



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΠΡΟΛΗΠΤΙΚΗΣ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΜΕ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΟΒΑΘΜΙΣΗΣ ΚΑΙ ΤΥΧΑΙΑ ΣΟΚ ΥΠΟ ΑΤΕΛΗ
ΕΠΙΣΚΕΥΗ**

υπό

ΜΑΓΕΙΡΙΑ ΑΓΓΕΛΟΥ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2025



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΠΡΟΛΗΠΤΙΚΗΣ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΜΕ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΟΒΑΘΜΙΣΗΣ ΚΑΙ ΤΥΧΑΙΑ ΣΟΚ ΥΠΟ ΑΤΕΛΗ
ΕΠΙΣΚΕΥΗ**

υπό

ΜΑΓΕΙΡΙΑ ΑΓΓΕΛΟΥ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2025

© 2025 Μαγειρίας Άγγελος

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Δημήτριος Παντελής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Κωνσταντίνος Αμπουντώλας Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Γιώργος Λυμπερόπουλος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας, θα ήθελα αρχικά να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Παντελή, ο οποίος με ενθάρρυνε στην απόφασή μου να ερευνήσω το θέμα της εργασίας μου περισσότερο απ' ό,τι είχαμε εξ αρχής προγραμματίσει, και του οποίου η καθοδήγηση υπήρξε καταλυτική για τη μελέτη αυτή. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής για την προσεκτική αξιολόγηση της εργασίας μου. Οφείλω επίσης ένα μεγάλο ευχαριστώ στη Σωτηρία, που είδε τη σταδιακή εξέλιξη αυτής της εργασίας και την προσπάθειά μου από την αρχή έως το τέλος από πολύ κοντά, και με ανέχτηκε καθ' όλη τη διάρκεια. Την ευχαριστώ και για τις γραφιστικές της παρεμβάσεις. Δεν θα μπορούσα να ξεχάσω τους γονείς μου και την αδιάκοπη στήριξή τους, ανεξαρτήτως της φυσικής απόστασης. Τους είμαι βαθιά ευγνώμων.

ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΠΡΟΛΗΠΤΙΚΗΣ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΟΒΑΘΜΙΣΗΣ ΚΑΙ ΤΥΧΑΙΑ ΣΟΚ ΥΠΟ ΑΤΕΛΗ ΕΠΙΣΚΕΥΗ

ΑΓΓΕΛΟΣ ΜΑΓΕΙΡΙΑΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2025

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Δημήτριος Παντελής,
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται οι πολιτικές συντήρησης ενός συστήματος που υπόκειται σε διαδικασία υποβάθμισης και σε διαδικασία τυχαίων σοκ. Προβλήματα όπως αυτό παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στον τομέα της θεωρίας αξιοπιστίας, καθώς αποτελούν μια πιο ρεαλιστική αλλά και πιο σύνθετη προσέγγιση στην ανάλυση πραγματικών συστημάτων, τα οποία διέπονται από εξαρτημένους ή μη, ανταγωνιστικούς κινδύνους και απαιτούν ταυτόχρονα τη βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων. Στο πλαίσιο της εργασίας, διορθώνεται η προσέγγιση δύο άλλων συγγραφέων, μέσω της δημιουργίας ενός μαθηματικού μοντέλου για ένα τέτοιο σύστημα. Το μοντέλο εφαρμόζεται σε διάφορα σενάρια, μεταβάλλοντας κάποιες κρίσιμες παραμέτρους που καθορίζουν τη λειτουργία του συστήματος όσο και τον ρυθμό εμφάνισης των τυχαίων σοκ, με σκοπό την άντληση και ανάλυση δεδομένων που περιγράφουν τη συμπεριφορά του συστήματος.

Λέξεις-κλειδιά: Ατελής συντήρηση, πολλαπλοί τύποι βλαβών, βελτιστοποίηση, θεωρία αξιοπιστίας

Optimal Preventive Maintenance Policies in Systems with a Degradation Process and Random Shocks under Imperfect Repair

AGGELOS MAGEIRIAS

Department of Mechanical Engineering,
University of Thessaly, 2025

Supervisor: Dr Dimitrios Pantelis
Professor
University of Thessaly, 2025

Abstract

In this thesis, we study maintenance policies for a system that is subject to both a degradation process and a process of random shocks. Problems of this nature are of particular interest in the field of reliability theory, as they represent a more realistic yet more complex approach to the analysis of real-world systems, which are governed by dependent or independent competing risks and simultaneously require the optimization of multiple objective functions. Within the scope of this work, a correction is proposed to the approach of two other authors through the development of a mathematical model for such a system. The model is applied to various scenarios by altering certain critical parameters that determine the operation of the system and the rate at which random shocks occur, with the aim of extracting and analyzing data that describe the system's behavior.

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1. ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ	1
1.1. Η έννοια της συντήρησης & αξιοπιστίας	1
1.2. Ιστορία και τύποι συντήρησης	1
1.3. Συντήρηση στη βιομηχανία	4
1.4. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	5
1.5. Κίνητρο της εργασίας	6
Κεφάλαιο 2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	8
2.1. Βλάβη & Ρυθμός Βλαβών	8
2.2. Η έννοια της επισκευής	9
2.2.1. Τέλεια & ελάχιστη επισκευή	9
2.2.2. Ατελής Επισκευή	10
2.3. Πολλαπλοί Τύποι Βλαβών και Εξάρτηση	11
Κεφάλαιο 3. ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΥΟ ΤΥΠΩΝ ΒΛΑΒΩΝ ΜΕ ΑΤΕΛΗ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ	13
3.1. Εισαγωγή	13
3.2. Περιγραφή του μοντέλου / παραδοχές	13
3.3. Μαθηματική αποτύπωση	14
Κεφάλαιο 4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	21
4.1. Εισαγωγή δεδομένων στο μοντέλο	21
4.2. Αποτελέσματα των 3 περιπτώσεων	22
Κεφάλαιο 5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ	26
5.1. Ανάλυση ευαισθησίας για αύξουσα συνάρτηση $u(t)$	26
5.2. Ανάλυση ευαισθησίας για φθίνουσα συνάρτηση $u(t)$	30
5.3. Σχολιασμός αποτελεσμάτων	33

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1: Τέλεια, ατελής και ελάχιστη επισκευή	9
Σχήμα 2: Διαδικασίες και τρόποι βλάβης του συστήματος	16
Σχήμα 3: Επίπεδο φθοράς υποβάθμισης και κρίσιμο όριο φθοράς	18
Σχήμα 4: Τρισδιάστατα σχέδια της μη-διαθεσιμότητας (mesh, contour)	23
Σχήμα 5: Συνάρτηση αξιοπιστίας για την βέλτιστη λύση της Περίπτωσης 1	23
Σχήμα 6: Τρισδιάστατα σχέδια του κόστους ανά μονάδα χρόνου (mesh, contour)	24
Σχήμα 7: Συνάρτηση αξιοπιστίας για την βέλτιστη λύση της Περίπτωσης 2	24
Σχήμα 8: Κατά Παρέτο άριστες λύσεις, σχηματικά.....	25
Σχήμα 9: Ρυθμός της μη ομογενούς διαδικασίας Poisson.....	26
Σχήμα 10: Ρυθμός της μη ομογενούς διαδικασίας Poisson.....	30
Σχήμα 11: Mesh plot της φθίνουσας συνάρτησης $u(t)$ για $\beta=0.9$, $\alpha=0.7$	30
Σχήμα 12: Αύξουσα και φθίνουσα συνάρτηση $u(t)$	33
Σχήμα 13: Η επιρροή της παραμέτρου α στην διάρκεια κύκλου αντικατάστασης, στο πρόβλημα μεγιστοποίησης της διαθεσιμότητας	34
Σχήμα 14: Η επιρροή της παραμέτρου α στην διάρκεια κύκλου αντικατάστασης, στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους.....	34
Σχήμα 15: Τα Παρέτο σημεία για $u(t)$ αύξουσα (αριστερά) και $u(t)$ φθίνουσα (δεξιά), για ένα εύρος τιμών του α	35

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1: Κατά Παρέτο άριστες λύσεις, αναλυτικά.....	25
Πίνακας 2: Ανάλυση ευαισθησίας για την περίπτωση 1	27
Πίνακας 3: Ανάλυση ευαισθησίας για την περίπτωση 2	29
Πίνακας 4: Ανάλυση ευαισθησίας για την περίπτωση 1	31
Πίνακας 5: Ανάλυση ευαισθησίας για την περίπτωση 2	32

Κεφάλαιο 1. ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ

1.1. Η έννοια της συντήρησης & αξιοπιστίας

Η επιστήμη της συντήρησης έχει ως αντικείμενο τη μελέτη, τον σχεδιασμό και την εφαρμογή στρατηγικών που εξασφαλίζουν την αποδοτική λειτουργία εξοπλισμού, μηχανών και υποδομών καθ' όλη τη διάρκεια ζωής τους, και περιλαμβάνει την διατήρηση αυτών στην καλύτερη δυνατή κατάσταση για την μεγιστοποίηση της διάρκειας ζωής τους. Ιστορικά, έχει τις ρίζες της στην αρχαιότητα αλλά εξελίχθηκε ως συστηματική επιστήμη κατά την Βιομηχανική Επανάσταση, όπου αυξήθηκε η πολυπλοκότητα των εργοστασίων και της τεχνολογίας. Έχει υπάρξει αντικείμενο μελέτης χιλιάδων επιστημόνων και αμέτρητων επιστημονικών άρθρων. Η ανάπτυξη και βελτίωση της έχει παίξει αναμφισβήτητα έναν πολύ μεγάλο ρόλο στην ανάπτυξη της βιομηχανίας παγκοσμίως.

Η θεωρία αξιοπιστίας συνδέεται με την επιστήμη της συντήρησης παρέχοντας τη μαθηματική βάση για την κατανόηση των μοτίβων βλάβης, η οποία βοηθά στο σχεδιασμό στρατηγικών συντήρησης. Η απώλεια της λειτουργίας των περισσότερων σύγχρονων τεχνολογικών συστημάτων συνεπάγεται ζημιές με μεγάλο κόστος ή ακόμα και απώλειες ζωής. Η ανάλυση αξιοπιστίας έχει στόχο να προσδιορίσει τη μακροζωία των συστημάτων, τη διαθεσιμότητά τους, το μέσο χρόνο μεταξύ βλαβών τους κ.λ.π. Ως επιστημονικό πεδίο αναπτύχθηκε από τις απαιτήσεις της τεχνολογίας στον ποιοτικό έλεγχο, αλλά και ιδιαίτερα κατά τον 2ο Παγκόσμιο Πόλεμο με τα εξαιρετικά περίπλοκα για την εποχή εξοπλιστικά συστήματα. Περιλαμβάνει την εφαρμογή της θεωρίας πιθανοτήτων, της στατιστικής και των στοχαστικών διαδικασιών και έχει χρησιμοποιείται σε ένα μεγάλο εύρος κλάδων όπως οι τηλεπικοινωνίες, η αυτοκινητοβιομηχανία, η παραγωγή ενέργειας, η αεροδιαστημική και άλλα.

1.2. Ιστορία και τύποι συντήρησης

Η επιστήμη της συντήρησης αποτελεί έναν κρίσιμο και διαρκώς εξελισσόμενο τομέα της μηχανικής και της διαχείρισης τεχνικών συστημάτων. Η ανάγκη για συντήρηση προκύπτει από τη φυσική φθορά που υφίστανται όλα τα μηχανήματα και τα τεχνικά συστήματα κατά τη λειτουργία τους. Η ιστορία της συντήρησης ξεκινά από την αρχαιότητα — υπάρχουν

καταγραφές ήδη από την αρχαία Αίγυπτο για τη συντήρηση πλοίων και ιερών αντικειμένων [1].

Η πρώτη προσέγγιση στην συντήρηση (Maintenance 1.0) είναι η διορθωτική συντήρηση, η οποία αφορά οποιαδήποτε πράξη συντήρησης συμβαίνει μετά την εμφάνιση της βλάβης. Δεν υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης ως προς την αξιοπιστία ή το κόστος του συστήματος, και κάθε βλάβη οδηγεί στη μη διαθεσιμότητα. Ως προτερήματα θα μπορούσαμε να αναφέρουμε το μηδενικό αρχικό κόστος και το γεγονός ότι απαιτεί πολύ λιγότερο σχεδιασμό. Αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιείται αρκετά μέχρι και σήμερα και είναι προτιμητέα για συστήματα τα οποία δεν είναι περίπλοκα και που δεν απαιτείται ειδικευση για την επισκευή τους.

Όταν είναι απαραίτητη η αποφυγή των βλαβών κατά τη λειτουργία, ή όταν το κόστος ή/και ο κίνδυνος βλαβών είναι απαγορευτικός, είναι προτιμότερη η στρατηγική της προληπτικής συντήρησης (Maintenance 2.0). Αυτή η στρατηγική αναπτύχθηκε κατά την 2η Βιομηχανική επανάσταση και βασίζεται σε προγραμματισμένες ενέργειες για την αποτροπή αστοχιών. Αυτή η προσέγγιση επιφέρει μικρότερη πιθανότητα βλαβών και μεγαλύτερη διαθεσιμότητα του συστήματος και είναι ευφύεστερη της απλής διορθωτικής συντήρησης. Φυσικά η μέθοδος αυτή ενέχει και κάποια κόστη λόγω συνήθων αντικαταστάσεων.

Η συντήρηση βάσει συνθήκης θεωρείται η πρώτη στρατηγική που περιλαμβάνεται στο επόμενο επίπεδο (Maintenance 3.0). Ως γνώμονα της έχει την κατάσταση του εξοπλισμού / συστήματος και δεν εκτελείται βάσει συγκεκριμένου χρονοδιαγράμματος. Δίνει την δυνατότητα εκτέλεσης της ενέργειας συντήρησης λίγο πριν συμβεί η βλάβη, και επομένως υπερτερεί των προηγούμενων στρατηγικών διότι χαρακτηρίζεται μεν ως προγνωστική αλλά και για την παρακολούθηση / επίβλεψη της φθοράς.

Η προβλεπτική συντήρηση (predictive maintenance – PdM) αποτελεί τη σύγχρονη μορφή που σχετίζεται με την 4η Βιομηχανική Επανάσταση (Industry 4.0), αξιοποιώντας τεχνητή νοημοσύνη, IoT και ανάλυση μεγάλων δεδομένων. Αυτή η προσέγγιση ελαχιστοποιεί τον χρόνο εκτός λειτουργίας και αυξάνει τον δείκτη OEE (Overall Equipment Effectiveness) ([1],[2]).

Η συντήρηση βάσει αξιοπιστίας (RCM) διαχειρίζεται τη στρατηγική βλάβης για κάθε σύστημα βασιζόμενη στα εγγενή χαρακτηριστικά της αξιοπιστίας και της λειτουργίας του. Είναι το επόμενο βήμα στην πρόοδο ξεπερνώντας την προβλεπτική συντήρηση, και

χρησιμοποιεί παρόμοιες τεχνολογίες με βάση τη συλλογή δεδομένων από αισθητήρες για να μειώσει τον χρόνο εκτός λειτουργίας και να μεγιστοποιήσει την παραγωγικότητα.

Η συντήρηση εξελίχθηκε από ένα παθητικό και αντιδραστικό εργαλείο σε μια στρατηγική λειτουργία προστιθέμενης αξίας. Η εφαρμογή της συντήρησης βάσει αξιοπιστίας (RCM) και η ολική παραγωγική συντήρηση (TPM) αντικατοπτρίζουν αυτήν τη μετάβαση προς πιο ολοκληρωμένα και προληπτικά μοντέλα [1].

1.3. Συντήρηση στη βιομηχανία

Η βαρύτητα της συντήρησης απαντάται στα αξιοσημείωτα ποσοστά κόστους της συντήρησης σε διάφορα είδη βιομηχανικών εγκαταστάσεων, ακόμα και των πιο σύγχρονων.

Όσον αφορά τα αιολικά πάρκα, συλλογή στοιχείων από τις ΗΠΑ [3] δείχνει ότι για χερσαία αιολικά πάρκα, το κόστος της ενέργειας που παρήγαγαν οφειλόταν κατά 32% στο κόστος λειτουργίας και συντήρησης (Operations & Maintenance ή O&M) της μονάδας. Για τα υπεράκτια αιολικά πάρκα σταθερής βάσης, μόνο το κόστος συντήρησης της μονάδας επηρεάζει κατά 24.1% την τιμή της παραγόμενης μεγαβατώρας, ενώ το ίδιο νούμερο στις πλωτές μονάδες έφτανε το 19.8%.

