



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗΣ GOOGLE-OR-TOOLS

υπό  
**ΑΝΤΩΝΙΟΥ ΜΠΑΛΙΚΟΥ**

### **Διπλωματική Εργασία**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για  
την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος στη Διοίκηση Εφοδιαστικής Αλυσίδας και  
Logistics (ΔΕΑΛ)

Βόλος, 2025



Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

|                                 |                                                                                                        |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Πρώτος Εξεταστής<br>(Επιβλέπων) | Δρ. Αθανάσιος Ζηλιασκόπουλος<br>Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο<br>Θεσσαλίας      |
| Δεύτερος Εξεταστής              | Δρ. Αθανάσιος Λόης<br>Επιστημονικός Συνεργάτης, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,<br>Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |
| Τρίτος Εξεταστής                | Δρ. Στυλιανός Κουκούμιαλος<br>Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο<br>Θεσσαλίας        |

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Αθανάσιο Ζηλιασκόπουλο, για την ανάθεση του θέματος και την βοήθειά του κατά τη διάρκεια της εκπόνησής της.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω επίσης στον δεύτερο εξεταστή Δρ. Αθανάσιο Λόη, για το ενδιαφέρον, την καθοδήγηση, τη διερεύνηση και ανάλυση του θέματος και των αποτελεσμάτων, καθώς και για τη βοήθεια και την προθυμία του για επίλυση κάθε απορίας που προέκυψε κατά τη διάρκεια των υπολογισμών.

Επιπροσθέτως, ιδιαίτερη μνεία αξίζει επίσης και στον τρίτο εξεταστή, Καθηγητή κ. Στυλιανό Κουκούμιαλο, για την ενδελεχή παρατήρηση της εργασίας μου και τις πολύτιμες παρατηρήσεις του επί του θέματος.

Τέλος, είναι αδύνατο να μην ευχαριστήσω τη σύζυγό μου, Πένυ, για την ουσιαστική στήριξή της σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου και την ανιδιοτελή αγάπη της όλα τα χρόνια της κοινής μας πορείας.

# ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗΣ GOOGLE-OR-TOOLS

ΑΝΤΩΝΙΟΣ ΜΠΑΛΙΚΟΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2025

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Αθανάσιος Ζηλιασκόπουλος,  
Καθηγητής Βελτιστοποίησης Συστημάτων Παραγωγής/Μεταφορών

## Περίληψη

Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων αποτελεί ένα από τα κυριότερα προβλήματα του κλάδου των μεταφορών και της εφοδιαστικής αλυσίδας, λόγω της συνεχώς αυξανόμενης ανάγκης για ελαχιστοποίηση του χρόνου και κατ' επέκταση του κόστους των μεταφορών. Το κόστος αυτό αποτελεί περισσότερο από το μισό του συνολικού κόστους της εφοδιαστικής αλυσίδας. Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται το πρόβλημα Δρομολόγησης οχημάτων σε τρεις πυλώνες, ώστε να γίνει γνωστή η συμπεριφορά του υπό διαφορετικά δεδομένα και συνθήκες.

Αρχικά εξετάζονται δρομολόγια μικρής κλίμακας, στα οποία οι μελετώμενοι κόμβοι βρίσκονται εντός των ορίων των νομών Μαγνησίας και Λάρισας και αντιπροσωπεύουν σημεία μεταπώλησης αγαθών. Ουσιαστικά το μελετώμενο μοντέλο είναι ένα εκφυλισμένο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, καθώς το όχημα μεταφοράς ξεκινά από έναν κόμβο και επιστρέφει τελικά σε αυτόν με τη λήξη του δρομολογίου. Πρόκειται λοιπόν για μία εκδοχή του προβλήματος πλανόδιου πωλητή (TSP). Πρώτα μελετάται η δυναμική εκδοχή του μοντέλου δρομολόγησης, της οποίας το δρομολόγιο μεταβάλλεται και προσαρμόζεται συνεχώς στις νέες ζητήσεις που προκύπτουν. Στη συνέχεια αναπτύσσεται η στατική εκδοχή, για την οποία όλα τα δεδομένα είναι γνωστά πριν την έναρξη του δρομολογίου και η διαδρομή δεν επιδέχεται αλλαγές κατά την εξέλιξή της. Τέλος παρουσιάζονται δύο εκδοχές προβλημάτων δρομολόγησης μεγάλης κλίμακας, εντός μίας περιοχής της Αθήνας, καθώς και μια προσεγγιστική μέθοδος επίλυσης, ώστε να γίνουν γνωστές οι ιδιαιτερότητες και οι δυσκολίες του μοντέλου για αυξανόμενο αριθμό κόμβων και ζητήσεων.

Για την επίλυση των προβλημάτων χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό της Google «OR-TOOLS» με ορισμό χρονοπαραθύρων για τις επισκέψεις/ικανοποιήσεις των κόμβων/ζητήσεων.

Σκοποί της εργασίας είναι:

- η αυτοματοποίηση του δυναμικού μοντέλου, στο οποίο προκύπτουν νέες ζητήσεις κατά τη διάρκεια του δρομολογίου, με τη χρησιμοποίηση ενός στατικού, το οποίο θα περιλαμβάνει όλα τα στοιχεία του δυναμικού, στοχεύοντας στη βελτιστοποίηση της λύσης.
- η εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την επίδραση του αριθμού των κόμβων στα αποτελέσματα ενός στατικού προβλήματος δρομολόγησης μεγάλης κλίμακας.
- η συμπεριφορά της προσεγγιστικής μεθόδου επίλυσης.

Το online σύστημα χωρίζεται σε ορίζοντες, οι οποίοι τελικά ενώνονται, ώστε να τρέξει το στατικό σύστημα, το οποίο περιλαμβάνει όλα τα δεδομένα εξ' αρχής. Έπειτα από σύγκριση των αποτελεσμάτων, όπως αναμενόταν, το στατικό μοντέλο υπερτερεί έναντι του αντίστοιχου δυναμικού, καθώς όλα τα δεδομένα είναι γνωστά από την αρχή, χωρίς προγραμματισμένες ή μη αλλαγές, με αποτέλεσμα η βελτιστοποίηση του δρομολογίου να καθίσταται πιο εύκολη.

**Λέξεις-κλειδιά:** πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP), Google «OR-TOOLS», χρονοπαραθύρα, στατικό μοντέλο, δυναμικό μοντέλο, πρόβλημα μεγάλης κλίμακας, προσεγγιστική μέθοδος, βελτιστοποίηση.

# **REAL-TIME ROUTING PROBLEM SOLVING USING THE GOOGLE-OR-TOOLS SOLUTION FRAMEWORK**

ANTONIOS BALIKOS

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2025

Supervisor: Dr Athanasios Ziliaskopoulos

Professor of Optimization of Production/Transportation Systems

## **Abstract**

The Vehicle Routing Problem is one of the main problems of the transportation industry and the supply chain, due to the ever-increasing need to minimize transportation time and cost. More than half of the total costs of supply chain is that of transportation. In this thesis, the Vehicle Routing Problem is studied in three pillars, in order to determine its behavior under different data and conditions.

The examined nodes are located within the boundaries of the regions of Magnesia and Larisa and represent points of resale of goods. The model is a degenerated vehicle routing problem, as the vehicle starts from a node and eventually returns to it at the end of the route. So basically, it's a Travelling Salesman Problem's (TSP) version. Initially, the dynamic routing model is studied, which continuously adapts to the new requests that arise. The static model is then developed, for which all data is known before the start of the route and the route does not undergo changes during its evolution. Finally, two versions of large-scale routing problems are presented within an area in Athens, as well as an approximation method for solving, so that the particularities and difficulties of the model for an increasing number of nodes and requests are known.

Google's "OR-TOOLS" software was used to solve the problem with the definition of time windows for the visits/ satisfaction of the nodes/ requests.

The purposes of the work are:

- the automation of the dynamic model, in which new requests arise during the route, using a static one, which will include all the elements of the dynamic, aiming at the optimization of the solution.



- drawing conclusions about the effect of the number of nodes on the results of a large-scale static routing problem.
- the performance of the approximate solution method.

The online system is divided into horizons, which are eventually joined to run the static system, which includes all the data from the beginning. After comparing the results, as expected, the static model outperforms the corresponding dynamic one, as all the data was known from the beginning without planned or unplanned changes and as a result easier optimization of the route.

**Key words:** vehicle routing problem (VRP), Google «OR-TOOLS», time windows, static model, dynamic model, large scale problem, approximate solution method, optimization.

## Πίνακας Περιεχομένων

|                                                                                                                                                                                                |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Κεφάλαιο 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>                                                                                                                                                               | <b>1</b>  |
| 1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο.....                                                                                                                                                                  | 1         |
| 1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....                                                                                                                                                              | 2         |
| 1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας.....                                                                                                                                                        | 3         |
| <b>Κεφάλαιο 2. ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ.....</b>                                                                                                                                                    | <b>5</b>  |
| 2.1 Εφοδιαστική Αλυσίδα.....                                                                                                                                                                   | 5         |
| 2.2 Logistics.....                                                                                                                                                                             | 5         |
| 2.3 Μεταφορές.....                                                                                                                                                                             | 6         |
| 2.4 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων.....                                                                                                                                                        | 7         |
| 2.5 Δεδομένα Εργασίας.....                                                                                                                                                                     | 8         |
| 2.6 Google OR-Tools.....                                                                                                                                                                       | 9         |
| 2.7 Χρονικά Παράθυρα.....                                                                                                                                                                      | 10        |
| <b>Κεφάλαιο 3. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ.....</b>                                                                                                                     | <b>12</b> |
| 3.1 Μοντελοποίηση.....                                                                                                                                                                         | 12        |
| 3.2 Μεθοδολογία.....                                                                                                                                                                           | 13        |
| 3.3 Συμπεράσματα.....                                                                                                                                                                          | 17        |
| <b>Κεφάλαιο 4. ΣΤΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ.....</b>                                                                                                                      | <b>19</b> |
| 4.1 Μεθοδολογία.....                                                                                                                                                                           | 19        |
| 4.2 Συμπεράσματα.....                                                                                                                                                                          | 21        |
| <b>Κεφάλαιο 5. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ.....</b>                                                                                                                        | <b>23</b> |
| 5.1 Μοντελοποίηση.....                                                                                                                                                                         | 23        |
| 5.2 Μεθοδολογία.....                                                                                                                                                                           | 23        |
| 5.3 Πρόβλημα 100 κόμβων.....                                                                                                                                                                   | 25        |
| 5.3.1 Εφαρμογή στρατηγικής automatic.....                                                                                                                                                      | 28        |
| 5.3.2 Εφαρμογή επιπλέον στρατηγικών επίλυσης.....                                                                                                                                              | 30        |
| 5.4 Πρόβλημα 200 κόμβων.....                                                                                                                                                                   | 41        |
| 5.4.1 Εφαρμογή Automatic στρατηγικής επίλυσης.....                                                                                                                                             | 41        |
| 5.4.2 Εφαρμογή στρατηγικής Christofides.....                                                                                                                                                   | 42        |
| 5.4.3 Εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.....                                                                                                                                        | 43        |
| 5.4.4 Εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.....                                                                                                                                            | 44        |
| 5.4.5 Εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.....                                                                                                                                             | 45        |
| 5.4.6 Εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.....                                                                                                                                       | 46        |
| 5.4.7 Εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion.....                                                                                                                                    | 47        |
| 5.4.8 Εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.....                                                                                                                                              | 48        |
| 5.4.9 Εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.....                                                                                                                                      | 49        |
| 5.4.10 Εφαρμογή στρατηγικής Savings.....                                                                                                                                                       | 50        |
| 5.4.11 Εφαρμογή επιπλέον αλγόριθμων βελτιστοποίησης (Generic tabu search, Greedy descent, Guided local search, Simulated annealing, Tabu search) και μιας προσεγγιστικής μεθόδου επίλυσης..... | 51        |

|                                                                                                                                 |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Κεφάλαιο 6. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>                                                                  | <b>55</b> |
| 6.1 Σύγκριση δυναμικών – στατικών συστημάτων.....                                                                               | 55        |
| 6.1.1 Αριθμητικά αποτελέσματα.....                                                                                              | 56        |
| 6.1.2 Συμπεράσματα.....                                                                                                         | 58        |
| 6.2 Σύγκριση στρατηγικών επίλυσης προβλήματος μεγάλης κλίμακας.....                                                             | 59        |
| 6.2.1 Αριθμητικά αποτελέσματα.....                                                                                              | 60        |
| 6.2.2 Συμπεράσματα.....                                                                                                         | 62        |
| 6.3 Σύγκριση αλγόριθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα μεγάλης κλίμακας.....                                                      | 66        |
| 6.3.1 Συμπεράσματα.....                                                                                                         | 68        |
| 6.4 Αξιολόγηση αποτελεσμάτων με χρήση 1 μεταφορικού οχήματος και μιας προσεγγιστικής μεθόδου στο πρόβλημα μεγάλης κλίμακας..... | 69        |
| 6.4.1 Συμπεράσματα.....                                                                                                         | 70        |
| <b>Κεφάλαιο 7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....</b>                                                                                | <b>72</b> |
| <b>Βιβλιογραφία.....</b>                                                                                                        | <b>75</b> |
| <b>Πίνακας Περιεχομένων Διαγραμμάτων.....</b>                                                                                   | <b>76</b> |
| <b>Πίνακας Περιεχομένων Εικόνων.....</b>                                                                                        | <b>80</b> |
| <b>Πίνακας Περιεχομένων Πινάκων.....</b>                                                                                        | <b>81</b> |

## Κεφάλαιο 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

---

### 1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο

Η μεταφορά αγαθών είναι βασική συνιστώσα της οικονομίας, αποτελώντας έναν τομέα της εφοδιαστικής αλυσίδας που χρήζει συνεχούς βελτίωσης και εξέλιξης. Οι ολοένα αυξανόμενες ανάγκες του σύγχρονου τρόπου ζωής για έγκαιρη και ασφαλή παράδοση αγαθών, οδηγούν στην αναζήτηση και μελέτη νέων μεθόδων βελτιστοποίησης της διαδικασίας. Ορισμένα στοιχεία που αποτελούν τροχοπέδη στη βελτίωση των μεταφορών είναι το συνεχώς αυξανόμενο κόστος κτήσης, συντήρησης και λειτουργίας των μεταφορικών μέσων, οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις λόγω καύσης παραγώγων του πετρελαίου και τα κυκλοφοριακά προβλήματα. Οι αυξανόμενες απαιτήσεις μεταφοράς αγαθών με παράλληλη ελαχιστοποίηση του κόστους και του χρόνου παράδοσης, οδηγούν στην ανάγκη ανάπτυξης ενός αποτελεσματικότερου δικτύου μεταφορών, με συνεχή προσαρμογή στα νέα δεδομένα και απαιτήσεις [4].

Κίνητρο για το θέμα και την εξέλιξη της παρούσας εργασίας ήταν η επαφή με την τοπική βιομηχανία γάλακτος ΕΒΟΛ, με σκοπό τη βελτιστοποίηση της μεταφοράς των προϊόντων της εταιρίας ΕΒΟΛ σε διάφορα σημεία λιανικής πώλησης σε πραγματικό χρόνο, με χρήση ενός συστήματος παραγγελιοληψίας. Ειδικότερα μελετήθηκε η σημαντικότητα ή μη της δυναμικής λειτουργίας του συστήματος έναντι της στατικής. Έτσι δεν απαιτείται σύστημα παραγγελιοληψίας εκ των προτέρων (τουλάχιστον από την προηγούμενη ημέρα), αλλά με βάση τις υπάρχουσες παραγγελίες και μέσω πρόβλεψης των επερχόμενων ζητήσεων θα φορτώνονται φορτηγά, τα οποία θα δέχονται αιτήματα και κατά την διάρκεια της διαδρομής τους. Ζητούμενο ήταν η μελέτη βελτιστοποίησης μιας εκδοχής του προβλήματος δρομολόγησης σε πραγματικό χρόνο, με απώτερο σκοπό την ελαχιστοποίηση του κόστους και του χρόνου μεταφοράς των προϊόντων της εταιρίας σε διάφορα σημεία λιανικής πώλησης εντός των νομών Μαγνησίας και Λάρισας.

Αξίζει να σημειωθεί ότι επιπλέον κίνητρο για έρευνα και μελέτη της παρούσας διπλωματικής εργασίας, αποτέλεσε και η συμπερίληψη μέρους αυτής στο paper «Google's

VRP algorithm evaluation study and its use in small and medium transportation problems», το οποίο παρουσιάστηκε στο 45<sup>ο</sup> συνέδριο «IEEE ICDCS 2025» που διεξήχθη 20-23 Ιουλίου στη Γλασκώβη. Στόχος της δημοσίευσης ήταν η αξιολόγηση της απόδοσης των OR-Tools σε προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με καθορισμένη χωρητικότητα και χρονικά παράθυρα παράδοσης.

Με γνώμονα τα παραπάνω, αυτή η διπλωματική εργασία πραγματεύεται τη μελέτη και επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problems), με τελικό στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου και της διανυθείσας απόστασης της διαδρομής και κατ' επέκταση την ικανοποίηση των πελατών στον ελάχιστο δυνατό χρόνο και με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων μπορούν να χωριστούν στις παρακάτω δύο υποκατηγορίες:

- α) Στατικά, για τα οποία είναι γνωστά εκ των προτέρων όλα τα στοιχεία (ζητήσεις, θέσεις κόμβων ζήτησης) και δεν αναμένονται μελλοντικές αλλαγές στο σύστημα.
- β) Δυναμικά, στα οποία νέες ζητήσεις εμφανίζονται κατά την εξέλιξη του δρομολογίου και εξετάζονται προς ικανοποίηση από τη στιγμή της εμφάνισής τους, με παράλληλη αναπροσαρμογή της διαδρομής.

Στόχοι της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι:

- α) η παρουσίαση της «μετατροπής» ενός δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης σε στατικό και η αυτοματοποίησή του, ώστε να μπορεί να μελετηθεί «offline»,
- β) η μελέτη ενός στατικού προβλήματος δρομολόγησης μεγάλης κλίμακας και η εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την επίδραση του αριθμού των κόμβων/ ζητήσεων στα αποτελέσματα.

## 1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Αρκετές μελέτες έχουν πραγματοποιηθεί με στόχο τη βελτιστοποίηση δρομολόγησης οχημάτων, με αφετηρία τα μέσα του εικοστού αιώνα. Η πρώτη μελέτη του προβλήματος με χρήση αλγορίθμων έγινε το 1959 από τους Dantzig και Ramser [6], ενώ το 1964 οι Clarke και Wright [7] πρότειναν έναν βελτιωμένο αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Ο Psaraftis [1] στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του χρόνου εξυπηρέτησης και του βαθμού ανικανοποίησης των πελατών, χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο ενός οχήματος προς ικανοποίηση αναγκών διακριτών κόμβων, μελετώντας τη στατική και τη δυναμική εκδοχή του. Οι Wang, Sun και Huang [2] μελετούν ένα μοντέλο με πολλαπλούς κόμβους αφετηρίας και χρήση χρονοπαραθύρων. Οι Zong et al. [1] χρησιμοποιούν μια διαφορετική προσέγγιση, με

εφαρμογή περιορισμών μέσω ενός μοντέλου επιβολής ποινών, με σκοπό την αποδοτικότερη συνεργασία πολλών οχημάτων.

Καθώς το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων, για τα οποία η εύρεση λύσης για μεγάλο αριθμό δεδομένων γίνεται εξαιρετικά δύσκολη, οι Toth και Vigo [10] μελέτησαν το πρόβλημα τόσο με παραδοσιακές τεχνικές, όσο και με ευρετικές μεθόδους, ενώ μέρος της μελέτης είναι αφιερωμένο σε πρακτικά προβλήματα δρομολόγησης. Ο Burrows [11] επίσης εφαρμόζει μία ευρετική μέθοδο, στην οποία για την ικανοποίηση των πελατών μπορεί να εκτελεστούν πολλαπλές διαδρομές. Οι Lenstra και Kan [12] μελετούν αποτελέσματα σε σχέση με τη χειρότερη δυνατή περίπτωση (worst case scenario) προσεγγιστικών αλγορίθμων.

### 1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Το υπόλοιπο της διπλωματικής εργασίας χωρίζεται σε έξι ενότητες που καταλαμβάνουν τα Κεφάλαια 2 -7 αντίστοιχα. Συγκεκριμένα:

α) Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται ορισμένες γενικές πληροφορίες αναφορικά με τα προβλήματα δρομολόγησης και αναλύεται ένα γενικό πλαίσιο των πρακτικών και των δεδομένων που εφαρμόστηκαν στη μελέτη και τους υπολογισμούς της παρούσας εργασίας.

β) Στο Κεφάλαιο 3 αναλύεται το δυναμικό μοντέλο δρομολόγησης οχημάτων, με δυνατότητα εμφάνισης και εισαγωγής νέων δεδομένων κατά την εξέλιξη του δρομολογίου.

γ) Στο Κεφάλαιο 4 αναλύεται η στατική περίπτωση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων, με όλα τα δεδομένα του μοντέλου να είναι γνωστά πριν την έναρξη του δρομολογίου.

δ) Στο Κεφάλαιο 5 μελετάται η συμπεριφορά μοντέλων του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων σε μεγάλη κλίμακα με μεγάλο αριθμό δεδομένων, καθώς και μια προσεγγιστική μέθοδος επίλυσης.

ε) Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται αριθμητικά αποτελέσματα των διαφόρων δοκιμών καθώς και τα εξαγόμενα συμπεράσματα αυτών.

στ) Στο κεφάλαιο 7 παρουσιάζονται κάποια γενικά συμπεράσματα και προτάσεις, με βάση την ολοκλήρωση των δοκιμών.

Η εκτέλεση των αλγορίθμων επίλυσης καθώς και η μελέτη και απεικόνιση του συνόλου των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας,

εκτελέστηκαν σε προσωπικό ηλεκτρονικό υπολογιστή. Το υπολογιστικό του σύστημα είχε τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Επεξεργαστής (CPU): Intel(R) Core(TM) i5-1235U, 1.30 GHz
- Μνήμη RAM: 8 GB
- Σκληρός δίσκος: SSD 512GB
- Κάρτα Γραφικών (GPU): Intel UHD Graphics (shared memory)
- Λειτουργικό Σύστημα: Windows 11 Home
- Λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε: Google OR-Tools, Python, MS Excel

## Κεφάλαιο 2. ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ

---

### 2.1 Εφοδιαστική Αλυσίδα

Σύμφωνα με τον ορισμό των Chopra και Meindl, η εφοδιαστική αλυσίδα (supply chain) περιλαμβάνει κάθε οντότητα-διαδικασία που συμμετέχει στην ικανοποίηση της ζήτησης ενός πελάτη. Περιλαμβάνει εκτός από την κατασκευή-παρασκευή αγαθών, την αποθήκευση, μεταφορά, πώληση, ακόμα και τους ίδιους τους πελάτες, καθώς και την ανάπτυξη προϊόντων, το marketing, τις διαδικασίες, οικονομικά στοιχεία κλπ. [13].

Στόχος της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι η μεγιστοποίηση της συνολικής παραγόμενης αξίας. Το παραπάνω μέγεθος ισούται με τη διαφορά του συνολικού κόστους ικανοποίησης της ζήτησης του πελάτη από την αξία του τελικού προϊόντος. Η αξία του προϊόντος για τον πελάτη ποικίλει και εξαρτάται από το ποσό που αυτός είναι διατεθειμένος να διαθέσει για την ικανοποίηση μιας ανάγκης του.

Από τις δραστηριότητες και τα αποτελέσματα της εφοδιαστικής αλυσίδας εξαρτάται ο βαθμός ικανοποίησης των πελατών και κατά συνέπεια η φήμη και η θέση μιας εταιρίας στην αγορά. Με προαπαιτούμενο την ικανοποίηση των πελατών, γίνεται προσπάθεια ελαχιστοποίησης του κόστους προμήθειας πρώτων υλών, παραγωγής τελικών προϊόντων, αποθήκευσης και μεταφοράς τους, πάντα σε συμμόρφωση με τα πρότυπα ποιότητας και διαχείρισης των προϊόντων.

Βασικές δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι οι εξής:

- Προμήθεια υλικών/ προϊόντων
- Αποθήκευση
- Παραγωγή
- Διαχείριση αποθεμάτων
- Μεταφορά
- Διαχείριση πληροφοριών

### 2.2 Logistics

Εφοδιαστική (Logistics) είναι το σύνολο των απαραίτητων διεργασιών για τον σχεδιασμό, την υλοποίηση και τον έλεγχο:

- της ροής (της μεταφοράς, της διαμεταφοράς και της αποθήκευσης) αγαθών και εμπορευμάτων από οποιοδήποτε σημείο προέλευσης σε οποιοδήποτε σημείο προορισμού και αντιστρόφως,



- της παροχής συναφών υπηρεσιών και της σχετικής πληροφορίας [6].

Στόχος είναι η μεταφορά αγαθών στον σωστό τόπο, τη σωστή στιγμή, βελτιστοποιώντας κάποιο μελετώμενο μέγεθος (λ.χ. ελαχιστοποίηση κόστους ή χρόνου) και παράλληλα ικανοποιώντας κάποιους περιορισμούς. Αξίζει να σημειωθεί ότι η βελτιστοποίηση ενός τμήματος της διαδικασίας μπορεί να έχει αρνητικό αντίκτυπο σε ένα άλλο τμήμα. Για παράδειγμα η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου μιας δραστηριότητας μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα αύξηση του κόστους μιας άλλης. Έτσι η βελτιστοποίηση πρέπει να αφορά το σύνολο των δραστηριοτήτων.



Εικόνα ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ-1: Σχηματική απεικόνιση των διεργασιών των Logistics.

## 2.3 Μεταφορές

Μεγάλη προσοχή δίνεται στον τομέα των μεταφορών, της βασικότερης ενδεχομένως δραστηριότητας της εφοδιαστικής αλυσίδας, καθώς αποτελεί το 1/3 - 2/3 του συνολικού κόστους των Logistics. Η μελέτη και σχεδίαση των μεταφορών στοχεύουν:

- στην ικανοποίηση των πελατών (έγκαιρες παραδόσεις, χωρίς απώλειες κλπ.),
- στην αύξηση της αποδοτικότητας (μείωση χρόνου παράδοσης και αύξηση της συνέπειας ως προς το καθορισμένο χρονοδιάγραμμα),
- στην ελαχιστοποίηση τους κόστους (προσωπικού, οχημάτων, υπερωριών).

Σχετικά με τη στρατηγική των μεταφορών μιας εταιρίας, παρέχονται οι εξής επιλογές:

- χρησιμοποίηση ιδιωτικών μέσων μεταφοράς (οχημάτων, πλοίων κλπ.),
- χρησιμοποίηση κοινών μέσων μεταφοράς (τρένων, μεταφορικών εταιριών κλπ.),
- χρησιμοποίηση των υπηρεσιών ενός τρίτου μεταφορέα (Third Party Logistics - 3PL).

Οι μεταφορές πραγματοποιούνται με συγκεκριμένα μέσα μεταφοράς (οδικώς, αεροπορικώς κλπ.) ή με διαφόρους συνδυασμούς αυτών (combined/ intermodal transportation).

## 2.4 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων έχει στόχο την εύρεση της βέλτιστης διαδρομής οχημάτων, με σκοπό την εξυπηρέτηση των κόμβων/ πελατών, με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κόστους ή/ και της συνολικής διαδρομής. Αρχικά μελετήθηκε από τους Dantzig και Ramser σε ένα πρόβλημα μεταφοράς βενζίνης μεταξύ ενός κεντρικού και ενός αριθμού επιμέρους σταθμών χορήγησης καυσίμων [6]. Κάποια χρόνια αργότερα οι Clark και Wright μελέτησαν το πρόβλημα με την εφαρμογή ενός ευρετικού αλγόριθμου, με καλύτερα αποτελέσματα [7]. Μια σειρά δεδομένων καθορίζουν το πρόβλημα και τον τρόπο επίλυσής του, συμπεριλαμβανομένων του σημείου εκκίνησης των μεταφορικών οχημάτων (depot), του αριθμού των οχημάτων, του χρονικού διαστήματος μεταφοράς και παράδοσης των προϊόντων, της κυκλοφοριακής κίνησης, του οδικού δικτύου κλπ.

Ανάλογα με τα δεδομένα και τους περιορισμούς, διαμορφώνονται διαφορετικά είδη του Προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Το δρομολόγιο ενδέχεται να απαιτείται να εκτελεστεί εντός συγκεκριμένων χρονικών διαστημάτων (VRP with Time Windows – VRPTW), με περιορισμένη χωρητικότητα οχημάτων (Capacitated VRP – CVRP), εκτελώντας παραδόσεις και παραλαβές (Pickup and Delivery VRP), με ειδικά οχήματα και φορτίο (Load Specific Vehicles VRP) κλπ.

Ανήκει στην κατηγορία των NP-Hard (nondeterministic polynomial time - hard) Combinatorial προβλημάτων, για τα οποία οι υπολογιστικές απαιτήσεις αυξάνουν συνεχώς για αυξανόμενο αριθμό σημείων/ κόμβων, με αποτέλεσμα να μην προκύπτει λύση από έναν αριθμό σημείων και πάνω. Διάφοροι ευρετικοί αλγόριθμοι έχουν προταθεί για τη μελέτη αυτών των προβλημάτων, όπως οι genetic, tabu search, local search και ant colony, με χαρακτηριστικό τους την εξαγωγή αρχικών συμπερασμάτων ειδικότερα σε προβλήματα μικρής κλίμακας, αλλά τα μη ικανοποιητικά αποτελέσματα σε μεγάλα και δυναμικά προβλήματα [1]. Το γνωστότερο πρόβλημα δρομολόγησης είναι αυτό του περιπλανώμενου πωλητή (Traveling Salesman Problem – TSP), το οποίο μελετά την ελαχιστοποίησης της διαδρομής ενός πωλητή που επισκέπτεται ένα σύνολο πόλεων επιστρέφοντας τελικά στην αφετηρία του.

## 2.5 Δεδομένα Εργασίας

Εξετάζεται η δρομολόγηση οχημάτων σε έναν αριθμό γνωστών κόμβων (σημείου εκκίνησης και προορισμών/ πελατών), με ζητούμενο την ικανοποίηση της κάθε ζήτησης στον ελάχιστο δυνατό χρόνο [3]. Τα δρομολόγια των οχημάτων δεν θα είναι «ανοιχτά» αλλά θα καταλήγουν στον αρχικό κόμβο, όπως στο κλασσικό Πρόβλημα του Περιπλανώμενου Πωλητή (Travelling Salesman Problem).

