

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

**ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ**

**ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ  
ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΜΑΔΕΡΙΩΝ**



**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΣΑΜΑΡΑΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ  
ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**ΜΥΣΤΑΚΙΔΗΣ ΕΥΡΥΠΙΔΗΣ**

**ΒΟΛΟΣ 2007**



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

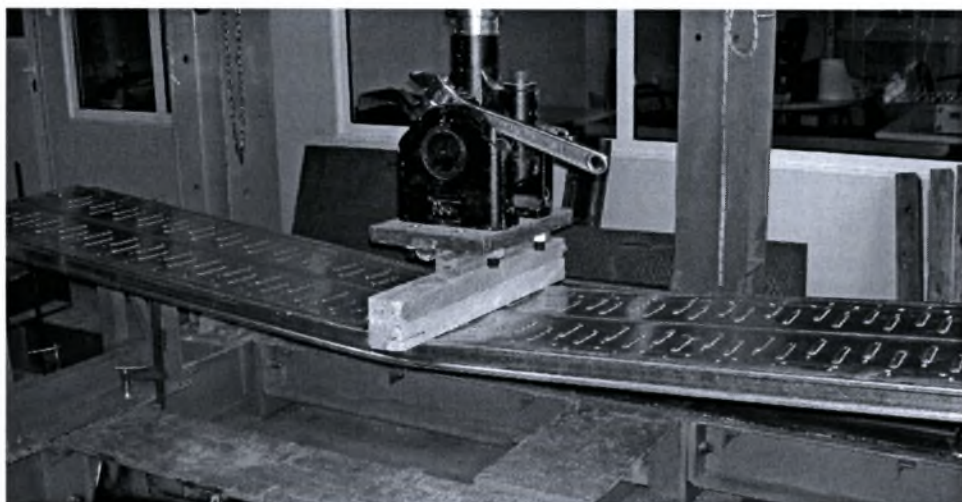
Αριθ. Εισ.: 5559/1  
Ημερ. Εισ.: 10-10-2007  
Δωρεά: Συγγραφέα  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΠΜ  
2007  
ΣΑΜ

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

**ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ**

**ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ  
ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΜΑΔΕΡΙΩΝ**



**ΣΑΜΑΡΑΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ**

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ**

**ΜΥΣΤΑΚΙΔΗΣ ΕΥΡΙΠΙΔΗΣ, ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**ΠΕΡΔΙΚΑΡΗΣ ΦΙΛΛΙΠΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**ΣΟΦΙΑΝΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**ΒΟΛΟΣ 2007**

## Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό ολοκληρώνοντας την προσπάθεια της συγγραφής της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που ήταν ο κινητήριος μοχλός μου για την ολοκλήρωση της εργασίας ετούτης.

Η επίτευξη της διπλωματικής μου εργασίας οφείλεται κατά κύριο λόγο στην επιστημονική καθοδήγηση, την αμέριστη υποστήριξη και κατανόηση του επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Ε. Μυστακίδη, τον οποίο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά. Η ενασχόλησή του με τα θέματα που αφορούσαν την εργασία μου και η βοήθειά του, αποτέλεσαν κίνητρο των προσπαθειών μου.

Επίσης, θα ήθελα να δώσω τις ευχαριστίες μου στον υποψήφιο διδάκτορα του τμήματος Κωνσταντίνο Τζάρο, με τον οποίο συνεργάστηκα άψογα όλο αυτόν τον καιρό. Το ενδιαφέρον του, η συνεχής βοήθειά του καθώς και η υπομονή του στις απορίες μου, είναι κάποια από τα πράγματα για τα οποία τον ευγνωμονώ.

Θα ήθελα επιπλέον να ευχαριστήσω τους φίλους μου, για την πολύτιμη επιστημονική και ηθική βοήθεια.

Τέλος, θέλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου για την συνεχή ηθική και όχι μόνο υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Εισαγωγή.....	5
1.2 Μη γραμμικότητα.....	8
1.3 Σκοπός της εργασίας.....	12

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΜΑΔΕΡΙΟΥ

2.1 Γενικά.....	14
2.2 Περιγραφή πειραματικής και αριθμητικής τεκμηρίωσης .....	14
2.3 Περιγραφή μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.....	16
2.3.1 Περιγραφή πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν.....	16
2.3.2 Μοντέλο μαδεριού – Γεωμετρία.....	19
2.3.3 Συνοριακές συνθήκες – Συνθήκες στήριξης.....	25
2.3.4 Υλικά των στοιχείων.....	26
2.3.5 Φορτία.....	28

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

3.1 Γενικά.....	31
3.2 Ιδιομορφική ανάλυση με επιβαλλόμενη επικόμβια φόρτιση $P = 1 \text{ N}$ .....	31
3.3 Ιδιομορφική ανάλυση με επιβαλλόμενη μετακίνηση $U=90 \text{ mm}$ .....	33
3.4 Ελαστική ανάλυση του φορέα για τον ρόλο των συνδέσμων στην συνολική δυσκαμψία του φορέα.....	35
3.5 Ελαστοπλαστική ανάλυση του φορέα για την επιρροή των συνδέσμων και των εντυπωμάτων στην γενική συμπεριφορά του φορέα.....	36

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

4.1 Γενική επισκόπηση.....	39
----------------------------	----

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	48
-------------------	----

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	49
------------------	----

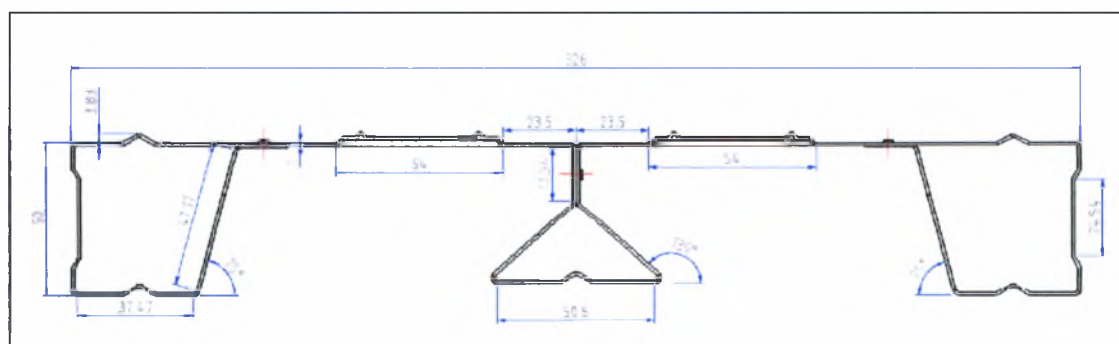
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	82
------------------	----

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

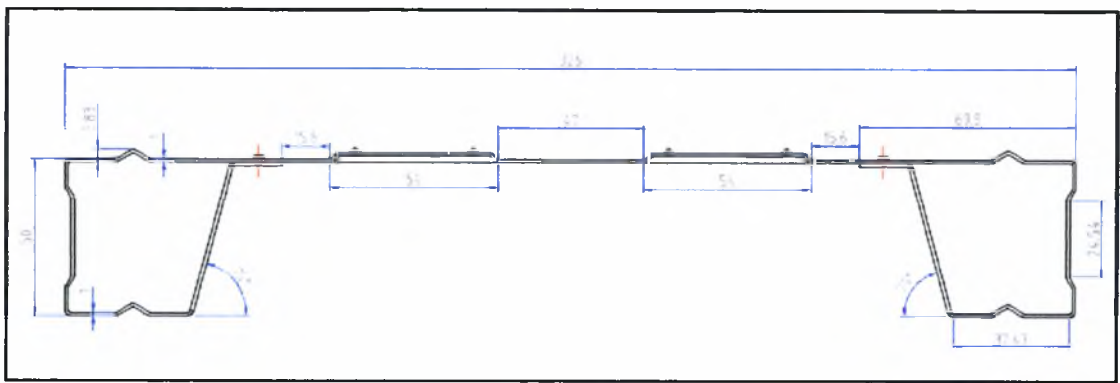
## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 Εισαγωγή

Τα μεταλλικά μαδέρια χρησιμοποιούνται ευρέως σε κατασκευαστικές εφαρμογές, για την δημιουργία κριωμάτων. Πλέον η συναρμολόγηση των μελών των κριωμάτων για πολύωρφες πολυκατοικίες πρέπει να μελετάται. Οπότε η ανάλυση των μεταλλικών μαδεριών καθίσταται απαραίτητη για τον ασφαλή σχεδιασμό των κριωμάτων. Τα μεταλλικά μαδέρια MM-N 0.33m και MM 0.33m είναι μια σειρά μαδεριών σκαλωσιάς πλάτους 330 mm. Η διατομή τους είναι συμμετρική ως προς τον κατακόρυφο κεντροβαρικό άξονα, ενώ έχει ενισχύσεις (stiffeners) τόσο στον κορμό όσο και στα πέλματα. Επίσης, για την σύνδεση τόσο του κορμού (μόνο για τον τύπο MM-N) όσο και των δοκαριών χρησιμοποιούνται σύνδεσμοι ψυχρής διαμόρφωσης με πίεση, που από εδώ και στο εξής θα ονομάζονται σύνδεσμοι. Στο σχήμα 1.1 και 1.2 παρουσιάζονται οι διατομές των μεταλλικών μαδεριών MM-N 0.33m και MM 0.33m πάχους 1 mm, με τις ονομαστικές διαστάσεις των τοιχωμάτων και των ενισχύσεων. Με κόκκινες γραμμές φαίνονται οι θέσεις των συνδέσμων.



Σχ.1.1 Ονομαστικές διαστάσεις διατομής μεταλλικού μαδεριού MM-N 0.33m σε mm.



Σχ.1.2 Ονομαστικές διαστάσεις διατομής μεταλλικού μαδεριού MM 0.33m σε mm.

ΤΥΠΟΣ ΜΑΔΕΡΙΟΥ MM-N				ΤΥΠΟΣ ΜΑΔΕΡΙΟΥ MM			
ΤΥΠΟΣ	ΜΗΚΟΣ (m)	ΠΛΑΤΟΣ (m)	ΒΑΡΟΣ (Kg)	ΤΥΠΟΣ	ΜΗΚΟΣ (m)	ΠΛΑΤΟΣ (m)	ΒΑΡΟΣ (Kg)
MM-N-2,0/30	2,0	0,30	14	MM-2,0/30	2,0	0,30	11
MM-N-2,5/30	2,5	0,30	17	MM-2,5/30	2,5	0,30	13
MM-N-3,0/30	3,0	0,30	20	MM-3,0/30	3,0	0,30	16
MM-N-2,0/33	2,0	0,33	15	MM-2,0/33	2,0	0,33	12
MM-N-2,5/33	2,5	0,33	18	MM-2,5/33	2,5	0,33	14
MM-N-3,0/33	3,0	0,33	21	MM-3,0/33	3,0	0,33	17
MM-N-2,0/50	2,0	0,50	17				
MM-N-2,5/50	2,5	0,50	21				
MM-N-3,0/50	3,0	0,50	25				

Σχ.1.3 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τύπων MM και MM-N των μεταλλικών μαδεριών.

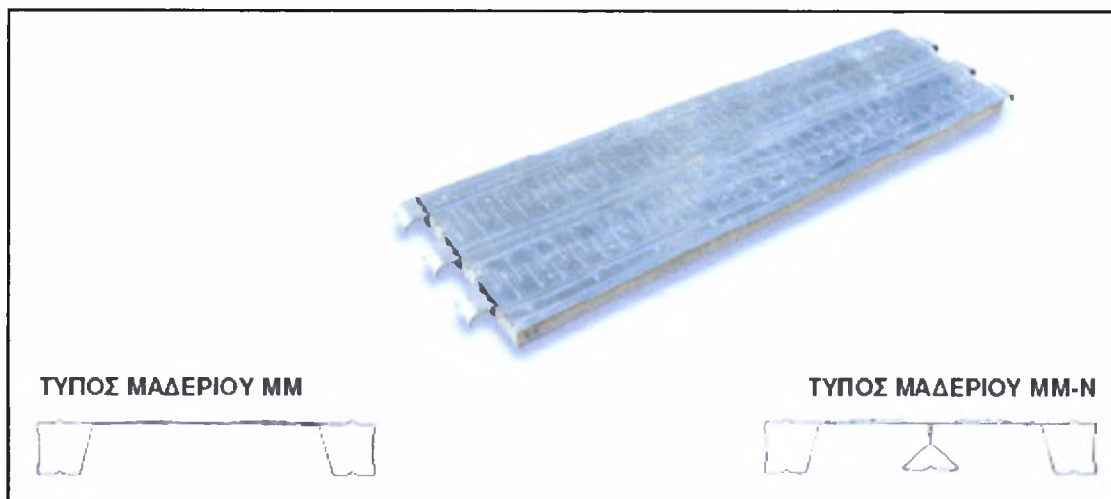
Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται τα τεχνικά χαρακτηριστικά των δυο ανωτέρω τύπων μεταλλικών μαδεριών.

Ποιότητα Υλικού	Γαλβανίζε Fe E 320 G (EN 10147)
Πάχος Υλικού	1 mm
Προστασία	Γαλβάνισμα εν θερμώ
Μήκη	Τυποποιημένα σε 2.5 m και 3 m ή σε οποιαδήποτε επιθυμητό μήκος κατά παραγγελιά
Πλάτη	300 – 330 – 500 mm
Ποιότητα υλικού γάντζου	Γαλβανίζε Fe E 320 G
Πάχος υλικού γάντζου	2.5 mm
Προστασία υλικού γάντζου	Γαλβάνισμα εν θερμώ

Πιν. 1.1 Τεχνικά χαρακτηριστικά μεταλλικών μαδεριών τύπου MM και MM-N.

Τα πλεονεκτήματα χρησιμοποίησης μεταλλικών μαδεριών στη δημιουργία ικριωμάτων έναντι άλλων συμβατικών συνοψίζονται στα παρακάτω:

- Έχουν αντιολισθητική επιφάνεια.
- Υπάρχουν ανοίγματα για την απομάκρυνση του νερού.
- Επιτυγχάνεται ασφαλής σύνδεση με την σκαλωσιά.
- Επιτυγχάνεται ανθεκτικός και γέρος σχεδιασμός.
- Υπάρχει δυνατότητα κατασκευής πλατφόρμας εργασίας.
- Εύκολη μεταφορά και τοποθέτηση.



**Σχ.1.3 Μεταλλικό μαδέρι σκαλωσιάς σε δυο διαφορετικούς τύπους.**

Τα μεταλλικά μαδέρια τύπου MM και MM-N που παράγονται από την εταιρία Α. Καλπίνης – Ν. Σίμος αποτελούν προϊόντα λεπτότοιχων διατομών ψυχρής διαμόρφωσης. Ως γνωστών τα λεπτότοιχα προϊόντα ψυχρής έλασης είναι πολύ αποδοτικά τόσο σε δυσκαμψία όσο και σε αντοχή. Επίσης είναι πολύ ελαφρά μιας και τα πάχη τους δύναται να είναι και μικρότερα του 1 mm. Η αύξηση της δυσκαμψίας αυτού του είδους προϊόντων επιτυγχάνεται διάμεσου της κατασκευής ειδικών νευρώσεων - ενισχύσεων (stiffeners) με την μορφή κάμψεων ή εγκοπών τόσο στα πέλματα όσο και στον κορμό.

Το γεγονός όμως ότι τα μεταλλικά μαδέρια τύπου MM και MM-N είναι λεπτότοιχα έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ειδικών προβλημάτων υπολογισμού λόγω φαινόμενων τοπικής ή και καθολικής αστάθειας.

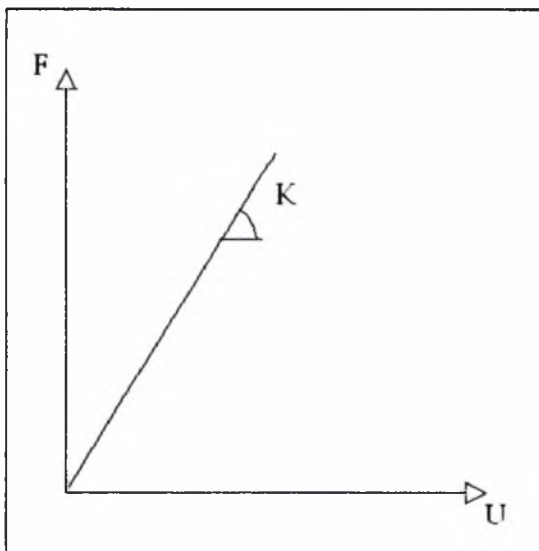




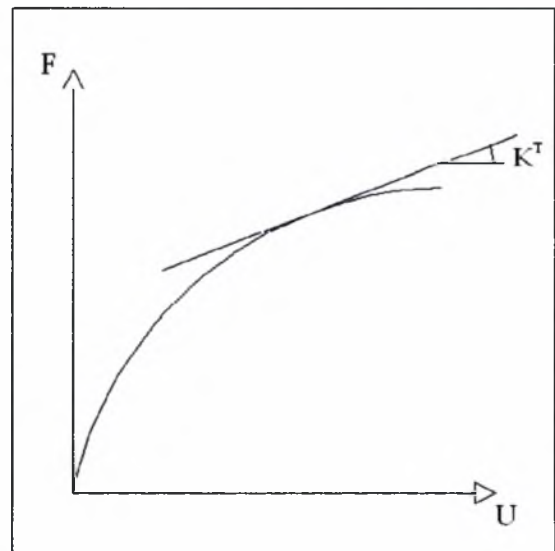
Σχ.1.4 Μεταλλικό μαδέρι τύπου MM-N

## 1.2 Μη γραμμικότητα

Με τον όρο μη γραμμικότητα θεωρούμε την κατάσταση εκείνη κατά την οποία ο δρόμος ισορροπίας (καμπύλη δύναμης-μετακίνησης) ενός συστήματος ή μίας κατασκευής δεν είναι γραμμικός. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η μητρική εξίσωση ισορροπίας του φορέα να συσχετίζεται όχι με το γνωστό σταθερό μητρώο δυσκαμψίας αλλά με το μεταβαλλόμενο εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας.



Γραμμικό φαινόμενο



Μη Γραμμικό φαινόμενο

Σχ. 1.5 Γραμμικός και μη γραμμικός νόμος παραμόρφωσης

Όπως φαίνεται και στα διαγράμματα η δυσκαμψία του φορέα παύει να εκφράζεται από μία σταθερά  $K$ , αλλά μεταβάλλεται συνεχώς.

Η μη γραμμική συμπεριφορά μιας κατασκευής μπορεί να οφείλεται σε αρκετές αιτίες, οι οποίες μπορούν να συνοψιστούν σε τρεις κύριες κατηγορίες:

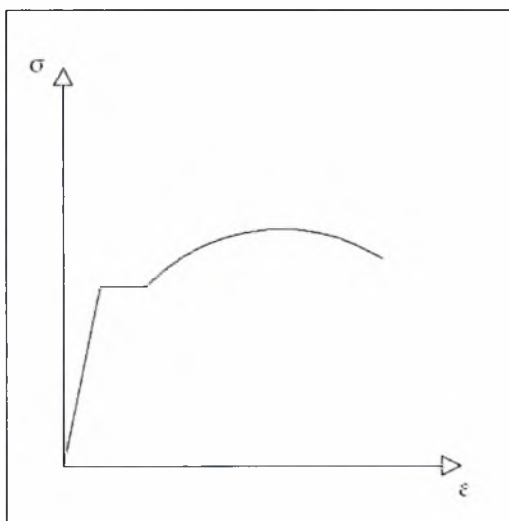
- Γεωμετρική μη γραμμικότητα

Υπάρχουν τρία είδη γεωμετρικής μη γραμμικότητας, σχετικά μεγάλες μετακινήσεις, σχετικά μεγάλες παραμορφώσεις, μεταβολή της δυσκαμψίας λόγω εντός επιπέδου τάσεων. Αν μία κατασκευή εμφανίζει μεγάλες παραμορφώσεις, η συνεχώς μεταβαλλόμενη γεωμετρία της μπορεί να προκαλέσει μη γραμμική συμπεριφορά. Γενικά, η γεωμετρική μη γραμμικότητα χαρακτηρίζεται από μεγάλες μετατοπίσεις και/ή στροφές.

Η συνολική δυσκαμψία ενός φορέα εξαρτάται από τον προσανατολισμό και την δυσκαμψία των επιμέρους μεμονωμένων στοιχείων που τον αποτελούν.

- Μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού

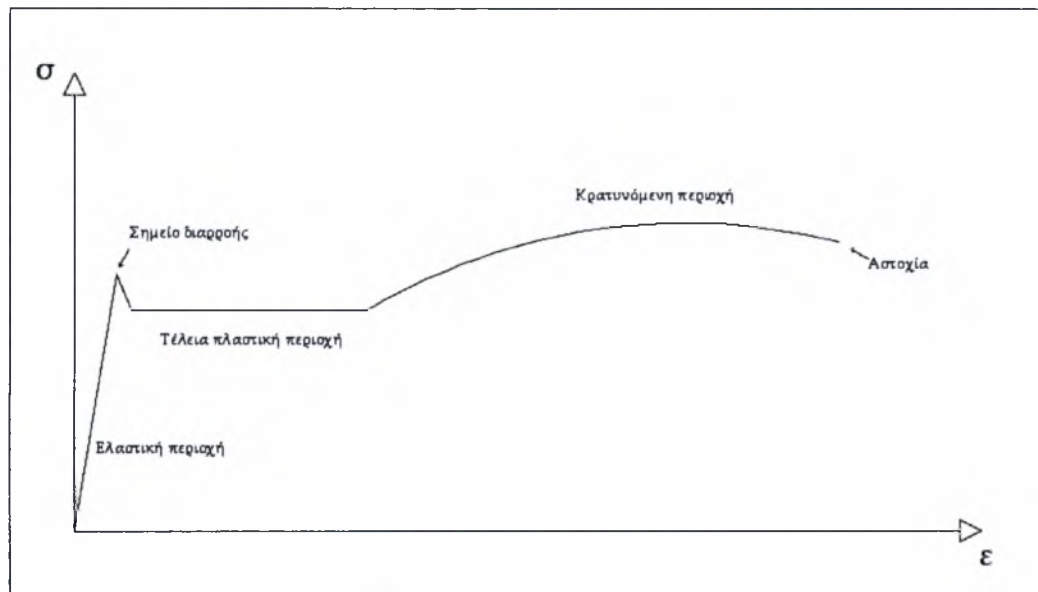
Η μη γραμμική σχέση τάσεων – παραμορφώσεων είναι μια συνήθης αιτία μη γραμμικής συμπεριφοράς του φορέα. Πολλοί παράγοντες μπορούν να επηρεάσουν τη μορφή του διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων ενός υλικού, μερικοί από τους οποίους είναι: το ιστορικό φόρτισης (π.χ. στην ελαστοπλαστική απόκριση), οι συνθήκες περιβάλλοντος όπως η θερμοκρασία και τέλος η χρονική διάρκεια επιβολής του φορτίου (επιρροή του ερπυσμού)



Διάγραμμα τάσεων – παραμορφώσεων χάλυβα

Σχ. 1.6 Μη γραμμική συμπεριφορά που οφείλεται στο νόμο του υλικού

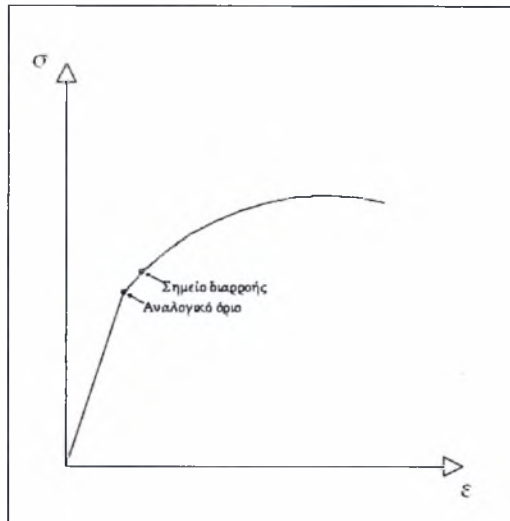
Στις περιπτώσεις μη γραμμικής συμπεριφοράς του υλικού εντάσσεται και η πλαστικότητα. Πλαστικότητα είναι το φαινόμενο κατά την οποίο εμφανίζονται μόνιμες (μη αναστρέψιμες) παραμορφώσεις υπό τα επιβαλλόμενα φορτία.



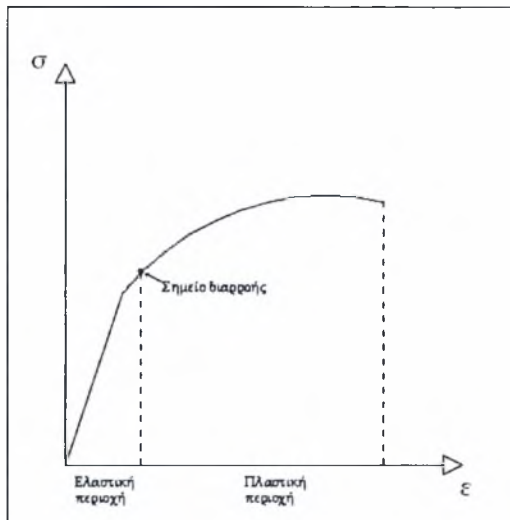
**Σχ. 1.7 Ποιοτικό διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων για μαλακό χάλυβα**

Η σχέση μεταξύ τάσεων και παραμορφώσεων καθορίζεται ουσιαστικά από τρία στοιχεία: το όριο αναλογίας (proportional limit), το σημείο διαρροής (yield point), και της κράτυνσης (strain hardening).

Τα περισσότερα μαλακά μέταλλα συμπεριφέρονται γραμμικά κάτω από ένα επίπεδο τάσης που ονομάζεται όριο αναλογίας (proportional limit), ενώ κάτω από το όριο διαρροής η συμπεριφορά είναι ελαστική. Επειδή τα δύο σημεία αυτά απέχουν ελάχιστα γίνεται η παραδοχή ότι συμπίπτουν και θεωρούνται ως ένα σημείο που διαχωρίζει το διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων σε δύο περιοχές, την ελαστική και την πλαστική.

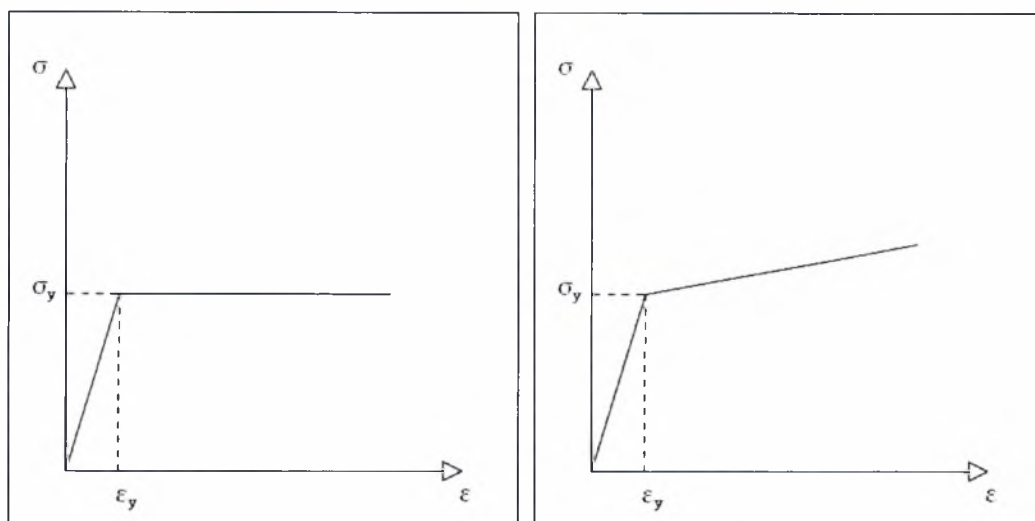


Σχ. 1.8 Όριο αναλογίας – σημείο διαρροής



Σχ. 1.9 Περιοχές διαγράμματος τάσεων - παραμορφώσεων

Τέλος, η πλαστική περιοχή μπορεί να χαρακτηριστεί ως τέλεια πλαστική ή κρατυνόμενη ανάλογα με την κλίση (μεταβολή της τάσης για μεταβολή της παραμόρφωσης)



**Ελαστικό - τέλεια πλαστικό  
διάγραμμα**

**Ελαστικό-κρατυνόμενο  
διάγραμμα**

**Σχ. 1.10 Μοντέλα ελαστοπλαστικών υλικών**

- Μη γραμμικότητα εξαιτίας αλλαγής συνοριακών συνθηκών

Η μονόπλευρη επαφή ενός φορέα με άλλα στοιχεία επηρεάζει σημαντικά την συμπεριφορά του. Το φαινόμενο αυτό προκαλεί σημαντικά προβλήματα κατά την ανάλυση γιατί αρχικά η επιφάνεια επαφής είναι άγνωστη και επιπρόσθετα τα περισσότερα προβλήματα επαφής εμπεριέχουν το φαινόμενο της τριβής.

### 1.3 Σκοπός της παρούσας εργασίας

Λόγω του μικρού πάχους των τοιχωμάτων των δομικών στοιχείων από λεπτότοιχες διατομές, εμφανίζονται προβλήματα τοπικού λυγισμού (Local Buckling) για θλιπτική ή διατμητική καταπόνηση, η αντιμετώπιση των οποίων αποτελεί το σημαντικότερο κομμάτι της μελέτης κατασκευών από λεπτότοιχα στοιχεία ψυχρής έλασης.

Έτσι, αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας αποτελεί η μελέτη και ο υπολογισμός των ανωτέρω μεταλλικών μαδεριών. Αυτό επιτυγχάνεται μέσα από την αριθμητική προσομοίωση του μαδεριού, με την χρήση ενός προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων μη γραμμικής ανάλυσης (MARC Mentat). Στόχος της ανωτέρω προσομοίωσης είναι η γενικότερη διερεύνηση της συμπεριφοράς τέτοιου είδους κατασκευών μέσω παραμετρικής μελέτης. Για τον υπολογισμό θεωρείται ότι το κάθε μεταλλικό μαδέρι στηρίζεται αμφιέριστα στους πύργους των κριωμάτων με αποτέλεσμα κριτήριο αντοχής να αποτελεί η καμπτική ροπή αντοχής της μεσαίας διατομής του μεταλλικού μαδεριού. Ειδικότερα εξετάζονται διαφόρου είδους μοντέλα τα οποία λαμβάνουν υπόψη ενδεχόμενη μεταλυγισμική συμπερι-

φορά. Κατά μήκος του μαδεριού υπάρχουν σύνδεσμοι ανά ίσες αποστάσεις, οι οποίοι ενώνουν τόσο τον μεσαίο κορμό (μόνο για τον τύπο MM-N) όσο και τις άκρες του χαλυβδόφυλλου, έτσι ώστε να δημιουργηθούν τα ακραία «δοκαράκια» (βλ. Σχ. 1.1 και 1.2). Στη παρούσα εργασία πραγματοποιείται μια παραμετρική μελέτη των δυο διαφορετικών τύπων μεταλλικών μαδεριών με απώτερο σκοπό την εύρεση της επιρροής των συνδέσμων των μεταλλικών φύλλων, στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού, στην συνολική δυσκαμψία και στην γενικότερη συμπεριφορά του φορέα μέχρι την αστοχία. Για την επίτευξη του ανωτέρω στόχου είναι αναγκαία η χρήση μη γραμμικής ανάλυσης που λαμβάνει υπόψη γεωμετρική μη γραμμικότητα σε συνδυασμό με ελαστοπλαστικό καταστατικό νόμο υλικού.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΜΑΔΕΡΙΟΥ

#### 2.1 Γενικά

Δεν υπάρχουν θεωρητικές αναλύσεις για αυτή την σύνθετη γεωμετρία του μαδεριού. Μόνο σύμφωνα με τον αρμόδιο ευρωπαϊκό κανονισμό για θέματα λεπτότοιχων διατομών EC 3 - Part 1.3, μπορεί να υπολογιστεί το φορτίο αστοχίας φορέων από λεπτότοιχα μέλη ψυχρής διαμόρφωσης. Αυτή η ανάλυση ήταν μέρος αναφοράς σε Ερευνητικό Πρόγραμμα με τίτλο Πειραματική και Αριθμητική Τεκμηρίωση μηχανικών αντοχών μεταλλικού μαδεριού σκαλωσιάς (Επιστημονικός υπεύθυνος Ε. Μυστακίδης). Πιο συγκεκριμένα, στόχος του ερευνητικού ήταν η πειραματική και αριθμητική τεκμηρίωση των μηχανικών αντοχών συγκεκριμένου λεπτότοιχου μεταλλικού μαδεριού που παράγει η εταιρεία Α. Καλπίνης – Ν. Σίμος Α.Ε.Β.Ε. Εξαιτίας των περιορισμών και της συντηρητικότητας των αποτελεσμάτων του Ευρωκώδικα, αυτή η αναφορά έγινε κινητήριος μοχλός περαιτέρω μελέτης της συμπεριφοράς των μεταλλικών μαδεριών. Έπρεπε να υιοθετηθεί μία πιο γενική προσέγγιση, η οποία θα ήταν ικανή να προσομοιώσει την συμπεριφορά του μαδεριού. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια εύρωστη προσέγγιση για την λύση μηχανικών προβλημάτων, όπως το συγκεκριμένο. Για αυτό το λόγο η αριθμητική προσομοίωση του μαδεριού είναι η μόνη λύση για να προσεγγιστούν τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα.

#### 2.2 Περιγραφή πειραματικής και αριθμητικής τεκμηρίωσης

Κύριος στόχος του ανωτέρου ερευνητικού προγράμματος είναι η εύρεση του μέγιστου φορτίου που δύναται να φέρει το μεταλλικό μαδέρι για δεδομένη εντατική κατάσταση ούτως ώστε να καλύπτονται οι απαιτήσεις σχεδιασμού του ευρωπαϊκού προτύπου EN 12811.01 αρμοδίου για θέματα μελέτης και κατασκευής κριωμάτων. Με δεδομένο ότι τα λεπτότοιχα μεταλλικά μαδέρια εδράζονται αμφιέρειστα στους πύργους των μεταλλικών κριωμάτων κριτήριο σχεδιασμού αποτελεί η καμπτική καταπόνηση αυτών. Συνεπώς η εύρεση του οριακού φορτίου συνάγεται στην εύρεση της καμπτικής ροπής αντοχής των μαδεριών. Ως εκ τούτου η πειραματική δοκιμή κάμψης τριών σημείων κρίνεται ως η πλέον αποτελεσματική για το σκοπό αυτό. Πιο συγκεκριμένα διεξήχθη μια σειρά πειραμάτων κάμψης τριών σημείων για τα διαφορά είδη των μεταλλικών μαδεριών και σε δι-

άφορα μήκη σε ένα σερβουδραυλικό σύστημα επιβολής δύναμης ή μετακίνησης. Τόσο η ένδειξη του μέγιστου οριακού φορτίου όσο και των παραγόμενων μετακινήσεων αποτελούν καταγραφή των ενδείξεων του εμβόλου μιας και δεν χρησιμοποιήθηκαν μυκηνοσιόμετρα εξαιτίας της ευκαμψίας των μαδεριών σε σχέση με την δυσκαμψία του πλαισίου επιβολής του φορτίου. Επιπροσθέτως διεξήχθησαν και πειράματα κάμψης τριών σημείων, με την θέση όμως επιβολής του φορτίου κοντά στη στήριξη, με απώτερο σκοπό την εύρεση της αντοχής των γάντζων των μεταλλικών μαδεριών που αποτελούν τα στοιχεία σύνδεσης των μαδεριών με τους μεταλλικούς πύργους. Οι συνοριακές συνθήκες που εμφανίζονται στο πρόβλημα είναι κλασσικές συνθήκες απλής έδρασης. Στο σχήμα 2.1 παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε κατά την διεξαγωγή των πειραμάτων στο Εργαστήριο Τεχνολογίας και Κατασκευών Ο/Σ του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.



Σχ.2.1 Πειραματική διάταξη

Αν και τα πειραματικά αποτελέσματα θεωρούνται άκρως ικανοποιητικά για την πιστοποίηση της καμπτικής ροπής αντοχής των μεταλλικών μαδεριών, εν τούτοις είναι απαραίτητη η εξαγωγή των ίδιων ακριβώς στοιχείων σύμφωνα με τις διατάξεις του ευρωπαϊκού προτύπου EN 12811.01 για το σχεδιασμό ικριωμάτων. Μέσω του ανώτερου προτύπου υπάρχει η δυνατότητα προσδιορισμού των κλάσεων φόρτισης που ορίζονται από το πρότυπο, για τα μελετηθέντα μαδέρια. Από τις κλάσεις φόρτισης θα έχει την δυνατότητα ο εκάστοτε μελετητής να γνωρίζει την φέρουσα ικανότητα του μαδεριού που θα χρησιμοποιήσει για μια δεδομένη καταπόνηση.

Ως εκ τούτου κρίθηκε απαραίτητος ο προσδιορισμός των μηχανικών αντοχών των λεπτότοιχων μεταλλικών μαδεριών με γνώμονα τις διατάξεις των σχετιζόμενων κανονισμών. Πιο συγκεκριμένα ο υπολογισμός της



καμπτικής ροπής αντοχής των μαδεριών ανάγεται στην εύρεση της ελαστικής ροπής αντίστασης της ενεργού διατομής των μαδεριών. Η ύπαρξη των ενισχύσεων στα πέλματα και των κορμό καθιστά το ανωτέρω πρόβλημα σύνθετο. Για το σκοπό αυτό το μέρος 1.3 του ευρωκώδικα 3 προτείνει μια επαναληπτική μέθοδο εύρεσης της ενεργού διατομής που λαμβάνει υπόψη τόσο την επιρροή των ενισχύσεων και την αλληλεπίδραση αυτών μεταξύ τους, όσο και την ύπαρξη αρχικών ατελειών μέσω της χρήσης καμπύλων λυγισμού.

Στην παρούσα εργασία συγκρίνονται τα μέγιστα οριακά φορτία που δύναται να φέρουν τα μελετηθέντα μαδέρια από την μη γραμμική ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία με τα αντίστοιχα φορτία που προκύπτουν από την πειραματική και αναλυτική με βάση τον κανονισμό διαδικασία. Προφανώς οι τυχόν αποκλίσεις που υπάρχουν οφείλονται τόσο σε ενδεχόμενες παραδοχές της προσομοίωσης (σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα) όσο και στην μη θεώρηση αρχικών γεωμετρικών ατελειών (σε σχέση με τα αναλυτικά από τον ευρωκώδικα 3 αποτελέσματα).

## **2.3 Περιγραφή μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων**

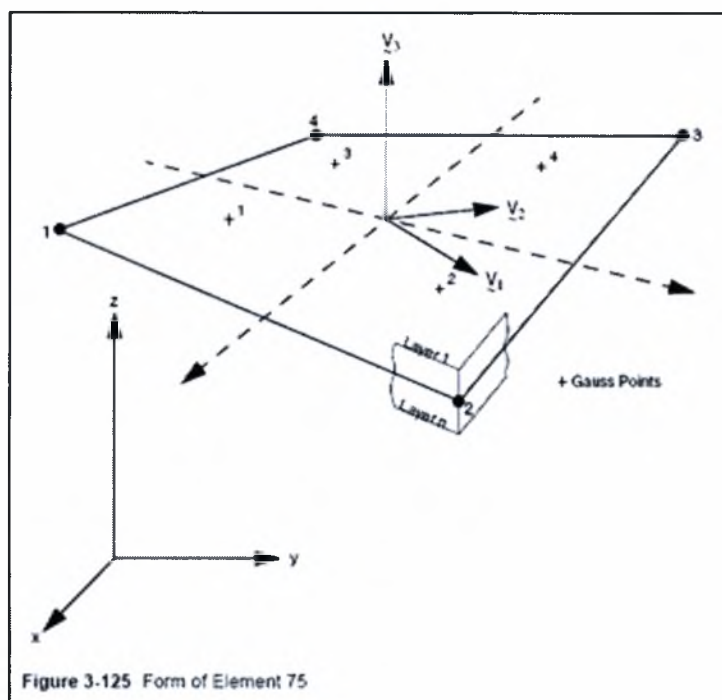
### **2.3.1 Περιγραφή πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν**

Το μεταλλικό μαδέρι προσομοιώθηκε στο MARC με τετρακομβικά στοιχεία κελύφους τύπου 75 και δικομβικά στοιχεία δοκού τύπου 52.

- **Πεπερασμένο Στοιχείο 75 – Διγραμμικό παχύ στοιχείο κελύφους**

Το συγκεκριμένο πεπερασμένο στοιχείο είναι τετρακομβικό, παχύ στοιχείο κελύφους με έξι καθολικές μετατοπίσεις και στροφές όσοι οι βαθμοί ελευθερίας του. Χρησιμοποιείται διγραμμική παρεμβολή για την εύρεση των συντεταγμένων, τις μετατοπίσεις και τις στροφές. Οι επιφανειακές παραμορφώσεις εξασφαλίζονται από το πεδίο των μετατοπίσεων, ενώ οι καμπυλότητες από το πεδίο των στροφών. Δεν λαμβάνεται υπόψη η κλασική θεωρία κάμψης επιφανειακών φορέων κατά Kirchhoff αλλά η θεωρία Rössner-Mindlin κατά την οποία λαμβάνονται υπόψη και το έργο των διατμητικών παραμορφώσεων. Το συγκεκριμένο στοιχείο είναι ένα αποτελεσματικό και απλό στοιχείο το οποίο παρουσιάζει καλή συμπεριφορά και μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο σε ανάλυση καμπύλων κελύφων, όσο και σε ανάλυση σύνθετων επιφανειακών κατασκευών. Λόγω της απλής δομής το στοιχείο είναι πιο οικονομικό σε υπολογιστικό χρόνο και συνεπώς πιο ελκυστικό για την μη γραμμική ανάλυση. Το στοιχείο δεν είναι τόσο ευαίσθητο σε στρέβλωση, ειδικά όταν οι γωνιακοί κόμβοι βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

Το στοιχείο ορίζεται γεωμετρικά από τις (x, y, z) συντεταγμένες των τεσσάρων γωνιακών κόμβων. Λόγω της διγραμμικής παρεμβολής, η επιφάνεια σχηματίζει υπερβολικό παραβολοειδές το οποίο επιτρέπεται να εκφυλιστεί σε πλάκα. Το πάχος του στοιχείου καθορίζεται στις γεωμετρικές επιλογές (GEOMETRY option). Τα αποτελέσματα των τάσεων δίνονται στις τοπικές ορθογώνιες διευθύνσεις (V1, V2, και V3). (βλ. Σχ. 2.2).



Σχ.2.2 Μορφή του πεπερασμένου στοιχείου 75

Οι έξι μεταβλητές των μετατοπίσεων των κόμβων είναι οι εξής: Οι u, v, w είναι οι συνιστώσες των μετατοπίσεων ορισμένες στο καθολικό Καρτεσιανό x, y, z σύστημα συντεταγμένων. Ενώ οι φx, φy, φz συνιστώσες των στροφών περί των καθολικών x-, y-, και z-αξόνων, αντίστοιχα.

Οι συναρτήσεις σχήματος  $N_i = (i=1 \div n_e)$ , όπου  $n_e$  είναι ο συνολικός αριθμός των κόμβων του στοιχείου, που ορίζουν τη γεωμετρία του στοιχείου.

$$x = \sum_{i=1}^{n_e} N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^{n_e} N_i y_i$$

Το συγκεκριμένο στοιχείο έχει έξι βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο:

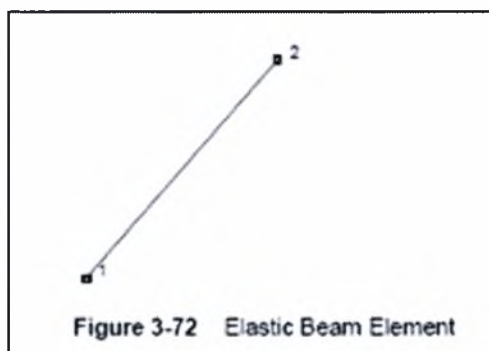
- 1 = u = καθολική (Καρτεσιανή) x-μετατόπιση
- 2 = v = καθολική (Καρτεσιανή) y-μετατόπιση
- 3 = w = καθολική (Καρτεσιανή) z-μετατόπιση
- 4 = φx = στροφή περί τον καθολικό άξονα x
- 5 = φy = στροφή περί τον καθολικό άξονα y

$\delta = \phi z =$  στροφή περί τον καθολικό άξονα  $z$

- **Πεπερασμένο Στοιχείο 52 - Ελαστική Ράβδος (Elastic Beam)**

Το συγκεκριμένο πεπερασμένο στοιχείο είναι ένα ραβδωτό ισοπαραμετρικό στοιχείο δοκού στο χώρο το οποίο δεν δύναται να προσομοιώσει φορείς με μη γραμμική απόκριση του υλικού. Το στοιχείο λαμβάνει υπόψη την κλασική θεωρία κάμψης δοκών κατά Euler-Bernoulli. Αυτή η θεωρία δεν λαμβάνει υπόψη την επιρροή των διατμητικών παραμορφώσεων  $\gamma_{xy}$  και  $\gamma_{zx}$  στο έργο παραμορφώσεως της δοκού με αποτέλεσμα επίπεδες διατομές να εξακολουθούν να παραμένουν επίπεδες και κάθετες στον παραμορφωμένο άξονα της δοκού. Μεγάλες αλλαγές στην καμπυλότητα αμελούνται σε ανάλυση μεγάλων παραμορφώσεων (Large displacement formulation). Για την μόρφωση των συναρτήσεων σχήματος χρησιμοποιείται γραμμική παρεμβολή κατά μήκος του άξονα του στοιχείου.

Το στοιχείο 52 χρησιμοποιεί τοπικό σύστημα αξόνων  $(x, y, z)$ . Οι τοπικοί άξονες  $x$  και  $y$  είναι οι κύριοι άξονες της διατομής ενώ ο τοπικός άξονας  $z$  είναι κατά μήκος της δοκού όπως φαίνεται στο Σχ.2.3.



Σχ.2.3 Ελαστικό Στοιχείο Δοκού

Ο τοπικός  $z$ -άξονας ξεκινάει από τον κόμβο 1 και καταλήγει στον κόμβο 2, και ο τοπικός  $y$ -άξονας σχηματίζεται από το δεξιόχειρο ζευγάρι του τοπικού  $x$  και  $z$  άξονα.

Το παραπάνω στοιχείο απαιτεί τον εφοδιασμό του με τα παρακάτω αδρανειακά μεγέθη, τα οποία είναι τα εξής. Η ροπή αδράνειας της διατομής περί τον  $x$ -άξονα ( $I_{xx}$ ) και η ροπή αδράνειας της διατομής περί τον  $y$ -άξονα ( $I_{yy}$ ). Οι καμπτικές δυσκαμψίες της διατομής υπολογίζονται ως  $E \cdot I_{xx}$  και  $E \cdot I_{yy}$ . Η στρεπτική δυσκαμψία της διατομής υπολογίζεται βάση του τύπου  $\frac{E}{2(1+\nu)} \cdot (I_{xx} + I_{yy})$ . Όπου  $E$  και  $\nu$  είναι το μέτρο ελαστικότητας (μέτρο Young) και ο λόγος Poisson αντίστοιχα, υπολογισμέ-να συναρτήσεως της θερμοκρασίας.

Το συγκεκριμένο στοιχείο έχει έξι βαθμούς ελευθερίας:

1 =  $u_x$  = καθολική Καρτεσιανή συντεταγμένη στην x-διεύθυνση της μετατόπισης

2 =  $u_y$  = καθολική Καρτεσιανή συντεταγμένη στην y -διεύθυνση της μετατόπισης

3 =  $u_z$  = καθολική Καρτεσιανή συντεταγμένη στην z -διεύθυνση της μετατόπισης

4 =  $\phi_x$  = στροφή περί τον καθολικό άξονα στην x-διεύθυνση

5 =  $\phi_y$  = στροφή περί τον καθολικό άξονα στην y -διεύθυνση

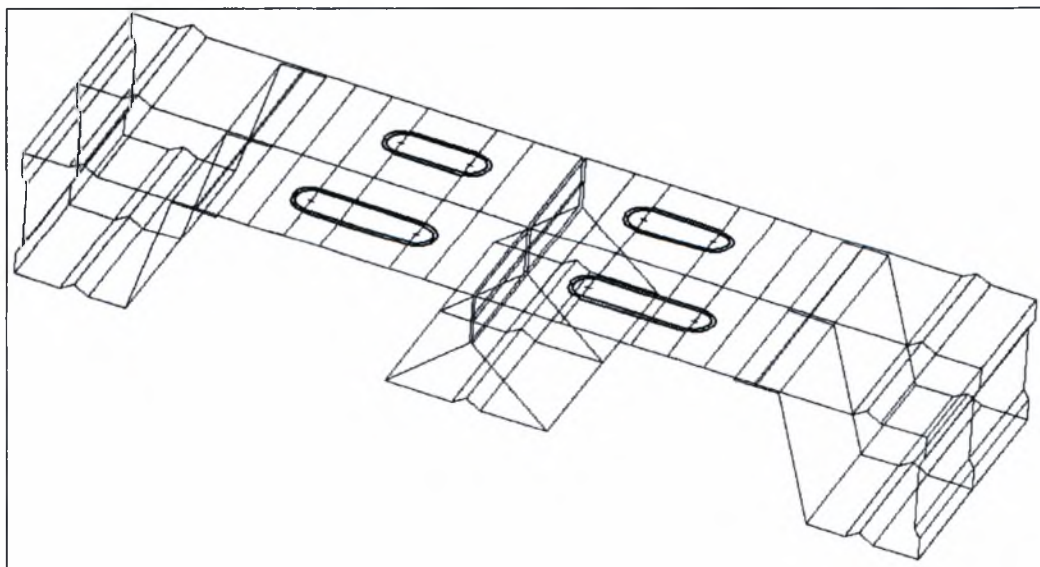
6 =  $\phi_z$  = στροφή περί τον καθολικό άξονα στην z -διεύθυνση

### 2.3.2 Μοντέλο μαδεριού - Γεωμετρία

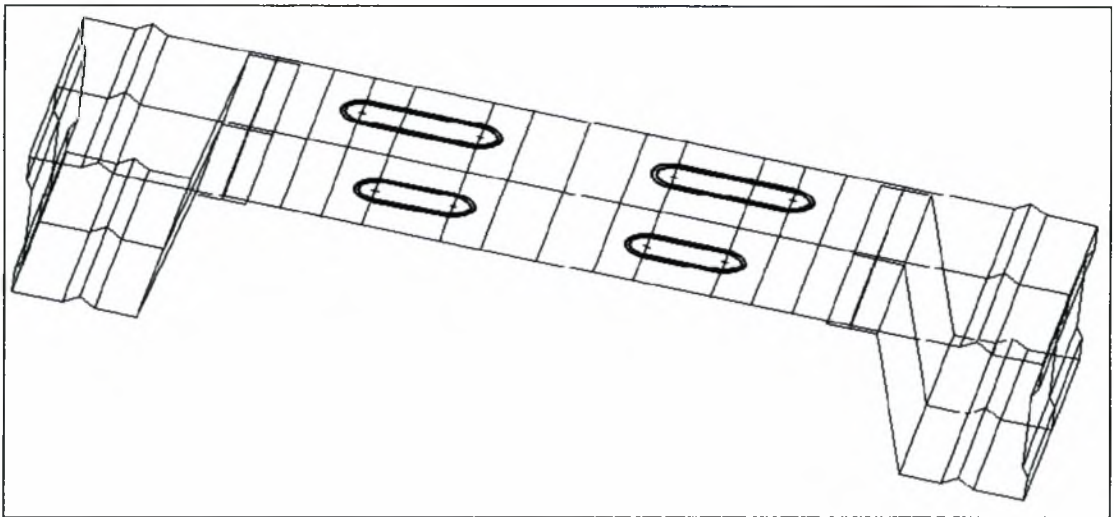
Τα προς μελέτη μοντέλα είναι δύο μεταλλικά μαδέρια λεπτότοιχης διατομής ψυχρής διαμόρφωσης. Τα μοντέλα αυτά, από άποψη γεωμετρίας έχουν μεγάλο βαθμό αξιοπιστίας σε σχέση με το πραγματικό μαδέρι. Η κυριότερη διαφορά τους έγκειται στο γεγονός ότι στα μαδέρια του πειράματος υπάρχουν ειδικά στοιχεία σύνδεσης (γάντζοι) που συνδέουν τα μαδέρια με τους πύργους του ικριώματος ούτως ώστε να δημιουργούνται συνθήκες απλής έδρασης. Προφανώς τα ανωτέρω στοιχεία σύνδεσης έχουν την δυνατότητα παραμόρφωσης, συνεπώς πρόκειται για ενδόσιμες στηρίξεις. Εν αντιθέσει, η προσομοίωση της έδρασης των μαδεριών στους πύργους των ικριωμάτων γίνεται μέσω ακλόνητων στηρίξεων (άρθρωση – κύλιση). Αυτή η παραδοχή είναι η πλέον κατάλληλη καθώς προσομοιάζει σε μεγάλο βαθμό τον πραγματικό τρόπο στήριξης μιας και όπως καταδεικνύεται από τα πειράματα η παραμόρφωση των στοιχείων σύνδεσης είναι πολύ μικρή. Συνεπώς, ο βαθμός αξιοπιστίας είναι αρκετά μεγάλος για την διερεύνηση που θα πραγματοποιηθεί και τα αποτελέσματα θα μπορούν να είναι συγκρίσιμα. Όπως φαίνεται και στα σχήματα 1.1 και 1.2 τα μαδέρια έχουν σύνθετη διατομή με συνολικό πλάτος 326 mm και ύψος 50 mm. Το μήκος των αμφιέριστων μαδεριών είναι 2865 mm ενώ το πάχος του ελάσματος είναι 1 mm. Η διαφορά στα δύο είδη μαδεριών έγκειται στον μεσαίο κορμό, ο οποίος αποτελεί βασικό στοιχείο της παραμετρικής μελέτης που ακολουθεί. Οι λεπτότοιχες διατομές έχουν λόγω του τρόπου κατασκευής τους στρογγυλεύσεις. Για την δημιουργία των μοντέλων, κάθε τοίχωμα αντιπροσωπεύτηκε από την μέση επιφάνεια του ενώ οι στρογγυλεύσεις αντικαθίστανται από τα σημεία τομής των γειτονικών τοιχωμάτων. Το σφάλμα της ανωτέρω παραδοχής είναι γενικά μικρό για μικρά πάχη και μικρές ακτίνες κάμψης, μεγαλώνει όμως όταν αυτά τα μεγέθη αυξηθούν. Λόγω της παραπάνω παραδοχής της μέσης επιφάνειας, σε επίπεδο διατομής το συνολικό πλάτος και ύψος των μοντέλων μειώνεται στα 325 mm και 49 mm αντίστοιχα. Το μαδέρι αποτελείται από ένα σετ εντυπωμάτων το οποίο επαναλαμβάνεται 30 φορές. Το μήκος του κά-

θε σετ είναι 86,9 mm. Στα άκρα συνεχίζει χαλυβδόφυλλο με την ίδια διατομή αλλά χωρίς εντυπώματα μέχρι τις στηρίξεις. Το μήκος της κάθε εκατέρωθεν επέκτασης είναι 129 mm. Στις οριζόντιες επιφάνειες των σετ εμφανίζονται δύο είδη εντυπωμάτων. Το πρώτο έχει μήκος 52 mm και πλάτος 14 mm στο κάτω επίπεδο, ενώ στο άνω επίπεδο οι διαστάσεις του διαμορφώνονται σε 49 mm και 11 mm αντίστοιχα. Ομοίως το δεύτερο είδος εντυπώματος έχει κάτω διαστάσεις 39 mm και 14 mm, ενώ το άνω μήκος και πλάτος είναι 36 mm και 11 mm κατά αντιστοιχία. Το ύψος και των δύο εντυπωμάτων είναι 2 mm, ενώ όπως φαίνεται και στα δύο παρακάτω σχήματα, τα εντυπώματα στα άκρα τους παρουσιάζουν ημικυκλική μορφή. Όλες οι προαναφερθείσες διαστάσεις μετριοούνται με την παραδοχή της μέσης επιφάνειας. Τα δύο είδη εντυπωμάτων επαναλαμβάνονται εναλλάξ ανά 86,9 mm αξονικά. Η χρησιμότητα των εντυπωμάτων έγκειται κυρίως στην αύξηση της δυσκαμψίας των οριζόντιων κομματιών ανάμεσα στους κορμούς. Οι κορμοί από την πλευρά τους συμβάλλουν σημαντικά στην ευστάθεια του συνολικού φορέα, αφού παραλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος της έντασης.