Ένα διαφορετικό άρθρο [4] χρησιμοποίησε ιστορικά δεδομένα για την πρόοδο των συνολικών λειτουργικών εξόδων (OpEx) των χερσαίων μονάδων που δείχνουν μείωσή τους κατά 9% για κάθε διπλασιασμό της παγκόσμιας αιολικής δυναμικότητας, για να προβλέψει περαιτέρω μείωση έως 8 \$/kW-έτος από το 2018 έως το 2040. Τα αποτελέσματα αυτά υποδηλώνουν ότι η μείωση των λειτουργικών εξόδων θα συνεισφέρει κατά 10% στη συνολική προβλεπόμενη μείωση της ενέργειας που παράγουν οι χερσαίες αιολικές μονάδες. Αυτές οι εκτιμήσεις υποτιμούν τη σημασία των λειτουργικών εξόδων καθώς οι λειτουργικές πρόοδοι επηρεάζουν μεν άμεσα τα κόστη λειτουργίας και συντήρησης, αλλά έμμεσα και την αξιοπιστία των εξαρτημάτων, την επίδοση και την διαθεσιμότητα των εγκαταστάσεων – και επομένως επαυξάνουν την ετήσια παραγωγή ενέργειας.

Παράλληλα, το κόστος λειτουργίας και συντήρησης (O&M) στα βιομηχανικά φωτοβολταϊκά αντιπροσωπεύουν το μεγαλύτερο μέρος των συνολικών εξόδων λειτουργίας (OpEx) και την πρωταρχική πηγή μείωσής τους την περασμένη δεκαετία. Το κόστος αυτό κυμαίνεται στα 5-8 \$/kW-έτος.

Το κόστος συντήρησης και η διαθεσιμότητα των μηχανημάτων είναι δύο από τους σημαντικότερους παράγοντες όταν πρόκειται για την λειτουργία αεριοστρόβιλων βαρέως τύπου. Ως εκ τούτου, πρέπει να συσταθεί ένα καλά μελετημένο πρόγραμμα συντήρησης που μειώνει το κόστος του ιδιοκτήτη ενώ αυξάνει τη διαθεσιμότητα του εξοπλισμού. Το μέγεθος της παγκόσμιας αγοράς υπηρεσιών αεριοστρόβιλων αποτιμήθηκε σε 33.9 δισεκατομμύρια δολάρια ΗΠΑ το 2022 και προβλέπεται να αυξηθεί με σύνθετο ετήσιο ρυθμό ανάπτυξης (CAGR) 8.7% από το 2023 έως το 2030 [5]. Η προμήθεια ανταλλακτικών αναδείχθηκε ως το μεγαλύτερο τμήμα τύπου υπηρεσιών, το οποίο αντιπροσώπευε περισσότερο από 64.0% του μεριδίου των παγκόσμιων εσόδων το 2022. Η συντήρηση και επισκευή αναδείχθηκαν ως το

δεύτερο μεγαλύτερο τμήμα και η αύξηση της ευαισθητοποίησης σχετικά με τα οφέλη της περιοδικής συντήρησης και ανάπτυξης τεχνολογιών συλλογής δεδομένων θα βοηθήσει στην ανάπτυξη αυτού του τμήματος.

1.4. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Το πρόβλημα που θα μελετηθεί σε αυτή την εργασία αποτελεί, στην γενικότερη μορφή του, ένα πρόβλημα προληπτικής συντήρησης ενός συστήματος με δύο τύπους βλαβών, όπως υπάρχουν πολλά στη βιβλιογραφία.

Οι Wang και Pham [6] εξετάζουν ένα σενάριο όπου απαντώνται τα παρακάτω χαρακτηριστικά: ατελή προληπτική συντήρηση, αλληλεξαρτώμενους τύπους βλαβών (οι οποίοι είναι μια διαδικασία υποβάθμισης και μία διαδικασία τυχαίων σοκ) και βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων. Το επίπεδο υποβάθμισης εξαρτάται και από τα τυχαία σοκ, όταν αυτά δεν είναι καταστροφικά. Ο τρόπος με τον οποίο μεταφράζεται στο άρθρο η ατελής συντήρηση είναι η χρήση ενός παράγοντα βελτίωσης με βάση τον οποίο διαμορφώνεται το κρίσιμο επίπεδο φθοράς μέσω μιας διαδικασίας ανανέωσης (quasi – renewal process). Επίσης θεωρούν τις βλάβες κρυφές και παρατηρήσιμες μόνο κατά την προληπτική συντήρηση. Το πρόβλημα στοχεύει στην μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας και την ελαχιστοποίηση του κόστους αλλά ερευνά επιπλέον και ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης.

Οι Fan et al. [7] ασχολήθηκαν με τον συνδυασμό των εξής τριών χαρακτηριστικών, τα δυο εκ των οποίων μοιράζεται με το προηγούμενο άρθρο: την ατελή συντήρηση, τους αλληλεξαρτώμενους τύπους βλαβών και, αυτή τη φορά, την συντήρηση με βάση την πραγματική κάθε στιγμή κατάσταση του συστήματος. Το πρόβλημα που πραγματεύεται αυτό το άρθρο έχει περιορισμούς πόρων. Η πολιτική συντήρησης που προτείνουν οι συγγραφείς χαρακτηρίζεται ως συνεργατική προβλεπτική συντήρηση, δηλαδή δεν υπάρχουν προνομιακές βλάβες για την ανάθεση των πόρων, αλλά αυτή κρίνεται από την ελαχιστοποίηση του μακροπρόθεσμου κόστους.

Μία άλλη εργασία, αυτή των Wang et al. [8] θεωρεί, σε σύστημα με δύο τύπους βλαβών, τους χρόνους λειτουργίας ως μία φθίνουσα γεωμετρική διαδικασία (geometric process), για να μοντελοποιήσει τις ατελής επισκευές. Εδώ οι δύο τύποι βλαβών είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους.

Όταν πρόκειται για συστήματα με συνθήκες πολλαπλών τύπων για την συντήρηση, γίνεται συνήθως μια κλασική υπόθεση του «όποιο συμβεί πρώτο». Το σύστημα στην εργασία των Sheu et al. [9] έχει τρεις συνθήκες (βλάβη τύπου I, N βλάβες τύπου II, ηλικία εργασίας του συστήματος T) για την αντικατάσταση και χρησιμοποιεί ακριβώς αυτή τη φιλοσοφία. Η πιθανότητα να συμβεί οποιαδήποτε βλάβη εξαρτάται μόνο από τον αριθμό βλαβών έως την εκάστοτε στιγμή.

Σχεδόν η ίδια ομάδα συγγραφέων λίγα χρόνια μετά ξαναγυρνάει στο ίδιο πρόβλημα και υπερβαίνει τη φιλοσοφία «όποιο συμβεί πρώτο». Στην εργασία Sheu et al. [10] το σύστημα είναι παρόμοιο αφού έχουμε τους ίδιους τύπους βλαβών. Εξετάζονται όμως τρεις διαφορετικές πολιτικές προληπτικής συντήρησης. Οι τρεις αυτές πολιτικές διαφέρουν μεταξύ τους στο ποιες συνθήκες και πόσες θα πληρούνται ώστε να γίνει η αντικατάσταση.

Στο ίδιο μοτίβο συντήρησης βάσει συνθηκών, στο άρθρο Chang et al. [11] συναντάται το κλασικό μοντέλο με δυο τύπους βλαβών, και με εργασίες τις οποίες το σύστημα φέρνει εις πέρας. Αυτή τη φορά όμως υπάρχουν καθυστερήσεις στην παράδοση των ανταλλακτικών για την αντικατάσταση του συστήματος.

1.5. Κίνητρο της εργασίας

Η δουλειά μας επάνω σε αυτό το άρθρο ξεκίνησε με την μελέτη της εργασίας των Wang & Pham [6]. Αφού εκμαιεύσαμε τον κώδικα του άρθρου στην γλώσσα του προγράμματος MATLAB, σκοπός ήταν η ανάλυση ευαισθησίας κάποιων μεταβλητών του μοντέλου, ειδικότερα η μελέτη της επιρροής του ρυθμού τυχαίων σοκ σε αυτό. Στην πορεία διαπιστώθηκαν στο εν προκειμένω άρθρο μερικές ασάφειες, ανακρίβειες, και μαθηματικά σφάλματα. Δοκιμάσαμε λοιπόν να διορθώσουμε το μαθηματικό μοντέλο, με νέο στόχο να αντλήσουμε σωστά πλέον αποτελέσματα.

Στο 2ο κεφάλαιο θα μιλήσουμε για τις βασικές έννοιες που αφορούν τα προβλήματα αυτού του είδους για να δημιουργήσουμε την βάση για την κατανόηση τους στη συνέχεια όταν θα τις αναφέρουμε. Στο 3ο θα κάνουμε εκτενή παρουσίαση του διορθωμένου μαθηματικού μοντέλου, με σκοπό να δημιουργήσουμε τις συναρτήσεις που θα μας δώσουν αργότερα τα αριθμητικά αποτελέσματα που θέλουμε. Το 4ο κεφάλαιο είναι ένα αριθμητικό παράδειγμα όπου ερευνούμε τρεις περιπτώσεις βελτιστοποίησης του μαθηματικού μοντέλου, κυρίως για να δώσουμε μια καλύτερη εικόνα των δυναμικών που εμφανίζονται και του τρόπου που δουλεύει το σύστημα εντός του κάθε προβλήματος βελτιστοποίησης. Τέλος,

στο κεφάλαιο 5 θα ασχοληθούμε με την ανάλυση ευαισθησίας δυο καίριων παραμέτρων του προβλήματος για δύο ξεχωριστές συναρτήσεις ρυθμού τυχαίων σοκ και έπειτα θα σχολιάσουμε τα ευρήματα.

2.1. Βλάβη & Ρυθμός Βλαβών

Υπάρχει σημαντική σύγχυση γύρω από τον ακριβή ορισμό της έννοιας της βλάβης στο επιστημονικό πεδίο της θεωρίας της αξιοπιστίας. Ο G. W. E. Nieuwhof [12] σε ένα σύντομο σημείωμα επί του θέματος, γράφει πως ένα σύστημα/εξοπλισμός παθαίνει βλάβη, εάν δεν είναι πλέον ικανός να εκτελέσει την προβλεπόμενη λειτουργία του υπό τις καθορισμένες συνθήκες λειτουργίας για τις οποίες έχει σχεδιαστεί, και δίνει έμφαση: 1) στην ικανότητα του συστήματος να λειτουργεί ικανοποιητικά πριν την βλάβη, 2) στο ότι δεν πρέπει να εκτελεί λειτουργία για την οποία δεν είναι προσχεδιασμένο και 3) στο γεγονός ότι πρέπει οι συνθήκες να είναι οι καθορισμένες.

Ο I. M. Κοντολέων [13] περιγράφει το εξής : «Τα διάφορα εξαρτήματα έχουν προκαθορισμένα λειτουργικά χαρακτηριστικά που, ανάλογα με τις διαδικασίες κατασκευής τους, μπορεί να κυμαίνονται μεταξύ ορισμένων ορίων. Η πλήρης ή μερική εκτροπή ορισμένων ή όλων των χαρακτηριστικών τους, από τα προκαθορισμένα όρια, ορίζεται σαν βλάβη του εξαρτήματος», και κάνει μια εκτενή αναφορά της κατηγοριοποίησης των βλαβών.

Μαθηματικά, ο τρόπος με τον οποίο αποτυπώνονται οι βλάβες είναι με τον ορισμό μιας τυχαίας μεταβλητής X που αναπαριστά τον χρόνο στον οποίο θα συμβεί η βλάβη του συστήματος/της μονάδας. Η τυχαία αυτή μεταβλητή ακολουθεί κατανομή με κάποια συνάρτηση πυκνότητα πιθανότητα (pdf) $f(t)$, συνάρτηση αθροιστικής κατανομής (cdf) $F(t)$ και αξιοπιστία, που ορίζεται ως $R(t) = 1 - F(t)$.

Μία από τις σημαντικότερες έννοιες στο επιστημονικό πεδίο αυτό είναι ο ρυθμός βλαβών (failure rate / hazard rate). Ορίζεται μαθηματικά ως:

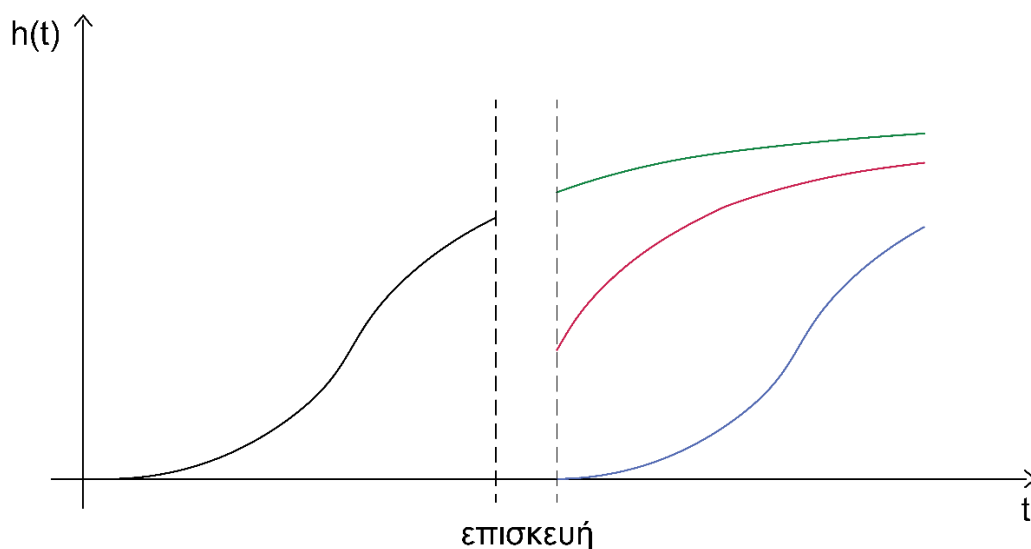
$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Ο ρυθμός βλαβών αναφέρεται στον ρυθμό «θανάτου» για ένα σύστημα μιας δεδομένης ηλικίας t . Με άλλα λόγια, είναι η πιθανότητα εφόσον αυτό επιβιώσει μέχρι κάποια στιγμή, να επιβιώσει και την αμέσως επόμενη. Το μέγεθος αυτό «μετράει» την τάση ενός συστήματος να πάθει βλάβη σε σχέση με την ηλικία του (τον χρόνο λειτουργίας του). Σε ένα μεγάλο κομμάτι της βιβλιογραφίας χρησιμοποιείται ως μία ένδειξη για το πόσο έχει χαλάσει,

πόση φθορά έχει υποστεί ένα σύστημα σε κάποιο βάθος χρόνου από την αρχή της λειτουργίας του. Παίζει σπουδαίο ρόλο καθώς βοηθάει τους μηχανικούς να κατανοήσουν πως η αξιοπιστία αλλάζει με τον χρόνο. Σημαντική πληροφορία για την συνάρτηση αυτή είναι η μονοτονία της (IFR – increasing failure rate ή DFR – decreasing failure rate), από την οποία μπορούμε να συνάγουμε χρήσιμα μαθηματικά αποτελέσματα.

2.2. Η έννοια της επισκευής

Ορίζεται ως επισκευή οποιαδήποτε πράξη επαναφέρει ένα υπό βλάβη σύστημα σε κάποια λειτουργική κατάσταση. Το είδος της επισκευής έχει να κάνει με το επίπεδο βελτίωσης της μονάδας μετά την επισκευή. Έτσι διαχωρίζονται σε τέλεια επισκευή, ατελή επισκευή, ελάχιστη επισκευή,. Καθώς το αντικείμενο του άρθρου έχει να κάνει συγκεκριμένα με την ατελή επισκευή, θα γίνει μονάχα μια σύντομη αναφορά στα άλλα είδη.



