



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΚΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ ΓΙΑ
ΧΡΗΣΗ ΣΕ ΜΕΤΡΗΤΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Διπλωματική Εργασία

Ζέγλη Ζωή

Επιβλέπων: Λουτρίδης Σπυρίδων

Αύγουστος 2025

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ ΠΕΡΙ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΗΣ ΔΕΟΝΤΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ρητά ότι η παρούσα διπλωματική εργασία, καθώς και τα ηλεκτρονικά αρχεία και πηγαίοι κώδικες που αναπτύχθηκαν ή τροποποιήθηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας, αποτελούν αποκλειστικά προϊόν προσωπικής μου εργασίας, δεν προσβάλλουν οποιασδήποτε μορφής δικαιώματα διανοητικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας και προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχουν έργα/εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών/δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης. Τα σημεία όπου έχω χρησιμοποιήσει ιδέες, κείμενο, αρχεία ή/και πηγές άλλων συγγραφέων αναφέρονται ευδιάκριτα στο κείμενο με την κατάλληλη παραπομπή και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή. Δηλώνω επίσης ότι τα αποτελέσματα της εργασίας δεν έχουν χρησιμοποιηθεί για την απόκτηση άλλου πτυχίου. Αναλαμβάνω πλήρως, ατομικά και προσωπικά, όλες τις νομικές και διοικητικές συνέπειες που δύναται να προκύψουν στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής.

Ο/Η Δηλών/ούσα

Ζέγλη Ζωή

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε με σκοπό την ολοκλήρωση των σπουδών μου στο τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και αποτελεί τον ευχάριστο επίλογο μίας πορείας, γεμάτης με νέες προκλήσεις και νέες γνώσεις. Επομένως, πριν την έναρξη της τελευταίας πράξης αυτής της πορείας, θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου, στον επιβλέποντα καθηγητή μου, κύριο Λουτρίδη Σπυρίδωνα, που στάθηκε δίπλα μου, με την πολύτιμη καθοδήγηση του, κατά την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας, όντας πάντα διαθέσιμος και προσφέροντας τις ακαδημαϊκές του γνώσεις και εμπειρίες. Είναι βασικό να αναφερθεί, ότι η συμβολή του υπήρξε καθοριστική, προκειμένου να ολοκληρωθεί το συγκεκριμένο έργο.

Θα ήθελα, επίσης να ευχαριστήσω θερμά το σύνολο, τόσο του υπόλοιπου διδακτικού προσωπικού, για τις γνώσεις και τις δεξιότητες που μου προσέφεραν κατά την διάρκεια των σπουδών μου, όσο και του τεχνικού προσωπικού του τμήματος, οι οποίοι στάθηκαν επίσης δίπλα μου, για την επίλυση οποιουδήποτε προβλήματος.

Στην συνέχεια θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου, τόσο στους συμφοιτητές μου, όσο και σε λοιπούς συνάδελφους, οι οποίοι, άλλοι λιγότερο και άλλοι περισσότερο, με βοήθησαν να συνεχίσω το έργο μου, δίνοντας μου κίνητρο και προσφέροντας μου, και αυτοί με την σειρά τους, τις δικές τους γνώσεις και εμπειρίες, προκειμένου να εξελιχθώ.

Τέλος, θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ, στην οικογένεια μου και στους δικούς μου ανθρώπους, που με στήριξαν όλα αυτά τα χρόνια και δεν έπαψαν στιγμή να πιστεύουν σε εμένα. Η εργασία αυτή, καθώς και η πορεία μου τόσο στο τμήμα του Πανεπιστημίου, όσο και στην μετέπειτα επαγγελματική μου ζωή, είναι αφιερωμένη αποκλειστικά σε αυτούς.

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΚΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ ΓΙΑ ΧΡΗΣΗ ΣΕ ΜΕΤΡΗΤΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Ζέγλη Ζωή

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την χρήση των αναλογικών φίλτρων σε μετρητικές διατάξεις. Κεντρικό θέμα της εργασίας αυτής είναι τόσο η θεωρητική ανάλυση όλων των τύπων των αναλογικών φίλτρων, καθώς και η μελέτη και σύγκριση τους, μέσω προσομοιώσεων στο LTSpice, με σκοπό την σύγκριση τους και την εύρεση του πιο ιδανικού τύπου φίλτρου για κάθε κατηγορία. Πιο συγκεκριμένα, η εργασία ξεκινάει την ανάλυση, παρουσιάζοντας το θεωρητικό υπόβαθρο των κυριότερων τύπων φίλτρων. Έπειτα, με γνώμονα το θεωρητικό υπόβαθρο παρουσιάζονται οι τύποι αυτοί, σχεδιασμένοι σε περιβάλλον LTSpice, αλλά και ο υπολογισμός των συναρτήσεων μεταφοράς κάθε φίλτρου και των τιμών των ζητούμενων μεταβλητών, μέσω του Matlab. Έπειτα, παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο της έννοιας της ευαισθησίας ενός φίλτρου και η επιρροή της έννοιας αυτής στην πράξη, μέσα από το LTSpice. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από διάφορες δοκιμές σε κάθε τύπο φίλτρου, όσον αφορά την ευαισθησία με κανονική κατανομή στις ανοχές των αντιστάσεων και των πυκνωτών, όσο και την ευαισθησία με ανάλυση Monte Carlo, και παρατίθενται τα συμπεράσματα, δίνοντας τον προτιμότερο τύπο φίλτρου σε κάθε περίπτωση.

Λέξεις-κλειδιά:

Αναλογικά φίλτρα, πυκνωτής, αντίσταση, συνάρτηση μεταφοράς, ευαισθησία, κανονική κατανομή, ανάλυση Monte Carlo

Εισαγωγή

Το θέμα με το οποίο θα ασχοληθούμε στην συνέχεια της εργασίας, είναι η μελέτη και η σύγκριση ορισμένων τύπων αναλογικών φίλτρων, με σκοπό την χρήση τους σε μετρητικές διατάξεις. Επομένως, είναι βασικό να αναφέρουμε πως χρησιμοποιούνται τα αναλογικά φίλτρα στις μετρητικές διατάξεις, καθώς και την έννοια της προσαρμογής του σήματος. Τα αναλογικά φίλτρα χρησιμοποιούνται στις μετρητικές διατάξεις, προκειμένου να επιτρέψουν την είσοδο σημάτων συγκεκριμένων συχνοτήτων (ανάλογα με τις συχνότητες, των οποίων την διέλευση θέλουμε να επιτρέψουμε, επιλέγεται η κατάλληλη κατηγορία φίλτρου). Η προσαρμογή του σήματος προκειμένου να είναι έτοιμο για επεξεργασία, μπορεί να γίνει πριν το σήμα φτάσει στο φίλτρο (η οποία είναι και η συνηθέστερη περίπτωση), ή κατά το πέρασμα του σήματος από το φίλτρο. Η πορεία που ακολουθεί ένα σήμα, μέχρι να φτάσει στην μετρητική διάταξη, όπως ένα καταγραφικό ή ένας μικροελεγκτής είναι η εξής. Το σήμα φτάνει αρχικά στο στάδιο της προσαρμογής, όπου τροποποιείται κατάλληλα, ώστε να είναι συμβατό με τα επόμενα στάδια, διαμορφώνοντας κατάλληλα το πλάτος του, την στάθμη του θορύβου κ.α. Το στάδιο, όπου γίνεται η προσαρμογή, συνήθως περιλαμβάνει έναν προενισχυτή, έναν μετατοπιστή, έναν προσαρμογέα εμπίεσης, και την απομόνωση. Στην συνέχεια, το σήμα φτάνει στο στάδιο του φιλτραρίσματος, όπου αφαιρείται ο θόρυβος, και γενικότερα απορρίπτονται οι ανεπιθύμητες συχνότητες, και τέλος, φτάνει στην μετρητική διάταξη. Καταλαβαίνουμε, λοιπόν, ότι βασική αρμοδιότητα ενός φίλτρου, είναι το σήμα να περάσει χωρίς θόρυβο, σταθερό, όσον αφορά τη συχνότητα αποκοπής, η οποία επηρεάζεται από τις ανοχές των εξαρτημάτων, και εντός των επιθυμητών ορίων. Για αυτόν τον λόγο, είναι απαραίτητο, το φίλτρο που θα χρησιμοποιηθεί να είναι όσο το δυνατόν λιγότερο ευαίσθητο, στις μεταβολές των εξαρτημάτων, ώστε να μην επηρεάζεται η κεντρική συχνότητα.

Πίνακας Περιεχομένων

Περίληψη.....	Σελίδα 4
Κεφάλαιο 1. Ηλεκτρικά Φίλτρα.....	Σελίδα 8
1.1.Τελεστικός Ενισχυτής.....	Σελίδα 8
Κεφάλαιο 2. Βαθυπερατά Φίλτρα.....	Σελίδα 9
2.1. Βαθυπερατά Φίλτρα 1 ^{ης} τάξης.....	Σελίδα 9
2.2. Βαθυπερατά Φίλτρα 2 ^{ης} τάξης.....	Σελίδα 11
2.3. Κυριότεροι τύποι βαθυπερατών φίλτρων.....	Σελίδα 12
2.3.1. Τοπολογία Sallen-Key.....	Σελίδα 12
2.3.1.1. Βαθυπερατό φίλτρο Sallen-Key με κέρδος 1.....	Σελίδα 13
2.3.1.2. Βαθυπερατό φίλτρο Sallen-Key με κέρδος G.....	Σελίδα 16
2.3.2. Βαθυπερατό φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης.....	Σελίδα 19
Κεφάλαιο 3. Υψιπερατά Φίλτρα.....	Σελίδα 22
3.1. Υψιπερατά Φίλτρα 1 ^{ης} τάξης.....	Σελίδα 22
3.2. Υψιπερατά Φίλτρα 2 ^{ης} τάξης.....	Σελίδα 23
3.3. Κυριότεροι τύποι υψιπερατών φίλτρων.....	Σελίδα 24
3.3.1. Τοπολογία Sallen-Key.....	Σελίδα 24
3.3.1.1. Υψιπερατό φίλτρο Sallen-Key με κέρδος 1.....	Σελίδα 25
3.3.1.2. Υψιπερατό φίλτρο Sallen-Key με κέρδος G.....	Σελίδα 27
3.3.2. Υψιπερατό φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης.....	Σελίδα 30
Κεφάλαιο 4. Φίλτρα ζώνης διέλευσης.....	Σελίδα 34
4.1. Φίλτρο ζώνης διέλευσης Sallen-Key με κέρδος G.....	Σελίδα 35
4.2. Φίλτρο ζώνης διέλευσης πολλαπλής ανάδρασης.....	Σελίδα 38
4.3. Φίλτρο ζώνης διέλευσης με δύο ενισχυτές.....	Σελίδα 41
Κεφάλαιο 5. Φίλτρα ζώνης αποκοπής.....	Σελίδα 45
5.1. Φίλτρο ζώνης αποκοπής διπλού «Τ».....	Σελίδα 46
3.2. Φίλτρο ζώνης αποκοπής Wien-Robinson.....	Σελίδα 49
3.3. Φίλτρο ζώνης αποκοπής Bainter	Σελίδα 52
Κεφάλαιο 6. Ευαισθησία.....	Σελίδα 54
6.1. Ευαισθησία βαθυπερατών φίλτρων.....	Σελίδα 55
6.2. Ευαισθησία υψιπερατών φίλτρων.....	Σελίδα 57

6.3. Ευαισθησία φίλτρων ζώνης διέλευσης.....	Σελίδα 60
6.4. Ευαισθησία φίλτρων ζώνης αποκοπής.....	Σελίδα 64
Κεφάλαιο 7. Συγκριτική μελέτη όλων των τύπων φίλτρων.....	Σελίδα 68
7.1 Ανάλυση Monte Carlo.....	Σελίδα 69
7.1.1. Ανάλυση Monte Carlo βαθυπερατών φίλτρων.....	Σελίδα 69
7.1.2. Ανάλυση Monte Carlo υψιπερατών φίλτρων.....	Σελίδα 70
7.1.3. Ανάλυση Monte Carlo φίλτρων ζώνης διέλευσης.....	Σελίδα 72
7.1.4. Ανάλυση Monte Carlo φίλτρων ζώνης αποκοπής.....	Σελίδα 73
7.2. Ανάλυση με κατανομή Gauss.....	Σελίδα 75
7.2.1. Ανάλυση βαθυπερατών φίλτρων με κατανομή Gauss.....	Σελίδα 75
7.2.2. Ανάλυση υψιπερατών φίλτρων με κατανομή Gauss.....	Σελίδα 78
7.2.3. Ανάλυση φίλτρων ζώνης διέλευσης με κατανομή Gauss.....	Σελίδα 81
7.2.4. Ανάλυση φίλτρων ζώνης αποκοπής με κατανομή Gauss.....	Σελίδα 84
Κεφάλαιο 8. Συμπεράσματα.....	Σελίδα 87
Κεφάλαιο 9. Βιβλιογραφία.....	Σελίδα 89

Κεφάλαιο 1. Ηλεκτρικά Φίλτρα

Με τον όρο ηλεκτρικό φίλτρο αναφερόμαστε σε ένα κύκλωμα, το οποίο είναι κατάλληλα σχεδιασμένο, έτσι ώστε να επιτρέπει τη διέλευση κυμάτων με συγκεκριμένα όρια συχνοτήτων, εμποδίζοντας τα κύματα με συχνότητες που βρίσκονται εκτός αυτών των ορίων. Ανάλογα με τις συχνότητες, των οποίων τη διέλευση θέλουμε να επιτρέψουμε, τα ηλεκτρικά φίλτρα διακρίνονται σε τέσσερις υποκατηγορίες:

1. Βαθυπερατά Φίλτρα
2. Υψιπερατά Φίλτρα
3. Φίλτρα ζώνης διέλευσης
4. Φίλτρα ζώνης αποκοπής

Κάθε φίλτρο μπορεί να είναι 1^{ης} ή 2^{ης} τάξης, ανάλογα με το πλήθος των άεργων στοιχείων (πηνίο, πυκνωτής) που περιέχει. Ωστόσο, στην συγκεκριμένη παρουσίαση θα ασχοληθούμε με τους κυριότερους τύπους φίλτρων, οι οποίοι είναι 2^{ης} τάξης. Ενδεικτικά, παρατίθεται μία επεξήγηση για τον τρόπο σχεδιασμού και λειτουργίας ενός βαθυπερατού και ενός υψιπερατού φίλτρου 1^{ης} τάξης, καθαρά για λόγους κατανόησης και διαχώρισης τους από τα φίλτρα 2^{ης} τάξης.

1.1. Τελεστικός ενισχυτής

Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση και την μελέτη των φίλτρων, είναι σημαντικό να κατανοήσουμε την έννοια του τελεστικού ενισχυτή, καθώς και πώς αυτός λειτουργεί. Ουσιαστικά, η χρήση του τελεστικού ενισχυτή είναι αυτή που μετατρέπει το φίλτρο από παθητικό σε ενεργό. Στην περίπτωση που ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός (αυτό θα θεωρήσουμε κατά την μελέτη των φίλτρων) το κέρδος τάσης και η αντίσταση εισόδου είναι άπειρα, ενώ μηδενική είναι η αντίσταση εξόδου. Αυτό σημαίνει, ότι η τάση στην θετική και την αρνητική είσοδο του ενισχυτή θα είναι ίση, και η τάση εξόδου θα ισούται με την τάση εισόδου πολλαπλασιασμένη με ένα κέρδος G (Gain). Αυτό είναι μία παραδοχή, που θα χρησιμοποιηθεί αρκετές φορές στη συνέχεια της εργασίας. Αν και οι πραγματικοί ενισχυτές δεν εμφανίζουν αυτά τα ιδανικά χαρακτηριστικά, η απόδοσή τους είναι αρκετά καλή, ώστε τις περισσότερες φορές η συμπεριφορά τους να προσεγγίζει αρκετά τη συμπεριφορά του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή. Οι δύο είσοδοι του τελεστικού ενισχυτή μπορεί να αναφέρονται και ως αναστρέφουσα και μη αναστρέφουσα.

Ο τελεστικός ενισχυτής μπορεί να είναι αναστρέφων, μη αναστρέφων, ακόλουθος τάσης, διαφορικός κ.α. Αναστρέφων θα είναι όταν η θετική είσοδος του είναι συνδεδεμένη άμεσα στη γείωση, ενώ η έξοδος του συνδέεται, μέσω

της ανάδρασης και μίας αντίστασης, πίσω στην αρνητική του είσοδο. Αντιθέτως, μη αναστρέφω θα ονομάζεται ένας ενισχυτής, όπου η θετική του είσοδος δέχεται μια τάση εισόδου, ενώ η αρνητική είσοδος συνδέεται τόσο με την γη, μέσω μιας αντίστασης, όσο και με την έξοδο του, μέσω μίας άλλης αντίστασης. Ακόλουθος τάσης θα ονομάζεται ένας ενισχυτής, όταν η έξοδος του επιστρέφει ακέραιη πίσω στην αρνητική είσοδο, μέσω της ανάδρασης και χωρίς την παρεμβολή κάποιας αντίστασης. Τέλος, ο διαφορικός ενισχυτής χρησιμοποιείται για να ενισχύσει τη διαφορά μεταξύ δύο τάσεων.

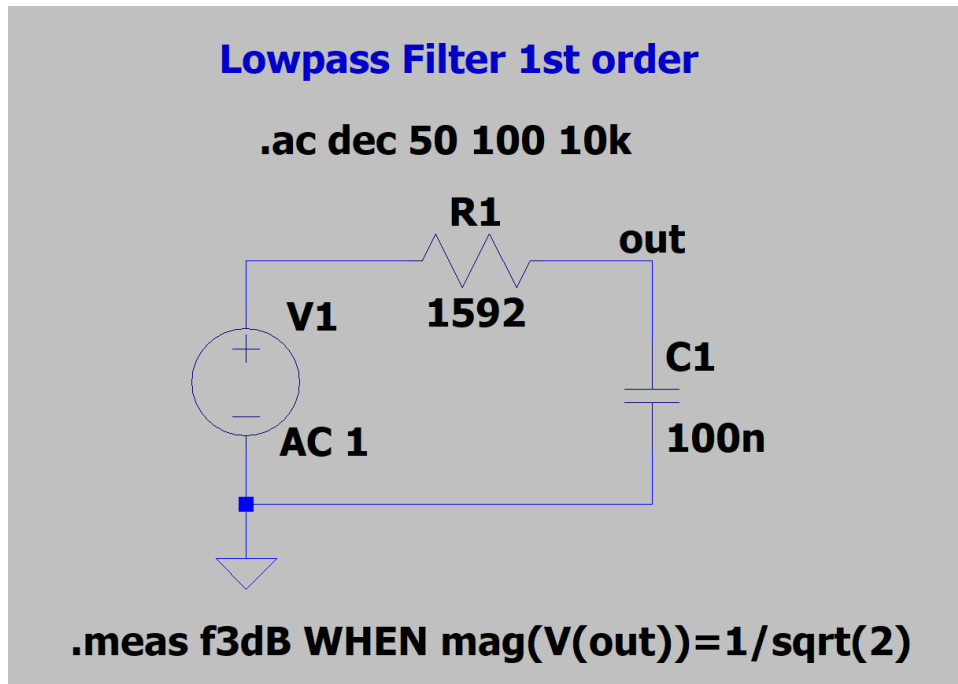
Κεφάλαιο 2. Βαθυπερατά φίλτρα

Βαθυπερατά χαρακτηρίζονται τα φίλτρα, τα οποία επιτρέπουν τη διέλευση χαμηλότερων συχνοτήτων και έχουν ως άνω όριο μία συχνότητα, η οποία ονομάζεται συχνότητα αποκοπής. Δηλαδή, τα βαθυπερατά φίλτρα επιτρέπουν τη διέλευση των κυμάτων, των οποίων η συχνότητα δεν ξεπερνάει τη συχνότητα αποκοπής και απορρίπτει όλα τα υπόλοιπα.

Τα βαθυπερατά φίλτρα διακρίνονται σε 1ης και 2ης τάξης.

2.1. Βαθυπερατά φίλτρα 1ης τάξης.

Το κύκλωμα αυτό αποτελείται από τη σύνδεση μίας αντίστασης με έναν πυκνωτή, στα άκρα του οποίου λαμβάνουμε την έξοδο. Η λειτουργία αυτού του κυκλώματος βασίζεται σε μία βασική αρχή. Στο πεδίο της συχνότητας, η αντίδραση του πυκνωτή, που θα ισούται με $\frac{1}{Cs}$ (όπου $s = \sigma \pm j\omega$ και $\omega = 2\pi f$), θα τείνει στο άπειρο για χαμηλές συχνότητες (δηλαδή ο πυκνωτής θα λειτουργεί σαν ανοικτοκύκλωμα) οδηγώντας την είσοδο αυτούσια στην έξοδο (χωρίς απώλειες). Όσο θα αυξάνονται οι συχνότητες, όμως, η αντίδραση του πυκνωτή θα μειώνεται, και μέσω του διαιρέτη τάσης που σχηματίζεται μειώνεται συνεχώς η τάση στην έξοδο. Επομένως, όταν η συχνότητα θα τείνει στο άπειρο ο πυκνωτής θα λειτουργεί ως βραχυκύκλωμα “απορροφώντας” όλη την τάση του κυκλώματος, με αποτέλεσμα η τάση στην έξοδο να γίνεται ίση με το μηδέν. Η συχνότητα για την οποία το μέτρο της εξόδου θα ελαττωθεί στο $\frac{1}{\sqrt{2}}$ της μέγιστης τιμής ονομάζεται συχνότητα αποκοπής ω_0 . Με λίγα λόγια, με αυτόν τον τρόπο επιτρέπεται η διέλευση των κυμάτων με χαμηλές συχνότητες και εμποδίζεται η διέλευση των κυμάτων με υψηλότερες συχνότητες. Με τα βαθυπερατά φίλτρα 1^{ης} τάξης δεν θα ασχοληθούμε στην συνέχεια της εργασίας, ωστόσο παρατίθεται μια θεωρητική αναφορά, ώστε να τα ξεχωρίσουμε από τα φίλτρα 2^{ης} τάξης. Παρακάτω, φαίνεται η συνδεσμολογία του βαθυπερατού φίλτρου 1^{ης} τάξης σε περιβάλλον Spice, καθώς και η έξοδος του συναρτήσει της συχνότητας.



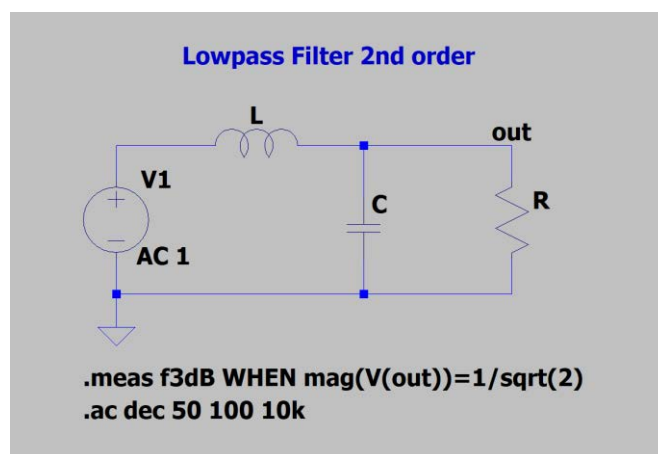
Εικόνα 1. Βαθυπερατό παθητικό Φίλτρο 1^{ης} τάξης



Εικόνα 2. Έξοδος βαθυπερατού παθητικού φίλτρου 1^{ης} τάξης συναρτήσεως της συχνότητας.

2.2. Βαθυπερατά φίλτρα 2ης τάξης.

Σε αυτή την περίπτωση συναντάμε δύο άεργα στοιχεία (πηνίο και πυκνωτή ή μεγαλύτερο αριθμό πυκνωτών). Σε ένα βαθυπερατό φίλτρο 2ης τάξης συνδέουμε σε σειρά ένα πηνίο με την παράλληλη σύνδεση μίας αντίστασης και ενός πυκνωτή. Η έξοδος λαμβάνεται στα άκρα της αντίστασης. Το κύκλωμα αυτό, λοιπόν βασίζεται σε δύο βασικές αρχές. Το πηνίο με αντίδραση ίση με Ls στο πεδίο της συχνότητας, θα λειτουργεί ως βραχυκύκλωμα στις χαμηλές συχνότητες και ως ανοικτοκύκλωμα στις πολύ υψηλές συχνότητες. Ο πυκνωτής, από την άλλη, όπως αναφέραμε και προηγουμένως έχει την αντίθετη δράση, λειτουργώντας ως ανοικτοκύκλωμα στις χαμηλές συχνότητες και ως βραχυκύκλωμα στις πολύ υψηλές συχνότητες. Συνδέοντας, επομένως με αυτόν τον τρόπο τα τρία στοιχεία και λαμβάνοντας την έξοδο στα άκρα της αντίστασης, η δράση του πηνίου ενισχύει την δράση του πυκνωτή στις υψηλές συχνότητες, ενισχύοντας, έτσι, και την εξασθένηση της εξόδου στις υψηλές συχνότητες.



Εικόνα 3. Βαθυπερατό παθητικό φίλτρο 2^{ης} τάξης

Στα παθητικά φίλτρα, παρατηρούμε την ύπαρξη πηνίου. Στα ενεργά φίλτρα, με τα οποία και θα ασχοληθούμε στη συνέχεια της εργασίας χρησιμοποιούνται μόνο αντιστάσεις και πυκνωτές. Η αποφυγή χρήσης των πηνίων έχει ως αποτέλεσμα τα φίλτρα να είναι μικρότερα σε διαστάσεις, να είναι πιο γραμμικά και να έχουν μικρότερες απώλειες. Ωστόσο, εξαιτίας της αποφυγής των πηνίων, απαιτείται συμμετρική τροφοδοσία για την λειτουργία τους.

Στην γενική τους μορφή τα βαθυπερατά φίλτρα 2^{ης} τάξης έχουν την παρακάτω συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

Όπου το ω_0 ορίζεται ως η κεντρική συχνότητα αποκοπής, και Q ως ο συντελεστής ποιότητας του φίλτρου. Για την κεντρική συχνότητα αποκοπής θα ισχύει η γνωστή σχέση:

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

Όπου f_0 ορίζεται ως η συχνότητα αποκοπής.

Παρακάτω, μαζί με το θεωρητικό υπόβαθρο των βασικών τύπων παρατίθενται και οι συναρτήσεις μεταφοράς, υπολογισμένες μέσω Matlab με τη χρήση των εξισώσεων Kirchhoff κάθε κυκλώματος, σε μορφή πινάκων.

2.3. Κυριότεροι τύποι βαθυπερατών φίλτρων

Οι κυριότεροι τύπου βαθυπερατών φίλτρων είναι οι εξής:

- Φίλτρο Sallen-Key με κέρδος (Gain) ίσο με τη μονάδα
- Φίλτρο Sallen-Key με κέρδος ίσο με G
- Φίλτρο Πολλαπλής Ανάδρασης

2.3.1. Τοπολογία Sallen-Key

Η τοπολογία Sallen-Key για βαθυπερατά φίλτρα έχει ως εξής. Δύο αντιστάσεις και δύο πυκνωτές συνδεδεμένα με χαρακτηριστικό τρόπο, έχοντας πριν την έξοδο του κυκλώματος έναν τελεστικό ενισχυτή. Ανάλογα με το κέρδος του ενισχυτή διακρίνουμε δύο περιπτώσεις σε αυτήν την τοπολογία. Την πρώτη, όπου το κέρδος του ενισχυτή είναι ίσο με 1, και την δεύτερη, όπου το κέρδος του ενισχυτή έχει μία τιμή G (άγνωστη).

2.3.1.1. Βαθυπερατό Φίλτρο Sallen-Key με κέρδος ίσο με τη μονάδα

```
function H = SALLEN_KEY_G_1_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4)
% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3;
Y12 = -1/Z2 - 1/Z3;
Y21 = -1/Z2;
Y22 = 1/Z2 + 1/Z4;

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R C1 C2 s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

% Ορισμός εμπεδών
Z1 = R;
Z2 = R;
Z3 = 1/(C1*s);
Z4 = 1/(C2*s);

% Κλήση της συνάρτησης
H = SALLEN_KEY_G_1_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4);

pretty(H) % Εμφάνιση με ωραία μορφή

%Υπολογισμοί για το spice

f0=1000; %f0=1kHz
Omega0 = 2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
C1=109*10^-9; %Δίνουμε μια τιμή για το C1 σε Farad
R=(sqrt(2))/(Omega0*C1); % Αντίσταση σε Ohm
C2=C1/2; % Δεύτερη χωρητικότητα

% Εκτύπωση αριθμητικών τιμών

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('R = %.2f Ohm\n', R);
fprintf('C1 = %.2e F\n', C1);
fprintf('C2 = %.2e F\n', C2);
```

Στην διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος ίσο με την μονάδα. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C1, υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής. Ουσιαστικά, συγκρίνοντας την συνάρτηση μεταφοράς, που βρίσκουμε, με την γενική μορφή των συναρτήσεων μεταφοράς των βαθυπερατών φίλτρων, δημιουργούμε σχέσεις ανάμεσα στα ω_0 , Q, και τα υπόλοιπα στοιχεία του φίλτρου.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, και υλοποιώντας τον παραπάνω κώδικα, η συνάρτηση μεταφορά υπολογίζεται ως εξής:

```
>> LP_Sallen_Key_G_1_MATLAB_FUNCTION
      1
-----
      2      2|
C1 C2 R  s  + 2 C2 R s + 1

Αριθμητικές τιμές για SPICE:
R = 2064.95 Ohm
C1 = 1.09e-07 F
C2 = 5.45e-08 F
```

Για να υλοποιήσουμε τους απαραίτητους υπολογισμούς είναι βασικό να κανονικοποιήσουμε την συνάρτηση μεταφοράς, ώστε να την φέρουμε σε μορφή ίδια με την γενική μορφή, και από εκεί να εξάγουμε τις κατάλληλες σχέσεις για τα στοιχεία. Μετά την κανονικοποίηση, λοιπόν, βρίσκονται οι παρακάτω σχέσεις:

- Για την κανονικοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s) = \frac{\frac{1}{C_1 C_2 R^2}}{s^2 + \frac{2}{C_1 R} s + \frac{1}{C_1 C_2 R^2}}$$

- Για την κεντρική συχνότητα αποκοπής

$$\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

- Για τον συντελεστή ποιότητας Q

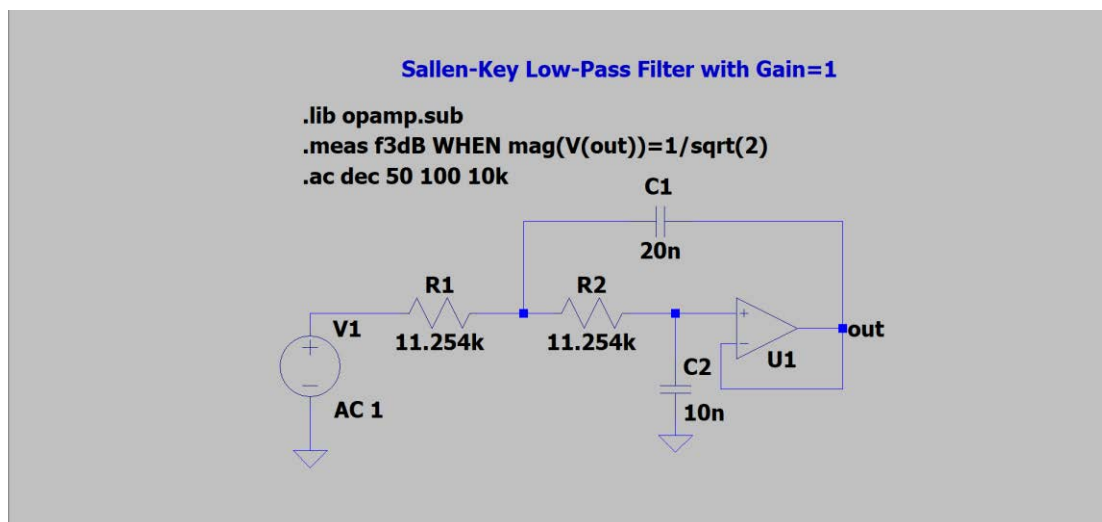
$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Στην περίπτωση, όπου το $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ θα ισχύει για τους δύο πυκνωτές, η σχέση

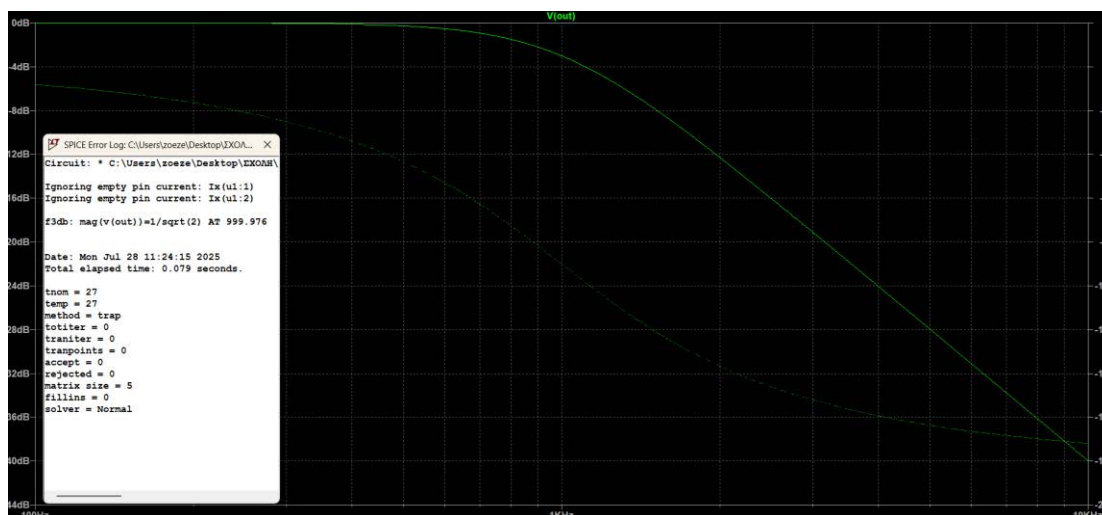
$$C_2 = \frac{C_1}{2}$$

Ορίζοντας, λοιπόν μία τιμή για την συχνότητα αποκοπής f_0 (1000Hz) και την τιμή $\frac{1}{\sqrt{2}}$ για το Q, και υπολογίζοντας τα υπόλοιπα στοιχεία, μέσω του Matlab,

μπορούμε να προχωρήσουμε στην σχεδίαση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice. Η αναπαράσταση του συγκεκριμένου φίλτρου φαίνεται στην επόμενη εικόνα (Εικόνα 4) , ενώ επαληθεύεται η ορθότητα των τιμών και μέσα από την εικόνα 5, όπου φαίνεται η γραφική του παράσταση και επαληθεύεται η αρχική υπόθεση, ότι το f_0 ισούται με 1000 Hz.