Από τα τεχνικά σχέδια του μαδεριού σχεδιάστηκε στο AUTOCAD σε 3-D το σετ εντυπωμάτων που επαναλαμβάνεται, λαμβάνοντας υπόψη τα μήκη της μέσης επιφάνειας (βλ. Σχ. 2.4 και 2.5).

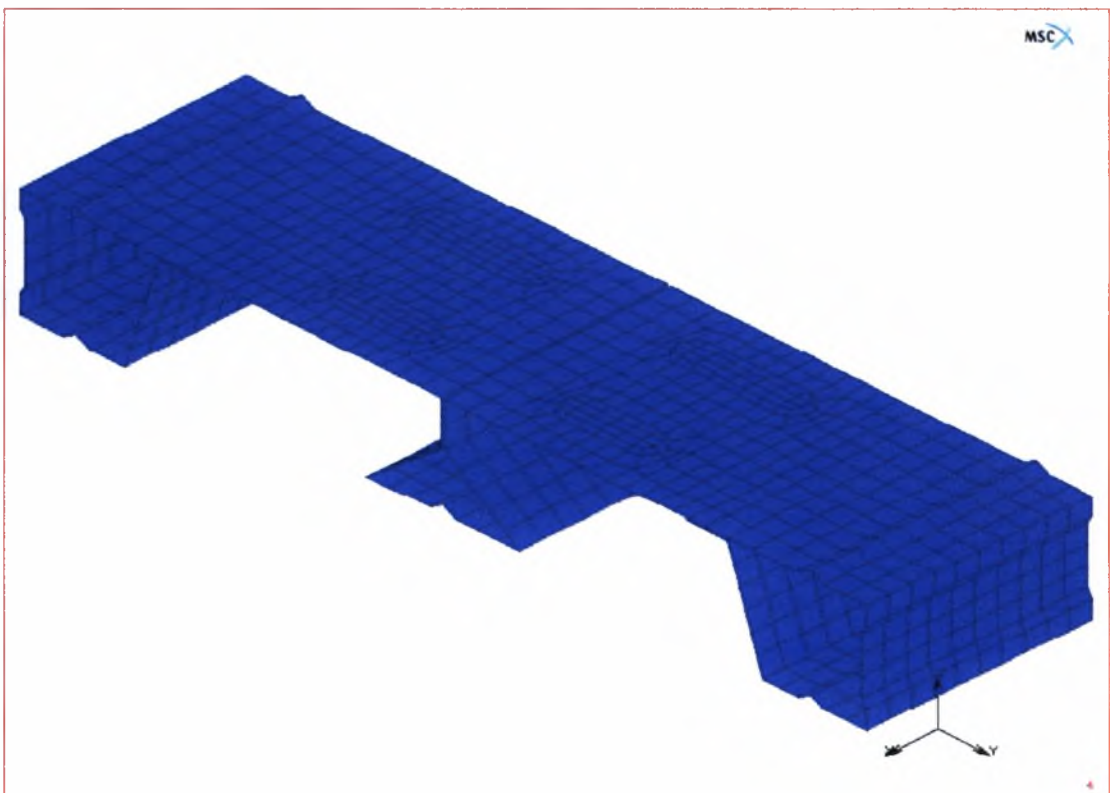


Σχ.2.4 Μοντέλο 3-D μεταλλικού μαδεριού τύπου MM-N 330

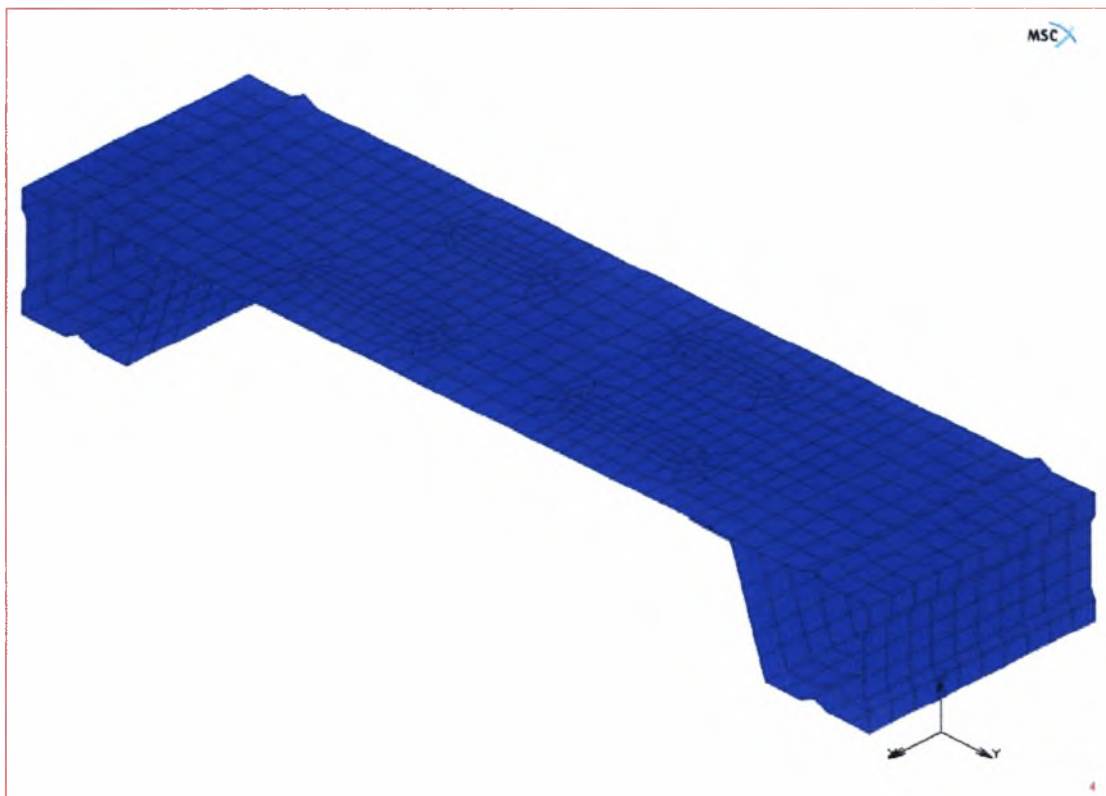


**Σχ.2.5 Μοντέλο 3-D μεταλλικού μαδεριού τύπου MM 330**

Το 3-D μοντέλο αποτελείται μόνο από γραμμές. Στην συνέχεια, το 3-D μοντέλο εισάγεται στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και με την βοήθεια των εντολών από το Mesh Generation του MARC Mentat γίνεται η τελική μορφοποίηση και διακριτοποίηση (βλ. Σχ. 2.6 και 2.7).



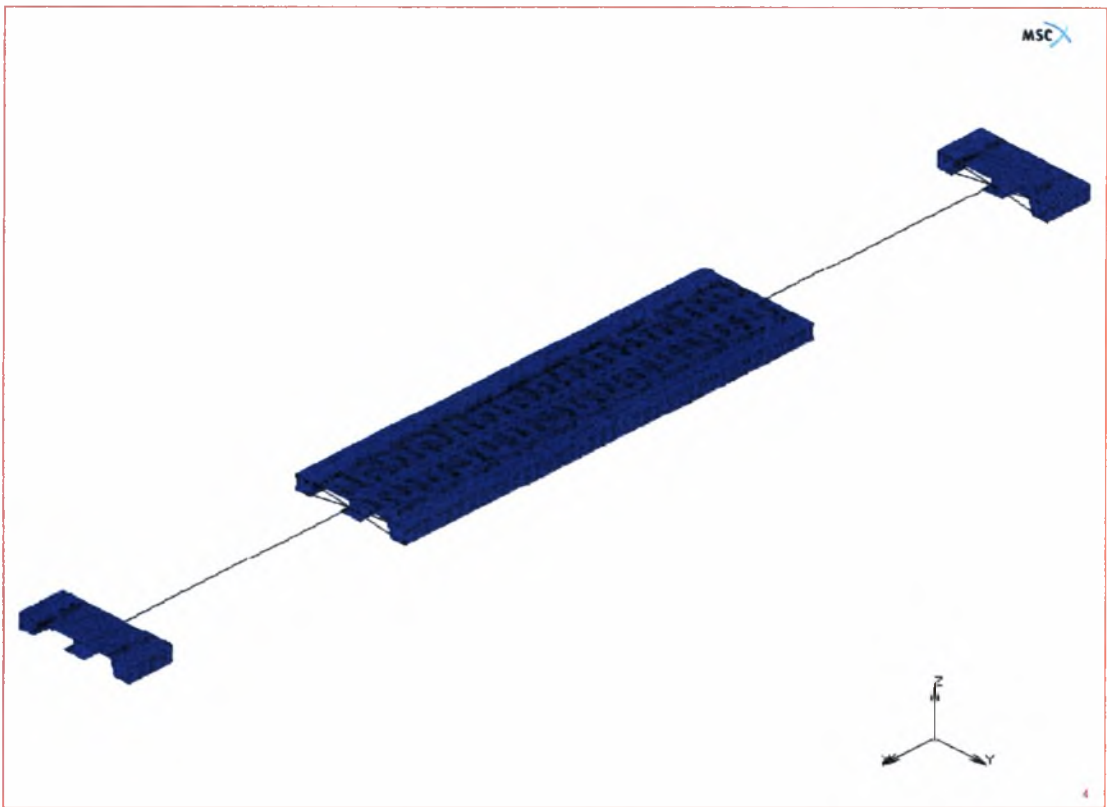
**Σχ.2.6 Μοντέλο 3-D μεταλλικού μαδεριού τύπου MM-N 330**



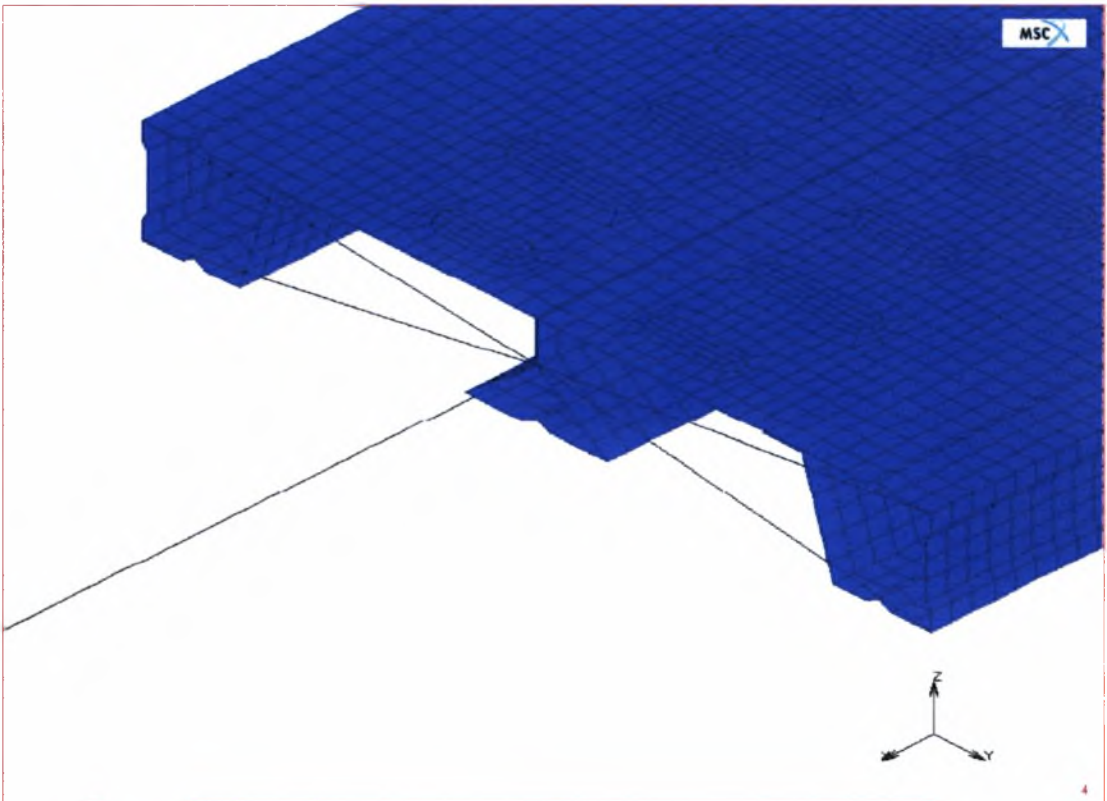
Σχ.2.7 Μοντέλο 3-D μεταλλικού μαδεριού τύπου MM 330

Αρχικά ανυψώνονται τα εντυπώματα κατά 2 mm και διακριτοποιούνται τα ακραία ημικύκλιά τους με πολύγωνα. Επειδή η γύρω περιοχή των εντυπωμάτων είναι σύνθετη τα στοιχεία κελύφους τύπου 75 τοποθετούνται χειροκίνητα ενώ στα σημεία όπου υπάρχει ομαλότητα γίνεται αυτόματα με την εντολή AUTOMESH. Στην διακριτοποίηση δίνεται προσοχή ώστε οι πλευρές των πεπερασμένων στοιχείων που δημιουργούνται να είναι όσο το δυνατόν ίσες και όχι η μία πλευρά να διαφέρει πολύ από την άλλη. Αφού ολοκληρωθεί το ένα σετ, αντιγράφεται 30 φορές ώστε να δημιουργηθεί το κύριο κομμάτι του μαδεριού. Ομοίως δημιουργούνται και τα ακραία κομμάτια που δεν έχουν τα εντυπώματα. Έπειτα τοποθετούνται τα στοιχεία ράβδου τύπου 52 στις θέσεις όπου υπάρχουν οι σύνδεσμοι για να τους προσομοιάσουν.

Πέρα από τα παραπάνω συμβατικά μοντέλα, δημιουργήθηκε και ένα μεικτό μοντέλο μαδεριού, το οποίο αποτελείται από τα γνωστά επαναλαμβανόμενα σετ και ραβδωτά στοιχεία με τα αδρανειακά χαρακτηριστικά του μαδεριού (βλ. Σχ. 2.8 και 2.9). Συγκεκριμένα, τα σετ αποτελούν το μεσαίο κομμάτι του μοντέλου. Αυτό το κομμάτι έχει μήκος τόσο όσο το μήκος που εμφανίζονται οι πρώτες ιδιομορφές του φορέα. Στην συνέχεια χρησιμοποιούνται τα ραβδωτά στοιχεία σε μήκος τόσο ώστε να συμπλη-



Σχ.2.8 Μεικτό μοντέλο 3-D μεταλλικού μαδεριού τύπου MM-N 330



Σχ.2.9 Λεπτομέρεια μεικτού μοντέλου 3-D μεταλλικού μαδεριού τύπου MM-N 330

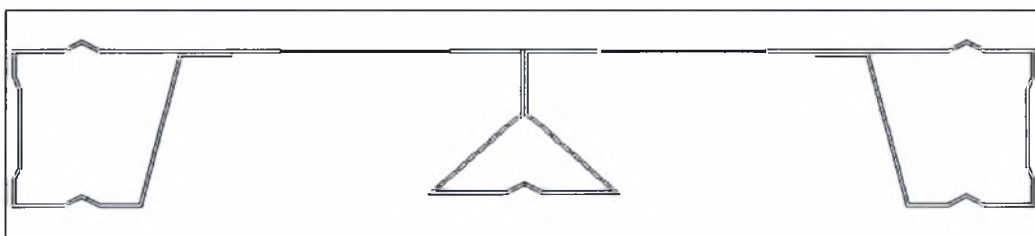


ρωθεί το μήκος των 30 σετ και στην άκρη των ραβδωτών στοιχείων τοποθετούνται οι επεκτάσεις των 129 mm που δεν φέρουν εντυπώματα. Για την σύνδεση των ραβδωτών στοιχείων με τα σετ ακολουθήθηκε μία σύνθετη μέθοδος ώστε το μεικτό μοντέλο να δίνει τα ίδια αποτελέσματα με το συμβατικό.

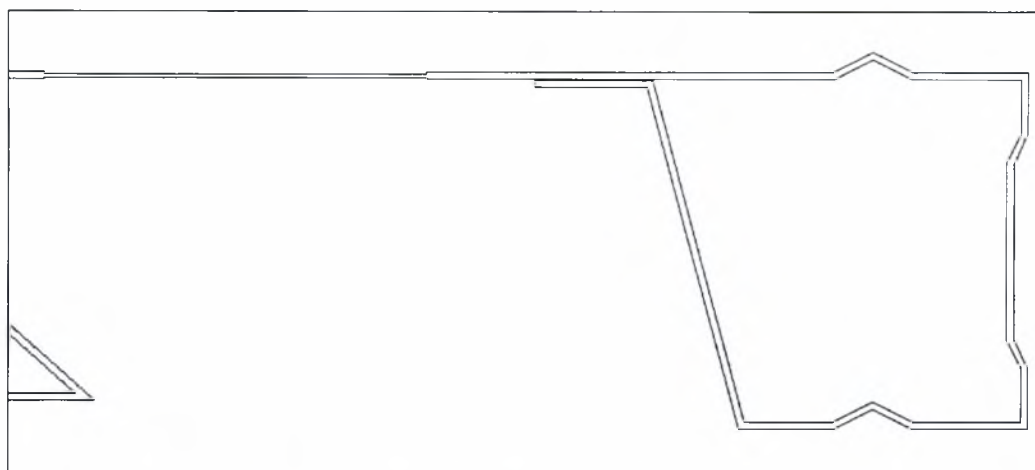
Αρχικά, δημιουργήθηκε ένα μοντέλο όμοιο με αυτό που θα προσομοιαστεί από το μεικτό μοντέλο, χωρίς όμως τις ακραίες επεκτάσεις, αλλά αποτελούμενο μόνο από τα 30 σετ εντυπωμάτων. Το συγκεκριμένο μοντέλο επιλύθηκε ελαστικά ώστε από το διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης να υπολογιστεί η ροπή αδρανείας  $J$  της διατομής βάσει του τύπου:

$$u = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J}$$

όπου  $u$  = μετατόπιση,  $P$  = δύναμη,  $l$  = συνολικό μήκος,  $E$  = μέτρο ελαστικότητας,  $J$  = ροπή αδρανείας. Αφού η ροπή αδρανείας είναι πλέον γνωστή, θα πρέπει να υπολογισθεί με την βοήθεια του AUTOCAD το κέντρο βάρους της διατομής. Το Κ. Β. θα είναι το σημείο όπου θα συνδεθούν τα ραβδωτά στοιχεία με τον υπόλοιπο φορέα. Όμως η διατομή του σετ με τα εντυπώματα δεν είναι σταθερή κατά μήκος του φορέα λόγω των εντυπωμάτων. Για αυτό το λόγο θα πρέπει να υπολογισθεί μια ισοδύναμη διατομή η οποία να έχει την ίδια ροπή αδρανείας με αυτή που υπολογίστηκε παραπάνω. Έτσι, δημιουργείται η διατομή, που φαίνεται στα σχ. 2.10 και 2.11, όπου στο σημείο που είναι τα εντυπώματα έχει τοποθετηθεί ένα ισοδύναμο πάχος ελάσματος.



Σχ. 2.10 Διατομής με την απομείωση στην περιοχή των εντυπωμάτων



**Σχ. 2.11 Μεγέθυνση της απομείωσης στην περιοχή των εντυπωμάτων**

Μετά από δοκιμές το πάχος του ελάσματος γίνεται τόσο ώστε η ισοδύναμη διατομή να δίνει την απαιτούμενη ροπή αδράνειας. Στην συνέχεια και με την εφαρμογή των κατάλληλων εντολών υπολογίζεται το Κ. Β. της ισοδύναμης διατομής. Έπειτα, κατά την μοντελοποίηση στο MARC, τοποθετούνται άκαμπτα ραβδιά στην περίμετρο της κάθε ακραίας διατομής από τις οποίες θα συνεχίσουν τα ραβδωτά στοιχεία. Γνωρίζοντας την θέση του Κ.Β., τοποθετούνται τέσσερα άκαμπτα ραβδιά τα οποία ενώνουν τις τέσσερις ακραίες γωνίες της διατομής με το Κ.Β. Έτσι επιτυγχάνεται μια σωστή σύνδεση μεταξύ των δύο διαφορετικών στοιχείων. Βέβαια, πρέπει να τονισθεί ότι τα ραβδωτά στοιχεία έχουν τα αδρανειακά στοιχεία της ισοδύναμης διατομής, όπως εμβαδόν και ροπή αδράνειας. Ομοίως, συνδέονται τα ραβδωτά στοιχεία με τις επεκτάσεις.

Με αυτό το μεικτό μοντέλο επιτυγχάνεται η δημιουργία ενός μοντέλου με λιγότερα στοιχεία το οποίο θα έχει μικρότερο υπολογιστικό χρόνο και άρα θα είναι πιο οικονομικό για τον χρόνο αναλύσεων.

### **2.3.3 Συνοριακές συνθήκες – Συνθήκες στήριξης**

Σημαντικό στοιχείο της προσομοίωσης είναι οι συνθήκες στήριξης αφού μπορούν να είναι καθοριστικές για την συμπεριφορά του φορέα. Ο φορέας θεωρείται αμφιέριστος. Έτσι στις επιλύσεις που έγιναν δεσμεύτηκε σε όλους τους ακραίους κόμβους η κατακόρυφη μετακίνηση ( $U_z$ ), ενώ μόνο από την μία ακραία πλευρά δεσμεύτηκε η οριζόντια μετακίνηση ( $U_x$ ) σε όλους τους κόμβους ώστε να δημιουργηθούν συνθήκες άρθρωσης και κύλισης. Επιτράπηκαν οι στροφές ως προς τους τρεις άξονες ( $R_x, R_y, R_z$ ).

### 2.3.4 Υλικά των στοιχείων

Τα στοιχεία κελύφους, τα οποία προσομοιάζουν το χαλυβδόφυλλο, είναι από γαλβανιζέ χάλυβα Fe E 320 G. Τα στοιχεία του υλικού φαίνονται παρακάτω:

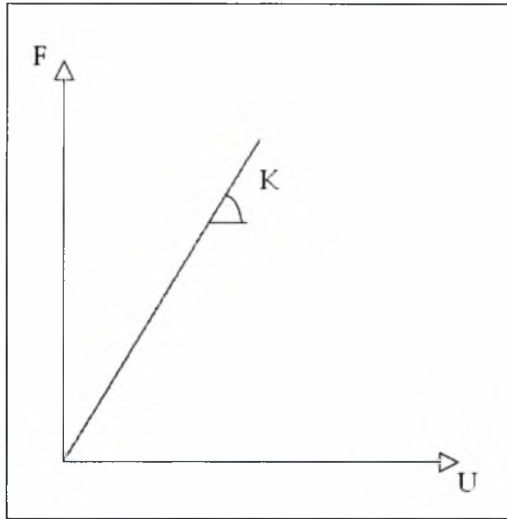
Μέτρο ελαστικότητάς	$E = 210.000 \text{ N/mm}^2 = 210.000 \text{ MPa}$
Όριο διαρροής	$f_y = 320 \text{ MPa}$
Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$

Ομοίως τα ραβδωτά στοιχεία, τα οποία προσομοιάζουν τους συνδέσμους, είναι από το ίδιο υλικό, δηλαδή από γαλβανιζέ χάλυβα Fe E 320 G. Λόγω της μεγάλης δυσκαμψίας τους, οι σύνδεσμοι πλαστικοποιούνται πολύ μετά τα στοιχεία κελύφους, και έτσι γίνεται η παραδοχή ότι δεν διαρρέουν.

Μέτρο ελαστικότητάς	$E = 2,1 \cdot 10^9 \text{ N/mm}^2 = 2,1 \cdot 10^9 \text{ MPa}$
Λόγος Poisson	$\nu = 0,3$

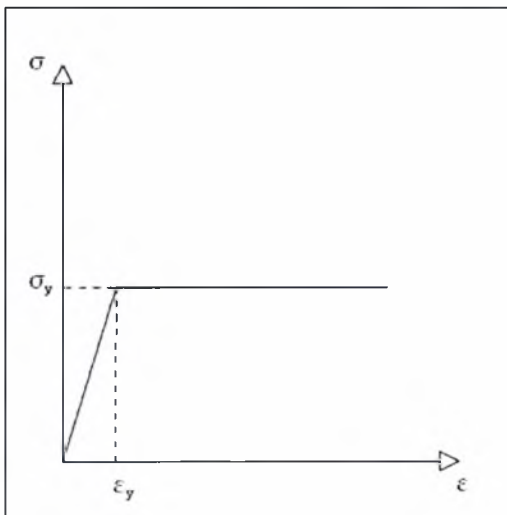
Το είδος καθώς και η συμπεριφορά του υλικού του κάθε στοιχείου (πχ ελαστικό, ελαστικό – τέλεια πλαστικό ή ελαστικό – κρατυνόμενο υλικό) επηρεάζουν σημαντικά την απόκριση των στοιχείων στις επιβαλλόμενες φορτίσεις. Ένα απολύτως ελαστικό υλικό έχει τελείως διαφορετική συμπεριφορά από ένα ελαστοπλαστικό, όπως αναφέρθηκε παραπάνω στο εδάφιο περί μη γραμμικότητας του υλικού. Ακόμα, διαφορετική συμπεριφορά μπορεί να παρουσιαστεί μεταξύ δύο ελαστοπλαστικών υλικών με διαφορετικό όριο διαρροής, αφού αναλόγως με την φόρτιση ενδέχεται το ένα να περάσει στην πλαστική περιοχή και να αναπτύξει μόνιμες παραμορφώσεις ενώ το άλλο όχι.

Οι σύνδεσμοι, λόγω της πολύ μεγάλης αντοχής τους, θεωρούνται ότι αποτελούνται από ελαστικό υλικό, δηλαδή δεν μπορούν να εμφανίσουν μη αντιστρέψιμες παραμορφώσεις. Η παραδοχή αυτή προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό την πραγματικότητα, αφού για να παρατηρηθούν πλαστικές παραμορφώσεις στους συνδέσμους, κατά πάσα πιθανότητα, ο φορέας θα έχει ήδη αστοχήσει. Η μορφή του διαγράμματος που θεωρείται είναι αυτή που φαίνεται στο Σχ. 2.12.



Σχ. 2.12 Ελαστικός νόμος για τα ραβδωτά στοιχεία

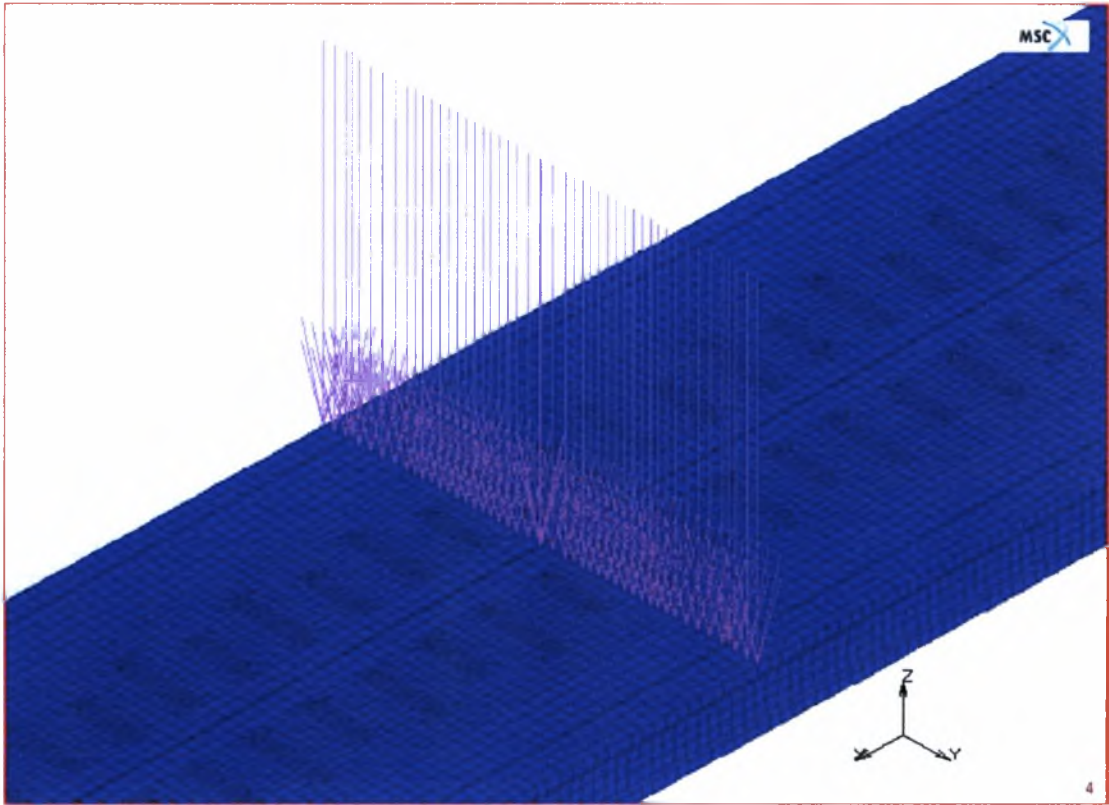
Αντίθετα με τους συνδέσμους, το χαλυβδόφυλλο θεωρείται από ελαστο - τέλεια πλαστικό υλικό. Συγκεκριμένα, θεωρείται υλικό διγραμμικό ιστροπικό (bilinear isotropic). Όπως φαίνεται και στο Σχ. 2.13, το διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων αποτελείται από δύο κλάδους, τον ελαστικό και τον τέλεια πλαστικό. Η κλίση του ελαστικού κλάδου ισούται με το μέτρο ελαστικότητας.



Σχ. 2.13 Ελαστικό - τέλεια πλαστικό διάγραμμα

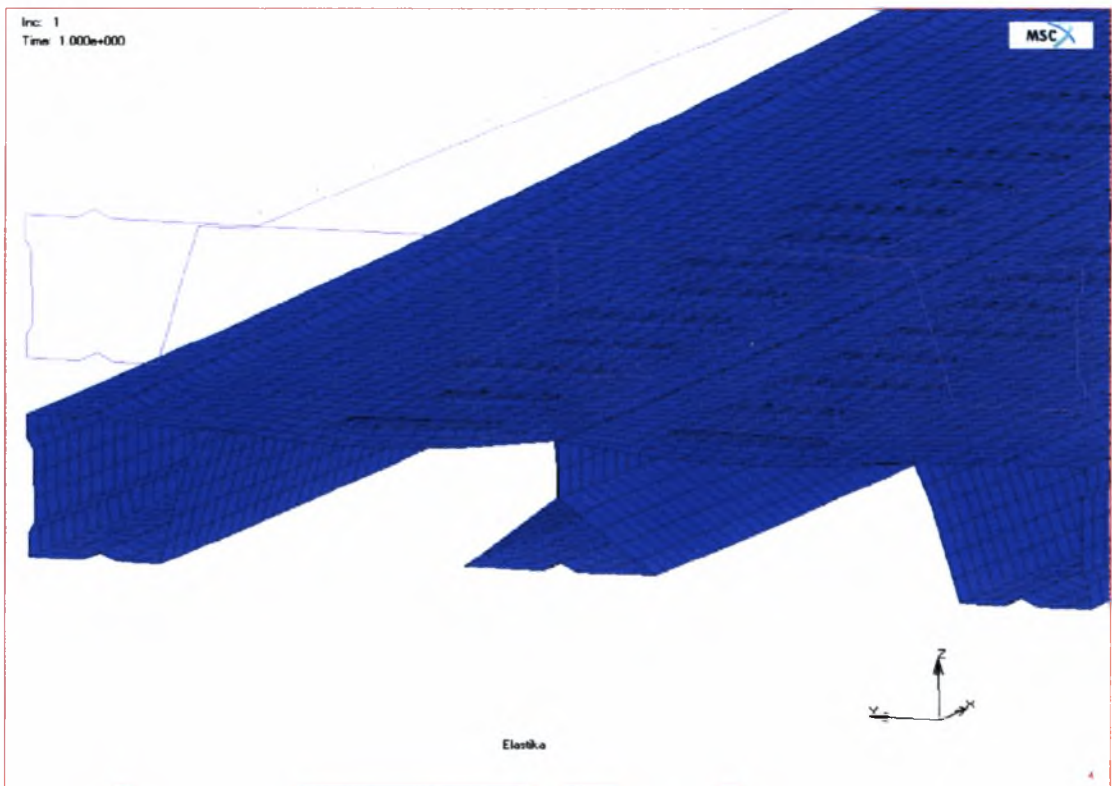
### 2.3.5 Φορτία

Τα επιβαλλόμενα φορτία είναι δύο ειδών (βλ. Σχ.2.14). Ο πρώτος τύπος φόρτισης είναι η επιβολή επικόμβιας φόρτισης  $P = 1\text{N}$  σε όλους τους κόμβους της άνω επιφάνειας, ενώ ο δεύτερος τύπος είναι επιβαλλόμενη μετακίνηση  $u = 1\text{ mm}$  στους ίδιους κόμβους με πριν.

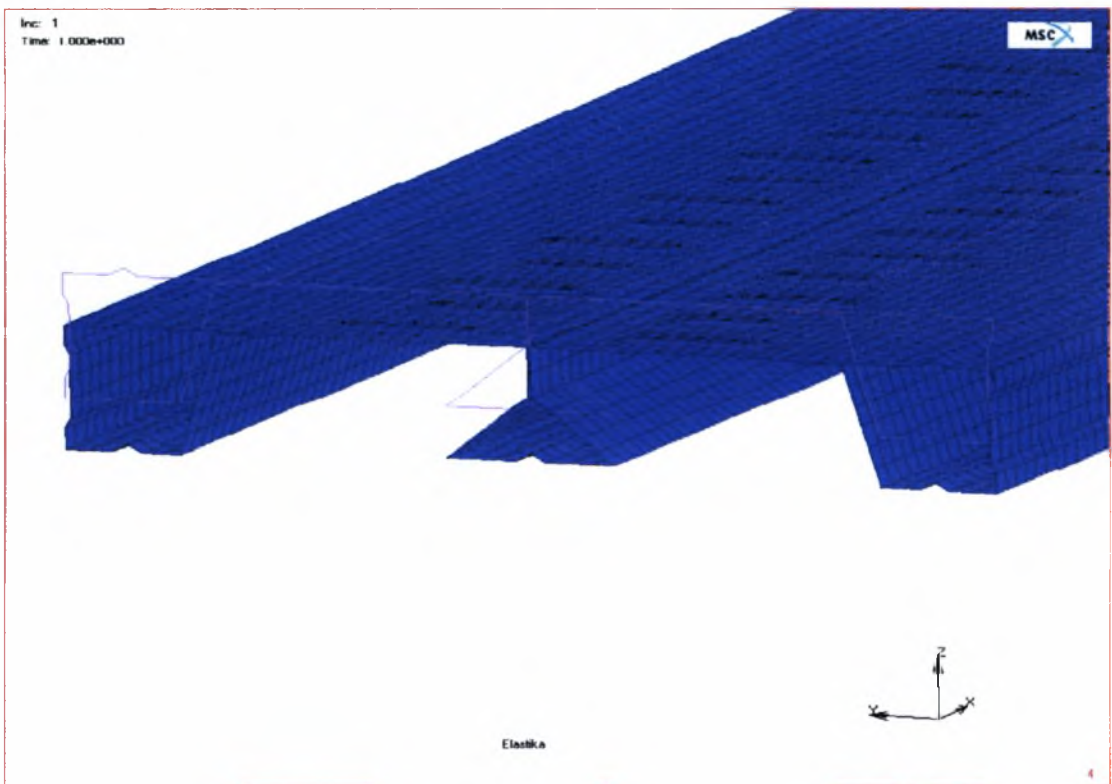


Σχ. 2.14 Τύπος φόρτισης για συγκεντρωμένο φορτίο και επιβαλλόμενη μετατόπιση

Στην ιδιομορφική ανάλυση χρησιμοποιούνται και οι δύο τύποι φόρτισης ώστε στο τέλος να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων γίνεται διότι το μεταλλικό μαδέρι συμπεριφέρεται διαφορετικά στο κάθε τύπο φόρτισης. Στην περίπτωση της επιβαλλόμενης δύναμης οι άνω κόμβοι αν και φορτίζονται με την ίδια τιμή επικόμβιας δύναμης, δεν μετατοπίζονται το ίδιο διότι εμφανίζεται καμπύλωση και στις δυο οριζόντιες διευθύνσεις. Στην ουσία με δεδομένη την ύπαρξη των «δοκαριών» επικρατούν συνθήκες παραμόρφωσης επιφανειακού φορέα και το μαδέρι συμπεριφέρεται πιο πολύ ως πλάκα παρά ως δοκός. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να καταστρατηγούνται οι παραδοχές Euler – Bernoulli περί επιπεδότητας διατομών, παραδοχές που συσχετίζονται με την παραμόρφωση ραβδωτών φορέων (βλ. Σχ. 2.15). Συνεπώς, σε αυτού του είδους την φόρτιση τα μαδέρια δεν συμπεριφέρονται ως δοκοί Euler –



Σχ. 2.15 Μορφή παραμόρφωσης κόμβων στο μέσον του ανοίγματος με επιβαλλόμενο επικόμβιο φορτίο P



Σχ. 2.16 Μορφή παραμόρφωσης κόμβων στο μέσον του ανοίγματος με επιβαλλόμενη μετακίνηση U

Bernoulli αλλά ως πλάκες. Ανάλογα με το αν έχουμε μαδέρι τύπου MM-N 330 ή MM 330 έχουμε και διπλή η μονή καμπυλότητα στην επιφάνεια των εντυπωμάτων.

Αντιθέτως, η επιβαλλόμενη μετακίνηση αναγκάζει τους κόμβους να έχουν την ίδια τιμή βύθισης με αποτέλεσμα το μαδέρι να κάμπτεται όπως μια κλασική δοκός. Σε αυτή την περίπτωση ισχύουν οι παραδοχές κάμψης δοκών Euler – Bernoulli. (βλ. Σχ. 2.16).

Στην ελαστοπλαστική ανάλυση χρησιμοποιείται μόνο η επιβαλλόμενη μετακίνηση ως φόρτιση  $U = 90 \text{ mm}$ , διότι είναι αυτή που προσομοιάζει καλύτερα τον τρόπο φόρτισης του πειράματος.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

#### 3.1 Γενικά

Ο φορέας φορτίζεται με τα είδη φορτίσεων που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.3.5. Η παραμετρική μελέτη διακρίνεται σε τέσσερις βασικές κατηγορίες αναλύσεων:

- Την ιδιομορφική ανάλυση όλων των μοντέλων με επιβαλλόμενη επικόμβια φόρτιση  $P = 1 \text{ N}$  σε κάθε κόμβο της άνω επιφάνειας.
- Την ιδιομορφική ανάλυση όλων των μοντέλων με επιβαλλόμενη μετακίνηση  $U = 1 \text{ mm}$  σε κάθε κόμβο της άνω επιφάνειας ως φόρτιση.
- Την γραμμική – ελαστική επίλυση του φορέα ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα για το αν οι αποστάσεις των συνδέσμων επηρεάζουν την δυσκαμψία του φορέα.
- Την ελαστοπλαστική ανάλυση του φορέα ώστε να παρατηρηθεί η επιρροή τόσο των συνδέσμων όσο και των εντυπωμάτων στην γενική συμπεριφορά του φορέα.

#### 3.2 Ιδιομορφική ανάλυση με επιβαλλόμενη επικόμβια φόρτιση $P = 1 \text{ N}$

Ο βασικός στόχος κατά την επεξεργασία των αποτελεσμάτων είναι ο προσδιορισμός, σε κάθε περίπτωση χωριστά, του φορτίου που εμφανίζεται αστάθεια στον φορέα. Ο λυγισμός, τοπικός ή γενικευμένος, εκφράζει την κατάσταση του φορέα κατά την οποία είναι δυνατόν να εκτραπεί προς διάφορα παραμορφωμένα σχήματα χωρίς σημαντική αύξηση του φορτίου. Στην συγκεκριμένη ιδιομορφική ανάλυση χρησιμοποιείται συγκεντρωμένο φορτίο  $P = 1 \text{ N}$ , το οποίο επιβάλλεται σε όλους τους κόμβους της άνω επιφάνειας, στο μέσον του φορέα. Παρακάτω φαίνονται σε συνοπτικό πίνακα τα φορτία λυγισμού για τα μοντέλα MM-N330 και MM 330 με και χωρίς εντυπώματα. Επίσης, παρουσιάζονται σε σχήματα οι ιδιομορφές των διαφόρων περιπτώσεων (βλ. Παράρτημα Α). Τέλος, υπάρχουν διαγράμματα απόστασης συνδέσμων – φορτίου λυγισμού για τα μοντέλα MM-N 330 και MM 330 με και χωρίς εντυπώματα (βλ. Σχ. 3.1).



**Με φορτίο****ΜΑΔΕΡΙ MM-N 330 ΜΕ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ**

	<b>Φορτίο Λυγισμού (kN)</b>			
<b>Σύνδεσμοι ανά</b>	<b>1<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>2<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>3<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>4<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>
8.69	6.33	6.42	6.45	6.87
43.45	5.23	5.29	5.37	5.50
86.90	2.56	2.64	2.82	2.87
173.80	2.20	2.21	2.24	2.25

**ΜΑΔΕΡΙ MM-N 330 ΧΩΡΙΣ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ**

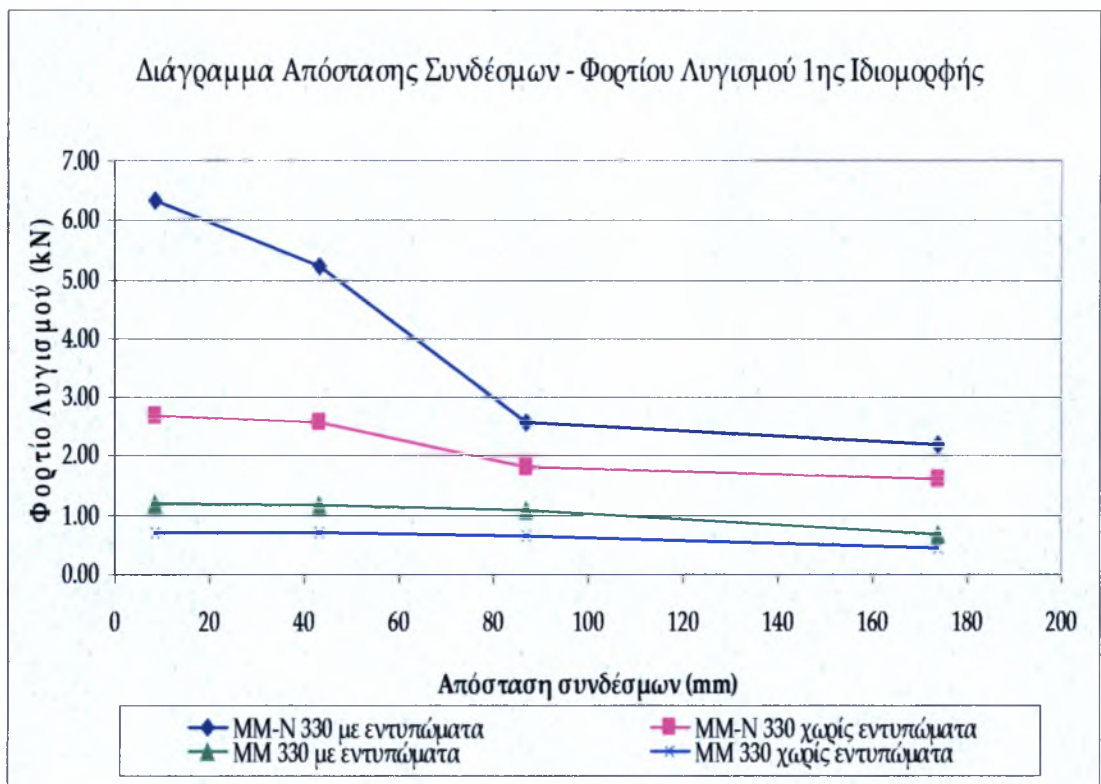
	<b>Φορτίο Λυγισμού (kN)</b>			
<b>Σύνδεσμοι ανά</b>	<b>1<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>2<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>3<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>4<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>
8.69	2.69	2.71	2.75	2.77
43.45	2.57	2.59	2.63	2.64
86.90	1.81	1.81	2.04	2.05
173.80	1.59	1.61	1.68	1.70

**ΜΑΔΕΡΙ MM 330 ΜΕ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ**

	<b>Φορτίο Λυγισμού (kN)</b>			
<b>Σύνδεσμοι ανά</b>	<b>1<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>2<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>3<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>4<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>
8.69	1.19	1.20	1.27	1.27
43.45	1.17	1.18	1.24	1.25
86.90	1.07	1.08	1.14	1.14
173.80	0.66	0.71	0.87	0.93

**ΜΑΔΕΡΙ MM 330 ΧΩΡΙΣ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ**

	<b>Φορτίο Λυγισμού (kN)</b>			
<b>Σύνδεσμοι ανά</b>	<b>1<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>2<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>3<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>	<b>4<sup>η</sup> Ιδιομορφής</b>
8.69	0.70	0.71	0.83	0.83
43.45	0.69	0.69	0.81	0.81
86.90	0.64	0.64	0.75	0.75
173.80	0.43	0.49	0.57	0.59



**Σχ. 3.1** Διάγραμμα απόστασης συνδέσμων – φορτίου λυγισμού με επιβαλλόμενη επικόμβια φόρτιση  $P = 1 \text{ N}$

### 3.3 Ιδιομορφική ανάλυση με επιβαλλόμενη μετακίνηση $U = 1 \text{ mm}$

Στην συγκεκριμένη ιδιομορφική ανάλυση χρησιμοποιείται επιβαλλόμενη μετακίνηση  $U = 1 \text{ mm}$ , η οποία επιβάλλεται σε όλους τους κόμβους της άνω επιφάνειας, στο μέσον του φορέα. Μετά την ιδιομορφική ανάλυση και αφού έχει καθαρισθεί η κρίσιμη μετακίνηση για την οποία ο φορέας λυγίζει, εκτελείται ελαστική ανάλυση για να βρεθεί το κρίσιμο φορτίο (αντίδραση στους κόμβους που επιβάλλεται η μετακίνηση) για την συγκεκριμένη επιβαλλόμενη μετατόπιση. Παρακάτω φαίνονται σε συνοπτικό πίνακα τα φορτία λυγισμού για τα μοντέλα MM-N330 και MM 330 με και χωρίς εντυπώματα. Επίσης, παρουσιάζονται σε σχήματα οι ιδιομορφές των διαφόρων περιπτώσεων (βλ. Παράρτημα Β). Τέλος, υπάρχουν διαγράμματα απόστασης συνδέσμων – φορτίου λυγισμού για τα μοντέλα MM-N 330 και MM 330 με και χωρίς εντυπώματα (βλ. Σχ. 3.2).