Σχήμα 1: Τέλεια, ατελής και ελάχιστη επισκευή

2.2.1. Τέλεια & ελάχιστη επισκευή

Η τέλεια επισκευή συμπίπτει στην θεωρία με την έννοια της αντικατάστασης. Όταν η επισκευή είναι τέλεια, η μονάδα που ήταν σε βλάβη επανέρχεται στην βέλτιστη δυνατή κατάσταση, δηλαδή στην κατάσταση που βρισκόταν με το που ξεκίνησε να λειτουργεί εξ αρχής (as good as new – «σαν καινούργιο»). Μαθηματικά, η μονάδα μετά την επισκευή έχει τον ρυθμό βλαβών που θα είχε μια καινούρια μονάδα.

Η ελάχιστη επισκευή είναι η επιδιόρθωση μιας μονάδας ακριβώς τόσο ώστε να έχει την δυνατότητα να συνεχίσει να λειτουργεί, χωρίς να βελτιώνει την γενικότερη κατάσταση της. Αυτού του είδους η επισκευή δεν μειώνει την πιθανότητα του για μελλοντική βλάβη, αλλά επαναφέρει την μονάδα στην κατάσταση που ήταν αμέσως πριν την βλάβη (as bad as old). Αυτός ο τύπος επισκευής είναι συνηθισμένος σε πρακτικά σενάρια όπου απαιτούνται γρήγορες επιδιορθώσεις, όπως η επιδιόρθωση ενός σφάλματος λογισμικού ή η αντικατάσταση ενός φθαρμένου εξαρτήματος χωρίς επισκευή ολόκληρου του συστήματος (overhaul). Το πρώτο και βασικό μοντέλο αναπτύχθηκε από τους R. Barlow και L. Hunter [14]. Στην ουσία θεωρείται πως ο ρυθμός βλαβών μετά την επισκευή παραμένει ίδιος με πριν την επισκευή. Σε άλλο άρθρο, οι Aven & Jensen [15] υποστηρίζουν πως ένας γενικός ορισμός της έννοιας της ελάχιστης επισκευής πρέπει να περιλαμβάνει το επίπεδο πληροφορίας που έχουμε για το σύστημα. Μία επίσης καλή συλλογή της βιβλιογραφίας όσον αφορά την έννοια της ελάχιστης επισκευής αλλά και επέκταση των μοντέλων που αναπτύχθηκαν από το βασικό κάνει επίσης ο Aven.

2.2.2 Ατελής Επισκευή

Η ατελής επισκευή είναι μια βασική έννοια στη θεωρία αξιοπιστίας που αντιπροσωπεύει μια ενέργεια επισκευής που επαναφέρει ένα υπό βλάβη σύστημα ή εξάρτημα σε μια κατάσταση που είναι καλύτερη απ' ότι λίγο πριν την βλάβη, αλλά όχι τόσο καλή όσο ένα καινούριο σύστημα/εξάρτημα. Σε σχέση με την τέλεια επισκευή που ανανεώνει πλήρως και την ελάχιστη επισκευή που απλώς αποκαθιστά την λειτουργικότητα χωρίς να βελτιώνει την κατάσταση, η ατελής επισκευή βρίσκεται κάπου στο ενδιάμεσο (Σχήμα 1). Αντικατοπτρίζει καλύτερα τις πραγματικές πρακτικές συντήρησης αφού σε πολλές βιομηχανίες θεωρείται το πιο ρεαλιστικό μοντέλο συντήρησης, και οδηγεί σε πιο ακριβή ανάλυση της αξιοπιστίας και καλύτερη λήψη αποφάσεων.

Κορυφαία βιβλιογραφική έρευνα όσον στην έννοια και τα μοντέλα της ατελούς επισκευής αποτελεί αυτή των Pham & Wang [17]. Το άρθρο αυτό αναλύει τα 7 (+1) μοντέλα αντιμετώπισης της ατελούς επισκευής και επιπλέον κατηγοριοποιεί την (τότε) υπάρχουσα βιβλιογραφία επάνω στο θέμα της ατελούς επισκευής για διάφορες πολιτικές συντήρησης. Τα μοντέλα αυτά είναι:

1. (p, q) rule
2. $(p(t), q(t))$ rule
3. Improvement Factor
4. Virtual Age
5. Shock Model
6. (α, β) rule
7. Multiple (p, q) rule
8. Other

Τα πιο συνήθη μοντέλα, με κριτήριο τον αριθμό άρθρων στην βιβλιογραφία, φαίνεται να είναι τα : 1) (p, q) rule και 2) $(p(t), q(t))$ rule. Εμβληματικό παράδειγμα είναι η εργασία των Proschan & Brown [18], όπου ένα υπό βλάβη αντικείμενο επιστρέφει με πιθανότητα p στην «τέλεια» κατάσταση (τέλεια επισκευή), και με πιθανότητα $q = 1 - p$ επιστρέφει σε κατάσταση λειτουργίας, αλλά αυτή είναι όσο καλή όσο ήταν αμέσως πριν την βλάβη (ελάχιστη επισκευή).

Σημαντικό για την εργασία είναι επίσης να αναφέρουμε το (α, β) rule. Οι εμπνευστές αυτής της μεθόδου, Wang & Pham, σε τέσσερα άρθρα τους ([19],[20],[21],[22]) χρησιμοποιούν δύο κύριες παραμέτρους για να μοντελοποιήσουν την ατελή επισκευή. Η μία το πόσο πέφτει η διάρκεια ζωής του συστήματος με κάθε επισκευή και η άλλη το πόσο μειώνεται, κάθε φορά που γίνεται επισκευή, το διάστημα μεταξύ επισκευών.

2.3. Πολλαπλοί Τύποι Βλαβών και Εξάρτηση

Υπάρχουν ποικίλοι τρόποι με τους οποίους τα συστήματα παθαίνουν βλάβη, οι οποίοι εξαρτώνται από τα λειτουργικά χαρακτηριστικά των συστημάτων αυτών. Για παράδειγμα ένα ηλεκτρονικό εξάρτημα μπορεί να πάθει βλάβη ανοιχτού αλλά και κλειστού κυκλώματος, ή ένα μηχανικό σύστημα μπορεί να πάθει βλάβη λόγω φθοράς κάποιου ρουλεμάν αλλά και λόγω παραμόρφωσης κάποιου εξαρτήματος. Φυσικά, πιο περίπλοκα συστήματα έχουν και περισσότερους τρόπους βλαβών.

Το αυξανόμενο ενδιαφέρον για την ανάπτυξη και λειτουργία σύνθετων μηχανικών συστημάτων έχει οδηγήσει σε μεγαλύτερη εστίαση στον τρόπο με τον οποίο αλληλεπιδρούν και αλληλοεξαρτώνται οι τρόποι βλάβης. Η έννοια της εξάρτησης των τρόπων βλάβης αναφέρεται στην κατάσταση κατά την οποία οι διαφορετικοί τρόποι βλάβης ενός συστήματος ή μεταξύ επιμέρους υποσυστημάτων δεν είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους, αλλά παρουσιάζουν

στατιστική ή λειτουργική συσχέτιση. Αντίθετα με την παραδοχή της ανεξαρτησίας – που χρησιμοποιείται συχνά για την απλοποίηση των υπολογισμών αξιοπιστίας – η ύπαρξη εξάρτησης σημαίνει ότι η εμφάνιση ή η πιθανότητα ενός τρόπου βλάβης μπορεί να επηρεάσει άμεσα ή έμμεσα την πιθανότητα εμφάνισης άλλων βλαβών. Ο τρόπος με τον οποίο μοντελοποιείται η εξάρτηση των βλαβών στη βιβλιογραφία όλο και πιο συχνά είναι με την χρήση των copulas, οι οποίες είναι συναρτήσεις από κοινού αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής, των οποίων οι οριακές συναρτήσεις κατανομής είναι ομοιόμορφες στο διάστημα $[0,1]$. Οι Wang και Pham [23] ασχολήθηκαν με αυτή τη μεθοδολογία, συγκεκριμένα σε ένα σύστημα με πολλαπλές εξαρτημένες διαδικασίες φθοράς αλλά και τυχαία σοκ. Αξιοσημείωτο παράδειγμα αποτελεί και το άρθρο των Zhang et al. [24], όπου το πρόβλημα των αλληλεξαρτημένων τρόπων βλάβης αναλύεται σε ένα σύστημα πολλαπλών εξαρτημάτων, με σκοπό την λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης του κόστους, και περιλαμβάνει και την πιο ρεαλιστική μελέτη της περίπτωσης ενός μηχανισμού βίδας σφαιριδίου. Η χρήση των copulas έχει υπάρξει όμως και αντικείμενο κριτικής, όπως στο άρθρο του Thomas Mikosch [25], ο οποίος ισχυρίζεται πως παρ' όλη την δημοτικότητα των copulas, δεν υπάρχουν σαφείς ενδείξεις πως τα αποτελέσματα που δίνει αυτή η μέθοδος είναι ικανοποιητικά.

Κεφάλαιο 3. ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΥΟ ΤΥΠΩΝ ΒΛΑΒΩΝ ΜΕ ΑΤΕΛΗ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ

3.1. Εισαγωγή

Η εργασία αυτή όπως αναφέρθηκε είναι βασισμένη στο άρθρο των Yaping Wang και Hoang Pham [6]. Το άρθρο αυτό επιλέχθηκε γιατί παρέχει μία αρκούντως γενικευμένη αλλά και λεπτομερή περίπτωση ενός συστήματος με δύο τύπους βλαβών. Η περίπτωση αυτή απαντάται σε πολλά πραγματικά συστήματα στην βιομηχανία. Οι ανεμογεννήτριες, για παράδειγμα, υποβάλλονται σε φυσιολογική φθορά των γραναζιών και των εδράνων τους λόγω χρήσης αλλά παράλληλα υφίστανται τυχαία σοκ, όπως κεραυνούς, που επηρεάζουν πολύ την λειτουργία τους και καμιά φορά φτάνουν μέχρι και να την αναστείλουν. Τα κινητά τηλέφωνα φθείρονται λόγω της φυσιολογικής χρήσης (μειώνεται η διάρκεια της μπαταρίας, φθορά κουμπιών) αλλά συχνά, με τυχαίο τρόπο, μπορεί να υποστούν μεγάλη φθορά λόγω πτώσης τους ή επαφής τους με υγρά. Παρακάτω θα παραθέσουμε το μαθηματικό μοντέλο προς συμπλήρωση και διόρθωση αυτού των δύο συγγραφέων.

3.2. Περιγραφή του μοντέλου / παραδοχές

Η εργασία πραγματεύεται ένα σύστημα που φθείρεται με τον χρόνο αλλά υπόκειται και σε μια διαδικασία τυχαίων σοκ. Οι επισκευές που γίνονται είναι ατελής, φέρνουν το σύστημα δηλαδή σε μία κατάσταση καλύτερη από αυτήν που ήταν πριν την επισκευή, αλλά χειρότερη από αυτήν στην οποία βρισκόταν στην αρχή της λειτουργίας του.

Σκοπός είναι η παρουσίαση ενός μαθηματικού μοντέλου για την ελαχιστοποίηση του κόστους και την μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας. Οι μεταβλητές απόφασης του προβλήματος είναι:

- 1) Ο αριθμός προγραμματισμένων συντηρήσεων πριν την αντικατάσταση, N
- 2) Το χρονικό διάστημα μεταξύ αυτών των συντηρήσεων, T , που όπως θα δούμε ορίζεται από το πρώτο τέτοιο διάστημα, T_1 .

Οι παραδοχές του συστήματος είναι οι παρακάτω:

- Έχουμε δύο ανταγωνιστικούς κινδύνους, την φθορά υποβάθμισης και τα τυχαία σοκ. Τα σοκ διαχωρίζονται σε θανάσιμα σοκ που προκαλούν την βλάβη του συστήματος άμεσα και σε μη θανάσιμα σοκ, τα οποία αυξάνουν το επίπεδο φθοράς υποβάθμισης του συστήματος. Επομένως η φθορά υποβάθμισης εξαρτάται από τα τυχαία σοκ.
- Ένας βελτιωτικός παράγοντας χρησιμοποιείται για να μεταφραστεί μαθηματικά η ατελής επισκευή ο οποίος μεταθέτει το κρίσιμο όριο βλάβης του συστήματος μέσω μιας διαδικασίας παρόμοιας με μια διαδικασία ανανέωσης (quasi-renewal process).
- Οι βλάβες του συστήματος είναι κρυφές και διαπιστώνονται μόνο κατά τις προγραμματισμένες συντηρήσεις.
- Το κόστος που σχετίζεται με την προγραμματισμένη συντήρηση ποικίλλει ανάλογα με το εάν προηγήθηκε βλάβη λόγω φθοράς, τυχαίου σοκ ή αν δεν προηγήθηκε βλάβη.

3.3. Μαθηματική αποτύπωση

I. Περιγραφή του συστήματος και αρχική συνάρτηση αξιοπιστίας

Για τους συγγραφείς του άρθρου ο ρυθμός με τον οποίο συμβαίνουν τα σοκ είναι λογικό να θεωρηθεί πως ακολουθεί μια μη ομοιογενή διαδικασία Poisson με αυξανόμενο ρυθμό εμφάνισης γεγονότων $u(t)$. Δηλαδή, όσο το σύστημα γίνεται γηραιότερο, τόσο πιο πιθανό είναι να συμβεί ένα τυχαίο σοκ. Όπως θα εξηγηθεί αργότερα, αυτό δεν αποτελεί κανόνα σε τέτοια συστήματα. Παράλληλα, η φόρτιση των σοκ, w , όταν αυτά δεν είναι θανάσιμα, αποτελεί τυχαία μεταβλητή επίσης, με κατανομή εκθετική και μέσο λ . Η πιθανότητα να είναι ένα σοκ θανάσιμο είναι $p(t)$ και προφανώς $q(t) = 1 - p(t)$ η πιθανότητα ένα σοκ να αυξήσει απλά το επίπεδο φθοράς (μη θανάσιμο σοκ).

Οι βλάβες είναι αλληλεξαρτημένες και το επίπεδο φθοράς του συστήματος προκύπτει ως εξής:

$$T_v = k + \delta t + \sum_{i=1}^{N(t)} w_i$$

Όπου: $N(t)$ είναι ο αριθμός των τυχαίων σοκ έως τη στιγμή t , k είναι το αρχικό επίπεδο φθοράς τη στιγμή μηδέν και δ είναι ο ρυθμός φθοράς με τον χρόνο.

Προκαλείται βλάβη στο σύστημα όταν το επίπεδο αυτό φθοράς ξεπεράσει το κρίσιμο όριο φθοράς S_i , το οποίο ορίζεται ως εκθετική τυχαία μεταβλητή με μέσο μ .

Το μοντέλο που έχουμε παρουσιάσει ως εδώ ταιριάζει ακριβώς με το μοντέλο των Cha & Finkelstein [26]. Επομένως, όπως ορθά γράφουν οι συγγραφείς σε αυτή την εργασία, η πιθανότητα επιβίωσης του συστήματος δίνεται ως:

$$P(T_s > t \mid N(s), 0 \leq s \leq t; w_1, w_2, \dots, w_{N(t)}; S) \\ = \prod_{i=0}^{N(t)} q(T_i) I(T_v \leq S)$$

όπου, $I(A)$ η συνάρτηση δείκτης του γεγονότος A .

