



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΩΝ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ SOLIDWORKS ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ
ΡΟΩΝ**

ΥΠΟ
ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΤΥΡΧΑΝΙΔΗ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2025

© 2025 Νικόλαος Τυρχανίδης

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Ρήτος Κωνσταντίνος Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Χαραλάμπους Γεώργιος Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Σταματέλλος Αναστάσιος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΩΝ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ SOLIDWORKS ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΤΥΡΧΑΝΙΔΗΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2025

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Ρήτος Κωνσταντίνος,
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζει τις δυνατότητες του λογισμικού SolidWorks Flow Simulation στην επίλυση προβλημάτων που σχετίζονται με την υπολογιστική ρευστοδυναμική (CFD) και ειδικότερα με την ανάλυση εξωτερικών αεροδυναμικών ροών. Η μελέτη ξεκινά με μια ιστορική αναδρομή της εξέλιξης της ρευστομηχανικής και της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, αναδεικνύοντας τη σημασία της μετάβασης από τις θεωρητικές και πειραματικές μεθόδους στις προσομοιώσεις μέσω Η/Υ.

Ακολουθεί αναλυτική παρουσίαση των θεωρητικών θεμελίων της στρωτής και τυρβώδους ροής, καθώς και των αντίστοιχων αριθμητικών μεθόδων επίλυσής τους. Στη συνέχεια, διερευνάται η λειτουργικότητα του SolidWorks Flow Simulation, με έμφαση στην πλέγματοποίηση, στο μοντέλο επίλυσης τυρβώδους ροής, καθώς και στις δυνατότητες επικύρωσης των αποτελεσμάτων.

Η εφαρμοσμένη μελέτη περιλαμβάνει προσομοιώσεις ροής γύρω από κυκλικό κύλινδρο, πτέρυγα χαμηλών ταχυτήτων τύπου Eppler 387 και δημοφιλείς πτέρυγες τύπου Naca 0012 & Naca 4412, με στόχο τη συγκριτική αξιολόγηση διαφορετικών ρυθμίσεων πλέγματος και παραμέτρων, καθώς και την εξαγωγή και ανάλυση συντελεστών πίεσης. Τα αριθμητικά αποτελέσματα συγκρίνονται με βιβλιογραφικά και πειραματικά δεδομένα, επιτρέποντας την αξιολόγηση της ακρίβειας, της ευκολίας χρήσης και των ορίων του λογισμικού στη μελέτη αεροδυναμικών φαινομένων.

Η εργασία καταλήγει σε συμπεράσματα σχετικά με τη καταλληλότητα του SolidWorks Flow Simulation για βασικές και μεσαίας πολυπλοκότητας αεροδυναμικές αναλύσεις, καθώς και σε προτάσεις για περαιτέρω αξιοποίηση ή συμπληρωματική χρήση με εξειδικευμένα CFD εργαλεία.

Πίνακας περιεχομένων

Κεφάλαιο 1. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	7
1.1	Εξέλιξη της Μελέτης Προσομοίωσης 7
1.2	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική: Η Νέα Εποχή της Αεροδυναμικής Ανάλυσης..... 10
1.3	Ορόσημα στην Ιστορία της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής 11
1.4	Ενδεικτικές Εφαρμογές της Ρευστομηχανικής..... 15
1.5	Συμπεράσματα 16
Κεφάλαιο 2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΩΤΗΣ ΚΑΙ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ	ΡΟΗΣ 17
2.1	Στρωτή Ροή: Χαρακτηριστικά και Υπολογιστική Προσέγγιση 17
2.2	Τυρβώδης Ροή: Χαρακτηριστικά και Υπολογιστική Προσέγγιση 18
2.3	Θεμελιώδεις Εξισώσεις Ρευστών: Ανάλυση Στρωτής και Τυρβώδους Ροής..... 18
2.4	Οι Κυριότερες Αριθμητικές Μέθοδοι..... 22
2.5	Υπολογιστική Προσέγγιση της Τύρβης..... 26
2.6	Μοντέλα Επίλυσης Εξισώσεων RANS 30
2.7	Βήματα Παραγωγής των RANS Εξισώσεων..... 31
2.8	Συμπεράσματα 37
Κεφάλαιο 3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΕ ΤΟ SOLIDWORKS FLOW	SIMULATION 38
3.1	Πλεονεκτήματα και Βασικές Δυνατότητες του SolidWorks Flow Simulation..... 38
3.2	Εξειδικευμένα Διαθέσιμα Πρόσθετα Modules 40
3.3	Δημιουργία και Διαχείριση Πλέγματος με SmartCells 40
3.4	Πλέγμα τύπου Immersed Boundary..... 41
3.5	Μοντέλα Τύρβης και Εφαρμογή Συναρτήσεων τοιχώματος..... 42
3.6	Εξισώσεις και Υπολογιστική Προσέγγιση..... 42
3.7	Προσομοίωση και Επεξεργασία Οριακού Στρώματος 45
3.8	Συμπεράσματα 47
Κεφάλαιο 4. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΚΥΡΩΣΗΣ ΚΑΙ ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΡΟΗΣ	49
4.1	Εφαρμογή της Μεθοδολογίας Επικύρωσης σε Χαρακτηριστικές Περιπτώσεις Ροής . 49
4.2	Ορισμός Παραμέτρων Ροής..... 51
4.3	Μελέτη Σύγκλισης Πλέγματος 51
4.4	Συγκριτική Αξιολόγηση Πλεγμάτων για Πτέρυγες Naca..... 53
4.5	Συμπεράσματα 64
Κεφάλαιο 5. ΕΠΙΚΥΡΩΣΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕΣΤΩΤΑ ΣΤΡΩΤΗΣ	ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ 65
5.1	Μελέτη Ροής Γύρω από Κυκλικό Κύλινδρο..... 65

5.2	Μελέτη Πτέρυγας Eppler 387 Χαμηλού Reynolds	73
Κεφάλαιο 6. ΕΠΙΚΥΡΩΣΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕΣΤΩΤΑ		
	ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ	79
6.1	Αξιολόγηση Συντελεστή Άντωσης για Πτέρυγες NACA 0012 και NACA 4412 - Σύγκριση με Πειραματικά Δεδομένα και Διαφορετικά Μοντέλα Τύρβης	79
6.2	Αξιολόγηση Συντελεστή Οπισθέλκουσας για Πτέρυγες NACA 0012 και NACA 4412 - Σύγκριση με Πειραματικά Δεδομένα και Διαφορετικά Μοντέλα Τύρβης	83
6.3	Κατανομή Συντελεστή Πίεσης Κατά Μήκος της Χορδής για Πτέρυγες NACA 0012 και NACA 4412 σε Διάφορες Γωνίες Προσβολής.....	86
6.4	Μεταβολή Μέγιστης Τιμής Συντελεστή Πίεσης στις Πτέρυγες NACA.....	90
6.5	Επικύρωση Κατανομής Συντελεστή Πίεσης για Πτέρυγα NACA 0012	91
6.6	Συμπεράσματα	94
Κεφάλαιο 7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....		95
7.1	Υπολογιστικό Περιβάλλον και Πόροι.....	95
7.2	Χαρακτηριστικά και Δυνατότητες του SolidWorks Flow Simulation	95
7.3	Περιορισμοί και Επιφυλάξεις Χρήσης	96
7.4	Αξιολόγηση Απόδοσης και Ευρήματα.....	96
7.5	Τελικές Παρατηρήσεις και Προτάσεις	96
Βιβλιογραφία		98

Κεφάλαιο 1. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Το παρόν κεφάλαιο παρουσιάζει τη σταδιακή εξέλιξη των προσημειώσεων ροής, αρχίζοντας από τις ιστορικές ρίζες της πειραματικής αεροδυναμικής και φτάνοντας στις σύγχρονες τεχνικές της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD). Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στα κρίσιμα ορόσημα και τις τεχνολογικές μεταβάσεις που καθόρισαν τη μετάβαση από τις φυσικές προσομοιώσεις στις αριθμητικές, αναδεικνύοντας πώς η πρόοδος της υπολογιστικής ισχύος και των μαθηματικών μοντέλων κατέστησε δυνατή την προσομοίωση πολύπλοκων ροών με αξιοπιστία και ακρίβεια.

Τέλος, παρουσιάζονται ενδεικτικές εφαρμογές της ρευστομηχανικής σε πληθώρα επιστημονικών και τεχνολογικών πεδίων, αναδεικνύοντας την καθολική της σημασία για τη σύγχρονη μηχανική, τη βιομηχανία και την επιστημονική έρευνα.

1.1 Εξέλιξη της Μελέτης Προσομοίωσης

Από την αρχαιότητα, ο άνθρωπος οραματιζόταν να αγγίξει τον ουρανό, κάτι που εκφράζεται χαρακτηριστικά στον μύθο του Δαίδαλου και του Ίκαρου στην αρχαία Ελλάδα, έναν από τους πρώτους συμβολισμούς της επιθυμίας για πτήση [1].

Αιώνες αργότερα, στην Αναγέννηση, ο Λεονάρντο ντα Βίντσι, εμπνευσμένος από τη φύση, μελέτησε ενδελεχώς την πτήση των πτηνών και σχεδίασε ιπτάμενα μοντέλα [2], [3].

Ένα από τα σχέδιά του ήταν ένα είδος ανεμόπτερου (hang glider), με φτερά που έμοιαζαν με φτερούγες νυχτερίδας (Εικόνα 1). Το σχέδιο του, βασιζόταν κυρίως στην ροή του αέρα και στη μορφολογία των φτερών, παρά στη μηχανική πρόωση.

Αυτές οι πρώιμες απόπειρες έθεσαν τα θεμέλια για την εξέλιξη της αεροπορικής σκέψης, η οποία κορυφώθηκε στους αιώνες που ακολούθησαν.



Εικόνα 1: Ρεπλίκα hang glider, Λεονάρντο ντα Βίντσι. Μουσείο Αυτοκινήτου Ρίγας

Μετά από αιώνες θεωρητικών συλλογισμών και αποτυχημένων προσπαθειών, ο 18ος αιώνας σηματοδοτεί την αρχή μιας πιο συστηματικής και επιστημονικά τεκμηριωμένης προσέγγισης στη μελέτη της πτήσης [4].

Οι πρώτες σχεδιάσεις περιλαμβάνουν μηχανικά ομοιώματα με κινούμενα μέρη και εξακολουθούν να βασίζονται στη μίμηση της φυσικής πτήσης των πουλιών. Ωστόσο, τα πειράματα αυτά αποτυγχάνουν, καθώς παραβλέπουν τις θεμελιώδεις αρχές της αεροδυναμικής.

Οι πρώτοι πειραματιστές αεροπόροι αντιλαμβάνονται σταδιακά πως η επιτυχία δεν έγκειται στην απλή αναπαραγωγή της φύσης, αλλά στην επιστημονική κατανόηση και ποσοτικοποίηση των φυσικών φαινομένων που διέπουν την κίνηση ενός σώματος στον αέρα.

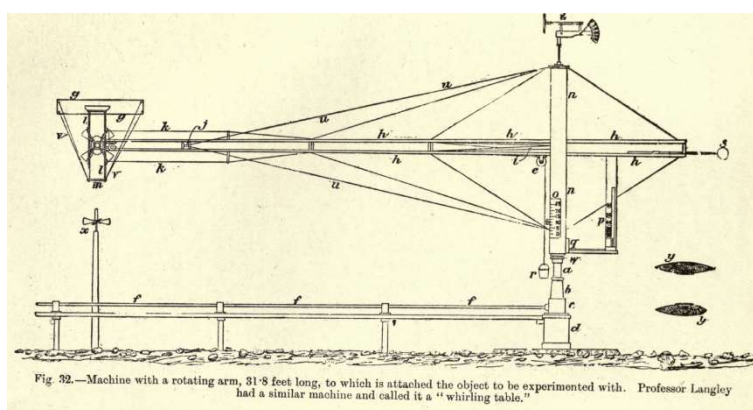
Σε αυτό το σημείο ξεκινά ουσιαστικά η μελέτη της προσημείωσης ροής, ως απαραίτητο εργαλείο για την κατανόηση των αεροδυναμικών ιδιοτήτων των μοντέλων. Οι ερευνητές αναζητούν τρόπους να δημιουργήσουν ελεγχόμενες συνθήκες ροής αέρα, κάνοντας έτσι τα πρώτα ουσιαστικά βήματα προς την ανάπτυξη της επιστήμης της αεροδυναμικής, μέσω της πειραματικής προσημείωσης.

Αρχικά στρέφονται σε φυσικές πηγές ανέμου, όπως ανεμοδαρμένες κορυφές και στενά περάσματα φαραγγιών. Ωστόσο, η ασταθής και απρόβλεπτη φύση των φυσικών ανέμων καθιστά τη διεξαγωγή πειραμάτων δύσκολη και τα αποτελέσματα μη επαναλήψιμα, οδηγώντας τελικά στην ανάγκη δημιουργίας τεχνητών συνθηκών ροής.

Στη συνέχεια αυτής της προσπάθειας, και με στόχο τη δημιουργία σταθερότερων συνθηκών, οι ερευνητές στρέφονται στα μηχανικά μέσα.

Η απλούστερη και οικονομικότερη λύση που υιοθετείται είναι ο περιστρεφόμενος βραχίονας, ο οποίος χρησιμοποιείται για πρώτη φορά από τον Benjamin Robins τον 18ο αιώνα.[5]

Ο μηχανισμός αυτός, βασισμένος σε ένα σύστημα με βάρος, τροχαλία και άξονα, προκαλεί την περιστροφή του δοκιμαστικού μοντέλου γύρω από έναν σταθερό άξονα (Εικόνα 2).



Εικόνα 2: Σχέδιο περιστρεφόμενου βραχίονα [6]

Αξίζει να σημειωθεί ότι, μέχρι τις αρχές του 19ου αιώνα, επικρατούσε ακόμη η αντίληψη ότι η άντωση και η πρόωση έπρεπε να προέρχονται από τον ίδιο μηχανισμό, κατά μίμηση της πτήσης των πτηνών.

Αυτή την παραδοσιακή άποψη ανέτρεψε ριζικά ο Sir George Cayley γύρω στο 1809, όταν δημοσίευσε στο *Nicholson's Journal* το έργο του On Aerial Navigation. Σε αυτό, παρουσίασε για πρώτη φορά την επαναστατική ιδέα του διαχωρισμού της άντωσης από την πρόωση στον σχεδιασμό ιπτάμενων μηχανών, θεμελιώνοντας ουσιαστικά τη σύγχρονη αεροδυναμική.

Η κατανόηση αυτή προέκυψε μέσα από τις δικές του πειραματικές δοκιμές με περιστρεφόμενο βραχίονα (*whirling arm*).

Ο περιστρεφόμενος βραχίονας αποτέλεσε την κύρια πειραματική διάταξη για τη συλλογή συστηματικών αεροδυναμικών δεδομένων μέχρι και τα τέλη του 19ου αιώνα. Παρ' όλα αυτά, παρουσίαζε σημαντικούς περιορισμούς. Η ίδια η περιστροφική του κίνηση προκαλούσε αναταράξεις στον αέρα, με αποτέλεσμα το μοντέλο να κινείται μέσα στις δίνες που το ίδιο δημιουργούσε, επηρεάζοντας την ακρίβεια των μετρήσεων. Επιπλέον, η τοποθέτηση ευαίσθητων οργάνων μέτρησης για την καταγραφή των αεροδυναμικών δυνάμεων αποδείχθηκε ιδιαίτερα δύσκολη, εξαιτίας των συνεχών μεταβολών στη θέση και στην ταχύτητα του μοντέλου

Η ανάγκη για πιο ακριβή και ελεγχόμενα πειράματα οδήγησε στην ανάπτυξη της αεροσήραγγας.

Η πρώτη διάταξη κατασκευάστηκε το 1871 στη Μεγάλη Βρετανία από τον Francis Herbert Wenham. Επρόκειτο για ένα κλειστό πέρασμα, μέσα στο οποίο ο αέρας προωθούνταν με τη βοήθεια ανεμιστήρα που κινούνταν από ατμομηχανή. Σε αυτή τη διάταξη, το μοντέλο παρέμενε ακίνητο ενώ ο αέρας το διέρευε, προσομοιώνοντας τις πραγματικές συνθήκες πτήσης με μεγαλύτερη ακρίβεια και αξιοπιστία.

Ένα από τα βασικά ζητήματα της εποχής, ήταν αν τα δεδομένα από τα μοντέλα μικρής κλίμακας μπορούν να εφαρμοστούν σε πραγματικά αεροσκάφη.

Μία δεκαετία αργότερα, ο Osborne Reynolds, με πειράματα στο Πανεπιστήμιο του Μάντσεστερ το 1883, απέδειξε ότι αυτό είναι εφικτό, αρκεί να διατηρείται σταθερός ο αριθμός Reynolds, ένας αδιάστατος αριθμός που εκφράζει την αναλογία αδρανειακών προς ιξώδεις δυνάμεις και εξασφαλίζει δυναμική ομοιότητα. Έτσι, οι δοκιμές συνεχίστηκαν σε υποκλίμακα, καθώς οι πλήρους κλίμακας αεροσμήνες ήταν, και είναι, ιδιαίτερα δαπανηρές.

Από τις αρχές του 20ού αιώνα έως και τη δεκαετία του 1970, η μελέτη της αεροδυναμικής βασιζόταν κυρίως σε πειραματικές μεθόδους, με κύριο εργαλείο τις αεροσμήνες, οι οποίες αποτέλεσαν το θεμέλιο της ανάπτυξης της αεροναυπηγικής μηχανικής.

1.2 Υπολογιστική Ρευστοδυναμική: Η Νέα Εποχή της Αεροδυναμικής Ανάλυσης

Με τη ραγδαία πρόοδο της υπολογιστικής τεχνολογίας από τη δεκαετία του 1970 και έπειτα, άρχισε να αναδύεται σταδιακά μια νέα προσέγγιση: η Υπολογιστική Ρευστοδυναμική (Computational Fluid Dynamics – CFD) [7], [8].

Οι αεροσήραγγες, αν και πολύτιμες, παρουσιάζουν περιορισμούς: οι δοκιμές είναι χρονοβόρες, απαιτούν την κατασκευή φυσικών μοντέλων και συχνά η αναπαράσταση πολύπλοκων φαινομένων, όπως υπερηχητικές ροές, είναι εξαιρετικά δαπανηρή, λόγω των υψηλών απαιτήσεων σε ενέργεια και εξειδικευμένο εξοπλισμό. Επίσης, οι μετρήσεις μπορούν να επηρεαστούν από το περιβάλλον της σήραγγας ή τα ίδια τα όργανα μέτρησης [4].

Αντιθέτως, η Υπολογιστική Ρευστοδυναμική δεν απαιτεί φυσική αεροσήραγγα ούτε φυσικά μοντέλα. Παρέχει λεπτομερή αριθμητική προσέγγιση της ροής (ταχύτητα, πίεση, στροβιλισμοί) σε κάθε σημείο του υπολογιστικού μοντέλου.

Ωστόσο, δεν προσφέρει απόλυτα αναλυτική εικόνα, καθώς τα αποτελέσματα επηρεάζονται από αριθμητικά σφάλματα, την ποιότητα του πλέγματος και την ακρίβεια των αριθμητικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται.

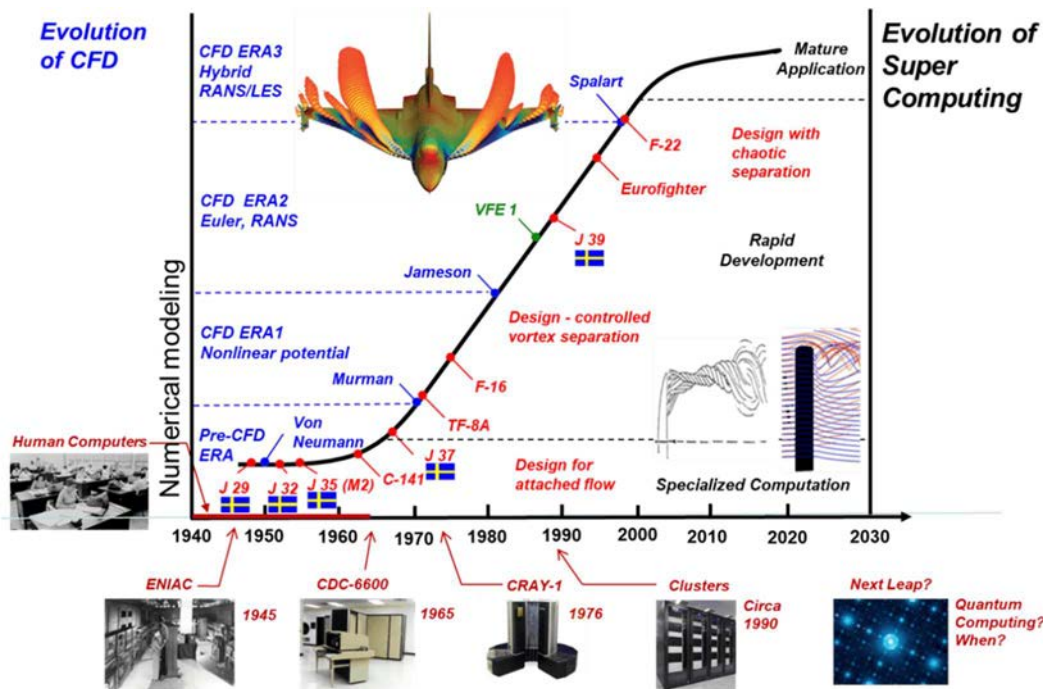
Παρά τα παραπάνω, επιτρέπει ταχείες τροποποιήσεις σε παραμέτρους, όπως η γωνία προσβολής ή το σχήμα της πτέρυγας, χωρίς επιπλέον κόστος πειραματικής δοκιμής.

Κατ' αυτόν τον τρόπο, η διαδικασία σχεδιασμού καθίσταται ταχύτερη, οικονομικότερη και πιο ευέλικτη.

Αξίζει, ωστόσο, να σημειωθεί ότι η Υπολογιστική Ρευστοδυναμική δεν υποκατέστησε πλήρως τις πειραματικές δοκιμές, αλλά λειτουργεί συμπληρωματικά: οι προσομοιώσεις περιορίζουν τις παραμετρικές δοκιμές, ενώ κρίσιμα σημεία εξακολουθούν να επαληθεύονται πειραματικά σε αεροσήραγγες.

1.3 Ορόσημα στην Ιστορία της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής

Η εξέλιξη της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής ακολουθεί μια χαρακτηριστική καμπύλη τύπου S-curve, η οποία περιγράφει την πορεία κάθε τεχνολογικής καινοτομίας: από τη φάση της σταδιακής υιοθέτησης με περιορισμένες δυνατότητες, στην εκθετική ανάπτυξη λόγω τεχνολογικής ωρίμανσης, και τελικά στη φάση κορεσμού, που απαιτούνται ριζοσπαστικές καινοτομίες για περαιτέρω πρόοδο. Στην περίπτωση της CFD, η πρόοδος επηρεάστηκε καθοριστικά από την εξέλιξη της υπολογιστικής ισχύος και την ανάπτυξη κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων και αλγορίθμων (Εικόνα 3).



Εικόνα 3: Παράλληλη εξέλιξη της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD) και των Υπερυπολογιστών από τη δεκαετία του 1940 έως σήμερα. [9]

Κατηγοριοποίηση της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής σε τρεις εποχές

Η ιστορική πορεία της CFD μπορεί να κατανεμηθεί σε τρεις διακριτές εποχές, ανάλογα με τα κυρίαρχα μοντέλα προσομοίωσης ροής και τις δυνατότητες των διαθέσιμων υπολογιστών.

Εποχή CFD 1 – Μη Γραμμικό Δυναμικό (1970–1980)

Κατά την πρώιμη περίοδο της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής, η αριθμητική ανάλυση στηριζόταν σε μη γραμμικά δυναμικά μοντέλα ροής, κατάλληλα για υποηχητικές και υπερηχητικές ροές χωρίς σημαντικά ιξώδη φαινόμενα. Ο όρος *μη γραμμικό δυναμικό* αναφέρεται σε μαθηματικά μοντέλα στα οποία η εξίσωση του δυναμικού περιλαμβάνει μη γραμμικούς όρους, επιτρέποντας την περιγραφή φαινομένων που δεν μπορούν να αποδοθούν με γραμμικές προσεγγίσεις. Στο πλαίσιο αυτό, επιλύονταν κυρίως απλουστευμένες μορφές της εξίσωσης Euler ή της εξίσωσης Laplace, με

εφαρμογές σε εξωτερικές ροές γύρω από αεροτομές και ακροφύσια. Η μεθοδολογία αυτή αγνοούσε πλήρως την περιοχή του οριακού στρώματος και την επίδραση του στροβιλισμού. [10]

Εποχή CFD 2 – Euler / RANS (1980–2000)

Η δεύτερη εποχή σηματοδοτείται από την ενσωμάτωση του ιξώδους μέσω των εξισώσεων Reynolds-Averaged Navier–Stokes (RANS). Τα μοντέλα RANS περιγράφουν τη μέση χρονική συμπεριφορά των στροβιλωδών ροών, επιτρέποντας την προσομοίωση πρακτικών εφαρμογών, όπως οι ροές γύρω από αεροσκάφη και αυτοκίνητα. Η περίοδος αυτή συνέπεσε με την αξιοποίηση ισχυρών υπερυπολογιστών και την καθιέρωση της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής σε μεγάλα βιομηχανικά προγράμματα, όπως τα F-16, Eurofighter και JAS-39 Gripen. [11], [12].

Εποχή CFD 3 – Υβριδικά Μοντέλα RANS/LES (2000 – Σήμερα)

Η τρίτη και πιο πρόσφατη εποχή στην εξέλιξη της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD) χαρακτηρίζεται από την ανάπτυξη και εκτεταμένη χρήση υβριδικών υπολογιστικών μοντέλων, τα οποία συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των μεθόδων RANS (Reynolds-Averaged Navier–Stokes) και LES (Large Eddy Simulation). Η προσέγγιση αυτή παρέχει πιο αξιόπιστη απεικόνιση των πολύπλοκων και ασταθών ροών, διατηρώντας ταυτόχρονα σε αποδεκτά επίπεδα το υπολογιστικό κόστος.

Τα υβριδικά μοντέλα εφαρμόζουν τη μεθοδολογία LES σε περιοχές μακριά από τα τοιχώματα, όπου εμφανίζονται έντονοι στροβιλισμοί και αποκολλήσεις ροής, ενώ κοντά στα τοιχώματα διατηρούν τη χρήση των υπολογιστικά αποδοτικότερων μοντέλων RANS, τα οποία προσφέρουν μεγαλύτερη ακρίβεια στην πρόβλεψη του οριακού στρώματος.

Η υιοθέτηση αυτών των μεθόδων έχει καταστήσει δυνατή την ανάλυση ροών σε πολύπλοκες γεωμετρίες και σε ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας, προσομοιώνοντας με υψηλή πιστότητα τις φυσικές και επιχειρησιακές συνθήκες κάθε συστήματος. Έχουν ήδη βρει εφαρμογή σε προηγμένα αεροδυναμικά συστήματα και στον σχεδιασμό αεροσκαφών υψηλής απόδοσης, όπως τα F-22, VFE-1 και Eurofighter. [13], [14]

Εξέλιξη Υπολογιστικής Ισχύος

Η εξέλιξη της υπολογιστικής ισχύος έχει καθορίσει σε μεγάλο βαθμό την πρόοδο της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής, επιτρέποντας την αντιμετώπιση ολοένα πιο πολύπλοκων προβλημάτων ροής με αυξανόμενη ακρίβεια και ταχύτητα.

Σημαντικοί υπολογιστές-ορόσημα παρατίθενται παρακάτω.

ENIAC (1945)

Ο ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer) ήταν ο πρώτος πλήρως ηλεκτρονικός υπολογιστής γενικής χρήσης, με υπολογιστική δυνατότητα 5.000 προσθέσεων ανά δευτερόλεπτο. Αν και δεν χρησιμοποιήθηκε απευθείας για εφαρμογές CFD, αποτέλεσε το θεμέλιο για την ανάπτυξη αριθμητικών μεθόδων επίλυσης διαφορικών εξισώσεων. Ο προγραμματισμός του πραγματοποιούνταν χειροκίνητα μέσω καλωδιώσεων και πινάκων ελέγχου, γεγονός που έκανε τις υπολογιστικές διαδικασίες χρονοβόρες.

Χρησιμοποιήθηκε κυρίως για βαλλιστικούς υπολογισμούς, αλλά η συμβολή του ήταν καθοριστική για τη μετάβαση από αναλογικούς σε ψηφιακούς υπολογισμούς, ανοίγοντας τον δρόμο για την αριθμητική προσομοίωση φυσικών φαινομένων [15], [16].

CDC-6600 (1965)

Ο CDC-6600, θεωρείται ο πρώτος υπερυπολογιστής στον κόσμο και έθεσε τα θεμέλια για την υλοποίηση πρακτικών CFD εφαρμογών. Με ταχύτητα επεξεργασίας περίπου 3 εκατομμύρια εντολές ανά δευτερόλεπτο, εισήγαγε την έννοια της παράλληλης επεξεργασίας με έναν κεντρικό και δέκα βοηθητικούς επεξεργαστές.

Χρησιμοποιήθηκε εκτενώς σε αεροδυναμικά κέντρα και πανεπιστήμια για την επίλυση μη γραμμικών μοντέλων δυναμικού ροής (nonlinear potential flow), επιτρέποντας για πρώτη φορά την τρισδιάστατη προσομοίωση υπερηχητικών ροών.

Υπήρξε καθοριστικό εργαλείο στην ανάπτυξη πρώιμων αλγορίθμων και προγραμμάτων CFD, όπως το NASA PANAIR [17], [18].

CRAY-1 (1976)

Ο Cray-1 αποτέλεσε ορόσημο στην ιστορία των υπερυπολογιστών, εισάγοντας για πρώτη φορά σε μεγάλη κλίμακα δυνατότητες διανυσματικής επεξεργασίας (vector processing) για την επίλυση πολύπλοκων αριθμητικών προβλημάτων, όπως αυτά που προκύπτουν από τη διακριτοποίηση των εξισώσεων Navier–Stokes.

Χάρη στις υπολογιστικές του επιδόσεις, επέτρεψε την εφαρμογή των πρώτων τρισδιάστατων CFD προσομοιώσεων, βασισμένων στις εξισώσεις Euler και στις πρώιμες μορφές των RANS. Χρησιμοποιήθηκε κυρίως σε αμυντικά και αεροναυπηγικά προγράμματα, συμβάλλοντας στη σχεδίαση νέων αεροσκαφών. Η αρχιτεκτονική του έθεσε τα θεμέλια για τη μετέπειτα ανάπτυξη

κατανεμημένων υπολογιστικών συστημάτων, ενισχύοντας την αξιοπιστία και την ακρίβεια της CFD ανάλυσης. [19], [20].

Clusters (1990s – Σήμερα)

Από τη δεκαετία του 1990 και έπειτα, η ευρεία διάδοση των υπολογιστικών συστοιχιών (clusters) επέτρεψε την αξιοποίηση πολλαπλών μονάδων επεξεργασίας για την επίλυση εξαιρετικά πολύπλοκων προβλημάτων CFD. Οι συστοιχίες αυτές βασίζονται σε συμβατικούς επεξεργαστές, οι οποίοι επικοινωνούν μέσω δικτύων υψηλής ταχύτητας, χρησιμοποιώντας πρότυπα παράλληλου προγραμματισμού όπως το MPI (Message Passing Interface) και το OpenMP.

Η αρχιτεκτονική των clusters κατέστησε εφικτή την ανάλυση ροών με εκατομμύρια υπολογιστικά στοιχεία, καθώς και την εφαρμογή υβριδικών μοντέλων RANS/LES σε βιομηχανικά προϊόντα. Παράλληλα, επέτρεψε την υλοποίηση διαδικασιών βελτιστοποίησης σχεδίασης μέσω παραμετρικών βρόχων και αυτόματων εργαλείων αναζήτησης.

Σήμερα, τα clusters αποτελούν τον υπολογιστικό πυρήνα λογισμικών όπως το ANSYS Fluent, το OpenFOAM και το STAR-CCM+.[21], [22]

Quantum Computing (Μέλλον)

Η κβαντική υπολογιστική (Quantum Computing) αποτελεί μια ταχέως αναπτυσσόμενη τεχνολογία, η οποία, αν και δεν έχει ακόμη βρει πρακτική εφαρμογή στην CFD, υπόσχεται ριζικές αλλαγές στον τρόπο επίλυσης πολύπλοκων φυσικών προβλημάτων. Οι κβαντικοί υπολογιστές χρησιμοποιούν qubits, τα οποία μπορούν να βρίσκονται σε υπέρθεση καταστάσεων, επιτρέποντας την παράλληλη επεξεργασία σε θεμελιώδες επίπεδο.

Σε θεωρητικό επίπεδο έχουν ήδη προταθεί μέθοδοι για την επιτάχυνση της επίλυσης των εξισώσεων Navier–Stokes, είτε μέσω κβαντικών αλγορίθμων είτε μέσω Monte Carlo προσεγγίσεων υψηλής διαστατικότητας. Εφόσον ωριμάσει τεχνολογικά, το Quantum Computing θα μπορούσε να καταστήσει εφικτή την real-time CFD, με άμεση ενσωμάτωση των αποτελεσμάτων σε διαδικασίες ελέγχου και σχεδίασης. [23], [24]

1.4 Ενδεικτικές Εφαρμογές της Ρευστομηχανικής

Η ρευστομηχανική αποτελεί βασικό επιστημονικό πεδίο με ευρύτατο φάσμα εφαρμογών, τόσο στην έρευνα όσο και στην εκπαίδευση, καλύπτοντας σχεδόν κάθε τομέα που σχετίζεται με τη ροή ρευστών [7]. Ενδεικτικά παραδείγματα περιλαμβάνουν:

- **Στη μηχανολογία:** Εφαρμογές σε μηχανές εσωτερικής καύσης και συστήματα μετατροπής ενέργειας, όπως αντλίες, ανεμιστήρες, στροβιλοκινητήρες (ατμού, αερίων και αιολικής ενέργειας), κλιματιστικά συστήματα και υδραυλικά συστήματα ελέγχου.
- **Στην πολιτική μηχανική:** Μελέτη και σχεδιασμός υδραυλικών εγκαταστάσεων και έργων, ροή σε ποτάμια και θαλάσσια ρεύματα, καθώς και αλληλεπιδράσεις μεταξύ ροής και εδάφους.
- **Στη χημική μηχανική:** Ανάλυση ροής ρευστών και μειγμάτων σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις, σχεδιασμός διεργασιών καύσης και χημικών αντιδράσεων, καθώς και φυσικές διεργασίες στην πετροχημική βιομηχανία.
- **Στην τεχνολογία μεταφορών:** Ανάπτυξη συστημάτων αερομεταφοράς και ναυτιλίας, μελέτη της αεροδυναμικής πτήσης στην ατμόσφαιρα και στο διάστημα, θαλάσσιες μεταφορές και υποβρύχια πρόωση.
- **Στη βιολογία και την ιατρική:** Ανάλυση της ροής σε βιολογικά συστήματα, όπως το κυκλοφορικό και το αναπνευστικό σύστημα.
- **Στη μετεωρολογία:** Πρόγνωση καιρού, δυναμική καταιγίδων και κυκλώνων και μοντελοποίηση του κλίματος.
- **Στην περιβαλλοντική προστασία:** Ανάλυση της διασποράς ρύπων στην ατμόσφαιρα, στα ύδατα και στο έδαφος, ανάπτυξη αντιρρυπαντικής τεχνολογίας και σχεδιασμός τεχνητών βιοσφαιρών με συστήματα ελέγχου μικροκλίματος.
- **Στη νανοτεχνολογία και τη μικρορευστομηχανική (microfluidics):** Έλεγχος της ροής πολύ μικρών ποσοτήτων ρευστού σε μικροσυσκευές (lab-on-a-chip), που χρησιμοποιούνται σε διαγνωστικά τεστ, βιοαισθητήρες και φαρμακευτικές εφαρμογές.

- **Στην ενέργεια και τις ανανεώσιμες πηγές:** Ανάλυση της ροής σε αγωγούς μεταφοράς πετρελαίου και φυσικού αερίου, σχεδιασμός αιολικών και υδροηλεκτρικών συστημάτων, καθώς και μοντελοποίηση γεωθερμικών ρευστών.

1.5 Συμπεράσματα

Η ιστορική εξέλιξη της μελέτης της ροής αποκαλύπτει μια συνεχή πορεία προόδου, από τις πρώτες εμπνεύσεις και μηχανικές κατασκευές έως τις σύγχρονες υπολογιστικές τεχνικές. Οι αρχικές πειραματικές διατάξεις, όπως ο περιστρεφόμενος βραχίονας, έθεσαν τα θεμέλια για την ποσοτική ανάλυση των αεροδυναμικών φαινομένων, ενώ η ανάπτυξη των αεροσηράγγων επέτρεψε την ακριβή και ελεγχόμενη προσομοίωση συνθηκών πτήσης.

Τον 19° αιώνα, η διατύπωση θεμελιωδών εννοιών, όπως η διάκριση άντωσης και πρόωσης από τον Cayley και η εισαγωγή του αριθμού Reynolds για τη δυναμική ομοιότητα, υπήρξε καθοριστική για την πρόοδο της αεροδυναμικής.

Τον 20° αιώνα, η εμφάνιση της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD), σε συνδυασμό με την αλματώδη αύξηση της υπολογιστικής ισχύος, σηματοδότησε μια νέα εποχή στην ανάλυση πολύπλοκων ροών, προσφέροντας υψηλή ακρίβεια και ευελιξία.

Η εξέλιξη των μεθόδων CFD, από τα μη γραμμικά δυναμικά μοντέλα έως τα υβριδικά RANS/LES, αντικατοπτρίζει την αυξανόμενη ικανότητα συνδυασμού υπολογιστικής αποδοτικότητας με πιστή αναπαράσταση της φυσικής πραγματικότητας.

Σήμερα, η CFD λειτουργεί συμπληρωματικά προς τις πειραματικές μεθόδους, μειώνοντας το κόστος και επιταχύνοντας τον κύκλο σχεδιασμού.

Κεφάλαιο 2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΩΤΗΣ ΚΑΙ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ

Το παρόν κεφάλαιο εστιάζει στην ανάλυση και υπολογιστική προσέγγιση της στρωτής και της τυρβώδους ροής, δύο θεμελιωδών μορφών ροϊκής συμπεριφοράς με σημαντικές διαφορές ως προς τη δομή, τη δυναμική και τις απαιτήσεις μοντελοποίησης. Δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα στις θεμελιώδεις εξισώσεις της ρευστομηχανικής, οι οποίες αποτελούν τη μαθηματική βάση για την κατανόηση και προσομοίωση ροϊκών φαινομένων. Ακολουθώντας, παρουσιάζονται οι κύριες αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην Υπολογιστική Ρευστοδυναμική (CFD) για τη διακριτοποίηση και επίλυση των εξισώσεων αυτών. Έμφαση αποδίδεται στην προσομοίωση της τύρβης μέσω των υπολογιστικών μοντέλων που εφαρμόζονται για την περιγραφή της. Τέλος, αναλύεται η παραγωγή των εξισώσεων RANS, οι οποίες έχουν καθιερωθεί σε βιομηχανικά λογισμικά CFD ως ένας πρακτικός και αποδοτικός τρόπος μοντελοποίησης της τυρβώδους ροής.