Εικόνα 4. Αναπαράσταση φίλτρου Sallen-Key με $G=1$ στο LTSpice.



Εικόνα 5. Έξοδος φίλτρου Sallen-Key με κέρδος $G=1$, συναρτήσεως της συχνότητας.

2.3.1.2. Βαθυπερατό Φίλτρο Sallen-Key με κέρδος ίσο με G.

Σε αυτήν την περίπτωση η συνδεσμολογία είναι ίδια με την περίπτωση, όπου $G=1$, με την μόνη διαφορά ότι συναντάμε 2 αντιστάσεις παράλληλα συνδεδεμένες στην αρνητικό είσοδο του τελεστικού ενισχυτή.

```
function H = SALLEN_KEY_G_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4)

% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s
syms G

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3;
Y12 = -1/(G*Z2) - 1/Z3;
Y21 = -1/Z2;
Y22 = 1/(G*Z2) + 1/(G*Z4);

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R C s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

Z1 = R;
Z2 = R;
Z3 = 1/(C*s);
Z4 = 1/(C*s);

% Κλήση της συνάρτησης
H = SALLEN_KEY_G_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4);

pretty(H) % Εμφάνιση με ωραία μορφή

%Υπολογισμοί για το spice

f0=1000; %f0=1kHz
Omega0=2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
C=10^-8; %δίνουμε μια τιμή για το C1 σε Farad
R=1/(Omega0*C); % Αντίσταση σε Ohm
Q=1/sqrt(2); %Υπολογισμός Q
G=3-(1/Q); %Υπολογισμός κέρδους G

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('R = %.2f Ohm\n', R);
fprintf('C1 = %.2e F\n', C1);
fprintf('C2 = %.2e F\n', C2);
fprintf('Gain = %.4e\n', G);
```

Στην διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος ίσο με G. Συγκρίνοντας και πάλι, την συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου, με την γενική μορφή, καταλήγουμε σε ορισμένες σχέσεις ανάμεσα στα ω_0 , Q, και τα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C1, υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής.

Το αποτέλεσμα του Matlab για την συνάρτηση μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G, καθώς και οι τιμές που θα χρησιμοποιηθούν στην σχεδίαση σε περιβάλλον Spice έχουν ως εξής:


```
>> LP_SALLEN_KEY_G_MATLAB_FUNCTION
      G
```

```
-----
      2 2 2
3 C R s + C R s - C G R s + 1
```

Αριθμητικές τιμές για SPICE:

R = 15915.49 Ohm

C1 = 1.09e-07 F

C2 = 5.45e-08 F

Gain = 1.5858e+00

Κανονικοποιώντας και πάλι την παραπάνω συνάρτηση μεταφοράς, ώστε ο όρος που πολλαπλασιάζει το s^2 στον παρονομαστή να ισούται με 1, καταλήγουμε στην παρακάτω μορφή της συνάρτησης μεταφοράς και τις ακόλουθες σχέσεις για την κεντρική συχνότητα αποκοπής και τα στοιχεία του κυκλώματος

- Συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s) = \frac{G \frac{1}{C^2 R^2}}{s^2 + \frac{3-G}{CR} s + \frac{1}{C^2 R^2}}$$

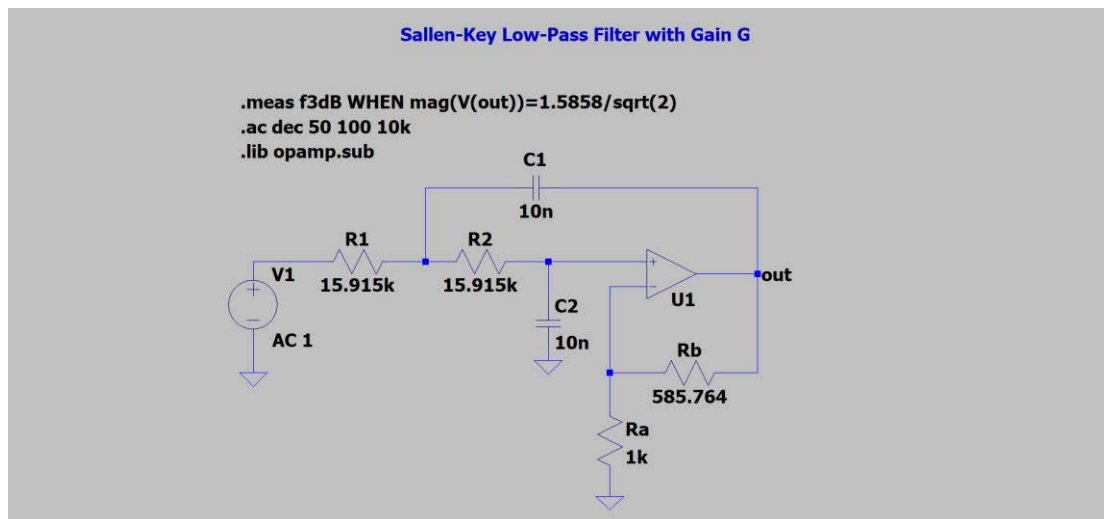
- Κεντρική συχνότητα αποκοπής

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

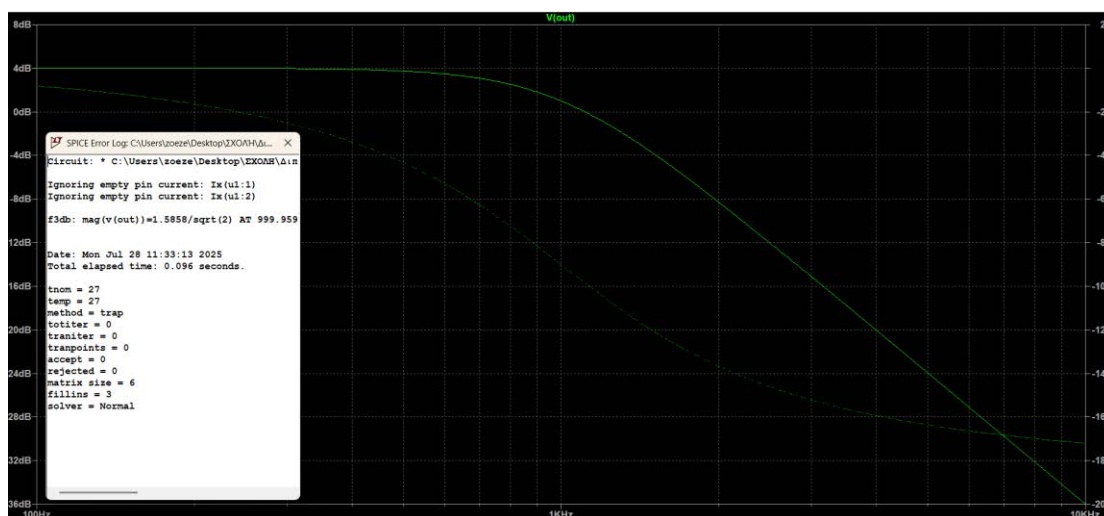
- Συντελεστής ποιότητας Q

$$Q = \frac{1}{3-G}$$

Υποθέτοντας, ότι $f_0=1\text{kHz}$ και δίνοντας τιμές στα Q, C και R_a οδηγούμαστε στους παραπάνω υπολογισμούς. Χρησιμοποιώντας τις τιμές αυτές, σχεδιάζεται το φίλτρο στο Spice, όπου επαληθεύεται η αρχική υπόθεση για την τιμή της συχνότητας αποκοπής.



Εικόνα 6. Αναπαράσταση φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G.



Εικόνα 7. Έξοδος φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G, συναρτήσει της συχνότητας.

2.3.2. Βαθυπερατό Φίλτρο Πολλαπλής Ανάδρασης

Σε αυτή την περίπτωση φίλτρου, ο τρόπος σύνδεσης των στοιχείων φαίνεται παρακάτω σε περιβάλλον Spice. Και πάλι, μέσω του Matlab και με την χρήση των εξισώσεων Kirchhoff στους κόμβους του κυκλώματος, υπολογίζεται η συνάρτηση μεταφοράς. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε, ότι εφόσον η θετική είσοδος του τελεστικού ενισχυτή είναι συνδεδεμένη στη γείωση, η τάση τόσο σε αυτήν όσο και στην αρνητική θα ισούται με μηδέν. Το γεγονός ότι οι δύο είσοδοι έχουν την ίδια τάση προκύπτει από το γεγονός, ότι έχουμε τελεστικό ενισχυτή με αρνητική ανάδραση, δηλαδή η έξοδος του ενισχυτή συνδέεται πίσω στην αρνητική είσοδο, μέσα από κάποιο κύκλωμα αντιστάσεων ή πυκνωτών.

```
function H = MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4,Z5)

% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3 + 1/Z4;
Y12 = - 1/Z4;
Y21 = 1/Z3;
Y22 = 1/Z5;

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R1 R3 R4 C2 C5 s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

% Ορισμός εμπεδίων
Z1 = R1;
Z2 = 1/(C2*s);
Z3 = R3;
Z4 = R4;
Z5 = 1/(C5*s);
% Κλήση της συνάρτησης
H = MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4,Z5);

pretty(H)

%Υπολογισμοί για το spice

f0=1000; %f0=1kHz
Omega0=2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
C5=10^-8; %Δίνουμε μια τιμή για το C1 σε Farad
Q=1/sqrt(2); %Υπολογισμός Q
k=Omega0*C5; %Βοηθητική μεταβλητή k για τον υπολογισμό των υπόλοιπων στοιχείων
C2=8*(Q^2)*C5; %Υπολογισμός C2 σε Farad
R1=1/(2*k*Q); %Υπολογισμός R1 σε Farad
R4=1/(2*k*Q); %Υπολογισμός R4 σε Farad
R3=1/(4*k*Q); %Υπολογισμός R3 σε Farad

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('R1 = %.2f Ohm\n', R1);
fprintf('R3 = %.2f Ohm\n', R3);
fprintf('R4 = %.2f Ohm\n', R4);
fprintf('C2 = %.2e F\n', C2);
fprintf('C5 = %.2e F\n', C5);
```

Στη διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C5, υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής.

Υλοποιώντας τον παραπάνω κώδικα, η συνάρτησης μεταφοράς και οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων του κυκλώματος, υπολογίζονται ως εξής:

```
>> LP_MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION
                                R4
-----
                                2
R1 + C5 R1 R3 s + C5 R1 R4 s + C5 R3 R4 s + C2 C5 R1 R3 R4 s

Αριθμητικές τιμές για SPICE:
R1 = 11253.95 Ohm
R3 = 5626.98 Ohm
R4 = 11253.95 Ohm
C2 = 4.00e-08 F
C5 = 1.00e-08 F
```

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με τα προηγούμενα φίλτρα, οδηγούμαστε στις παρακάτω σχέσεις:

- Κανονικοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s) = \frac{\frac{1}{R_3 R_4 C_2 C_5}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) \frac{1}{C_2} s + \frac{1}{R_3 R_4 C_2 C_5}}$$

- Κεντρική συχνότητα αποκοπής

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_3 R_4 C_2 C_5}}$$

- Βοηθητική μεταβλητή k

$$k = 2\pi f_0 C_5$$

- Πυκνωτής C₂

$$C_2 = 8Q^2 C_5$$

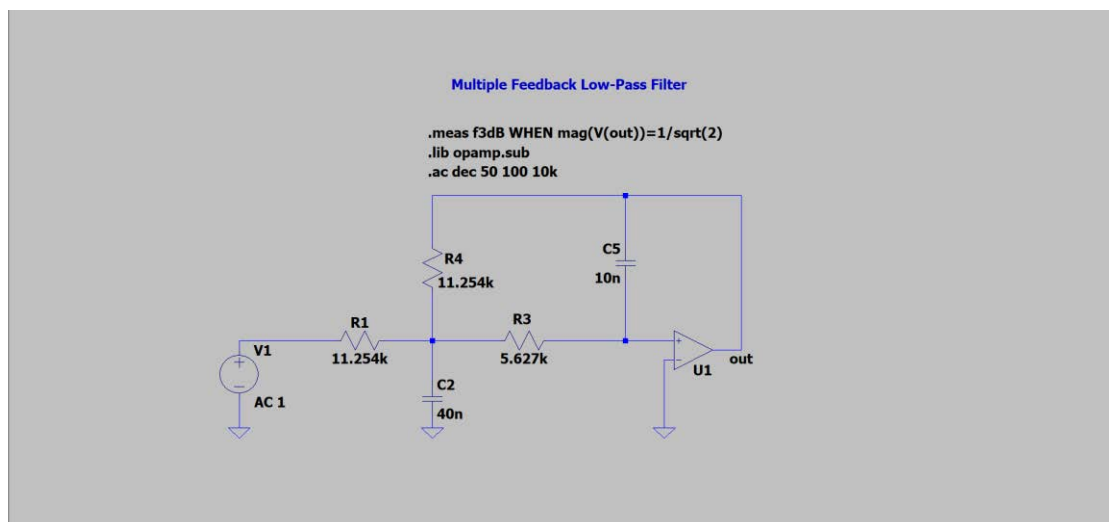
- Αντιστάσεις R_1 και R_4

$$R_1 = R_4 = \frac{1}{2kQ}$$

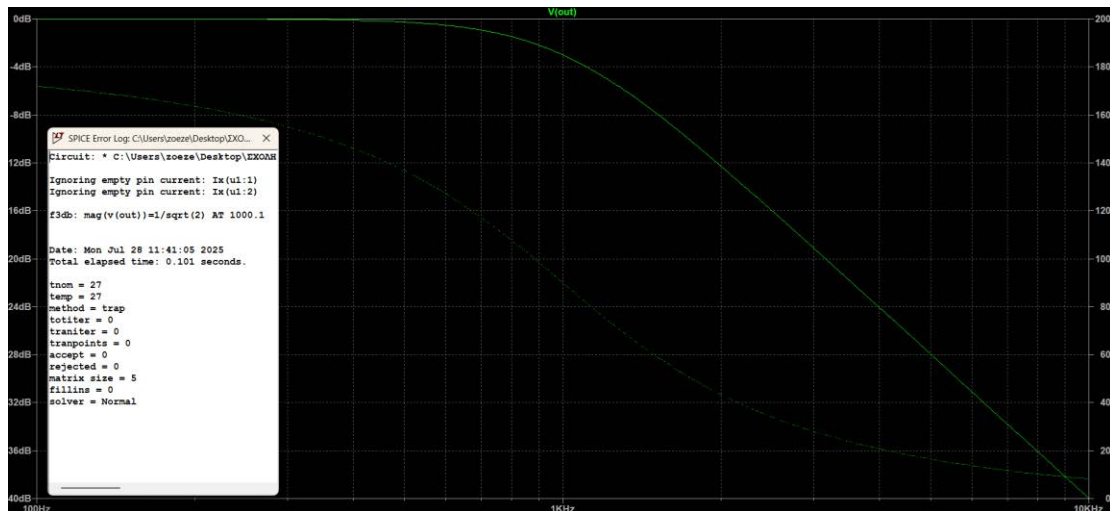
- Αντίσταση R_3

$$R_3 = \frac{1}{4kQ}$$

Ορίζοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C_5 , και δίνοντας τις τιμές $f_0=1\text{kHz}$ και $Q=\frac{1}{\sqrt{2}}$ υπολογίζονται τα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος. Έπειτα, χρησιμοποιώντας τις παραπάνω τιμές, σχεδιάζουμε το φίλτρο σε περιβάλλον Spice, επαληθεύοντας την αρχική μας υπόθεση, όσον αφορά την τιμή της συχνότητας αποκοπής.



Εικόνα 8. Αναπαράσταση Φίλτρου Πολλαπλής Ανάδρασης



Εικόνα 9. Έξοδος φίλτρου Πολλαπλής Ανάδρασης, συναρτήσει της συχνότητας

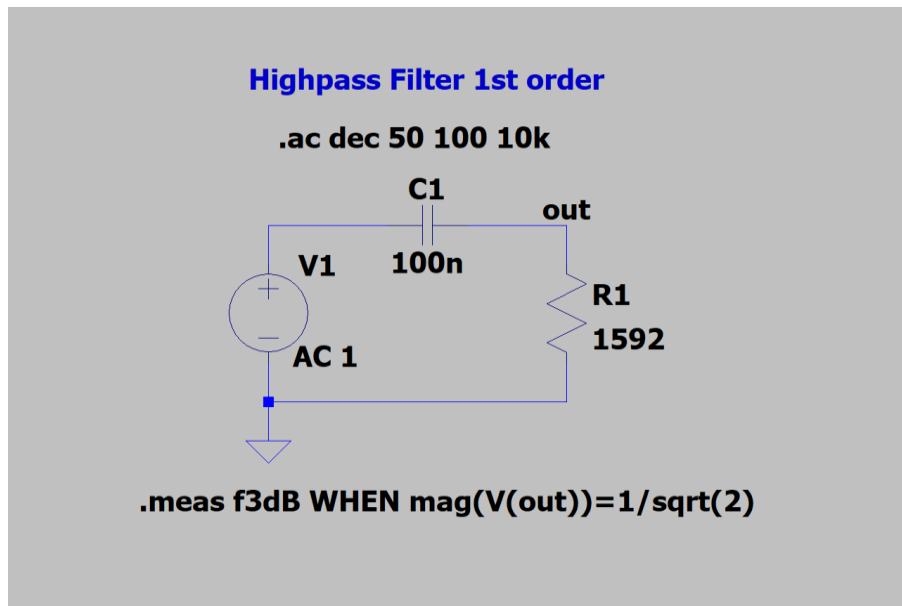
Κεφάλαιο 3. Υψηπερατά Φίλτρα

Υψηπερατά χαρακτηρίζονται τα φίλτρα, τα οποία επιτρέπουν τη διέλευση υψηλότερων συχνοτήτων και έχουν ως κάτω όριο μία συχνότητα, η οποία ονομάζεται συχνότητα αποκοπής. Δηλαδή, τα υψηπερατά φίλτρα, σε αντίθεση με τα βαθυπερατά, επιτρέπουν τη διέλευση των κυμάτων, των οποίων η συχνότητα ξεπερνάει τη συχνότητα αποκοπής και απορρίπτει όλα τα υπόλοιπα.

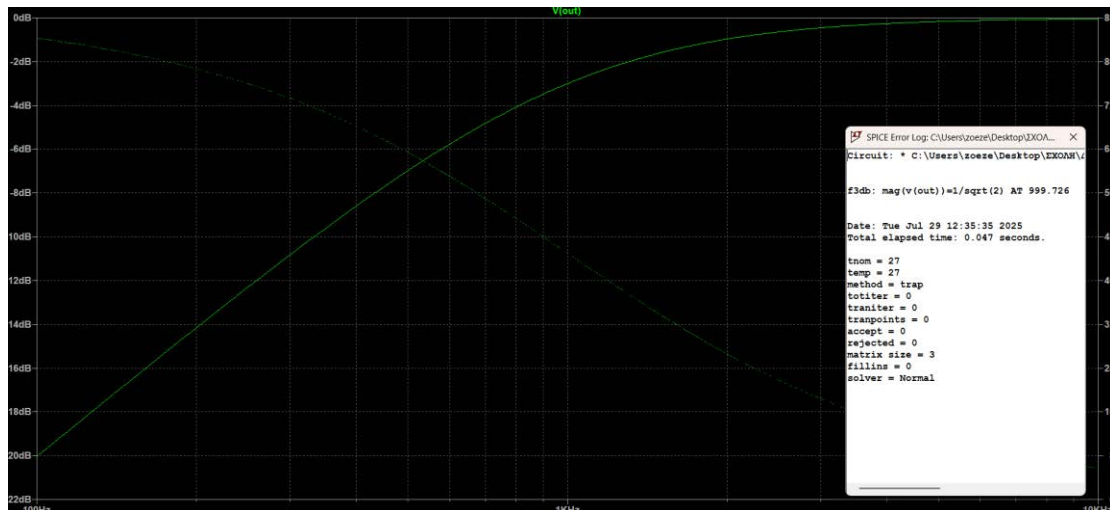
Τα υψηπερατά φίλτρα διακρίνονται και αυτά, με τη σειρά τους, σε 1ης και 2ης τάξης. Όπως και με τα βαθυπερατά θα γίνει μία θεωρητική αναφορά, σχετικά με τον τρόπο λειτουργίας των υψηπερατών φίλτρων 1^{ης} τάξης, όμως δεν θα ασχοληθούμε περαιτέρω στην συνέχεια της εργασίας.

3.1. Υψηπερατά Φίλτρα 1^{ης} τάξης

Ένα υψηπερατό φίλτρο 1^{ης} τάξης μπορεί να προκύψει από το βαθυπερατό φίλτρο 1^{ης} τάξης, εάν απλά αλλάξουμε τις θέσεις της αντίστασης και του πυκνωτή. Τότε, θα γίνεται ουσιαστικά η αντίθετη δουλειά, σε σχέση με το βαθυπερατό, καθώς ο πυκνωτής θα έχει μεγάλη αντίδραση στις χαμηλές συχνότητες και, επομένως η τάση στην έξοδο δεν θα είναι η επιθυμητή, ενώ στις υψηλές συχνότητες ο πυκνωτής θα δρα ως βραχυκύκλωμα και η είσοδος θα μεταφέρεται αυτούσια στην έξοδο.



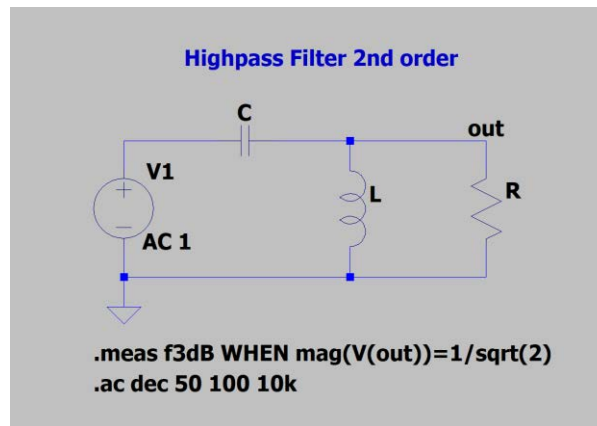
Εικόνα 10. Υψιπερατό Φίλτρο 1^{ης} τάξης



Εικόνα 11. Έξοδος υψιπερατού φίλτρου 1^{ης} τάξης συναρτήσει της συχνότητας

3.2. Υψιπερατά Φίλτρα 2^{ης} τάξης

Και σε αυτήν την περίπτωση, ένα υψιπερατό φίλτρο 2^{ης} τάξης μπορεί να προκύψει, εάν αντιστρέψουμε τις θέσεις του πυκνωτή και του πηνίου στο αντίστοιχο βαθυπερατό φίλτρο 2^{ης} τάξης. Όπως και στο υψιπερατό φίλτρο 1^{ης} τάξης, ο πυκνωτής θα παρουσιάζει υψηλή αντίδραση στις χαμηλές συχνότητες, μειώνοντας την έξοδο του φίλτρου. Συγχρόνως, το πηνίο ενισχύει την δράση του πυκνωτή, βραχυκυκλώνοντας τις χαμηλές συχνότητες, και μειώνοντας ακόμα περισσότερο την έξοδο.



Εικόνα 12. Υψιπερατό φίλτρο 2^{ης} τάξης

Στην γενική τους μορφή τα βαθυπερατά φίλτρα 2^{ης} τάξης έχουν την παρακάτω συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

Παρακάτω, μαζί με το θεωρητικό υπόβαθρο των βασικών τύπων παρατίθενται και οι συναρτήσεις μεταφοράς, υπολογισμένες μέσω Matlab με τη χρήση των εξισώσεων Kirchhoff κάθε κυκλώματος, σε μορφή πινάκων.

3.3. Κυριότεροι τύποι υψιπερατών φίλτρων

Οι κυριότεροι τύπου υψιπερατών φίλτρων είναι οι εξής:

- Φίλτρο Sallen-Key με κέρδος (Gain) ίσο με τη μονάδα
- Φίλτρο Sallen-Key με κέρδος ίσο με G
- Φίλτρο Πολλαπλής Ανάδρασης

3.3.1. Τοπολογία Sallen-Key

Η τοπολογία Sallen-Key για τα υψιπερατά φίλτρα έχει ως εξής. Δύο αντιστάσεις και δύο πυκνωτές συνδεδεμένες με χαρακτηριστικό τρόπο, έχοντας πριν την έξοδο του κυκλώματος έναν τελεστικό ενισχυτή. Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε, ότι το υψιπερατό φίλτρο Sallen-Key μπορεί να προκύψει από το βαθυπερατό φίλτρο Sallen-Key, εάν αντιστρέψουμε τις θέσεις των αντιστάσεων και των πυκνωτών. Ανάλογα με το κέρδος του ενισχυτή

διακρίνουμε δύο περιπτώσεις σε αυτήν την τοπολογία. Την πρώτη, όπου το κέρδος του ενισχυτή είναι ίσο με 1, και την δεύτερη, όπου το κέρδος του ενισχυτή έχει μία τιμή G (άγνωστη).

3.3.1.1. Υψιπερατό φίλτρο Sallen-Key με κέρδος ίσο με τη μονάδα.

```
function H = SALLEN_KEY_G_1_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4)
% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3;
Y12 = -1/Z2 - 1/Z3;
Y21 = -1/Z2;
Y22 = 1/Z2 + 1/Z4;

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R1 R2 C s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

% Ορισμός εμπεδών
Z1 = 1/(C*s);
Z2 = 1/(C*s);
Z3 = 1/R1;
Z4 = 1/R2;

% Κλήση της συνάρτησης
H = SALLEN_KEY_G_1_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4);

pretty(H) % Εμφάνιση με ωραία μορφή

%Υπολογισμοί για το spice
f0=1000; %f0=1kHz
Omega0=2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
C=10^-8; %Δίνουμε μια τιμή για το C σε Farad
Q=1/sqrt(2); %Υπολογισμός Q
R1=1/(2*Q*C*Omega0); %Υπολογισμός R1 σε Ohm
R2=4*(Q^2)*R1; %Υπολογισμός R2 σε Ohm

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('R1 = %.2f Ohm\n', R1);
fprintf('R2 = %.2f Ohm\n', R2);
fprintf('C = %.2e F\n', C);
```

Στην διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του υψιπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος ίσο με την μονάδα. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C , υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής. Ουσιαστικά, συγκρίνοντας την συνάρτηση μεταφοράς, που βρίσκουμε, με την γενική μορφή των συναρτήσεων μεταφοράς των υψιπερατών φίλτρων, δημιουργούμε σχέσεις ανάμεσα στα ω_0 , Q , και τα υπόλοιπα στοιχεία του φίλτρου

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, και υλοποιώντας τον παραπάνω κώδικα, η συνάρτηση μεταφορά υπολογίζεται ως εξής:

```
>> HP_SALLEN_KEY_G_1_MATLAB_FUNCTION
      2      2
      C      s
-----
      2      2
C      s      + R2 C      s      2      + R1 R2

Αριθμητικές τιμές για SPICE:
R1 = 11253.95 Ohm
R2 = 22507.91 Ohm
C = 1.00e-08 F
```

Όπως, εύκολα παρατηρείται, μπορούμε να κανονικοποιήσουμε την παραπάνω συνάρτηση μεταφοράς, διαιρώντας με τον όρο C^2 . Τότε, συγκρίνοντας την συνάρτηση με την γενική μορφή των υψιπερατών φίλτρων, καταλήγουμε στις εξής σχέσεις για την κεντρική συχνότητα αποκοπής, τον συντελεστή ποιότητας, καθώς και τα στοιχεία του κυκλώματος:

- Για την κανονικοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{2}{R_2 C} s + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}$$

- Για την κεντρική συχνότητα αποκοπής

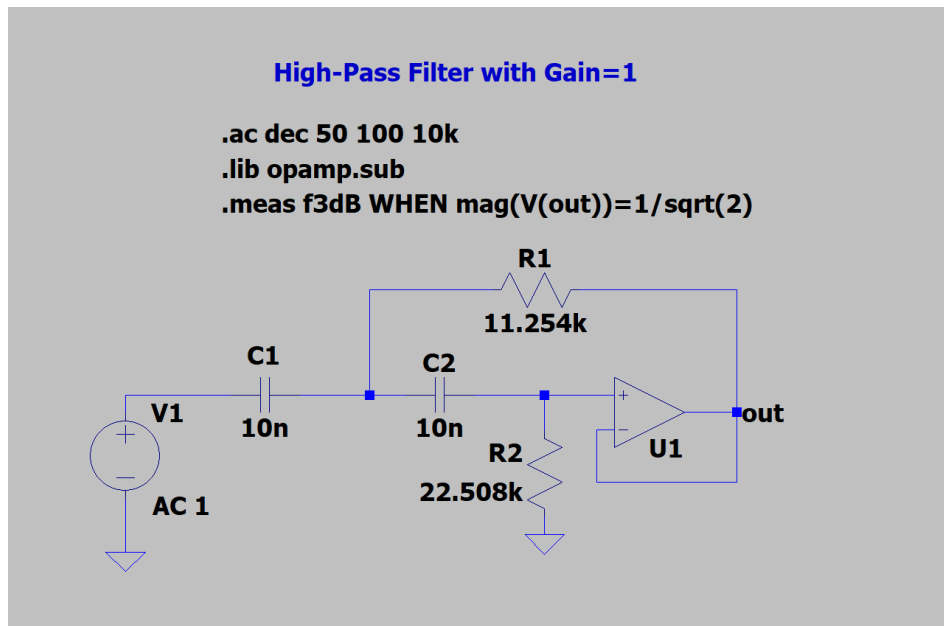
$$\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}}$$

- Για τον συντελεστή ποιότητας Q

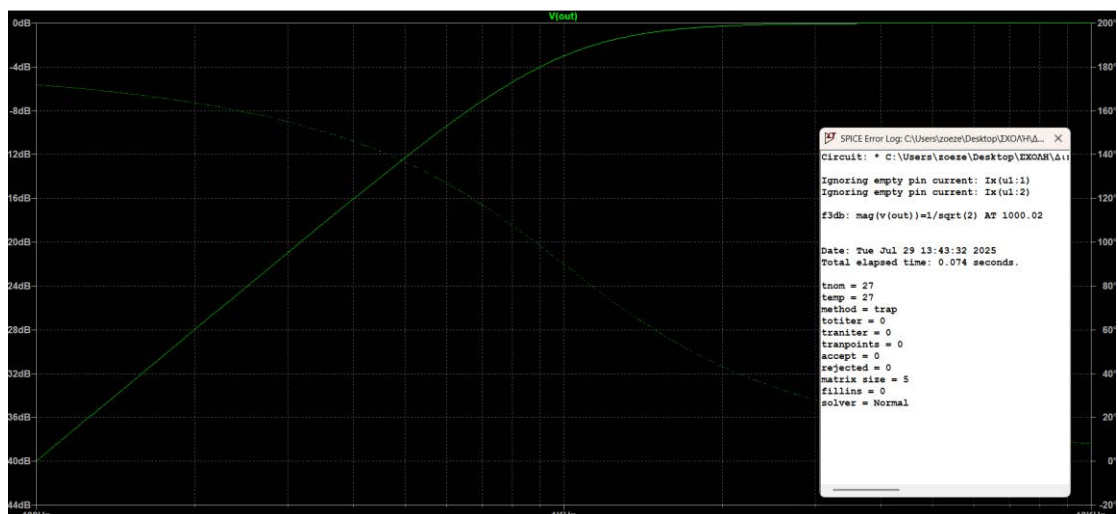
$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Με δεδομένα τις τιμές της κεντρικής συχνότητας και του συντελεστή ποιότητας, μπορούμε να δημιουργήσουμε μία σχέση, ανάμεσα στις δύο αντιστάσεις. Συγχρόνως, δίνοντας και μία τιμή στον πυκνωτή, μπορούμε να τις υπολογίσουμε.