Προκύπτει από:

$$R(t) = \exp \left\{ -\mu(k + \delta t) - \int_0^t u(x) dx + M_w(-\mu) \int_0^t q(x) u(x) dx \right\}$$

και

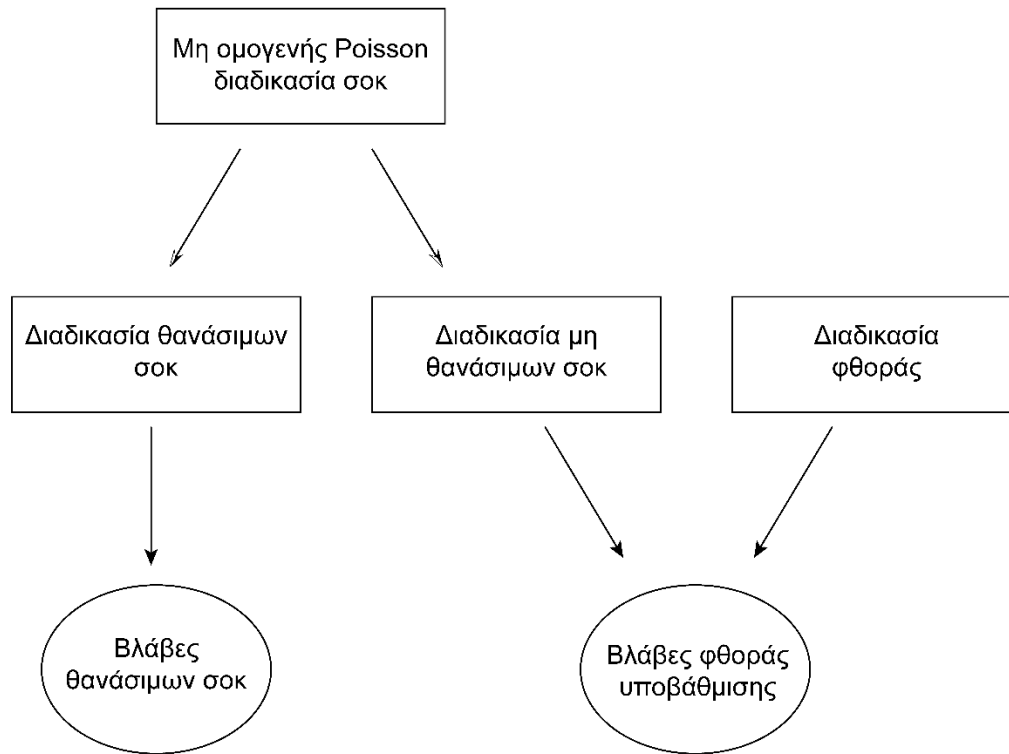
$$h(t) = - \frac{d \ln R(t)}{dx} \\ \Rightarrow h(t) = \mu\delta + u(t) - M_w(-\mu)q(t)u(t)$$

όπου M_w είναι η ροπογεννήτρια συνάρτηση της τυχαίας μεταβλητής w

Παραπάνω έχουν αναφερθεί οι δυο τρόποι βλάβης του συστήματος, αυτοί είναι:

1. Βλάβη λόγω υπέρβασης του κρίσιμου ορίου φθοράς του συστήματος
2. Βλάβη λόγω θανάσιμου σοκ

Είναι υψίστης σημασίας η παρατήρηση πως, μπορεί το επίπεδο φθοράς του συστήματος, T_v , να εξαρτάται από τα μη θανάσιμα σοκ, αλλά μπορούμε να θεωρήσουμε τα θανάσιμα και τα μη θανάσιμα σοκ ως *δυο διαφορετικές* μη ομοιογενείς διαδικασίες Poisson, και επομένως να καταλήξουμε στο συμπέρασμα πως οι δύο τρόποι βλάβης είναι τελικά ανεξάρτητοι.



Σχήμα 2: Διαδικασίες και τρόποι βλάβης του συστήματος

Άρα ο ρυθμός βλαβών του συστήματος δίνεται ως

$$h(t) = h_s(t) + h_d(t) \quad (1)$$

όπου $h_d(t)$, $h_s(t)$ ο ρυθμός βλαβών του συστήματος για τον πρώτο και τον δεύτερο τρόπο βλαβών αντίστοιχα.

Όσον αφορά τον δεύτερο τρόπο βλαβών, τις βλάβες λόγω θανάσιμων σοκ, αυτός μπορεί εύκολα να αποκτηθεί ως ο ρυθμός με τον οποίο έρχονται όλα τα σοκ, αφαιρώντας τα μη θανάσιμα, δηλαδή

$$h_s(t) = u(t) - u(t)q(t) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} R_s(t) &= \exp \left[- \int_0^t h_s(x) dx \right] \\ &= \exp \left[- \int_0^t u(x) dx + \int_0^t u(x) q(x) dx \right] \\ &= \exp \left[- \int_0^t u(x) p(x) dx \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$F_s(t) = 1 - R_s(t)$$

$$= 1 - \exp \left[- \int_0^t u(x) dx + \int_0^t u(x) q(x) dx \right] \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε και τον άλλο ρυθμό βλαβών και ομοίως την συνάρτηση αξιοπιστίας

$$\begin{aligned} h_d(t) &= h(t) - h_s(t) \\ &= \mu\delta + u(t)q(t) - M_w(-\mu)u(t)q(t) \\ R_d(t) &= \exp \left[- \int_0^t h_d(x) dx \right] \\ &= \exp \left[-\mu(k + \delta t) - \int_0^t u(x)q(x) dx + M_w(-\mu) \int_0^t u(x)q(x) dx \right] \end{aligned} \quad (5)$$

II. Παράγοντας α , παράμετρος β και τελική συνάρτηση αξιοπιστίας

Εφόσον οι βλάβες αυξάνονται με τον χρόνο, απαιτούνται πιο συχνές συντηρήσεις του συστήματος όσο περνάει ο χρόνος. Αυτή η συμπεριφορά μοντελοποιείται στο αναφερόμενο άρθρο με την παράμετρο $\beta < 1$. Το διάστημα δηλαδή μεταξύ διαδοχικών προγραμματισμένων συντηρήσεων διαμορφώνεται για κάθε ένα από αυτά τα διάστημα διαφορετικά μέσω μιας ανανεωτικής διαδικασίας με την παράμετρο β ως εξής:

$$T_i = \beta^{i-1} T_1, \text{ για } i = 1, 2, \dots, N$$

Συνεπώς ο αθροιστικός χρόνος των διαστημάτων μεταξύ συντηρήσεων είναι :

$$I_N = \sum_{i=1}^N T_i = \frac{T_1(1 - \beta^N)}{1 - \beta}$$

Όπως είπαμε, το σύστημα παθαίνει βλάβη όταν το επίπεδο φθοράς φτάσει το κρίσιμο όριο S_i και για να μοντελοποιήσουμε την βελτίωση της «υγείας» του συστήματος χρησιμοποιείται ένας βελτιωτικός παράγοντας $\alpha < 1$ που αυξάνει το κρίσιμο όριο φθοράς του συστήματος. Άρα τελικά το όριο αυτό, εξαρτάται από το διάστημα μεταξύ συντηρήσεων στο οποίο βρίσκεται το σύστημα και εκφράζεται ως:

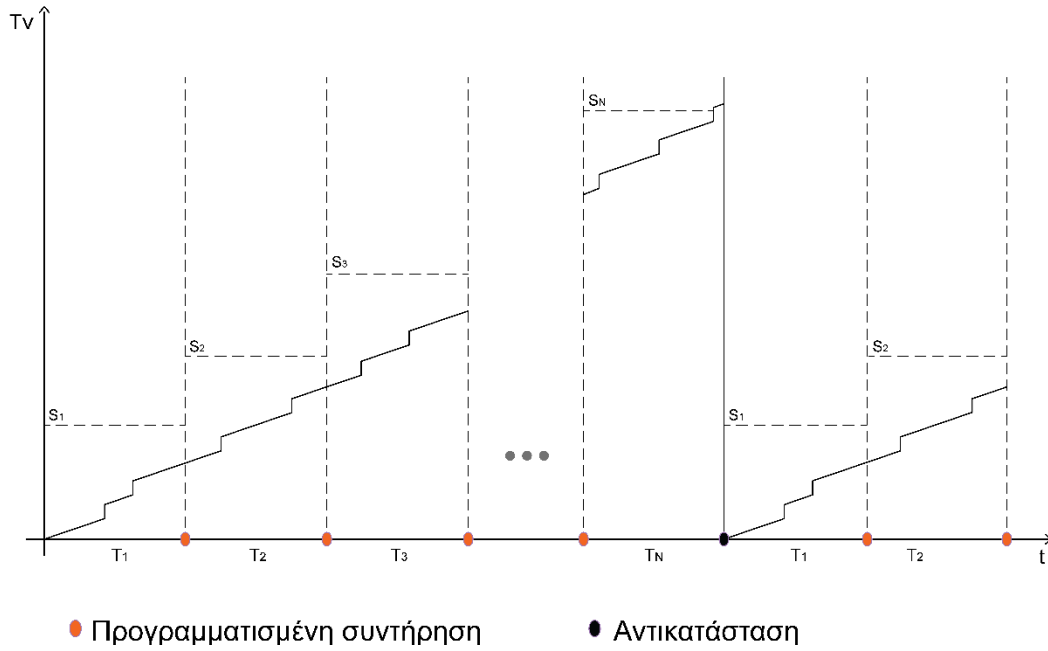
$$S_i(t) = \frac{S}{\alpha^{i-1}} ,$$

για $t \in (I_{i-1}, I_i]$.

Επομένως πλέον θα είναι:

$$S_i(t) \sim \text{Exp}(\mu \alpha^{i-1}) ,$$

για $t \in (I_{i-1}, I_i]$.



Σχήμα 3: Επίπεδο φθοράς υποβάθμισης και κρίσιμο όριο φθοράς

Η πιθανότητα το σύστημα να μην πάθει βλάβη σε χρόνο t , με δεδομένο ότι έχει ολοκληρώσει την $(i-1)$ -οστή προγραμματισμένη συντήρηση, είναι η πιθανότητα να μην έχει ξεπεραστεί το κρίσιμο όριο βλάβης στο διάστημα $(0, t]$ επί την πιθανότητα να μην έχει υπάρξει θανάσιμος σοκ στο διάστημα $(I_{i-1}, t]$, δηλαδή

$$R_i(t) = R_d(t)R_s(t - I_{i-1})$$

$$(3), (4) \Rightarrow$$

$$R_i(t) = \exp[-\mu \alpha^{i-1}(k + \delta t) - \int_0^t u(x)q(x)dx + M_w(-\mu \alpha^{i-1}) \times \int_0^t u(x)q(x)dx] \times \exp[-\int_{I_{i-1}}^t u(x)p(x)dx] \quad (6)$$

III. Εξαγωγή των συναρτήσεων διαθεσιμότητας και κόστους

Στις παρακάτω εξισώσεις, οι συμβολισμοί των παραμέτρων θα είναι ως εξής : T_r η διάρκεια αντικατάστασης, T_p διάρκεια της ατελούς συντήρησης, C_N το κόστος αντικατάστασης, C_m το κόστος νεκρού χρόνου, C_s το κόστος για επισκευή όταν έχει υπάρξει βλάβη λόγω σοκ, C_d το κόστος για επισκευή όταν έχει υπάρξει βλάβη λόγω φθοράς υποβάθμισης, C_w το κόστος συντήρησης όταν δεν έχει υπάρξει βλάβη.

Για κάποιο διάστημα (I_{i-1}, I_i) , ο μέσος χρόνος για τον οποίο το σύστημα θα βρίσκεται σε λειτουργία (ή αλλιώς ο μέσος χρόνος προτού το σύστημα είτε πάθει είτε αντικατασταθεί) δίνεται από τον ολοκλήρωμα

$$\int_{I_{i-1}}^{I_i} R_i(t) dt$$

για $t \in (I_{i-1}, I_i)$,

και άρα για έναν ολόκληρο κύκλο λειτουργίας του συστήματος, η ποσότητα αυτή γίνεται

$$E[UP] = \sum_{i=1}^N \int_{I_{i-1}}^{I_i} R_i(t) dt \quad (7)$$

Η πιθανότητα το σύστημα να μην πάθει βλάβη σε ένα διάστημα (I_{i-1}, I_i) είναι $R_i(I_i)$ και άρα το σύνολο των διαστημάτων κατά τα οποία το σύστημα δεν έπαθε κάποια βλάβη είναι

$$E[N_w] = \sum_{i=1}^{N-1} R_i(I_i) \quad (8)$$

Η πιθανότητα το σύστημα να πάθει βλάβη από θανάσιμο σοκ σε διάστημα (I_{i-1}, I_i) είναι όπως σωστά γράφουν οι συγγραφείς

$$\begin{aligned} & \int_{I_{i-1}}^{I_i} R_d(t) dF_s(t) \\ &= \int_{I_{i-1}}^{I_i} \left\{ \exp \left[-\mu \alpha^{i-1} (k + \delta t) - \int_0^t u(x) q(x) dx + M_w(-\mu \alpha^{i-1}) \int_0^t u(x) q(x) dx \right] \right. \\ & \quad \times [u(t) - u(t)q(t)] \times \exp \left[- \int_{I_{i-1}}^t u(x) dx + \int_{I_{i-1}}^t u(x) q(x) dx \right] \Bigg\} dt \end{aligned}$$

και άρα για έναν ολόκληρο κύκλο λειτουργίας του συστήματος, οι βλάβες από θανάσιμο σοκ θα είναι

$$E[N_s] = \sum_{i=1}^{N-1} \int_{I_{i-1}}^{I_i} \left\{ \exp \left[-\mu \alpha^{i-1} (k + \delta t) - \int_0^t u(x) q(x) dx + M_w(-\mu \alpha^{i-1}) \int_0^t u(x) q(x) dx \right] \right. \\ \left. \times [u(t) - u(t)q(t)] \times \exp \left[- \int_{I_{i-1}}^t u(x) dx + \int_{I_{i-1}}^t u(x) q(x) dx \right] \right\} dt \quad (9)$$

Εάν σε ένα διάστημα συμβεί κάποια βλάβη και δεν είναι βλάβη θανάσιμου σοκ, τότε θα είναι βλάβη λόγω φθοράς, άρα

$$E[N_d] = (N - 1) - E[N_w] - E[N_s]$$

Τέλος, ο χρόνος στον οποίο το σύστημα έχει πάθει βλάβη αλλά αυτή δεν έχει παρατηρηθεί, παρά μόνο μέχρι την αμέσως επόμενη προγραμματισμένη συντήρηση, αποκαλείται νεκρός χρόνος του συστήματος και βρίσκεται ως

$$E[\zeta] = I_N - E[UP]$$

Οι σχέσεις που μας δίνουν την ποσοστιαία διαθεσιμότητα του συστήματος και το κόστος του ανά μονάδα χρόνου, δηλαδή τις δύο ποσότητες που ορίζουν τα δύο προβλήματα βελτιστοποίησης μας, μπορούν πλέον να υπολογιστούν και δίνονται ως

$$A(N, T1) = \frac{E[UP]}{I_N + (N - 1)T_p + T_r} \quad (11)$$

$$C(N, T1) = \frac{C_M E[\zeta] + C_s E[N_s] + C_d E[N_d] + C_w E[N_w] + C_N}{\frac{T_1(1 - \beta^N)}{1 - \beta} + (N - 1)E[T_p] + E[T_r]} \quad (12)$$

Κεφάλαιο 4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

4.1. Εισαγωγή δεδομένων στο μοντέλο

Τα αριθμητικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για το μοντέλο είναι τα παρακάτω:

Το μέγεθος των σοκ ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέσο $\lambda = 5$, το κρίσιμο επίπεδο φθοράς S_i ακολουθεί εκθετική κατανομή με παράμετρο $\mu = 0.01$, βελτιωτικός παράγοντας $\alpha = 0.7$, παράμετρος $\beta = 0.8$. Το αρχικό επίπεδο φθοράς $k = 0$, ο ρυθμός φθοράς $\delta = 1$. Η πιθανότητα ένα σοκ να μην είναι καταστροφικό είναι $q(t) = \exp(-0.004t)$. Διάρκεια αντικατάστασης $T_r = 0.6$, κόστος αντικατάστασης $C_N = 500$, κόστος νεκρού χρόνου $C_m = 300$. Η διάρκεια της ατελούς συντήρησης αλλά και το κόστος αυτής εξαρτώνται από τον βελτιωτικό παράγοντα α όπως ορίζεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\begin{aligned}T_p &= 0.02 + 0.001 \times (1 - \alpha) \times 100 \\C_p &= C_0 + 3 \times (1 - \alpha) \times 100\end{aligned}\quad (13)$$

Όπου: $C_0 = 40$ για συντήρηση όταν δεν έχει υπάρξει βλάβη, $C_0 = 50$ για συντήρηση όταν έχει προηγηθεί βλάβη λόγω φθοράς υποβάθμισης και $C_0 = 60$ όταν έχει προηγηθεί βλάβη λόγω θανάσιμου σοκ.