2.1 Στρωτή Ροή: Χαρακτηριστικά και Υπολογιστική Προσέγγιση

Η στρωτή ροή αποτελεί μία από τις θεμελιώδεις κατηγορίες ροής των ρευστών, με ιδιαίτερη σημασία στην ανάλυση και σχεδίαση εφαρμογών που απαιτούν ακρίβεια, σταθερότητα και χαμηλές ενεργειακές απώλειες. Χαρακτηρίζεται από την ομαλή και οργανωμένη κίνηση των σωματιδίων του ρευστού, τα οποία ακολουθούν παράλληλες και σαφώς καθορισμένες ροϊκές γραμμές. Η απουσία στροβιλισμών ή χαοτικών μετατοπίσεων καθιστά τη συμπεριφορά της ροής σταθερή και μαθηματικά προβλέψιμη.

Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα της στρωτής ροής είναι η ομαλή μεταβολή των ροϊκών μεγεθών, όπως η ταχύτητα, η πίεση και η θερμοκρασία, σε όλο το ρευστοδυναμικό πεδίο. Οι μεταβολές αυτές πραγματοποιούνται μέσω μοριακών μηχανισμών μεταφοράς, όπως το ιξώδες και η θερμική αγωγιμότητα, χωρίς την παρέμβαση μακροσκοπικών δομών όπως στροβιλισμοί ή ανακυκλοφορίες. Το γεγονός αυτό περιορίζει τις απώλειες ενέργειας και ενισχύει τον έλεγχο και την ακρίβεια της ροής, κάτι που είναι κρίσιμο σε εφαρμογές όπως μικρορευστομηχανικές διατάξεις, ιατροτεχνολογικά συστήματα και αεροναυπηγικές εφαρμογές χαμηλών Reynolds [7].

2.2 Τυρβώδης Ροή: Χαρακτηριστικά και Υπολογιστική Προσέγγιση

Ο όρος *τύρβη* σημαίνει «θόρυβος, ταραχή, αναστάτωση, αταξία». Στη ρευστομηχανική, η τυρβώδης ροή περιγράφει ροές που χαρακτηρίζονται από έντονες, ακανόνιστες και συχνά χαοτικές διακυμάνσεις των ροϊκών μεγεθών. Αν και οι διακυμάνσεις αυτές φαίνονται τυχαίες, ακολουθούν μια εσωτερική δομή και συνέπεια. Η τυρβώδης ροή αντιπαρατίθεται στη στρωτή ροή, όπου το ρευστό κινείται ομαλά κατά στρώματα, με ελάχιστες τοπικές και χρονικές μεταβολές. [7], [25]

Η ταχύτητα σε τυρβώδη ροή μπορεί να παρουσιάζει διακυμάνσεις στην ένταση και τη διεύθυνσή της της τάξης του 10%, ενώ σε ακραίες περιπτώσεις φτάνει έως και το 100%. [7]

Κύριο χαρακτηριστικό της τύρβης είναι η μηχανική φύση των διακυμάνσεων: πρόκειται για μακροσκοπικές κινήσεις μαζών ρευστού, οι οποίες εκδηλώνονται σε κλίμακες πολύ μεγαλύτερες από τη μοριακή. Σε αντίθεση με τη μοριακή διάχυση —όπως η κίνηση Brown— οι μακροσκοπικές αυτές κινήσεις οδηγούν σε πολύ πιο αποτελεσματική μεταφορά μάζας, ορμής και ενέργειας.

Καθοριστικό στοιχείο της δυναμικής της τύρβης είναι ο *ενεργειακός καταρράκτης*: η κινητική ενέργεια τροφοδοτεί τις μεγάλες δίνες και, μέσω σταδιακής διάσπασης, μεταφέρεται σε μικρότερες κλίμακες. Τελικά, στις λεγόμενες κλίμακες Kolmogorov, η ενέργεια διαχέεται ως θερμότητα λόγω ιξώδους. [26]

Η τυρβώδης ροή αποτελεί τον κυρίαρχο τύπο ροής στις περισσότερες εφαρμογές πρακτικού ενδιαφέροντος. Από τη ροή σε αγωγούς, θερμικά συστήματα, τουρμπίνες και εναλλάκτες θερμότητας, έως τις αεροδυναμικές και περιβαλλοντικές εφαρμογές, η τύρβη καθορίζει την αλληλεπίδραση ρευστού–στερεού, τη μεταφορά θερμότητας, μάζας και ορμής, καθώς και τις συνολικές ενεργειακές απώλειες.

2.3 Θεμελιώδεις Εξισώσεις Ρευστών: Ανάλυση Στρωτής και Τυρβώδους Ροής

Η μαθηματική περιγραφή τόσο της στρωτής όσο και της τυρβώδους ροής βασίζεται στο σύστημα των θεμελιωδών εξισώσεων: την εξίσωση συνέχειας (διατήρηση μάζας), τις εξισώσεις Navier–Stokes (διατήρηση ορμής) και την καταστατική εξίσωση, η οποία συνδέει τα θερμοδυναμικά μεγέθη του ρευστού.

Οι εξισώσεις αυτές είναι μη γραμμικές, συζευγμένες και γενικά δύσκολα επιλύσιμες με αναλυτικές μεθόδους. Στην περίπτωση της στρωτής ροής, η απουσία έντονων διαταραχών καθιστά δυνατή μια αξιόπιστη και σταθερή αριθμητική επίλυση. Αντίθετα, η τυρβώδης ροή, με τις πολύπλοκες και ακανόνιστες κινήσεις που τη χαρακτηρίζουν, αυξάνει σημαντικά τόσο την υπολογιστική όσο και τη μαθηματική δυσκολία της προσομοίωσης. [7], [25], [26], [27]

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι θεμελιώδεις εξισώσεις σε τρεις διαστάσεις, οι οποίες περιγράφουν πλήρως τη συμπεριφορά ενός ρευστού.

Εξίσωση Συνέχειας

Η εξίσωση συνέχειας για τη διατήρηση της μάζας, σε τρεις διαστάσεις για ένα μη συμπιεστό ρευστό, διατυπώνεται ως εξής:

$$\nabla \cdot u = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Όπου:

- $u = (u_x, u_y, u_z)$: είναι το διανυσματικό πεδίο ταχύτητας του ρευστού στο χώρο 3 διαστάσεων.
- $\nabla \cdot u$: είναι η απόκλιση (divergence) του πεδίου ταχύτητας. Για μη συμπιεστό ρευστό είναι μηδέν, υποδεικνύοντας ότι η μάζα διατηρείται.

Εξισώσεις Navier-Stokes

Οι εξισώσεις Navier-Stokes σε τρεις διαστάσεις για μη συμπιεστό ρευστό είναι οι εξής:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 u + f$$

Αν αναλύσουμε την εξίσωση αυτή για τις τρεις διαστάσεις, έχουμε τις τρεις εξισώσεις (μία για κάθε συνιστώσα της ταχύτητας):

Συνιστώσα x:

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + f_x$$

Συνιστώσα y:

$$\rho \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) + f_y$$

Συνιστώσα z:

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + f_z$$

Όπου:

- (u_x, u_y, u_z) : είναι οι συνιστώσες του διανύσματος ταχύτητας.
- p : είναι το πεδίο πίεσης.

- μ : είναι το ιξώδες του ρευστού.
- (f_x, f_y, f_z) : είναι οι εξωτερικές δυνάμεις (όπως η βαρύτητα ή άλλες πηγές δυνάμεων) σε κάθε κατεύθυνση.

Καταστατική Εξίσωση

Για να είναι πλήρως καθορισμένο το σύστημα εξισώσεων που περιγράφει τη ροή συμπιεστών ρευστών, είναι απαραίτητη η χρήση μιας καταστατικής εξίσωσης. Η εξίσωση αυτή συσχετίζει τη πίεση με βασικές θερμοδυναμικές μεταβλητές, όπως η πυκνότητα και η θερμοκρασία, και εξασφαλίζει ότι το σύστημα εξισώσεων είναι πλήρως προσδιορισμένο.

Η διαδεδομένη καταστατική εξίσωση είναι εκείνη του ιδανικού αερίου:

$$p = \rho R T$$

Όπου:

- p : πίεση
- ρ : πυκνότητα
- R : ειδική σταθερά αερίου (εξαρτάται από το είδος του αερίου)
- T : απόλυτη θερμοκρασία (σε Kelvin)

Ειδικές Περιπτώσεις

Ανάλογα με τις συνθήκες ροής και τις θερμοδυναμικές μεταβολές, η καταστατική εξίσωση μπορεί να λάβει διαφορετικές μορφές, όπως παρουσιάζονται παρακάτω (Εικόνα 4).

1) Ροή υπό Σταθερή Θερμοκρασία:

Σε περιπτώσεις που η θερμοκρασία παραμένει σταθερή, η πίεση είναι γραμμικά ανάλογη της πυκνότητας και η εξίσωση απλοποιείται σε:

$$p \propto \rho$$

2) Αδιαβατική Ροή

Για αέρια που υφίστανται αδιαβατική μεταβολή, εφαρμόζεται η σχέση:

$$p = K \rho^\gamma$$

Όπου:

- K : σταθερά που εξαρτάται από την αρχική κατάσταση του ρευστού

- $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$: λόγος ειδικών θερμότητων (για τον αέρα περίπου 1.4)

Η εξίσωση αυτή, χρησιμοποιείται συνήθως σε υπερηχητικές ροές ή ροές με κρουστικά κύματα.

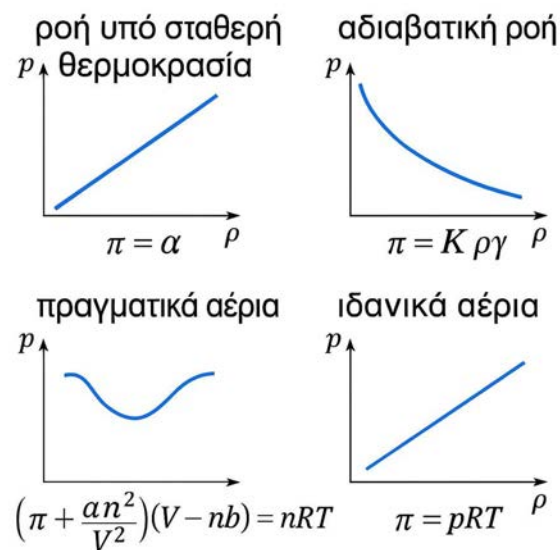
3) Πραγματικά Αέρια

Σε υψηλές πιέσεις ή χαμηλές θερμοκρασίες, όπου το ρευστό αποκλίνει από την ιδανική συμπεριφορά, χρησιμοποιούνται πιο σύνθετα μοντέλα, όπως η εξίσωση van der Waals:

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

όπου a, b είναι εμπειρικές σταθερές.

Αυτές οι εξισώσεις είναι απαραίτητες για ακριβείς υπολογισμούς σε κινητήρες, υπερηχητικές ροές ή σε ροές κοντά στο σημείο συμπύκνωσης.



Εικόνα 4: Γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν διαφορετικές εξισώσεις κατάστασης ρευστών.

Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική (Computational Fluid Dynamics – CFD) προσφέρει τη δυνατότητα αριθμητικής επίλυσης του παραπάνω συστήματος εξισώσεων μέσω της διακριτοποίησης του φυσικού πεδίου (χώρος και χρόνος) και της εφαρμογής κατάλληλων μεθόδων. Με τον τρόπο αυτό, μπορεί να αναλυθεί με ακρίβεια τόσο η στρωτή όσο και η τυρβώδης ροή σε ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών.

2.4 Οι Κυριότερες Αριθμητικές Μέθοδοι

Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική (CFD) στηρίζεται σε αριθμητικές μεθόδους για τη διακριτοποίηση και επίλυση των μη-γραμμικών εξισώσεων που περιγράφουν τη ροή και τη μεταφορά φυσικών ποσοτήτων, όπως οι εξισώσεις Navier–Stokes. Οι τρεις κυριότερες προσεγγίσεις είναι η Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών, η Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων και η Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, οι οποίες διαφέρουν στον τρόπο διακριτοποίησης και αντιμετώπισης πολύπλοκων γεωμετρικών και συνθηκών ροής. Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου εξαρτάται από το πρόβλημα, την επιθυμητή ακρίβεια και την υπολογιστική απόδοση.

1) Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών

Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών αποτελεί μία από τις κλασικές αριθμητικές τεχνικές για την προσέγγιση και επίλυση διαφορικών εξισώσεων. Η βασική της αρχή στηρίζεται στην αντικατάσταση των παραγώγων με διαφορές, οι οποίες υπολογίζονται σε ένα διακριτό πλέγμα του χώρου και του χρόνου. Με τον τρόπο αυτό, οι συνεχείς εξισώσεις μετατρέπονται σε συστήματα αλγεβρικών εξισώσεων, τα οποία μπορούν να επιλυθούν με αριθμητικές μεθόδους.

Τα προκύπτοντα συστήματα μπορεί να είναι γραμμικά ή μη γραμμικά και συχνά επιλύονται με τεχνικές όπως η μέθοδος Gauss–Seidel ή άλλες επαναληπτικές διαδικασίες. Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη, χάρη στην απλότητα υλοποίησης και το σχετικά χαμηλό υπολογιστικό κόστος, γεγονός που την καθιστά κατάλληλη για προβλήματα με απλές γεωμετρίες και ομοιόμορφα πλέγματα.

Ωστόσο, η εφαρμογή της σε πολύπλοκες ή ακανόνιστες γεωμετρίες είναι περιορισμένη, καθώς η ακρίβεια και η σταθερότητα της λύσης μπορεί να επηρεαστούν σημαντικά.

Για την προσέγγιση των χωρικών παραγώγων χρησιμοποιούνται κυρίως τρία βασικά σχήματα διαφοροποίησης: η κεντρική διαφοροποίηση, η διαφοροποίηση προς τα εμπρός και η διαφοροποίηση προς τα πίσω. Κάθε σχήμα παρουσιάζει διαφορετικά χαρακτηριστικά ως προς την ακρίβεια, τη σταθερότητα και την προσαρμογή στη φορά της ροής, επηρεάζοντας τη συμπεριφορά και την ποιότητα της αριθμητικής λύσης.[7], [26], [27]

1.α) Κεντρική Διαφοροποίηση (Central Differencing Scheme)

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} \approx \frac{u_{x_{i+1,j,k}} - u_{x_{i-1,j,k}}}{2\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^2)$$

Η κεντρική διαφοροποίηση είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για ομαλές ροές χωρίς ασυνέχειες, καθώς προσφέρει υψηλή αριθμητική ακρίβεια χωρίς την εισαγωγή τεχνητής διάχυσης. Χάρη στη συμμετρική της φύση, χρησιμοποιεί σημεία και από τις δύο πλευρές του κόμβου, γεγονός που εξαλείφει το σφάλμα καθαρής διάχυσης και διατηρεί την ισορροπία του αριθμητικού σχήματος.

Το σχήμα αυτό αποδίδει με μεγάλη ακρίβεια λεπτές ροϊκές δομές, όπως τα οριακά στρώματα και οι στρωτές δίνες, καθιστώντας το ιδανικό για προσομοιώσεις εξωτερικών ροών σε υποηχητικά και αδιατάρακτα πεδία. Ωστόσο, η έλλειψη προσανατολισμού ως προς τη φορά της ροής μπορεί να οδηγήσει σε αριθμητικές ταλαντώσεις σε περιοχές με έντονες μεταβολές ή ασυνέχειες, όπως τα κρουστικά κύματα, λόγω απουσίας μηχανισμού απόσβεσης.

1.β) Διαφοροποίηση προς τα Εμπρός (Forward Differencing Scheme)

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} \approx \frac{u_{x_{i+1,j,k}} - u_{x_{i,j,k}}}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x)$$

Η διαφοροποίηση προς τα εμπρός εισάγει τεχνητή αριθμητική διάχυση, η οποία λειτουργεί ως μηχανισμός απόσβεσης αριθμητικών ταλαντώσεων και ενισχύει τη σταθερότητα της λύσης. Αυτό την καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιοχές με απότομες μεταβολές ή ασυνέχειες, όπως τα κρουστικά κύματα, όπου υπερτερεί έναντι συμμετρικών σχημάτων, όπως η κεντρική διαφοροποίηση, τα οποία συχνά οδηγούν σε αστάθεια.

Αποτελεί βασικό στοιχείο των κατάντη σχημάτων όταν η ροή κινείται από δεξιά προς τα αριστερά, δηλαδή αντίθετα από τη θετική φορά του άξονα x . Σε αυτήν την περίπτωση, η πληροφορία αντλείται από σημεία κατάντη, ευθυγραμμισμένα με τη φυσική κατεύθυνση της ροής, προσφέροντας βελτιωμένη σταθερότητα και πιο ρεαλιστική αναπαράσταση της λύσης σε μεταφορικές ή συμπιεστές ροές.

1.γ) Διαφοροποίηση προς τα Πίσω (Backward Differencing Scheme)

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} \approx \frac{u_{x_{i,j,k}} - u_{x_{i-1,j,k}}}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x)$$

Η διαφοροποίηση προς τα πίσω αποτελεί κατάλληλο αριθμητικό χειρισμό όταν η ροή κατευθύνεται από αριστερά προς τα δεξιά, δηλαδή όταν η φυσική ροή συμπίπτει με τη θετική φορά του άξονα x . Σε αυτήν την περίπτωση, η πληροφορία διαδίδεται ανάντη, επομένως είναι αριθμητικά συνεπές να χρησιμοποιείται το προηγούμενο σημείο του πλέγματος για τον υπολογισμό των παραγώγων.

Για τον λόγο αυτό, η διαφοροποίηση προς τα πίσω ενσωματώνεται συχνά σε ανάντη σχήματα, τα οποία ευθυγραμμίζονται με τη φυσική κατεύθυνση μεταφοράς. Όπως και η εμπρόσθια διαφοροποίηση, είναι σχήμα πρώτης τάξης και εισάγει τεχνητή αριθμητική διάχυση, συμβάλλοντας έτσι στη σταθεροποίηση της λύσης.

2) Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων (Finite Volume Method - FVM)

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων αποτελεί μία από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες τεχνικές για την αριθμητική επίλυση προβλημάτων ρευστομηχανικής και μεταφοράς θερμότητας, ιδιαίτερα σε βιομηχανικές και εφαρμοσμένες προσομοιώσεις.

Η φιλοσοφία της βασίζεται στη θεμελιώδη αρχή της διατήρησης των φυσικών ποσοτήτων, όπως η μάζα, η ορμή και η ενέργεια, εντός μικρών ελεγχόμενων όγκων (*control volumes*) του χώρου. Ο υπολογιστικός χώρος διαμερίζεται σε ένα πλέγμα από πεπερασμένους όγκους και οι διαφορικές εξισώσεις—όπως οι εξισώσεις Navier–Stokes—ολοκληρώνονται σε κάθε όγκο. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του θεωρήματος της απόκλισης (Gauss), οι ολοκληρωτικές σχέσεις μετατρέπονται σε ολοκληρώματα ροής μέσω των επιφανειών των όγκων.

Η προσέγγιση αυτή εξασφαλίζει την αυστηρή ικανοποίηση των αρχών διατήρησης σε κάθε στοιχειώδη όγκο, γεγονός που καθιστά τη μέθοδο αξιόπιστη και συνεπή με τους φυσικούς νόμους σε τοπικό επίπεδο. Ένα από τα βασικά της πλεονεκτήματα είναι η ευελιξία: μπορεί να εφαρμοστεί σε πολυδιάστατα προβλήματα και πολύπλοκες γεωμετρίες, καθιστώντας την ιδανική επιλογή για σύνθετες εφαρμογές μηχανικής και φυσικών επιστημών. [7], [26], [27]

Για παράδειγμα, η εξίσωση διατήρησης της ορμής σε έναν ελεγχόμενο όγκο V μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u \, dV + \int_S \rho u (u \cdot n) \, dA = - \int_V \nabla p \, dV + \int_S \mu \nabla u \cdot n \, dA + \int_V f \, dV$$

όπου:

- ρ : είναι η πυκνότητα,
- u : η συνιστώσα της ταχύτητας,
- p : η πίεση,
- μ : το δυναμικό ιξώδες,
- f : το διανυσματικό πεδίο εξωτερικών δυνάμεων,
- n : το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια S
- V : ο όγκος ελέγχου και S η επιφάνειά του.

3) Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Method - FEM)

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί μια ισχυρή αριθμητική τεχνική για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων, ιδιαίτερα αποτελεσματική σε προβλήματα με πολύπλοκες γεωμετρίες και τοπικά έντονες μεταβολές.

Η βασική της αρχή στηρίζεται στη διακριτοποίηση του υπολογιστικού χώρου σε πεπερασμένα στοιχεία (π.χ. τρίγωνα, τετράγωνα ή τετράεδρα), εντός των οποίων οι άγνωστες ποσότητες προσεγγίζονται μέσω *συναρτήσεων μορφής (shape functions)* που ορίζονται στους κόμβους των στοιχείων. Οι διαφορικές εξισώσεις, όπως οι εξισώσεις Navier–Stokes, μετασχηματίζονται σε *αδύναμη μορφή (weak form)*, ώστε να καταστούν ολοκληρώσιμες στον υπολογιστικό τομέα με τη βοήθεια *δοκιμαστικών συναρτήσεων (test functions)*.

Η διαδικασία αυτή προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της αρχικής διαφορικής εξίσωσης με μια δοκιμαστική συνάρτηση και την ολοκλήρωση στον χώρο, με στόχο τη χαλάρωση των απαιτήσεων ομαλότητας των λύσεων και τη διευκόλυνση της αριθμητικής επίλυσης. Η διατύπωση σε αδύναμη μορφή επιτρέπει την προσέγγιση λύσεων ακόμη και με μη συνεχείς ή κατά τμήματα ορισμένες συναρτήσεις, ενσωματώνει φυσικά τις συνοριακές συνθήκες και προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία στη μοντελοποίηση αιχμηρών ή ασυνεχών περιοχών.[7], [26], [27]

Η εξίσωση Navier-Stokes μπορεί να μετατραπεί σε έναν αδύναμο τύπο, ο οποίος επιτρέπει την εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega \right) + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega) = - \int_{\Omega} (\nabla p \cdot \mathbf{v} \, d\Omega) + \int_{\Omega} (\mu \nabla \mathbf{u} : \nabla \mathbf{v} \, d\Omega) + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega$$

- $\mathbf{u}$: το διανυσματικό πεδίο ταχυτήτων,
- p : η πίεση,
- $\mathbf{v}$: η δοκιμαστική συνάρτηση (ή συνάρτηση απόκρισης),
- μ : το δυναμικό ιξώδες,
- $\mathbf{f}$: το διανυσματικό πεδίο των εξωτερικών δυνάμεων,
- Ω : ο υπολογιστικός τομέας.

2.5 Υπολογιστική Προσέγγιση της Τύρβης

Στη στρωτή ροή, οι υπολογιστικές απαιτήσεις είναι σαφώς χαμηλότερες σε σύγκριση με την τυρβώδη, γεγονός που διευκολύνει τη σταθερή και αξιόπιστη προσομοίωση. Αντίθετα, η αριθμητική προσομοίωση της τύρβης παραμένει ένα ανοιχτό και ενεργό ερευνητικό πεδίο.

Παρά τη σημαντική πρόοδο των τελευταίων δεκαετιών, δεν έχει αναπτυχθεί ακόμη ένα ενιαίο μοντέλο ικανό να αποδώσει με ικανοποιητική ακρίβεια σε κάθε τύπο ροής. Οι αυξανόμενες απαιτήσεις της βιομηχανίας αλλά και της περιβαλλοντικής μηχανικής καθοδηγούν σήμερα την έρευνα σε τρεις βασικούς τομείς αιχμής.

1) Άμεσες Αριθμητικές Προσομοιώσεις (Direct Numerical Simulation – DNS)

Το Direct Numerical Simulation (DNS) αποτελεί την πιο θεμελιώδη και ακριβή προσέγγιση για την αριθμητική επίλυση τυρβωδών ροών, καθώς βασίζεται στην άμεση ολοκλήρωση των πλήρων εξισώσεων Navier–Stokes χωρίς καμία παραδοχή ή εμπειρική παραμετροποίηση της τύρβης. Σε αντίθεση με άλλες μεθόδους, το DNS δεν παραλείπει ούτε μοντελοποιεί τις μικρές κλίμακες της ροής, αλλά τις επιλύει πλήρως, αποτυπώνοντας όλα τα χαρακτηριστικά της τύρβης – από τις μεγάλες μακροσκοπικές δομές έως τις μικροκλίμακες Kolmogorov.

Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση ιδιαίτερα πυκνών χωρικών πλεγμάτων και εξαιρετικά μικρών χρονικών βημάτων, τα οποία επιτρέπουν την ακριβή καταγραφή κάθε φάσης και λεπτομέρειας της ροής.[25], [26], [27]

Η μεθοδολογία του DNS προσφέρει μοναδικά πλεονεκτήματα: η δυνατότητα άμεσης επίλυσης όλων των κλιμάκων εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια, καθιστώντας το DNS ιδανικό εργαλείο για θεμελιώδη έρευνα σχετικά με τη φύση της τύρβης, τη μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή, τη δημιουργία και διάχυση δινών ή την αλληλεπίδραση ροών με πολύπλοκες γεωμετρίες.

Επιπλέον, παρέχει πολύτιμα δεδομένα για την επαλήθευση και βελτίωση υπολογιστικών μοντέλων υποκλίμακας που χρησιμοποιούνται στη LES, καθώς και για την εξέλιξη μοντέλων RANS. Ωστόσο, το DNS παρουσιάζει σοβαρούς περιορισμούς: ο αριθμός των απαιτούμενων βαθμών ελευθερίας αυξάνεται εκθετικά με τον αριθμό Reynolds, γεγονός που το καθιστά πρακτικά ανεφάρμοστο για ροές μεγάλης κλίμακας. Συγκεκριμένα, ο απαιτούμενος αριθμός κόμβων πλέγματος αυξάνεται κατά προσέγγιση ως $Re^{9/4}$, γεγονός που καθιστά το DNS εξαιρετικά απαιτητικό υπολογιστικά. [28]

Παρά τους περιορισμούς αυτούς, το DNS χρησιμοποιείται ευρέως σε ερευνητικά περιβάλλοντα υψηλής υπολογιστικής ισχύος. Ενδεικτικές εφαρμογές περιλαμβάνουν τη μελέτη τυρβώδους καύσης, μεταφοράς θερμότητας, στροβιλισμού, ροής σε κανάλια ή πίδακες, αλλά και βιορευστομηχανικής — όπως οι ροές αίματος σε αγγειακά δίκτυα. Αν και περιορισμένο σε εφαρμογές, το DNS παραμένει αναντικατάστατο για την εις βάθος κατανόηση των μηχανισμών της τύρβης και τη συνεχή πρόοδο των υπολογιστικών μοντέλων ρευστομηχανικής.

2) Προσομοίωση Μεγάλων Δινών (Large Eddy Simulation – LES)

Προσομοίωση Μεγάλων Δινών (Large Eddy Simulation – LES)

Η Προσομοίωση Μεγάλων Δινών (LES) αποτελεί μια προηγμένη αριθμητική μέθοδο για την προσομοίωση τυρβωδών ροών. Στόχος της είναι η ακριβής ανάλυση και πρόβλεψη της συμπεριφοράς των ρευστών σε περιπτώσεις όπου κυριαρχούν ισχυρές δίνες και κυματισμοί, όπως στην αεροναυπηγική, τη μηχανική, την περιβαλλοντική τεχνολογία και τις βιομηχανικές διεργασίες.

Η βασική αρχή της LES έγκειται στη διάκριση των τυρβωδών δομών σε δύο κατηγορίες:

- Μεγάλες δίνες (large eddies): κυριαρχούν στη ροή, φέρουν το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας και καθορίζουν τη συνολική δυναμική.
- Μικρές δίνες (small eddies): εμφανίζονται σε μικρότερες κλίμακες, είναι πιο περίπλοκες αλλά έχουν μικρότερη συνεισφορά στη μακροσκοπική συμπεριφορά της ροής.

Η μέθοδος επιλύει άμεσα τις μεγάλες δίνες, ενώ οι μικρότερες αντιμετωπίζονται με μοντέλα υποκλίμακας (subgrid-scale models), τα οποία εκτιμούν την επίδρασή τους χωρίς να απαιτείται πλήρης επίλυση. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται υψηλή ακρίβεια στην αναπαράσταση των σημαντικών χαρακτηριστικών της ροής, με σαφώς μικρότερο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με το DNS.

Μια ενδιαφέρουσα παραλλαγή αποτελεί η εμμέσως μοντελοποιημένη LES (implicit LES – iLES), στην οποία η αριθμητική διάχυση του υπολογιστικού σχήματος χρησιμοποιείται ως υποκατάστατο μοντέλο υποκλίμακας. Η προσέγγιση αυτή είναι χρήσιμη όταν η ακρίβεια του σχήματος και η επιλογή του πλέγματος επαρκούν για την αξιόπιστη αναπαραγωγή των κρίσιμων χαρακτηριστικών της ροής, απλοποιώντας την υλοποίηση.

Σε σύγκριση με τις μεθόδους Reynolds-Averaged Navier–Stokes (RANS), η LES προσφέρει σημαντικά μεγαλύτερη ακρίβεια, καθώς δεν βασίζεται σε μέσες τιμές αλλά αναπαριστά άμεσα τις κυρίαρχες δομές της τύρβης. Ωστόσο, παραμένει ιδιαίτερα υπολογιστικά απαιτητική, γεγονός που περιορίζει τη χρήση της σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας.

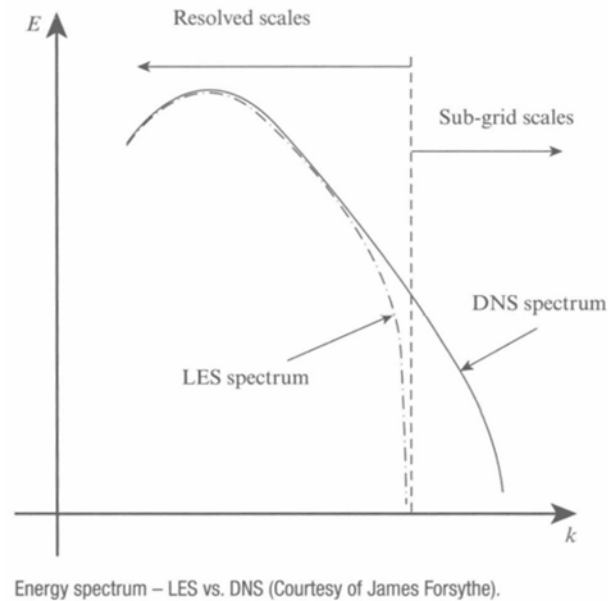
Παρά τους περιορισμούς αυτούς, η LES θεωρείται αναντικατάστατο εργαλείο σε περιπτώσεις όπου η ακριβής αναπαράσταση της τυρβώδους ροής είναι κρίσιμη για τον σχεδιασμό ή την έρευνα. [25], [26], [27], [28]

Το φάσμα ενέργειας μιας τυρβώδους ροής παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.

Ο κατακόρυφος άξονας E αναπαριστά την κινητική ενέργεια των δινών, ενώ ο οριζόντιος άξονας τον κυματαριθμό k (αντίστροφο χαρακτηριστικού μεγέθους των δινών).

Μεγαλύτερες τιμές του k αντιστοιχούν σε μικρότερες κλίμακες.

Το DNS επιλύει όλες τις κλίμακες της ροής, ενώ η LES επιλύει μόνο τις μεγάλες και μοντελοποιεί τις μικρότερες μέσω των subgrid models. Έτσι, το DNS είναι πιο ακριβές αλλά εξαιρετικά υπολογιστικά απαιτητικό, ενώ η LES προσφέρει καλύτερη αποδοτικότητα για πρακτικές εφαρμογές.[27]



Εικόνα 5: Το φάσμα ενέργειας δείχνει τις επιλυμένες δίνες που αναπαριστώνται ρητά στο LES και τις υποκλίμακες που μοντελοποιούνται. Το DNS επιλύει πλήρως και τις δύο περιοχές χωρίς μοντελοποίηση.[27]

3) Επίλυση Εξισώσεων Navier-Stokes με Μοντελοποίηση των Τάσεων Reynolds (Reynolds-Averaged Navier-Stokes – RANS)

Η μέθοδος RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) αποτελεί την πιο διαδεδομένη προσέγγιση για την προσομοίωση τυρβωδών ροών στην Υπολογιστική Ρευστοδυναμική. Στόχος της είναι η επίλυση των μέσων εξισώσεων Navier-Stokes, ώστε να περιγραφεί η μακροσκοπική, στατιστικά μέση συμπεριφορά της ροής, χωρίς την ανάγκη υπολογισμού όλων των στιγμιαίων λεπτομερειών των τυρβωδών διακυμάνσεων. [25], [27], [29]

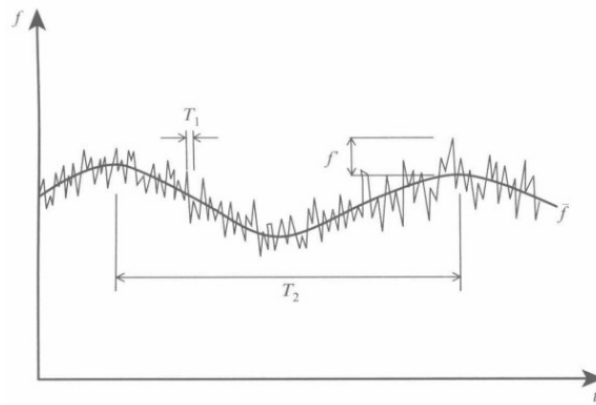
Η βασική αρχή της μεθόδου φαίνεται χαρακτηριστικά στην Εικόνα 6.

Μια γενική μεταβλητή ροή $f(t)$ (π.χ. ταχύτητα, πίεση), παρουσιάζει τυρβώδεις διακυμάνσεις υψηλής συχνότητας γύρω από μια μέση τιμή. Με τη διάσπαση κατά Reynolds, η μεταβλητή αναλύεται ως:

$$f(t) = \bar{f}(t) + f'(t)$$

όπου $\bar{f}(t)$ είναι η χρονικά μέση τιμή και $f'(t)$

όπως μεταβάλλεται με το χρόνο t . Η συνολική στιγμιαία τιμή της μεταβλητής παρουσιάζει διακυμάνσεις υψηλής συχνότητας λόγω της τυρβώδους φύσης της ροής. Μέσω της μεθόδου Reynolds, η μεταβλητή αυτή αναλύεται ως το άθροισμα μιας χρονικά μέσης τιμής $\bar{f}$ και μιας διακύμανσης f' , δηλαδή:



Reynolds averaging process for turbulent flow quantities (Ref. 33.).

Εικόνα 6: Χρονικός μέσος όρος κατά Reynolds.[27]

Οι λεπτομερείς τυρβώδεις διακυμάνσεις δεν επιλύονται απευθείας αλλά εκφράζονται μέσω των τάσεων Reynolds (Reynolds stresses), οι οποίες προκύπτουν από μέσους όρους γινομένων διακυμάνσεων (π.χ. $\overline{u'_i u'_j}$) και αντιπροσωπεύουν τη ροή ορμής λόγω τύρβης. Η εισαγωγή αυτών των όρων δημιουργεί το λεγόμενο κλείσιμο των εξισώσεων, καθώς εμφανίζονται νέες άγνωστες ποσότητες που απαιτούν μοντελοποίηση.

Για την επίλυση του συστήματος χρησιμοποιούνται μοντέλα τυρβώδους ιξώδους, όπως τα k-ε, k-ω, SST, RSM κ.ά., τα οποία προσδιορίζουν τις τάσεις Reynolds με βάση εμπειρικές και θεωρητικές παραδοχές. [7], [28]

Η απλότητα και η υπολογιστική αποδοτικότητα των RANS καθιστούν τη μέθοδο βασικό εργαλείο για βιομηχανικές εφαρμογές μεγάλης κλίμακας, όπου το DNS και η LES παραμένουν απαγορευτικά δαπανηρές.

2.6 Μοντέλα Επίλυσης Εξισώσεων RANS

k-ε (standard, realizable, RNG)

Τα μοντέλα τύρβης k-ε (standard, realizable, RNG) αποτελούν την πιο διαδεδομένη προσέγγιση στη CFD λόγω της απλότητας και του χαμηλού υπολογιστικού κόστους τους. Βασίζονται στην επίλυση δύο εξισώσεων μεταφοράς: της κινητικής ενέργειας στροβιλισμού (k) και του ρυθμού διασποράς της ενέργειας (ε). Το standard k-ε είναι κατάλληλο για πλήρως ανεπτυγμένες ροές σε απλές γεωμετρίες, το realizable προσφέρει βελτιωμένη ακρίβεια σε ροές με ισχυρή καμπυλότητα, περιστροφή ή απότομες μεταβολές πίεσης, ενώ το RNG (Renormalization Group) περιλαμβάνει πρόσθετες διορθώσεις για καλύτερη πρόβλεψη σε ροές με έντονα διατμητικά φαινόμενα και μικρές τυρβώδεις δομές. Συνολικά, τα μοντέλα k-ε είναι αξιόπιστα και αποδοτικά για πολλές βιομηχανικές εφαρμογές, ιδιαίτερα σε σταθερές, πλήρως ανεπτυγμένες ροές.

k-ω (standard και SST - Shear Stress Transport)

Αντίστοιχα, τα μοντέλα k-ω βασίζονται επίσης σε δύο εξισώσεις μεταφοράς, με την πρώτη να αφορά την κινητική ενέργεια στροβιλισμού (k) και τη δεύτερη τον ειδικό ρυθμό διασποράς (ω). Το standard k-ω αποδίδει πολύ καλά κοντά σε τοιχώματα, καθώς δεν απαιτεί τη χρήση συναρτήσεων τοιχώματος, ενώ το μοντέλο SST (Shear Stress Transport) συνδυάζει τα πλεονεκτήματα του k-ω κοντά στα τοιχώματα με τα πλεονεκτήματα του k-ε μακριά από αυτά. Έτσι, το SST k-ω είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικό σε ροές με αποκόλληση οριακού στρώματος και σε μεταβατικές καταστάσεις από στρωτή σε τυρβώδη ροή, γεγονός που το καθιστά κατάλληλο για εφαρμογές σε αεροδυναμικά προφίλ, στροβιλομηχανές και πολύπλοκες γεωμετρίες όπου η αλληλεπίδραση με το οριακό στρώμα παίζει καθοριστικό ρόλο.

