



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ - ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΜΕΤΑΒΑΣΕΙΣ ΦΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΡΩΙΜΟ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣ

Νικολάου Αθανάσιος
athanikolaou@uth.gr
Α.Μ.: 00126

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση
του Πτυχίου Φυσικής

26 Σεπτεμβρίου 2025

Αθανάσιος Νικολάου

Μεταβάσεις Φάσης στο Πρώιμο Σύμπαν

©2025 Αθανάσιος Νικολάου

Η έγκριση της πτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Φυσικής της Σχολής Θετικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων): Διονύσιος Βαβουγιός
Ομότιμος Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής (Συνεπιβλέπων): Εμμανουήλ Σαριδάκης
Διευθυντής Ερευνών, ΙΑΑΔΕΤ/ΕΑΑ

Τρίτος Εξεταστής: Νικόλαος Πετρόπουλος
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Αντί Προλόγου - Ευχαριστίες

Το κείμενο που διαβάζετε τώρα είναι στην πραγματικότητα η τελευταία προσθήκη στην εργασία μου. Επιπλέον, εχθές έμαθα ότι πέρασα το ένα μάθημα που είχε απομείνει και συνειδητοποίησα, έτσι, ότι με αυτό το κείμενο ολοκληρώνω επισήμως όχι μόνο την εργασία, αλλά τις σπουδές μου, γεγονός που μου δημιούργησε την αίσθηση ότι ο (αντι)πρόλογος αυτός είναι και επίλογος της ακαδημαϊκής μου πορείας στη Λαμία.

Ήθελα να κάνω μια ουσιαστική αρχή στη μελέτη του αντικειμένου της κοσμολογίας. Η επιλογή ενός θέματος που δεν το διδάχθηκα από το έδρανο απευθείας, αλλά το μελέτησα με αφορμή ετούτη την πτυχιακή, αφορά καθαρά την περιέργεια και το δέος που τρέφω για αυτό. Στα μάτια μου, το να διαβάσει κανείς για την κοσμολογία είναι μια ξεχωριστή ευκαιρία να αιτιολογήσει σε πρώτο χρόνο τι είναι το σύμπαν και σε δεύτερο να εξερευνήσει τις πτυχές του εαυτού του ως κομμάτι της κοσμικής εξέλιξης. Να αναλογιστεί, δηλαδή, το γεγονός ότι ορισμένα πρωτόνια που σχηματίστηκαν πριν 13 δισεκατομμύρια χρόνια και θα υπάρχουν για τρισεκατομμύρια τρισεκατομμυρίων ακόμα, στην πορεία έφτιαξαν και έναν άνθρωπο που ζει, έχει όνειρα, φοβίες και φίλους. Η σκέψη αυτή με συνόδεψε στις σπουδές μου και με παρακίνησε στο να ξεκινήσω τη δική μου πορεία με αυτό το ταπεινό βήμα.

Φτάνοντας στο τέλος των σπουδών μου και στην αρχή της εργασίας, θέλω να ευχαριστήσω κάποια πρόσωπα. Πρώτα από όλα τους γονείς και τον αδελφό μου, καθώς και τον ξάδελφό μου, Γιάννη, που δε σταμάτησαν να με στηρίζουν με όποιον τρόπο μπορούν και να με εμπιστεύονται όσο εμπιστεύτηκα εγώ τον εαυτό μου, και λίγο παραπάνω. Οφείλω, επίσης, τεράστια ευγνωμοσύνη στους επιβλέποντές μου. Από την μία στον κύριο Διονύση, που έδειξε με τον καλύτερο τρόπο σε όλους εμάς τους φοιτητές την αληθινή αξία και την ομορφιά των σπουδών στη Φυσική. Από την άλλη στον κύριο Μάνο, που δεν μπορώ να τον ευχαριστήσω αρκετά για την εμπιστοσύνη, την υπομονή και την καθοδήγηση που μου πρόσφερε αυτός ο τόσο υψηλού επιπέδου επιστήμονας. Ακόμη, θέλω να αναφερθώ στους φίλους και συμφοιτητές μου, που τις ζόρικες στιγμές στη Λαμία τις αντέξαμε μαζί. Τέλος, το πιο ειλικρινές ευχαριστώ στη Μαρία μου, μόνο και μόνο που είναι ο εαυτός της, στερούμενη πάντα πλάι μου απέναντι σε κάθε χαρά και λύπη.

Νάσος Νικολάου

Μεταβάσεις Φάσης στο Πρώιμο Σύμπαν

Αθανάσιος Νικολάου

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Φυσικής, 26 Σεπτεμβρίου 2025

Επιβλέπων: Διονύσιος Βαβουγιός, Ομότιμος Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, Παν.Θεσσαλίας

Συνεπιβλέπων: Σαριδάκης Εμμανουήλ, Διευθυντής Ερευνών, ΙΑΑΔΕΤ/ΕΑΑ

Περίληψη

Η παρούσα πτυχιακή εργασία αφορά μια βιβλιογραφική έρευνα που σκοπό έχει να εισάγει τον αναγνώστη σε βασικές έννοιες της κοσμολογίας και της μελέτης της απαρχής του σύμπαντος, με αποκορύφωμα τις κοσμικές μεταβάσεις φάσης που πραγματοποιήθηκαν κατά το πρώτο δευτερόλεπτο της ύπαρξής του. Η εργασία χωρίζεται σε τρία Κεφάλαια: Το Πρώτο είναι μια σύντομη περιγραφή της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας, η οποία περιέχει τα απαιτούμενα μαθηματικά εργαλεία για να διεξαχθεί η μελέτη. Το Δεύτερο έχει ως θέμα την περιγραφή του νοητικού άλματος από τον καθαρά μαθηματικό φορμαλισμό της Γενικής Θεωρίας στη συντονισμένη ανάπτυξη ενός μοντέλου περιγραφής του παρατηρήσιμου σύμπαντος, αναλύοντας με περισσότερη λεπτομέρεια τα βασικά σημεία που οδήγησαν τελικά στον σχηματισμό της σημερινής επικρατούσας κοσμολογικής θεωρίας, του μοντέλου Λ CDM. Στο Τρίτο και τελευταίο, έχοντας συστήσει μια αξιόπιστη βάση γνώσεων, η προσοχή στρέφεται αποκλειστικά στην περιγραφή των βασικών χαρακτηριστικών των μεταβάσεων που καθόρισαν την εξέλιξη των κοσμικών διεργασιών, από την ανάδυση των δυνάμεων της φύσης, μέχρι τον σχηματισμό των μονάδων της ύλης.

Phase Transitions in the Early Universe

Athanasios Nikolaou

University of Thessaly, Physics Department, 26 September 2025

Supervisor: Dionysios Vavougiios, Professor Emeritus, Physics Department, Un. of Thessaly

Co-supervisor: Emmanuel Saridakis, Research Director, IAASARS/NOA

Abstract

The present bachelor's thesis concerns a literature review that aims to introduce the reader to fundamental concepts of cosmology and of the studies on the universe's origins, with a culmination on cosmological phase transitions that occurred during the first second of its existence. The work consists of three Chapters: The First is a brief reference on the General Theory of Relativity, which contains the necessary mathematical components to carry out the study. The Second focuses on the description of the intellectual leap from the mathematical formalism of General Theory to the coordinated development of a model for the observable universe, thoroughly analyzing the basic points of interest that ultimately led to the formation of the currently prevailing cosmological theory, the Λ CDM model. In the Third and final Chapter, having established a reliable intellectual base, the attention is entirely concentrated on the description of energy transitions that determined the evolution of cosmic processes, from the emergence of the natural forces to the formation of the first units of matter.

Περιεχόμενα

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	7
1.1	Ο χωροχρόνος και οι κώνοι φωτός	8
1.2	Τετρανύσματα και μετρικές	11
1.3	Αρχή της Ισοδυναμίας	13
1.4	Η Εξίσωση Einstein	15
2	ΓΙΑ ΕΝΑ ΣΥΓΧΡΟΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	19
2.1	Η Κοσμολογική Αρχή	20
2.2	Από την μετρική FLRW, στις εξισώσεις Friedmann	21
2.3	Η ανακάλυψη του Hubble και οι παράμετροι πυκνότητας	26
2.4	Επίλυση εξισώσεων Friedmann	29
2.4.1	Το σύμπαν είναι επίπεδο (μοντέλο Einstein-de Sitter)	31
2.4.2	Το σύμπαν δεν είναι επίπεδο	33
2.5	Συμπεριλαμβάνοντας την Λ	35
2.6	CMBR και η Μεγάλη Έκρηξη	38
2.7	Σκοτεινή ύλη, σκοτεινή ενέργεια και ένα Καθιερωμένο Μοντέλο για την κοσμολογία	43
3	ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΠΡΩΙΜΟ ΣΥΜΠΑΝ	50
3.1	Η ανάγκη για τον Πληθωρισμό	51
3.2	Θερμοδυναμική των κβαντικών πεδίων	55
3.3	Συμμετρίες, μάζες και το έναυσμα των μεταβάσεων φάσης	59
3.4	Μεταβάσεις φάσης στο πρώιμο σύμπαν	62
3.4.1	10^{-12} δευτερόλεπτα: Η ηλεκτρασθενής (Electroweak ή EW) μετάβαση φάσης	63
3.4.2	10^{-6} δευτερόλεπτα: Η χρωμοδυναμική (Quantum Chromo-Dynamic ή QCD) μετάβαση φάσης	65
	Βιβλιογραφία	66

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Η αντίληψη του χώρου και του χρόνου αποτέλεσε διαχρονικά ένα από πιο κεντρικά ζητήματα της φυσικής επιστήμης, ακόμη και τότε που αυτή έτεινε περισσότερο στη φιλοσοφία, παρά συστηματική μελέτη του κόσμου σε θεωρητικό και πειραματικό επίπεδο.

Η αντίληψη του ανθρώπου ότι υπάρχει σε έναν κόσμο συνεχώς υπό αλλαγή με το πέρασ του χρόνου, ήταν το πρώτο βήμα στο να απεμπλακεί από τη στενή οπτική γωνία στην οποία τον περιόριζε η φύση του. Διερωτούμενος για τη σύσταση του κόσμου στο πιο θεμελιώδες επίπεδο, κατάφερε να γίνει ο ίδιος ένας παρατηρητής, που μπορεί να βρεθεί οπουδήποτε και οπουδήποτε, έχοντας την ευχέρεια να αναζητήσει απαντήσεις και να προσομοιώσει τον κόσμο στο μυαλό του, αργότερα στους παύρους και στα βιβλία του και σήμερα στους υπολογιστές του.

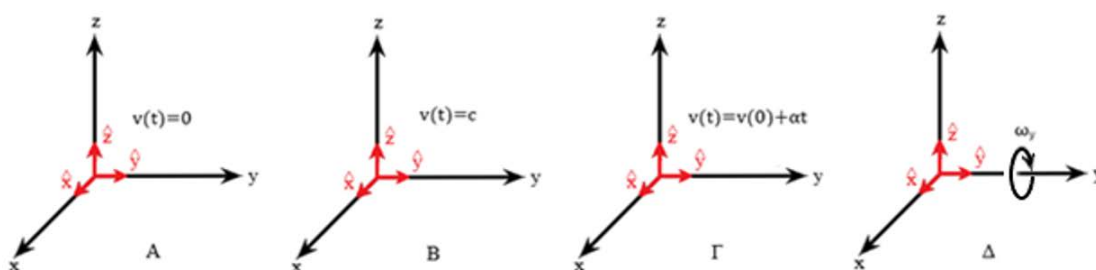
Η προσπάθεια μοντελοποίησης του κόσμου πέρασε, όπως είναι λογικό, από πολλά διαφορετικά στάδια, έως ότου να μπορέσει να λάβει και τη μαθηματική ερμηνεία που έχει σήμερα. Το Πρώτο Κεφάλαιο ξεκινά από τον ορισμό του βασικότερου πλαισίου μελέτης, του συστήματος αναφοράς, μέχρι τις ειδικότερες μαθηματικές οντότητες που χρησιμοποιήθηκαν για την περιγραφή της φυσικής από τα τέλη του 19ου αιώνα, προετοιμάζοντας τη σκηνή επί της οποίας ο άνθρωπος προβάλλει μέχρι σήμερα το κοσμικό έργο που έχει την τύχη να παρακολουθεί ως θεατής και συμμετέχων ταυτόχρονα.

1.1 Ο χωροχρόνος και οι κώνοι φωτός

Στην απόπειρα προσδιορισμού της σκηνής επί της οποίας διαδραματίζεται το έργο που αποσκοπεί να περιγράψει αυτή η εργασία, είναι εύλογο να ξεκινήσει κανείς με μια έννοια που βρίσκεται στην καρδιά της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας (ΕΘΣ): Το αδρανειακό σύστημα.

Ως αδρανειακό σύστημα αναφοράς ονομάζεται ένα σύστημα, στο οποίο εφαρμόζεται ο 1ος Νόμος του Newton:

«Ένα σώμα το οποίο βρίσκεται στον ελεύθερο χώρο, δηλαδή η συνισταμένη δύναμή του είναι ίση με μηδέν, θα παραμείνει ακίνητο ή θα συνεχίσει να κινείται με σταθερή αρχική ταχύτητα.»



Σχήμα 1.1: Παραδείγματα συστημάτων αναφοράς σε καρτεσιανές συντεταγμένες. Τα A και B είναι αδρανειακά, αφού έχουν ταχύτητα μηδενική ή σταθερή ως προς τον χρόνο t . Τα Γ και Δ είναι μη αδρανειακά, αφού έχουν μεταβολή της ταχύτητάς τους είτε γραμμικά (επιτάχυνση a), είτε περιστροφικά ως προς κάποιον άξονα (εδώ τον y).

Έστω κάποιο ακίνητο αδρανειακό σύστημα $O(x, y, z)$. Μεταξύ δύο σημείων (x_1, y_1, z_1) και (x_2, y_2, z_2) αυτού, θα πρέπει να ισχύει ότι:

- Η απόσταση που τα χωρίζει είναι ανεξάρτητη του χρόνου.
- Η μέτρηση του χρόνου σε αυτά είναι συγχρονισμένη και γίνεται με τον ίδιο ρυθμό.
- Η γεωμετρία του χώρου, όπως αυτή περιγράφεται από το σύστημα O , είναι Ευκλείδεια σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t .

Κατά το δεύτερο μισό του 19ου και στις αρχές του 20ου αιώνα, διαδοχικές θεωρητικές εξελίξεις στη φυσική (πείραμα των **Michelson-Morley**, πορίσματα των εξισώσεων του **Maxwell** κ.α.) συνετέλεσαν σε μια πρώτη αναθεώρηση των θεμελίων της Μηχανικής με τα δύο βασικά αξιώματα της ΕΘΣ, τα οποία εισήγαγε ο **Albert Einstein**:

1. Οι νόμοι της Φυσικής έχουν τα ίδια φυσικά αποτελέσματα σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

2. Η ταχύτητα του φωτός στο κενό, c , είναι σταθερή ($\sim 3 \times 10^8 \text{ m/s}$) και ανεξάρτητη από την κατεύθυνση και την κινητική κατάσταση της φωτεινής πηγής.

Προκειμένου να ισχύουν τα παραπάνω, ο χρόνος θα πρέπει να αντιμετωπιστεί ως χαρακτηριστικό μέγεθος του εκάστοτε συστήματος και όχι ως μια παγκόσμια ιδιότητα του χώρου. Σε αυτήν τη βάση, ο χρόνος t που θα μετριέται στο ακίνητο αδρανειακό σύστημα $O(x, y, z)$ θα είναι διαφορετικός από τον χρόνο t' που θα μετριέται σε ένα άλλο αδρανειακό σύστημα $O(x', y', z')$, το οποίο π.χ. θα κινείται με σταθερή ταχύτητα v στη διεύθυνση x . Ως εκ τούτου, δύο αδρανειακοί παρατηρητές με διαφορετική κινητική κατάσταση δε θα βιώνουν απαραίτητα το ίδιο γεγονός στον ίδιο χρόνο. Η αντίληψη του ταυτοχρονισμού, δηλαδή, είναι σχετική ως προς την κίνηση στον χώρο, γεγονός το οποίο οδηγεί και σε γνωστά παράδοξα κατά την παρατήρηση δεδομένου συμβάντος από ξεχωριστούς παρατηρητές, όπως τη διαστολή του χρόνου (βλέπε το Παράδοξο των Διδύμων) ή τη συστολή του μήκους (βλέπε το Παράδοξο των Μιονίων).

Η ανάγκη ορισμού μιας συντεταγμένης t , κάθετης ως προς τις χωρικές, μετατρέπει τον κλασικό Ευκλείδειο χώρο (x, y, z) σε έναν επίπεδο μεν, τετραδιάστατο δε χώρο συντεταγμένων (x, y, z, t) , τον επίπεδο χωροχρόνο ή χώρο **Minkowski**, προς τιμήν του μαθηματικού που ανέδειξε με το επιστημονικό του έργο την ιδέα (ο χωροχρόνος σαν μαθηματική έννοια εισήχθη από τον Poincaré). Επειδή προφανώς είναι αδύνατο να σχεδιαστεί ο χώρος **Minkowski** με τέσσερις κάθετες συνιστώσες σε μια σελίδα, στα σχήματα που ακολουθούν γίνεται η σύμβαση ότι $z \rightarrow 0$.