## Με μετακίνηση

### ΜΑΔΕΡΙ MM-N 330 ΜΕ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ

	Φορτίο Λυγισμού (kN)	
Σύνδεσμοι ανά	1 <sup>η</sup> Ιδιομορφής	2 <sup>η</sup> Ιδιομορφής
8.69	6.31	6.42
43.45	5.33	5.39
86.90	2.75	2.78
173.80	2.205	2.224

### ΜΑΔΕΡΙ MM-N 330 ΧΩΡΙΣ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ

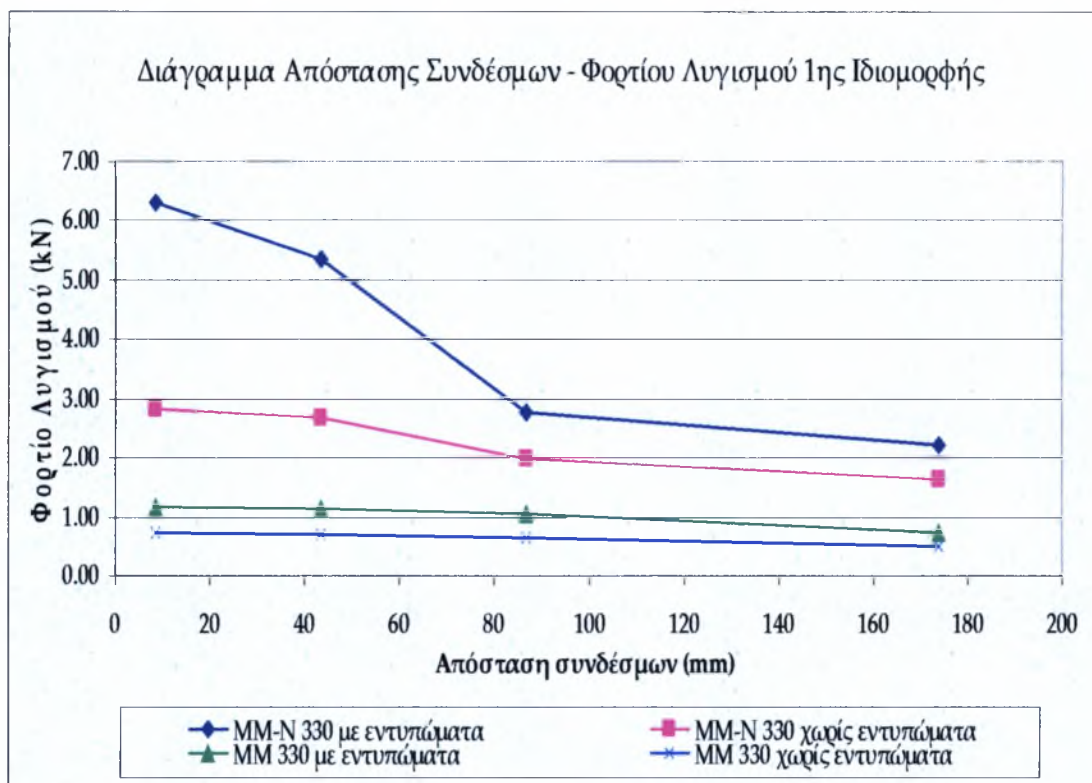
	Φορτίο Λυγισμού (kN)	
Σύνδεσμοι ανά	1 <sup>η</sup> Ιδιομορφής	2 <sup>η</sup> Ιδιομορφής
8.69	2.82	2.88
43.45	2.69	2.74
86.90	1.96	1.98
173.80	1.63	1.65

### ΜΑΔΕΡΙ MM 330 ΜΕ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ

	Φορτίο Λυγισμού (kN)	
Σύνδεσμοι ανά	1 <sup>η</sup> Ιδιομορφής	2 <sup>η</sup> Ιδιομορφής
8.69	1.15	1.31
43.45	1.13	1.28
86.90	1.03	1.16
173.80	0.733	0.737

### ΜΑΔΕΡΙ MM 330 ΧΩΡΙΣ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ

	Φορτίο Λυγισμού (kN)	
Σύνδεσμοι ανά	1 <sup>η</sup> Ιδιομορφής	2 <sup>η</sup> Ιδιομορφής
8.69	0.717	0.815
43.45	0.703	0.797
86.90	0.650	0.733
173.80	0.492	0.495



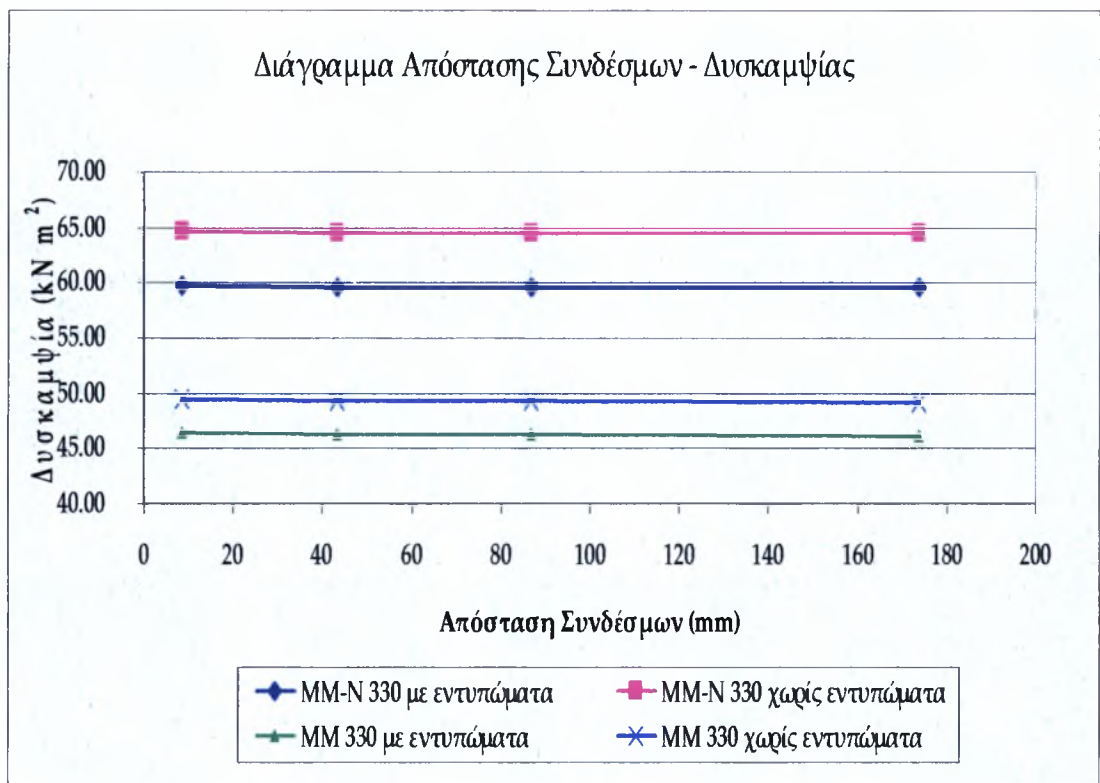
Σχ. 3.2 Διάγραμμα απόστασης συνδέσμων – φορτίου λυγισμού με επιβαλλόμενη μετακίνηση  $U = 1 \text{ mm}$

### 3.4 Ελαστική ανάλυση του φορέα για τον ρόλο των συνδέσμων στην συνολική δυσκαμψία του φορέα.

Πραγματοποιήθηκε ελαστική ανάλυση σε όλα τα είδη μοντέλων (MM-N 330 και MM 330 με και χωρίς εντυπώματα), για να μελετηθεί ο ρόλος των συνδέσμων στην συνολική δυσκαμψία του φορέα. Δηλαδή, πως επηρεάζεται η συνολική δυσκαμψία από τις αποστάσεις των συνδέσμων. Στην συγκεκριμένη ελαστική ανάλυση χρησιμοποιείται επιβαλλόμενη μετακίνηση  $U = 20 \text{ mm}$ , η οποία επιβάλλεται σε όλους τους κόμβους της άνω επιφάνειας, στο μέσον του φορέα. Μετά την επίλυση του φορέα και αφού έχει βρεθεί η συνολική δύναμη (αντίδραση για την επιβαλλόμενη μετατόπιση) υπολογίζεται η δυσκαμψία του φορέα βάσει του τύπου λύοντας ως προς  $E \cdot J$ :

$$U = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J}$$

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σε διαγράμματα απόστασης συνδέσμων – δυσκαμψίας για τα μοντέλα MM-N 330 και MM 330 με και χωρίς εντυπώματα (βλ. Σχ. 3.3).

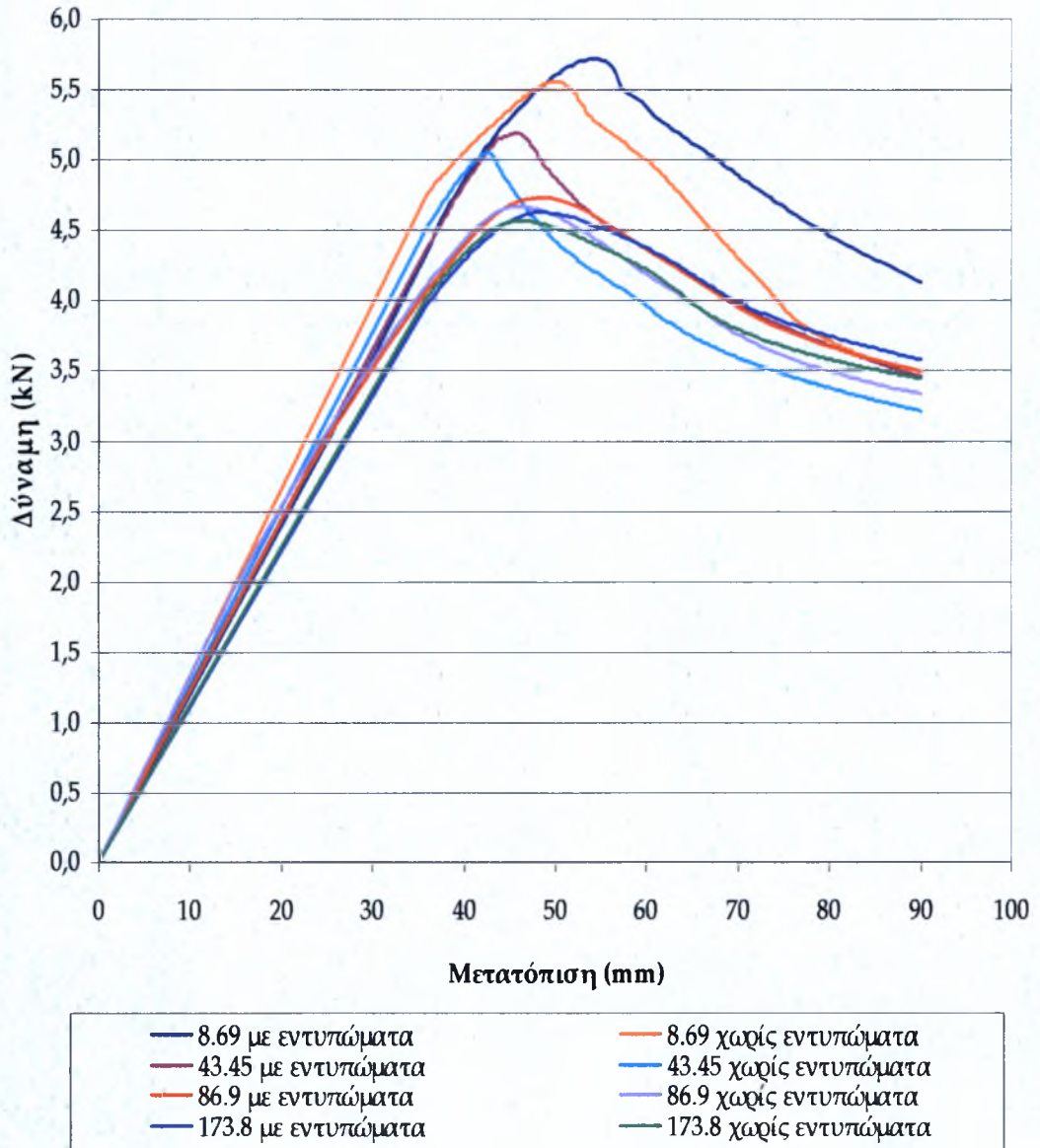


**Σχ. 3.3 Διάγραμμα απόστασης συνδέσμων – δυσκαμψίας**

### **3.5 Ελαστοπλαστική ανάλυση του φορέα για την επιρροή των συνδέσμων και των εντυπωμάτων στην γενική συμπεριφορά του φορέα.**

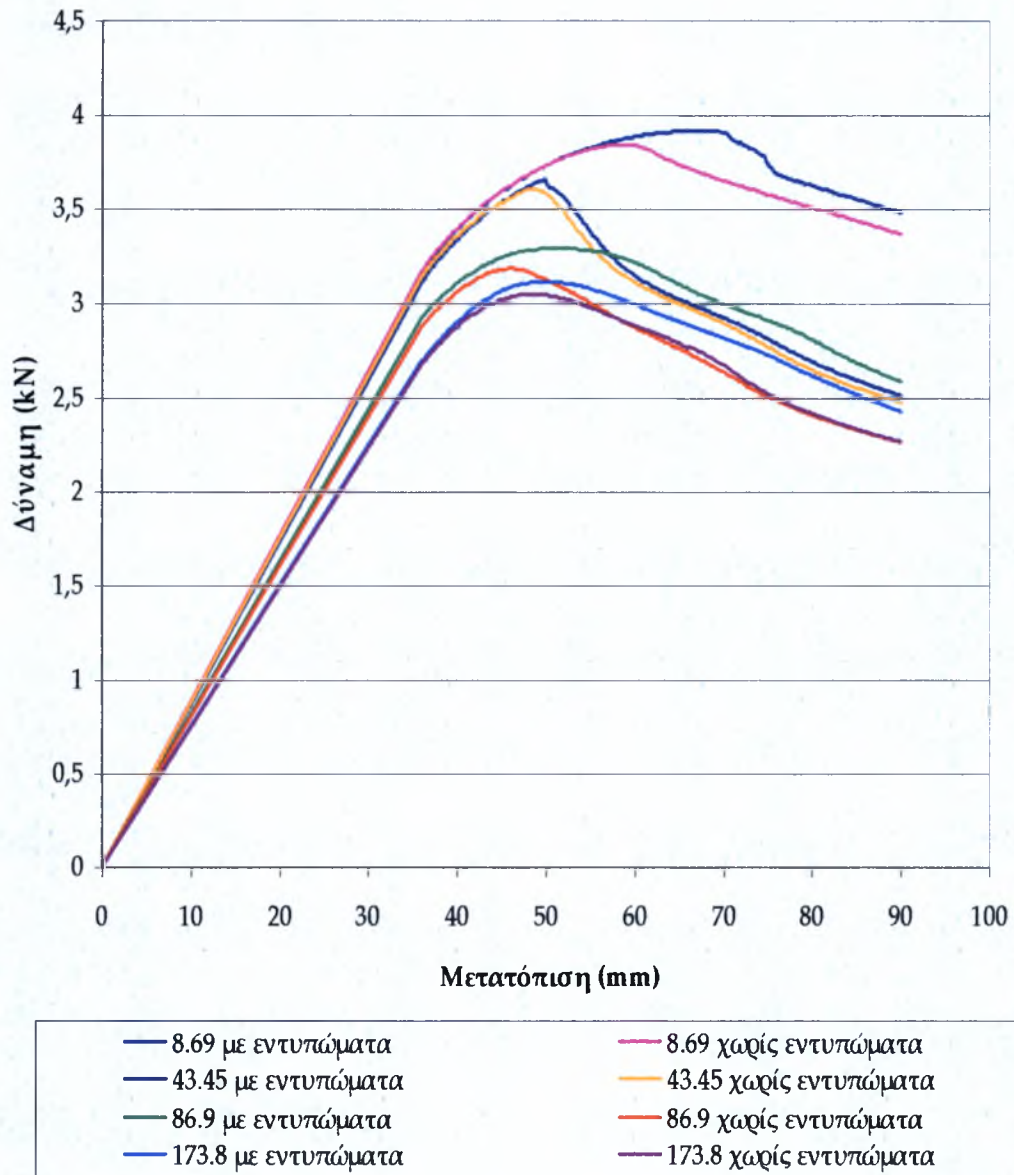
Η ελαστοπλαστική ανάλυση είχε ως στόχο τον προσδιορισμό, σε κάθε περίπτωση χωριστά, της συμπεριφοράς του φορέα και τον υπολογισμό των κύριων μεγεθών του φορέα. Στην ελαστοπλαστική ανάλυση ο τύπος φόρτισης είναι επιβαλλόμενη μετακίνηση  $U = 90 \text{ mm}$  σύμφωνα με την οποία όλοι οι κόμβοι της άνω επιφάνειας στο μέσον του φορέα μετατοπίζονται, τελικώς, κατά  $90 \text{ mm}$ . Για να προσομοιαστεί η μη γραμμικότητα του υλικού χρησιμοποιείται ελαστικό – τέλεια πλαστικό διάγραμμα (βλ. Σχ.1.10) με τάση διαρροής  $f_y = 320 \text{ MPa}$ . Παρακάτω φαίνονται τα διαγράμματα δύναμης μετατόπισης για τα μοντέλα MM-N 330 και MM 330 (βλ. Σχ. 3.4 και 3.5).

Διάγραμμα Δύναμης - Μετατόπισης για το μοντέλο MM-N 330



Σχ. 3.4 Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης για το μοντέλο MM-N 330

### Διάγραμμα Δύναμης - Μετατόπισης για το μοντέλο MM 330



Σχ. 3.5 Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης για το μοντέλο MM 330

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

#### 4.1 Γενική επισκόπηση

Συνοψίζοντας όλα τα στοιχεία της διερεύνησης που παρατέθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια δύναται να γίνει μια εκτίμηση της ποιοτικής συμπεριφοράς και των δυνατοτήτων των συγκεκριμένων μεταλλικών μαδεριών.

Η παρούσα μελέτη έγινε με βάση κάποιων πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν σε μεταλλικά μαδέρια MM 330. Οι επιλογές της γεωμετρίας, του είδους της φόρτισης και των υλικών έγιναν σε συνάρτηση με τις επιλογές των παραπάνω πειραμάτων. Επίσης, όπως έχει προαναφερθεί έχουν δημιουργηθεί μοντέλα διαφορετικά από εκείνα των πειραμάτων για να πραγματοποιηθεί η παραμετρική μελέτη (διαφορετικές αποστάσεις συνδέσμων, ύπαρξη ή μη των εντυπωμάτων).

Η ανάλυση που παρατέθηκε στις προηγούμενες σελίδες είχε συγκεκριμένο σκοπό. Ο σκοπός επικεντρώνεται στη μη γραμμική μελέτη της συμπεριφοράς του λεπτότοιχου μεταλλικού μαδεριού.

Από τα αποτελέσματα της πρώτης παραμετρικής ανάλυσης (ιδιομορφική ανάλυση επιβαλλόμενη επικόμβια φόρτιση  $P = 1 \text{ N}$ ) προκύπτουν τα εξής:

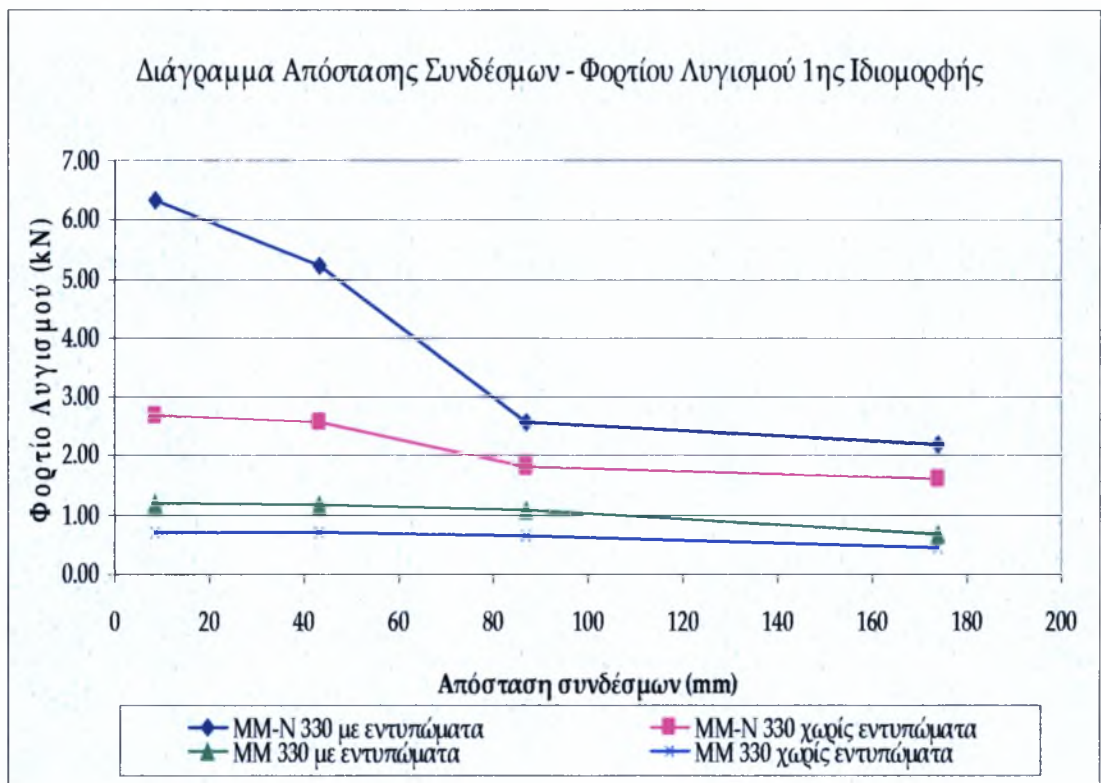
- Ο λυγισμός είναι πάντα τοπικός καθώς δεν παρατηρήθηκε ποτέ γενική αστάθεια του φορέα.
- Ο λυγισμός είναι ελαστικός διότι το φορτίο λυγισμού εμφανίζεται πολύ πριν πλαστικοποιηθεί η περιοχή της φόρτισης (δυσμενέστερη περιοχή λόγω συγκέντρωση τάσεων από τη φόρτιση)

Επίσης, συμπεραίνεται ότι τόσο τα εντυπώματα όσο και οι σύνδεσμοι επηρεάζουν το φορτίο λυγισμού. Όπως φαίνεται και στο Σχ. 4.1 τόσο στα μοντέλα MM-N 330 όσο και στα MM 330 η ύπαρξη εντυπωμάτων αυξάνει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Αυτό οφείλεται στο ότι τα εντυπώματα δρουν ως νευρώσεις που εμποδίζουν τις τοπικές παραμορφώσεις με αποτέλεσμα η εμφάνιση του τοπικού λυγισμού να γίνεται για μεγαλύτερο φορτίο.

Επιπρόσθετα, μπορεί να παρατηρηθεί ότι όσο αυξάνεται η απόσταση των συνδέσμων τόσο μειώνεται το φορτίο λυγισμού. Αυτό το φαινόμενο οφείλεται στο ότι η πύκνωση των συνδέσμων διαμορφώνει ένα φορέα με καλύτερη συνεργασία πλάκας εντυπωμάτων με τα ακριανά «δοκαράκια».



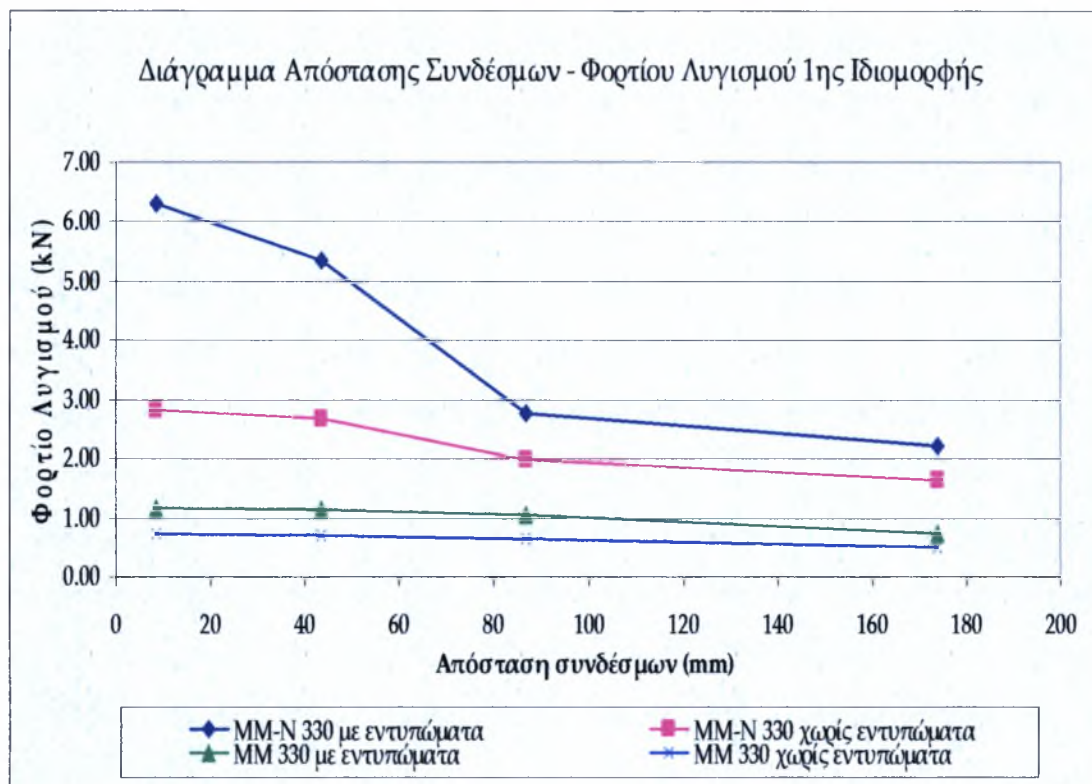
Έτσι, η πλάκα των εντυπωμάτων δεσμεύεται σε εγκάρσιες μετακινήσεις στο επίπεδο της και λειτουργεί καλύτερα ο συνδυασμός πλάκας εντυπωμάτων - «δοκαράκια» με αποτέλεσμα να χρειάζεται μεγαλύτερο φορτίο για να παρουσιαστεί τοπικός λυγισμός. Ακόμη, μπορεί να παρατηρηθεί από το Σχ. 4.1 ότι το φορτίο λυγισμού επηρεάζεται περισσότερο από την απόσταση των συνδέσμων στα μοντέλα MM-N 330 από όσο στα μοντέλα MM 330. Αυτό συμβαίνει διότι τα μοντέλα MM-N 330 έχουν μεσαίο κορμό, ο οποίος χωρίζει στα δύο την πλάκα των εντυπωμάτων. Μειώνοντας το πλάτος της, η πλάκα γίνεται πιο δύσκαμπτη με αποτέλεσμα το φορτίο λυγισμού να εξαρτάται κατά πολύ από την ακραία σύνδεση, μέσω συνδέσμων, της πλάκας με τα «δοκαράκια».



Σχ. 4.1 Διάγραμμα απόστασης συνδέσμων – φορτίου λυγισμού με επιβαλλόμενη εγκομβία φόρτιση  $P = 1 \text{ N}$

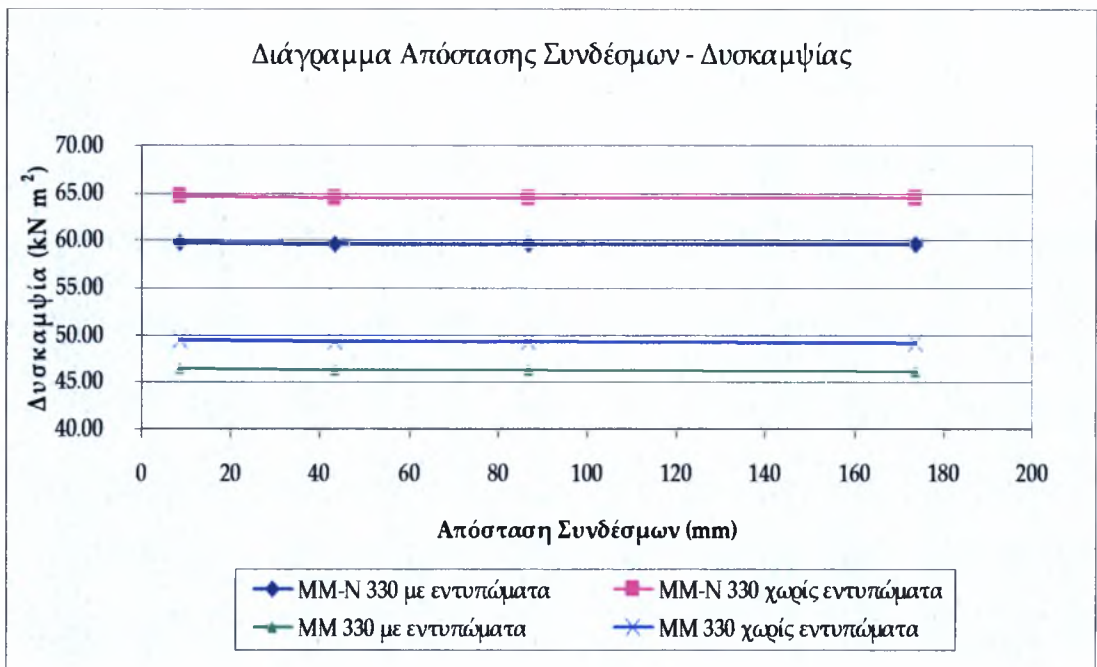
Η δεύτερη παραμετρική ανάλυση πραγματοποιήθηκε τόσο για να βγούνε συμπεράσματα για την επιρροή των εντυπωμάτων και των συνδέσμων στο φορτίο λυγισμού όσο και για να φανεί κατά πόσο συμπίπτουν τα φορτία λυγισμού των δύο διαφορετικών τύπων φορτίσεων (με φορτίο και με μετακίνηση). Όσο αφορά τον πρώτο στόχο της ανάλυσης συμπεραίνονται ακριβώς τα ίδια με την πρώτη ανάλυση. Δηλαδή, ότι η ύπαρξη των εντυπωμάτων και η πύκνωση των συνδέσμων αυξάνει το φορτίο λυγισμού. Ακόμη, συμπεραίνεται ότι η απόσταση των συνδέσμων επηρεάζει περισσότερο το φορτίο λυγισμού στα μοντέλα MM-N 330 από ότι το φορ-

τίο στα μοντέλα MM 330. Τα διαγράμματα απόστασης συνδέσμων – φορτίου λυγισμού είναι ίδια για επιβαλλόμενο φορτίο ή μετακίνηση (βλ. Σχ. 4.1, 4.2). Όσο για τον δεύτερο στόχο, από τα αποτελέσματα προέκυψε ότι οι τιμές των φορτίων λυγισμού στις περισσότερες περιπτώσεις είναι πολύ κοντά ενώ σε μερικές συμπίπτουν κιάλας. Τέλος, μελετήθηκε κατά πόσο επηρεάζει η διαφορετική θέση των συνδέσμων το φορτίο λυγισμού, θεωρώντας πάντα δεδομένη απόσταση. Το αποτέλεσμα δείξαν ότι το φορτίο λυγισμού δεν άλλαζε.

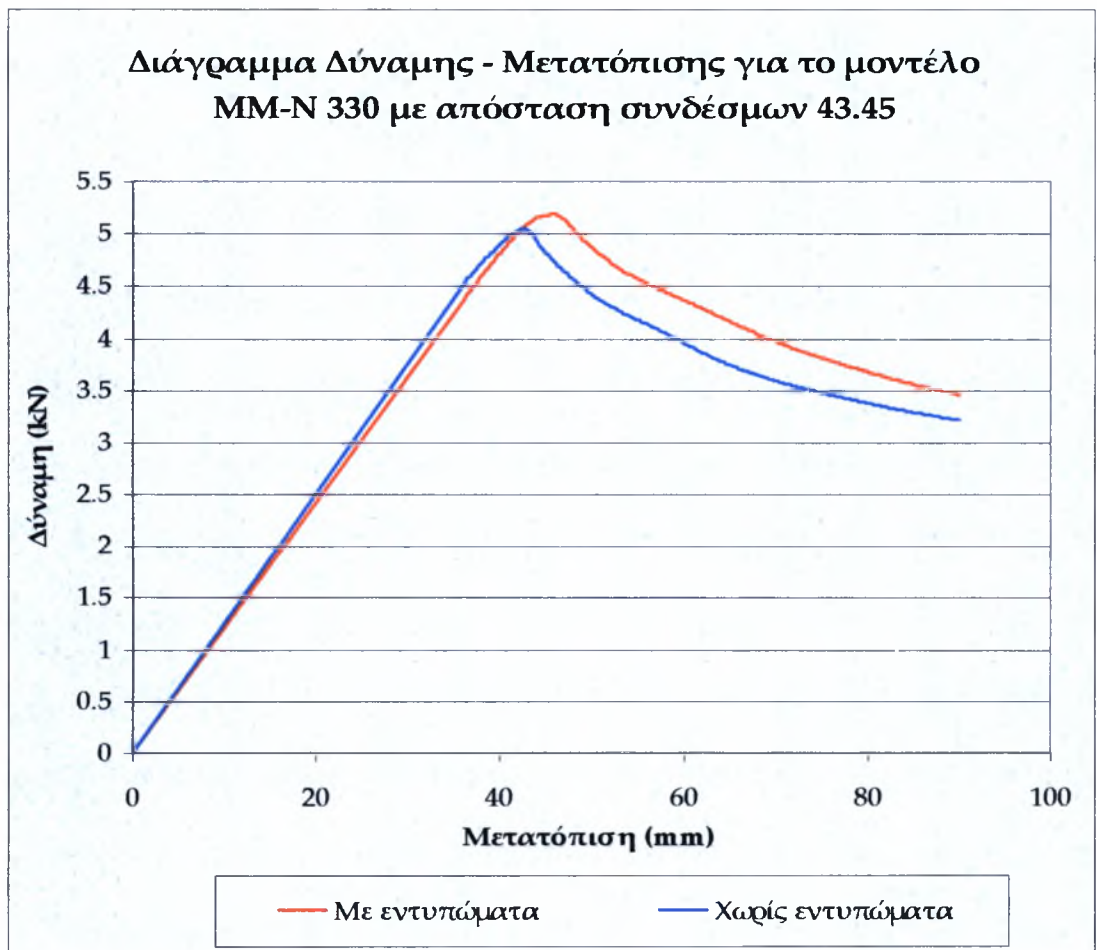


**Σχ. 4.2 Διάγραμμα απόστασης συνδέσμων – φορτίου λυγισμού με επιβαλλόμενη μετακίνηση  $U = 1 \text{ mm}$**

Στην τρίτη ανάλυση μελετήθηκε η επιρροή των αποστάσεων των συνδέσμων στην συνολική δυσκαμψία του φορέα. Όπως φαίνεται και στο Σχ. 4.3 οι αποστάσεις των συνδέσμων επηρεάζουν ελάχιστα την συνολική δυσκαμψία του φορέα. Επίσης, από το Σχ. 4.3 φαίνεται ότι τόσο στα μοντέλα MM-N 330 όσο και στα MM 330 η ύπαρξη εντυπωμάτων μειώνει την συνολική δυσκαμψία του φορέα. Αυτό οφείλεται στο ότι στις περιοχές γύρω από τα εντυπώματα παρουσιάζονται ασυνέχειες τάσεων με αποτέλεσμα να λειτουργούν ως οπές (όπως και στο EC 3 όπου τα εντυπώματα θεωρούνται οπές κατά την ανάλυση). Αυτή η διαφορά στην δυσκαμψία φαίνεται και στο Σχ. 4.4, το οποίο είναι διάγραμμα δύναμης μετατόπισης που προέκυψε από ελαστοπλαστική ανάλυση.



Σχ. 4.3 Διάγραμμα απόστασης συνδέσμων – δυσκαμψίας



Σχ. 4.4 Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης για το μοντέλο MM-N 330 με αποστάσεις συνδέσμων 43,45 mm

Στόχος της ελαστοπλαστικής ανάλυση ήταν επιρροή των εντυπωμάτων και των συνδέσμων στην γενική συμπεριφορά του φορέα. Από τα Σχ. 4.5 και 4.6 συμπεραίνεται ότι και για τα δύο είδη μοντέλων (MM-N 330 και MM 330) η ύπαρξη εντυπωμάτων προσδίδει μικρότερη δυσκαμψία στο φορέα αλλά μεγαλύτερα μέγιστα φορτία ( $P_{max}$ ) από τα αντίστοιχα μοντέλα χωρίς εντυπώματα. Η μείωση της δυσκαμψίας του φορέα οφείλεται, όπως έχει προαναφερθεί, στην ασυνέχεια των τάσεων στις περιοχές των εντυπωμάτων. Ακόμη, στα Σχ. 4.5 και 4.6 παρατηρείται ότι όσο πιο πυκνά είναι τοποθετημένοι οι σύνδεσμοι αυξάνεται το μέγιστο φορτίο που μπορεί να παραλάβει ο φορέας.

Παρακάτω φαίνεται ένας συνοπτικός πίνακας με τα χαρακτηριστικά μεγέθη φορτίων για όλα τα είδη μοντέλων που μελετήθηκαν. Για το μοντέλο MM-N 330 με συνδέσμους ανά 86,9 mm υπολογίστηκε  $P_{max}=4,73$  kN, τιμή αρκετά κοντά στην  $P_{max}=4,816$  kN που βρέθηκε από τα πειράματα. Για το μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα έχει υπολογισθεί το φορτίο λυγισμού κατά τον EC 3. Το κρίσιμο φορτίο που υπολογίστηκε συγκρίνεται με την πιο πυκνή διάταξη συνδέσμων του αντίστοιχου μοντέλου. Ο λόγος που συγκρίνεται με το συγκεκριμένο μοντέλο έγκειται στις παραδοχές του ευρωπαϊκού προτύπου ENV 1993-1-3:1996, όπου οι δύο επιφάνειες που ενώνονται με τους συνδέσμους δεν έρχονται ποτέ σε επαφή, πράγμα το οποίο ισχύει μόνο για το μοντέλο με συνδέσμους ανά 8,69 mm. Λόγω συντηρητικότητας του EC 3 το κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι πιο μικρό από το αντίστοιχο της προσομοίωσης.

Επιπρόσθετα, πρέπει να τονιστεί ότι το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δεν είναι το φορτίο αστοχίας του φορέα. Το μέγιστο φορτίο που μπορεί παραληφθεί από τον φορέα είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο που προκύπτει από την ιδιομορφική ανάλυση. Αυτό οφείλεται στην πλαστικότητα του φορέα. Μέσω της πλαστικοποίησης της μεσαίας διατομής (δυσμενέστερη διατομή), το φορτίο αστοχίας αυξάνεται και λαμβάνει την μέγιστη τιμή της όταν υπάρξει πλήρη πλαστικοποίηση της μεσαίας διατομής.

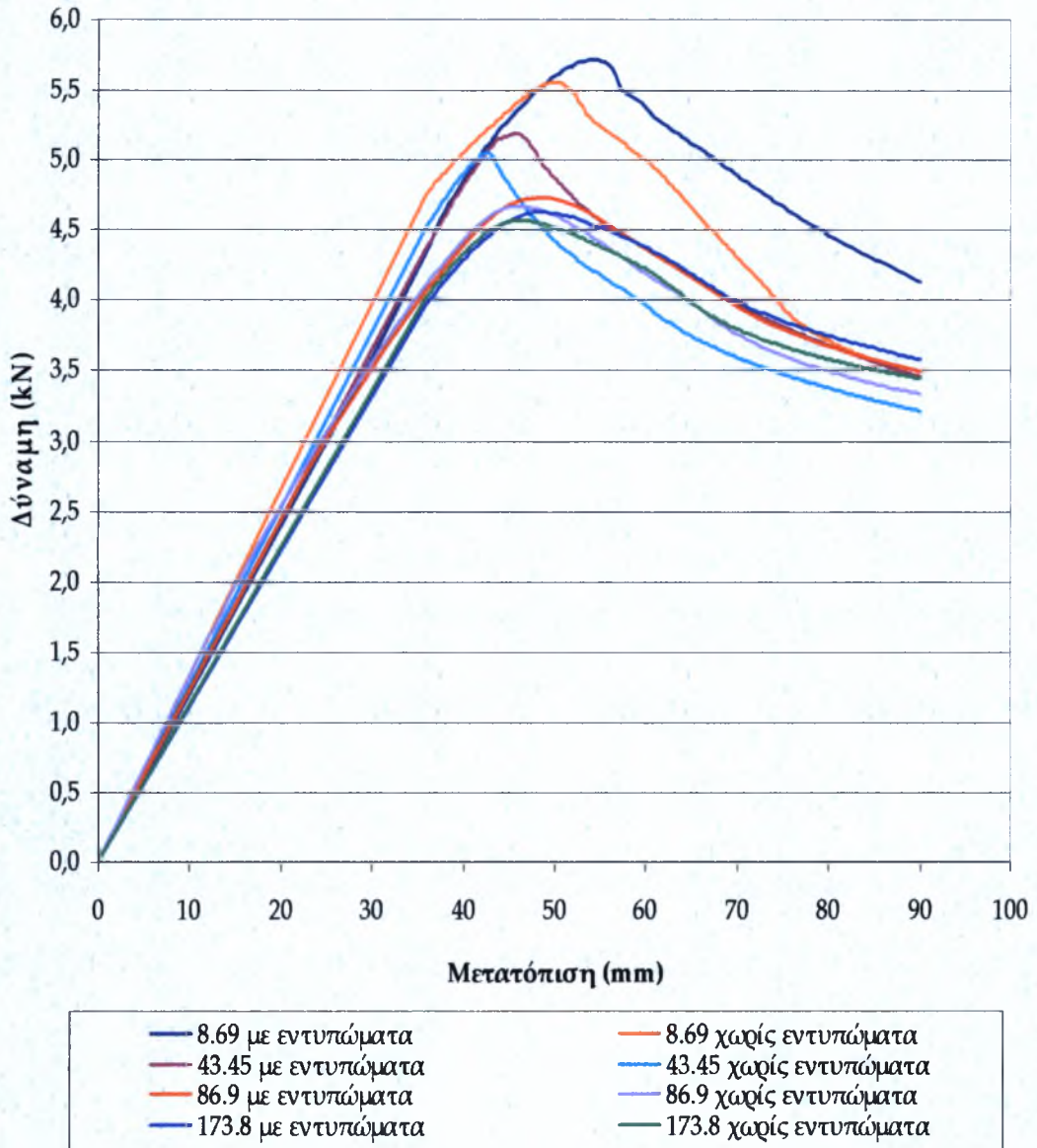
ΜΑΔΕΡΙ MM-N 330 ΜΕ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ				
	Φορτίο (kN)			
Σύνδεσμοι ανά	$P_{cr}$ (numerics)	$P_{cr}$ (EC 3)	$P_{max}$ (numerics)	$P_{max}$ (exp)
8.69	6.313	4.000	5.714	-
43.45	5.333	-	5.185	-
86.90	2.754	-	4.730	4.816
173.80	2.205	-	4.626	-

<b>ΜΑΔΕΡΙ MM-N 330 ΧΩΡΙΣ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ</b>				
	<b>Φορτίο (kN)</b>			
<b>Σύνδεσμοι ανά</b>	<b>Pcr (numerics)</b>	<b>Pcr (EC 3)</b>	<b>Pmax (numerics)</b>	<b>Pmax (exp)</b>
8.69	2.82	-	5.555	-
43.45	2.69	-	5.053	-
86.90	1.96	-	4.669	-
173.80	1.63	-	4.568	-

<b>ΜΑΔΕΡΙ MM 330 ΜΕ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ</b>				
	<b>Φορτίο (kN)</b>			
<b>Σύνδεσμοι ανά</b>	<b>Pcr (numerics)</b>	<b>Pcr (EC 3)</b>	<b>Pmax (numerics)</b>	<b>Pmax (exp)</b>
8.69	1.15	-	3.918	-
43.45	1.13	-	3.657	-
86.90	1.03	-	3.292	-
173.80	0.733	-	3.113	-

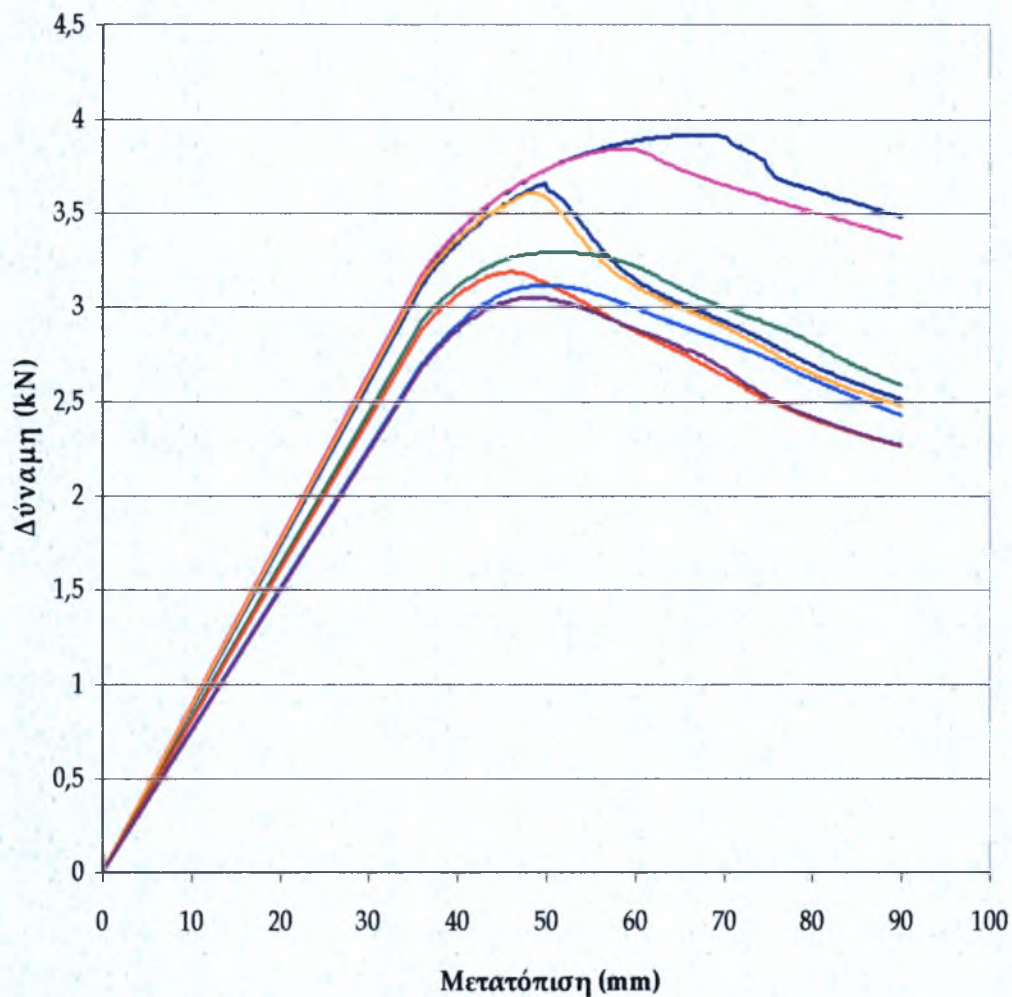
<b>ΜΑΔΕΡΙ MM 330 ΧΩΡΙΣ ΕΝΤΥΠΩΜΑΤΑ</b>				
	<b>Φορτίο (kN)</b>			
<b>Σύνδεσμοι ανά</b>	<b>Pcr (numerics)</b>	<b>Pcr (EC 3)</b>	<b>Pmax (numerics)</b>	<b>Pmax (exp)</b>
8.69	0.717	-	3.844	-
43.45	0.703	-	3.606	-
86.90	0.650	-	3.189	-
173.80	0.492	-	3.048	-

Διάγραμμα Δύναμης - Μετατόπισης για το μοντέλο MM-N 330



Σχ. 4.5 Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης για το μοντέλο MM-N 330

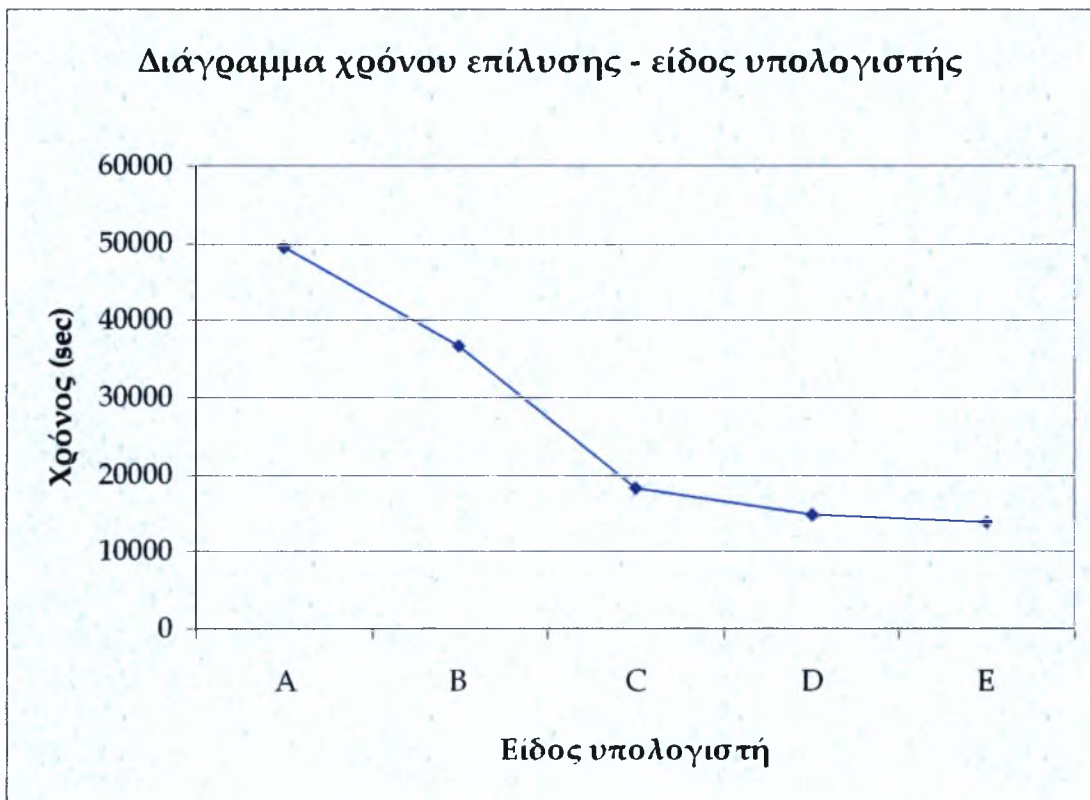
### Διάγραμμα Δύναμης - Μετατόπισης για το μοντέλο MM 330



Σχ. 4.6 Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης για το μοντέλο MM 330

Μία τελική διερεύνηση που πραγματοποιήθηκε ήταν εκείνη για την απόδοση του κάθε υπολογιστή και τον απαιτούμενο χρόνο που χρειαζόταν ο κάθε υπολογιστής για την ελαστοπλαστική επίλυση του ίδιου μοντέλου. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο Σχ. 4.7. Τα χαρακτηριστικά του κάθε υπολογιστή είναι τα εξής:

- Υπολογιστής A: AMD Athlon 64 Processor 3200 2,0 GHz, RAM 2 GB
- Υπολογιστής B: AMD Athlon 64X2 Dual Core Processor 3800 2,0 GHz, RAM 2 GB
- Υπολογιστής C: Intel Core 2 Quad CPU 2,4 GHz, RAM 4 Gb (1 CPU)
- Υπολογιστής D: Intel Core 2 Quad CPU 2,4 GHz, RAM 4 Gb (2CPU)
- Υπολογιστής E: Intel Core 2 Quad CPU 2,4 GHz, RAM 4 Gb (4CPU)



Σχ. 4.7 Διάγραμμα χρόνου επίλυσης – είδος υπολογιστή

Σε μια συνολική θεώρηση των λεπτότοιχων μεταλλικών μαδεριών θα μπορούσε να ειπωθεί ότι πρόκειται για ειδική κατηγορία φορέων. Η ιδιαίτερη γεωμετρία τους και η γενικότερη μορφή τους, τα καθιστά ευαίσθητα σε φαινόμενα αστάθειας. Η αλλαγή των αποστάσεων των συνδέσμων καθώς και η ύπαρξη ή όχι των εντυπωμάτων μεταβάλλει την συμπεριφορά τους.

Σαν κατακλείδα, επισημαίνεται για μια ακόμη φορά ότι η παρούσα ανάλυση αποτελεί μία προσπάθεια προσέγγισης και εκτίμησης της συμπεριφοράς των λεπτότοιχων μεταλλικών μαδεριών.

