάδα στην άλλη. Δεύτερη παρατηρήτρια-εκπαιδευτικός και η ερευνήτρια, μαγνητοφωνούν ενδεικτικά κάποιους διαλόγους που έλαβαν χώρα μεταξύ των μαθητών/ριών. Στην παρατηρήτρια έχουν δοθεί οι βασικοί άξονες, βάσει των οποίων θα κατέγραφε τις παρατηρήσεις της από την όλη διαδικασία.

Στην πρώτη δραστηριότητα οι τρεις(3) από τους οκτώ(8) συνολικά μαθητές που ασχολήθηκαν με τη συγκεκριμένη δραστηριότητα, δυσκολεύτηκαν να φτιάξουν τα σχήματα που τους ζητούνταν. Η δασκάλα παρότρυνε όσους είχαν τελειώσει, να βοηθήσουν και τους υπόλοιπους της ομάδας που δυσκολεύονταν. Έτσι, τα



κατάφεραν με τη βοήθεια των συμμαθητών τους. Σχεδίασαν τα σχήματα και στη συνέχεια συμμετείχαν στη συζήτηση..

Υποδείχτηκε από τη δασκάλα-ερευνήτρια στους/ις μαθητές/ριες, να ενώσουν τις τελίτσες και να σχηματίσουν τετραγωνάκια. Έτσι με σχετική ευκολία βρήκαν το Εμβαδόν, μετρώντας τα τετραγωνάκια.

Παρατίθεται και ο διάλογος που καταγράφηκε:

1<sup>η</sup> ομάδα

M1: Λέει να αυξήσουμε κατά ένα εκατοστό τη μικρή πλευρά... Η Περίμετρος όμως μεγαλώνει

Δ: Τι λένε οι άλλοι;

M2: Πρέπει να μικρύνεις την άλλη κατά ένα εκατοστό.

M1: Αυτό δεν το λέει... (σχεδιάζει πάλι το σχήμα με το χάρακα). (διστακτικά)ναι... έτσι η Περίμετρος δεν αλλάζει. Είναι πάλι 16.

Στη δεύτερη δραστηριότητα τα παιδιά σχετικά εύκολα συμπλήρωσαν τον πίνακα.

Η δασκάλα τους παρότρυνε να σχεδιάσουν την Περίμετρο με διαφορετικό χρώμα, μετρώντας μία-μία τις γραμμές(εκατοστά) και να την καταγράψουν στον πίνακα.

Δ: Πόσες γραμμές μετρήσατε;

M1: Στο πρώτο σχήμα 16 και στο δεύτερο 16.

Δ: Συμφωνείτε όλοι;

.....

M2: Αφού είναι ίδια γιατί το κάναμε με διαφορετικό χρώμα;

Δ: Τα σχήματα είναι ίδια;

M3: όχι είναι ένα τετράγωνο κι ένα ορθογώνιο

Τα παιδιά στη συνέχεια παίρνουν τα τετραγωνικά εκατοστά(tiles) και τα κολλούν πάνω στα τετραγωνάκια των δύο σχημάτων.

Δ: Μετρήστε τώρα τα τετραγωνάκια στο κάθε σχήμα.

M3: Εγώ βρήκα 16 και 15.

Δ: Αυτά είναι γραμμές, δηλαδή εκατοστά;

M3: όχι είναι τετραγωνάκια, τετραγωνικά εκατοστά

Δ: Οι άλλοι συμφωνούν;

.....

Δ: (απευθυνόμενη στη μ2 που δε μιλούσε): Τι μέτρησες με τα τετραγωνάκια;

M2: το εμβαδόν

Δ: Συζητήστε το και καταλήξτε σε ένα συμπέρασμα

Οι μαθητές της τρίτης ομάδας δυσκολεύτηκαν λίγο με την εκφώνηση της δραστηριότητας. Δύο(2) ανέφεραν πως δεν την καταλάβαιναν. Η δασκάλα-ερευνήτρια τους/ις υπέδειξε να φέρουν με το χάρακά τους τις γραμμές, ενώνοντας προσεκτικά τις τελίτσες που απείχαν μεταξύ τους 1 εκατοστό. Την Περίμετρο τη βρήκαν όλοι προσθέτοντας τις τέσσερις πλευρές. Μέτρησαν τα τετραγωνάκια και σημείωσαν και το Εμβαδόν. Με τις υποδείξεις της δασκάλας κατάφεραν να σχεδιάσουν και να κόψουν το τετράγωνο που τους ζητούνταν.

Δ: Να μετρήσει ο καθένας την Περίμετρο του σχήματος που απέμεινε

M1: Πώς;

Δ: Μέτρησε τα εκατοστά γύρω-γύρω

M2: Γιατί να τα μετρήσουμε αφού ξέρουμε πόσο είναι οι πλευρές

Δ: Για να βεβαιωθείς.

M2: Εγώ μέτρησα τις πλευρές γύρω-γύρω και βρήκα ότι η περίμετρος είναι όσο και την πρώτη φορά.

Δ: δηλαδή δεν άλλαξε τίποτα;

M2: το τετράγωνο... μίκρυνε

Δ: δηλαδή τι άλλαξε; Για μετρήστε τα τετραγωνάκια του

M2: Είναι λιγότερα

Δ: (απευθύνεται στους άλλους) συμφωνείτε;

.....

Δ: Τι άλλαξε δηλαδή στο σχήμα;

M1:... το εμβαδόν

Οι δύο(2) από τους οκτώ(8) συνολικά μαθητές που ασχολήθηκαν με την τέταρτη δραστηριότητα του Φυλλαδίου εργασίας, δυσκολεύτηκαν λίγο να μεταφέρουν τα σχήματα στο χαρτί, αλλά με τη βοήθεια των συμμαθητών τους τα κατάφεραν.