Τα μοντέλα δύο εξισώσεων (k-ε, k-ω, SST) στηρίζονται στην παραδοχή της ισοτροπίας της τύρβης: δηλαδή θεωρούν ότι οι τυρβώδεις διακυμάνσεις έχουν την ίδια ένταση προς όλες τις διευθύνσεις. Αυτό επιτρέπει να εκφράζουμε τις τάσεις Reynolds μέσω του τυρβώδους ιξώδους, όπως γίνεται με την προσέγγιση Boussinesq. Είναι απλούστερη υπόθεση, αλλά χάνει ακρίβεια σε έντονα ανισότροπες ροές.

Reynolds Stress Model (RSM)

Το Reynolds Stress Model (RSM) αποτελεί ένα προηγμένο μοντέλο τύρβης, το οποίο διαφοροποιείται από τα απλούστερα μοντέλα δύο εξισώσεων (π.χ. k-ε ή k-ω) καθώς δεν βασίζεται στην παραδοχή της ισοτροπίας. Αντίθετα, επιλύει ξεχωριστά τις έξι μεταφορικές εξισώσεις για τις τάσεις Reynolds, παρέχοντας έτσι πιο λεπτομερή και ρεαλιστική αναπαράσταση της τυρβώδους δομής. Το RSM υπερτερεί ιδιαίτερα σε περιπτώσεις ροών με έντονη ανισοτροπία, καμπυλότητα, περιστροφή ή πολύπλοκες διατμητικές κατανομές, όπου τα απλούστερα μοντέλα παρουσιάζουν περιορισμούς.

Ωστόσο, η αυξημένη ακρίβεια συνοδεύεται από σημαντικά μεγαλύτερες υπολογιστικές απαιτήσεις, γεγονός που το καθιστά καταλληλότερο για εφαρμογές με πολύπλοκες γεωμετρίες, όπως σε κυκλώνες, ρότορες, στροβιλομηχανές και άλλες περιπτώσεις όπου η λεπτομερής πρόβλεψη της τυρβώδους ροής είναι κρίσιμη.

γ-Reθ Transition Mode

Το γ-Reθ transition model είναι ένα εξειδικευμένο μοντέλο τύρβης που στοχεύει στην ακριβή πρόβλεψη της μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή, φαινόμενο με ιδιαίτερη σημασία στην αεροδυναμική απόδοση πτερυγίων και αεροτομών. Βασίζεται στην επίλυση δύο εξισώσεων μεταφοράς: η πρώτη αφορά τη μεταβλητή γ, η οποία εκφράζει το ποσοστό της ροής που βρίσκεται σε τυρβώδη κατάσταση, ενώ η δεύτερη αφορά τον Reθ, έναν Reynolds αριθμό βασισμένο στο πάχος μετατόπισης του οριακού στρώματος, που σχετίζεται με την τάση της ροής να μεταβαίνει σε τύρβη. Ο συνδυασμός των δύο αυτών εξισώσεων επιτρέπει την πρόβλεψη της ακριβούς θέσης και εξέλιξης της μετάβασης, ξεπερνώντας την αδυναμία των κλασικών μοντέλων (k-ε και k-ω), τα οποία συχνά υπερεκτιμούν την τυρβώδη περιοχή. Για τον λόγο αυτό, το γ-Reθ προσφέρει αυξημένη ακρίβεια σε εφαρμογές όπου η θέση της μετάβασης επηρεάζει κρίσιμα την απόδοση.

2.7 Βήματα Παραγωγής των RANS Εξισώσεων

Η παραγωγή των εξισώσεων RANS ξεκινά από τις αρχικές εξισώσεις Navier–Stokes και συνέχειας για ασυμπίεστο ρευστό. Αυτές αποτελούν τη θεμελιώδη μαθηματική περιγραφή της κίνησης ενός Νευτώνειου ρευστού και περιλαμβάνουν τόσο τη διατήρηση της μάζας όσο και τη διατήρηση της ορμής.

1) Αρχικές Εξισώσεις

Εξίσωση Συνέχειας:

Η εξίσωση συνέχειας για ασυμπίεστο ρευστό γράφεται ως:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Εξίσωση Ορμής:

Οι εξισώσεις ορμής, σε συνιστώσες, έχουν τη μορφή:

x-συνιστώσα:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u$$

y-συνιστώσα:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 v$$

z-συνιστώσα:

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w$$

2) Διαχωρισμός των Μεταβλητών σε Μέσο και Ταλαντευμένο Μέρος (Reynolds decomposition)

Για την περιγραφή της τυρβώδους ροής, κάθε μεταβλητή διαχωρίζεται σε μέση τιμή και σε τυρβώδη απόκλιση:

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w', \quad p = \bar{p} + p'$$

Όπου:

$\bar{u}$: μέσος όρος στο χρόνο

u' : στιγμιαία απόκλιση (τυρβώδης ταλάντωση)

Το ίδιο ισχύει για v, w, p κ.λπ.

u : μέση ταχύτητα στη διεύθυνση x

v : μέση ταχύτητα στη διεύθυνση y

w : μέση ταχύτητα στη διεύθυνση z

p : μέση πίεση

Αντίστοιχοι ορισμοί ισχύουν για τις συνιστώσες v, w, p . Οι μέσες τιμές ορίζονται ως χρονικοί μέσοι:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int u \, dt.$$

Βασικές Υποθέσεις:

- Ασυμπίεστο ρευστό: $\nabla \cdot \vec{u} = 0$
- Νευτώνειο ρευστό: Γραμμική σχέση μεταξύ τάσεων και ρυθμών παραμόρφωσης.
- Χρονικά σταθερή μέση ροή (ή στατιστικά στάσιμη): $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0$
- Μηδενικός μέσος όρος τυρβωδών όρων: $\overline{u'} = 0$

3) Εφαρμογή του Διαχωρισμού στις Εξισώσεις Navier–Stokes και Συνεχείας

Εξίσωση συνέχειας:

Αντικαθιστώντας τις διαχωρισμένες μεταβλητές στις αρχικές εξισώσεις, η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x}$$

Λαμβάνοντας τον μέσο όρο και θεωρώντας ότι το μέσο του παραγώγου του u' είναι μηδέν (υπό στατιστική ομοιογένεια και κατάλληλες οριακές συνθήκες), προκύπτει:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0$$

Αυτή είναι η πρώτη εξίσωση των RANS, η οποία εκφράζει τη διατήρηση της μάζας για τη μέση ροή.

Εξισώσεις Ορμής

Για την καλύτερη κατανόηση, εξετάζουμε αρχικά μόνο τον χωρικό όρο μεταφοράς της εξίσωσης ορμής στην x-συνιστώσα:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

Με την αντικατάσταση του Reynolds decomposition, το παραπάνω γίνεται:

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) + \text{όροι Reynolds}$$

Όροι Reynolds προκύπτουν ως:

$$-\rho \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x}, -\rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}, -\rho \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}$$

Η τελική μορφή της εξίσωσης μέσης ορμής στον x-άξονα είναι:

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} - \frac{\partial \overline{\rho u'u'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{\rho u'v'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{\rho u'w'}}{\partial z}$$

Αυτή είναι η δεύτερη εξίσωση των RANS, η οποία εκφράζει τη διατήρηση της ορμής για τη μέση ροή, με πρόσθετους όρους τύρβης που εκφράζονται μέσω των τάσεων Reynolds).

Αντίστοιχες εξισώσεις ισχύουν για τις y- και z-συνιστώσες.

Τελικές RANS Εξισώσεις

Οι τρεις εξισώσεις που προκύπτουν είναι οι Reynolds Averaged Navier–Stokes (RANS), ενώ οι τελευταίοι όροι στο δεξί μέλος αντιστοιχούν στις τάσεις Reynolds. [25]

Εξίσωση Συνέχειας

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0$$

Εξίσωση Ορμής:

Για την x-συνιστώσα:

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'u'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right)$$

Για την y-συνιστώσα:

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \rho \overline{u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \rho \overline{v'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \rho \overline{v'w'} \right)$$

Για την z-συνιστώσα:

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \rho \overline{u'w'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} - \rho \overline{v'w'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \rho \overline{w'w'} \right)$$

Γιατί Χρειάζεται Μοντελοποίηση;

Οι RANS εξισώσεις περιέχουν έξι άγνωστους όρους Reynolds:

$$\overline{u'u'}, \overline{v'v'}, \overline{w'w'}, \overline{u'v'}, \overline{u'w'}, \overline{v'w'}$$

Αυτά είναι στατιστικά μεγέθη τύρβης, που δεν καθορίζονται από τις μέσες μεταβλητές. Επομένως, το σύστημα είναι μη κλειστό και απαιτείται μοντέλο τύρβης.

Μοντέλο Boussinesq (Εμπειρική προσέγγιση)

Ο Jean Boussinesq (1877) πρότεινε ότι οι τάσεις Reynolds μπορούν να μοντελοποιηθούν αναλογικά με τους ρυθμούς παραμόρφωσης της μέσης ροής, όπως το ιξώδες σε Νευτώνεια ροή.

Μοντελοποίηση Τάσεων Reynolds:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij}$$

Όπου:

- μ_t : τυρβώδες ιξώδες (turbulent viscosity)
- $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$: ρυθμός παραμόρφωσης μέσης ροής:
- $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$: τυρβώδης κινητική ενέργεια
- δ_{ij} : δέλτα Kronecker

Για παράδειγμα:

$$-\rho \overline{u'v'} \approx \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right)$$

Ανάλυση Μοντέλου $k - \varepsilon$

Το μοντέλο $k-\varepsilon$, στο οποίο βασίζεται και ο επιλυτής του SolidWorks Flow Simulation, είναι από τα πιο διαδεδομένα μοντέλα τύρβης.

1) Τυρβώδης Κινητική Ενέργεια: k

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$$

2) Ιξώδες Τύρβης:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\mu \approx 0.09$$

3) Εξίσωση για το k (Τυρβώδης Κινητική Ενέργεια)

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon$$

Όπου $P_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$, $\sigma_k \approx 1.0$

4) Εξίσωση για το ε (Ρυθμός Διάχυσης Ενέργειας)

$$\rho \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

με $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$

5) Τελικό Σύστημα RANS k - ε :

5 εξισώσεις:

- 3 RANS ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$)
- Εξίσωση συνέχειας
- Εξίσωση για k
- Εξίσωση για ε

Έτσι, το σύστημα γίνεται πλήρως ορισμένο και μπορεί να λυθεί αριθμητικά.

2.8 Συμπεράσματα

Η ανάλυση και υπολογιστική προσέγγιση της στρωτής και τυρβώδους ροής που παρουσιάστηκε στο παρόν κεφάλαιο ανέδειξε τις θεμελιώδεις διαφορές τους, τόσο ως προς τη φυσική φύση όσο και ως προς τις υπολογιστικές απαιτήσεις που συνεπάγεται η προσομοίωσή τους.

Η στρωτή ροή, με την ομαλή και σταθερή δομή της, επιτρέπει απλούστερη μαθηματική περιγραφή και αριθμητική επίλυση, γεγονός που την καθιστά ιδανική για εφαρμογές όπου προέχουν η ακρίβεια και η σταθερότητα. Αντίθετα, η τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται από πολυκλιμακικές και χαοτικές δομές, οι οποίες απαιτούν εξειδικευμένες μεθοδολογίες και αυξημένους υπολογιστικούς πόρους.

Οι θεμελιώδεις εξισώσεις της ρευστομηχανικής (συνέχειας, Navier–Stokes, ενέργειας, καταστατικής) συνιστούν το ενιαίο μαθηματικό υπόβαθρο και για τις δύο κατηγορίες ροής. Ωστόσο, η πολυπλοκότητα της τύρβης καθιστά αναγκαία τη χρήση προσεγγιστικών μοντέλων, όπως τα RANS, LES και DNS, τα οποία προσφέρουν διαφορετικό επίπεδο ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους.

Παράλληλα, οι αριθμητικές μέθοδοι – πεπερασμένων διαφορών, πεπερασμένων όγκων και πεπερασμένων στοιχείων – αποτελούν τα βασικά εργαλεία για τη διακριτοποίηση και επίλυση των εξισώσεων, με την επιλογή της κατάλληλης τεχνικής να εξαρτάται από τη γεωμετρία, τη φύση της ροής και τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους.

Η επιτυχής προσομοίωση ροϊκών φαινομένων απαιτεί ισορροπία μεταξύ φυσικής κατανόησης, μαθηματικής διατύπωσης και υπολογιστικής στρατηγικής. Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου και της κατάλληλης μεθόδου αποτελεί κρίσιμο βήμα, καθώς επηρεάζει άμεσα την ακρίβεια και την αποδοτικότητα της ανάλυσης, αποκτώντας ιδιαίτερη σημασία σε περιπτώσεις πολύπλοκων ή βιομηχανικά κρίσιμων ροών.

Κεφάλαιο 3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΕ ΤΟ SOLIDWORKS FLOW SIMULATION

Το παρόν κεφάλαιο επικεντρώνεται στην πρακτική εφαρμογή της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD) μέσω του λογισμικού SolidWorks Flow Simulation, το οποίο ενσωματώνει εξελιγμένα εργαλεία προσομοίωσης μέσα σε ένα γνωστό CAD περιβάλλον.

Αρχικά παρουσιάζονται τα βασικά πλεονεκτήματα και οι δυνατότητες του λογισμικού, καθώς και τα διαθέσιμα πρόσθετα modules που επεκτείνουν τη λειτουργικότητά του.

Στη συνέχεια, αναλύονται βασικές έννοιες που αφορούν τη δημιουργία και διαχείριση του υπολογιστικού πλέγματος, όπως η χρήση των πλεγμάτων τύπου Immersed Boundary, που προσφέρουν ευελιξία στην επίλυση γεωμετριών πολύπλοκης μορφής.

Επιπλέον, εξετάζεται ο τρόπος με τον οποίο το λογισμικό προσεγγίζει την τυρβώδη ροή, μέσω κατάλληλων μοντέλων και συναρτήσεων τοιχώματος, ενώ δίνεται έμφαση στην επεξεργασία του οριακού στρώματος για την ακριβή απόδοση ρευστοδυναμικών φαινομένων κοντά σε στερεά όρια. Μέσα από την παρουσίαση αυτών των λειτουργιών, το κεφάλαιο αποσκοπεί στη δημιουργία ενός ολοκληρωμένου πλαισίου κατανόησης της λειτουργίας του SolidWorks Flow Simulation, ως εργαλείου ανάλυσης και βελτιστοποίησης ρευστοδυναμικών προβλημάτων.[30]

3.1 Πλεονεκτήματα και Βασικές Δυνατότητες του SolidWorks Flow Simulation

Το SolidWorks Flow Simulation αποτελεί ένα πλήρως ενσωματωμένο υπολογιστικό εργαλείο CFD εντός του περιβάλλοντος CAD του SOLIDWORKS, επιτρέποντας την απρόσκοπτη σύνδεση μεταξύ σχεδίασης και προσομοίωσης. Η πλατφόρμα αξιοποιεί αυτοματοποιημένες διαδικασίες και τεχνολογίες άμεσης πλεγματοποίησης, ελαχιστοποιώντας την ανάγκη για εξωτερικά λογισμικά και πολύπλοκες ρυθμίσεις, ενώ παράλληλα διασφαλίζει τη συνέπεια και την ακρίβεια των υπολογισμών. [30], [31], [32], [33]

Οι κύριες λειτουργίες και πλεονεκτήματα συνοψίζονται παρακάτω:

- **Πλήρης ενσωμάτωση στο CAD περιβάλλον:** Τα δεδομένα εισάγονται και τα αποτελέσματα προβάλλονται απευθείας πάνω στο 3D μοντέλο, εξαλείφοντας την ανάγκη για ξεχωριστά εργαλεία και μεταφορές αρχείων.
- **Τεχνολογία “Direct CAD to CFD”:** επιτρέπει την αυτόματη αναγνώριση περιοχών ρευστού και στερεού στο μοντέλο και τη δημιουργία του πεδίου ροής, χωρίς χειροκίνητες παρεμβάσεις ή προσθήκη βοηθητικών γεωμετριών.

- **Αυτόματη δημιουργία πλέγματος:**

Η πλεγματοποίηση εκτελείται αυτόματα, μειώνοντας τον χρόνο προετοιμασίας και την ανάγκη εξειδικευμένων ρυθμίσεων. Κάθε επιπλέον αλλαγή στη γεωμετρία οδηγεί σε αυτόματη ανανέωση του πλέγματος, εξασφαλίζοντας ότι το μοντέλο παραμένει συνεπές με τις τροποποιήσεις.

- **Δυνατότητα Adaptive meshing:**

Δυναμική εκλέπτυνση του πλέγματος σε κρίσιμες ζώνες κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης.

- **Κοινό περιβάλλον εργασίας και feature tree με το SOLIDWORKS CAD:**

Κάθε αλλαγή στο 3D μοντέλο ενημερώνει αυτόματα τις ιδιότητες υλικών, τις οριακές συνθήκες και τα σενάρια ροής. Η ενιαία αυτή πλατφόρμα μειώνει τον χρόνο συγχρονισμού και ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο σφαλμάτων.

- **Επιλογή και παραμετροποίηση υλικών:**

Τα δεδομένα των υλικών αντλούνται από έτοιμους πίνακες του προγράμματος, διευκολύνοντας έτσι την επιλογή και την παραμετροποίησή τους.

- **Δυνατότητα παραμετρικών μελετών:**

Επιτρέπει τη σύγκριση πολλαπλών σχεδιαστικών παραλλαγών, επιταχύνοντας τη διαδικασία βελτιστοποίησης του προϊόντος.

- **Εξαγωγή αποτελεσμάτων και ενσωμάτωση σε περαιτέρω αναλύσεις:**

Τα αποτελέσματα μπορούν να εξαχθούν σε αναφορές MS Office για τεκμηρίωση ή να χρησιμοποιηθούν απευθείας σε στατικές και θερμικές αναλύσεις μέσω του SOLIDWORKS Simulation, ενισχύοντας τη συνέχεια της μελέτης μέσα στο ίδιο περιβάλλον.

- **Δυνατότητα Design of Experiments & Optimization:**

Αυτόματη εκτέλεση παραμετρικών μελετών με στόχο τον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης βάσει καθορισμένων outputs, objectives, constraints και weights.

3.2 Εξειδικευμένα Διαθέσιμα Πρόσθετα Modules

Το SolidWorks Flow Simulation υποστηρίζει εξειδικευμένα πρόσθετα modules που επεκτείνουν τις βασικές του δυνατότητες, παρέχοντας στοχευμένα εργαλεία για συγκεκριμένες κατηγορίες εφαρμογών και αυξημένη ακρίβεια στις αναλύσεις.[31], [30]

HVAC Module

Αυτό το πρόσθετο επεκτείνει τις δυνατότητες του SOLIDWORKS Flow Simulation, επιτρέποντας προχωρημένη προσομοίωση θερμικής ακτινοβολίας καθώς και αξιολόγηση θερμικής άνεσης σύμφωνα με το πρότυπο ASHRAE. Είναι ιδανικό για εφαρμογές κλιματισμού, εξαερισμού και θέρμανσης, όπου απαιτείται ακριβής ανάλυση των περιβαλλοντικών συνθηκών και της άνεσης των χρηστών.

Electronic Cooling Module

Αυτό το πρόσθετο περιλαμβάνει ειδικά μοντέλα ηλεκτρονικών εξαρτημάτων και μια εκτενή βιβλιοθήκη θερμικών και υλικών ιδιοτήτων, επιτρέποντας ρεαλιστική προσομοίωση της ψύξης ηλεκτρονικών συσκευών και πλακετών. Είναι κατάλληλο για αναλύσεις όπου η θερμική διαχείριση αποτελεί κρίσιμο παράγοντα σχεδίασης.

3.3 Δημιουργία και Διαχείριση Πλέγματος με SmartCells

Στο *SOLIDWORKS Flow Simulation*, η διαδικασία δημιουργίας πλέγματος βασίζεται στην τεχνολογία SmartCells, μια καρτεσιανή προσέγγιση που αυτοματοποιεί τη δόμηση του πλέγματος και επιτρέπει ακριβείς προσομοιώσεις με ελάχιστη παρέμβαση από τον χρήστη.[30], [32], [34]

Τα SmartCells αξιοποιούν τη μέθοδο πεπερασμένων όγκων (*Finite Volume Method – FVM*) για τη διακριτοποίηση και επίλυση των εξισώσεων ροής. Κάθε κελί του καρτεσιανού πλέγματος μετατρέπει τις διαφορικές εξισώσεις διατήρησης (μάζας, ορμής, ενέργειας κ.λπ.) σε αλγεβρικές εξισώσεις που επιλύονται αριθμητικά. [34], [35]

Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα της τεχνολογίας είναι η δυνατότητα αυτόματης τοπικής εκλέπτυνσης κατά τη δημιουργία του πλέγματος.

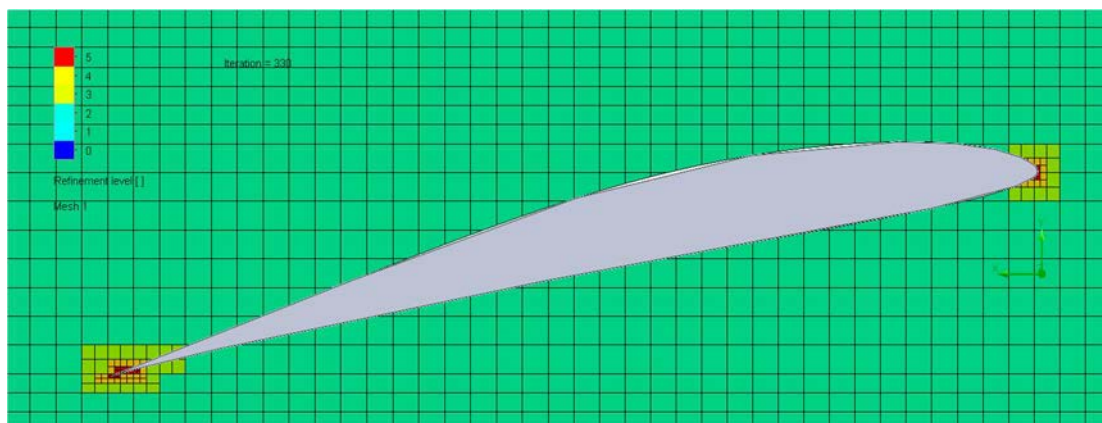
Τα SmartCells αναγνωρίζουν περιοχές με γεωμετρική πολυπλοκότητα (π.χ. αιχμηρές ακμές, μικρά ανοίγματα) ή με έντονες ροϊκές μεταβολές (π.χ. στροβιλισμοί, οριακά στρώματα) και υποδιαιρούν τα κελιά έως και οκτώ φορές, δημιουργώντας λεπτότερη διακριτοποίηση μόνο εκεί όπου απαιτείται. Με τον τρόπο αυτό, το πλέγμα προσαρμόζεται δυναμικά στα κρίσιμα σημεία του πεδίου ροής, διατηρώντας χαμηλό το συνολικό υπολογιστικό κόστος χωρίς να θυσιάζεται η ακρίβεια. [34]

3.4 Πλέγμα τύπου Immersed Boundary

Στα παραδοσιακά εργαλεία CFD, η παραγωγή πλέγματος βασίζεται σε body-fitted αλγορίθμους, όπου το πλέγμα προσαρμόζεται στη γεωμετρία ώστε τα κελιά να εφάπτονται στα στερεά όρια. Παρά την υψηλή ακρίβεια στην εφαρμογή συνοριακών συνθηκών, η προσέγγιση αυτή συνεπάγεται μεγάλη πολυπλοκότητα και αυξημένο υπολογιστικό κόστος, ειδικά σε πολύπλοκες γεωμετρίες. [30], [34], [35]

Μια εναλλακτική προσέγγιση είναι τα immersed boundary meshes, στα οποία το πλέγμα δημιουργείται ανεξάρτητα από τη γεωμετρία του μοντέλου. Το αντικείμενο «εμβυθίζεται» σε ένα προκαθορισμένο καρτεσιανό πλέγμα, και τα κελιά που τέμνουν τη διεπιφάνεια στερεού/ρευστού αναγνωρίζονται και επεξεργάζονται ξεχωριστά.

Η τεχνολογία SmartCells υλοποιεί ακριβώς αυτήν την αρχή: η γεωμετρία ενσωματώνεται στο καρτεσιανό πλέγμα και τα κελιά που τέμνονται από στερεά όρια αναγνωρίζονται και αντιμετωπίζονται με ειδική μεταχείριση (Εικόνα 7). [34]



Εικόνα 7: Διάταξη πλέγματος εμβυθισμένου σώματος με SmartCells, προσαρμοσμένη πυκνότητα σε κρίσιμες περιοχές για αποδοτική επίλυση, μελέτη πτέρυγας Eppler 387.

Κατηγορίες κελιών σε SmartCells:

- **Solid cells:** Βρίσκονται πλήρως εντός στερεού όγκου και εξαιρούνται από την επίλυση.
- **Fluid cells:** Βρίσκονται πλήρως εντός ρευστού και συμμετέχουν κανονικά στην επίλυση των εξισώσεων Navier–Stokes.
- **Cut-cells:** Τέμνονται από τη διεπιφάνεια στερεού/ρευστού· εφαρμόζεται τοπική διακριτοποίηση και ειδική επιβολή οριακών συνθηκών για την ακριβή αναπαράσταση της αλληλεπίδρασης. Κάθε κελί μπορεί να περιέχει πολλαπλούς όγκους ελέγχου, επιτρέποντας την αποτύπωση διαφορετικών φάσεων ή υλικών στο ίδιο γεωμετρικό τμήμα. [35]

3.5 Μοντέλα Τύρβης και Εφαρμογή Συναρτήσεων τοιχώματος

Το SOLIDWORKS Flow Simulation αξιοποιεί ένα τροποποιημένο μοντέλο τύρβης $k-\epsilon$ (k -epsilon) με ενσωματωμένες συναρτήσεις τοιχώματος (*wall functions*), το οποίο έχει σχεδιαστεί ώστε να αναγνωρίζει και να προσομοιώνει αυτόματα όλα τα καθεστώτα ροής — στρωτή (*laminar*), μεταβατική (*transitional*) και τυρβώδη (*turbulent*) — χωρίς να απαιτείται από τον χρήστη να καθορίσει εκ των προτέρων τον τύπο της ροής. [30], [31], [32]

Οι συναρτήσεις τοιχώματος εφαρμόζονται στο οριακό στρώμα (*boundary layer*), εξασφαλίζοντας ακριβή μοντελοποίηση των φαινομένων κοντά σε στερεές επιφάνειες, ακόμη και σε πολύπλοκες γεωμετρίες.

Επιπλέον, το βελτιωμένο μοντέλο λαμβάνει αυτόματα υπόψη τα φαινόμενα συμπίεστης ροής, εξασφαλίζοντας υψηλότερη ακρίβεια σε συνθήκες μεγάλων ταχυτήτων ή έντονων μεταβολών πίεσης. [32]

Παράλληλα, υποστηρίζεται η προσομοίωση ανελαστικών μη-νευτώνειων ρευστών μέσω μοντέλων όπου το δυναμικό ιξώδες εξαρτάται από τον ρυθμό διάτμησης και τη θερμοκρασία. Τέλος, παρέχονται εξειδικευμένες δυνατότητες ανάλυσης για πραγματικά αέρια, φαινόμενα συμπύκνωσης-εξάτμισης, σπηλαίωση καθώς και ροή σε πορώδη μέσα. [30]

3.6 Εξισώσεις και Υπολογιστική Προσέγγιση

1) Προσέγγιση Favre για Τυρβώδεις Ροές

Για την πρόβλεψη τυρβωδών ροών, στο SolidWorks Flow Simulation χρησιμοποιείται η διατύπωση κατά Favre των εξισώσεων Navier–Stokes, η οποία εφαρμόζει χρονικό ή στατιστικό φιλτράρισμα στις μεταβλητές της ροής. Με τον τρόπο αυτό λαμβάνονται υπόψη οι μέσες επιδράσεις της τύρβης στις βασικές παραμέτρους χωρίς να απαιτείται η επίλυση των στιγμιαίων διακυμάνσεων. Ως αποτέλεσμα, στις εξισώσεις εμφανίζονται πρόσθετοι όροι — οι τάσεις Reynolds — που περιγράφουν την επίδραση των τυρβωδών διακυμάνσεων στην ορμή του ρευστού. Επειδή οι τάσεις Reynolds δεν μπορούν να υπολογιστούν άμεσα από τις εξισώσεις Navier–Stokes, απαιτείται η εισαγωγή πρόσθετων σχέσεων, γνωστών ως μοντέλα τύρβης, οι οποίες παρέχουν τις απαραίτητες εξισώσεις και παραμέτρους για τον πλήρη καθορισμό του συστήματος. [35]

2) Μοντέλο Τύρβης $k - \epsilon$ με Συναρτήσεις Απόσβεσης

Το SOLIDWORKS Flow Simulation εφαρμόζει ένα τροποποιημένο μοντέλο τύρβης $k-\epsilon$ (k -epsilon) με συναρτήσεις απόσβεσης Lam–Bremhorst (1981), το οποίο είναι ικανό να προσομοιώνει στρωτή, μεταβατική και τυρβώδη ροή.

Αν και δεν διαθέτει ξεχωριστό *transition model* (όπως το γ-Reθ του ANSYS Fluent), το λογισμικό αναγνωρίζει αυτόματα το καθεστώς της ροής, καθώς οι συναρτήσεις απόσβεσης μειώνουν το τυρβώδες ιξώδες κοντά στα τοιχώματα και σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds.

Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται ομαλή μετάβαση από τη στρωτή στη τυρβώδη ροή χωρίς να απαιτείται από τον χρήστη να καθορίσει ρητά το σημείο μετάβασης. [35]

Εξίσωση Μεταφοράς Τυρβώδους Κινητικής Ενέργειας k

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon + \mu_t P_B$$

Εξίσωση Μεταφοράς Ρυθμού Διασποράς Τύρβης ϵ

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \epsilon u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \left(f_1 \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + C_B \mu_t P_B \right) - f_2 C_{\epsilon 2} \frac{\rho \epsilon^2}{k}$$

Σταθερές του μοντέλου:

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\epsilon 1} = 1.44, \quad C_{\epsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad \sigma_B = 0.9,$$

$$C_B = \begin{cases} 1, & \text{if } P_B > 0 \\ 0, & \text{if } P_B < 0 \end{cases}$$

Παραγωγή τύρβης λόγω άνωσης:

Το P_B εκφράζει την παραγωγή τύρβης λόγω των δυνάμεων άνωσης:

$$P_B = -\frac{g_i}{\sigma_B} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$$

3) Ορισμός Τανυστών Τάσεων

Για Νευτώνεια ρευστά:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)$$

Υπόθεση Boussinesq για τις Τάσεις Reynolds

Αναλογική σχέση μεταξύ των τάσεων Reynolds και του ρυθμού διάτμησης, με το μ_t να παίζει τον ρόλο «τυρβώδους» ιξώδους.

$$\tau_{ij}^R = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$$

Συνοπτική μορφή:

$$\tau_{ij} = \mu s_{ij}, \quad \tau_{ij}^R = \mu_t s_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij},$$

με

$$s_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

4) Σχέσεις Ιξώδους Τύρβης και Συναρτήσεων Απόσβεσης

Ορισμός τυρβώδους ιξώδους:

$$\mu_t = f_\mu \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}$$

όπου η συνάρτηση απόσβεσης f_μ εξασφαλίζει την ομαλή μετάβαση από την περιοχή πλήρους τύρβης στην περιοχή κοντά στο τοίχωμα.

$$f_\mu = (1 - e^{-0.0165 y})^2 \cdot \left(1 + \frac{20.5}{R_t} \right)$$

με:

$$R_y = \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu}, \quad R_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}$$

Συναρτήσεις Απόσβεσης για Παραγωγή και Διάχυση Τύρβης

$$f_1 = 1 + \left(\frac{0.05}{f_\mu} \right)^3, \quad f_2 = 1 - e^{-R_t^2}$$

Ο όρος R_y συσχετίζει την ένταση της τύρβης με την απόσταση από το τοίχωμα, ενώ ο R_t με την αναλογία τυρβώδους προς μοριακή διάχυση.

Οι συναρτήσεις f_1 και f_2 χρησιμοποιούνται για να ρυθμίζουν την παραγωγή και την απόσβεση της τύρβης:

Οι συναρτήσεις απόσβεσης των Lam και Brehmhorst (f_μ, f_1, f_2) μειώνουν το ιξώδες και την ενέργεια της τυρβώδους ροής και αυξάνουν το ρυθμό διάχυσης της τυρβώδους ενέργειας όταν ο αριθμός Reynolds (R_y), που βασίζεται στη μέση ταχύτητα των διακυμάνσεων και στην απόσταση από το τοίχωμα, γίνεται πολύ μικρός.

Όταν ($f_\mu = 1, f_1 = 1, f_2 = 1$), η προσέγγιση επιστρέφει στο αρχικό μοντέλο $k-\varepsilon$ μοντέλο.

3.7 Προσομοίωση και Επεξεργασία Οριακού Στρώματος

Η ροή μέσα στο οριακό στρώμα χαρακτηρίζεται από έντονες μεταβολές ταχύτητας και θερμοκρασίας σε πολύ μικρές αποστάσεις από την επιφάνεια. Για να λυθούν με ακρίβεια οι εξισώσεις Navier-Stokes σε αυτή την περιοχή, θα απαιτούνταν εξαιρετικά πυκνό πλέγμα, γεγονός που αυξάνει σημαντικά τον υπολογιστικό φόρτο.

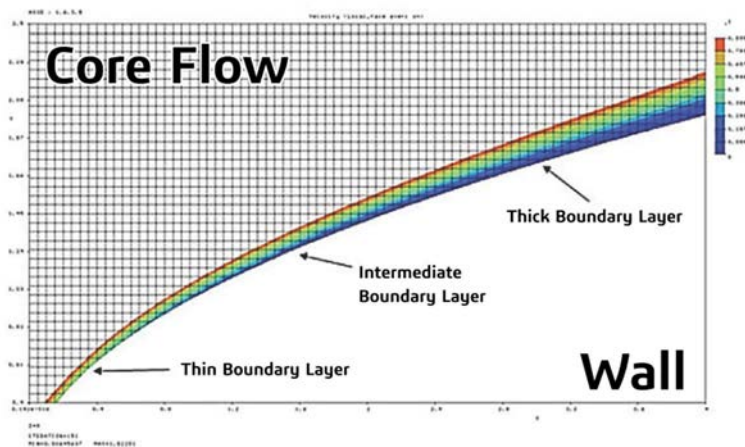
Για την αντιμετώπιση αυτής της δυσκολίας, στη CFD χρησιμοποιούνται ευρέως οι συναρτήσεις τοιχώματος (*wall functions*), ημι-εμπειρικές μέθοδοι που επιτρέπουν την προσεγγιστική μοντελοποίηση της ροής κοντά στο τοίχωμα χωρίς την ανάγκη εξαιρετικά λεπτού πλέγματος.

Οι συναρτήσεις τοιχώματος εφαρμόζονται στα πρώτα κελιά του πλέγματος κοντά στο στερεό τοίχωμα και βασίζονται σε θεωρητικές και πειραματικές σχέσεις. [30], [31], [34], [35]

Διπλή Κλίμακα Wall Function (Two-Scale Wall Function – 2SWF)

Η μέθοδος 2SWF συνδυάζει δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, ώστε να συνδέσει τη λύση του οριακού στρώματος με τη ροή μακριά από το τοίχωμα, προσφέροντας βελτιωμένη ακρίβεια σε περιοχές με αραιό πλέγμα και σύνθετη γεωμετρία (Εικόνα 8). [34]

- **Προσέγγιση Λεπτού Οριακού Στρώματος (Thin-Boundary-Layer Approach):**
Εφαρμόζεται όταν το πλήθος των κελιών κατά το πάχος του οριακού στρώματος είναι ανεπαρκές για άμεσο ή απλοποιημένο υπολογισμό των προφίλ ροής και θερμοκρασίας.
- **Προσέγγιση Παχέος Οριακού Στρώματος (Thick-Boundary-Layer Approach):**
Χρησιμοποιείται όταν υπάρχουν αρκετά κελιά, επιτρέποντας την άμεση και ακριβή επίλυση του οριακού στρώματος.
- **Υβριδικός συνδυασμός:**
Σε ενδιάμεσες περιπτώσεις εφαρμόζεται υβριδική μέθοδος, η οποία διασφαλίζει ομαλή μετάβαση μεταξύ των δύο μοντέλων, ανάλογα με το πάχος του οριακού στρώματος και την ποιότητα του πλέγματος.



Εικόνα 8: Συνδυασμός προσεγγίσεων οριακού στρώματος κατά μήκος της γωνίας προσβολής πτέρυγας, [34]

Προσέγγιση Λεπού Οριακού Στρώματος

Στην προσέγγιση λεπτού οριακού στρώματος επιλύονται οι εξισώσεις **Prandtl**, οι οποίες ολοκληρώνονται στην κάθετη διεύθυνση από το τοίχωμα ($y = 0$) έως το πάχος δ του οριακού στρώματος.

- Για στρωτή ροή, η επίλυση γίνεται με διαδοχικές προσεγγίσεις βασισμένες στη μέθοδο συναρτήσεων δοκιμής του Shvets (Ginzburg, 1970).
- Για τυρβώδη ή μεταβατική ροή, εφαρμόζεται γενικευμένη εκδοχή της μεθόδου, στηριγμένη στην υπόθεση του Van Driest (1956) σχετικά με το μήκος ανάμειξης.

Το μοντέλο λαμβάνει υπόψη την επίδραση της τραχύτητας της επιφάνειας, την τυρβώδη ροή του εξωτερικού ρευστού, τη συμπίεστικότητα, την απώλεια τυρβώδους κινητικής ενέργειας και τις δυνάμεις σώματος, μέσω εμπειρικών διορθωτικών συντελεστών.[34], [35]

Από τον υπολογισμό του οριακού στρώματος, το SolidWorks Flow Simulation εξάγει το πάχος του οριακού στρώματος δ , την τάση διατμήσεως στον τοίχο τ_w^e και τη ροή θερμότητας q_w^e , τα οποία χρησιμοποιούνται ως οριακές συνθήκες για τις εξισώσεις Navier-Stokes:

$$\tau_w = \tau_w^e, \quad q_w = q_w^e,$$

Για τις εξισώσεις τύρβης, οι οριακές συνθήκες για k και ε προκύπτουν με βάση την ισορροπία παραγωγής-απόσβεσης τύρβης στα γειτονικά κελιά:

$$\frac{\partial k}{\partial y} = 0, \quad \varepsilon = \frac{C_\mu^{0.75} k^{1.5}}{\kappa y}.$$

Προσέγγιση Παχέος Οριακού Στρώματος

Όταν ο αριθμός των κελιών στο πάχος του οριακού στρώματος είναι επαρκής (πάνω από ~10), η προσομοίωση γίνεται με τις εξισώσεις Navier–Stokes, ως μέρος της βασικής επίλυσης.