Με βάση, λοιπόν, τους υπολογισμούς στο Matlab, μπορούμε να προχωρήσουμε στην σχεδίαση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice. Η αναπαράσταση του συγκεκριμένου φίλτρου φαίνεται στην επόμενη εικόνα (Εικόνα 13), ενώ επαληθεύεται η ορθότητα των τιμών και μέσα από την εικόνα 14, όπου φαίνεται η γραφική του παράσταση και επαληθεύεται η αρχική υπόθεση, ότι το f_0 ισούται με 1000 Hz.



Εικόνα 13. Υψιπερατό Φίλτρο Sallen-Key με κέρδος ίσο με την μονάδα



Εικόνα 14. Έξοδος υψιπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος ίσο με τη μονάδα, συναρτήσει της συχνότητας

3.3.1.2. Υψιπερατό φίλτρο Sallen-Key με κέρδος ίσο με G.

Σε αυτήν την περίπτωση η συνδεσμολογία είναι ίδια με την περίπτωση, όπου $G=1$, με την μόνη διαφορά ότι συναντάμε 2 αντιστάσεις συνδεδεμένες στην αρνητική είσοδο του τελεστικού ενισχυτή. Οι αντιστάσεις αυτές είναι που καθορίζουν το κέρδος Gain του ενισχυτή, μέσω της παραδοχής, ότι ο ενισχυτής είναι ιδανικός, και μέσω της εφαρμογής του απλού τύπου του διαιρέτη τάσης.

```

function H = Sallen_Key_G_Matlab_Function(Z1, Z2, Z3, Z4)
% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s
syms G

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3;
Y12 = -1/(G*Z2) - 1/Z3;
Y21 = -1/Z2;
Y22 = 1/(G*Z2) + 1/(G*Z4);

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R C s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

% Ορισμός εμπεδών
Z1 = 1/(C*s);
Z2 = 1/(C*s);
Z3 = 1/R;
Z4 = 1/R;

% Κλήση της συνάρτησης
H = Sallen_Key_G_Matlab_Function(Z1, Z2, Z3, Z4);

pretty(H) % Εμφάνιση με ωραία μορφή

%Υπολογισμοί για το spice

f0=1000; %f0=1kHz
Omega0=2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
C=10^-8; %Δίνουμε μια τιμή για το C σε Farad
Ra=1000; %Δίνουμε μια τιμή για την Ra σε Ohm
Q=1/sqrt(2); %Υπολογισμός Q
G=3-(1/Q); %Υπολογισμός κέρδους G
Rb=Ra*(G-1); %Υπολογισμός αντίστασης Rb του ενισχυτή σε Ohm
R=1/(C*Omega0); %Υπολογισμός R σε Ohm

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('R = %.2f Ohm\n', R);
fprintf('Ra = %.2f Ohm\n', Ra);
fprintf('Rb = %.2f Ohm\n', Rb);
fprintf('C = %.2e F\n', C);
fprintf('Gain = %.4f Ohm\n', G);|

```

Στην διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του υψιπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος ίσο με G. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C και την αντίσταση Ra του τελεστικού ενισχυτή, υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής. Ουσιαστικά,

συγκρίνοντας την συνάρτηση μεταφοράς, που βρίσκουμε, με την γενική μορφή των συναρτήσεων μεταφοράς των υψιπερατών φίλτρων, δημιουργούμε σχέσεις ανάμεσα στα ω_0 , Q, και τα υπόλοιπα στοιχεία του φίλτρου

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, και υλοποιώντας τον παραπάνω κώδικα, η συνάρτηση μεταφορά υπολογίζεται ως εξής:

```

>> HP_Sallen_Key_G_Matlab_Function
      2      2
      C      G      s
-----
      2      2      2
R  + C  s  + 3 C R s - C G R s

```

Αριθμητικές τιμές για SPICE:

R = 15915.49 Ohm

Ra = 1000.00 Ohm

Rb = 585.79 Ohm

C = 1.00e-08 F

Gain = 1.5858 Ohm

Και πάλι, κανονικοποιώντας την εξίσωση, καταλήγουμε στις παρακάτω σχέσεις για το συγκεκριμένο φίλτρο:

- Συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s) = -\frac{Gs^2}{s^2 + \frac{3-G}{CR}s + \frac{G}{C^2R^2}}$$

- Κεντρική συχνότητα αποκοπής

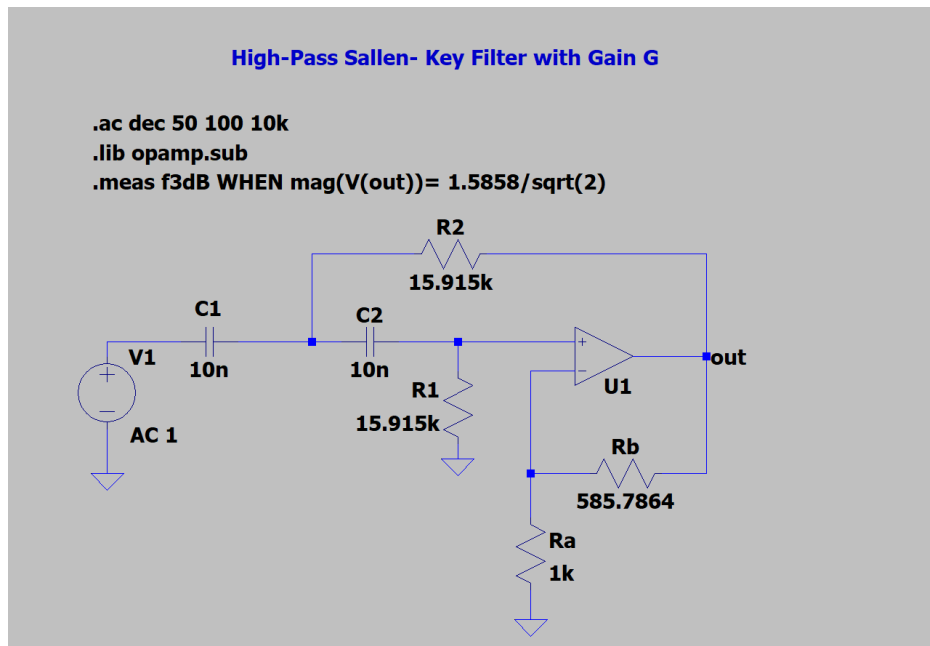
$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

- Συντελεστής ποιότητας Q

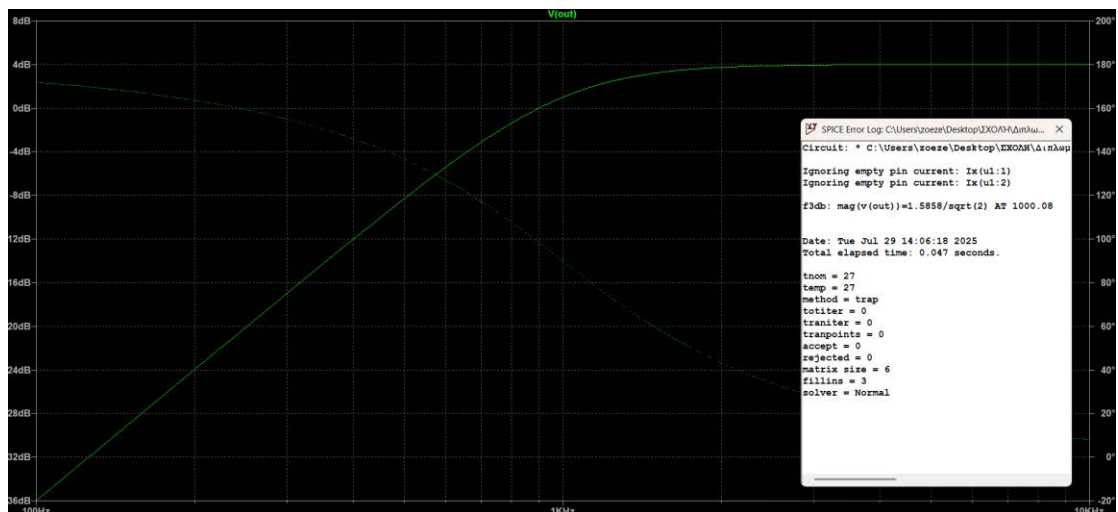
$$Q = \frac{1}{3-G}$$

Παρατηρούμε, ότι οι σχέσεις για την κεντρική συχνότητα αποκοπής και τον συντελεστή ποιότητας είναι ίδιες με το αντίστοιχο βαθυπερατό φίλτρο.

Με βάση, λοιπόν, τους υπολογισμούς στο Matlab, μπορούμε να προχωρήσουμε στην σχεδίαση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice. Η αναπαράσταση του συγκεκριμένου φίλτρου φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 15), ενώ επαληθεύεται η ορθότητα των τιμών και μέσα από την εικόνα 16, όπου φαίνεται η γραφική του παράσταση και επαληθεύεται η αρχική υπόθεση, ότι το f_0 ισούται με 1000 Hz.



Εικόνα 15. Υψιπερατό Φίλτρο Sallen-Key με κέρδος G



Εικόνα 16. Έξοδος υψιπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G, συναρτήσει της συχνότητας

3.3.2. Υψιπερατό φίλτρο Πολλαπλής Ανάδρασης

Στην περίπτωση του υψιπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης, ισχύει ό,τι και στην τοπολογία Sallen-Key, όσον αφορά την συσχέτιση του με το αντίστοιχο βαθυπερατό φίλτρο. Πιο συγκεκριμένα, και σε αυτήν την περίπτωση το υψιπερατό φίλτρο μπορεί να προκύψει από το αντίστοιχο βαθυπερατό φίλτρο, εάν αντιστρέψουμε τις θέσεις των αντιστάσεων και των πυκνωτών. Επομένως,

ισχύει ό,τι και στο βαθυπερατό φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης, όσον αφορά τον τελεστικό ενισχυτή και την τάση στις δύο εισόδους. Παρακάτω φαίνεται η συνδεσμολογία σε περιβάλλον Spice, όπου διαπιστώνονται όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως. Και πάλι, μέσω του Matlab και με την χρήση των εξισώσεων Kirchhoff στους κόμβους του κυκλώματος, υπολογίζεται η συνάρτηση μεταφοράς.

```
function H = MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4,Z5)

% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3 + 1/Z4;
Y12 = - 1/Z4;
Y21 = 1/Z3;
Y22 = 1/Z5;

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R2 R5 C1 C3 C4 s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

% Ορισμός εμπεδών
Z1 = 1/(C1*s);
Z2 = R2;
Z3 = 1/(C3*s);
Z4 = 1/(C4*s);
Z5 = R5;
% Κλήση της συνάρτησης
H = MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4,Z5);

pretty(H)

%Υπολογισμοί για το spice

f0=1000; %f0=1kHz
Omega0=2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
Q=1/sqrt(2); %Υπολογισμός Q
C1=10^-8; %Δίνουμε μια τιμή για το C σε Farad
C3=C1; %Θεωρούμε ότι οι 3 πυκνωτές έχουν την ίδια τιμή
C4=C1;
k=Omega0*C1; %Υπολογισμός βοηθητικής μεταβλητής k
R2=1/(3*Q*k); %Υπολογισμός R2 σε Ohm
R5=(3*Q)/k; %Υπολογισμός R5 σε Ohm

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('C1 = %.2e F\n', C1);
fprintf('C3 = %.2e F\n', C3);
fprintf('C4 = %.2e F\n', C4);
fprintf('R2 = %.2f Ohm\n', R2);
fprintf('R5 = %.2f Ohm\n', R5);
```

Στη διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C1, και θεωρώντας ότι όλοι οι πυκνωτές έχουν την ίδια τιμή υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, και υλοποιώντας τον παραπάνω κώδικα, η συνάρτηση μεταφορά υπολογίζεται ως εξής:

```
>> HP_MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION
      2
      C1 C3 R2 R5 s
-----
      2
      C1 R2 s + C3 R2 s + C4 R2 s + C3 C4 R2 R5 s + 1

Αριθμητικές τιμές για SPICE:
C1 = 1.00e-08 F
C3 = 1.00e-08 F
C4 = 1.00e-08 F
R2 = 7502.64 Ohm
R5 = 33761.86 Ohm
```

Ακολουθώντας την ίδια τακτική με τα προηγούμενα φίλτρα, συγκρίνοντας την συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου με την γενική μορφή, εξάγουμε τις παρακάτω σχέσεις:

- Κανονικοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s) = - \frac{\frac{C_1}{4} s^2}{s^2 + \left(\frac{C_1 + C_3 + C_4}{C_3 C_4 R_5} \right) s + \frac{1}{R_2 R_5 C_3 C_4}}$$

Εάν υποθέσουμε, ότι $C_1=C_3=C_4$,

- Βοηθητική μεταβλητή k

$$k = 2\pi f_0 C_1$$

- Αντίσταση R_2

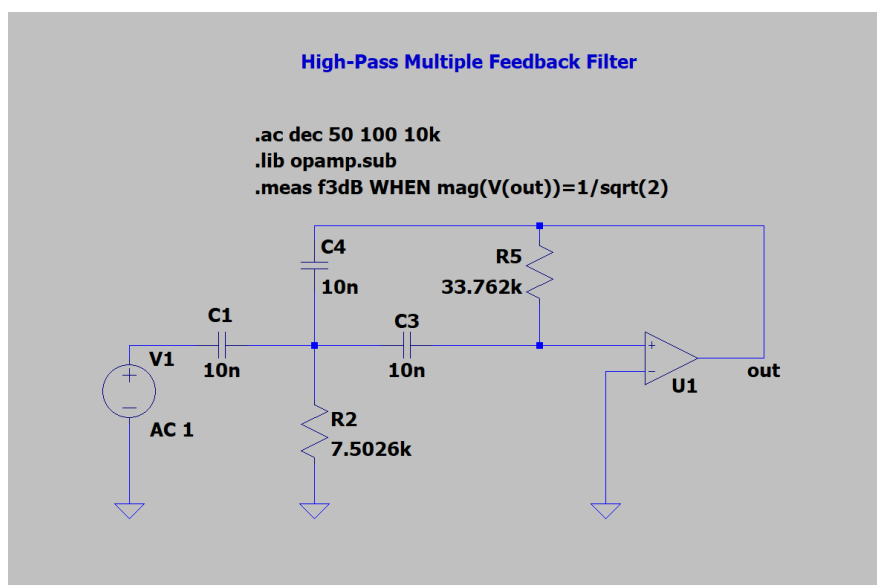
$$R_2 = \frac{1}{Q3k}$$

- Αντίσταση R_5

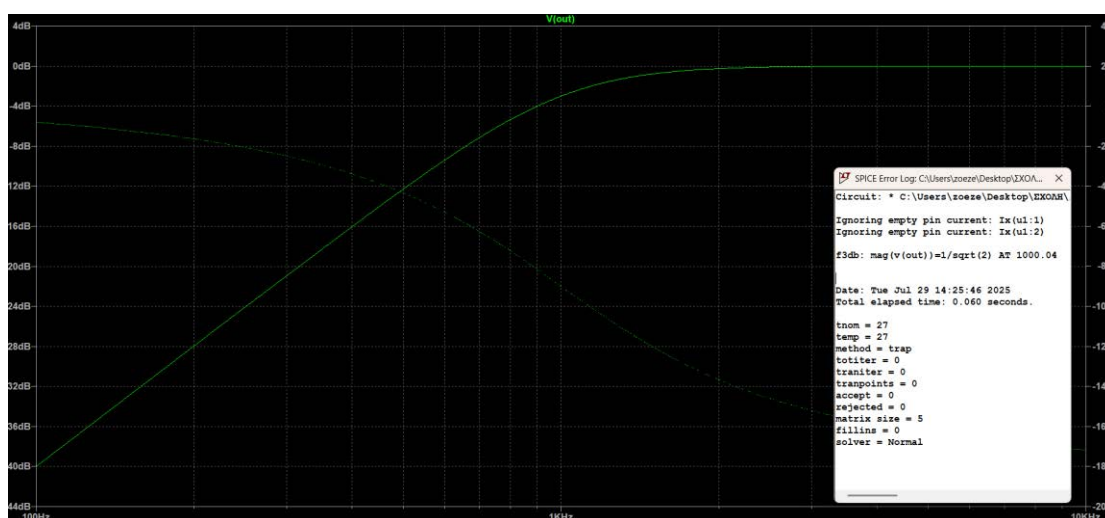
$$R_5 = \frac{3Q}{k}$$

Ορίζοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C_1 , και δίνοντας τις τιμές $f_0=1\text{kHz}$ και $Q=\frac{1}{\sqrt{2}}$ υπολογίζουμε και τα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος.

Με βάση, λοιπόν, τους υπολογισμούς στο Matlab, μπορούμε να προχωρήσουμε στην σχεδίαση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice. Η αναπαράσταση του συγκεκριμένου φίλτρου φαίνεται παρακάτω (Εικόνα 17) , ενώ επαληθεύεται η ορθότητα των τιμών και μέσα από την εικόνα 18, όπου φαίνεται η γραφική του παράσταση και επαληθεύεται η αρχική υπόθεση, ότι το f_0 ισούται με 1000 Hz.



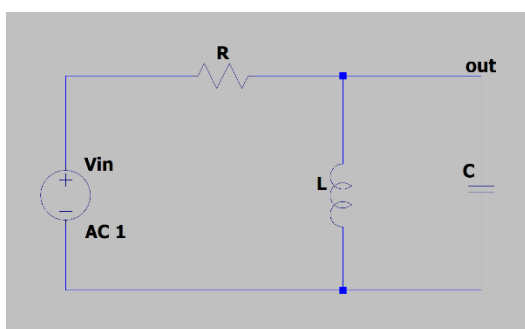
Εικόνα 17. Υψιπερατό φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης



Εικόνα 18. Έξοδος υψιπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης, συναρτήσεως της συχνότητας.

Κεφάλαιο 4. Φίλτρα ζώνης διέλευσης

Ένα φίλτρο ζώνης διέλευσης, επιτρέπει την έξοδο των συχνοτήτων, μέσα σε ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών. Μπορούμε να φανταστούμε ότι, είναι ουσιαστικά ο συνδυασμός ενός βαθυπερατού φίλτρου, που απορρίπτει τις πολύ υψηλές συχνότητες, και ενός υψιπερατού φίλτρου, που απορρίπτει τις πολύ χαμηλές συχνότητες. Παρακάτω, παρατίθεται σχηματικά το παθητικό φίλτρο RLC ζώνης διέλευσης.



Εικόνα 19. Παθητικό φίλτρο ζώνης διέλευσης RLC

Όπως βλέπουμε, η έξοδος λαμβάνεται από τον παράλληλο συνδυασμό του πυκνωτή C με το πηνίο L. Η αντίδραση του παράλληλου αυτού συνδυασμού γίνεται μέγιστη σε μία συγκεκριμένη κεντρική συχνότητα ω_0 , όπου μέγιστη γίνεται και η έξοδος. Πιο συγκεκριμένα, στις πολύ υψηλές συχνότητες ο πυκνωτής δρα ως βραχυκύκλωμα, ενώ στις πολύ χαμηλές συχνότητες δρα ως βραχυκύκλωμα το πηνίο. Με αυτόν τον τρόπο, οι πολύ υψηλές και πολύ χαμηλές συχνότητες «απορροφώνται» από τα στοιχεία και απορρίπτονται.

Ο τύπος που δίνει την τιμή της συχνότητας αποκοπής, δηλαδή την τιμή της f_0 στο σημείο, όπου η έξοδος μεγιστοποιείται έχει ως εξής:

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$$

Όπου f_1 =η χαμηλότερη συχνότητα που περνάει από το φίλτρο και f_2 = η υψηλότερη συχνότητα που περνάει από το φίλτρο, με f_2-f_1 να χαρακτηρίζεται ως το εύρος τιμών ή bandwidth.

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός φίλτρου ζώνης διέλευσης στη γενική της μορφή έχει ως εξής:

$$H(s) = \frac{\frac{\omega_0}{Q}s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

Στην συνέχεια της εργασίας θα ασχοληθούμε με τους τρεις κυριότερους τύπους φίλτρων ζώνης διέλευσης, όπου θα κάνουμε την αντίστοιχη δουλειά με τα υψιπερατά και τα βαθυπερατά φίλτρα. Πιο συγκεκριμένα, πρώτα θα υπολογίσουμε μέσω των εξισώσεων κόμβων του Kirchhoff την συνάρτηση μεταφοράς, για κάθε τύπο φίλτρου στο Matlab. Έπειτα, συγκρίνοντας την με την γενική μορφή, θα καταλήξουμε σε ορισμένες σχέσεις μεταξύ των στοιχείων, και τελικά στον υπολογισμό τους. Στη συνέχεια θα παρατίθενται τα φίλτρα σχηματικά, μαζί με τις γραφικές παραστάσεις των εξόδων συναρτήσεων των συχνοτήτων.

Οι τρεις βασικότεροι τύποι φίλτρων ζώνης διέλευσης είναι οι παρακάτω:

- Φίλτρο Ζώνης Διέλευσης Sallen-Key με κέρδος ίσο με G
- Φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης
- Φίλτρο Ζώνης Διέλευσης με Δύο Ενισχυτές.

4.1. Φίλτρο Ζώνης Διέλευσης Sallen-Key με κέρδος ίσο με G

Στην περίπτωση των φίλτρων ζώνης διέλευσης, η τοπολογία Sallen-Key δεν έχει κάποια άμεση συσχέτιση με αυτή των βαθυπερατών και τον υψιπερατών.

Παρακάτω παρατίθεται ο υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς, μέσω Matlab, καθώς και των τιμών των πυκνωτών και των αντιστάσεων, που θα χρησιμοποιηθούν για την σχεδίαση του.

```

function H = SALLEN_KEY_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4,Z5)

% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s
syms G

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3 + 1/Z5;
Y12 = -1/(G*Z2) - 1/Z3;
Y21 = -1/Z2;
Y22 = 1/(G*Z2) + 1/(G*Z4);

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R C s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

% Ορισμός εμπεδών
Z1 = R;
Z2 = 1/(C*s);
Z3 = R;
Z4 = 2*R;
Z5 = 1/(C*s);

% Κλήση της συνάρτησης
H = SALLEN_KEY_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4,Z5);

pretty(H) % Εμφάνιση με ωραία μορφή

%Υπολογισμοί για το spice

f0=1000; %f0=1kHz
omega0=2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
Q=1/sqrt(2); %Υπολογισμός Q
C=10^-8; %Δίνουμε μια τιμή για το C σε Farad
Q=5; %Δίνουμε μία τιμή για τον συντελεστή ποιότητας Q
G=3-(1/Q); %Υπολογισμός κέρδους G
Ra=2000; %Δίνουμε μία τιμή για την αντίσταση του ενισχυτή
R=1/(omega0*C); %Υπολογισμός αντίστασης σε Ohm
Rb= Ra*(G-1); %Υπολογισμός της δεύτερης αντίστασης του ενισχυτή

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('C = %.2e F\n', C);
fprintf('R = %.2f Ohm\n', R);
fprintf('2*R = %.2f Ohm\n', 2*R);
fprintf('Ra = %.2f Ohm\n', Ra);
fprintf('Rb = %.2f Ohm\n', Rb);

```

Στη διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του φίλτρου ζώνης διέλευσης Sallen-Key, με κέρδος ίσο με G. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πυκνωτή C και για την αντίσταση Ra του τελεστικού ενισχυτή, και θεωρώντας ότι όλοι οι πυκνωτές έχουν την ίδια τιμή υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, και υλοποιώντας τον παραπάνω κώδικα, η συνάρτηση μεταφορά υπολογίζεται ως εξής:

```

>> BP_SALLEN_KEY_G_MATLAB_FUNCTION
      C  G  R  s
-----
      2   2   2
3 C R s + C R s - C G R s + 1

Αριθμητικές τιμές για SPICE:
C = 1.00e-08 F
R = 15915.49 Ohm
2*R = 31830.99 Ohm
Ra = 2000.00 Ohm
Rb = 3600.00 Ohm

```

Με την κανονικοποίηση της εξίσωσης και την σύγκριση της με την γενική μορφή των ζωνοπερατών φίλτρων, έχουμε τις εξής σχέσεις:

- Για την κανονικοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s) = \frac{G \frac{1}{RC} s}{s^2 + \frac{1}{RC} (3 - G)s + \frac{1}{(RC)^2}}$$

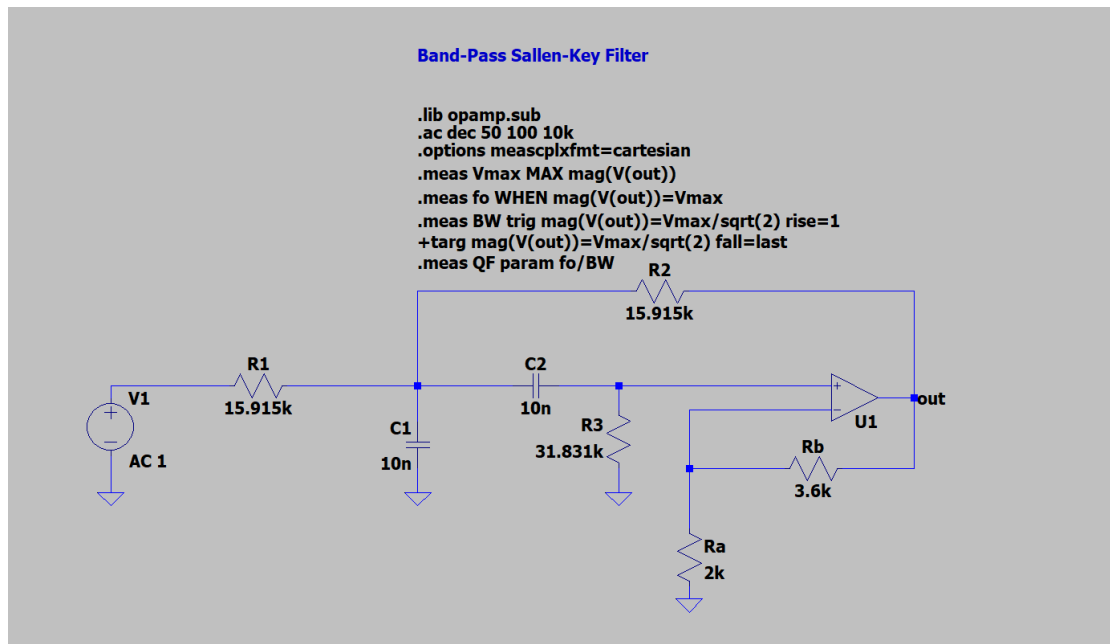
- Για την κεντρική συχνότητα αποκοπής

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

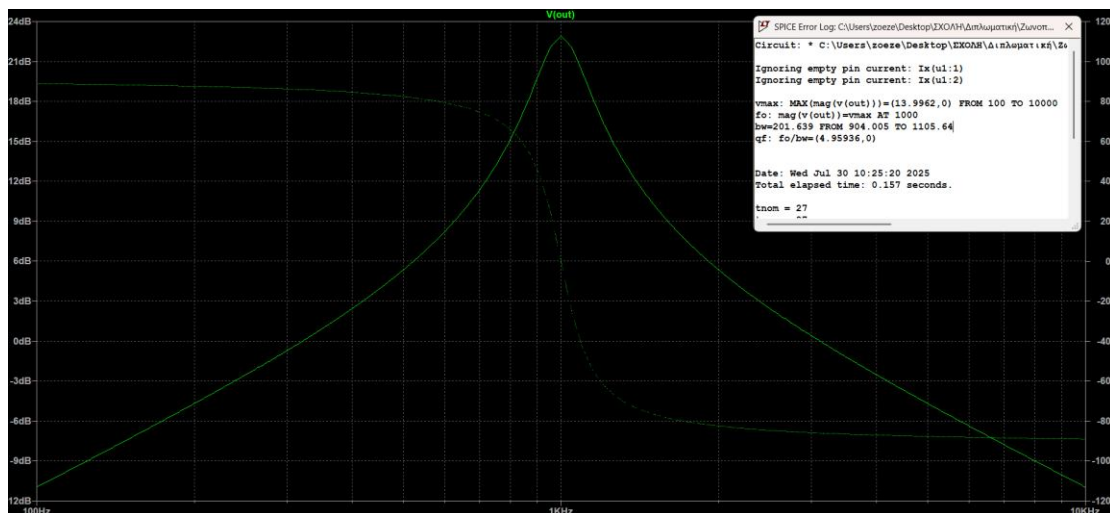
- Για τον συντελεστή ποιότητας Q

$$Q = \frac{1}{3 - G}$$

Επιλέγοντας τις τιμές $C=10\text{nF}$, $Q=5$, $f_0=1\text{kHz}$ και $R_a=1\text{k}\Omega$, υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία. Με βάση, λοιπόν, τους υπολογισμούς στο Matlab, μπορούμε να προχωρήσουμε στην σχεδίαση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice. Η αναπαράσταση του συγκεκριμένου φίλτρου φαίνεται παρακάτω (Εικόνα 20) , ενώ επαληθεύεται η ορθότητα των τιμών και μέσα από την εικόνα 21, όπου φαίνεται η γραφική του παράσταση και επαληθεύεται η αρχική υπόθεση, ότι το f_0 ισούται με 1000 Hz.