Στο πρώτο σκέλος της εργασίας μελετώνται το στατικό και το δυναμικό μοντέλο δύο προβλημάτων δρομολόγησης, με 16 και 30 εξεταζόμενους κόμβους αντίστοιχα. Αρχικά μελετήθηκαν οι 30 κόμβοι και έπειτα οι 16 από αυτούς, οι οποίοι βρίσκονται κοντά μεταξύ τους, με στόχο την εξαγωγή συμπερασμάτων για ένα πρόβλημα με κόμβους που παρουσιάζουν μικρή διασπορά. Γνωρίζοντας τις συντεταγμένες των εξεταζόμενων σημείων/ κόμβων, αρχικά υπολογίζονται οι μεταξύ τους αποστάσεις. Με βάση αυτές υπολογίζεται το βέλτιστο δρομολόγιο (ελάχιστος χρόνος) του οχήματος, με προαπαιτούμενα την επίσκεψη όλων των σημείων και τελικά την επιστροφή του οχήματος στον κόμβο της αφετηρίας. Πρόκειται για ένα «full mess» δίκτυο, στο οποίο από κάθε κόμβο υπάρχει δυνατότητα μετακίνησης προς οποιονδήποτε άλλον. Ουσιαστικά πρόκειται για ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (VRP with Time Windows – VRPTW).

Στο στατικό μοντέλο σχηματίζεται μια λίστα ζητήσεων σύμφωνα με τη χρονολογική σειρά εμφάνισής τους. Τη χρονική στιγμή  $t=0$ , στην οποία τα οχήματα είναι διαθέσιμα για την έναρξη των δρομολογίων, η λίστα αυτή κλείνει και δεν γίνονται δεκτές νέες ζητήσεις. Στο δυναμικό μοντέλο αντίθετα, νέες ζητήσεις είναι δυνατόν να προκύψουν έπειτα από τη χρονική στιγμή  $t=0$ , δηλαδή μετά την έναρξη του δρομολογίου και άμεσα να εξεταστούν προς ικανοποίηση. Ο χρονικός ορίζοντας χωρίζεται σε τέσσερα χρονοπαράθυρα (0-120, 120-240, 240-360, 360-480min/ (06:00-08:00, 08:00-10:00, 10:00-12:00, 12:00-14:00). Κάθε νέα ζήτηση εξετάζεται προς ικανοποίηση από το επόμενο χρονοπαράθυρο από την εμφάνισή της και έπειτα. Η χωρητικότητα των οχημάτων επαρκεί για τη μεταφορά όλων των φορτίων σε όλους τους κόμβους/ πελάτες. Ο χρόνος αναμονής έως την ικανοποίηση της ζήτησης κάθε κόμβου ορίστηκε αρκετά μεγάλος (800 και 1.000min αντίστοιχα για κάθε πρόβλημα δρομολόγησης), ώστε να μην επηρεάσει το αποτέλεσμα σε περίπτωση που λόγω τυχαιότητας, πολλές ζητήσεις προέκυπταν εντός του ίδιου χρονοπαραθύρου. Το όχημα επισκέπτεται κάθε πελάτη μία φορά, οπότε κόμβοι που έχουν εξεταστεί (το όχημα τους έχει επισκεφτεί) δεν επανεξετάζονται. Η περιοχή που εξετάζεται ανήκει στους νομούς Λάρισας και

Μαγνησίας και οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν σημεία λιανικής πώλησης προϊόντων της τοπικής γαλακτοβιομηχανίας «ΕΒΟΛ».

Για το πρόβλημα μεγάλης κλίμακας μελετήθηκε μια περιοχή της Αθήνας συνολικής επιφάνειας περίπου 100km<sup>2</sup> με 100 και 200 κόμβους ζητήσεων αντίστοιχα. Υπολογίστηκαν οι ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των κόμβων, ενώ με χρήση της εφαρμογής Google maps βρέθηκαν οι χρόνοι μετάβασης μεταξύ συγκεκριμένων κόμβων και έπειτα με γραμμική παλινδρόμηση μια ικανοποιητική σχέση μεταξύ απόστασης και χρόνου για κάθε διαδρομή. Μελετήθηκαν περιπτώσεις διαφορετικής χωρητικότητας οχημάτων, με εξυπηρέτηση όλων των ζητήσεων εντός του χρονικού διαστήματος 1-1.439min. Το συγκεκριμένο χρονικό εύρος ορίστηκε αρκετά μεγάλο, ώστε να επιτρέπει τη μεταφορά των προϊόντων σε όλους τους κόμβους ζήτησης. Εφαρμόστηκαν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης, καθώς και διαφορετικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης. Μελετήθηκαν προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα, τόσο χωρίς όσο και με περιορισμούς στη μεταφορική ικανότητα των οχημάτων και (Capacitated VRP with Time Windows – CVRPTW).

## 2.6 Google OR-Tools

Τα Google OR-Tools είναι ένα λογισμικό ανοιχτού κώδικα που έχει αναπτύξει η Google και χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων επιχειρησιακής έρευνας (Operations Research - OR). Υποστηρίζουν ένα πλήθος γλωσσών προγραμματισμού, όπως Python, C++ και Java, ενώ χρησιμοποιούνται επίσης για τη βελτιστοποίηση λύσεων προβλημάτων όπως:

- Δρομολόγηση οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP)
- Προγραμματισμός εργασιών (Job Scheduling)
- Προβλήματα περιορισμών (Constraint Programming - CP)
- Γραμμικός και ακέραιος προγραμματισμός (Linear & Integer Programming - LP & ILP)

Τα OR-Tools χρησιμοποιούν διάφορες μεθοδολογίες όπως:

- Simplex και solvers ακέραιου προγραμματισμού (π.χ. GLOP, SCIP, Gurobi)
- Constraint Solvers για επίλυση προβλημάτων με περιορισμούς
- Μετα-ευρετικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης, όπως Tabu Search & Simulated Annealing

Ορισμένες εφαρμογές των OR-Tools είναι οι εξής:

- Βελτιστοποίηση προβλημάτων δρομολόγησης

- Διαχείριση και λειτουργία μιας αποθήκης (π.χ. εύρεση του βέλτιστου τρόπου τοποθέτησης και διακίνησης προϊόντων).
- Βελτιστοποίηση χρονοδιαγραμμάτων (π.χ. ανάθεση καθηκόντων σε υπαλλήλους με χρονικούς και άλλους περιορισμούς).
- Δίκτυα και κυκλοφορία δεδομένων (π.χ. εύρεση της βέλτιστης μεταφοράς δεδομένων μέσω διαδικτύου).

Ειδικά στην περίπτωση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων, τα OR-Tools παρέχουν τη δυνατότητα λύσης προβλημάτων εφαρμόζοντας πληθώρα μεθόδων, όπως Christofides και Savings, σε συνδυασμό με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης, όπως Tabu search, Simulated Annealing κ.α.. Παράλληλα, δίνεται η δυνατότητα μελέτης των προβλημάτων με εκτέλεση των δρομολογίων από 1 ή περισσότερα μέσα.

## 2.7 Χρονικά Παράθυρα

Σε ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων είναι δυνατό να υπάρχουν περιορισμοί σχετικά με το χρόνο εξυπηρέτησης των πελατών ή το χρόνο παράδοσης ειδικών προϊόντων (ευπαθή τρόφιμα, φάρμακα κλπ.). Το 1977 ο Russell εφάρμοσε έναν αλγόριθμο επίλυσης του προβλήματος πλανόδιου πωλητή, με  $m$  πωλητές και  $n$  πόλεις προς επίσκεψη, λαμβάνοντας υπόψη και χρονικούς περιορισμούς, σύμφωνα με τους οποίους το χρονικό διάστημα επίσκεψης κάθε πόλης έπρεπε να είναι καθορισμένο [14].

Τα χρονοπαράθυρα σε ένα πρόβλημα δύνανται να είναι:

- Αυστηρά καθορισμένα, στα οποία καμία νέα άφιξη ζήτησης δεν επιτρέπεται πέραν των ορίων τους. Ο πελάτης δεν δύναται να εξυπηρετηθεί πριν την έναρξή τους, όπως επίσης δεν θα εξυπηρετηθεί αν το δρομολόγιο δεν εκτελεστεί έως τη χρονική στιγμή λήξης του χρονοπαραθύρου.
- Λιγότερο αυστηρά, στα οποία ο πελάτης δύναται να εξυπηρετηθεί και πέραν των ορίων τους. Επιτρέπεται η έως έναν βαθμό παραβίαση του δρομολογίου με ενδεχόμενη επιβολή κάποιας ποινής σε τέτοια περίπτωση (μεθοδολογία «ποινολόγιο»). Το θέμα μελετήθηκε από τον Qureshi σε ένα πρόβλημα με λιγότερο αυστηρά καθορισμένα χρονοπαράθυρα (Soft Time Windows) [15].

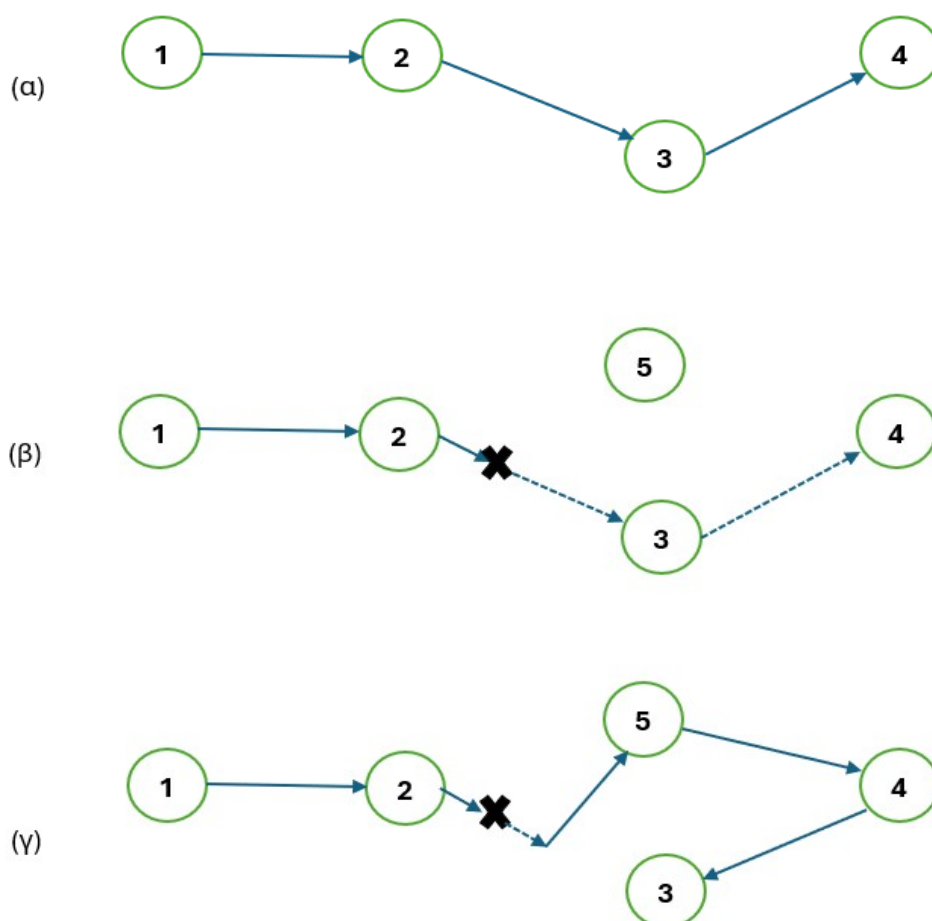
Πλήθος προβλημάτων δρομολόγησης δεν επιλύονται με εφαρμογή αυστηρών χρονοπαραθύρων, καθώς όμως μειώνεται η αυστηρότητά τους, τόσο πιθανότερη είναι η

εξεύρεση λύσης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι ολοένα αυξανόμενες ανάγκες για ταχυμεταφορές προϊόντων στην πόρτα του πελάτη (door to door shipment), όπου σημαντικό κομμάτι της εξυπηρέτησης αποτελεί η έγκαιρη παράδοση χωρίς ταυτόχρονη καθυστέρηση των επόμενων προϊόντων.

### 3.1 Μοντελοποίηση

Στο δυναμικό μοντέλο του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων, οι νέες ζητήσεις που προκύπτουν κατά την εξέλιξη του δρομολογίου δεν επηρεάζουν την διανυθείσα έως τότε διαδρομή, επηρεάζουν όμως την εξέλιξη του δρομολογίου και τη σειρά επίσκεψης των υπολειπόμενων κόμβων. Ζητούμενο είναι η εύρεση της βέλτιστης δυνατής διαδρομής καθώς προκύπτουν νέες ζητήσεις. Στην πραγματικότητα η διαδρομή αυτή θα παραμείνει η βέλτιστη αν και μόνο αν δεν προκύψουν επιπλέον ζητήσεις μετά την έναρξή της.

Ένα δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων μπορεί να μοντελοποιηθεί όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-1.



**Εικόνα ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ-2:** Μοντελοποίηση δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων.

Αρχικά το μοντέλο υπολογίζει τη βέλτιστη λύση/ διαδρομή ( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ ), με βάση τα δεδομένα που έχουν εισαχθεί (χρονική σειρά και θέσεις κόμβων/ ζητήσεων) (Σχήμα 2-1-α). Όταν το όχημα βρεθεί στο σημείο X και αφού έχει επισκεφθεί τον κόμβο 2 και κατευθύνεται προς τον κόμβο 3, προκύπτει μια νέα ζήτηση από τον κόμβο 5 (Σχήμα 2-1-β). Το μοντέλο τώρα υπολογίζει το νέο βέλτιστο δρομολόγιο (Σχήμα 2-1-γ), συμπεριλαμβάνοντας και τη νέα ζήτηση σε αυτές που δεν έχουν ικανοποιηθεί. Το υπόλοιπο της διαδρομής δεν θα έχει το σημείο X σαν σημείο έναρξης αλλά ένα σημείο μετά από αυτό, καθώς απαιτείται κάποιος χρόνος για τον υπολογισμό του νέου δρομολογίου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται καθώς προκύπτουν νέες ζητήσεις προς ικανοποίηση.

### 3.2 Μεθοδολογία

Η μεθοδολογία μελέτης του δυναμικού μοντέλου ενός προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων βασίστηκε στην τυχαιότητα επιλογής τόσο του αριθμού των υπομοντέλων (με μέγιστο 3) όσο και του αριθμού των κόμβων που καθένα από αυτά περιλαμβάνει και των χρονοπαραθύρων στα οποία θα ικανοποιηθούν οι ζητήσεις. Οι παραπάνω επιλογές πραγματοποιήθηκαν με τη βοήθεια της ιστοσελίδας «<https://www.random.org>» με βάση τα παρακάτω βήματα για το πρόβλημα των 30 κόμβων:

α) Επιλογή ενός αριθμού μεταξύ 1-30, όσοι είναι και οι εξεταζόμενοι κόμβοι. Τόσοι κόμβοι θα ικανοποιηθούν κατά την επίλυση του πρώτου υπομοντέλου, για παράδειγμα επιλέγεται ο αριθμός 8.

β) Επιλογή τόσων αριθμών μεταξύ 1-30 όσων και ο αριθμός που επιλέχθηκε στο βήμα (α), στο παράδειγμα 8 διαφορετικών αριθμών μεταξύ 1-30. Αυτοί θα είναι οι κόμβοι που θα ικανοποιηθούν κατά την επίλυση του πρώτου υπομοντέλου.

γ) Για κάθε έναν από τους κόμβους του βήματος (β) επιλέγεται ένας αριθμός μεταξύ 1-4, ο οποίος δηλώνει σε ποιο χρονοπαραθύρο ικανοποιείται η ζήτηση του αντίστοιχου κόμβου.

δ) Επιλέγεται ένας αριθμός μεταξύ  $1-[30-(\text{αριθμός βήματος (α)})]$ , που αντιστοιχεί στους υπολειπόμενους κόμβους που δεν εξετάστηκαν, στο παράδειγμα μεταξύ 1-22. Τόσων κόμβων οι ζητήσεις θα ικανοποιηθούν κατά την επίλυση του δεύτερου υπομοντέλου.

ε) Επιλογή τόσων νέων αριθμών μεταξύ 1-30, όσοι και ο αριθμός που επιλέχθηκε στο βήμα (δ). Αυτοί θα είναι οι κόμβοι που θα ικανοποιηθούν κατά την επίλυση του δεύτερου υπομοντέλου. Αποκλείονται οι κόμβοι που έχουν ήδη εξεταστεί/ ικανοποιηθεί κατά την επίλυση του πρώτου υπομοντέλου.



στ) Για κάθε έναν από τους κόμβους του βήματος (ε) επιλέγεται ένας αριθμός μεταξύ 2-4, ο οποίος δηλώνει σε ποιο χρονοπαράθυρο ικανοποιείται ο αντίστοιχος κόμβος. Αποκλείεται ο αριθμός 1 και το πρώτο χρονοπαράθυρο σαν επιλογή επίσκεψης των κόμβων, καθώς έχει ήδη ξεκινήσει το δρομολόγιο και οι νέες ζητήσεις μπορούν να ικανοποιηθούν από την έναρξη του δεύτερου χρονοπαραθύρου και έπειτα.

ζ) Επιλέγεται ένας αριθμός μεταξύ  $1 - [(30 - (\text{αριθμός βήματος } (\alpha)) - (\text{αριθμός βήματος } (\beta)))]$ . Τόσων κόμβων οι ζητήσεις ικανοποιούνται κατά την επίλυση του τρίτου υπομοντέλου.

η) Επιλογή τόσων νέων αριθμών μεταξύ 1-30 όσων και ο αριθμός που επιλέχθηκε στο βήμα (ζ). Αποκλείονται πάλι οι κόμβοι που εξετάστηκαν στα δύο προηγούμενα υπομοντέλα.

θ) Για κάθε έναν από τους κόμβους του βήματος (η) επιλέγεται ένας αριθμός μεταξύ 3-4, ο οποίος δηλώνει σε ποιο χρονοπαράθυρο το όχημα επισκέπτεται τον αντίστοιχο κόμβο. Αποκλείονται τα πρώτο και δεύτερο χρονοπαράθυρα σαν επιλογή επίσκεψης των κόμβων, καθώς οι νέες ζητήσεις προκύπτουν κατά τη διάρκεια του δεύτερου χρονοπαραθύρου και κατά συνέπεια μπορούν να ικανοποιηθούν από την έναρξη του τρίτου χρονοπαραθύρου και έπειτα. Αν υπάρχουν αριθμοί μεταξύ 1-30 που δεν έχουν επιλεγεί στα βήματα (β), (ε), (η), είναι οι κόμβοι που δεν έχουν τοποθετηθεί σε κάποιο χρονοπαράθυρο και θα εξεταστούν στο τέταρτο και τελευταίο.

Στο πρώτο υπομοντέλο αρχικός κόμβος (DEPOT) είναι ο 0. Στο δεύτερο υπομοντέλο αρχικός κόμβος επιλέγεται ο τελευταίος από τον οποίο διέρχεται το δρομολόγιο του πρώτου υπομοντέλου εντός του πρώτου χρονοπαραθύρου, δηλαδή στο χρονικό διάστημα 0-120min. Εάν κανένας κόμβος δεν εξυπηρετείται εντός του πρώτου χρονοπαραθύρου αλλά από το δεύτερο και έπειτα, αρχικός κόμβος επιλέγεται και πάλι ο 0. Στο τρίτο υπομοντέλο αρχικός κόμβος επιλέγεται ο τελευταίος από τον οποίο διέρχεται το δρομολόγιο του δεύτερου υπομοντέλου έως τη λήξη του δεύτερου χρονοπαραθύρου, δηλαδή στο χρονικό διάστημα 120-240min. Εάν αντίστοιχα κανένας κόμβος δεν εξυπηρετείται εντός του δεύτερου χρονοπαραθύρου, αρχικός κόμβος επιλέγεται ο τελευταίος του πρώτου υπομοντέλου. Αντίστοιχη διαδικασία ακολουθήθηκε και για το πρόβλημα των 16 κόμβων.

Οι υπολογισμοί των αποστάσεων και της χρονικής διάρκειας μετάβασης από κόμβο σε κόμβο πραγματοποιήθηκαν με τη βοήθεια ενός αρχείου excel με μακροεντολές, η εκτέλεση του οποίου έγινε με τη βοήθεια του πακέτου OR-Tools, ενεργοποιώντας ένα κλειδί της

Google. Στο εν λόγω αρχείο εισήχθησαν οι συντεταγμένες των κόμβων προς εξυπηρέτηση, η ζήτηση κάθε πελάτη και τα χρονοπαράθυρα εντός των οποίων πρέπει να ικανοποιηθεί, η χωρητικότητα και ο αριθμός των μεταφορικών οχημάτων, καθώς και οι χρόνοι εξυπηρέτησης κάθε κόμβου και αναμονής των οχημάτων. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια εφαρμογής, τα φύλλα excel «τρέχουν», επιλέγοντας την εφαρμοζόμενη μέθοδο, καθώς και τον επιθυμητό αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Το περιβάλλον της εφαρμογής φαίνεται στις εικόνες 3-2 και 3-3.

VRP Optimization Αρχική Επίλυση Προβολές Ανωφόρτιση Πρότυπα Σχετικά Επαφή Hello abalikos@uth.gr! Log off

### Δεδομένα Προβλήματος

**Επίλυση**

- ALL\_UNPERFORMED
- AUTOMATIC**
- CHRISTOFIDES
- EVALUATOR\_STRATEGY
- FIRST\_UNBOUND\_MIN\_VALUE
- GLOBAL\_CHEAPEST\_ARC
- LOCAL\_CHEAPEST\_ARC
- LOCAL\_CHEAPEST\_INSERTION
- PARALLEL\_CHEAPEST\_INSERTION
- PATH\_CHEAPEST\_ARC
- PATH\_MOST\_CONSTRAINED\_ARC
- SAVINGS
- SWEEP
- AUTOMATIC

Επιλογή Local Metaheuristic  
AUTOMATIC

**Εικόνα ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ-3:** Περιβάλλον εφαρμογής υπολογισμών και μπάρα επιλογής μεθόδου επίλυσης.

VRP Optimization Αρχική Επίλυση Προβολές Ανωφόρτιση Πρότυπα Σχετικά Επαφή Hello abalikos@uth.gr! Log off

### Δεδομένα Προβλήματος

**Επίλυση**

Επιλογή Αλγορίθμου Επίλυσης  
CVRPWT-Capacited VRP with Time V

Επιλογή Αρχείου Επίλυσης  
abalikos@uth.gr\_100-1000.xlsx

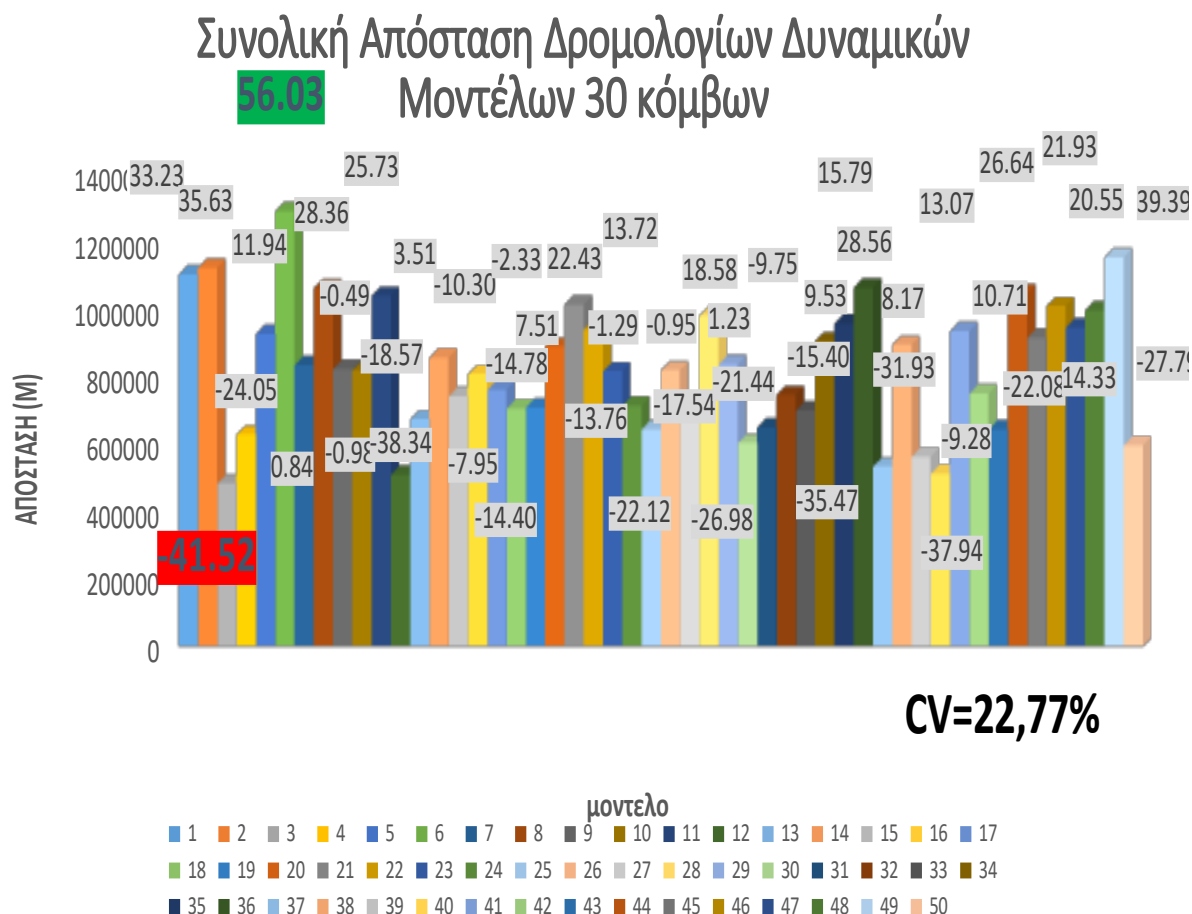
Κλειδί GoogleAPI(Εάν δεν υπάρχει στο αρχείο δεδομένων)  
YOUR\_GOOGLE\_API\_KEY

**AUTOMATIC**

- GENERIC\_TABU\_SEARCH
- GREEDY\_DESCENT
- GUIDED\_LOCAL\_SEARCH
- SIMULATED\_ANNEALING
- TABU\_SEARCH
- AUTOMATIC

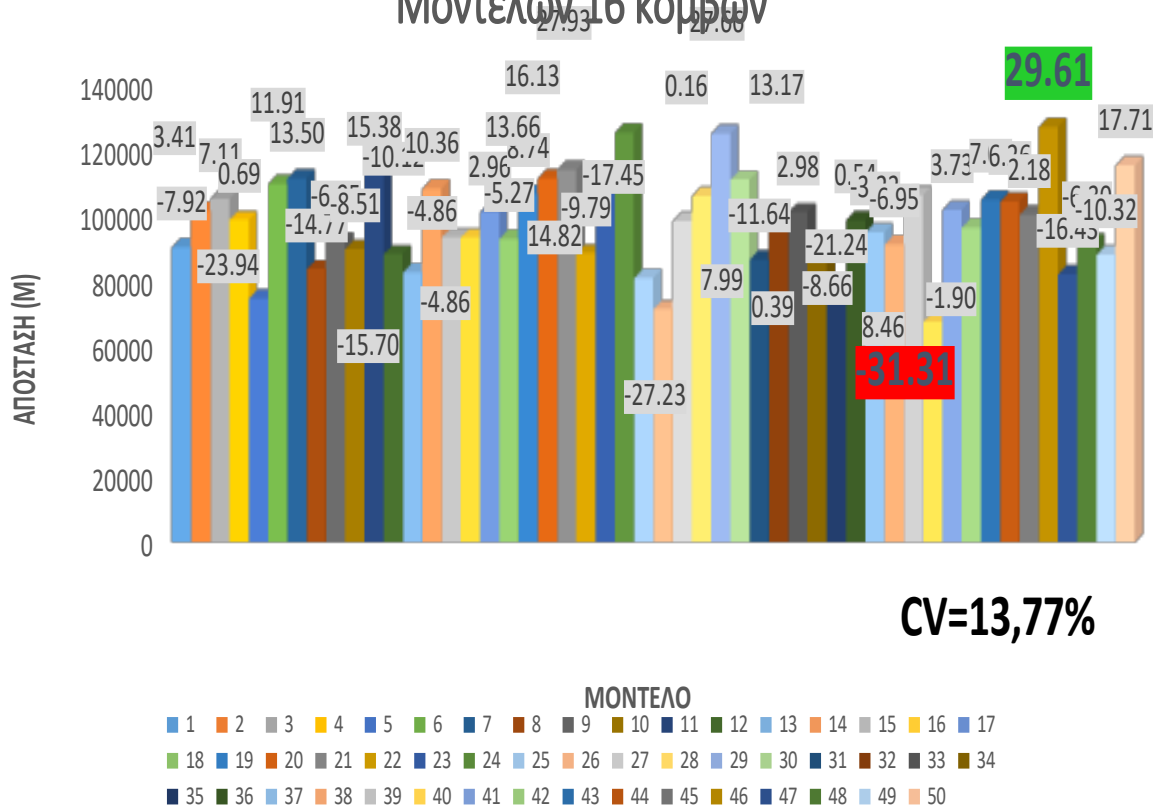
**Εικόνα ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ-4:** Περιβάλλον εφαρμογής υπολογισμών και μπάρα επιλογής αλγορίθμου βελτιστοποίησης.

Με την επίλυση των προβλημάτων και προσθέτοντας τις επιμέρους αποστάσεις των τόξων των δρομολογίων, υπολογίζεται η συνολική απόσταση που διανύει το όχημα σε κάθε υπομοντέλο αλλά και σε κάθε δυναμικό μοντέλο συνολικά (Διαγράμματα 3-1 και 3-2). Συνολικά μελετήθηκαν 50 μοντέλα σε κάθε πρόβλημα.



**Διάγραμμα ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ-1.** Γράφημα συνολικής απόστασης δρομολογίων κάθε δυναμικού μοντέλου στο πρόβλημα των 30 κόμβων.

## Συνολική Απόσταση Δρομολογίων Δυναμικών Μοντέλων 16 κόμβων



**Διάγραμμα ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ-2.** Γράφημα συνολικής απόστασης δρομολογίων κάθε δυναμικού μοντέλου στο πρόβλημα των 16 κόμβων.

### 3.3 Συμπεράσματα

Βάση της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε, γνωρίζοντας τις αποστάσεις μεταξύ των κόμβων, υπολογίστηκε η διανυθείσα απόσταση κάθε υπομοντέλου ξεχωριστά, αλλά και κάθε μοντέλου συνολικά. Ο μέσος όρος των αποστάσεων των μοντέλων υπολογίστηκε 833,58km και 98,46km για τα προβλήματα των 30 και 16 κόμβων αντίστοιχα.

Στο γράφημα του προβλήματος των 16 κόμβων οι τιμές παρουσιάζουν μικρότερη διακύμανση. Οι αριθμοί πάνω από κάθε ράβδο δηλώνουν τη ποσοστιαία διαφορά κάθε αποτελέσματος από τον μέσο όρο. Με πράσινο και κόκκινο πλαίσιο φαίνονται οι μεγαλύτερες θετικές και αρνητικές διαφορές. Η μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή διαφορά παρατηρείται στο μοντέλο 40 (31,31%), ενώ στο πρόβλημα των 30 κόμβων στο 3° (41,52%). Ως μέτρο διασποράς των τιμών μετρήθηκε ο συντελεστής μεταβλητότητας που βρέθηκε ίσος με 22,77% και 13,77% για τα προβλήματα των 30 και 16 κόμβων αντίστοιχα. Ο μεγαλύτερος συντελεστής μεταβλητότητας εξηγείται λόγω μεγαλύτερου μέσου όρου και μεγαλύτερης

στατιστικής σταθερότητας λόγω μεγαλύτερου δείγματος και μεγαλύτερου αριθμού δεδομένων.