- Για στρωτά οριακά στρώματα, η επίλυση γίνεται απευθείας μέσω των εξισώσεων.
- Για τυρβώδη οριακά στρώματα, εφαρμόζεται τροποποιημένη εκδοχή της κλασικής wall function. Αντί του λογαριθμικού προφίλ ταχύτητας, χρησιμοποιείται το πλήρες προφίλ του Van Driest (1956):

$$u^+ = \int_0^{y^+} \frac{2 \, d\eta}{1 + \sqrt{1 + 4\kappa^2 \eta^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{\eta}{A_v}\right)\right]^2}}$$

Όπου $\kappa = 0,4054$ είναι η σταθερά του Kármán και $A_v = 26$ ο συντελεστής του Van Driest.

Οι υπόλοιπες παραδοχές παραμένουν ίδιες με την κλασική προσέγγιση συναρτήσεων τοιχώματος. [34], [35]

3.8 Συμπεράσματα

Το SolidWorks Flow Simulation αποτελεί ένα ολοκληρωμένο και ευέλικτο εργαλείο Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD), πλήρως ενσωματωμένο στο περιβάλλον CAD του *SOLIDWORKS*, εξασφαλίζοντας ομαλή και άμεση μετάβαση από τον σχεδιασμό στην προσομοίωση. [30], [30], [31] Η προσέγγιση Direct CAD to CFD, σε συνδυασμό με την αυτόματη δημιουργία και ανανέωση πλέγματος, μειώνει σημαντικά τον χρόνο προετοιμασίας, ενώ η δυνατότητα adaptive meshing επιτρέπει στοχευμένη εκλέπτυνση σε κρίσιμες περιοχές χωρίς ανάγκη πλήρους επαναπλεγματοποίησης. Η τεχνολογία SmartCells, βασισμένη σε καρτεσιανό *immersed-boundary mesh*, καθιστά εφικτές ακριβείς προσομοιώσεις σε πολύπλοκες γεωμετρίες με χαμηλό υπολογιστικό κόστος, αποφεύγοντας τις δυσκολίες των παραδοσιακών *body-fitted* πλεγμάτων. [34] Επιπλέον, η διαθεσιμότητα εξειδικευμένων ενοτήτων, όπως το HVAC Module για εφαρμογές κλιματισμού και το Electronic Cooling Module για θερμική διαχείριση ηλεκτρονικών συστημάτων, διευρύνει σημαντικά το πεδίο εφαρμογών του λογισμικού σε βιομηχανικό επίπεδο. [31] Η προσομοίωση τυρβώδους ροής υποστηρίζεται από το τροποποιημένο μοντέλο $k-\varepsilon$ με συναρτήσεις απόσβεσης Lam–Bremhorst, σε συνδυασμό με την υβριδική μέθοδο Two-Scale Wall Function (2SWF), επιτρέποντας αξιόπιστη ανάλυση του οριακού στρώματος ανεξαρτήτως ποιότητας

πλέγματος. Το μοντέλο λαμβάνει υπόψη στρωτή, μεταβατική και τυρβώδη ροή, ακόμη και σε συνθήκες συμπίεσότητας ή μη-νευτώνειων ρευστών. [32]

Συνολικά, το *SolidWorks Flow Simulation* συνδυάζει ακρίβεια, ευκολία χρήσης και υπολογιστική αποδοτικότητα, καθιστώντας το ιδανική επιλογή για ταχεία και αξιόπιστη CFD ανάλυση σε ευρύ φάσμα βιομηχανικών εφαρμογών, από τον αρχικό σχεδιασμό μέχρι τη βελτιστοποίηση σύνθετων προϊόντων. Η πλήρης ενσωμάτωση στο CAD περιβάλλον και η φιλική διεπαφή του το καθιστούν προσβάσιμο όχι μόνο σε εξειδικευμένους αναλυτές CFD, αλλά και σε μηχανικούς άλλων ειδικοτήτων που επιθυμούν να εντάξουν προσομοιώσεις ροής στη διαδικασία σχεδίασης χωρίς απαραίτητη προηγμένη εμπειρία στην υπολογιστική ρευστοδυναμική. [33]

Κεφάλαιο 4. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΚΥΡΩΣΗΣ ΚΑΙ ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΡΟΗΣ

Το Κεφάλαιο 4 περιγράφει τη μεθοδολογία επικύρωσης και τον ορισμό των παραμέτρων ροής, που υιοθετήθηκαν από τη βιβλιογραφία [29], [36], [37], στοχεύοντας στη διασφάλιση της αριθμητικής ακρίβειας και της υπολογιστικής αξιοπιστίας.

Παρουσιάζεται η μελέτη σύγκλισης πλέγματος, ενώ ακολουθεί συγκριτική αξιολόγηση διαφορετικών διατάξεων πλέγματος, προκειμένου να αναλυθεί η επίδρασή τους σε κρίσιμα αεροδυναμικά μεγέθη. Η ανάλυση αυτή διαμορφώνει το πλαίσιο αναφοράς για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια.

4.1 Εφαρμογή της Μεθοδολογίας Επικύρωσης σε Χαρακτηριστικές Περιπτώσεις Ροής

Η διαδικασία επικύρωσης (validation) αποτελεί θεμελιώδες και αναπόσπαστο στάδιο σε κάθε υπολογιστική προσομοίωση ρευστομηχανικής, καθώς διασφαλίζει ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα αντανακλούν τη φυσική πραγματικότητα και συμφωνούν με πειραματικά ή θεωρητικά δεδομένα. Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας πραγματοποιήθηκε συστηματική επικύρωση με το *SolidWorks Flow Simulation* για εξωτερικές αεροδυναμικές ροές, με στόχο την τεκμηριωμένη αξιολόγηση της ακρίβειας και της αξιοπιστίας του.

Εξετάστηκαν τέσσερις χαρακτηριστικές περιπτώσεις ροής:

- Ροή γύρω από κυκλικό κύλινδρο,
- Ροή γύρω από πτέρυγα χαμηλών ταχυτήτων τύπου Eppler 387.
- Ροή γύρω από συμμετρική πτέρυγα τύπου NACA 0012,
- Ροή γύρω από ασύμμετρη πτέρυγα τύπου NACA 4412

Η επιλογή αυτών των περιπτώσεων έγινε αφενός λόγω της διαθεσιμότητας εκτεταμένων, αξιόπιστων πειραματικών και βιβλιογραφικών δεδομένων, και αφετέρου για να καλυφθεί ένα ευρύ φάσμα αεροδυναμικών χαρακτηριστικών — από απλές συμμετρικές ροές έως πιο περίπλοκες καταστάσεις με ασυμμετρία και έντονη καμπυλότητα.

Τα υπολογιστικά πλέγματα σχεδιάστηκαν και βελτιστοποιήθηκαν εξ ολοκλήρου στο πλαίσιο της εργασίας, μέσα από μια επαναληπτική διαδικασία δοκιμών και βελτιώσεων, με στόχο τη βέλτιστη ισορροπία ανάμεσα σε ακρίβεια και υπολογιστική αποδοτικότητα.

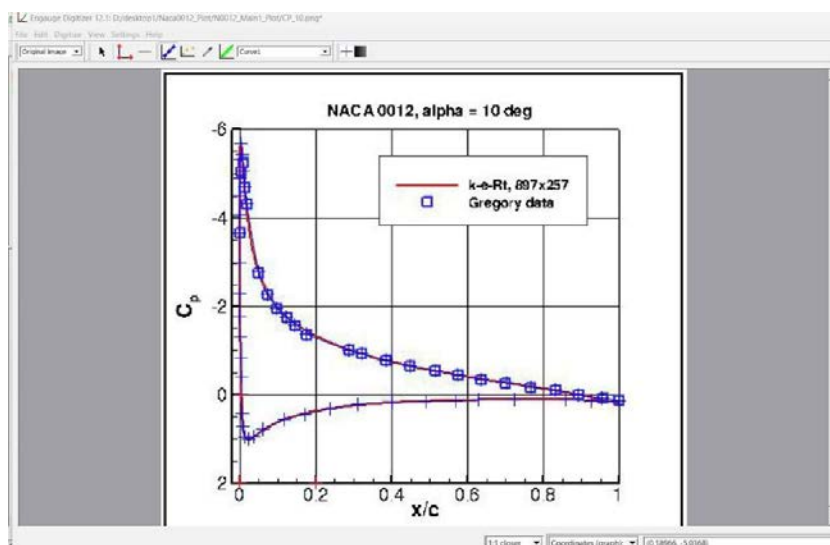
Δεν εφαρμόστηκε αυτόματη πύκνωση πλέγματος (adaptive mesh refinement), ούτε χρησιμοποιήθηκαν προκατασκευασμένα πλέγματα από εξωτερικές πηγές, καθώς το λογισμικό δεν υποστηρίζει την εισαγωγή τους.

Αξίζει να σημειωθεί ότι το SolidWorks Flow Simulation απευθύνεται κυρίως σε χρήστες που επιδιώκουν μια εύχρηστη και σχετικά γρήγορη προσέγγιση προσομοίωσης.

Για τον λόγο αυτό, όλοι οι υπολογισμοί εκτελέστηκαν σε προσωπικό μου φορητό υπολογιστή, ώστε οι χρόνοι επίλυσης να αντικατοπτρίζουν ρεαλιστικές συνθήκες χρήσης από έναν μηχανικό, ερευνητή ή φοιτητή.

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων — όπως οι συντελεστές άντωσης και οπισθέλκουσας, η κατανομή πίεσης, καθώς και τα πεδία ταχύτητας — με πειραματικά και βιβλιογραφικά δεδομένα, επέτρεψε μια εμπειριστατωμένη εκτίμηση της ακρίβειας του λογισμικού. Τα ευρήματα που προκύπτουν από αυτήν τη διαδικασία επικύρωσης αποτελούν τη βάση για την ερμηνεία και την επιστημονική τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια της εργασίας.

Με τη χρήση του προγράμματος Engauge Digitizer ψηφιοποιήθηκαν και μοντελοποιήθηκαν οι γραφικές παραστάσεις που προέρχονται από τη βιβλιογραφία, με σκοπό τη σύγκρισή τους με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων στο SolidWorks Flow Simulation (Εικόνα 9).



Εικόνα 9: Λήψη δεδομένων μέσω του προγράμματος Digitizer για τον συντελεστή πίεσης C_p της πτέρυγας Naca 0012 σύμφωνα με τα δεδομένα της Nasa. [29]

4.2 Ορισμός Παραμέτρων Ροής

Για την επικαιροποίηση των αποτελεσμάτων, υιοθετήθηκαν οριακές συνθήκες βασισμένες στη μεθοδολογία επικύρωσης της NASA [29], η οποία στηρίζεται στη χρήση του μοντέλου τύρβης $k-\epsilon$ για τη δισδιάστατη πτέρυγα τύπου NACA 0012.

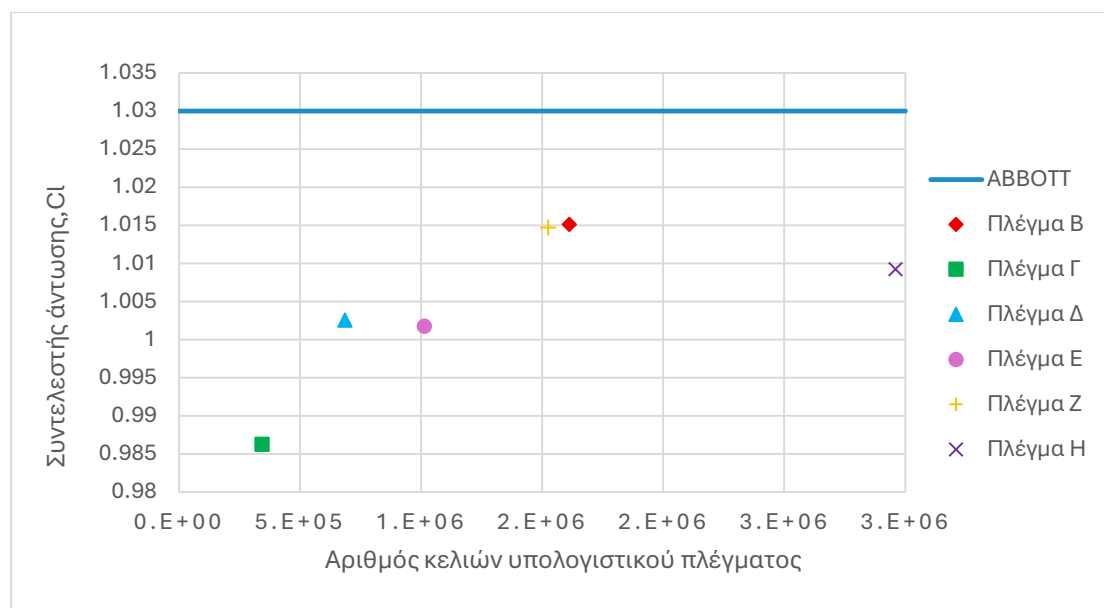
- Το πεδίο ροής (Fluid Domain) ορίστηκε ίσο με $500 \cdot c$ προς κάθε κατεύθυνση, όπου c είναι η χορδή της πτέρυγας.
- Η ένταση της τύρβης (Turbulence Intensity) ορίστηκε σε 0.5% [29], [36]
- Το μήκος τύρβης (Turbulent Length Scale) καθορίστηκε σύμφωνα με την προσέγγιση [37]: $Turbulent\ Length = 0.07 \cdot c$

Στο *SolidWorks Flow Simulation*, η δισδιάστατη ροή προσεγγίζεται αριθμητικά ως εξαιρετικά λεπτή τομή τρισδιάστατης ροής. Για τον λόγο αυτό, εφαρμόστηκαν οι πλήρεις τρισδιάστατες εξισώσεις ροής, με τη χορδή να αντιστοιχεί στην πραγματική χορδή του μοντέλου και το εκπέτασμα να ορίζεται ίσο με το πάχος του πεδίου ροής. Η προσέγγιση αυτή εξασφαλίζει πιο ακριβή υπολογισμό των αεροδυναμικών συντελεστών.

4.3 Μελέτη Σύγκλισης Πλέγματος

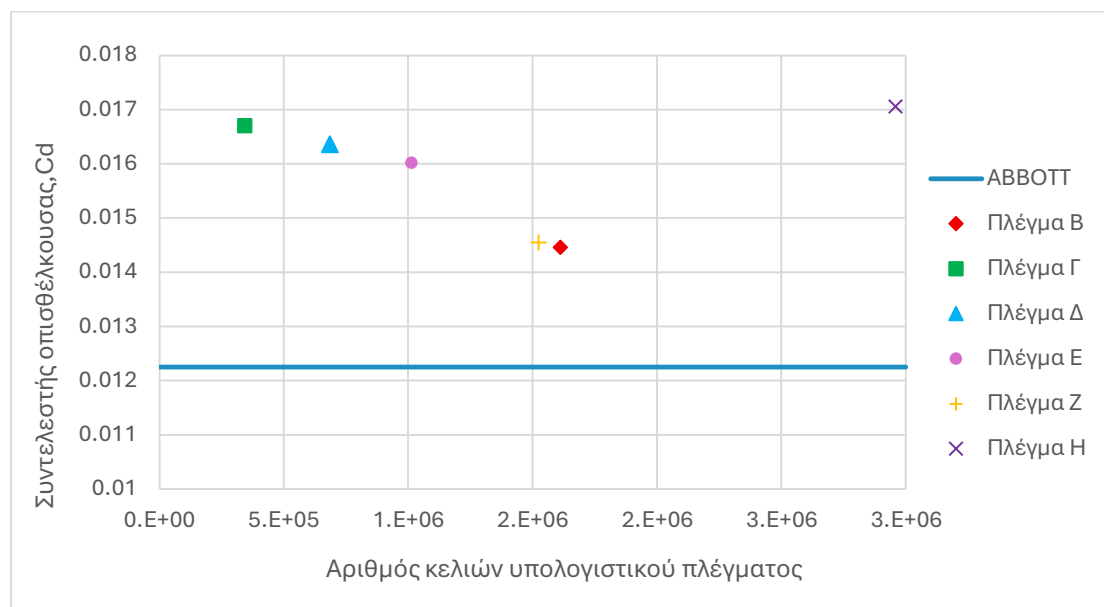
Για τη μελέτη σύγκλισης πλέγματος, εξετάστηκαν διαφορετικές διατάξεις υπολογιστικού πλέγματος και συγκρίθηκαν οι υπολογισμένοι συντελεστές άντωσης και οπισθέλκουσας με τις αντίστοιχες πειραματικές τιμές του Abbott, που απεικονίζονται με μπλε οριζόντια γραμμή στα Διαγράμματα 1,2. Με βάση την ανάλυση των αποκλίσεων και την αξιολόγηση της σχέσης ακρίβειας-υπολογιστικού κόστους, επιλέχθηκε η διάταξη που παρείχε την καλύτερη προσέγγιση των πειραματικών δεδομένων με τον μικρότερο δυνατό αριθμό κελιών, η οποία αποτέλεσε το Πλέγμα Β.

Μελέτη Σύγκλισης – Συντελεστής Άντωσης



Διάγραμμα 1: Αποτελέσματα μελέτης σύγκλισης πλέγματος για τον συντελεστή άντωσης, σε σύγκριση με την πειραματική τιμή του Abbott.

Μελέτη Σύγκλισης – Συντελεστής Οπισθέλκουσας



Διάγραμμα 2: Αποτελέσματα μελέτης σύγκλισης πλέγματος για τον συντελεστή οπισθέλκουσας, σε σύγκριση με την πειραματική τιμή του Abbott.

Ανάλυση Αποτελεσμάτων Μελέτης Σύγκλισης Πλέγματος

Στο πρώτο διάγραμμα (Cl –αριθμός κελιών) παρατηρείται ότι καθώς αυξάνεται η πυκνότητα του πλέγματος, οι τιμές του Cl συγκλίνουν σταδιακά προς την πειραματική τιμή. Το πλέγμα B παρουσιάζει τη μικρότερη απόκλιση από την τιμή του Abbott, με $Cl \approx 1.015$, γεγονός που το καθιστά αξιόπιστη επιλογή με καλή ισορροπία μεταξύ ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους.

Το πλέγμα H, παρότι διαθέτει τον μεγαλύτερο αριθμό κελιών, δεν προσφέρει βελτίωση στον Cl σε σχέση με τα μεσαίας πυκνότητας πλέγματα, ένδειξη ότι η λύση έχει ήδη φτάσει σε καθεστώς ανεξαρτησίας από το πλέγμα για την παράμετρο αυτή.

Στο δεύτερο διάγραμμα (Cd –αριθμός κελιών) η τάση σύγκλισης είναι λιγότερο γραμμική, καθώς η οπισθέλκουσα είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη στη λεπτομέρεια του οριακού στρώματος και στην ακριβή αναπαράσταση της γεωμετρίας.

Παρ' όλα αυτά, το πλέγμα B επιτυγχάνει την ελάχιστη απόκλιση από την πειραματική τιμή, γεγονός που επιβεβαιώνει την καλή ποιότητα του πλέγματος.

Αντίθετα, στο πλέγμα H παρατηρείται σημαντική αύξηση της τιμής του Cd , η οποία απομακρύνει το αποτέλεσμα από το πείραμα. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να οφείλεται σε αλλαγές στη δομή του οριακού στρώματος λόγω υπερβολικής πύκνωσης και στην αύξηση της αριθμητικής διάχυσης.

Συμπερασματικά, το πλέγμα B επιλέχθηκε ως τελικό, καθώς εξασφαλίζει επαρκή ακρίβεια τόσο στον συντελεστή άντωσης (σφάλμα 1.4%) όσο και στην οπισθέλκουσα (σφάλμα 18%) διασφαλίζοντας την αποδοτικότητα των επόμενων προσομοιώσεων. Το παράδειγμα του πλέγματος H καταδεικνύει ότι η αλόγιστη αύξηση του αριθμού κελιών δεν εγγυάται βελτίωση και μπορεί, αντιθέτως, να οδηγήσει σε υποβάθμιση της ποιότητας των αποτελεσμάτων, ειδικά για παραμέτρους όπως ο συντελεστής οπισθέλκουσας.

4.4 Συγκριτική Αξιολόγηση Πλεγμάτων για Πτέρυγες Naca

Σε αρχικό στάδιο πραγματοποιήθηκε συγκριτική αξιολόγηση δύο διαφορετικών υπολογιστικών πλεγμάτων, με στόχο την κατανόηση της επίδρασης της ποιότητάς τους στην ακρίβεια και την αποδοτικότητα της υπολογιστικής προσομοίωσης. Τα δύο πλέγματα που εξετάστηκαν είναι το Πλέγμα A και το Πλέγμα B.

Για τη σύγκριση υλοποιήθηκαν δύο προσομοιώσεις με ταυτόσημες αρχικές και συνοριακές συνθήκες.

Το Πλέγμα A αναπτύχθηκε ως βασικό, απλοποιημένο πλέγμα, χωρίς τοπικές βελτιστοποιήσεις στο πεδίο ροής, λειτουργώντας ως σημείο αναφοράς (Εικόνα 10).

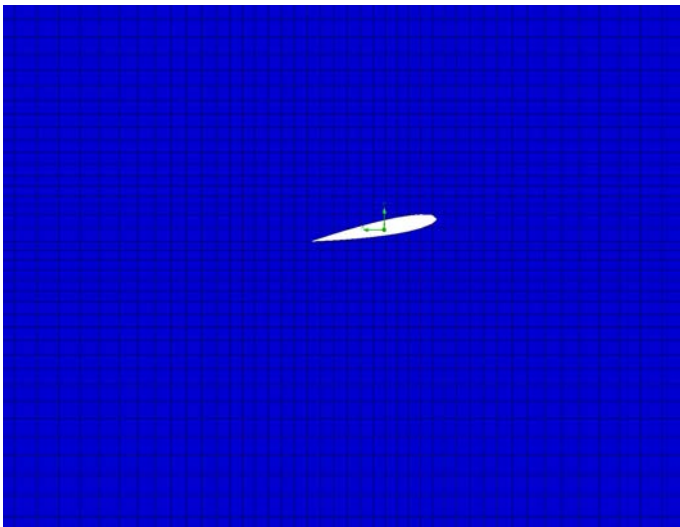
Αντίθετα, το Πλέγμα B σχεδιάστηκε μέσω επαναληπτικής βελτιστοποίησης, με σκοπό τη βελτίωση τόσο της αριθμητικής ακρίβειας όσο και της υπολογιστικής αποδοτικότητας (Εικόνα 11,12).

Η συγκριτική αξιολόγηση εστιάζει σε τέσσερις βασικές παραμέτρους:

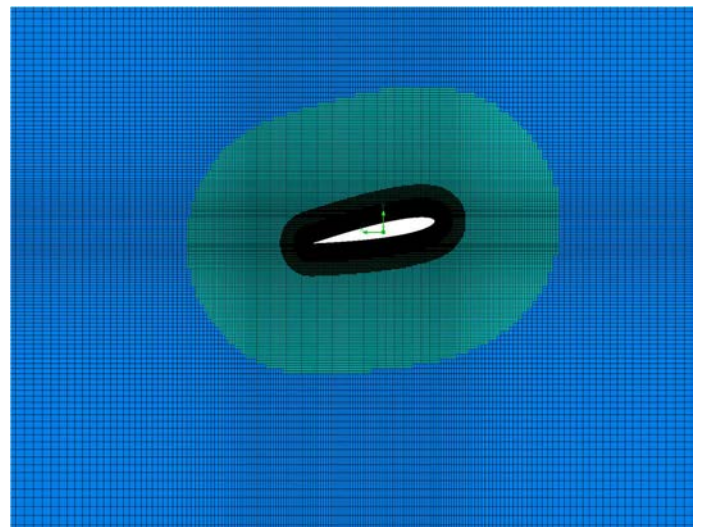
1. Την ακρίβεια των αριθμητικών αποτελεσμάτων.
2. Τον συνολικό υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για την ολοκλήρωση της επίλυσης.
3. Τον συνολικό αριθμό κελιών του υπολογιστικού πλέγματος.
4. Τη ρεαλιστική απεικόνιση των φυσικών μεγεθών στο πεδίο ροής.

Η ποιότητα και η κατανομή των κελιών του πλέγματος καθορίζουν τη συνολική απόδοση μιας προσομοίωσης.

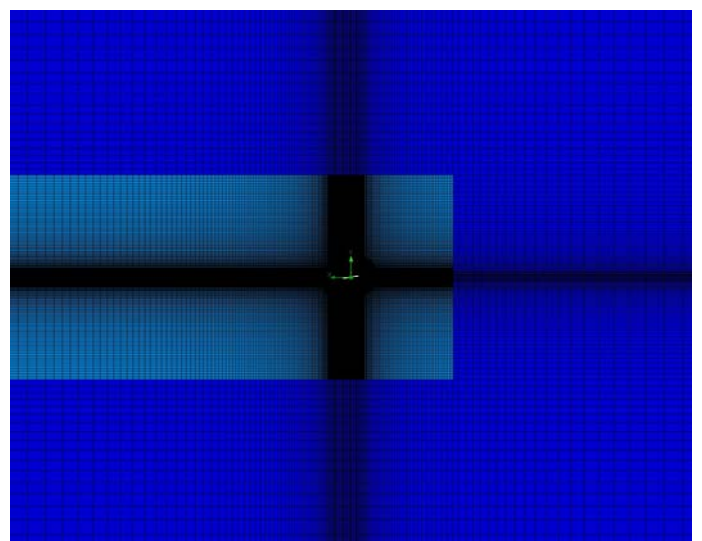
Ένα πυκνότερο πλέγμα μπορεί να προσφέρει υψηλότερη ακρίβεια, συνεπάγεται όμως αυξημένο υπολογιστικό φόρτο. Αντίθετα, ένα αραιότερο πλέγμα μειώνει τον χρόνο επίλυσης, αλλά ενδέχεται να υστερεί σε λεπτομέρεια και ακρίβεια.



Εικόνα 10: Πλέγμα A γύρω από τη πτέρυγα Naca 0012



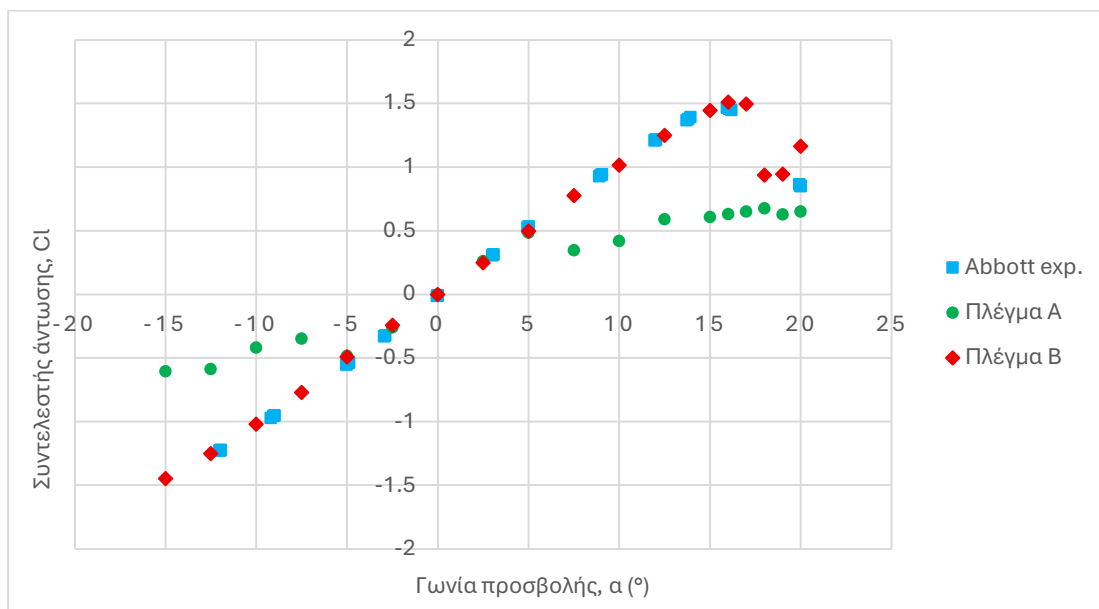
Εικόνα 11: Πλέγμα B γύρω από τη πτέρυγα Naca 0012



Εικόνα 12: Πλέγμα B μακριά από τη πτέρυγα Naca 0012

Σύγκριση Συντελεστή Άντωσης

Για το προφίλ NACA 0012, το Διάγραμμα 3 παρουσιάζει τη σύγκριση του συντελεστή άντωσης για δύο διαφορετικές διατάξεις πλέγματος (A και B) σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα του Abbott.[38]



Διάγραμμα 3: Σύγκριση συντελεστή άντωσης για πτέρυγα NACA 0012 μεταξύ Πλεγμάτων A και B και πειραματικών δεδομένων Abbott et al.

Ανάλυση Αποτελεσμάτων Συντελεστή Άντωσης

Το Πλέγμα B παρουσιάζει πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα. Η κλίση της καμπύλης στο γραμμικό τμήμα (πριν την απώλεια στήριξης) ακολουθεί την αναμενόμενη συμπεριφορά, ενώ η μέγιστη τιμή του συντελεστή άντωσης και η μεταγενέστερη πτώση μετά την απώλεια στήριξης προσεγγίζουν ικανοποιητικά τις μετρήσεις του Abbott [38]. Αυτό δείχνει ότι το Πλέγμα B αναπαράγει αξιόπιστα τη ροή τόσο στην προσκολλημένη όσο και στη μερικώς αποκολλημένη περιοχή.

Αντίθετα, το Πλέγμα A εμφανίζει σημαντικές αποκλίσεις ήδη από μικρές θετικές γωνίες προσβολής. Η αύξηση του συντελεστή άντωσης είναι υποεκτιμημένη και η καμπύλη σταθεροποιείται πρόωρα, χωρίς να προσεγγίζει τις πειραματικές μέγιστες τιμές. Επιπλέον, η πτώση μετά την απώλεια στήριξης δεν αποτυπώνεται σωστά, καθώς ο συντελεστής άντωσης παραμένει σχεδόν σταθερός σε υψηλές γωνίες.

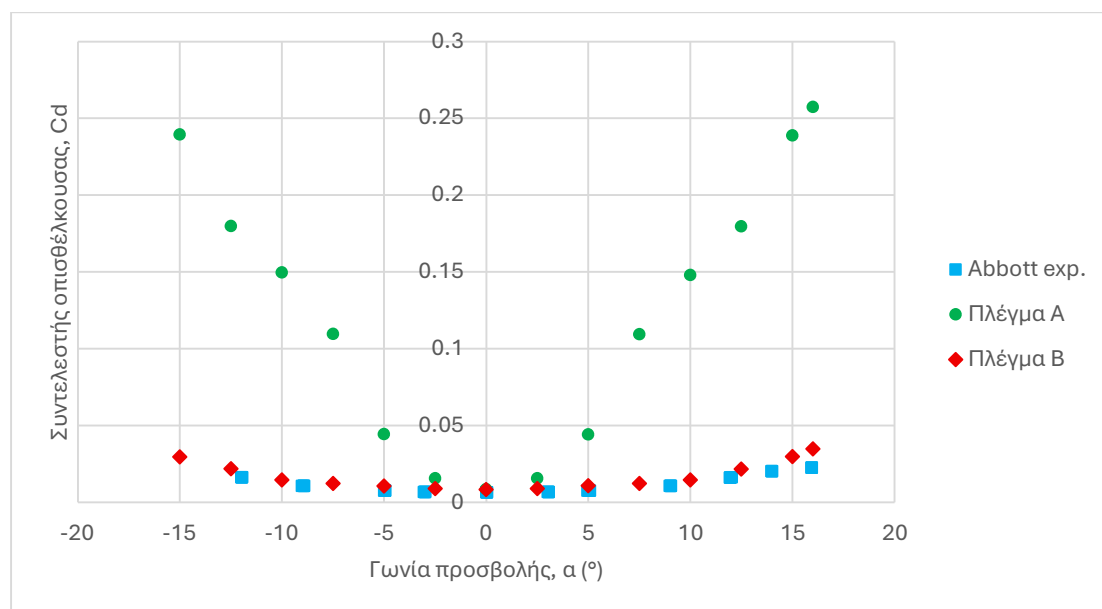
Η βασική αιτία αυτών των αποκλίσεων είναι η χαμηλή ανάλυση του Πλέγματος A, η οποία δεν επιτρέπει την ακριβή περιγραφή του οριακού στρώματος και των τοπικών μεταβολών της ροής. Η έλλειψη επαρκούς πυκνωσης κοντά στο τοίχωμα οδηγεί σε φτωχή εκτίμηση των φαινομένων ιζώδους και της κατανομής πίεσης, με αποτέλεσμα την υποεκτίμηση της άντωσης. Επιπλέον, η περιορισμένη δυνατότητα αποτύπωσης των φαινομένων αποκόλλησης εμποδίζει την ορθή αναπαράσταση της απότομης πτώσης του συντελεστή άντωσης μετά την απώλεια στήριξης. Έτσι,

το Πλέγμα A δεν μπορεί να περιγράψει αξιόπιστα την πραγματική αεροδυναμική συμπεριφορά της πτέρυγας.

Συνολικά, η σύγκριση δείχνει ότι το Πλέγμα B αποτελεί την καταλληλότερη επιλογή για τη μελέτη της πτέρυγας NACA 0012, καθώς προσφέρει σαφέστερη και ακριβέστερη αναπαράσταση της ροής και μεγαλύτερη προσέγγιση στα πειραματικά δεδομένα.

Σύγκριση Συντελεστή Οπισθέλκουσας

Για το προφίλ NACA 0012, το Διάγραμμα 4 παρουσιάζει τη σύγκριση του συντελεστή οπισθέλκουσας (C_d) για δύο διαφορετικές διατάξεις πλέγματος (A και B) σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα του Abbott.[38]



Διάγραμμα 4: Σύγκριση συντελεστή οπισθέλκουσας για πτέρυγα NACA 0012 μεταξύ Πλεγμάτων A και B και πειραματικών δεδομένων Abbott et al.

Ανάλυση Αποτελεσμάτων Συντελεστή Οπισθέλκουσας

Το Πλέγμα B εμφανίζει πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα σε χαμηλές και μέσες γωνίες προσβολής. Οι τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας βρίσκονται πολύ κοντά στις μετρήσεις του Abbott, γεγονός που υποδηλώνει επαρκή ανάλυση του οριακού στρώματος και καλή αναπαράσταση της κατανομής πίεσης. Σε υψηλότερες γωνίες, το Πλέγμα B αποτυπώνει σωστά την αυξητική τάση του συντελεστή οπισθέλκουσας, αν και παρουσιάζει ελαφρά υπερεκτίμηση κοντά στις μέγιστες τιμές. Παρά τη μικρή αυτή απόκλιση, η συνολική μορφή της καμπύλης και η σύγκλιση με τα πειραματικά δεδομένα το καθιστούν αξιόπιστη επιλογή για την προσομοίωση.

Αντίθετα, το Πλέγμα A παρουσιάζει σημαντικά υψηλότερες τιμές συντελεστή οπισθέλκουσας σχεδόν σε όλο το εύρος των γωνιών προσβολής. Η απόκλιση είναι έντονη ακόμη και σε μικρές

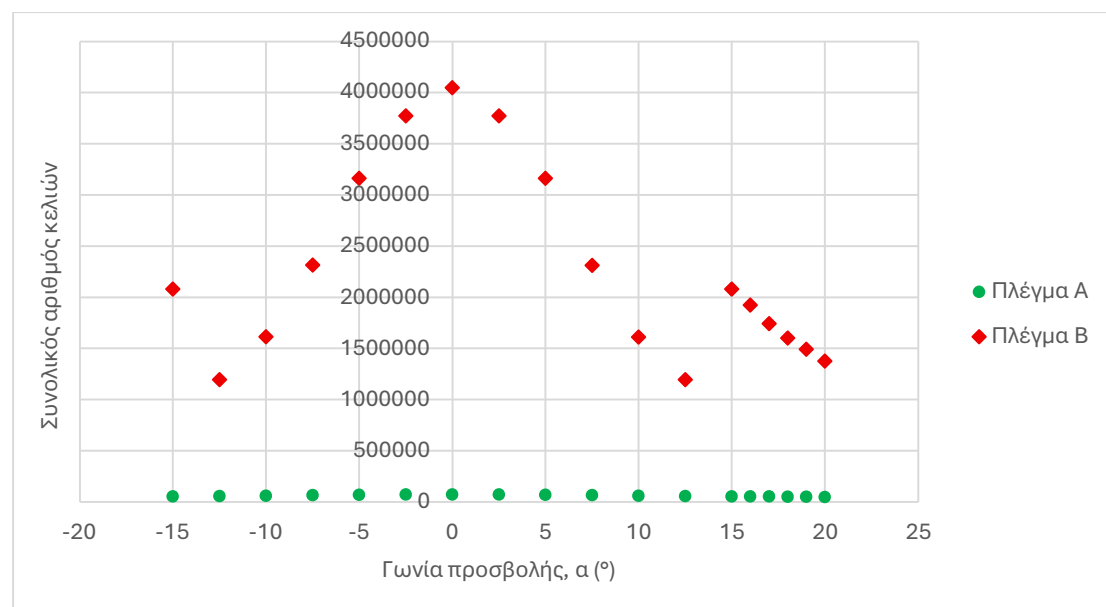
γωνίες, όπου οι τιμές μπορεί να είναι έως και διπλάσιες από τις πειραματικές. Στις μεγάλες γωνίες προσβολής, η υπερεκτίμηση γίνεται ακόμη μεγαλύτερη, γεγονός που συνδέεται με την ανεπαρκή ανάλυση του πλέγματος και τη φτωχή περιγραφή της ροής στην περιοχή αποκόλλησης.

Η κύρια αιτία του σφάλματος είναι ότι το αραιότερο Πλέγμα A δεν διαθέτει επαρκή αριθμό κελιών κοντά στο τοίχωμα ώστε να επιλύσει σωστά το ιξώδες οριακό στρώμα. Αυτό οδηγεί σε λανθασμένη εκτίμηση των τριβών διατμητικής τάσης και σε υπερβολική αύξηση της παρασιτικής αντίστασης. Επιπλέον, η χαμηλή ανάλυση στην περιοχή αποκόλλησης της ροής προκαλεί τεχνητές απώλειες και διόγκωση του πεδίου οπισθέλκουσας, ενισχύοντας ακόμη περισσότερο την υπερεκτίμηση του συντελεστή Cd.

Συνολικά, η σύγκριση δείχνει ότι το Πλέγμα B αποδίδει πολύ πιο ρεαλιστικά την αεροδυναμική αντίσταση της πτέρυγας NACA 0012, ενώ το Πλέγμα A παρουσιάζει σημαντική υπερεκτίμηση λόγω της χαμηλής του ανάλυσης και της αδυναμίας του να συλλάβει με ακρίβεια τα κρίσιμα φαινόμενα κοντά στο τοίχωμα και την αποκόλληση της ροής.

Σύγκριση Συνολικού Αριθμού Κελιών Υπολογιστικού Πλέγματος

Η πρώτη σύγκριση αφορά τον συνολικό αριθμό κελιών του υπολογιστικού πλέγματος. Όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 5. Το πλέγμα B μοντελοποιήθηκε με σημαντικά υψηλότερη υπολογιστική απαίτηση έναντι του πλέγματος A.