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, η διαδικασία με την οποία συμβαίνουν τα τυχαία σοκ αποτελεί μη ομογενή διαδικασία Poisson με αυξανόμενο ρυθμό γεγονότων. Η φυσική ερμηνεία αυτού θα μπορούσε να είναι ότι όσο λειτουργεί το σύστημα, τόσο φθείρονται οι μηχανισμοί που αποτρέπουν τα τυχαία σοκ και επομένως η πιθανότητα να συμβεί κάποιο τυχαίο σοκ αυξάνεται. Για αυτή τη διαδικασία θα χρησιμοποιήσουμε την συνάρτηση

$$u(t) = 0.02 t^{0.3}$$

4.2. Αποτελέσματα των 3 περιπτώσεων

Θα μελετήσουμε τρεις περιπτώσεις βελτιστοποίησης. Μία για το πρόβλημα μεγιστοποίησης διαθεσιμότητας, μία για το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κόστους ανά μονάδα χρόνου και μία ακόμα όπου θα κάνουμε πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση για την διαθεσιμότητα και το κόστος, όπου θα βρούμε τα κατά Παρέτο άριστα σημεία του προβλήματος.

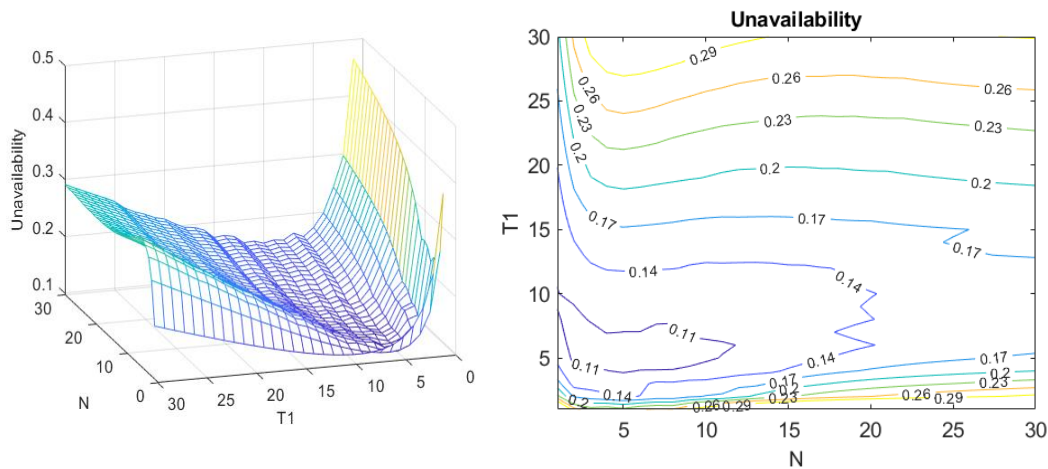
Για τα παρακάτω αποτελέσματα χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση ga του MATLAB που κάνει χρήση γενετικών αλγορίθμων για προβλήματα βελτιστοποίησης. Ορίσαμε ως εύρος τιμών διερεύνησης για τον αλγόριθμο για το ζεύγος μεταβλητών απόφασης (N, T_1) το $[1,30]$ ως πιο ρεαλιστικό από το $[0,100]$ των αρχικών συγγραφέων. Αυτό φαίνεται καλύτερα με ένα παράδειγμα: για $\beta = 0.8$, το διάστημα υπ'αριθμόν 25 είναι

$$T_{25} = 0.8^{24} * T_1 = 0.0047 * T_1$$

Δηλαδή το διάστημα αυτό είναι ήδη περίπου 99.5% μικρότερο από το πρώτο διάστημα. Επομένως ακόμα και αυτό το πιο περιορισμένο εύρος για το N ξεφεύγει από τα όρια ενός πραγματικού συστήματος.

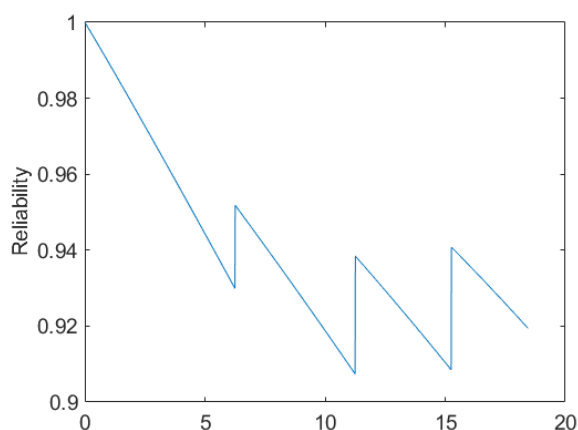
Επίσης, πρέπει να τονίσουμε ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι ευρετικοί αλγόριθμοι, και με περιορισμένη υπολογιστική δυνατότητα είναι φυσιολογικό η ακρίβεια των αποτελεσμάτων να είναι μεν επαρκής αλλά σίγουρα όχι απόλυτη.

- **Περίπτωση 1: Μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας του συστήματος**



Σχήμα 4: Τρισδιάστατα σχέδια της μη-διαθεσιμότητας (mesh, contour)

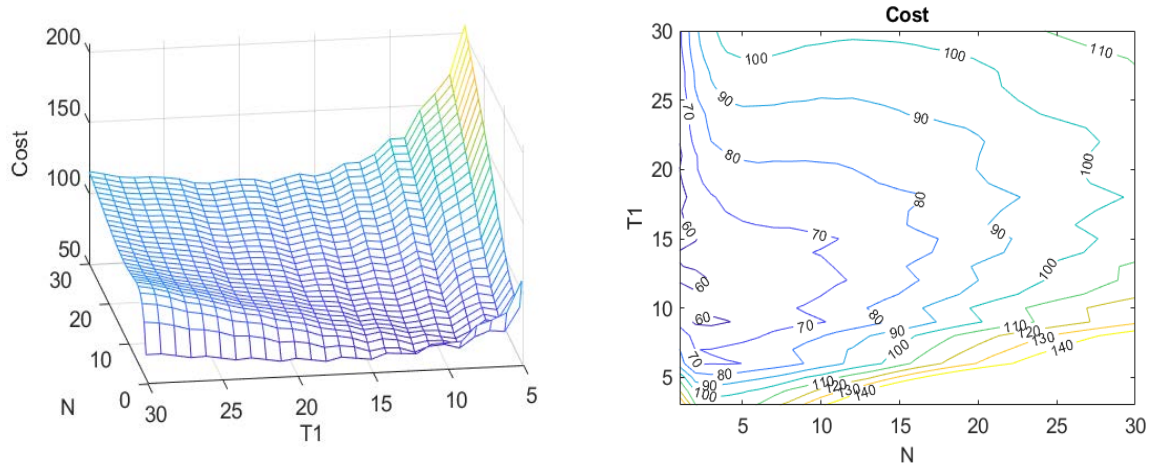
Η συνάρτηση ga χρησιμοποιείται για προβλήματα ελαχιστοποίησης, επομένως στο εξής θα μιλάμε για ελαχιστοποίηση της μη διαθεσιμότητας (unavailability). Η βέλτιστη τιμή για την μη διαθεσιμότητα του συστήματος είναι 0.0985 για τιμές των μεταβλητών απόφασης $(N, T1) = (4, 6.2500)$. Το σύστημα προτιμάει να έχει πιο σύντομα διαστήματα και περισσότερες προγραμματισμένες συντηρήσεις, για να αυξήσει το ωφέλιμο χρόνο λειτουργίας του. Το κόστος που προκύπτει σε αυτό το ζευγάρι τιμών είναι 74.3706, δηλαδή σχετικά υψηλό, λόγω πολλαπλών συντηρήσεων. Ένας κύκλος αντικατάστασης, χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η διάρκεια κάθε ατελούς συντήρησης, διαρκεί 18.45 χρονικές μονάδες.



Σχήμα 5: Συνάρτηση αξιοπιστίας για την βέλτιστη λύση της Περίπτωσης 1

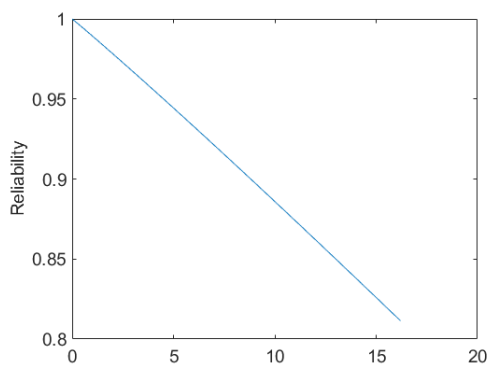
Όσον αφορά την αξιοπιστία, όπως αυτή έχει οριστεί και προκύπτει από την εξίσωση (6), αυτή πέφτει στο πρώτο διάστημα αλλά στα επόμενα λόγω αύξησης του κρίσιμου ορίου φθοράς και με την μείωση της διάρκειας των διαστημάτων κρατιέται σε ένα σταθερό διάστημα, περίπου 0.91-0.94.

- **Περίπτωση 2: Ελαχιστοποίηση του μέσου κόστους ανά μονάδα χρόνου του συστήματος.**



Σχήμα 6: Τρισδιάστατα σχέδια του κόστους ανά μονάδα χρόνου (mesh, contour)

Σε αυτό το σενάριο βρίσκουμε ότι η ελάχιστη τιμή για το κόστος ανά μονάδα χρόνου του συστήματος προκύπτει από το ζεύγος μεταβλητών απόφασης $(N, T_1) = (1, 16.2006)$, και αυτή η τιμή είναι 56.5255. Η μη-διαθεσιμότητα σε αυτή την περίπτωση παίρνει την τιμή 0.1249, σχετικά μεγάλη. Η διάρκεια ενός κύκλου αντικατάστασης χωρίς την πράξη της αντικατάστασης είναι όση και το μοναδικό διάστημα, 16.2006. Οι δύο μεγάλοι παράγοντες



Σχήμα 7: Συνάρτηση αξιοπιστίας για την βέλτιστη λύση της Περίπτωσης 2

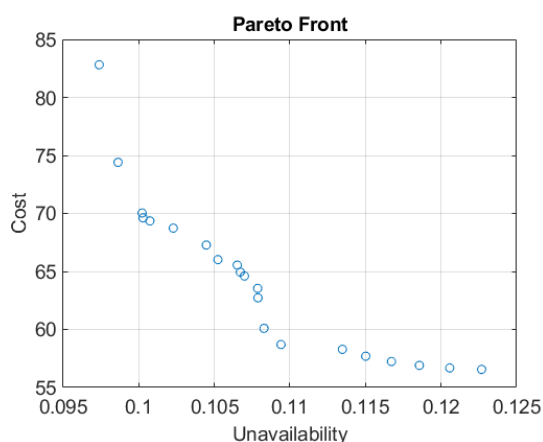
να δημιουργηθεί και μία ακόμα περιοχή χαμηλού κόστους, περίπου γύρω από το (7,8), συγκρίσιμου με το ελάχιστο στο (1,16.2006).

Η αξιοπιστία του συστήματος πέφτει έως την τιμή 0.81.

Συγκριτικά, στην δεύτερη περίπτωση το σύστημα έχει καταφέρει να μειώσει το κόστος κατά 25%, αλλά παράλληλα αύξησε την μη-διαθεσιμότητα κατά 26.8%

- Περίπτωση 3: Πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση - κατά Παρέτο άριστες λύσεις

N	T1	$\bar{A}$	C
2	6.0000	0.1023	68.7362
1	15.6001	0.1227	56.5574
3	5.0017	0.0974	82.8117
2	9.0010	0.1094	58.7001
4	6.2509	0.0986	74.4031
4	7.0334	0.1065	65.5455
1	14.4000	0.1186	56.9031
3	6.6001	0.1052	66.0206
3	7.2500	0.1067	64.9438
1	12.6000	0.1135	58.2838
1	13.8002	0.1167	57.2374
4	6.0000	0.1007	69.3488
3	7.5000	0.1083	60.0965
6	7.5000	0.1070	64.6031
5	6.0000	0.1002	70.0389
5	7.5000	0.1079	63.5410
3	6.0000	0.1003	69.6173
1	13.2002	0.1150	57.6926
1	15.0002	0.1206	56.6844
4	7.5000	0.1079	62.7269
5	7.8126	0.1045	67.2732



Σχήμα 8: Κατά Παρέτο άριστες λύσεις, σχηματικά

Πίνακας 1: Κατά Παρέτο άριστες λύσεις, αναλυτικά

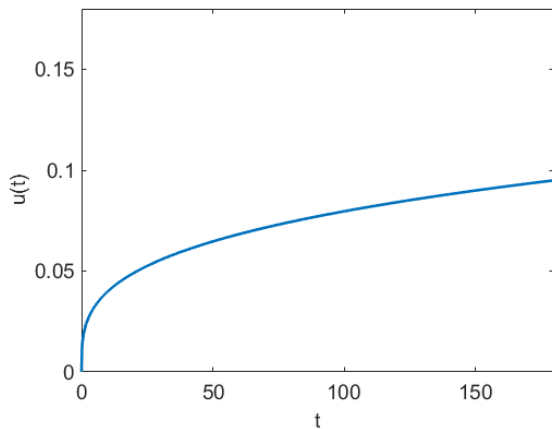
Για την πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση του προβλήματος χρησιμοποιείται η συνάρτηση `gamultiobj` του MATLAB, η οποία δίνει τα κατά Παρέτο άριστα σημεία (λύσεις) των αντικειμενικών συναρτήσεων. Οι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις είναι ανταγωνιστικές, δηλαδή όταν αυξάνεται η μία, η άλλη ενδεχόμενα να μειωθεί ως αποτέλεσμα.

Οι κατά Παρέτο άριστες λύσεις μπορούν να φανούν εξαιρετικά χρήσιμες όταν υπάρχει ανάγκη να ληφθεί μια απόφαση όσον αφορά ποια λύση θα επιλεγεί, με δεδομένο ότι υπάρχει περιορισμός ή απαίτηση για κάποια από τις δυο αντικειμενικές συναρτήσεις. Για παράδειγμα, σε πολλά προβλήματα υπάρχει η ανάγκη η τελική απόφαση/λύση να μην ξεπερνά κάποιο κόστος X . Σε αυτή την περίπτωση, θα επιλέγαμε την Παρέτο άριστη λύση με το κόστος όσο πιο κοντά (από κάτω) στο X , και έτσι θα βελτιστοποιούσαμε και την διαθεσιμότητα.

Όπως φαίνεται στον πίνακα, οι τιμές (4,6.2509) και (1,15.6001) αντιστοιχούν (με ικανοποιητική αλλά όχι απόλυτη ακρίβεια) στις βέλτιστες τιμές που έχουμε βρει παραπάνω, στις περιπτώσεις 1&2, επομένως αυτό επιβεβαιώνει τα αποτελέσματα μας.

Κεφάλαιο 5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

5.1. Ανάλυση ευαισθησίας για αύξουσα συνάρτηση $u(t)$



Σχήμα 9: Ρυθμός της μη ομογενούς διαδικασίας Poisson

Στο παρακάτω κεφάλαιο θα εξετάσουμε την ευαισθησία του συστήματος σε αλλαγές του βελτιωτικού παράγοντα α και της παραμέτρου β , συγκεκριμένα για την αύξουσα συνάρτηση ρυθμού σοκ:

$$u(t) = 0.02 t^{0.3}$$

Θα ερευνήσουμε δύο περιπτώσεις: μία για το πρόβλημα βελτιστοποίησης της διαθεσιμότητας, μία για το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κόστους. Το εύρος

τιμών θα είναι για το α το 0.1 έως 0.9 και για το β το 0.6 έως 0.9.

- **Περίπτωση 1: Μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας**

Ξανά, θα αναφέρουμε την «μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας» ως «ελαχιστοποίηση της μη διαθεσιμότητας». Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 2.

Με μείωση του παράγοντα α , η μη διαθεσιμότητα μειώνεται καθολικά (για κάθε τιμή του β). Αυτό συμβαίνει γιατί το κρίσιμο όριο φθοράς $S(t)$ αυξάνεται, ειδικότερα από ένα σημείο και μετά όπου αυτό συμβαίνει και πολύ απότομα.

Το T_1 δεν ξεπερνάει την τιμή 10 γιατί αυτό θα σήμαινε μεγάλα διαστήματα και άρα μικρότερη διαθεσιμότητα. Ακόμα και όταν το όριο φθοράς είναι εκθετικά μεγεθυμένο ($\alpha = 0.1, 0.2, 0.3$), και άρα το σύστημα δεν προσβάλλεται τόσο από βλάβες λόγω φθοράς υποβάθμισης, το σύστημα συνεχίζει να προσβάλλεται από βλάβες λόγω θανάσιμων σοκ (και μάλιστα όλο και περισσότερο με τον χρόνο, λόγω της μονοτονίας της συνάρτησης $u(t)$), επομένως περιορίζεται το μέγεθος των διαστημάτων.