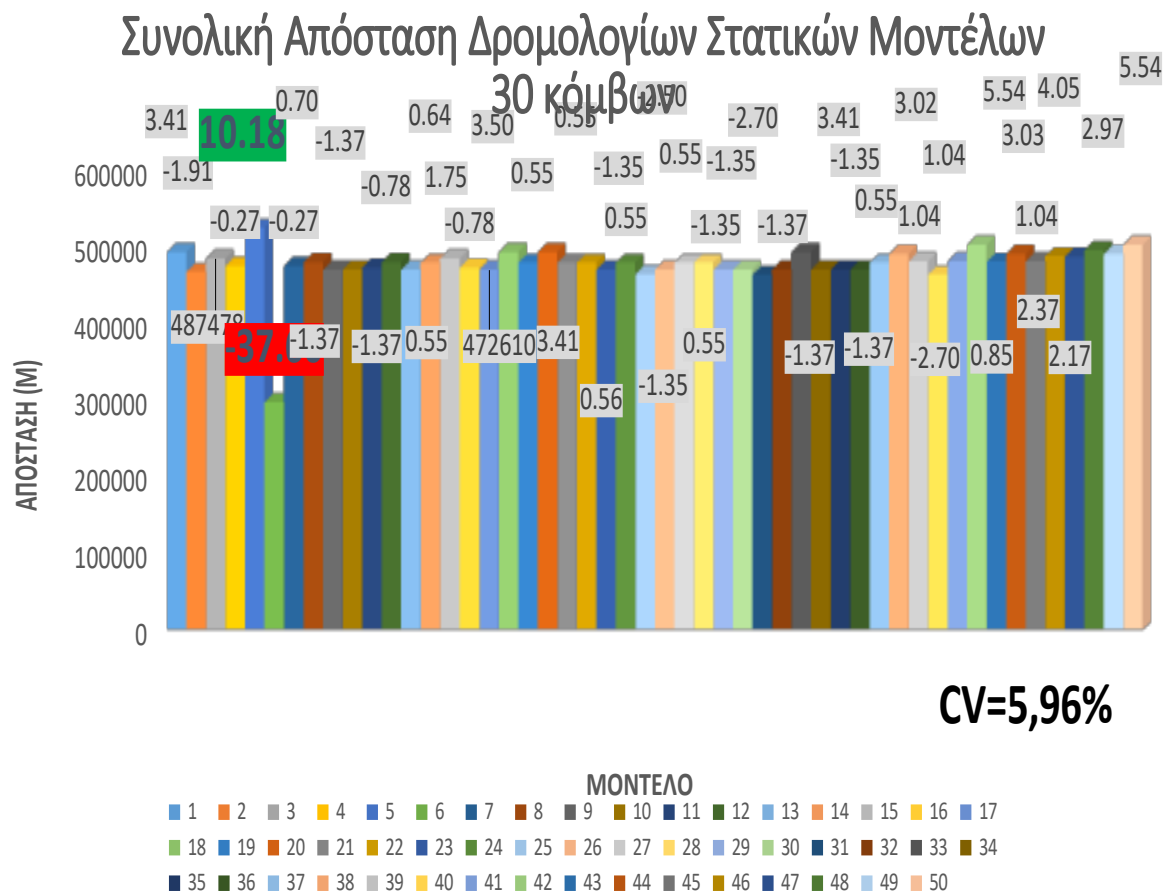
## Κεφάλαιο 4. ΣΤΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

---

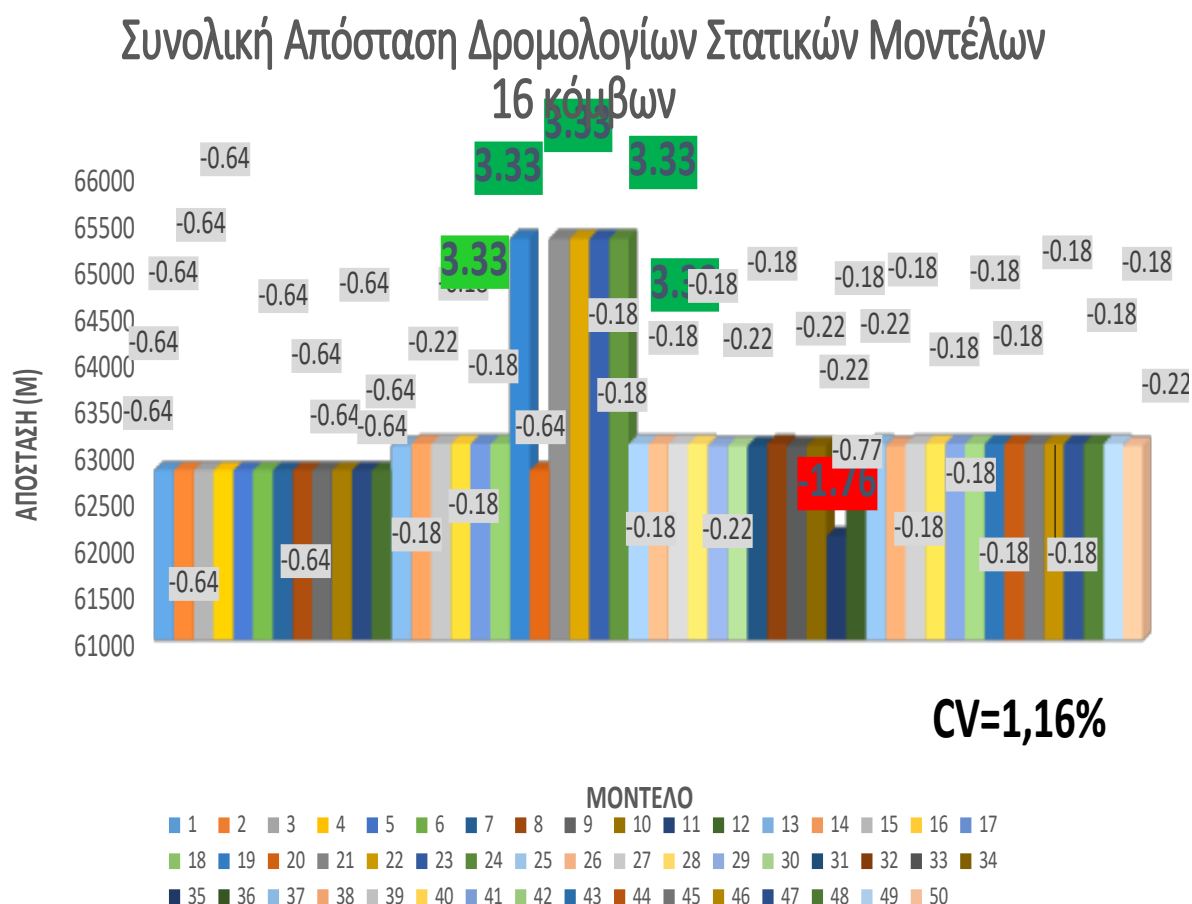
### 4.1 Μεθοδολογία

Στο στατικό μοντέλο του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων το δρομολόγιο καθορίζεται πριν την έναρξή του και τυχόν νέες ζητήσεις που προκύπτουν κατά την εξέλιξή του δε λαμβάνονται υπόψη και συνεπώς δεν μπορούν να ικανοποιηθούν. Η χρονολογική σειρά των ζητήσεων συνήθως δεν αντιστοιχεί και στη σειρά επίσκεψης κάθε κόμβου και κατά συνέπεια δεν ικανοποιείται η αρχή «First-Come-First-Served». Αναμένεται η λύση του προβλήματος να είναι καλύτερη από την αντίστοιχη του δυναμικού μοντέλου, καθώς όλες οι παράμετροι είναι γνωστές εκ των προτέρων και καμία νέα δε θα ληφθεί υπόψη κατά τη διάρκεια της επίλυσης.

Καθορίζονται τα δρομολόγια, τα οποία θα διέλθουν και από τους 16 και 30 κόμβους/ζητήσεις αντίστοιχα, η εξυπηρέτηση των οποίων θα γίνει εντός των ίδιων χρονοπαραθύρων, όπως καθορίστηκαν με βάση τη μεθοδολογία του Κεφαλαίου 3. Το άνω όριο των χρονοπαραθύρων ορίστηκε αρκετά μεγάλο, ώστε να μην επηρεάσει τα αποτελέσματα στην περίπτωση που υπερβολικά μεγάλος αριθμός ζητήσεων προέκυπτε εντός του ίδιου χρονοπαραθύρου και κατά συνέπεια το διάστημα των 120 λεπτών (διάρκεια χρονοπαραθύρου) δεν επαρκούσε για την ικανοποίησή τους. Παράλληλα οι υπολογισμοί χρόνων και αποστάσεων πραγματοποιούνται με τη βοήθεια του λογιστικού φύλλου μακροεντολών και της εφαρμογής που προαναφέρθηκαν. Με την επίλυση των προβλημάτων υπολογίζεται η συνολική απόσταση που διανύει το όχημα σε κάθε στατικό μοντέλο (Διαγράμματα 4-1 και 4-2).



**Διάγραμμα ΣΤΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ-3.** Γράφημα συνολικής απόστασης των δρομολογίων κάθε στατικού μοντέλου στο πρόβλημα των 30 κόμβων.



**Διάγραμμα ΣΤΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ-4.** Γράφημα συνολικής απόστασης των δρομολογίων κάθε στατικού μοντέλου στο πρόβλημα των 16 κόμβων.

## 4.2 Συμπεράσματα

Αντίστοιχα με το Κεφάλαιο 3, βρέθηκαν οι συνολικές αποστάσεις 50 στατικών μοντέλων για το κάθε πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων. Ο μέσος όρος των αποστάσεων των μοντέλων υπολογίστηκε 479,08 και 63,24 min για τα προβλήματα των 30 και 16 κόμβων αντίστοιχα. Ο συντελεστής μεταβλητότητας των αποτελεσμάτων βρέθηκε ίσος με 5,96% και 1,16% για τα προβλήματα των 30 και 16 κόμβων αντίστοιχα. Ο μικρότερος συντελεστής μεταβλητότητας εξηγείται πάλι λόγω πιο ομοιογενών δεδομένων και έλλειψης ακραίων τιμών. Η μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή διαφορά παρατηρείται στα μοντέλα 19, 21, 22, 23, 24 (3,33%), ενώ στο πρόβλημα των 30 κόμβων στο 6° (37,60%).



## Κεφάλαιο 5. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ

### 5.1 Μοντελοποίηση

Για τη μελέτη του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων σε μεγάλη κλίμακα επιλέχθηκε μια περιοχή της Αθήνας, νοητά τετράγωνου σχήματος. Μελετήθηκαν 2 διαφορετικά προβλήματα, καθένα από τα οποία είχε 100 και 200 κόμβους αντίστοιχα. Τα 4 σημεία που οριοθετούν την εξεταζόμενη περιοχή συμπεριλαμβάνονται στους εξεταζόμενους κόμβους.

### 5.2 Μεθοδολογία

Επιλέγεται μια περιοχή της Αθήνας τετράγωνου σχήματος, με πλευρές περίπου 10km και εντός αυτής σημειώνονται 100 και 200 τυχαίοι κόμβοι αντίστοιχα. Οι τυχαίοι κόμβοι βρέθηκαν με τη βοήθεια ενός απλού αλγόριθμου, ο οποίος φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (εικόνα 5-1).

```
main.py +
1 import random
2 # Ορισμός των ορίων του ορθογωνίου
3 min_lat = 37.940155
4 max_lat = 38.015851
5 min_lon = 23.645284
6 max_lon = 23.767950
7
8 # Δημιουργία 100 τυχαίων σημείων
9 random_points = [(random.uniform(min_lat, max_lat), random.uniform(min_lon, max_lon)) for _ in range(100)]
10
11 # Εμφάνιση των σημείων
12 for point in random_points:
13     print(point)
Ln: 12, Col: 28
```

**Εικόνα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-5.** Αλγόριθμος υπολογισμού 100 τυχαίων σημείων εντός οριοθετημένης περιοχής της Αθήνας.

Υπολογίζονται οι ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των κόμβων, με την παραδοχή ότι η περιοχή μελέτης είναι σχετικά μικρής έκτασης και ως εκ τούτου μεταξύ των κόμβων η παραμόρφωση των τροχιών λόγω της καμπυλότητας της γης είναι αμελητέα. Έτσι είναι δυνατόν ο υπολογισμός των αποστάσεων μεταξύ των κόμβων να πραγματοποιηθεί βάση ευκλείδειας γεωμετρίας χωρίς σημαντικό σφάλμα. Η ευκλείδεια απόσταση προσφέρει μια απλή και γρήγορη προσέγγιση όταν τα εξεταζόμενα σημεία είναι κοντά και μπορεί να

εφαρμοστεί εύκολα σε μικρές περιοχές, όπως στην περίπτωση υπολογισμών εντός μιας πόλης ή σε χάρτες μικρής κλίμακας.

Οι ευκλείδειες αποστάσεις προέκυψαν από την παρακάτω σχέση:

$$\sqrt{\left((111 * \Delta y)^2 + \left(111 * \cos\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) * \Delta x\right)^2\right)} \quad (1)$$

όπου:

- $\Delta y$  η διαφορά των γεωγραφικών πλατών των 2 σημείων,
- $x_1, x_2$  τα γεωγραφικά μήκη των 2 σημείων,
- $\Delta x$  η διαφορά των γεωγραφικών μηκών των 2 σημείων.

1 μοίρα διαφοράς γεωγραφικού πλάτους ή μήκους αντιστοιχεί σε περίπου 111km και καθώς πλησιάζονται οι πόλοι η απόσταση αυτή μειώνεται λόγω της καμπυλότητας της γης. Με το  $\cos$  στον τύπο (1) διορθώνεται αυτή η απόκλιση, ανάλογα με τη θέση των σημείων σε σχέση με τους 2 πόλους της γης.

Για την εύρεση των πραγματικών αποστάσεων, οι αντίστοιχες ευκλείδειες πολλαπλασιάζονται με 1,2, καθώς έπειτα από δοκιμές, εξήχθη το συμπέρασμα ότι εντός αστικού ιστού το γινόμενο αυτό δίνει μια ικανοποιητική προσέγγιση. Για τον υπολογισμό του χρόνου μετάβασης από έναν κόμβο σε έναν άλλο ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία:

α) Επιλέχθηκαν 20 τυχαία τόξα (απόσταση από κόμβο σε κόμβο) και με χρήση της εφαρμογής Google Maps, κατά τις πρωινές ώρες εργάσιμων ημερών (περί τις 9:30), βρέθηκαν οι χρόνοι διάσχισής τους. Οι υπολογισμοί έγιναν πρωινές ώρες, ώστε να συμπεριλαμβάνουν και τον παράγοντα μιας μέσης κίνησης στην πόλη της Αθήνας. Τα αποτελέσματα σε συνάρτηση με τις αντίστοιχες πραγματικές αποστάσεις μεταξύ των κόμβων προβλήθηκαν σε διάγραμμα (Διάγραμμα 5-1).

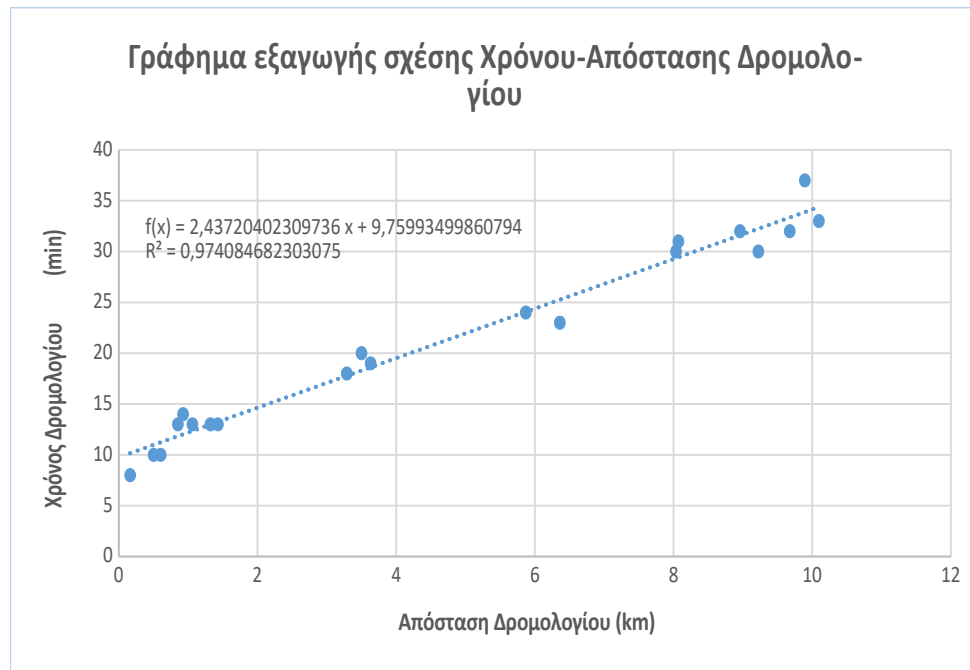
β) Με γραμμική παλινδρόμηση βρέθηκε μια ικανοποιητική συνάρτηση της σχέσης μεταξύ χρόνου μετάβασης και πραγματικής απόστασης μεταξύ δύο κόμβων ( $R^2=0,9741$ ). Προκύπτει έτσι η παρακάτω σχέση:

$$y = 2,4372x + 9,7599 \quad (2),$$

η οποία συσχετίζει την πραγματική απόσταση ( $x$ ) μεταξύ κόμβων (σε αστικό ιστό) και του χρόνου ( $y$ ) της μεταξύ τους διαδρομής.

Χρησιμοποιήθηκε η εφαρμογή Google Maps για τον έλεγχο ενδεικτικά 10 εκ των υπολογισμένων με τη συνάρτηση χρόνων, με τα δεδομένα να χαρακτηρίζονται ιδιαίτερα ικανοποιητικά, δείχνοντας μικρή απόκλιση από τα αποτελέσματα της σχέσης (2).

Όπως και στην περίπτωση του δυναμικού και του στατικού μοντέλου, οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν με χρήση του του λογισμικού πακέτου OR-Tools, με εφαρμογή διαφόρων μεθόδων επίλυσης και αλγορίθμων βελτιστοποίησης.



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-5:** Γράφημα εξαγωγής συνάρτησης χρόνου διαδρομών μεταξύ κόμβων με γραμμική παλινδρόμηση.

### 5.3 Πρόβλημα 100 κόμβων

Στο πρόβλημα των 100 κόμβων μελετάται ένα δίκτυο 10.000 τόξων (αποστάσεων μεταξύ των κόμβων), με τις ζητήσεις να ορίζονται ως 1 πακέτο για κάθε κόμβο. Οι υπολογισμοί ξεκίνησαν με δεδομένο ότι ο στόλος οχημάτων αποτελείται από 50 οχήματα, μέγιστης χωρητικότητας 20 πακέτων το καθένα, όση είναι μία μέση χωρητικότητα ενός μεταφορικού οχήματος. Οι εξεταζόμενοι κόμβοι με τις συντεταγμένες τους φαίνονται στον πίνακα 5-1 και ένα τμήμα των χρόνων των διαδρομών μεταξύ των τόξων, καθώς και των ευκλείδειων και πραγματικών αποστάσεών τους στον πίνακα 5-2.

**Πίνακας ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-1:** Πίνακας στοιχείων κόμβων προβλήματος 100 κόμβων.

| node_id | node_name | node_y    | node_x    | node_id | node_name | node_y    | node_x    |
|---------|-----------|-----------|-----------|---------|-----------|-----------|-----------|
| 0       | DEPOT     | 37.940155 | 23.648236 | 50      | NODE50    | 37.944673 | 23.736544 |
| 1       | NODE01    | 38.014972 | 23.645284 | 51      | NODE51    | 37.946081 | 23.751227 |
| 2       | NODE02    | 38.015851 | 23.766994 | 52      | NODE52    | 37.942326 | 23.764323 |

|    |        |           |           |    |        |           |           |
|----|--------|-----------|-----------|----|--------|-----------|-----------|
| 3  | NODE03 | 37.937101 | 23.767950 | 53 | NODE53 | 37.940917 | 23.657176 |
| 4  | NODE04 | 38.012886 | 23.648181 | 54 | NODE54 | 37.940448 | 23.661145 |
| 5  | NODE05 | 38.013796 | 23.659440 | 55 | NODE55 | 37.939665 | 23.684161 |
| 6  | NODE06 | 38.014592 | 23.671854 | 56 | NODE56 | 37.938727 | 23.688725 |
| 7  | NODE07 | 38.014251 | 23.681381 | 57 | NODE57 | 37.939040 | 23.703607 |
| 8  | NODE08 | 38.016070 | 23.699858 | 58 | NODE58 | 37.938570 | 23.706980 |
| 9  | NODE09 | 38.012431 | 23.710540 | 59 | NODE59 | 37.939196 | 23.720869 |
| 10 | NODE10 | 38.013910 | 23.720500 | 60 | NODE60 | 37.939978 | 23.732377 |
| 11 | NODE11 | 38.013569 | 23.732192 | 61 | NODE61 | 37.937779 | 23.740083 |
| 12 | NODE12 | 38.011863 | 23.748071 | 62 | NODE62 | 37.937922 | 23.748267 |
| 13 | NODE13 | 38.005636 | 23.658890 | 63 | NODE63 | 37.937205 | 23.750814 |
| 14 | NODE14 | 38.007405 | 23.670117 | 64 | NODE64 | 37.941221 | 23.758998 |
| 15 | NODE15 | 38.007566 | 23.679712 | 65 | NODE65 | 37.938926 | 23.764817 |
| 16 | NODE16 | 38.009076 | 23.706546 | 66 | NODE66 | 38.005526 | 23.661732 |
| 17 | NODE17 | 38.006923 | 23.716212 | 67 | NODE67 | 38.005285 | 23.688342 |
| 18 | NODE18 | 38.004605 | 23.731761 | 68 | NODE68 | 38.006250 | 23.719846 |
| 19 | NODE19 | 38.003446 | 23.740376 | 69 | NODE69 | 38.005526 | 23.741257 |
| 20 | NODE20 | 37.999969 | 23.752353 | 70 | NODE70 | 38.004562 | 23.764197 |
| 21 | NODE21 | 38.000963 | 23.765591 | 71 | NODE71 | 37.993475 | 23.653779 |
| 22 | NODE22 | 37.987830 | 23.651079 | 72 | NODE72 | 37.989859 | 23.671519 |
| 23 | NODE23 | 37.987304 | 23.663760 | 73 | NODE73 | 37.988172 | 23.698436 |
| 24 | NODE24 | 37.989145 | 23.682114 | 74 | NODE74 | 37.986002 | 23.714035 |
| 25 | NODE25 | 37.987567 | 23.699132 | 75 | NODE75 | 37.985962 | 23.742425 |
| 26 | NODE26 | 37.983622 | 23.710144 | 76 | NODE76 | 37.985465 | 23.755243 |
| 27 | NODE27 | 37.985552 | 23.728487 | 77 | NODE77 | 37.982484 | 23.766379 |
| 28 | NODE28 | 37.983622 | 23.735299 | 78 | NODE78 | 37.972877 | 23.768480 |
| 29 | NODE29 | 37.986607 | 23.752556 | 79 | NODE79 | 37.972215 | 23.754822 |
| 30 | NODE30 | 37.985280 | 23.758168 | 80 | NODE80 | 37.966251 | 23.736962 |
| 31 | NODE31 | 37.983899 | 23.767497 | 81 | NODE81 | 37.964263 | 23.718471 |
| 32 | NODE32 | 37.978902 | 23.765989 | 82 | NODE82 | 37.965589 | 23.704183 |
| 33 | NODE33 | 37.977133 | 23.756168 | 83 | NODE83 | 37.965092 | 23.688214 |
| 34 | NODE34 | 37.973151 | 23.747469 | 84 | NODE84 | 37.964098 | 23.670353 |
| 35 | NODE35 | 37.968506 | 23.743821 | 85 | NODE85 | 37.963601 | 23.653123 |
| 36 | NODE36 | 37.966183 | 23.725581 | 86 | NODE86 | 37.955483 | 23.647240 |
| 37 | NODE37 | 37.965187 | 23.715199 | 87 | NODE87 | 37.954986 | 23.663419 |
| 38 | NODE38 | 37.966625 | 23.705237 | 88 | NODE88 | 37.955649 | 23.682330 |
| 39 | NODE39 | 37.964413 | 23.690786 | 89 | NODE89 | 37.953495 | 23.697879 |
| 40 | NODE40 | 37.963417 | 23.675493 | 90 | NODE90 | 37.955152 | 23.712378 |
| 41 | NODE41 | 37.963447 | 23.658994 | 91 | NODE91 | 37.955649 | 23.730028 |
| 42 | NODE42 | 37.961474 | 23.647147 | 92 | NODE92 | 37.954986 | 23.747048 |
| 43 | NODE43 | 37.954374 | 23.647851 | 93 | NODE93 | 37.954157 | 23.765329 |
| 44 | NODE44 | 37.953591 | 23.658168 | 94 | NODE94 | 37.943884 | 23.756924 |
| 45 | NODE45 | 37.951870 | 23.670074 | 95 | NODE95 | 37.944181 | 23.731427 |
| 46 | NODE46 | 37.949367 | 23.683765 | 96 | NODE96 | 37.943978 | 23.712652 |
| 47 | NODE47 | 37.949054 | 23.696463 | 97 | NODE97 | 37.944384 | 23.695676 |
| 48 | NODE48 | 37.947959 | 23.710948 | 98 | NODE98 | 37.945804 | 23.675100 |
| 49 | NODE49 | 37.946081 | 23.725036 | 99 | NODE99 | 37.943573 | 23.648351 |

**Πίνακας ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-2:** Πίνακας χρόνων διαδρομών και αποστάσεων μεταξύ κόμβων.

| arc_id | starting node | final node | time (min) | real distance (m) | arc id |
|--------|---------------|------------|------------|-------------------|--------|
| 0      | 0             | 0          | 0          | 0                 | 0->0   |
| 1      | 0             | 1          | 34         | 9.966             | 0->1   |

|    |   |    |    |        |       |
|----|---|----|----|--------|-------|
| 2  | 0 | 2  | 35 | 10.341 | 0->2  |
| 3  | 0 | 3  | 16 | 2.358  | 0->3  |
| 4  | 0 | 4  | 33 | 9.688  | 0->4  |
| 5  | 0 | 5  | 34 | 9.810  | 0->5  |
| 6  | 0 | 6  | 34 | 9.920  | 0->6  |
| 7  | 0 | 7  | 34 | 9.880  | 0->7  |
| 8  | 0 | 8  | 34 | 10.141 | 0->8  |
| 9  | 0 | 9  | 33 | 9.676  | 0->9  |
| 10 | 0 | 10 | 34 | 9.894  | 0->10 |
| 11 | 0 | 11 | 34 | 9.883  | 0->11 |
| 12 | 0 | 12 | 33 | 9.721  | 0->12 |
| 13 | 0 | 13 | 31 | 8.723  | 0->13 |
| 14 | 0 | 14 | 32 | 8.962  | 0->14 |
| 15 | 0 | 15 | 32 | 8.989  | 0->15 |
| 16 | 0 | 16 | 32 | 9.224  | 0->16 |
| 17 | 0 | 17 | 32 | 8.960  | 0->17 |
| 18 | 0 | 18 | 31 | 8.702  | 0->18 |
| 19 | 0 | 19 | 31 | 8.585  | 0->19 |
| 20 | 0 | 20 | 30 | 8.194  | 0->20 |

Εν συνεχεία, τα δεδομένα «τρέχουν» με τη βοήθεια του λογισμικού πακέτου OR-TOOLS, ώστε να προσδιορισθεί ο συνολικός χρόνος ικανοποίησης όλων των ζητήσεων και έπειτα η συνολική απόσταση των δρομολογίων. Αρχικά το μοντέλο έχει σαν δεδομένο ότι ο στόλος αποτελείται από 50 οχήματα με χωρητικότητα 20 πακέτα έκαστο. Έπειτα δοκιμάζονται μοντέλα με συνεχώς μειούμενη χωρητικότητα οχημάτων κατά 1, δηλαδή στο δεύτερο μοντέλο τα οχήματα μεταφέρουν έως 19 πακέτα, στο τρίτο έως 18 πακέτα κλπ. Σε κάθε μοντέλο μπορεί να διαφοροποιηθεί ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, με προϋπόθεση να καλύπτονται οι απαιτήσεις χωρητικότητάς τους (το άθροισμα των χωρητικοτήτων των οχημάτων να είναι τουλάχιστον 100 πακέτα).

Εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία των χρονοπαραθύρων προκύπτουν 19 λύσεις, με στόλο 50 οχημάτων χωρητικότητας από 2 έως 20 πακέτα το καθένα. Εφαρμόστηκαν 10 στρατηγικές επίλυσης συνολικά (Automatic, Christofides, First Unbound min value, Global cheapest arc, Local cheapest arc, Local cheapest insertion, Parallel cheapest insertion, Path cheapest arc, Path most constrained arc, Savings).

Εν συνεχεία και με βάση την κάθε στρατηγική επίλυσης, για τη μέση χωρητικότητα των μεταφορικών οχημάτων (20), μελετήθηκε η εφαρμογή 6 αλγορίθμων βελτιστοποίησης (Automatic, Generic tabu search, Greedy descent, Guided local search, Simulated annealing, Tabu search), με σκοπό την εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού στρατηγικής – αλγορίθμου βελτιστοποίησης.

Τέλος, πραγματοποιήθηκαν υπολογισμοί συνολικής απόστασης δρομολογίων με μια προσεγγιστική μέθοδο επίλυσης, με σκοπό τη σύγκριση των αποτελεσμάτων με αυτά της επίλυσης του προβλήματος, με δεδομένο ότι χρησιμοποιείται 1 όχημα μέσης χωρητικότητας (20 πακέτων).