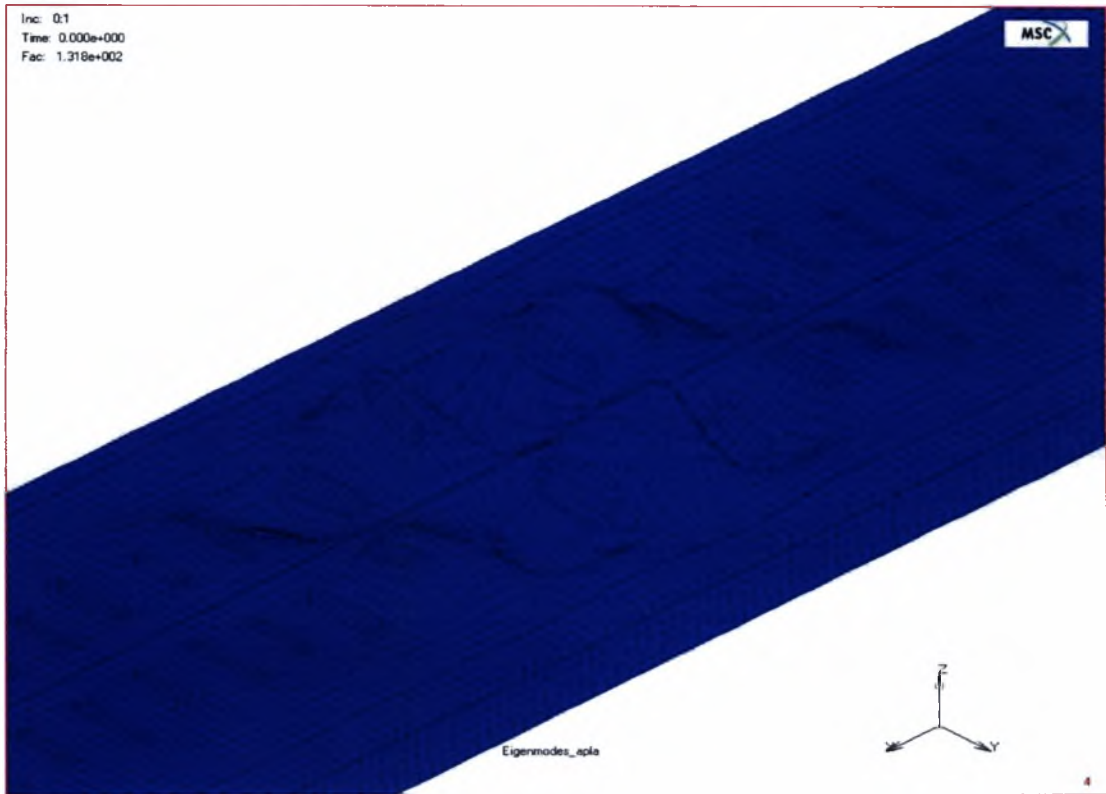


## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

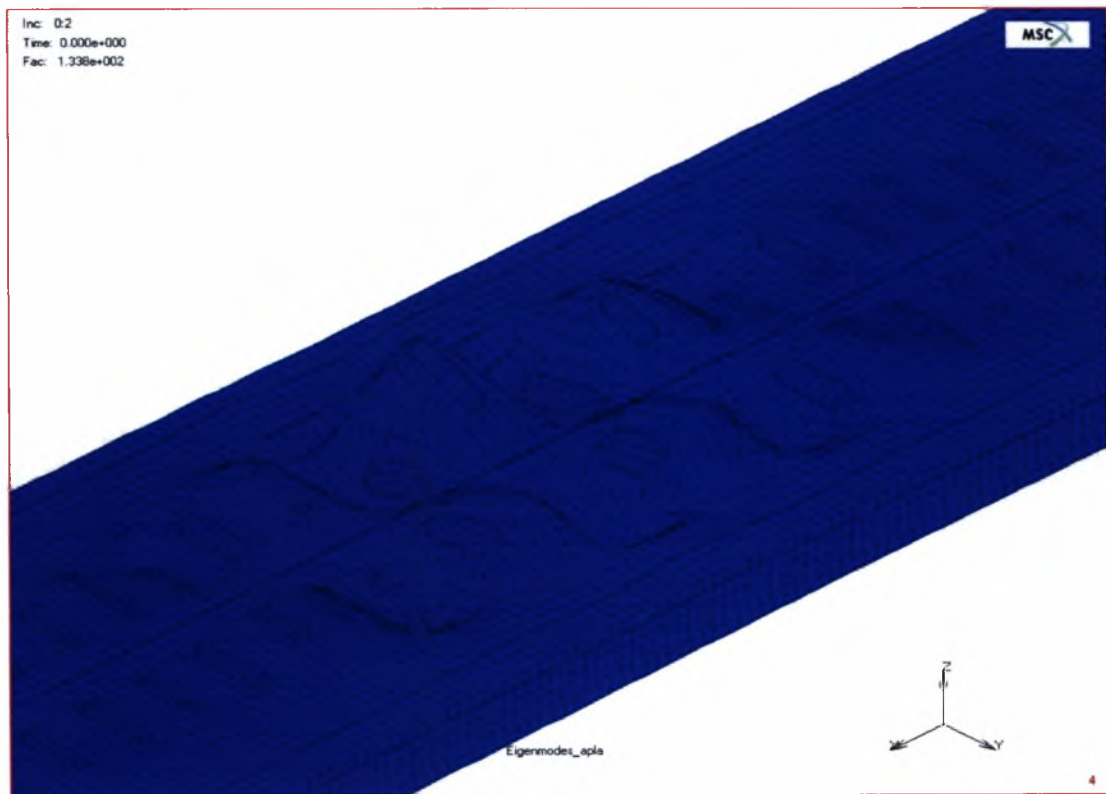
1. **Stability of structures: elastic, inelastic, fracture, and damage theories /** Bazant Zdenek P. Cedolin Luigi New York ; Oxford : Oxford University Press, 1991. - (The Oxford engineering science series, 26)
2. **ENV 1993-1-3:1996 Design of steel structures – Part 1.3 – General Rules – Supplementary rules for cold formed thin gauge members and sheeting**
3. **EN 12811.01 Εξοπλισμός Προσωρινών Εργασιών – Μέρος 1: Σκαλωσιές – Απαιτήσεις Απόδοσης και Γενικός Σχεδιασμός**
4. **MSC. Marc User's Guide / MSC Marc Inc.**
5. **The influence of rotational restraint on the behavior of cold-formed steel continuous purlins attached to roof sheeting: Proceedings of the Eighth International Conference on Computational Structures Technology / K.B. Katnam, M. De Strycker, R. Van Impe and G. Lagae**
6. **Geometric imperfections and their influence on the ultimate load of thin-walled, cold-formed steel purlins: Proceedings of the Eighth International Conference on Computational Structures Technology / M. De Strycker, K.B. Katnam, W. Vanlaere, G. Lagae and R. Van Impe**
7. **Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας / Αντώνιος Ν. Κουνάδη**
8. **Πειραματική και Αριθμητική Τεκμηρίωση μηχανικών αντοχών μεταλλικού μαδεριού σκαλωσιάς: Αναφορά του Ερευνητικού Προγράμματος με τίτλο έργου των ανωτέρω / Επιστημονικός υπεύθυνος Ε. Μυστακίδης**

# **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α**

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

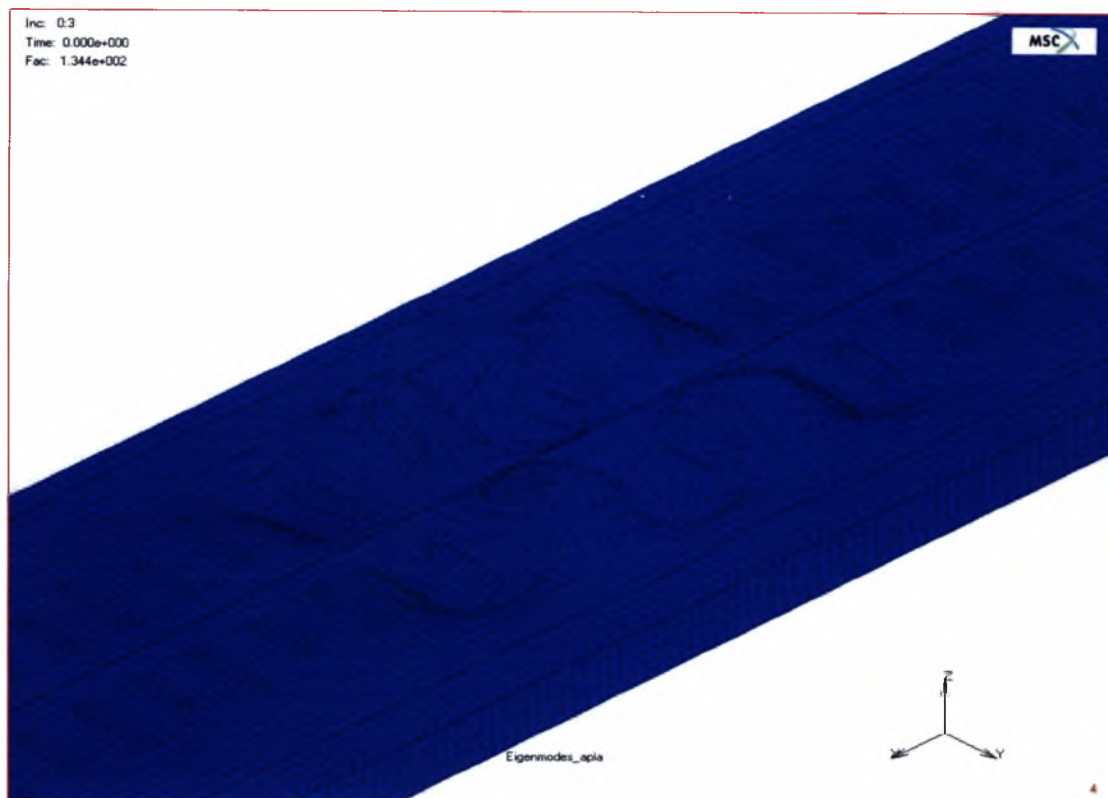


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=6,33$  kN

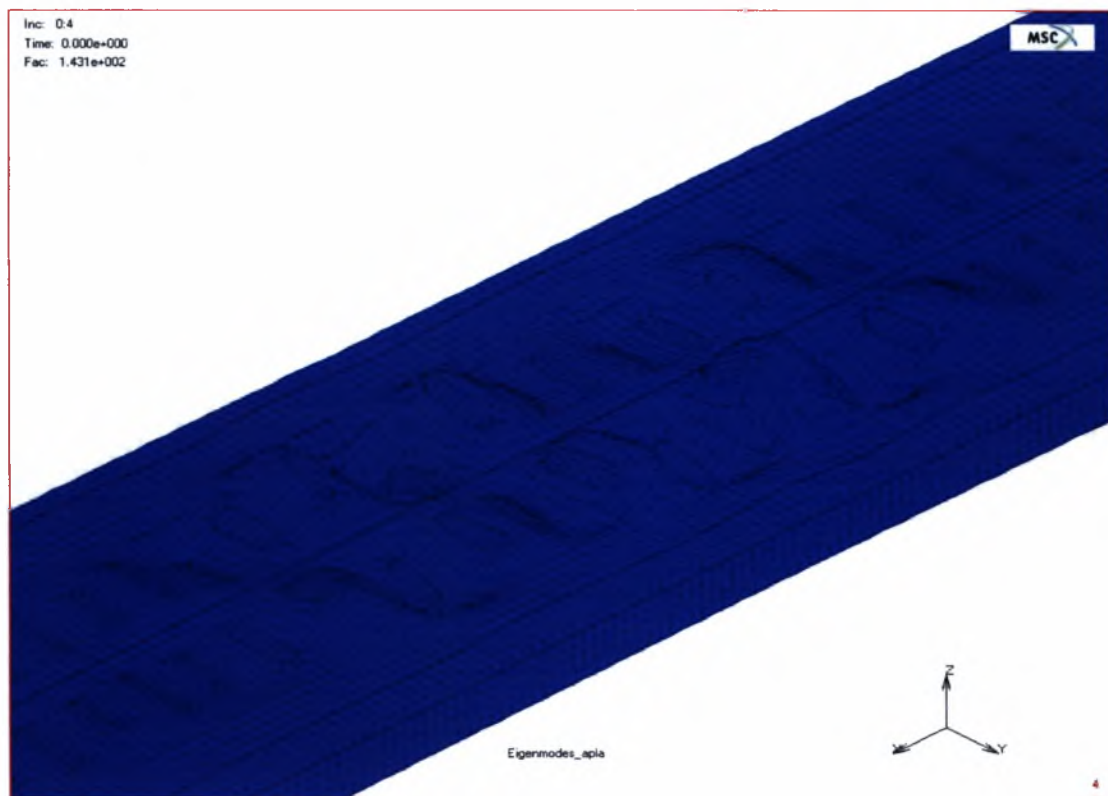


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=6,42$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

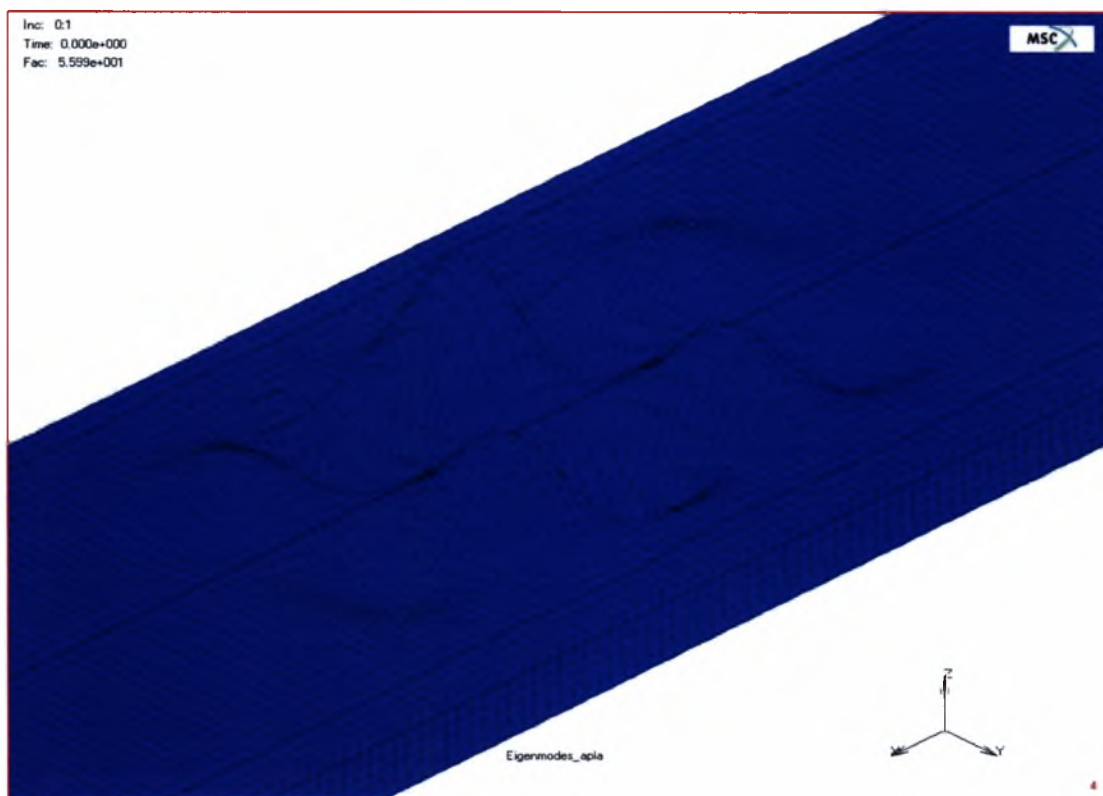


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=6,45$  kN

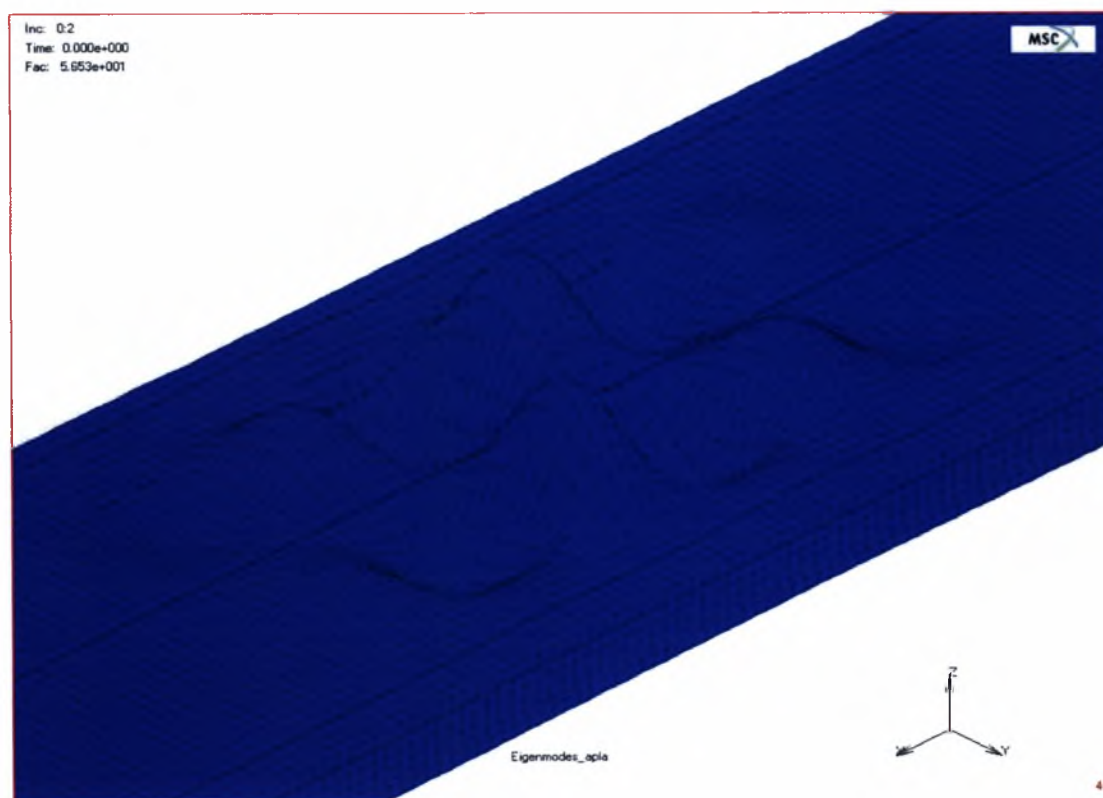


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=6,87$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

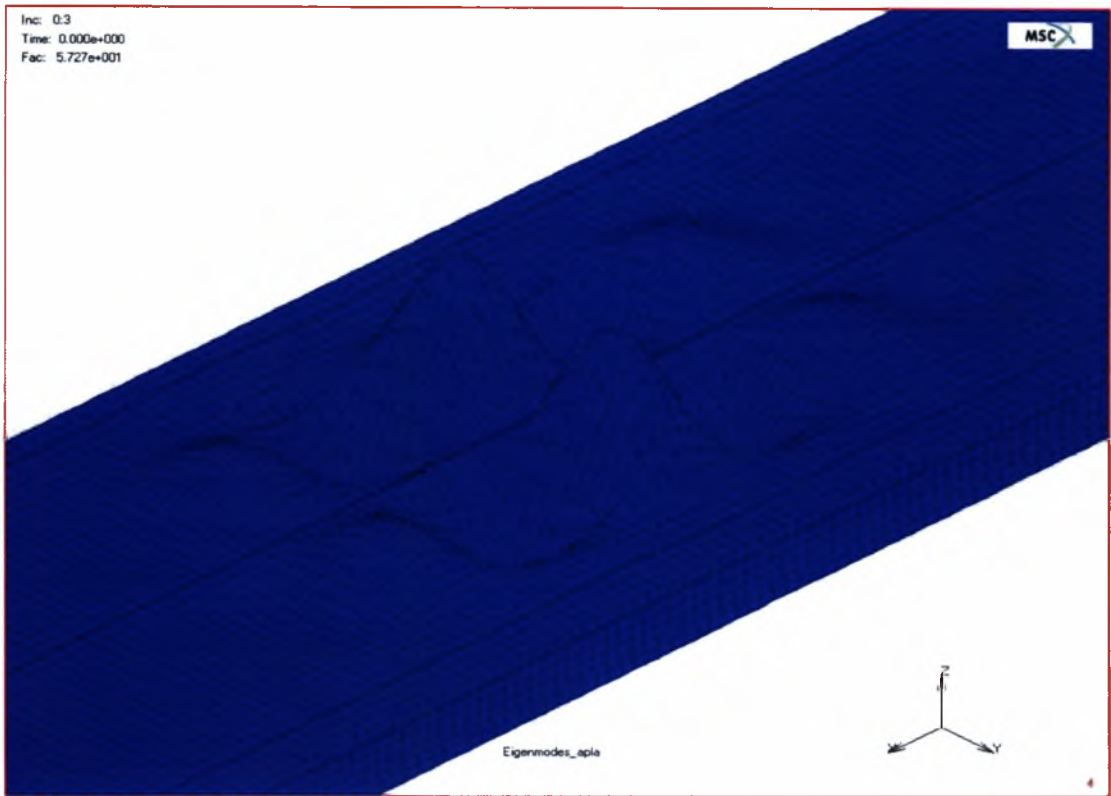


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,69$  kN

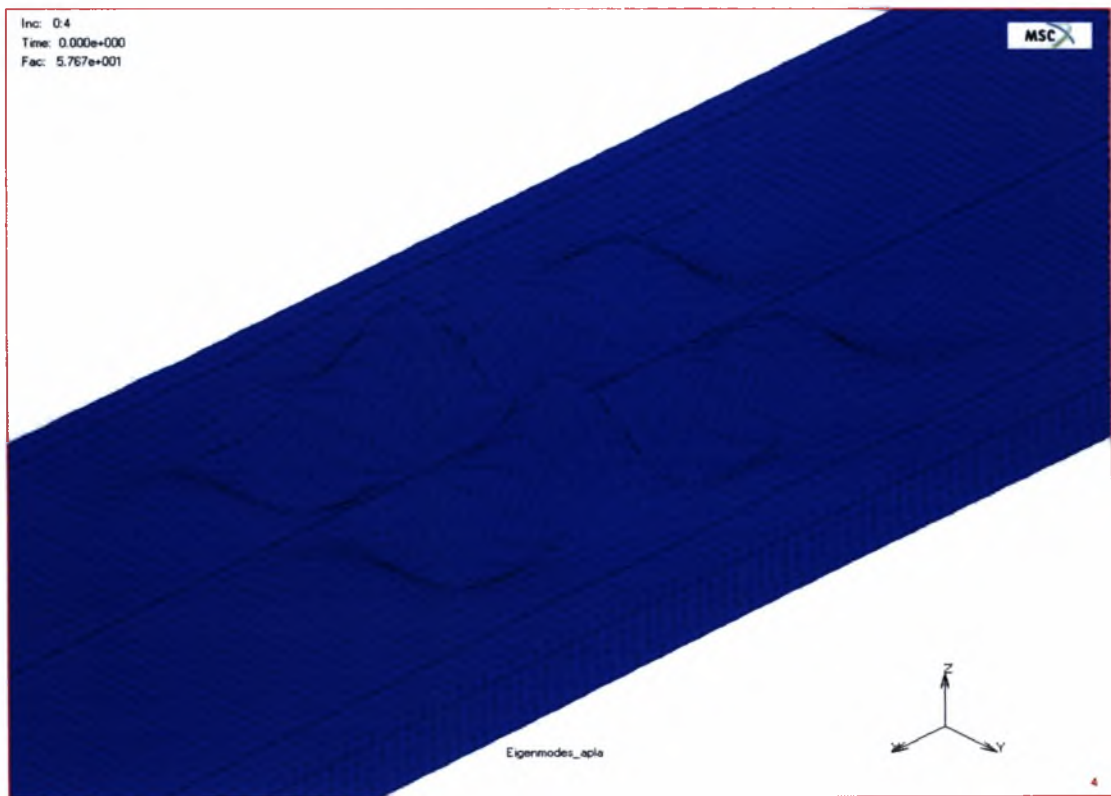


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,71$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

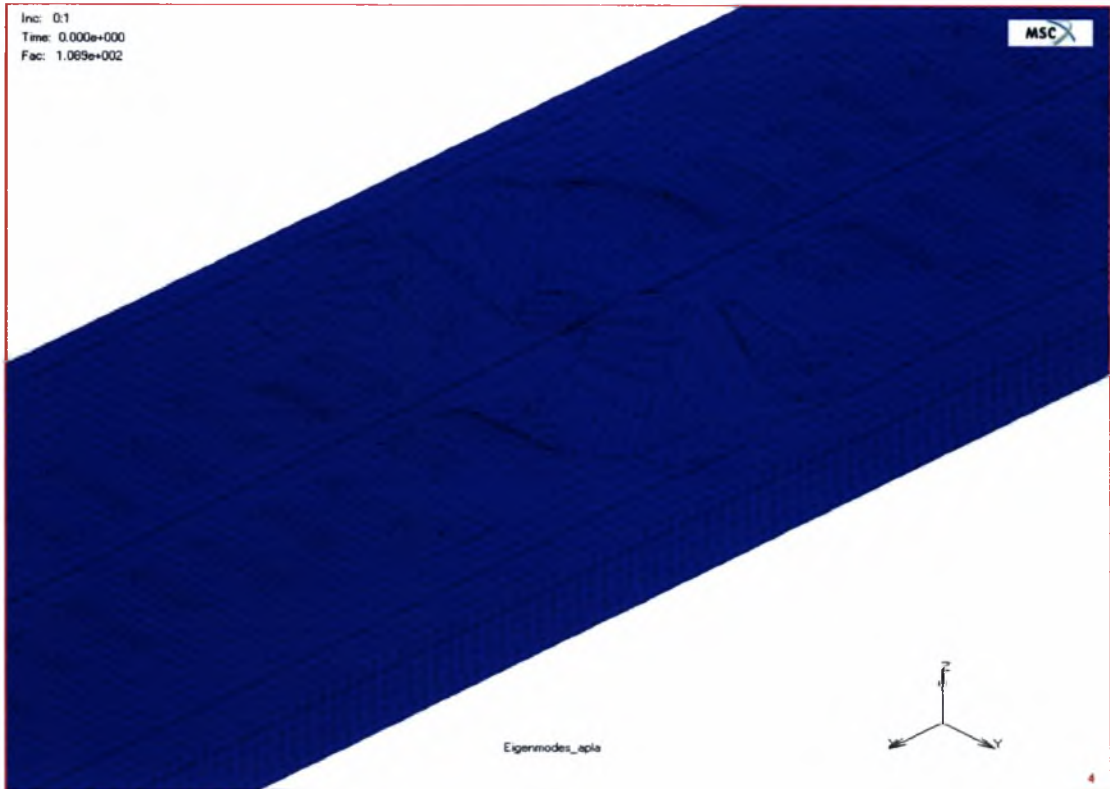


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,75$  kN

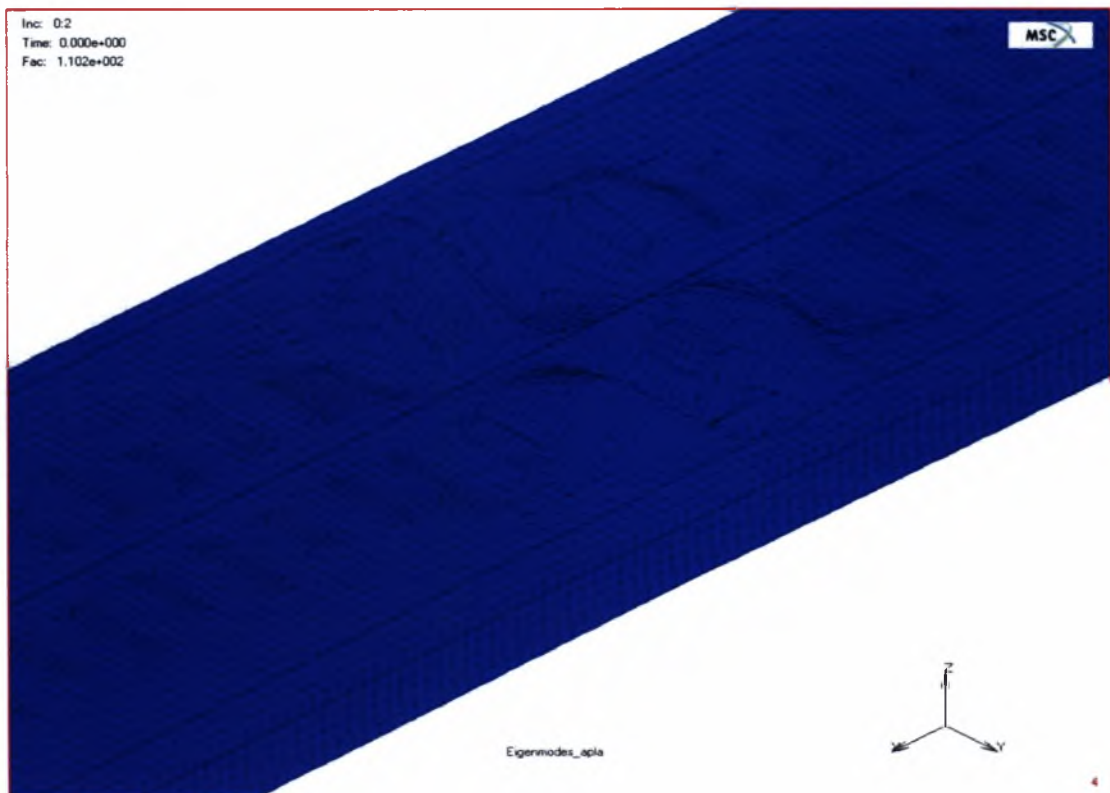


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,77$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

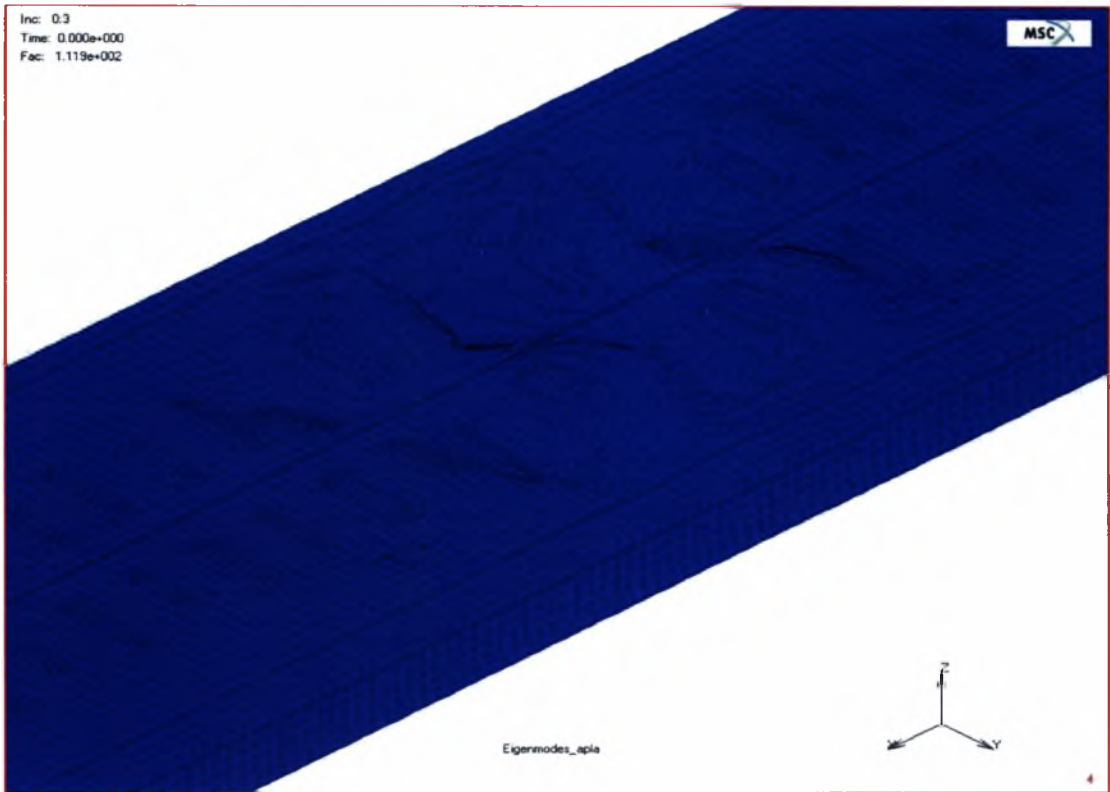


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=5,23$  kN

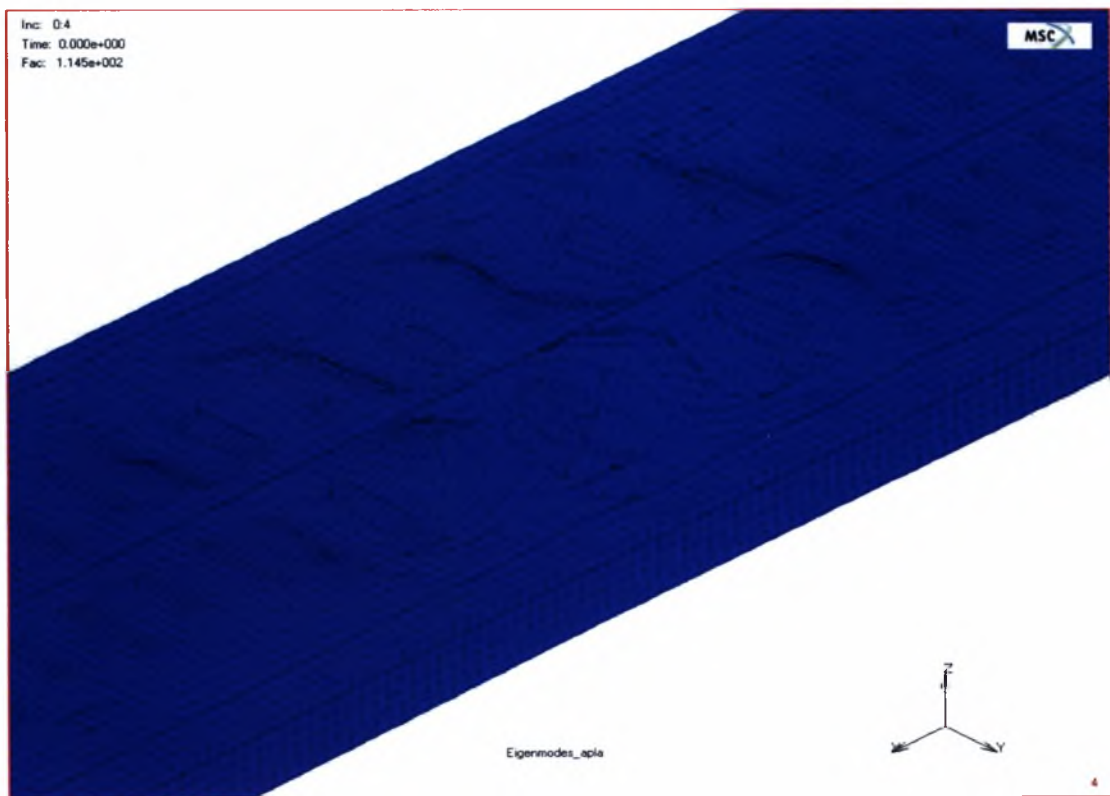


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=5,29$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm



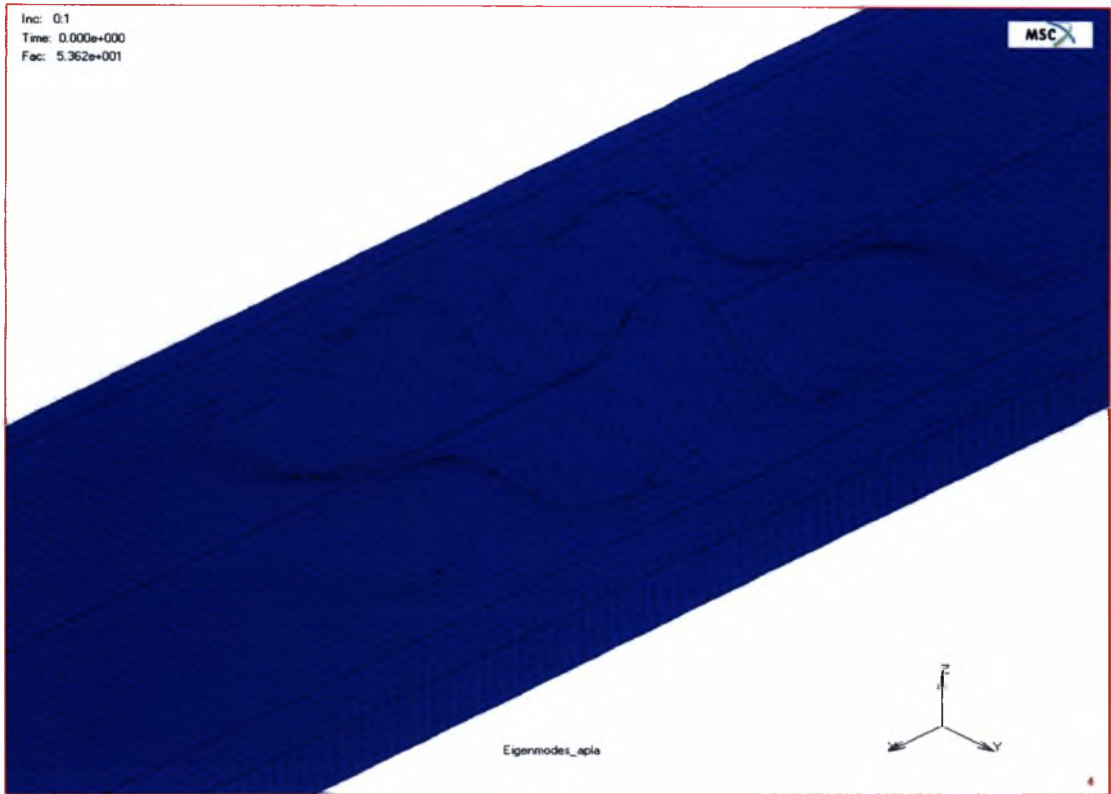
3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=5,37$  kN



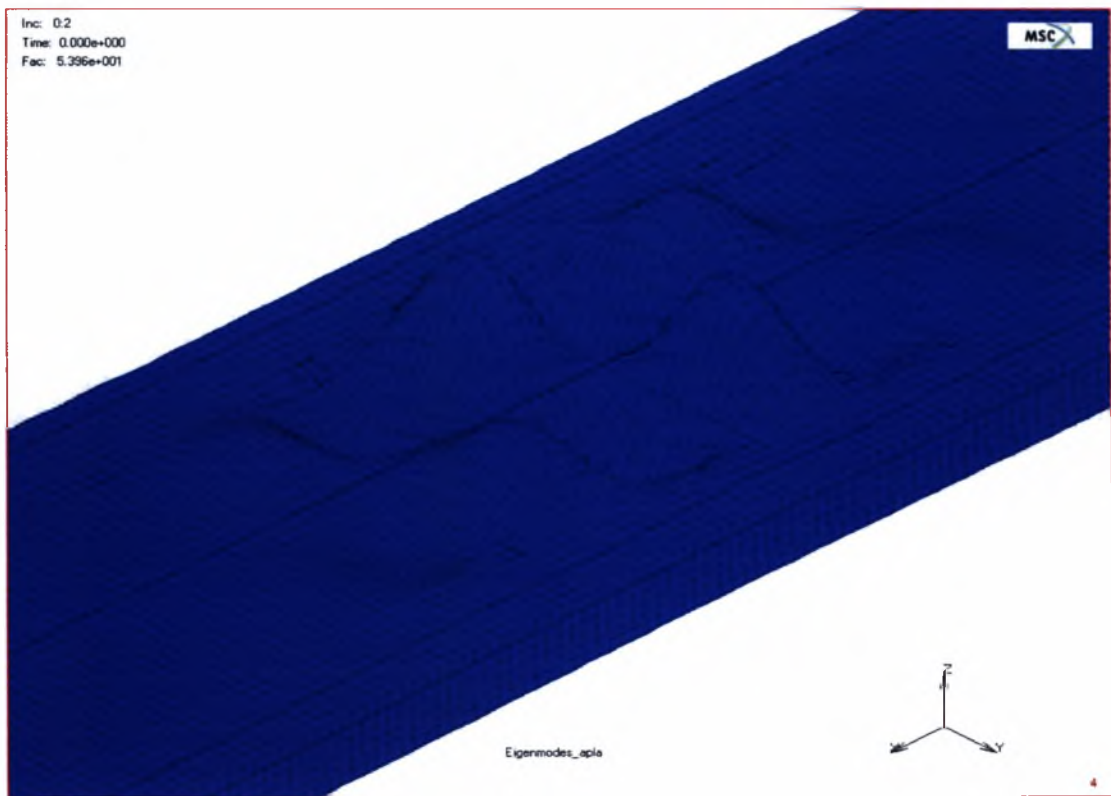
4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=5,50$  kN



Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

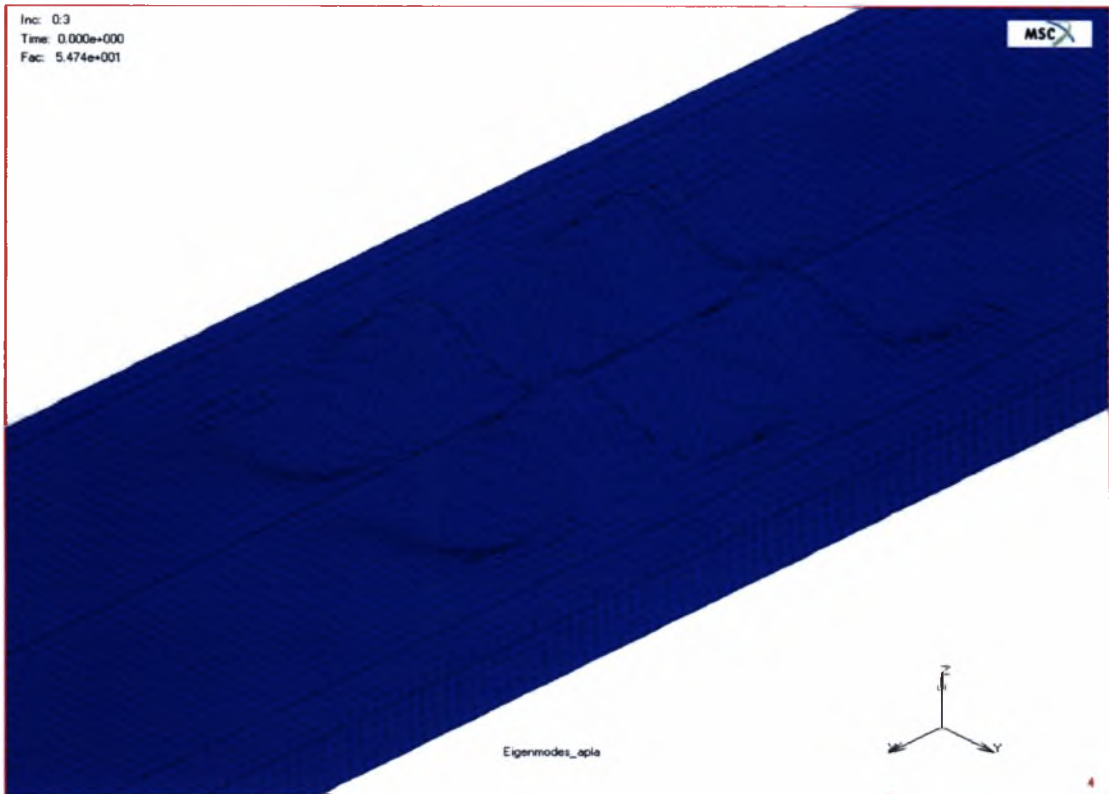


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,57$  kN

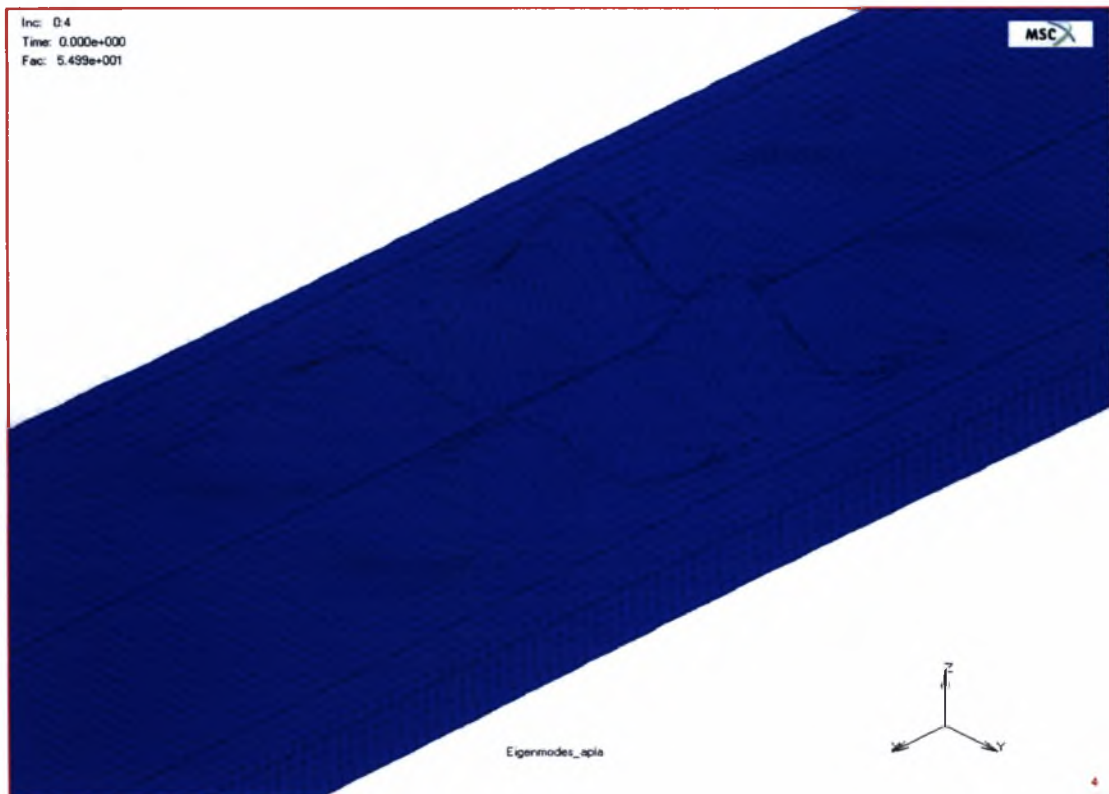


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,59$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

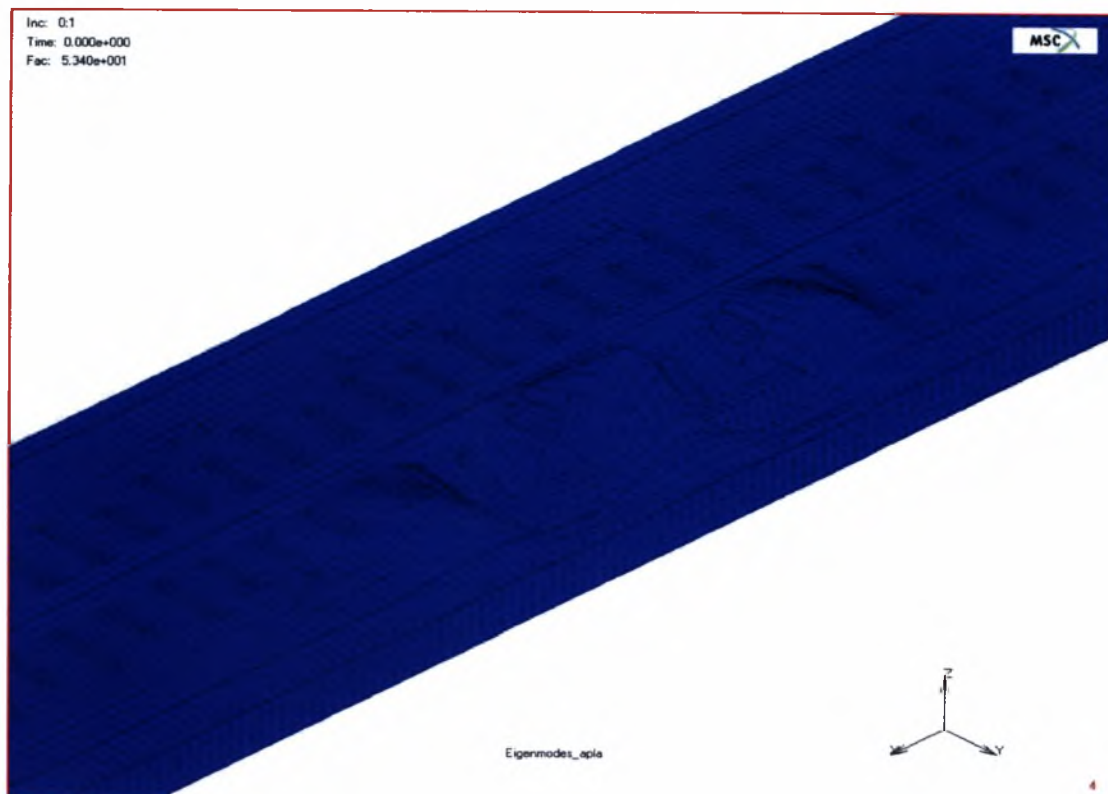


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,63$  kN

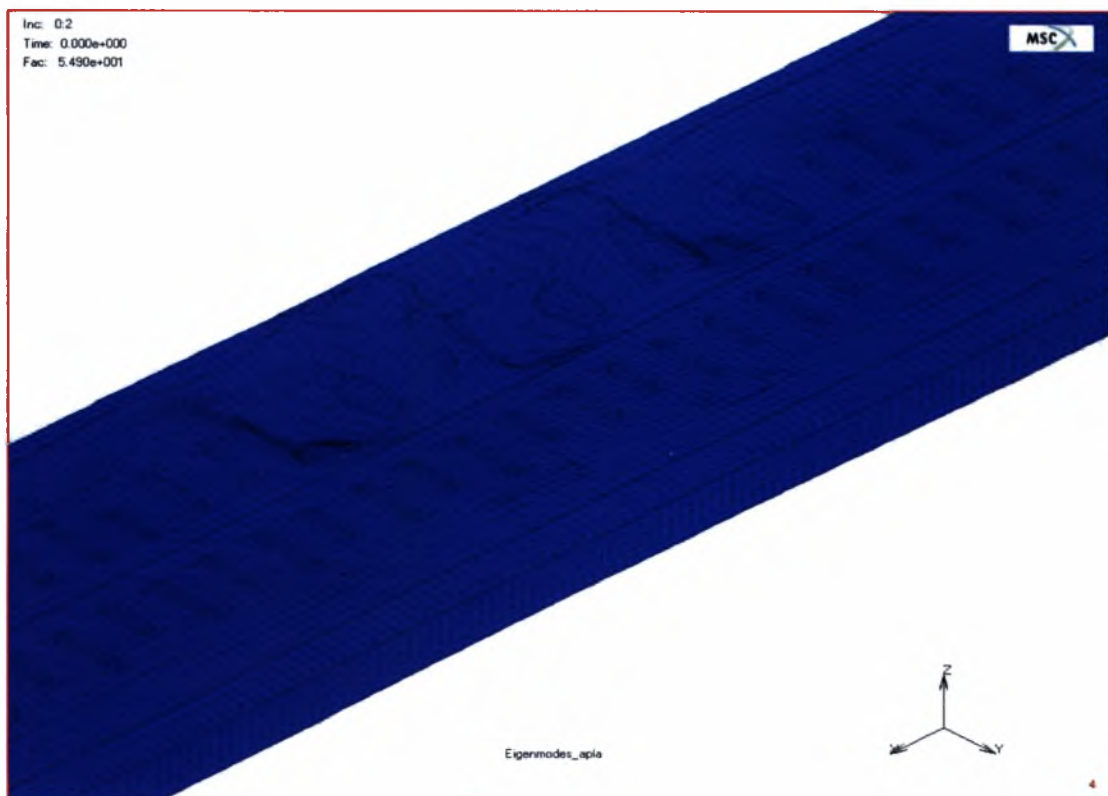


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,64$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

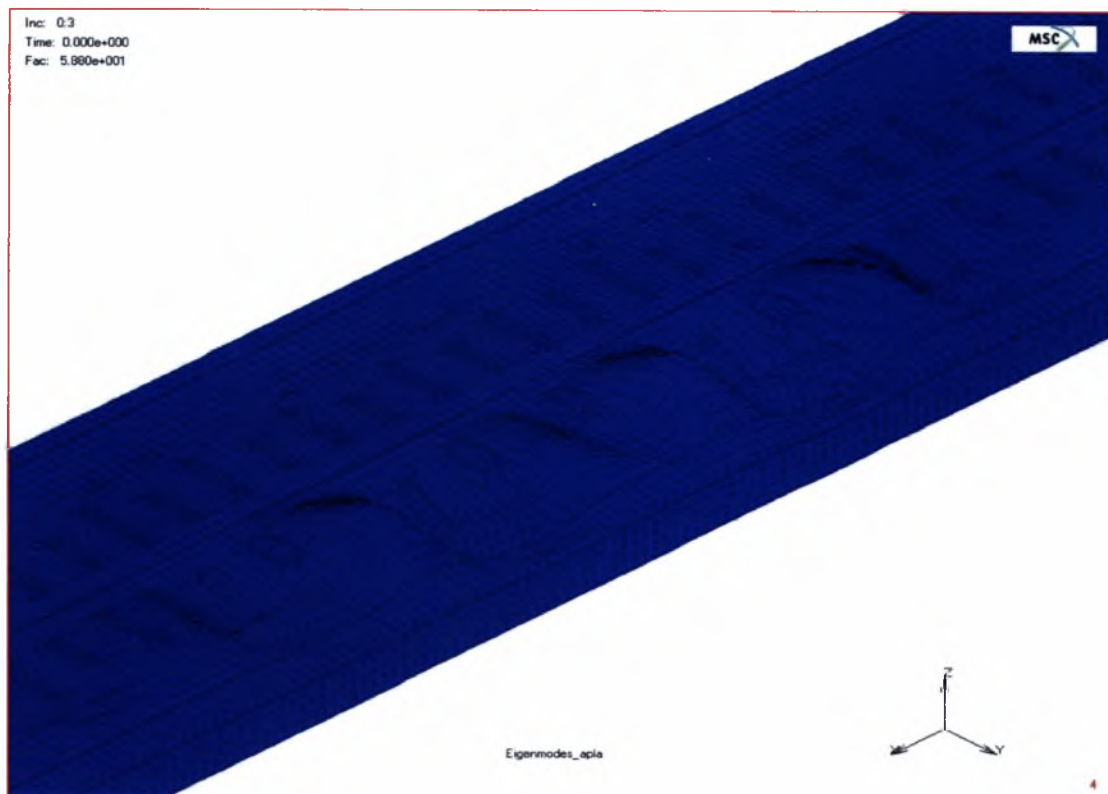


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,56$  kN

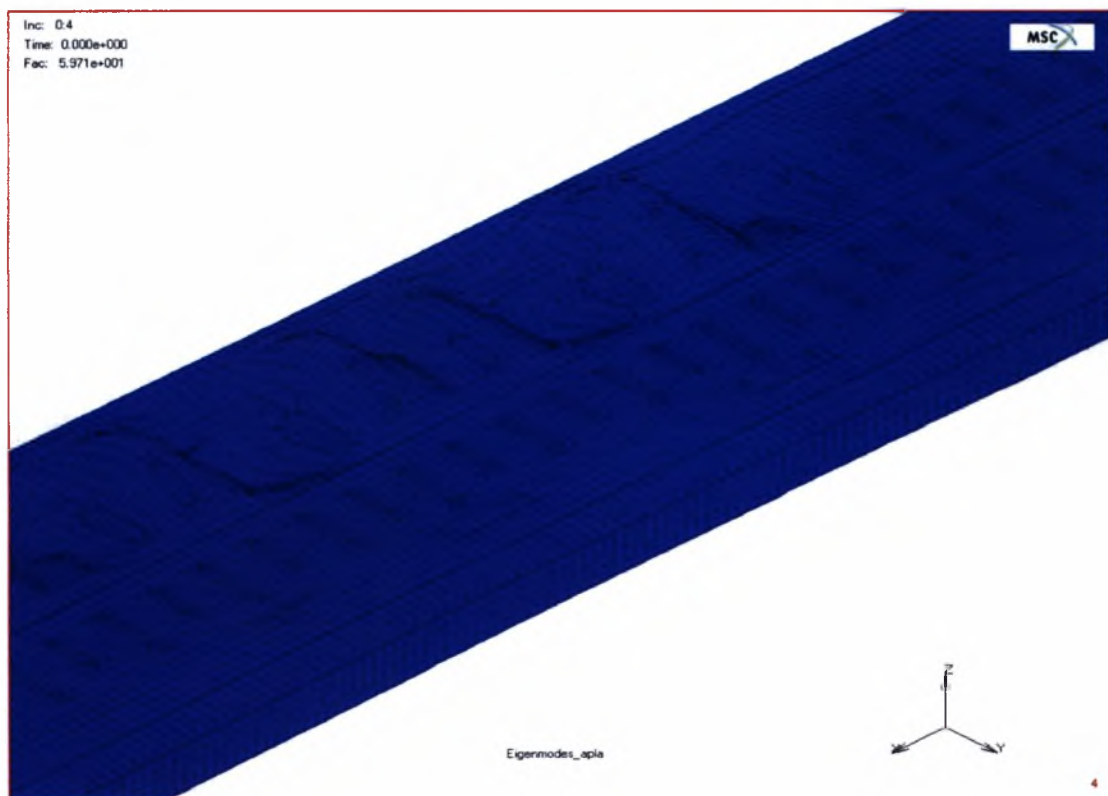


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,64$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