Βρήκαν όλοι και την Περίμετρο και το Εμβαδόν των τριών σχημάτων. Το σημείο που σχημάτισαν την Περίμετρο με το σπάγκο, φάνηκε να εντυπωσίασε μερικούς.

Δ: Βάλτε το σπάγκο γύρω-γύρω από τις πινέζες, για να σχηματίσετε την Περίμετρο.

M1: Α! Αυτή είναι η Περίμετρος;

M2: Ναι. Το γύρω-γύρω δεν είπαμε;

Δ: Τι παρατηρείτε;

M2: Ο σπάγκος ταιριάζει και στα τρία σχήματα.

Δ: Δηλαδή;

M2: Έχουν την ίδια Περίμετρο

Δ: Οι άλλοι συμφωνείτε;

.....

Δ: Ωραία. Συζητήστε τώρα στην ομάδα σας για να απαντήσετε στις ερωτήσεις

Κύριος στόχος της διομαδικής δραστηριότητας ήταν να παρακινηθούν οι μαθητές/ριες να συζητήσουν, να ανταλλάξουν τις απόψεις τους και να συνοψίσουν τα ευρήματα των ομάδων τους. Τη συζήτηση συντόνιζε η εκπαιδευτικός-ερευνήτρια, τόσο για την οικονομία του χρόνου, όσο και για να δοθεί ευκαιρία σε όλες τις ομάδες να εκθέσουν τις απόψεις και τα συμπεράσματά τους με τέτοιο τρόπο ο οποίος να συνεισφέρει στη διατήρηση του ομαδοσυνεργατικού πνεύματος που καλλιεργήθηκε μέσα στην τάξη, με το συγκεκριμένο διδακτικό μοντέλο που υιοθετήθηκε. Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα, παρατηρήσαμε και καταγράψαμε περισσότερο τη συμπεριφορά των παιδιών μέσα στο μαθησιακό περιβάλλον παρά τις απαντήσεις τους, οι οποίες ούτως ή άλλως στη συντριπτική τους πλειοψηφία συνέπιπταν, εξαιτίας άλλωστε και του καθοδηγούμενου χαρακτήρα της διδασκαλίας.

#### 4. TO POST-TEST

Με την ολοκλήρωση της διδακτικής παρέμβασης δόθηκε στα παιδιά το POST-TEST, το οποίο ήταν όμοιο με το PRE-TEST. Στην τελευταία ερώτηση τους ζητούνταν επιπλέον να γράψουν κι ένα συμπέρασμα για την Περίμετρο και το Εμβαδόν ορθογώνιων σχημάτων. Τα αποτελέσματα από τις απαντήσεις των μαθητών καταγράφονται παρακάτω:

Στην ερώτηση για τον προσδιορισμό της Περιμέτρου και του Εμβαδού, οι μαθητές/ριες έδειξαν να κατανόησαν τις δύο έννοιες σε μεγαλύτερο βαθμό.

Εδώ, όσον αφορά στο Εμβαδόν, αποδεκτές έγιναν οι απαντήσεις που περιλάμβαναν και τη μέτρησή του.

**Πίνακας 1. Προσδιορισμός Περιμέτρου κι Εμβαδού**

	Αποδεκτή	Μη αποδεκτή	Καμία απάντηση
Ορισμός Περιμέτρου	25	6	
Ορισμός Εμβαδού	16	15	

Στην ερώτηση για τη σχέση Περιμέτρου κι Εμβαδού, οι μαθητές έδειξαν να κατανόησαν ότι οι δύο έννοιες δε συνδέονται και ότι η μεταβολή του Εμβαδού εξαρτάται από τη μεταβολή της διάστασης των πλευρών του σχήματος.

## Πίνακας 2. Σχέση Περιμέτρου κι Εμβαδού

Αποδεκτή	Μη αποδεκτή	Καμία απάντηση
26	4	1

Στην ερώτηση που αφορούσε στη μέτρηση Περιμέτρου κι Εμβαδού, οι απαντήσεις ήταν ποικίλες όσον αφορά στον τρόπο που μέτρησαν. Για την Περίμετρο, δεκατρείς μαθητές/ριες(13), έβαλαν το χάρακα και σημείωσαν τα εκατοστά, τα οποία στη συνέχεια πρόσθεσαν. Δώδεκα (12) μαθητές/ριες έβαλαν το χάρακα στις πλευρές, σημείωσαν αριθμητικά τα εκατοστά και πρόσθεσαν. Πέντε(5) μαθητές/ριες έκαναν το ίδιο, αλλά πρόσθεσαν μόνο τις διαδοχικές πλευρές και δε βρήκαν σωστό αποτέλεσμα. Τέλος ένας(1) μαθητής δεν απάντησε καθόλου.

Για το Εμβαδόν, τέσσερις (4) μαθητές/ριες πολλαπλασίασαν τις δύο διαστάσεις που βρήκαν με το χάρακα, δεκαπέντε (15) μαθητές/ριες χώρισαν τα σχήματα σε τετραγωνάκια με το χάρακα, τα οποία στη συνέχεια μέτρησαν, ενώ έντεκα(11) μαθητές/ριες έγραψαν ότι θα μπορούσαν να βρουν το Εμβαδόν αν κάλυπταν την επιφάνεια με το τετραγωνικό εκατοστόμετρο. Τρεις(3) από αυτούς έγραψαν ‘μονάδα μέτρησης’. Ένας(1) μαθητής δεν απάντησε καθόλου.

Από τους τέσσερις μαθητές που χρησιμοποίησαν τον τύπο, ο ένας σημείωσε δίπλα στον αριθμό εκατοστά. Οι δεκαπέντε μαθητές σημείωσαν όλοι τετραγωνικά εκατοστά.