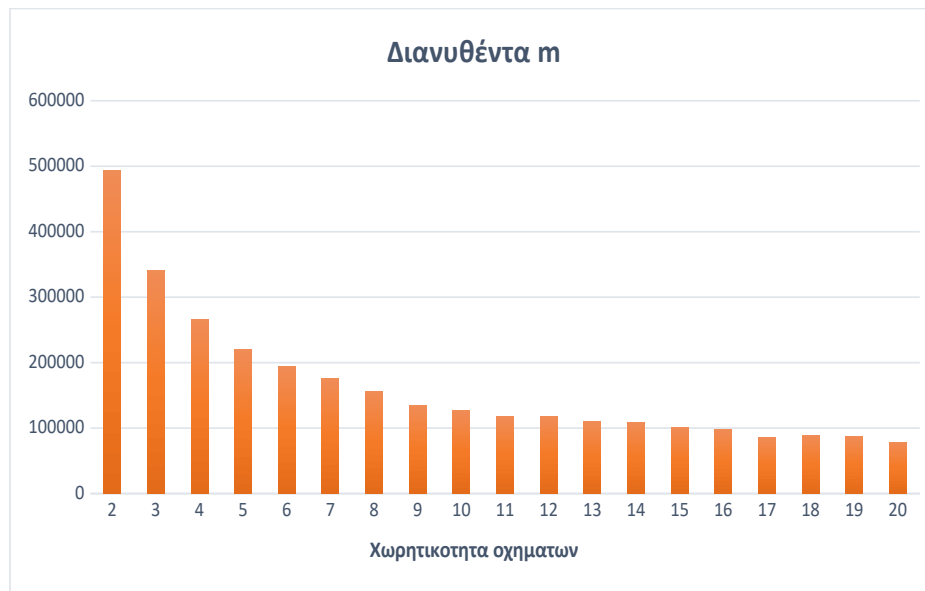
### 5.3.1 Εφαρμογή στρατηγικής automatic

Με βάση τη στρατηγική automatic, μελετήθηκε η συμπεριφορά των μοντέλων με χρήση διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης.

Ο συνολικός χρόνος των διαδρομών καθώς και η συνολική απόσταση που διένυσαν τα μεταφορικά οχήματα, ανάλογα με τη χωρητικότητά τους και με χρήση αυτόματου αλγόριθμου βελτιστοποίησης, φαίνονται στα παρακάτω γραφήματα (Διαγράμματα 5-2 έως 5-3).



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-6:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή automatic αλγόριθμου βελτιστοποίησης.



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-7:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή automatic αλγόριθμου βελτιστοποίησης.

Σχετικά με τη χρονική διάρκεια των δρομολογίων, φαίνεται ότι αυξάνεται με την αύξηση της χωρητικότητας των οχημάτων. Το παραπάνω φαίνεται λογικό, καθώς όλα τα οχήματα ξεκινούν την ίδια χρονική στιγμή, ενώ όσο λιγότερη η χωρητικότητά τους τόσο μικρότερο θα είναι και το δρομολόγιό τους. Για παράδειγμα με την ελάχιστη χωρητικότητα των 2 δεμάτων, κάθε όχημα θα επισκεφτεί το πολύ 2 κόμβους πριν επιστρέψει στον αρχικό. Τα μεγαλύτερης χωρητικότητας οχήματα φαίνεται να υστερούν σε ταχύτητα και ευελιξία, οδηγώντας σε αύξηση του συνολικού χρόνου δρομολογίου.

Αντίθετα φαίνεται ότι η συνολική απόσταση που διανύουν τα οχήματα μειώνεται καθώς αυξάνεται η χωρητικότητά τους, με τη μείωση να είναι πιο έντονη για μικρές χωρητικότητες οχημάτων. Ειδικότερα, με χωρητικότητα 2 διανύονται περίπου 494,85 χιλιόμετρα, ενώ με χωρητικότητα 20, μόλις 79,31 χιλιόμετρα. Επίσης λογικό αποτέλεσμα, καθώς όσο μεγαλύτερη η χωρητικότητα, τόσο λιγότερα οχήματα θα χρησιμοποιηθούν για τα δρομολόγια. Έτσι μεγάλος αριθμός κόμβων θα εξυπηρετείται από ένα όχημα, μειώνοντας τον αριθμό των απευθείας διαδρομών από τον αρχικό κόμβο προς τους υπόλοιπους, όπως επίσης και των τελικών διαδρομών των δρομολογίων προς τον αρχικό κόμβο. Καλύτερη επιλογή φαίνεται να είναι μια ενδιάμεση χωρητικότητα (π.χ. 7–10), λαμβάνοντας υπόψη τόσο την απόσταση όσο και τον χρόνο εκτέλεσης των διαδρομών.

### 5.3.2 Εφαρμογή επιπλέον στρατηγικών επίλυσης

Εφαρμόστηκαν επιπλέον στρατηγικές επίλυσης, με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης δυνατής. Τα αποτελέσματα απεικονίσθηκαν σε διαγράμματα, τα οποία φαίνονται παρακάτω (Διαγράμματα 5-4 έως 5-21).

#### 5.3.2.1 Εφαρμογή στρατηγικής Christofides



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-8:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Christofides.



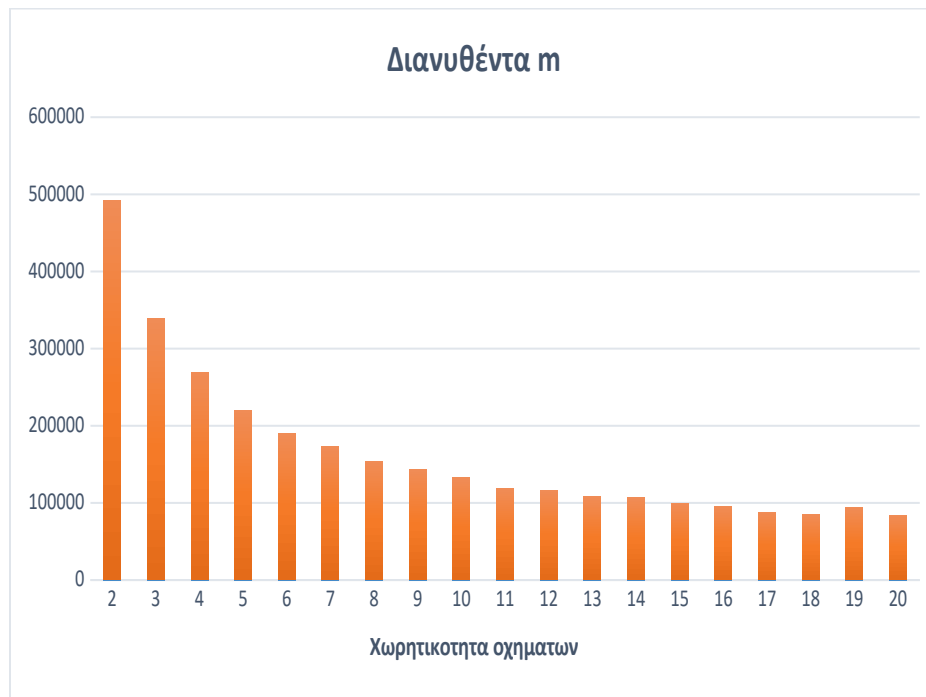


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-9:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Christofides.

#### 5.3.2.2 Εφαρμογή στρατηγικής First Unbound min value



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-10:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.

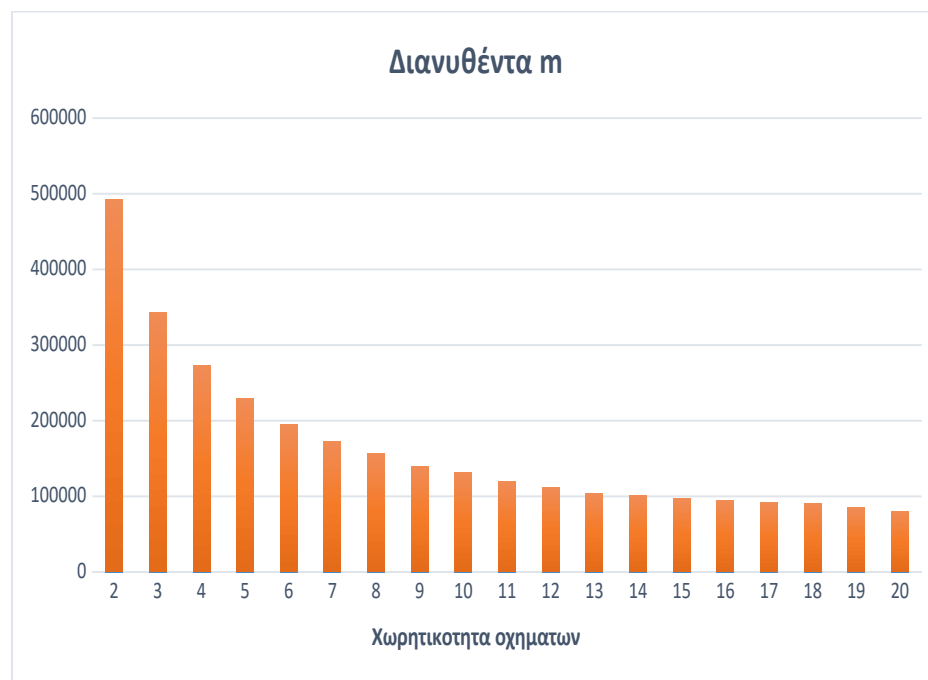


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-11:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.

### 5.3.2.3 Εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-12:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.

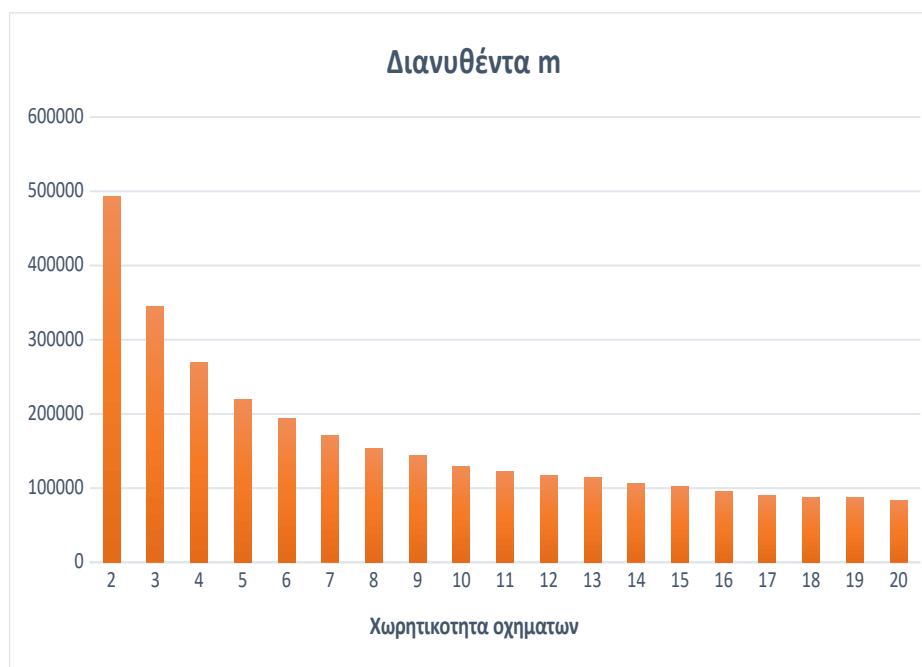


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-13:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.

#### 5.3.2.4 Εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc

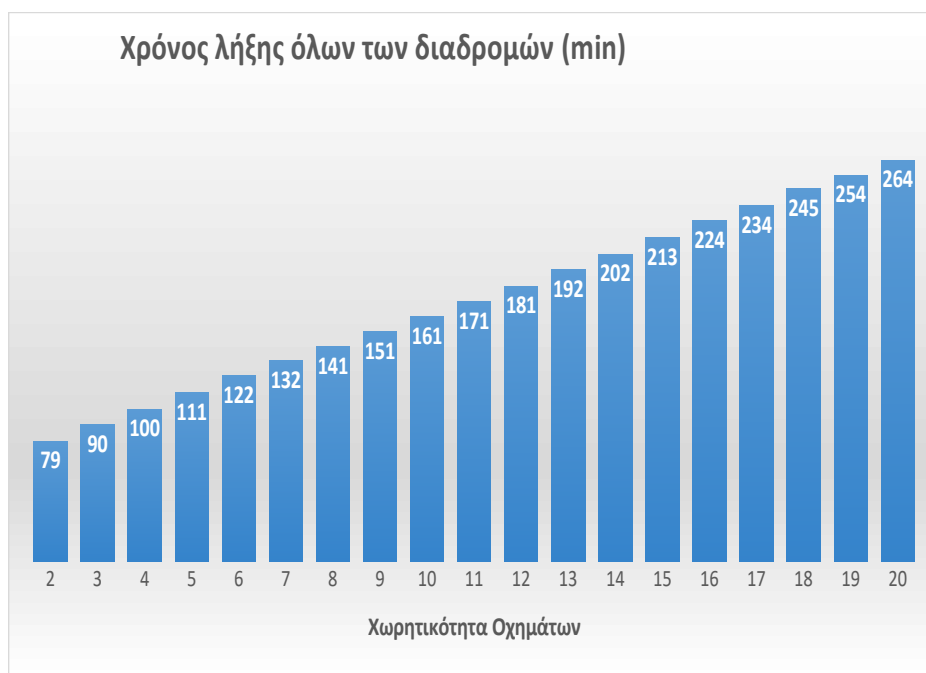


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-14:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.

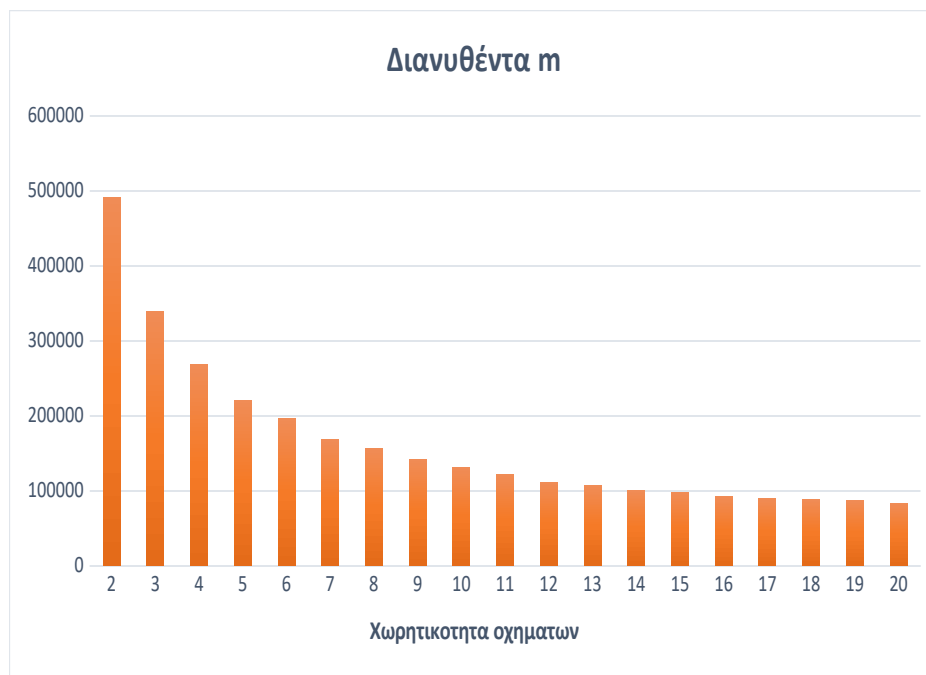


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-15:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.

### 5.3.2.5 Εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-16:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.

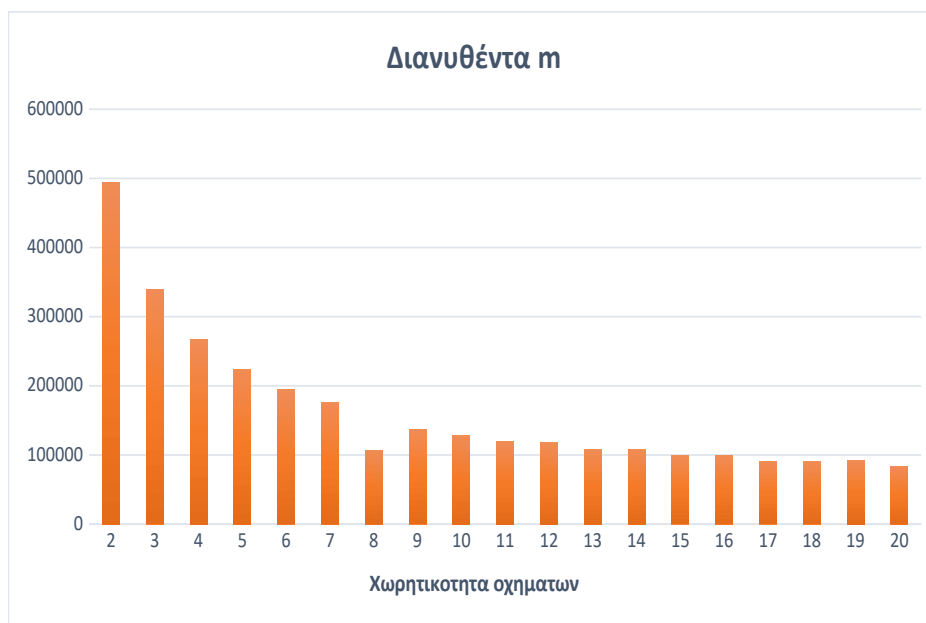


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-17:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.

### 5.3.2.6 Εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-18:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή Parallel cheapest insertion.



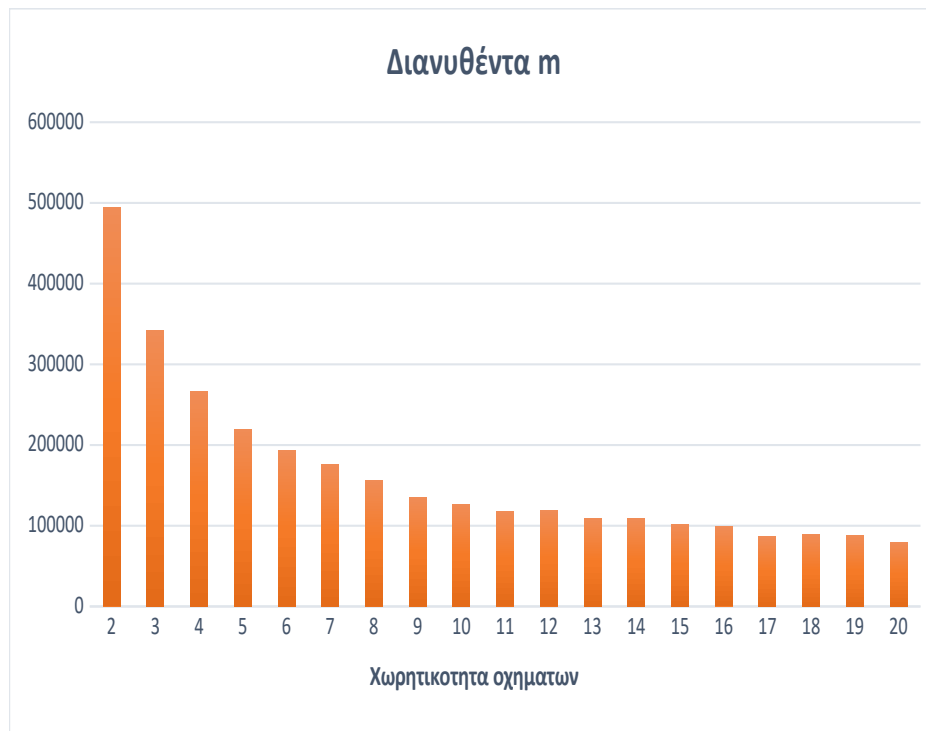
**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-19:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion.

Παρατηρείται διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων σε σχέση με την τάση των τιμών για χωρητικότητα οχημάτων 8, με τις τιμές του χρόνου και της απόστασης των δρομολογίων να είναι μικρότερες από τις αναμενόμενες.

### 5.3.2.7 Εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-20:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.



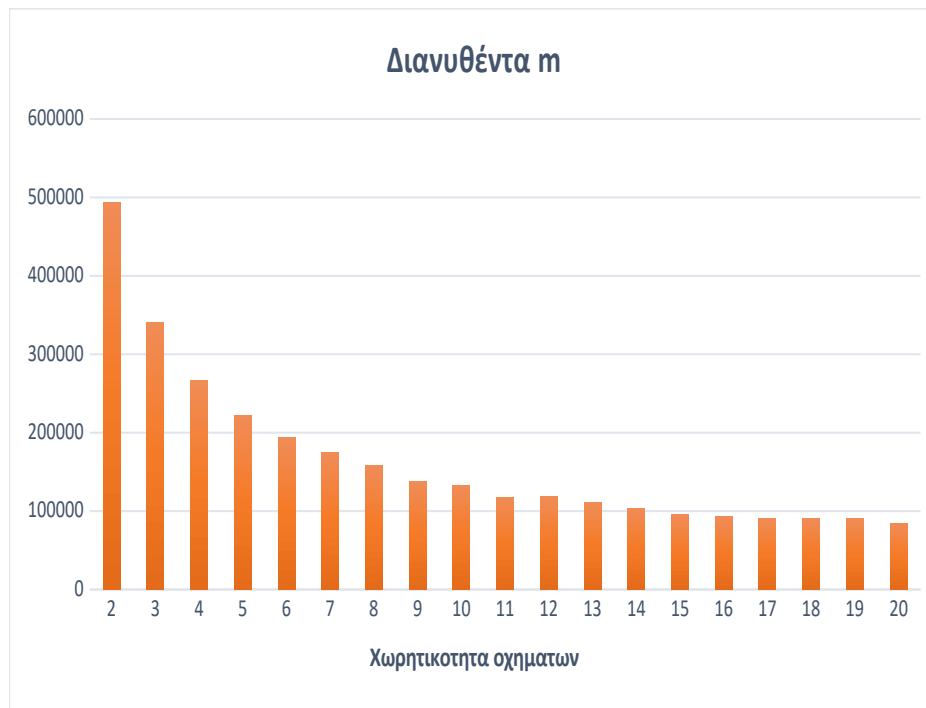
**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-21:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.



#### 5.3.2.8 Εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-22:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.

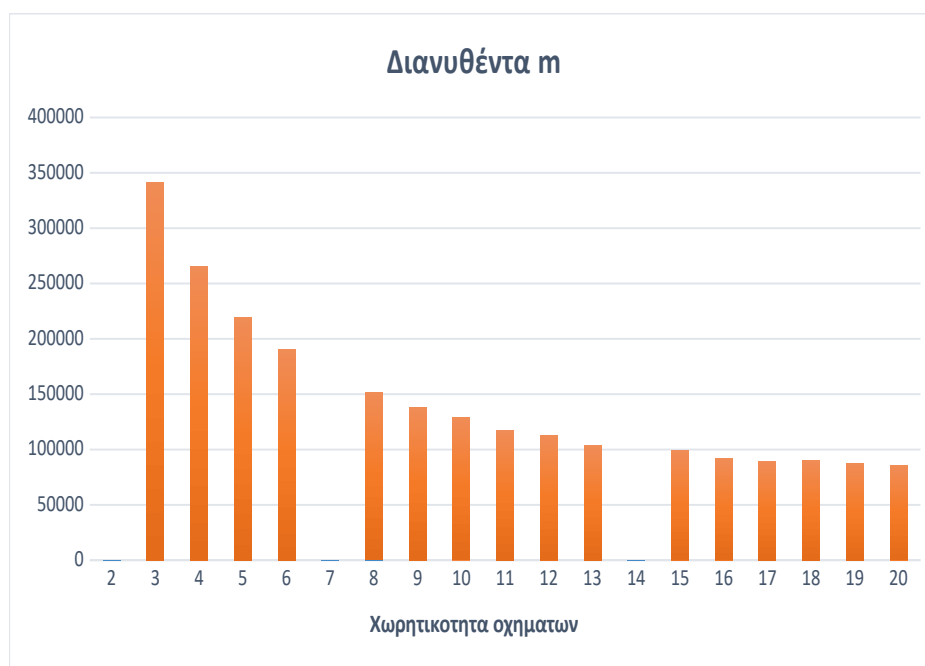


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-23:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.

#### 5.3.2.9 Εφαρμογή στρατηγικής Savings



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-24:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Savings.



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-25:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Savings.

Παρατηρείται ότι για χωρητικότητες οχημάτων 2, 7 και 14 η στρατηγική επίλυσης Savings δεν έδωσε λύση.

5.3.2.10 Εφαρμογή επιπλέον αλγορίθμων βελτιστοποίησης - Generic tabu search, Greedy descent, Guided local search, Simulated annealing, Tabu search

Ο συνολικός χρόνος των διαδρομών, η συνολική απόσταση που διένυσαν τα μεταφορικά οχήματα με χρήση κάθε αλγόριθμου βελτιστοποίησης, καθώς και η σχέση του χρόνου και τις απόστασης κάθε περίπτωσης με τις αντίστοιχες μέσες τιμές των μετρήσεων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 5-3). Με έντονη αρίθμηση παρουσιάζονται οι ελάχιστες τιμές ανά μέθοδο

**Πίνακας ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-3:** Αποτελέσματα δρομολογίων ανά χρησιμοποιούμενη μέθοδο και αλγόριθμο βελτιστοποίησης για το πρόβλημα μεγάλης κλίμακας 100 κόμβων.

| Μέθοδος | Αλγόριθμος βελτιστοποίησης    | Χρόνος λήξης όλων των διαδρομών (min) | Απόσταση δρομολογίων (m) | Ποσοστό μέσου χρόνου | Ποσοστό μέσης απόστασης |
|---------|-------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|----------------------|-------------------------|
| auto    | automatic-automatic           | 262                                   | 79311                    | 100.19%              | 100.29%                 |
| auto    | automatic-generic tabu search | 262                                   | 79311                    | 100.19%              | 100.29%                 |
| auto    | automatic-greedy descent      | 262                                   | 79311                    | 100.19%              | 100.29%                 |
| auto    | automatic-guided local search | <b>259</b>                            | <b>78650</b>             | <b>99.04%</b>        | <b>99.46%</b>           |

| Μέθοδος                     | Αλγόριθμος βελτιστοποίησης                       | Χρόνος λήξης όλων των διαδρομών (min) | Απόσταση δρομολογίων (m) | Ποσοστό μέσου χρόνου | Ποσοστό μέσης απόστασης |
|-----------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|----------------------|-------------------------|
| auto                        | automatic-simulating annealing                   | 262                                   | 78925                    | 100.19%              | 99.80%                  |
| auto                        | automatic-tabu search                            | 262                                   | 78973                    | 100.19%              | 99.86%                  |
| christofides                | christofides-automatic                           | 264                                   | 81457                    | 100.25%              | 100.52%                 |
| christofides                | christofides-generic tabu search                 | 264                                   | 81491                    | 100.25%              | 100.56%                 |
| christofides                | christofides-greedy descent                      | 264                                   | 81457                    | 100.25%              | 100.52%                 |
| christofides                | christofides-guided local search                 | <b>260</b>                            | <b>78964</b>             | <b>98.73%</b>        | <b>97.45%</b>           |
| christofides                | christofides-simulating annealing                | 264                                   | 81343                    | 100.25%              | 100.38%                 |
| christofides                | christofides-tabu search                         | 264                                   | 81491                    | 100.25%              | 100.56%                 |
| first unbound               | first unbound-automatic                          | 263                                   | 84113                    | 100.25%              | 100.66%                 |
| first unbound               | first unbound-generic tabu search                | 263                                   | 84113                    | 100.25%              | 100.66%                 |
| first unbound               | first unbound-greedy descent                     | 263                                   | 84113                    | 100.25%              | 100.66%                 |
| first unbound               | first unbound-guided local search                | <b>259</b>                            | <b>81230</b>             | <b>98.73%</b>        | <b>97.21%</b>           |
| first unbound               | first unbound-simulating annealing               | 263                                   | 83696                    | 100.25%              | 100.16%                 |
| first unbound               | first unbound-tabu search                        | 263                                   | 84113                    | 100.25%              | 100.66%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-automatic                    | 262                                   | 80299                    | 100.19%              | 100.33%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-generic tabu search          | 262                                   | 80299                    | 100.19%              | 100.33%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-greedy descent               | 262                                   | 80299                    | 100.19%              | 100.33%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-guided local search          | <b>260</b>                            | 79615                    | <b>99.43%</b>        | 99.48%                  |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-simulating annealing         | 262                                   | 80299                    | 100.19%              | 100.33%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-tabu search                  | 261                                   | <b>79377</b>             | 99.81%               | <b>99.18%</b>           |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-automatic                     | 264                                   | 84224                    | 100.64%              | 101.80%                 |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-generic tabu search           | 263                                   | 83108                    | 100.25%              | 100.45%                 |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-greedy descent                | 264                                   | 84224                    | 100.64%              | 101.80%                 |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-guided local search           | <b>258</b>                            | <b>80276</b>             | <b>98.35%</b>        | <b>97.03%</b>           |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-simulating annealing          | 262                                   | 82678                    | 99.87%               | 99.93%                  |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-tabu search                   | 263                                   | 81905                    | 100.25%              | 99.00%                  |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-automatic               | 264                                   | 83721                    | 100.44%              | 101.17%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-generic tabu search     | 264                                   | 83721                    | 100.44%              | 101.17%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-greedy descent          | 264                                   | 83721                    | 100.44%              | 101.17%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-guided local search     | <b>258</b>                            | <b>77825</b>             | <b>98.16%</b>        | <b>94.04%</b>           |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-simulating annealing    | 264                                   | 83721                    | 100.44%              | 101.17%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-tabu search             | 263                                   | 83817                    | 100.06%              | 101.28%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-automatic            | 262                                   | 84045                    | 100.06%              | 101.89%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-generic tabu search  | 262                                   | 82749                    | 100.06%              | 100.32%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-greedy descent       | 262                                   | 84045                    | 100.06%              | 101.89%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-guided local search  | <b>261</b>                            | <b>78226</b>             | <b>99.68%</b>        | <b>94.84%</b>           |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-simulating annealing | 262                                   | 82749                    | 100.06%              | 100.32%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-tabu search          | 262                                   | 83078                    | 100.06%              | 100.72%                 |

| Μέθοδος                   | Αλγόριθμος βελτιστοποίησης                     | Χρόνος λήξης όλων των διαδρομών (min) | Απόσταση δρομολογίων (m) | Ποσοστό μέσου χρόνου | Ποσοστό μέσης απόστασης |
|---------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|----------------------|-------------------------|
| path cheapest arc         | path cheapest arc-automatic                    | 262                                   | 79311                    | 100.19%              | 100.29%                 |
| path cheapest arc         | path cheapest arc-generic tabu search          | 262                                   | 79311                    | 100.19%              | 100.29%                 |
| path cheapest arc         | path cheapest arc-greedy descent               | 262                                   | 79311                    | 100.19%              | 100.29%                 |
| path cheapest arc         | path cheapest arc-guided local search          | <b>259</b>                            | <b>78650</b>             | <b>99.04%</b>        | <b>99.46%</b>           |
| path cheapest arc         | path cheapest arc-simulating annealing         | 262                                   | 78925                    | 100.19%              | 99.80%                  |
| path cheapest arc         | path cheapest arc-tabu search                  | 262                                   | 78973                    | 100.19%              | 99.86%                  |
| path most constrained arc | path most constrained arc-automatic            | 263                                   | 85115                    | 100.19%              | 102.36%                 |
| path most constrained arc | path most constrained arc-generic tabu search  | 263                                   | 85115                    | 100.19%              | 102.36%                 |
| path most constrained arc | path most constrained arc-greedy descent       | 263                                   | 85115                    | 100.19%              | 102.36%                 |
| path most constrained arc | path most constrained arc-guided local search  | <b>260</b>                            | <b>77052</b>             | <b>99.05%</b>        | <b>92.67%</b>           |
| path most constrained arc | path most constrained arc-simulating annealing | 263                                   | 82681                    | 100.19%              | 99.44%                  |
| path most constrained arc | path most constrained arc-tabu search          | 263                                   | 83815                    | 100.19%              | 100.80%                 |
| savings                   | savings-automatic                              | 264                                   | 85469                    | 100.38%              | 101.81%                 |
| savings                   | savings-generic tabu search                    | 263                                   | 84561                    | 100.00%              | 100.73%                 |
| savings                   | savings-greedy descent                         | 264                                   | 85469                    | 100.38%              | 101.81%                 |
| savings                   | savings-guided local search                    | <b>261</b>                            | <b>79420</b>             | <b>99.24%</b>        | <b>94.60%</b>           |
| savings                   | savings-simulating annealing                   | 263                                   | 84140                    | 100.00%              | 100.23%                 |
| savings                   | savings-tabu search                            | 263                                   | 84642                    | 100.00%              | 100.82%                 |

Παρατηρείται ότι, εκτός από την περίπτωση της μεθόδου Global cheapest arc, όπου ο ελάχιστος χρόνος δρομολογίου και η ελάχιστη απόσταση αντιστοιχούν σε διαφορετικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης, σε όλες τις υπόλοιπες μεθόδους, τα βέλτιστα αποτελέσματα προκύπτουν από την εφαρμογή του αλγορίθμου βελτιστοποίησης Guided Local Search.