Εικόνα 20. Αναπαράσταση φίλτρου ζώνης διέλευσης Sallen-Key με κέρδος G



Εικόνα 21. Έξοδος φίλτρου ζώνης διέλευσης Sallen-Key με κέρδος G, συναρτήσει της συχνότητας

4.2. Φίλτρο ζώνης διέλευσης Πολλαπλής Ανάδρασης

Στην περίπτωση του φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης η τοπολογία είναι ακριβώς ίδια με αυτή των υψιπερατών και των βαθυπερατών φίλτρων. Ωστόσο, αλλάζουν και πάλι οι θέσεις των αντιστάσεων και των πυκνωτών. Πιο συγκεκριμένα, σε σχέση με το αντίστοιχο βαθυπερατό φίλτρο, μόνο η πρώτη αντίσταση R1 που συνδέεται άμεσα με την πηγή παραμένει ως έχει, ενώ οι

άλλες 2 αντιστάσεις αλλάζουν θέσεις με τους 2 πυκνωτές. Αρχικά, θα ασχοληθούμε τον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και ύστερα με την προσομοίωση του σε περιβάλλον Spice.

```
function H = MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4,Z5)

% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s
syms G

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3 + 1/Z4;
Y12 = -1/Z2 - 1/Z3;
Y21 = -1/Z2;
Y22 = 1/Z5 ;

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R1 R2 R5 C3 C4 s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

% Ορισμός εμπεδών
Z1 = R1;
Z2 = 1/(C3*s);
Z3 = 1/(C4*s);
Z4 = R2;
Z5 = R5;

% Κλήση της συνάρτησης
H = MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2, Z3, Z4,Z5);

pretty(H) % Εμφάνιση με ωραία μορφή

%Υπολογισμοί για το spice

f0=1000; %f0=1kHz
Omega0=2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
C=10^-8; %Δίνουμε μια τιμή για το C σε Farad
Q=5; %Δίνουμε μια τιμή για τον συντελεστή ποιότητας Q
k=Omega0*C; %Υπολογισμός βοηθητικής μεταβλητής k
R1=1/k; %Υπολογισμός αντίστασης R1 σε Ohm
R2=R1/(2*Q-1); %Υπολογισμός αντίστασης R2 σε Ohm
R5=2*Q*R1; %Υπολογισμός αντίστασης R5 σε Ohm

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('C = %.2e F\n', C);
fprintf('R1 = %.2f Ohm\n', R1);
fprintf('R2 = %.2f Ohm\n', R2);
fprintf('R5 = %.2f Ohm\n', R5);
```

Στη διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του φίλτρου ζώνης διέλευσης πολλαπλής ανάδρασης. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πυκνωτή, και θεωρώντας ότι όλοι οι πυκνωτές έχουν την ίδια τιμή υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, και υλοποιώντας τον παραπάνω κώδικα, η συνάρτηση μεταφορά υπολογίζεται ως εξής:

```
>> BP_MULTIPLE_FEEDBACK_MATLAB_FUNCTION
      C3 R2 R5 s
-----
      2 2      2
- R1 R2 R5 C3 s - C4 R1 R2 R5 C3 s + R1 R2 C3 s + C4 R1 R2 s + R1 + R2

Αριθμητικές τιμές για SPICE:
C = 1.00e-08 F
R1 = 15915.49 Ohm
R2 = 1768.39 Ohm
R5 = 159154.94 Ohm
```

Και πάλι, κανονικοποιώντας την εξίσωση παίρνουμε τις εξής σχέσεις:

- Για την κανονικοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς

$$H(s) = - \frac{\frac{1}{R_1 C_4} s}{s^2 + \frac{C_3 + C_4}{R_5 C_3 C_4} s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_5 C_3 C_4}}$$

Εάν θεωρήσουμε ότι $C_3 = C_4 = C$ και $k = 2\pi f_0 C$

- Για την κεντρική συχνότητα αποκοπής

$$\omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_5}}$$

- Για τον συντελεστή ποιότητας Q

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_5}{R_1 \parallel R_2}}$$

- Για τις αντιστάσεις

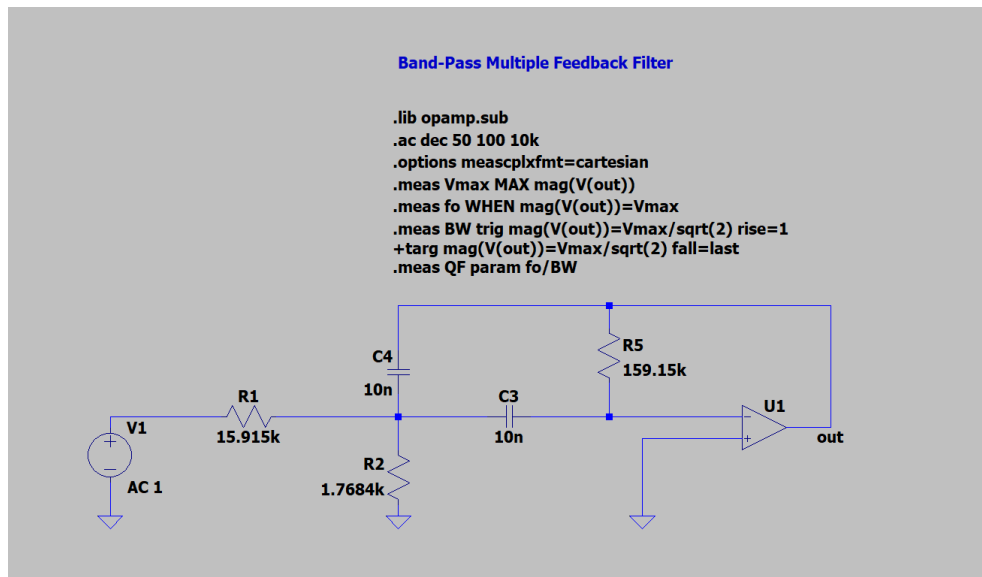
$$R_1 = \frac{1}{k}$$

$$R_2 = \frac{R_1}{2Q - 1}$$

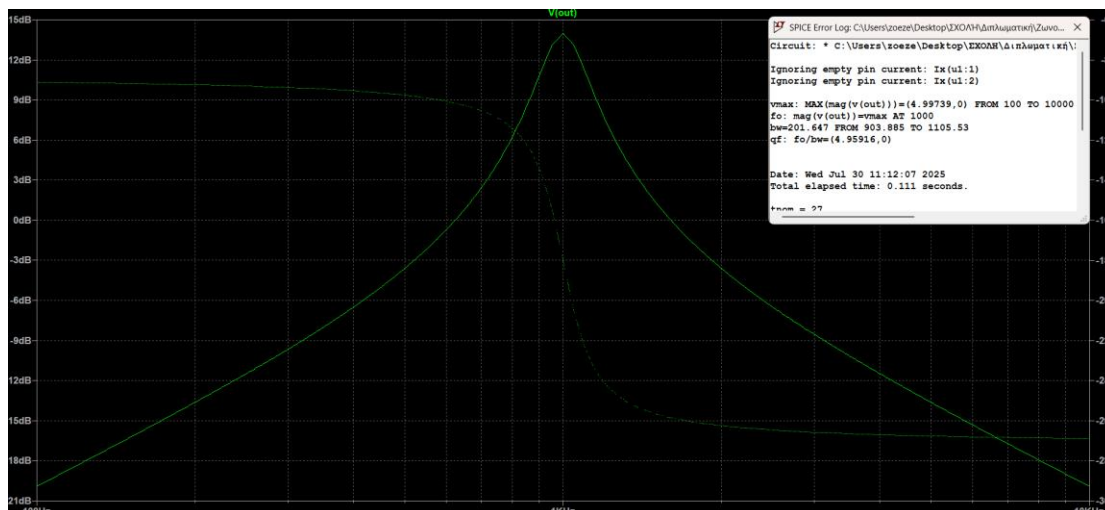
$$R_5 = 2QR_1$$

Έχοντας ως δεδομένο τις τιμές $C=10\text{nF}$, $f_0=1\text{kHz}$ και $Q=5$, υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία.

Με βάση, λοιπόν, τους υπολογισμούς στο Matlab, μπορούμε να προχωρήσουμε στην σχεδίαση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice. Η αναπαράσταση του συγκεκριμένου φίλτρου φαίνεται στην εικόνα 22, ενώ επαληθεύεται η ορθότητα των τιμών και μέσα από την εικόνα 23, όπου φαίνεται η γραφική του παράσταση και επαληθεύεται η αρχική υπόθεση, ότι το f_0 ισούται με 1000 Hz.



Εικόνα 22. Φίλτρο ζώνης διέλευσης πολλαπλής ανάδρασης



Εικόνα 23. Έξοδος φίλτρου ζώνης διέλευσης πολλαπλής ανάδρασης συναρτήσει της συχνότητας.

4.3. Φίλτρο ζώνης διέλευσης με δύο ενισχυτές

Σε αυτόν τον τύπο φίλτρου συναντάμε δύο τελεστικούς ενισχυτές, έναν αναστρέφων και έναν μη αναστρέφων. Παρακάτω φαίνεται η εύρεση της συνάρτησης μεταφοράς, μέσω του Matlab, και η αναπαράσταση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice.

```

function H = TWO_OPAMPS_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2,Z3,Z6,Z7)

% Δηλώνουμε συμβολικές μεταβλητές
syms s
G=2;

% Δημιουργία πίνακα αγωγιμότητας Y
Y11 = - 1/Z2;
Y12 = 1/(G*Z1) + 1/(G*Z7) + 1/(G*Z2);
Y21 = - 1/Z6;
Y22 = 1/(G*Z6) + 1/(G*Z3) - 1/Z3;

Y = [Y11, Y12; Y21, Y22];

% Διάνυσμα B (πηγή εισόδου)
B = [1/Z1; 0];

% Λύση του συστήματος Y * x = B
x = Y \ B;

% Η έξοδος είναι το x(2) (δηλ. η δεύτερη τάση)
H = simplify(x(2)); % συνάρτηση μεταφοράς Vout / Vin
end

syms R1 R2 R3 C s % Δηλώνουμε τις μεταβλητές

% Ορισμός εμπεδών
Z1 = R1;
Z2 = R2;
Z3 = R3;
Z6 = 1/(C*s);
Z7 = 1/(C*s);

% Κλήση της συνάρτησης
H = TWO_OPAMPS_MATLAB_FUNCTION(Z1, Z2,Z3,Z6,Z7);

pretty(H) % Εμφάνιση με ωραία μορφή

%Υπολογισμοί για το spice

f0=1000; %f0=1kHz
Omega0=2*pi*f0; %Κεντρική συχνότητα
C=10^-8; %Δίνουμε μια τιμή για το C σε Farad
Q=5; %Δίνουμε μια τιμή για τον συντελεστή ποιότητας Q
R4 = 10000;
R5 = 10000;
R = 1/(Omega0*C);
R2 = R; %Υπολογισμός αντίστασης R2 σε Ohm
R3 = R; %Υπολογισμός αντίστασης R3 σε Ohm
R1 = 5*R; %Υπολογισμός αντίστασης R1 σε Ohm

fprintf('\nΑριθμητικές τιμές για SPICE:\n');
fprintf('C = %.2e F\n', C);
fprintf('R1 = %.2f Ohm\n', R1);
fprintf('R2 = %.2f Ohm\n', R2);
fprintf('R3 = %.2f Ohm\n', R3);
fprintf('R4 = %.2f Ohm\n', R4);
fprintf('R5 = %.2f Ohm\n', R5);

```

Στη διπλανή εικόνα παρατίθεται ο κώδικας Matlab για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του φίλτρου ζώνης διέλευσης με δύο ενισχυτές. Όπως φαίνεται, δίνοντας μία τιμή για τον πρώτο πυκνωτή, και θεωρώντας ότι και οι δύο πυκνωτές έχουν την ίδια τιμή υπολογίζονται οι τιμές των υπόλοιπων στοιχείων, για μία συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας αποκοπής.

Παρακάτω, φαίνεται το αποτέλεσμα της υλοποίησης του κώδικα.

```

>> BP_2_OPAMPS_MATLAB_FUNCTION
      2 C R2 R3 s
-----
      2 2
R1 R2 R3 C s + R2 R3 C s + R1

Αριθμητικές τιμές για SPICE:
C = 1.00e-08 F
R1 = 79577.47 Ohm
R2 = 15915.49 Ohm
R3 = 15915.49 Ohm
R4 = 10000.00 Ohm
R5 = 10000.00 Ohm

```

Σε αυτήν την μορφή ωστόσο, δεν είναι εύκολο να συσχετίσουμε την συνάρτηση μεταφοράς του συγκεκριμένου φίλτρου με την γενική μορφή των συναρτήσεων μεταφοράς των φίλτρων ζώνης διέλευσης. Επομένως, χρειάζονται ορισμένες απλοποιήσεις. Ουσιαστικά, διαιρούμε αριθμητή και παρονομαστή με τον όρο που πολλαπλασιάζει το s^2 , και τελικά καταλήγουμε στην παρακάτω συνάρτηση μεταφοράς.

$$H(s) = \frac{\frac{2}{R_1 C} s}{s^2 + \frac{1}{R_1 C} s + \frac{1}{R_2 R_3 C^2}}$$

Όπου η τιμή 2 στον αριθμητή είναι η τιμή του κέρδους G, αφού θεωρήσαμε ότι $R_4 = R_5 = 10k\Omega$.

Έτσι, συσχετίζοντας την απλοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς με την γενική μορφή, υπολογίζουμε τις τιμές όλων των στοιχείων του κυκλώματος, ώστε να υλοποιηθεί σε περιβάλλον Spice. Θα είναι:

- Κεντρική συχνότητα αποκοπής

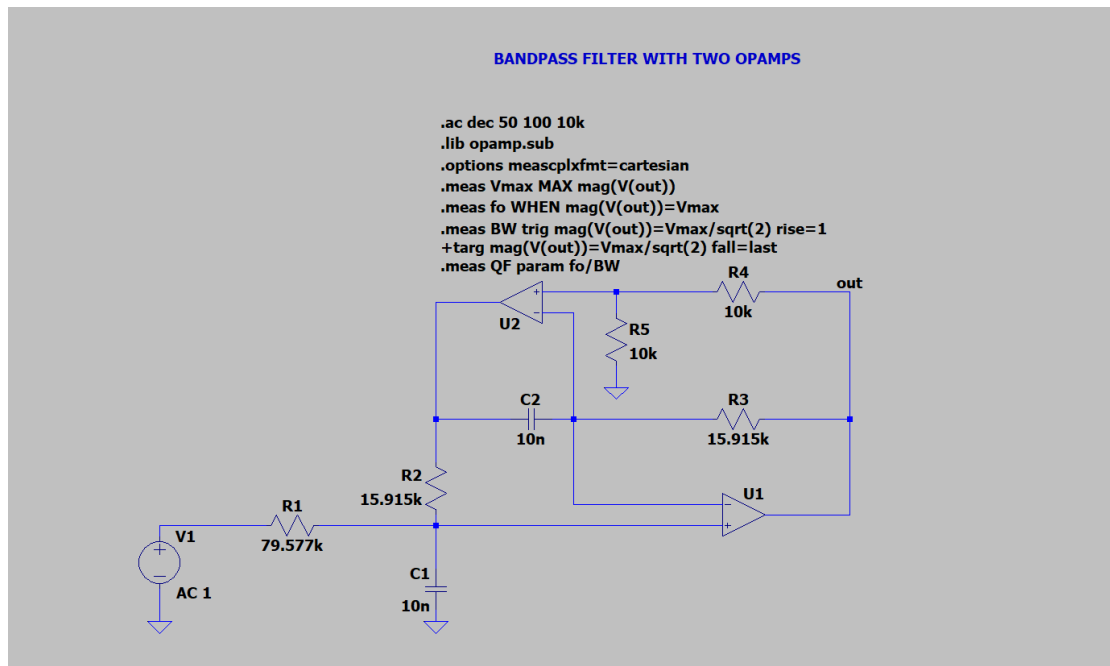
$$\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_2 R_3}}$$

Θεωρώντας ότι $R_2 = R_3 = R = \frac{1}{2\pi f_0 C}$ και Q=5 :

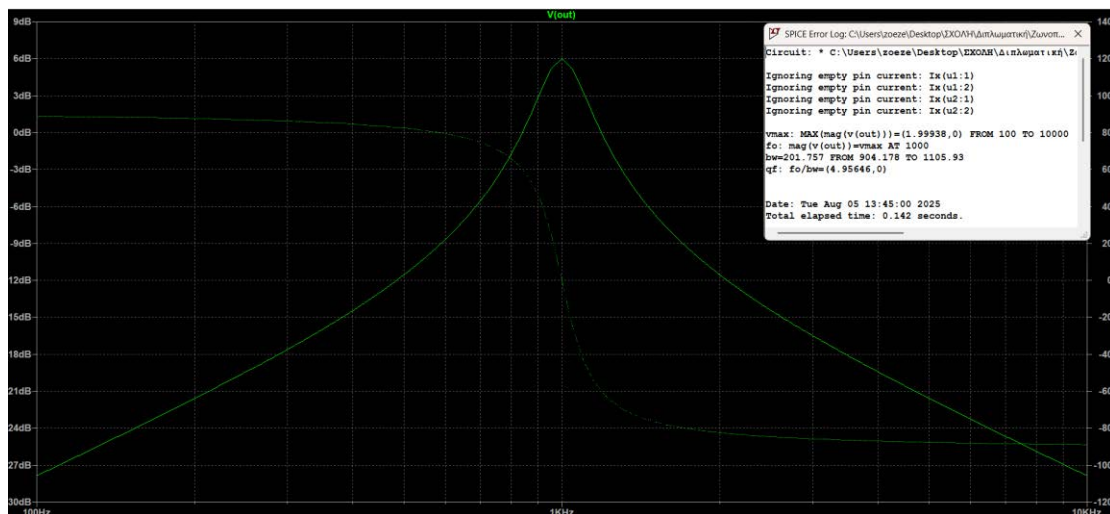
- Αντίσταση R1

$$R_1 = 5R$$

Παρακάτω, λοιπόν, φαίνεται η αναπαράσταση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice (Εικόνα 24), καθώς και η έξοδος του, σε συνάρτηση με την συχνότητα f (Εικόνα 25).



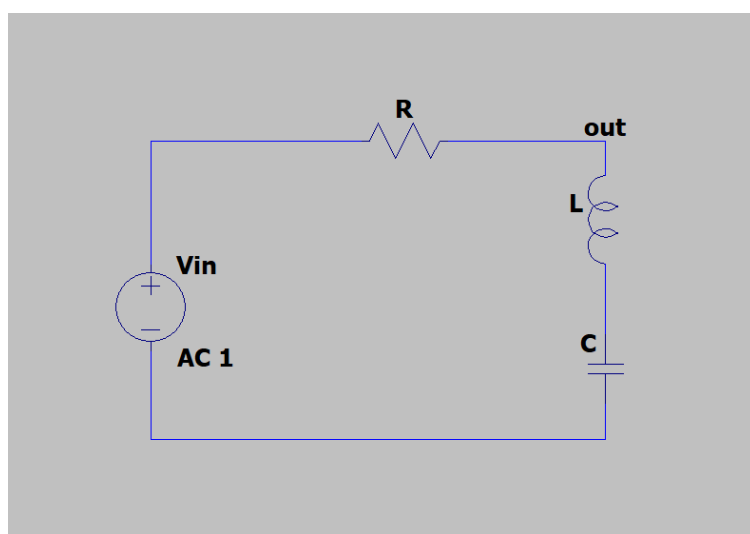
Εικόνα 24. Φίλτρο ζώνης διέλευσης με δύο ενισχυτές



Εικόνα 25. Έξοδος φίλτρου ζώνης διέλευσης με δύο ενισχυτές, συναρτήσεως της συχνότητας

Κεφάλαιο 5. Φίλτρα ζώνης αποκοπής

Τα φίλτρα ζώνης αποκοπής έχουν την ακριβώς αντίθετη λειτουργία από τα φίλτρα ζώνης διέλευσης. Πιο συγκεκριμένα, επιτρέπουν την έξοδο των πολύ χαμηλών και των πολύ υψηλών συχνοτήτων, και απορρίπτουν το ενδιάμεσο τμήμα συχνοτήτων. Η διάταξη του φίλτρου ζώνης αποκοπής περιέχει την σε σειρά σύνδεση του πηνίου και του πυκνωτή, σε αντίθεση με το φίλτρο ζώνης διέλευσης, όπου πηνίο και πυκνωτής είναι συνδεδεμένα παράλληλα. Παρακάτω φαίνεται η διάταξη του φίλτρου ζώνης αποκοπής.



Εικόνα 26. Παθητικό φίλτρο ζώνης αποκοπής RLC

Όπως βλέπουμε, η έξοδος του κυκλώματος λαμβάνεται από τον συνδυασμό σε σειρά του πυκνωτή με το πηνίο. Η αντίδραση του συνδυασμού αυτού ελαχιστοποιείται, για μία συγκεκριμένη τιμή συχνότητας ω_0 , η οποία ονομάζεται κεντρική συχνότητα της ζώνης αποκοπής. Σε αυτή την τιμή της συχνότητας, η έξοδος του φίλτρου είναι η ελάχιστη δυνατή και το φίλτρο παρουσιάζει την μέγιστη αποκοπή. Αυτό συμβαίνει, γιατί στις πολύ υψηλές συχνότητες το πηνίο δρα ως ανοικτοκύκλωμα, ενώ ως ανοικτοκύκλωμα συμπεριφέρεται και ο πυκνωτής στις πολύ χαμηλές συχνότητες. Οι κυριότεροι τύποι φίλτρων ζώνης αποκοπής είναι οι εξής:

- Φίλτρο ζώνης αποκοπής διπλού T
- Φίλτρο ζώνης αποκοπής Wien-Robinson
- Φίλτρο ζώνης αποκοπής Bainter

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, τα φίλτρα ζώνης αποκοπής αποκόπτουν μία στενή ζώνη συχνοτήτων από f_1 έως f_2 . Η κεντρική συχνότητα, όπου παρατηρείται η μέγιστη αποκοπή σχετίζεται με τις f_1 και f_2 με την παρακάτω σχέση:

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$$

Η γενική μορφή της συνάρτησης μεταφοράς των φίλτρων ζώνης αποκοπής με κέρδος G έχει ως εξής:

$$H(s) = G \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

Ενώ, $G = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$.

Παρακάτω βλέπουμε τον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς κάθε φίλτρου, καθώς και την αναπαράστασή τους σε περιβάλλον Spice.

5.1. Φίλτρο ζώνης αποκοπής διπλού «Τ»

Το όνομα του πρώτου φίλτρου ζώνης αποκοπής, με το οποίο θα ασχοληθούμε προκύπτει από την διάταξη, την οποία έχουν οι αντιστάσεις και οι πυκνωτές. Πιο συγκεκριμένα, διακρίνονται δύο δικτυώματα σε σχήμα «Τ», τα οποία συνδυάζονται για να δημιουργήσουν ένα βαθύ βύθισμα σε μία συγκεκριμένη συχνότητα αποκοπής. Όπως θα δούμε και κατά τη σχεδίαση του φίλτρου, το ένα δικτύωμα αποτελείται από δύο σειριακούς πυκνωτές και μία παράλληλη αντίσταση. Το δεύτερο δικτύωμα αποτελείται από δύο σειριακές αντιστάσεις και έναν παράλληλο πυκνωτή. Η παθητική υλοποίηση του φίλτρου αυτού, έχει ένα ελάττωμα, καθώς ο συντελεστής ποιότητας παραμένει σταθερός στην τιμή 0.25. Αυτό μπορεί να διορθωθεί, με την εφαρμογή μίας θετικής ανάδρασης πίσω στον κόμβο αναφοράς. Η τιμή της ανάδρασης του σήματος, ορισμένη από τον λόγο R_4/R_5 , θα καθορίσει και την τιμή του συντελεστή ποιότητας Q , αλλά και το βάθος της καμπύλης του φίλτρου. Για μέγιστο βάθος, οι δύο αυτές αντιστάσεις, και ο τελεστικός ενισχυτής μπορούν να παραλειφθούν. Αν ληφθούν δεδομένες οι παρακάτω σχέσεις μεταξύ των πυκνωτών και των αντιστάσεων :

$$R_1 = R_2 = R \text{ και } R_3 = R/2$$

$$C_1 = C_2 = C \text{ και } C_3 = 2C$$

Τότε η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου έχει ως εξής :

$$H(s) = G \frac{s^2 + \frac{1}{(RC)^2}}{s^2 + \frac{2(2-G)}{RC}s + \frac{1}{(RC)^2}}$$

Συσχετίζοντας, λοιπόν την παραπάνω συνάρτηση μεταφοράς με την γενική μορφή, μπορούμε εύκολα να βρούμε την σχέση μεταξύ των στοιχείων του κυκλώματος μέσω του συντελεστή ποιότητας Q και της κεντρικής συχνότητας αποκοπής ω_0 .

- Κεντρική συχνότητα αποκοπής

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

- Αντίσταση R

$$R = \frac{1}{2\pi f_0 C}$$

- Συντελεστής ποιότητας

$$Q = \frac{1}{2(2-G)}$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις και έχοντας ως δεδομένα ότι $f_0 = 1kHz$, $Q = 2$, $C = 10nF$ και $R_a = 1k\Omega$ υπολογίζουμε τις τιμές όλων των στοιχείων στο Matlab.

Αριθμητικές τιμές για SPICE:

$$C = 1.00e-08 \text{ F}$$

$$2 \cdot C = 2.00e-08 \text{ F}$$

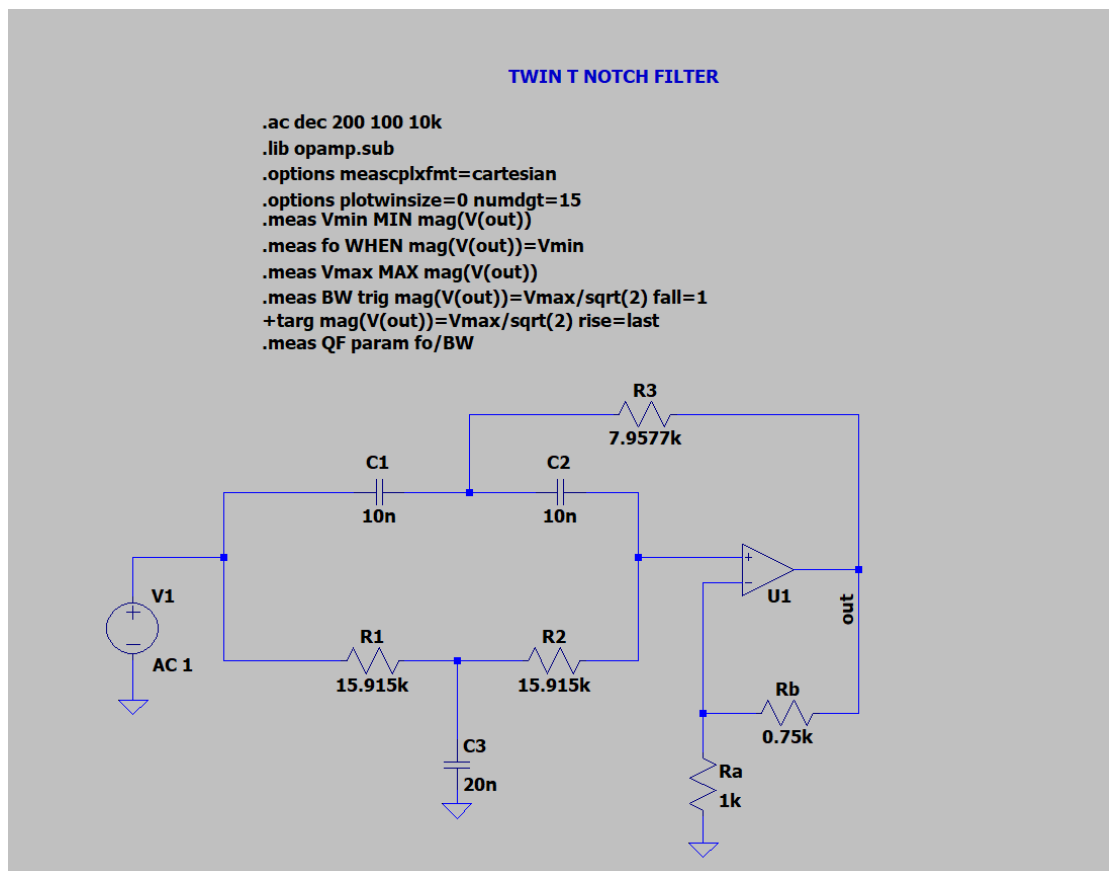
$$R = 15915.49 \text{ Ohm}$$

$$R/2 = 7957.75 \text{ Ohm}$$

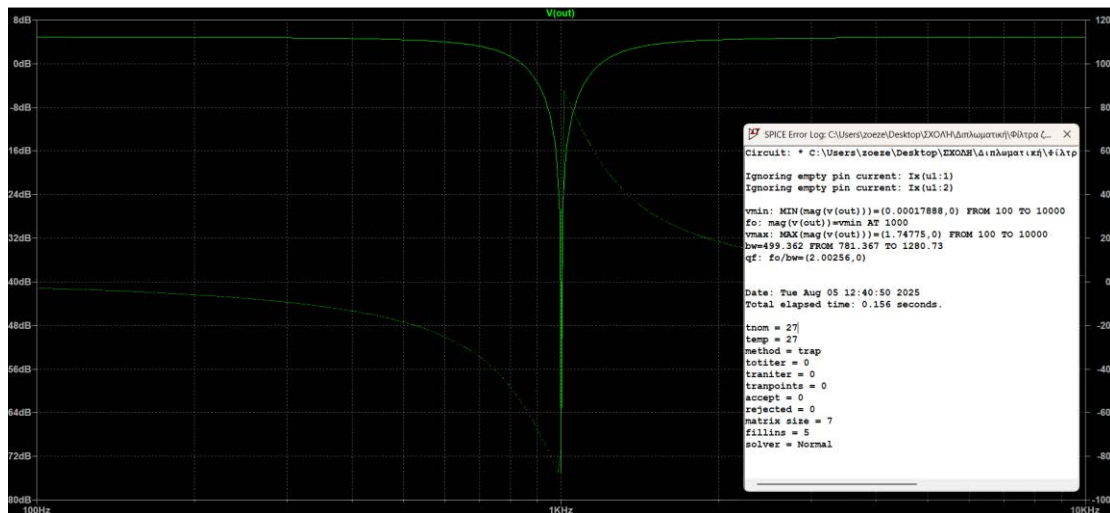
$$R_a = 1000.00 \text{ Ohm}$$

$$R_b = 750.00 \text{ Ohm}$$

Χρησιμοποιώντας τις τιμές που υπολογίσαμε, μέσω του Matlab για τα στοιχεία του κυκλώματος, παρατίθεται η αναπαράσταση του φίλτρου σε περιβάλλον Spice (Εικόνα 27), καθώς σχηματίζεται και η έξοδος του, σε συνάρτηση με την συχνότητα f (Εικόνα 28).



Εικόνα 27. Φίλτρο ζώνης αποκοπής διπλού T.



Εικόνα 28. Έξοδος φίλτρου ζώνης αποκοπής διπλού «Τ» συναρτήσεως της συχνότητας

5.2. Φίλτρο ζώνης αποκοπής Wien-Robinson

Το φίλτρο Wien-Robinson αποτελείται, ουσιαστικά, από δύο τμήματα, ένα κύκλωμα σειράς, όπου πυκνωτής και αντίσταση είναι συνδεδεμένα σε σειρά, και ένα παράλληλο κύκλωμα, όπου πυκνωτής και αντίσταση είναι συνδεδεμένα παράλληλα. Αυτά τα δύο υποκυκλώματα συνδέονται μεταξύ τους σε διάταξη γέφυρας και η έξοδος υπολογίζεται, όπως και στα προηγούμενα φίλτρα, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις κόμβων του Kirchhoff και την βασική θεωρία των ιδανικών τελεστικών ενισχυτών. Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου αποκοπής Wien-Robinson, έχει ως εξής:

$$H(s) = G \frac{-\frac{\beta}{1+\alpha} [s^2 + \frac{1}{(RC)^2}]}{s^2 + \frac{3}{1+\alpha} \frac{1}{RC} s + \frac{1}{(RC)^2}}$$

Όπου ισχύουν τα παρακάτω:

- $\alpha = \frac{R_2}{R_3}$
- $\beta = \frac{R_2}{R_4}$

Με βάση τις παραπάνω σχέσεις και την σύγκριση της συνάρτησης, με την γενική μορφή των φίλτρων ζώνης αποκοπής, εξάγονται οι εξής σχέσεις για την κεντρική συχνότητα αποκοπής, για τον συντελεστή ποιότητας και για το κέρδος G του φίλτρου.

- Κεντρική συχνότητα αποκοπής

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

- Συντελεστής ποιότητας

$$Q = \frac{1 + \alpha}{3}$$

- Κέρδος ενισχυτή

$$G = -\frac{\beta}{1 + \alpha}$$

Άρα με δεδομένο το κέρδος G , μπορούμε να υπολογίσουμε τα α και β και έπειτα τις αντιστάσεις. Οι υπολογισμοί για τα στοιχεία του φίλτρου παρατίθενται, μέσω Matlab, και έπειτα θα χρησιμοποιηθούν, ώστε να αναπαρασταθεί το φίλτρο, μέσω του περιβάλλοντος LTSpice, ώστε να μελετηθεί και η έξοδος του.