Διάγραμμα 5: Σύγκριση συνολικού αριθμού κελιών στο υπολογιστικό πεδίο για πτέρυγα NACA 0012 μεταξύ Πλεγμάτων A και B.

Ανάλυση Αποτελεσμάτων Συνολικού Αριθμού Κελιών Υπολογιστικού Πλέγματος

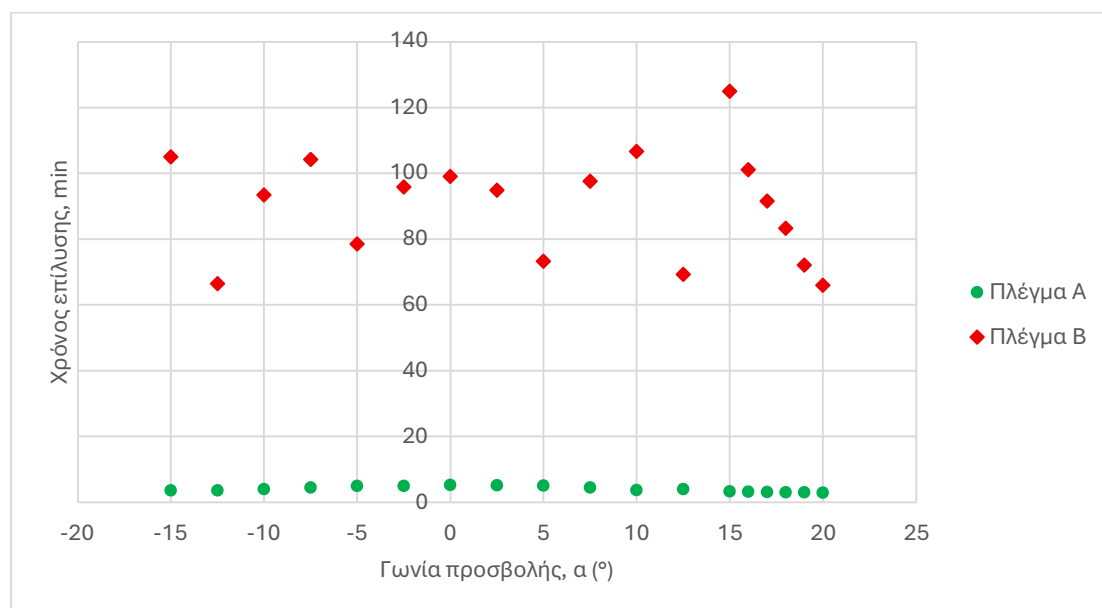
Το Διάγραμμα 5 παρουσιάζει τη μεταβολή του συνολικού αριθμού κελιών για τα Πλέγματα A και B συναρτήσει της γωνίας προσβολής. Το Πλέγμα B εμφανίζει σαφώς υψηλότερη πυκνότητα, γεγονός που επιτρέπει την ακριβή αποτύπωση του οριακού στρώματος, των περιοχών αποκόλλησης και των μεταβατικών φαινομένων, βελτιώνοντας σημαντικά την ακρίβεια της προσομοίωσης. Αντίθετα, το Πλέγμα A διατηρεί χαμηλό και σχεδόν σταθερό αριθμό κελιών, με αποτέλεσμα μειωμένο υπολογιστικό κόστος και ταχύτερη επίλυση, αλλά περιορισμένη δυνατότητα καταγραφής λεπτομερειών στις κρίσιμες περιοχές γύρω από την πτέρυγα.

Χαρακτηριστικό είναι το σχήμα «καμπάνας» του Πλέγματος B για γωνίες μεταξύ $-12,5^\circ$ και $+12,5^\circ$, το οποίο προκύπτει από τη δυναμική τοπική πύκνωση του λογισμικού στις περιοχές όπου η γεωμετρία τέμνει το δίκτυο. Όσο η γωνία προσβολής πλησιάζει το μηδέν, αυξάνεται το μήκος των τμημάτων της πτέρυγας που είναι σχεδόν παράλληλα στη ροή, με αποτέλεσμα μεγαλύτερη συγκέντρωση κελιών και κορύφωση του συνολικού αριθμού γύρω από μηδενικές γωνίες.

Για γωνίες άνω των 15° , παρατηρείται απότομη μείωση του αριθμού κελιών στο Πλέγμα B. Αυτό δεν οφείλεται σε απώλεια λεπτομέρειας, αλλά στην αλλαγή στρατηγικής: εφαρμόζεται εξαρχής πυκνότερο αρχικό πλέγμα, ώστε να εξασφαλιστεί αξιόπιστη επίλυση σε συνθήκες εκτεταμένης αποκόλλησης και ισχυρών στροβιλισμών, χωρίς υπερβολική εξάρτηση από τοπικές προσαρμογές.

Σύγκριση Συνολικού Χρόνου Επίλυσης

Η δεύτερη σύγκριση αφορά τον χρόνο που απαιτήθηκε για την ολοκλήρωση κάθε προσομοίωσης. Όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 6, το Πλέγμα A οδήγησε σε σημαντικά μικρότερο χρόνο επίλυσης σε σχέση με το Πλέγμα B.



Διάγραμμα 6: Σύγκριση συνολικού χρόνου επίλυσης για πτέρυγα NACA 0012 μεταξύ Πλεγμάτων A και B.

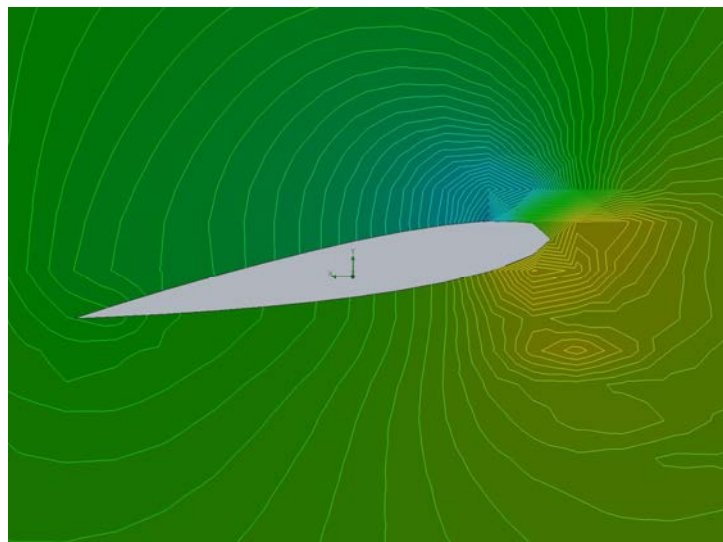
Ανάλυση Αποτελεσμάτων Συνολικού Χρόνου Επίλυσης

Το Διάγραμμα 6 παρουσιάζει τον χρόνο επεξεργασίας (σε λεπτά) για την επίλυση των Το Διάγραμμα 6 δείχνει τον χρόνο υπολογισμού για τα δύο πλέγματα. Το Πλέγμα Β απαιτεί σημαντικά μεγαλύτερους χρόνους (65–125 λεπτά), σε αντίθεση με το Πλέγμα Α που ολοκληρώνει σε λίγα μόλις λεπτά. Η διαφορά οφείλεται κυρίως στον πολύ μεγαλύτερο αριθμό κελιών του Πλέγματος Β, αλλά και στη διαφορετική στρατηγική σύγκλισης: το Πλέγμα Α σταματά βάσει προκαθορισμένου κριτηρίου, ενώ στο Πλέγμα Β ο αριθμός των περασμάτων του ρευστού προσαρμόζεται χειροκίνητα ανάλογα με τον ρυθμό σύγκλισης.

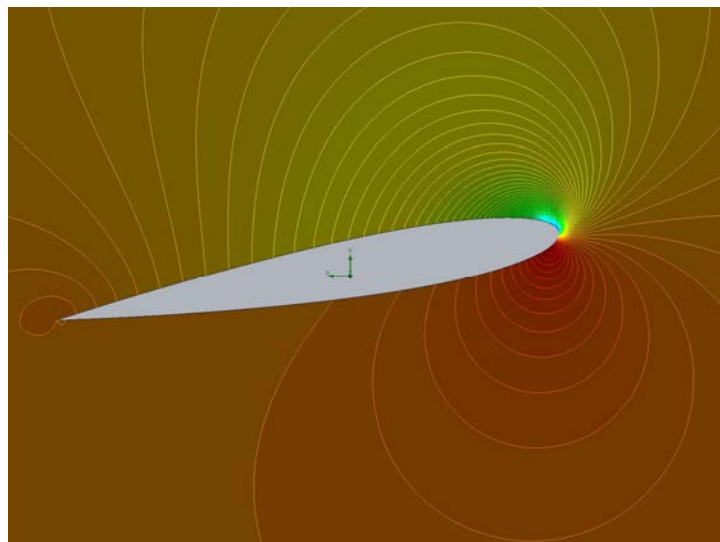
Κατά μέσο όρο, οι προσομοιώσεις με το Πλέγμα Β διήρκεσαν περίπου μιάμιση ώρα, έναντι λίγων λεπτών για το Πλέγμα Α. Παρά το αυξημένο υπολογιστικό κόστος, το Πλέγμα Β προσφέρει σαφώς βελτιωμένη ακρίβεια στην αποτύπωση του οριακού στρώματος και των περιοχών αποκόλλησης.

Επίδραση Ποιότητας Πλέγματος στην Κατανομή Πίεσης

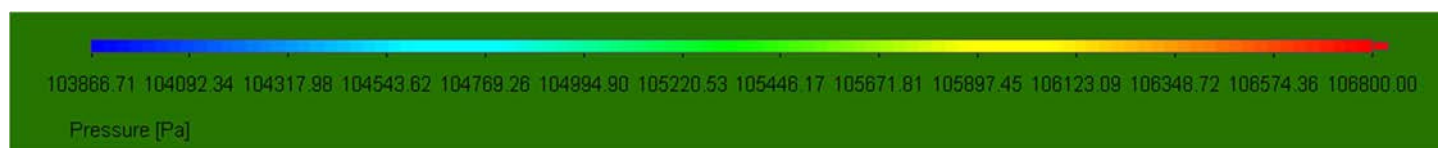
Η σύγκριση μεταξύ των Εικόνων 13 και 14, αναδεικνύει τη σημαντική επίδραση της ποιότητας του πλέγματος στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής. Οι διαφορές στην πυκνότητα και την ομοιομορφία του πλέγματος επηρεάζουν την ικανότητα αποτύπωσης των τοπικών μεταβολών της πίεσης.



Εικόνα 13: Κατανομή πίεσης γύρω από πτέρυγα NACA 0012 σε γωνία προσβολής 10°, υπολογισμένη με το πλέγμα A.



Εικόνα 14: Κατανομή πίεσης γύρω από πτέρυγα NACA 0012 σε γωνία προσβολής 10°, υπολογισμένη με το πλέγμα B.



Ανάλυση Αποτελεσμάτων Κατανομή Πίεσης

1. Περιοχή Ακμής Προσβολής

Στο πλέγμα B, η ακμή προσβολής αποδίδεται με έντονη και καθαρή συγκέντρωση υψηλής πίεσης στην εμπρόσθια επιφάνεια, συνοδευόμενη από πυκνές και καμπυλωτές καμπύλες σταθερής πίεσης. Αυτό αποτυπώνει με ακρίβεια την απότομη επιβράδυνση του ρεύματος στην πρόσκρουση και την επακόλουθη επιτάχυνσή του στην άνω επιφάνεια.

Στο πλέγμα A, η μέγιστη τιμή πίεσης στην ακμή προσβολής είναι χαμηλότερη και οι καμπύλες σταθερής πίεσης εμφανίζονται πιο αραιές, ένδειξη μειωμένης ακρίβειας στην περιγραφή της τοπικής μεταβολής της πίεσης.

2. Άνω Επιφάνεια – Επιτάχυνση Ροής και Πτώση Πίεσης

Το πλέγμα B καταγράφει μια έντονη, αλλά ομαλή πτώση της πίεσης στην άνω επιφάνεια, με συνεχείς καμπύλες σταθερής πίεσης που ακολουθούν το σχήμα της πτέρυγας. Αυτό υποδηλώνει σωστή περιγραφή της επιτάχυνσης του ρευστού και του μηχανισμού δημιουργίας άντωσης. Στο πλέγμα A, η περιοχή χαμηλής πίεσης είναι εκτεταμένη αλλά λιγότερο έντονη, με τις καμπύλες να παρουσιάζουν τοπικές ασυνέχειες και μικρότερη πυκνότητα, γεγονός που περιορίζει την ακρίβεια στην αποτύπωση του οριακού στρώματος.

3. Κάτω Επιφάνεια – Περιοχή Υψηλής Πίεσης

Στο πλέγμα B, η αυξημένη πίεση στην κάτω επιφάνεια εμφανίζεται καθαρά, με τις καμπύλες σταθερής πίεσης να είναι πυκνές και ομαλά κατανεμημένες. Στην περιοχή κοντά στην ακμή προσβολής το ρευστό σχεδόν μηδενίζει την ταχύτητά του, λόγω της πρόσκρουσης του στην πτέρυγα, με αποτέλεσμα τη δημιουργία τοπικού μέγιστου πίεσης, το οποίο αποδίδεται με ακρίβεια στο πυκνό πλέγμα.

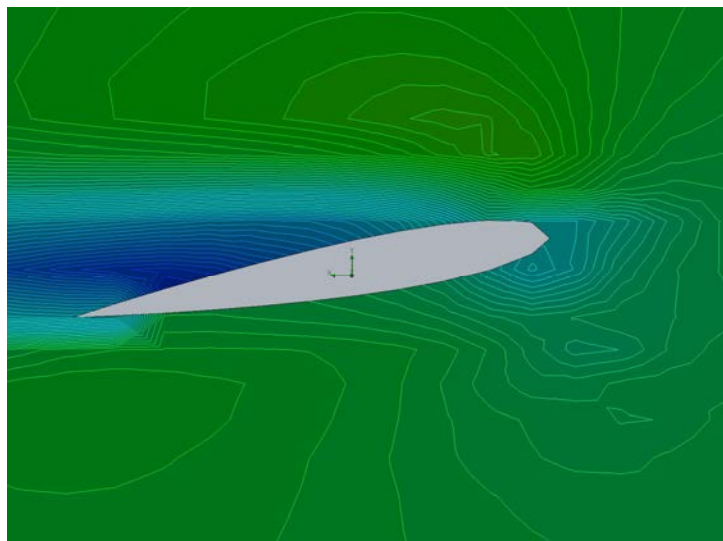
Στο πλέγμα A, η καταγραφή είναι λιγότερο λεπτομερής, με αραιότερη κατανομή καμπυλών και χαμηλότερες τιμές μέγιστης πίεσης, λόγω μειωμένης ικανότητας αποτύπωσης του σημείου στασιμότητας.

4. Ομαλότητα και Αριθμητική Συνέπεια

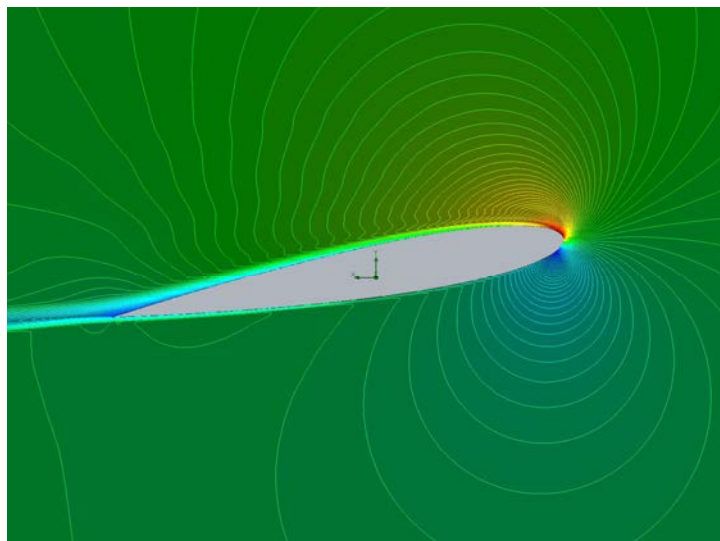
Το πλέγμα B παρουσιάζει συνεχή και ομαλή κατανομή καμπυλών σταθερής πίεσης, χωρίς αριθμητικές ασυνέχειες. Το πλέγμα A εμφανίζει ασυνέχειες και μεταβολές στην πυκνότητα των καμπυλών, κάτι που υποδηλώνει περιορισμένη υπολογιστική ευστάθεια σε κρίσιμες περιοχές.

Επίδραση Ποιότητας Πλέγματος στην Κατανομή Ταχύτητας

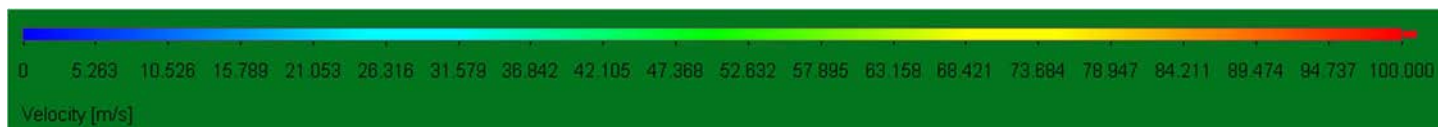
Η σύγκριση των Εικόνων 15 και 16 δείχνει πως η ποιότητα του πλέγματος επηρεάζει καθοριστικά την απεικόνιση του οριακού στρώματος. Το πυκνότερο πλέγμα αποδίδει με λεπτομέρεια την ανάπτυξη και πάχυνσή του, ενώ το αραιότερο αδυνατεί να το αποτυπώσει.



Εικόνα 15: Κατανομή ταχύτητας γύρω από πτέρυγα Naca 0012 σε γωνία προσβολής 10 μοιρών, υπολογισμένη με το πλέγμα A.



Εικόνα 16: Κατανομή ταχύτητας γύρω από πτέρυγα Naca 0012 σε γωνία προσβολής 10 μοιρών, υπολογισμένη με το πλέγμα B.



Ανάλυση Αποτελεσμάτων Κατανομή Ταχύτητας

1. Περιοχή Ακμής Προσβολής

Στο Πλέγμα B, η ακμή προσβολής αποτυπώνεται με έντονη συγκέντρωση υψηλής πίεσης και απότομη επιτάχυνση της ροής στην άνω επιφάνεια. Οι καμπύλες σταθερής ταχύτητας είναι ιδιαίτερα πυκνές και ομαλές, καταγράφοντας σωστά τη φυσική συμπεριφορά της ροής.

Αντίθετα, στο Πλέγμα A, η επιτάχυνση της ροής είναι πιο σταδιακή και λιγότερο εντοπισμένη, με αποτέλεσμα την αδύναμη αποτύπωση του φαινομένου Bernoulli.

2. Απεικόνιση Οριακού Στρώματος

Η λεπτομέρεια του οριακού στρώματος είναι εμφανώς καλύτερη στο Πλέγμα B, ιδίως στην άνω επιφάνεια όπου η ταχύτητα αυξάνεται ομαλά από το τοίχωμα προς την ελεύθερη ροή.

Στο Πλέγμα A, η χαμηλή πυκνότητα κελιών κοντά στην επιφάνεια δεν επιτρέπει την καθαρή διάκριση της κατανομής ταχύτητας, γεγονός που επηρεάζει αρνητικά την ακρίβεια των υπολογισμένων αεροδυναμικών μεγεθών.

3. Μέγιστες και Ελάχιστες Τιμές Ταχύτητας

Το Πλέγμα B παρουσιάζει υψηλότερες μέγιστες ταχύτητες στην άνω επιφάνεια, ακριβώς πίσω από την ακμή προσβολής, και χαμηλότερες ελάχιστες τιμές στο απόρευμα, αντανακλώντας πιο ρεαλιστικά την απώλεια ενέργειας λόγω ιξώδους. Το Πλέγμα A δίνει μικρότερες αποκλίσεις ταχύτητας, με αποτέλεσμα υποεκτίμηση της άντωσης και υπερεκτίμηση της οπισθέλκουσας.

4. Περιοχή Απορεύματος

Το Πλέγμα B καταγράφει το απόρευμα με σαφήνεια: στενό και με σταδιακή αποκατάσταση της ταχύτητας, στοιχείο που υποδεικνύει φυσιολογική ιξώδη απώλεια (Εικόνα 17). Στο Πλέγμα A, η μορφή του απορεύματος είναι ασαφής, με αδυναμία καθαρής αποτύπωσης της μείωσης ταχύτητας και της δομής των στροβιλισμών.



Εικόνα 17: Απόρευμα πτέρυγας Naca 0012 σε γωνία προσβολής 10 μοιρών, υπολογισμένη με το πλέγμα B

4.5 Συμπεράσματα

Η μεθοδολογία επικύρωσης και ορισμού παραμέτρων ροής που αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 4 διασφάλισε ότι οι προσομοιώσεις με το SolidWorks Flow Simulation πραγματοποιήθηκαν με συνθήκες συγκρίσιμες προς τη βιβλιογραφία και τα πειραματικά δεδομένα.

Η μελέτη σύγκλισης κατέδειξε ότι το Πλέγμα Β προσφέρει την καλύτερη ισορροπία μεταξύ ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους, επιτυγχάνοντας μικρές αποκλίσεις από τις πειραματικές τιμές στους συντελεστές άντωσης και οπισθέλκουσας.

Η συγκριτική αξιολόγηση πλεγμάτων έδειξε ότι η πυκνότητα και η ποιότητα του υπολογιστικού πλέγματος επηρεάζουν ουσιαστικά την αποτύπωση κρίσιμων φαινομένων, όπως η ανάπτυξη του οριακού στρώματος, η συμπεριφορά στην ακμή προσβολής και η δομή του απορεύματος.

Οι παρατηρούμενες διαφορές στην κατανομή πίεσης εξηγούν την υπεροχή του πλέγματος Β στις καμπύλες C_I και C_d : υψηλότερη άντωση λόγω ακριβούς αποτύπωσης της χαμηλής πίεσης στην άνω επιφάνεια και χαμηλότερη οπισθέλκουσα λόγω σωστής περιγραφής της ροής κοντά στην ακμή προσβολής και στο οριακό στρώμα.

Συνολικά, η εφαρμογή της μεθοδολογίας επέτρεψε την ανάπτυξη πλέγματος ικανού να συνδυάζει υψηλή υπολογιστική αποδοτικότητα με ικανοποιητική ακρίβεια, δημιουργώντας ένα αξιόπιστο πλαίσιο αναφοράς για την ανάλυση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια.

Κεφάλαιο 5. ΕΠΙΚΥΡΩΣΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕΣΤΩΤΑ ΣΤΡΩΤΗΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ

Στο παρόν κεφάλαιο αξιολογείται η ικανότητα του λογισμικού SolidWorks Flow Simulation να αναπαράγει με ακρίβεια την αεροδυναμική συμπεριφορά σωμάτων υπό διαφορετικά καθεστώτα ροής.

Η μελέτη ξεκινά με την ανάλυση της ροής γύρω από κυκλικό κύλινδρο, μία κλασική διάταξη με εκτενώς τεκμηριωμένα πειραματικά δεδομένα [39], [40], [41], [42], η οποία επιτρέπει την εξέταση της συσχέτισης μεταξύ του συντελεστή οπισθέλκουσας και του αριθμού Reynolds, καθώς και την παρατήρηση φαινομένων όπως η απόσπαση δινών τύπου Von Kármán και η κρίσιμη μετάβαση του οριακού στρώματος.

Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μελέτη επικύρωσης για την πτέρυγα Eppler 387 σε συνθήκες χαμηλού Reynolds, όπου αναδεικνύονται τα χαρακτηριστικά της στρωτής και μεταβατικής ροής, η επίδραση της φυσαλίδας αποκόλλησης αποκόλλησης και οι μεταβολές της αεροδυναμικής απόδοσης συναρτήσει του Re. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων προσομοίωσης με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα [43] τεκμηριώνει τόσο την ακρίβεια όσο και τους περιορισμούς του υπολογιστικού μοντέλου, προσφέροντας σαφή εικόνα της συμπεριφοράς του σε ένα ευρύ φάσμα ροϊκών συνθηκών.

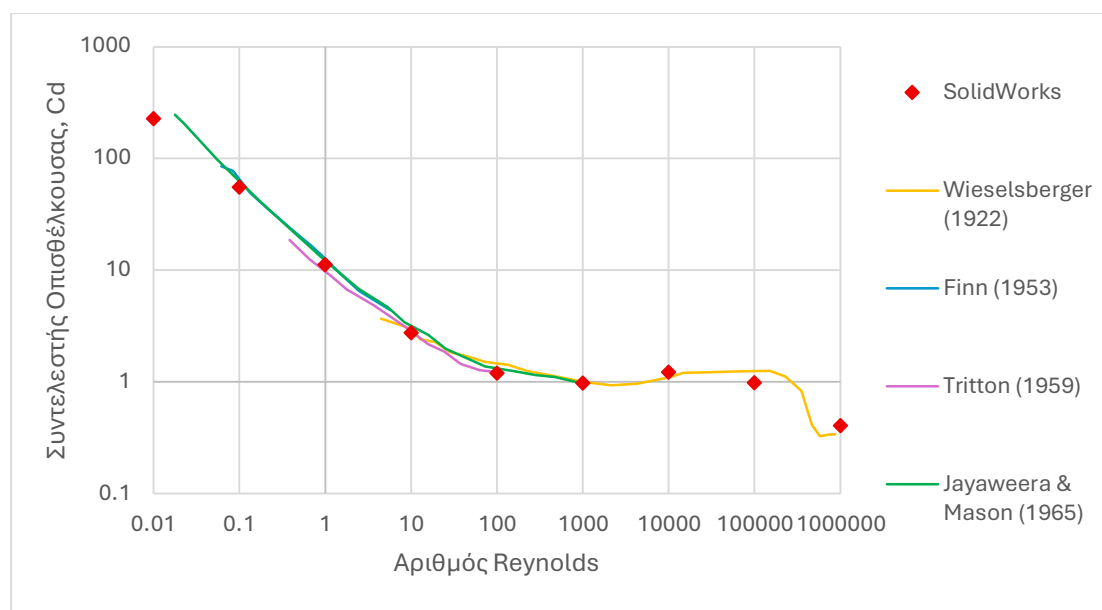
5.1 Μελέτη Ροής Γύρω από Κυκλικό Κύλινδρο

Η αεροδυναμική συμπεριφορά ενός κυκλικού κυλίνδρου υπό εγκάρσια ροή έχει αποτελέσει αντικείμενο εκτεταμένης έρευνας, τόσο πειραματικής όσο και υπολογιστικής, λόγω της ευρείας εφαρμογής της σε μηχανολογικά. Η συσχέτιση του συντελεστή οπισθέλκουσας με τον αριθμό Reynolds παρέχει πολύτιμες πληροφορίες για την κατανόηση των μηχανισμών που διέπουν τη ροή, την απόσπαση δινών και τη μετάβαση του οριακού στρώματος.

Στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης, πραγματοποιήθηκε υπολογιστική προσομοίωση με το SolidWorks Flow Simulation και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με κλασικά πειραματικά δεδομένα από τη διεθνή βιβλιογραφία. Η ανάλυση αυτή επιτρέπει την αξιολόγηση της ακρίβειας του υπολογιστικού μοντέλου και την επιβεβαίωση της ικανότητάς του να αποτυπώνει με πιστότητα τις διάφορες περιοχές ροής γύρω από τον κύλινδρο, από το καθεστώς Stokes έως και την κρίσιμη μετάβαση σε τυρβώδη ροή.

Συσχέτιση του Συντελεστή Οπισθέλκουσας με τον Αριθμό Reynolds για Ροή γύρω από Κυλινδρικό Σώμα

Το Διάγραμμα 7 παρουσιάζει τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων σε σύγκριση με πειραματικά δεδομένα από κλασικές μελέτες της βιβλιογραφίας, όπως των Wieselsberger (1922) [39], Finn (1953) [42], Tritton (1959) [40], και Jayaweera & Mason (1965) [41].



Διάγραμμα 7: Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας (C_d) συναρτήσει του αριθμού Reynolds για ροή γύρω από κυλινδρικό σώμα. Παρουσιάζονται αποτελέσματα υπολογιστικής προσομοίωσης (Cylinder) σε σύγκριση με πειραματικά δεδομένα από τους Wieselsberger (1922), Finn (1953), Tritton (1959) και Jayaweera & Mason (1965).

Ανάλυση της Εξάρτησης του Συντελεστή Οπισθέλκουσας από τον Αριθμό Reynolds

Στην περιοχή πολύ χαμηλών αριθμών $Re < 1$, η ροή βρίσκεται στο καθεστώς Stokes, όπου οι ιξώδεις δυνάμεις κυριαρχούν έναντι των αδρανειακών. Σε αυτό το καθεστώς, ο συντελεστής οπισθέλκουσας ακολουθεί την αναμενόμενη θεωρητική σχέση: $C_d \propto 24/Re$ [26]

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης στο SolidWorks Flow Simulation συμφωνούν πλήρως με τα θεωρητικά και πειραματικά δεδομένα, αποτυπώνοντας την έντονη επίδραση των ιξωδών δυνάμεων στο συγκεκριμένο καθεστώς.

Καθώς ο αριθμός Reynolds αυξάνεται στην περιοχή $1 < Re < 10^3$, ο συντελεστής οπισθέλκουσας μειώνεται σταδιακά.

Σε αυτό το εύρος αρχίζει να εμφανίζεται απόσπαση δινών από την πίσω ακμή του κυλίνδρου, με αποτέλεσμα τον σχηματισμό περιοδικών στροβιλωδών δομών (von Kármán vortex street).

Το φαινόμενο αυτό μειώνει την πίεση στην οπίσθια περιοχή του σώματος και συμβάλλει στη μείωση της ολικής αντίστασης. Η προσομοίωση παρουσιάζει εξαιρετική συμφωνία με τις μετρήσεις των Tritton (1959) και Wieselsberger (1922).

Στην περιοχή $10^3 < Re < 10^5$, η ροή γύρω από τον κύλινδρο γίνεται πλήρως τυρβώδης και το οριακό στρώμα αναπτύσσεται πλήρως πριν την απόσπαση. Η απόσπαση των δινών αποκτά ακανόνιστο χαρακτήρα, ενώ οι δίνες του απορεύματος γίνονται πιο πολύπλοκες.

Παρά την αυξημένη τύρβη, ο συντελεστής οπισθέλκουσας παραμένει σχεδόν σταθερός, καθώς η μείωση της περιοχής αποκόλλησης και της υποπίεσης πίσω από το σώμα αντισταθμίζει τις τυρβώδεις απώλειες. Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων με τα δεδομένα του Tritton (1959) συνεχίζει να υποδεικνύει την υψηλή ακρίβεια του υπολογιστικού μοντέλου.

Τέλος, για $Re > 2 \times 10^5$, παρατηρείται η κρίσιμη μετάβαση του οριακού στρώματος από στρωτή σε τυρβώδη ροή, φαινόμενο που προκαλεί απότομη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας. Στην τυρβώδη ροή, το οριακό στρώμα αποκτά μεγαλύτερη ανάμειξη μεταξύ των στρωμάτων ρευστού, γεγονός που αυξάνει την κινητική ενέργεια κοντά στην επιφάνεια και καθυστερεί την απόσπαση της ροής από το σώμα.

Η καθυστέρηση αυτή μειώνει σημαντικά το μέγεθος και την ένταση του απορεύματος, οδηγώντας σε αισθητή μείωση της υποπίεσης πίσω από το σώμα και, κατά συνέπεια, στη δραστική πτώση του συντελεστή οπισθέλκουσας.[7], [25], [26], [27]

Αν και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρουσιάζουν μικρή απόκλιση στην περιοχή αυτή — κυρίως λόγω περιορισμών του μοντέλου τυρβώδους ροής $k - \varepsilon$ στην αποτύπωση της κρίσιμης μετάβασης του οριακού στρώματος, λόγω των συναρτήσεων τοιχώματος που τείνουν να απλουστεύουν την ροή, η γενική τάση και τα κρίσιμα σημεία της καμπύλης αποτυπώνονται με ικανοποιητική ακρίβεια.

Απεικόνιση Χρονικά Μεταβαλλόμενης Ροής και Υπολογισμός Strouhal σε Ροή Γύρω από Κύλινδρο

Για αριθμούς Reynolds μεγαλύτερους από περίπου 200, η ροή γύρω από κύλινδρο παύει να είναι σταθερή και συμμετρική, και μετατρέπεται σε μη μόνιμη, με εμφανείς χρονικές διακυμάνσεις που συνδέονται με την εμφάνιση δινών. [44]

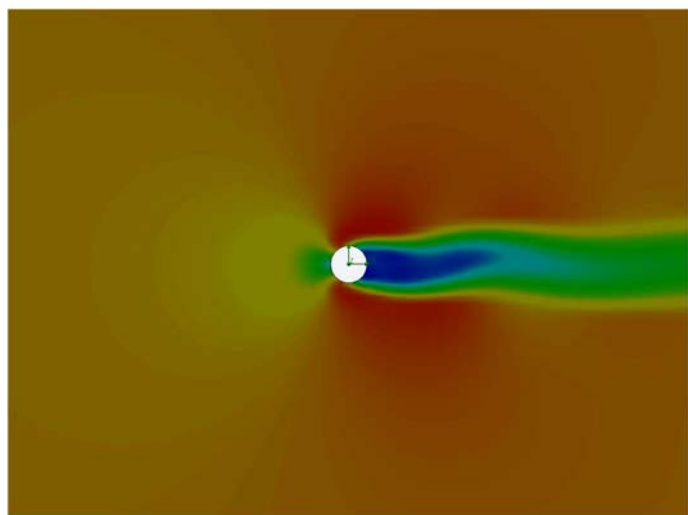
Σε αυτό το καθεστώς, η ροή γύρω από κύλινδρο παρουσιάζει το χαρακτηριστικό φαινόμενο Von Kármán vortex street, δηλαδή περιοδική και εναλλασσόμενη απόσπαση δινών από τις δύο πλευρές του κυλίνδρου.

Η ανάλυση του φαινομένου απόσπασης δινών, πραγματοποιήθηκε για αριθμό Reynolds $Re = 1000$ με χρονικά εξαρτημένη επίλυση (Time Dependent) στο SolidWorks Flow Simulation, ώστε να παρακολουθηθεί η δυναμική εξέλιξη της ροής και η ανάπτυξη των δινών στο απόρρευμα. [7], [25], [26]

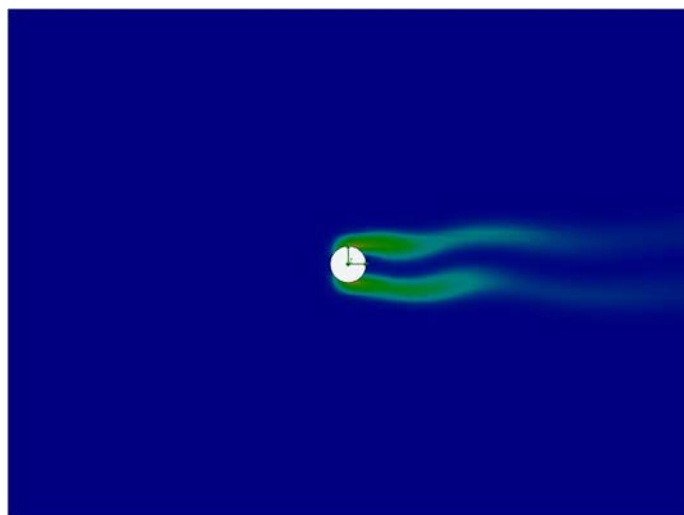
Στις Εικόνες 18–23 παρουσιάζονται αποτελέσματα για τρεις χρονικές στιγμές:

- Αριστερή στήλη: Κατανομή ταχύτητας γύρω από τον κύλινδρο.
- Δεξιά στήλη: Κατανομή στροβιλότητας, αποκαλύπτοντας την εναλλασσόμενη απόσπαση δινών.