## 5.4 Πρόβλημα 200 κόμβων

Το πρόβλημα των 200 κόμβων μελετήθηκε με ανάλογη μεθοδολογία όπως το αντίστοιχο των 100, με τη διαφορά ότι προστέθηκαν 100 νέοι κόμβοι. Προέκυψαν 40.000 τόξα και αντίστοιχα μελετήθηκαν περιπτώσεις με αρχική μεταφορική ικανότητα 20 πακέτων για τα 50 οχήματα και μειούμενη κατά ένα σε κάθε υποπερίπτωση. Προϋπόθεση ήταν το άθροισμα των χωρητικοτήτων των οχημάτων να είναι τουλάχιστον 200 πακέτα, όσοι και οι εξεταζόμενοι κόμβοι.

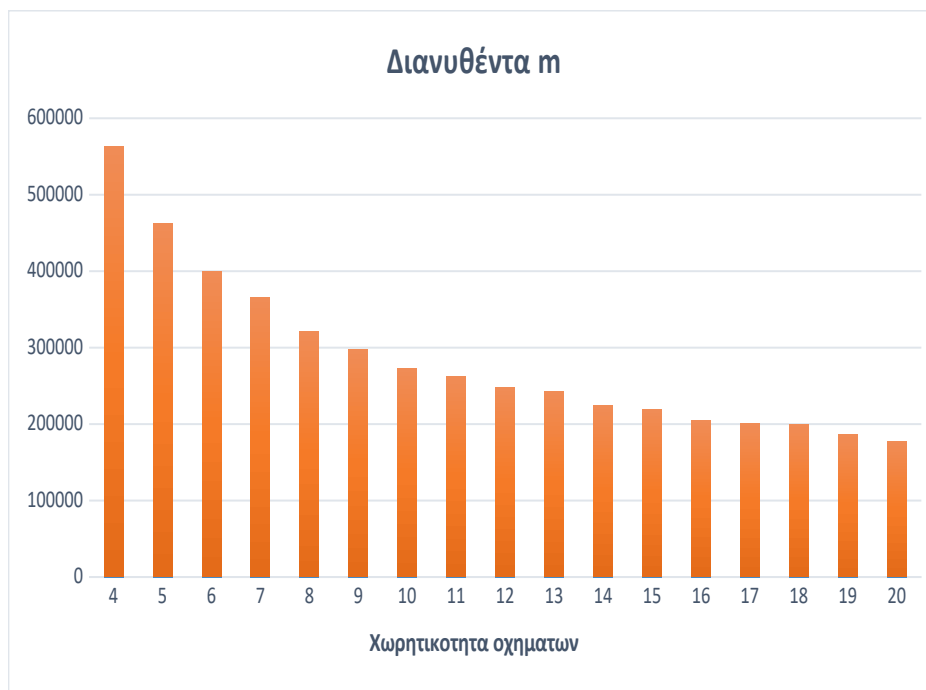
Εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία των χρονοπαραθύρων προκύπτουν 17 λύσεις, με στόλο 50 οχημάτων χωρητικότητας από 4 έως 20 πακέτα το καθένα. Αρχικά εφαρμόστηκε η αυτόματη στρατηγική επίλυσης και έπειτα έγιναν δοκιμές με επιπλέον 9 στρατηγικές, ώστε

να βρεθεί η βέλτιστη δυνατή. Τα αποτελέσματα απεικονίσθηκαν σε διαγράμματα, τα οποία παρουσιάζονται παρακάτω (Διαγράμματα 5-22 έως 5-41).

#### 5.4.1 Εφαρμογή Automatic στρατηγικής επίλυσης



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-26:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Automatic.

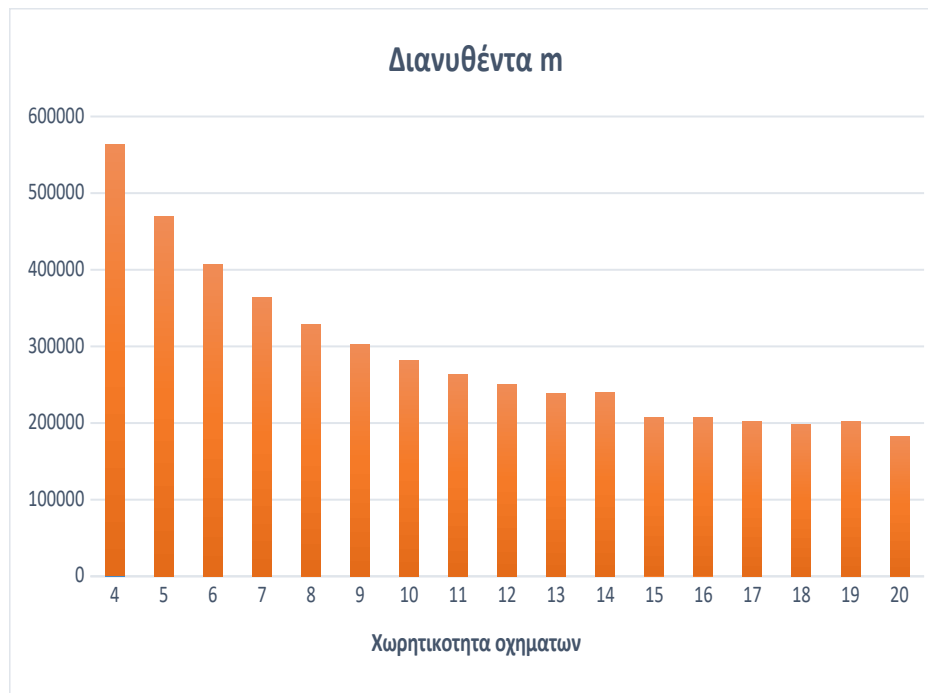


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-27:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Automatic.

#### 5.4.2 Εφαρμογή στρατηγικής Christofides



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-28:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Christofides.



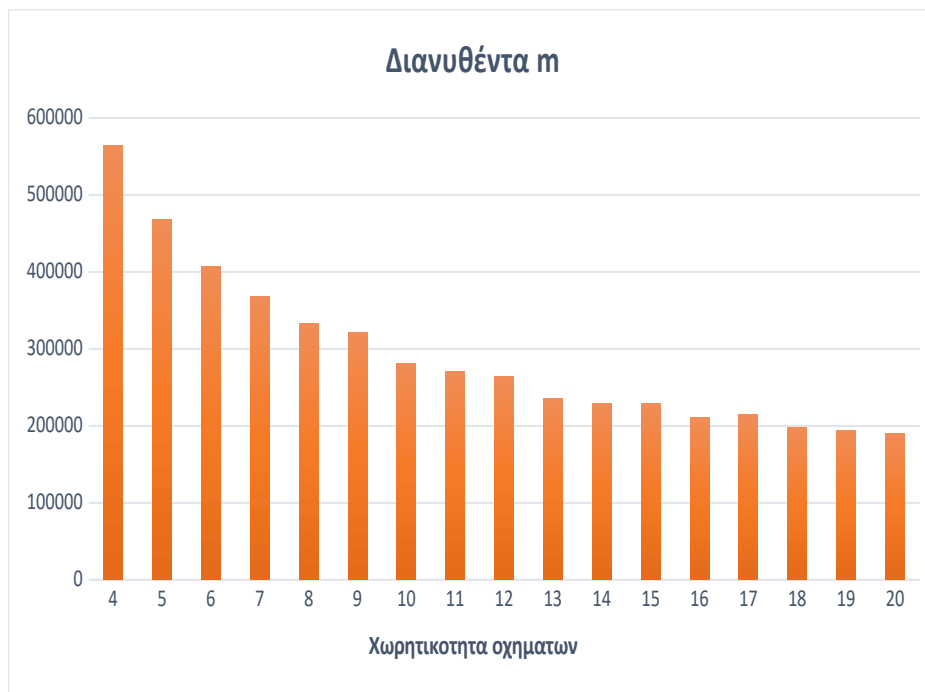
**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-29:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Christofides.



#### 5.4.3 Εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-30:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.

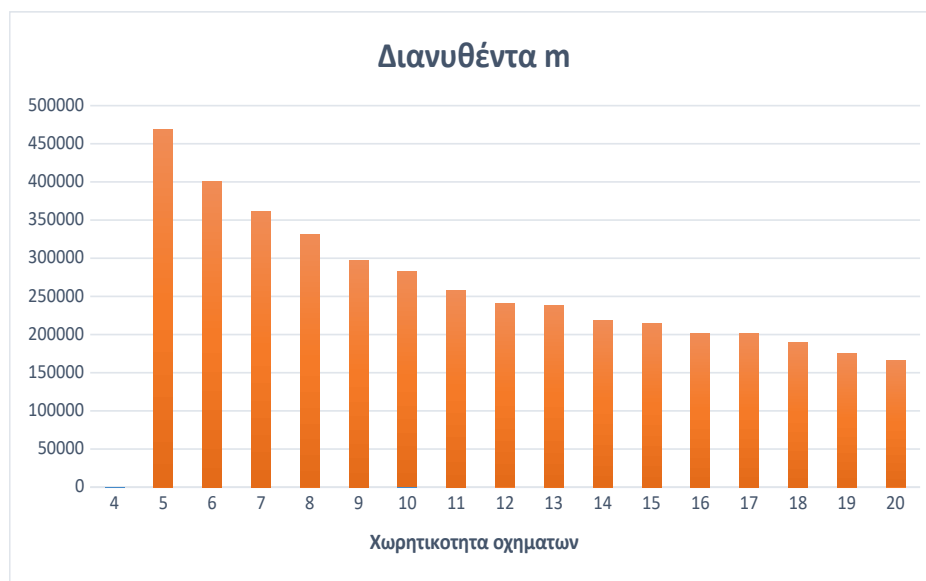


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-31:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.

#### 5.4.4 Εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-32:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.



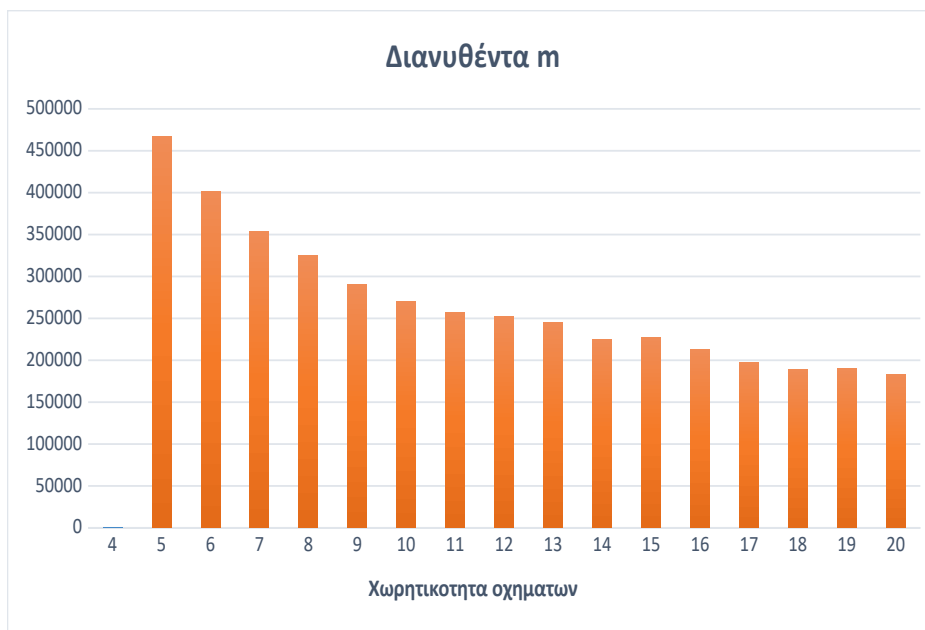
**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-33:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.

Παρατηρείται η μη εξαγωγή αποτελεσμάτων για χωρητικότητα οχημάτων 4.

#### 5.4.5 Εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-34:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.



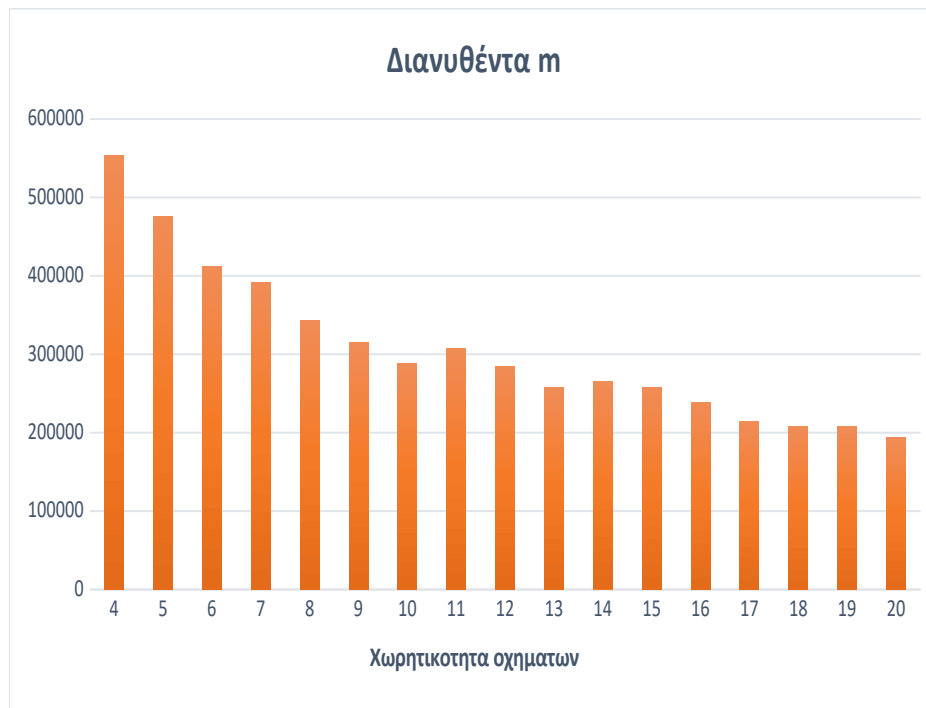
**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-35:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.

Και μη τη συγκεκριμένη στρατηγική δεν υπήρξαν αποτελέσματα για την ελάχιστη χωρητικότητα των μεταφορικών οχημάτων.

#### 5.4.6 Εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-36:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.

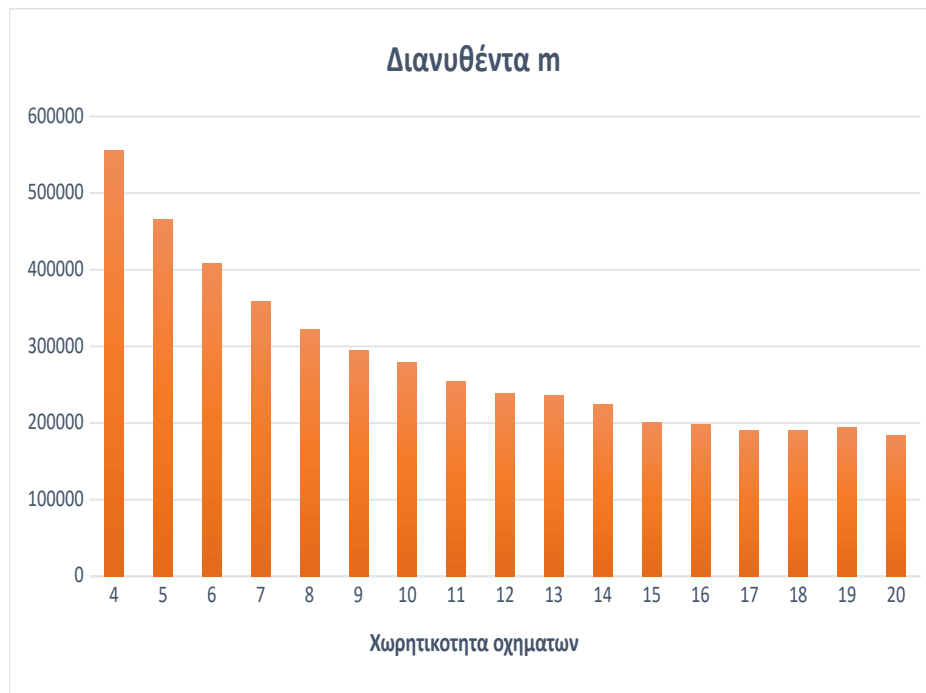


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-37:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.

#### 5.4.7 Εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-38:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion.



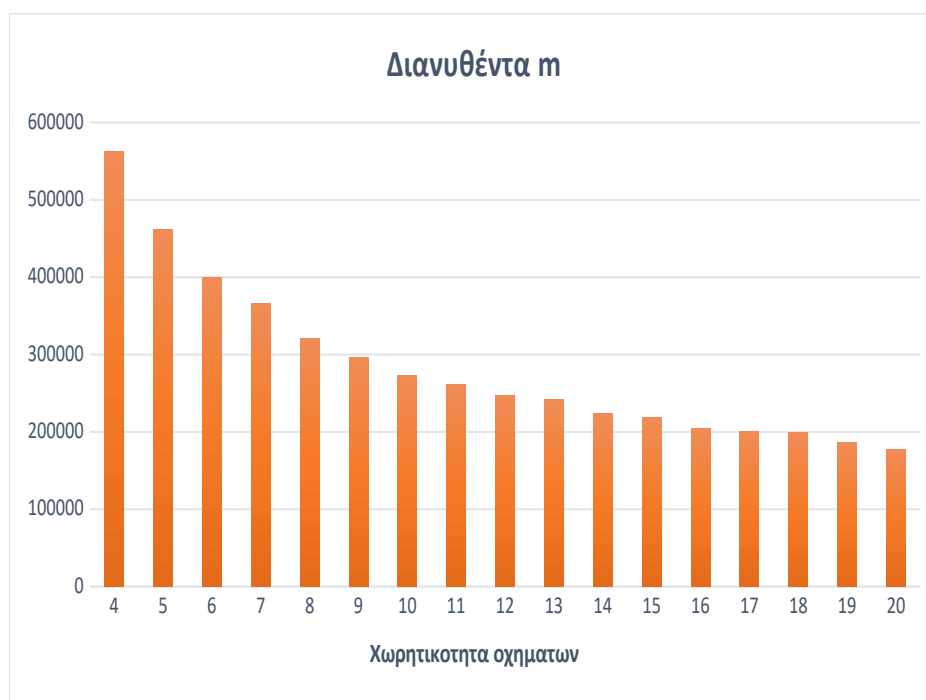
**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-39:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion.

#### 5.4.8 Εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-40:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.



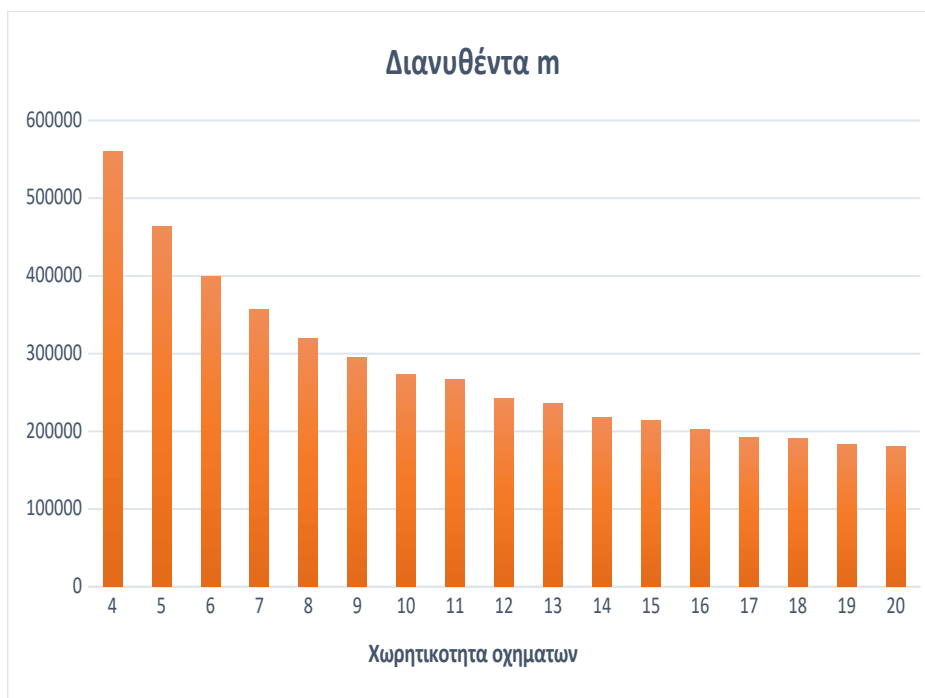


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-41:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.

#### 5.4.9 Εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-42:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.

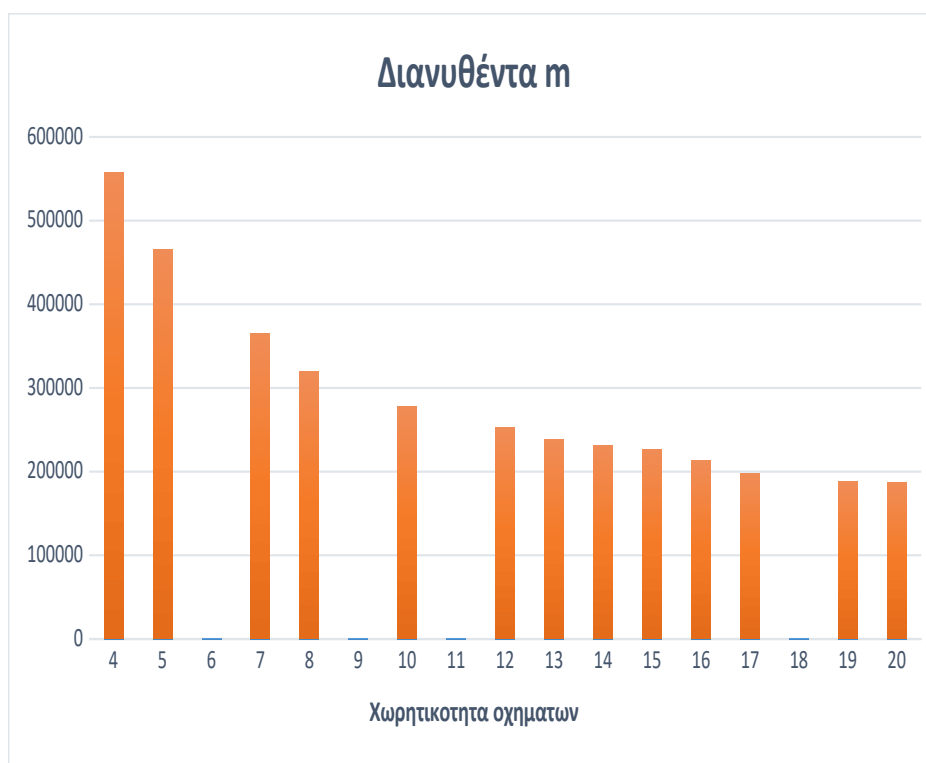


**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-43:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.

#### 5.4.10 Εφαρμογή στρατηγικής Savings



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-44:** Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Saving.



**Διάγραμμα ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-45:** Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Savings.

Παρατηρείται η μη εξαγωγή αποτελεσμάτων με εφαρμογή της στρατηγικής Savings για χωρητικότητα οχημάτων 6, 9, 11 και 18.

#### 5.4.11 Εφαρμογή επιπλέον αλγόριθμων βελτιστοποίησης (Generic tabu search, Greedy descent, Guided local search, Simulated annealing, Tabu search) και μιας προσεγγιστικής μεθόδου επίλυσης

Ο συνολικός χρόνος των διαδρομών, η συνολική απόσταση που διένυσαν τα μεταφορικά οχήματα με χρήση κάθε αλγόριθμου βελτιστοποίησης, καθώς και η σχέση του χρόνου και τις απόστασης κάθε περίπτωσης με τις αντίστοιχες μέσες τιμές των μετρήσεων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 5-4). Με έντονη αρίθμηση παρουσιάζονται οι ελάχιστες τιμές ανά μέθοδο.

**Πίνακας ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ-4:** Αποτελέσματα δρομολογίων ανά χρησιμοποιούμενη μέθοδο και αλγόριθμο βελτιστοποίησης για το πρόβλημα μεγάλης κλίμακας 200 κόμβων.

| Μέθοδος                     | Αλγόριθμος βελτιστοποίησης                      | Χρόνος λήξης όλων των διαδρομών (min) | Απόσταση δρομολογίων (m) | Ποσοστό μέσου χρόνου | Ποσοστό μέσης απόστασης |
|-----------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|----------------------|-------------------------|
| auto                        | automatic-automatic                             | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| auto                        | automatic-generic tabu search                   | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| auto                        | automatic-greedy descent                        | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| auto                        | automatic-guided local search                   | <b>307</b>                            | <b>169959</b>            | <b>99.19%</b>        | <b>96.24%</b>           |
| auto                        | automatic-simulating annealing                  | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| auto                        | automatic-tabu search                           | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| christofides                | christofides-automatic                          | 326                                   | 183310                   | 101.03%              | 101.25%                 |
| christofides                | christofides-generic tabu search                | 326                                   | 183310                   | 101.03%              | 101.25%                 |
| christofides                | christofides-greedy descent                     | 326                                   | 183310                   | 101.03%              | 101.25%                 |
| christofides                | christofides-guided local search                | <b>306</b>                            | <b>169709</b>            | <b>94.83%</b>        | <b>93.74%</b>           |
| christofides                | christofides-simulating annealing               | 326                                   | 183310                   | 101.03%              | 101.25%                 |
| christofides                | christofides-tabu search                        | 326                                   | 183310                   | 101.03%              | 101.25%                 |
| first unbound               | first unbound-automatic                         | 309                                   | 189976                   | 100.43%              | 102.36%                 |
| first unbound               | first unbound-generic tabu search               | 309                                   | 189642                   | 100.43%              | 102.18%                 |
| first unbound               | first unbound-greedy descent                    | 309                                   | 189976                   | 100.43%              | 102.36%                 |
| first unbound               | first unbound-guided local search               | <b>301</b>                            | <b>168852</b>            | <b>97.83%</b>        | <b>90.98%</b>           |
| first unbound               | first unbound-simulating annealing              | 309                                   | 188774                   | 100.43%              | 101.71%                 |
| first unbound               | first unbound-tabu search                       | 309                                   | 186372                   | 100.43%              | 100.42%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-automatic                   | 304                                   | 166496                   | 100.11%              | 100.30%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-generic tabu search         | 304                                   | 166496                   | 100.11%              | 100.30%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-greedy descent              | 304                                   | 166496                   | 100.11%              | 100.30%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-guided local search         | <b>302</b>                            | <b>163784</b>            | <b>99.45%</b>        | <b>98.66%</b>           |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-simulating annealing        | 304                                   | 166254                   | 100.11%              | 100.15%                 |
| global cheapest arc         | global cheapest arc-tabu search                 | 304                                   | 166496                   | 100.11%              | 100.30%                 |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-automatic                    | 308                                   | 183408                   | 100.05%              | 101.52%                 |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-generic tabu search          | 308                                   | 183408                   | 100.05%              | 101.52%                 |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-greedy descent               | 308                                   | 183408                   | 100.05%              | 101.52%                 |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-guided local search          | <b>307</b>                            | <b>166883</b>            | <b>99.73%</b>        | <b>92.38%</b>           |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-simulating annealing         | 308                                   | 183408                   | 100.05%              | 101.52%                 |
| local cheapest arc          | local cheapest arc-tabu search                  | 308                                   | 183408                   | 100.05%              | 101.52%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-automatic              | 311                                   | 193800                   | 100.16%              | 101.47%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-generic tabu search    | 311                                   | 193800                   | 100.16%              | 101.47%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-greedy descent         | 311                                   | 193800                   | 100.16%              | 101.47%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-guided local search    | <b>307</b>                            | <b>178823</b>            | <b>98.87%</b>        | <b>93.62%</b>           |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-simulating annealing   | 311                                   | 192385                   | 100.16%              | 100.72%                 |
| local cheapest insertion    | local cheapest insertion-tabu search            | 312                                   | 193402                   | 100.48%              | 101.26%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-automatic           | 307                                   | 183822                   | 100.05%              | 101.02%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-generic tabu search | 307                                   | 183822                   | 100.05%              | 101.02%                 |

| Μέθοδος                     | Αλγόριθμος βελτιστοποίησης                       | Χρόνος λήξης όλων των διαδρομών (min) | Απόσταση δρομολογίων (m) | Ποσοστό μέσου χρόνου | Ποσοστό μέσης απόστασης |
|-----------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|----------------------|-------------------------|
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-greedy descent       | 307                                   | 183822                   | 100.05%              | 101.02%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-guided local search  | <b>306</b>                            | <b>172637</b>            | <b>99.73%</b>        | <b>94.88%</b>           |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-simulating annealing | 307                                   | 183822                   | 100.05%              | 101.02%                 |
| parallel cheapest insertion | parallel cheapest insertion-tabu search          | 307                                   | 183822                   | 100.05%              | 101.02%                 |
| path cheapest arc           | path cheapest arc-automatic                      | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| path cheapest arc           | path cheapest arc-generic tabu search            | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| path cheapest arc           | path cheapest arc-greedy descent                 | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| path cheapest arc           | path cheapest arc-guided local search            | <b>307</b>                            | <b>169959</b>            | <b>99.19%</b>        | <b>96.24%</b>           |
| path cheapest arc           | path cheapest arc-simulating annealing           | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| path cheapest arc           | path cheapest arc-tabu search                    | 310                                   | 177920                   | 100.16%              | 100.75%                 |
| path most constrained arc   | path most constrained arc-automatic              | 312                                   | 180532                   | 100.43%              | 101.73%                 |
| path most constrained arc   | path most constrained arc-generic tabu search    | 312                                   | 180532                   | 100.43%              | 101.73%                 |
| path most constrained arc   | path most constrained arc-greedy descent         | 312                                   | 180532                   | 100.43%              | 101.73%                 |
| path most constrained arc   | path most constrained arc-guided local search    | <b>305</b>                            | <b>168357</b>            | <b>98.18%</b>        | <b>94.87%</b>           |
| path most constrained arc   | path most constrained arc-simulating annealing   | 312                                   | 177335                   | 100.43%              | 99.93%                  |
| path most constrained arc   | path most constrained arc-tabu search            | 311                                   | 177448                   | 100.11%              | 100.00%                 |
| savings                     | savings-automatic                                | 309                                   | 186945                   | 100.43%              | 102.52%                 |
| savings                     | savings-generic tabu search                      | 308                                   | 184455                   | 100.11%              | 101.15%                 |
| savings                     | savings-greedy descent                           | 309                                   | 186945                   | 100.43%              | 102.52%                 |
| savings                     | savings-guided local search                      | <b>301</b>                            | <b>168915</b>            | <b>97.83%</b>        | <b>92.63%</b>           |
| savings                     | savings-simulating annealing                     | 309                                   | 188184                   | 100.43%              | 103.20%                 |
| savings                     | savings-tabu search                              | 310                                   | 178699                   | 100.76%              | 97.99%                  |

Σε αντίθεση με το πρόβλημα των 100 κόμβων, σε όλες τις χρησιμοποιούμενες μεθόδους επίλυσης, η χρήση ενός συγκεκριμένου αλγορίθμου (Guided Local Search) βελτιστοποίησης οδηγεί τόσο στον ελάχιστο χρόνο δρομολογίου όσο και στην ελάχιστη διανυόμενη απόσταση.