	Αποδεκτή	Μη αποδεκτή	Καμία απάντηση
Μέτρηση Περιμέτρου	25	5	1
Μέτρηση Εμβαδού	15	15	1

## Συγκριτικός πίνακας PRE και POST TEST

Ερωτήσεις	PRE-TEST	POST-TEST
1 <sup>η</sup> Ορισμός Περιμέτρου	24	25
1 <sup>η</sup> Ορισμός Εμβαδού	17	26
2 <sup>η</sup> Σχέση Π-Ε	17	26
3 <sup>η</sup> Μέτρηση Περιμέτρου	20	25
3 <sup>η</sup> Μέτρηση Εμβαδού	8	15

Στον συγκριτικό πίνακα φαίνονται οι αποδεκτές απαντήσεις πριν και μετά τη διδακτική παρέμβαση.

Από τη σύγκριση φαίνεται ότι οι μαθητές/ριες παρουσίασαν σχετικά καλύτερες επιδόσεις. Επαναλαμβάνουμε όμως πως τα επιμέρους χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης έρευνας δεν μας επιτρέπουν να κάνουμε γενικεύσεις και να οδηγηθούμε σε ασφαλή συμπεράσματα όσον αφορά στη θετική συμβολή των χειραπτικών υλικών στη διαδικασία της μάθησης. Το σημείο στο οποίο εστίασαμε περισσότερο στη συγκεκριμένη έρευνα δεν ήταν τα ποσοτικά αποτελέσματα τα οποία θα προέκυπταν, αλλά περισσότερο ορισμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά της διδακτικής παρέμβασης που παρουσιάσαμε, τα οποία παρατηρήθηκαν κατά τη διάρκειά της και αφορούσαν περισσότερο στο μαθησιακό περιβάλλον που διαμορφώθηκε με τη χρήση συγκεκριμένων χειροπιαστών υλικών σε ομαδοσυνεργατικές συνθήκες διδασκαλίας και μάθησης. Για το λόγο αυτό συντάξαμε και ένα πρωτόκολλο παρατήρησης του οποίου οι βασικοί άξονες ήταν οι εξής:

- Αξιολόγηση ομαδοσυνεργατικού μοντέλου της τάξης
- Αξιολόγηση της στάσης των μαθητών απέναντι στο διαφορετικό τρόπο προσέγγισης της ενότητας, καθώς και του χειρισμού από αυτούς, των χειραπτικών υλικών
- Επισήμανση κάποιων μεταβλητών(πχ.φύλο, διγλωσσία, μαθησιακές δυσκολίες) ως προς τη σημασία τους για το συγκεκριμένο μαθησιακό περιβάλλον

- Αξιολόγηση της επίτευξης των μαθησιακών στόχων που τέθηκαν, όπως διαφαίνονταν κατά την ενασχόληση των μαθητών με τις δραστηριότητες του Φυλλαδίου εργασίας.

## ΤΟ ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ

Κατά τη διάρκεια του δεύτερου διδακτικού δίωρου που οι μαθητές/ριες ασχολούνταν με τις δραστηριότητες του Φυλλαδίου εργασίας, παρακολουθούσε τη διαδικασία παρατηρήτρια-εκπαιδευτικός, η οποία κατέγραφε τους διαλόγους μεταξύ των μαθητών/ριών καθώς και τη συμπεριφορά τους σχετικά με ορισμένα χαρακτηριστικά του μαθησιακού περιβάλλοντος. Το πρωτόκολλο παρατήρησης συντάχθηκε από τη δασκάλα-ερευνήτρια βάσει κάποιων αξόνων, οι οποίοι αναφέρονται στη συνέχεια.

Πιο αναλυτικά, θα αξιολογούνταν :

- το ομαδοσυνεργατικό μοντέλο διδασκαλίας που επιλέχτηκε για τη συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση
- η στάση των μαθητών/ριών απέναντι στο διαφορετικό τρόπο προσέγγισης της διδακτικής ενότητας
- ο χειρισμός από τους/ις μαθητές /ριες των χειραπτικών υλικών που επιλέχτηκαν για την παρέμβαση
- η επίτευξη των μαθησιακών στόχων που τέθηκαν
- Επίσης ζητούνταν να επισημανθούν κάποιες μεταβλητές όπως το φύλο, η διγλωσσία, οι μαθησιακές δυσκολίες ως προς τη σημασία τους για το συγκεκριμένο μαθησιακό περιβάλλον

Πιο συγκεκριμένα, καταγράφηκαν τα εξής:

«Η δραστηριότητα της πρώτης ομάδας απαιτεί από τα παιδιά, με τη βοήθεια του χάρακά τους, να διαπιστώσουν ότι ενώ η Περίμετρος των σχημάτων που σχεδίασαν μένει σταθερή, το Εμβαδόν τους μεταβάλλεται».

«Η δραστηριότητα της δεύτερης ομάδας «δείχνει» ότι, παρόλο που η Περίμετρος μένει σταθερή, το Εμβαδόν μεταβάλλεται. Αυτό, τα παιδιά το διαπιστώνουν κόβοντας συγκεκριμένων διαστάσεων ορθογώνιο από χαρτόνι, του οποίου μετρούν τις διαστάσεις που μεταβάλλονται».

«Στην τρίτη ομάδα δίνεται χαρτί με σχεδιασμένα ορθογώνια και επιπλέον χρωματιστά τετραγωνάκια(tiles), και τους ζητείται να καλύψουν αυτά τα σχήματα με τα τετραγωνάκια(tiles), για να μετρήσουν το Εμβαδόν, να δουν τις μονάδες μέτρησης του Εμβαδού, ότι δεν είναι γραμμική μέτρηση, δηλαδή εκατοστά, αλλά τετραγωνικά εκατοστά, κάτι που δεν κατανοούν χωρίς αυτή την πρακτική δραστηριότητα».