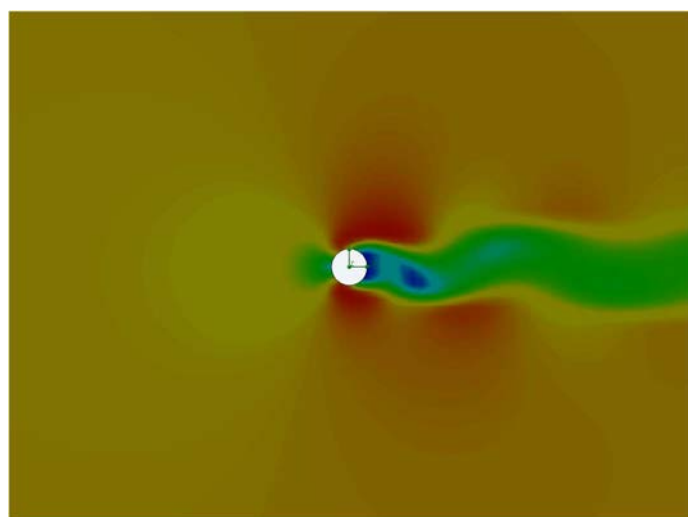
Με την πάροδο του χρόνου, η ροή εξελίσσεται μη γραμμικά, με περιοδική εναλλαγή δινών στο απόρρευμα του κυλίνδρου, επαληθεύοντας την αναμενόμενη μεταβατική συμπεριφορά σε αυτό το εύρος Reynolds. [26]



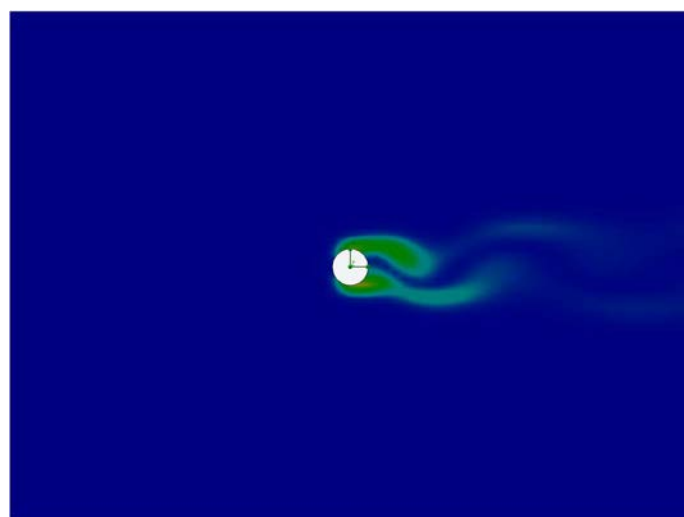
Εικόνα 18: Κατανομή ταχύτητας στο 100^ο χρονικό βήμα



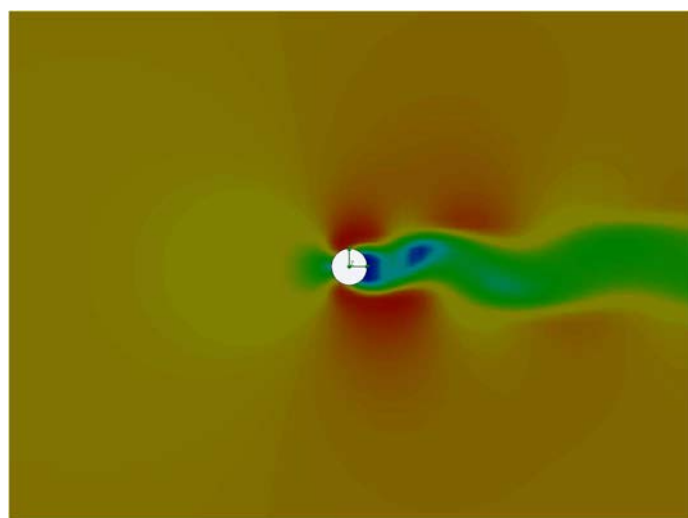
Εικόνα 19: Κατανομή στροβιλισμού στο 100^ο χρονικό βήμα



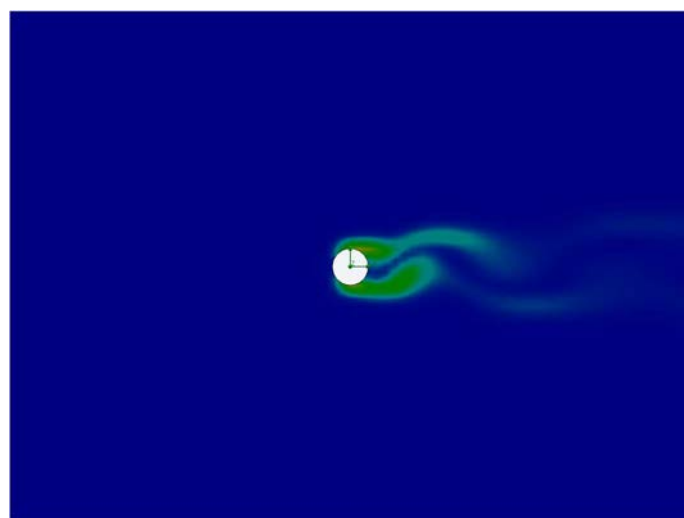
Εικόνα 20: Κατανομή ταχύτητας στο 200^ο χρονικό βήμα



Εικόνα 21: Κατανομή στροβιλισμού στο 200^ο χρονικό βήμα



Εικόνα 22: Κατανομή ταχύτητας στο 600^ο χρονικό βήμα



Εικόνα 23: Κατανομή στροβιλισμού στο 600^ο χρονικό βήμα

Υπολογισμός Αριθμού Strouhal

Ο αριθμός Strouhal (St) είναι ένας αδιάστατος αριθμός που εκφράζει τη συχνότητα απόσπασης δινών σε συνάρτηση με τα γεωμετρικά και ροϊκά χαρακτηριστικά:

$$St = \frac{f \cdot D}{U}$$

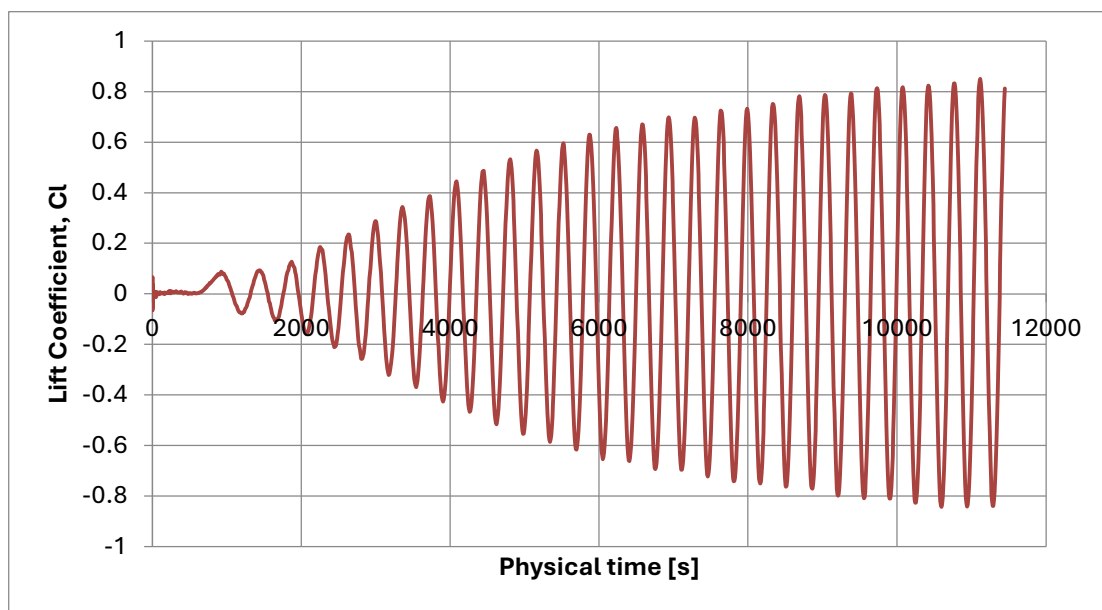
που:

- f = συχνότητα απόσπασης δινών (Hz)
- D = διάμετρος κυλίνδρου (m)
- U = ταχύτητα ελεύθερης ροής (m/s)

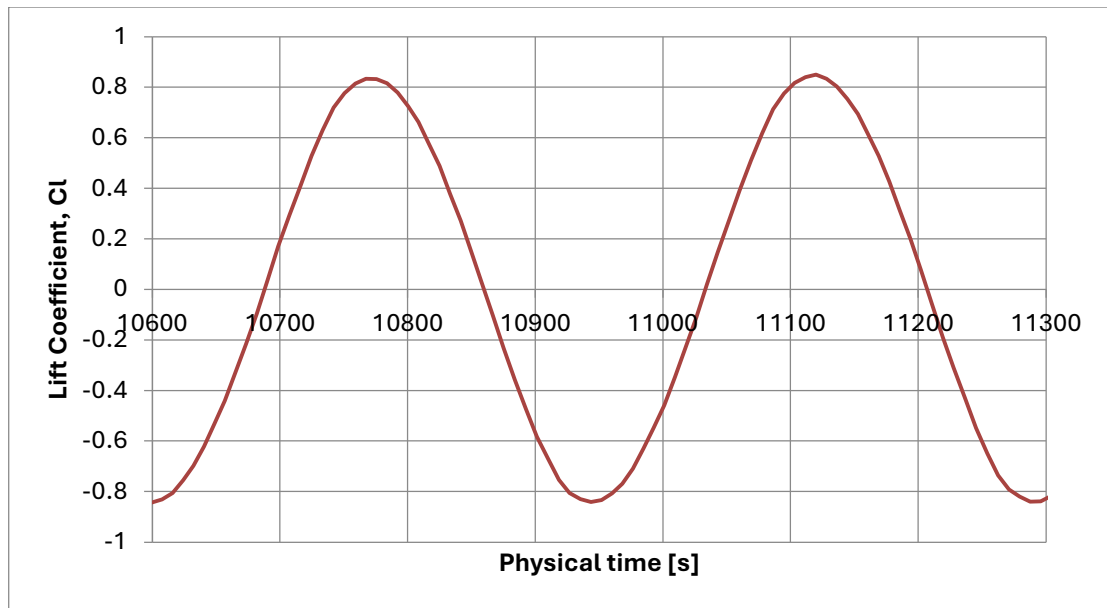
Για την παρούσα μελέτη:

- Διάμετρος κυλίνδρου: $D = 1\ m$
- Ταχύτητα ελεύθερης ροής: $U = 0.01511\ m/s$

Από την ανάλυση των χρονικών μεταβολών του συντελεστή άντωσης απεικονίζεται καθαρά στα Διαγράμματα 8,9.



Διάγραμμα 8: Εξέλιξη του συντελεστή άντωσης (C_l) σε συνάρτηση με τον φυσικό χρόνο για ροή γύρω από κύλινδρο σε $Re = 1000$.



Διάγραμμα 9: Εξέλιξη του συντελεστή άντωσης (C_l) σε συνάρτηση με τον φυσικό χρόνο για ροή γύρω από κύλινδρο σε $Re = 1000$, σε μεγέθυνση.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η περίοδος της ταλάντωσης του συντελεστή άντωσης εκτιμήθηκε ως:

$$T \approx 11120 - 10780 = 340$$

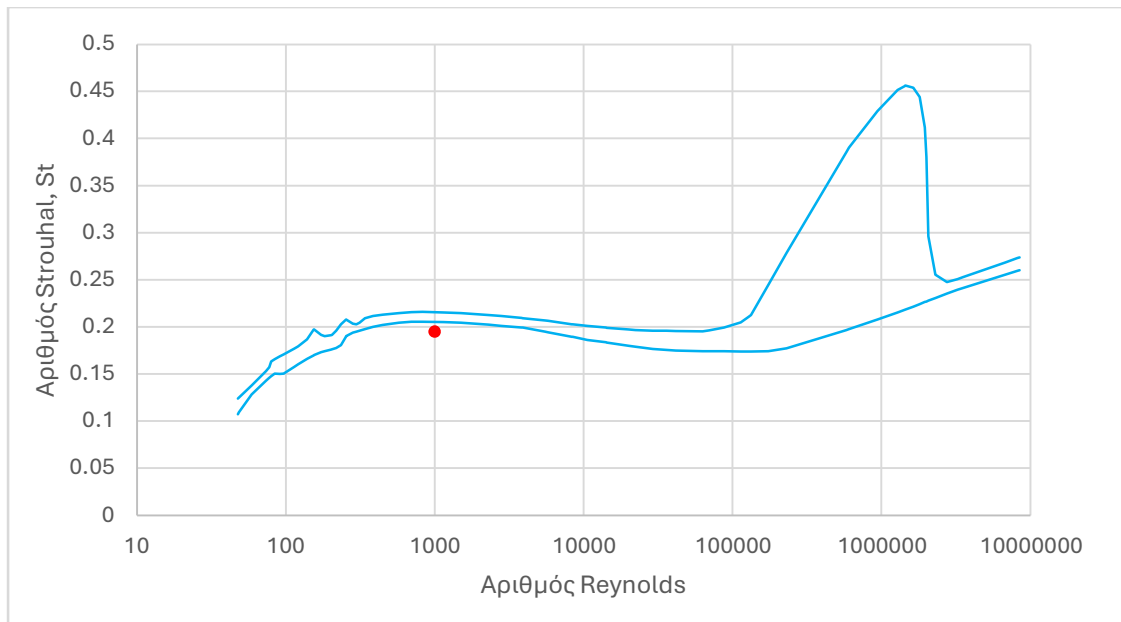
$$f = \frac{1}{T} = 0.002941 \text{ Hz}$$

Επομένως ο αριθμός Strouhal προκύπτει:

$$St = \frac{0.002941 \cdot 1}{0.01511} = 0.1947$$

Η τιμή αυτή βρίσκεται σε καλή συμφωνία με τις θεωρητικές και πειραματικές τιμές για το εύρος Re που εξετάζεται (Διάγραμμα 10).

Η συμφωνία αυτή υποδηλώνει ότι το μοντέλο είναι ικανό να προσομοιώνει με επιτυχία το φαινόμενο της απόσπασης δινών τύπου von Kármán και να αναπαράγει τη σωστή συχνότητα ταλάντωσης της ροής, ακόμη και σε περιοχές όπου η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή είναι έντονη. [45]



Διάγραμμα 10: Μεταβολή του αριθμού Strouhal (St) σε συνάρτηση με τον αριθμό Reynolds (Re) για ροή γύρω από κυλινδρικό σώμα. Η τιμή του αριθμού Strouhal εντοπίζεται εντός της περιοχής που ορίζεται από τις δύο μπλε καμπύλες, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τα όρια των διαθέσιμων πειραματικών δεδομένων.» [45]

Συμπεράσματα

Η μελέτη που πραγματοποιήθηκε επιβεβαιώνει ότι η υπολογιστική προσομοίωση με το SolidWorks Flow Simulation μπορεί να αποτυπώσει με μεγάλη ακρίβεια τη ροϊκή συμπεριφορά γύρω από κυκλικό κύλινδρο για ευρύ φάσμα αριθμών Reynolds, αναπαράγοντας τόσο τα θεωρητικά όσο και τα πειραματικά δεδομένα της διεθνούς βιβλιογραφίας.

Επιπλέον, η χρονικά εξαρτημένη ανάλυση για $Re=1000$ ανέδειξε καθαρά το φαινόμενο von Kármán vortex street, με την εναλλασσόμενη απόσπαση δινών να αποτυπώνεται στη μεταβολή του συντελεστή άντωσης.

Ο υπολογισμός του αριθμού Strouhal βρίσκεται σε πολύ καλή συμφωνία με βιβλιογραφικές τιμές, αποδεικνύοντας ότι το μοντέλο μπορεί να αναπαράγει με επιτυχία τη συχνότητα ταλάντωσης της ροής.

Συνολικά, τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν την αξιοπιστία του υπολογιστικού εργαλείου για την ανάλυση ροών γύρω από κυλινδρικά σώματα, τόσο σε σταθερές όσο και σε χρονικά μεταβαλλόμενες συνθήκες.

5.2 Μελέτη Πτέρυγας Erppler 387 Χαμηλού Reynolds

Στην παρούσα μελέτη επιλέχθηκε η πτέρυγα Erppler 387, ένα προφίλ χαρακτηριστικό για εφαρμογές σε συνθήκες χαμηλού αριθμού Reynolds. Η γεωμετρία της διακρίνεται από έντονη καμπυλότητα και σημαντική ανύψωση της πρόσθιας χορδής, στοιχεία που ενισχύουν την αναρρόφηση στην άνω επιφάνεια κοντά στην ακμή προσβολής και ακολουθούνται από απότομη δυσμενή κλίση πίεσης.

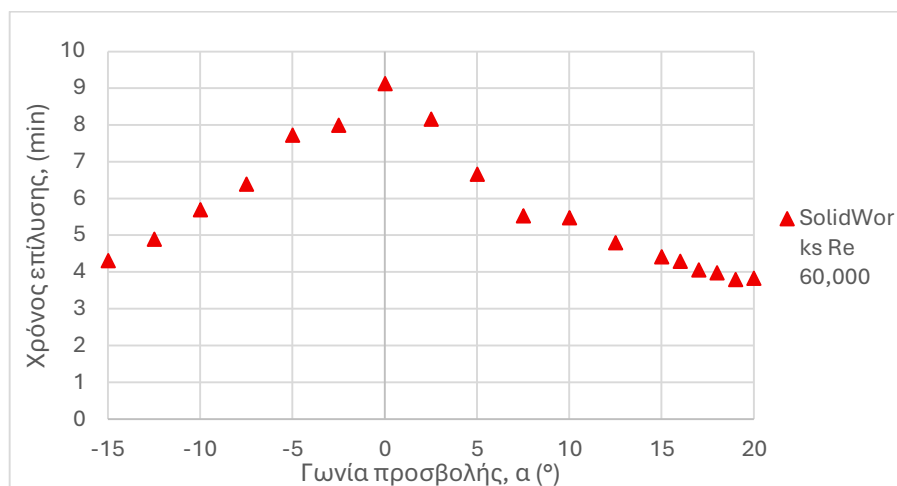
Η συγκεκριμένη αεροδυναμική διαμόρφωση καθιστά το προφίλ ιδιαίτερα ευάλωτο στη δημιουργία φυσαλίδας αποκόλλησης-μετάβασης (Laminar Separation Bubble – LSB), ιδίως σε χαμηλούς και μέτριους αριθμούς Reynolds, όπου το στρωτό οριακό στρώμα δεν έχει ακόμη αναπτυχθεί επαρκώς ώστε να αντισταθεί στην πρόωρη αποκόλληση.[46]

Για τις τιμές Reynolds που εξετάστηκαν στην (10,000, 20,000, 30,000 και 60,000), η μορφή και η δυναμική της φυσαλίδας αποκόλλησης μεταβάλλονται σημαντικά, επηρεάζοντας τόσο την άντωση όσο και την οπισθέλκουσα.

Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν στο SolidWorks Flow Simulation, με στόχο την ποσοτική και ποιοτική σύγκριση των συντελεστών άντωσης (Cl) και οπισθέλκουσας (Cd) με διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα από τη βιβλιογραφία [43].

Στο Διάγραμμα 11 παρατηρείται ότι ο συνολικός χρόνος επίλυσης παραμένει σχετικά χαμηλός, με μέγιστες τιμές κάτω των 10 λεπτών, γεγονός που υποδεικνύει ικανοποιητική αποδοτικότητα του υπολογιστικού μοντέλου ακόμη και για συνθήκες ροής χαμηλού Reynolds.

Χρόνος Επίλυσης, Πτέρυγα Erppler 387

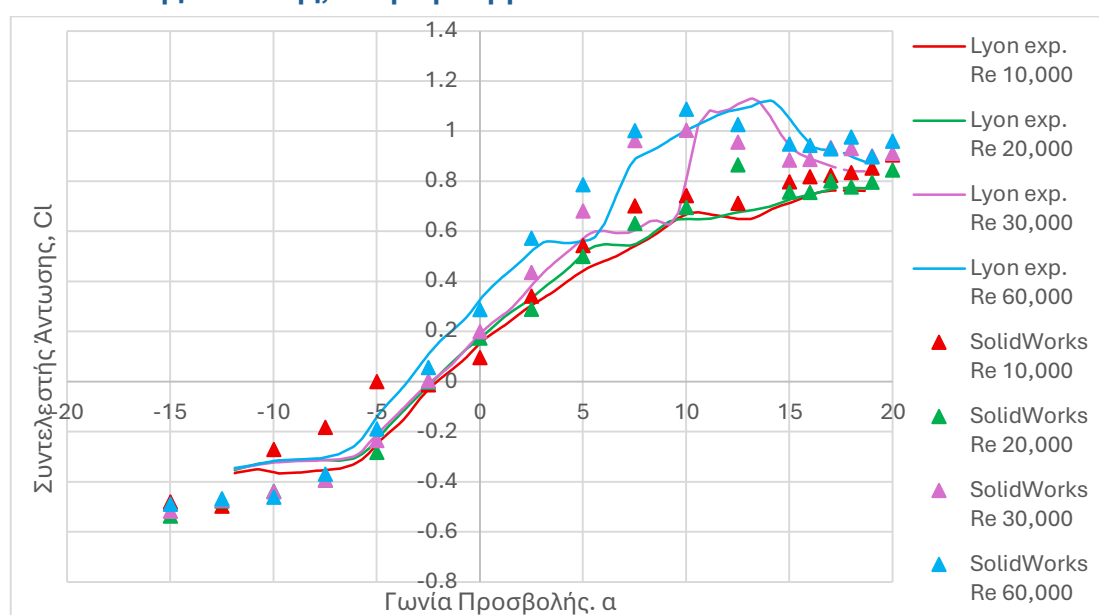


Διάγραμμα 11: Συνολικός χρόνος επίλυσης για πτέρυγα Erppler 387.

Παρουσίαση Αεροδυναμικών Συντελεστών

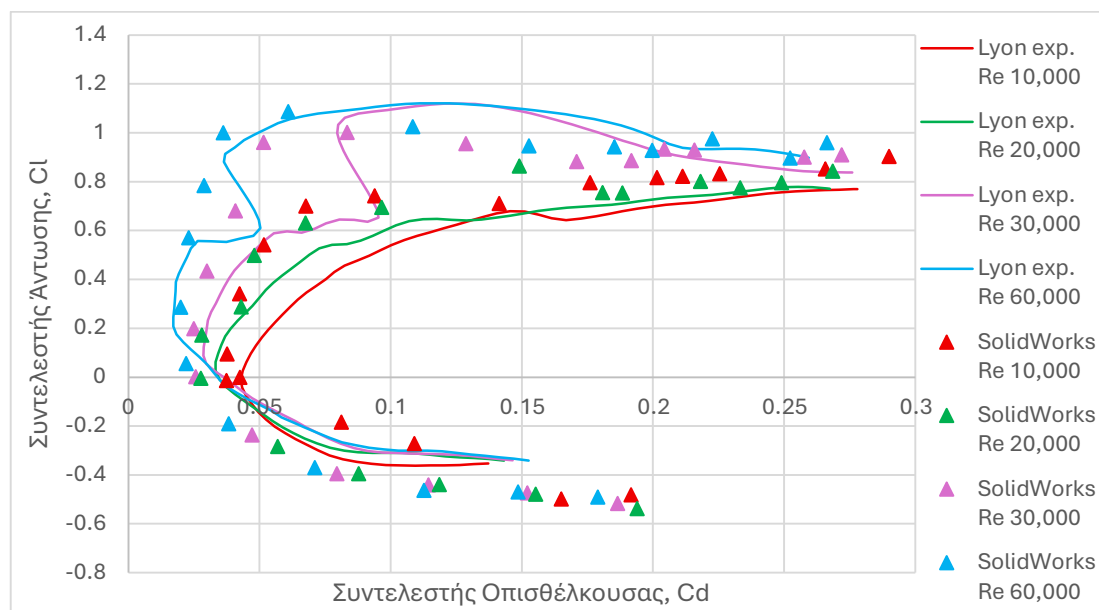
Στο πλαίσιο της μελέτης για το προφίλ Erppler 387, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αφορούν τους βασικούς αεροδυναμικούς συντελεστές σε διαφορετικούς αριθμούς Reynolds. Συγκεκριμένα, στο Διάγραμμα 12 απεικονίζεται η μεταβολή του συντελεστή άντωσης (C_l) σε συνάρτηση με τη γωνία προσβολής (α), ενώ στο Διάγραμμα 13 παρουσιάζεται η συσχέτιση του συντελεστή άντωσης (C_l) με τον συντελεστή οπισθέλκουσας (C_d). Η σύγκριση μεταξύ πειραματικών δεδομένων και υπολογιστικών αποτελεσμάτων με το SolidWorks Flow Simulation επιτρέπει την αξιολόγηση της ακρίβειας του λογισμικού στην αναπαράσταση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς του προφίλ.

Συντελεστής Άντωσης, Πτέρυγα Erppler 387



Διάγραμμα 12: Σύγκριση του συντελεστή άντωσης (C_l) σε συνάρτηση με τη γωνία προσβολής (α) για την πτέρυγα Erppler 387 σε διάφορες τιμές Reynolds. Παρουσιάζονται πειραματικά δεδομένα και αποτελέσματα προσομοίωσης με το SolidWorks Flow Simulation.

Συντελεστής Οπισθέλκουσας, Πτέρυγα Erppler 387



Διάγραμμα 13: Σύγκριση του συντελεστή άντωσης σε συνάρτηση με τον συντελεστή οπισθέλκουσας για την πτέρυγα Erppler 387 σε διάφορες τιμές Reynolds. Παρουσιάζονται πειραματικά δεδομένα και αποτελέσματα προσομοίωσης με το SolidWorks Flow Simulation.

Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Η αεροδυναμική απόδοση του προφίλ Erppler 387 επηρεάζεται έντονα από τον αριθμό Reynolds, ιδιαίτερα στο εύρος των χαμηλών και μεσαίων τιμών. Πρόκειται για λεπτό, υψηλής καμπυλότητας προφίλ, σχεδιασμένο για βελτιωμένη απόδοση σε χαμηλούς Reynolds, με ισχυρή αναρρόφηση στην ακμή προσβολής και αντίστοιχη δυσμενή κλίση πίεσης κατάντη. Αυτή η διαμόρφωση καθιστά το E387 επιρρεπές στη δημιουργία φυσαλίδας αποκόλλησης-μετάβασης (Laminar Separation Bubble, LSB), όταν το οριακό στρώμα στερείται επαρκούς ενέργειας για να παραμείνει προσκολλημένο. [46]

Σε πολύ χαμηλά Reynolds ($\approx 10\,000$ – $20\,000$), το οριακό στρώμα είναι παχύ και ιδιαίτερα ευαίσθητο στη δυσμενή κλίση πίεσης. Η ροή αποκολλάται πρόωρα στην άνω επιφάνεια σχηματίζοντας εκτεταμένη LSB (Εικόνα 24). Οι διατμητικές αστάθειες τύπου Kelvin–Helmholtz αναπτύσσονται αργά, με αποτέλεσμα καθυστερημένη μετάβαση και συχνά αδυναμία επαναπροσκόλλησης. Στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά, αυτό αποτυπώνεται ως ομαλή αλλά περιορισμένη αύξηση του συντελεστή άντωσης (C_l) με τη γωνία προσβολής, χωρίς έντονο τοπικό μέγιστο πριν την απώλεια στήριξης. Οι μέγιστες τιμές παραμένουν χαμηλές ($C_l \approx 0.6 - 0.8$), με πρόωρη απώλεια στήριξης. [46], [47]

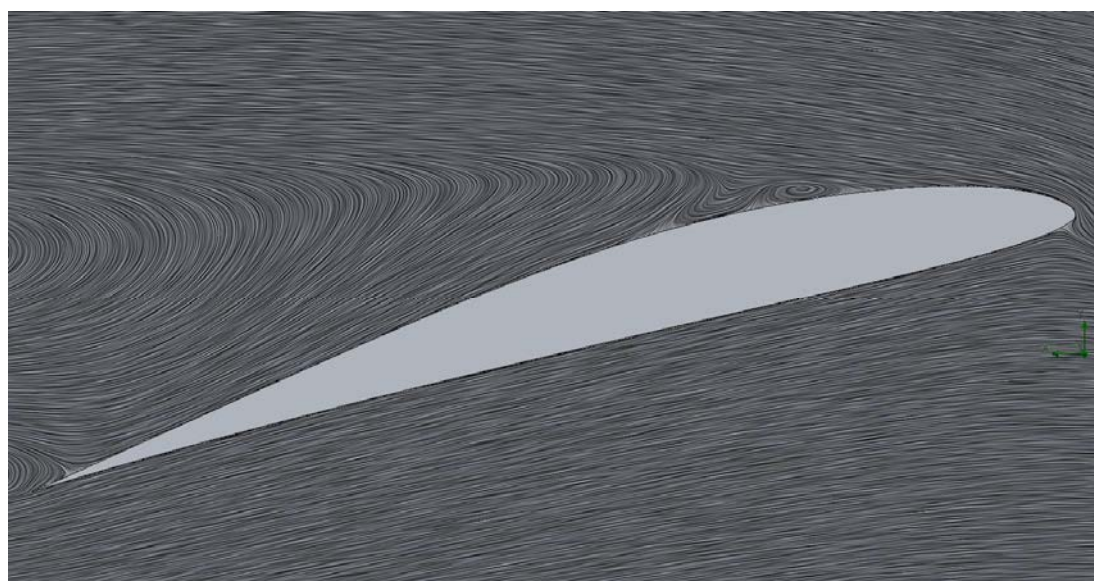
Όταν ο Reynolds αυξάνεται σε μεσαίες τιμές ($\approx 30\,000$ – $60\,000$), η εικόνα αλλάζει ουσιαστικά. Το οριακό στρώμα γίνεται λεπτότερο, η αποκόλληση μετατοπίζεται εμπρός, και η LSB παραμένει μικρή

και «κλειστή» (Εικόνα 25). Οι αστάθειες Kelvin–Helmholtz ενεργοποιούνται ταχύτερα, οδηγώντας σε μετάβαση σε τυρβώδη ροή και επαναπροσκόλληση σε μικρή απόσταση κατόντη. Καθώς αυξάνεται η γωνία προσβολής, η φυσαλίδα μετακινείται κοντά στην ακμή προσβολής, ενισχύοντας την τοπική υποπίεση (*suction peak*) και προκαλώντας απότομη αύξηση του Cl σε στενό εύρος γωνιών. Στα πειραματικά δεδομένα αυτό εμφανίζεται ως σαφές τοπικό μέγιστο πριν από την τελική αποκόλληση. [46], [47]

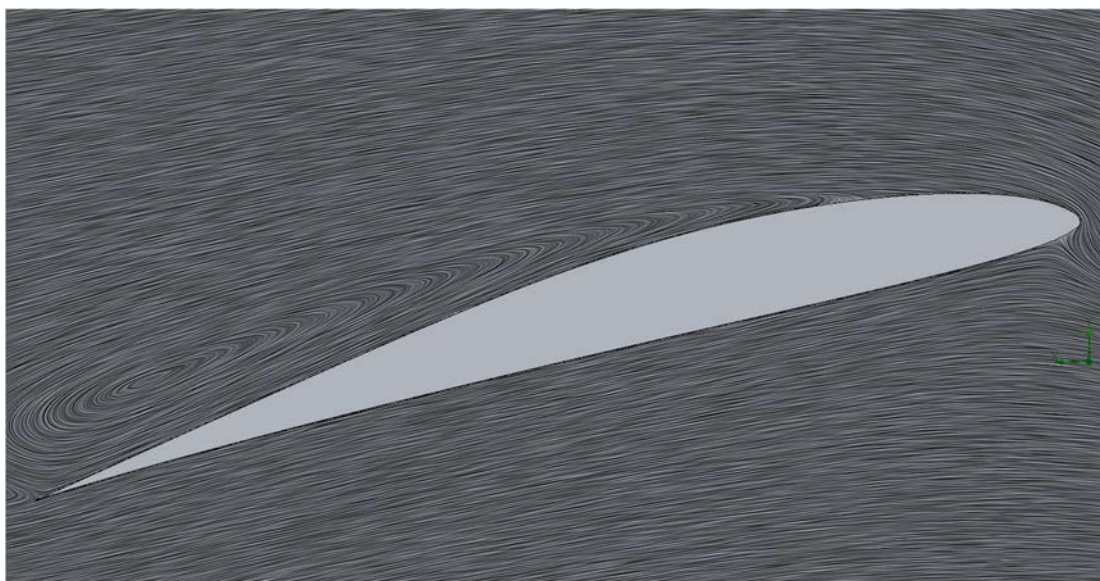
Σε αυτό το εύρος Reynolds, η πτέρυγα E387 μπορεί να υπερβεί την τιμή $Cl \geq 1.2$ και να εμφανίσει αισθητή βελτίωση του λόγου Cl/Cd . Η μετάβαση από «μεγάλη/ανοικτή φυσαλίδα» σε «μικρή/κλειστή φυσαλίδα» αποτελεί τον βασικό μηχανισμό που εξηγεί την ξαφνική ενίσχυση της άντωσης σε υψηλότερες γωνίες.

Η βιβλιογραφία [45],[46] επιβεβαιώνει ότι η αλληλεπίδραση αποκόλλησης–μετάβασης–επαναπροσκόλλησης καθορίζει τη μορφή της καμπύλης $Cl - \alpha$ και την «οξύτητα» της απώλεια στήριξης: όταν η φυσαλίδα καταρρεύσει (*bubble bursting*) ή μετατοπιστεί υπερβολικά εμπρός, η άντωση μειώνεται απότομα και η απώλεια στήριξης γίνεται πιο αιφνίδια· αντίθετα, μια μικρή σταθερή LSB με γρήγορη επαναπροσκόλληση στηρίζει υψηλότερες τιμές Cl .

Τέλος, σημειώνεται ότι η ακριβής πρόβλεψη αυτών των φαινομένων απαιτεί μοντέλα με ικανότητα προσομοίωσης της μεταβατικής ροής. Προηγμένα υπολογιστικά εργαλεία με ρητή μεταβατική μοντελοποίηση αναπαράγουν με μεγαλύτερη ακρίβεια την επίδραση της LSB, ενώ κλασικά μοντέλα RANS χωρίς αυτήν την παράμετρο τείνουν να εξομαλύνουν τις καμπύλες και να υποεκτιμούν το Cl_{max} κοντά στην απώλεια στήριξης — εύρημα που ερμηνεύει τις αποκλίσεις ορισμένων προσομοιώσεων από τα πειραματικά δεδομένα. [46], [47].



Εικόνα 24: Ροϊκές γραμμές γύρω από πτέρυγα τύπου Eppler 387 για γωνία προσβολής 15° και αριθμό Reynolds 20.000.



Εικόνα 25: Ροϊκές γραμμές γύρω από πτέρυγα τύπου Eppler 387 για γωνία προσβολής 15° και αριθμό Reynolds 60.000.

Αξιολόγηση των Προσομοιώσεων με SolidWorks Flow Simulation

Οι προσομοιώσεις με το SolidWorks Flow Simulation αναπαράγουν με ικανοποιητική πιστότητα τη γενική μορφή των καμπυλών $Cl - \alpha$ και $Cl - Cd$, προσφέροντας αξιόπιστη βάση για ποιοτική αξιολόγηση και συγκριτική ανάλυση. Η επίδραση του αριθμού Reynolds αποδίδεται σωστά σε χαμηλές γωνίες προσβολής, όπου το πεδίο ροής παραμένει σχετικά ομαλό. Ωστόσο, εντοπίζονται αποκλίσεις στα κρίσιμα σημεία των καμπυλών — κυρίως στο ύψος και στη θέση του τοπικού μέγιστου του Cl , καθώς και στην «οξύτητα» της πτώσης μετά την απώλεια στήριξης. Παρά τις διαφοροποιήσεις αυτές, η συνολική τάση των αεροδυναμικών συντελεστών προσεγγίζεται ικανοποιητικά

Η βασική αιτία αυτών των αποκλίσεων είναι το χρησιμοποιούμενο μοντέλο τυρβώδους k-ε σε πλαίσιο RANS, το οποίο θεωρεί τη ροή είτε πλήρως στρωτή είτε πλήρως τυρβώδη και δεν περιλαμβάνει ρητή μοντελοποίηση της μεταβατικής ροής. Το φαινόμενο της φυσαλίδας στρωτής αποκόλλησης (LSB)—και γενικότερα η αλληλουχία αποκόλληση → μετάβαση → επαναπροσκόλληση—εξαρτάται καίρια από τη μεταβατική συμπεριφορά του οριακού στρώματος.

Χωρίς την ακριβή μοντελοποίηση της μεταβατικής ροής, η λύση τείνει να εξομαλύνει τις αιφνίδιες μεταβολές, να υποεκτιμά το Cl_{max} και να μετατοπίζει τα σημεία αποκόλλησης/επαναπροσκόλλησης. [48]

Παρά τον περιορισμό αυτό, οι υπολογισμοί του SolidWorks συγκλίνουν ποιοτικά με τα πειραματικά δεδομένα σε πολλές περιπτώσεις—ιδίως για χαμηλές και μέτριες γωνίες προσβολής—και συνεπώς αποτελούν χρήσιμο εργαλείο προκαταρκτικής μελέτης. Παράλληλα, οι πολύ σύντομοι χρόνοι επίλυσης ενισχύουν την πρακτικότητά του: για έναν «καθημερινό» μηχανικό που χρειάζεται

γρήγορες προσεγγιστικές εκτιμήσεις και συγκριτική αξιολόγηση επιλογών, το *SolidWorks Flow Simulation* παραμένει ένα αποδοτικό εργαλείο.

Συμπεράσματα

Η μελέτη της αεροδυναμικής συμπεριφοράς του προφίλ Erppler 387 κατέδειξε ότι ο αριθμός Reynolds αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την ανάπτυξη του οριακού στρώματος και, κατά συνέπεια, για την παραγωγή άντωσης και την εμφάνιση αποκόλλησης.

Οι προσομοιώσεις με *SolidWorks Flow Simulation* επιβεβαίωσαν σε μεγάλο βαθμό τη γενική τάση της συμπεριφοράς του προφίλ, παρουσιάζοντας όμως αποκλίσεις σε κρίσιμες περιοχές όπως την απώλεια στήριξης και η απότομη αύξηση του Cl . Το υπολογιστικό μοντέλο του λογισμικού, μη περιλαμβάνοντας ρητή μεταβατική μοντελοποίηση, δεν αποδίδει με ακρίβεια τη δημιουργία και εξέλιξη της φουσαλίδας αποκόλλησης.

Ως αποτέλεσμα, οι μέγιστες τιμές Cl υποεκτιμώνται και η συμπεριφορά κοντά στην απώλεια στήριξης εμφανίζεται πιο εξομαλυσμένη σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα.

Συνοψίζοντας, για λεπτά προφίλ σε χαμηλούς Reynolds—όπως η Erppler 387—η κατανόηση και σωστή μοντελοποίηση της μετάβασης του οριακού στρώματος και της αποκόλλησης είναι καθοριστικής σημασίας για την ακριβή πρόβλεψη των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών.

Κεφάλαιο 6. ΕΠΙΚΥΡΩΣΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕΣΤΩΤΑ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ

Μετά την ανάλυση και επικύρωση των αεροδυναμικών συντελεστών σε καθεστώτα στρωτής και μεταβατικής ροής στο Κεφάλαιο 5, το Κεφάλαιο 6 εστιάζει στην αξιολόγηση του SolidWorks Flow Simulation σε συνθήκες υψηλού αριθμού Reynolds, όπου η ροή είναι κατά κύριο λόγο τυρβώδης [8].

Η μελέτη καλύπτει διαφορετικές γωνίες προσβολής και περιλαμβάνει συγκρίσεις με πειραματικά δεδομένα [37] και αποτελέσματα από εναλλακτικά μοντέλα τύρβης, ώστε να εκτιμηθεί η ακρίβεια του τροποποιημένου $k-\epsilon$ επιλυτή του SolidWorks Flow Simulation, τόσο στις γραμμικές περιοχές όσο και κοντά ή μετά την απώλεια στήριξης (stall).

Επιπλέον, εξετάζονται η μεταβολή της μέγιστης υποπίεσης στην άνω επιφάνεια και οι κατανομές του συντελεστή πίεσης κατά μήκος της χορδής σε πτέρυγες Naca, προσφέροντας λεπτομερή εικόνα της επίδρασης της γεωμετρίας και των συνθηκών ροής στην αεροδυναμική συμπεριφορά.

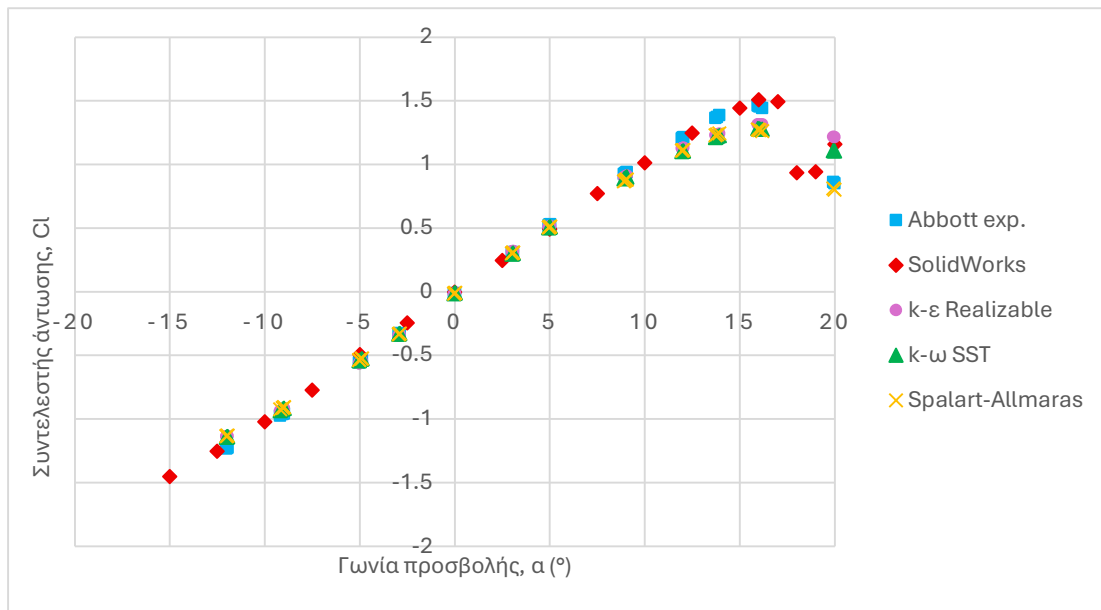
Μέσα από αυτή τη διαδικασία επικύρωσης, αναδεικνύονται τα πλεονεκτήματα αλλά και οι περιορισμοί του λογισμικού στην προσομοίωση ροών υψηλής τύρβης γύρω από πτέρυγες.