Έστω, για παράδειγμα, ότι ακίνητο σωματίδιο εκπέμπει την χρονική στιγμή $t = 0$ ένα φωτεινό σήμα από την αρχή των αξόνων του συστήματος $O(x, y, z, t)$. Το σήμα θα διαδίδεται με την ταχύτητα του φωτός προς κάθε κατεύθυνση και για αδρανειακό παρατηρητή Π θα έχει τη μορφή της σφαίρας:

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2$$

Με βάση τα αξιώματα, η σφαίρα θα πρέπει να παραμείνει αναλλοίωτη, ανεξαρτήτως συστήματος αναφοράς. Οπότε, για έναν αδρανειακό παρατηρητή Π' του κινούμενου συστήματος $O'(x', y', z', t')$, το φωτεινό σήμα θα περιγράφεται ως:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2.$$

Για τους αδρανειακούς παρατηρητές Π και Π' πρέπει να ισχύει ότι:

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2 \iff x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2$$

Με άλλα λόγια, το μέγεθος:

$$f(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + z^2 - (ct)^2 \quad (1.1)$$

θα πρέπει να διατηρείται αναλλοίωτο μεταξύ των παρατηρητών των δύο διαφορετικών αδρανειακών συστημάτων. Οι συναρτήσεις αυτές, οι οποίες διατηρούν το μέγεθος (1.1) και κατ' επέκταση χρησιμοποιούνται για τη μετάβαση από το αδρανειακό σύστημα O σε ένα άλλο, το O' , ονομάζονται μετασχηματισμοί **Lorentz**:

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma[(t - (v^2 x/c^2))] \end{aligned} \quad (1.2)$$

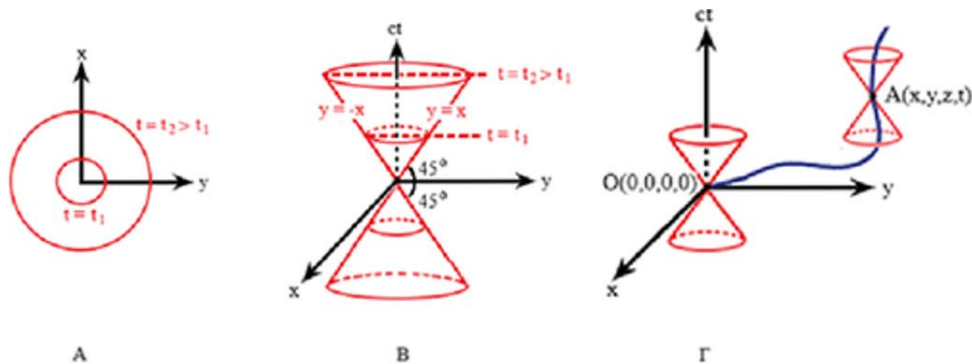
Ως γ ορίζεται ο παράγοντας Lorentz:

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (1.3)$$

Κάθε σημείο (x, y, z, t) του χώρου **Minkowski** λέγεται γεγονός. Η στοιχειώδης απόσταση μεταξύ δύο γεγονότων στον χώρο, η οποία καθορίζει τη γεωμετρία αυτού και είναι αναλλοίωτο μέγεθος υπό τους μετασχηματισμούς **Lorentz**, είναι το στοιχείο μήκους ή μετρική του χώρου:

$$ds^2 = -(ct)^2 + x^2 + y^2 + z^2 \quad (1.4)$$

Το φωτεινό σήμα θα ταξιδεύει στις χωρικές διαστάσεις ως μια σφαιρική επιφάνεια, ωστόσο η αποτύπωσή του στον νέο χώρο $(x, y, z \rightarrow 0, t)$ θα διαγράφει έναν κώνο, του οποίου η βάση είναι προσανατολισμένη κατά τη φορά του χρόνου. Αυτός είναι ο μελλοντικός κώνος φωτός.



Σχήμα 1.2: Το σφαιρικό φωτεινό σήμα στις δύο διαστάσεις (Α), ο κώνος φωτός (Β) και κοσμική γραμμή του σωματιδίου, μαζί με τον κώνο φωτός κάθε γεγονότος (Γ).

Γεγονότα εντός του κώνου φωτός έχουν πιθανότητα να πραγματοποιηθούν στο μέλλον, αφού γίνεται να αλληλεπιδράσουν με το σωματίδιο ταχύτητας $v < c$. Το ίδιο το φως ταξιδεύει, προφανώς, πάνω στην επιφάνεια του κώνου με τη μέγιστη ικανή ταχύτητα διάδοσης ενέργειας ($v = c$). Εκτός του κώνου, οποιαδήποτε πιθανή αλληλεπίδραση θα απαιτούσε $v > c$, πράγμα αδύνατο να συμβεί με (κατά τον **Maxwell**). Αντίστοιχα, γεγονότα που στο παρελθόν ($t < 0$) θα μπορούσαν να είχαν πραγματοποιηθεί, περιέχονται σε έναν παρελθοντικό κώνο φωτός. Μάλιστα, με βάση το πρόσημο της μετρικής (1.4), τα γεγονότα κατατάσσονται ως προς τη θέση τους στον μελλοντικό κώνο ως:

- Χρονοειδώς χωρισμένα, $ds^2 < 0$ (εντός του κώνου)
- Φωτοειδώς χωρισμένα, $ds^2 = 0$ (πάνω στον κώνο)
- Χωροειδώς χωρισμένα, $ds^2 > 0$ (εκτός του κώνου)

Η κίνηση ενός σωματιδίου στο επίπεδο $x-y$ εμφανίζεται, λόγω της χρονικής συνιστώσας, ως μια καμπύλη η οποία δεν είναι παρά ο γεωμετρικός τόπος των γεγονότων του σωματιδίου και ονομάζεται κοσμική γραμμή (μπλε καμπύλη στο Σχήμα 1.2).

1.2 Τετρανύσματα και μετρικές

Για την πιο εύστοχη ερμηνεία της ευρύτερης έννοιας του χωροχρόνου, εισάγεται ένα εργαλείο για τον ορισμό των αποστάσεων μεταξύ γεγονότων, αντίστοιχο του διανύσματος για τον Ευκλείδειο χώρο: Το τετράνυσμα.

$$\vec{x}^{\vec{\alpha}} = x^t \vec{e}_t + x^x \vec{e}_x + x^y \vec{e}_y + x^z \vec{e}_z = x^0 \vec{e}_0 + x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 \implies \vec{x}^{\vec{\alpha}} = \sum_{i=0}^3 x^i \vec{e}_i \quad (1.5)$$

όπου x^i είναι αυθαίρετες σταθερές (οι εκθέτες σε εκφράσεις τετρανυσμάτων δεν είναι δυνάμεις!) και $\vec{e}$ είναι τα ορθογώνια μοναδιαία τετρανύσματα βάσης ενός αδρανειακού συστήματος αναφοράς (x, y, z, t):

$$\vec{e}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{e}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Μάλιστα, χρησιμοποιώντας τη σύμβαση άθροισης του **Einstein** (ίδιοι άνω και κάτω δείκτες υποδηλώνουν άθροιση όρων) η έκφραση (1.5) για το τετράνυσμα $\vec{x}$ γράφεται ως:

$$\vec{x}^{\nu} = x^{\nu} \vec{e}_{\nu} \quad (1.7)$$

Από το γινόμενο, λοιπόν, δύο τετρανυσμάτων $\vec{x}^\nu$ και $\vec{x}^\mu$, κατά την (1.10) προκύπτει η ανάγκη ορισμού του μεγέθους:

$$\eta_{\mu\nu} = \vec{e}_\mu \vec{e}_\nu \quad (1.8)$$

Σε αυτό το σημείο, υπό την απαίτηση ότι το γινόμενο του τετρανύσματος μετατόπισης $\Delta\vec{x}$ πρέπει να ισούται με το τετράγωνο της απόστασης μεταξύ των σημείων που δηλώνουν κάθε στιγμή τα $\vec{x}^\nu$ και $\vec{x}^\mu$, δηλαδή:

$$\Delta s^2 = \Delta x^\mu \Delta x^\nu \quad (1.9)$$

(βλέπε Σχήμα 1.3), και με βάση την (1.7), ο όρος $\eta_{\mu\nu}$ δικαιολογείται να έχει τη μορφή μιας τετραγωνικής μήτρας, της οποίας οι γραμμές και οι στήλες αντιστοιχούν στις συντεταγμένες των τετρανυσμάτων:

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (m, n = 0, 1, 2, 3 \longleftrightarrow t, x, y, z) \quad (1.10)$$

Συνεπώς, η διαφορική μορφή του τετραγώνου της (1.4) θα είναι:

$$ds^2 = -(ct)^2 + x^2 + y^2 + z^2 \iff ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.11)$$

όπου το μέγεθος $\eta_{\mu\nu}$ ονομάζεται μετρικός τανυστής. Πρόκειται για μια 4×4 διαγώνιο μήτρα, η οποία καθορίζει τη μηδενική καμπυλότητα του χώρου **Minkowski**, αφού κάθε σημείο μένει ανεπηρέαστο από την απόσταση $\vec{x}$ από το σημείο αναφοράς.

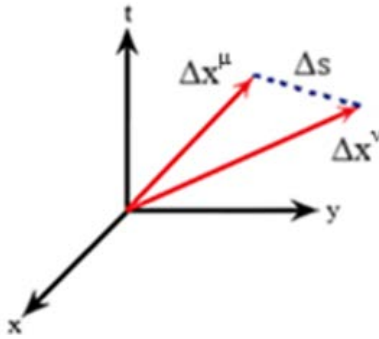
Βέβαια, αρκεί η μετατροπή του αναλλοίωτου στοιχείου (1.11) από το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (t, x, y, z) στο σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων (t, r, θ, ϕ) :

$$(1.10) \implies g_{\mu\nu}(x) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

φανερώνοντας, έτσι, ότι ο ίδιος τανυστής παρουσιάζει αμέσως εξάρτηση από τη θέση $\vec{x}(t, \vec{r})$ κάποιου γεγονότος, μετά από μια απλή αλλαγή συντεταγμένων.

Γενικά, η ουσία μιας μετρικής είναι να υποδείξει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του χωροχρόνου που περιγράφει, για το στοιχειώδες διάστημα των τετρανυσμάτων $\vec{x}$:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu \quad (m, n = 0, 1, 2, 3 \longleftrightarrow t, x, y, z) \quad (1.13)$$



Σχήμα 1.3: Τα τετρανύσματα $\vec{x}^\mu$ και $\vec{x}^\nu$ ορίζουν την απόσταση Δs στον χωροχρόνο.

1.3 Αρχή της Ισοδυναμίας

Ο χώρος **Minkowski** είναι ένας επίπεδος χωροχρόνος, στον οποίο κάθε γεγονός είναι ανεξάρτητο της θέσης ως προς το σημείο αναφοράς και χαρακτηρίζεται από τον ίδιο ρυθμό με τον οποίο κυλάει ο χρόνος. Ωστόσο, η γενίκευση σε διαφορετικές γεωμετρίες ξεκινά με κάποιες βασικές παρατηρήσεις πάνω σε αυτά τα βασικά σημεία.

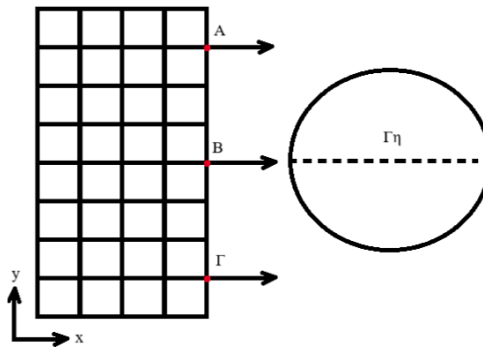
Σε ένα αδρανειακό σύστημα, τα ελεύθερα σωματίδια διατηρούν αναλλοίωτη την κινητική τους κατάσταση. Όντως, για ένα μακροσκοπικό και ουδέτερο ηλεκτρικά σωματίδιο (απουσία ηλεκτρομαγνητικής και πυρηνικής αλληλεπίδρασης) η τροχιά του μπορεί να προσδιοριστεί, γνωρίζοντας μόνο την αρχική του ταχύτητα. Ωστόσο, η ίδια του η μάζα (μέτρο αδράνειας της ύλης) το καθιστά έρμαιο της βαρύτητας, η οποία μοιάζει να είναι αναπόσπαστη ιδιότητα κάθε συστήματος και, βάσει του 2ου Νόμου του **Newton**, ανάλογη της μάζας αυτής κατά μια σταθερά επιτάχυνσης.

Έστω, λοιπόν, ότι σε έναν χώρο **Minkowski** χωρίς κανένα άλλο σώμα, άρα χωρίς κάποια βαρυτική αλληλεπίδραση, υπάρχει ένα σταθερά επιταχυνόμενο διαστημόπλοιο επί του yy' , το σύστημα O . Εντός του διαστημοπλοίου, ένας παρατηρητής δέχεται την επίδραση της κίνησης και μένει προσκολλημένος στο δάπεδο, ταξιδεύοντας στον χώρο με ταχύτητα ίση με εκείνη του διαστημοπλοίου. Διαισθητικά, θα βιώνει την ίδια εμπειρία με το να βρίσκεται σε ένα άλλο ακίνητο σύστημα O' εντός χώρου **Minkowski** με τη βαρύτητα να υπάρχει κανονικά και αυτός απλώς να ηρεμεί. Όμοια, το ενδεχόμενο για το σύστημα O να ακινητοποιηθεί ακαριαία, εκσφενδονίζοντας τον παρατηρητή κατά τη φορά που κινούταν και με την ταχύτητα που είχε τη στιγμή της ακινητοποίησης, είναι ανάλογο με το να πραγματοποιήσει το $O\tilde{A}$ μια ελεύθερη πτώση. Και οι δύο αυτές περιπτώσεις θα έχουν ως αποτέλεσμα ο παρατηρητής να αισθανθεί προσωρινά αβάρης.

Κάνοντας έναν παρόμοιο συλλογισμό, ο **Albert Einstein** διατύπωσε το 1907 την Αρχή της Ισοδυναμίας, μια από τις έννοιες-κλειδιά για την επέκταση του έργου της Θεωρίας της Σχετικότητας (και όπως ο ίδιος είπε, μια «από τις ομορφότερες σχέψεις» της ζωής του):

«Οι μετρήσεις του παρατηρητή σε ομοιόμορφο επιταχυνόμενο πεδίο, $F_i = m_i a$, είναι ισοδύναμες με τις μετρήσεις σε ομοιόμορφο βαρυτικό πεδίο, $F_g = G(m_g M)/r^2$.»

Η εξίσωση αυτή των δύο πεδίων προϋποθέτει την ταύτιση της αδρανειακής μάζας m_i με τη βαρυτική μάζα m_g , δύο έννοιες που ενώ διαισθητικά δε μοιάζουν να χρίζουν διάκρισης (και όντως, πειραματικά έχει αποδειχθεί με ποικίλους τρόπους η ισότητα τους, όπως στο πείραμα του Γαλιλαίου ή στα πιο σύγχρονα πειράματα των **Roll**, **Krotkov** και **Dicke**), στην πραγματικότητα κάθε μία πηγάζει από διαφορετικό θεωρητικό υπόβαθρο (Δεύτερος Νόμος του **Newton** και Νόμος της Παγκόσμιας Έλξης αντίστοιχα).



Σχήμα 1.4: Το αδρανειακό σύστημα O' βρίσκεται στο βαρυτικό πεδίο της $\Gamma\eta$. Τα σωματίδια A, B και Γ τείνουν να ακολουθήσουν τη συντομότερη καμπύλη προς το κέντρο του πεδίου. Ενώ το B ακολουθεί κάθετη τροχιά, τα A και Γ θα ακολουθήσουν αναγκαστικά παραβολικές τροχιές.

Βέβαια, σε ένα πραγματικό βαρυτικό πεδίο όπως της $\Gamma\eta$, το αδρανειακό σύστημα $O\tilde{E}$ θα εκτελέσει αναμενόμενα μια ευθύγραμμη τροχιά από τη στιγμή που δεν του ασκείται κάποια δύναμη πλην του βάρους του. Το ζήτημα είναι ότι σε κάποια απόσταση από την επιφάνεια, εύκολα παρατηρεί κανείς ότι το πεδίο αυτό δεν είναι ομοιόμορφο (βλέπε το Σχήμα 1.4).

Όσο το $O\tilde{E}$ πλησιάζει την επιφάνεια, είναι φανερό ότι είναι αδύνατο να διατηρηθεί το αναλλοίωτο πλέγμα του χώρου **Minkowski** γύρω από τον (προσεγγιστικά) σφαιρικό πλανήτη, αφού η παραμόρφωση θα γίνεται ολοένα και εντονότερη πλησιέστερα του κέντρου, προκαλώντας παράλληλα και την επιβράδυνση του ρυθμού του χρόνου στα σημεία όπου η παραμόρφωση είναι εντονότερη.

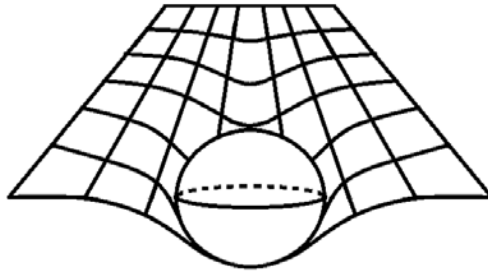
Προκύπτει ότι μόνο από την ύπαρξη σφαιρικής συμμετρίας σε βαρυτικό πεδίο, προκαλούνται ανομοιομορφίες που αντιτίθενται στα βασικά σημεία που αναφέρθηκαν στην αρχή της ενότητας:

- Κάθε γεγονός δεν είναι ανεξάρτητο της θέσης ως προς το σημείο αναφοράς, αφού στον πραγματικό χωροχρόνο είναι αδύνατο να υπάρξει ένα μοναδικό και παγκόσμιο

αδρανειακό σύστημα, από τη στιγμή που υφίστανται ανομοιόμορφα βαρυτικά πεδία (αυτό διαπιστώνεται και από τον μετρικό τανυστή της 1.12).

- Κάθε γεγονός δε χαρακτηρίζεται από τον ίδιο τον ίδιο ρυθμό με τον οποίο κυλάει ο χρόνος, λόγω της ανομοιομορφίας του βαρυτικού πεδίου.