Μελετήθηκε επίσης η εφαρμογή μιας προσεγγιστικής μεθόδου υπολογισμού της απόστασης των δρομολογίων, τα αποτελέσματα της οποίας συγκρίθηκαν με αυτά της επίλυσης των προβλημάτων με τις διάφορες μεθόδους και τους αλγορίθμους βελτιστοποίησης, με δεδομένο ότι χρησιμοποιείται μόνο ένα όχημα, το οποίο έχει μεταφορική ικανότητα ικανή να καλύψει τις μεταφορικές ανάγκες (200 πακέτα). Η προσεγγιστική μέθοδος επίλυσης αποτυπώνεται με την παρακάτω σχέση:

$$X = \sqrt{n * A * K} \quad (3),$$

όπου X η συνολική απόσταση δρομολογίου, n ο αριθμός των εξεταζόμενων κόμβων, A το εμβαδό της εξεταζόμενης περιοχής και K μια σταθερά (ορίζεται ίση με 0,765).

Η συνολική απόσταση δρομολογίου με τη χρήση της σχέσης (3) βρέθηκε ίση με 108,19km, η οποία είναι κατά 6,53% μεγαλύτερη από τη μέση απόσταση που υπολογίστηκε με χρήση όλων των συνδυασμών στρατηγικών επίλυσης – αλγορίθμων βελτιστοποίησης.

## Κεφάλαιο 6. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Βάση των αποτελεσμάτων της επίλυσης των διαφόρων μοντέλων, έγινε σύγκριση της συμπεριφοράς:

- Του δυναμικού σε σχέση με το αντίστοιχο στατικό σύστημα σε δύο προβλήματα δρομολόγησης 16 και 30 σημείων αντίστοιχα, με 50 διαφορετικές εκδοχές.
- Δέκα διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης δύο προβλημάτων μεγάλης κλίμακας, τα οποία αφορούν την εξυπηρέτηση 100 και 200 κόμβων αντίστοιχα.
- Έξι διαφορετικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα μεγάλης κλίμακας με 100 και 200 κόμβους αντίστοιχα.
- Συνδυασμών στρατηγικών επίλυσης και αλγορίθμων βελτιστοποίησης καθώς και μιας προσεγγιστικής μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα των 200 κόμβων, με δεδομένο ότι χρησιμοποιείται μόνο ένα όχημα μεταφοράς, το οποίο καλύπτει τις μεταφορικές ανάγκες.

### 6.1 Σύγκριση δυναμικών – στατικών συστημάτων

Όσον αφορά τη μελέτη στατικών – δυναμικών προβλημάτων δρομολόγησης, εξετάστηκαν συνολικά 50 μοντέλα. Για κάθε μοντέλο συγκρίθηκαν οι συνολικές αποστάσεις των διαδρομών (Διαγράμματα 6-1 και 6-2). Τα αριθμητικά δεδομένα κάθε μοντέλου παρουσιάζονται στους πίνακες 6-1 έως 6-4.

#### 6.1.1 Αριθμητικά αποτελέσματα

**Πίνακας ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-5:** Συνολική απόσταση (m) οχήματος ανά δρομολόγιο δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στο πρόβλημα των 30 κόμβων.

| model | online distance | model | online distance |
|-------|-----------------|-------|-----------------|
| 1     | 1110563         | 26    | 825625          |
| 2     | 1130618         | 27    | 687352          |
| 3     | 487478          | 28    | 988473          |
| 4     | 633119          | 29    | 843855          |
| 5     | 933142          | 30    | 608706          |
| 6     | 1300623         | 31    | 654847          |
| 7     | 840548          | 32    | 752314          |
| 8     | 1070000         | 33    | 705246          |
| 9     | 829458          | 34    | 913009          |
| 10    | 825384          | 35    | 965201          |
| 11    | 1048071         | 36    | 1071670         |
| 12    | 514005          | 37    | 537880          |
| 13    | 678807          | 38    | 901664          |
| 14    | 862818          | 39    | 567440          |
| 15    | 747699          | 40    | 517340          |



|    |         |    |         |
|----|---------|----|---------|
| 16 | 814190  | 41 | 942565  |
| 17 | 767315  | 42 | 756236  |
| 18 | 710348  | 43 | 649533  |
| 19 | 713505  | 44 | 1055676 |
| 20 | 896173  | 45 | 922888  |
| 21 | 1020510 | 46 | 1016353 |
| 22 | 947959  | 47 | 953002  |
| 23 | 822848  | 48 | 1004895 |
| 24 | 718873  | 49 | 1161890 |
| 25 | 649222  | 50 | 601935  |

**Πίνακας ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-6:** Συνολική απόσταση (m) οχήματος ανά δρομολόγιο στατικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στο πρόβλημα των 30 κόμβων.

| model | static distance | model | static distance |
|-------|-----------------|-------|-----------------|
| 1     | 978373          | 26    | 720008          |
| 2     | 940924          | 27    | 769623          |
| 3     | 487478          | 28    | 865202          |
| 4     | 724713          | 29    | 763171          |
| 5     | 915957          | 30    | 579104          |
| 6     | 956944          | 31    | 524044          |
| 7     | 864152          | 32    | 794186          |
| 8     | 950161          | 33    | 707880          |
| 9     | 721374          | 34    | 627823          |
| 10    | 875163          | 35    | 988002          |
| 11    | 1143185         | 36    | 834845          |
| 12    | 502413          | 37    | 537488          |
| 13    | 795418          | 38    | 816946          |
| 14    | 807543          | 39    | 606626          |
| 15    | 802472          | 40    | 530570          |
| 16    | 694792          | 41    | 665087          |
| 17    | 786367          | 42    | 802222          |
| 18    | 533608          | 43    | 610505          |
| 19    | 741425          | 44    | 816657          |
| 20    | 846440          | 45    | 757164          |
| 21    | 893736          | 46    | 733111          |
| 22    | 868601          | 47    | 875818          |
| 23    | 772363          | 48    | 853043          |
| 24    | 664372          | 49    | 724937          |
| 25    | 717771          | 50    | 643139          |

**Πίνακας ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-7.** Συνολική απόσταση (m) οχήματος ανά δρομολόγιο δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στο πρόβλημα των 16 κόμβων.

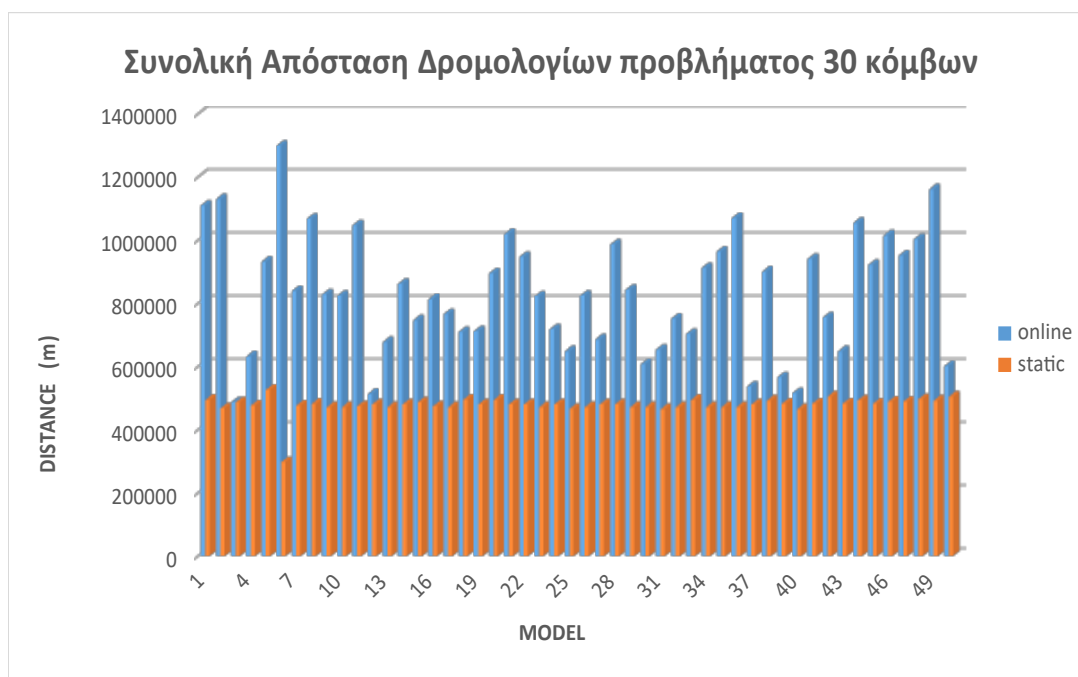
| model | online distance | model | online distance |
|-------|-----------------|-------|-----------------|
| 1     | 1110563         | 26    | 825625          |
| 2     | 1130618         | 27    | 687352          |
| 3     | 487478          | 28    | 988473          |
| 4     | 633119          | 29    | 843855          |
| 5     | 933142          | 30    | 608706          |
| 6     | 1300623         | 31    | 654847          |
| 7     | 840548          | 32    | 752314          |
| 8     | 1070000         | 33    | 705246          |
| 9     | 829458          | 34    | 913009          |
| 10    | 825384          | 35    | 965201          |
| 11    | 1048071         | 36    | 1071670         |
| 12    | 514005          | 37    | 537880          |
| 13    | 678807          | 38    | 901664          |
| 14    | 862818          | 39    | 567440          |
| 15    | 747699          | 40    | 517340          |
| 16    | 814190          | 41    | 942565          |
| 17    | 767315          | 42    | 756236          |
| 18    | 710348          | 43    | 649533          |
| 19    | 713505          | 44    | 1055676         |

|    |         |    |         |
|----|---------|----|---------|
| 20 | 896173  | 45 | 922888  |
| 21 | 1020510 | 46 | 1016353 |
| 22 | 947959  | 47 | 953002  |
| 23 | 822848  | 48 | 1004895 |
| 24 | 718873  | 49 | 1161890 |
| 25 | 649222  | 50 | 601935  |

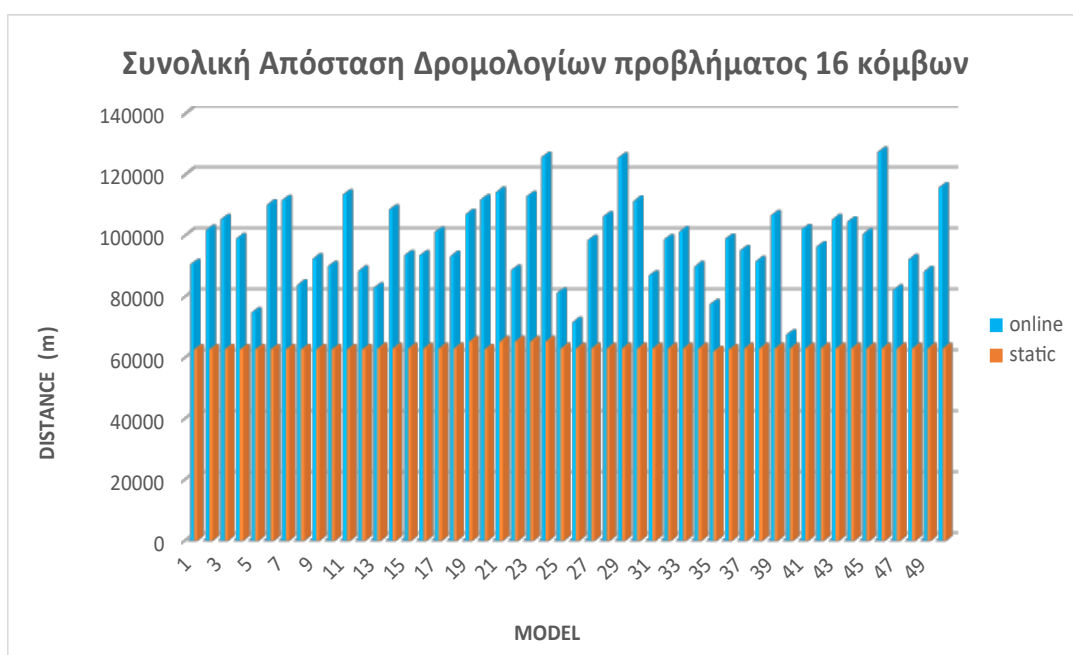
**Πίνακας ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-8.** Συνολική απόσταση (m) οχήματος ανά δρομολόγιο στατικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στο πρόβλημα των 16 κόμβων.

| model | static distance | model | static distance |
|-------|-----------------|-------|-----------------|
| 1     | 495426          | 26    | 472610          |
| 2     | 469910          | 27    | 481699          |
| 3     | 487478          | 28    | 481699          |
| 4     | 477807          | 29    | 472610          |
| 5     | 527852          | 30    | 472610          |
| 6     | 298960          | 31    | 466140          |
| 7     | 477807          | 32    | 472533          |
| 8     | 482434          | 33    | 495425          |
| 9     | 472533          | 34    | 472533          |
| 10    | 472533          | 35    | 472610          |
| 11    | 475324          | 36    | 472533          |
| 12    | 482144          | 37    | 481699          |
| 13    | 472533          | 38    | 493524          |
| 14    | 481725          | 39    | 484058          |
| 15    | 487478          | 40    | 466140          |
| 16    | 475324          | 41    | 484058          |
| 17    | 472610          | 42    | 505603          |
| 18    | 495829          | 43    | 483168          |
| 19    | 481699          | 44    | 493600          |
| 20    | 495425          | 45    | 484058          |
| 21    | 481699          | 46    | 490445          |
| 22    | 481775          | 47    | 489453          |
| 23    | 472610          | 48    | 498464          |
| 24    | 481699          | 49    | 493313          |
| 25    | 467119          | 50    | 505603          |

### 6.1.2 Συμπεράσματα



**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-46:** Διάγραμμα σύγκρισης απόστασης δρομολογίων στατικής και δυναμικής εκδοχής στο πρόβλημα των 30 κόμβων.



**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-47.** Διάγραμμα σύγκρισης απόστασης δρομολογίων στατικής και δυναμικής εκδοχής στο πρόβλημα των 16 κόμβων.

Βάση των αποτελεσμάτων φαίνεται σημαντική διαφορά μεταξύ των αποστάσεων των δρομολογίων και όπως ήταν αναμενόμενο η λύση υποβαθμίζεται στην περίπτωση του

δυναμικού μοντέλου. Η γνώση όλων των δεδομένων του προβλήματος εξ' αρχής φαίνεται ότι διευκολύνει τη μοντελοποίηση δίνοντας καλύτερα αποτελέσματα, με τα μοντέλα να παρουσιάζουν μικρότερη ταλάντωση.

Εξαίρεση αποτελεί το τρίτο μοντέλο του προβλήματος των 30 κόμβων, για το οποίο οι συνολικές αποστάσεις είναι ίσες. Το γεγονός αυτό εξηγείται, καθώς κατά τη διαδικασία επιλογής των υπομοντέλων της δυναμικής εκδοχής (Κεφάλαιο 3), όλοι οι κόμβοι ορίστηκαν να εξεταστούν στο πρώτο υπομοντέλο, με αποτέλεσμα να είναι και το μοναδικό υπομοντέλο του τρίτου μοντέλου, όντας τελικά όμοιο με το αντίστοιχο στατικό. Επίσης η ποσοστιαία διαφορά των διανυόμενων αποστάσεων στατικής-δυναμικής εκδοχής φαίνεται να είναι σημαντικά μικρότερη από το σύνολο των παρατηρήσεων για τα μοντέλα 12 και 40 (6,20 και 9,90% αντίστοιχα) του προβλήματος των 30 κόμβων, στα οποία η δυναμική εκδοχή έχει δύο υπομοντέλα αντί για τρία και άρα πλησιάζει στη συμπεριφορά της στατικής εκδοχής. Το παραπάνω συνέβη καθώς στη διαδικασία επιλογής των στοιχείων των υπομοντέλων, στο δεύτερο υπομοντέλο κάθε περίπτωσης, ως εξεταζόμενοι κόμβοι επιλέχθηκαν όλοι όσοι δεν είχαν εξεταστεί στο πρώτο.

Για τη σύγκριση της διακύμανσης των αποστάσεων των στατικών και δυναμικών μοντέλων, χρησιμοποιήθηκε ο υπολογισμός του συντελεστή μεταβλητότητας (Coefficient of Variation), ως μέτρο διασποράς των τιμών. Ορίζεται ως εξής:

$$CV = \frac{Tυπική Απόκλιση}{Μέσος Όρος} \quad (4).$$

Όσον αφορά τη συνολική διανυόμενη απόσταση, ο συντελεστής μεταβλητότητας μεταξύ των τιμών στατικού και δυναμικού μοντέλου υπολογίστηκαν 5,96 και 22,77% αντίστοιχα για το πρόβλημα των 30 κόμβων και 1,16 και 13,77% αντίστοιχα για το πρόβλημα των 16 κόμβων. Η διακύμανση των αποστάσεων των δρομολογίων επομένως στο πρόβλημα των 30 κόμβων, είναι περίπου πενταπλάσια στο στατικό και διπλάσια στο δυναμικό μοντέλο.

Η παραπάνω διαφορά στη διακύμανση των αποστάσεων φαίνεται λογική, καθώς στο πρόβλημα των 16 κόμβων, αυτοί βρίσκονται κοντά μεταξύ τους, σε μικρότερη διασπορά από ότι οι αντίστοιχοι στο πρόβλημα των 30 κόμβων.

Συνοψίζοντας και βάση των παραπάνω, και στα δύο προβλήματα το στατικό μοντέλο, στο οποίο όλα τα απαραίτητα δεδομένα είναι γνωστά πριν την έναρξη του δρομολογίου, φαίνεται να έχει καλύτερη συμπεριφορά και εφαρμογή, με τις λύσεις όλων των μοντέλων να μην διαφέρουν σημαντικά. Η μέση διαφορά των αποστάσεων μεταξύ δυναμικής και στατικής εκδοχής είναι 354,5 και 63,8km αντίστοιχα για τα προβλήματα των 30 και 16 κόμβων. Με μία

μέση ταχύτητα οχήματος 25-35km/h εντός του αστικού ιστού σε μια πόλη όπως ο Βόλος, η οικονομική διεύθυνση της εταιρίας μπορεί να εκτιμήσει αν συμφέρει να παρέχει επιπλέον μισθούς οδηγού/ών ή να προσλάβει υπάλληλο για παραγγελιοληψία και καθορισμό των δρομολογίων του οχήματος.

## 6.2 Σύγκριση στρατηγικών επίλυσης προβλήματος μεγάλης κλίμακας

Πραγματοποιήθηκαν δοκιμές επίλυσης με χρήση 10 διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης για διαφορετικές χωρητικότητες οχημάτων, με τα αποτελέσματα να φαίνονται παρακάτω (Πίνακες 6-5 έως 6-8). Τα κενά κελιά στους παρακάτω πίνακες υποδηλώνουν μη εξαγωγή αποτελέσματος με εφαρμογή της αντίστοιχης μεθόδου επίλυσης.

### 6.2.1 Αριθμητικά αποτελέσματα

**Πίνακας ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-9:** Διάρκεια δρομολογίων (min) προβλήματος 100 κόμβων με εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης.

| Vehicle<br>rarity | automatic | christofides | First<br>unbound | Global<br>cheapest arc | Local<br>cheapest arc | Local<br>cheapest<br>insertion | Parallel<br>cheapest<br>insertion | Path<br>cheapest arc | Path most<br>constrained<br>arc | Savings |
|-------------------|-----------|--------------|------------------|------------------------|-----------------------|--------------------------------|-----------------------------------|----------------------|---------------------------------|---------|
| 2                 | 80        | 79           | 78               | 78                     | 79                    | 79                             | 78                                | 80                   | 80                              |         |
| 3                 | 91        | 88           | 88               | 88                     | 88                    | 90                             | 90                                | 91                   | 90                              | 91      |
| 4                 | 103       | 102          | 101              | 102                    | 98                    | 100                            | 102                               | 103                  | 101                             | 100     |
| 5                 | 112       | 108          | 111              | 108                    | 108                   | 111                            | 113                               | 112                  | 112                             | 111     |
| 6                 | 121       | 120          | 121              | 119                    | 118                   | 122                            | 119                               | 121                  | 121                             | 119     |
| 7                 | 127       | 129          | 132              | 129                    | 131                   | 132                            | 128                               | 127                  | 129                             |         |
| 8                 | 141       | 139          | 140              | 139                    | 141                   | 141                            | 109                               | 141                  | 138                             | 141     |
| 9                 | 149       | 153          | 151              | 148                    | 147                   | 151                            | 152                               | 149                  | 154                             | 151     |
| 10                | 162       | 162          | 161              | 158                    | 158                   | 161                            | 162                               | 162                  | 160                             | 161     |
| 11                | 171       | 170          | 170              | 171                    | 171                   | 171                            | 171                               | 171                  | 170                             | 171     |
| 12                | 178       | 181          | 181              | 181                    | 178                   | 181                            | 178                               | 178                  | 182                             | 182     |
| 13                | 191       | 191          | 191              | 191                    | 188                   | 192                            | 190                               | 191                  | 191                             | 192     |
| 14                | 200       | 201          | 201              | 202                    | 202                   | 202                            | 201                               | 200                  | 202                             |         |
| 15                | 207       | 210          | 210              | 212                    | 213                   | 213                            | 212                               | 207                  | 209                             | 213     |
| 16                | 218       | 222          | 222              | 222                    | 223                   | 224                            | 219                               | 218                  | 221                             | 223     |
| 17                | 231       | 235          | 232              | 230                    | 233                   | 234                            | 231                               | 231                  | 232                             | 233     |
| 18                | 241       | 243          | 243              | 241                    | 244                   | 245                            | 240                               | 241                  | 244                             | 243     |
| 19                | 252       | 253          | 253              | 252                    | 255                   | 254                            | 248                               | 252                  | 254                             | 253     |
| 20                | 262       | 264          | 263              | 262                    | 264                   | 264                            | 262                               | 262                  | 263                             | 264     |

**Πίνακας ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-10:** Συνολική απόσταση δρομολογίων (m) προβλήματος 100 κόμβων με εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης.

| Vehicle capacity | automatic | christofides | First unbound | Global cheapest arc | Local cheapest arc | Local cheapest insertion | Parallel cheapest insertion | Path cheapest arc | Path most constrained arc | Savings |
|------------------|-----------|--------------|---------------|---------------------|--------------------|--------------------------|-----------------------------|-------------------|---------------------------|---------|
| 2                | 494852    | 492067       | 492325        | 492184              | 492903             | 491989                   | 493888                      | 494852            | 493810                    |         |
| 3                | 341960    | 341578       | 339307        | 343652              | 344863             | 338940                   | 339112                      | 341960            | 341278                    | 341543  |
| 4                | 266932    | 269597       | 269526        | 272706              | 269618             | 268095                   | 267399                      | 266932            | 266767                    | 265859  |
| 5                | 220168    | 221030       | 220303        | 229845              | 219926             | 220978                   | 224205                      | 220168            | 222096                    | 219539  |
| 6                | 194294    | 190438       | 189729        | 194652              | 194325             | 197011                   | 195071                      | 194294            | 193820                    | 190322  |
| 7                | 175774    | 167578       | 173170        | 172197              | 170874             | 168169                   | 176401                      | 175774            | 175409                    |         |
| 8                | 156827    | 150471       | 153681        | 156724              | 153480             | 156825                   | 107057                      | 156827            | 158797                    | 151667  |
| 9                | 135133    | 136137       | 142891        | 139624              | 144638             | 141928                   | 137025                      | 135133            | 137670                    | 137701  |
| 10               | 127034    | 127774       | 132267        | 131426              | 130092             | 130867                   | 128544                      | 127034            | 132597                    | 129286  |
| 11               | 118017    | 121491       | 118620        | 119828              | 122174             | 121744                   | 118916                      | 118017            | 118132                    | 117069  |
| 12               | 118832    | 114255       | 115594        | 112163              | 116810             | 111656                   | 117428                      | 118832            | 119011                    | 112747  |
| 13               | 110053    | 106196       | 108096        | 103350              | 114796             | 106882                   | 107912                      | 110053            | 111207                    | 103337  |
| 14               | 109802    | 106626       | 106626        | 101073              | 105954             | 100616                   | 108467                      | 109802            | 104444                    |         |
| 15               | 102084    | 99857        | 99857         | 97169               | 102283             | 98523                    | 99702                       | 102084            | 95754                     | 98821   |
| 16               | 98928     | 95632        | 95632         | 94100               | 95684              | 92902                    | 99360                       | 98928             | 93393                     | 91729   |
| 17               | 87004     | 91056        | 88078         | 91277               | 90727              | 90579                    | 90543                       | 86856             | 91551                     | 89382   |
| 18               | 89608     | 85236        | 85236         | 90982               | 87961              | 88453                    | 90015                       | 89608             | 90845                     | 90511   |
| 19               | 87879     | 86549        | 94260         | 85027               | 87547              | 87662                    | 92575                       | 87879             | 90800                     | 87198   |
| 20               | 79311     | 81457        | 84113         | 80299               | 84224              | 83721                    | 84045                       | 79311             | 85115                     | 85469   |

**Πίνακας ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-11:** Διάρκεια δρομολογίων (min) προβλήματος 200 κόμβων με εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών.

| Vehicle capacity | Automatic | Christofides | First unbound min value | Global cheapest arc | Local cheapest arc | Local cheapest insertion | Parallel cheapest insertion | Path cheapest arc | Path most constrained arc | Savings |
|------------------|-----------|--------------|-------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------|-----------------------------|-------------------|---------------------------|---------|
| 4                | 140       | 139          | 139                     |                     |                    | 138                      | 134                         | 140               | 139                       | 139     |
| 5                | 150       | 149          | 150                     | 149                 | 149                | 150                      | 150                         | 150               | 149                       | 149     |
| 6                | 160       | 159          | 159                     | 160                 | 161                | 160                      | 160                         | 160               | 159                       |         |
| 7                | 173       | 170          | 169                     | 169                 | 171                | 170                      | 168                         | 173               | 171                       | 171     |
| 8                | 181       | 180          | 181                     | 182                 | 181                | 181                      | 181                         | 181               | 189                       | 181     |
| 9                | 195       | 189          | 191                     | 192                 | 193                | 192                      | 193                         | 195               | 190                       |         |
| 10               | 204       | 215          | 199                     | 201                 | 207                | 203                      | 205                         | 204               | 211                       | 202     |

|    |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 11 | 216 | 214 | 215 | 212 | 211 | 214 | 215 | 216 | 210 |     |
| 12 | 221 | 231 | 223 | 219 | 230 | 225 | 226 | 221 | 220 | 224 |
| 13 | 239 | 235 | 239 | 236 | 242 | 235 | 233 | 239 | 237 | 235 |
| 14 | 240 | 241 | 261 | 241 | 244 | 249 | 253 | 240 | 241 | 245 |
| 15 | 254 | 256 | 261 | 252 | 257 | 259 | 257 | 254 | 250 | 257 |
| 16 | 269 | 265 | 272 | 276 | 266 | 268 | 267 | 269 | 265 | 267 |
| 17 | 282 | 272 | 283 | 276 | 285 | 279 | 274 | 282 | 276 | 277 |
| 18 | 291 | 290 | 286 | 286 | 287 | 291 | 283 | 291 | 286 |     |
| 19 | 298 | 305 | 298 | 297 | 299 | 300 | 300 | 298 | 303 | 298 |
| 20 | 310 | 326 | 309 | 304 | 308 | 311 | 307 | 310 | 312 | 309 |

**Πίνακας ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-12:** Συνολική απόσταση δρομολογίων (m) προβλήματος 200 κόμβων με εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών.