«Στην τέταρτη ομαδική δραστηριότητα δίνονται γεωπίνακες τυπωμένοι σε χαρτί, γιατί δεν υπάρχει ευχέρεια διάθεσης πολλών σταθερών γεωπινάκων, καθώς και πινέζες και σπάγκοι μήκους 12 εκατοστών ο καθένας. Κι εδώ τα παιδιά, χρησιμοποιώντας τους σπάγκους, διαπιστώνουν ότι τα σχήματα έχουν την ίδια Περίμετρο, ενώ το Εμβαδόν μεταβάλλεται».

«Η ερευνήτρια περιφερόταν ανάμεσα στις ομάδες, συζητούσε, έδινε οδηγίες. Τα παιδιά ενθουσιάστηκαν με το υλικό,(η ερευνήτρια μου είπε αργότερα ότι με την παραδοσιακή διδασκαλία δεν επιδεικνύουν τον ίδιο ενθουσιασμό). Ο διάλογος με τη χρήση των χειραπτικών υλικών διευκολύνεται, τα παιδιά ανταλλάσσουν απόψεις και εξηγήσεις, παρόλο που αυξάνονται τα επίπεδα του θορύβου μέσα στην τάξη. Εκείνο που επίσης παρατηρήθηκε, είναι ότι ενεργοποιήθηκε η ανακαλυπτική τους διάθεση, ανεξάρτητα αν έφτασαν στην πλήρη επίγνωση του σωστού.

Δεν παρατηρήθηκε διαφορά στη συνεργασία και στην απόκτηση της γνώσης, ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια.

Δύο δίγλωσσα παιδιά(μητέρα Αυστραλέζα, η άλλη Ρωσίδα), συμμετείχαν ισότιμα στην ομάδα τους και κατανόησαν το ίδιο καλά με τα ελληνόπουλα.

Και οι «αδύναμοι» μαθητές συμμετείχαν εξίσου ικανοποιητικά, δείχνοντας περισσότερο ενδιαφέρον από ότι με τον παραδοσιακό τρόπο, καθώς και μεγαλύτερη κατανόηση του μαθήματος».

«Υποθέτω πόσο πολύ πόσο πολύ μπορούν τα χειραπτικά υλικά να ενθουσιάσουν και να βοηθήσουν τα παιδιά, εφαρμοσμένα σε παιδικά εργαστήρια κατασκευών, στο χώρο των hands-on museums( μουσεία με χειραπτικά υλικά και προπλάσματα), καθώς και σε άλλα εργαστήρια με υλικά αφής».



## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Αποτελέσματα πολλών ερευνών οι οποίες έχουν καταγραφεί στη διεθνή βιβλιογραφία, κατέδειξαν ότι τα παιδιά συναντούν ιδιαίτερες δυσκολίες στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών όπως της Περιμέτρου και του Εμβαδού επίπεδων σχημάτων. Οι δυσκολίες τους στο σχολείο συνεχίζουν να τους ακολουθούν και έξω από αυτό, όσον αφορά σε εφαρμογές που σχετίζονται με τις παραπάνω έννοιες. Αυτό το γεγονός καθιστά επιτακτική την ανάγκη για υιοθέτηση διαφορετικών διδακτικών προσεγγίσεων των γεωμετρικών εννοιών γενικότερα και των δύο αυτών εννοιών πιο ειδικά.

Σε αυτή την έρευνα, επιχειρήσαμε να δοκιμάσουμε μια τέτοια προσέγγιση, διαφορετική από την παραδοσιακή, η οποία οδηγεί τα παιδιά σε μία μη ενεργή απόκτηση γνώσεων, η οποία κι αν ακόμη συμβεί, τα στερεί από τη χαρά της προσωπικής συμμετοχής και της ενεργητικής εμπλοκής στη μαθησιακή διαδικασία.

Στηριζόμενοι σε αποτελέσματα ερευνών που τονίζουν τη θετική συμβολή των χειραπτικών υλικών στη μάθηση, σχεδιάσαμε, οργανώσαμε και υλοποιήσαμε μια διδακτική παρέμβαση η οποία στηρίχτηκε σε τέτοιου είδους υλικά. Μετρήσαμε και αξιολογήσαμε τη στάση και την επίδοση των μαθητών/ριών που συμμετείχαν στην έρευνα. Διαπιστώσαμε ότι τα παιδιά, πέρα από τις διαφορές στην επίδοση τις οποίες και καταγράψαμε, έδειξαν μεγαλύτερη θέληση και ενθουσιασμό για συμμετοχή στη δική τους μάθηση. Η επίλυση προβλήματος που ήταν η αφόρμηση για την εμπλοκή τους στη διαδικασία, η επαφή τους με τα υλικά, μερικά από τα οποία αποτελούσαν μέρος της καθημερινής τους πρακτικής, η γνωριμία και εξοικείωση με άλλα υλικά, των οποίων την ύπαρξη και χρήση δε γνώριζαν, φάνηκαν πως τους έδωσαν μια 'άλλου τύπου' ευκαιρία να ενδιαφερθούν, να ασχοληθούν ενεργά, να ρωτήσουν, να συζητήσουν και να ανταλλάξουν τις απόψεις τους με αυτές των συμμαθητών τους και τελικά να προσεγγίσουν τη μάθηση διαφορετικά.

Ειδικότερα, όσον αφορά στους στόχους που τέθηκαν, οι μαθητές/ριες έδειξαν να κατανόησαν πώς μεταβάλλεται το Εμβαδόν με σταθερή την Περίμετρο. Φαίνεται λοιπόν, πως τα χειραπτικά υλικά που χρησιμοποιήθηκαν, λειτούργησαν αποτελεσματικά ως προς την επίτευξη αυτού του στόχου.