Αριθμητικές τιμές για SPICE:

$C = 1.00e-08 \text{ F}$

$R1 = 10000.00 \text{ Ohm}$

$R2 = 1000.00 \text{ Ohm}$

$R3 = 200.00 \text{ Ohm}$

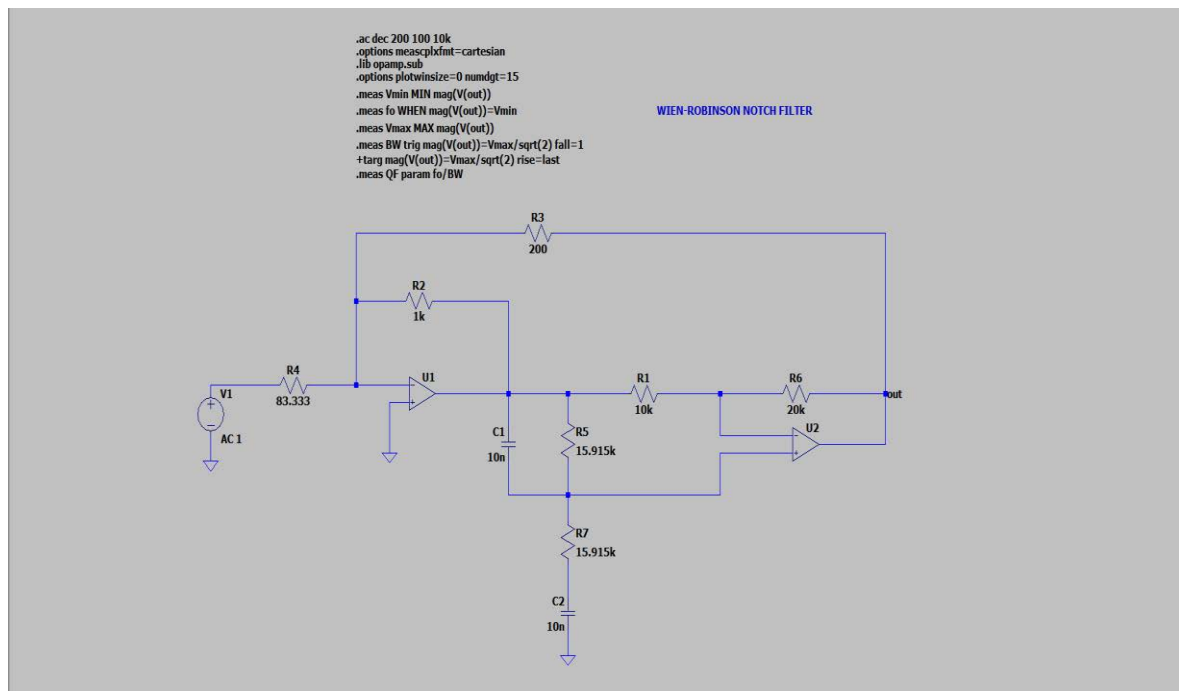
$R4 = 83.33 \text{ Ohm}$

$R5 = 15915.49 \text{ Ohm}$

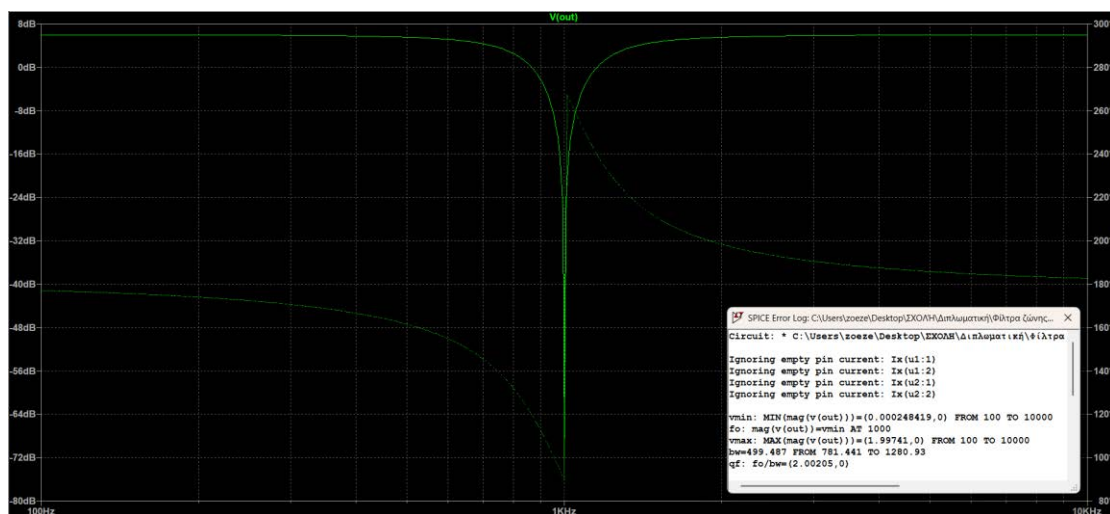
$R6 = 20000.00 \text{ Ohm}$

$R7 = 15915.49 \text{ Ohm}$

Αξιοποιώντας, επομένως, αυτές τις τιμές, βλέπουμε παρακάτω την αναπαράσταση του φίλτρου, καθώς και τη μεταβολή της εξόδου του, σε συνάρτηση με την συχνότητα. Αξίζει να τονίσουμε, ότι για τους παραπάνω υπολογισμούς έχουμε θεωρήσει δεδομένο, ότι $f_0 = 1\text{kHz}$, $Q = 2$, $C = 10\text{nF}$, $R_1 = 10\text{k}\Omega$, $R_2 = 1\text{k}\Omega$.



Εικόνα 29. Αναπαράσταση φίλτρου ζώνης αποκοπής Wien-Robinson



Εικόνα 30. Έξοδος φίλτρου ζώνης αποκοπής Wien-Robinson συναρτήσεως της συχνότητας.

Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι η καμπύλη εξόδου του φίλτρου, και οι τιμές που προκύπτουν από αυτήν, επαληθεύουν πλήρως τις αρχικές μας υποθέσεις, όσον αφορά την τιμή της συχνότητας αποκοπής και του συντελεστή ποιότητας.

5.3. Φίλτρο ζώνης αποκοπής Bainter

Το φίλτρο ζώνης αποκοπής Bainter, το οποίο είναι και το τελευταίο φίλτρο, με το οποίο θα ασχοληθούμε, είναι ένα απλό ζωνοφρακτικό φίλτρο, αποτελούμενο από απλά κυκλώματα με δύο κύκλους ανάδρασης, ενώ η ευαισθησία του είναι ιδιαίτερα χαμηλή. Το φίλτρο αυτό, έχει πολλά ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά. Πιο συγκεκριμένα, ο συντελεστής ποιότητας του φίλτρου, δεν εξαρτάται από την συνδεσμολογία των στοιχείων, όπως στις υπόλοιπες υλοποιήσεις, παρά μόνο στο κέρδος των τελεστικών ενισχυτών. Επιπλέον, το βάθος της καμπύλης της εξόδου, δεν δύναται να μεταβληθεί, επηρεαζόμενο από περιβαλλοντικούς παράγοντες. Η κεντρική συχνότητα, όπου μεγιστοποιείται το βάθος, μπορεί να μετατοπιστεί, αλλά το ίδιο το βάθος, όχι. Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου έχει ως εξής:

$$H(s) = G \frac{k_2(s^2 + \frac{k_1}{R_3 R_5 C^2})}{s^2 + \frac{R_5 + R_6}{R_5 R_6 C} s + \frac{k_2}{R_4 R_5 C^2}}$$

Όπου ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

- $k_1 = \frac{R_2}{R_1}$
- $k_2 = \frac{R_7 + R_8}{R_8}$

Θεωρώντας δεδομένα, ότι $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $f_0 = 1kHz$, $Q = 2$, $C = 10nF$, $k = 2\pi f_0 C$, προκύπτουν τα παρακάτω:

- $R_2 = R_1$
- $R_8 = R_7$
- $R_3 = \frac{k_1}{2kQ}$
- $R_4 = \frac{k_2}{2kQ}$
- $R_5 = R_6 = \frac{2Q}{k}$

Δίνοντας τιμές στις αντιστάσεις R_1 και R_7 , υπολογίζουμε και τα υπόλοιπα στοιχεία, μέσω του Matlab.

Αριθμητικές τιμές για SPICE:

$C = 1.00\text{e-}08 \text{ F}$

$R_1 = 10000.00 \text{ Ohm}$

$R_2 = 10000.00 \text{ Ohm}$

$R_3 = 3978.87 \text{ Ohm}$

$R_4 = 7957.75 \text{ Ohm}$

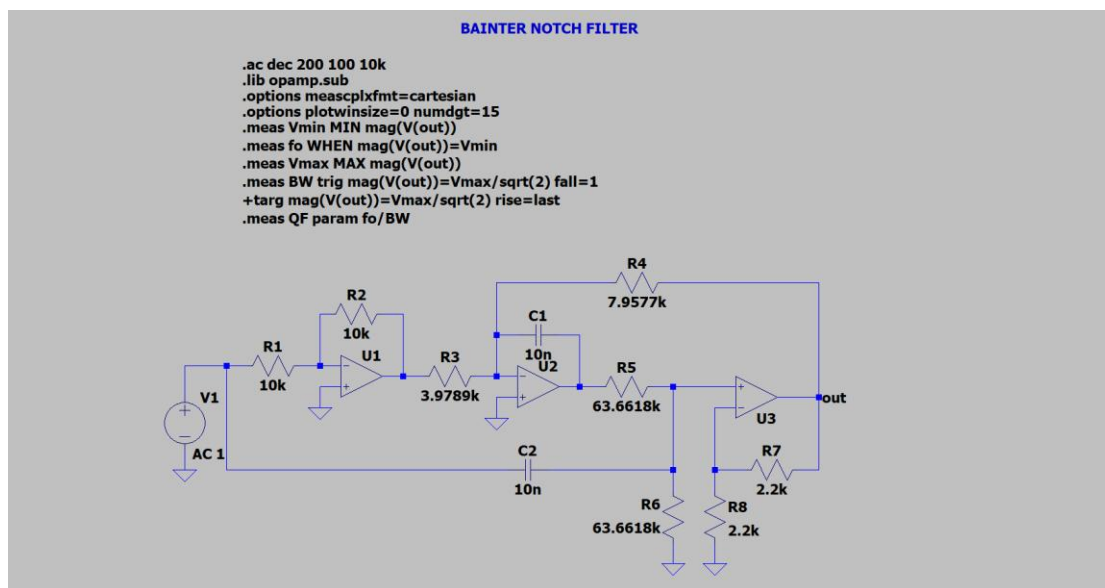
$R_5 = 63661.98 \text{ Ohm}$

$R_6 = 63661.98 \text{ Ohm}$

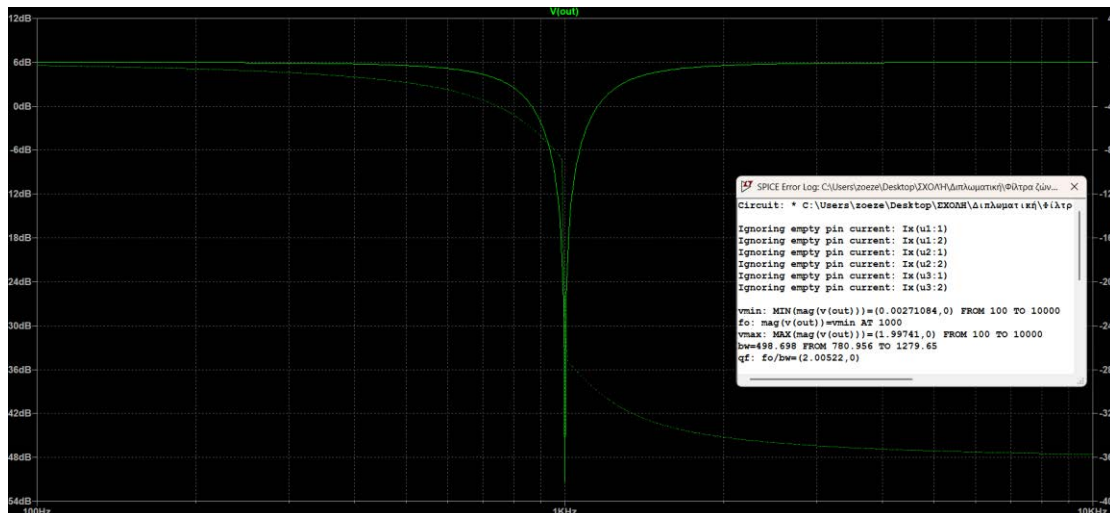
$R_7 = 2200.00 \text{ Ohm}$

$R_8 = 2200.00 \text{ Ohm}$

Αξιοποιώντας τις παραπάνω τιμές, μπορούμε να προχωρήσουμε στην αναπαράσταση του φίλτρου, μέσω LTSpice.



Εικόνα 31. Αναπαράσταση φίλτρου ζώνης αποκοπής Bainter



Εικόνα 32. Έξοδος φίλτρου ζώνης αποκοπής Bainter συναρτήσει της συχνότητας.

Κεφάλαιο 6.Ευαισθησία

Για να ορίσουμε την έννοια της ευαισθησίας, θα υποθέσουμε, ότι ένα μέγεθος y εξαρτάται από ένα μέγεθος x , ενδεχομένως και από άλλα μεγέθη. Η ποσοστιαία μεταβολή του y μπορεί να συνδεθεί με την ποσοστιαία μεταβολή του x , με έναν συντελεστή, ως εξής:

$$\frac{\Delta y}{y} = \int_x^y \frac{\Delta x}{x} \leftrightarrow S_x^y = \frac{x}{y} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Ορίζουμε ως ευαισθησία του μεγέθους y ως προς το μέγεθος x την παραπάνω σχέση, στο όριο μίας απειροστής μεταβολής.

$$S_x^y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ \frac{x}{y} \frac{\Delta y}{\Delta x} \right\} = \frac{x}{y} \frac{\partial y}{\partial x}$$

Στην συνέχεια αυτής της ενότητας, θα μελετήσουμε την ευαισθησία των διαφόρων τύπων φίλτρων, ως προς την ευαισθησία τους.

6.1. Ευαισθησία Βαθυπερατών φίλτρων

Ευαισθησία βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος ίσο με τη μονάδα

$$\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Θα είναι:

$$S_R^{\omega_0} = \frac{R}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial R} = -1$$

$$S_{C_1}^{\omega_0} = \frac{C_1}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C_1} = S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

Η συνολική ευαισθησία της παραμέτρου ω_0 , με δεδομένες τις ανοχές των εξαρτημάτων, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_R S_R^{\omega_0})^2 + (tol_{C_1} S_{C_1}^{\omega_0})^2 + (tol_{C_2} S_{C_2}^{\omega_0})^2}$$

Δεδομένου ότι οι ανοχές των εξαρτημάτων θα έχουν ως εξής :

$$tol_R = 1\%$$

$$tol_C = 10\%$$

Και αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε σχετικά με την ευαισθησία της κεντρικής συχνότητας αποκοπής, για κάθε ένα εξάρτημα, προκύπτει, ότι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.0714$$

Ευαισθησία βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος ίσο με G

Θυμίζουμε ότι :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - G}$$

$$G = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Θα είναι:

$$S_R^{\omega_0} = \frac{R}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial R} = -1$$

$$S_C^{\omega_0} = \frac{C}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C} = -1$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας και πάλι την εξής σχέση:

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_R S_R^{\omega_0})^2 + (tol_C S_C^{\omega_0})^2}$$

Και δεδομένου ότι οι ανοχές των εξαρτημάτων θα έχουν ως εξής :

$$tol_R = 1\%$$

$$tol_C = 10\%$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε σχετικά με την ευαισθησία της κεντρικής συχνότητας αποκοπής, για κάθε ένα εξάρτημα, προκύπτει, ότι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1005$$

Ευαισθησία βαθυπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης

Είναι:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_3 R_4 C_2 C_5}}$$

Άρα,

$$S_{R_3}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_{R_4}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_{C_5}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

Και από την σχέση

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_{R_3} S_{R_3}^{\omega_0})^2 + (tol_{R_4} S_{R_4}^{\omega_0})^2 + (tol_{C_2} S_{C_2}^{\omega_0})^2 + (tol_{C_5} S_{C_5}^{\omega_0})^2}$$

Θα είναι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.0711$$

Άρα συνοψίζοντας τα αποτελέσματα για τους τύπους των βαθυπερατών φίλτρων σε έναν πίνακα:

Τύπος	Sallen-Key (G=1)	Sallen-Key G	Multiple Feedback
$S_{tot}^{\omega_0}$	0.0714	0.1005	0.0711

Παρατηρούμε, ότι τα φίλτρα Sallen-Key με κέρδος ίσο με 1, και τα φίλτρα πολλαπλής ανάδρασης, παρουσιάζουν την χαμηλότερη ευαισθησία, ως προς την κεντρική συχνότητα αποκοπής ω_0 .

6.2 Ευαισθησία υψιπερατών φίλτρων

Ευαισθησία υψιπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος ίσο με τη μονάδα

Θυμίζουμε

ότι

:

$$\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}}$$

Θα είναι:

$$S_{R_1}^{\omega_0} = \frac{R_1}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial R_1} = -\frac{1}{2} = S_{R_2}^{\omega_0}$$

$$S_C^{\omega_0} = \frac{C}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C} = -1$$

Η συνολική ευαισθησία της παραμέτρου ω_0 , με δεδομένες τις ανοχές των εξαρτημάτων, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_C S_C^{\omega_0})^2 + (tol_{R_1} S_{R_1}^{\omega_0})^2 + (tol_{R_2} S_{R_2}^{\omega_0})^2}$$

Δεδομένου ότι οι ανοχές των εξαρτημάτων θα έχουν ως εξής :

$$tol_R = 1\%$$

$$tol_C = 10\%$$

Και αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε σχετικά με την ευαισθησία της κεντρικής συχνότητας αποκοπής, για κάθε ένα εξάρτημα, προκύπτει, ότι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1002$$

Ευαισθησία υπερπαρατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G

Θυμίζουμε ότι :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = 3 - G$$

$$G = \frac{R_3 + R_4}{R_3}$$

Θα είναι:

$$S_R^{\omega_0} = \frac{R}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial R} = -1$$

$$S_C^{\omega_0} = \frac{C}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C} = -1$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας και πάλι την εξής σχέση:

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_R S_R^{\omega_0})^2 + (tol_C S_C^{\omega_0})^2}$$

Και δεδομένου ότι οι ανοχές των εξαρτημάτων θα έχουν ως εξής :

$$tol_R = 1\%$$

$$tol_C = 10\%$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε σχετικά με την ευαισθησία της κεντρικής συχνότητας αποκοπής, για κάθε ένα εξάρτημα, προκύπτει, ότι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1005$$

Ευαισθησία υψιπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης

Είναι:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_5 C_3 C_4}}$$

Άρα,

$$S_{R_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_{R_5}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_{C_3}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_{C_4}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

Και από την σχέση

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_{R_2} S_{R_2}^{\omega_0})^2 + (tol_{R_5} S_{R_5}^{\omega_0})^2 + (tol_{C_3} S_{C_3}^{\omega_0})^2 + (tol_{C_4} S_{C_4}^{\omega_0})^2}$$

Θα είναι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.0711$$

Άρα συνοψίζοντας τα αποτελέσματα για τους τύπους των υψιπερατών φίλτρων σε έναν πίνακα:

Τύπος	Sallen-Key (G=1)	Sallen-Key G	Multiple Feedback
$S_{tot}^{\omega_0}$	0.1002	0.1005	0.0711

Παρατηρούμε, ότι στην κατηγορία των υψιπερατών φίλτρων, μικρότερη ευαισθησία παρουσιάζει το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης.

6.2. Ευαισθησία φίλτρων ζώνης διέλευσης

Ευαισθησία ζωνοπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G

Θυμίζουμε :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - G}$$

$$G = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Θα είναι:

$$S_R^{\omega_0} = \frac{R}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial R} = -1$$

$$S_C^{\omega_0} = \frac{C}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C} = -1$$

Η συνολική ευαισθησία της παραμέτρου ω_0 , με δεδομένες τις ανοχές των εξαρτημάτων, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_R S_R^{\omega_0})^2 + (tol_C S_C^{\omega_0})^2}$$

Δεδομένου ότι οι ανοχές των εξαρτημάτων θα έχουν ως εξής :

$$tol_R = 1\%$$

$$tol_C = 10\%$$

Και αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε σχετικά με την ευαισθησία της κεντρικής συχνότητας αποκοπής, για κάθε ένα εξάρτημα, προκύπτει, ότι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1005$$

Στα φίλτρα ζώνης διέλευσης και ζώνης αποκοπής, ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει και η ευαισθησία του συντελεστή ποιότητας Q, ως προς τις μεταβολές των διαφόρων εξαρτημάτων.

Η συνολική ευαισθησία της παραμέτρου Q, με δεδομένες τις ανοχές των εξαρτημάτων, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{tot}^Q = \sqrt{(tol_{R_1} S_{R_1}^Q)^2 + (tol_{R_2} S_{R_2}^Q)^2}$$

Θα είναι:

$$S_{R_1}^Q = \frac{R_2}{2R_1 - R_2} = 9$$

$$S_{R_2}^Q = -\frac{R_2}{2R_1 - R_2} = -9$$

Άρα,

$$S_{tot}^Q = 0.1273$$

Όπου υποθέσαμε, ότι $f_0 = 1kHz$, $Q = 5$, $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = 3.6k\Omega$

Ευαισθησία ζωνοπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης

Θυμίζουμε ότι :

$$\omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_5}}$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_5(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}}$$

Θα είναι:

$$S_C^{\omega_0} = \frac{C}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C} = -1$$

$$S_{R_1}^{\omega_0} = -\frac{R_2}{2(R_1 + R_2)} = -0.05$$

$$S_{R_2}^{\omega_0} = -\frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} = -0.45$$

$$S_{R_5}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας και πάλι την εξής σχέση:

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_{R_1} S_{R_1}^{\omega_0})^2 + (tol_{R_5} S_{R_5}^{\omega_0})^2 + (tol_{R_2} S_{R_2}^{\omega_0})^2 + (tol_C S_C^{\omega_0})^2}$$

Και δεδομένου ότι οι ανοχές των εξαρτημάτων θα έχουν ως εξής :

$$tol_R = 1\%$$

$$tol_C = 10\%$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε σχετικά με την ευαισθησία της κεντρικής συχνότητας αποκοπής, για κάθε ένα εξάρτημα, προκύπτει, ότι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1002$$

Για τον υπολογισμό της ευαισθησίας του συντελεστή ποιότητας:

$$S_{R_1}^Q = -\frac{R_2}{2(R_1 + R_2)} = -0.05$$

$$S_{R_2}^Q = -\frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} = -0.45$$

$$S_{R_5}^Q = \frac{1}{2}$$

Άρα,

$$S_{tot}^Q = 0.0067$$

Ευαισθησία ζωνοπερατού φίλτρου με δύο ενισχυτές

Είναι:

$$\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_2 R_3}}$$

$$Q = \frac{R_1}{\sqrt{R_2 R_3}}$$

Άρα,

$$S_{R_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_{R_3}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_C^{\omega_0} = -1$$

Και από την σχέση

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_C S_C^{\omega_0})^2 + (tol_{R_2} S_{R_2}^{\omega_0})^2 + (tol_{R_3} S_{R_3}^{\omega_0})^2}$$

Θα είναι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1002$$

Για τον υπολογισμό της ευαισθησίας του συντελεστή ποιότητας:

$$S_{R_1}^Q = 1$$

$$S_{R_2}^Q = S_{R_3}^Q = -\frac{1}{2}$$

Άρα,

$$S_{tot}^Q = 0.0122$$

Άρα συνοψίζοντας τα αποτελέσματα για τους τύπους των υψιπερατών φίλτρων σε έναν πίνακα:

Τύπος	Sallen-Key G	Multiple Feedback	2 OPAMPS
$S_{tot}^{\omega_0}$	0.1005	0.1002	0.1002
S_{tot}^Q	0.1273	0.0067	0.0122

Παρατηρούμε, ότι στην κατηγορία των φίλτρων ζώνης διέλευσης, η ευαισθησία, ως προς την κεντρική συχνότητα, είναι σχεδόν όμοια, ενώ η ευαισθησία της παραμέτρου Q είναι χαμηλότερη στο φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης.

6.3. Ευαισθησία φίλτρων ζώνης αποκοπής

Ευαισθησία ζωνοφρακτικού φίλτρο διπλού T

Θυμίζουμε ότι :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$
$$Q = \frac{1}{2(2 - G)}$$
$$G = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Θα είναι:

$$S_R^{\omega_0} = \frac{R}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial R} = -1$$
$$S_C^{\omega_0} = \frac{C}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C} = -1$$

Η συνολική ευαισθησία της παραμέτρου ω_0 , με δεδομένες τις ανοχές των εξαρτημάτων, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_R S_R^{\omega_0})^2 + (tol_C S_C^{\omega_0})^2}$$

Δεδομένου ότι οι ανοχές των εξαρτημάτων θα έχουν ως εξής :

$$tol_R = 1\%$$

$$tol_C = 10\%$$

Και αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε σχετικά με την ευαισθησία της κεντρικής συχνότητας αποκοπής, για κάθε ένα εξάρτημα, προκύπτει, ότι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1005$$

Η συνολική ευαισθησία της παραμέτρου Q , με δεδομένες τις ανοχές των εξαρτημάτων, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{tot}^Q = \sqrt{(tol_{R_1} S_{R_1}^Q)^2 + (tol_{R_2} S_{R_2}^Q)^2}$$

Θα είναι:

$$S_{R_1}^Q = -\frac{R_2}{R_1 - R_2} = -3$$

$$S_{R_2}^Q = \frac{R_2}{R_1 - R_2} = 3$$

Άρα,

$$S_{tot}^Q = 0.0424$$

Όπου υποθέσαμε, ότι $f_0 = 1kHz$, $Q = 2$, $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = 1.5k\Omega$

Ευαισθησία ζωνοφρακτικού φίλτρου Wien-Robinson

Θυμίζουμε ότι :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1+a}{3}$$

$$\alpha = \frac{R_2}{R_3}$$

Θα είναι:

$$S_R^{\omega_0} = \frac{R}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial R} = 1$$

$$S_C^{\omega_0} = \frac{C}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C} = 1$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας και πάλι την εξής σχέση:

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_R S_R^{\omega_0})^2 + (tol_C S_C^{\omega_0})^2}$$

Και δεδομένου ότι οι ανοχές των εξαρτημάτων θα έχουν ως εξής :

$$tol_R = 1\%$$

$$tol_C = 10\%$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε σχετικά με την ευαισθησία της κεντρικής συχνότητας αποκοπής, για κάθε ένα εξάρτημα, προκύπτει, ότι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1005$$

Για τον υπολογισμό της ευαισθησίας του συντελεστή ποιότητας:

$$S_{R_2}^Q = \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 0.833$$

$$S_{R_3}^Q = -\frac{R_2}{R_2 + R_3} = -0.833$$

Άρα,

$$S_{tot}^Q = 0.0118$$

Όπου υποθέσαμε, ότι $f_0 = 1kHz$, $Q = 2$, $R_2 = 22k\Omega$, $R_3 = 4.4k\Omega$

Ευαισθησία ζωνοφρακτικού φίλτρου Bainter

Υποθέτοντας ότι,

$$k_2 = \frac{R_7 + R_8}{R_8} = 2$$

$$R_5 = R_6$$

Θα είναι:

$$\omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{R_4 R_5}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{R_5}{2R_4}}$$

$$S_{R_5}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_{R_4}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad S_C^{\omega_0} = -1$$

Και από την σχέση

$$S_{tot}^{\omega_0} = \sqrt{(tol_C S_C^{\omega_0})^2 + (tol_{R_4} S_{R_4}^{\omega_0})^2 + (tol_{R_5} S_{R_5}^{\omega_0})^2}$$

Θα είναι:

$$S_{tot}^{\omega_0} = 0.1002$$

Για τον υπολογισμό της ευαισθησίας του συντελεστή ποιότητας:

$$S_{R_4}^Q = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_5}^Q = \frac{1}{2}$$

Άρα,

$$S_{tot}^Q = 0.0071$$

Άρα συνοψίζοντας τα αποτελέσματα για τους τύπους των υπερπαρατμών φίλτρων σε έναν πίνακα:

Τύπος	TWIN T	WIEN-ROBINSON	BAINTER
$S_{tot}^{\omega_0}$	0.1005	0.1005	0.1002
S_{tot}^Q	0.0424	0.0118	0.0071

Παρατηρούμε, ότι στην κατηγορία των φίλτρων ζώνης διέλευσης, η ευαισθησία, ως προς την κεντρική συχνότητα, είναι σχεδόν όμοια, ενώ η ευαισθησία της παραμέτρου Q είναι χαμηλότερη στο φίλτρο Bainter.

Κεφάλαιο 7 .Συγκριτική Μελέτη όλων των τύπων φίλτρων

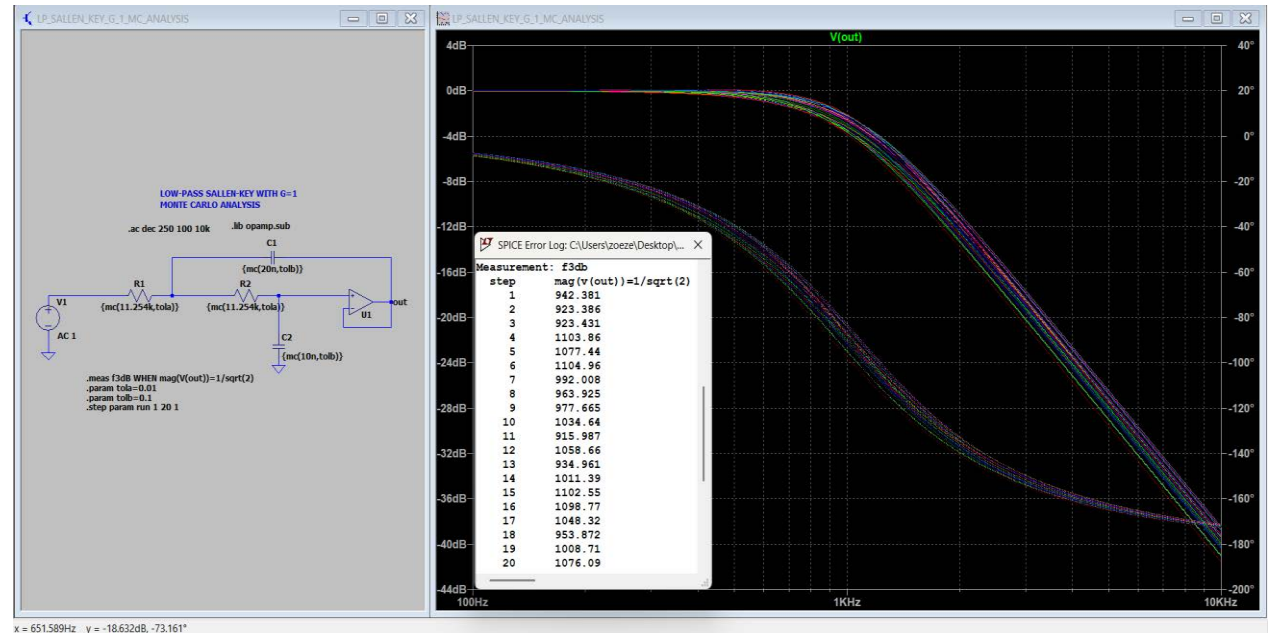
Αφού εξηγήσαμε την έννοια της ευαισθησίας και παρουσιάσαμε θεωρητικά την ευαισθησία καθενός από τους διαφορετικούς τύπους φίλτρων, μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στο επόμενο βήμα. Πιο συγκεκριμένα, να αναπαραστήσουμε τις καμπύλες κάθε φίλτρου για διάφορες τιμές αντιστάσεων και πυκνωτών (μέσα στα όρια που ορίζουν οι ανοχές των εξαρτημάτων). Αυτό μπορεί να συμβεί με δύο μεθόδους. Η πρώτη μέθοδος, με την οποία εργαστήκαμε είναι η μέθοδος Monte Carlo, η οποία με βάση κάποια όρια ανοχών που ορίζουμε εμείς για τα εξαρτήματα, εμφανίζει τις καμπύλες για όσες (τυχαίες) τιμές ορίσουμε εμείς. Ωστόσο, η μέθοδος Monte Carlo αφορά ομοιόμορφη κατανομή των σημείων, κάτι το οποίο δεν είναι πολύ κοντά στην πραγματικότητα. Για αυτό και συνεχίσαμε την ανάλυση ουσιαστικά ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία, αλλά χρησιμοποιώντας Γκαουσιανή (κανονική) κατανομή. Κατά την Γκαουσιανή κατανομή αξίζει να αναφερθεί, ότι περισσότερες πιθανότητες εμφάνισης έχουν οι τιμές που βρίσκονται στα μέσα του ορίου που ορίζουμε. Παρακάτω, λοιπόν, θα παρουσιαστούν με την εξής σειρά και για κάθε κατηγορία φίλτρων, η ανάλυση Monte Carlo, η Gauss ανάλυση, καθώς και τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από το Spice. Πιο συγκεκριμένα, σε κάθε φίλτρο έχουμε ορίσει να «τρέξουν» 20 επαναλήψεις για την ανάλυση Monte Carlo και 100 επαναλήψεις για την ανάλυση Gauss, με ανοχές εξαρτημάτων:

$$tol_R = 1\%$$

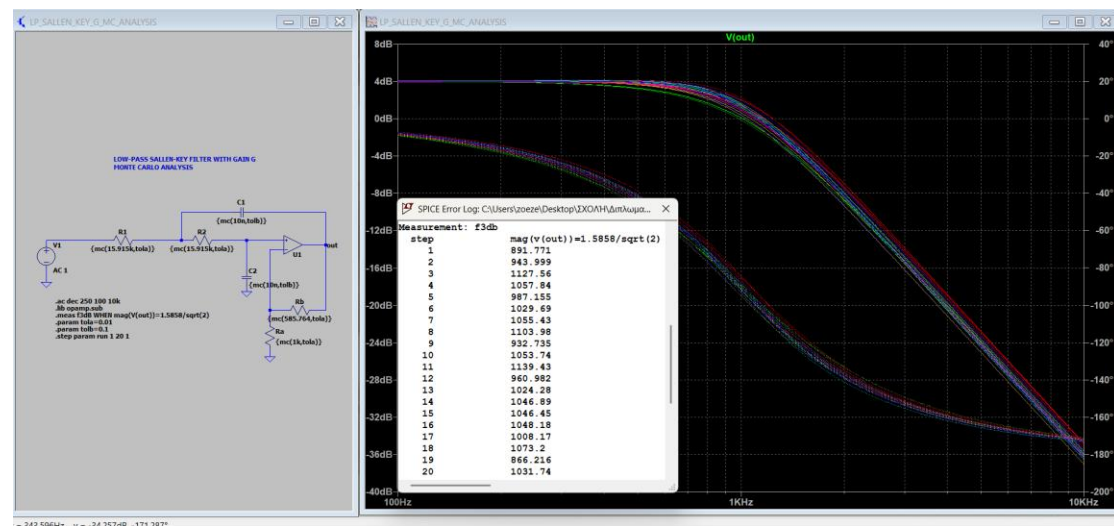
$$tol_C = 10\%$$

7.1. Ανάλυση Monte Carlo

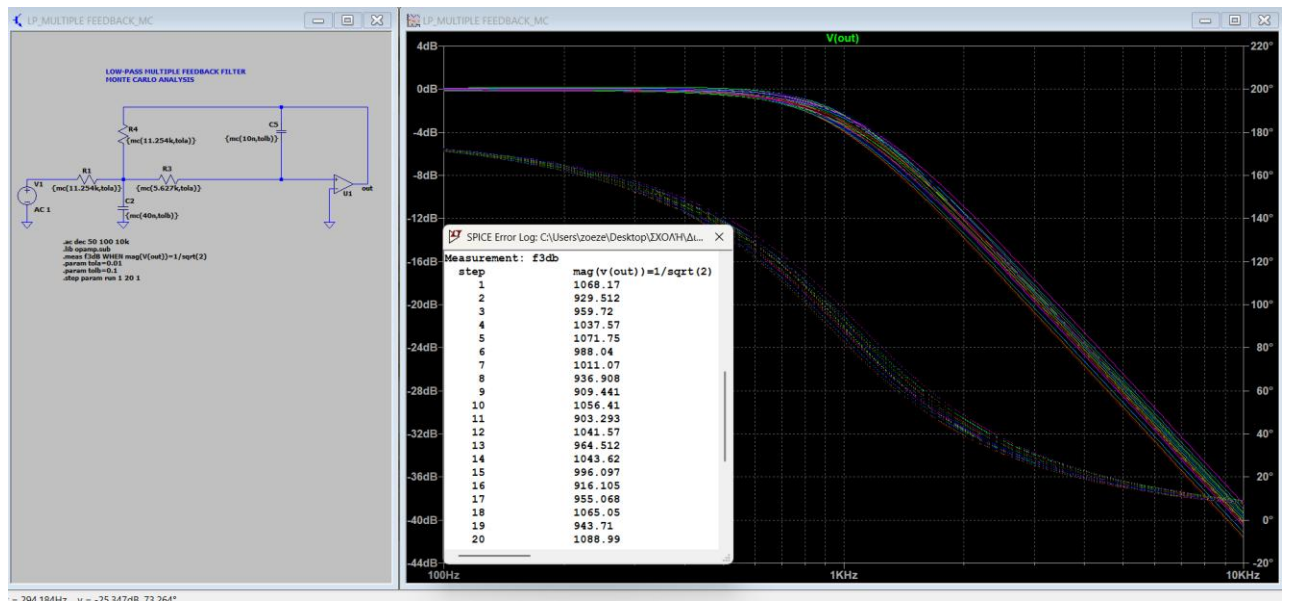
7.1.1. Ανάλυση Monte Carlo βαθυπερατών φίλτρων



Εικόνα 33. Ανάλυση Monte Carlo βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος 1.