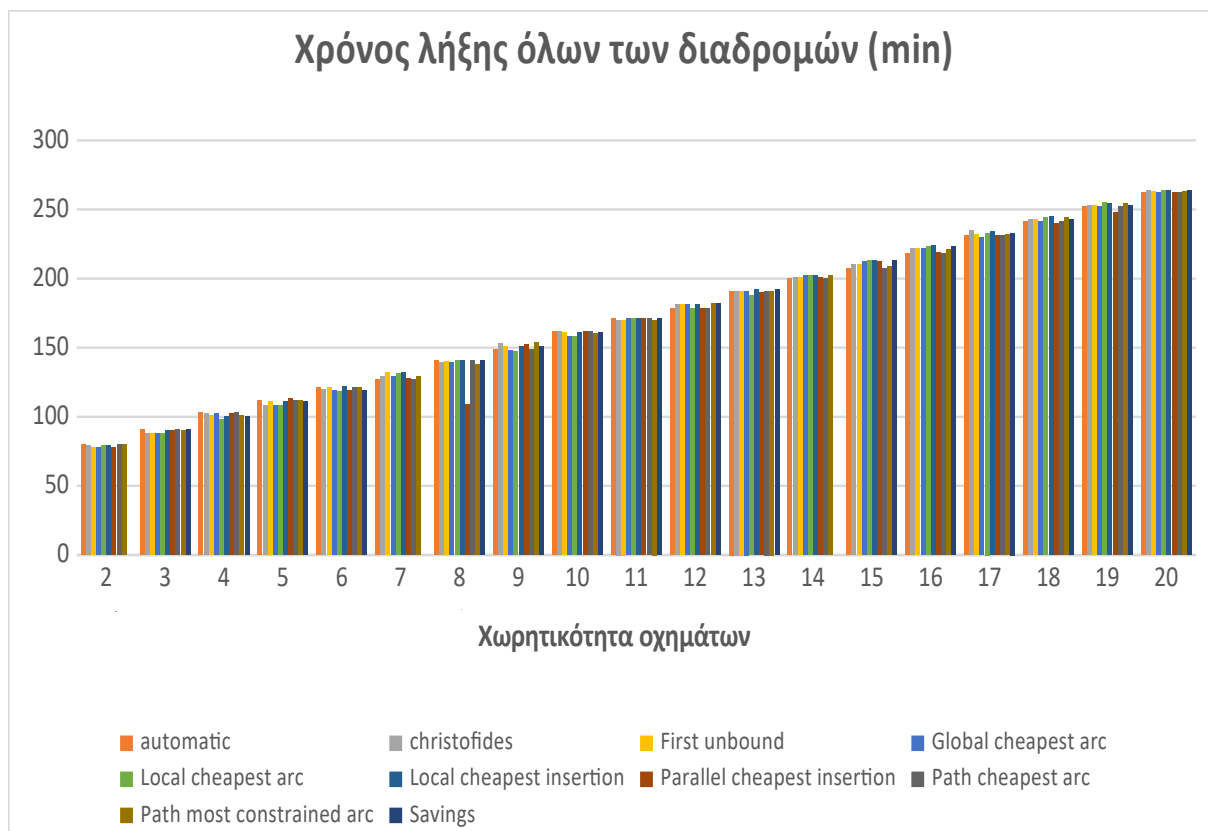
| Vehicle capacity | Automatic | Christofides | First unbound min value | Global cheapest arc | Local cheapest arc | Local cheapest insertion | Parallel cheapest insertion | Path cheapest arc | Path most constrained arc | Savings |
|------------------|-----------|--------------|-------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------|-----------------------------|-------------------|---------------------------|---------|
| 4                | 562856    | 563151       | 564469                  |                     |                    | 554547                   | 555973                      | 562856            | 559881                    | 557960  |
| 5                | 462018    | 469797       | 468711                  | 469484              | 467799             | 475901                   | 465372                      | 462018            | 464480                    | 465766  |
| 6                | 400270    | 407507       | 407337                  | 400113              | 401277             | 413024                   | 407908                      | 400270            | 399316                    |         |
| 7                | 366060    | 364466       | 367949                  | 361560              | 353933             | 392536                   | 359263                      | 366060            | 357566                    | 365380  |
| 8                | 321162    | 329080       | 332769                  | 330870              | 325271             | 344172                   | 322781                      | 321162            | 320099                    | 319719  |
| 9                | 296976    | 303206       | 321924                  | 297450              | 290624             | 315921                   | 295462                      | 296976            | 295219                    |         |
| 10               | 273258    | 282400       | 281771                  | 282986              | 270292             | 288922                   | 279329                      | 273258            | 273604                    | 277349  |
| 11               | 262221    | 263469       | 270250                  | 258494              | 257152             | 308025                   | 254068                      | 262221            | 266911                    |         |
| 12               | 248150    | 250994       | 264264                  | 240944              | 252920             | 285340                   | 239278                      | 248150            | 242736                    | 253270  |
| 13               | 242554    | 239117       | 235213                  | 238896              | 244771             | 258189                   | 236316                      | 242554            | 235608                    | 238285  |
| 14               | 223871    | 240152       | 229022                  | 218144              | 224398             | 265238                   | 224224                      | 223871            | 218526                    | 230910  |
| 15               | 219071    | 208012       | 229022                  | 214419              | 227054             | 257754                   | 200606                      | 219071            | 214907                    | 226013  |
| 16               | 204745    | 207862       | 210880                  | 201191              | 213036             | 239242                   | 197766                      | 204745            | 202590                    | 212821  |
| 17               | 200534    | 202723       | 215157                  | 201191              | 198025             | 215063                   | 190727                      | 200534            | 191899                    | 197784  |
| 18               | 200009    | 198017       | 198046                  | 189967              | 189432             | 208979                   | 190541                      | 200009            | 191709                    |         |
| 19               | 186254    | 202818       | 193788                  | 175197              | 190590             | 208729                   | 194930                      | 186254            | 183029                    | 187798  |
| 20               | 177920    | 183310       | 189976                  | 166496              | 183408             | 193800                   | 183822                      | 177920            | 180532                    | 186945  |

Τα κενά στους παραπάνω πίνακες υποδηλώνουν μη εξαγωγή αποτελέσματος.

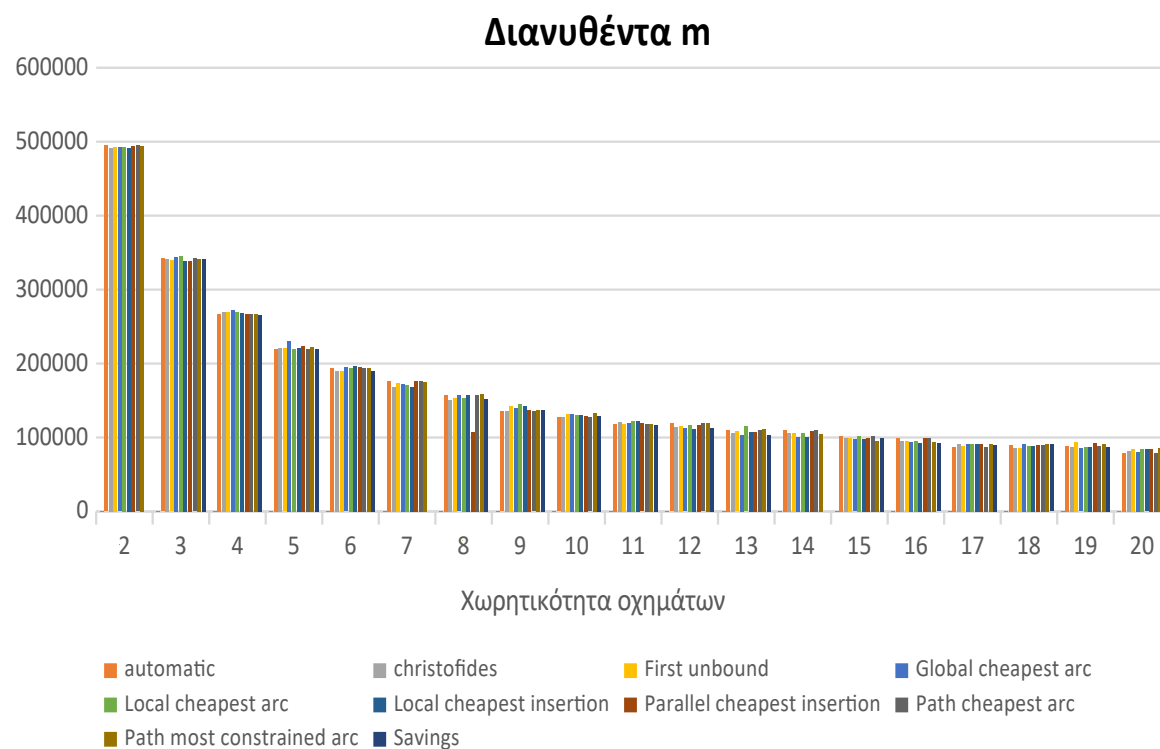
### **6.2.2 Συμπεράσματα**

Με βάση τα αριθμητικά αποτελέσματα κατασκευάστηκαν διαγράμματα (Διαγράμματα 6-3 έως 6-6) συνολικού χρόνου και συνολικής απόστασης δρομολογίων για τα προβλήματα των 100 και 200 κόμβων, σε συνάρτηση με την χωρητικότητα των οχημάτων, για τις 10 μελετούμενες στρατηγικές επίλυσης.



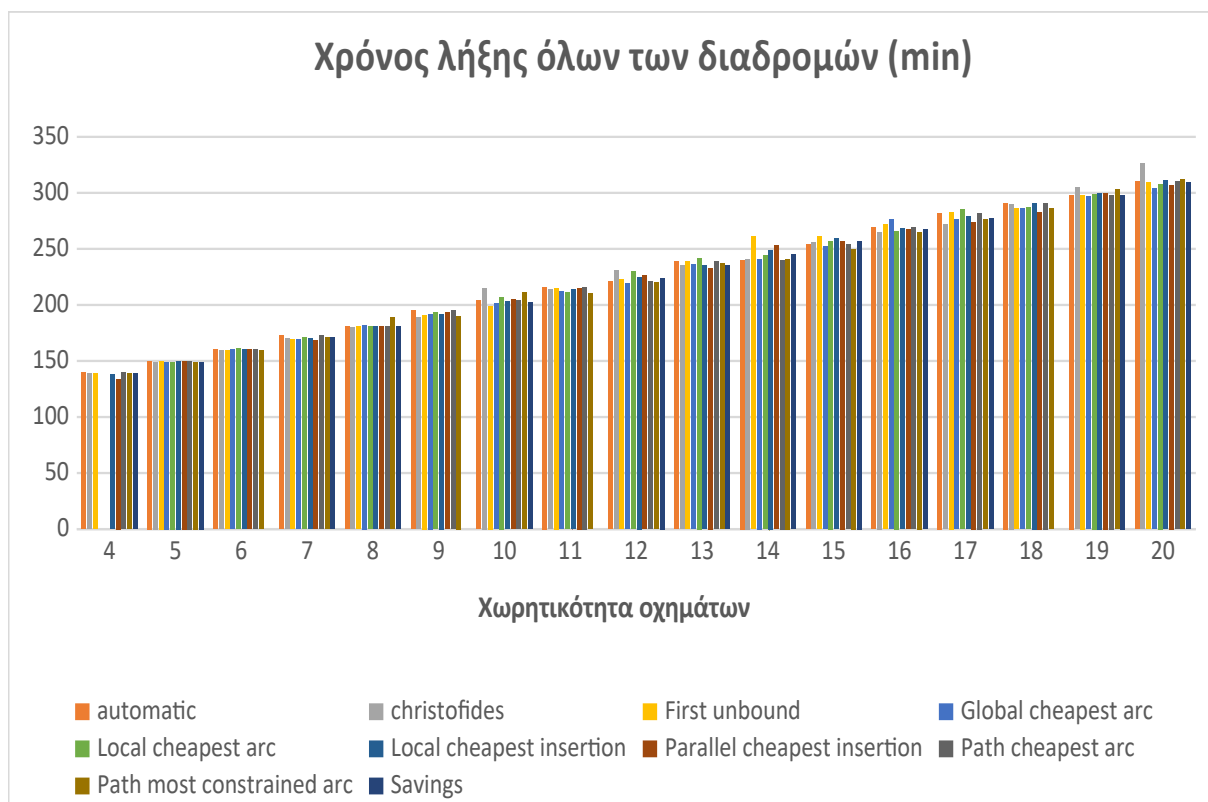


**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-48.** Σύγκριση χρόνων δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων στρατηγικών επίλυσης στο πρόβλημα των 100 κόμβων.

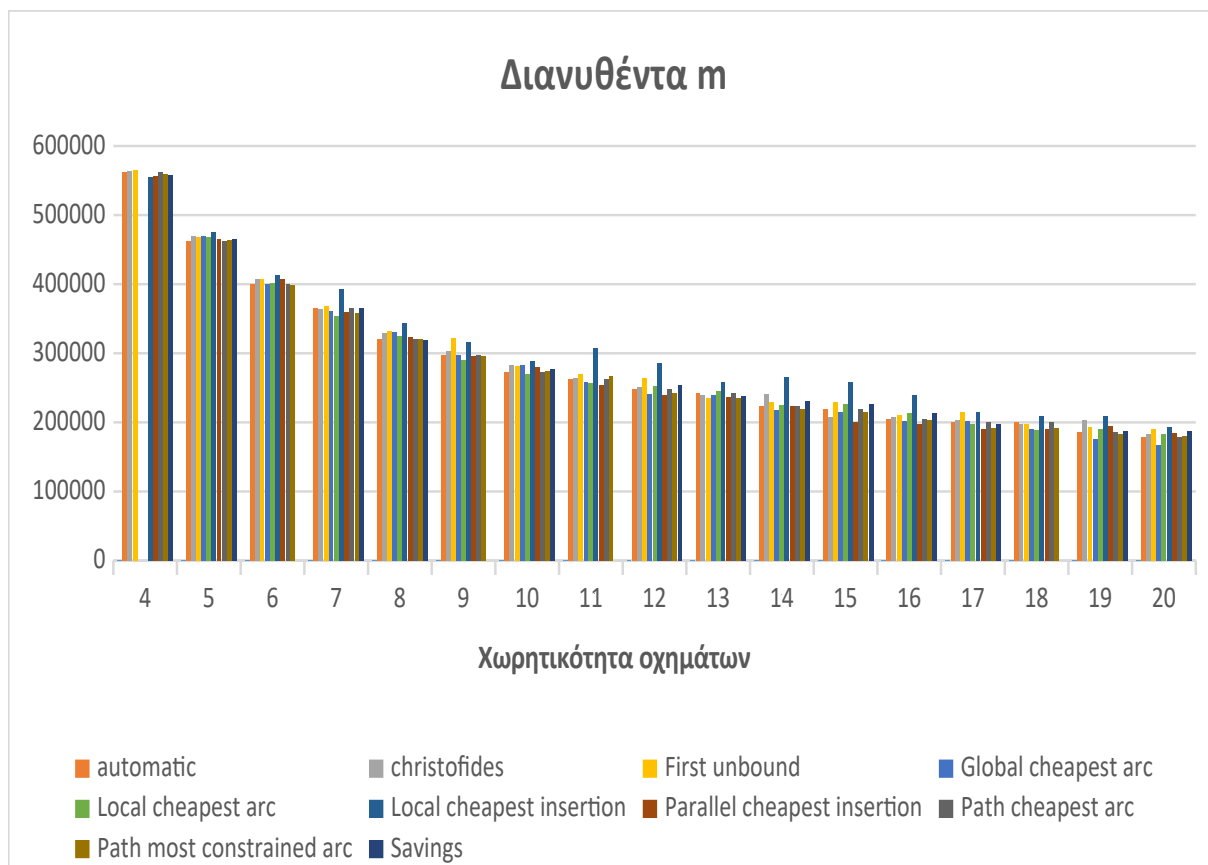


**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-49.** Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων στρατηγικών επίλυσης στο πρόβλημα των 100 κόμβων.

Με βάση τα διαγράμματα 6-3 και 6-4, στο πρόβλημα των 100 κόμβων φαίνεται αύξηση του συνολικού χρόνου διαδρομής καθώς η χωρητικότητα των οχημάτων αυξάνεται. Επιπλέον φαίνεται μείωση της συνολικής απόστασης των δρομολογίων με την αύξηση της χωρητικότητας, με τη μείωση να είναι πιο έντονη για μικρές τιμές χωρητικότητας. Καλύτερα αποτελέσματα λοιπόν φαίνεται να δίνουν οι διάφορες στρατηγικές επίλυσης για ενδιάμεσες τιμές χωρητικότητας. Η στρατηγική που έχει τον βέλτιστο συνδυασμό χρόνου δρομολογίου και διανυθείσας απόστασης είναι η Parallel Cheapest Insertion, με βέλτιστα αποτελέσματα όπως διακρίνεται και στα διαγράμματα για χωρητικότητα οχημάτων 8 πακέτων. Οι τιμές αυτές αντιστοιχούν στα 63,66% και 66,14% του μέσου χρόνου και μέσης απόστασης αντίστοιχα που προκύπτουν από τους υπολογισμούς για κάθε χωρητικότητα οχημάτων. Αντιθέτως χειρότερη εφαρμογή φαίνεται να έχουν οι στρατηγικές Automatic και Path Cheapest Arc για τη μικρότερη χωρητικότητα οχημάτων (2 πακέτα). Παρόλο που ο συνολικός χρόνος διαδρομής μειώνεται, η συνολική απόσταση αυξάνεται σημαντικά. Οι χρόνοι δρομολογίων και οι συνολική απόσταση αντιστοιχούν στο 46,72% και 305,70% του μέσου χρόνου και της μέσης απόστασης αντίστοιχα.



**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-50:** Σύγκριση χρόνων δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων στρατηγικών επίλυσης στο πρόβλημα των 200 κόμβων.

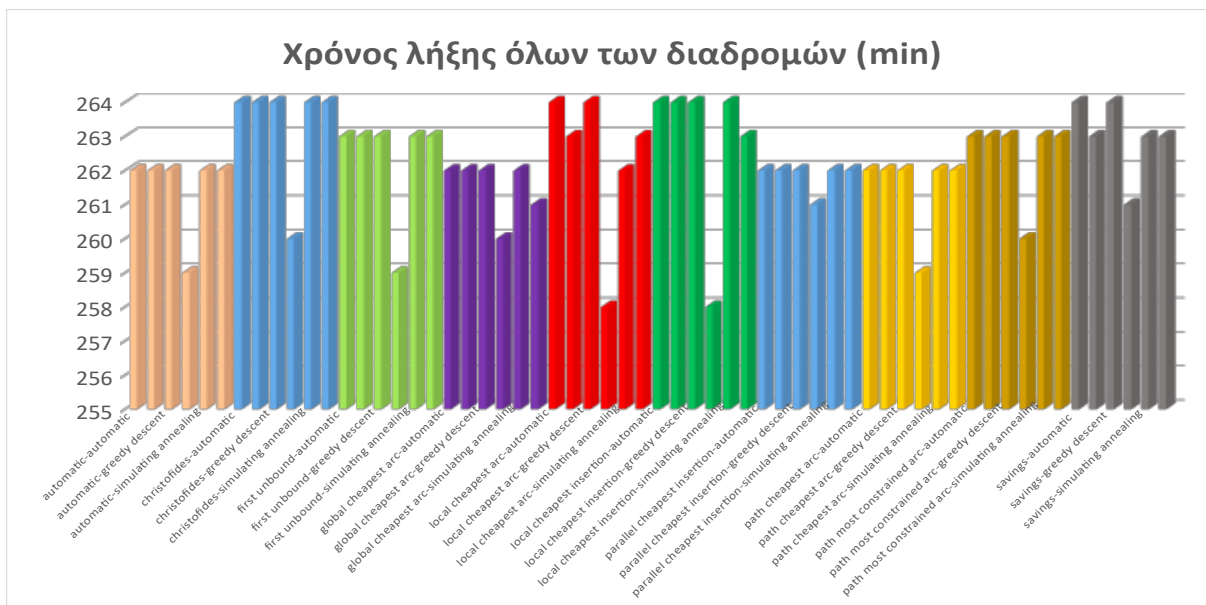


**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-51:** Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων στρατηγικών επίλυσης στο πρόβλημα των 200 κόμβων.

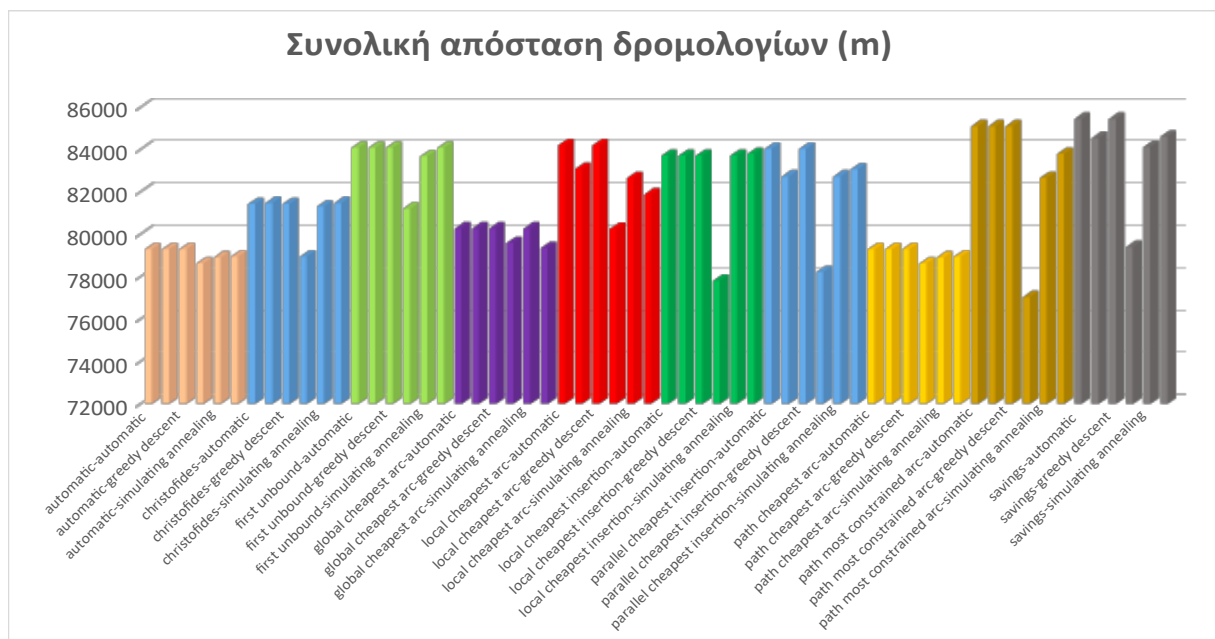
Στο πρόβλημα των 200 κόμβων, μεγαλύτερες διανυθείσες αποστάσεις φαίνεται να έχει η εφαρμογή της στρατηγικής Local cheapest insertion, ενώ όσον αφορά τον χρόνο των δρομολογίων δε φαίνεται κάποια μέθοδος να παρεκκλίνει σημαντικά από τον μέσο όρο ανά χωρητικότητα οχημάτων. Έπειτα από ανάλυση των δεδομένων, φαίνεται ότι πάλι μια μέση χωρητικότητα οχημάτων είναι η ιδανική. Η εφαρμογή της στρατηγικής Global cheapest arc για χωρητικότητα οχημάτων 14 έχει σαν αποτέλεσμα την ελάχιστη απόσταση δρομολογίου και συνολικό χρόνο 0,41% μεγαλύτερο του ελάχιστου των υπολογισμένων με τις υπόλοιπες στρατηγικές χρόνων. Οι τιμές αυτές αντιστοιχούν στα 106,67% και 76,65% του μέσου χρόνου και μέσης απόστασης αντίστοιχα. Αντίθετα η εφαρμογή της στρατηγικής Local cheapest insertion για χωρητικότητα οχημάτων 11 φαίνεται να δίνει τα χειρότερα αποτελέσματα, με αυτά της απόστασης να είναι 8,24% αυξημένα σε σχέση με το μέσο όρο των αποστάσεων και το χρόνο δρομολογίου να αποτελεί το 94,72% του μέσου όρου των μετρήσεων.

### 6.3 Σύγκριση αλγόριθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα μεγάλης κλίμακας

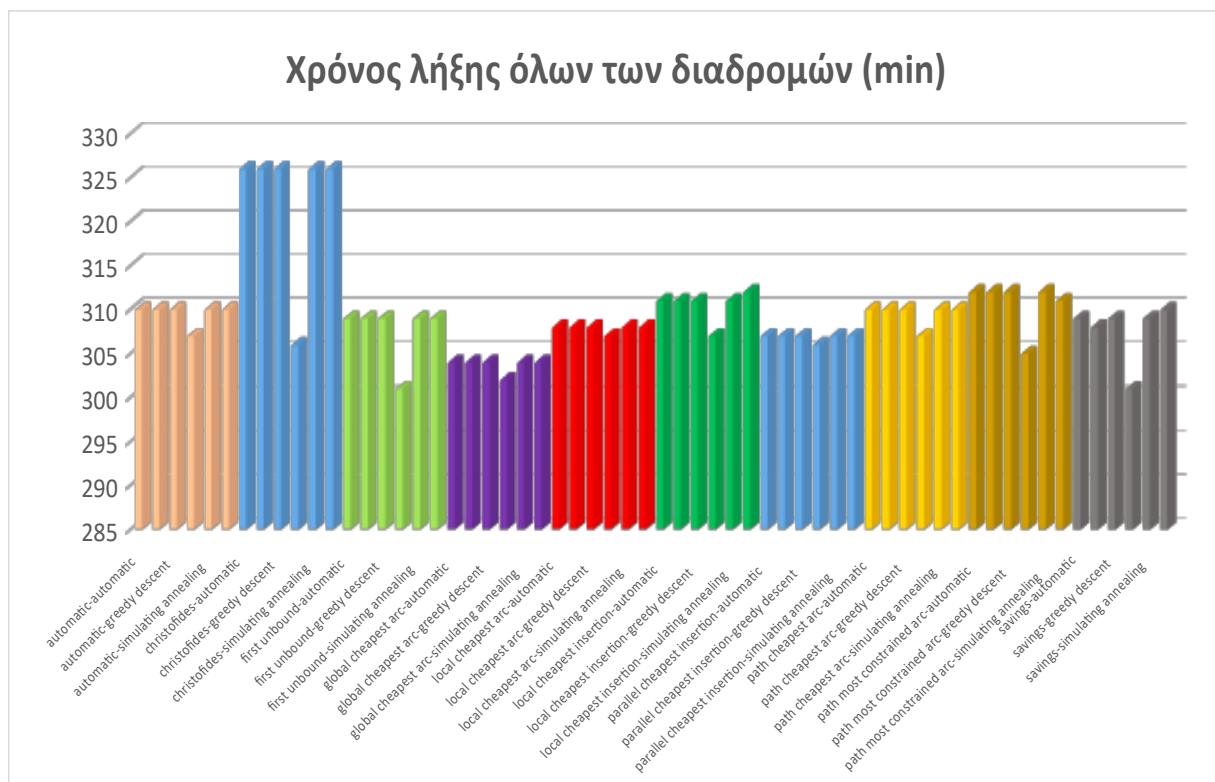
Πραγματοποιήθηκαν δοκιμές με 6 διαφορετικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης για τα προβλήματα των 100 και 200 κόμβων με χωρητικότητα οχημάτων 20 (Πίνακες 5-3 και 5-4), με τα δεδομένα να αποτυπώνονται σε διαγράμματα (Διαγράμματα 6-7 έως 6-10).



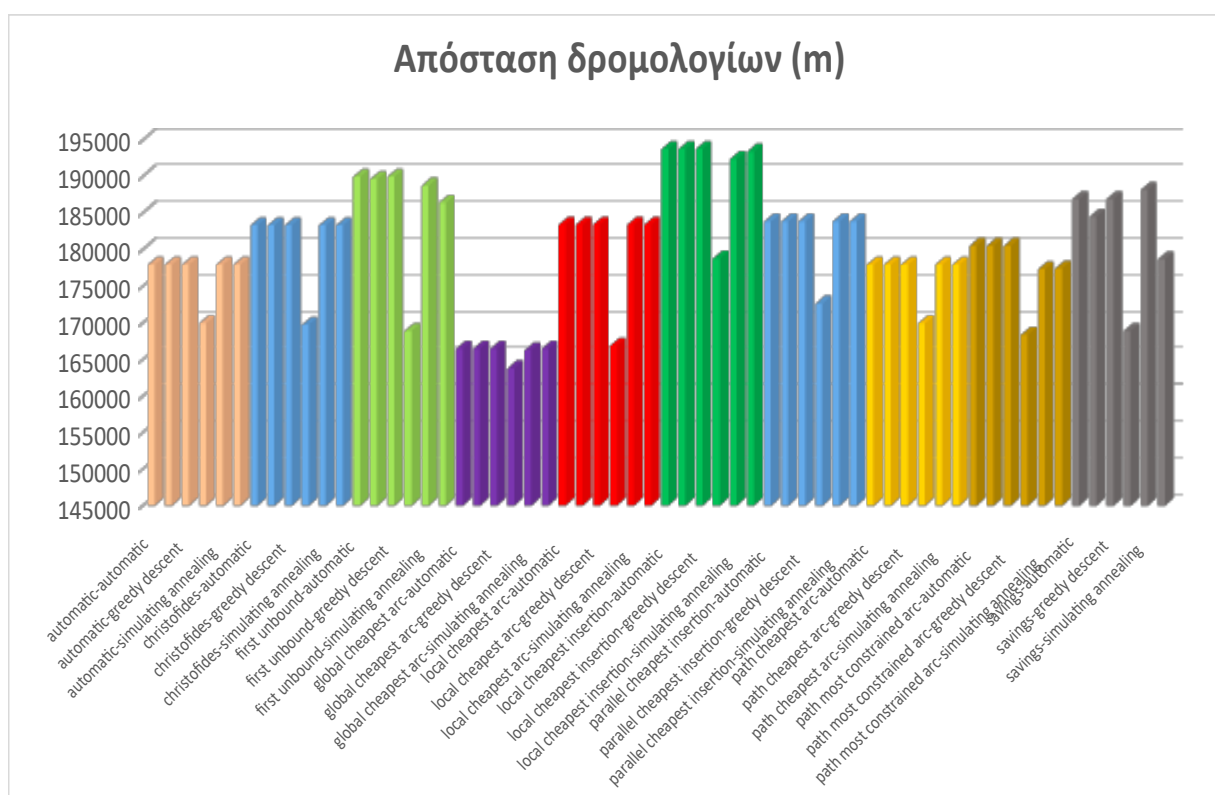
**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-52:** Σύγκριση διάρκειας δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα των 100 κόμβων.



**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-53:** Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα των 100 κόμβων.



**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-54:** Σύγκριση διάρκειας δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα των 200 κόμβων.



**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-55:** Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα των 200 κόμβων.