Προκειμένου να διατηρηθεί η Αρχή της Ισοδυναμίας, γίνεται η προσέγγιση ότι σε αρκούντως μικρές κλίμακες ο πραγματικός χωροχρόνος είναι όντως αδρανειακός, στην ίδια λογική όπου ένα πολύ μικρό τμήμα της επιφάνειας μιας σφαίρας μπορεί να θεωρηθεί επίπεδο και να προσεγγιστεί αναλόγως. Η ισοδυναμία, λοιπόν, βαρυτικών και επιταχυνόμενων πεδίων αποκτά έναν τοπικό χαρακτήρα πάνω σε καμπυλωμένους χωροχρόνους, ακολουθώντας ανάλογη γεωμετρία.



Σχήμα 1.5: Η καμπύλωση χωροχρόνου δύο διαστάσεων γύρω από σφαιρική μάζα.

1.4 Η Εξίσωση Einstein

Η παραμόρφωση του χωροχρόνου λόγω της μάζας των σωμάτων είναι η κεντρική ιδέα για τη γενίκευση της ΕΘΣ, αφού καθιστά αδύνατον να οριστεί ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς για την περιγραφή ολόκληρου του χωροχρόνου, από τη στιγμή που αυτός δεν ακολουθεί παντού την ίδια (επίπεδη) γεωμετρία. Για αυτόν τον λόγο, απαιτώνται κατάλληλες μαθηματικές οντοότητες που θα συσχετίζουν την καμπύλωση του χωροχρόνου με την ενέργεια της εκάστοτε μάζας που την προκαλεί, διατηρώντας πάντα (κατά την Αρχή της Ισοδυναμίας) τα πορίσματα της ΕΘΣ στο όριο των μικρών περιοχών.

Ο μετρικός τανυστής (1.10), μηδενίζεται σε κάθε σημείο με την παραγωγήσή του ως προς τις συνιστώσες του τετρανύσματος $\vec{x}^{\alpha}$, όντας σταθερός:

$$\partial_{\vec{x}^{\alpha}} \eta_{\mu\nu} = 0$$

Ωστόσο, όπως αναφέρθηκε μέσω της (1.12), η καμπυλότητα συνεπάγεται με συσχέτιση

του τανυστή με τη θέση, συνεπώς:

$$\partial \vec{x}^{\vec{a}} g_{\mu\nu}(\vec{x}) \neq 0$$

Με βάση την Αρχή της Ισοδυναμίας, πρέπει τοπικά ο $g_{\mu\nu}(\vec{x})$ να ταυτίζεται με τον $\eta_{\mu\nu}$ και για αυτό εισάγεται η συναλλοίωτη παράγωγος ∇_ρ :

$$\nabla_\rho g_{\mu\nu}(\vec{x}) = \partial_\rho g_{\mu\nu}(\vec{x}) - \Gamma_{\rho\nu}^\alpha g_{\lambda\mu}(\vec{x}) - \Gamma_{\rho\mu}^\alpha g_{\lambda\nu}(\vec{x}) \quad (1.14)$$

όπου Γ τα σύμβολα **Christoffel**:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\alpha = \frac{1}{2} g^{\alpha\rho}(\vec{x}) [\partial_\mu g_{\rho\nu}(\vec{x}) + \partial_\nu g_{\rho\mu}(\vec{x}) - \partial_\rho g_{\mu\nu}(\vec{x})] \quad (1.15)$$

είναι συντελεστές σύνδεσης που εξασφαλίζουν να ενώσουν (να συνδέσουν) κατάλληλα τα σημεία του καμπύλου χωροχρόνου, για τη διατήρηση της συνέχειας. Παρατηρείται ότι για $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha = 0$, η μετρική ταυτίζεται με την αναμενόμενη μηδενική τιμή του $\eta_{\mu\nu}$.

Ένας χώρος ο οποίος προκύπτει από την ομαλή σύνδεση σημείων και που δύναται να καμπυλωθεί, παρά την επίπεδη φύση του σε τοπικές κλίμακες, ονομάζεται πολλαπλότητα n διαστάσεων, $\mathbb{R}^n$. Εν προκειμένω, δηλαδή, ένας καμπυλωμένος χωροχρόνος, ο οποίος τοπικά ερμηνεύεται και ως χώρος **Minkowski** είναι μια πολλαπλότητα $\mathbb{R}^4$.

Στη βάση ότι η μηδενική τιμή των συμβόλων **Christoffel** συνεπάγεται με μηδενική καμπυλότητα, άρα επίπεδο χωροχρόνο, δημιουργείται ένας τανυστής που αναλαμβάνει τον ρόλο του μετρικού, αλλά για τον καμπύλο χωροχρόνο. Αυτός είναι ο τανυστής **Riemann**:

$$R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\nu\mu}^\lambda \Gamma_{\lambda\sigma}^\rho - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \Gamma_{\lambda\sigma}^\rho \quad (1.16)$$

Με βάση τα παραπάνω, όποτε ο τανυστής **Riemann** δεν είναι ίσος με μηδέν, τότε ο χωροχρόνος που περιγράφεται δεν είναι επίπεδος. Πραγματοποιώντας συστολή τανυστή στην (1.16), προκύπτει ο τανυστής **Ricci**:

$$\xrightarrow{\rho=\sigma} R_{\sigma\mu\nu}^\rho = R_{\rho\mu\nu}^\rho \implies R_{\sigma\mu\nu}^\rho = R_{\mu\nu} \quad (1.17)$$

και χρησιμοποιώντας εν συνεχεία τον ανταλλοίωτο μετρικό τανυστή $g^{\mu\nu}(\vec{x})$ (ο οποίος δεν είναι παρά ο αντίστροφος του συναλλοίωτου $g_{\mu\nu}(\vec{x})$, όπως ισχύει για κάθε σχέση μεταξύ ανταλλοίωτου και συναλλοίωτου τανυστή) προκύπτει το βαθμωτό μέγεθος **Ricci**:

$$(1.17) \implies g^{\mu\nu}(\vec{x}) R_{\mu\nu} = R_\mu^\mu \implies g^{\mu\nu}(\vec{x}) R_{\mu\nu} = R \quad (1.18)$$

Εδώ πρέπει να εισαχθεί μια κρίσιμη ποσότητα για τη ΓΘΣ, η οποία βασίζεται ακριβώς στο γεγονός ότι η πολλαπλότητα $\mathbb{R}^4$ είναι ένα συνεχές μέσο, σαν ένα ρευστό, του οποίου

η συνεκτικότητα εξασφαλίζεται και από τα σύμβολα **Christoffel**.

Στην Κλασική Μηχανική, η περιγραφή σωματιδίων γίνεται προσιτή με χρήση της Λαγκρανζιανής συνάρτησης $\mathcal{L}(q, \dot{q}, t)$, όπου $q = q(t)$ οι γενικευμένες συντεταγμένες. Η ανάλογη ποσότητα στην ΓΘΣ, όπου πλέον ο ίδιος ο χώρος είναι δυναμικός και αλληλένδετος με τον χρόνο, είναι η Λαγκρανζιανή πυκνότητα $\mathcal{L}[\phi(x^\mu), \nabla\phi(x^\mu), g_{\mu\nu}]$. Χάρη σε αυτήν προκύπτει η λεγόμενη δράση **Einstein-Hilbert**, όμοια με την αντίστοιχη διαδικασία της Κλασικής Μηχανικής:

$$S_{EH} = \frac{1}{2} \int R \mathcal{L} dV \implies S_{EH} = \frac{c^3}{16\pi G} \int \sqrt{-g}(R - 2\Lambda) d^4x \quad (1.19)$$

όπου g η ορίζουσα του μετρικού τανυστή $g_{\mu\nu}$ (το αρνητικό πρόσημο εξασφαλίζει ότι ο όρος $\sqrt{-g}$ είναι θετικός, αφού ο μετρικός τανυστής $g_{\mu\nu}$ έχει μία ιδιοτιμή και άρα η ορίζουσα είναι αρνητική), R το βαθμωτό Ricci (1.17), Λ η κοσμολογική σταθερά και G η βαρυτική σταθερά του Newton. Μεταβάλλοντας την (1.19), έχοντας υπόψιν την (1.18):

$$\left. \begin{aligned} \delta(\sqrt{-g}R) &= \sqrt{-g}(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu})\delta g^{\mu\nu} \\ -2\Lambda\delta\sqrt{-g} &= \Lambda\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu} \\ \delta R_{\mu\nu} &= \nabla_\rho\delta\Gamma_{\mu\nu}^\rho - \nabla_\nu\delta\Gamma_{\mu\rho}^\rho \\ g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu} &= \nabla_\mu(g^{\rho\nu}\delta\Gamma_{\mu\nu}^\rho - g^{\mu\nu}\delta\Gamma_{\mu\rho}^\rho) = \nabla_\mu X^\mu \end{aligned} \right\} \implies$$

$$\implies \delta S_{HE} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \right) \delta g^{\mu\nu} + \nabla_\mu X^\mu \right] \quad (1.20)$$

Από την (1.20) μπορεί να οριστεί ο τανυστής Einstein, $G_{\mu\nu}$, ο οποίος περιέχει τις γεωμετρικές πληροφορίες της καμπύλωσης του χωροχρόνου:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} \quad (1.21)$$

Απαιτώντας η μεταβολή της δράσης να είναι μηδενική, προκύπτει η σχέση των πεδιακών εξισώσεων Einstein για έναν άδειο, άρα και επίπεδο, χωροχρόνο. Αυτό διακρίνεται εύκολα, παρατηρώντας ότι όλοι οι όροι (ο τανυστής Riemann, $R_{\mu\nu}$, το βαθμωτό μέγεθος Ricci, R , και ο μετρικός τανυστής, $g_{\mu\nu}$) είναι αμιγώς γεωμετρικοί:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 0 \implies G_{\mu\nu} = -\Lambda g_{\mu\nu}$$

Η ιδέα ότι η γεωμετρική παραμόρφωση του χωροχρόνου, η οποία τελικά είναι η λεγόμενη βαρύτητα, προκαλείται από τη μάζα που βρίσκεται εντός αυτού, απαιτεί την συνύπαρξη γεωμετρίας και μάζας (ή απλά ενέργειας, κοιτώντας τη μεγαλύτερη εικόνα) στην ίδια εξίσωση.

Για αυτόν τον σκοπό, χρησιμοποιείται μια έκφραση της δράσης που περιέχει, εκτός από τις ιδιότητες του χωροχρόνου κατά την (1.19), και αυτές της μάζας:

$$S = S_{EH} + S_{matter}$$

Συνεπώς:

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}) \delta g^{\mu\nu} + \nabla_\mu X^\mu \right] + \int d^4x \sqrt{-g} T_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu}$$

από όπου προκύπτει, για $\delta S = 0$, η πλήρης μορφή των πεδιακών εξισώσεων Einstein :

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1.22)$$

Το ανάλογο μέγεθος με τον όρο $(R - 2\Lambda)$ για τη δράση της μάζας είναι ο τανυστής ενέργειας-ορμής, $T_{\mu\nu}$:

$$T_{\mu\nu} \equiv - \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{matter}}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (1.23)$$

Η σχέση (1.22) αποτελείται από δύο μέρη: Το αριστερό, που περιέχει όλους τους όρους γεωμετρίας, και το δεξί, που περιέχει τον όρο ενέργειας. Ιδιαίτερα, η κοσμολογική σταθερά Λ επιτελεί έναν ιδιαίτερο ρόλο αντιστάθμισης, ο οποίος στην πραγματικότητα εισήχθη καταναγκαστικά από τον Einstein.

Χωρίς να συμπεριληφθεί η σταθερά, οι πεδιακές εξισώσεις γράφονται ως:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1.24)$$

Η τελευταία σχέση περιγράφει πώς ο χωροχρόνος καμπυλώνεται από την ενέργεια της ύλης, ωστόσο δεν αποκλείει διόλου οποιαδήποτε περίπτωση δυναμικής κίνησής του, δηλαδή τη διαστολή ή τη συστολή του. Κατά τον Einstein, τα μαθηματικά της τελευταίας σχέσης επιτρέπουν την σύνθλιψη της ύλης εξαιτίας της βαρυτικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωμάτων, όμως δεδομένου του ότι το σενάριο αυτό της συστολής δεν προέκυπτε από τις παρατηρήσεις της εποχής, η ύπαρξη ενός αποτρεπτικού όρου στην εξίσωση έμοιαζε αναγκαία στα μάτια του.

Περισσότερα για την κοσμολογική σταθερά γράφονται στην ενότητα 2.5. Πρέπει, ωστόσο, να αναφερθεί εδώ ότι ο ίδιος ο Albert Einstein θα αναθεωρούσε στην πορεία και θα αποδεχόταν ότι ο συλλογισμός του πάνω στο θέμα του δυναμικού σύμπαντος δεν ήταν σωστός.

Κεφάλαιο 2

ΓΙΑ ΕΝΑ ΣΥΓΧΡΟΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Οι εργασίες για τη θεμελίωση της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας αποτελούν με έναν τρόπο την απαρχή της σύγχρονης κοσμολογίας, αφού παρέχουν τα μαθηματικά εργαλεία για τη μοντελοποίηση τόσο της βαρυτικής αλληλεπίδρασης, όσο και του χωροχρόνου εντός του οποίου αυτή δρα. Στο Πρώτο Κεφάλαιο, ωστόσο, η όποια μοντελοποίηση έγινε στοιχειωδώς και σε πολύ συγκεκριμένα, θεωρητικά παραδείγματα (είτε σε ένα διαστημόπλοιο που ταξίδευε στο απόλυτο κενό, είτε γύρω από έναν σφαιρικό πλανήτη), αλλά και με μια υπόθεση να υποβόσκει: Ο χωροχρόνος κοντά σε μια μάζα καμπυλώνει και μακριά από κάθε μάζα είναι τύπου **Minkowski**. Κατά τα λοιπά, η κυρίαρχη κοσμολογική άποψη στις αρχές του 20ου αιώνα, όταν η ίδια η ΓΘΣ ήταν στα γεννοφάσκια της, ήταν ότι το σύμπαν είναι ένας άπειρος σε διαστάσεις, αιώνιος σε διάρκεια, στατικός στην ολότητά του χώρος.

Με έναν τρόπο, όσα αναφέρθηκαν στο Πρώτο Κεφάλαιο δεν αναιρούν αυτήν τη ξεπερασμένη αντίληψη, η οποία δεν άντεξε υπό το βάρος παρατηρησιακών δεδομένων που έφεραν επανάσταση στην αστροφυσική και την κοσμολογία και προέκυψαν από πληθώρα πειραμάτων, όπως αυτά των **Hubble**, **Eddington** και **Slipher**.

Η αξιοποίηση της ΓΘΣ στην προσπάθεια εύρεσης πειστικών κοσμολογικών μοντέλων έχει ως προαπαιτούμενο, λοιπόν, τον ορισμό ενός πλαισίου αξιωμάτων βασισμένου σε παρατηρησιακά δεδομένα, εντός του οποίου θα μπορεί κανείς να εργαστεί για να εξάγει έγκυρα συμπεράσματα για τις κοσμικές διεργασίες.

Αυτό το κεφάλαιο αρχικά θέτει τα βασικά αξιώματα που κλήθηκαν οι επιστήμονες να κάνουν στις αρχές του 20ου αιώνα, προκειμένου να εφαρμοστεί όσο πιο αποτελεσματικά γίνεται η ΓΘΣ στην έρευνα της κοσμολογίας και αγγίζει το παρόν, ακολουπώντας το μοντέλο που προκρίνεται ως το κατάλληλο για την εξήγηση του Κόσμου.

2.1 Η Κοσμολογική Αρχή

Οι δύο πυλώνες της σύγχρονης κοσμολογίας, οι οποίοι συνθέτουν την Κοσμολογική Αρχή, είναι η ομογένεια και η ισοτροπία:

«Το Σύμπαν, υπό αρκούντως μεγάλη κλίμακα, είναι ομογενές και ισότροπο.»

Η ομογένεια δηλώνει ότι η μέση τιμή πυκνότητας της μάζας είναι η ίδια σε όλο το σύμπαν, γεγονός που σημαίνει ότι οποιαδήποτε περιοχή του δε θα διαφέρει από καμία άλλη ως προς τη σύστασή της. Η ισοτροπία δηλώνει ότι ανεξαρτήτως κατεύθυνσης παρατήρησης, τα δεδομένα που αντλούνται θα είναι κατά μέσο όρο ίδια, με άλλα λόγια δεν υπάρχει κάποια κατεύθυνση επί της οποίας η ύλη συμπεριφέρεται διαφορετικά ως προς τις άλλες. Συνοπτικά, οι δύο αυτές έννοιες εξασφαλίζουν τη λεγόμενη συμμετρία του σύμπαντος ως προς τη θέση (μια θέση παρατήρησης δε διαφέρει καθόλου από οποιαδήποτε άλλη) και ως προς την περιστροφή (όπως και να στραφεί ο παρατηρητής, δε θα εντοπίσει πουθενά κάποια απόκλιση στις μετρήσεις του).

Το κρίσιμο σημείο της Αρχής αφορά τη «μεγάλη κλίμακα». Για παράδειγμα, σε ένα ηλιακό σύστημα είναι προφανές ότι η συγκέντρωση της μάζας στον αστέρα ή στο σύστημα αστερών που βρίσκεται στο κέντρο είναι συντριπτικά μεγαλύτερη από ότι είναι οπουδήποτε αλλού στο σύστημα αυτό. Ανεβαίνοντας τάξεις μεγέθους, σε έναν γαλαξία η πυκνότητα των αστερών αυξάνεται σημαντικά πλησιάζοντας προς το κέντρο του, κάνοντάς τον μια όχι και τόσο ομογενή αστρική δομή. Στην πραγματικότητα, για να επέλθει η παρατήρηση συνεχούς, ομογενούς κοσμικού περιβάλλοντος σε έναν ικανοποιητικό βαθμό, οι περιοχές μελέτης θα πρέπει να είναι μιας κλίμακας αρκετά μεγαλύτερης των 10 Mpc.