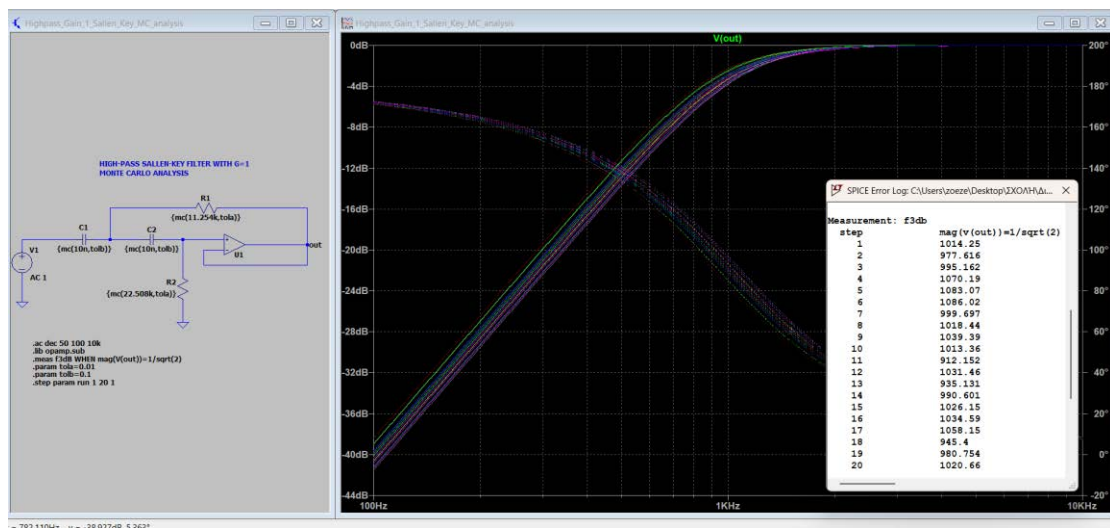


Εικόνα 34. Ανάλυση Monte Carlo βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G.

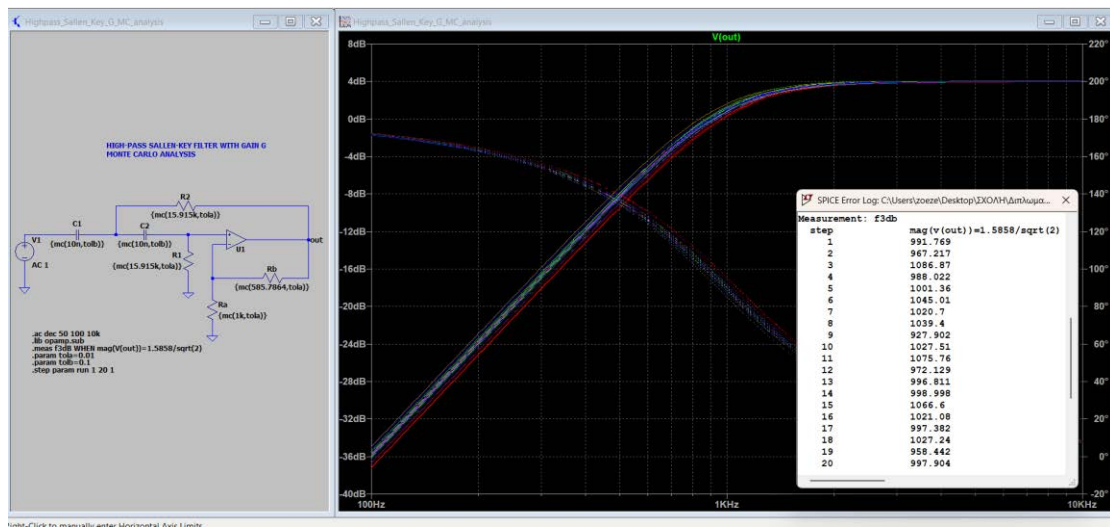


Εικόνα 35. Ανάλυση Monte Carlo βαθυπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης.

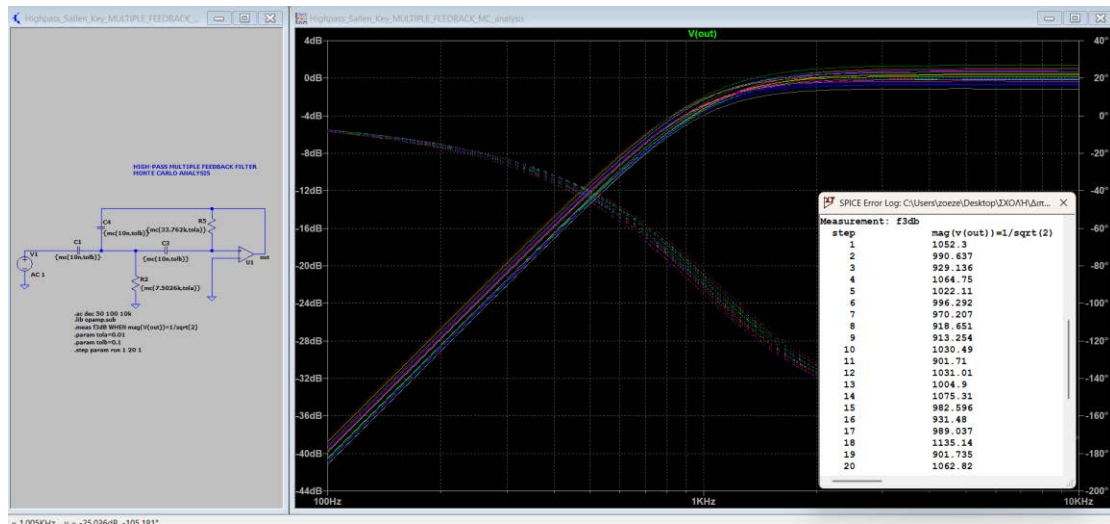
7.1.2. Ανάλυση Monte Carlo υπερπερατών φίλτρων



Εικόνα 36. Ανάλυση Monte Carlo υπερπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος 1.

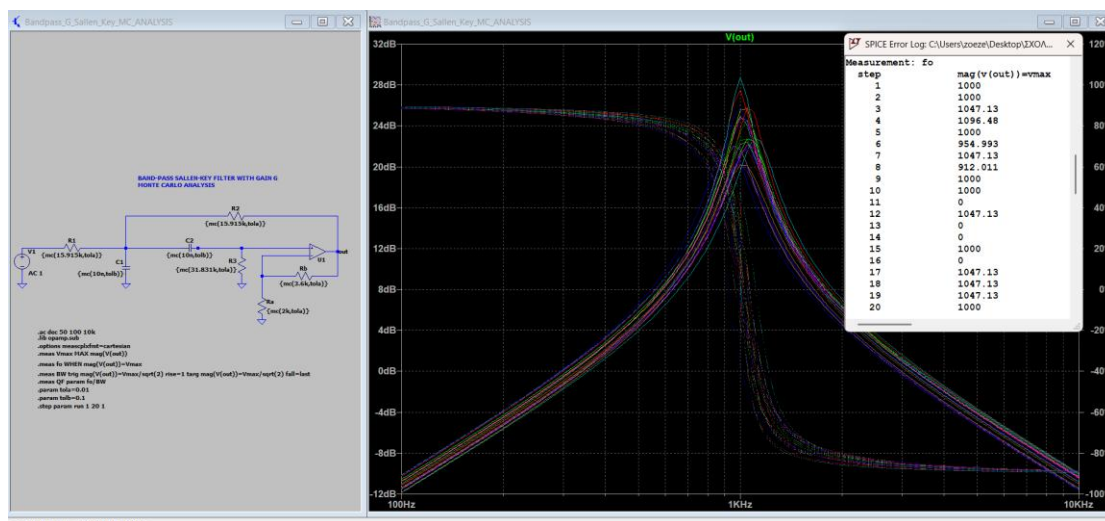


Εικόνα 37. Ανάλυση Monte Carlo υπερερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G.

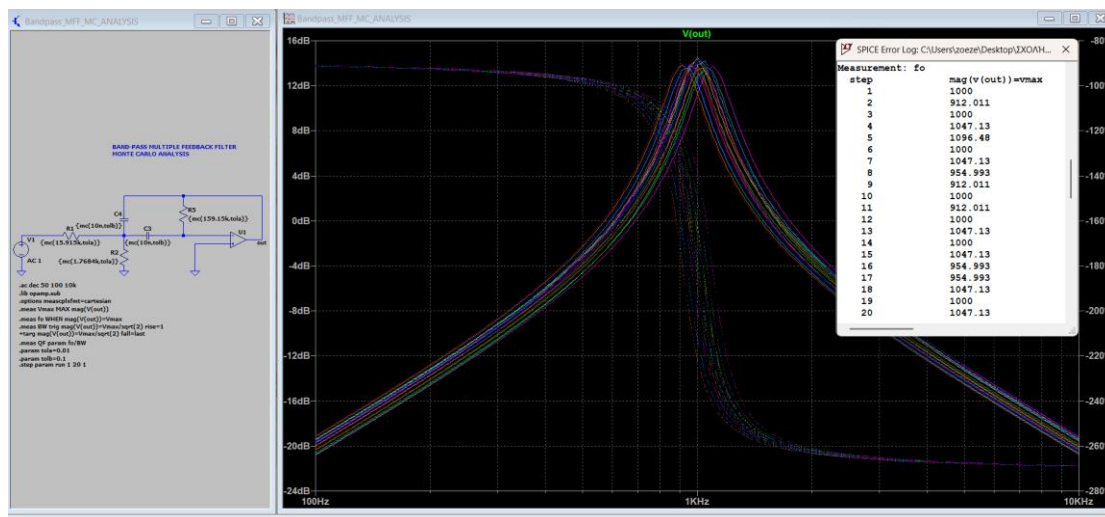


Εικόνα 38. Ανάλυση Monte Carlo υπερερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης.

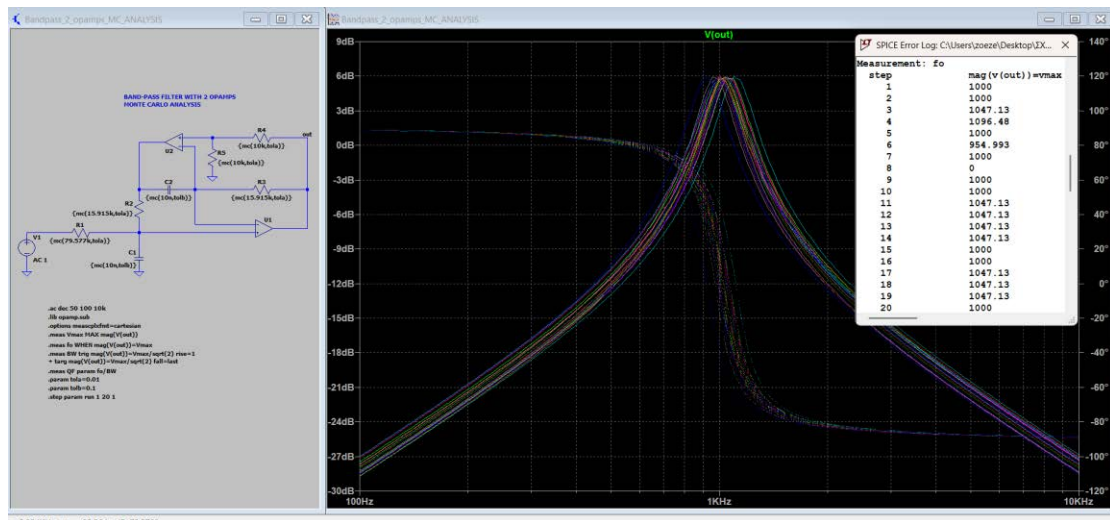
7.1.3. Ανάλυση Monte Carlo φίλτρων ζώνης διέλευσης



Εικόνα 39. Ανάλυση Monte Carlo φίλτρου ζώνης διέλευσης Sallen-Key με κέρδος G.

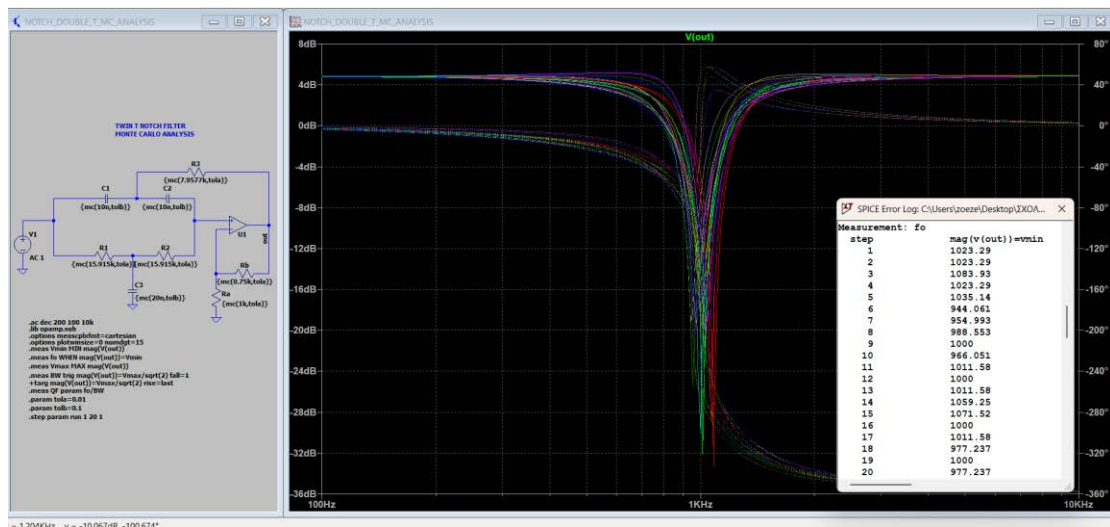


Εικόνα 40 Ανάλυση Monte Carlo φίλτρου ζώνης διέλευσης πολλαπλής ανάδρασης.

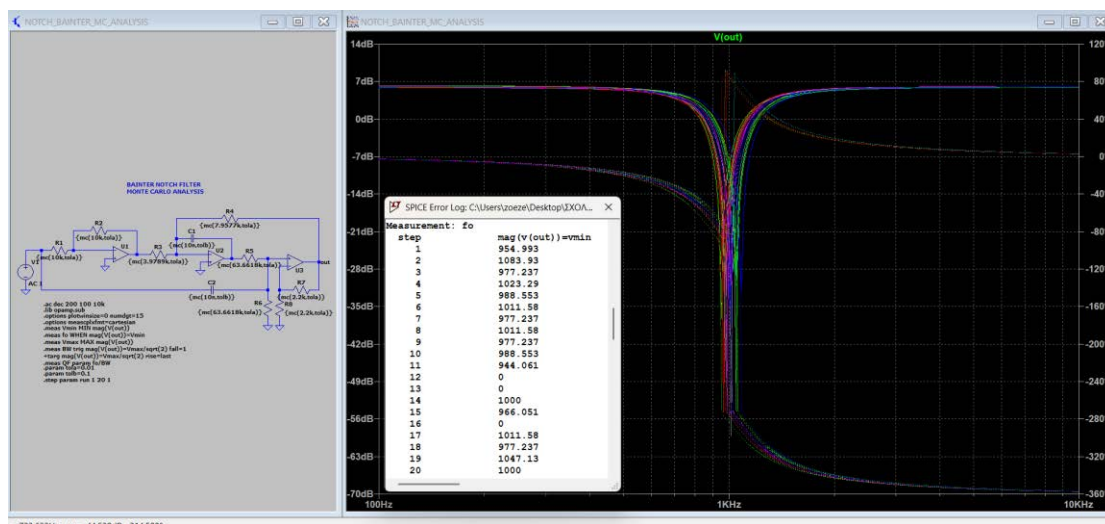
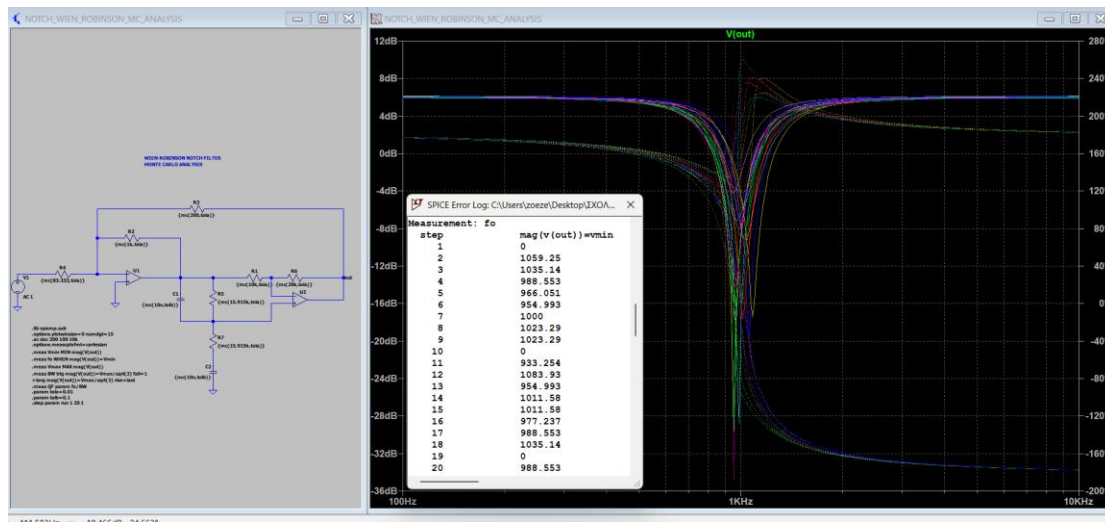


Εικόνα 41. Ανάλυση Monte Carlo φίλτρου ζώνης διέλευσης με δύο ενισχυτές.

7.1.4. Ανάλυση Monte Carlo φίλτρων ζώνης αποκοπής



Εικόνα 42. Ανάλυση Monte Carlo φίλτρου ζώνης αποκοπής διπλού «Τ».

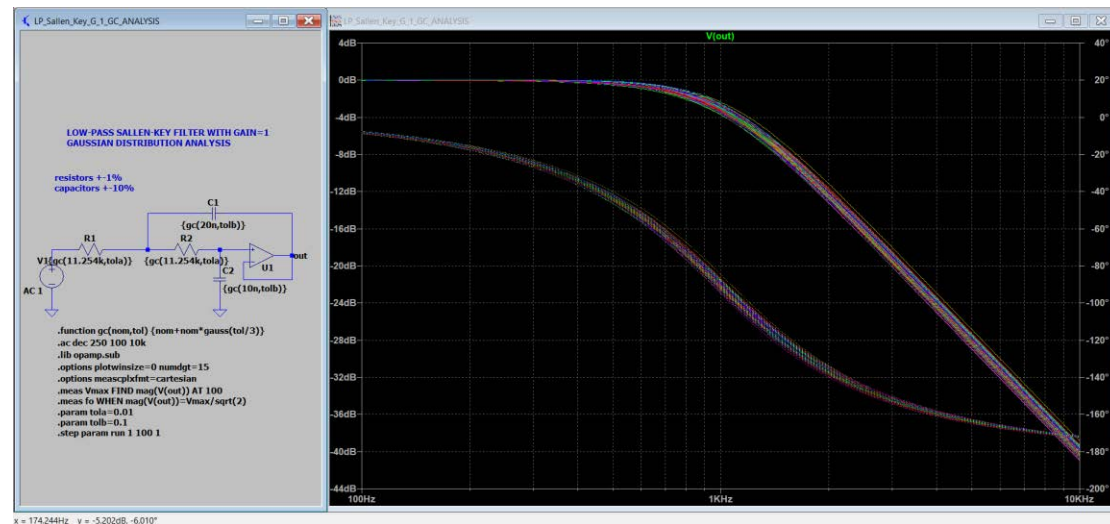


Εικόνα 44. Ανάλυση Monte Carlo φίλτρου ζώνης αποκοπής Bainter.

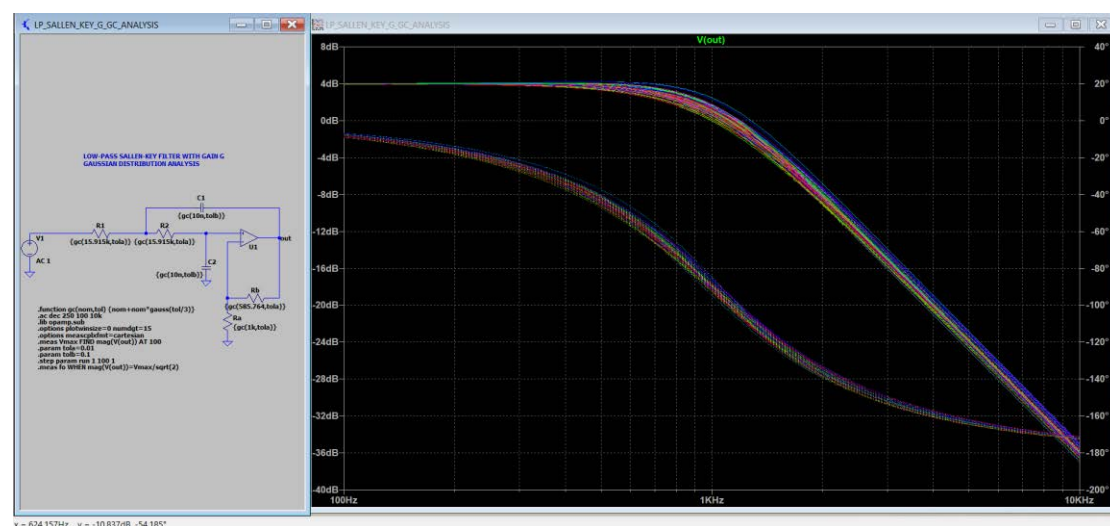
Ωστόσο, όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η ανάλυση Monte Carlo χρησιμοποιεί ομοιόμορφη κατανομή των τιμών, πράγμα που δεν είναι πολύ κοντά στην πραγματικότητα. Για αυτό τον λόγο θα συνεχίσουμε την ανάλυση με την κατανομή Gauss. Αξίζει να σημειωθεί, ότι σε ορισμένες περιπτώσεις η συχνότητα δίνεται ως 0 στο Spice, όχι γιατί αυτή είναι η πραγματική της τιμή, αλλά επειδή χρειάζεται διαφορετικός αριθμός σημείων ανά καμπύλη, κατά τον σχεδιασμό.

7.2. Ανάλυση με κατανομή Gauss

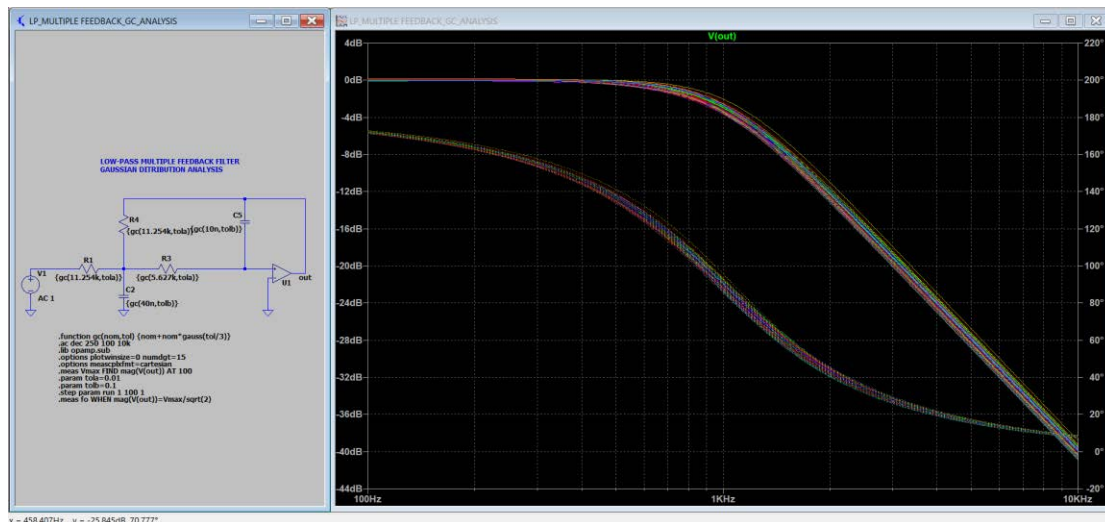
7.2.1. Ανάλυση βαθυπερατών φίλτρων με κατανομή Gauss



Εικόνα 45. Ανάλυση με κατανομή Gauss βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος 1.



Εικόνα 46. Ανάλυση με κατανομή Gauss βαθυπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G.



Εικόνα 47. Ανάλυση με κατανομή Gauss βαθυπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης.

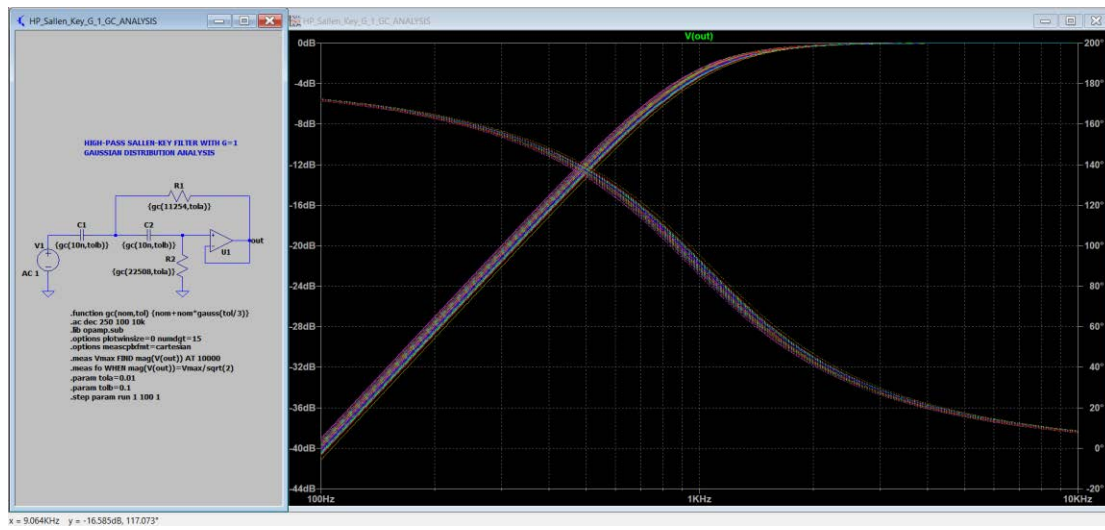
Από τις προσομοιώσεις των βαθυπερατών φίλτρων στο Spice, έγινε εξαγωγή των συχνοτήτων σε ένα αρχείο excel, όπου έγιναν και οι απαραίτητοι υπολογισμοί, ώστε να οδηγηθούμε σε κάποια συμπεράσματα. Παρακάτω, παρατίθεται το αρχείο excel, από όπου μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής:

Συγκρίνοντας τις τυπικές αποκλίσεις των τριών φίλτρων, μπορούμε να σχηματίσουμε μία εικόνα για την σταθερότητα του φίλτρου και την ευαισθησία του στις ανοχές των εξαρτημάτων. Επομένως, τα φίλτρα Sallen-Key με $G=1$ και πολλαπλής ανάδρασης, θεωρούνται τα πιο σταθερά, λόγω της τυπικής τους απόκλισης, η οποία είναι μικρότερη σε σχέση με το δεύτερο φίλτρο. Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί, ότι για μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή ποιότητας, προτιμάται το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης, καθώς το Sallen-Key τείνει να μην είναι τόσο σταθερό για μεγάλες τιμές του Q . Παρακάτω, παρατίθενται ενδεικτικά τα συνολικά αποτελέσματα, όσον αφορά την συχνότητα αποκοπής, για καθεμία από τις 100 επαναλήψεις. Ωστόσο, για να γίνονται πιο ευδιάκριτα τα αποτελέσματα παρατίθεται και ένας πίνακας για κάθε βαθυπερατό φίλτρο ξεχωριστά, ο οποίος περιλαμβάνει μόνο την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της συχνότητας.