Με πτώση του β βλέπουμε και αύξηση της μη διαθεσιμότητας. Σίγουρα κάποιο ρόλο σε αυτό παίζει το γεγονός πως το κάθε διάστημα γίνεται μικρότερο, και άρα για τον ίδιο αριθμό επισκευών (για την ίδια λύση (N, T_1)) και την μη διαθεσιμότητα που προκαλούν αυτές

οι επισκευές, θα έχουμε απλά πολύ μειωμένη τη διάρκεια κύκλου αντικατάστασης. Αυτός ο συνδυασμός οδηγεί σε επιδείνωση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Παράλληλα όμως, υπάρχει και κάποιος άλλος μηχανισμός που τροφοδοτεί αυτή τη επιδείνωση της αντικειμενικής συνάρτησης όσο πέφτει το β . Το σύστημα προσπαθεί να μειώσει τον νεκρό χρόνο και αυτό συμβαίνει όσο μειώνουμε το β , αλλά παράλληλα μειώνεται αναλογικά περισσότερο ο χρόνος του κύκλου αντικατάστασης. Η ισορροπία αυτή καθορίζει τις βέλτιστες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και τα ζεύγη (N, T_1) .

α	$\beta=0.9$			$\beta=0.8$			$\beta = 0.7$			$\beta = 0.6$		
	N	T1	$\bar{A}$	N	T1	$\bar{A}$	N	T1	$\bar{A}$	N	T1	$\bar{A}$
0.9	2	6.0000	0.1084	2	6.0001	0.1081	1	9.6004	0.1095	3	5.0005	0.1087
0.8	4	4.4445	0.1044	3	5.0001	0.1022	2	6.0002	0.1057	2	7.0000	0.1061
0.7	12	5.2126	0.0890	4	6.2500	0.0985	3	6.6000	0.1027	2	8.0000	0.1046
0.6	14	6.4444	0.0776	4	6.2500	0.0897	4	6.6000	0.0966	4	8.4000	0.1001
0.5	8	6.4444	0.0703	5	7.8125	0.0807	7	8.6000	0.0930	4	8.4000	0.0939
0.4	9	8.0000	0.0662	5	7.8125	0.0729	5	9.4286	0.0838	4	8.4000	0.0888
0.3	7	6.4445	0.0605	6	9.8000	0.0693	5	9.4287	0.0778	4	9.4444	0.0874
0.2	6	8.2338	0.0583	6	9.8000	0.0643	4	9.4286	0.0730	3	10.0001	0.0796
0.1	6	8.2305	0.0551	6	9.8000	0.0608	4	10.6123	0.0690	3	10.0000	0.0751

Πίνακας 2: Ανάλυση ευαισθησίας για την περίπτωση 1

• Περίπτωση 2: Ελαχιστοποίηση του κόστους ανά μονάδα χρόνου

Τα αποτελέσματα για αυτή την περίπτωση φαίνονται στον Πίνακα 3.

Παρατηρούμε πως για υψηλές τιμές του α , η ελάχιστη τιμή του κόστους φαίνεται να είναι σταθερή και ανεπηρέαστη από αυτό. Όπως είδαμε και στο αριθμητικό παράδειγμα του κεφαλαίου 4, για υψηλές τιμές του α το σύστημα στην ουσία αποφεύγει να κάνει προγραμματισμένη συντήρηση. Για χαμηλότερες τιμές όμως βλέπουμε τα εξής:

- Πολύ απότομα δημιουργείται μία περιοχή λύσεων που είναι βέλτιστες, σε μεγαλύτερα N και μικρότερα T_1 (βλέπε $\beta = 0.9$, $\alpha = 0.6$).
- Όσο μικραίνει περαιτέρω το α , το N μικραίνει και το T_1 αυξάνεται.

Η εξήγηση σε αυτό δίνεται ως εξής: η αρχική απότομη αλλαγή γίνεται όταν, αφού το κρίσιμο όριο φθοράς S_i είναι τόσο αυξημένο, οι νεκροί χρόνοι (από βλάβες φθοράς υποβάθμισης) μειώνονται τόσο ώστε το σύστημα να προτιμά να «απλώσει» χρονικά το κόστος του, δηλαδή να αυξήσει την διάρκεια κύκλου. Παράλληλα, τα διαστήματα είναι

μικρότερα (πτώση του T_1), και πιο συχνές οι επισκευές, το οποίο σημαίνει επίσης μείωση του νεκρού χρόνου.

Στην συνέχεια όμως, το κόστος των επισκευών μεγαλώνει με την μείωση του α , (όπως φαίνεται στη σχέση (12)) το οποίο ωθεί το σύστημα στο να μειώσει τις ακριβές πλέον επισκευές (το N) και να αυξήσει το T_1 , διατηρώντας ή και αυξάνοντας την διάρκεια κύκλου.

Για να γίνει καλύτερα κατανοητή αυτή η αλλαγή, τα παρακάτω είναι αναλυτικά τα κόστη στην στήλη του $\beta = 0.9$ στις βέλτιστες τιμές των $\alpha = 0.8$ και $\alpha = 0.6$ αντίστοιχα:

$\alpha = 0.8, N = 1, T_1 = 15.9005$
Κόστος λόγω βλαβών από σοκ: 0.00
Κόστος λόγω βλαβών από φθορά υποβάθμισης: 0.00
Κόστος λόγω συντηρήσεων χωρίς βλάβη: 0.00
Κόστος νεκρού χρόνου: 432.83
Κόστος αντικατάστασης: 500
Συνολική διάρκεια κύκλου: 16.50
-
Κόστος ανά μονάδα χρόνου: 56.53
$\alpha = 0.6, N = 7, T_1 = 9.6667$
Κόστος λόγω βλαβών από σοκ: 34.36
Κόστος λόγω βλαβών από φθορά υποβάθμισης: 87.77
Κόστος λόγω συντηρήσεων χωρίς βλάβη: 846.85
Κόστος νεκρού χρόνου: 1291.99
Κόστος αντικατάστασης: 500
Συνολική διάρκεια κύκλου: 51.39
-
Κόστος ανά μονάδα χρόνου: 53.72

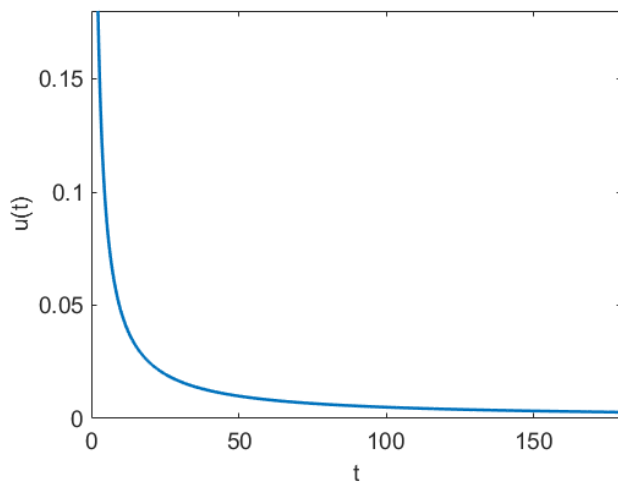
Οι τιμές του κόστους μένουν σχετικά ανεπηρέαστες, όσο το β μειώνεται, για μεγάλες τιμές του α και αυξάνονται για μικρότερες τιμές του α .

Όσο το β φθίνει, τόσο κάθε επόμενο διάστημα γίνεται όλο και μικρότερο. Αυτό συνεπάγεται πως το σύστημα θα επιλέξει να προγραμματίσει λιγότερες συντηρήσεις, (και με λίγο αυξημένο T_1) αφού αυτές δεν αποσβένονται από το «κέρδος» λόγω μείωσης του νεκρού χρόνου.

α	$\beta=0.9$			$\beta=0.8$			$\beta = 0.7$			$\beta = 0.6$		
	N	T1	C	N	T1	C	N	T1	C	N	T1	C
0.9	1	16.2020	56.5464	1	16.5010	56.5421	1	16.8001	56.5577	1	16.5006	56.5358
0.8	1	15.9005	56.5343	1	16.5006	56.5372	1	16.5021	56.5583	1	16.2000	56.5175
0.7	1	16.2149	56.7328	1	16.2006	56.5255	1	15.9010	56.5416	1	15.9009	56.5392
0.6	7	9.6667	53.7235	1	15.6010	56.5714	1	15.9001	56.5276	1	16.2003	56.5216
0.5	6	12.3457	51.6665	5	11.7190	54.3209	3	12.9000	56.3798	1	16.5002	56.5310
0.4	6	12.3457	49.2323	5	14.7000	52.8221	3	14.1429	54.9057	2	15.0001	55.8638
0.3	5	12.3457	47.8221	3	15.0001	50.7048	3	15.9184	53.0618	2	15.0002	54.7898
0.2	4	14.4445	46.9040	3	15.0000	48.7000	3	17.1429	51.1537	2	16.5001	53.3928
0.1	4	14.4444	45.8602	3	15.0005	47.1893	3	17.1434	49.5277	2	18.0000	51.7790

Πίνακας 3: Ανάλυση ευαισθησίας για την περίπτωση 2

5.2. Ανάλυση ευαισθησίας για φθίνουσα συνάρτηση $u(t)$



Σχήμα 10: Ρυθμός της μη ομογενούς διαδικασίας Poisson

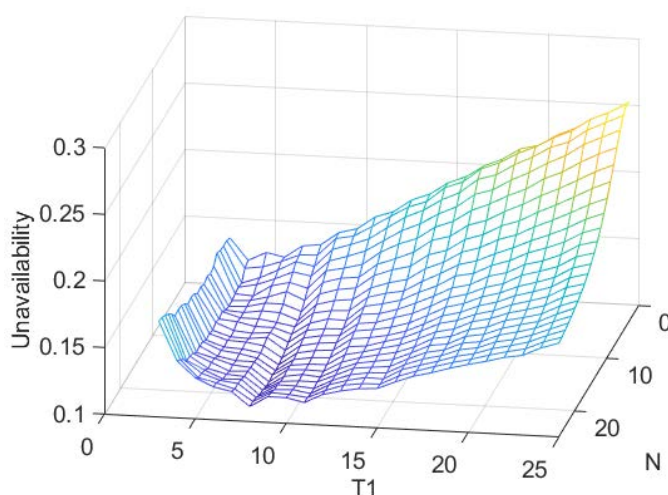
Στο παρακάτω κεφάλαιο θα εξετάσουμε την συμπεριφορά του συστήματος για το ίδιο εύρος τιμών του βελτιωτικού παράγοντα α και της παραμέτρου β . Αυτή τη φορά όμως, η συνάρτηση που περιγράφει την μη ομογενή διαδικασία Poisson είναι η φθίνουσα:

$$u(t) = \frac{1}{1 + 2t}$$

Θα εξεταστούν οι ίδιες δυο περιπτώσεις βελτιστοποίησης, και θα εξαχθούν κάποια συμπεράσματα για να συγκρίνουμε αργότερα τα δύο σενάρια.

- **Περίπτωση 1: Μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας**

Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4.



Σχήμα 11: Mesh plot της φθίνουσας συνάρτησης $u(t)$ για $\beta=0.9$, $\alpha=0.7$

Βλέπουμε ξανά πως η μη διαθεσιμότητα μειώνεται με μείωση του α , το οποίο όπως είπαμε και πριν οφείλεται στην αύξηση του κρίσιμου ορίου φθοράς S_i και δηλαδή λιγότερες βλάβες.

Στις πολύ ψηλές τιμές του α έχουμε μια περιοχή βέλτιστων τιμών για πολύ μικρότερα (N, T_1) από ότι σε όλο το υπόλοιπο εύρος του α (βλέπε για παράδειγμα την στήλη $\beta = 0.9$.)

Για το πως επηρεάζεται το N από το α πέραν αυτού δεν παρατηρούμε κάποιο ξεκάθαρο μοτίβο. Βλέπουμε όμως στο mesh plot (σχ. 11) ότι η περιοχή με τα χαμηλότερα σημεία (βέλτιστες λύσεις) εκτείνεται σε ένα σχετικά μεγάλο εύρος τιμών του N . Αυτό μεταφράζεται ως μία σχετικά χαμηλή ευαισθησία του συστήματος στο N , δηλαδή αλλαγές σε αυτό δεν επηρεάζουν ιδιαίτερα την βέλτιστη λύση, και αυτό παρατηρείται καθ' όλο το εύρος τιμών του α . Άρα οι διαφορές που παρατηρούνται στον Πίνακα 4 είναι καθαρά αποτέλεσμα της μειωμένης ευκρίνειας/ακρίβειας της συνάρτησης g του MATLAB.

Σε αντίθεση με αυτό, το T_1 με μείωση του α φαίνεται συνεχώς να μεγαλώνει. Εδώ λοιπόν βλέπουμε ξεκάθαρα την επιρροή που έχει η φθίνουσα συνάρτηση $u(t)$: το σύστημα με το πέρασμα του χρόνου έχει μεν λιγότερες βλάβες λόγω φθοράς (υψηλό S_i) αλλά αυτή τη φορά έχει και όλο και λιγότερες βλάβες από σοκ, αφού ο ρυθμός με τον οποίο αυτά εμφανίζονται είναι σύντομα πολύ μικρός. Έτσι «αξίζει» να μην το αντικαταστήσουμε σύντομα, αφού ο κίνδυνος βλάβης είναι πολύ μικρός και από τους δύο τρόπους βλαβών, από ένα σημείο και μετά.

Για το β μπορούμε να παρατηρήσουμε πως η μείωση του προκαλεί αύξηση της μη διαθεσιμότητας, ιδιαίτερα για χαμηλότερες τιμές του α .

Όσο το β παίρνει μικρότερες τιμές παρατηρούμε επίσης πως μειώνονται και οι επισκευές (N) και αυτό πιθανώς να οφείλεται στο γεγονός ότι, για μικρά β τα διαστήματα γίνονται πολύ γρήγορα πολύ μικρά και δεν «αξίζει» αύξηση χρόνου επισκευών για τόσο λίγο παραπάνω ωφέλιμο χρόνο. Δηλαδή, δεν ωφελεί η αύξηση της διάρκειας κύκλου (αύξηση N) αφού μαζί με αυτό το σύστημα παίρνει και αναλογικά όλο και περισσότερο μη ωφέλιμο χρόνο (χρόνος επισκευών).

α	$\beta=0.9$			$\beta=0.8$			$\beta=0.7$			$\beta=0.6$		
	N	T_1	$\bar{A}$	N	T_1	$\bar{A}$	N	T_1	$\bar{A}$	N	T_1	$\bar{A}$
0.9	3	4.0000	0.1476	3	5.0002	0.1470	2	6.0000	0.1483	2	6.0000	0.1482
0.8	13	5.2126	0.1292	6	4.4000	0.1400	2	6.0000	0.1441	3	5.0003	0.1411
0.7	15	6.4445	0.1022	10	6.2500	0.1256	4	6.6002	0.1361	4	6.6668	0.1392
0.6	16	8.0000	0.0877	8	7.8125	0.1100	7	8.6000	0.1264	4	8.4000	0.1321
0.5	18	9.8224	0.0756	8	7.8126	0.0976	7	8.6001	0.1154	4	8.4000	0.1234
0.4	14	12.2222	0.0686	9	9.8000	0.0897	6	10.0000	0.1055	4	8.4000	0.1158
0.3	17	14.0312	0.0617	7	12.2500	0.0821	5	10.0001	0.0974	4	8.4000	0.1094
0.2	12	14.0223	0.0561	7	12.2500	0.0744	5	10.0000	0.0905	5	14.0000	0.1052
0.1	15	19.2614	0.0526	8	15.2588	0.0694	6	13.4694	0.0852	5	14.0000	0.0980

Πίνακας 4: Ανάλυση ευαισθησίας για την περίπτωση 1

- **Περίπτωση 2: Ελαχιστοποίηση του κόστους ανά μονάδα χρόνου**

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης φαίνονται στον Πίνακα 5.

Για άλλη μια φορά βλέπουμε πως η μείωση του α βελτιώνει την αντικειμενική συνάρτηση επειδή όπως είπαμε μειώνεται η πιθανότητα βλάβης από φθορά υποβάθμισης.