Θα πρέπει φυσικά να αναφέρουμε πως εξαιτίας κάποιων παραμέτρων όπως ο ελάχιστος χρόνος που αφιερώθηκε στη συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση, όπως

και ο μικρός αριθμός του δείγματος της έρευνας, δεν μας επιτρέπουν τη διατύπωση γενικών συμπερασμάτων. Παρόλα αυτά, νομίζουμε πως κάθε έρευνα αποτελεί μεν αφορμή για διατύπωση νέων ερευνητικών ερωτημάτων, αλλά συμβάλλει στον προβληματισμό και τη διερεύνηση ζητημάτων που απασχολούν την εκπαιδευτική κοινότητα γενικά.

Όσον αφορά στην εποικοδομιστική προσέγγιση, η χρήση χειραπτικών υλικών, εντάσσεται με ευκολία σε ένα εποικοδομητικό μαθησιακό περιβάλλον, τονίζοντας χαρακτηριστικά όπως η ενεργή συμμετοχή, η κοινωνική αλληλεπίδραση, η ύπαρξη δραστηριοτήτων που έχουν νόημα για τα παιδιά, η σύνδεση των πληροφοριών με τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους, η κατανόηση και όχι η απομνημόνευση γνώσεων και πληροφοριών, η προτροπή και η βοήθεια των μαθητών να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους.

Σε όλη αυτή τη διαδικασία, θα πρέπει να εντάξουμε και το διαφορετικό ρόλο του/ης εκπαιδευτικού, ο οποίος πλέον εδράζεται στη μαθητοκεντρική προσέγγιση της διδασκαλίας. Δεν θα ήταν άσκοπο εδώ να αναφέρουμε πως οι θιασώτες της διαδραστικής εκπαίδευσης απορρίπτουν τον παραγκωνισμό του/ης εκπαιδευτικού και τονίζουν την αναγκαιότητα για αλληλεπίδραση δασκάλου-μαθητών. Στο σημείο αυτό θα μπορούσαμε να διαχωρίσουμε την εκπαίδευση ενηλίκων από την εκπαίδευση ανηλίκων. Στην πρώτη περίπτωση, δάσκαλος και μαθητές, αποκτούν ισότιμο ρόλο και προκρίνεται η αυτονομία των μαθητών, ενώ στη δεύτερη περίπτωση δεν μπορούμε να επικροτούμε ούτε την άσκηση εξουσίας από τους μαθητές, όταν μάλιστα οι τελευταίοι έχουν ανάγκη την καθοδήγηση του δασκάλου, ούτε τον υποβιβασμό του σε τεχνικό και βοηθό των μαθητών. Δεν εννοούμε με όλα αυτά εγκατάλειψη του εποικοδομισμού, αλλά συνδυασμό των θετικών στοιχείων του, καθώς κι αυτών της ριζοσπαστικής, βυγκοτσκιανής προσέγγισης αλλά και της κριτικής παιδαγωγικής, ο οποίος συνδυασμός θα εστίαζε ίσως, όχι μόνο στη διαδικασία απόκτησης της γνώσης, αλλά και στο περιεχόμενό της.

Θα καταλήγαμε λέγοντας πως η συμβολή των χειραπτικών υλικών στη διδασκαλία των Μαθηματικών γενικά, αλλά και της Γεωμετρίας ειδικότερα, είναι ένα θέμα που χρειάζεται να διερευνηθεί περισσότερο, για το λόγο ότι εμπλέκει πολλές παραμέτρους στη διερεύνησή του, οι οποίες είναι όλες ουσιαστικής και κρίσιμης σημασίας για τη μαθησιακή διαδικασία.

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Ευχαριστώ τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Τριαντάφυλλο Τριανταφυλλίδη, Αναπληρωτή καθηγητή του Π.Τ.Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, καθώς και τον κ. Κωνσταντίνο Χατζηκυριάκου, Λέκτορα του Τμήματος, γιατί σε όλη τη διάρκεια των μαθημάτων στο πλαίσιο του Μεταπτυχιακού Προγράμματος, αλλά και στα επόμενα στάδια εκπόνησης της εργασίας μου, με τις επιστημονικές τους γνώσεις, όπως επίσης και με την επιστημονική και ερευνητική εμπειρία τους, μου πρόσφεραν το κίνητρο να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα και να το ολοκληρώσω με επιτυχία.

Ευχαριστώ τις Καθηγήτριες και τους Καθηγητές του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας που συνέβαλαν θετικά στην καλλιέργεια από μέρους μου ενός επιστημονικού και ερευνητικού ενδιαφέροντος αλλά και υποβάθρου, τα οποία ήταν απαραίτητα για τη διεξαγωγή και ολοκλήρωση αυτού του πονήματος.

Τέλος, ευχαριστώ όλες και όλους τους συναδέλφους εκπαιδευτικούς για τη συνεργασία τους στη φάση της εφαρμογής της έρευνας.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Battista, M. (1982). Understanding area and area formulas. *Mathematics Teacher*. 75(5), 362-368

Battista, M. T., Clements, D. H., Arnoff, J., Battista, K., Borrow, C.V.A. (1998). Students' spatial structuring of 2D arrays of squares. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29, 503-532

Baturo, A. & Nason, R. (1996). Student Teachers' Subject Matter Knowledge within the Domain of Area Measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 235-268.

Bell, A., Costello, J., & Kuchemann, D. (1983). Research on learning and teaching: Part A London: NFER-Nelson

Bell, D., Hughes, R., & Rogers, J. (1975). Area, weight and volume. London: Nelson

Carpenter, T.P., Coburn, T.G., Reys, R.E., & Wilson, J.W. (1975). Notes from National assessment: Basic concepts of area and volume: *Arithmetic Teacher*, 22, 501-507.