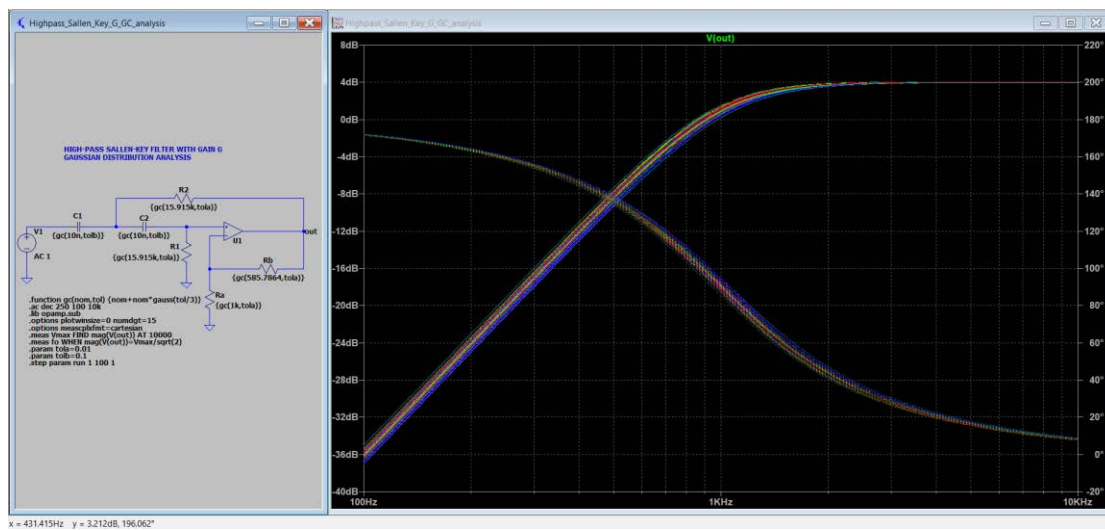
Τύπος	Sallen-Key $G=1$	Sallen-Key G	Multiple Feedback
Μέση τιμή συχνότητας αποκοπής	994,68175	1002,55065	995,79121
Τυπική απόκλιση της συχνότητας αποκοπής	31,52598	52,27335	32,75389

Sallen-Key Filter with Gain=1		Sallen-Key Filter with Gain=G		Multiple Feedback Filter	
step number	f0	step number	f0	step number	f0
step 1	919,874	step 1	882,286	step 1	1016,640
step 2	975,745	step 2	1009,830	step 2	976,096
step 3	941,672	step 3	1010,090	step 3	1005,990
step 4	1009,950	step 4	949,842	step 4	986,814
step 5	963,146	step 5	1033,640	step 5	988,283
step 6	1027,350	step 6	976,464	step 6	1017,140
step 7	1024,390	step 7	978,034	step 7	988,712
step 8	991,130	step 8	1035,170	step 8	1009,370
step 9	994,214	step 9	1033,560	step 9	1051,180
step 10	989,124	step 10	978,175	step 10	1008,040
step 11	947,796	step 11	975,152	step 11	946,418
step 12	1011,270	step 12	923,038	step 12	1001,530
step 13	1032,840	step 13	999,982	step 13	1020,700
step 14	971,548	step 14	989,945	step 14	949,274
step 15	949,451	step 15	993,218	step 15	957,276
step 16	989,320	step 16	941,665	step 16	964,280
step 17	953,765	step 17	1085,260	step 17	999,251
step 18	1019,940	step 18	1037,150	step 18	1003,130
step 19	997,930	step 19	939,377	step 19	1002,980
step 20	1032,810	step 20	987,903	step 20	955,424
step 21	941,028	step 21	947,083	step 21	1005,430
step 22	1004,350	step 22	973,208	step 22	989,103
step 23	1013,230	step 23	1027,670	step 23	1079,000
step 24	1039,450	step 24	1040,190	step 24	1010,450
step 25	1055,510	step 25	1009,280	step 25	1009,720
step 26	940,645	step 26	996,518	step 26	997,411
step 27	993,285	step 27	980,786	step 27	1034,500
step 28	979,530	step 28	992,304	step 28	1007,740
step 29	976,354	step 29	1007,370	step 29	980,962
step 30	952,432	step 30	1005,110	step 30	1014,990
step 31	964,080	step 31	972,788	step 31	1010,560
step 32	995,240	step 32	947,813	step 32	962,164
step 33	968,372	step 33	987,300	step 33	1039,030
step 34	1017,170	step 34	1044,630	step 34	919,779
step 35	1042,970	step 35	980,267	step 35	986,605
step 36	973,602	step 36	946,114	step 36	1001,180
step 37	1011,250	step 37	1002,040	step 37	1009,780
step 38	1006,740	step 38	1016,530	step 38	1009,760
step 39	1034,310	step 39	989,081	step 39	948,594
step 40	994,303	step 40	1172,480	step 40	967,971
step 41	969,479	step 41	974,972	step 41	974,913
step 42	927,140	step 42	994,036	step 42	966,469
step 43	1000,700	step 43	1037,900	step 43	973,585
step 44	1034,970	step 44	973,647	step 44	988,971
step 45	1026,350	step 45	917,293	step 45	978,455
step 46	982,468	step 46	948,180	step 46	980,083
step 47	1013,470	step 47	934,936	step 47	1074,660
step 48	1081,260	step 48	1035,430	step 48	1120,360
step 49	986,409	step 49	958,661	step 49	984,183
step 50	961,268	step 50	1053,200	step 50	952,337
step 51	995,927	step 51	986,137	step 51	998,637
step 52	974,688	step 52	1050,560	step 52	971,885
step 53	1001,790	step 53	944,457	step 53	957,741
step 54	965,677	step 54	986,547	step 54	933,622
step 55	992,501	step 55	946,574	step 55	1001,890
step 56	1059,680	step 56	1029,440	step 56	1015,520
step 57	981,299	step 57	1015,990	step 57	1013,410
step 58	986,165	step 58	1082,080	step 58	983,742
step 59	1026,020	step 59	1002,150	step 59	973,293
step 60	1035,820	step 60	999,625	step 60	1041,810
step 61	979,001	step 61	972,505	step 61	979,490
step 62	952,502	step 62	961,320	step 62	1001,430
step 63	961,844	step 63	1041,550	step 63	1008,290
step 64	1034,970	step 64	1037,380	step 64	995,343
step 65	987,753	step 65	1018,660	step 65	969,186
step 66	1003,740	step 66	1080,240	step 66	955,015
step 67	942,870	step 67	1067,180	step 67	1026,010
step 68	1027,060	step 68	1059,100	step 68	977,152
step 69	945,226	step 69	954,405	step 69	982,038
step 70	973,078	step 70	899,515	step 70	988,466
step 71	1037,690	step 71	1055,870	step 71	1053,970
step 72	983,422	step 72	1027,590	step 72	995,035
step 73	967,611	step 73	901,516	step 73	1038,690
step 74	950,734	step 74	1027,490	step 74	1016,480
step 75	1040,420	step 75	888,013	step 75	937,751
step 76	981,881	step 76	1066,420	step 76	971,734
step 77	993,796	step 77	1054,280	step 77	1025,490
step 78	1021,130	step 78	1057,810	step 78	1007,940
step 79	979,546	step 79	1032,130	step 79	996,028
step 80	1013,390	step 80	1072,320	step 80	992,709
step 81	1022,330	step 81	1012,010	step 81	1020,850
step 82	954,307	step 82	1026,340	step 82	1015,380
step 83	1011,130	step 83	915,252	step 83	989,876
step 84	1001,560	step 84	925,747	step 84	947,950
step 85	1016,910	step 85	1050,680	step 85	1018,880
step 86	1007,690	step 86	1150,810	step 86	984,150
step 87	1000,820	step 87	1033,970	step 87	1015,980
step 88	997,356	step 88	1019,380	step 88	972,765
step 89	985,326	step 89	1051,820	step 89	1045,480
step 90	1003,790	step 90	977,231	step 90	937,031
step 91	989,271	step 91	994,268	step 91	1019,430
step 92	1023,940	step 92	935,356	step 92	993,584
step 93	977,101	step 93	958,260	step 93	954,732
step 94	1023,200	step 94	968,972	step 94	968,062
step 95	966,601	step 95	1032,270	step 95	980,700
step 96	1016,460	step 96	1062,000	step 96	1043,040
step 97	1006,630	step 97	1068,810	step 97	998,661
step 98	1013,980	step 98	1060,840	step 98	1036,120
step 99	973,422	step 99	994,297	step 99	967,210
step 100	1048,490	step 100	1071,300	step 100	1032,170
Μέσος όρος συχνότητας f0	994,68175	Μέσος όρος συχνότητας f0	1002,55065	Μέσος όρος συχνότητας f0	995,79121
Τυπική απόκλιση	31,52598	Τυπική απόκλιση	52,27335	Τυπική απόκλιση	32,75389
Διάμεσος	994,25850	Διάμεσος	1001,01100	Διάμεσος	995,68550
Μέγιστη τιμή	1081,26000	Μέγιστη τιμή	1172,48000	Μέγιστη τιμή	1120,36000
Ελάχιστη τιμή	919,87400	Ελάχιστη τιμή	882,28600	Ελάχιστη τιμή	919,77900
Εύρος τιμών	161,38600	Εύρος τιμών	290,19400	Εύρος τιμών	200,58100

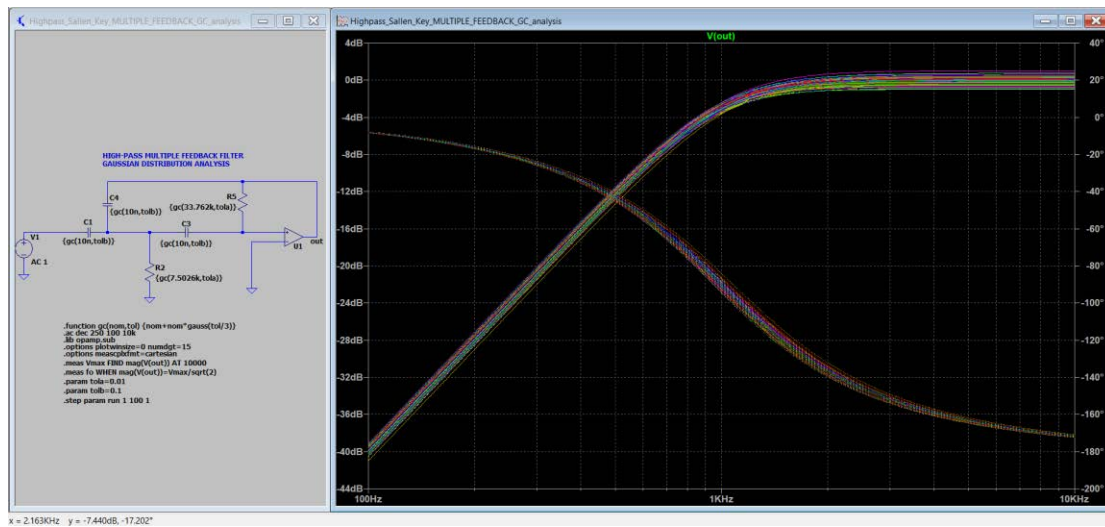
7.2.2. Ανάλυση υψιπερατών φίλτρων με κατανομή Gauss



Εικόνα 48. Ανάλυση με κατανομή Gauss υπερπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος 1.



Εικόνα 49. Ανάλυση με κατανομή Gauss υπερπερατού φίλτρου Sallen-Key με κέρδος G.



Εικόνα 50. Ανάλυση με κατανομή Gauss υψιπερατού φίλτρου πολλαπλής ανάδρασης.

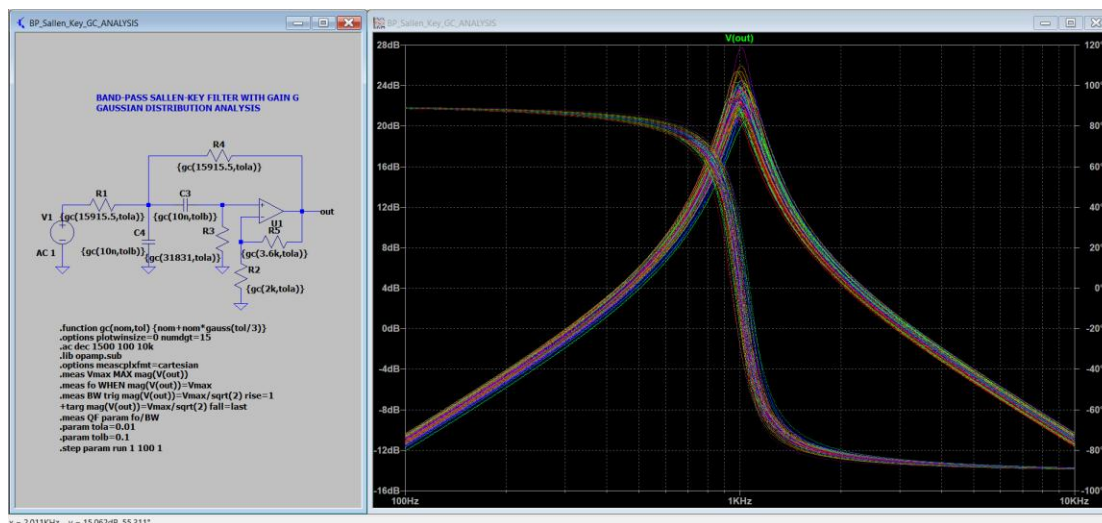
Από τις προσομοιώσεις των υψιπερατών φίλτρων στο Spice, έγινε, όπως και πριν, εξαγωγή των συχνοτήτων σε ένα αρχείο excel, όπου έγιναν και οι απαραίτητοι υπολογισμοί, ώστε να οδηγηθούμε σε κάποια συμπεράσματα. Παρακάτω, παρατίθεται το αρχείο excel, από όπου μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής:

Για τις συγκεκριμένες τιμές συχνοτήτων και συντελεστή ποιότητας που έχει επιλεχθεί, είναι εύκολο να παρατηρήσουμε, ότι το πρώτο φίλτρο (Sallen-Key με κέρδος 1) είναι και πάλι το πιο σταθερό, κοιτώντας την τυπική απόκλιση. Έπειτα, βλέπουμε, ότι ικανοποιητική θεωρείται και η τυπική απόκλιση για κέρδος G, με το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης να είναι το πιο ασταθές από τα τρία, και το πιο ευαίσθητο στις ανοχές των εξαρτημάτων. Παρακάτω παρατίθενται ενδεικτικά τα αποτελέσματα από τις 100 επαναλήψεις σε μορφή excel, ενώ οι τιμές που μας ενδιέφεραν για την σύγκριση παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

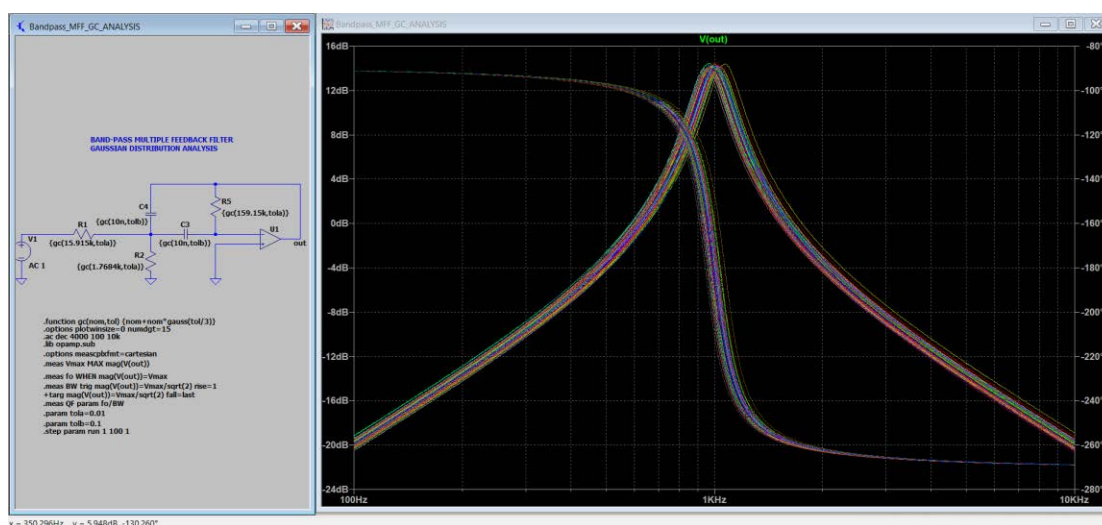
Τύπος	Sallen-Key G=1	Sallen-Key G	Multiple Feedback
Μέση τιμή συχνότητας αποκοπής	998,83978	1004,81166	999,19421
Τυπική απόκλιση της συχνότητας αποκοπής	23,74378	28,01645	35,65774

Sallen-Key Filter with Gain=1		Sallen-Key Filter with Gain=G		Multiple Feedback Filter	
step number	f0	step number	f0	step number	f0
step 1	972,374	step 1	946,393	step 1	989,693
step 2	979,912	step 2	1003,510	step 2	996,550
step 3	969,505	step 3	1008,460	step 3	1031,320
step 4	1010,340	step 4	939,440	step 4	971,274
step 5	942,897	step 5	1021,260	step 5	1050,360
step 6	1003,770	step 6	992,725	step 6	1004,280
step 7	1009,820	step 7	1000,220	step 7	1026,700
step 8	1028,570	step 8	1044,630	step 8	978,801
step 9	1015,410	step 9	1033,120	step 9	1059,940
step 10	999,374	step 10	1017,900	step 10	996,953
step 11	1000,000	step 11	998,813	step 11	947,685
step 12	1020,400	step 12	996,269	step 12	949,891
step 13	1031,920	step 13	992,885	step 13	1047,040
step 14	976,701	step 14	1006,570	step 14	950,762
step 15	977,364	step 15	1018,050	step 15	961,803
step 16	1003,190	step 16	970,767	step 16	988,191
step 17	960,897	step 17	1041,300	step 17	1026,730
step 18	1013,010	step 18	1025,280	step 18	965,547
step 19	996,101	step 19	1013,160	step 19	998,563
step 20	1005,270	step 20	1030,740	step 20	1003,200
step 21	969,139	step 21	972,860	step 21	1016,670
step 22	1010,840	step 22	1014,840	step 22	1025,460
step 23	1011,850	step 23	1013,740	step 23	1080,910
step 24	1016,310	step 24	1014,690	step 24	953,377
step 25	1015,740	step 25	1010,160	step 25	976,710
step 26	972,503	step 26	1001,950	step 26	988,437
step 27	966,356	step 27	1005,040	step 27	1029,090
step 28	1025,930	step 28	1032,540	step 28	1038,830
step 29	995,277	step 29	999,386	step 29	950,338
step 30	968,059	step 30	999,268	step 30	993,543
step 31	989,805	step 31	986,879	step 31	1007,870
step 32	1008,430	step 32	955,305	step 32	986,695
step 33	976,161	step 33	984,139	step 33	1062,250
step 34	1001,260	step 34	1022,700	step 34	952,786
step 35	1038,530	step 35	972,020	step 35	1000,540
step 36	980,067	step 36	964,048	step 36	1022,080
step 37	1015,700	step 37	987,826	step 37	982,454
step 38	1007,900	step 38	1016,470	step 38	963,189
step 39	1018,830	step 39	984,359	step 39	940,753
step 40	1008,200	step 40	1091,840	step 40	974,450
step 41	1003,230	step 41	986,391	step 41	986,735
step 42	946,500	step 42	996,898	step 42	978,728
step 43	989,415	step 43	1030,390	step 43	956,683
step 44	1026,700	step 44	1031,050	step 44	980,168
step 45	1009,270	step 45	969,184	step 45	1013,620
step 46	998,364	step 46	974,665	step 46	1013,390
step 47	1031,980	step 47	998,374	step 47	1093,360
step 48	1066,950	step 48	1011,160	step 48	1107,480
step 49	987,273	step 49	972,100	step 49	1000,160
step 50	1015,680	step 50	1020,870	step 50	967,953
step 51	985,948	step 51	971,542	step 51	1034,180
step 52	963,130	step 52	1021,330	step 52	979,749
step 53	1011,020	step 53	1005,570	step 53	1092,050
step 54	955,963	step 54	997,223	step 54	930,919
step 55	978,249	step 55	959,297	step 55	991,504
step 56	1018,230	step 56	1023,590	step 56	1004,090
step 57	983,633	step 57	1026,540	step 57	1005,830
step 58	977,288	step 58	1058,050	step 58	1003,550
step 59	1035,380	step 59	1000,330	step 59	976,358
step 60	1033,930	step 60	990,186	step 60	1051,700
step 61	979,614	step 61	999,007	step 61	924,640
step 62	974,478	step 62	968,197	step 62	1020,580
step 63	1004,060	step 63	1006,280	step 63	1042,010
step 64	1032,540	step 64	1014,260	step 64	983,502
step 65	1005,020	step 65	997,382	step 65	980,724
step 66	977,460	step 66	1041,840	step 66	984,613
step 67	963,574	step 67	1034,930	step 67	1004,120
step 68	1004,460	step 68	1021,970	step 68	963,533
step 69	970,090	step 69	976,752	step 69	1021,720
step 70	1025,860	step 70	980,758	step 70	982,766
step 71	1025,230	step 71	1040,340	step 71	1068,210
step 72	991,082	step 72	1022,250	step 72	1002,460
step 73	980,419	step 73	961,530	step 73	1038,880
step 74	960,925	step 74	990,244	step 74	998,238
step 75	1045,520	step 75	970,973	step 75	953,606
step 76	985,820	step 76	1043,750	step 76	976,011
step 77	996,290	step 77	1054,190	step 77	1005,490
step 78	1039,150	step 78	999,013	step 78	1031,890
step 79	1022,470	step 79	1029,880	step 79	997,166
step 80	1016,260	step 80	1033,540	step 80	1028,320
step 81	995,824	step 81	1005,530	step 81	996,120
step 82	965,548	step 82	1011,520	step 82	997,479
step 83	999,141	step 83	945,825	step 83	996,261
step 84	996,653	step 84	956,544	step 84	935,914
step 85	1008,200	step 85	1010,240	step 85	1044,910
step 86	992,482	step 86	1071,410	step 86	996,735
step 87	984,799	step 87	1022,450	step 87	1029,260
step 88	984,134	step 88	1010,720	step 88	1005,610
step 89	1019,840	step 89	999,935	step 89	1020,800
step 90	986,567	step 90	1005,980	step 90	924,573
step 91	1013,240	step 91	978,958	step 91	1005,660
step 92	1010,880	step 92	982,345	step 92	1034,520
step 93	970,602	step 93	999,632	step 93	953,904
step 94	1005,570	step 94	991,873	step 94	983,562
step 95	960,562	step 95	981,537	step 95	973,692
step 96	1022,240	step 96	1016,130	step 96	1000,480
step 97	995,705	step 97	1017,820	step 97	982,706
step 98	1019,420	step 98	1066,900	step 98	1035,300
step 99	992,744	step 99	988,529	step 99	977,414
step 100	1027,640	step 100	1044,910	step 100	1016,120
Μέσος όρος συχνοτήτων f0		Μέσος όρος συχνοτήτων f0	1004,81166	Μέσος όρος συχνοτήτων f0	999,19421
Τυπική απόκλιση συχνοτήτων		Τυπική απόκλιση συχνοτήτων	28,01645	Τυπική απόκλιση συχνοτήτων	35,65774
Διάμεσος		Διάμεσος	1005,28500	Διάμεσος	997,32250
Μέγιστη τιμή		Μέγιστη τιμή	1091,84000	Μέγιστη τιμή	1107,48000
Ελάχιστη τιμή		Ελάχιστη τιμή	939,44000	Ελάχιστη τιμή	924,57300
Εύρος τιμών		Εύρος τιμών	152,40000	Εύρος τιμών	182,90700

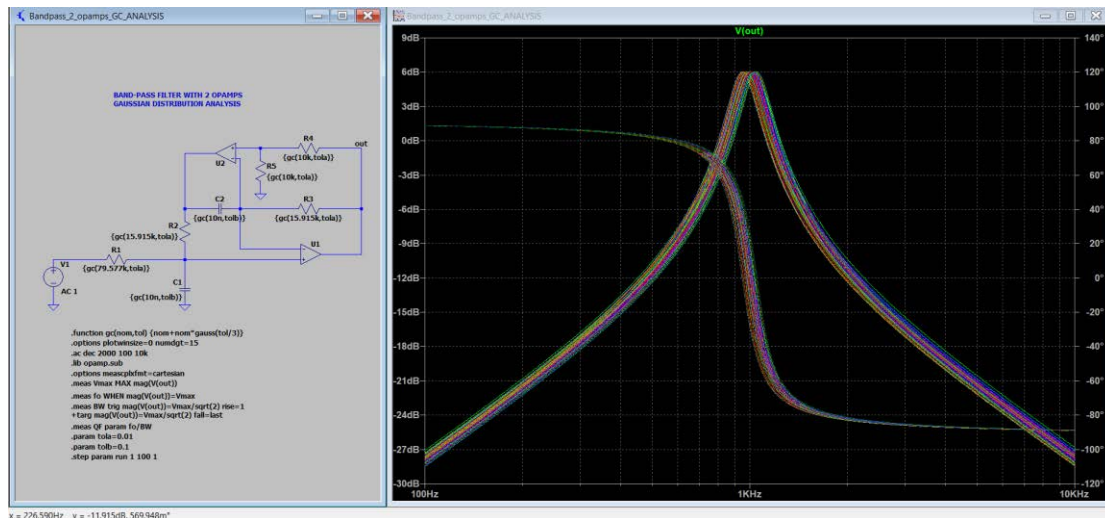
7.2.3. Ανάλυση φίλτρων ζώνης διέλευσης με κατανομή Gauss



Εικόνα 51. Ανάλυση με κατανομή Gauss φίλτρου ζώνης διέλευσης Sallen-Key με κέρδος G.



Εικόνα 52. Ανάλυση με κατανομή Gauss φίλτρου ζώνης διέλευσης πολλαπλής ανάδρασης.



Εικόνα 53. Ανάλυση με κατανομή Gauss φίλτρου ζώνης διέλευσης με δύο ενισχυτές.

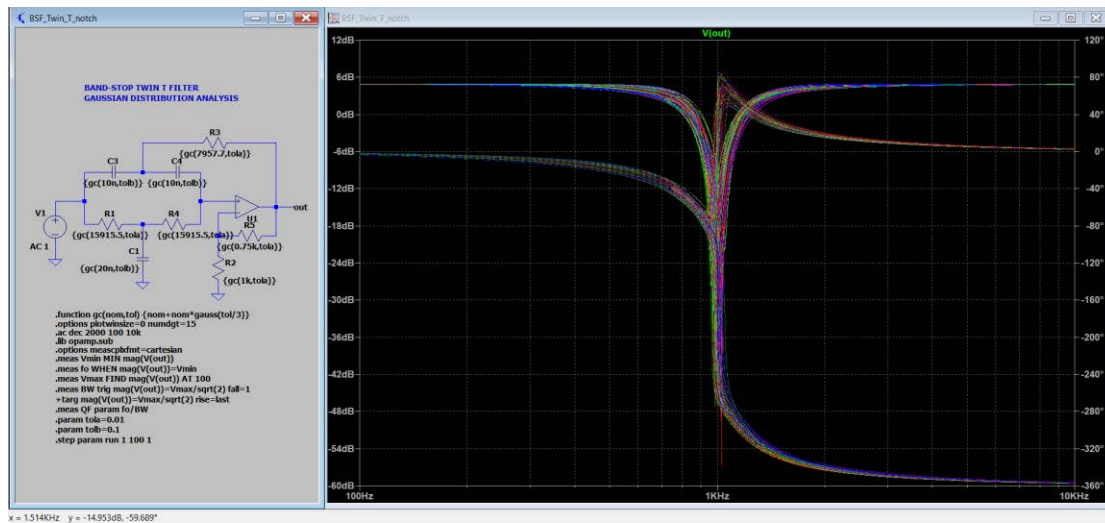
Από τις προσομοιώσεις των φίλτρων ζώνης διέλευσης στο Spice, έγινε εξαγωγή των συχνοτήτων και των συντελεστών ποιότητας σε ένα αρχείο excel, όπου έγιναν και οι απαραίτητοι υπολογισμοί, ώστε να οδηγηθούμε σε κάποια συμπεράσματα. Παρακάτω, παρατίθεται το αρχείο excel, από όπου μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής:

Και τα τρία φίλτρα έχουν παρόμοιες τιμές, όσον αφορά την τυπική απόκλιση. Επομένως, περισσότερο ενδιαφέρον έχουν οι τιμές που δίνουν οι συντελεστές ποιότητας σε κάθε περίπτωση. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρούμε, ότι την μικρότερη τυπική απόκλιση έχει το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης, και έπειτα το φίλτρο με τους δύο ενισχυτές. Όσο μικρότερη είναι η τυπική απόκλιση, τόσο πιο κοντά στην ζητούμενη τιμή είναι ο συντελεστής ποιότητας σε κάθε μεταβολή των εξαρτημάτων, πράγμα που τα κάνει λιγότερο ευαίσθητα στις μεταβολές. Και σε αυτή την περίπτωση, παρατίθενται ενδεικτικά τα αποτελέσματα από όλες τις επαναλήψεις, ενώ οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις της συχνότητας αποκοπής και του συντελεστή ποιότητας, παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

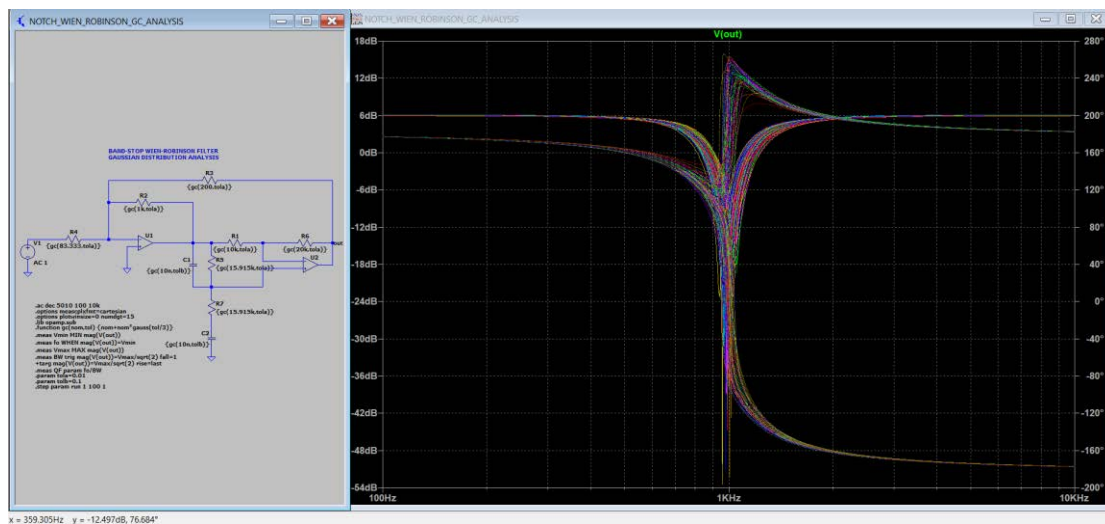
Τύπος	Sallen-Key G	Multiple Feedback	2 OPAMPS
Μέση τιμή συχνότητας αποκοπής	1002,542440	997,255010	1000,085340
Τυπική απόκλιση της συχνότητας αποκοπής	23,186659	23,347854	23,186745
Μέση τιμή συντελεστή ποιότητας	5,025037	4,999066	4,980041
Τυπική απόκλιση του συντελεστή ποιότητας	0,623399	0,011115	0,134220