Ομοίως με την περίπτωση 1, για πολύ υψηλές τιμές του α δημιουργείται μια μικρή περιοχή χαμηλού κόστους σε μικρότερες τιμές του ζεύγους (N, T_1) . Όταν όμως το α ξεπεράσει μια συγκεκριμένη τιμή, συμφέρει το σύστημα να «απλώσει» το κόστος του χρονικά περισσότερο. Ενάντια σε αυτό, το αυξανόμενο κόστος των επισκευών (βλέπε σχέση (13)) επιβάλλει αυτές να περιορίζονται σε έναν βαθμό, και γι' αυτό βλέπουμε πιο κάτω στις στήλες να σταθεροποιείται η τιμή του N .

Απ' την άλλη, τα αποτελέσματα μας δείχνουν και μια υπεραύξηση της τιμής του T_1 για τα χαμηλότερα α , και αυτό φυσικά εξηγείται περίπου όπως και στην περίπτωση 1: για χαμηλά α και για μεγαλύτερη διάρκεια λειτουργίας, απ' τη μια μειώνονται οι βλάβες λόγω φθοράς και απ' την άλλη η συνάρτηση $u(t)$ παίρνει τόσο χαμηλές τιμές που δεν υπάρχει ιδιαίτερος κίνδυνος για βλάβες λόγω σοκ. Άρα το σύστημα προτιμά να αυξήσει πολύ την διάρκεια κύκλου ακριβώς για να εκμεταλλευτεί αυτά τα οφέλη. Για κάποιες τιμές του β αυξάνεται τόσο το N που προφανώς, ενώ θα ήταν ακόμα καλύτερες κάποιες μεγαλύτερες τιμές, αυτή η αύξηση ανακόπτεται από τα όρια που θέσαμε: $(N, T_1) < (30, 30)$.

Με μείωση του β έχουμε επιδείνωση της αντικειμενικής συνάρτησης επειδή οι πιο συχνές επισκευές είναι πιο ακριβές. Επίσης βρίσκονται καλύτερες λύσεις σε μικρότερες τιμές του N λόγω της μεγαλύτερης συχνότητας των επισκευών. Σε χαμηλά β δηλαδή, το σύστημα αναγκάζεται να περιορίσει τις επισκευές γιατί επιφέρουν μεγαλύτερο κόστος όταν είναι πιο συχνές.

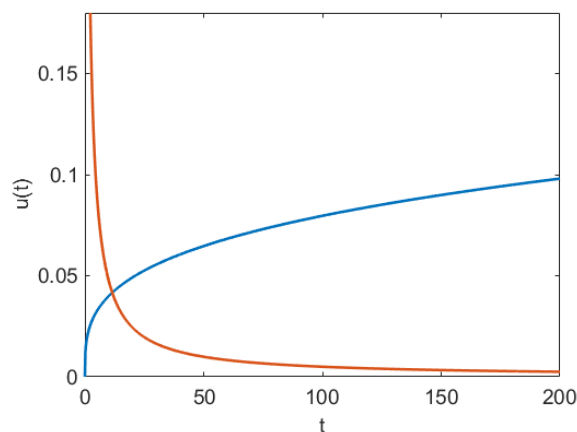
α	$\beta=0.9$			$\beta=0.8$			$\beta=0.7$			$\beta=0.6$		
	N	T1	C	N	T1	C	N	T1	C	N	T1	C
0.9	2	9.0000	71.0282	2	10.5001	71.0425	1	16.2001	70.9111	1	16.5002	70.9319
0.8	14	9.6667	68.1800	2	10.5001	70.1852	2	12.0022	70.5654	2	12.0000	70.8746
0.7	17	14.7335	58.4001	5	11.7188	66.8585	2	12.0001	69.5300	2	13.5000	70.1711
0.6	13	16.3728	51.0942	6	14.7000	62.1235	4	14.1429	67.0753	3	15.0000	68.9682
0.5	15	22.5926	45.5330	7	18.3750	57.0289	4	15.9184	63.8493	3	15.0003	66.8771
0.4	15	28.8524	41.2807	8	22.8882	53.0064	5	20.2041	60.4863	3	17.5000	65.2873
0.3	13	28.8889	38.2235	7	22.9688	49.6596	5	22.8000	57.2729	4	22.5000	62.5939
0.2	11	29.4796	35.9800	7	29.2994	46.5557	4	21.0025	54.2806	4	25.0000	60.0004
0.1	11	29.4796	34.4894	6	29.2969	43.6122	5	28.8630	51.1798	3	22.5009	56.9546

Πίνακας 5: Ανάλυση ευαισθησίας για την περίπτωση 2

5.3. Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την έρευνα μας είναι ποικίλα και ενδιαφέροντα.

Όσον αφορά το πρόβλημα μεγιστοποίησης της διαθεσιμότητας (περίπτωση 1), για $\beta = 0.9$, η μείωση της αντικειμενικής συνάρτησης κατά μήκος των τιμών του α είναι 49.2% για το σενάριο με την $u(t)$ αύξουσα και 64.4% για με την $u(t)$ φθίνουσα. Παρόμοιες διαφορές στην βελτίωση της αντικειμενικής συνάρτησης παρατηρούνται για κάθε τιμή του β . Αυτό σε έναν βαθμό οφείλεται στην κυρτότητα των συναρτήσεων, αλλά μπορεί και να οφείλεται, πιο συγκεκριμένα στο σχήμα της κάθε συνάρτησης. Για παράδειγμα, εάν είχαμε την ίδια φθίνουσα συνάρτηση $u(t)$, αλλά αυτή συνέκλινε σε μεγαλύτερες τιμές (αντί του μηδενός), θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί πως η αντικειμενική συνάρτηση ενδεχόμενα να μην είχε την ίδια βελτίωση.



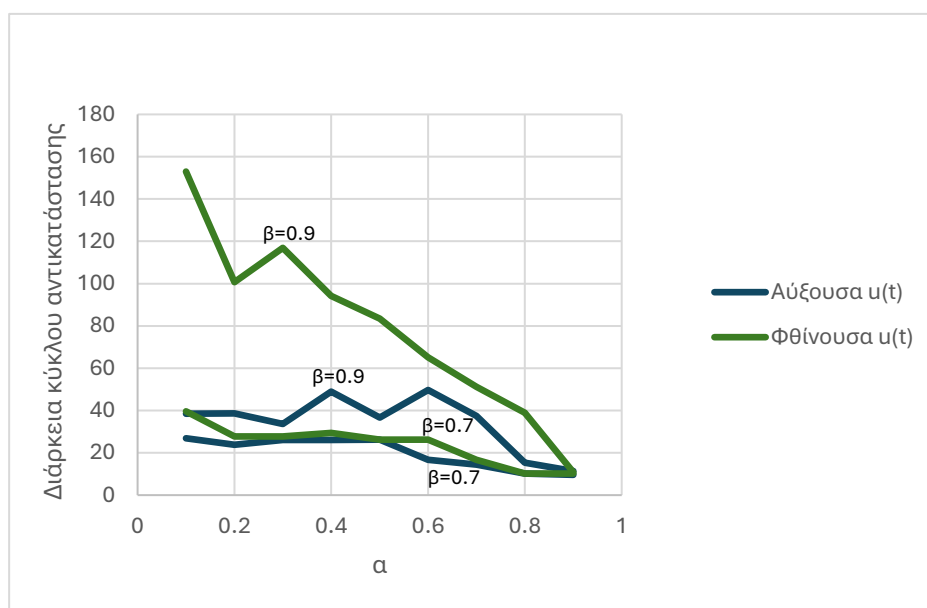
Σχήμα 12: Αύξουσα και φθίνουσα συνάρτηση $u(t)$

Εξαιρετικό ενδιαφέρον όμως έχουν τα αποτελέσματα όσον αφορά τα ζεύγη των μεταβλητών απόφασης, (N, T_1) , καθώς εδώ φαίνεται πιο καθαρά η διαφορά που προκαλεί η **κυρτότητα** της συνάρτησης $u(t)$. Συγκρίνοντας τις τιμές για την περίπτωση 1 (ελαχιστοποίηση μη διαθεσιμότητας) βλέπουμε πως η διάρκεια κύκλου αυξάνεται ποσοστιαία πολύ περισσότερο στο σύστημα όπου η $u(t)$ είναι φθίνουσα, και το ίδιο παρατηρούμε και για την περίπτωση 2 (ελαχιστοποίηση κόστους). Τα σχ.(13) και σχ.(14) δίνουν μία καλή εικόνα για το πως κινούνται.

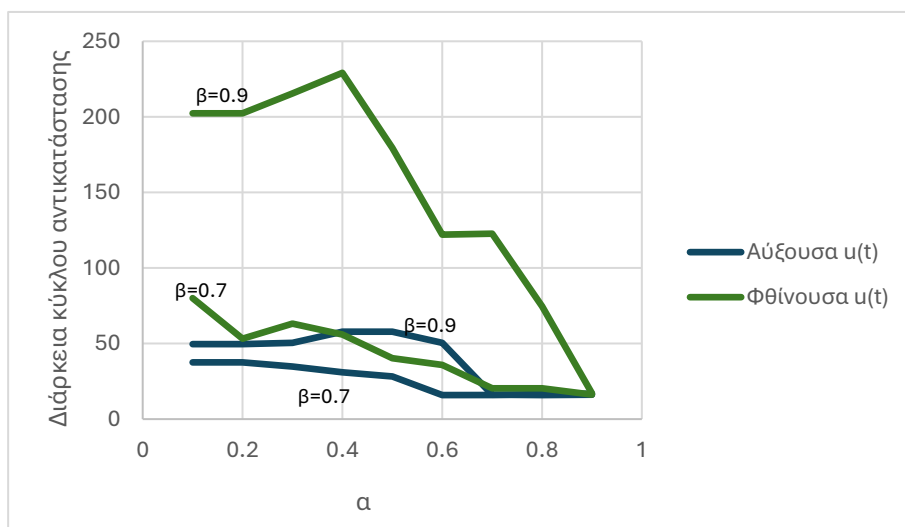
Η κινητήρια δύναμη είναι η ίδια : το σύστημα δράττεται της ευκαιρίας, όταν η συνάρτηση $u(t)$ είναι φθίνουσα, να επιμηκύνει την διάρκεια κύκλου, όσο αυξάνεται το κρίσιμο όριο φθοράς S_i , για να εκμεταλλευτεί όσο το δυνατόν περισσότερο τις πιο χαμηλές

τιμές της συνάρτησης αυτής, δηλαδή τον χρόνο στον οποίο τα σοκ θα έρχονται πολύ πιο σπάνια. Σε εκείνο το χρονικό διάστημα, θα «αποσβέσει» την μη διαθεσιμότητα (στην μια περίπτωση) και το κόστος (στην άλλη περίπτωση) που προκλήθηκε στην αρχή του κύκλου, όταν ο ρυθμός των σοκ ήταν συγκριτικά υπερμεγέθης.

Σε αντίθεση με αυτό, όταν η συνάρτηση $u(t)$ παίρνει αύξουσα μορφή, ακόμα και όταν το κρίσιμο όριο φθοράς S_i αυξάνεται πολύ, αυτό δεν είναι αρκετό για να κινητροδοτήσει το σύστημα να αυξήσει την διάρκεια κύκλου. Ο κύριος παράγοντας, που είναι η αύξηση του ρυθμού σοκ, αλλά και δευτερεύοντες, όπως η αύξηση του κόστους των επισκευών οι οποίες πληθαίνουν όταν έχουμε μεγαλύτερη διάρκεια κύκλου, δεν το επιτρέπουν.

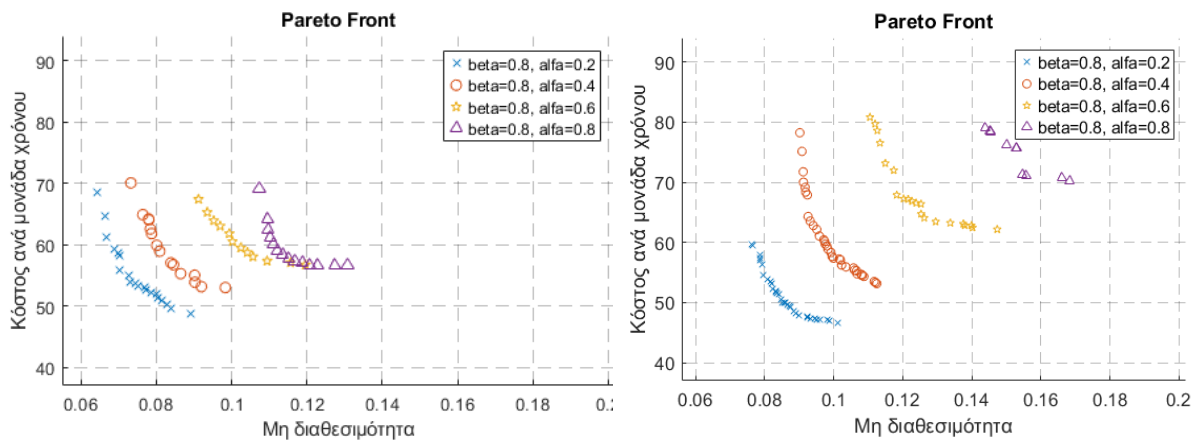


Σχήμα 13: Η επιρροή της παραμέτρου α στην διάρκεια κύκλου αντικατάστασης, στο πρόβλημα μεγιστοποίησης της διαθεσιμότητας



Σχήμα 14: Η επιρροή της παραμέτρου α στην διάρκεια κύκλου αντικατάστασης, στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους

Παράλληλα, το πόσο επηρεάζουν οι αλλαγές στο α το κάθε σύστημα και το εύρος των βέλτιστων λύσεων του φαίνεται και στο σχ.(15), όπου το εύρος τιμών των κατά Παρέτο άριστων λύσεων είναι εμφανώς μεγαλύτερο στην μία περίπτωση απ' ότι στην άλλη.



Σχήμα 15: Τα Παρέτο σημεία για $u(t)$ αύξουσα (αριστερά) και $u(t)$ φθίνουσα (δεξιά), για ένα εύρος τιμών του α

Βιβλιογραφία

- [1] Peter Poór, David Ženíšek, Josef Basl, Historical Overview of Maintenance Management Strategies: Development from Breakdown Maintenance to Predictive Maintenance in Accordance with Four Industrial Revolutions, *Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Pilsen*, Czech Republic, July 23-26, 2019.
- [2] Tomasz Nowakowski, Agnieszka Tubis, Sylwia Werbińska-Wojciechowska, Evolution of Technical Systems Maintenance Approaches – Review and a Case Study, *Intelligent Systems in Production Engineering and Maintenance*, A. Burduk et al., AISC 835, Switzerland, 161–174, 2019.
- [3] Tyler Stehly, Patrick Duffy, (2022), 2021 Cost of Wind Energy Review, National Renewable Energy Laboratory, <https://research-hub.nrel.gov/en/publications/2021-cost-of-wind-energy-review>, ανακτήθηκε 5/5/2025.
- [4] Ryan Wiser, Mark Bolinger, Eric Lantz, (2019), Benchmarking Wind Power Operating Costs in the United States: Results from a Survey of Wind Industry Experts, <https://eta-publications.lbl.gov>, ανακτήθηκε 5/5/2025
- [5] Ryan Wiser, Mark Bolinger, Joachim Seel, (2020), Benchmarking Utility-Scale PV Operational Expenses and Project Lifetimes: Results from a Survey of U.S. Solar Industry Professionals, <https://eta-publications.lbl.gov/>, ανακτήθηκε 5/5/2025.
- [6] Gas Turbine Market Size, Share & Trends Analysis Report By Capacity (<=200 MW, >200 MW), By End-use (Industrial, Power & Utility), By Technology (Combined Cycle, Open Cycle), By Region, And Segment Forecasts, 2024 – 2030, <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/gas-turbine-services-market>, ανακτήθηκε 5/5/2025.
- [7] Wang Y., Pham H., (2011), A Multi-Objective Optimization of Imperfect Preventive Maintenance Policy for Dependent Competing Risk Systems With Hidden Failure, *IEEE Transactions on Reliability*, 60, 4.
- [8] Hongdong Fan, Changhua Hu, Maoyin Chen, and Donghua Zhou, (2011), Cooperative Predictive Maintenance of Repairable Systems With Dependent Failure Modes and Resource Constraint, *IEEE Transactions on Reliability*, 60, 1.
- [9] Guan Jun Wang, Yuan Lin Zhang, (2013), Optimal repair–replacement policies for a system with two types of failures, *European Journal of Operational Research*, 226, 500–506.
- [10] Shey-Huei Sheu, Hsin-Nan Tsai, Fu-Kwun Wang, Zhe George Zhang, (2015), An extended optimal replacement model for a deteriorating system with inspections, *Reliability Engineering and System Safety*, 139, 33–49.
- [11] Shey-Huei Sheu, Tzu-Hsin Liu, Zhe-George Zhang, Hsin-Nan Tsai, (2018), The generalized age maintenance policies with random working times, *Reliability Engineering and System Safety*, 169, 503–514.
- [12] Chin-Chih Chang, (2018), Optimal age replacement scheduling for a random work system with random lead time, *International Journal of Production Research*, 56, 16, 5511-5521.
- [13] G. W. E. Nieuwhof, (1984), The Concept of Failure in Reliability Engineering, *Reliability Engineering*, 7, 53-59.