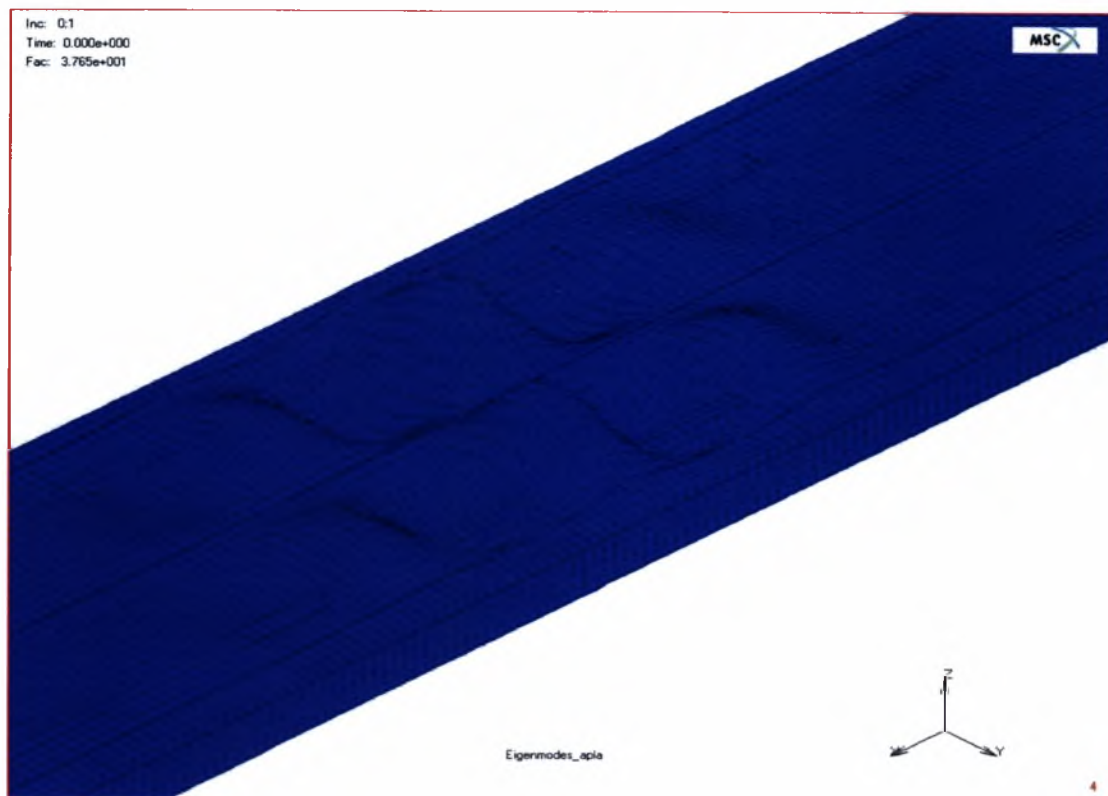


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,82$  kN

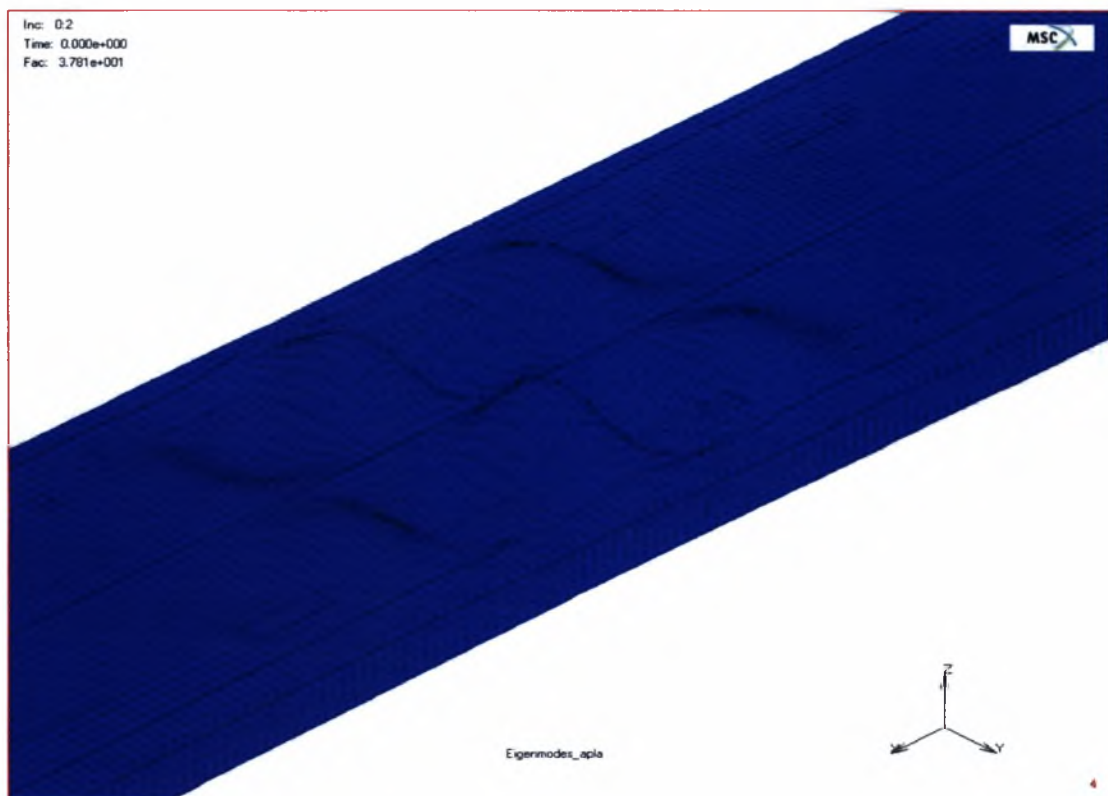


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,87$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

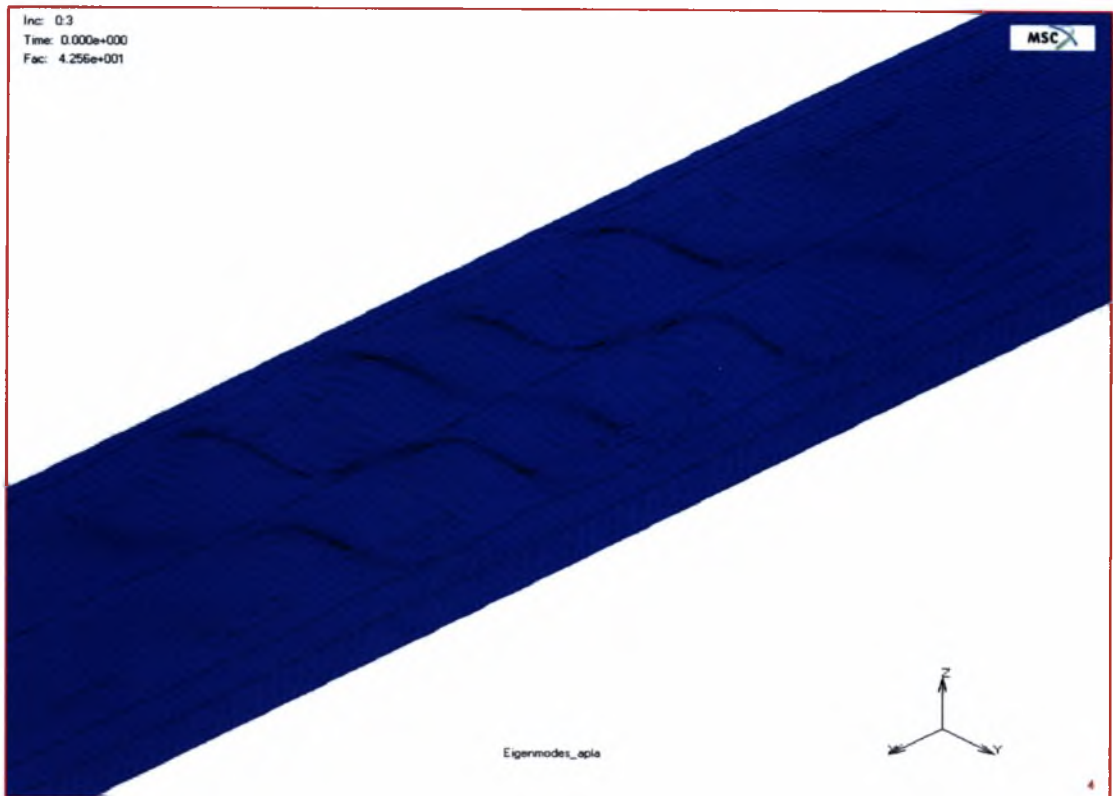


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,81$  kN

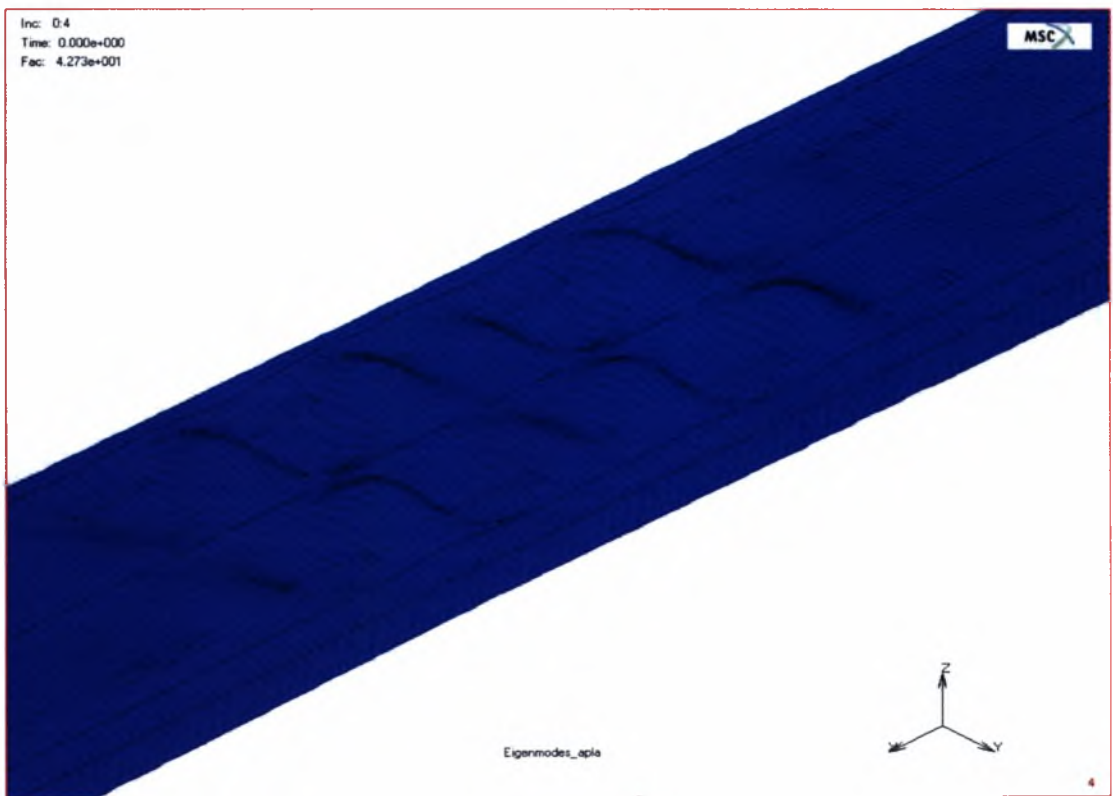


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,81$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

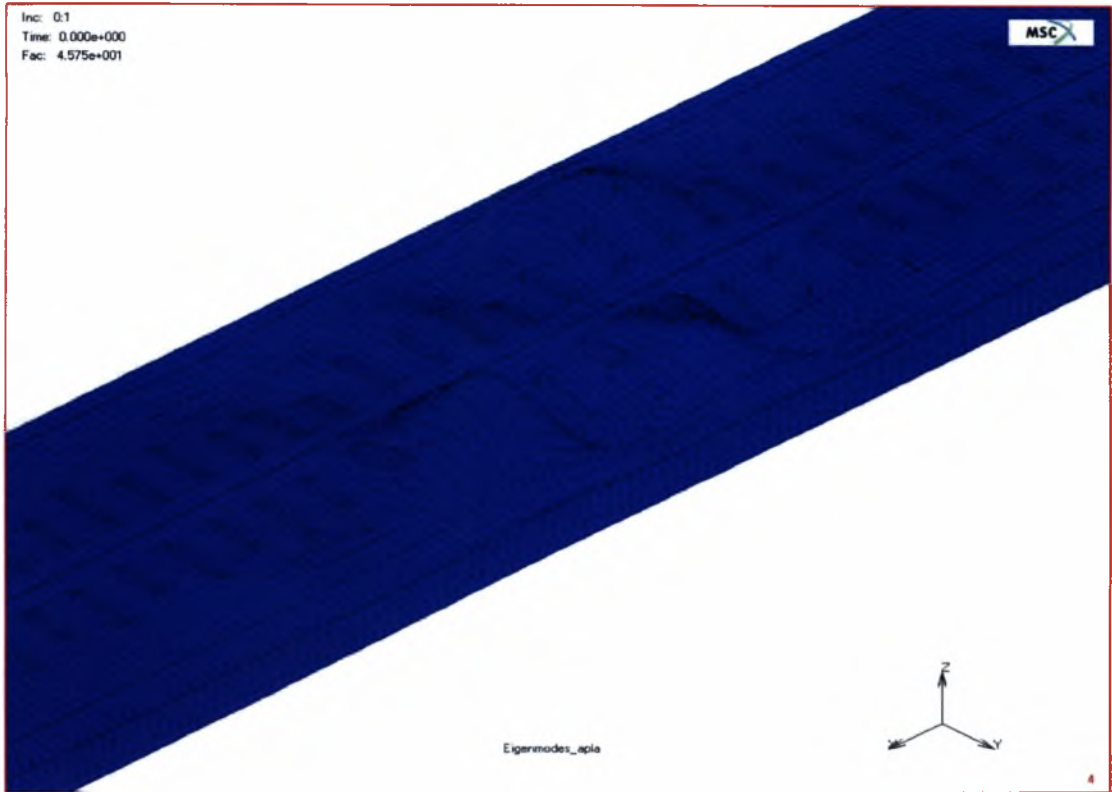


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,04$  kN

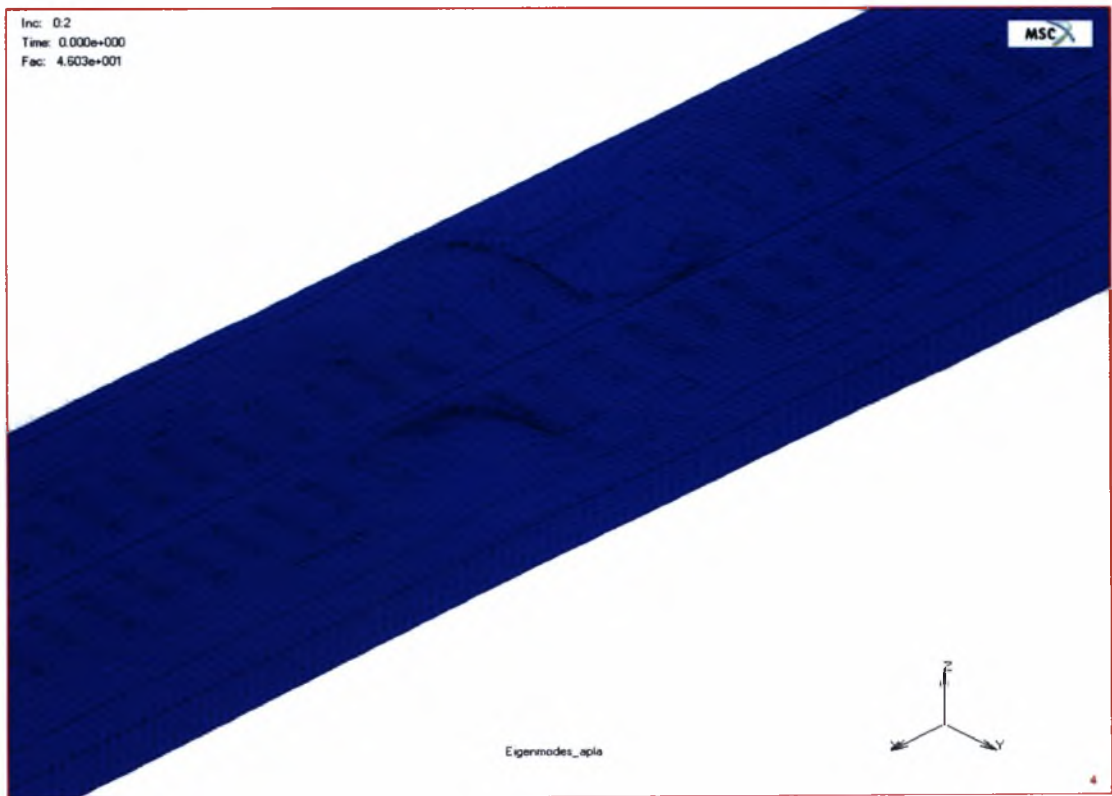


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,05$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm

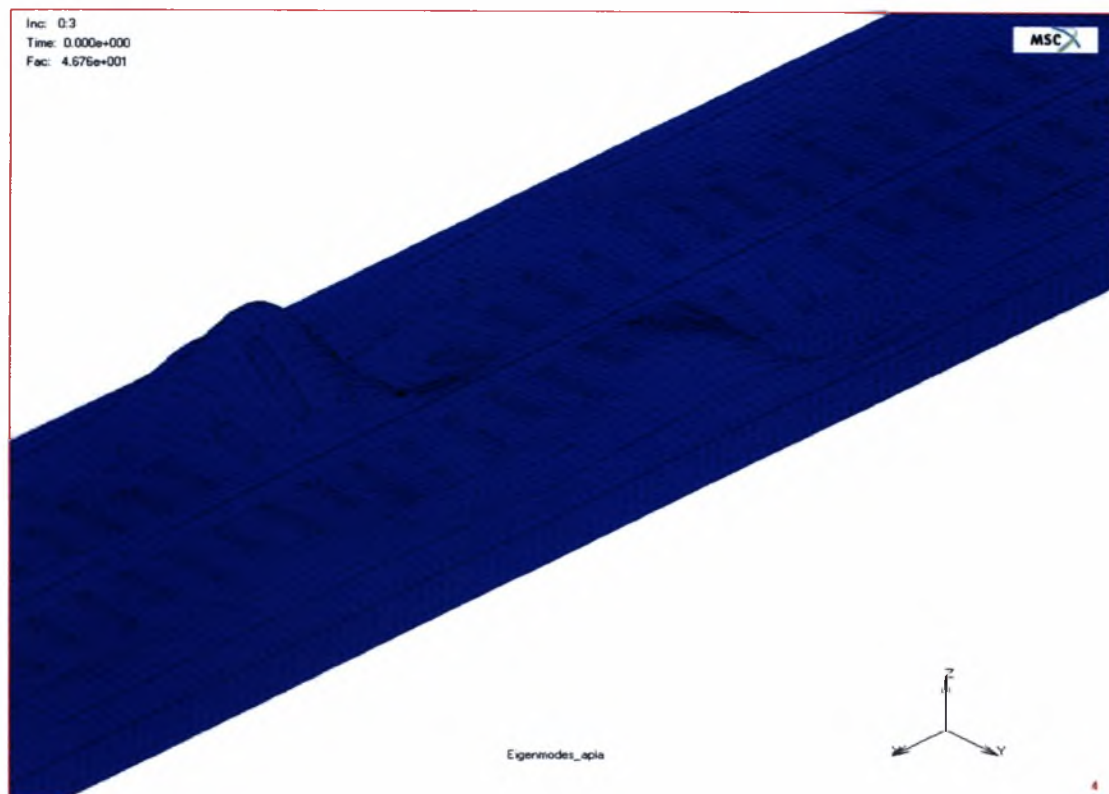


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,20$  kN

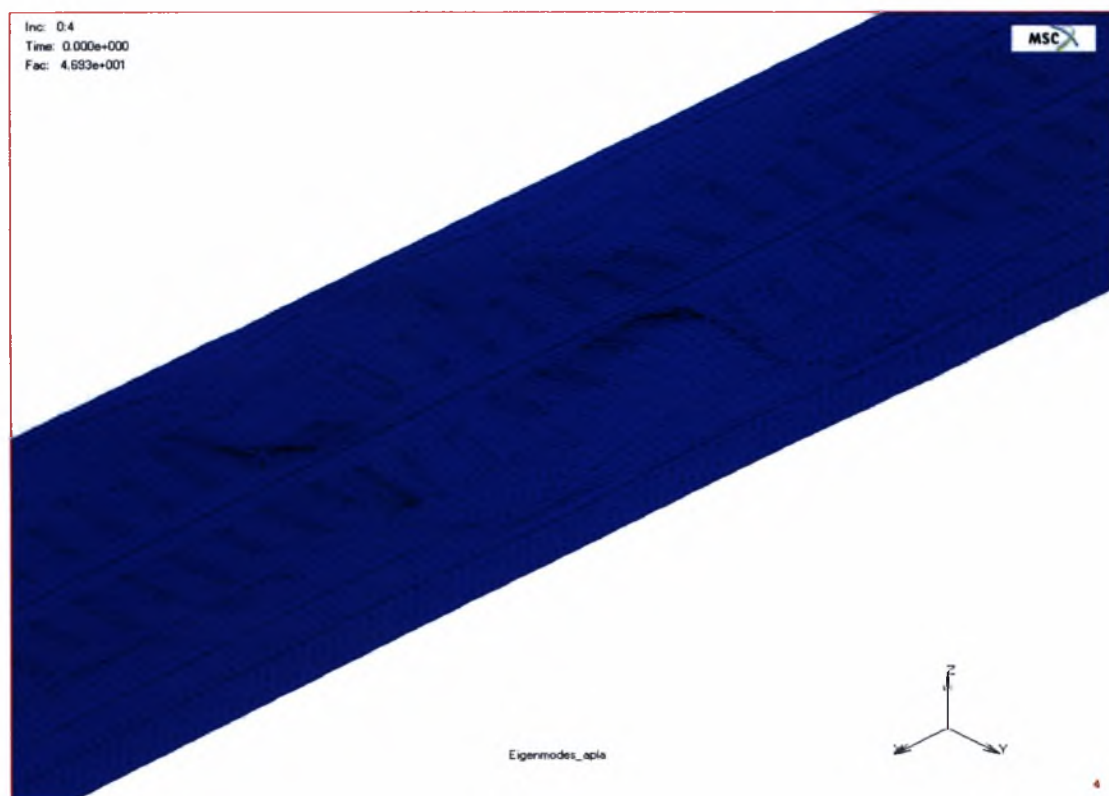


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,21$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm



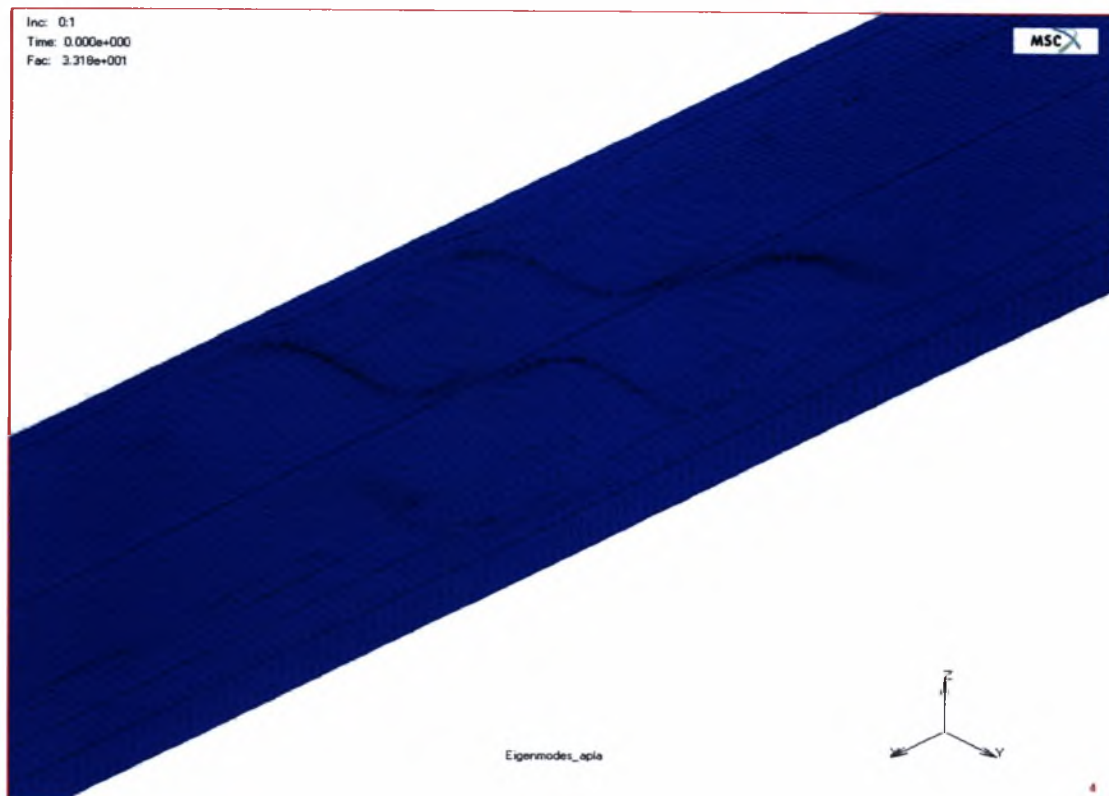
3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,24$  kN



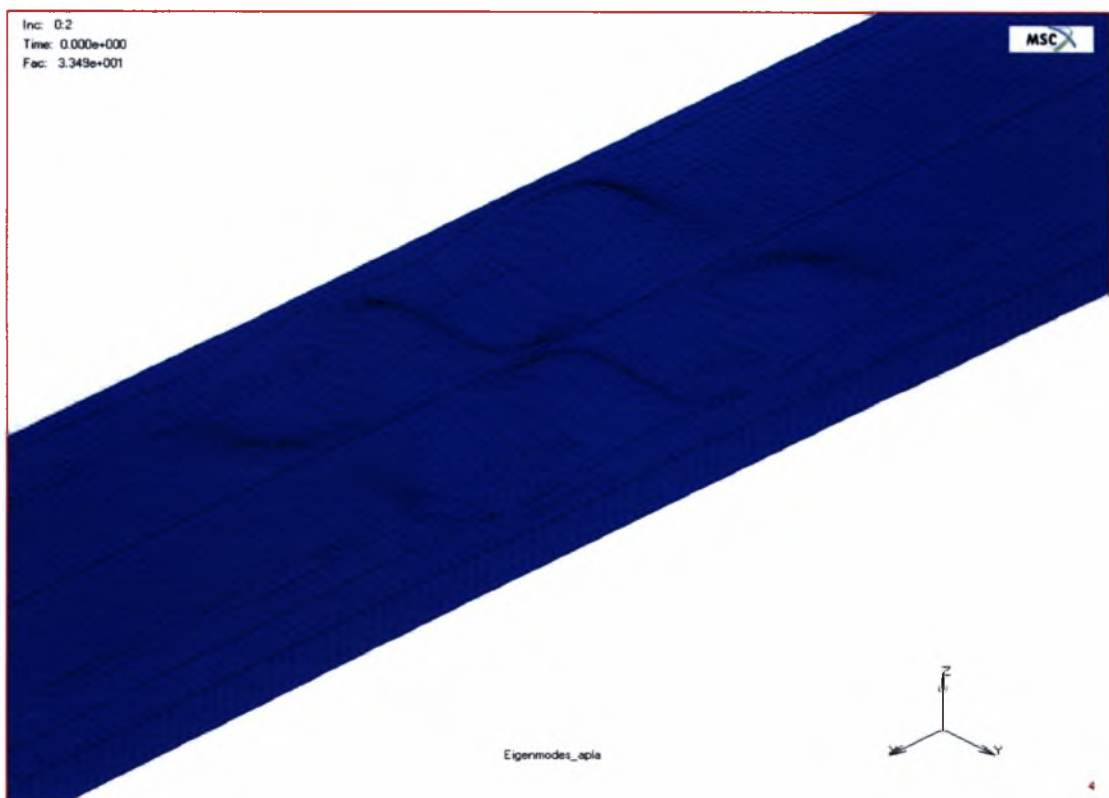
4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,25$  kN



Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm

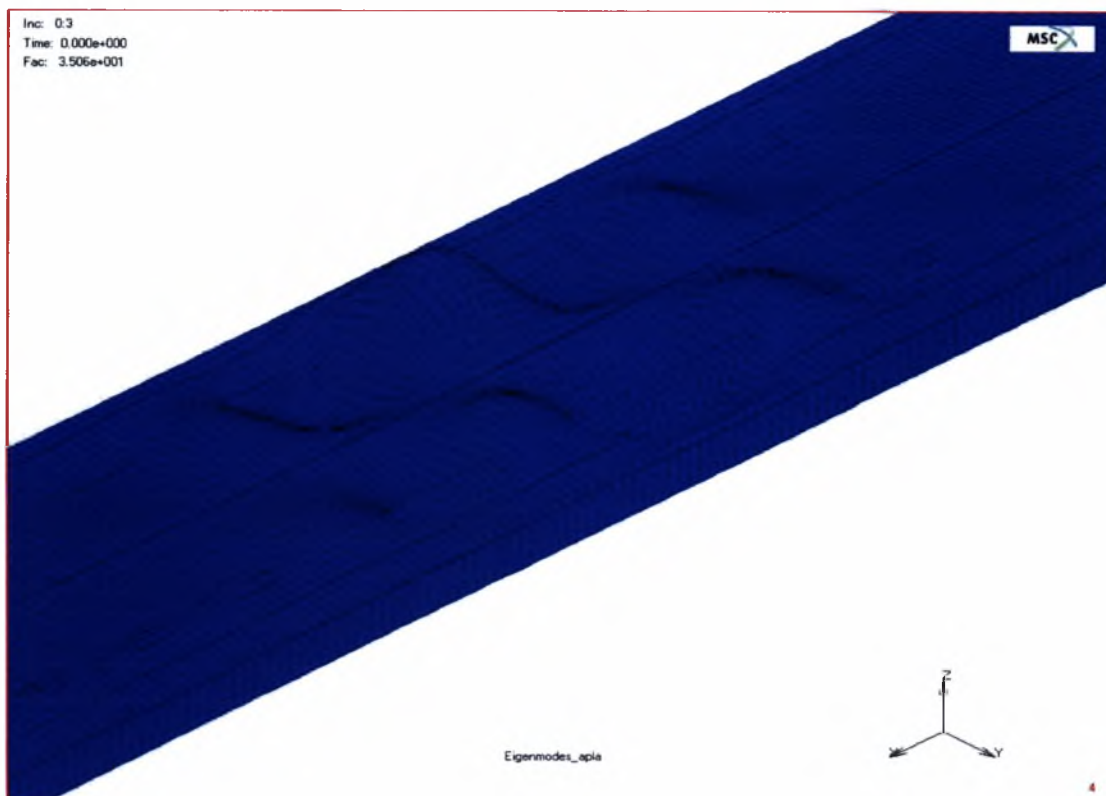


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,59$  kN

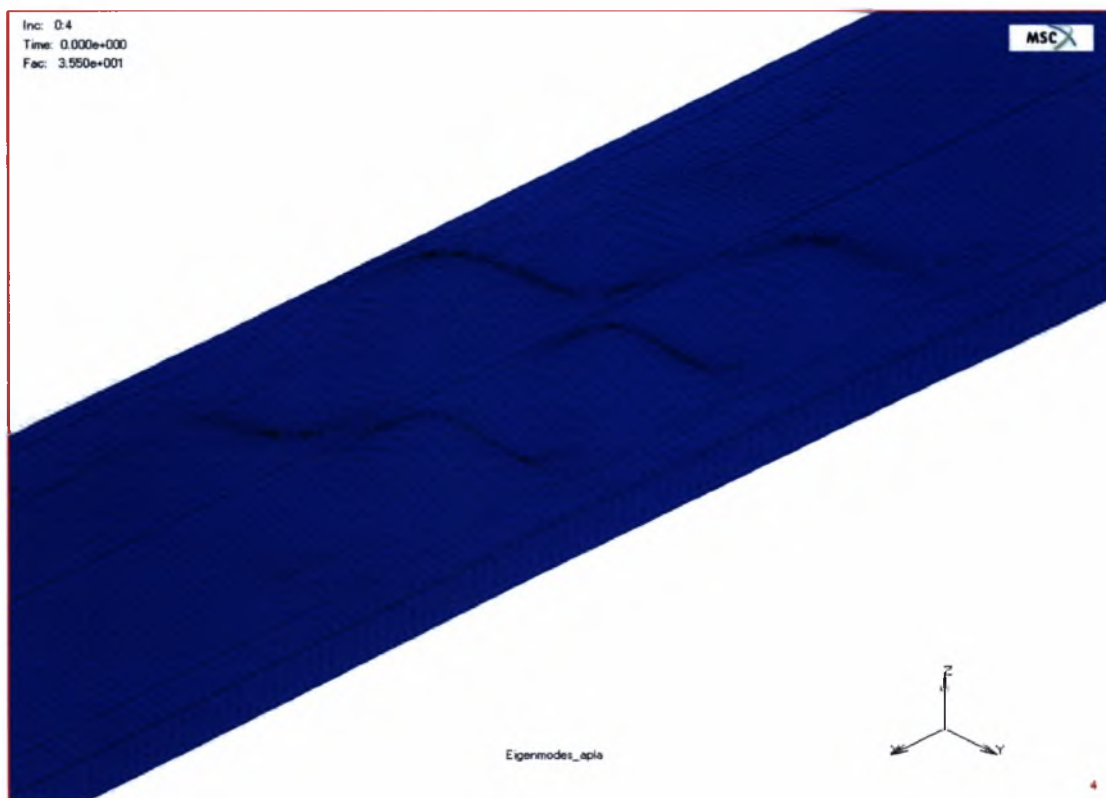


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,61$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm

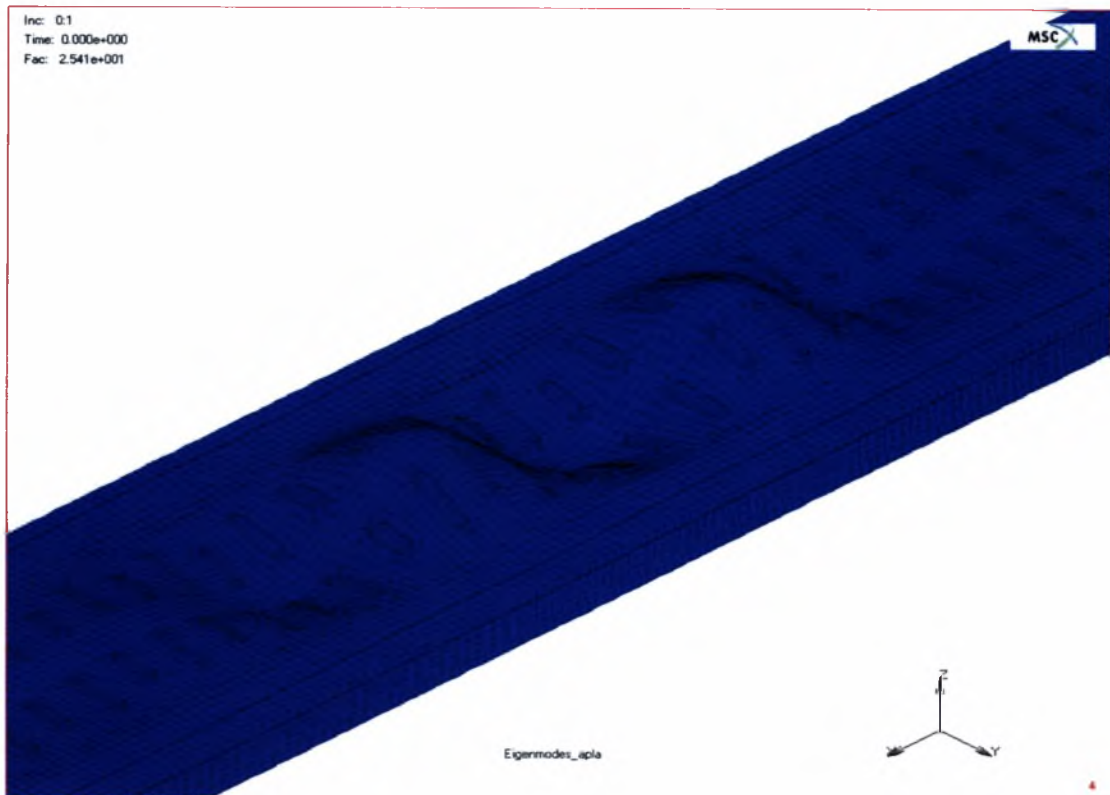


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,68$  kN

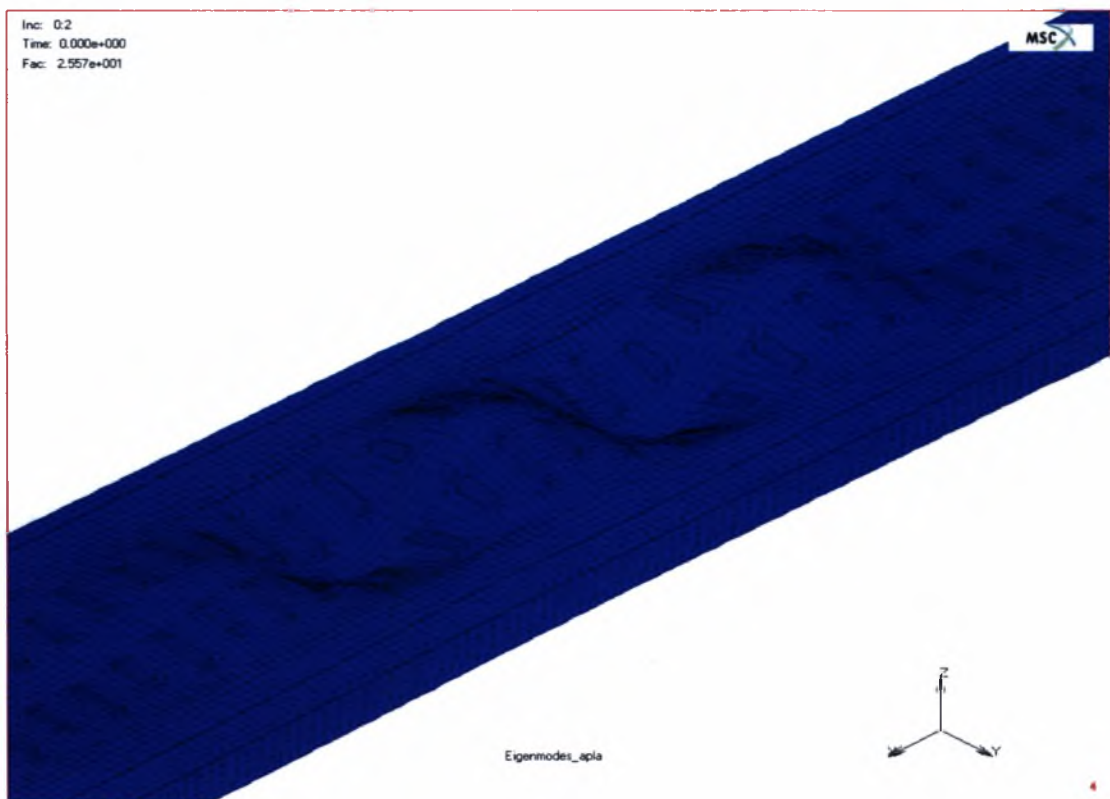


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,70$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

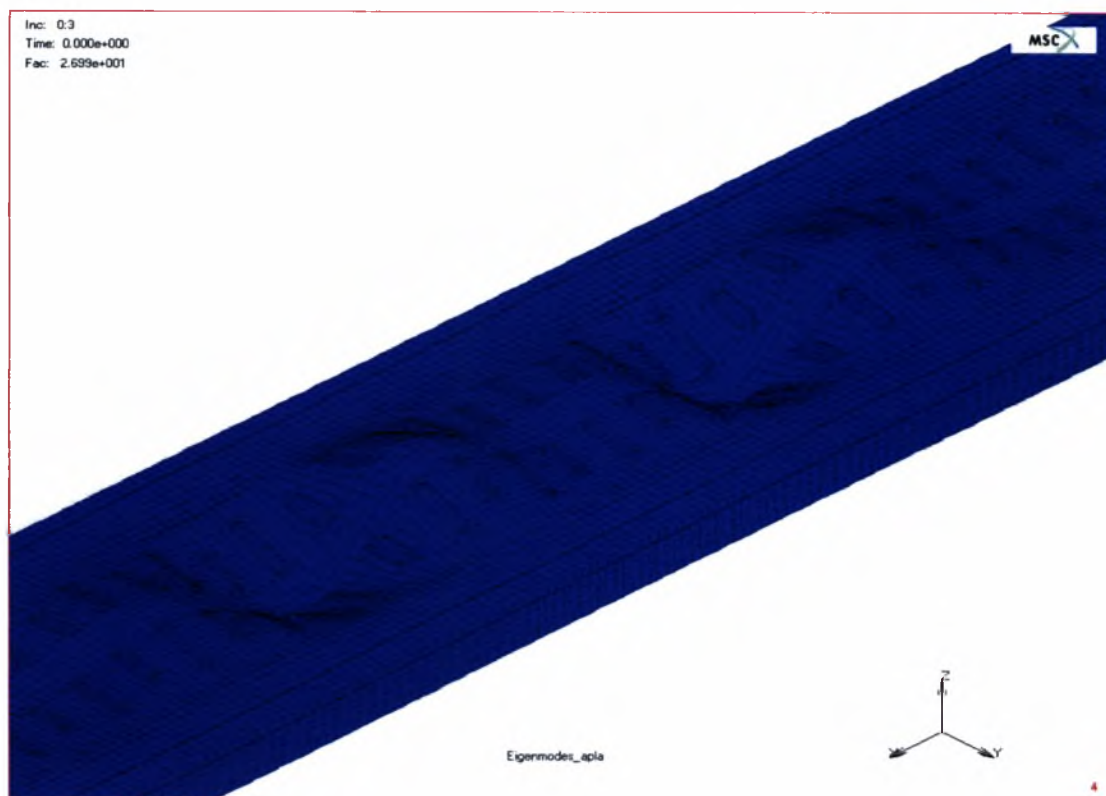


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,19$  kN

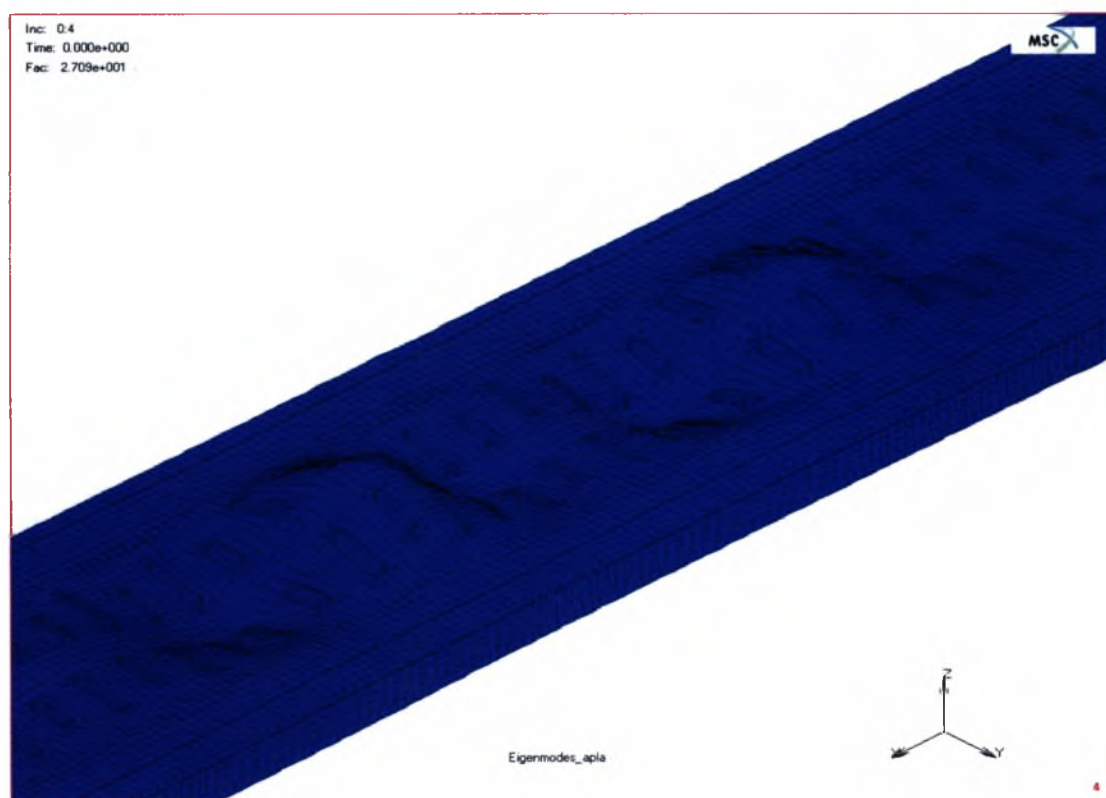


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,20$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