Clements, M.A., & Ellerton, N. (1995). Assessing the effectiveness of paper – and-pencil tests for school mathematics. In B. Atweh & S. Flowel (Eds.), *Gatha: Proceedings of the 18<sup>th</sup> annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. (vol.1, 184-188). Darwin, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Clements, D.H. & McMillen, S. (1996). Rethinking Concrete Manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2, 270-279

Cobb, P., Yackel, E., Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1, 2), 2-33.

Dickson, L. (1989). The area of a rectangle. In K.Hart, D.Johnson, M.Brown, L.Dickson & R.Clarkson (Eds.). *Children's mathematical frameworks 8-13: A study of classroom teaching*. London: NFER-Nelson.

Doig, B., Cheeseman, J., & Lindsay, J. (1995). The medium is the message: Measuring area with different media. In B. Atweh & S. Flavel (Eds.), *Gatha*:

*Proceedings of the 18<sup>th</sup> annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* vol.1. 229-240.

Fawcett, H.P. (1938). The nature of proof: a description and evaluation of certain procedures used in senior high school to develop an understanding of the nature of proof. *Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York, Columbia University, Teachers College.

Fishbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *E.S.M.* 24, 139-162.

Foxman, D., Ruddock, G., Joffe, L., Mason, K., Mitchell, P., & Sexton, B. (1983). *Mathematical development*. Slough, UK: National Foundation for Educational Research.

Fujita, T., & Jones, K. (2002). The Bridge between Practical and Deductive Geometry Developing the “geometrical eye”. In A.D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol.2, 384-391.

Hart, K.M. (1987). Practical work and formalization: Too great a gap. In J.C. Bergeron,

Hart, K.M. (1993). Confidence in success. In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu, & F.L. Lin (Eds.). *Proceedings of the 17<sup>th</sup> international conference for the Psychology of Mathematics Education*, (1, 17-31). Tsukuba, Japan: Program Committee of the 17<sup>th</sup> PME Conference.

Hart, K., & Sinkinson, A. (1988). Forging the link between practical and formal Mathematics. In A. Borbas (Ed.), *Proceedings of the 12<sup>th</sup> international conference for the Psychology of Mathematics Education* (2, 380-384). Veszprem, Hungary: OOK.

Hershkowitz, R., & Vinner, S. (1983). The role of critical and non critical attributes in the concept-image of geometrical concepts. In R. Hershkowitz (Eds.) *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference for the PME*, ( 223-228), Rehovot, Israel.

Hiebert, J., & Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. 65-97, New York. Macmillan.

Hirstein, J.J., Lamb, C.E., & Osborne, A. (1978). Student misconceptions about area Measure. *Arithmetic Teacher*, 25(6), 10-16.

Jaquet, F. (2000). "Le Conflit area-perimetre", Part 1, *L'Educazione Matematica*, 2, 66-67.

Jaquet, F. (2000). "Le Conflit area-perimetre", Part 2, *L'Educazione Matematica*, 3, 126-143.

Kidman, G., & Cooper, T.J. (1997). Area Integration Rules for Grades 4, 6 & 8 Students. *Proceedings of the 21th international conference for the Psychology of Mathematics Education*. E.Pehkonen (Ed.), Lahti, Finland, 136-143.

Κολέζα, Ε. (2000). Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών. Εκδ. Leader Books, Αθήνα

Mitchelmore, M.C. (1983). Children's Learning of geometry: Report of a cooperative research project. *Caribbean Journal of Education*, 10, 179-228.

Moyer, P. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175-176.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nitabach, E., & Lehrer, R. (1996). Developing Spatial Sense through Area Measurement. *Teaching Children Mathematics*. 2(8), 473-476.

Nunes, T., Light, P. & Mason, J. (1993). Tools for thought: The measurement of length and area. *Learning and Instruction* 3, 39-54.

Slavin, R. (1986). Learning together: Cooperative groups and peer tutoring produce significant academic gains. *American Educator*, 10, 6-11

Sowell, E.J. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education* (Reston, VA), 20, 498-505.

Suydam, M.N., Higgins, J.L. (1977). Activity-based learning in elementary school mathematics: recommendations from research. Columbus, OH, ERIC Center for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Szendrei, J. (1996). Concrete Material in the Classroom, *International Handbook of Mathematics Education*, A. J. Bishop(Eds.), Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Tierney, C., Boyd, C., & Davis, G. (1990). Prospective primary teachers' conceptions of area. *Proceedings of the Fourteenth Psychology in Mathematics Education Conference*, 2, 307-315

Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and Insight: A theory of Mathematics Education*. Academic Press, Inc.

Von Glasersfeld, E. (1987). Preliminaries to Any Theory of Presentation. In C. Janvier(eds.) *Problems of representation in teaching and learning of mathematics*. Lawrence Erlbaum associates, London, 215-226.

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

**PRE-TEST**

**POST-TEST**

**ΦΥΛΛΑΔΙΑ ΕΡΓΑΣΙΩΝ**

**ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ**



## ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



Δύο συμμαθητές σας, ο Κώστας και η Ελένη, θέλουν να φράξουν ένα κομμάτι της αυλής, για να φυτέψουν λουλούδια. Έχουν 16 μέτρα σύρμα. Θέλουν όμως να το κάνουν όσο μεγαλύτερο γίνεται, για να φυτέψουν όσο το δυνατόν περισσότερα λουλούδια.

«Εγώ λέω να κάνουμε τις πλευρές ένα μέτρο τη μικρή και 7 τη μεγάλη», είπε η Ελένη.

«Τότε δε θα βάλουμε πολλά λουλούδια», είπε ο Κώστας.