Η ομογένεια και η ισοτροπία είναι δύο έννοιες των οποίων η διάκριση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, έως και απαραίτητη, προς αποφυγήν οποιασδήποτε σύγχυσης. Σχηματικά, ο απλούστερος τρόπος να αφομοιωθεί η διαφορά τους είναι ο εξής:

Καθολική Ισοτροπία $\Rightarrow$ Καθολική Ομογένεια

Καθολική Ομογένεια $\nRightarrow$ Καθολική Ισοτροπία

Ένα σύμπαν το οποίο είναι ισότροπο παντού, χωρίς καμία προτίμηση στις διευθύνσεις που επιλέγουν οι παρατηρητές του για να πραγματοποιήσουν πειράματα και να συλλέξουν δεδομένα, είναι εξ ορισμού και ομογενές, αφού δε θα παρατηρούνταν καμία διαφορά στα μετρούμενα μεγέθη, συνεπώς ούτε και στην πυκνότητα της μάζας. Αντίθετα, ένα ομογενές σύμπαν δεν αποκλείει το ενδεχόμενο η ύλη να ακολουθεί, παραδείγματος χάριν, κάποια συγκεκριμένη κατεύθυνση κίνησης, αλλοιώνοντας έτσι τις παρατηρήσεις.

Η Κοσμολογική Αρχή αποτελεί το βασικότερο πλαίσιο αξιωμάτων, η ανάγκη του οποίου αναφέρθηκε προηγουμένως, αφού ορίζει έναν συγκεκριμένο τόνο στην αναζήτηση

κοσμολογικών μοντέλων: Το σύμπαν είναι παντού το ίδιο χωρίς οποιαδήποτε προνομιούχο περιοχή ή κατεύθυνση, με τους νόμους της Φυσικής να ισχύουν παντού και να παρέχουν τα ίδια αποτελέσματα για τα ίδια πειράματα.

2.2 Από την μετρική FLRW, στις εξισώσεις Friedmann

Το 1922, ο Alexander Friedmann έλυσε τις πεδιακές εξισώσεις όπως αυτές παρουσιάζονται στην (1.24). Ο Friedmann, αντίθετα από τους ενδοιασμούς του Einstein, βασίστηκε στη διατύπωση όπου η κοσμολογική σταθερά είναι μηδενική:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

Το κοσμολογικό μοντέλο που αναδύθηκε είναι αυτό ενός μη στατικού, για την ακρίβεια διαστελλόμενου σύμπαντος, στο οποίο ο χωροχρόνος και η ύλη που τον καμπυλώνει ακολουθούν την Κοσμολογική Αρχή. Η λύση της (2.1) στο πλαίσιο αυτό του δυναμικού σύμπαντος απαιτεί φυσικά και μια μετρική που θα περιέχει αυτές τις ιδιότητες της καμπύλωσης και της διαστολής.

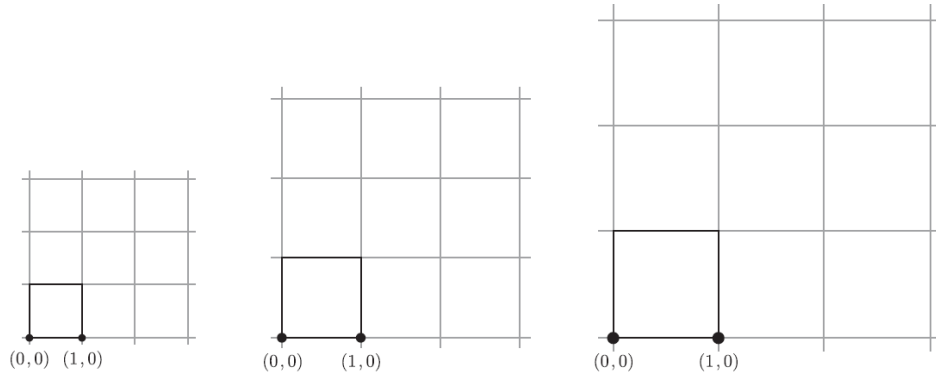
Στη βάση της (1.12), ο μετρικός τανυστής $g_{\mu\nu}$ για το κοσμολογικό αυτό μοντέλο είναι:

$$g_{\mu\nu}(x) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha^2(t)r^2\sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Τα δύο νέα μεγέθη που εμφανίζονται στον τανυστή είναι η σταθερά καμπύλωσης k και ο παράγοντας κλίμακας $\alpha(t)$, τα οποία επεξηγούνται στη συνέχεια. Προς το παρόν, μέσω της (1.13) και για $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \longleftrightarrow t, r, \theta, \phi$:

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{00}(x)(dx^0)^2 + g_{11}(x)(dx^1)^2 + g_{22}(x)(dx^2)^2 + g_{33}(x)(dx^3)^2 \implies \\ &\implies ds^2 = -dt^2 + \frac{\alpha^2(t)}{1-kr^2}dr^2 + [\alpha^2(t)r^2]d\theta^2 + [\alpha^2(t)r^2\sin^2\theta]d\phi^2 \\ &\implies ds^2 = -(cdt)^2 + \alpha^2(t) \left[\frac{1}{1-(rk)^2}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \end{aligned} \quad (2.3)$$

Αυτή είναι η μετρική Friedman-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Εύκολα διακρίνεται ότι ακολουθεί σφαιρική συμμετρία, ενώ παραμένει αναλλοίωτη κάτω από μετασχηματισμούς συντεταγμένων, εξασφαλίζοντας με αυτόν τον τρόπο την καθολική ισοτροπία (το σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων είναι εκ φύσεως ισοτροπικό), άρα και την καθολική ομογένεια.



Σχήμα 2.1: Συγκινούμενο σύστημα συντεταγμένων, στο οποίο η απόσταση $\Delta x = 1$ μεταξύ των σημείων $(0,0)$ και $(1,0)$ διατηρείται υπό τον σταθερό παράγοντα κλίμακας.

Η έκφραση ενός σύμπαντος που διαστέλλεται αντί να μένει αιωνίως στατικό γίνεται με τον κοσμικό παράγοντα κλίμακας, $\alpha(t)$, σκοπός του οποίου είναι να προσδιορίζει την επέκταση του χώρου, διατηρώντας πάντα τα εκάστοτε σώματα στις αρχικές τους θέσεις. Στο παραπάνω Σχήμα 2.1 αποτυπώνεται η σχέση που ενώνει την φυσική τους απόσταση, x , κάποιων δύο σωμάτων με την συγκινούμενη απόστασή τους, $r(t)$, αυτήν δηλαδή που τα χωρίζει κατά την κίνηση και παραμένει αναλλοίωτη:

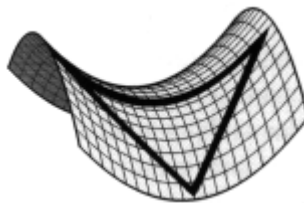
$$x(t) = \alpha(t)\vec{r} \quad (2.4)$$

Δεδομένης της συμμετρίας του κοσμολογικού μοντέλου που παρουσιάζει η μετρική (2.3), σε κάθε σημείο ο παράγοντας κλίμακας θα είναι ο ίδιος.

Η μετρική FLRW περιγράφει την ελάχιστη δυνατή απόσταση δύο σημείων του χωροχρόνου, ο οποίος πλέον εκτός από το ότι θεωρείται ομογενής, ισότροπος και καμπυλωμένος γύρω από συγκεντρώσεις ύλης, διαστέλλεται κιόλας. Πάντως, όπως γράφεται στο τέλος της ενότητας 1.2, «η ουσία μιας μετρικής είναι να υποδείξει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του χωροχρόνου που περιγράφει». Για την FLRW, η σταθερά καμπύλωσης, k , καθορίζει με το πρόσημό της τρεις πιθανές γεωμετρίες που ικανοποιούν την (2.2):

- $k < 0$: Αρνητική καμπυλότητα

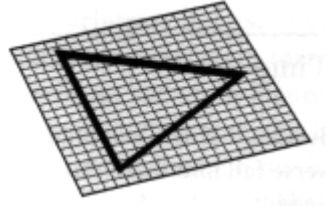
Το σύμπαν ακολουθεί υπερβολική γεωμετρία και είναι άπειρο (ανοιχτό σύμπαν).



Σχήμα 2.2: Υπερβολικός χωροχρόνος δύο διαστάσεων.

- $k = 0$: Μηδενική καμπυλότητα

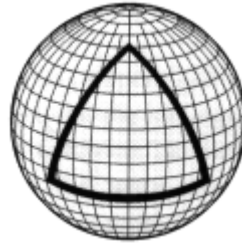
Το σύμπαν ακολουθεί Ευκλείδεια γεωμετρία και είναι άπειρο, αλλά επίπεδο.



Σχήμα 2.3: Επίπεδος χωροχρόνος δύο διαστάσεων.

- $k > 0$: Θετική καμπυλότητα

Το σύμπαν ακολουθεί σφαιρική γεωμετρία και είναι πεπερασμένο (κλειστό σύμπαν).



Σχήμα 2.4: Σφαιρικός χωροχρόνος.

Με την μετρική **FLRW** να ορίζει τη γεωμετρία του χωροχρόνου, η επίλυση των εξισώσεων **Einstein** έγκειται πλέον στον υπολογισμό του τανυστή **Riemann**, $R_{\mu\nu}$, του βαθμωτού με-
γέθους **Ricci**, R , και του τανυστή ενέργειας-ορμής, $T_{\mu\nu}$.

Ξεκινώντας από την (1.15) και για $\alpha = 0, 1, 2, 3 \longleftrightarrow t, r, \theta, \phi$ και $\mu, \nu = 1, 2, 3 \longleftrightarrow r, \theta, \phi$:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2} g^{\alpha\rho}(\vec{x}) [\partial_{\mu} g_{\rho\nu}(\vec{x}) \partial_{\nu} g_{\rho\mu}(\vec{x}) - \partial g_{\mu\nu}(\vec{x})]$$

Οι πίνακες που αναδεικνύονται από την τελευταία σχέση:

$$\Gamma_{\mu\nu}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha\dot{\alpha}}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha\dot{\alpha}r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha\dot{\alpha}r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{\mu\nu}^1 = \begin{bmatrix} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r(1-kr^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(1-kr^2) \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^2 = \begin{bmatrix} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta \cos\theta \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{\mu\nu}^3 = \begin{bmatrix} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} \\ 0 & 0 & 0 & \cot\theta \\ 0 & \frac{1}{r} & \cot\theta & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Έπειτα, μέσω της (1.16):

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu}\Gamma_{\nu\sigma}^{\rho} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\rho} + \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda}\Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho} - \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}\Gamma_{\lambda\sigma}^{\rho}$$

υπολογίζονται τα στοιχεία του τανυστή **Riemann**, και μάλιστα το ενδιαφέρον κατά την επίλυση έχουν εκείνα με κοινό δείκτη στην άνω και την κάτω μεσαία θέση, αφού αυτά τα στοιχεία απαιτώνται για να προσδιοριστεί το R :

$$R_{tt} = R_{t\mu t}^{\mu} = R_{trt}^r + R_{t\theta t}^{\theta} + R_{t\phi t}^{\phi} = -3\frac{\ddot{\alpha}}{\alpha}$$

$$R_{rr} = R_{r\mu r}^{\mu} = \frac{\alpha\ddot{\alpha}}{1-(rk)^2} + \frac{2\dot{\alpha}^2}{1-(rk)^2} + \frac{2}{K^2[1-(rk)]^2} \quad (2.6)$$

$$R_{\theta\theta} = R_{\theta\mu\theta}^{\mu} = r^2\alpha\ddot{\alpha} + 2r^2\dot{\alpha}^2 + 2(rk)^2$$

$$R_{\phi\phi} = R_{\phi\mu\phi}^{\mu} = r^2\alpha\ddot{\alpha}\sin^2\theta + 2r^2\dot{\alpha}^2\sin^2\theta + 2(rk)^2\sin^2\theta$$

Τα παραπάνω είναι τα διαγώνια στοιχεία του τανυστή **Ricci**. Μέσω της (1.17), υπολογίζεται το βαθμωτό μέγεθος R :

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} = -6\frac{\ddot{\alpha}}{\alpha} - 6\left(\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right)^2 - 6\left(\frac{k}{a}\right)^2 \quad (2.7)$$

Οι σχέσεις (2.4) και (2.5) καλύπτουν το αριστερό μέρος της (2.1), το «γεωμετρικό». Τώρα, μεταπηδώντας στο δεξί μέρος, το «ενεργειακό», υιοθετείται το κοσμολογικό μοντέλο του κοσμικού ρευστού: Κάθε μορφή ύλης και ακτινοβολίας (κάθε μορφή ενέργειας δηλαδή) αντιμετωπίζεται ως ένα ιδανικό ρευστό με το οποίο το σύμπαν έχει κορεστεί. Ένα ιδανικό ρευστό είναι εκ φύσεως καθολικά ισοτροπικό και με την μακροσκοπική 4-ταχύτητά του να εξαρτάται αποκλειστικά από την χρονική συντεταγμένη:

$$u^{\nu} = (1, 0, 0, 0)$$

Με βάση αυτό, ο τανυστής ενέργειας-ορμής γράφεται ως:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u^{\mu}u^{\nu} - pg_{\mu\nu} \quad (2.8)$$

όπου ρ και p η πυκνότητα ενέργειας και η πίεση του κοσμικού ρευστού αντίστοιχα. Μάλι-

στα, η εφαρμογή του ταυυστή αυτού στην αρχή διατήρησης ενέργειας-ορμής:

$$\nabla_{\mu} T^{\mu\nu} = 0$$

οδηγεί σε μια πολύ σημαντική σχέση για τις υποθέσεις πάνω στην εξέλιξη του σύμπαντος, την εξίσωση συνέχειας για το κοσμικό ρευστό:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}(\rho + p) = 0 \quad (2.9)$$

Η (2.9) θα έρθει στο προσκήνιο παρακάτω, στην ενότητα 2.4. Μένοντας προς το παρόν στον ταυυστή T του κοσμικού ρευστού, τα διαγώνια στοιχεία του είναι:

$$T_{tt} = \rho g_{tt} \quad (2.10)$$

$$T_{ii} = -p g_{ii}$$

Οπότε, έχοντας σε αυτό το σημείο τις (2.2), (2.6), (2.7) και (2.10) και εν συνεχεία εφαρμόζοντάς τις στην (2.1) χωριστά ως προς τις συντεταγμένες (χρονικά και χωρικά):

$$\left(\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho - \frac{k}{\alpha^2} \quad (2.11)$$

$$\frac{\ddot{\alpha}}{\alpha} = -\frac{4\pi}{3c^2}G(\rho c^2 + 3p)$$

Οι εξισώσεις (2.11), γνωστές και ως εξισώσεις **Friedmann**, ανήκουν στις πιο σημαντικές εξισώσεις της κοσμολογίας, επειδή συνδέουν τον ρυθμό διαστολής του σύμπαντος, $\dot{\alpha}$, με την πυκνότητα και την πίεση της ύλης εντός αυτού, ρ και p αντίστοιχα. Στην πρώτη εκφράζεται η αύξηση του ρυθμού διαστολής ανάλογα με την πυκνότητα της ύλης, ενώ στη δεύτερη είναι η επιτάχυνση της διαστολής που μειώνεται όσο αντιστρόφως ανάλογα της πίεσης της ύλης.

Συμπεριλαμβάνοντας την κοσμολογική σταθερά Λ στους υπολογισμούς, οι (2.11) γράφονται ως εξής:

$$\left(\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho - \frac{k}{\alpha^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.12)$$

$$\frac{\ddot{\alpha}}{\alpha} = -\frac{4\pi}{3c}G(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$

2.3 Η ανακάλυψη του **Hubble** και οι παράμετροι πυκνότητας

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ο **Einstein** αποδέχτηκε ότι η προσπάθεια που κατέβαλε για να αναγκάσει το σύμπαν που περιέγραφαν οι εξισώσεις να είναι στατικό, εισάγοντας την κοσμολογική σταθερά, ήταν λανθασμένη. Η αποδοχή αυτή ήρθε αμετάκλητα το 1931, όταν επισκέφθηκε το Παρατηρητήριο του όρους **Wilson** και συνάντησε τον αστρονόμο **Edwin Hubble**, ο οποίος εργάζοταν πάνω στο ζήτημα της διαστολής που προέβλεπε και η Γενική Θεωρία.

Το 1923, ο **Hubble** βασίστηκε στο έργο των **Henrietta Swan Leavitt** και **Harlow Shapley** στις Κηφείδες, οι οποίες είναι αστέρια με περιοδική φωτεινότητα, και κατάφερε να συσχετίσει το χαρακτηριστικό αυτό των αστεριών με την απόστασή τους από τον παρατηρητή. Εξετάζοντας το -τότε χαρακτηριζόμενο ως- νεφέλωμα της Ανδρομέδας, μέτρησε την απόσταση του από τη Γη περίπου στα 900.000 έτη φωτός (σήμερα η έγκυρη απόσταση τοποθετείται στα 2.5 εκατομμύρια έτη φωτός), δηλαδή πάνω από την δεκαπλάσια απόσταση που μεσολαβεί μεταξύ του πλανήτη μας και των μακρυνότερων σωμάτων του δικού μας Γαλαξία. Η διαπίστωση αυτή, η οποία έγινε σε πληθώρα νεφελωμάτων πέραν της Ανδρομέδας, οδήγησε στην κατάρριψη της επικρατούσας αντίληψης η οποία ήθελε τον Γαλαξία να είναι το ίδιο το σύμπαν με τις λοιπές αστρικές δομές να περιέχονται σε αυτόν, αντικαθιστώντας την με την ερμηνεία των πολλών γαλαξιών.