- [14] Ι. Μ. Κοντολέων, *Αξιοπιστία & Ανεκτικότητα Βλαβών Συστημάτων*, Εκδόσεις ΑΪΒΑΖΗ, Θεσσαλονίκη, 2008
- [15] Richard Barlow, Larry Hunter, Optimum Preventive Maintenance Policies, Fifteenth National Meeting of the Operations Research Society of America, Washington D.C., Μάιος 14-15, 1959.
- [16] Terje Aven, Uwe Jensen, (2000), A General Minimal Repair Model, *Journal of Applied Probability*, 37, 187-197.
- [17] Terje Aven, Information-Based Minimal Repair Models, *Replacement Models with Minimal Repair*, L. Tadj et al., Springer, London, 2011.
- [18] Hoang Pham, Hongzhou Wang, (1996), *Imperfect maintenance*, *European Journal of Operational Research*, 94, 425-438.
- [19] Mark Brown, Frank Proschan, (1983), Imperfect Repair, *Journal of Applied Probability*, 20, 4, 851-859.
- [20] Hongzhou Wang, Hoang Pham, (1996), Optimal Age-Dependent Preventive Maintenance Policies with Imperfect Maintenance, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 3, 3, 119-135.
- [21] Hongzhou Wang, Hoang Pham, (1996), A quasi renewal process and its applications in imperfect maintenance, *International Journal of Systems Science*, 27, 10, 1055-1062.
- [22] Hongzhou Wang, Hoang Pham, (1996), Optimal maintenance policies for several imperfect repair models, *International Journal of Systems Science*, 27, 6, 543-549
- [23] Hongzhou Wang, Hoang Pham, (2006), Availability and maintenance of series systems subject to imperfect repair and correlated failure and repair, *European Journal of Operational Research*, 74, 1706–1722.
- [24] Hongzhou Wang, Hoang Pham, (2012), Modeling the Dependent Competing Risks With Multiple Degradation Processes and Random Shock Using Time-Varying Copulas, *IEEE Transactions on Reliability*, 61, 1.
- [25] Lin Zhang, Xiaohui Chen, Abdelhakim Khatab, Youjun An, (2022), Optimizing imperfect preventive maintenance in multi-component repairable systems under s-dependent competing risks, *Reliability Engineering and System Safety*, 219.
- [26] Thomas Mikosch, (2006), Copulas: Tales and Facts, [https://www.researchgate.net/publication/238209176 Copulas Tales and Facts](https://www.researchgate.net/publication/238209176_Copulas_Tales_and_Facts), ανακτήθηκε 5/5/2025.
- [27] Ji Hwan Cha, Maxim Finkelstein, (2009), On terminating a shock process with independent wear increments, *Journal of Applied Probability*, 46, 2, 353-362.

Κώδικας A : Η συνάρτηση της διαθεσιμότητας

```
function A = avb(N,T1)
    statheres
    beta= 0.8; % ή διεγγραμμένο όποτε έπρεπε να είναι είσοδος (input) της συνάρτησης
    indeg = 0;
    d=1;
    a=0.7; % ή διεγγραμμένο όποτε έπρεπε να είναι είσοδος (input) της συνάρτησης
    m=0.01;
    l=5;
    Tr = 0.6;
    Tp = 0.02 + 0.001*(1-a)*100 ;
    %% Sinartiseis
    %u = @(x) 1./(1+2*x);
    u = @(x) 0.02*(x.^0.3);
    q = @(x) exp(-0.004*x);
    uq = @(t) u(t).*q(t);
    Mw = @(i) 1./( 1+(l*m*a.^(i-1)) );
    T = @(i,T1) T1*(beta.^(i-1));
    l = @(i,T1) sum(T(1:i,T1));
    accum_interval= @(N,T1) (T1*(1-(beta)^N))/(1-beta);
    % Reliability
    Rel= @(i,T1,t) exp(-m*(a^(i-1))*(indeg + d*t)-integral(uq,0,t)+Mw(i)*integral(uq,0,t))*...
        exp(-integral(@(x) u(x).*(1-q(x)),l(i-1,T1),t));
    % Uptime
    uptime=0;
    inc1=0.2;
    for i=1:N
        t1 = l(i-1,T1):inc1:l(i,T1);
```

```

    uptime_array = arrayfun(@(t) Rel(i,T1,t),t1);
    uptime_integral = inc1*trapz(uptime_array);
    uptime = uptime + uptime_integral ;
end
cycle_time = (accum_interval(N,T1)) + ((N-1)*Tp) + (Tr);
A = uptime/cycle_time ;
end

```

Κώδικας B : Η συνάρτηση του κόστους ανά μονάδα χρόνου

```
function C = cost(N,T1)
%% statheres
beta= 0.8; % ή διεγγραμμένο όποτε έπρεπε να είναι είσοδος (input) της συνάρτησης
indeg=0;
d=1;
a=0.9; % ή διεγγραμμένο όποτε έπρεπε να είναι είσοδος (input) της συνάρτησης
m=0.01;
l=5;
Tr = 0.6;
Tp = 0.02 + 0.001*(1-a)*100 ;
Cn = 500 ;
Cm = 300 ;
Cw = 40 + 300*(1-a) ;
Cd = 50 + 300*(1-a) ;
Cs = 60 + 300*(1-a) ;
%% Sinartiseis
%u = @(x) 1./(1+2*x);
u = @(x) 0.02*(x.^0.3);
q = @(x) exp(-0.004*x);
uq = @(t) u(t).*q(t);
Mw = @(i) 1./( 1+(l*m*a.^(i-1)) );
T = @(i,T1) T1*(beta.^(i-1));
I =@(i,T1) sum(T(1:i,T1));
accum_interval= @(N,T1) (T1*(1-(beta)^N))/(1-beta);
%Reliability
Rel= @(i,T1,t) exp(-m*(a^(i-1))*(indeg + d*t)-integral(uq,0,t)+Mw(i)*integral(uq,0,t))*...
    exp(-integral(@(x) u(x).*(1-q(x)),l(i-1,T1),t));
%Functions for Ns , Nw
```

```

Ns_func = @(i,T1,t) exp(-m*(a^(i-1))*(indeg + d*t)-integral(uq,0,t)+Mw(i)*integral(uq,0,t)) * ...
    u(t)*(1-q(t))* exp(-integral(u,l(i-1,T1),t) + integral(uq,l(i-1,T1),t));
Nw_func = @(i,T1) Rel(i,T1,l(i,T1));
Ns = 0;
Nw = 0;
uptime=0;
inc1=0.3;
for i=1:N
    t1 = l(i-1,T1):inc1:l(i,T1) ;
    if i<N
        Ns_array = @(i,T1) arrayfun(@(t)Ns_func(i,T1,t),t1);
        Ns_integral = @(i,T1) inc1 * trapz(Ns_array(i,T1));
        Ns = Ns + Ns_integral(i,T1);
        %
        Nw = Nw + Nw_func(i,T1);
    end
    uptime_array = @(i,T1) arrayfun(@(t) Rel(i,T1,t),t1);
    uptime_integral =@(i,T1) inc1*trapz(uptime_array(i,T1));
    uptime = uptime + uptime_integral(i,T1) ;
end
% Nd
Nd = (N-1) - Ns - Nw ;
% Idle time
cycle_time = (accum_interval(N,T1)) + ((N-1)*Tp) + (Tr);
idle_time = accum_interval(N,T1) - uptime;
% Cost func
C = (Cm*idle_time + Cs*Ns + Cd*Nd + Cw*Nw + Cn)/cycle_time;
end

```

Κώδικας Γ : Τρισδιάστατα σχήματα mesh και contour, υποδείγματα -Υπόδειγμα για τον σχεδιασμό mesh plot

```
N_values = 3:25 ;  
T1_values = 3:25 ;  
[X,Y] = meshgrid(N_values,T1_values) ;  
unavb= @(N,T1) 1-avb(N,T1) ;  
Z = arrayfun(unavb,X,Y) ;  
mesh(X,Y,Z)  
zlabel('Unavailability')  
ylabel('T1')  
xlabel('N')  
fontsize(14,"points")
```

-Υπόδειγμα για τον σχεδιασμό contour plot

```
N_values = 1:30 ;  
T1_values = 3:30 ;  
[X,Y] = meshgrid(N_values,T1_values) ;  
Z = arrayfun(@cost,X,Y) ;  
levels= 20:10:140 ;  
contour(X,Y,Z,levels,'ShowText','on')  
title('Cost')  
ylabel('T1')  
xlabel('N')  
fontsize(14,"points")
```

Κώδικας Δ : Υπολογισμός και σχεδιασμός της αξιοπιστίας

```
N=1; T1=16.2006; % μεταβλητές απόφασης
beta=0.8;
d=1;
indeg=0;
a=0.7;
m=0.01;
l=5;
Tp = 0.02 + 0.001*(1-a)*100 ;
Tr = 0.6;
u = @(x) 0.02*(x.^0.3) ;
q = @(x) exp(-0.004*x);
uq = @(t) u(t).*q(t);
Mw = @(i) 1./( 1+(l*m*a.^(i-1)) );
T = @(i,T1) T1*(beta.^(i-1));
I = @(i,T1) sum(T(1:i,T1));
Rel= @(i,t) exp(-m*(a^(i-1))*(indeg + d*t)-integral(uq,0,t)+Mw(i)*integral(uq,0,t))*...
    exp(-integral(@(x) u(x).*(1-q(x)),l(i-1,T1),t));
i = @(t) (t<=l(1,T1))*1 + (t>l(1,T1) & t<=l(2,T1))*2 + (t>l(2,T1) & t<=l(3,T1))*3 + ...
    (t>l(3,T1) & t<=l(4,T1))*4 + (t>l(4,T1) & t<=l(5,T1))*5 + (t>l(5,T1) & t<=l(6,T1))*6 ...
    +(t>l(6,T1) & t<=l(7,T1))*7 + (t>l(7,T1) & t<=l(8,T1))*8 + (t>l(8,T1) & t<=l(9,T1))*9 ...
    + (t>l(9,T1) & t<=l(10,T1))*10 + (t>l(10,T1) & t<=l(11,T1))*11 + (t>l(11,T1) & t<=l(12,T1))*12;
x=0:0.01:l(N,T1) ;
accum_interval= @(N,T1) (T1*(1-(beta)^N))/(1-beta);
cycle_time = (accum_interval(N,T1)) + ((N-1)*Tp) + (Tr);
R_vals = arrayfun(@(t) Rel(i(t),t) ,x) ;
plot(x, R_vals);
ylabel('Reliability')
fontSize(14,'points')
```

Κώδικας Ε:Υπόδειγμα χρήσης της ga για βέλτιστες λύσεις κεφαλαίου 4

```
options = optimoptions('ga', ...  
    'PopulationSize', 75, ...  
    'MaxGenerations', 110, ...  
    'CrossoverFraction', 0.8, ...  
    'MaxStallGenerations', 55, ...  
    'Display', 'iter', ...  
    'MutationFcn', {@mutationuniform, 0.3}, ...  
    'FunctionTolerance', 1e-6) ;  
unavb = @(N,T1) 1-avb(N,T1) ;  
costmdf = @(N,T1) cost(N,T1) ;  
f1 = @(x) unavb(x(1),x(2)) ;  
f2 = @(x) costmdf(x(1),x(2)) ;  
[x1, val1] = ga(f1,2,[],[],[],[],[1,1],[30,30],[],[1],options)  
[x2, val2] = ga(f2,2,[],[],[],[],[1,1],[30,30],[],[1],options)
```

Κώδικας ΣΤ : Η συνάρτηση gamultiobj για την περίπτωση III του υποκεφαλαίου 4.2

```
options = optimoptions('gamultiobj', ...  
    'PopulationSize', 200, ...  
    'MaxGenerations', 110, ...  
    'MaxStallGenerations', 60, ...  
    'FunctionTolerance', 1e-5, ...  
    'CrossoverFraction', 0.8, ...  
    'ParetoFraction', 0.5 ...  
    'PlotFcn', @gaplotpareto);  
unavb = @(N,T1) 1 - avb(N,T1) ;  
fitnessfcn = @(x) [unavb(x(1) , x(2)) , cost(x(1) , x(2) )] ;  
[y,val] = gamultiobj(fitnessfcn , 2 ,[],[],[],[],[1,1] , [30,30],[],[1],options)
```

Κώδικας Z : Υπολογισμοί των δεδομένων στους πίνακες 2 & 3

```
options = optimoptions('ga', ...
    'PopulationSize', 60, ...
    'MaxGenerations', 110, ...
    'CrossoverFraction', 0.8, ...
    'MaxStallGenerations', 50, ...
    'MutationFcn', 'mutationuniform', ...
    'FunctionTolerance', 1e-6);

a_vec = flip(0.1:0.1:0.9);
b_vec = 0.6:0.1:0.9;

for j = 1:length(b_vec)
    beta = b_vec(j);

    cell_unavb = cell(1, length(a_vec));
    cell_cost = cell(1, length(a_vec));
    v1 = zeros(1, length(a_vec));
    v2 = zeros(1, length(a_vec));

    for i = 1:length(a_vec)
        a = a_vec(i);

        unavb = @(N,T1) 1 - avb(N,T1,a,beta);
        f1 = @(x) unavb(x(1), x(2));
        [x1, val1] = ga(f1, 2, [], [], [], [], [1,1], [30,30], [], [1], options);

        costmdf = @(N,T1) cost(N,T1,a,beta);
        f2 = @(x) costmdf(x(1), x(2));
```

```

[x2, val2] = ga(f2, 2, [], [], [], [], [1,1], [30,30], [], [1], options);

cell_unavb{i} = {x1};
cell_cost{i} = {x2};
v1(i) = val1;
v2(i) = val2;
end

filename = sprintf('results_beta_%.1f.mat', beta);
save(filename, 'v1', 'v2', 'cell_unavb', 'cell_cost');
end

```

Κώδικας Η : Για την παραγωγή των κατά Παρέτο άριστων λύσεων και τη δημιουργία του Σχήματος 15.

```
options = optimoptions('gamultiobj','ParetoFraction',0.7,'PopulationSize',52);
a_vec = 0.2:0.2:0.8;
figure ; hold on;
symbols = ["x" ; "o" ; "pentagram" ; "^"] ;
for i=1:4
    unavb = @(N,T1) 1 - avb(N,T1,a_vec(i)) ;
    costmdf = @(N,T1) cost(N,T1,a_vec(i)) ;
    fitnessfcn = @(x) [unavb(x(1) , x(2)) , costmdf(x(1) , x(2) )] ;
    [y,val] = gamultiobj(fitnessfcn , 2 ,[],[],[],[],[0,0] , [30,30],[],[1],options)
    plot(val(:,1) , val(:,2) , symbols(i)) ;
end
xlabel('System Unavailability') ;
ylabel('System Cost Rate') ;
legend('beta=0.8, alfa=0.2','beta=0.8, alfa=0.4','beta=0.8, alfa=0.6',...
    'beta=0.8, alfa=0.8') ;
title('Pareto Front') ;
grid on;
ax = gca ;
ax.GridLineStyle = "--"
ax.GridAlpha = 0.3 ;
hold off ;
saveas(gcf, 'parfront_u_inc.fig');
```