Μήπως μπορείτε να τους βοηθήσετε να βρουν τη λύση στο πρόβλημα που τους απασχολεί;

### Δραστηριότητες

#### **1<sup>η</sup> Ομαδική Δραστηριότητα**

Με τη βοήθεια του χάρακά σας, σχεδιάστε στο χαρτί με τις τελίτσες, το σχήμα που πρότεινε η Ελένη.

Η απόσταση ανάμεσα στις τελίτσες είναι ένα εκατοστό. Σχεδιάστε κι άλλα ορθογώνια σχήματα που να έχουν την ίδια Περίμετρο, αυξάνοντας κατά ένα εκατοστό κάθε φορά τη μικρή πλευρά.

Βάλτε τα αποτελέσματα που βρήκατε στον παρακάτω πίνακα:

ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ	Μήκος	Πλάτος	Εμβαδόν
16εκ.	7	1	
16εκ.			
16εκ.			
16εκ.			

Αφού συζητήσετε με την ομάδα σας για τις παρατηρήσεις σας, μπορείτε να γράψετε ένα συμπέρασμα για το Εμβαδόν και την Περίμετρο ορθογώνιων σχημάτων;

#### Συμπέρασμα

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 2<sup>η</sup> Ομαδική Δραστηριότητα

Στο χαρτί που σας δίνεται, η πλευρά από το κάθε τετραγωνάκι έχει μήκος 1 εκατοστό. Να μετρήσετε τις διαστάσεις των σχημάτων με το χάρακά σας και να βρείτε την Περίμετρο του καθενός. Γράψτε τα αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα:

ΕΜΒΑΔΟΝ	Μήκος	Πλάτος	Περίμετρος

Για να βρείτε το Εμβαδόν, να καλύψετε τα σχήματα με τα τετραγωνάκια. Το κάθε τετραγωνάκι έχει πλευρά ίση με ένα εκατοστό. Πόσα τέτοια τετραγωνάκια χρειάζονται για να καλύψετε ολόκληρο το σχήμα;

.....  
.....  
.....

Γράψτε τώρα στον παραπάνω πίνακα το Εμβαδόν των σχημάτων.

Συζητήστε με την ομάδα σας για τα αποτελέσματα που βρήκατε.

Μπορείτε τώρα να γράψετε ένα συμπέρασμα για την Περίμετρο και το Εμβαδόν ορθογώνιων σχημάτων;

Συμπέρασμα

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### 3<sup>η</sup> Ομαδική Δραστηριότητα

Η κάθε πλευρά από το χαρτόνι που σας δίνεται, έχει μήκος 20 εκατοστά.

Βρες την Περίμετρο.

$\Pi = \dots\dots\dots$

Χώρισέ το με το χάρακα σε τετραγωνάκια ενώνοντας τις τελίτσες και βρες το Εμβαδόν.

$E = \dots\dots\dots$

Στην επάνω δεξιά πλευρά του, σχεδίασε με το χάρακά σου ένα τετράγωνο με πλευρά ίση με 10 εκατοστά. Κόψε το νέο σχήμα κι απομάκρυνέ το. Μέτρησε τώρα τις πλευρές του σχήματος και βρες την Περίμετρό του, πάλι με τη βοήθεια του χάρακα. Το Εμβαδόν άλλαξε; Πόσο έγινε;

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

Το ίδιο να κάνουν και τα άλλα μέλη της ομάδας σας, σχεδιάζοντας όμως διαφορετικά τετράγωνα

Το ένα να έχει πλευρά με μήκος 8 εκατοστά και

Το άλλο να έχει πλευρά με μήκος 6 εκατοστά.

Γράψτε ο καθένας για το δικό του σχήμα την Περίμετρο και το Εμβαδόν που βρήκατε.

$\Pi_1 = \dots\dots\dots$

$E_1 = \dots\dots\dots$

$\Pi_2 = \dots\dots\dots$

$E_2 = \dots\dots\dots$

$\Pi_3 = \dots\dots\dots$

$E_3 = \dots\dots\dots$

Αφού συζητήσετε στην ομάδα σας για τις παρατηρήσεις σας, προσπαθήστε να γράψετε ένα συμπέρασμα για την Περίμετρο και το Εμβαδόν ορθογώνιων σχημάτων.  
Συμπέρασμα

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

#### 4<sup>η</sup> Ομαδική Δραστηριότητα

Σας δίνεται ένα φύλλο χαρτί με κουκίδες, που η κάθε μία έχει απόσταση από την άλλη **1 εκατοστό**. Επίσης σας δίνονται και τρία κομμάτια σπάγκου που το καθένα έχει μήκος **12 εκατοστά** καθώς και τέσσερις πινέζες. Ο καθένας παίρνει τέσσερις πινέζες κι ένα κομμάτι σπάγκου.

Σχηματίστε καρφώνοντας τις πινέζες στις κουκκίδες, τρία(3) ορθογώνια :

Ένα ορθογώνιο με μήκος 5 εκατοστά και πλάτος 1 εκατοστό

Ένα ορθογώνιο με μήκος 4 εκατοστά και πλάτος 2 εκατοστά

Ένα ορθογώνιο με μήκος 3 εκατοστά και πλάτος 3 εκατοστά

Με τη βοήθεια του σπάγκου σχηματίστε την Περίμετρο του καθενός ορθογωνίου.

Να μεταφέρετε δίπλα ακριβώς τα σχήματα, σχεδιάζοντάς τα με το μολύβι σας.

Βρείτε τώρα και το Εμβαδόν τους, σχηματίζοντας τα τετραγωνάκια με το χάρακά σας.

Τι μετρήσατε για να βρείτε την Περίμετρο;

.....  
.....

Τι μετρήσατε για να βρείτε το Εμβαδόν;

.....  
.....