Η νέα εικόνα ενός σύμπαντος με κολλοσιαιές δομές αστερών, σχηματισμένες από την βαρυτική αλληλεπίδραση της ύλης και διάσπαρτες σε κάθε πιθανή κατεύθυνση παρατήρησης σύντομα θα δέχονταν μια ακόμη ιστορική διεύρυνση. Από το 1929 έως το 1931, ο **Hubble**, επαληθεύοντας τις παρατηρήσεις για τη μετατόπιση των φασματικών γραμμών των μακρυνότερων γαλαξιών (όσων δεν συγκαταλέγονται στο λεγόμενο τοπικό σμήνος) προς το ερυθρό άκρο του φάσματος με την πάροδο του χρόνου, όχι μόνο εξακρίβωσε την διαρκή απομάχυνση των γαλαξιών αυτών από το σημείο παρατήρησης, αλλά διαπίστωσε επιπλέον ότι η ταχύτητα απομάχυνσης αυτών, v , είναι ευθέως ανάλογη της συγκινούμενης απόστασής τους, r , κατά τη στιγμή της μέτρησης. Αυτός είναι ο Νόμος του **Hubble**:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \\ \vec{v} \parallel \vec{r} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{v} = \frac{|\dot{\vec{r}}|}{|\vec{r}|} \vec{r} = \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \vec{r} \Rightarrow \vec{v} = H\vec{r} \quad (2.13)$$

Με βάση την έννοια του συγκινούμενου συστήματος συντεταγμένων, όπου ο χώρος μεταξύ δύο σωμάτων διαστέλλεται χωρίς τα σώματα να κινούνται τα ίδια, η διαστολή που ερμηνεύει η σχέση (2.13) βασίζεται στην επίδραση του κοσμικού παράγοντα κλίμακας α , ειδικά όταν οι αποστάσεις είναι πολύ μεγάλες και οι ταχύτητες είναι συγκρήσιμες αυτής του

φωτός (όπως συμβαίνει μεταξύ γαλαξιών). Ορίζοντας την σταθερά ερυθράς μετατόπισης:

$$z \equiv \frac{f_1 - f_2}{f_2} \quad (2.14)$$

όπου f_1 και f_2 οι συχνότητες του παρατηρούμενου και του εκπεμπόμενου σήματος αντιστοίχα, η ερυθρά μετατόπιση λόγω διαστολής εκφράζεται ως:

$$1 + z = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad (2.15)$$

Στη σχέση (2.13) το μέγεθος H είναι η παράμετρος **Hubble**, ένα χρονικά εξαρτημένο μέγεθος που καθορίζει τον ρυθμό της διαστολής του σύμπαντος. Για μια δεδομένη χρονική περίοδο, η τιμή της παραμέτρου είναι σταθερή, συνεπώς για δεδομένο χρόνο το μέγεθος H χαρακτηρίζεται ως σταθερά **Hubble**. Αξίζει να αναφερθεί, ακόμη, μια παραλλαγή αυτής η οποία συχνά χρησιμοποιείται, η ανηγμένη σταθερά **Hubble**:

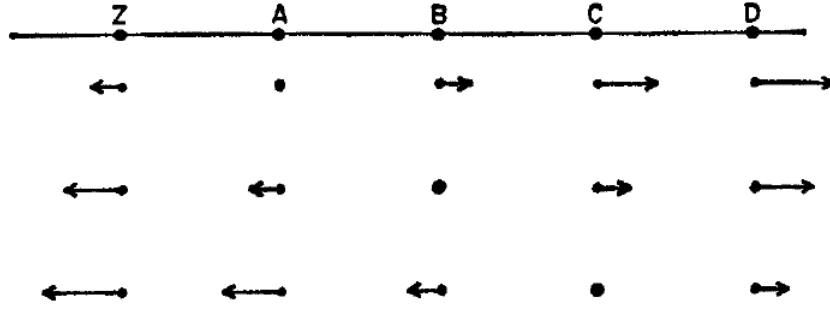
$$h = \frac{H_0}{100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}}$$

Εάν, ακόμη, ο παράγοντας κλίμακας αναπτυχθεί κατά **Taylor**, τότε αναδεικνύεται ένα ακόμη σημαντικό μέγεθος:

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \alpha(t_0) + \dot{\alpha}(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}\ddot{\alpha}(t_0)(t - t_0)^2 + \dots \implies \\ \implies \frac{\alpha(t)}{\alpha(t_0)} &= 1 + H_0(t - t_0) - \frac{q_0}{2}H_0^2(t - t_0)^2 + \dots \implies \\ \implies q_0 &\equiv -\frac{\ddot{\alpha}(t_0)}{\alpha(t_0)}\frac{1}{H_0^2} = -\frac{\alpha(t_0)\ddot{\alpha}(t_0)}{\dot{\alpha}^2(t_0)} \end{aligned}$$

Αυτός είναι ο παράγοντας επιβράδυνσης, q_0 , ένα μέτρο ρυθμού μεταβολής της διαστολής.

Εύλογη είναι η παρατήρηση της συνύπαρξης του νόμου του **Hubble** με την Κοσμολογική Αρχή. Πράγματι, το γεγονός της απομάκρυνσης των μακρινών γαλαξιών με ταχύτητα ανάλογη της απόστασής τους από τη Γη, ανεξαρτήτως κατεύθυνσης, συμβαδίζει με το αξίωμα της ισοτροπίας. Ως προς την ομογένεια, απαιτείται ο νόμος του **Hubble** να μπορεί να αναπαραχθεί ανεξάρτητα από το σημείο παρατήρησης και κατ' επέκταση η σταθερά **Hubble** πρέπει να είναι η ίδια παντού για δεδομένο χρόνο, εξασφαλίζοντας την ομοιόμορφη επέκταση του χωροχρόνου. Το γεγονός ότι η διαστολή παρατηρείται για κλίμακες πολύ μεγαλύτερες του τοπικού σμήνους γαλαξιών (χαρακτηριστικότερο παράδειγμα είναι ότι ο γαλαξίας της Ανδρομέδας πλησιάζει τον δικό μας Γαλαξία, λόγω της βαρυτικής αλληλεπίδρασης μεταξύ τους, κόντρα στην διαστολή που παρατηρείται στις μεγαλύτερες αποστάσεις) έρχεται σε απόλυτη συμφωνία με τα προαπαιτούμενα της Αρχής (ενότητα 2.1).



Σχήμα 2.5: Διανυσματική αναπαράσταση των σχετικών ταχυτήτων των γαλαξιών Z έως D, ανάλογα με το σημείο παρατήρησης.

Πλέον, η (2.11) γράφεται ως:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{\alpha^2} \quad (2.16)$$

Έστω ότι για δεδομένο χρόνο t , η H έχει μια σταθερή τιμή και το σύμπαν έχει επίπεδη γεωμετρία, δηλαδή $k = 0$. Προκύπτει, έτσι, μια συγκεκριμένη τιμή για την πυκνότητα της ύλης:

$$\rho(t) = \rho_c(t) = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (2.17)$$

Αυτή είναι η κρίσιμη πυκνότητα ύλης, η οποία συνεπάγεται πάντα με επίπεδο σύμπαν. Για την παρούσα περίοδο, όπου $H = H_0$, η ρ_c υπολογίζεται στα $9,74 \times 10^{-27} \text{ kg m}^{-3}$ ή με μια απλή μετατροπή σε $5,823$ πρωτόνια ανά m^3 .

Βέβαια, η επίπεδη γεωμετρία δεν είναι η μοναδική στην οποία το διαστελλόμενο σύμπαν μπορεί να υπακούει, και για αυτόν τον λόγο είναι χρήσιμο να οριστεί ένας λόγος της παρατηρούμενης κοσμικής πυκνότητας προς την κρίσιμη, η παράμετρος πυκνότητας Ω :

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho}{\rho_c} \quad (2.18)$$

Η (2.17) γράφεται ως:

$$\begin{aligned} \frac{8\pi G}{3}\rho = H^2 + \frac{k}{\alpha^2} &\Rightarrow \frac{8\pi G}{3H^2}\rho = 1 + \frac{k}{\alpha^2 H^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Omega(t) - 1 = \frac{k}{\alpha^2 H^2} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Όντως, για $\Omega(t) = 1$ η σταθερά καμπυλότητας k είναι μηδενική. Μάλιστα, μπορεί να οριστεί και μια παράμετρος καμπυλότητας-πυκνότητας, Ω_k , η οποία θα συνδέει τα δύο αυτά μεγέθη:

$$\Omega_k(t) \equiv \frac{k}{\alpha^2 H^2} \quad (2.20)$$

Παράγεται με αυτόν τον τρόπο μια ακόμη έκφραση:

$$\Omega(t) + \Omega_k(t) = 1 \quad (2.21)$$

από όπου εξάγονται τα εξής, συμβαδίζοντας με τις περιπτώσεις της k :

- $\Omega_k < 0$: Αρνητική καμπυλότητα
Το σύμπαν ακολουθεί υπερβολική γεωμετρία και είναι άπειρο (ανοιχτό σύμπαν).
- $\Omega_k = 0$: Μηδενική καμπυλότητα
Το σύμπαν ακολουθεί Ευκλείδεια γεωμετρία και είναι άπειρο, αλλά επίπεδο.
- $\Omega_k > 0$: Θετική καμπυλότητα
Το σύμπαν ακολουθεί σφαιρική γεωμετρία και είναι πεπερασμένο (κλειστό σύμπαν).

Η ύλη, της οποίας η πυκνότητα εκφράζεται συναρτήσει της καμπυλότητας μέσω της παραμέτρου Ω , δεν υπάρχει μονομερώς στο σύμπαν σε μια συγκεκριμένη μορφή. Η εξέταση της δυναμικής του σύμπαντος εις βάθος κρίνει απαραίτητο να διακριθεί η συνολική πυκνότητα σε επιμέρους παραμέτρους, κάθε μία για έναν συγκεκριμένο τύπο ύλης. Έτσι, η (2.22) δύναται να γραφτεί και ως:

$$\Omega_b + \Omega_r + \Omega_c - 1 = \frac{k}{a^2 H^2} \quad (2.22)$$

Εδώ, το Ω_b αντιστοιχεί στις παραμέτρους πυκνότητας της βαρυονικής ύλης (τα βαρυόνια κατά το Καθιερωμένο Πρότυπο της Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων συνθέτουν την συνηθισμένη ύλη, δηλαδή αυτή που αποτελείται από άτομα), το Ω_r στην πυκνότητα της ακτινοβολίας (εδώ περιλαμβάνονται τα σχετικιστικά σωματίδια, δηλαδή όσα κινούνται σε ταχύτητες συγκρίσιμες αυτής του φωτός, όπως τα φωτόνια ή τα νετρίνα) και το Ω_{cdm} στην πυκνότητα της ψυχρής σκοτεινής ύλης, ενός ιδιαίτερου μεγεθούς που συμπεριφέρεται ακριβώς όπως και η βαρυονική ύλη ως προς τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις και για την οποία θα γίνει πιο λεπτομερής αναφορά στην ενότητα 2.7.

2.4 Επίλυση εξισώσεων Friedmann

Η επίλυση των εξισώσεων Friedmann (2.12), απαιτεί μια σχέση για την πυκνότητα και την πίεση ύλης και ακτινοβολίας. Η σχέση αυτή είναι η καταστατική εξίσωση της κοσμολογίας:

$$w = \frac{p}{\rho} \quad (2.23)$$

Εφαρμόζοντας την (2.24) στην εξίσωση συνέχειας (2.9):

$$\begin{aligned}\dot{\rho} + 3\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}(\rho + w\rho) = 0 &\implies \dot{\rho} + 3\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\rho(w+1) = 0 \implies \frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}(w+1) \implies \\ &\implies \frac{d}{dt} \ln \rho = -3(w+1)\frac{d}{dt} \ln \alpha \implies \ln \rho = -3(w+1) \ln \alpha + C\end{aligned}\quad (2.24)$$

Για δεδομένες τιμές πίεσης, p_0 , και πυκνότητας, ρ_0 , η σταθερά C γίνεται:

$$C = \ln \rho_0 + 3(w+1) \ln \alpha_0$$

Όποτε:

$$\begin{aligned}\ln \rho = -3(w+1) \ln \alpha + \ln \rho_0 + 3(w+1) \ln \alpha_0 &\implies \ln \frac{\rho}{\rho_0} = -3(w+1) \ln \frac{\alpha}{\alpha_0} \implies \\ &\implies \frac{\rho}{\rho_0} = -3(w+1) \ln \frac{\alpha}{\alpha_0} \rho = \rho(\alpha) = \rho_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^{-3(w+1)}\end{aligned}\quad (2.25)$$

Με τη σχέση (2.26) μπορεί κανείς εύκολα να προσδιορίσει την πυκνότητα της ενέργειας στο σύμπαν για δεδομένη τιμή του w . Η τιμή αυτή περιέχει μεγάλη ουσία, αφού ανάλογα με αυτήν κρίνεται εάν η ενέργεια υπάρχει ως ύλη, ως ακτινοβολία ή εάν τελικά πρόκειται για την ενέργεια του κενού:

- ΤΛΗ

Τα υλικά σωματίδια χαρακτηρίζονται από μηδενική πίεση, και η αρχή αυτή μπορεί να επεκταθεί σε δομές τόσο μεγάλες όσο και οι γαλαξίες ή τα σμήνη γαλαξιών:

$$p = 0 \implies w = 0$$

Σε αυτήν την περίπτωση:

$$\rho(\alpha) = \rho_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^{-3} \implies \rho(\alpha) \propto \alpha^{-3}\quad (2.26)$$

Πολύ εύστοχη είναι η παρατήρηση ότι η τρίτη δύναμη του παράγοντα κλίμακας αντιστοιχεί διαισθητικά στον όγκο του σύμπαντος, ο οποίος λόγω της διαστολής εξαρτάται από τον χρόνο. Στην περίπτωση, λοιπόν, όπου το σύμπαν περιέχει αποκλειστικά ύλη, αναμενόμενα προκύπτει ότι η πυκνότητα αυτής θα μειώνεται, όσο ο όγκος του σύμπαντος αυξάνεται.

- ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ

Αντίθετα από την τυπική ύλη, η ακτινοβολία ακολουθεί την επίδραση μιας μη μηδενικής πίεσης:

$$p = \frac{\rho}{3} \implies w = \frac{1}{3}$$

Η (2.26) υπό αυτές τις συνθήκες γίνεται:

$$\rho(\alpha) = \rho_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^{-4} \implies \rho(\alpha) \propto \alpha^{-4} \quad (2.27)$$

Το αποτέλεσμα είναι όμοιο με την περίπτωση του σύμπαντος που περιέχει μόνο ύλη, ωστόσο παρατηρείται ότι η πυκνότητα της ακτινοβολίας θα μειωνόταν πιο αργά, δεδομένης της συνεισφοράς της ερυθράς μετατόπισης κατά τη διαστολή.

Αυτές πιθανές διατυπώσεις της πυκνότητας ενέργειας μπορούν να εφαρμοστούν στην εξίσωση Friedmann (2.16). Υπάρχουν δύο δρόμοι που μπορούν να ακολουθηθούν για την επίλυση της, ο ένας προϋποθέτει το σύμπαν να είναι επίπεδο ($k = 0$) και ο άλλος να μην είναι ($k \neq 0$):

2.4.1 Το σύμπαν είναι επίπεδο (μοντέλο Einstein-de Sitter)

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(\alpha) \quad (2.28)$$

Για να εξεταστεί η περίπτωση του σύμπαντος ύλης, η (2.27) εφαρμόζεται στην (2.29):

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\alpha}^2}{\alpha^2} &= \frac{8\pi G}{3} \rho_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^{-3} \implies \dot{\alpha}^2 = \frac{8\pi G \rho_0 \alpha_0^3}{3} \frac{1}{\alpha} \implies \frac{d\alpha}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0 \alpha_0^3}{3}} \frac{1}{\alpha^{1/2}} \implies \\ &\implies \int \alpha^{1/2} d\alpha = \frac{2}{3} \alpha^{3/2} + C = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0 \alpha_0^3}{3}} t \end{aligned} \quad (2.29)$$

Θεωρώντας ότι η σταθερά των αρχικών συνθηκών C είναι μηδενική και κανονικοποιώντας την αρχική τιμή του παράγοντα κλίμακας ως $\alpha(0) = \alpha_0 = 1$, τότε για το επίπεδο σύμπαν ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} (2.29) \implies \alpha &= \alpha(t) = (6\pi G \rho_{cr})^{1/3} t^{2/3} = \left(6\pi G \frac{3H_0^2}{8\pi G} \right)^{1/3} t^{2/3} \implies \\ &\implies \alpha(t) = \left(\frac{3H_0^2}{2} \right)^{1/3} t^{2/3} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Οπότε το επίπεδο σύμπαν που περιέχει αποκλειστικά ύλη θα διασπάλλεται, αλλά επιβρδύ-

νόμμενα.

Για ένα σύμπαν ακτινοβολίας, η (2.28) εφαρμόζεται στην (2.29):

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\alpha}^2}{\alpha^2} &= \frac{8\pi G}{3} \rho_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^{-4} \Rightarrow \dot{\alpha}^2 = \frac{8\pi G \rho_0 \alpha_0^4}{3} \frac{1}{\alpha^2} \Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0 \alpha_0^4}{3}} \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \int \alpha d\alpha = 2\alpha^2 + C = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0 \alpha_0^4}{3}} t \end{aligned} \quad (2.31)$$

Θεωρώντας ξανά ότι $C = 0$ και $\alpha_0 = 1$:

$$\begin{aligned} (2.32) \Rightarrow \alpha = \alpha(t) &= \left(\frac{2}{3} \pi G \rho_{cr} \right)^{1/4} t^{1/2} = \left(\frac{2}{3} \pi G \frac{3H_0^2}{8\pi G} \right)^{1/4} t^{1/2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \alpha(t) = \left(\frac{H_0^2}{2} \right)^{1/2} t^{1/2} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Το αποτέλεσμα είναι αναμενόμενο, βάσει και των πυκνοτήτων (2.28) και (2.29). Το επίπεδο σύμπαν που περιέχει μόνο ακτινοβολία θα διαστέλλεται, αλλά επιβραδυνόμενα και πιο αργά σε σχέση με το σύμπαν ύλης.