6.1 Αξιολόγηση Συντελεστή Άντωσης για Πτέρυγες NACA 0012 και NACA 4412 - Σύγκριση με Πειραματικά Δεδομένα και Διαφορετικά Μοντέλα Τύρβης

Η επικύρωση της ακρίβειας του SolidWorks Flow Simulation στην εκτίμηση του συντελεστή άντωσης αποτελεί ουσιαστικό βήμα για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας του λογισμικού σε αεροδυναμικές εφαρμογές.

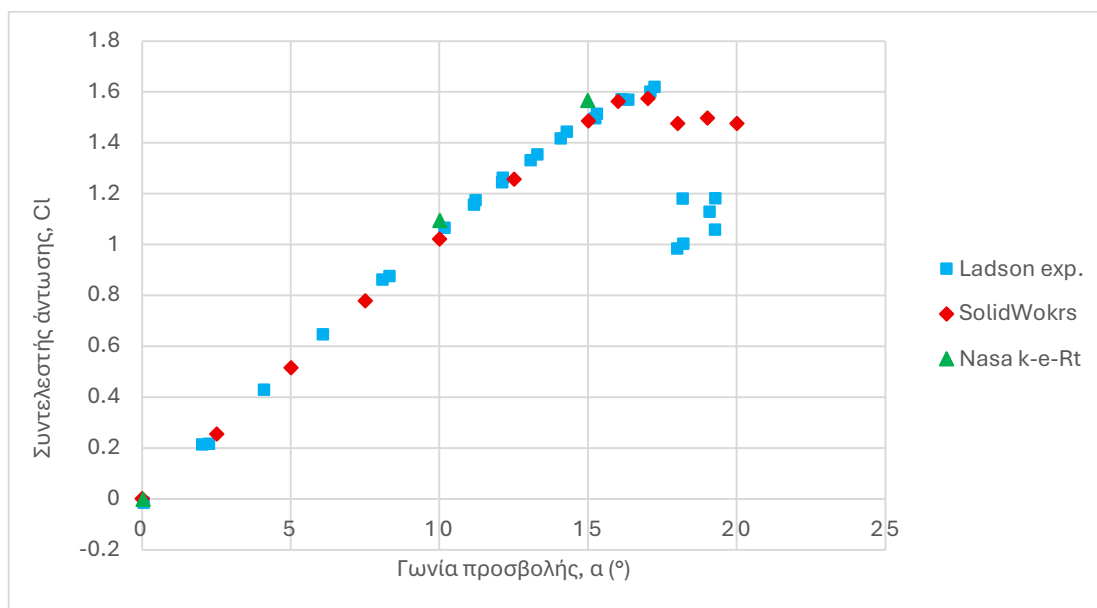
Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζεται η απόδοση του τροποποιημένου μοντέλου τύρβης $k-\epsilon$ του SolidWorks Flow Simulation σε διαφορετικές γεωμετρίες πτερύγων (NACA 0012 και NACA 4412) και για δύο αριθμούς Reynolds (3×10^6 και 6×10^6). Τα αποτελέσματα συγκρίνονται τόσο με πειραματικά δεδομένα όσο και με υπολογιστικές προσεγγίσεις από άλλα διαδεδομένα μοντέλα τύρβης (Διαγράμματα 14-16).

Συντελεστής Άντωσης, Πτέρυγα NACA 0012, Καθεστώς Ροής $Re = 3 \times 10^6$



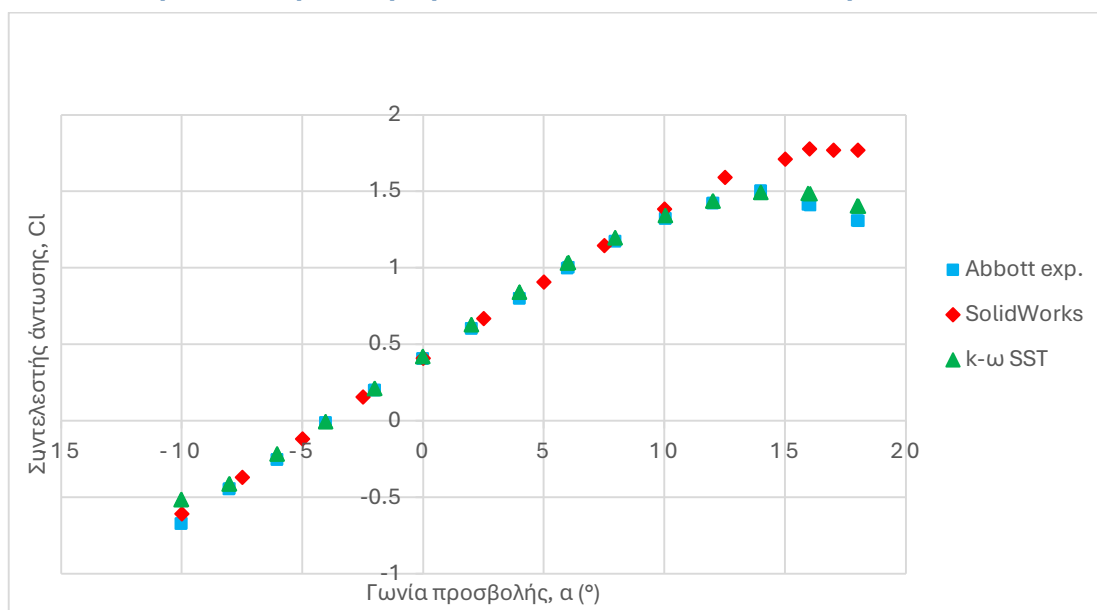
Διάγραμμα 14: Μεταβολή του συντελεστή άντωσης (Cl) σε συνάρτηση με τη γωνία προσβολής για την πτέρυγα NACA 0012 ($Re = 3 \times 10^6$), με σύγκριση πειραματικών δεδομένων Abbott και αποτελεσμάτων CFD από SolidWorks και τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης ($k-\epsilon$ Realizable, $k-\omega$ SST, Spalart-Allmaras).

Συντελεστής Άντωσης, Πτέρυγα NACA 0012, Καθεστώς Ροής $Re = 6 \times 10^6$



Διάγραμμα 15: Μεταβολή του συντελεστή άντωσης (Cl) σε συνάρτηση με τη γωνία προσβολής για την πτέρυγα NACA 0012 ($Re = 6 \times 10^6$), με σύγκριση πειραματικών δεδομένων Ladson, αποτελεσμάτων CFD από το SolidWorks και αριθμητικών προσεγγίσεων με το μοντέλο $k-\epsilon-Rt$ της NASA.

Συντελεστής Άντωσης, Πτέρυγα NACA 4412, Καθεστώς Ροής $Re = 3 \times 10^6$



Διάγραμμα 16: Μεταβολή του συντελεστή άντωσης (Cl) σε συνάρτηση με τη γωνία προσβολής για την πτέρυγα NACA 4412 ($Re = 3 \times 10^6$), με σύγκριση πειραματικών δεδομένων Abbott, αποτελεσμάτων SolidWorks και προσομοιώσεων με το μοντέλο τύρβης $k-\omega$ SST.

Ανάλυση Αποτελεσμάτων Συντελεστή Άντωσης

Naca 0012, $Re = 3 \times 10^6$

Για το συμμετρικό προφίλ NACA 0012 με $Re = 3 \times 10^6$, το SolidWorks παρουσίασε πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα των Abbott et al. [29] και τις υπόλοιπες CFD προσεγγίσεις [49] έως και περίπου 15° γωνία προσβολής.

Στο γραμμικό τμήμα της καμπύλης, η αύξηση του συντελεστή άντωσης ακολουθεί την αναμενόμενη κλίση που προβλέπει η θεωρία λεπτών αεροτομών [8], [27], ενώ η πρόβλεψη του σημείου απώλειας στήριξης και της επακόλουθης πτώσης είναι ικανοποιητική, τόσο ως προς το μέγεθος όσο και ως προς τη θέση.

Naca 0012, $Re = 6 \times 10^6$

Αντίστοιχα, για $Re = 6 \times 10^6$, η σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα του Ladson [50] επιβεβαιώνει την καλή απόδοση του λογισμικού για χαμηλές και μέσες γωνίες προσβολής. Ωστόσο, η πρόβλεψη της απώλειας στήριξης είναι λιγότερο ακριβής: το SolidWorks τείνει να υποεκτιμά την πτώση του συντελεστή άντωσης, με αποτέλεσμα η αποκόλληση να εμφανίζεται πιο ήπια από την πραγματική. [8], [27]

Naca 4412, $Re = 3 \times 10^6$

Στην περίπτωση της πτέρυγας NACA 4412 με $Re = 3 \times 10^6$, το SolidWorks ακολουθεί ικανοποιητικά τα πειραματικά δεδομένα των Abbott et al. [38] για αρνητικές και θετικές γωνίες προσβολής, αποτυπώνοντας σωστά τη θετική άντωση για $\alpha = 0^\circ$, η οποία οφείλεται στο θετικό camber του προφίλ. Η καμπύλη του συντελεστή άντωσης εμφανίζει ομαλή και συνεχή αύξηση έως περίπου τις 15° , συμφωνώντας σε μεγάλο βαθμό με τα πειράματα και το μοντέλο k- ω SST [51].

Ωστόσο, σε αντίθεση με τις μετρήσεις των Abbott και το k- ω SST, το SolidWorks δεν καταγράφει την απότομη πτώση του συντελεστή άντωσης μετά την απώλεια στήριξης.

Αντίθετα, η καμπύλη συνεχίζει με σχεδόν γραμμική τάση και στη συνέχεια σταθεροποιείται, χωρίς να εμφανίζει τη χαρακτηριστική μείωση που συνοδεύει την εκτεταμένη αποκόλληση της ροής.

Συμπεράσματα

Η τάση υπερεκτίμησης του συντελεστή άντωσης σε υψηλές γωνίες προσβολής μπορεί να αποδοθεί στην ίδια τη φύση του k- ϵ realizable μοντέλου, το οποίο, αν και υπολογιστικά αποδοτικό, χρησιμοποιεί συναρτήσεις τοιχώματος (wall functions) που βασίζονται σε εμπειρικές σχέσεις [27]. Οι συναρτήσεις τοιχώματος περιορίζουν την ανάλυση του οριακού στρώματος και τη μοντελοποίηση της μετάβασης, οδηγώντας σε πιο σταθερή ροή ακόμη και μετά την έναρξη της αποκόλλησης. Το αποτέλεσμα είναι μια πιο αργή και ηπιότερη πτώση της άντωσης σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα.

Συνολικά, το SolidWorks αποδίδει με ικανοποιητική ακρίβεια την άντωση στις γραμμικές περιοχές λειτουργίας για όλους τους αριθμούς Reynolds.

Οι αποκλίσεις εμφανίζονται κυρίως γύρω και μετά την απώλεια στήριξης, όπου τείνει να υπερεκτιμά την άντωση και να προβλέπει πιο ήπια αποκόλληση σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα.

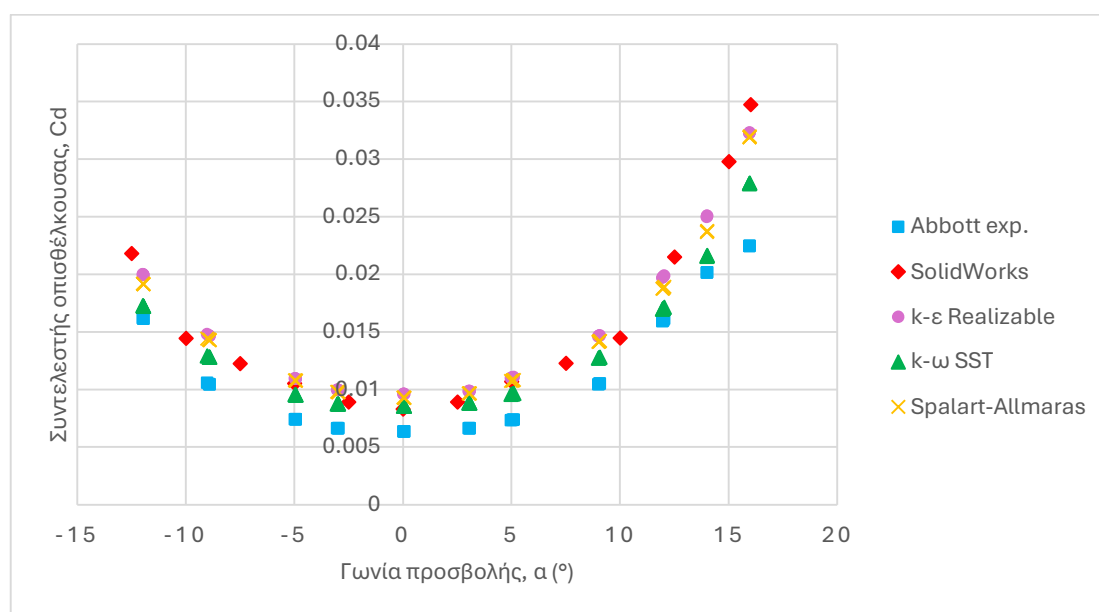
6.2 Αξιολόγηση Συντελεστή Οπισθέλκουσας για Πτέρυγες NACA

0012 και NACA 4412 - Σύγκριση με Πειραματικά Δεδομένα και

Διαφορετικά Μοντέλα Τύρβης

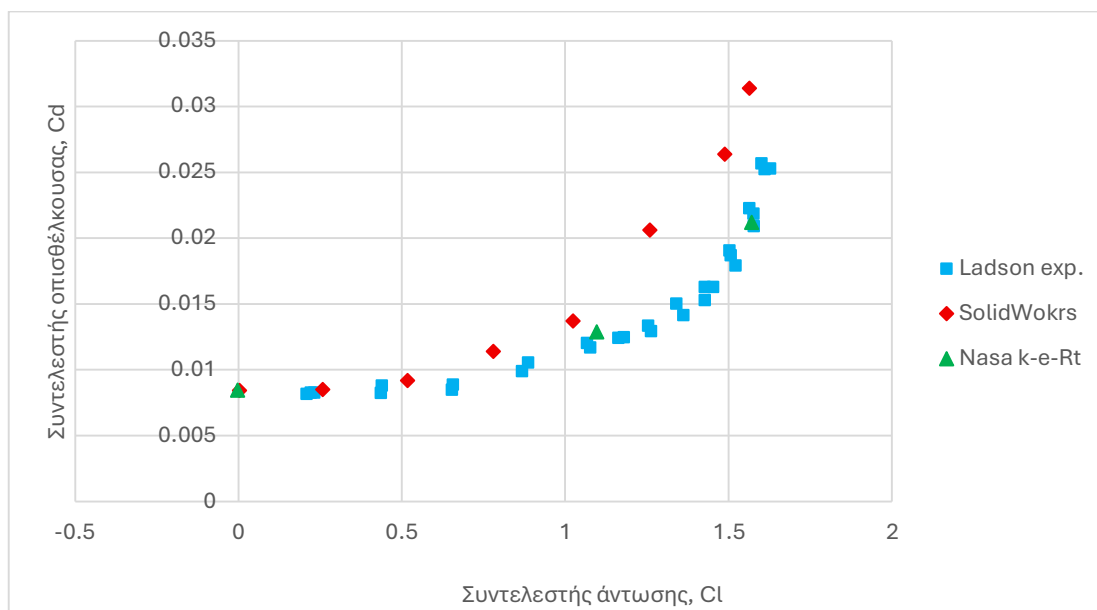
Η πρόβλεψη του συντελεστή οπισθέλκουσας είναι πιο απαιτητική σε σχέση με την άντωση, καθώς εξαρτάται έντονα από τη συμπεριφορά του οριακού στρώματος, τα φαινόμενα αποκόλλησης και τις παραδοχές του μοντέλου τύρβης. Στο παρόν υποκεφάλαιο αξιολογείται η ακρίβεια του SolidWorks Flow Simulation για τις πτέρυγες NACA 0012 και NACA 4412 σε δύο καθεστώτα Reynolds (3×10^6 και 6×10^6), με σύγκριση τόσο με πειραματικά δεδομένα όσο και με υπολογιστικές προσεγγίσεις από καθιερωμένα μοντέλα τύρβης (Διαγράμματα 17–19).

Συντελεστής Οπισθέλκουσας, Πτέρυγα NACA 0012, Καθεστώς ροής $Re = 3 \times 10^6$



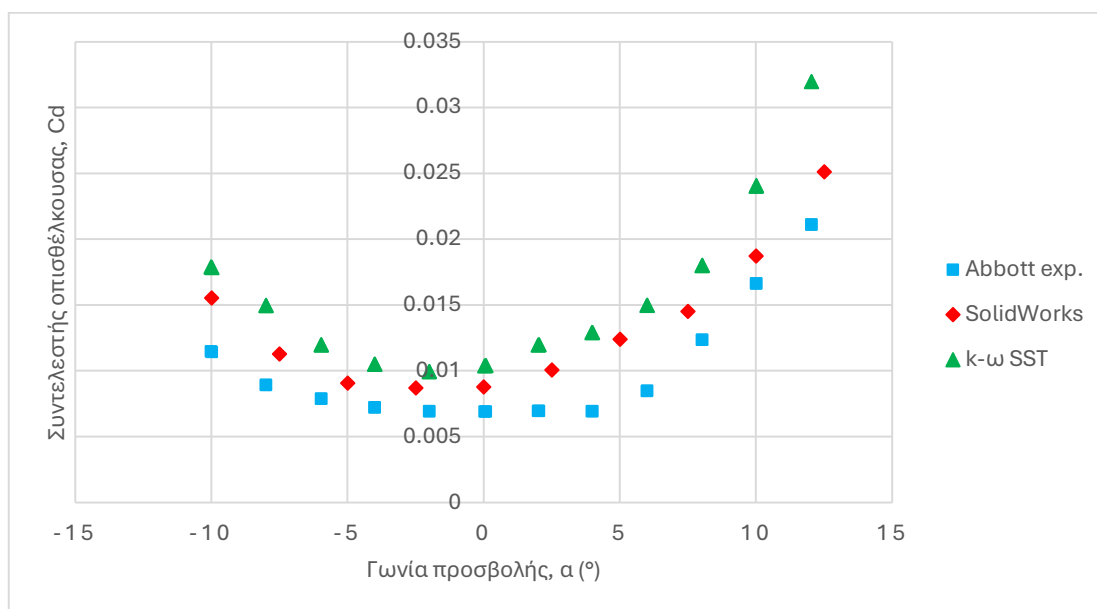
Διάγραμμα 17: Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας (C_d) σε συνάρτηση με τη γωνία προσβολής για την πτέρυγα NACA 0012 ($Re = 3 \times 10^6$), με σύγκριση πειραματικών δεδομένων Abbott και αποτελεσμάτων CFD από SolidWorks και τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης ($k-\epsilon$ Realizable, $k-\omega$ SST, Spalart-Allmaras).

Συντελεστής Οπισθέλκουσας, Πτέρυγα NACA 0012, Καθεστώς ροής $Re = 6 \times 10^6$



Διάγραμμα 18: Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας (C_d) σε συνάρτηση με τον συντελεστή άντωσης (C_l) για την πτέρυγα NACA 0012 ($Re = 6 \times 10^6$), με σύγκριση πειραματικών δεδομένων Ladson, αποτελεσμάτων CFD από το SolidWorks και αριθμητικών προσεγγίσεων με το μοντέλο $k-\epsilon-Rt$ της NASA.

Συντελεστής Οπισθέλκουσας, Πτέρυγα NACA 4412, Καθεστώς Ροής $Re = 3 \times 10^6$



Διάγραμμα 19: Μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας (C_d) σε συνάρτηση με τη γωνία προσβολής για την πτέρυγα NACA 4412 ($Re=3 \times 10^6$), με σύγκριση πειραματικών δεδομένων Abbott, αποτελεσμάτων SolidWorks και προσομοιώσεων με το μοντέλο τύρβης $k-\omega$ SST.

Ανάλυση Αποτελεσμάτων Συντελεστή Οπισθέλκουσας

Naca 0012, $Re = 3 \times 10^6$

Στην περίπτωση της πτέρυγας NACA 0012 με $Re = 3 \times 10^6$, παρατηρείται καλή συμφωνία στις χαμηλές γωνίες προσβολής, με το SolidWorks να αναπαράγει ικανοποιητικά τις τάσεις του πειράματος. Ωστόσο, όσο αυξάνεται η γωνία προσβολής και πλησιάζει η περιοχή της απώλειας στήριξης, το λογισμικό προβλέπει μεγαλύτερες τιμές συντελεστή οπισθέλκουσας από τις πειραματικές μετρήσεις, γεγονός που υποδηλώνει υπερεκτίμηση της δύναμης οπισθέλκουσας. Η διαφορά αυτή είναι εντονότερη σε μεγάλες γωνίες, όπου το φαινόμενο αποκόλλησης δεν αποτυπώνεται με την ίδια ακρίβεια όπως στα πιο εξελιγμένα μοντέλα (π.χ. k- ω SST).

Naca 0012, $Re = 6 \times 10^6$

Για το ίδιο προφίλ με $Re = 6 \times 10^6$, η συμπεριφορά είναι παρόμοια: στις χαμηλές γωνίες η συμφωνία παραμένει καλή, αλλά για συντελεστές άντωσης μεγαλύτερους του 1.2 η προσομοίωση εμφανίζει συντελεστές οπισθέλκουσας υψηλότερους από τα πειράματα. Το τροποποιημένο μοντέλο k- ϵ -Rt της Nasa, αποδίδει χαμηλότερες και πιο ρεαλιστικές τιμές οπισθέλκουσας σε αυτό το εύρος, επιβεβαιώνοντας ότι ο επιλυτής k- ϵ του SolidWorks δεν είναι ιδιαίτερα ακριβής σε συνθήκες πλήρους αποκόλλησης.

Naca 4412, $Re = 3 \times 10^6$

Στο προφίλ NACA 4412 με $Re = 3 \times 10^6$, το SolidWorks ακολουθεί ικανοποιητικά την πειραματική καμπύλη για μικρές και μέσες γωνίες προσβολής, με μικρές αποκλίσεις. Για γωνίες άνω των 10° , οι τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας παραμένουν σχετικά κοντά στις μετρήσεις, χωρίς την απότομη αύξηση που παρατηρείται στο μοντέλο k- ω SST της μελέτης [51].

Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας, το τροποποιημένο μοντέλο $k - \epsilon$ στο *SolidWorks Flow Simulation* αποδίδει με συνέπεια τη σωστή τάση της καμπύλης του συντελεστή οπισθέλκουσας (C_d) και παρουσιάζει πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα στις χαμηλές και μέσες γωνίες προσβολής.

Αυτό το καθιστά ένα ιδιαίτερα χρήσιμο εργαλείο για την εξαγωγή μιας πρώτης εικόνας της αεροδυναμικής συμπεριφοράς ενός προφίλ.

Ωστόσο, σε υψηλές γωνίες και κοντά στην περιοχή απώλειας στήριξης παρατηρείται υπερεκτίμηση της οπισθέλκουσας, καθώς το μοντέλο τείνει να προβλέπει πρόωρα και πιο έντονα το φαινόμενο αποκόλλησης.

Το γεγονός αυτό συνδέεται με τον γενικό περιορισμό του μοντέλου $k - \epsilon$, το οποίο βασίζεται σε συναρτήσεις τοιχώματος και εμπειρικές παραδοχές και, επομένως, δεν μπορεί να περιγράψει με ακρίβεια μεταβατικές ροές και πλήρη αποκόλληση.

Έτσι, ενώ το *SolidWorks* προσφέρει μια αξιόπιστη και πρακτική λύση για προκαταρκτικές αναλύσεις, για πιο ακριβείς προβλέψεις κοντά στην απώλεια στήριξης απαιτείται η χρήση πιο εξελιγμένων μοντέλων τυρβώδους (π.χ. $k-\omega$ SST, Spalart–Allmaras).

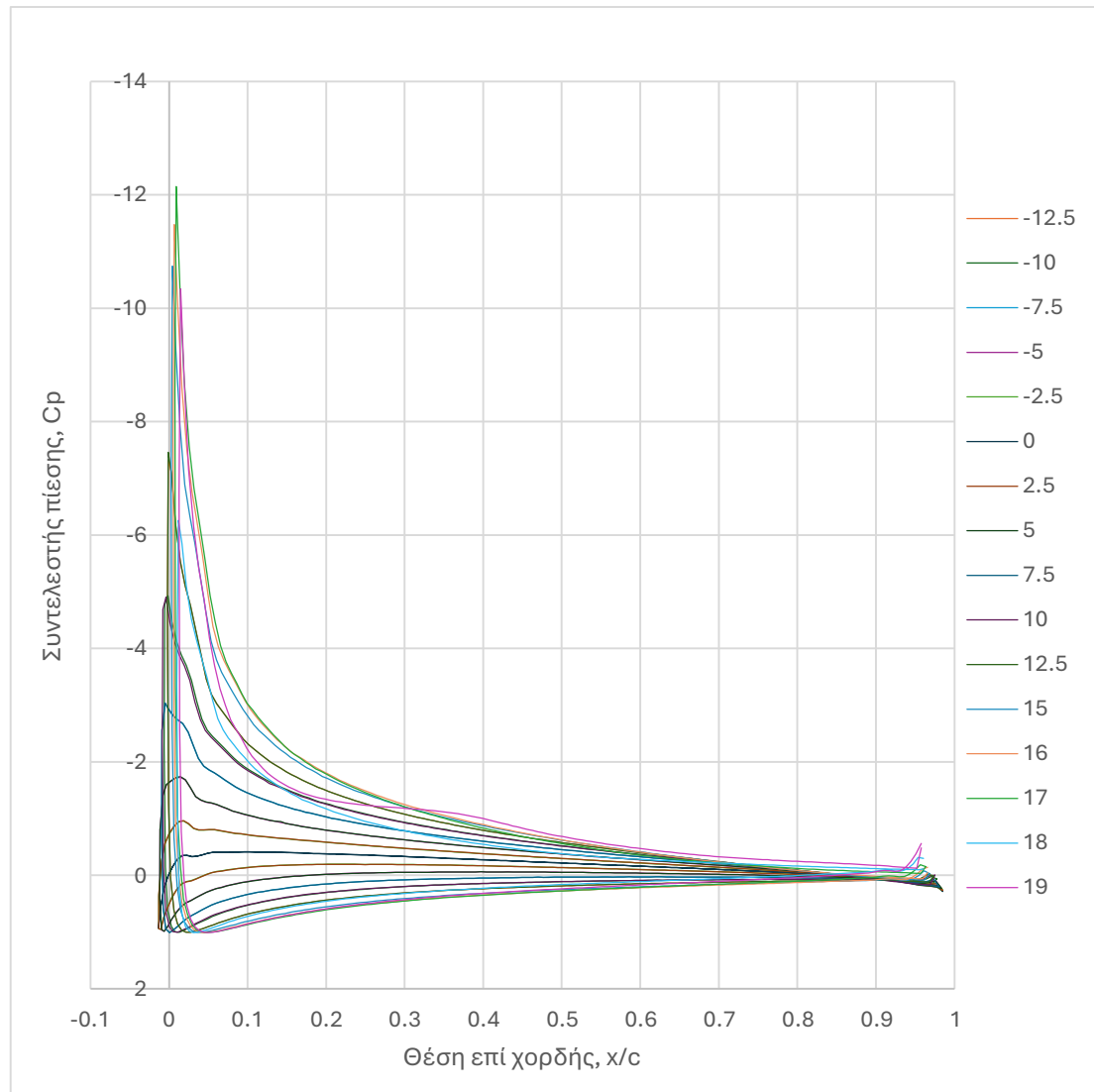
6.3 Κατανομή Συντελεστή Πίεσης Κατά Μήκος της Χορδής για Πτέρυγες NACA 0012 και NACA 4412 σε Διάφορες Γωνίες Προσβολής

Η κατανομή του συντελεστή πίεσης (C_p) κατά μήκος της χορδής αποτελεί βασικό δείκτη της αεροδυναμικής συμπεριφοράς μιας πτέρυγας, καθώς αποτυπώνει τον τρόπο με τον οποίο η ροή αλληλεπιδρά με τη γεωμετρία του προφίλ σε διαφορετικές γωνίες προσβολής.

Στα Διαγράμματα 20–21 παρουσιάζονται οι καμπύλες C_p για ένα εύρος γωνιών προσβολής, συγκρίνοντας δύο κλασικά αεροτομές της σειράς NACA: το συμμετρικό NACA 0012 και το μη συμμετρικό NACA 4412 με θετική καμπυλότητα (camber).

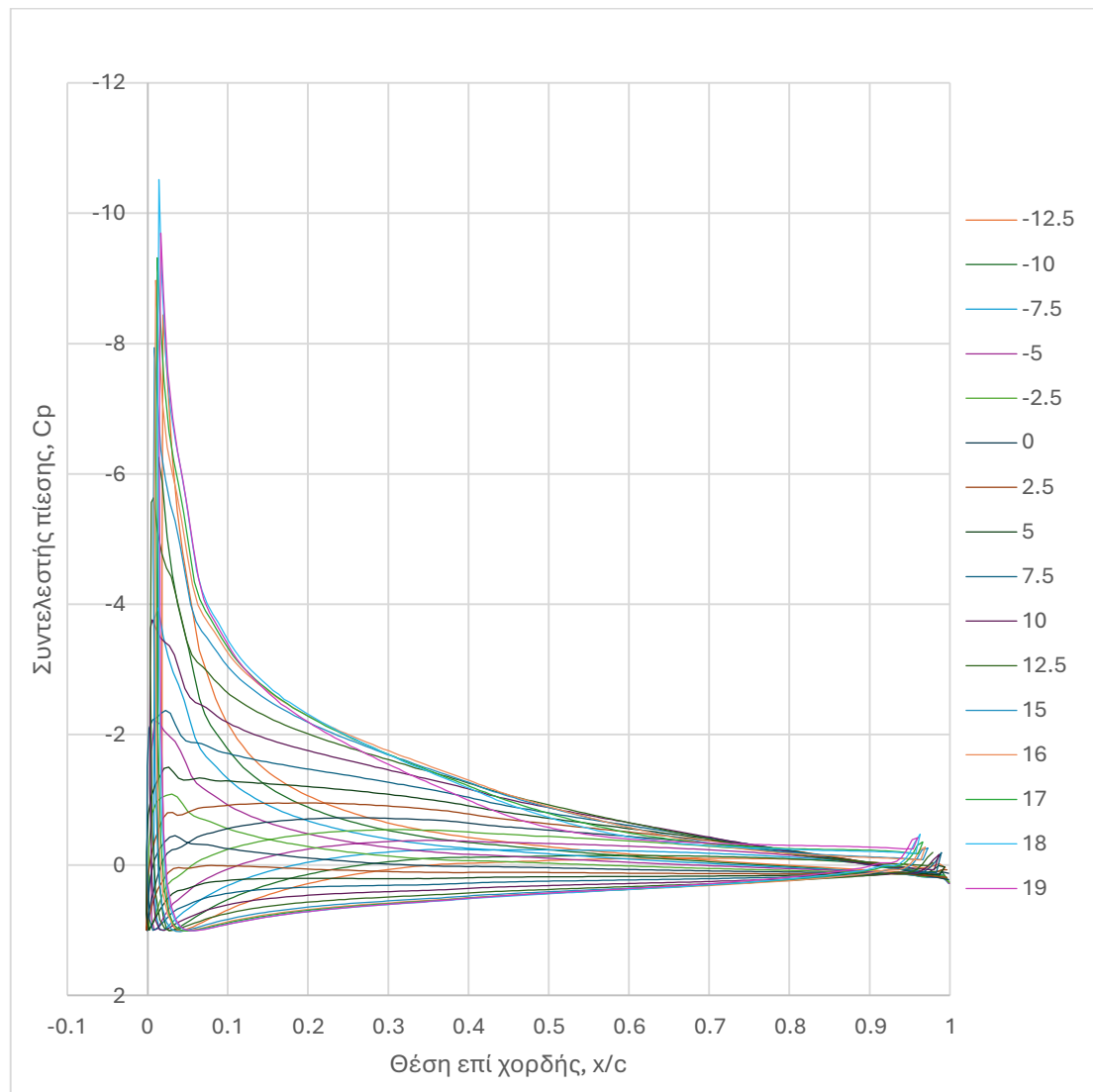
Η ανάλυση της κατανομής πίεσης καθιστά εφικτή την εκτίμηση της επίδρασης της γεωμετρίας στην ανάπτυξη περιοχών υποπίεσης, στη διαμόρφωση της άντωσης, αλλά και στην ευαισθησία της ροής σε αποκόλληση. Μέσα από αυτή τη συγκριτική μελέτη προκύπτουν χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με την αεροδυναμική απόδοση και τη σταθερότητα των δύο πτερύγων υπό διαφορετικά καθεστώτα ροής.

Κατανομή Συντελεστή Πίεσης, Πτέρυγα NACA 0012 για Διαφορετικές Γωνίες Προσβολής, Καθεστώς Ροής Reynolds $Re = 3 \times 10^6$



Διάγραμμα 20: Μεταβολή του συντελεστή πίεσης ως προς τη θέση επί της χορδής (x/c) για την πτέρυγα NACA 0012 σε καθεστώς ροής με αριθμό Reynolds $Re = 3 \times 10^6$, για γωνίες προσβολής από -12.5° έως 19° .

Κατανομή Συντελεστή Πίεσης, Πτέρυγα NACA 4412 για Διαφορετικές Γωνίες Προσβολής, Καθεστώς Ροής Reynolds $Re = 3 \times 10^6$



Διάγραμμα 21: Μεταβολή του συντελεστή πίεσης ως προς τη θέση επί της χορδής (x/c) για την πτέρυγα NACA 4412 σε καθεστώς ροής με αριθμό Reynolds $Re = 3 \times 10^6$, για γωνίες προσβολής από -12.5° έως 19° .

Ερμηνεία Αποτελεσμάτων Κατανομής Συντελεστή Πίεσης

1. Θέση Εμφάνισης Μέγιστης Υποπίεσης

Και στα δύο προφίλ, η μέγιστη υποπίεση (χαμηλότερη τιμή C_p) εμφανίζεται κοντά στην ακμή προσβολής ($x/c \approx 0$). Το φαινόμενο οφείλεται στην έντονη επιτάχυνση της ροής πάνω από την άνω επιφάνεια, καθώς αυτή διέρχεται από την περιοχή μέγιστης καμπυλότητας. Η επίδραση είναι εντονότερη για θετικές γωνίες προσβολής ($\alpha > 0^\circ$), όπου η επιτάχυνση της ροής ενισχύεται, οδηγώντας σε χαμηλότερες τοπικές πιέσεις.[27]

2. Υψηλότερος Συντελεστής Υποπίεσης: NACA 0012

Η συμμετρική NACA 0012 εμφανίζει υψηλότερες μέγιστες τιμές υποπίεσης στο πρόσθιο τμήμα, ιδίως σε μεγάλες γωνίες προσβολής. Η έλλειψη καμπυλότητας (camber) σημαίνει ότι η ροή καθοδηγείται λιγότερο ομαλά, με αποτέλεσμα η επιτάχυνση στην άνω επιφάνεια να είναι πιο απότομη και η αναρρόφηση ισχυρότερη. Αντίθετα, στη NACA 4412, η θετική καμπυλότητα συμβάλλει στη δημιουργία άντωσης ακόμη και σε μικρές ή μηδενικές γωνίες προσβολής, οδηγώντας σε πιο ομαλή κατανομή πίεσης κατά μήκος της χορδής.[27]

3. Συμπεριφορά σε Αρνητικές Γωνίες Προσβολής

Σε αρνητικές γωνίες, η περιοχή υποπίεσης μετατοπίζεται στο κάτω μέρος του προφίλ. Η NACA 0012 παρουσιάζει συμμετρική κατανομή C_p για $\pm\alpha$, λόγω συμμετρικής γεωμετρίας. Στη NACA 4412, η ύπαρξη καμπυλότητας προκαλεί ασυμμετρία, με αποτέλεσμα διαφορετική ένταση και θέση της υποπίεσης σε σχέση με τις θετικές γωνίες.

4. Γενική Παρατήρηση επί της Μορφής των Καμπυλών C_p

Η NACA 0012 παρουσιάζει απότομη πτώση του C_p στο πρόσθιο τμήμα και σταδιακή εξισορρόπηση κοντά στην ακμή εκφυγής, στοιχείο που υποδηλώνει ισχυρή αναρρόφηση και ταχεία επιτάχυνση. Η NACA 4412 εμφανίζει ηπιότερη μεταβολή του C_p , με χαμηλότερη μέγιστη υποπίεση για τις ίδιες γωνίες, καθώς η καμπυλότητα διευκολύνει την ομαλότερη καθοδήγηση της ροής.

5. Φαινόμενα Αποκόλλησης στην Ακμή Εκφυγής

Για υψηλές γωνίες προσβολής ($\alpha > 15^\circ$), και ιδιαίτερα κοντά στην ακμή εκφυγής ($x/c \approx 0.9 - 1.0$), παρατηρούνται διαταραχές στις καμπύλες C_p που υποδηλώνουν πιθανή αποκόλληση του οριακού στρώματος. Το φαινόμενο είναι πιο εμφανές στη NACA 4412, όπου η αυξημένη καμπυλότητα ενισχύει τη δυσμενή κλίση πίεσης και επιταχύνει την απώλεια στήριξης.