### 6.3.1 Συμπεράσματα

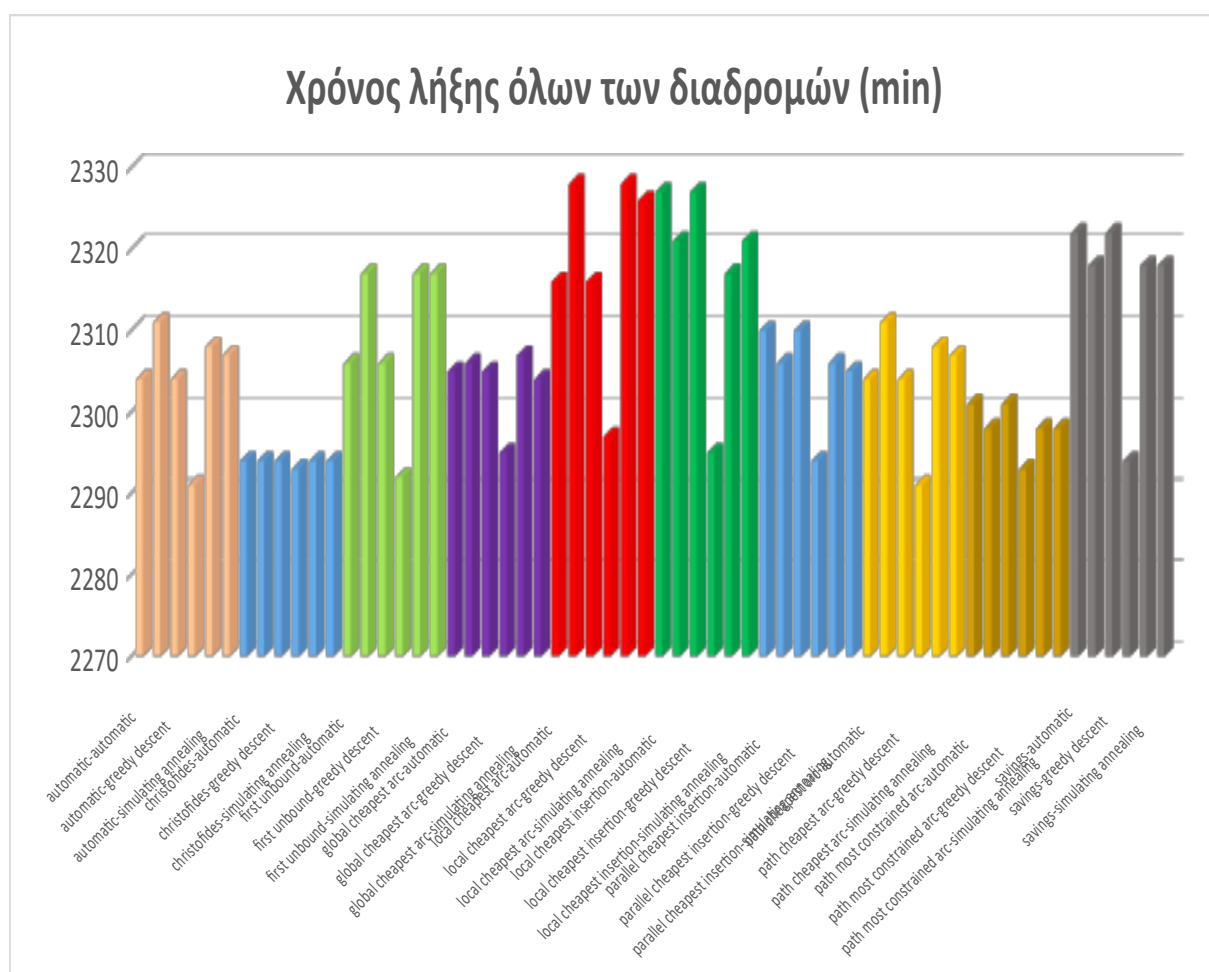
Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι η εφαρμογή του αλγορίθμου Guided local search δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα χρόνου και απόστασης διαδρομής, τόσο για το πρόβλημα των 100 όσο και για αυτό των 200 κόμβων. Χειρότερα αποτελέσματα φαίνεται να δίνει η εφαρμογή του αλγορίθμου automatic. Επίσης στο πρόβλημα των 100 κόμβων παρατηρούνται μικρότερες διαφορές μεταξύ του βέλτιστου χρόνου και της βέλτιστης απόστασης των δρομολογίων και του μέσου όρου των μετρήσεων, σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές στο πρόβλημα των 200 κόμβων. Τέλος οι διαφορές των χρόνων και στα δύο προβλήματα είναι μικρότερες σε σχέση με τις αντίστοιχες των αποστάσεων, με αποτέλεσμα η διασπορά των μετρήσεων των χρόνων να είναι μικρότερη σε σχέση με τη διασπορά των μετρούμενων αποστάσεων.

Όσον αφορά το πρόβλημα των 100 κόμβων καλύτερος συνδυασμός είναι η στρατηγική Local cheapest insertion με τον αλγόριθμο Guided local search, δίνοντας βελτιωμένα αποτελέσματα σε χρόνο και απόσταση δρομολογίου κατά 1,63% και 4,84% αντίστοιχα σε σύγκριση με τους μέσους όρους των υπόλοιπων δυνατών συνδυασμών. Εξαίρεση αποτελεί η εφαρμογή της μεθόδου Global cheapest arc, για την οποία ο αλγόριθμος Tabu search φαίνεται να έχει ελαφρώς καλύτερη εφαρμογή, όσον αφορά τον συνολικό χρόνο δρομολογίου, με το αποτέλεσμα να είναι κατά 3,95% καλύτερο από το μέσο όρο των τιμών. Ο χειρότερος συνδυασμός αντιθέτως, είναι η στρατηγική Savings με αλγόριθμο βελτιστοποίησης Automatic ή Greedy Descent, με τα αποτελέσματα συνολικού χρόνου και απόστασης δρομολογίων να είναι 0,66% και 4,50% πάνω του μέσου όρου των αντίστοιχων μετρήσεων.

Στο πρόβλημα των 200 κόμβων η εφαρμογή των συνδυασμού Global Cheapest Arc με Guided local search δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα, με τις αντίστοιχες τιμές χρόνου και απόστασης δρομολογίων να αντιστοιχούν σε 97,53% 91,03% των μέσων όρων. Χειρότερη συμπεριφορά έδειξε ο συνδυασμός Local Cheapest Insertion – Tabu search με τις αντίστοιχες τιμές να υπερέχουν κατά 0,76% και 7,49% των μέσων όρων αντίστοιχα.

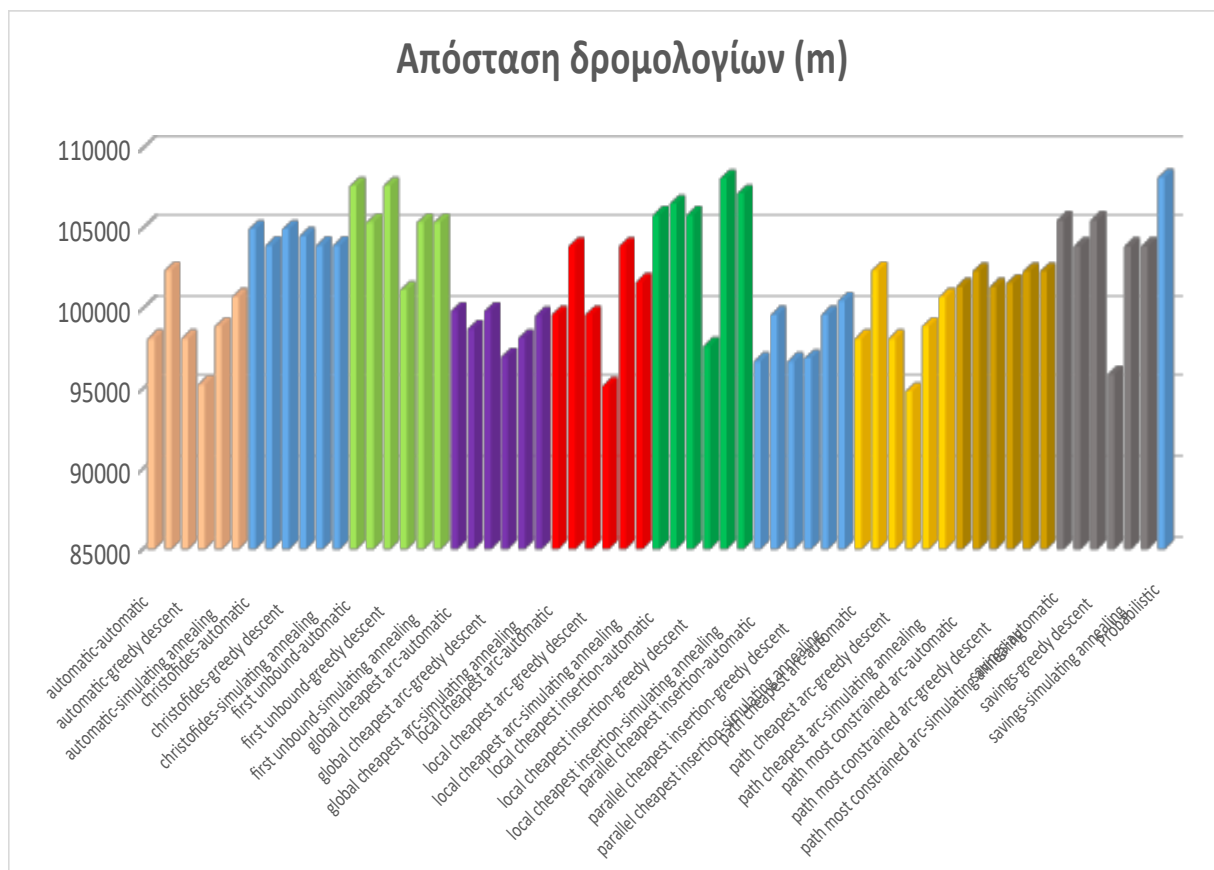
## 6.4 Αξιολόγηση αποτελεσμάτων με χρήση 1 μεταφορικού οχήματος και μιας προσεγγιστικής μεθόδου στο πρόβλημα μεγάλης κλίμακας

Πραγματοποιήθηκαν υπολογισμοί συνολικού χρόνου και συνολικής απόστασης δρομολογίου για κάθε μέθοδο επίλυσης και κάθε αλγόριθμο βελτιστοποίησης με χρήση ενός μεταφορικού οχήματος που καλύπτει τις μεταφορικές ανάγκες (200 πακέτων) του προβλήματος των 200 κόμβων (Διαγράμματα 6-11 και 6-12). Ειδικότερα για τα αποτελέσματα της συνολικής απόστασης δρομολογίων, αυτά συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα μιας προσεγγιστικής μεθόδου επίλυσης (Κεφ. 5 – σχέση 3).



**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-56:** Σύγκριση διάρκειας δρομολογίων με εφαρμογή συνδυασμών στρατηγικών επίλυσης - αλγορίθμων βελτιστοποίησης και χρήση 1 μεταφορικού οχήματος στο πρόβλημα των 200 κόμβων.





**Διάγραμμα ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-57:** Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή συνδυασμών στρατηγικών επίλυσης - αλγορίθμων βελτιστοποίησης, μιας προσεγγιστικής μεθόδου και χρήση 1 μεταφορικού οχήματος στο πρόβλημα των 200 κόμβων.

#### 6.4.1 Συμπεράσματα

Συμπεραίνεται ότι με όλες τις στρατηγικές επίλυσης καλύτερα αποτελέσματα δίνει η εφαρμογή του αλγόριθμου βελτιστοποίησης Guided Local Search. Ο συνδυασμός του με τη στρατηγική Path Cheapest Arc δίνει αποτελέσματα χρόνου και απόστασης δρομολογίων κατά 0,69% 6,63% μικρότερα από τους αντίστοιχους μέσους όρους των μετρήσεων. Χειρότερα αποτελέσματα έδωσε ο συνδυασμός Local Cheapest Insertion με Automatic ή Greedy Descent, με τιμές χρόνου και απόστασης να είναι κατά 0,87% και 4,20% αντίστοιχα μεγαλύτερες από το μέσο όρο των αντίστοιχων των διαφόρων συνδυασμών μεθόδου-αλγορίθμου.

Το αποτέλεσμα της απόστασης δρομολογίου της προσεγγιστικής μεθόδου είναι κατά 2,24% και 14,09% μεγαλύτερο από τα αποτελέσματα του χειρότερου και του καλύτερου συνδυασμού στρατηγικής και αλγορίθμου βελτιστοποίησης αντίστοιχα. Τα παραπάνω ποσοστά κρίνονται ικανοποιητικά, λαμβάνοντας υπόψη τον ελάχιστο χρόνο υπολογισμού

αλλά και τη μη απαίτηση ιδιαίτερης υπολογιστικής ισχύος για την εξαγωγή αποτελέσματος με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου.

Σημειώνεται ότι οι ίδιοι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν και για το πρόβλημα των 100 κόμβων, με τα αποτελέσματα να παρουσιάζουν σημαντική διασπορά και την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την καλύτερη και τη χειρότερη τακτική επίλυσης να είναι ιδιαίτερα δύσκολη και ασαφής. Από την άλλη πλευρά, η προσεγγιστική μέθοδος είχε σημαντικά χειρότερη συμπεριφορά σε σχέση με την αντίστοιχη στο πρόβλημα των 200 κόμβων με αποτέλεσμα να κρίνεται ως μη εφαρμόσιμη.

## Κεφάλαιο 7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

---

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, τόσο σε μικρή κλίμακα (16 και 30 κόμβοι) όσο και σε μεγαλύτερη (100, 200 κόμβοι). Επίσης αξιολογήθηκαν τα αποτελέσματα μετρήσεων με χρήση ενός μεταφορικού οχήματος στο πρόβλημα των 200 κόμβων, καθώς και η συμπεριφορά μιας προσεγγιστικής μεθόδου υπολογισμού της συνολικής απόστασης δρομολογίου.

Συγκρίθηκε η συμπεριφορά στατικών μοντέλων, στα οποία όλα τα στοιχεία είναι γνωστά πριν την έναρξη του δρομολογίου, με τα αντίστοιχα δυναμικά, στα οποία είναι δυνατή η διαφοροποίηση των δεδομένων κατά τη διάρκειά τους. Μελετήθηκε επίσης η εφαρμογή 10 διαφορετικών μεθόδων επίλυσης και 6 αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε δύο προβλήματα δρομολόγησης μεγάλης κλίμακας. Οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν για διάφορες χωρητικότητες οχημάτων, με τα αποτελέσματα να δείχνουν την τάση των συνολικών χρόνων των διαδρομών και της διανυθείσας απόστασης με τη μεταβολή της χωρητικότητας. Τέλος, μελετήθηκε η εφαρμογή των παραπάνω στρατηγικών και αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε ένα πρόβλημα μεγάλης κλίμακας με χρήση ενός μόνο μεταφορικού μέσου, καθώς και η σύγκριση των αποτελεσμάτων της απόστασης με χρήση μιας προσεγγιστικής μεθόδου επίλυσης.

Όσον αφορά τη σύγκριση δυναμικού και στατικού μοντέλου, όπως ήταν αναμενόμενο το στατικό παρουσίασε καλύτερη συμπεριφορά και μεγαλύτερη σταθερότητα στα εξεταζόμενα στοιχεία. Η γνώση όλων των στοιχείων του προβλήματος εκ των προτέρων προγραμματίσει καλύτερα τα δρομολόγια, με αποτέλεσμα τη μείωση της συνολικής απόστασης των δρομολογίων.

Στα προβλήματα μεγάλης κλίμακας με χρήση πολλών μεταφορικών οχημάτων, όσον αφορά τη χωρητικότητά τους, με εφαρμογή όλων των μεθοδολογιών παρατηρήθηκε μείωση της συνολικής απόστασης διαδρομής με μειούμενο ρυθμό, καθώς αυξάνεται η χωρητικότητα των οχημάτων. Λογικό αποτέλεσμα, καθώς με την αύξηση της χωρητικότητας των οχημάτων μειώνονται οι μεταβάσεις από και προς τον αρχικό κόμβο (depot) προς τους υπόλοιπους. Σχετικά με τον συνολικό χρόνο των δρομολογίων παρατηρήθηκε αντίθετη συμπεριφορά, αφού η αύξηση της χωρητικότητας των οχημάτων συνοδεύτηκε με την αύξηση των αντίστοιχων χρόνων των δρομολογίων με πιο ήπιο ρυθμό. Επίσης λογικό αποτέλεσμα, καθώς ένας στόλος περισσότερων οχημάτων έχει τη δυνατότητα ομαδοποίησης των προς επίσκεψη

κόμβων (clustering), με το χρόνο δρομολογίου κάθε οχήματος να μειώνεται σημαντικά. Επιπλέον εξήγηση είναι ότι η αυξημένη χωρητικότητα ενδέχεται να δημιουργεί καθυστερήσεις (φόρτωση, εκφόρτωση, ελιγμοί στον αστικό ιστό κλπ.), με το όφελος των συντομότερων δρομολογίων να μένει ανεκμετάλλευτο. Συνεπώς, η επιλογή μιας ενδιάμεσης χωρητικότητας (π.χ. 8-14) φαντάζει ως βέλτιστη λύση, λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα τόσο της απόστασης όσο και του χρόνου εκτέλεσης των διαδρομών.

Στο πρόβλημα μεγάλης κλίμακας με χρήση ενός μεταφορικού οχήματος, η εφαρμογή ενός συγκεκριμένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης δίνει τα βέλτιστα αποτελέσματα. Επίσης, σε συμφωνία με τα παραπάνω, οι υπολογιζόμενες συνολικές αποστάσεις δρομολογίου είναι σημαντικά μικρότερες σε σχέση με τις αντίστοιχες στο πρόβλημα με τη μεταβαλλόμενη χωρητικότητα οχημάτων (4-20 πακέτα).

Το αποτέλεσμα της απόστασης δρομολογίου με εφαρμογή της προσεγγιστικής μεθόδου τέλος, είναι μεν χειρότερο σε σύγκριση με τα αντίστοιχα των συνδυασμών στρατηγικών επίλυσης και αλγορίθμων βελτιστοποίησης, παράλληλα όμως κρίνεται ιδιαίτερος ικανοποιητικό, λαμβάνοντας υπόψη τον μειωμένο υπολογιστικό χρόνο αλλά και τις περιορισμένες απαιτήσεις υπολογιστικής ισχύος για την εξαγωγή αποτελέσματος.

Αντικείμενο μελλοντικής έρευνας θα μπορούσε να αποτελέσει η λύση αντίστοιχων προβλημάτων για ετερογενή στόλο οχημάτων (π.χ. ψυγεία και συμβατικά φορτηγά οχήματα), για τη μεταφορά διαφορετικών προϊόντων. Επίσης η χρησιμοποίηση οχημάτων διαφορετικού μεγέθους και χωρητικότητας για την αποδοτικότερη μεταφορά των προϊόντων (μικρότερα φορτηγά για μεταφορές εντός αστικού ιστού και για μικρότερες ποσότητες, μεγαλύτερα φορτηγά για πιο μακρινά δρομολόγια).

Επιπλέον αντικείμενο μελέτης θα μπορούσε να είναι η εφαρμογή άλλων αλγορίθμων βελτιστοποίησης για την εύρεση αποδοτικότερων λύσεων (Ant colony optimization, Particle Swarm Optimization, Μηχανικής Μάθησης κλπ.). Το περιβαλλοντικό αποτύπωμα της δραστηριότητας μιας εταιρείας και η ελαχιστοποίησή του επίσης αποτελεί ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον αντικείμενο, λόγω της ολοένα αυξανόμενης ανάγκης για υιοθέτηση πράσινης ενέργειας, μείωση εκπομπών CO<sub>2</sub> και κατανάλωσης καυσίμου.

Τέλος ενδιαφέρον θα είχε η συσχέτιση όλων των εξαγόμενων στοιχείων και συμπερασμάτων με οικονομικά δεδομένα. Η επίδραση του μεταφορικού στο συνολικό κόστος λειτουργίας μιας εταιρείας, το κόστος ευκαιρίας των μεταφορών με ιδιόκτητο στόλο

οχημάτων σε σχέση με κάποια άλλη επιλογή (π.χ. με 3PL, leasing), η αντικατάσταση/ μείωση προσωπικού κλπ..

Όλες οι παραπάνω προτάσεις θα μπορούσαν να εφαρμοστούν σε προβλήματα μεγαλύτερης κλίμακας, με σκοπό την εξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων και τον έλεγχο της αποδοτικότητας των εφαρμοζόμενων μεθόδων και αλγορίθμων για ολοένα αυξανόμενο όγκο δεδομένων. Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων θα συνεχίσει να απασχολεί στο μέλλον τόσο σε ακαδημαϊκό επίπεδο όσο και στον τομέα των logistics, με τις εφαρμογές του να ωθούν προς την εξεύρεση νέων πρακτικών βελτίωσης και επίλυσής του.

- [1] Zefang, Z., Tong, X., Zheng, M., Li, Y. (2024) Reinforcement Learning for Solving Multiple Vehicle Routing Problem with Time Window, *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology*, 15, 1 – 19.
- [2] Wang, S., Sun, W., Huang, M. (2024) An adaptive large neighborhood search for the multi-depot dynamic vehicle routing problem with time windows, *Computers & Industrial Engineering*, 191.
- [3] Psaraftis, H. N. (1980). A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem. *Transportation Science*, 14(2), 130-154.
- [4] Bräysy O., Gendreau M. (2005) Vehicle routing problem with time windows, Part II: Metaheuristics, *Transportation Science*, 39.
- [5] Liping F. (1996), Real-time routing and scheduling in dynamic and stochastic traffic networks, Thesis, University of Alberta.
- [6] Dantzig G. B., Ramser R. H. (1959) The Truck Dispatching Problem, *Management Science*, Vol. 6, pp. 80 – 91
- [7] Clarke G. & Wright J. W. (1964) Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points”, *Operations Research*, Vol. 12, pp. 568 – 581
- [8] Christofides N., Mingozzi A. & Toth P. (1979) The vehicle routing problem, In *Combinatorial Optimization*, pp. 315–338, Chichester, UK, 1979
- [9] Caric T. & Gold H., *Vehicle Routing Problem*, InTech, 2008
- [10] Toth, P. & Vigo, D., *The Vehicle Routing Problem*, Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 2002.
- [11] Burrows, W., 1988. The Vehicle Routing Problem with Loadsplitting: A Heuristic Approach. In *24th Annual Conference of the Operational Research Society of New Zealand*. pp. 33–38
- [12] Lenstra, J.K., Kan, A.H.G.R., 1981. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks* 11, 221–227.
- [13] Chopra, S., Meindl, P. (2015) *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation*. 6th Edition, Pearson, London
- [14] Russell, R. (1977). An effective heuristic for the M-Tour traveling salesman problem with some side conditions. *Operations Research*, 25, 517-524.
- [15] Qureshi, A. G., Taniguchi, E., & Yamada, T. (2012). A Microsimulation Based Analysis of Exact Solution of Dynamic Vehicle Routing with Soft Time Windows. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 39, 205-216.
- [16] Ζάφτης Ν. (2021), Βέλτιστος Σχεδιασμός Δικτύου Δρομολόγησης Στόλου Οχημάτων, Διπλωματική εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- [17] Κετσάτη Κ. (2017), Το Πρόβλημα της Δρομολόγησης Οχημάτων - Διαχείριση Διανομών σε Ελληνική Εταιρία, Διπλωματική εργασία, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη

## Πίνακας Περιεχομένων Διαγραμμάτων

---

|                                                                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Διάγραμμα 3-1:</b> Γράφημα συνολικής απόστασης δρομολογίων κάθε δυναμικού μοντέλου στο πρόβλημα των 30 κόμβων.....                                 | 16 |
| <b>Διάγραμμα 3-2:</b> Γράφημα συνολικής απόστασης δρομολογίων κάθε δυναμικού μοντέλου στο πρόβλημα των 16 κόμβων.....                                 | 17 |
| <b>Διάγραμμα 4-1:</b> Γράφημα συνολικής απόστασης των δρομολογίων κάθε στατικού μοντέλου στο πρόβλημα των 30 κόμβων.....                              | 19 |
| <b>Διάγραμμα 4-2:</b> Γράφημα συνολικής απόστασης των δρομολογίων κάθε στατικού μοντέλου στο πρόβλημα των 16 κόμβων.....                              | 20 |
| <b>Διάγραμμα 5-1:</b> Γράφημα εξαγωγής συνάρτησης χρόνου διαδρομών μεταξύ κόμβων με γραμμική παλινδρόμηση.....                                        | 23 |
| <b>Διάγραμμα 5-2:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή automatic αλγόριθμου βελτιστοποίησης.....      | 26 |
| <b>Διάγραμμα 5-3:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή automatic αλγόριθμου βελτιστοποίησης..... | 27 |
| <b>Διάγραμμα 5-4:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Christofides.....                  | 28 |
| <b>Διάγραμμα 5-5:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Christofides.....             | 28 |
| <b>Διάγραμμα 5-6:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.....       | 29 |
| <b>Διάγραμμα 5-7:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.....  | 29 |
| <b>Διάγραμμα 5-8:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.....           | 30 |
| <b>Διάγραμμα 5-9:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.....      | 30 |
| <b>Διάγραμμα 5-10:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.....           | 31 |
| <b>Διάγραμμα 5-11:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.....      | 31 |

|                                                                                                                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Διάγραμμα 5-12:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.....         | 32 |
| <b>Διάγραμμα 5-13:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.....    | 32 |
| <b>Διάγραμμα 5-14:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή Parallel cheapest insertion.....                  | 33 |
| <b>Διάγραμμα 5-15:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion..... | 33 |
| <b>Διάγραμμα 5-16:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.....                | 34 |
| <b>Διάγραμμα 5-17:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.....           | 34 |
| <b>Διάγραμμα 5-18:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.....        | 35 |
| <b>Διάγραμμα 5-19:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.....   | 35 |
| <b>Διάγραμμα 5-20:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Savings.....                          | 36 |
| <b>Διάγραμμα 5-21:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Savings.....                     | 36 |
| <b>Διάγραμμα 5-22:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Automatic.....                        | 39 |
| <b>Διάγραμμα 5-23:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Automatic.....                   | 40 |
| <b>Διάγραμμα 5-24:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Christofides.....                     | 40 |
| <b>Διάγραμμα 5-25:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Christofides.....                | 41 |
| <b>Διάγραμμα 5-26:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.....          | 41 |
| <b>Διάγραμμα 5-27:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής First unbound min value.....     | 42 |



|                                                                                                                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Διάγραμμα 5-28:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.....              | 42 |
| <b>Διάγραμμα 5-29:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Global cheapest arc.....         | 43 |
| <b>Διάγραμμα 5-30:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.....               | 43 |
| <b>Διάγραμμα 5-31:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest arc.....          | 44 |
| <b>Διάγραμμα 5-32:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.....         | 44 |
| <b>Διάγραμμα 5-33:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Local cheapest insertion.....    | 45 |
| <b>Διάγραμμα 5-34:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion.....      | 45 |
| <b>Διάγραμμα 5-35:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Parallel cheapest insertion..... | 46 |
| <b>Διάγραμμα 5-36:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.....                | 46 |
| <b>Διάγραμμα 5-37:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path cheapest arc.....           | 47 |
| <b>Διάγραμμα 5-38:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.....        | 47 |
| <b>Διάγραμμα 5-39:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Path most constrained arc.....   | 48 |
| <b>Διάγραμμα 5-40:</b> Συνολικός χρόνος διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Saving.....                           | 48 |
| <b>Διάγραμμα 5-41:</b> Συνολική απόσταση των διαδρομών συναρτήσει της χωρητικότητας των οχημάτων με εφαρμογή στρατηγικής Savings.....                     | 49 |
| <b>Διάγραμμα 6-1:</b> Διάγραμμα σύγκρισης απόστασης δρομολογίων στατικής και δυναμικής εκδοχής στο πρόβλημα των 30 κόμβων.....                            | 56 |
| <b>Διάγραμμα 6-2:</b> Διάγραμμα σύγκρισης απόστασης δρομολογίων στατικής και δυναμικής εκδοχής στο πρόβλημα των 16 κόμβων.....                            | 56 |

|                                                                                                                                                                                                                               |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Διάγραμμα 6-3:</b> Σύγκριση χρόνων δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων στρατηγικών επίλυσης στο πρόβλημα των 100 κόμβων.....                                                                                                  | 61 |
| <b>Διάγραμμα 6-4:</b> Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων στρατηγικών επίλυσης στο πρόβλημα των 100 κόμβων.....                                                                                               | 61 |
| <b>Διάγραμμα 6-6:</b> Σύγκριση χρόνων δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων στρατηγικών επίλυσης στο πρόβλημα των 200 κόμβων.....                                                                                                  | 62 |
| <b>Διάγραμμα 6-7:</b> Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων στρατηγικών επίλυσης στο πρόβλημα των 200 κόμβων.....                                                                                               | 63 |
| <b>Διάγραμμα 6-8:</b> Σύγκριση διάρκειας δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα των 100 κόμβων.....                                                                                         | 64 |
| <b>Διάγραμμα 6-9:</b> Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα των 100 κόμβων.....                                                                                         | 64 |
| <b>Διάγραμμα 6-10:</b> Σύγκριση διάρκειας δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα των 200 κόμβων.....                                                                                        | 65 |
| <b>Διάγραμμα 6-11:</b> Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή διαφόρων αλγορίθμων βελτιστοποίησης στο πρόβλημα των 200 κόμβων.....                                                                                        | 65 |
| <b>Διάγραμμα 6-12:</b> Σύγκριση διάρκειας δρομολογίων με εφαρμογή συνδυασμών στρατηγικών επίλυσης - αλγορίθμων βελτιστοποίησης και χρήση 1 μεταφορικού οχήματος στο πρόβλημα των 200 κόμβων.....                              | 67 |
| <b>Διάγραμμα 6-13:</b> Σύγκριση απόστασης δρομολογίων με εφαρμογή συνδυασμών στρατηγικών επίλυσης - αλγορίθμων βελτιστοποίησης, μιας προσεγγιστικής μεθόδου και χρήση 1 μεταφορικού οχήματος στο πρόβλημα των 200 κόμβων..... | 68 |

## Πίνακας Περιεχομένων Εικόνων

---

|                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Εικόνα 2-1:</b> Σχηματική απεικόνιση των διεργασιών των Logistics.....                                     | 6  |
| <b>Εικόνα 3-1:</b> Μοντελοποίηση δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων.....                             | 12 |
| <b>Εικόνα 3-2:</b> Περιβάλλον εφαρμογής υπολογισμών και μπάρα επιλογής μεθόδου επίλυσης.<br>.....             | 15 |
| <b>Εικόνα 3-3:</b> Περιβάλλον εφαρμογής υπολογισμών και μπάρα επιλογής αλγορίθμου<br>βελτιστοποίησης.....     | 15 |
| <b>Εικόνα 5-1:</b> Αλγόριθμος υπολογισμού 100 τυχαίων σημείων εντός οριοθετημένης περιοχής<br>της Αθήνας..... | 21 |

## Πίνακας Περιεχομένων Πινάκων

---

|                                                                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Πίνακας 5-1:</b> Πίνακας στοιχείων κόμβων προβλήματος 100 κόμβων.....                                                                                | 24 |
| <b>Πίνακας 5-2:</b> Πίνακας χρόνων διαδρομών και αποστάσεων μεταξύ κόμβων.....                                                                          | 25 |
| <b>Πίνακας 5-3:</b> Αποτελέσματα δρομολογίων ανά χρησιμοποιούμενη μέθοδο και αλγόριθμο βελτιστοποίησης για το πρόβλημα μεγάλης κλίμακας 100 κόμβων..... | 37 |
| <b>Πίνακας 5-4:</b> Αποτελέσματα δρομολογίων ανά χρησιμοποιούμενη μέθοδο και αλγόριθμο βελτιστοποίησης για το πρόβλημα μεγάλης κλίμακας 200 κόμβων..... | 50 |
| <b>Πίνακας 6-1:</b> Συνολική απόσταση (m) οχήματος ανά δρομολόγιο δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στο πρόβλημα των 30 κόμβων.....           | 54 |
| <b>Πίνακας 6-2:</b> Συνολική απόσταση (m) οχήματος ανά δρομολόγιο στατικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στο πρόβλημα των 30 κόμβων.....            | 54 |
| <b>Πίνακας 6-3:</b> Συνολική απόσταση (m) οχήματος ανά δρομολόγιο δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στο πρόβλημα των 16 κόμβων.....           | 55 |
| <b>Πίνακας 6-4:</b> Συνολική απόσταση (m) οχήματος ανά δρομολόγιο στατικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στο πρόβλημα των 16 κόμβων.....            | 55 |
| <b>Πίνακας 6-5:</b> Διάρκεια δρομολογίων (min) προβλήματος 100 κόμβων με εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης.....                                | 58 |
| <b>Πίνακας 6-6:</b> Συνολική απόσταση δρομολογίων (m) προβλήματος 100 κόμβων με εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης.....                         | 59 |
| <b>Πίνακας 6-7:</b> Διάρκεια δρομολογίων (min) προβλήματος 200 κόμβων με εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών.....                                         | 59 |
| <b>Πίνακας 6-8:</b> Συνολική απόσταση δρομολογίων (m) προβλήματος 200 κόμβων με εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών.....                                  | 60 |