Πιο κοντά σε μια πραγματική εικόνα για το σύμπαν είναι η συνύπαρξη ύλης και ακτινοβολίας:

$$\rho = \rho_m + \rho_r$$

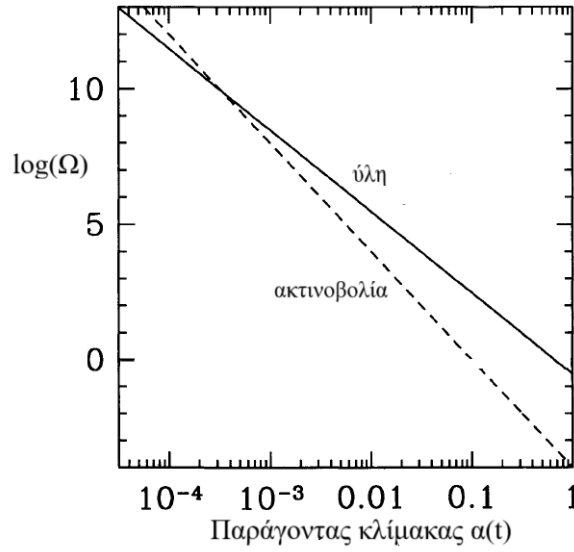
Η σύνθετη πυκνότητα ενέργειας καθιστά την εξαγωγή του παράγοντα κλίμακας μια περίπλοκη διαδικασία, οπότε επιλέγεται μια εξειδανικευμένη περίπτωση ακόμη και για την υπόθεση αυτή της συνύπαρξης, βάσει της οποίας μία εκ των δύο επιμέρους πυκνοτήτων είναι πολύ μεγαλύτερη της άλλης.

Όταν υπερισχύει η ύλη, η χρονική εξάρτηση του παράγοντα κλίμακας θα είναι όμοια με την περίπτωση του σύμπαντος ύλης:

$$\left. \begin{aligned} \alpha(t) &\propto t^{2/3} \\ \rho_m &\propto \alpha(t)^{-3} \\ \rho_r &\propto \alpha(t)^{-4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \rho_m &\propto t^{-2} \\ \rho_r &\propto t^{-8/3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\rho_m}{\rho_r} \propto t^{2/3} \quad (2.33)$$

Εκτός από το ότι η ρ_m μειώνεται πιο αργά από την ρ_r , γεγονός που συνεπάγεται μεγαλύτερη σταθερότητα της ύλης για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, φαίνεται από τον λόγο (2.37) ότι σε βάθος χρόνου η ακτινοβολία θα εξασθενεί ολοένα και περισσότερο, οδηγώντας σε

ένα σύμπαν καθοδηγούμενο από την ύλη που περιέχει μέχρι νεωτέρας.



Σχήμα 2.6: Η παράμετρος πυκνότητας για $\rho = \rho_m$ και $\rho = \rho_r$ ως προς τον παράγοντα κλίμακας $\alpha(t)$.

Αντίστοιχα, όταν υπερिσχύει η ακτινοβολία, ο παράγοντας κλίμακας θα εξαρτάται από τον χρόνο όπως στην περίπτωση του σύμπαντος ακτινοβολίας:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha(t) \propto t^{1/2} \\ \rho_r \propto \alpha(t)^{-4} \\ \rho_m \propto \alpha(t)^{-3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \rho_r \propto t^{-2} \\ \rho_m \propto t^{-3/2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_m} \propto t^{-1/2} \quad (2.34)$$

Ο λόγος (2.38) δηλώνει ένα παρόμοιο αποτέλεσμα με τον (2.37): Ακόμη και αν ισχύει ότι $\rho_r \gg \rho_m$, μετά από ένα αρκούντως μεγάλο χρονικό διάστημα η ύλη θα ξεπεράσει την ακτινοβολία στο σύμπαν και η περίοδος αυτή τη κυριαρχίας της δεύτερης θα τελειώσει.

Οι τελευταίες διαπιστώσεις οδηγούν στην υπόθεση ότι το υπάρχον σύμπαν, που προφανώς περιέχει ακτινοβολία και ύλη, έχει διέλθει από μια περίοδο κατά την οποία επικρατούσε η πρώτη μορφή ενέργειας, αλλά εν συνεχεία πέρασε σε μια άλλη περίοδο όπου η κυριαρχία πέρασε στη δεύτερη.

2.4.2 Το σύμπαν δεν είναι επίπεδο

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(\alpha) - \frac{k}{\alpha^2} \quad (2.35)$$

Ανεξάρτητα από τη μορφή της ενέργειας που περιέχει το σύμπαν, εάν ακολουθείται η (2.31), τότε η διαστολή του θα συνεχίζεται θεωρητικά επί άπειρον. Η άλλη θεώρηση, αυτή της σχέσης (2.17), οδηγεί σε δύο υποπεριπτώσεις της k .

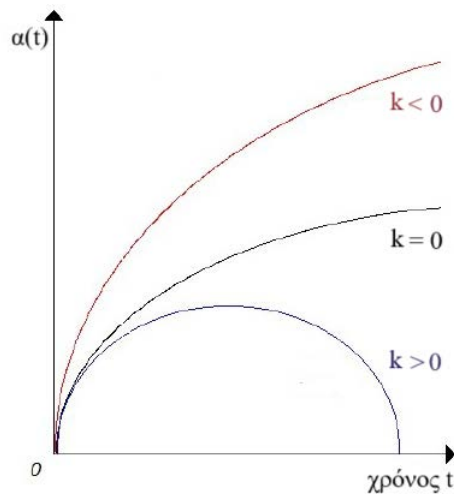
Εάν η σταθερά καμπύλωσης είναι αρνητική:

$$(2.39) \quad k \leq 0 \quad \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} > 0$$

Η παράμετρος **Hubble** θα είναι θετική και έτσι το σύμπαν θα επεκτείνεται συνεχώς και σε αυτήν την περίπτωση. Παρατηρείται, μάλιστα, ότι με την πάροδο του χρόνου (άρα με την αύξηση του παράγοντα κλίμακας) ο όρος k/α^2 μικραίνει πιο αργά σε σχέση με την πυκνότητα ενέργειας, ανεξαρτήτως από το αν πρόκειται για σύμπαν καθοδηγούμενο από ύλη (2.28) ή από ακτινοβολία (2.29), οδηγώντας έτσι στην υπερίσχυση του k/α^2 :

$$H^2 \approx -\frac{k}{\alpha^2} \implies \left(\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right)^2 \approx -\frac{k}{\alpha^2} \implies \dot{\alpha} \approx \sqrt{-k} \implies \alpha(t) \approx t\sqrt{-k}$$

Από εκείνη τη στιγμή, η διαστολή του σύμπαντος έχει γραμμική εξάρτηση με τον χρόνο και πραγματοποιείται ταχύτερα.



Σχήμα 2.7: Ποιοτική απεικόνιση της εξέλιξης της διαστολής του σύμπαντος, ανάλογα με την σταθερά καμπύλωσης k (αρνητική για το ανοιχτό σύμπαν, μηδενική για το επίπεδο και θετική για το κλειστό).

Εάν η σταθερά καμπύλωσης είναι θετική:

$$(2.39) \quad k \geq 0 \quad \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \leq 0$$

Ένας ενδεχόμενος μηδενισμός του $\dot{\alpha}$ συνεπάγεται το τέλος της διαστολής μετά από δεδο-

μένη χρονική διάρκεια. Επεκτείνοντας αυτήν τη σκέψη, χωρίς τη διαστολή του χωροχρόνου παύει να υφίσταται η αντιστάθμιση στη βαρυτική έλξη μεταξύ των μαζών και προδιαγράφεται η σύνθλιψη της ύλης. Περνώντας το σημείο μηδενισμού, ο αρνητικός, πλέον, ρυθμός μεταβολής του α δείχνει τη συστολή του ίδιου του χωροχρόνου και τη συμπίεσή του μεταξύ των μαζών που ολοένα και πλησιάζουν η μία την άλλη. Όπως προηγουμένως, ο όρος k/α^2 θα υπερिσχύσει μεν, όντας πλέον αρνητικός δε, συμπαρασύροντας όλο το σύμπαν σε μια επιταχυνόμενη σύνθλιψη.

2.5 Συμπεριλαμβάνοντας την Λ

Στο τέλος της ενότητας 2.3 παρατίθενται δύο ζεύγη εξισώσεων **Friedmann** και μέχρι το τέλος της 2.4 αναπτύσσεται εκείνο δηλαδή που δεν περιλαμβάνει την κοσμολογική σταθερά Λ . Προκειμένου να επεξηγηθεί ο ρόλος αυτής, θα ακολουθηθούν τα ίδια βήματα αλλά στη βάση του ζεύγους (2.12).

Η κοσμολογική σταθερά εισήχθη αρχικά από τον **Einstein** στις πεδιακές εξισώσεις ως ένα αντίμετρο για τη δυναμική του σύμπαντος που αυτές ανεδείκνυαν, ενός σύμπαντος ικανού να διασταλεί και να συσταλεί. Η αλήθεια είναι ότι το 1917 δεν υπήρχαν τα χειροπιαστά στοιχεία που να επιβεβαιώνουν σε κάποιον βαθμό το πόρισμα αυτό, αντίθετα οι μέχρι τότε μετρήσεις των σχετικών ταχυτήτων ουρανίων σωμάτων όπως ήταν οι αστέρες δεν έδειχναν οποιαδήποτε ακατανόητα μεγάλη μεταβολή (η επανάσταση στην αντίληψη των κοσμικών δομών που επικύρωσε ο **Hubble** με τις παρατηρήσεις του θα αργούσε για άλλα δώδεκα χρόνια). Εκτός από αυτό, ήταν η ίδια η πεποίθηση του για τη σχετικότητα της αδράνειας (κατά την αρχή του **Mach**, την οποία ο **Einstein** ενστερνιζόταν πλήρως, η αδράνεια ενός σώματος πρέπει να εξαρτάται από την κατανομή της μάζας στο σύμπαν) που τον κατηύθυνε στο να σχεδιάσει ένα κλειστό ($k > 0$) σύμπαν, στο οποίο η πυκνότητα της ύλης θα ήταν απολύτως καθορισμένη και ομοιόμορφη, δεδομένης της Κοσμολογικής Αρχής.

Η ύπαρξη της κοσμολογικής σταθεράς στις πεδιακές εξισώσεις προϋποθέτει οπωσδήποτε και την απόδοση φυσικής σημασίας για την μοντελοποίηση του παρατηρήσιμου σύμπαντος, μια διαδικασία που αποδείχθηκε, ωστόσο, διόλου απλή στις αρχές του 20ου αιώνα και εν τέλει εγκαταλήφθηκε από τον **Einstein**. Όπως αναφέρθηκε ήδη, ο ίδιος άλλαξε άποψη σχετικά με τη δυναμική του σύμπαντος μετά την εξαγωγή των δεδομένων για την ερυθρά μετατόπιση των γαλαξιών και την συνάντησή του με τον **Hubble** το 1931. Αργότερα το ίδιο έτος έγραψε την πρώτη του δημοσίευση για το θέμα αυτό στη βάση του σύμπαντος ύλης του **Friedmann** και το 1932 συνεργάστηκε με τον **Willem de Sitter** πάνω σε ένα μοντέλο διαστολής, το οποίο δεν υπονοούσε ότι η καμπυλότητα πρέπει να είναι απαραίτητα θετική, θέτοντας μάλιστα τις k και Λ ίσες με το μηδέν. Είναι το μοντέλο που επεξηγείται στην υποενότητα 2.4.1.

Αν και ο επινοητής της κοσμολογικής σταθεράς άφησε στην άκρη την ιδέα του, αρκετοί

συνάδελφοί του επέμεναν και συνέχιζαν να πειραματίζονται θεωρητικά με αυτήν, έχοντας κάποια συμπαγή επιχειρήματα υπέρ της. Το σημαντικότερο από αυτά αφορούσε την ηλικία του σύμπαντος, την οποία ο **Edwin Hubble** ορμώμενος από τους υπολογισμούς του για τη σταθερά H_0 (τιμή της παραμέτρου H για το παρόν) και έχοντας αποκλείσει την επίδραση της Λ , υπολόγισε στα δύο δισεκατομμύρια έτη, πράγμα ιδιαίτερα παράδοξο από τη στιγμή που αυτό το νούμερο είναι μικρότερο από την ηλικία της Γης.

Στον απόηχο αυτού αποτελέσματος, οι **Georges Lemaître** και **Arthur Eddington** επιχείρησαν να χρησιμοποιήσουν τη σταθερά ως μια δράση που επιρέασε τον ρυθμό της διαστολής του σύμπαντος και ως εκ τούτου τον απαιτούμενο χρόνο. Αρκεί μόνο να ανακαλέσει κανείς τις εν λόγω εξισώσεις συναρτήσει Λ (1.22) και τον τανυστή ενέργειας-ορμής ιδανικού ρευστού (2.8).

Επειδή ένα ιδανικό ρευστό είναι εξ ορισμού ομογενές και ισότροπο σε όλον του τον όγκο, χρησιμοποιείται η ισότητα:

$$\rho = -p \implies w = -1$$

Έτσι, ο $T_{\mu\nu}$ γίνεται ευθέως ανάλογος με τον μετρικό τανυστή και εξασφαλίζεται το αναλλοίωτο. Οπότε, με βάση αυτά:

$$\left. \begin{aligned} (1.22) \implies T_{\mu\nu} &= \frac{1}{8\pi G} (G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}) \\ (2.8) \implies T_{\mu\nu} &= -p g_{\mu\nu} \end{aligned} \right\} \implies$$

$$\implies p g_{\mu\nu} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g_{\mu\nu} \implies p_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi G} = -\rho_{\Lambda} \quad (2.36)$$

Η σχέση (2.37) ακολουθεί το μοντέλο ενός χωροχρόνου που μπορεί να παραλληλιστεί τρόπον τινά ως ένας απέραντος ωκεανός ιδανικού ρευστού. Δικαιολογημένα, λοιπόν, η p_{Λ} θεωρείται ως η εγγενής πίεση του ίδιου του χωροχρόνου, του απόλυτου κενού με απλά λόγια, και η ρ_{Λ} ως η πυκνότητα της εγγενούς του ενέργειας, με τιμές που εξαρτώνται μόνο από την τιμή της κοσμολογικής σταθεράς.

Η απόδοση του χωροχρόνου καθεαυτού ως μέσο αποθήκευσης ενέργειας, η οποία καλείται ως ενέργεια κενού, χρήζει απαραίτητο τον ορισμό της αντίστοιχης παραμέτρου πυκνότητας στο πνεύμα της (2.23):

$$\Omega_b + \Omega_r + \Omega_{cdm} + \Omega_{\Lambda} - 1 = \frac{k}{\alpha^2 H^2} \quad (2.37)$$

Η παράμετρος πυκνότητας της ενέργειας κενού:

$$\Omega_{\Lambda} = \rho_{\Lambda} / \rho_c.$$

Αυτή είναι η πρώτη φυσική σημασία που δώθηκε στην κοσμολογική σταθερά: Ένα μέτρο αρνητικής πίεσης που αντιστέκεται στην βαρυτική έλξη της ύλης και διαστέλει τον χωροχρόνο. Στην περίπτωση ενός σύμπαντος άδειου από ύλη και ακτινοβολία, όπου το μοναδικό ενεργειακό αποτύπωμα είναι αυτό του ίδιου του κενού, η καταστατική εξίσωση είναι:

$$w = -1$$

Για την περίπτωση αυτή του κενού σύμπαντος ισχύει ότι:

$$\rho(\alpha) = \rho_0 \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^0 \implies \rho(\alpha) = \rho_0 \quad (2.38)$$

Η πυκνότητα ενέργειας του κενού παραμένει σταθερή, παρά την όποια διαστολή και από τη στιγμή που δεν είναι αποθηκευμένη σε σωματίδια, σχετικιστικά ή μη, τότε αναγκαστικά θα πρέπει να περιέχεται στον νέο χωροχρόνο, σαν να δημιουργείται εκ του μη όντος.

Για την περίπτωση του κενού σύμπαντος, εφαρμόζοντας την (2.39) στην (2.31) και θεωρώντας μηδενική τη σταθερά των αρχικών συνθηκών που προκύπτει από την ολοκλήρωση, τότε:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\alpha}^2}{\alpha^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_0 \implies \frac{d\alpha}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_0} \alpha \implies \alpha(t) = \exp\left[\frac{8\pi G\rho_0}{3}t\right] \implies \\ \implies \alpha(t) = \exp[H_0 t] \end{aligned} \quad (2.39)$$

Η διαστολή γίνεται εκθετικά με τον χρόνο, πολύ πιο γρήγορα από ότι στις περιπτώσεις ύλης και ακτινοβολίας.

Η ανάμιξη της κοσμολογικής σταθεράς ως γενεσιουργού αιτίας της διαστολής του σύμπαντος οδήγησε τον **Lemaître** να δουλέψει αντιστρόφως ως προς τη φορά του χρόνου, θεωρώντας ότι αφού το σύμπαν διαστέλλεται, τότε οι συμμετρικές ως προς τον χρόνο πεδιακές εξισώσεις θα παράξουν ένα συστελλόμενο σύμπαν που αναμενόμενα θα συγκεντρώνεται όλο και περισσότερο σε ένα μοναδικό σημείο. Το 1931 έκανε μια δημοσίευση πάνω στην υπόθεση του «πρωτόγονου ατόμου»: Θεωρώντας ότι η σταθερά Λ είναι θετική, το σύμπαν ξεκίνησε να διαστέλλεται από το σημείο εκείνο, όταν στην ύλη που υπήρχε τότε κυριαρχούσε η επίδραση της βαρύτητας λόγω της πολύ μικρής απόστασης μεταξύ των δομικών μερών της. Με την πάροδο του χρόνου η αρνητική πίεση της ενέργειας κενού σταδιακά υπερίσχυε, αύξανοντας ολοένα και παραπάνω αυτές τις αποστάσεις.