6. Ασυνέχειες του Συντελεστή Πίεσης

Στην ίδια περιοχή ($x/c \approx 1.0$), εντοπίζονται μικρές ασυνέχειες του C_p ανεξαρτήτως γωνίας προσβολής. Οι ασυνέχειες προκύπτουν από τη σύγκλιση της άνω και κάτω ροής στην ακμή εκφυγής,

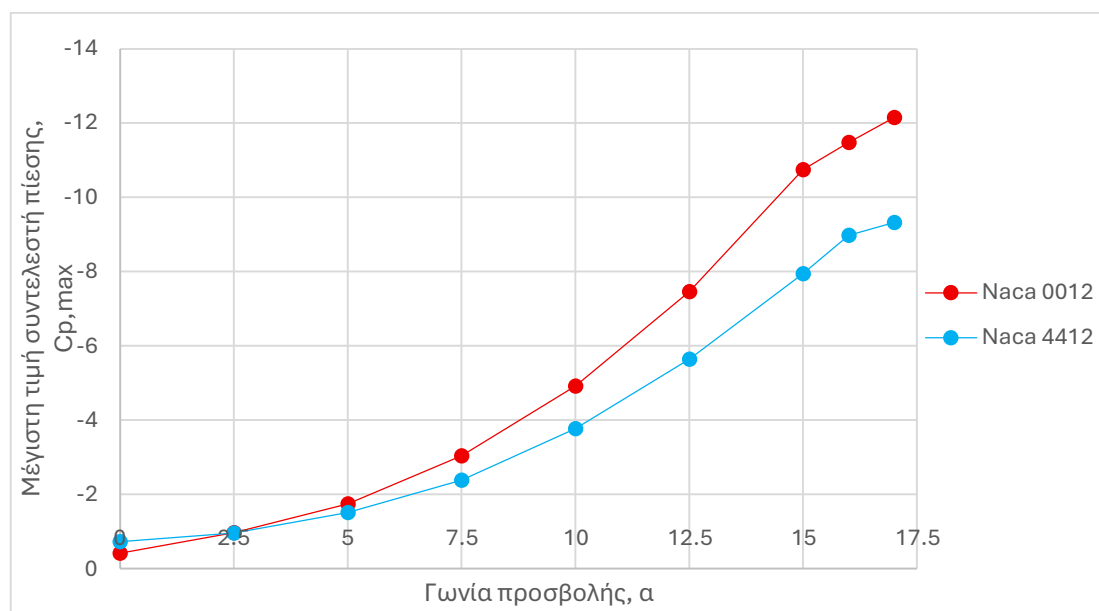
όπου η ταχύτητα και η πίεση μεταβάλλονται απότομα. Η τοπική γεωμετρία, σε συνδυασμό με περιορισμούς πλεγματοποίησης, καθιστούν την περιοχή ιδιαίτερα ευαίσθητη τόσο σε φυσικά φαινόμενα όσο και σε αριθμητικά σφάλματα. Αυτές οι ασυνέχειες δεν συνιστούν απαραίτητα ένδειξη αποκόλλησης, αλλά συχνά αποτελούν συνέπεια της πολύπλοκης τοπικής ροής.[27]

6.4 Μεταβολή Μέγιστης Τιμής Συντελεστή Πίεσης στις Πτέρυγες NACA

Η γεωμετρία μιας πτέρυγας καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την κατανομή της πίεσης γύρω από το προφίλ και, κατ' επέκταση, τα βασικά αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της. Ένας κρίσιμος δείκτης είναι η μέγιστη υποπίεση (C_p, max) στην άνω επιφάνεια, καθώς συνδέεται άμεσα τόσο με τη δημιουργία άντωσης όσο και με την ευαισθησία του οριακού στρώματος σε αποκόλληση [27].

Στο Διάγραμμα 22 παρουσιάζεται η μεταβολή του C_p, max σε συνάρτηση με τη γωνία προσβολής για δύο χαρακτηριστικά προφίλ: τη συμμετρική NACA 0012 και τη NACA 4412 με θετική καμπυλότητα, υπό τον ίδιο αριθμό Reynolds.

Η συγκριτική αυτή ανάλυση επιτρέπει την αξιολόγηση της επίδρασης του camber στη διαμόρφωση της πίεσης, αναδεικνύοντας τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα κάθε γεωμετρίας σε διαφορετικά αεροδυναμικά καθεστώτα.



Διάγραμμα 22: Σύγκριση της μέγιστης τιμής του συντελεστή πίεσης ως προς τη γωνία προσβολής για τις πτέρυγες NACA 0012 και NACA 4412.

Ανάλυση Επίδρασης Γεωμετρίας Πτέρυγας στη Μέγιστη Υποπίεση

Οι τιμές της μέγιστης υποπίεσης είναι πρακτικά ίδιες για πολύ μικρές γωνίες προσβολής ($\alpha < 2.5^\circ$), γεγονός που υποδηλώνει ότι οι δύο πτέρυγες λειτουργούν σε παρόμοιο αεροδυναμικό καθεστώς, με την επίδραση της θετικής καμπυλότητας (camber) της NACA 4412 να είναι ακόμη αμελητέα όσον αφορά τις ακραίες τιμές πίεσης.

Στις 2.5° οι καμπύλες τέμνονται, σηματοδοτώντας το σημείο από το οποίο η συμπεριφορά τους αρχίζει να διαφοροποιείται αισθητά.

Πέρα από αυτή τη γωνία, η NACA 0012 εμφανίζει σταθερά μεγαλύτερες απόλυτες τιμές $C_{p, max}$, με την απόκλιση σε σχέση με τη NACA 4412 να αυξάνεται όσο μεγαλώνει η γωνία προσβολής.

Η εντονότερη πτώση της πίεσης στην άνω επιφάνεια της NACA 0012 οφείλεται στη συμμετρική γεωμετρία της: επειδή δεν διαθέτει θετική καμπυλότητα, δεν μπορεί να παράγει άντωση σε μικρές γωνίες. Για να φτάσει σε παρόμοια επίπεδα άντωσης με την NACA 4412, η ροή πρέπει να επιταχυνθεί πιο απότομα στην άνω επιφάνεια, δημιουργώντας ισχυρότερη αναρρόφηση κοντά στην ακμή προσβολής.

Αντίθετα, η NACA 4412, χάρη στο θετικό της camber, κατανέμει την επιτάχυνση πιο ομοιόμορφα κατά μήκος της χορδής, περιορίζοντας τις ακραίες υποπιέσεις και μειώνοντας την ένταση της τοπικής αναρρόφησης.

Η διαφοροποίηση αυτή έχει άμεσες αεροδυναμικές συνέπειες.

Η NACA 0012 μπορεί να αποδώσει υψηλότερους συντελεστές άντωσης σε μεγάλες γωνίες προσβολής, όμως οι έντονες υποπιέσεις επιταχύνουν την απώλεια ενέργειας του οριακού στρώματος, αυξάνοντας την ευαισθησία σε πρόωρη αποκόλληση και απώλεια στήριξης.

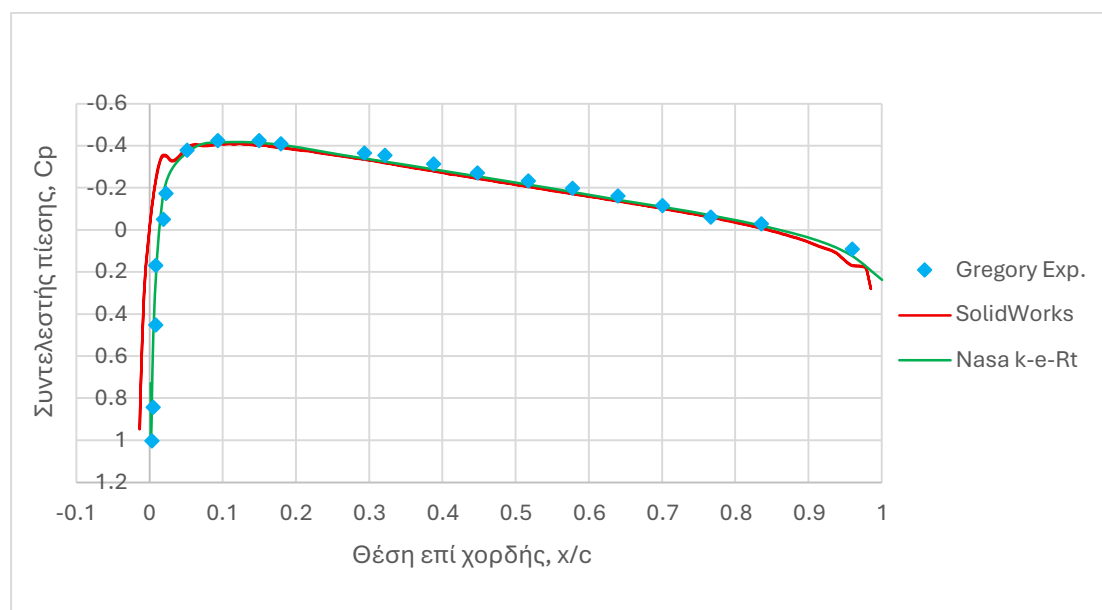
Αντίθετα, η NACA 4412, διατηρώντας χαμηλότερες μέγιστες υποπιέσεις, παρουσιάζει μεγαλύτερη αντοχή σε αποκόλληση για μέσες γωνίες προσβολής και σταθερότερη απόδοση, κάτι που την καθιστά ιδιαίτερα αποδοτική σε συνθήκες πτήσης σταθερής ταχύτητας. [8], [27]

6.5 Επικύρωση Κατανομής Συντελεστή Πίεσης για Πτέρυγα NACA 0012

Στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης (Διαγράμματα 23-25), πραγματοποιήθηκε επικύρωση των αποτελεσμάτων προσομοίωσης με το SolidWorks Flow Simulation για την πτέρυγα NACA 0012, σε αριθμό Reynolds $Re \approx 6 \times 10^6$ και τρεις διαφορετικές γωνίες προσβολής (0° , 10° και 15°). Η αξιολόγηση βασίστηκε σε σύγκριση με πειραματικά δεδομένα του Gregory [52] και αριθμητικά αποτελέσματα της NASA με χρήση του μοντέλου $k-\epsilon-Rt$ [29].

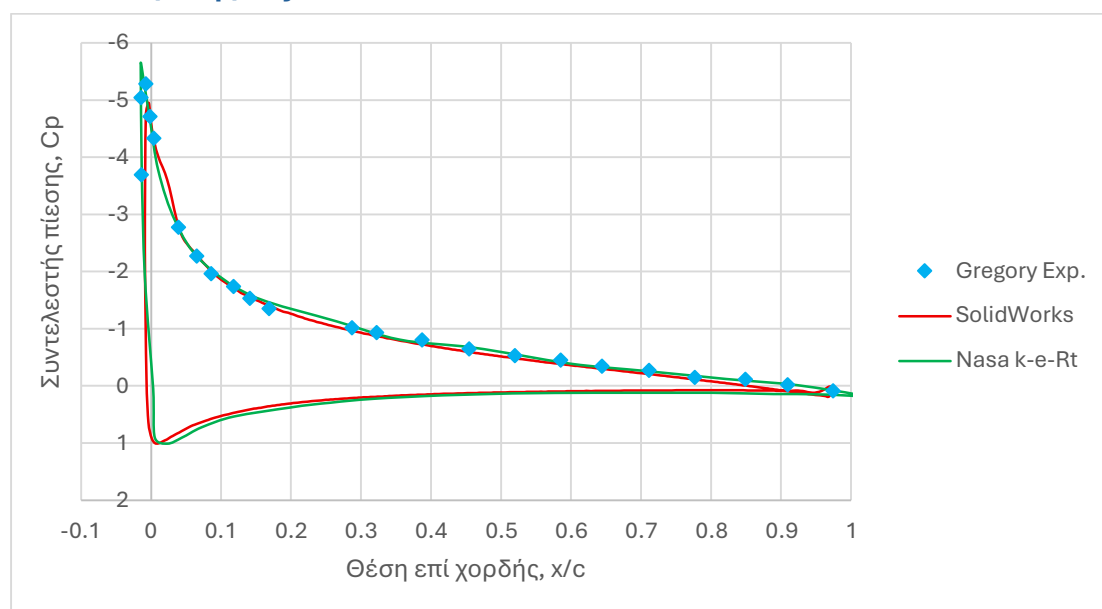
Η ανάλυση εστιάζει στις ομοιότητες και διαφορές μεταξύ των μεθόδων, εξετάζοντας την πιστότητα του προγράμματος στην αναπαράσταση της κατανομής πίεσης υπό διαφορετικά αεροδυναμικά καθεστώτα ροής, από πλήρως προσκολλημένη έως μερικώς αποκολλημένη.

Κατανομή Συντελεστή Πίεσης για Γωνία Προσβολής 0°, Πτέρυγα NACA 0012, Καθεστώς Ροής Reynolds $Re = 6 \times 10^6$



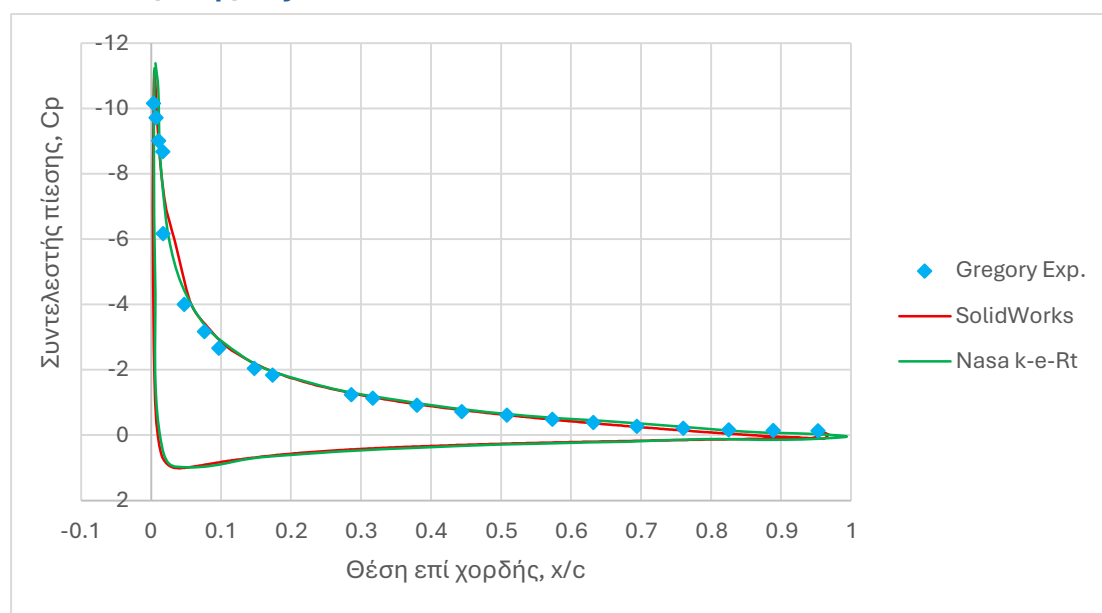
Διάγραμμα 23: Μεταβολή του συντελεστή πίεσης ως προς τη θέση επί της χορδής για την πτέρυγα NACA 0012 σε γωνία προσβολής 0°, με αριθμό Reynolds $Re \approx 6 \times 10^6$. Παρουσιάζεται σύγκριση πειραματικών δεδομένων του Gregory με αποτελέσματα CFD από το SolidWorks και την προσέγγιση $k-\epsilon-Rt$ της NASA.

Κατανομή Συντελεστή Πίεσης για Γωνία Προσβολής 10°, Πτέρυγα NACA 0012, Καθεστώς Ροής Reynolds $Re = 6 \times 10^6$



Διάγραμμα 24: Μεταβολή του συντελεστή πίεσης ως προς τη θέση επί της χορδής για την πτέρυγα NACA 0012 σε γωνία προσβολής 10°, με αριθμό Reynolds $Re \approx 6 \times 10^6$. Παρουσιάζεται σύγκριση πειραματικών δεδομένων του Gregory με αποτελέσματα CFD από το SolidWorks και την προσέγγιση $k-\epsilon-Rt$ της NASA.

Κατανομή Συντελεστή Πίεσης για Γωνία Προσβολής 15°, Πτέρυγα NACA 0012, Καθεστώς Ροής Reynolds $Re = 6 \times 10^6$



Διάγραμμα 25: Μεταβολή του συντελεστή πίεσης ως προς τη θέση επί της χορδής για την πτέρυγα NACA 0012 σε γωνία προσβολής 15°, με αριθμό Reynolds $Re \approx 6 \times 10^6$. Παρουσιάζεται σύγκριση πειραματικών δεδομένων του Gregory με αποτελέσματα CFD από το SolidWorks και την προσέγγιση $k-\epsilon-Rt$ της NASA.

Ανάλυση Αποτελεσμάτων Επικύρωσης Κατανομής Συντελεστή πίεσης

Γωνία Προσβολής 0°

Στις συνθήκες μηδενικής γωνίας, οι καμπύλες C_p που προέκυψαν από το SolidWorks, τη NASA και τα πειραματικά δεδομένα εμφανίζουν σχεδόν πλήρη ταύτιση σε όλο το μήκος της χορδής.

Η ροή παραμένει πλήρως προσκολλημένη και συμμετρική, γεγονός που καθιστά την ακρίβεια του SolidWorks εξαιρετικά υψηλή, καθώς δεν υφίστανται φαινόμενα στροβιλισμού ή αποκόλλησης που θα απαιτούσαν εξειδικευμένη μοντελοποίηση.

Γωνία Προσβολής 10°

Η αύξηση της γωνίας προσβολής οδηγεί σε έντονη πτώση του C_p στην άνω επιφάνεια, κυρίως κοντά στην ακμή προσβολής ($x/c \approx 0.02$), υποδηλώνοντας ισχυρή επιτάχυνση της ροής και αντίστοιχη αύξηση της άντωσης. Το SolidWorks αναπαράγει με ικανοποιητική ακρίβεια το σχήμα της κατανομής πίεσης, με μικρές αποκλίσεις στην περιοχή μέγιστης υποπίεσης σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα. Οι αποκλίσεις αποδίδονται πιθανότατα σε λεπτομέρειες της μοντελοποίησης της τύρβης και των οριακών συνθηκών.

Γωνία Προσβολής 15°

Σε υψηλότερη γωνία προσβολής, οι τιμές του ελάχιστου C_p μειώνονται περαιτέρω, αντανακλώντας ισχυρά πεδία υποπίεσης στην άνω επιφάνεια και αυξημένα επίπεδα άντωσης. Σε αυτό το καθεστώς, οι αποκλίσεις μεταξύ SolidWorks και πειραματικών δεδομένων γίνονται πιο έντονες, κυρίως στην περιοχή της ακμής προσβολής, λόγω της μη γραμμικής φύσης των φαινομένων και της έναρξης αστάθειας στη ροή. Παρά τις διαφορές αυτές, η συνολική μορφή της κατανομής πίεσης αποδίδεται με ικανοποιητική πιστότητα.

6.6 Συμπεράσματα

Η επικύρωση των αεροδυναμικών συντελεστών σε καθεστώς τυρβώδους ροής έδειξε ότι το SolidWorks Flow Simulation, με το τροποποιημένο μοντέλο $k - \varepsilon$, αποδίδει με υψηλή ακρίβεια στις γραμμικές περιοχές λειτουργίας, τόσο για συμμετρικές (NACA 0012) όσο και για μη συμμετρικές πτέρυγες (NACA 4412), σε αριθμούς Reynolds 3×10^6 και 6×10^6 .

Η πρόβλεψη της άντωσης (C_l) και της οπισθέλκουσας (C_d) είναι ικανοποιητική σε χαμηλές και μέσες γωνίες προσβολής. Ωστόσο, κοντά και μετά την απώλεια στήριξης παρατηρούνται αποκλίσεις: η αποκόλληση εμφανίζεται ηπιότερη, το C_l τείνει να υπερεκτιμάται, ενώ το C_d συχνά προκύπτει υψηλότερο από τα πειραματικά δεδομένα.

Οι κατανομές του συντελεστή πίεσης (C_p) αναπαρίστανται με καλή πιστότητα σε καθεστώς προσκολλημένης ροής. Στις υψηλές γωνίες προσβολής, ωστόσο, οι μέγιστες υποπίεσεις που προβλέπει η προσομοίωση είναι ελαφρώς χαμηλότερες από τις πειραματικές τιμές.

Η γεωμετρία επηρεάζει καθοριστικά τη συμπεριφορά: η NACA 0012 εμφανίζει υψηλότερες ακραίες υποπίεσεις και μεγαλύτερη ευαισθησία σε πρόωρη αποκόλληση, ενώ η NACA 4412, χάρη στο θετικό camber, παρουσιάζει σταθερότερη αεροδυναμική απόδοση και αυξημένη αντοχή στην απώλεια στήριξης.

Συνολικά, το SolidWorks Flow Simulation αποδεικνύεται αξιόπιστο εργαλείο προκαταρκτικού σχεδιασμού, παρέχοντας καλή προσέγγιση βασικών αεροδυναμικών μεγεθών. Ωστόσο, για την ακριβή αποτύπωση έντονων μη γραμμικών φαινομένων και πολύπλοκων συνθηκών αποκόλλησης, απαιτείται η χρήση πιο εξελιγμένων μοντέλων τύρβης.

Κεφάλαιο 7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία είχε ως στόχο την τεκμηριωμένη αξιολόγηση των δυνατοτήτων του λογισμικού SolidWorks Flow Simulation για την προσομοίωση εξωτερικών αεροδυναμικών ροών. Μέσα από τη μελέτη τεσσάρων αντιπροσωπευτικών περιπτώσεων ροής γύρω από κυκλικό κύλινδρο, πτέρυγα χαμηλών ταχυτήτων τύπου Erppler 387, συμμετρική πτέρυγα NACA 0012 και πτέρυγα με θετική καμπυλότητα NACA 4412.

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε περιέλαβε τον καθορισμό παραμέτρων ροής, την ανάλυση σύγκλισης πλέγματος, καθώς και συγκρίσεις των αποτελεσμάτων με πειραματικά δεδομένα και υπολογιστικά μοντέλα αναφοράς από τη βιβλιογραφία.

7.1 Υπολογιστικό Περιβάλλον και Πόροι

Οι προσομοιώσεις υλοποιήθηκαν σε φορητό υπολογιστή με επεξεργαστή Intel Core i7-9750H (2,6 GHz) και 24 GB RAM (2666 MHz). Οι ενδεικτικές απαιτήσεις σε μνήμη, για το επίπεδο πλέγματος που κρίθηκε κατάλληλο σε κάθε περίπτωση, κυμάνθηκαν ως εξής: περίπου 6 GB για την πτέρυγα NACA 0012, 4.5 GB για την NACA 4412, 1.8 GB για τον κυκλικό κύλινδρο και μόλις 700 MB για την Erppler 387. Οι τιμές αυτές λειτουργούν ως πρακτική αναφορά για το αναμενόμενο υπολογιστικό κόστος, ιδίως σε φορητές ή περιορισμένων πόρων πλατφόρμες.

7.2 Χαρακτηριστικά και Δυνατότητες του SolidWorks Flow Simulation

Το SolidWorks Flow Simulation, ως ενσωματωμένη επέκταση ενός CAD περιβάλλοντος, διακρίνεται κυρίως για τη φιλικότητά προς τον χρήστη και την ταχύτητα ενσωμάτωσης στον σχεδιαστικό κύκλο. Η μετάβαση από τη γεωμετρία στην ανάλυση πραγματοποιείται με ελάχιστα βήματα, γεγονός που μειώνει σημαντικά το χρονικό και γνωσιακό κόστος προετοιμασίας.

Το εργαλείο είναι ιδιαίτερα κατάλληλο για μηχανικούς σχεδιασμού προϊόντων και καθημερινούς χρήστες χωρίς εξειδικευμένη κατάρτιση στην υπολογιστική ρευστοδυναμική (CFD), επιτρέποντας την ταχεία λήψη τεχνικών αποφάσεων ήδη από το στάδιο της προμελέτης.

Ως εκ τούτου, ενδείκνυται κυρίως για βασικές έως μεσαίας πολυπλοκότητας αεροδυναμικές αναλύσεις, ιδιαίτερα εντός των γραμμικών περιοχών λειτουργίας, όπου η ροή είναι ομαλή, σταθερή και χωρίς έντονα μη-γραμμικά χαρακτηριστικά.

7.3 Περιορισμοί και Επιφυλάξεις Χρήσης

Ένας από τους πλέον κρίσιμους περιορισμούς, που επηρεάζει άμεσα την ποιότητα της προσομοίωσης, αφορά την αδυναμία ελέγχου παραμέτρων σχετικών με το οριακό στρώμα.

Το πρόγραμμα δεν παρέχει άμεσο έλεγχο του αδιάστατου αριθμού γ +, γεγονός που καθιστά δύσκολη την ακριβή αποτίμηση της απώλειας οριακού στρώματος, περιορίζοντας έτσι την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων σε αναλύσεις που απαιτούν λεπτομερή μοντελοποίηση περιοχών με έντονα ιξώδη φαινόμενα.

Η απουσία αυτής της κρίσιμης πληροφορίας καθιστά την πλεγματοποίηση του αεροδυναμικού μοντέλου σε μεγάλο βαθμό εμπειρική ή αυθαίρετη, καθώς ο χρήστης δεν διαθέτει έναν σαφή οδηγό για τον βαθμό πυκνότητας που απαιτείται στις επιφανειακές περιοχές, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει είτε σε υπερβολική επιβάρυνση του υπολογιστικού κόστους είτε σε ανεπαρκή ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

7.4 Αξιολόγηση Απόδοσης και Ευρήματα

Η συνολική αξιολόγηση κατέδειξε ότι, για τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν, το SolidWorks Flow Simulation παρείχε σταθερά και συνεπή αποτελέσματα ως προς βασικούς αεροδυναμικούς δείκτες, όπως οι συντελεστές άντωσης (C_l), οπισθέλκουσας (C_d) και η κατανομή πίεσης (C_p).

Ιδιαίτερα σημαντικό εύρημα αποτελεί η ικανότητά του να αναπαριστά με αξιοπιστία χαρακτηριστικά φαινόμενα, όπως ο αριθμός Strouhal στον κυκλικό κύλινδρο, γεγονός που επιβεβαιώνει την καταλληλότητά του για προκαταρκτικές και ενδεικτικές αναλύσεις.

Επιπλέον, η συνολική διαδικασία – από τη δημιουργία της γεωμετρίας έως την εξαγωγή των αποτελεσμάτων – αποδείχθηκε άμεση, ταχεία και απαλλαγμένη από περιττή πολυπλοκότητα· χαρακτηριστικό που καθιστά το λογισμικό ιδιαίτερα παραγωγικό και ελκυστικό σε περιβάλλοντα βιομηχανικής εφαρμογής.

7.5 Τελικές Παρατηρήσεις και Προτάσεις

Συνοψίζοντας, το SolidWorks Flow Simulation μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα αποτελεσματικό, *CAD-first* εργαλείο για αεροδυναμική προσομοίωση βασικού και μεσαίου επιπέδου, ιδιαίτερα κατάλληλο για χρήστες χωρίς εκτενή εμπειρία σε CFD. Η πλήρης ενσωμάτωσή του στο σχεδιαστικό περιβάλλον το καθιστά προσιτό και παραγωγικό, επιτρέποντας σε μηχανικούς να αξιολογήσουν γρήγορα σχεδιαστικές επιλογές ήδη από τα πρώτα στάδια ανάπτυξης προϊόντων.

Η χρήση του ενδείκνυται κυρίως για αρχικές ή προκαταρκτικές αναλύσεις, με την προϋπόθεση ότι τα αποτελέσματα θα ερμηνεύονται με επίγνωση των ενδογενών περιορισμών του λογισμικού. Σε συνθήκες γραμμικής ροής και μέτριων γωνιών προσβολής, η ακρίβεια είναι ικανοποιητική, ενώ σε

περιοχές με έντονη μη-γραμμικότητα (π.χ. αποκόλληση, απώλεια στήριξης, μεταβατική ροή) απαιτείται προσοχή στην εξαγωγή συμπερασμάτων.

Για το μέλλον, η ενσωμάτωση εναλλακτικών μοντέλων επίλυσης τύρβης (π.χ. $k-\omega$ SST) και μοντέλων μεταβατικής ροής που αποδίδουν τη μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή, θα μπορούσε να ενισχύσει σημαντικά την προγνωστική ικανότητα του λογισμικού. Τέτοιες βελτιώσεις είναι κρίσιμες σε περιπτώσεις με αποκόλληση ροής, έντονες διατμητικές τάσεις ή φαινόμενα τύπου *laminar separation bubble*.

Εξίσου σημαντική θα ήταν η δυνατότητα υπολογισμού και ελέγχου του αδιάστατου αριθμού γ^+ , ώστε να καθοδηγείται με ακρίβεια η πλεγματοποίηση στις περιοχές οριακού στρώματος. Μια τέτοια λειτουργία θα βελτίωνε αισθητά την αξιοπιστία σε εφαρμογές με ισχυρά ξώδη φαινόμενα, μειώνοντας παράλληλα την ανάγκη για εμπειρικές επιλογές πλέγματος.

Επί της ουσίας, το SolidWorks Flow Simulation αποδεικνύεται ένα πρακτικό και ευέλικτο εργαλείο, ικανό να ενσωματωθεί με ευκολία στον κύκλο σχεδιασμού και να υποστηρίξει τη λήψη τεκμηριωμένων αποφάσεων σε βιομηχανικά και ερευνητικά πλαίσια. Παρότι δεν προορίζεται για προηγμένη ανάλυση υψηλής πιστότητας, η συμβολή του σε γρήγορη, αξιόπιστη και υπολογιστικά αποδοτική προσομοίωση το καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμο για τον σύγχρονο μηχανικό.

Βιβλιογραφία

- [1] 'ΙΣΤΟΡΙΑ', Οκτωβρίου 2019, Ημερομηνία πρόσβασης: 4 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <http://ebooks.edu.gr/ebooks/handle/8547/184>
- [2] 'An Extraordinary Journey: The History of Leonardo da Vinci's Codex on the Flight of Birds'. Ημερομηνία πρόσβασης: 4 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://airandspace.si.edu/stories/editorial/extraordinary-journey-history-leonardo-da-vincis-codex-flight-birds>
- [3] 'Leonardo da Vinci and Flight'. Ημερομηνία πρόσβασης: 4 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://airandspace.si.edu/stories/editorial/leonardo-da-vinci-and-flight>
- [4] D. D. Baals και W. R. Corliss, 'Wind Tunnels of NASA'. 1 Ιανουάριος 1981. Ημερομηνία πρόσβασης: 4 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19810023610>
- [5] 'History of Wind Tunnels'. Ημερομηνία πρόσβασης: 3 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/WindTunnel/history.html?utm_source=chatgpt.com
- [6] H. S. (Hiram S. Maxim, *Artificial and natural flight*. London, New York, Whittaker & Co., 1909. Ημερομηνία πρόσβασης: 4 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <http://archive.org/details/artificialnatural00maxirich>
- [7] Δημήτρης Γ. Παπανίκας, *Εφαρμοσμένη ρευστομηχανική*, 4η. Media Guru, 2010.
- [8] J. D. Anderson και C. P. Cadou, *Fundamentals of aerodynamics*, Seventh edition, International Student Edition. στο McGraw Hill series in aeronautical and aerospace engineering. New York: McGraw Hill, 2024.
- [9] A. Srivasatava, 'Whither CFD and Aircraft Aerodynamic Design? « Engineering# Cambridge Core Blog'. Ημερομηνία πρόσβασης: 4 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://www.cambridge.org/core/blog/2023/07/04/whither-cfd-and-aircraft-aerodynamic-design/>
- [10] J. Byrne, 'Numerical Methods in Engineering', IntechOpen, 2019. doi: 10.5772/intechopen.85075.
- [11] J. Fröhlich και D. von Terzi, 'Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows', *Prog. Aerosp. Sci.*, τ. 44, τχ. 5, σελ. 349–377, 2008, doi: 10.1016/j.paerosci.2008.09.001.
- [12] H. Xiao και P. Cinnella, 'Quantification of model uncertainty in RANS simulations: A review', *ArXiv Prepr. ArXiv180610434*, 2018, [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://arxiv.org/abs/1806.10434>
- [13] F. Menter, D. Cokljat, T. Esch, και R. Rusch, 'An Overview of Hybrid RANS–LES Models Developed for Industrial CFD', *Appl. Sci.*, τ. 11, τχ. 6, σελ. 2459, 2021, doi: 10.3390/app11062459.

- [14] W. Rodi, J. Fröhlich, και H. Hanjalić, 'RANS/LES/DES/DNS: The Future Prospects of Turbulence Modeling', *J. Fluids Eng.*, τ. 127, τχ. 5, σελ. 829–838, 2005, doi: 10.1115/1.2000274.
- [15] H. H. Goldstine, *The Computer from Pascal to von Neumann*. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 1993.
- [16] S. McCartney, *ENIAC: The Triumphs and Tragedies of the World's First Computer*. New York, NY, USA: Walker & Co., 1999.
- [17] J. E. Thornton, *Design of a Computer: The Control Data 6600*. Glenview, IL, USA: Scott, Foresman and Co., 1970.
- [18] C. G. Bell και A. Newell, *Computer Structures: Readings and Examples*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1971.
- [19] R. M. Russell, 'The CRAY-1 Computer System', *Commun. ACM*, τ. 21, τχ. 1, σελ. 63–72, Ιανουαρίου 1978.
- [20] Cray Research Inc., 'CRAY-4 Product Overview', Cray Research, Eagan, MN, USA, 1995.
- [21] T. L. Sterling, D. J. Becker, D. F. Savarese, και J. E. Dorband, 'Beowulf: A Parallel Workstation for Scientific Computation', στο *Proceedings of the International Conference on Parallel Processing*, 1995.
- [22] J. Dongarra και others, 'High-Performance Computing: Clusters, Constellations, MPPs, and Future Directions', *Computer*, τ. 36, τχ. 12, σελ. 41–49, Δεκεμβρίου 2003.
- [23] B. Bauer, S. Bravyi, M. Motta, και G. K.-L. Chan, 'Quantum Algorithms for Quantum Chemistry and Physics', *Chem. Rev.*, τ. 120, τχ. 22, σελ. 12685–12717, 2020.
- [24] F. Arute και others, 'Quantum supremacy using a programmable superconducting processor', *Nature*, τ. 574, τχ. 7779, σελ. 505–510, 2019.
- [25] A. L. Gerhart, P. M. Gerhart, και J. I. Hochstein, *Munson, Young, and Okiishi's fundamentals of fluid mechanics*, Ninth edition. Wiley loose-leaf Print edition. Hoboken, NJ: Wiley, 2021.
- [26] F. M. White, *Fluid mechanics*, 8. ed. New York, NY: McGraw-Hill, 2016.
- [27] R. M. Cummings, S. A. Morton, W. H. Mason, και D. R. McDaniel, *Applied computational aerodynamics: a modern engineering approach*. στο Cambridge aerospace series. New York, NY: Cambridge University Press, 2015.
- [28] S. B. Pope, *Turbulent Flows*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [29] '2D NACA 0012 Airfoil Validation - K-e-Rt Model Results'. Ημερομηνία πρόσβασης: 4 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: https://turbmodels.larc.nasa.gov/naca0012_val_kert.html
- [30] Dassault Systèmes, *Technical Reference SOLIDWORKS Flow Simulation 2021*. Dassault Systèmes, 2020.

- [31] Dassault Systèmes, 'Why Choose SOLIDWORKS Flow Simulation? A Buyer's Guide'. Dassault Systèmes, 2018.
- [32] Dassault Systèmes, 'Why is SOLIDWORKS Flow Simulation the Right Choice for Product Engineers?' Dassault Systèmes, 2013.
- [33] Dassault Systèmes, 'How Embedded Flow Simulation Accelerates Mechanical Design Process'. Dassault Systèmes, 2014.
- [34] Dassault Systèmes, 'SmartCells® Enabling Fast & Accurate CFD'. Dassault Systèmes, 2018.
- [35] Dassault Systèmes, 'Numerical Basis of CAD-Embedded CFD'. Dassault Systèmes, 2014.
- [36] J. L. Thomas και M. D. Salas, 'Far-field boundary conditions for transonic lifting solutions to the Euler equations', *AIAA J.*, τ. 24, τχ. 7, σελ. 1074–1080, Ιουλίου 1986, doi: 10.2514/3.9394.
- [37] 'Boundary Conditions in CFD Simulations'. Ημερομηνία πρόσβασης: 4 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://www.cfdyna.com/CFDHT/BoundCond.html>
- [38] I. H. Abbott και A. E. VonDoenhoff, *Theory of wing sections: including a summary of airfoil data*, Unabr. and corr. Republ., [Nachdr.]. New York, NY: Dover Publ, 2010.
- [39] C. Wieselsberger, 'New Data on the Laws of Fluid Resistance'. 1 Μάρτιος 1922. Ημερομηνία πρόσβασης: 3 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19930080855>
- [40] D. J. Tritton, 'Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers', *J. Fluid Mech.*, τ. 6, τχ. 4, σελ. 547–567, Νοεμβρίου 1959, doi: 10.1017/S0022112059000829.
- [41] K. O. L. F. Jayaweera και B. J. Mason, 'The behaviour of freely falling cylinders and cones in a viscous fluid', *J. Fluid Mech.*, τ. 22, τχ. 4, σελ. 709–720, Αυγούστου 1965, doi: 10.1017/S002211206500109X.
- [42] R. K. Finn, 'Determination of the Drag on a Cylinder at Low Reynolds Numbers', *J. Appl. Phys.*, τ. 24, τχ. 6, σελ. 771–773, Ιουνίου 1953, doi: 10.1063/1.1721373.
- [43] C. A. Lyon, Επιμ., 'Summary of low speed airfoil data. 3 / Christopher A. Lyon', 1. print., Virginia Beach, Va: SoarTech Publications, 1997.
- [44] J. E. Matsson, *An introduction to Solidworks® flow simulation* 2019. Mission, KS: SDC Publications, 2019.
- [45] J. H. Lienhard, *Synopsis of lift, drag, and vortex frequency data for rigid circular cylinders*. στο Bulletin (Washington State University. College of Engineering. Research Division). Pullman, Wash.: Technical Extension Service, Washington State University, 1966.
- [46] G. M. Cole και T. J. Mueller, 'Experimental measurements of the laminar separation bubble on an Eppler 387 airfoil at low Reynolds numbers', UNDAS-1419-FR,

Ιανουαρίου 1990. Ημερομηνία πρόσβασης: 14 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19900006064>

[47] R. J. Mcghee, B. S. Walker, και B. F. Millard, 'Experimental results for the Eppler 387 airfoil at low Reynolds numbers in the Langley low-turbulence pressure tunnel', L-16430, Οκτωβρίου 1988. Ημερομηνία πρόσβασης: 14 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19890001471>

[48] 'K-epsilon Turbulence Model | Global Settings', SimScale. Ημερομηνία πρόσβασης: 14 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://www.simscale.com/docs/simulation-setup/global-settings/k-epsilon/>

[49] Douvi C. Eleni, 'Evaluation of the turbulence models for the simulation of the flow over a National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) 0012 airfoil', *J. Mech. Eng. Res.*, τ. 4, τχ. 3, Μαρτίου 2012, doi: 10.5897/JMER11.074.

[50] C. L. Ladson, 'Effects of independent variation of Mach and Reynolds numbers on the low-speed aerodynamic characteristics of the NACA 0012 airfoil section', L-16472, Οκτωβρίου 1988. Ημερομηνία πρόσβασης: 11 Αύγουστος 2025. [Έκδοση σε ψηφιακή μορφή]. Διαθέσιμο στο: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19880019495>

[51] M. Petinrin και V. Onoja, 'Computational Study of Aerodynamic Flow over NACA 4412 Airfoil', *Br. J. Appl. Sci. Technol.*, τ. 21, σελ. 1–11, Ιανουαρίου 2017, doi: 10.9734/BJAST/2017/31893.

[52] N. Gregory, N. Gregory, και C. L. O'Reilly, *Low-speed aerodynamic characteristics of NACA 0012 aerofoil section, including the effects of upper-surface roughness simulating hoar frost*. στο Reports and memoranda / Aeronautical Research Council, London. Procurement Executive, Ministry of Defense, no. 3726. London: HMSO, 1970.