Βάλτε τα αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα:

Μήκος	Πλάτος	Περίμετρος	Εμβαδόν

Παρατηρήστε τα αποτελέσματα και συζητήστε με την ομάδα σας τις παρατηρήσεις σας. Ύστερα γράψτε ένα συμπέρασμα για την Περίμετρο και το Εμβαδόν.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Διομαδική Δραστηριότητα

Συζητήστε όλες οι ομάδες για τα συμπεράσματά σας, σχετικά με την Περίμετρο και το Εμβαδόν. Σύμφωνα με αυτά που βρήκατε, θα μπορούσατε να γράψετε ένα γενικό συμπέρασμα για τη σχέση Περιμέτρου κι Εμβαδού;

.....  
.....  
.....  
.....

Πότε νομίζετε ότι έχουμε το μεγαλύτερο Εμβαδόν, όταν η Περίμετρος είναι σταθερή;

.....  
.....  
.....

**Βρήκατε λύση στο πρόβλημα του Κώστα και της Ελένης;**

Γράψτε τις απαντήσεις σας και δικαιολογήστε τις, σύμφωνα με αυτά που συμπεράνατε παραπάνω για την Περίμετρο και το Εμβαδόν. Μπορείτε να τον σχεδιάσετε κιόλας το μικρό τους κήπο...

Λύση:.....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Ευχαριστώ για την προσπάθειά σας!

## PRE – TEST

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΑΞΗ :

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :

Στη φετινή σχολική χρονιά, μάθατε για την Περίμετρο και για το Εμβαδόν γεωμετρικών σχημάτων.

Αφού διαβάσετε προσεκτικά τις ερωτήσεις, προσπαθήστε να απαντήσετε, φέρνοντας στο μυαλό σας όλα αυτά που μάθατε.

1. Τι καταλαβαίνεις όταν ακούς για Περίμετρο ενός σχήματος;

.....  
.....

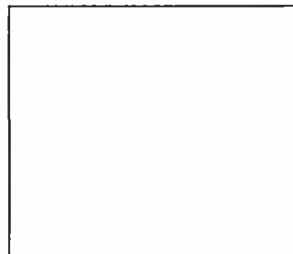
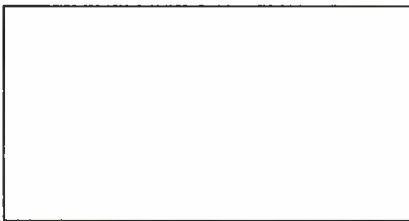
2. Τι καταλαβαίνεις όταν ακούς για Εμβαδόν της επιφάνειας ενός σχήματος;

.....  
.....  
.....

3. Δύο διαφορετικά ορθογώνια που έχουν την ίδια Περίμετρο, θα έχουν και το ίδιο Εμβαδόν;  
Δικαιολόγησε τη γνώμη σου.

.....  
.....  
.....  
.....

4. Στα παρακάτω σχήματα βρες την Περίμετρο χρησιμοποιώντας το χάρακα.  
Πως θα μπορούσες να βρεις το Εμβαδόν τους;



## POST – TEST

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....  
ΤΑΞΗ :.....  
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :.....

Στη φετινή σχολική χρονιά, μάθατε για την Περίμετρο και για το Εμβαδόν γεωμετρικών σχημάτων.

Αφού διαβάσετε προσεκτικά τις ερωτήσεις, προσπαθήστε να απαντήσετε, φέρνοντας στο μυαλό σας όλα αυτά που μάθατε.

1. Τι καταλαβαίνεις όταν ακούς για Περίμετρο ενός σχήματος;

.....  
.....  
.....

2. Τι καταλαβαίνεις όταν ακούς για Εμβαδόν της επιφάνειας ενός σχήματος;

.....  
.....  
.....

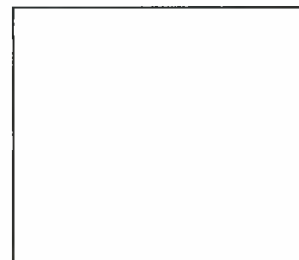
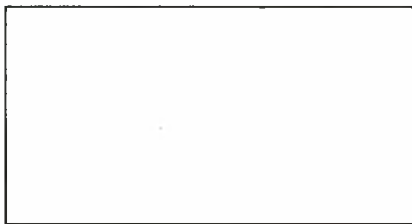
3. Δύο διαφορετικά ορθογώνια που έχουν την ίδια Περίμετρο, θα έχουν και το ίδιο Εμβαδόν;

Δικαιολόγησε τη γνώμη σου.

.....  
.....  
.....  
.....

4. Στα παρακάτω σχήματα βρες την Περίμετρο χρησιμοποιώντας το χάρακα.

Με ποιο τρόπο θα μπορούσες να βρεις το Εμβαδόν τους εκτός από τον τύπο που έμαθες; Μπορείς να γράψεις ένα συμπέρασμα για την Περίμετρο και το Εμβαδόν ορθογώνιων σχημάτων;



## ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ

Το πρωτόκολλο παρατήρησης που συμπληρώθηκε από εξωτερική παρατηρήτρια, βασίστηκε στους εξής γενικούς άξονες:

- Αξιολόγηση ομαδοσυνεργατικού μοντέλου της τάξης
- Αξιολόγηση της στάσης των μαθητών απέναντι στο διαφορετικό τρόπο προσέγγισης της ενότητας, καθώς και του χειρισμού από αυτούς, των χειραπτικών υλικών
- Επισήμανση κάποιων μεταβλητών(π.χ. φύλο, διγλωσσία, μαθησιακές δυσκολίες) ως προς τη σημασία τους για το συγκεκριμένο μαθησιακό περιβάλλον
- Αξιολόγηση της επίτευξης των μαθησιακών στόχων που τέθηκαν, όπως διαφαίνονταν κατά την ενασχόληση των μαθητών με τις δραστηριότητες του Φυλλαδίου Εργασίας.





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000073926