Στις επόμενες δεκαετίες η κοσμολογική σταθερά και γενικότερα η υπόθεση της απαρχής του σύμπαντος παρέμεναν γενικώς παραγκονισμένες ιδέες, μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του '50, όταν νέες μελέτες παρήγαγαν πιο ακριβή και αξιόπιστα αποτελέσματα για τη σταθερά H_0 . Το 1961 ο **Allan Sandage** χρησιμοποίησε την ανανεωμένη τιμή των $72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ και υπέθεσε ότι, ακόμη και χωρίς τον συνυπολογισμό της Λ , η ηλικία του σύμπαντος ανερχόταν στα οχτώ δισεκατομμύρια έτη, αλλά ορισμένοι από τους παλαιότερους αστέρες

υπολογίζοταν ακόμη παραπάνω. Ο ίδιος ο Sandage υποστήριξε το επιχείρημα της θετικής κοσμολογικής σταθεράς ως πηγή της διαστολής.

2.6 CMBR και η Μεγάλη Έκρηξη

Το 1965 οι ραδιοαστρονόμοι Arno Penzias και Robert Wilson επίχειρησαν να μετρήσουν την ένταση των ραδιοκυμάτων του Γαλαξία που έρχονταν από μεγάλα γαλαξιακά πλάτη, δηλαδή υπό γωνίες μεγάλες ως προς το επίπεδο αυτού. Κατά την προσπάθειά τους εντόπιζαν ένα στατικό σήμα 7.35 εκατοστών, της τάξης των μικροκυμάτων δηλαδή, ανεξάρτητα από τη διεύθυνση επί της οποίας προσανατόλιζαν την κεραία τους. Η έκπληξή τους έγινε ακόμη μεγαλύτερη, συνειδητοποιώντας ότι παρά την απομόνωση από τον θόρυβο που προκαλεί η ίδια η ατμοσφαίρα, αλλά και από αυτόν που προέρχεται από τις ηλεκτρονικές διατάξεις, το μυστήριο σήμα παρέμενε στον δέκτη τους ανεξάρτητα από την ώρα ή τον μήνα που πραγματοποιούσαν μετρήσεις.

Η υπόθεση τράβηξε το ενδιαφέρον θεωρητικών φυσικών, όπως ο Robert Dycke και ο James Peebles, καθ'ότι έμοιαζε να συμβαδίζει με την υπόθεση ότι η αφθονία του υδρογόνου σε όλο το παρατηρήσιμο σύμπαν οφείλεται στην ύπαρξη μιας διάσπαρτης ακτινοβολίας που πλημμύρισε το αρχέγονο σύμπαν στα πρώτα στάδια της διαστολής του και απέτρεψε τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πρωτονίων και των ηλεκτρονίων, καθυστερώντας αισθητά τη σύνθεση βαρύτερων πυρηνικών συστημάτων. Βέβαια από το 1940, όταν οι George Gammow και Ralph Alpher είχαν σχηματίσει ήδη σενάρια για τις διαδικασίες σχηματισμού των πρώτων πυρηνικών συστημάτων, της λεγόμενης νουκλεοσύνθεσης, υπήρχε η υπόθεση για μια παρόμοια παγκόσμια ακτινοβολία θερμοκρασίας $5K$, αρκετά κοντά στην τιμή των $3K$ που αντιστοιχούσε το σήμα που βρήκαν οι Penzias και Wilson.

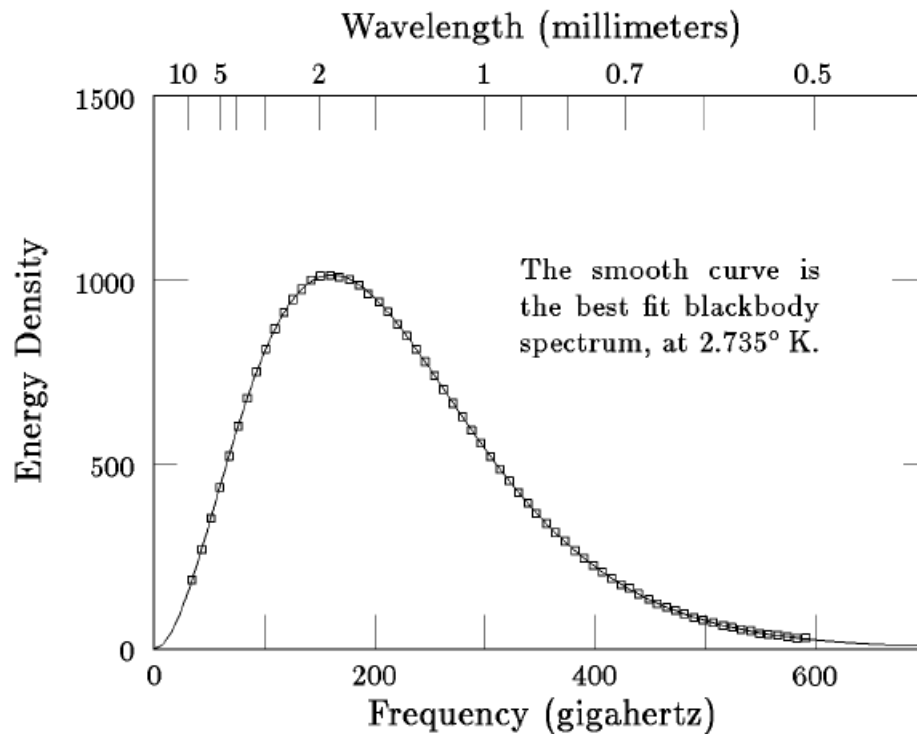
Ακολουθώντας την υπόθεση του διαστελλόμενου σύμπαντος, η ομοιομορφία στην παρατήρηση της μικροκυματικής αυτής ακτινοβολίας σε συνδυασμό με την θερμοκρασιακή ταύτισή της με θεωρητικά μοντέλα είναι απόρροια της θερμικής ισορροπίας που επιτεύχθηκε στην πρώιμη εποχή του σύμπαντος, λόγω της συνεχόμενης αλληλεπίδρασης φωτονίων με την ύλη. Τότε που το σύμπαν ήταν πολύ μικρό σε όγκο, η ισορροπία αναμενόμενα θα είχε επιτευχθεί σε ακραίες συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης, συνθήκες οι οποίες σταδιακά θα ελατώνονταν όσο μεγάλωνε η διαστολή. Η ακτινοβολία αυτή που υποβόσκει στο σύμπαν έμεινε γνωστή ως κοσμική μικροκυματική ακτινοβολία υποβάθρου (Cosmic Microwave Background Radiation ή CMBR).

Το πιο ηχηρό πειστήριο υπέρ της είναι η εκπληκτική ταύτιση των δεδομένων με το θεωρητικό μοντέλο της ακτινοβολίας μέλανος σώματος. Το μέλαν σώμα είναι μια εξειδικευμένη περίπτωση ύλης, η οποία απορροφά όλη την προσπίπτουσα σε αυτήν ακτινοβολία χωρίς καμία ανάκλαση και εκπέμπει μόνο ακτινοβολία βάσει της θερμοκρασίας που έχει επιτευχθεί στο εσωτερικό της. Η σχέση που συνδέει τη συχνότητα της ακτινοβολίας του

μέλανος σώματος με τη θερμοκρασία του δόθηκε από τον θεωρητικό φυσικό και εκ των θεμελιωτών της κβαντικής φυσικής **Max Planck**. Η πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας μέλανος σώματος δίνεται ως εξής:

$$\varepsilon(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (2.40)$$

Κατά τον **Planck**, το μέγεθος $h\nu$ αντιστοιχεί στην ενέργεια ενός μοναδικού φωτονίου (ενός κβάντου ενέργειας) η οποία είναι όπως φαίνεται ευθέως ανάλογη της συχνότητάς του φωτονίου, ν , κανονικοποιημένης με τη σταθερά του **Planck**, $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{Js}$. Το άλλο μέγεθος του εκθετικού όρου, $k_B T$, είναι η διαθέσιμη θερμική ενέργεια ανά φωτόνιο σε κάποια δεδομένη θερμοκρασία T , όπου $k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{JK}^{-1}$ είναι η σταθερά **Boltzmann**.



Σχήμα 2.8: Οι μετρήσεις του **COBE** το 1990, μετά από εννέα λεπτά έκθεσης. Ο κατακόρυφος άξονας εδώ είναι βαθμονομημένος σε $\text{eV}/(\text{m}^3 \text{GHz})$.

Στο Σχήμα 2.8 φαίνονται τα πρώτα ακριβή αποτελέσματα μέτρησης της ακτινοβολίας υποβάθρου, τα οποία συνέλεξε η **NASA** με τον δορυφόρο **COBE** το 1989 χρησιμοποιώντας τα όργανα **FIRAS** και **DMR** και εν τέλει υπολογίζοντας την θερμοκρασία της στα $2,735 \pm 0,06 \text{K}$. Τα απεικονιζόμενα δεδομένα υπολογίστηκαν με σφάλματα μόλις στο 1% της μέγιστης τιμής ενέργειας, κάνοντας την κοσμική μικροκυματική ακτινοβολία το πλησιέστερο παράδειγμα ακτινοβολίας μέλανος σώματος που έχει παρατηρηθεί ποτέ στο σύμπαν.

Το μέγεθος που μετρείται επί της ουσίας από τα όργανα παρακολούθησης είναι η ένταση της **CMBR**, η οποία βάσει του μοντέλου του μέλανος σώματος θα είναι:

$$I_\nu = \frac{2h\nu^2/c^2}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (2.41)$$

Για την περίπτωση όπου το πλήθος των φωτονίων είναι πολύ μεγάλο ($kT \ll h\nu$) ισχύει ότι:

$$\frac{\delta I_\nu}{I} = \frac{\delta T}{T}$$

Οπότε, γίνεται να οριστεί έτσι η διακύμανση της θερμοκρασίας ως:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \frac{T(\theta, \phi) - \langle T \rangle}{\langle T \rangle}$$

όπου θ και ϕ οι γωνιακές συντεταγμένες της ουράνιας σφαίρας επί της οποίας εντυπώνεται η εικόνα της ακτινοβολίας υποβάθρου από το σύστημα αναφοράς της Γης. Γενικεύοντας με χρήση μετασχηματισμών **Fourier** για σφαιρικές συντεταγμένες:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \alpha_l^m Y_l^m(\theta, \phi) \quad (2.42)$$

όπου $Y_l^m(\theta, \phi)$ οι σφαιρικές αρμονικές συναρτήσεις.

Τώρα, θεωρώντας δύο σημεία της ουράνιας σφαίρας με διανύσματα θέσης $\vec{r}$ και $\vec{r}'$ και με γωνιακή απόσταση θ αρκετά μικρή, ώστε να ισχύει η προσέγγιση $\vec{r} \cdot \vec{r}' \approx \cos \theta$, δύναται να οριστεί ένα στατιστικό μέγεθος για να συνδέσει τις θερμοκρασιακές διακυμάνσεις μεταξύ των σημείων αυτών. Το μέγεθος αυτό είναι η σχέση συσχέτισης $C(\theta)$:

$$C(\theta) = \left\langle \frac{\delta T}{T}(\vec{r}) \frac{\delta T}{T}(\vec{r}') \right\rangle \quad (2.43)$$

Η γενικευμένη έκφραση που συνυπολογίζει κάθε πιθανό σημείο του ουρανού είναι:

$$C(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l \cos \theta \quad (2.44)$$

όπου P_l τα πολυώνυμα **Legendre**. Το C_l είναι το φάσμα ισχύος των αρμονικών συντελεστών l και m και δείχνει τη μέση ισχύ της διακύμανσης για δεδομένη τιμή του l :

$$C_l = \langle |\alpha_l^m|^2 \rangle = \frac{1}{2l+1} \sum_m |\alpha_l^m|^2 \quad (2.45)$$

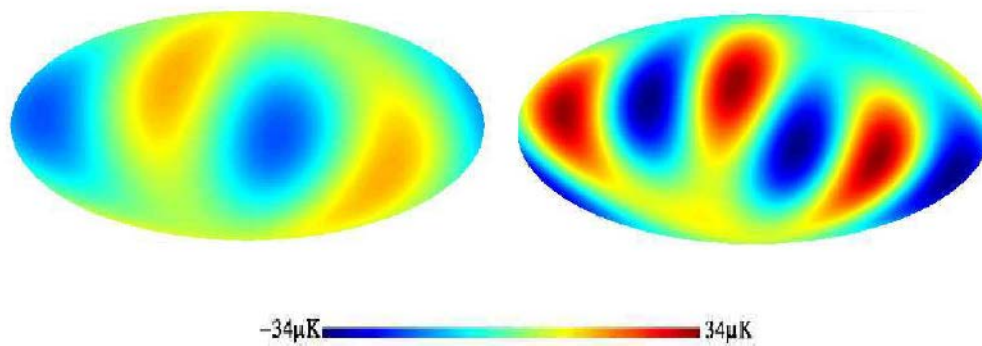
Για τον προσδιορισμό του C_l και κατ' επέκταση της θερμοκρασιακής διακύμανσης, ο κα-

νόνας για την κλίμακα της γωνίας θ είναι:

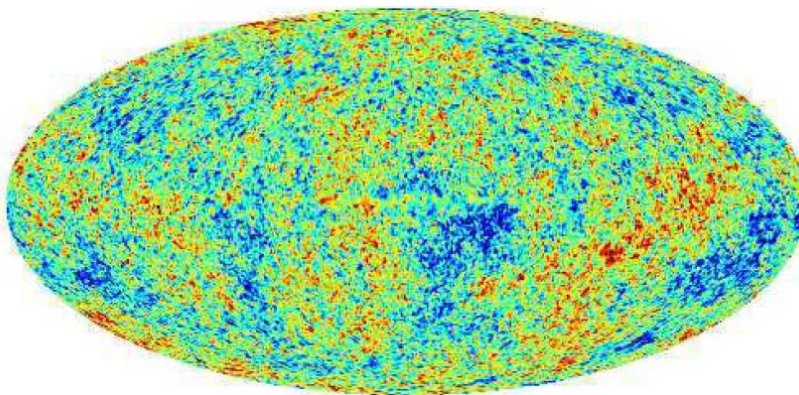
$$\theta \sim 180^\circ/l$$

Κάθε τιμή l αντιστοιχεί σε ένα πλήθος των πόλων. Με βάση τη σχέση αυτή, προκύπτει ότι όσο περισσότεροι είναι οι πόλοι, τόσο μικρότερη είναι η γωνία θ και συνεπώς τόσο μεγαλύτερη είναι η διακριτική ικανότητα.

Με αυτήν τη διαδικασία, ο ουρανός παραμετροποιείται ανάλογα με την τιμή του l και όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η τιμή, τόσο πιο λεπτομερής είναι και η διακύμανση της θερμοκρασίας στην εικόνα της **CMBR**. Άρα, σε αυτή τη βάση για $l = 0$ (μονόπολο) θα προκύπτει μόνο μία τιμή και αυτή θα είναι η μέση θερμοκρασία όλης της υπό εξέταση περιοχής (όλου του ουρανού ή ισοδύναμα όλου του σύμπαντος), για $l = 1$ (δίπολο) η περιοχή αυτή μοιράζεται στα δύο κ.ο.κ.



Σχήμα 2.9: Εικόνες της **CMBR** για δύο (αριστερά) και τρεις (δεξιά) πόλους.



Σχήμα 2.10: Η χαρτογράφηση της **CMB** ακτινοβολίας από τον δορυφόρο **WMAP** για πολύπολα $2 \leq l \leq 1000$. Η αποκλίσεις στην θερμοκρασία μεταξύ των θερμότερων και των ψυχρότερων περιοχών είναι της τάξης των $\pm 200 \mu K$.

Μέχρι το 1992 είχαν βρεθεί στις μετρήσεις του **COBE** ανισοτροπίες σε κοσμικές περιοχές τόσο απομακρυσμένες, που δε θα μπορούσαν ποτέ να έχουν γειτνιάσει κάποια στιγμή, αλλά και τόσο μικρές που δεν προκαλούν κάποιο ζήτημα συμβατότητας με την Κοσμολογική Αρχή. Στις ανισοτροπίες αυτές βασίστηκε η δεύτερη αποστολή της **NASA** πάνω στη μελέτη της **CBMR**, **WMAP**, στόχος της οποίας ήταν από το 2001 έως και το 2010 να μετρήσει ακριβέστερα τις διαφορές της θερμοκρασίας και να παράξει έναν πλήρη χάρτη των ανισοτροπιών της για όλον τον ουρανό. Αυτός φαίνεται στο Σχήμα 2.10.

Το μοντέλο που θεμελιώνει η **CMBR** κατά τη μετάβαση από τον 20ο στον 21ο αιώνα συνδυάζεται με την ευρύτερη ιδέα του **Lemaître** για τη γέννηση του σύμπαντος. Βάσει πειραματικών δεδομένων, πλέον, τα οποία κάνουν λόγο για μια ακτινοβολία:

1. που ταυτίζεται σε πολύ μεγάλο βαθμό με την ακτινοβολία μέλανος σώματος,
2. είναι ομοιόμορφο (ομοιόμορφα ανισότροπο θα έλεγε κανείς) και
3. υπάρχει παντού στο σύμπαν,

θέτει τις βάσεις για μια υπόθεση ενός σύμπαντος που ξεκίνησε ως ένα μείγμα ύλης και ακτινοβολίας υπό υψηλότερες θερμοκρασίες και πιέσεις, με άλλα λόγια ως μια ποσότητα πλάσματος, η οποία επεκτείνονταν και διέυρυνε τον όγκο της. Λογικό επακόλουθο της διεύρυνσης αυτής είναι η μείωση της θερμοκρασίας, επιτρέποντας τα επί μέρους συστατικά της ύλης (ηλεκτρόνια και τα πρωτόνια) να αλληλεπιδράσουν κατάλληλα και να σχηματίσουν τα πιο απλά, πυρηνικά συστήματα που γίνεται να υπάρξουν: Το υδρογόνο στη θεμελιώδη του κατάσταση.