Sallen-Key Filter			Multiple Feedback Filter			Filter with two operational amplifiers		
step number	f0	Q	step number	f0	Q	step number	f0	Q
step 1	1017,030	5,03319	step 1	967,164	4,99576	step 1	966,051	4,72397
step 2	1000,000	4,78018	step 2	984,011	4,99877	step 2	998,849	4,95905
step 3	1001,540	4,56813	step 3	1016,250	4,99655	step 3	991,973	4,95084
step 4	1010,800	4,78516	step 4	954,993	5,00823	step 4	1053,170	5,10199
step 5	1023,290	4,47423	step 5	1009,250	4,96924	step 5	1031,570	4,83903
step 6	1029,600	5,38539	step 6	998,849	5,00783	step 6*	1008,090	4,97646
step 7	990,832	4,19178	step 7	987,984	5,00456	step 7	1037,530	5,05678
step 8	1029,600	4,96848	step 8	1008,090	5,00238	step 8	986,279	4,76143
step 9	1003,070	4,84263	step 9	1000,580	4,98181	step 9	978,363	4,85528
step 10	1006,160	5,66920	step 10	1011,580	5,00988	step 10	958,297	4,99164
step 11	987,795	5,67989	step 11	961,059	5,01241	step 11	985,145	5,13520
step 12	1007,700	4,41707	step 12	1000,580	5,00870	step 12	1024,470	4,95832
step 13	992,354	4,42008	step 13	1004,620	4,98192	step 13	1018,590	4,98684
step 14	978,738	5,31315	step 14	1004,620	4,98894	step 14	977,237	5,10267
step 15	1006,160	6,75331	step 15	983,445	5,00260	step 15	971,628	5,00968
step 16	966,793	4,14918	step 16	973,307	4,99029	step 16	1009,250	5,11861
step 17	1015,470	4,91017	step 17	971,069	4,99331	step 17	998,849	4,90927
step 18	1000,000	4,69391	step 18	992,545	5,00115	step 18	1015,080	4,96483
step 19	1020,160	4,62761	step 19	980,618	5,00382	step 19	1025,650	4,89273
step 20	1004,620	4,98784	step 20	971,069	4,99504	step 20	1001,150	4,92851
step 21	1001,540	4,58764	step 21	973,307	4,98701	step 21	977,237	4,95906
step 22	987,795	4,90064	step 22	1012,740	5,00245	step 22*	1000,000	5,06363
step 23	1003,070	6,28104	step 23	1052,570	5,00831	step 23*	1000,000	5,00000
step 24	998,466	5,28711	step 24	993,688	5,00672	step 24	1008,090	5,19236
step 25*	1000,000	5,00000	step 25	984,578	5,00321	step 25	993,116	5,06391
step 26	1000,000	5,09468	step 26	1021,530	4,99940	step 26	1000,000	5,00003
step 27	978,738	4,90614	step 27	1007,510	4,99707	step 27	1000,000	5,13079
step 28	1069,880	4,90672	step 28	1021,530	4,99307	step 28	1009,250	4,61664
step 29	1020,160	4,20162	step 29	974,990	5,01065	step 29	1010,420	4,72958
step 30	1023,290	4,78023	step 30	998,849	4,98814	step 30	978,363	4,78414
step 31	986,279	5,12263	step 31	1004,620	5,00088	step 31	967,164	4,94376
step 32	978,738	5,00788	step 32	995,979	5,00489	step 32	995,405	5,03033
step 33	1001,540	5,07661	step 33	1005,770	4,99410	step 33	980,618	4,96778
step 34	1010,800	8,13583	step 34	977,800	4,99572	step 34	1004,620	5,29506
step 35	1028,020	4,97217	step 35	988,553	4,99209	step 35	996,552	4,82310
step 36	974,242	5,16882	step 36	998,275	5,00059	step 36	963,829	5,06035
step 37	1029,600	5,17620	step 37	994,260	5,00750	step 37	1031,570	5,01352
step 38	1047,130	5,85901	step 38	983,445	5,01917	step 38	973,868	4,80706
step 39	995,405	4,10614	step 39	955,542	5,01692	step 39	998,849	4,76772
step 40	974,242	5,72287	step 40	1018,590	5,00114	step 40	947,327	5,00100
step 41	1001,540	4,55920	step 41	983,445	4,98955	step 41	1024,470	5,05494
step 42	1003,070	4,71884	step 42	1015,660	5,00602	step 42	1002,310	4,92860
step 43	969,765	4,60375	step 43	964,384	5,01832	step 43	1008,090	5,13529
step 44	980,242	4,92199	step 44	974,990	4,99416	step 44	954,993	4,87004
step 45	1045,520	5,06908	step 45	1020,940	4,98693	step 45	1037,530	4,91498
step 46	1021,720	5,71458	step 46	998,849	4,99566	step 46	1005,770	5,04748
step 47	1004,620	5,31623	step 47	1007,510	4,96750	step 47	990,832	4,97029
step 48	996,935	4,74509	step 48	1069,670	4,99202	step 48	1020,940	5,04950
step 49	989,312	4,30384	step 49	983,445	5,00767	step 49	1015,080	5,04816
step 50	1056,820	4,54272	step 50	967,721	5,00110	step 50	1010,420	4,69771
step 51	1023,290	4,77003	step 51	1019,180	5,00311	step 51	1036,330	4,93579
step 52	987,795	4,60711	step 52	1000,000	5,00704	step 52	977,237	4,87574
step 53	1015,470	5,23802	step 53	984,011	4,99755	step 53	1006,930	5,05235
step 54	960,674	4,69033	step 54	991,973	5,00370	step 54	988,553	5,02734
step 55	983,256	4,92134	step 55	981,183	4,99645	step 55	1010,420	5,08579
step 56	995,405	5,08793	step 56	1040,520	4,99030	step 56	981,748	4,88041
step 57	1028,020	5,66600	step 57	1025,650	5,00272	step 57	987,416	4,88924
step 58	1020,160	4,80469	step 58	990,262	5,00097	step 58	1031,570	4,99405
step 59	986,279	6,09105	step 59	978,363	5,00331	step 59	958,297	4,99635
step 60	1010,800	4,25961	step 60	1040,520	4,97934	step 60	1044,720	5,05597
step 61	974,242	4,30418	step 61	976,113	5,01069	step 61	1035,140	5,10970
step 62	1015,470	4,86825	step 62	993,688	4,98762	step 62	1022,120	4,99364
step 63	941,890	4,40443	step 63	1018,590	4,99571	step 63	956,093	5,06826
step 64	1015,470	5,08577	step 64	1006,350	4,99200	step 64	986,279	4,97525
step 65	987,795	4,83085	step 65	995,979	5,00050	step 65	997,700	4,99611
step 66	987,795	5,02013	step 66	961,612	4,99473	step 66	1020,940	5,16419
step 67	1012,360	6,67294	step 67	1025,060	4,99994	step 67	991,973	5,14206
step 68	1026,440	5,40826	step 68	990,262	4,99657	step 68	1006,930	4,88144
step 69	1035,940	5,57901	step 69	995,979	4,99082	step 69	982,879	4,76472
step 70	1000,000	4,50739	step 70	1012,160	5,02722	step 70	1026,830	4,96788
step 71	969,765	5,13452	step 71	1035,740	4,98321	step 71	963,829	4,97621
step 72	989,312	4,44318	step 72	981,183	4,99480	step 72	995,405	4,97885
step 73	1012,360	5,76361	step 73	1013,330	4,98480	step 73	996,552	5,12622
step 74	1047,130	4,10839	step 74	1001,150	5,01775	step 74	1025,650	4,64177
step 75	1017,030	5,30294	step 75	961,059	4,99282	step 75	988,553	4,88122
step 76	1001,540	5,31203	step 76	965,495	5,01275	step 76	1006,930	5,02237
step 77	987,795	5,36753	step 77	1019,180	5,00112	step 77	979,490	4,94062
step 78	947,691	4,99605	step 78	981,183	4,98792	step 78	946,237	5,02094
step 79	1017,030	4,80215	step 79	1026,240	5,00066	step 79	990,832	4,84176
step 80	1012,360	5,60223	step 80	998,849	4,98188	step 80	1018,590	5,15290
step 81	993,879	4,44091	step 81	1022,120	5,00604	step 81	967,164	4,81704
step 82	1001,540	4,70596	step 82	987,984	5,01602	step 82	994,260	4,84365
step 83	963,829	4,92252	step 83	985,145	5,00172	step 83	986,279	5,15982
step 84	1004,620	6,32172	step 84	972,747	5,01392	step 84	1013,910	5,25667
step 85	963,829	4,52571	step 85	1033,950	4,98645	step 85	980,618	5,06027
step 86	1035,940	4,53526	step 86	994,260	4,99449	step 86*	1000,000	5,00000
step 87	974,242	4,89774	step 87	1015,660	4,99900	step 87	991,973	5,09265
step 88	984,767	5,52115	step 88	954,443	4,97763	step 88	1003,460	5,16393
step 89	1007,700	4,70562	step 89	1013,330	4,99899	step 89	1018,590	5,05176
step 90	1007,700	4,75272	step 90	943,518	5,00769	step 90	1013,910	4,99780
step 91	1010,800	4,52699	step 91	1035,740	5,00300	step 91	1033,950	5,06689
step 92	993,879	4,85677	step 92	1022,700	4,97940	step 92*	1029,200	5,15753
step 93	1053,580	5,27473	step 93*	1000,000	5,00000	step 93	1008,090	4,86297
step 94	992,354	4,63339	step 94	995,979	5,00749	step 94	1009,250	5,07994
step 95	987,795	4,83255	step 95	985,712	5,00672	step 95	1016,250	5,13789
step 96	980,242	6,32734	step 96	1038,130	5,03361	step 96	954,993	5,09278
step 97*	1000,000	5,00000	step 97*	1000,000	5,00000	step 97	1030,390	4,56640
step 98	996,935	4,79927	step 98	1016,250	5,00198	step 98	1005,770	5,04116
step 99	975,738	4,39424	step 99	960,506	5,00952	step 99	1010,420	4,97052
step 100	1043,920	4,53932	step 100	1004,040	4,98310	step 100	1033,950	4,95539
Μέσος όρος	1002,542440	5,025037	Μέσος όρος	997,255010	4,999066	Μέσος όρος	1000,085340	4,980041
Τυπική απόκλιση	23,186659	0,623399	Τυπική απόκλιση	23,347854	0,011115	Τυπική απόκλιση	23,186745	0,134220
Διάμεσος	1001,5400	4,9084	Διάμεσος	997,1270	5,0003	Διάμεσος	1000,0000	4,9951
Μέγιστη τιμή	1069,8800	8,1358	Μέγιστη τιμή	1069,6700	5,0336	Μέγιστη τιμή	1053,1700	5,2951
Ελάχιστη τιμή	941,8900	4,1061	Ελάχιστη τιμή	943,5180	4,9675	Ελάχιστη τιμή	946,2370	4,5664
Εύρος τιμών	127,9900	4,0297	Εύρος τιμών	126,1520	0,0661	Εύρος τιμών		

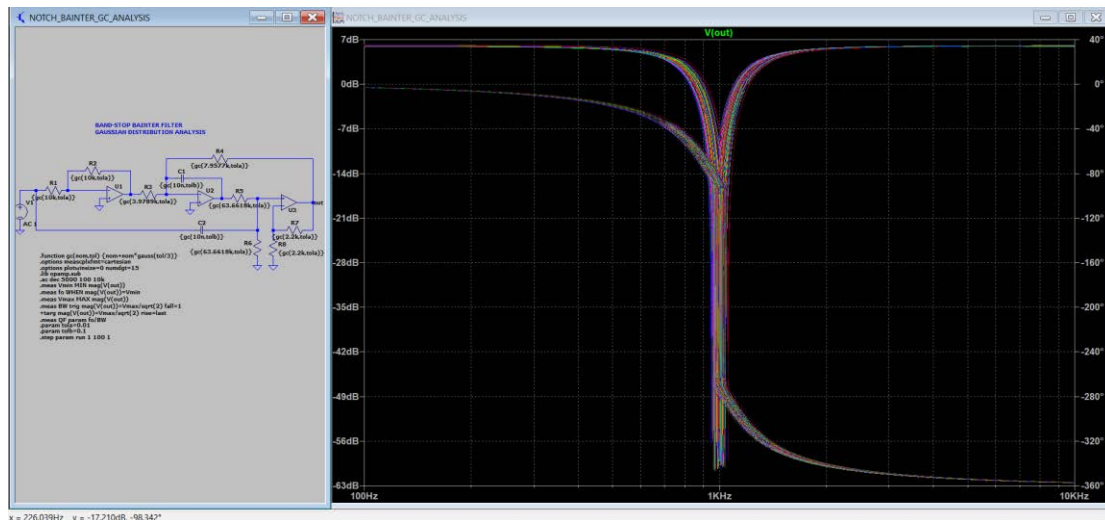
7.2.4. Ανάλυση φίλτρων ζώνης αποκοπής με κατανομή Gauss



Εικόνα 54. Ανάλυση με κατανομή Gauss φίλτρου ζώνης αποκοπής διπλού «Τ».



Εικόνα 55. Ανάλυση με κατανομή Gauss φίλτρου ζώνης αποκοπής Wien-Robinson.



Εικόνα 56. Ανάλυση με κατανομή Gauss φίλτρου ζώνης αποκοπής Bainter.

Από τις προσομοιώσεις των φίλτρων ζώνης αποκοπής στο Spice, έγινε εξαγωγή των συχνοτήτων και των συντελεστών ποιότητας σε ένα αρχείο excel, όπου έγιναν και οι απαραίτητοι υπολογισμοί, ώστε να οδηγηθούμε σε κάποια συμπεράσματα. Παρακάτω, παρατίθεται το αρχείο excel, από όπου μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής:

Από τα τρία φίλτρα, όσον αφορά την τυπική απόκλιση της συχνότητας, το φίλτρο διπλού «Τ» είναι αυτό με τις πιο ιδανικές τιμές. Ωστόσο, περισσότερο ενδιαφέρον έχουν οι τιμές που δίνουν οι συντελεστές ποιότητας σε κάθε περίπτωση. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρούμε, ότι την μικρότερη τυπική απόκλιση, όσον αφορά τον συντελεστή ποιότητας έχει το φίλτρο Bainter, ενώ οι τιμές των άλλων δύο είναι σαφώς μεγαλύτερες. Όσο μικρότερη είναι η τυπική απόκλιση, τόσο της συχνότητας σε κάθε επανάληψη, όσο και του συντελεστή ποιότητας, τόσο πιο κοντά θα είναι στην ζητούμενη τιμή σε κάθε μεταβολή των εξαρτημάτων, πράγμα που τα κάνει λιγότερο ευαίσθητα στις μεταβολές, και άρα πιο σταθερά. Και σε αυτή την περίπτωση, παρατίθενται ενδεικτικά τα αποτελέσματα από όλες τις επαναλήψεις, ενώ οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις της συχνότητας αποκοπής και του συντελεστή ποιότητας, παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Τύπος	Twin T	Wien-Robinson	Bainter
Μέση τιμή συχνότητας αποκοπής	1000,21682	998,07966	1000,01419
Τυπική απόκλιση της συχνότητας αποκοπής	17,23771	23,03844	22,11068
Μέση τιμή συντελεστή ποιότητας	2,01254	2,03062	1,99399
Τυπική απόκλιση του συντελεστή ποιότητας	0,15366	0,14782	0,04476

Twin T Notch Filter			Wien-Robinson Filter			Bainter Filter		
step number	f0	Q	step number	f0	Q	step number	f0	Q
step 1	1004,620	1,93669	step 1	1003,680	2,05312	step 1	997,241	1,95692
step 2	1002,310	1,96580	step 2	994,043	2,03805	step 2	946,673	1,95016
step 3	971,628	1,83272	step 3	982,235	1,87748	step 3	982,200	1,99932
step 4*	1000,000	2,00000	step 4	989,030	1,99215	step 4	1003,230	1,99543
step 5	1003,460	2,21482	step 5	1015,750	1,89211	step 5	1007,400	1,98019
step 6	1016,250	2,22749	step 6	999,081	2,12128	step 6	972,747	2,06384
step 7	1003,460	2,04390	step 7	993,130	1,91857	step 7	1018,590	2,10329
step 8	1000,000	1,96660	step 8	1042,230	2,10800	step 8	1006,000	1,95149
step 9	976,113	2,15648	step 9	1017,620	2,01204	step 9	977,237	2,00123
step 10	1006,930	2,02677	step 10	979,981	2,11001	step 10	1020,000	1,89482
step 11	997,700	2,04445	step 11	998,622	2,05443	step 11	1018,590	2,01766
step 12	1000,000	2,28625	step 12	975,487	1,87167	step 12	975,439	1,98969
step 13	962,720	2,07355	step 13	1032,220	1,87828	step 13	1017,650	2,04764
step 14	982,679	1,76323	step 14	991,306	1,99140	step 14	1040,400	1,97148
step 15	997,700	1,89478	step 15	990,306	1,98758	step 15	982,653	2,00031
step 16	1011,580	1,94766	step 16	978,631	2,06795	step 16	1012,510	2,02511
step 17	995,405	1,99707	step 17	994,957	1,91493	step 17	1017,190	2,00574
step 18	1009,250	2,01184	step 18	1010,630	1,96070	step 18	1008,320	1,96439
step 19	1003,460	2,18531	step 19	970,122	1,93300	step 19	951,043	2,00387
step 20*	1000,000	2,00000	step 20	1005,070	1,91525	step 20	1012,510	2,10315
step 21	995,405	1,92241	step 21	994,957	2,21344	step 21	1011,110	2,09177
step 22	997,700	2,00858	step 22	1012,490	2,27282	step 22	976,787	1,95563
step 23	994,260	1,95731	step 23	958,598	2,03418	step 23	1024,240	1,98746
step 24	1048,330	2,17585	step 24	1012,020	2,51847	step 24	1028,020	1,97071
step 25	973,868	2,16384	step 25	1011,090	1,92518	step 25	991,745	1,95830
step 26	990,832	1,81377	step 26*	1000,000	2,00000	step 26	1012,980	2,02300
step 27	987,416	2,11719	step 27	1005,990	2,11715	step 27	1006,000	2,09275
step 28	996,552	1,96638	step 28	978,181	2,07884	step 28	1020,940	2,10504
step 29	996,552	1,84863	step 29	1057,670	1,87134	step 29	1006,470	1,98412
step 30	1011,580	2,29676	step 30	953,764	2,09155	step 30	1040,400	2,01668
step 31	969,393	2,02090	step 31	1048,480	1,92500	step 31	1001,380	1,95122
step 32	1024,470	2,17215	step 32	988,576	2,06583	step 32	1021,410	2,00621
step 33	998,849	2,19643	step 33	998,622	2,09343	step 33	989,464	1,96137
step 34	995,405	2,02446	step 34	1007,840	2,26590	step 34	1010,180	1,98896
step 35	980,618	2,11161	step 35	1031,750	1,88402	step 35	990,376	2,08104
step 36	997,700	2,05795	step 36	1036,980	2,10466	step 36	990,832	1,97175
step 37	988,553	1,86161	step 37	1010,160	1,90489	step 37	974,990	2,01810
step 38	1028,020	1,90764	step 38	989,030	1,99465	step 38	958,517	1,98139
step 39	1000,000	2,13355	step 39	991,306	2,03135	step 39	992,659	1,92720
step 40	1033,950	2,12887	step 40	1025,130	2,14477	step 40	1028,490	1,96619
step 41	973,868	1,90569	step 41	986,307	2,01402	step 41	957,194	1,99733
step 42	1000,000	1,93027	step 42	970,122	1,94636	step 42	988,098	1,98242
step 43	994,260	2,08205	step 43	977,731	1,97094	step 43	1017,650	1,98111
step 44	1008,090	1,72715	step 44	962,572	1,93321	step 44	983,105	1,93150
step 45	1026,830	2,01928	step 45	991,306	2,00286	step 45	962,055	1,96013
step 46	1015,080	2,18837	step 46	980,431	1,98089	step 46	1054,870	2,00738
step 47	980,618	2,01595	step 47	1022,310	2,02970	step 47	1000,460	2,03576
step 48	978,363	1,98173	step 48	1004,140	2,203014	step 48	979,490	2,08468
step 49	997,700	1,95554	step 49	987,668	2,20533	step 49	1004,150	1,97739
step 50	1033,950	1,87730	step 50	1007,840	2,33931	step 50	992,202	1,97531
step 51	1026,830	1,92274	step 51	1026,540	1,88988	step 51	1032,290	1,98002
step 52	991,973	2,21801	step 52	986,760	2,18070	step 52	1006,470	1,98192
step 53	988,553	2,23687	step 53*	1000,000	2,00000	step 53	1012,510	1,97716
step 54	1008,090	2,03035	step 54	1030,320	1,96663	step 54	973,644	2,04952
step 55	1012,740	1,96748	step 55	1004,610	2,26728	step 55	988,008	2,06931
step 56	1004,620	2,01735	step 56	978,181	2,14567	step 56	1002,770	1,93804
step 57	986,279	2,09135	step 57	1022,780	2,27861	step 57	1004,620	1,92788
step 58	1033,950	2,25934	step 58	961,687	1,99098	step 58	1008,320	1,94104
step 59	1005,770	1,91818	step 59	992,673	2,39695	step 59	1001,840	2,05156
step 60	982,679	1,94481	step 60	959,039	2,00119	step 60	977,237	2,03055
step 61	1008,090	2,01048	step 61	982,687	1,84982	step 61	976,338	2,00066
step 62	996,552	1,93629	step 62	979,531	2,00873	step 62	1017,650	1,96242
step 63	993,116	1,84815	step 63	989,485	2,49806	step 63	984,011	2,01795
step 64	1010,420	1,74267	step 64	968,785	2,00687	step 64	993,116	2,00023
step 65	1028,020	1,64461	step 65	1038,410	1,89182	step 65	1023,290	1,96276
step 66	1004,620	2,22711	step 66	973,248	2,08574	step 66	966,941	1,94830
step 67	979,490	1,79894	step 67	994,957	2,25787	step 67	970,510	2,00342
step 68	993,116	1,99118	step 68	973,248	2,01023	step 68	1027,540	2,01088
step 69	986,279	2,22142	step 69	988,122	2,18488	step 69	1013,910	2,01749
step 70	1019,760	2,20487	step 70	990,850	2,09955	step 70	1033,240	2,03081
step 71	996,552	1,97275	step 71	995,872	2,04592	step 71	974,990	2,00728
step 72	984,011	1,75465	step 72	1023,720	2,17907	step 72	1017,650	1,98894
step 73	991,973	1,89986	step 73	1048,960	1,90977	step 73	1012,980	1,95306
step 74	1017,420	1,80761	step 74	957,278	1,94088	step 74	982,653	2,05089
step 75	979,490	2,14540	step 75	1026,540	1,71162	step 75	1012,510	1,98399
step 76	990,832	1,78240	step 76	982,687	1,94867	step 76	1010,650	2,02361
step 77	994,260	2,08852	step 77	990,395	2,04338	step 77	1002,770	2,01649
step 78	1006,930	1,96875	step 78	1017,150	2,14804	step 78	1002,770	1,98242
step 79	1010,420	2,01202	step 79	1015,750	2,22288	step 79	1036,570	1,91759
step 80	1003,460	1,73275	step 80	1002,760	1,96307	step 80	998,160	1,96232
step 81	993,116	1,85080	step 81	1000,000	2,02906	step 81	988,098	1,97818
step 82	997,700	1,80813	step 82	979,981	2,07458	step 82	977,237	1,99236
step 83	972,747	1,83225	step 83	1006,460	1,80439	step 83	1023,760	2,05137
step 84	996,552	2,17793	step 84	1059,620	1,78680	step 84	994,489	1,97478
step 85	1049,540	2,40292	step 85	979,981	1,92425	step 85	1022,350	2,02395
step 86	985,145	1,94140	step 86	979,981	2,35541	step 86	1002,770	2,00634
step 87	1019,760	2,05023	step 87	985,853	1,89573	step 87	976,338	1,98347
step 88	1004,620	2,31992	step 88	1005,990	1,77364	step 88	969,170	1,93539
step 89	988,553	2,22702	step 89	984,948	1,99402	step 89	965,606	1,90995
step 90	964,939	2,22033	step 90	1005,070	2,09034	step 90	983,105	2,04423
step 91	1001,150	1,95165	step 91	984,495	2,11091	step 91	995,864	1,95195
step 92	1006,930	1,85796	step 92	1019,490	1,86491	step 92	1021,880	2,04321
step 93	996,552	2,18058	step 93	1005,530	2,01005	step 93	1021,880	1,95876
step 94	1013,910	2,13238	step 94	1021,370	1,85969	step 94	992,659	1,98677
step 95	1011,580	2,08835	step 95	997,246	2,08694	step 95	1056,330	1,98332
step 96	986,279	1,94137	step 96	939,408	1,95954	step 96	996,160	2,00139
step 97	971,628	1,89947	step 97	1006,460	1,89105	step 97	1000,920	1,96801
step 98	1030,390	1,75747	step 98	1006,460	1,97256	step 98	995,864	1,90511
step 99	1031,570	1,95360	step 99	1002,300	1,79066	step 99	994,031	1,94792
step 100	998,849	2,09850	step 100	966,562	1,97475	step 100	970,063	1,95684
Μέσος όρος	1000,21682	2,01254	Μέσος όρος	998,07966	2,03062	Μέσος όρος	1000,01419	1,99399
Τυπική απόκλιση	17,23771	0,15366	Τυπική απόκλιση	23,03844	0,14782	Τυπική απόκλιση	22,11068	0,04476
Διάμεσος	998,27450	2,00429	Διάμεσος	995,41450	2,00780	Διάμεσος	1002,30500	1,98820
Μέγιστη τιμή	1049,540	2,40292	Μέγιστη τιμή	1059,620	2,51847	Μέγιστη τιμή	1056,330	2,10504
Ελάχιστη τιμή	962,720	1,64461	Ελάχιστη τιμή	939,408	1,71162	Ελάχιστη τιμή	946,673	1,89482
Εύρος τιμών	86,820	0,75831	Εύρος τιμών	120,212	0,80685	Εύρος τιμών	109,657	0,21022
Παρατήρηση: Με αστερίσκο (*) συνοδεύονται τα steps όπου το spice δεν έβρισκε τιμή και έδινε 0.								

Κεφάλαιο 8. Συμπεράσματα

Αφού συγκρίναμε όλους τους τύπους φίλτρου παραπάνω, μπορούμε να οδηγηθούμε σε ορισμένα συμπεράσματα. Σκοπός της εργασίας ήταν η χρήση των φίλτρων σε μετρητικές διατάξεις. Για αυτό τον λόγο εστιάσαμε ιδιαίτερα στην ευαισθησία των φίλτρων στις ανοχές των εξαρτημάτων. Πιο συγκεκριμένα, κατά τη χρήση ενός φίλτρου σε μία μετρητική διάταξη, είναι απαραίτητη η σταθερότητα του φίλτρου και η χαμηλή ευαισθησία, ώστε να αποκόπτονται τα ανεπιθύμητα σήματα (πχ θόρυβος) και να μην επηρεάζεται η ακρίβεια της μέτρησης.

Ξεκινώντας από τα βαθυπερατά φίλτρα, μελετήσαμε τρεις περιπτώσεις. Η πρώτη ήταν το φίλτρο Sallen-Key με κέρδος 1, η δεύτερη το φίλτρο Sallen-Key με κέρδος G , και η τρίτη το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης. Με βάση τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τις προσομοιώσεις, φάνηκε να υπερτερεί το πρώτο φίλτρο, λόγω της μικρότερης τυπικής απόκλισης της συχνότητας ανά τις επαναλήψεις. Το φίλτρο αυτό μπορεί να χαρακτηριστεί και ως μια πρακτική επιλογή, χάρη στην απλότητα της σχεδίασης του. Ωστόσο, για μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή ποιότητας Q , η τοπολογία Sallen-Key τείνει να αυξάνει την ευαισθησία της. Το συμπέρασμα είναι ότι για τη συγκεκριμένη τιμή του συντελεστή ποιότητας προτιμότερο φίλτρο είναι το Sallen-Key με κέρδος 1, ωστόσο για μεγαλύτερη τιμή του Q , ενδεχομένως να ήταν προτιμότερο το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης.

Για τα υψιπερατά φίλτρα, έχουμε τους ίδιους τύπους φίλτρων, φυσικά με αντίστροφες διατάξεις σε σχέση με τα αντίστοιχα βαθυπερατά. Ωστόσο, ο τρόπος σύγκρισης παραμένει ο ίδιος. Και σε αυτήν την περίπτωση, κοιτάζοντας τις τυπικές αποκλίσεις στην τιμή της συχνότητας για διάφορες επαναλήψεις, παρατηρείται, ότι και πάλι το φίλτρο Sallen-Key είναι το πιο σταθερό και με την χαμηλότερη ευαισθησία, ενώ τελευταίο έρχεται το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης. Ωστόσο, και σε αυτήν την περίπτωση, για μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή ποιότητας γνωρίζουμε από τη θεωρία, ότι η τοπολογία Sallen-Key παύει να είναι τόσο σταθερή, με αποτέλεσμα προτιμότερη περίπτωση να θεωρείται το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης. Για την συγκεκριμένη εργασία, όμως, με τις συγκεκριμένες τιμές που δόθηκαν κατά τις προσομοιώσεις, προτιμότερο θεωρείται, όπως και στην περίπτωση των βαθυπερατών φίλτρων, το φίλτρο Sallen-Key με κέρδος 1.

Όσον αφορά τα φίλτρα ζώνης διέλευσης, μελετήσαμε και πάλι τρεις τύπους φίλτρων. Ο πρώτος ήταν το φίλτρο Sallen-Key με κέρδος G, ο δεύτερος ήταν το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης, και ο τρίτος το φίλτρο με δύο ενισχυτές. Συγκρίνοντας τις τυπικές αποκλίσεις, τόσο των συχνοτήτων, όσο και των συντελεστών ποιότητας, αποδείχθηκε, ότι το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης είναι αυτό με την χαμηλότερη ευαισθησία, για τις συγκεκριμένες ανοχές και τιμές εξαρτημάτων. Γενικά, θεωρείται ότι το φίλτρο με τους δύο ενισχυτές προτιμάται σε αυτές τις περιπτώσεις και ότι είναι συνολικά πιο σταθερό, ενώ μπορεί να έχει βαθυπερατή, υψιπερατή ή ζωνοπερατή έξοδο. Όμως, με βάση τις τιμές που δώσαμε κατά την μελέτη, αποδεικνύεται ότι το φίλτρο πολλαπλής ανάδρασης είναι το ιδανικό.

Τέλος, σχετικά με τα φίλτρα ζώνης αποκοπής, ή αλλιώς ζωνοφρακτικά, μελετήσαμε τους εξής τρεις τύπους φίλτρων. Το φίλτρο διπλού «Τ», το φίλτρο Wien-Robinson και το φίλτρο Bainter. Σίγουρα, στην περίπτωση των ζωνοφρακτικών φίλτρων οι συνδεσμολογίες ήταν πιο πολύπλοκες, και άρα η σχεδίαση τους ιδιαίτερα απαιτητική, σε σχέση με τις τρεις προηγούμενες κατηγορίες φίλτρων. Όσον αφορά τις συγκρίσεις, παρατηρούμε, ότι οι τυπικές αποκλίσεις των συχνοτήτων διαφέρουν και στις τρεις περιπτώσεις, όπως και οι τυπικές αποκλίσεις των συντελεστών ποιότητας. Για να ορίσουμε μία κατάταξη, προτιμότερο και σταθερότερο φίλτρο για αυτήν την περίπτωση, προκύπτει να είναι το φίλτρο Wien-Robinson.

Για να κλείσουμε, αξίζει να αναφερθεί, ότι στην θεωρία, σε κάθε περίπτωση μπορεί να ορίζεται γενικά ένας τύπος φίλτρου ως κατάλληλος, καθώς μπορεί να είναι αρκετά σταθερός, και με χαμηλή ευαισθησία, για την πλειονότητα των περιπτώσεων. Ωστόσο, παρατηρήσαμε παραπάνω, ότι τα φίλτρα που ορίζει η θεωρία ως τα κατάλληλα, πολλές φορές δεν είναι, καθώς εξαρτάται πάντα από τις τιμές που επιλέγουμε, από τις ανοχές, και από τον συντελεστή ποιότητας. Δηλαδή, είναι μία πρακτική λύση να μελετηθούν ορισμένες περιπτώσεις και να οριστούν ορισμένοι τύπου φίλτρων ως κατάλληλοι, κατά γενική ομολογία. Όμως, η καλύτερη λύση, αν και περισσότερο χρονοβόρα, είναι να γίνεται μελέτη κάθε φορά, και υπό συγκεκριμένες συνθήκες (ανοχές, τιμές εξαρτημάτων, συντελεστής ποιότητας) και να βρίσκεται πάντα ο κατάλληλος τύπος φίλτρου για την κάθε περίπτωση.

Κεφάλαιο 9. Βιβλιογραφία

Gray, P. R., Hurst, P. J., Lewis, S. H., & Meyer, R. G. (2007). *Ανάλυση και σχεδίαση αναλογικών ολοκληρωμένων κυκλωμάτων*. (Μετάφραση: Κ. Ψυχάλινος, Α. Σπανίδου, Ν. Κοντογιαννόπουλος). Εκδόσεις Κλειδάριθμος. ISBN: 978-960-461-071-6.

Λουτρίδης, Σ. (2012). *Ηλεκτρικά Κυκλώματα*. Αθήνα: Ίων. ISBN: 978-960-411-137-0.

Zumbahlen, H. (Επιμ.). (2008). *Linear Circuit Design Handbook*. Newnes/Elsevier. ISBN: 978-0-7506-8703-4

Πακτίτης, Σ. Α. (2008). *Αναλογικά Φίλτρα*. Αθήνα: Εκδόσεις Ίων.

Van Valkenburg, M. E. (1982). *Analog Filter Design*. Holt, Rinehart and Winston. ISBN: 0-03-059392-9.

Mancini, R. (2003). *Op Amps for Everyone: Design Reference*. Newnes.

Franco, S. (2015). *Design with operational amplifiers and analog integrated circuits* (4th ed.). McGraw-Hill Education.

Williams, A. B. (1981). *Electronic filter design handbook*. McGraw-Hill.

Veel, A. M. (1962). *Analysis of the Twin-T Notch Filter*. (Master's Thesis). Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, United States.

Bainter, J. R. (1975, October 2). Active Filter Has Stable Notch and Response Can Be Regulated. *Electronics*, 48(20), 115-116.

Cooper, W. D., & Helfrick, A. D. (1985). *Electronic instrumentation and measurement techniques* (3rd ed.). Prentice Hall

Coughlin, R. F., & Driscoll, F. F. (1991). *Operational amplifiers & linear integrated circuits* (4th ed.). Prentice Hall

D'Angelo, P. (2020). *Data acquisition and signal processing for smart sensors*. Springer.

Banzhaf, M. H. (1998). *SPICE for power electronics and analog circuit design*. Macmillan Publishing Company.

Murmann, B. (2016). *Systematic design of analog-to-digital converters*. Springer.

Analog Devices. (n.d.). *LTspice IV Getting Started Guide*. Retrieved from:

<https://www.analog.com/media/en/simulation-models/spice-models/ltspicegettingstartedguide.pdf?modelType=spice-models>

All About Circuits. (χ.χ.). *Low-pass Filters*. Ανακτήθηκε στις 13 Αυγούστου 2025, από <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/alternating-current/chpt-8/low-pass-filters/>

All About Circuits. (χ.χ.). *High-pass Filters*. Ανακτήθηκε στις 13 Αυγούστου 2025, από <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/alternating-current/chpt-8/high-pass-filters/>

All About Circuits. (χ.χ.). *Band-pass Filters*. Ανακτήθηκε στις 13 Αυγούστου 2025, από <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/alternating-current/chpt-8/band-pass-filters/>

All About Circuits. (χ.χ.). *Band-stop Filters*. Ανακτήθηκε στις 13 Αυγούστου 2025, από <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/alternating-current/chpt-8/band-stop-filters/>