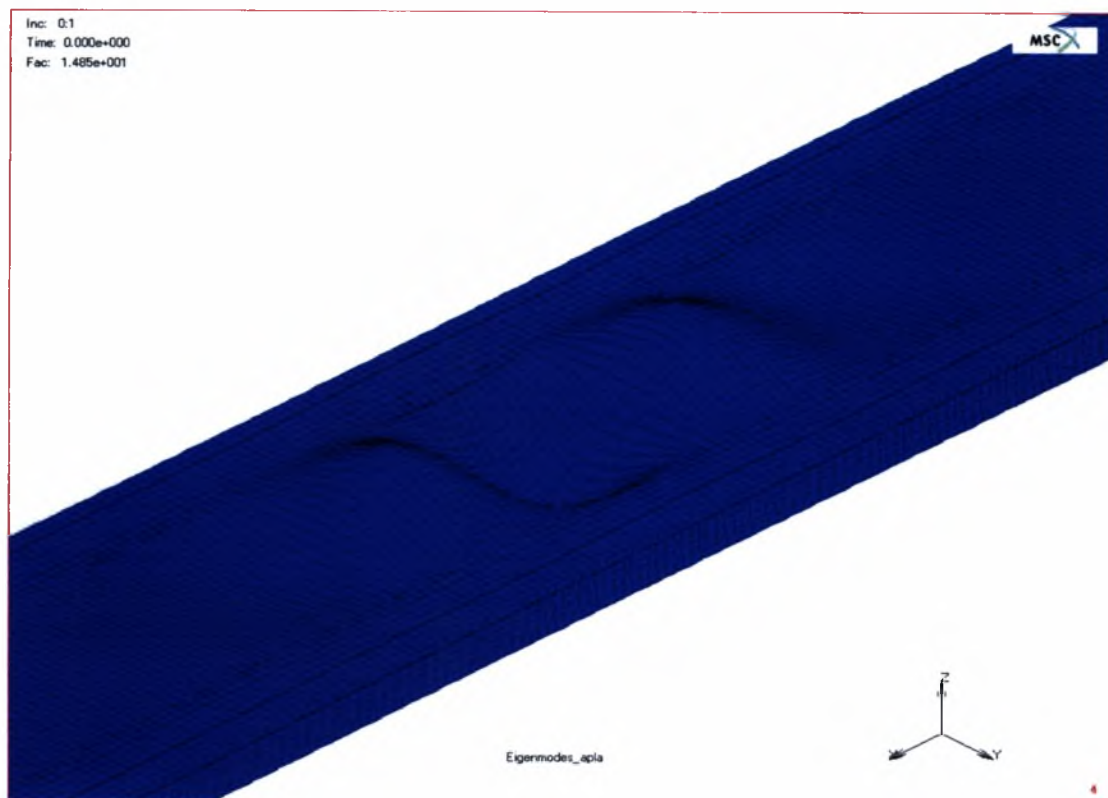


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,27$  kN

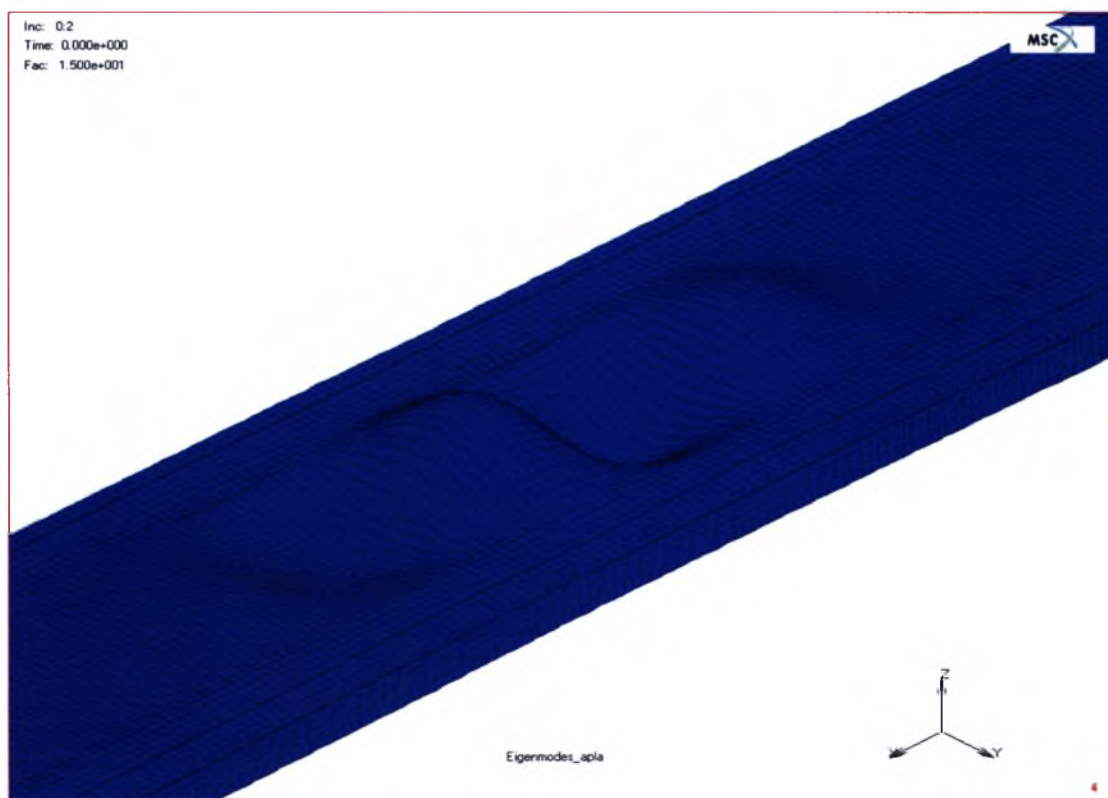


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,27$  kN

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

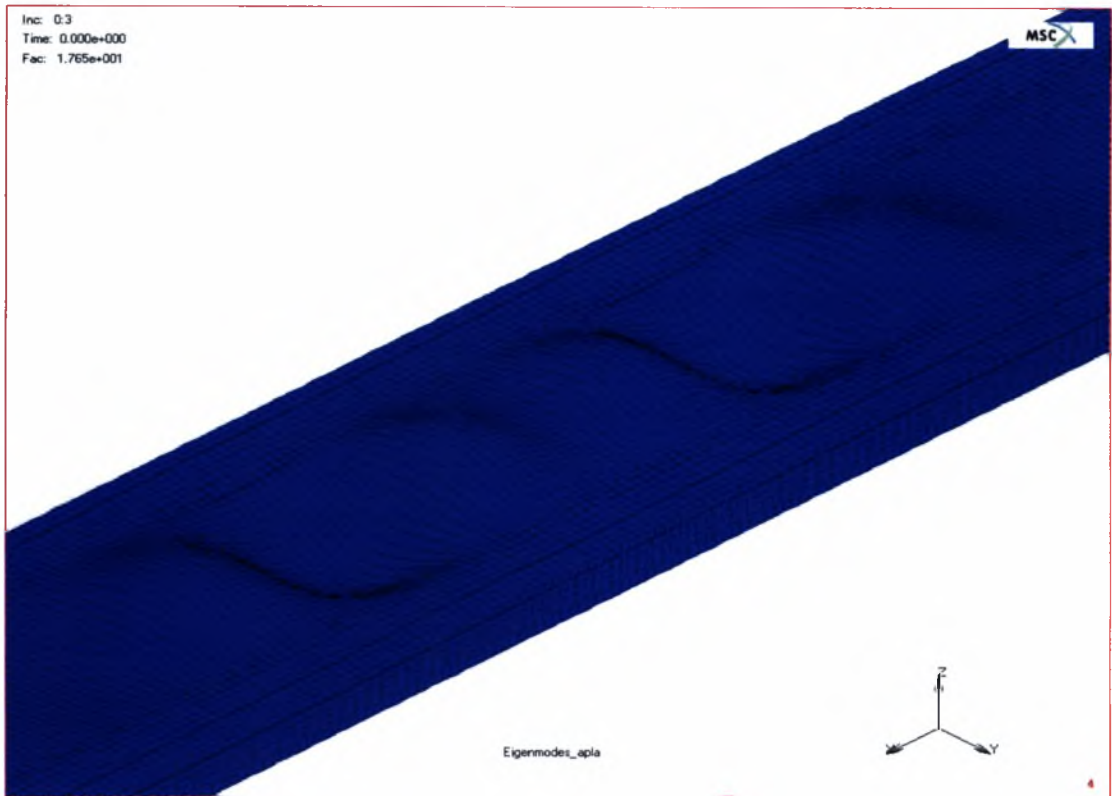


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,70$  kN

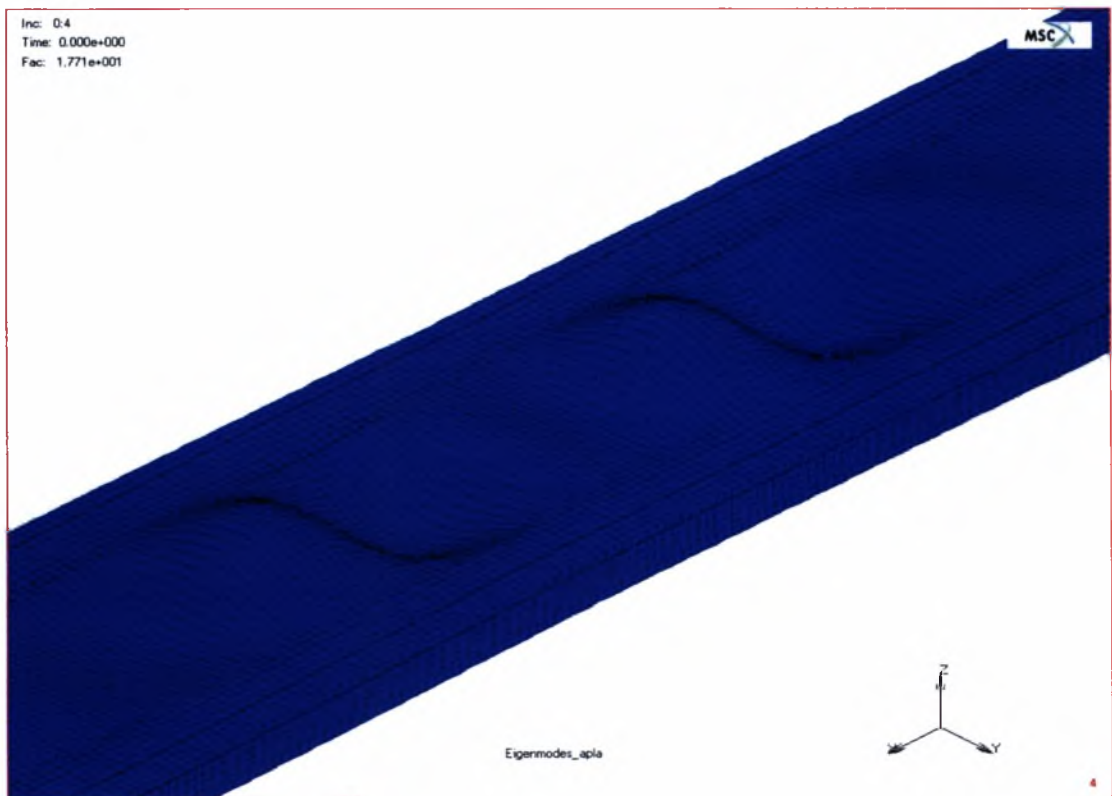


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,71$  kN

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

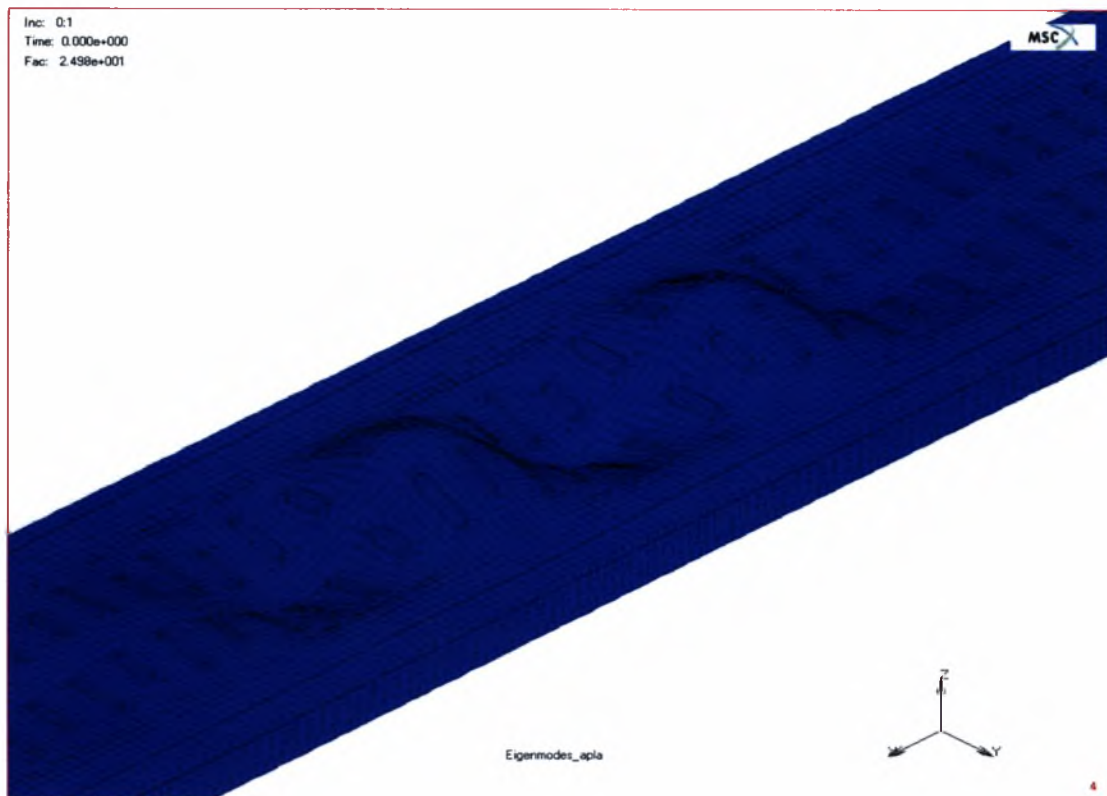


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,83 \text{ kN}$

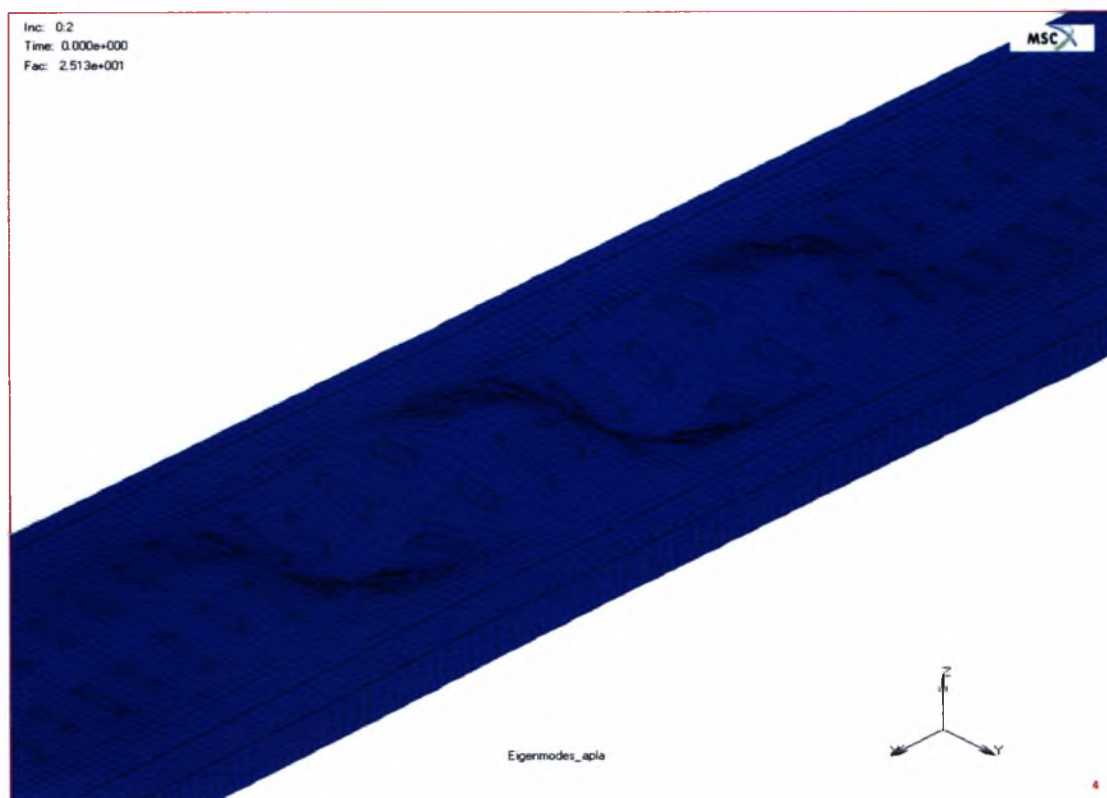


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,83 \text{ kN}$

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

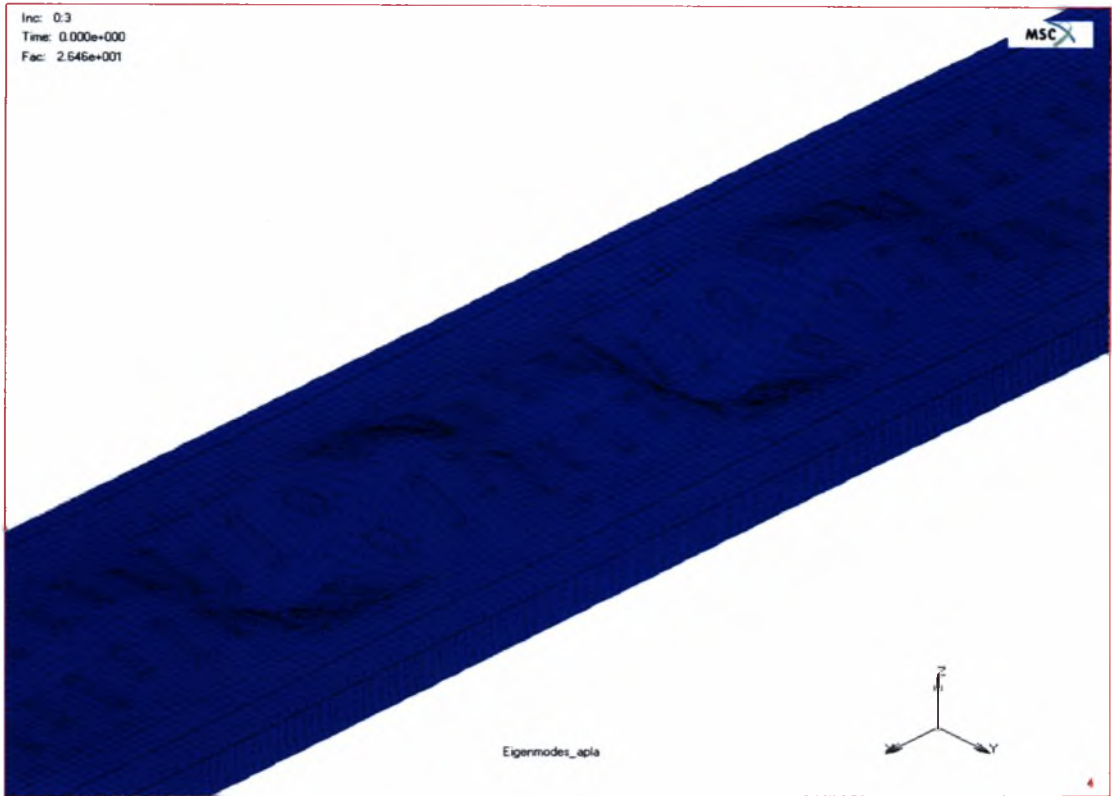


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,17 \text{ kN}$

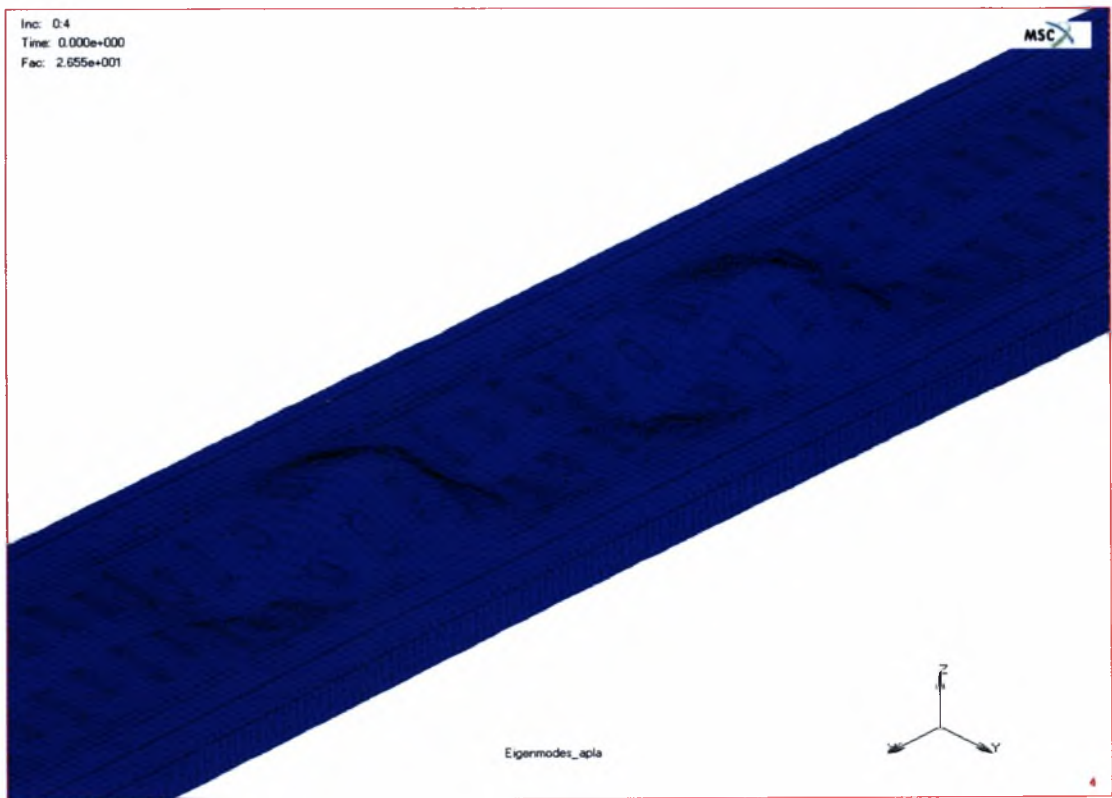


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,18 \text{ kN}$

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm



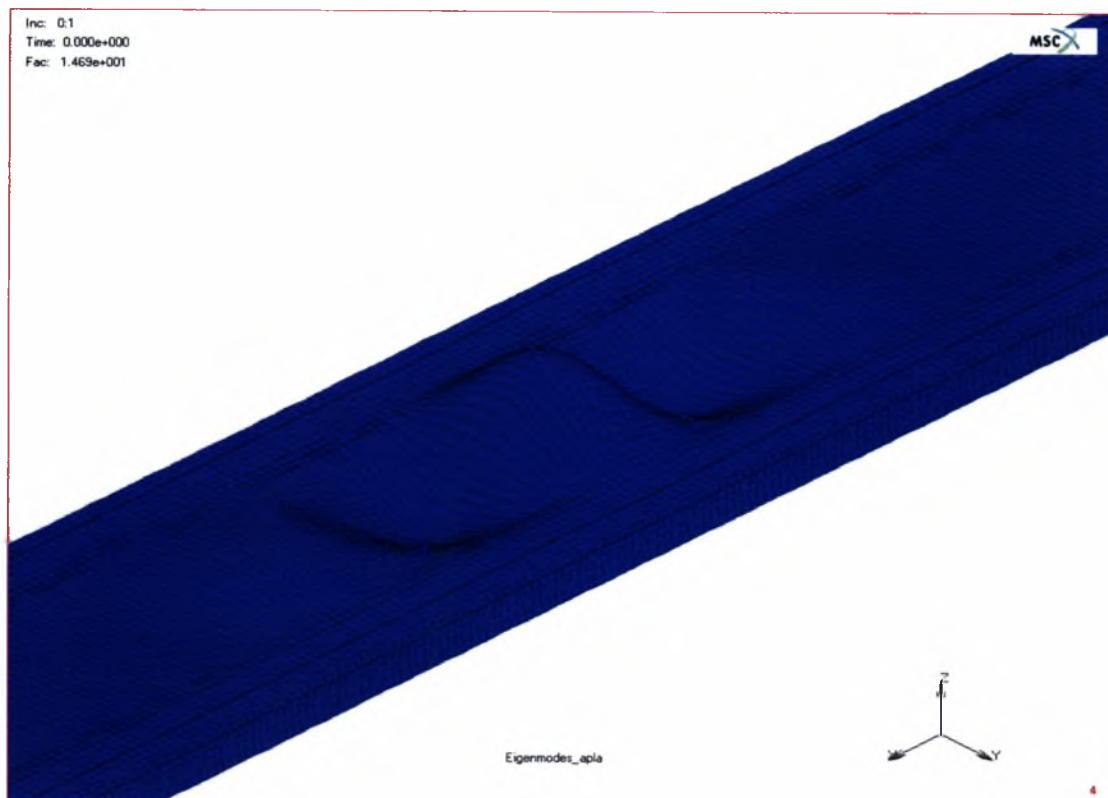
3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,24$  kN



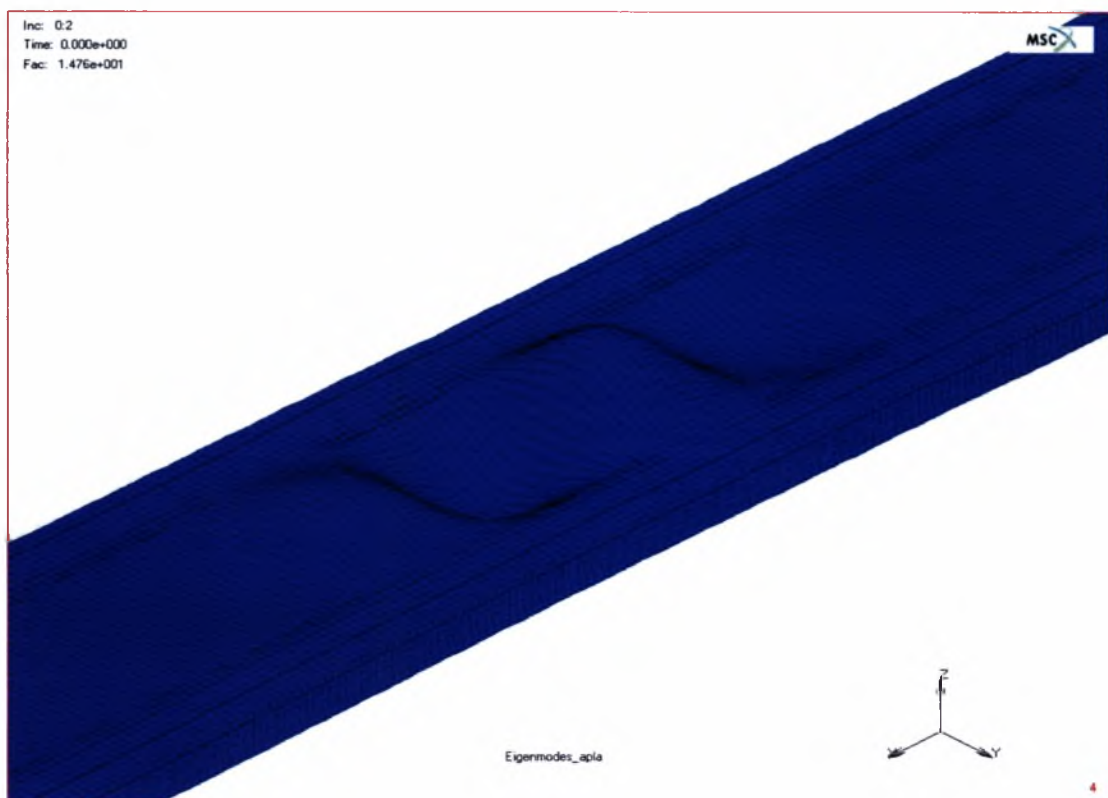
4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,25$  kN



Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

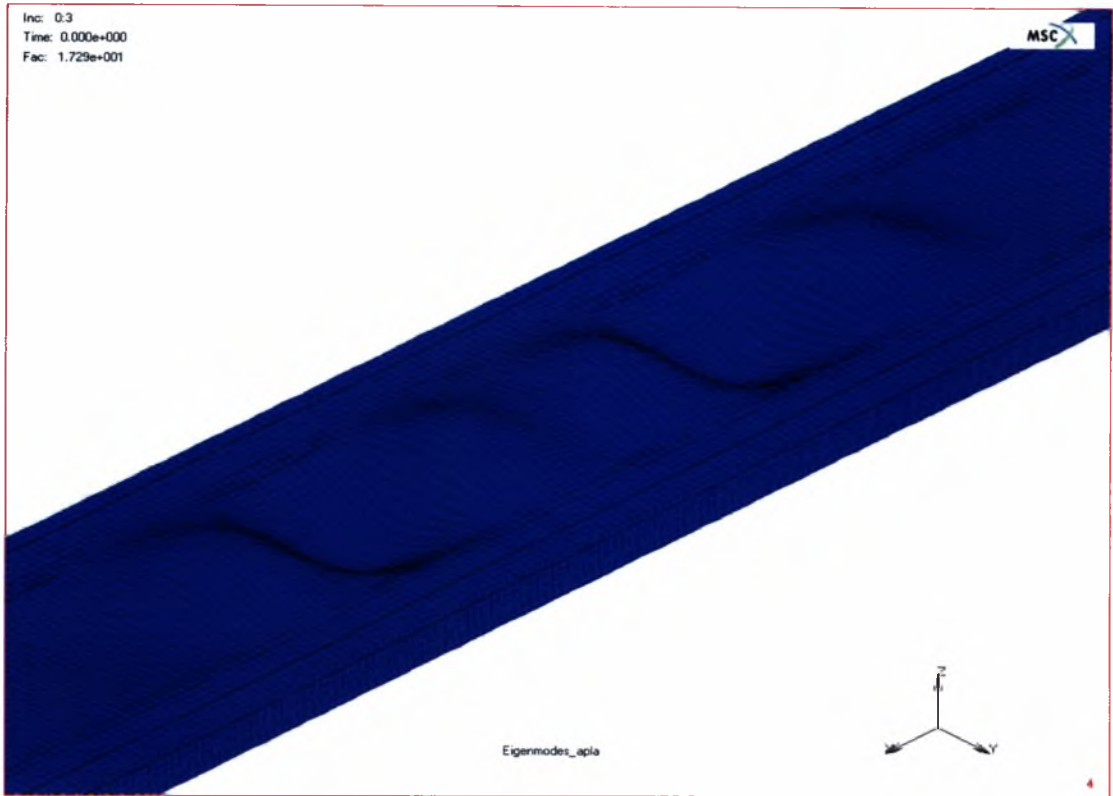


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,69$  kN

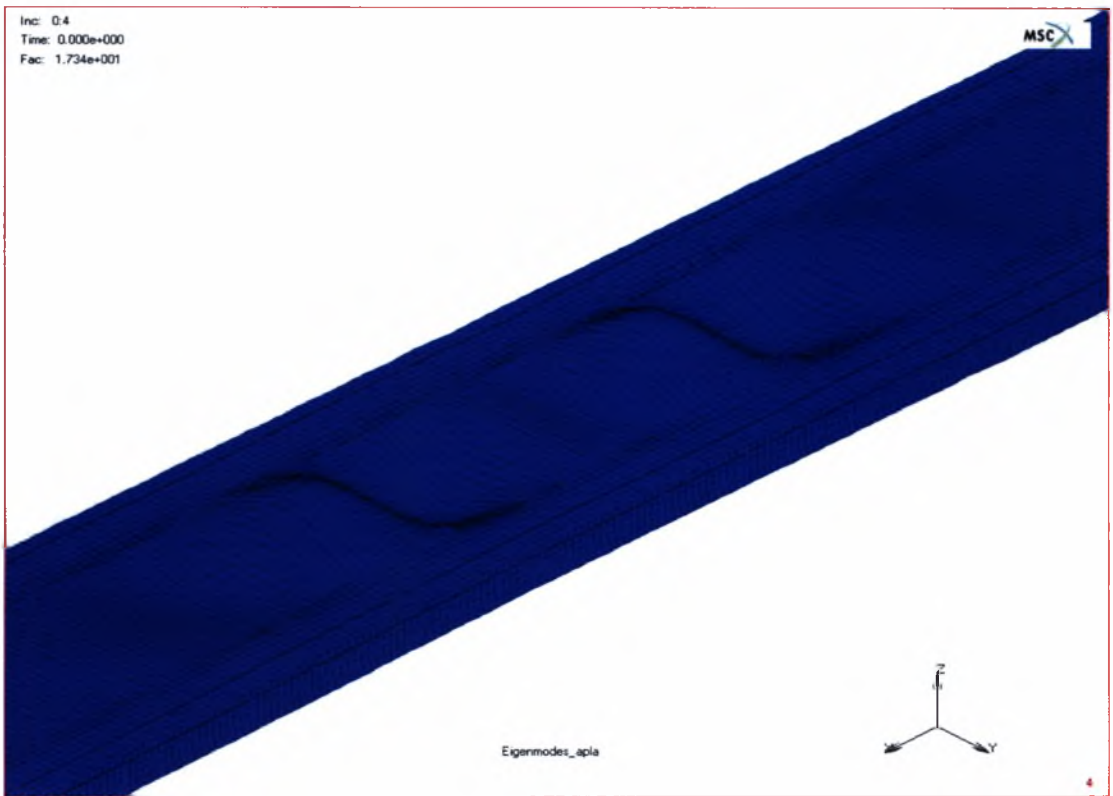


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,69$  kN

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

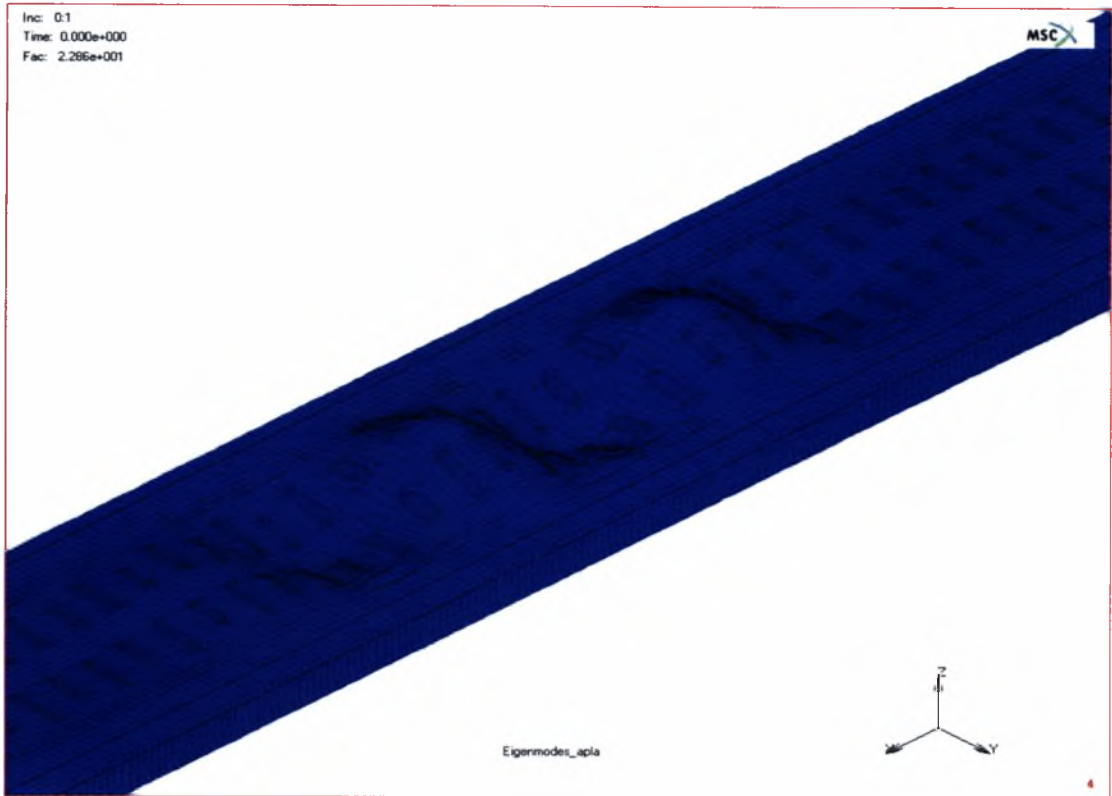


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,81$  kN

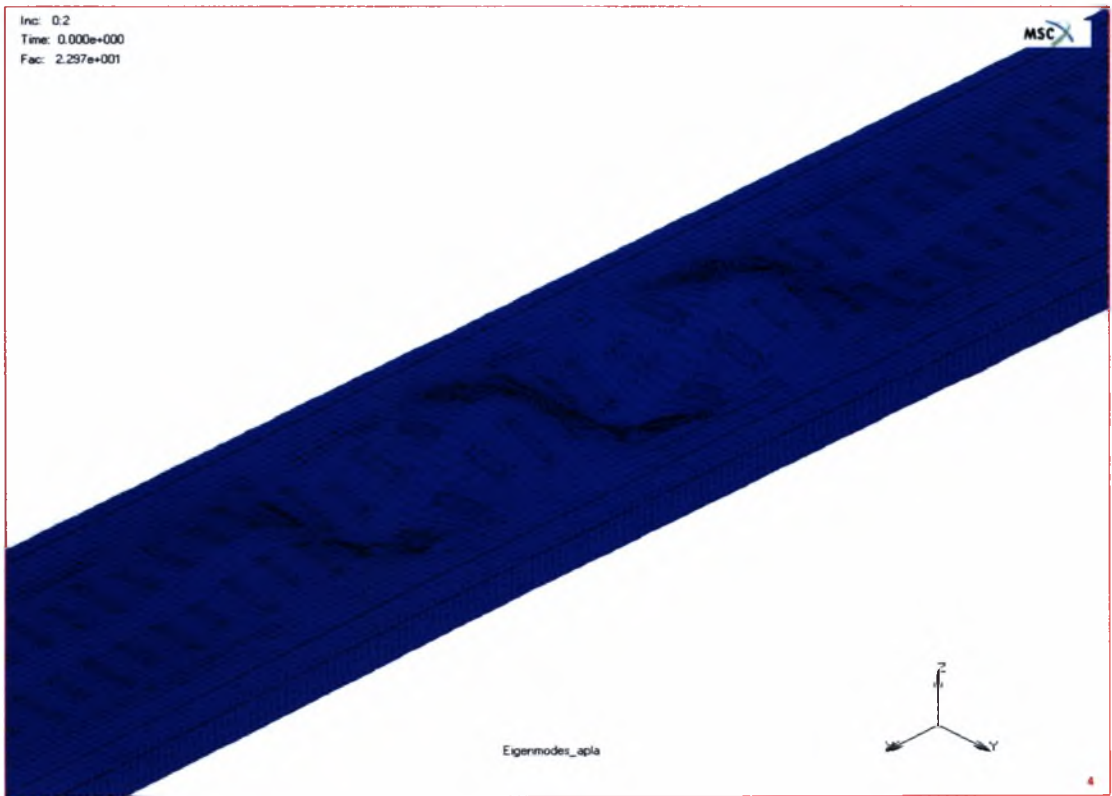


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,81$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

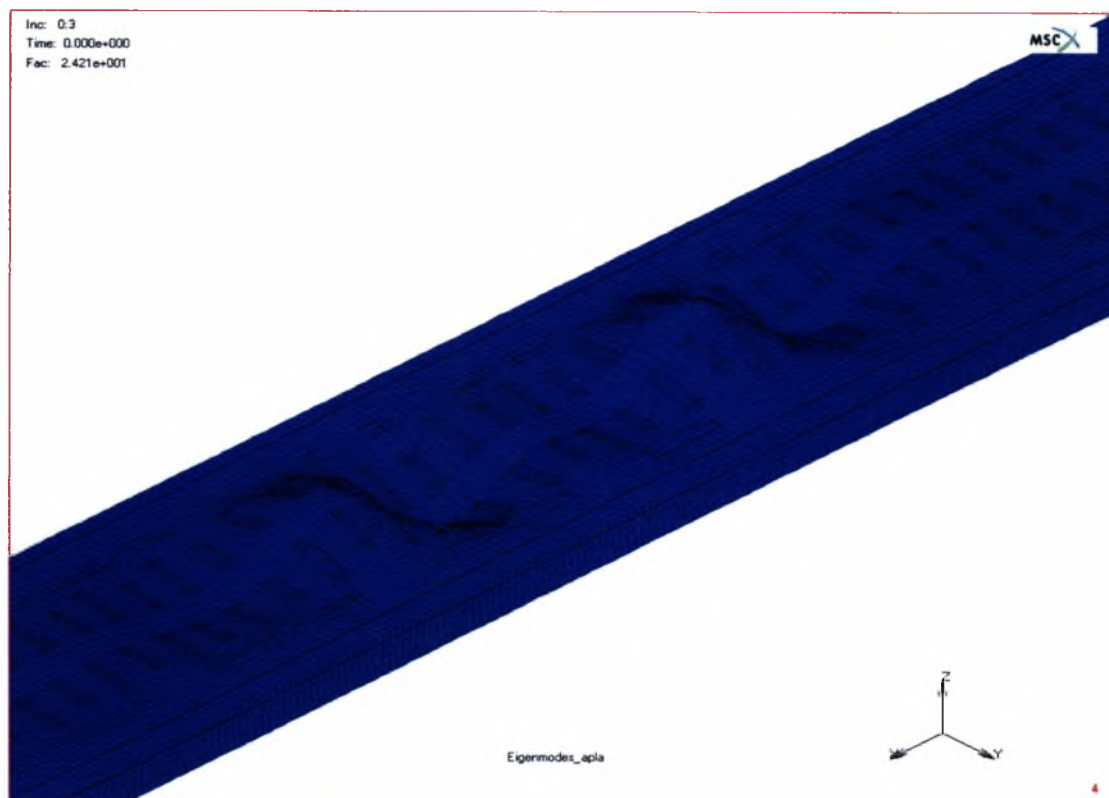


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,07$  kN

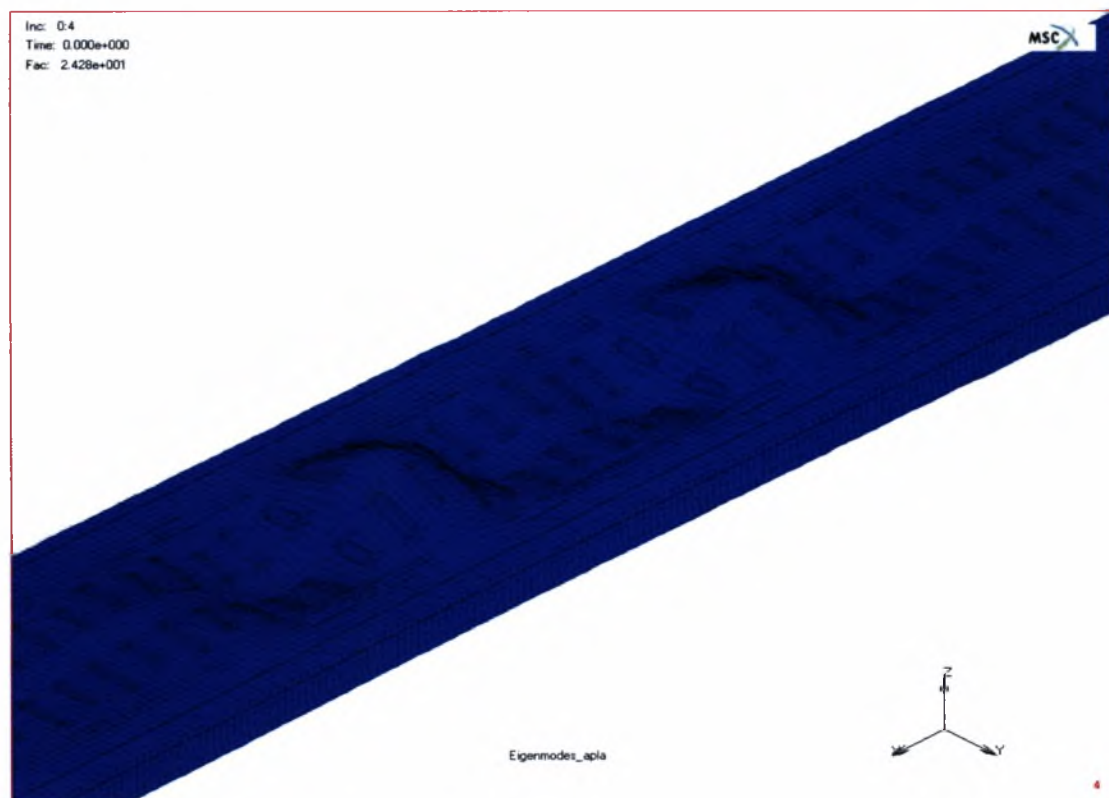


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,08$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

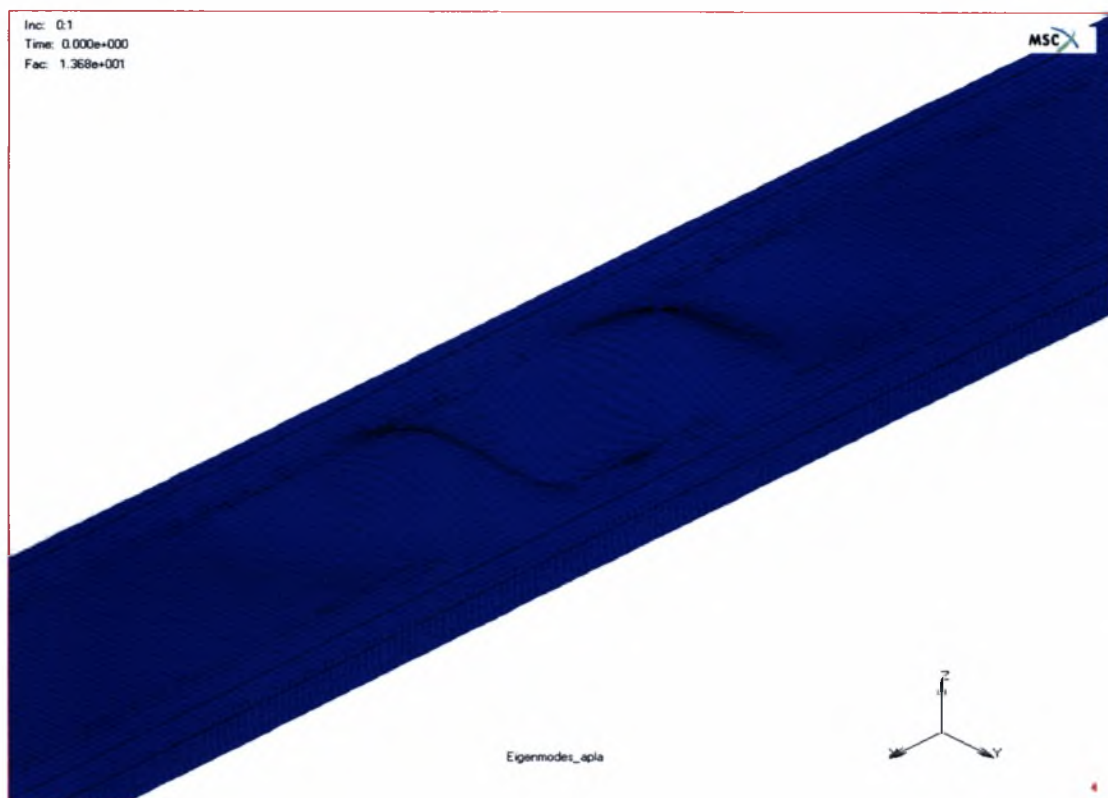


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,14$  kN

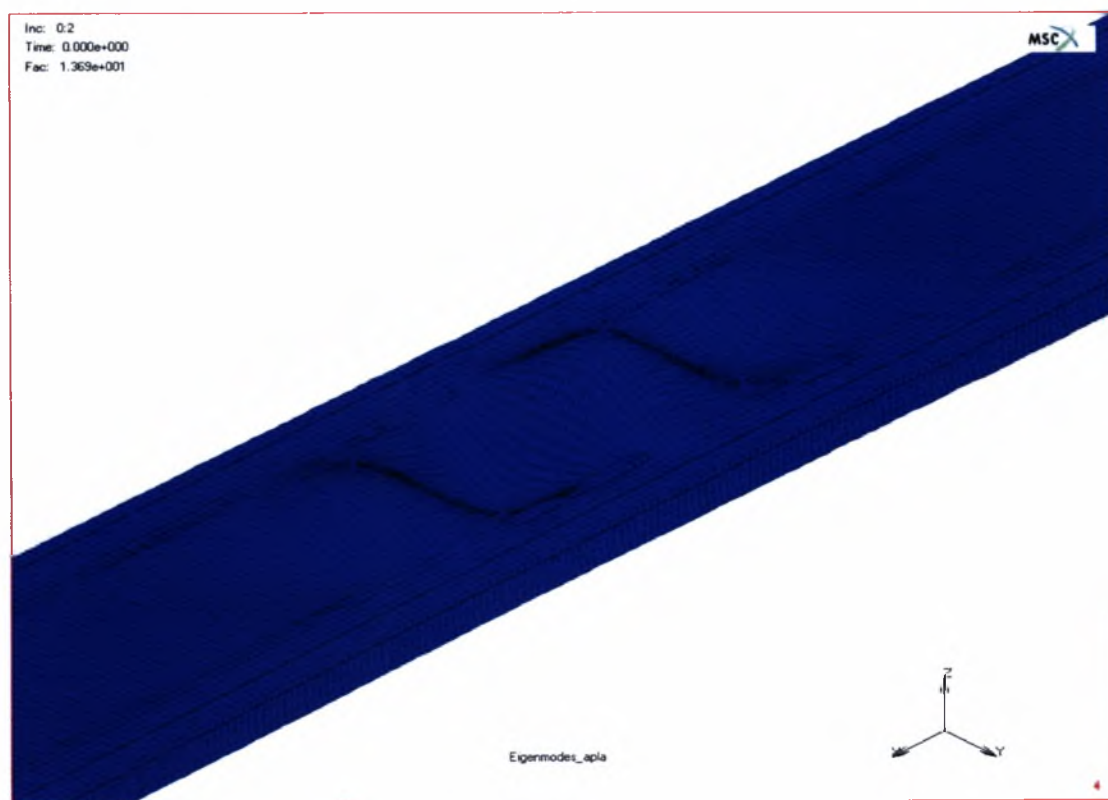


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,14$  kN

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

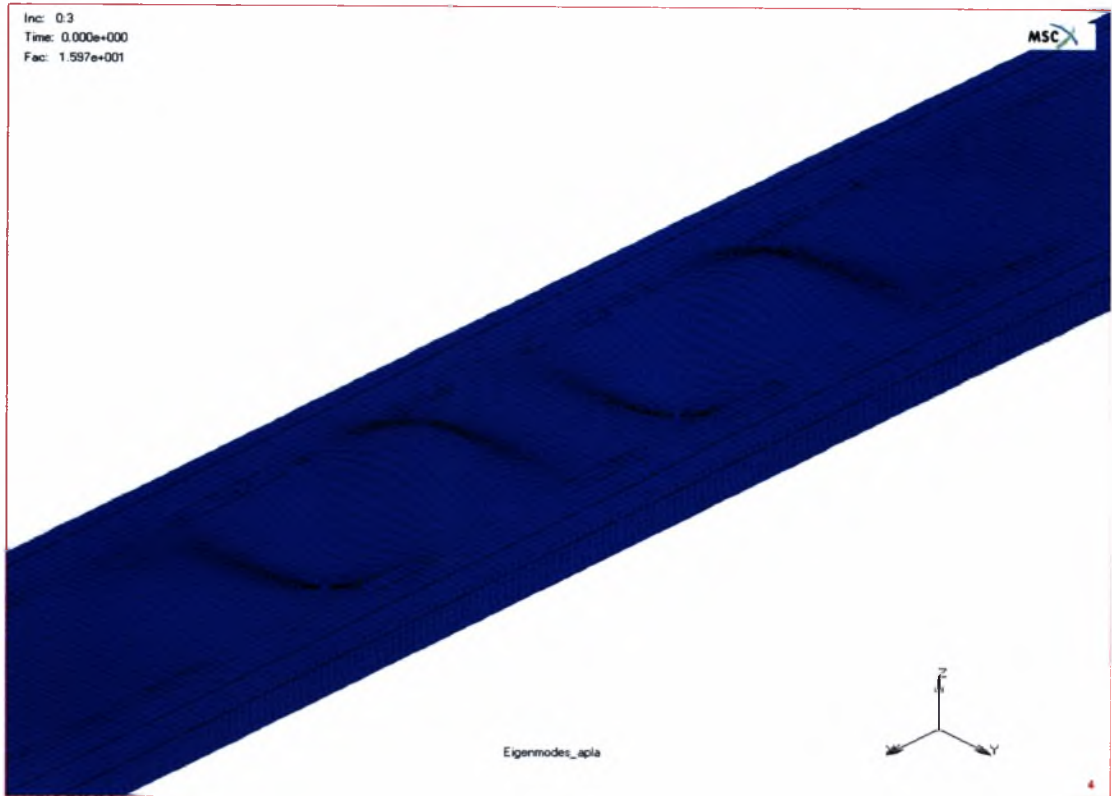


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,64$  kN

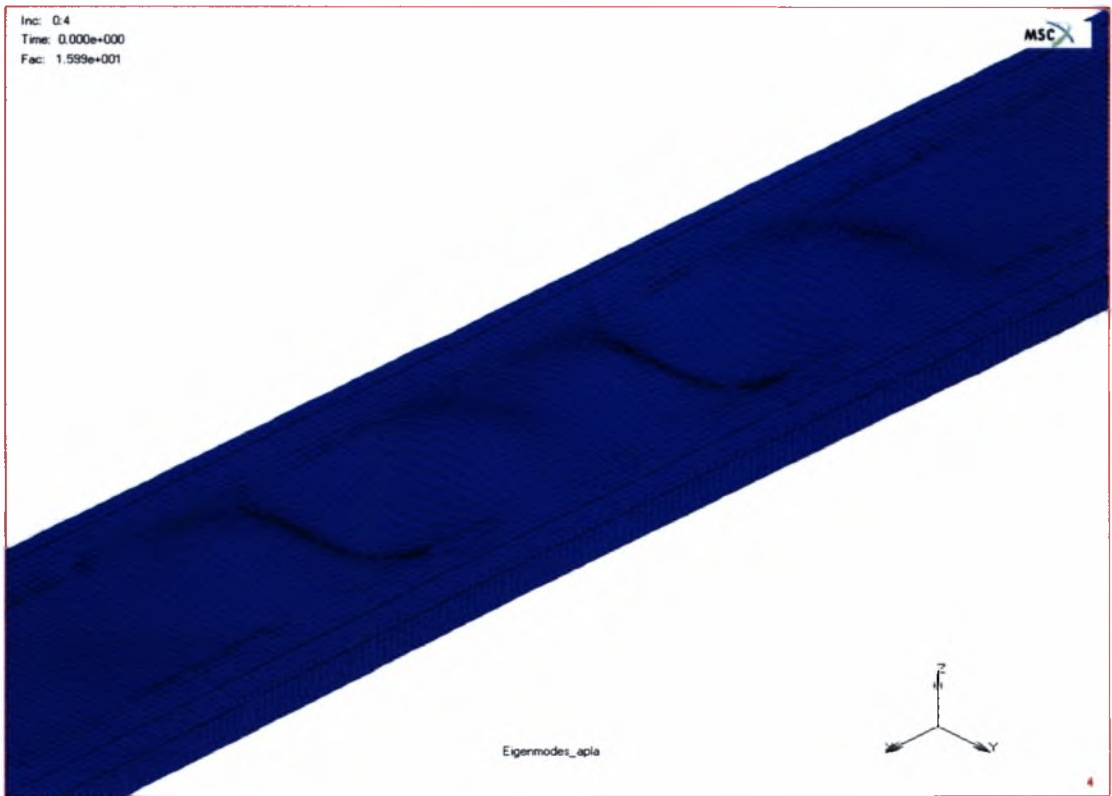


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,64$  kN

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

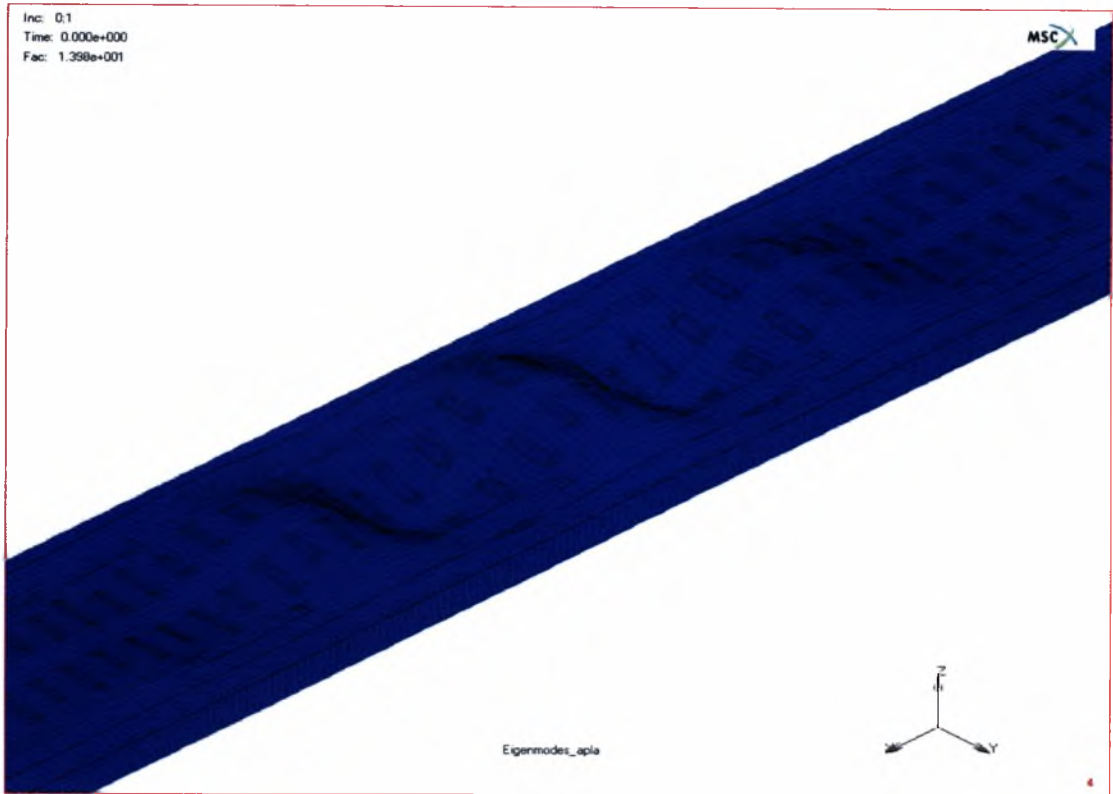


3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,75$  kN

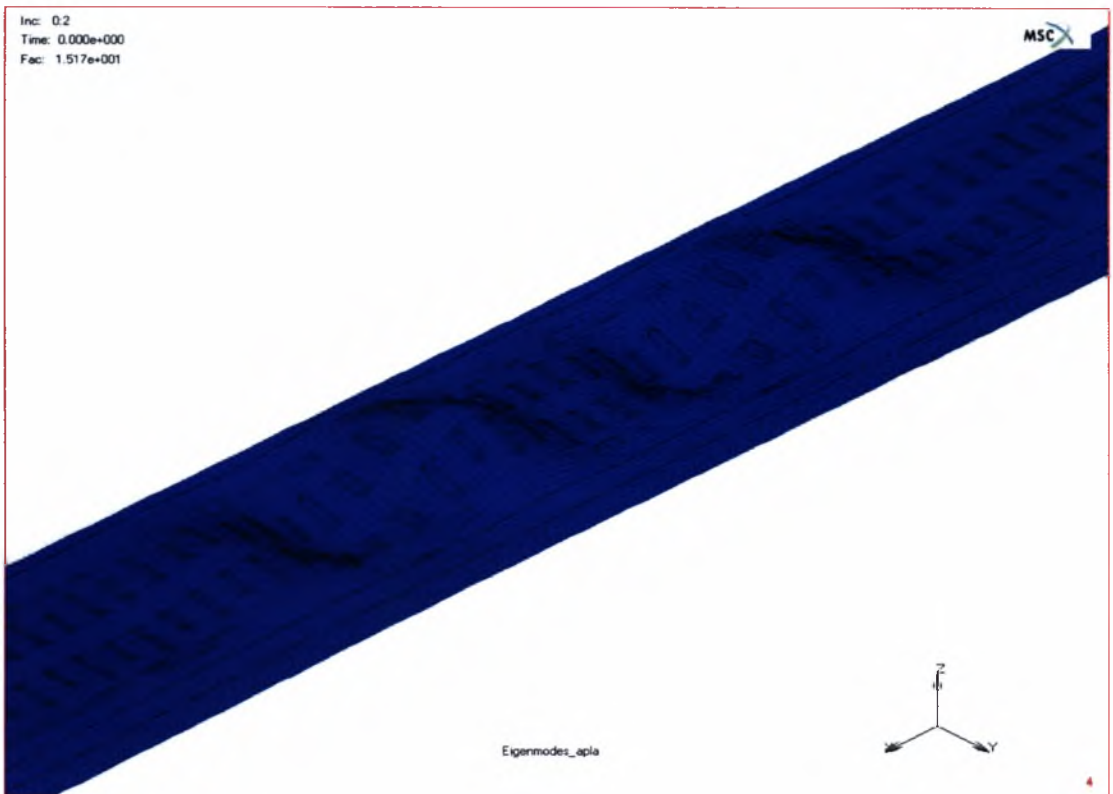


4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,75$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm

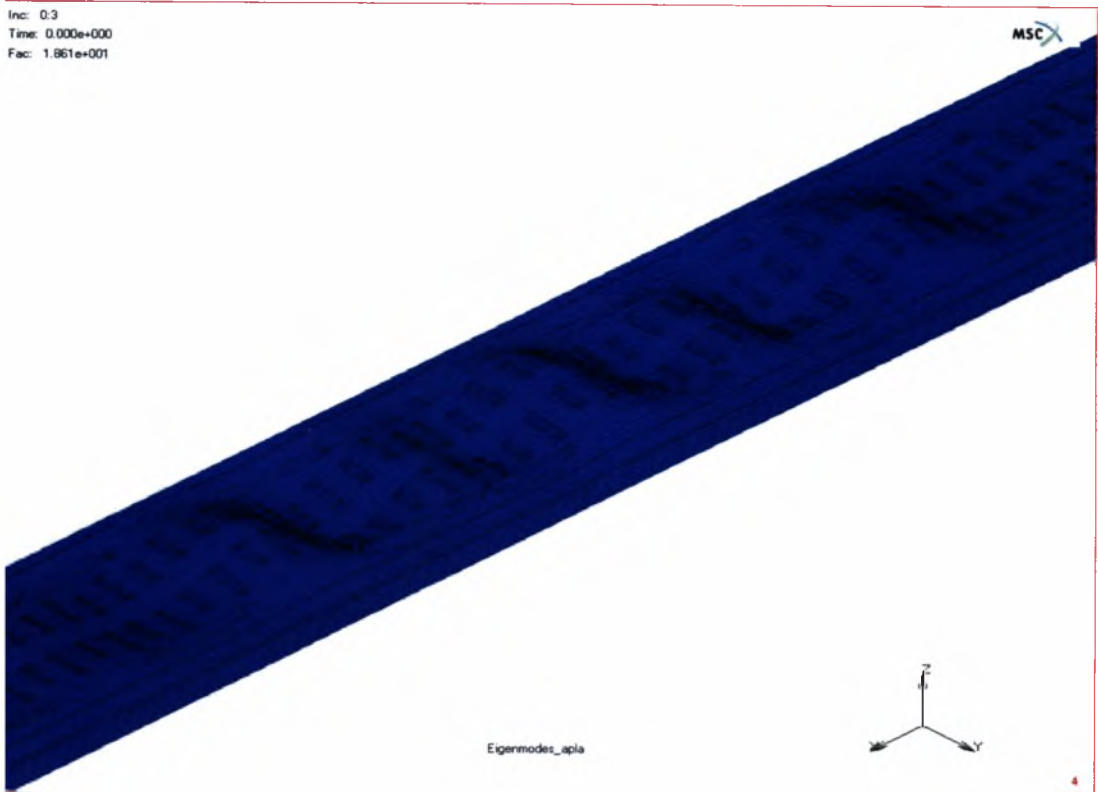


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,66$  kN

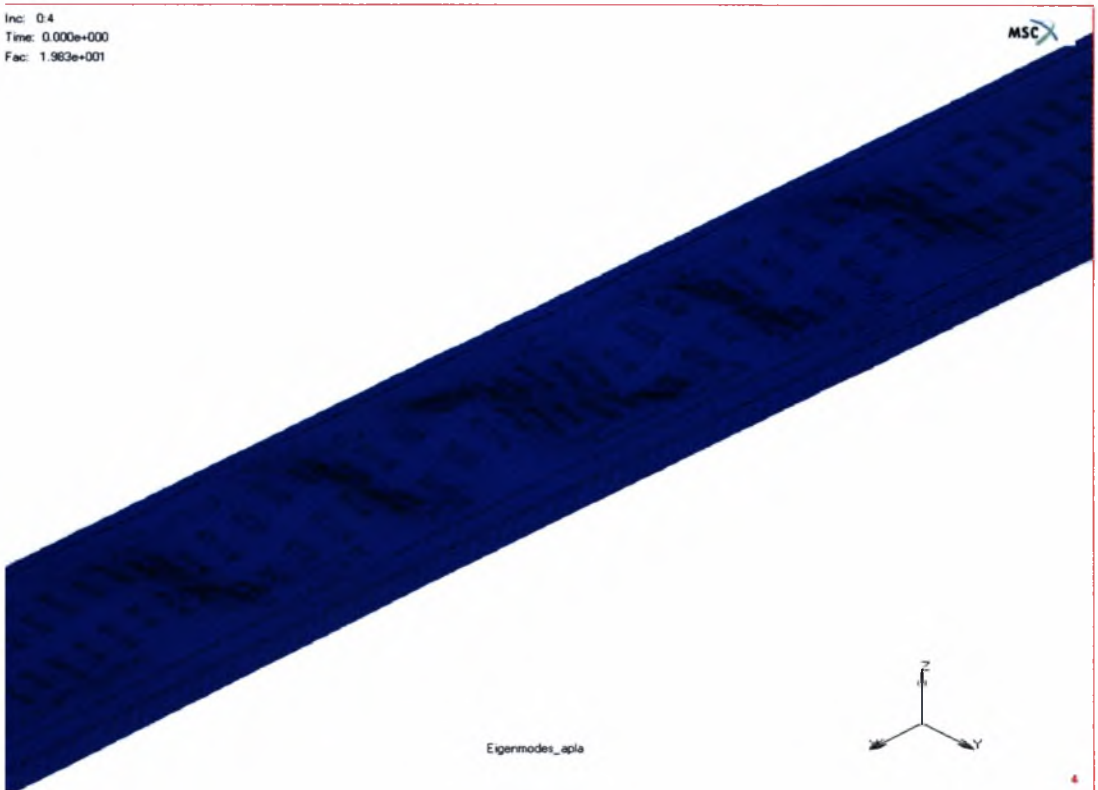


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,71$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πρισίνια ανά 173,8 mm



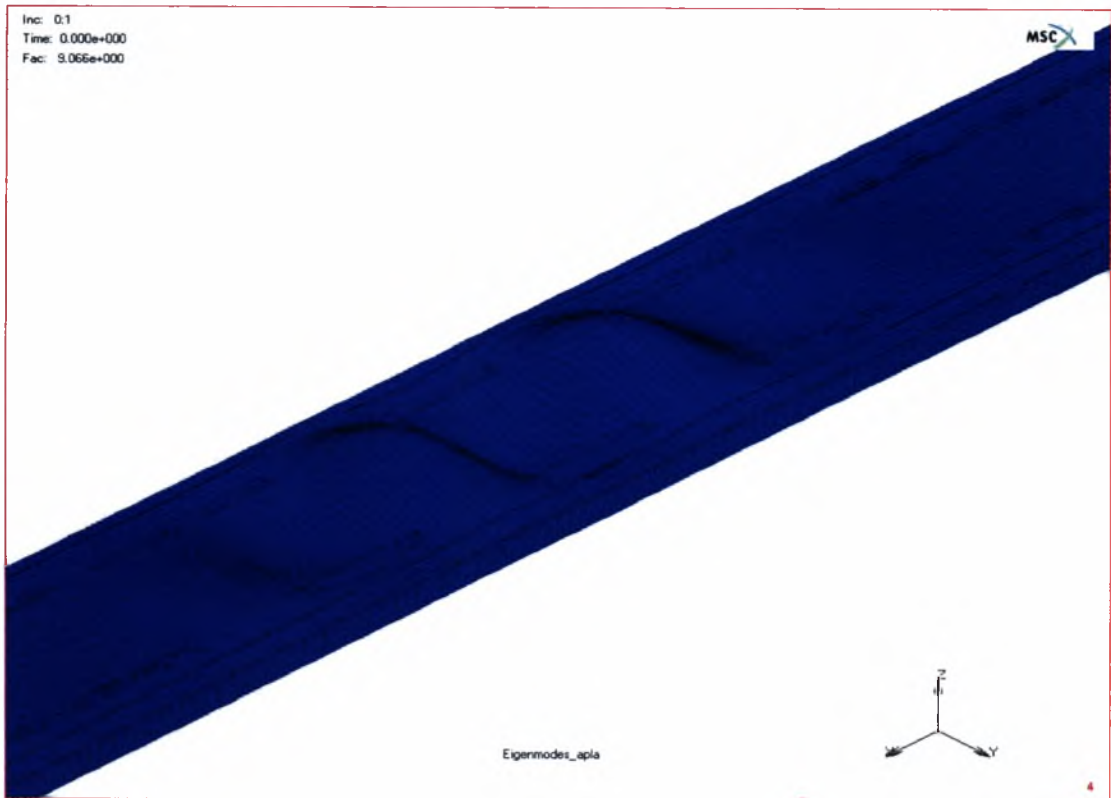
3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,87$  kN



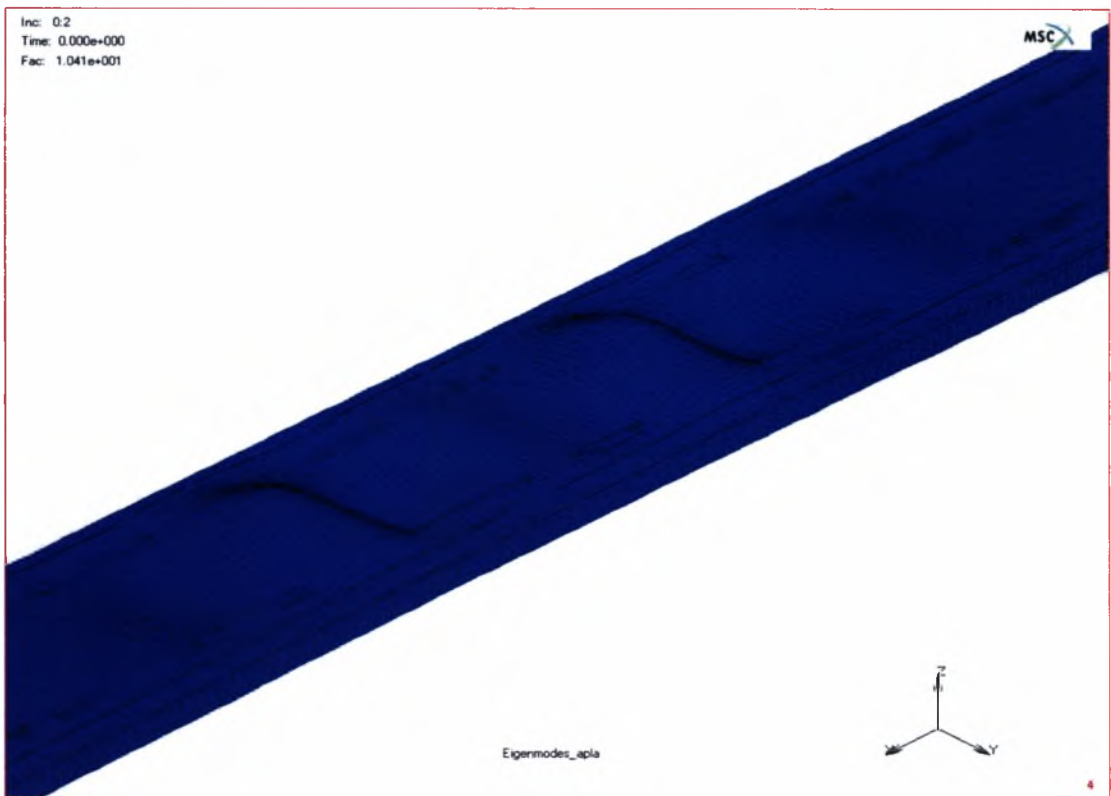
4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,93$  kN



Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm

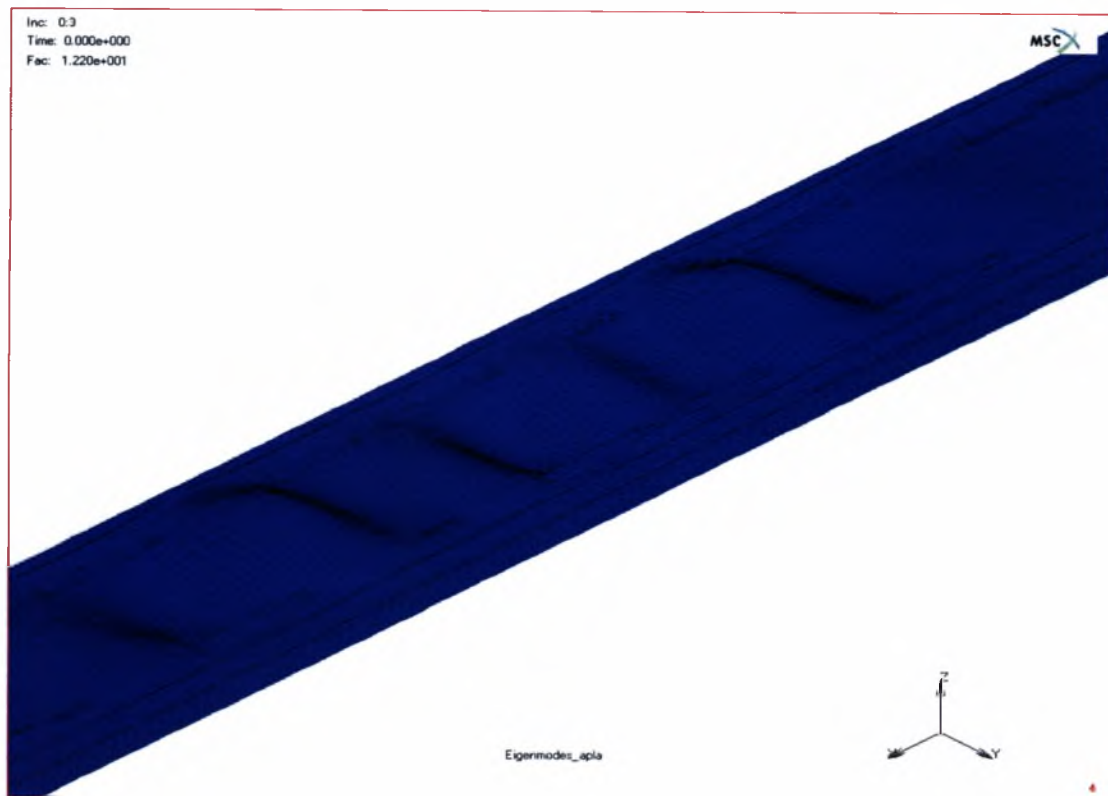


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,43 \text{ kN}$

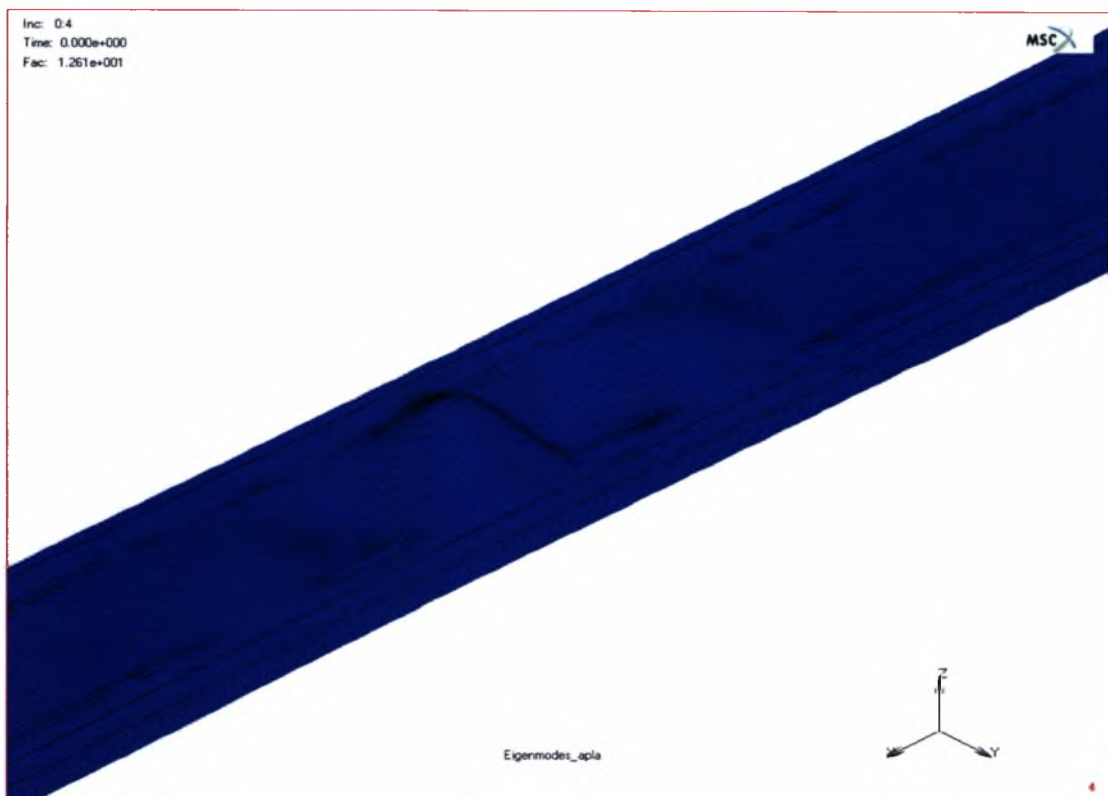


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,49 \text{ kN}$

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm



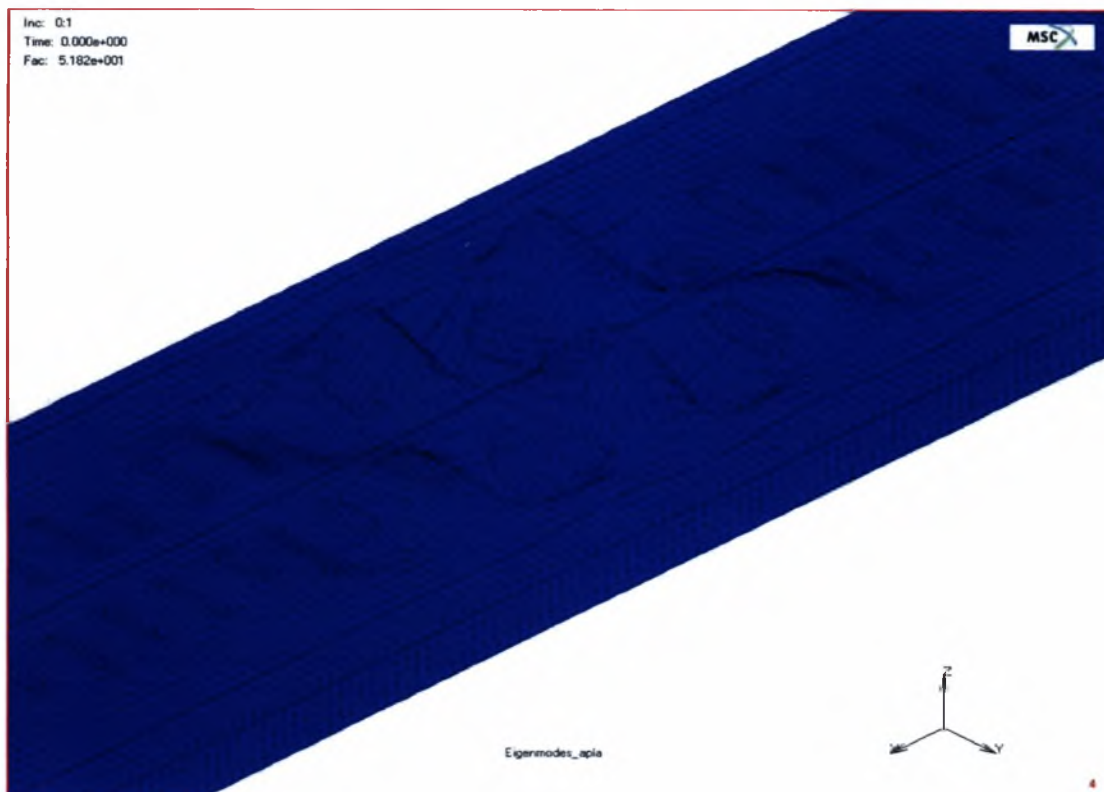
3<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,57$  kN



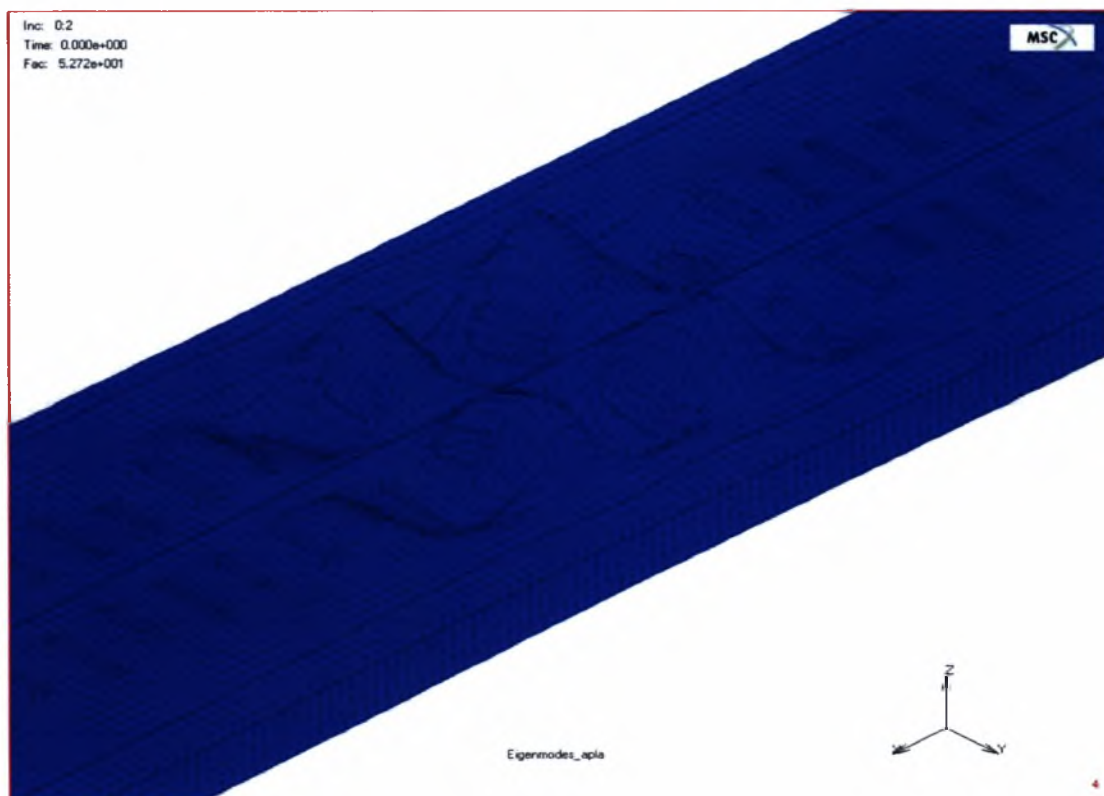
4<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,59$  kN

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

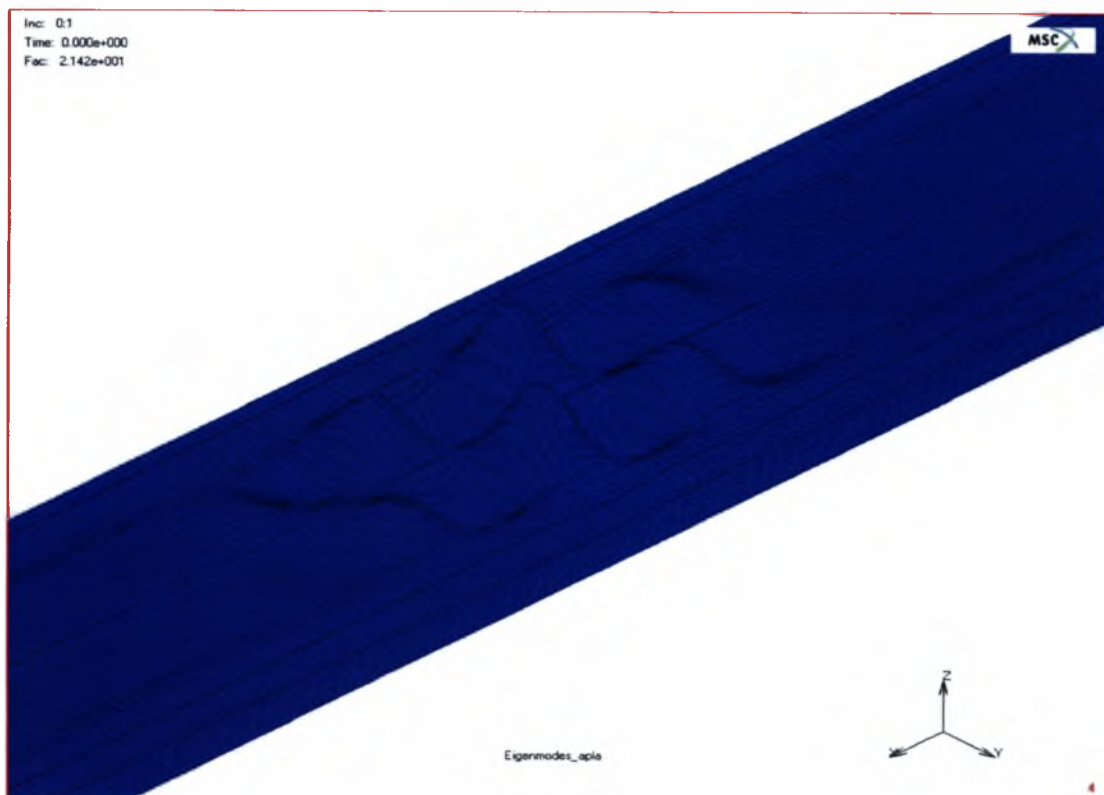


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=6,31$  kN

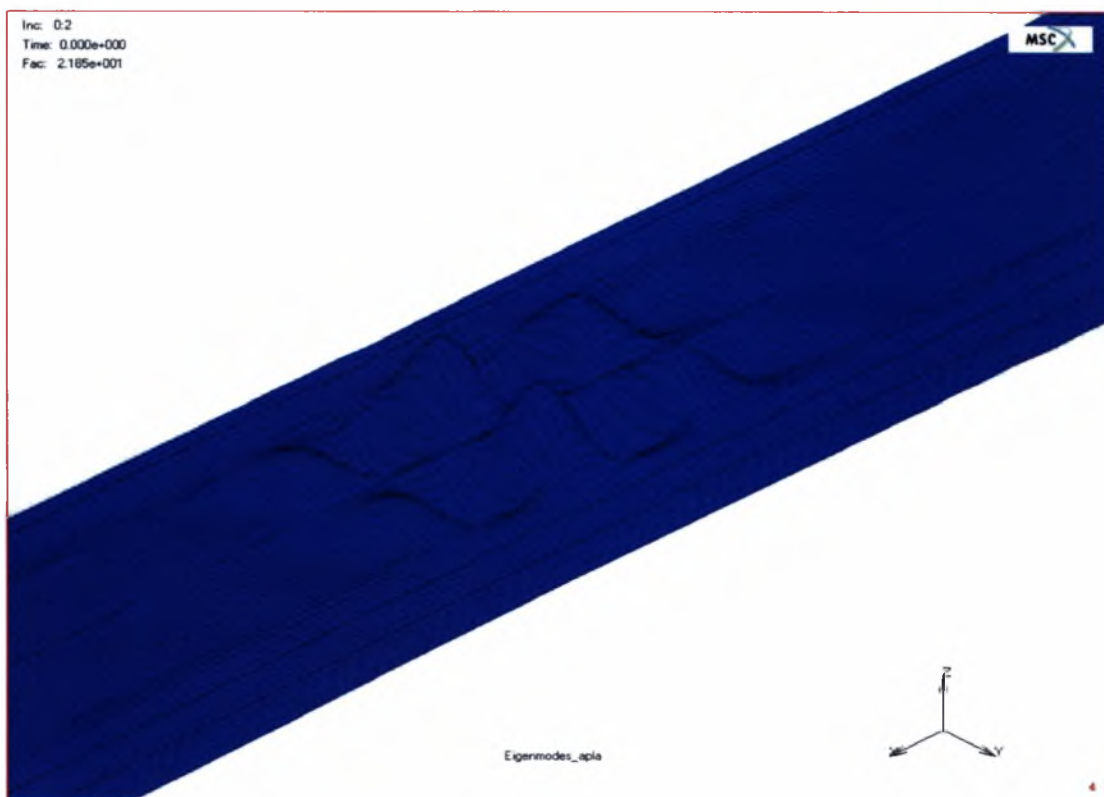


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=6,42$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

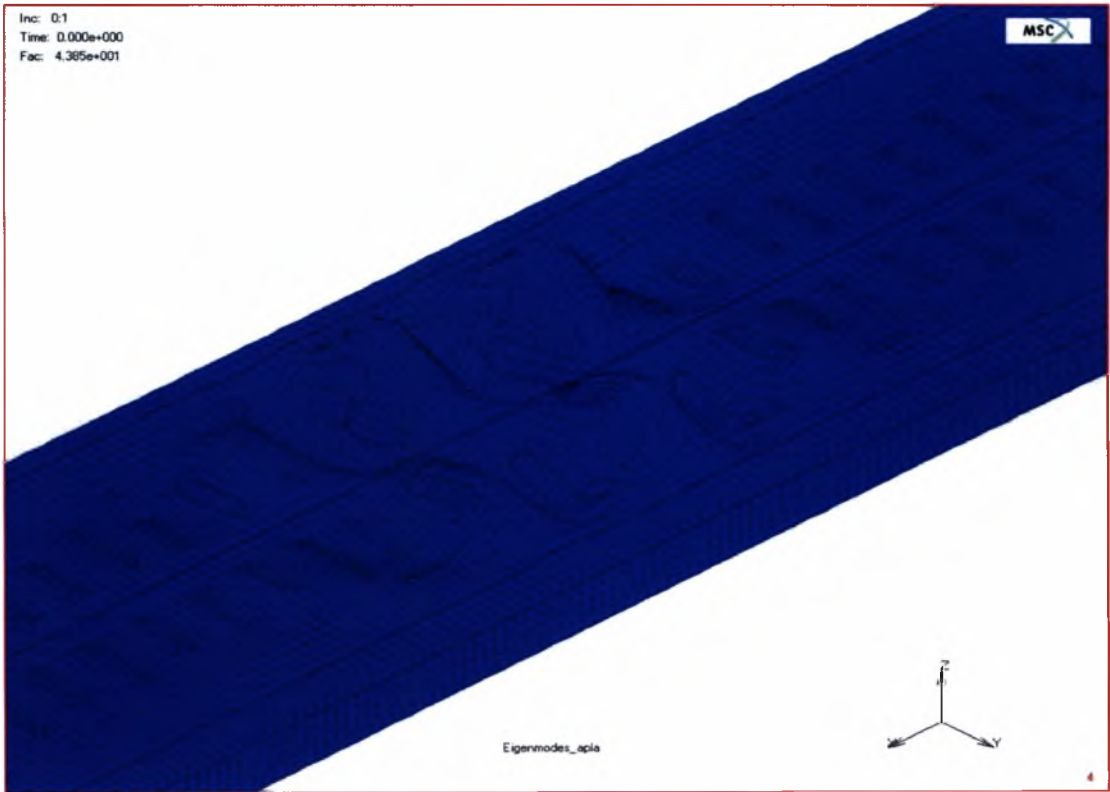


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,82$  kN

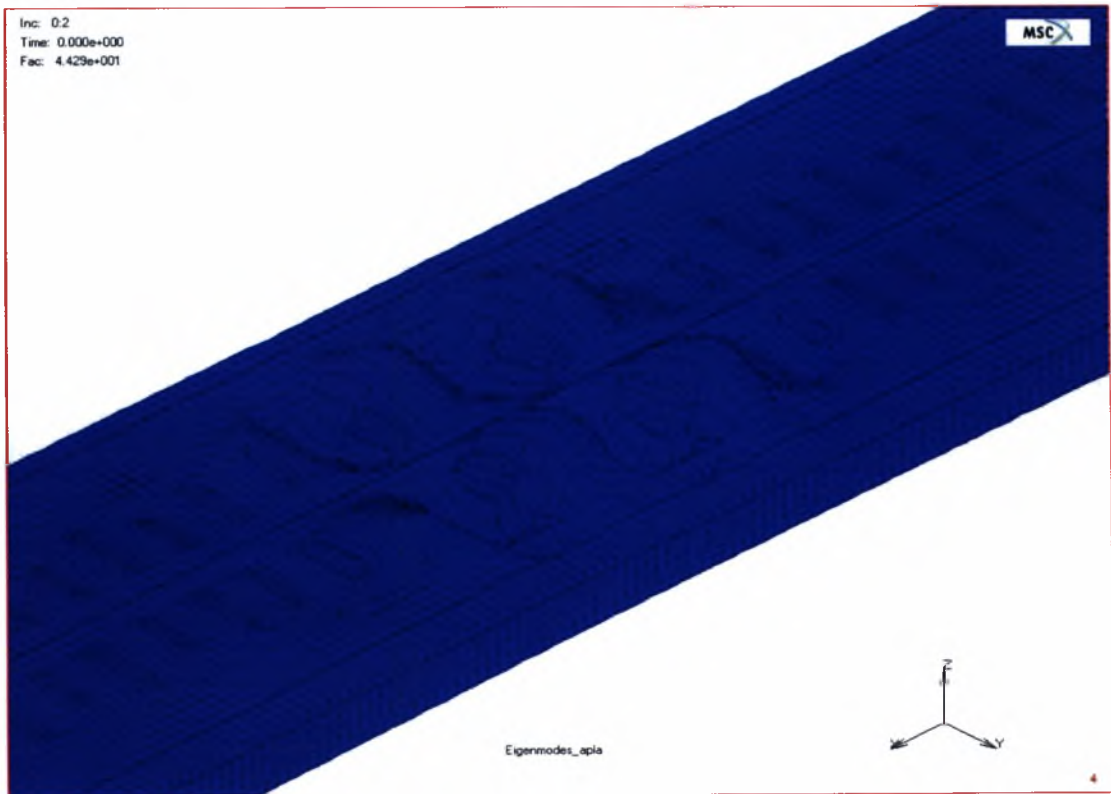


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,88$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και προίσινα ανά 43,45 mm

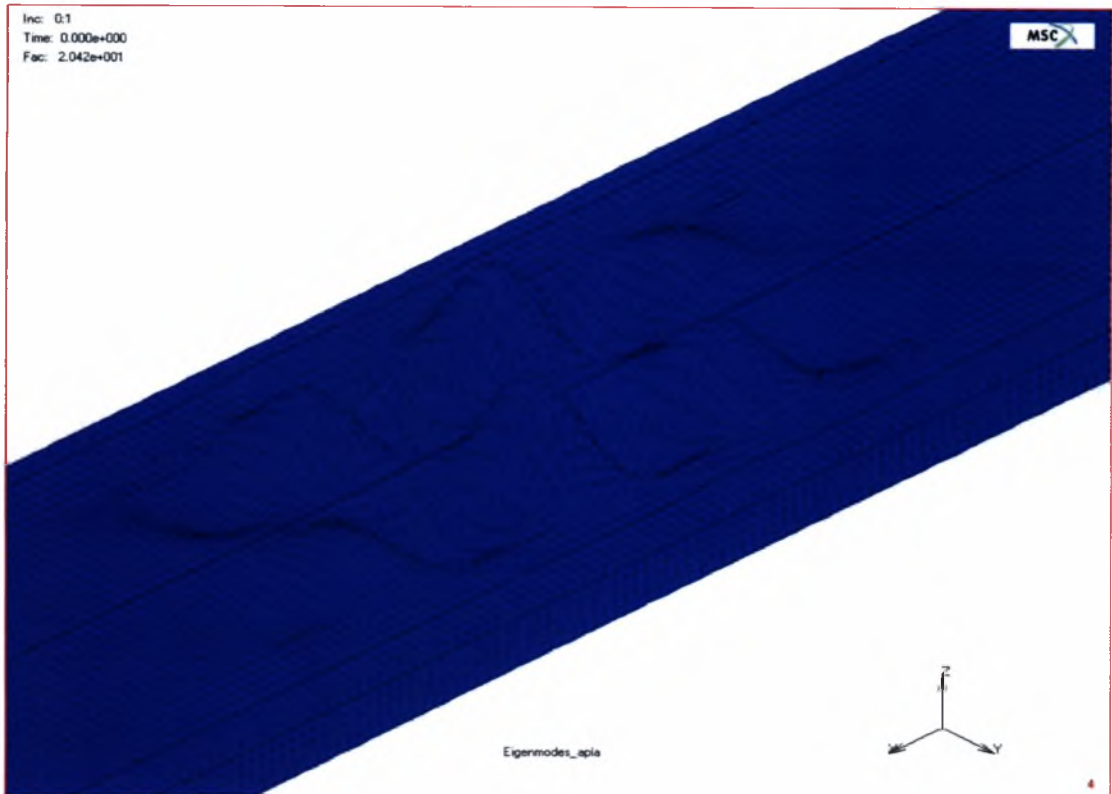


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=5,33$  kN

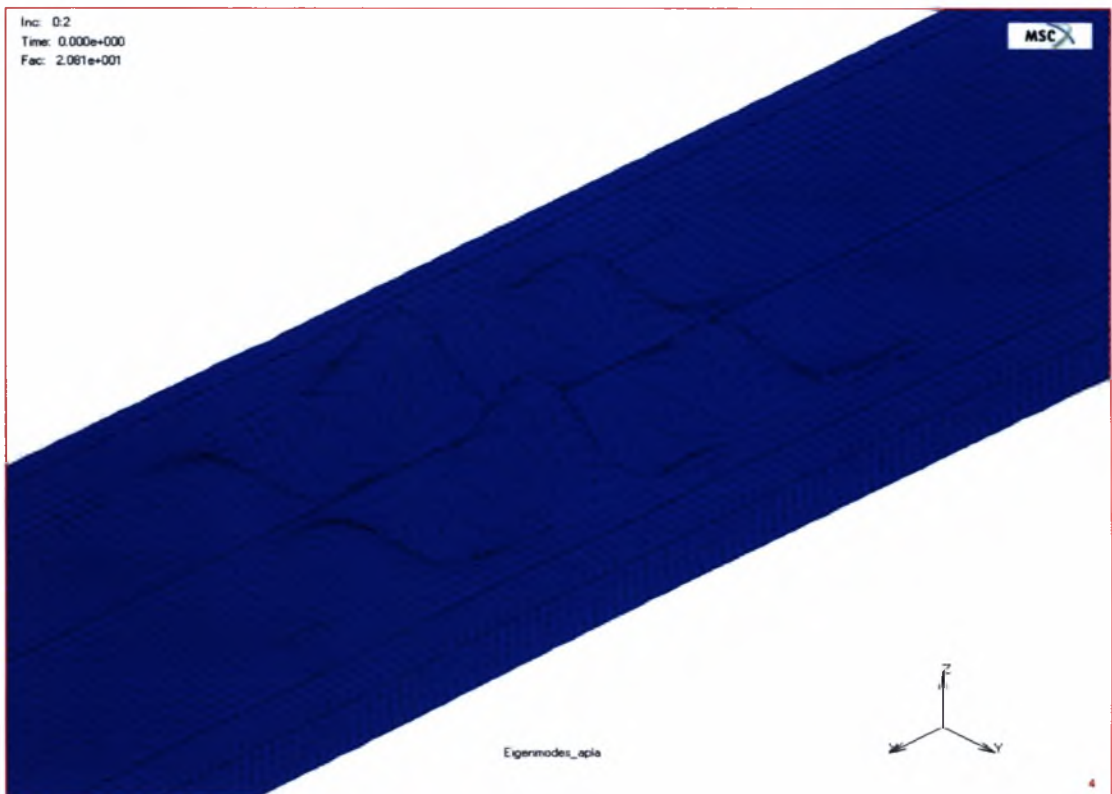


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=5,39$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

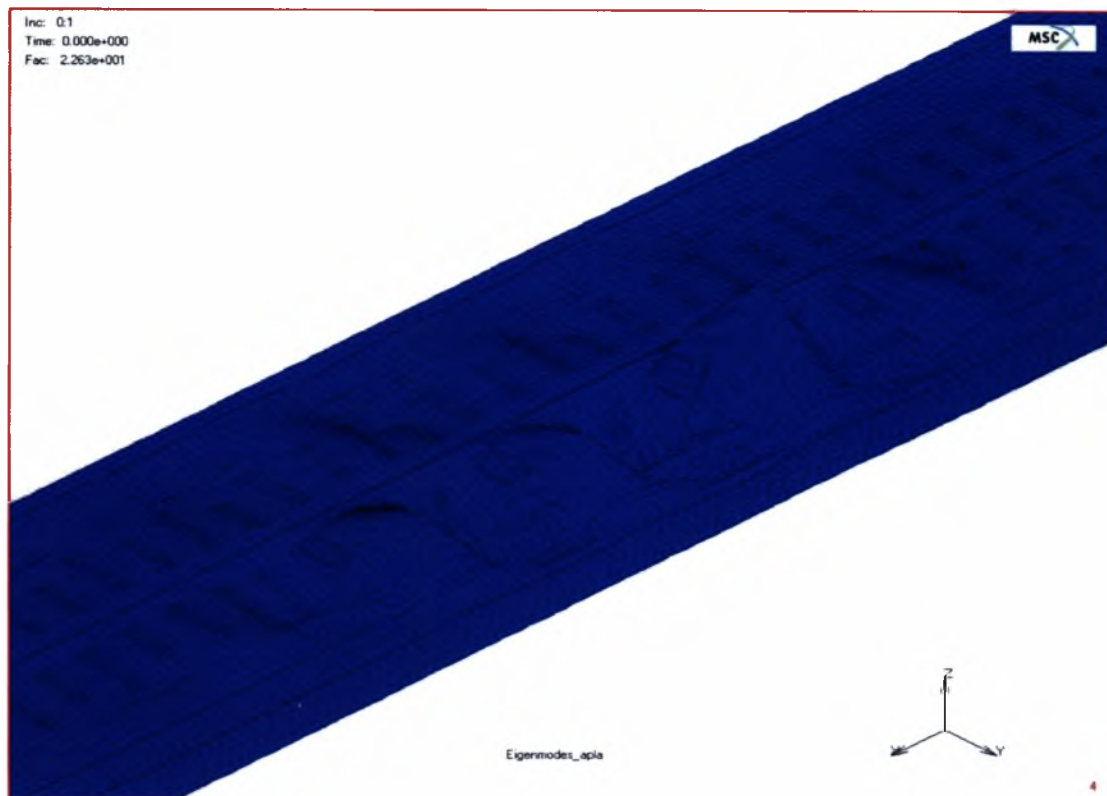


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,69$  kN

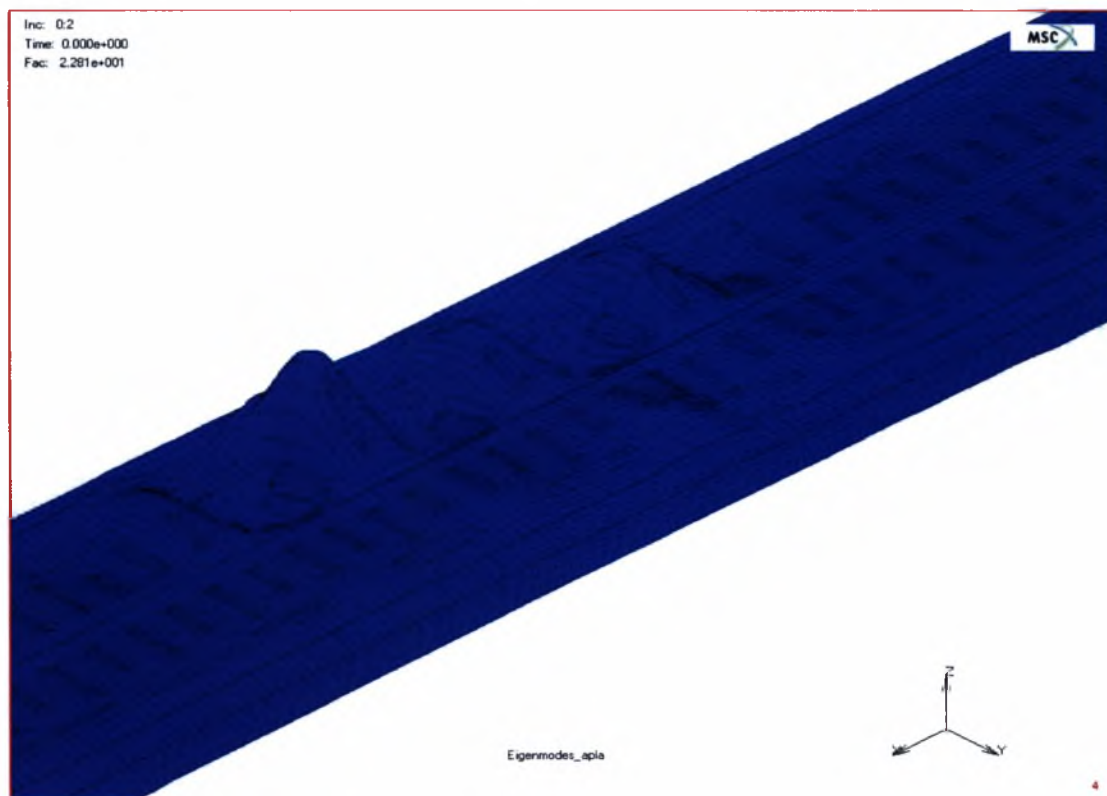


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,74$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm



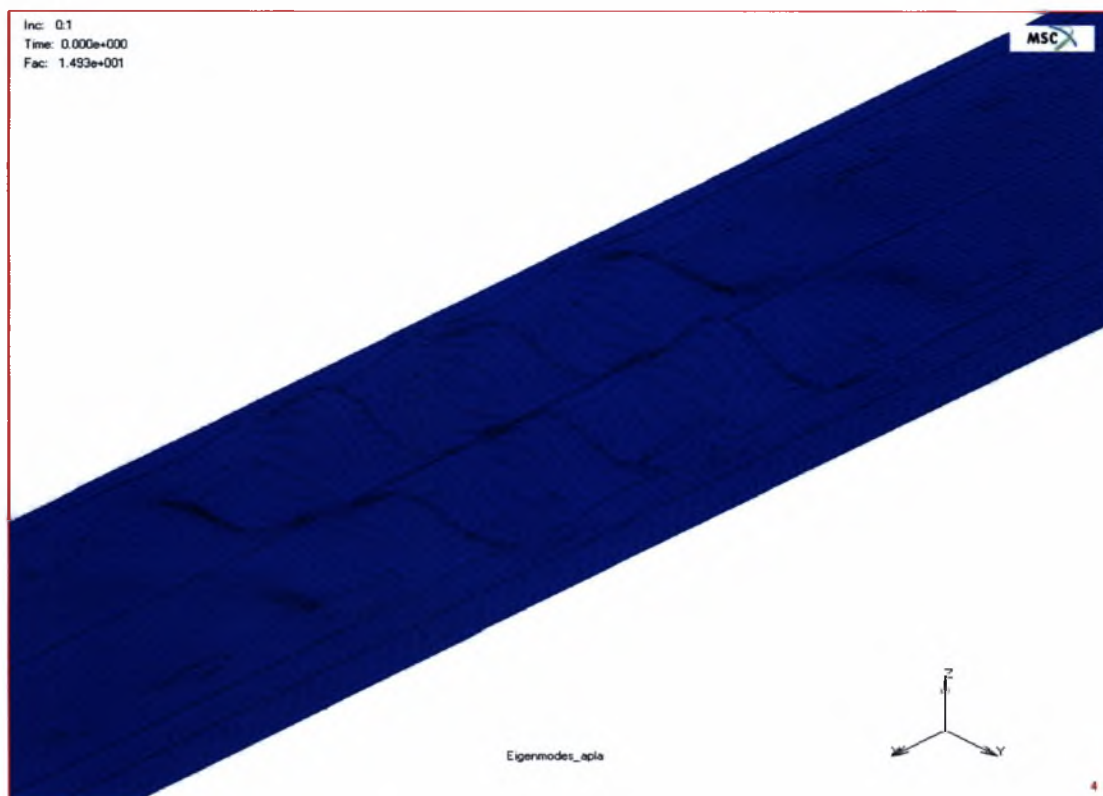
1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,75$  kN



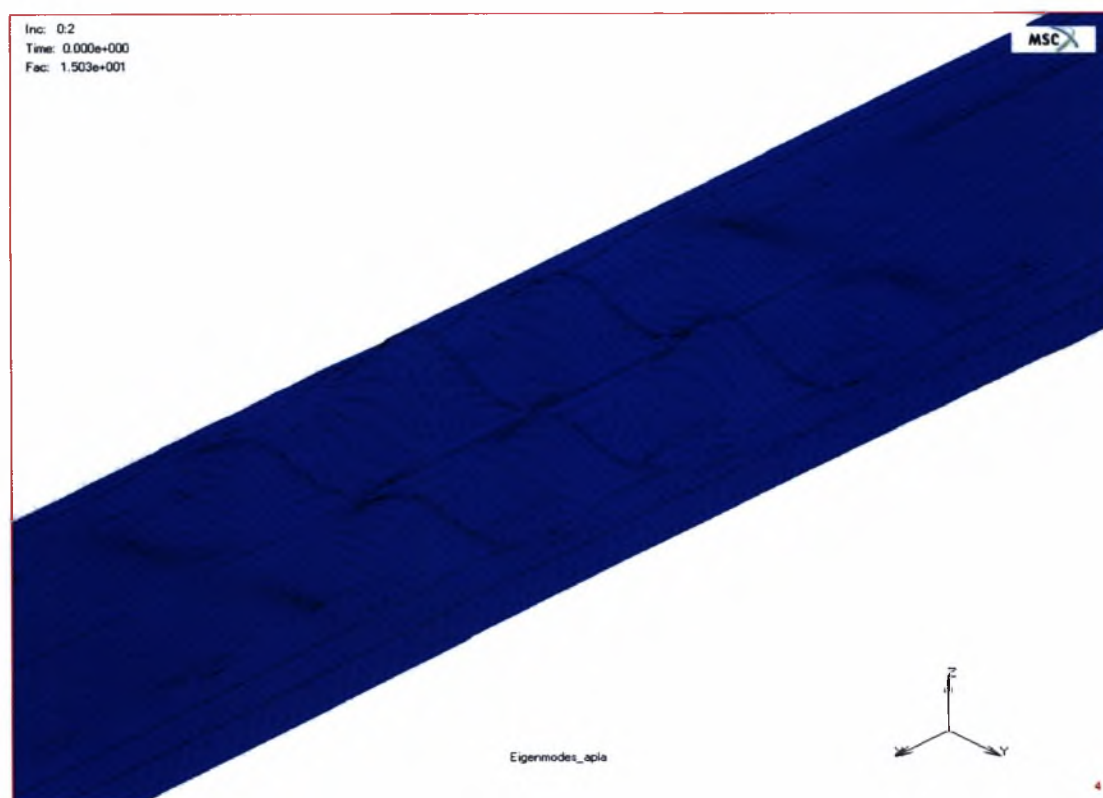
2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,78$  kN



Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

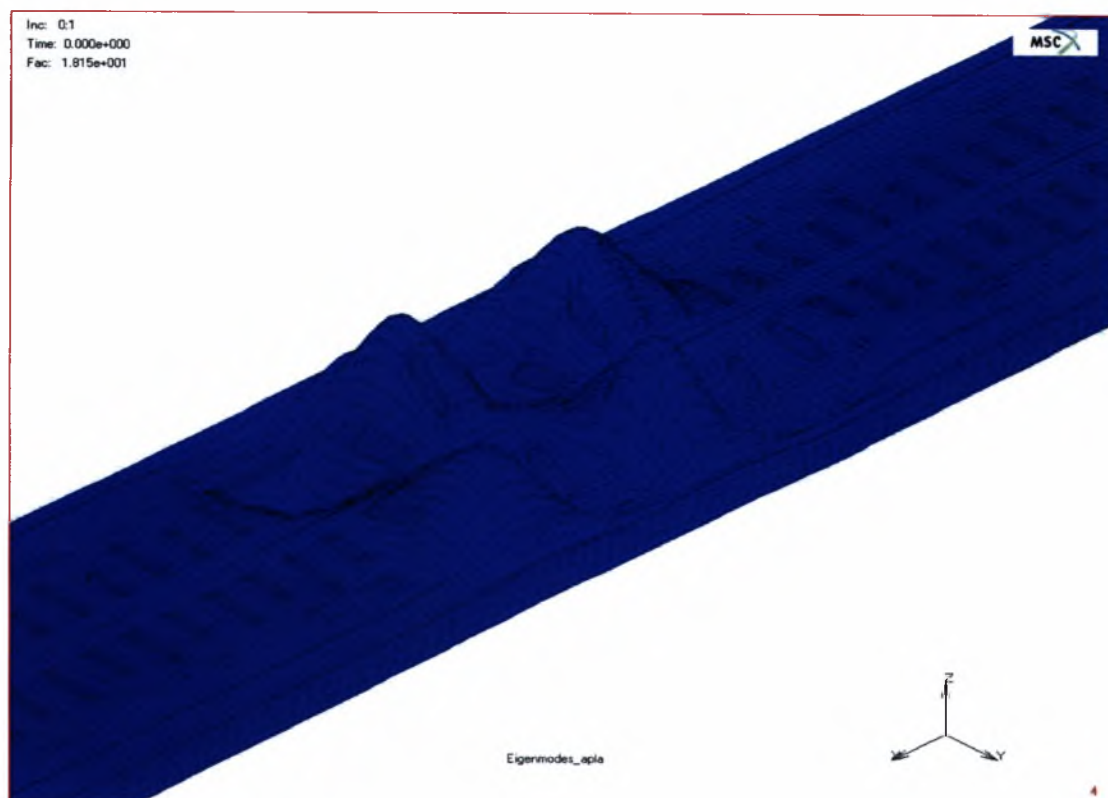


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,96$  kN

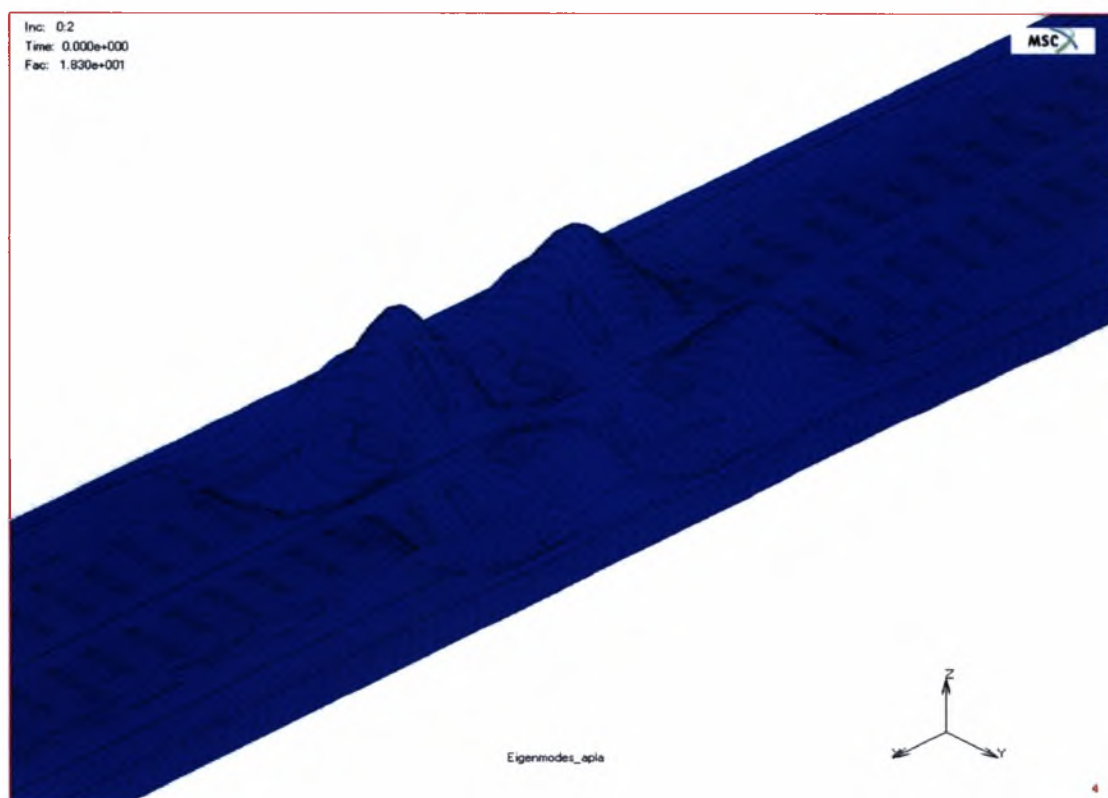


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,98$  kN

Μοντέλο MM-N 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm

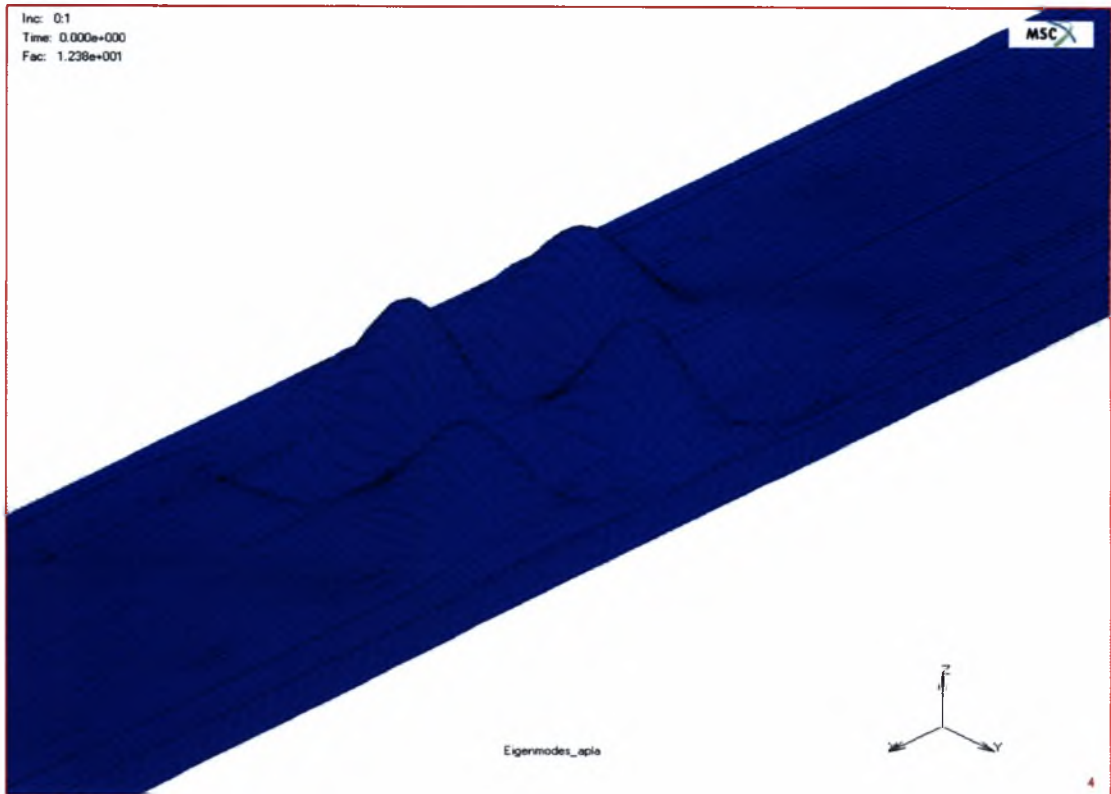


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,205$  kN

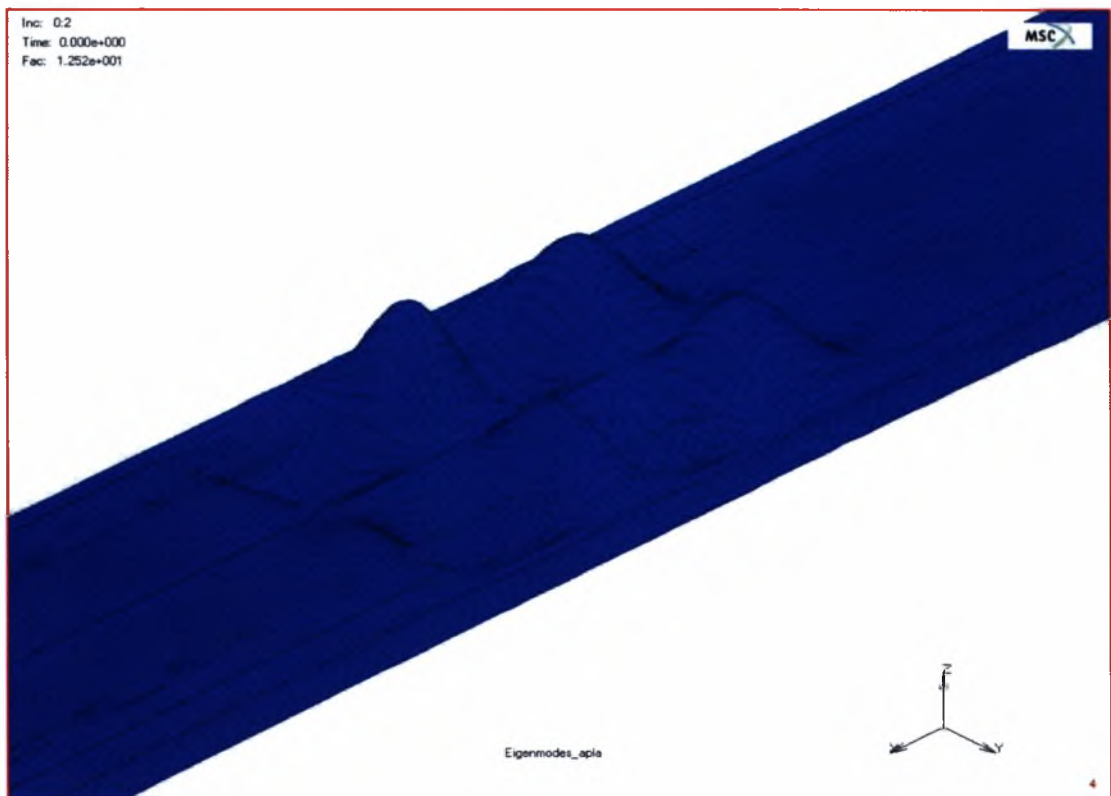


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=2,224$  kN

Μοντέλο MM-N 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm

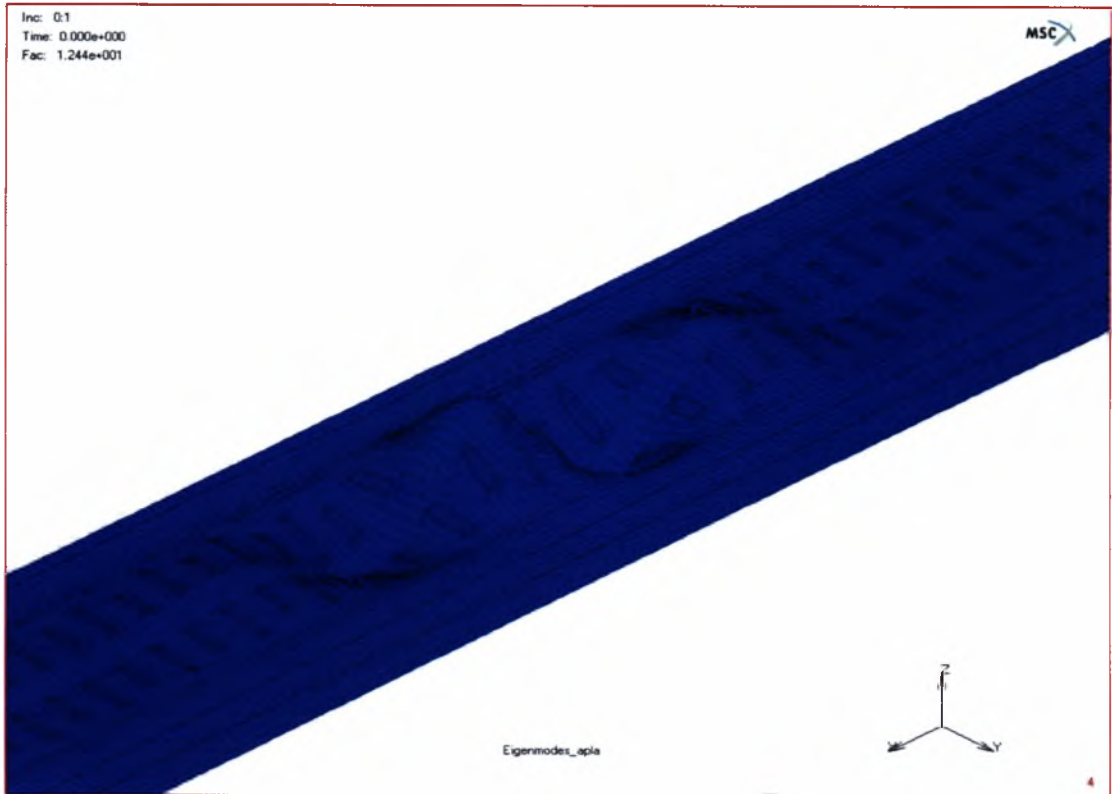


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,63$  kN

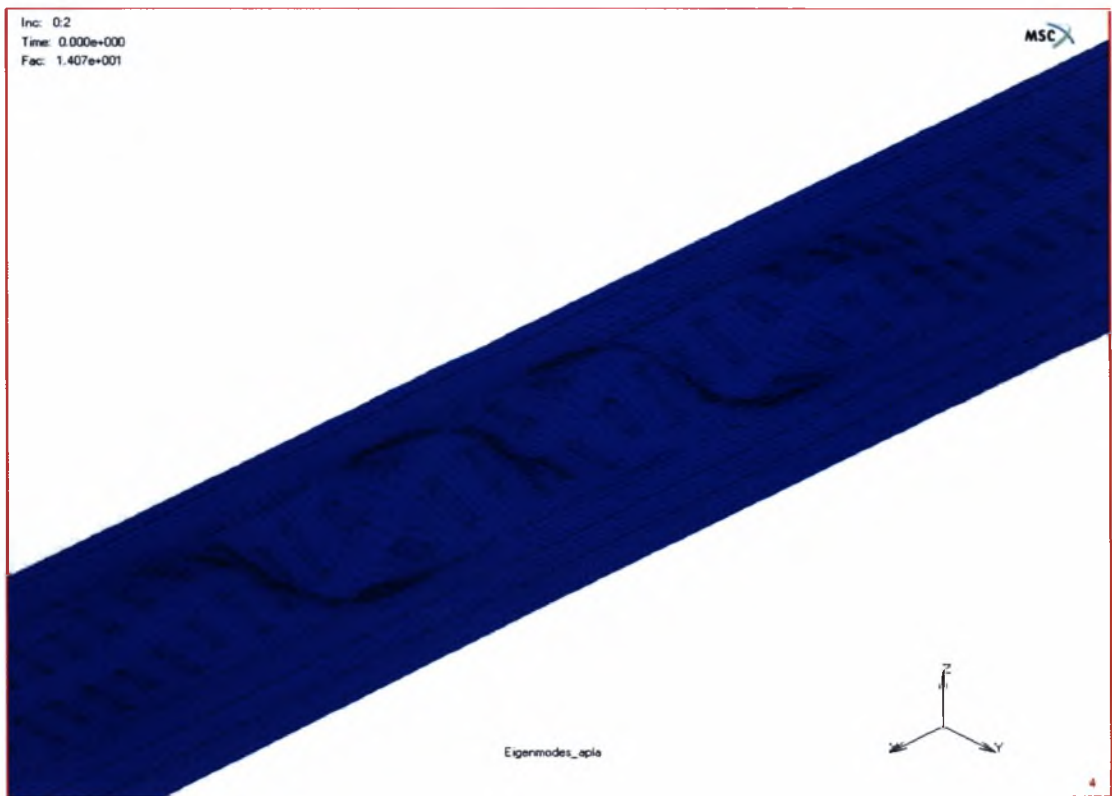


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,65$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

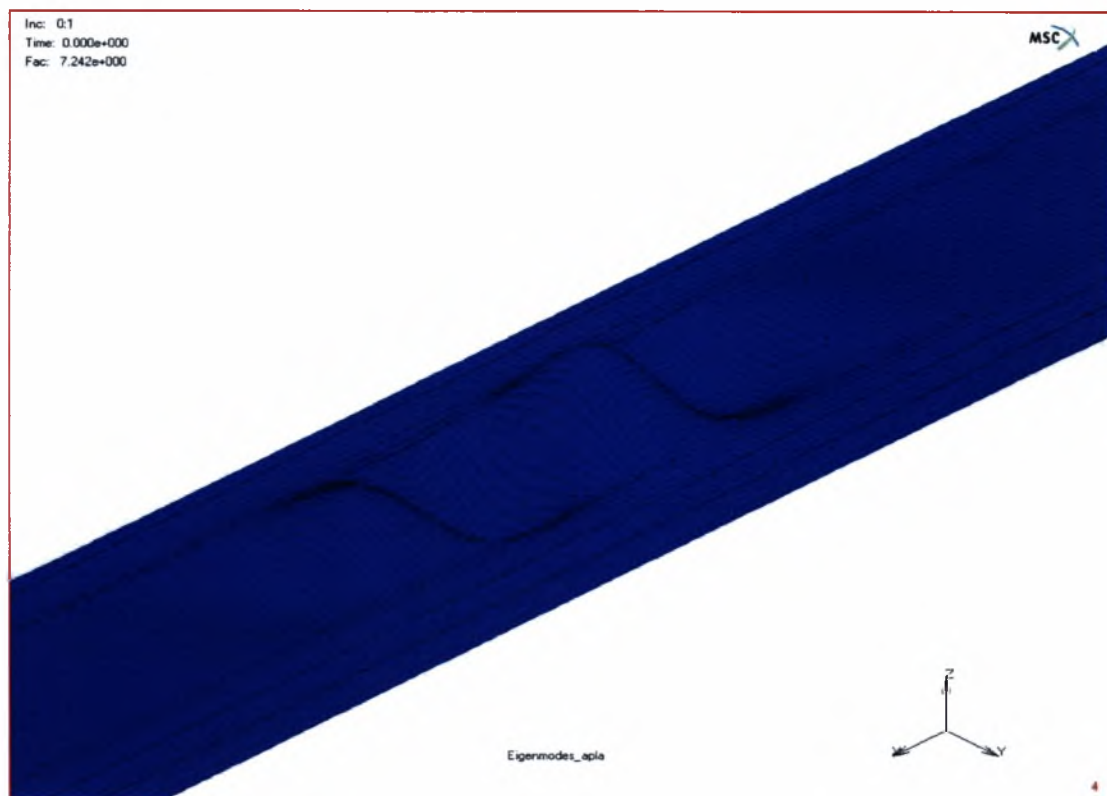


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,15$  kN

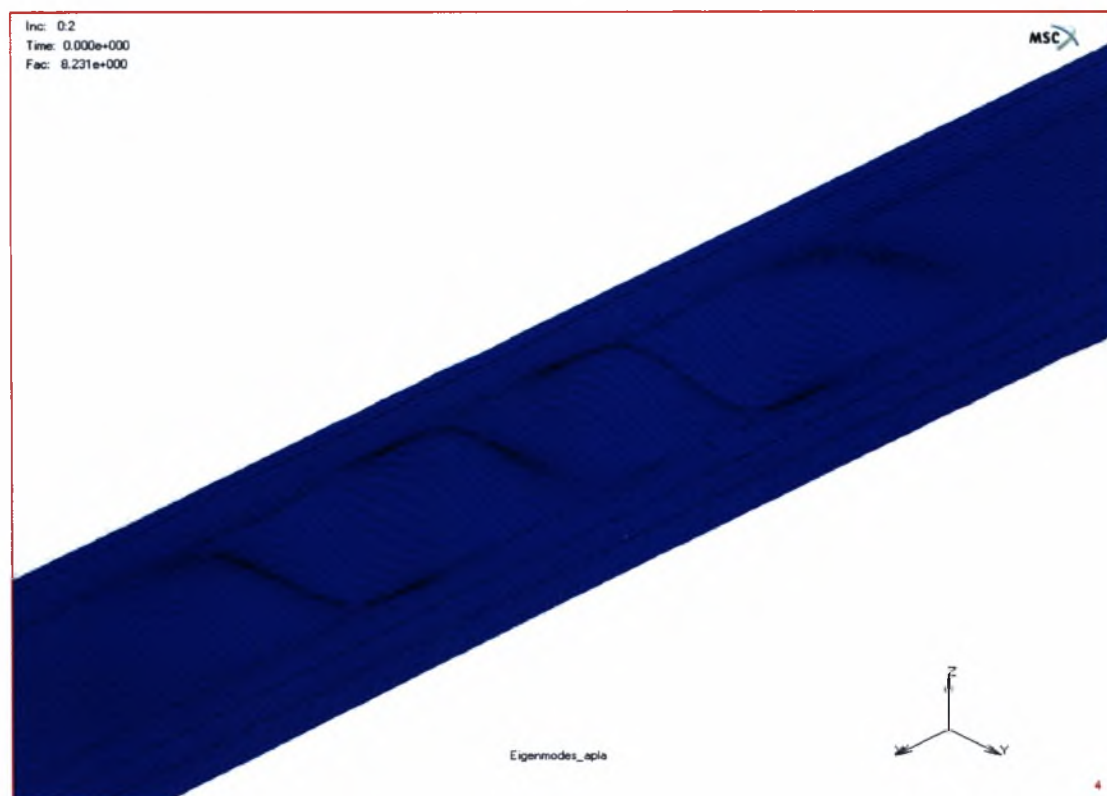


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,31$  kN

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 8,69 mm

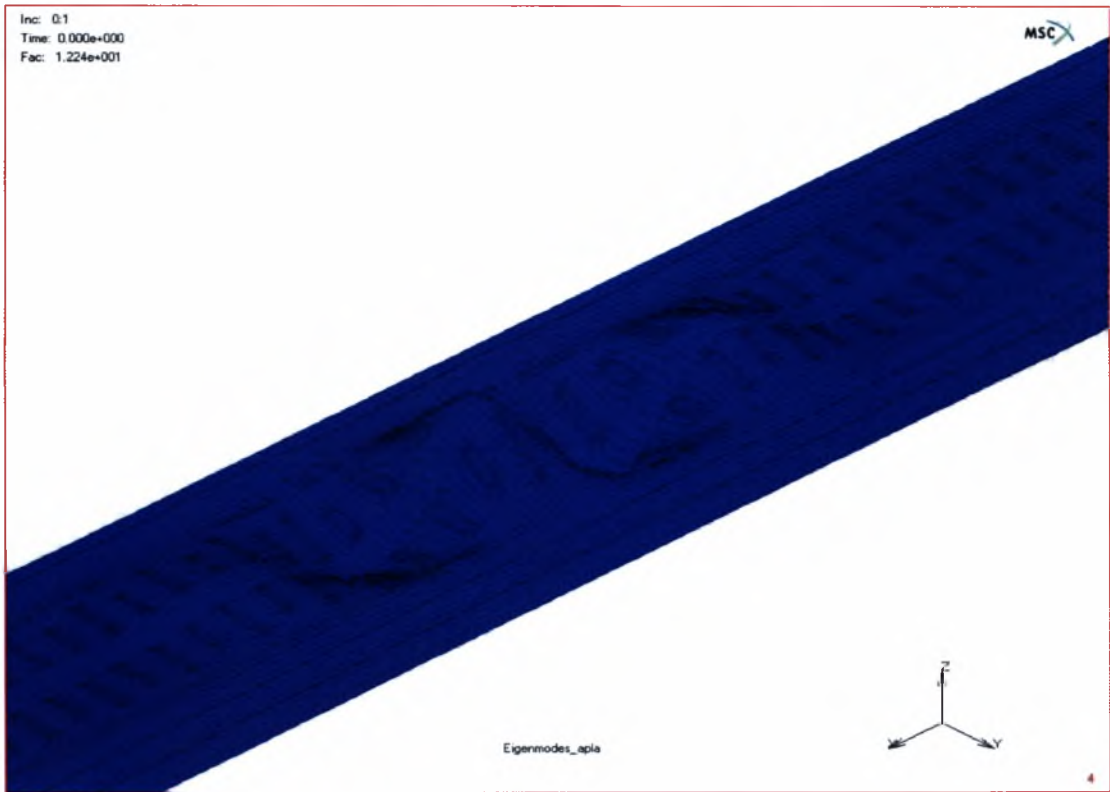


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,717$  kN

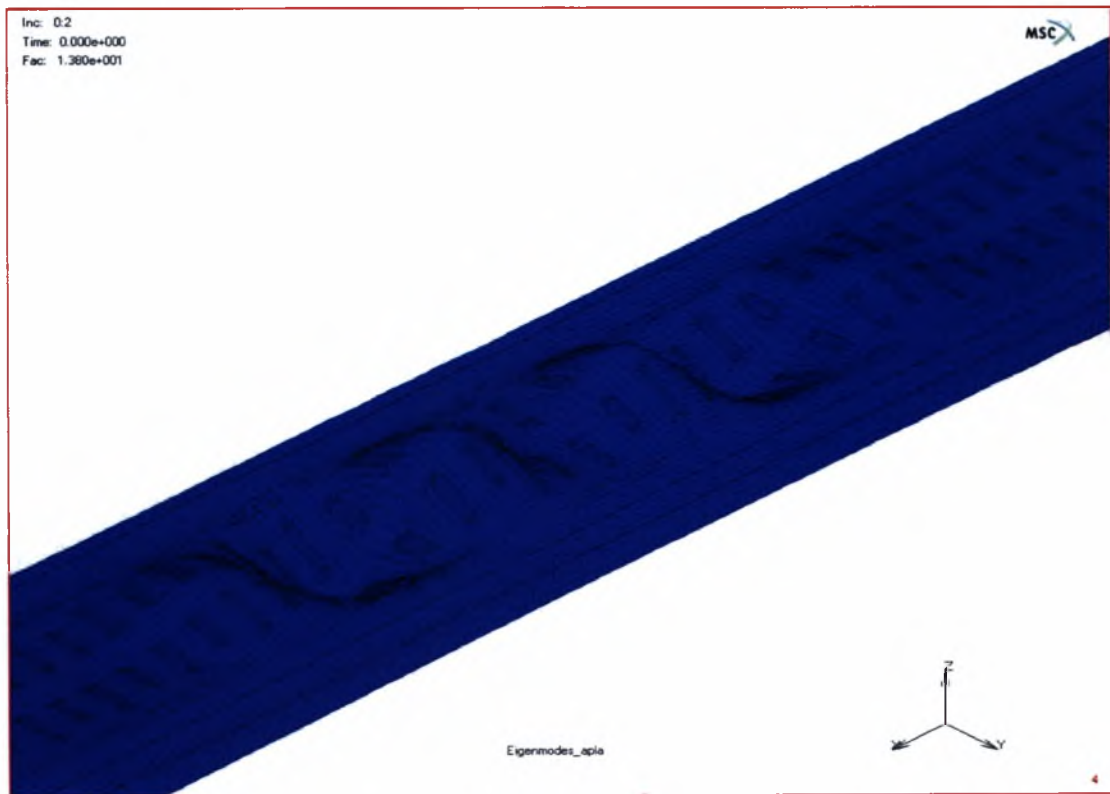


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,815$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

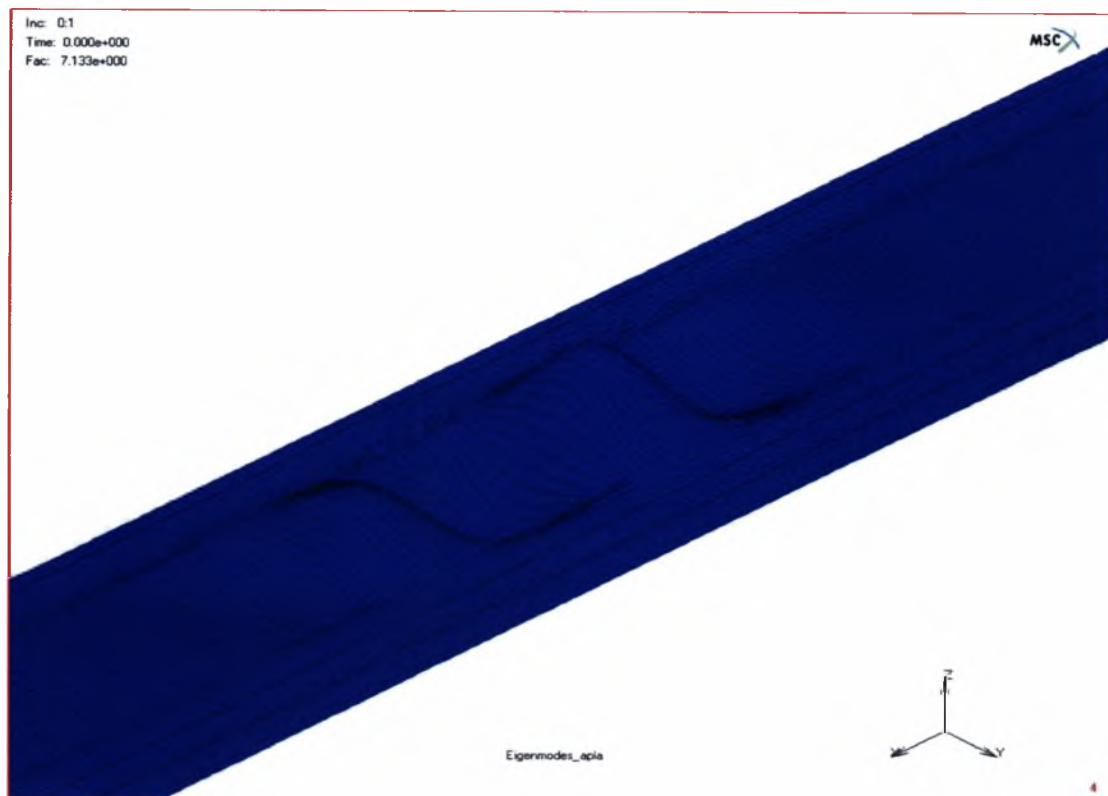


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,13$  kN

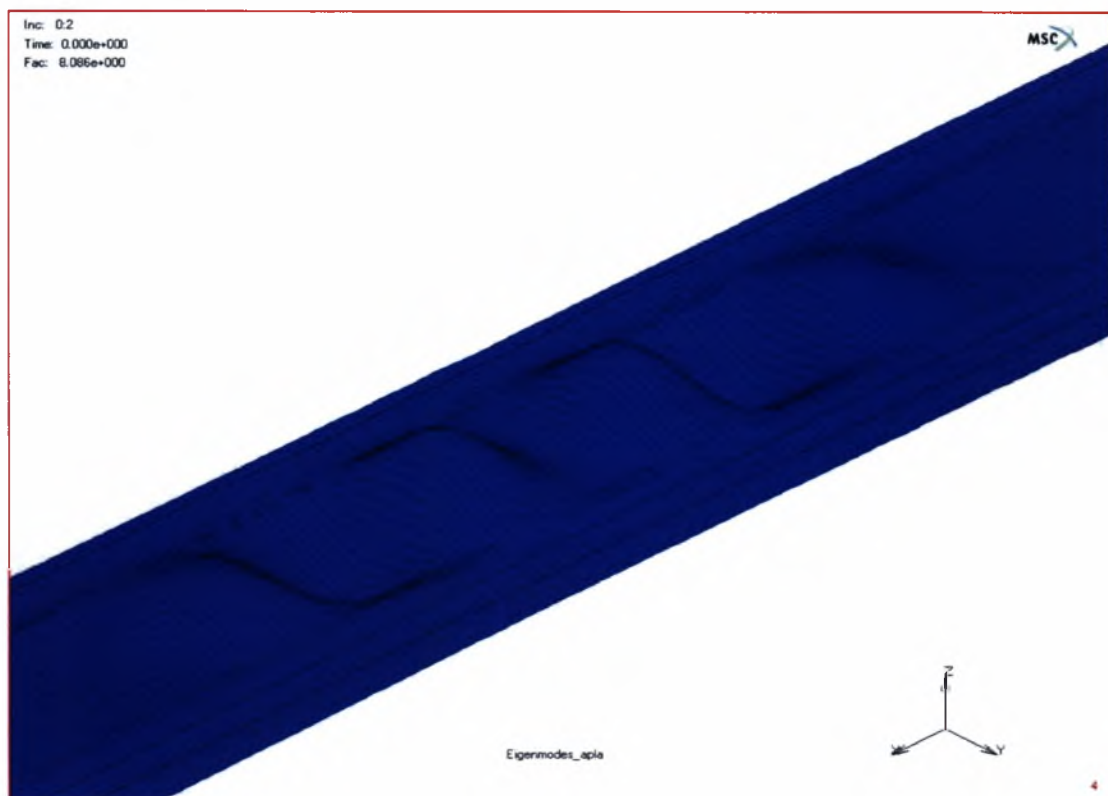


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,28$  kN

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 43,45 mm

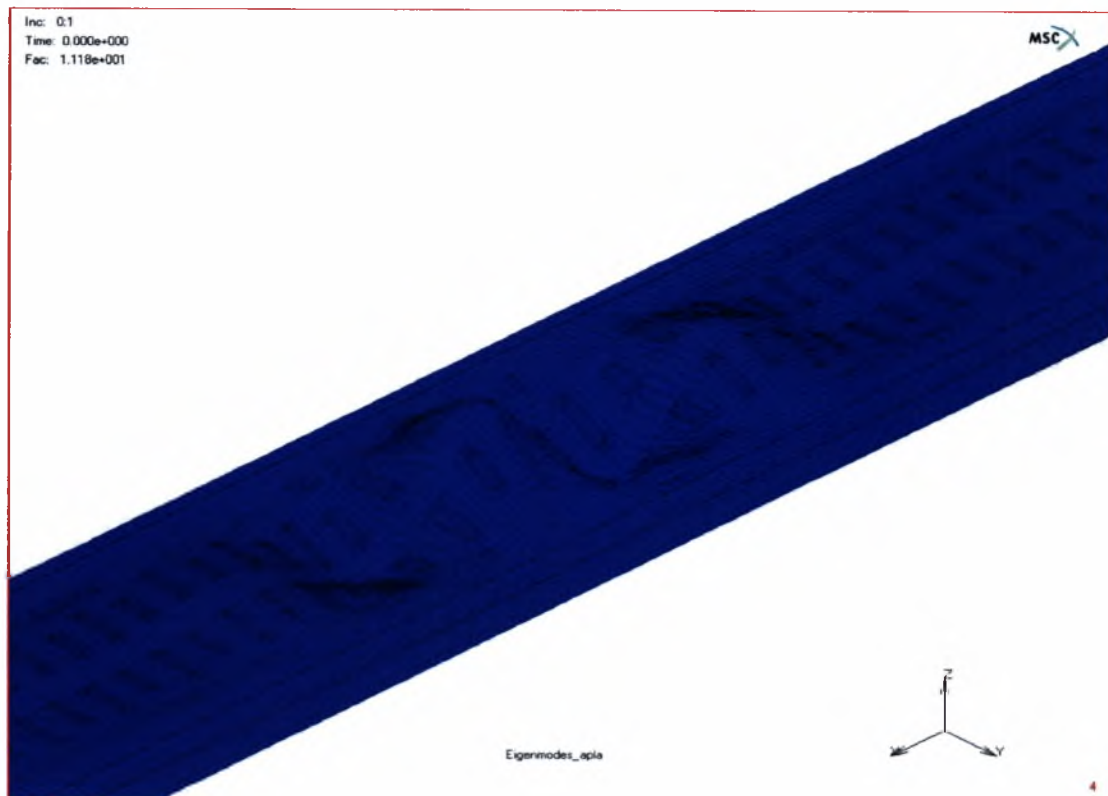


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,703$  kN

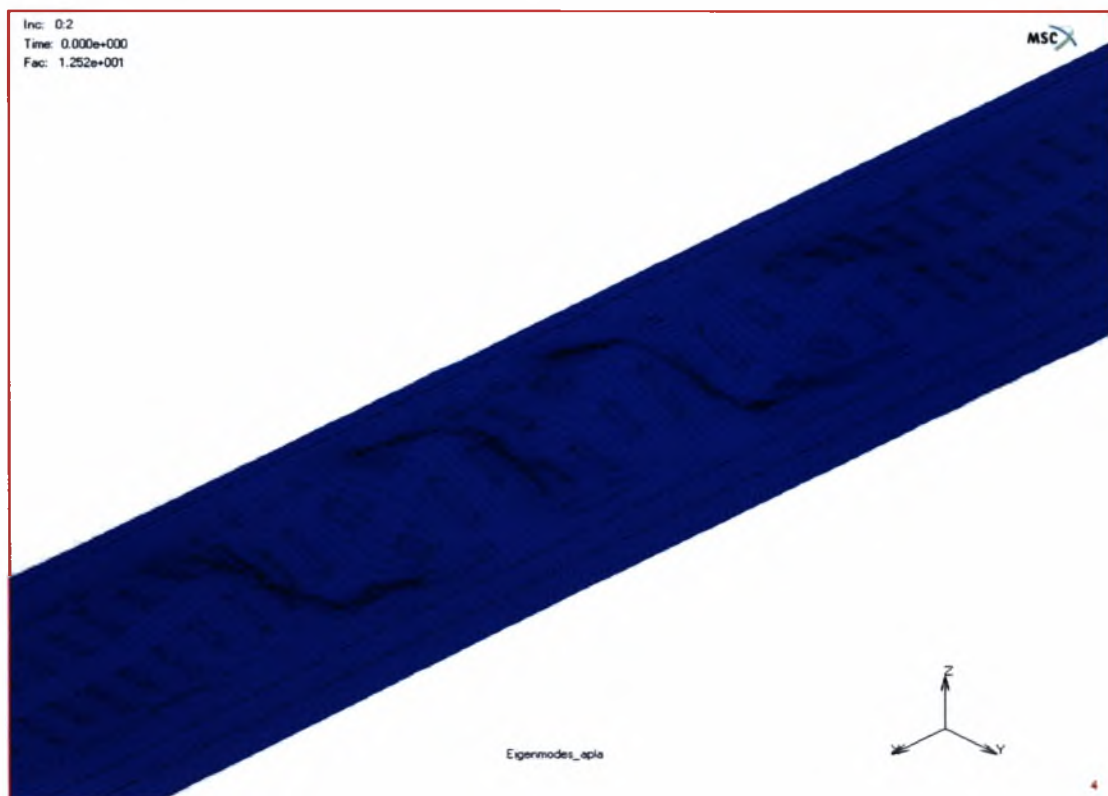


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,797$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm



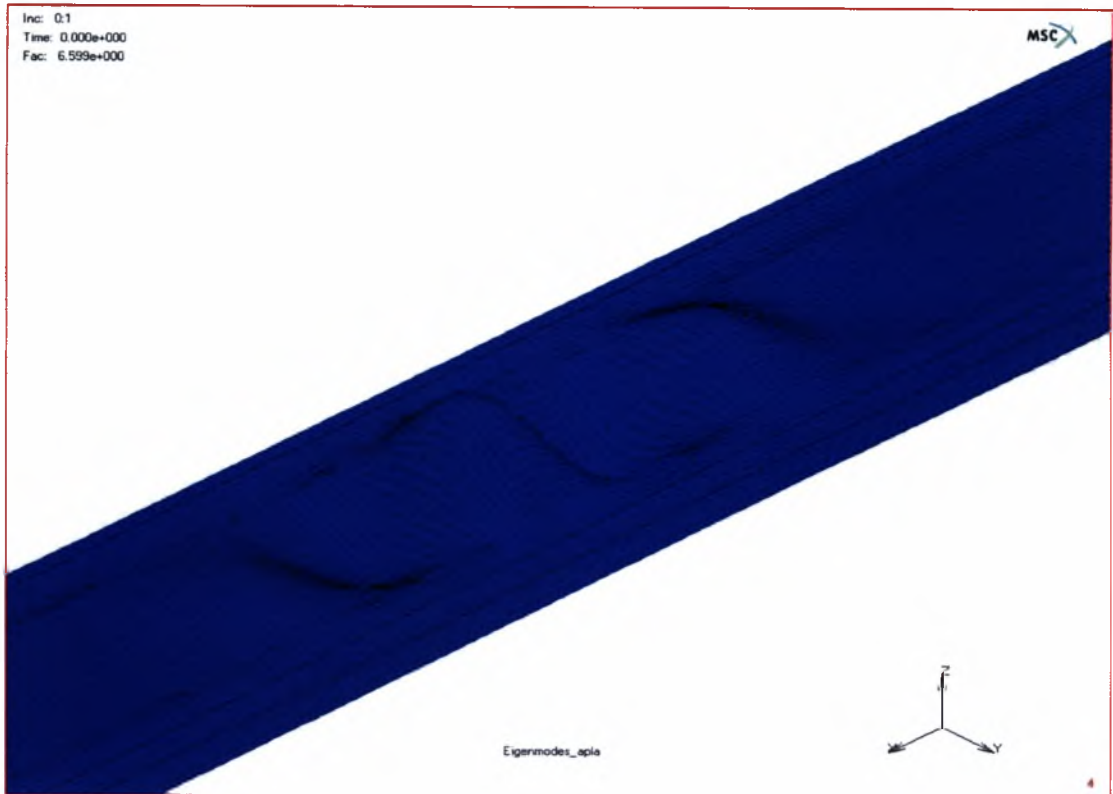
1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,03 \text{ kN}$



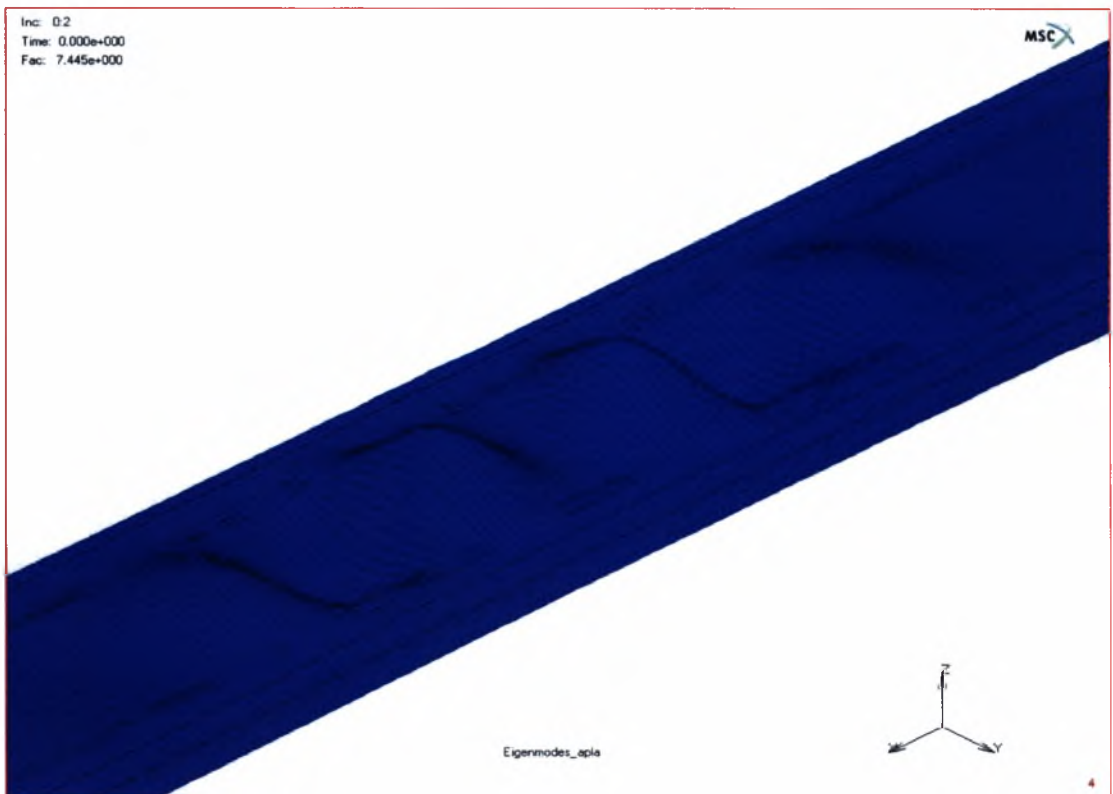
2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=1,16 \text{ kN}$



Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 86,9 mm

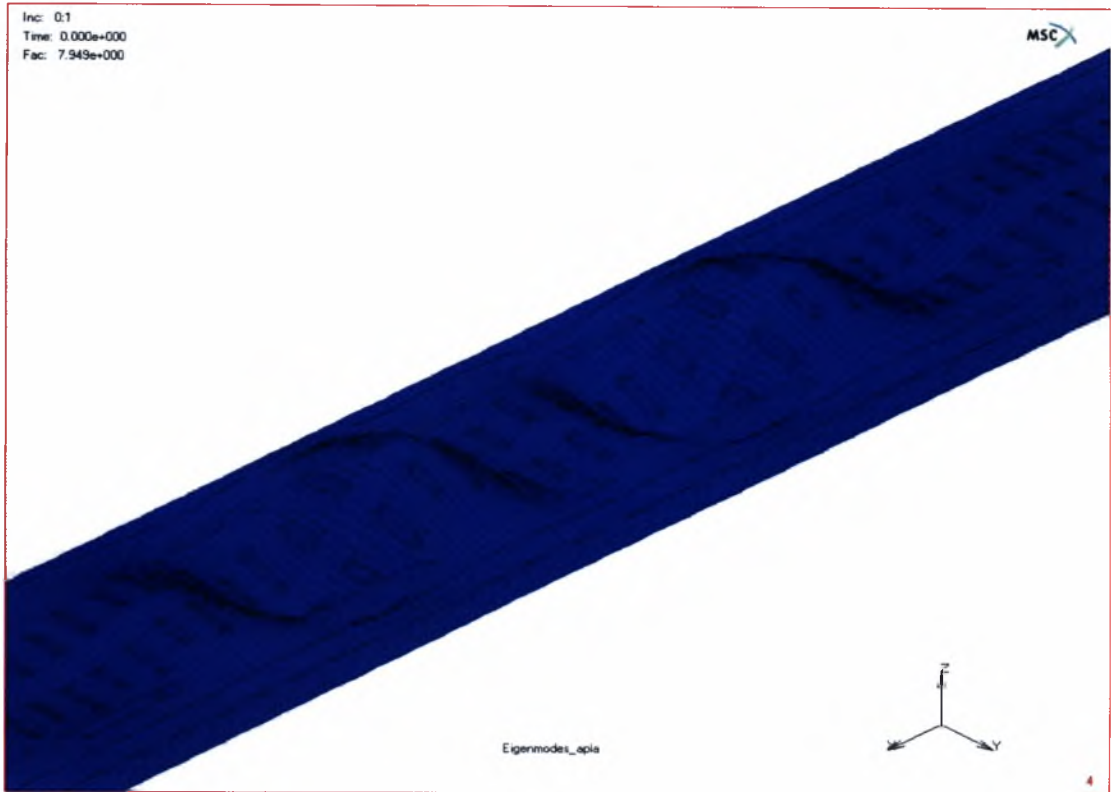


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,650$  kN

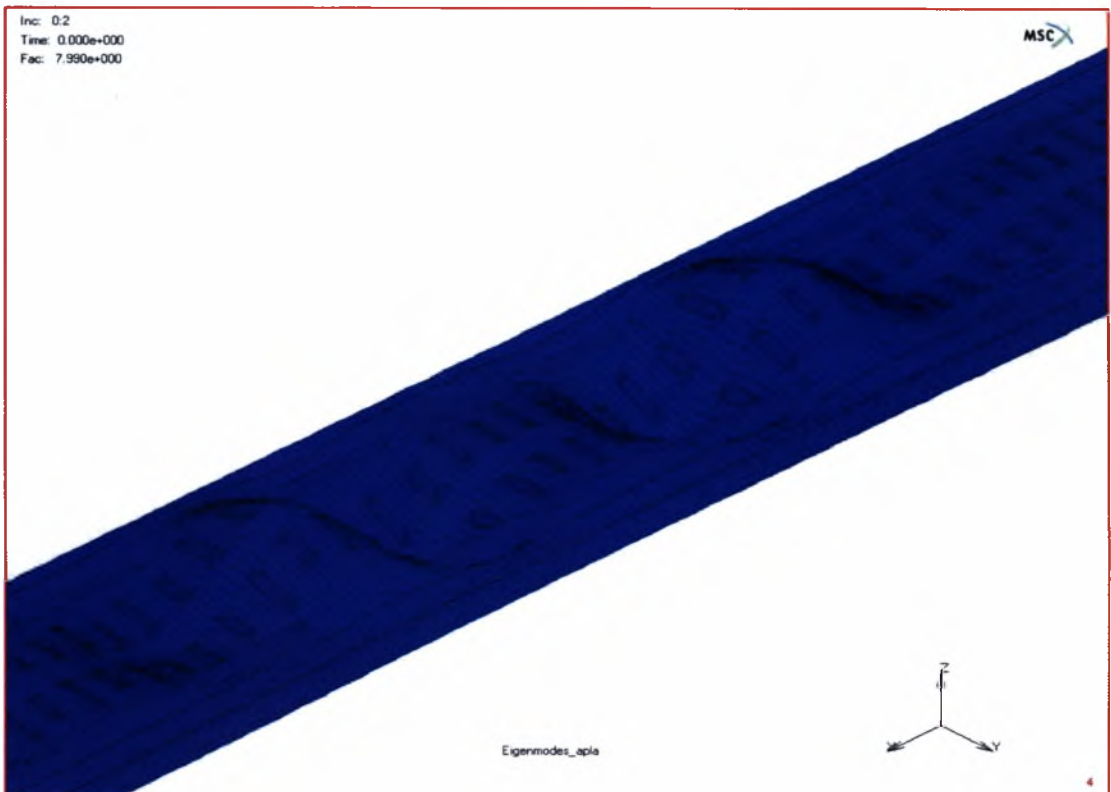


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,733$  kN

Μοντέλο MM 330 με εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm

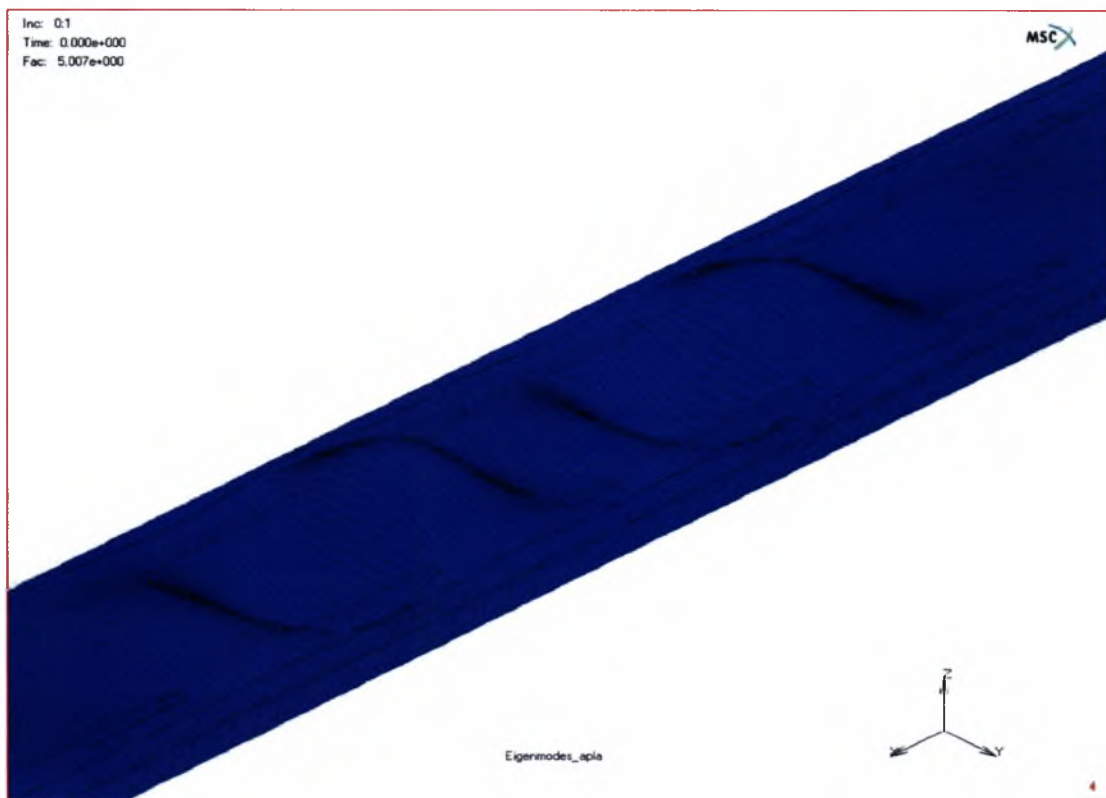


1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,733$  kN

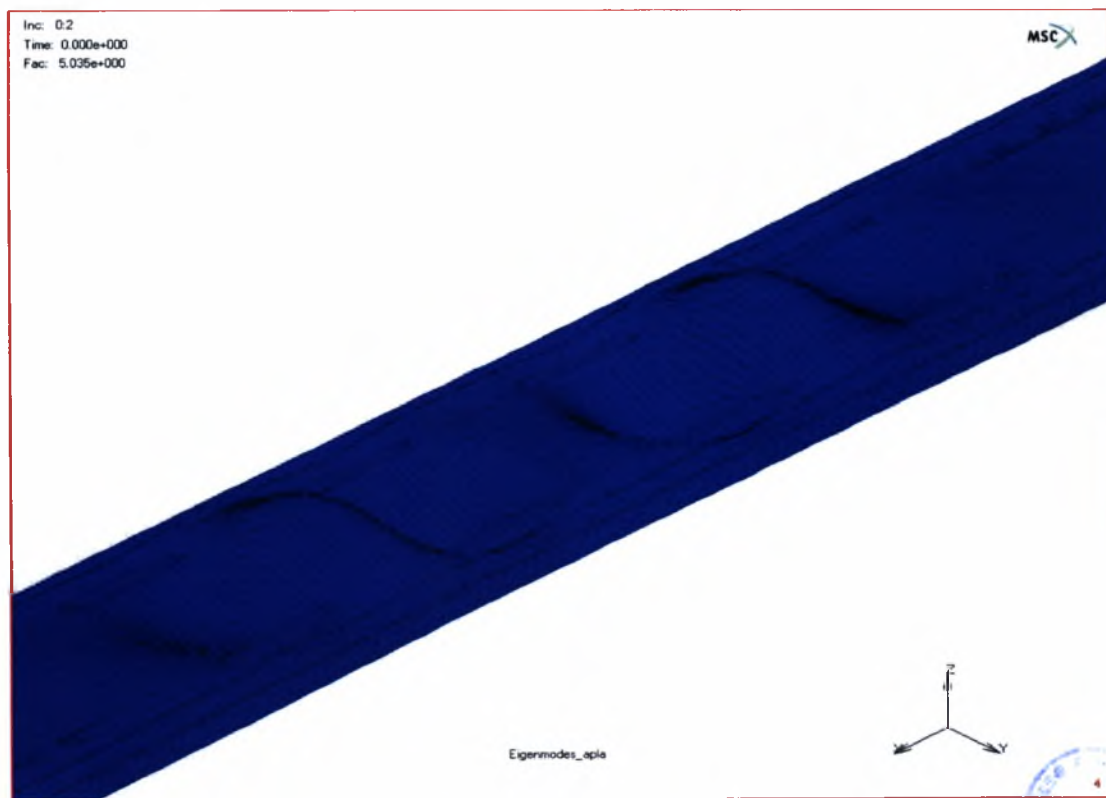


2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,737$  kN

Μοντέλο MM 330 χωρίς εντυπώματα και πριτσίνια ανά 173,8 mm



1<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,492$  kN



2<sup>η</sup> Ιδιομορφή  $P_{cr}=0,495$  kN



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000085957