Ανακαλώντας τη σχέση (2.15), εφαρμόζοντας τη σημερινή τιμή του παράγοντα κλίμακας:

$$1+z = \frac{\alpha_0}{\alpha(t)}$$

Επιπλέον, η ενέργεια ενός μεμονωμένου φωτονίου με βάση το μοντέλο μέλανος σώματος:

$$E = h\nu = k_B T \implies T \propto \nu = \lambda^{-1} \implies T \propto \alpha(t)^{-1}$$

Από αυτά προκύπτει μια συνάρτηση της θερμοκρασίας της **CMBR** ως προς τη σταθερά της ερυθράς μετατόπισης:

$$T(z) = T_0(1+z) \tag{2.46}$$

όπου T_0 είναι η μετρούμενη θερμοκρασία της σήμερα στα $2,735K$. Τέλος, έχοντας προσδιορίσει πειραματικά την τιμή της μετατόπισης, $z = 1.100$, η θερμοκρασία του σύμπαντος κατά την ελευθέρωση της **CMBR** υπολογίζεται περίπου στα $3.000K$. Η γνώση της θερμοκρασίας του σύμπαντος τότε επιτρέπει με χρήση των εξισώσεων **Friedmann** τον υπολογισμό

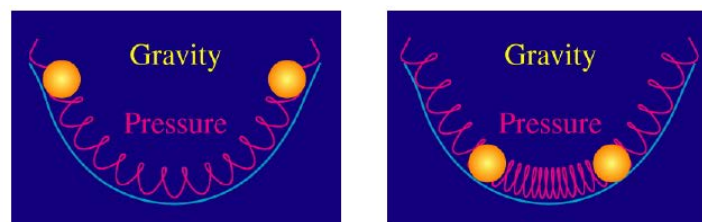
του χρόνου που απαιτήθηκε για να φτάσουν οι σύνθηκες να γίνουν φιλικές προς τον σχηματισμό ατόμων υδρογόνου και ηλίου. Προκύπτει ότι περίπου 380.000 έτη πέρασαν έως ότου να φτάσει η εποχή της Αποσύζευξης της ακτινοβολίας από την ύλη και της Επανασύνδεσης ηλεκτρονίων και πυρήνων (ένας όρος κάπως ατυχής, αφού ποτέ πριν δεν ήταν δεσμευμένα τα πυρηνικά συστήματα με τα ηλεκτρόνια).

Η ιδέα αυτή, ενός ακραία θερμού συστήματος ενέργειας που διεστάλη πολλές εκατοντάδες φορές πολλαπλασιάζοντας τον όγκο του, ονομάστηκε Θεωρία της Μεγάλης Έκρηξης (**Big Bang Theory**), και σε αυτήν θα επιστρέψει η προσοχή στο επόμενο κεφάλαιο.

2.7 Σκοτεινή ύλη, σκοτεινή ενέργεια και ένα Καθιερωμένο Μοντέλο για την κοσμολογία

Τα αποτελέσματα των **COBE** και **WMAP**, ακολουθήθηκαν από την αποστολή του δορυφόρου **Planck** της **ESA** το 2009. Η αποστολή που έφερε εις πέρας έδωσε μια πολύ αναλυτική και εις βάθος προσέγγιση στο θέμα της κοσμικής μικροκυματικής ακτινοβολίας υποβάθρου. Τα δεδομένα που αντλήθηκαν ήταν εφ' όλης της ύλης και μπόρεσαν να παράγουν σημαντικά συμπεράσματα, από τη γεωμετρία μέχρι και το μέλλον της διαστολής του σύμπαντος, πάντα βασισμένα αυτές τις παρατηρούμενες μικρές ανισοτροπίες.

Οι ανισοτροπίες που παρατηρούνται στην ακτινοβολία υποβάθρου μπορούν να εξηγηθούν ως παράγωγα τοπικών διακυμάνσεων στην πυκνότητα της ενέργειας του πλάσματικού ρευστού. Αυτές λέγονται πρωτογενείς διακυμάνσεις θερμοκρασίας (**primary temperature fluctuations**). Ως λογικό επακόλουθο, τέτοιες διάσπαρτες πυκνώσεις αργότερα ανέπτυξαν μεγαλύτερη βαρυτική έλξη, ευνοώντας σε βάθος χρόνου τον σχηματισμό ολοένα και μεγαλύτερων δομών ύλης.



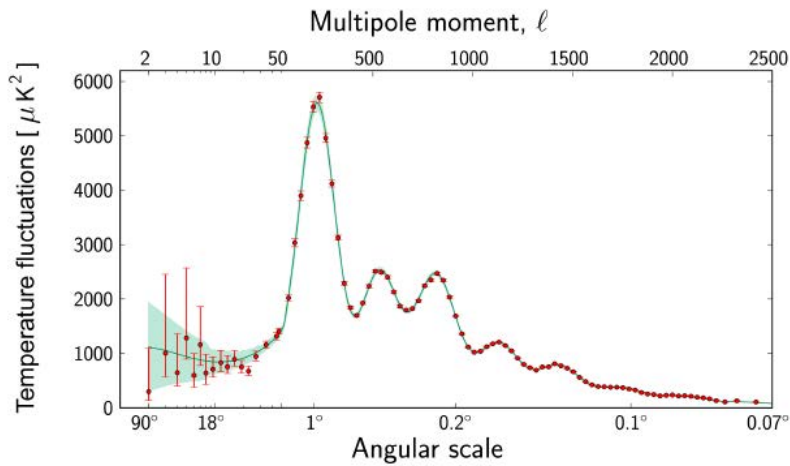
Σχήμα 2.11: Η συμπίεση της ακτινοβολίας (ελατήριο) μεταξύ βαρυτικά ελκούμενων σωματιδίων (σφαίρες). Η γαλάζια γραμμή αντιστοιχεί στο βαρυτικό πηγάδι δυναμικού.

Η βαρύτητα δημιουργούσε διακυμάνσεις, ωστόσο η πίεση της υπέρθερμης ακτινοβολίας εξακολουθούσε να υφίσταται και να αντιτίθεται της έλξης. Η δράση των δύο αντίθετων δυνάμεων προκάλεσε ταλαντώσεις στα βαρυονικά στοιχεία του πλάσματος, τις λεγόμενες βαρυονικές ακουστικές ταλαντώσεις (**Baryonic Acoustic Oscillations** ή **BAOs**) και με

τη σειρά τους αυτές οδήγησαν στην παραγωγή ακουστικών κυμάτων μέσα στο πλάσμα, κύματα που ταξίδευαν περίπου με την μισή ταχύτητα του φωτός.

Όταν έφτασε η περίοδος της Αποσύζευξης, τα κύματα αυτά που είχαν εντυπωθεί στην ακτινοβολία ως πυκνώσεις και αραιώσεις ενέργειας και ανιχνεύονταν ως εκ τούτου σαν θερμοκρασιακές διαφορές, διαδόθηκαν στο υπόλοιπο σύμπαν ακριβώς στη μορφή που είχαν μετά την τελευταία σκέδαση ύλης-ακτινοβολίας. Σήμερα, οι διαφορές αυτές εντοπίζονται στο φάσμα ισχύος της **CMBR** που φαίνεται στο Σχήμα 2.12. Η γραφική παράσταση ακολουθεί τη συνάρτηση:

$$\Delta_T^2 \equiv \frac{l(l+1)}{2\pi} C_l(T)^2 \quad (2.47)$$

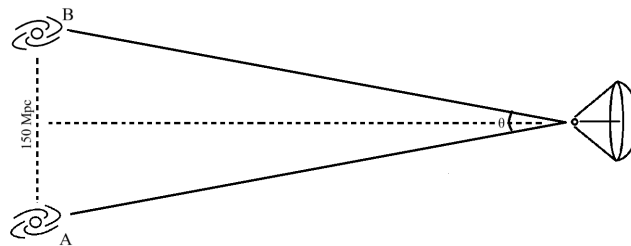


Σχήμα 2.12: Το φάσμα ισχύος των θερμοκρασιακών διακυμάνσεων της **CMBR**, με βάση τα δεδομένα του δορυφόρου **Planck**.

Αναμενόμενα, οι περισσότερες ταλαντώσεις «πάγωσαν» σε κάποια φάση μεταξύ μέγιστου και ελάχιστου πλάτους, όμως υπήρξαν και εκείνες οι οποίες βρίσκονταν είτε στο μέγιστο, όπου η ενέργεια θα ήταν όσο πιο απλωμένη στον χώρο γίνεται και συνεπώς η πυκνότητα της θα ήταν η μικρότερη δυνατή, είτε στο ελάχιστο, όπου θα ίσχυε το ανάποδο, δηλαδή η πυκνότητα θα ήταν η μεγαλύτερη δυνατή. Η σημασία αυτών αναδεικνύεται μέσω του φάσματος ισχύος, το οποίο συσχετίζει το τετράγωνο της εκάστοτε διακύμανσης με την γωνιακή απόσταση θ /τα πολύπολα l . Λόγω αυτού ακριβώς του τετραγώνου, οι τιμές μέγιστων και ελάχιστων αντιστοιχούν στις ακουστικές κορυφές και οι κοιλάδες του φάσματος αφορούν τις φάσεις στις οποίες η διακύμανση της ενέργειας είναι η ελάχιστη.

Παρατηρώντας το φάσμα στο Σχήμα 2.12, φαίνεται ότι για τις μικρότερες γωνιακές αποστάσεις (δηλαδή όσο μεγαλώνει η διακριτική ικανότητα), οι διακυμάνσεις μειώνονται μέχρι πρακτικά να μηδενιστούν, γεγονός που οφείλεται σε φαινόμενα απώλειας φωτονίων από απόσβεση, όπως η σκέδαση **Silk**, που σε συνδυασμό με την διαδικασία της Επανασύνδεσης ομογενοποίησαν τις διακυμάνσεις που παρήγαγαν μικρά μήκη κύματος.

Βέβαια, τα πιο μεγάλα μήκη έχουν και αισθητά λιγότερη απόσβεση, ξεχωρίζοντας έτσι εύκολα στο φάσμα ισχύος. Οι μονές κορυφές (1η, 3η, 5η...) αντιστοιχούν σε περιπτώσεις όπου η διακύμανση διακόπηκε λόγω Αποσύνδεσης σε περιπτώσεις μέγιστης συμπίεσης και οι ζυγές κορυφές (2η, 4η...) σε περιπτώσεις μέγιστης αραιώσης. Έτσι, η πρώτη ακουστική κορυφή αφορά μισή περίοδο ταλάντωσης (μία συμπίεση), η δεύτερη αφορά μια πλήρη περίοδο (μία συμπίεση και μία αραιώση), η τρίτη είναι για μιάμιση περίοδο κ.ο.κ. Η πρώτη κορυφή περιέχει τη μεγαλύτερη δυνατή απόσταση που μπορεί να ταξίδεψε ένα ακουστικό κύμα εντός του πλάσματος, από τη δημιουργία της διακύμανσης μέχρι την Αποσύζευξη. Πρόκειται φυσικά για μια τεράστια απόσταση, η οποία ορίζει τον ηχητικό ορίζοντα του νεαρού σύμπαντος και έχει μια κλίμακα μήκους της τάξης των **150Mpc** σε συγκινούμενες συντεταγμένες. Μάλιστα, επειδή αποτελεί ένα μέτρο κλίμακας το οποίο μπορεί να εντοπιστεί ακριβώς με βάση τα χνάρια των **BAOs** και να μετρηθεί σε αυτά ως απόσταση μεταξύ γαλαξιών, προκύπτει ότι γωνιακή απόστασή αυτών οφείλει να είναι περίπου μία μοίρα, βάσει της τριγωνομετρίας.



Σχήμα 2.13: Η μέτρηση της γωνιακής απόστασης μεταξύ γαλαξιών A και B, που σχηματίστηκαν στις θέσεις των **BAOs**.

Για δεδομένες αποστάσεις μεταξύ της Γης και των γαλαξιών, απαιτείται η γεωμετρία του χωροχρόνου να είναι επίπεδη, προκειμένου η τριγωνομετρική προσέγγιση να είναι έγκυρη. Ο υπολογισμός αυτός έρχεται σε πλήρη συμφωνία με τα δεδομένα του φάσματος ισχύος: Για διακριτική ικανότητα $\theta = 1^\circ$ προκύπτει η πρώτη ακουστική κορυφή, η οποία αντιστοιχεί στον ορίζοντα των ακουστικών κυμάτων και υπόδεικνύει ότι το σύμπαν ακολουθεί μια σχεδόν επίπεδη γεωμετρία:

$$\Omega_k = \frac{k}{a^2 H^2} = 0$$

Στις ακουστικές κορυφές, λοιπόν, συγκεντρώνονται οι λεπτομέρειες που φαίνεται να καθορίζουν τα χαρακτηριστικά του σύμπαντος. Εάν αυτές ήταν έστω και ελαφρώς μετατοπισμένες, τότε η εικόνα που θα είχε σχηματιστεί για το σύμπαν θα ήταν εντελώς διαφορετική σε σχέση με την υπάρχουσα. Η πολύ μεγάλη ακρίβεια που παρέχουν οι μετρήσεις

του δορυφόρου **Planck** δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού των σημαντικών παραμέτρων:

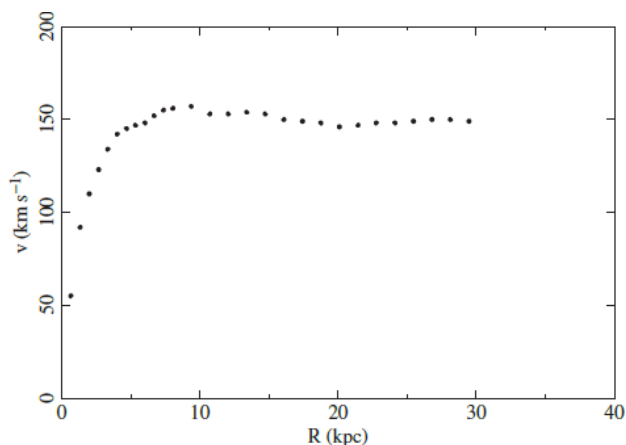
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ	ΤΙΜΗ
Πυκνότητα Βαρυονικής Ύλης	$\Omega_b h^2$	$0,02242 \pm 0,00014$
Συνολική Πυκνότητα Ύλης	$\Omega_m h^2$	$0,14240 \pm 0,00087$
Σταθερά Hubble ($km\ s^{-1}\ Mpc$)	H_0	$67,66 \pm 0,42$
Ανηγμένη Σταθερά Hubble ($km^{-1}\ s\ Mpc^{-1}$)	h	$0,677$
Πλάτος Πρωταρχικών Διαταραχών Πλάσματος	$\ln(10^{10} A_s)$	$3,047 \pm 0,014$
Οπτικό Βάθος	τ	$0,0561 \pm 0,0071$
Φασματικός Δείκτης	n_s	$0,9665 \pm 0,0038$

Πίνακας 2.1: Σημαντικές κοσμολογικές παράμετροι με βάση την επεξεργασία των μετρήσεων του δορυφόρου **Planck** το 2018 (από «Aghanim et al. - Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters»)

Η απόκλιση μεταξύ $\Omega_b h^2$ και $\Omega_m h^2$:

$$\frac{\Omega_b}{\Omega_m} \approx 0,16 \text{ ή } 16\%$$

που παρατηρείται σήμερα δεν αποτελεί παρά ένα σχετικά μικρό κλάσμα της ύλης που υποδηλώνεται να υπάρχει από την μελέτη της βαρυτικής αλληλεπίδρασης. Η υπόνοια της έλλειψης παρατηρήσιμης ύλης προηγείται της ανακάλυψης της ακτινοβολίας υποβάθρου ως προσέγγιση της πραγματικότητας. Το 1933 ο Fritz Zwicky ανακάλυψε ότι το σμήνος γαλαξιών της Κόμης κινούνται με υπερβολικά μεγάλες ταχύτητες για να συντηρείται βαρυτικά και να μη καταρρεύσει.



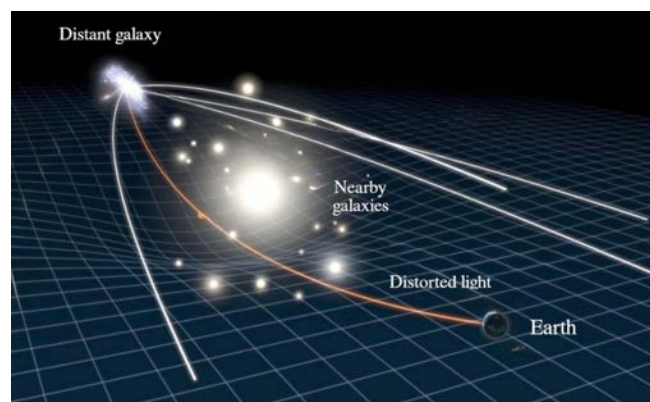
Σχήμα 2.14: Η καμπύλη περιστροφής του σπειροειδούς γαλαξία NGC3198. Παρατηρείται ότι για μια απόσταση από το κέντρο του γαλαξία (οριζόντιος άξονας) της τάξης των 10 με 30 kpc, η ταχύτητα παγώνεται γύρω από την τιμή των $150\ km/s$.

Χρόνια μετά, το 1970, οι **Vera Rubin** και **Kent Ford** μέτρησαν τις ταχύτητες των εξώτερων αστερών σε σπειροειδείς γαλαξίες (ειδικότερα της Ανδρομέδας), καταλήγωντας παρομοίως στο ότι η ταχύτητά τους ήταν αδικαιολόγητα μεγάλη για να διατηρούνται δεσμευμένοι βαρυτικά.

Οι δύο αυτές πειραματικές εξελίξεις, σε συνδυασμό με τις μετρήσεις για το αρχέγονο σύμπαν μέσω της **CMBR**, αποτέλεσαν σημαντικά σημεία ενδιαφέροντος στη βάση των οποίων θεμελιώθηκε η υπόθεση για την ύπαρξη ενός τύπου ύλης, ο οποίος παρόλο που αλληλεπιδρά βαρυτικά ακριβώς όπως και ο βαρυονικός, δεν αλληλεπιδρά ηλεκτρομαγνητικά και στην ουσία παραμένει αόρατος, μη ανιχνεύσιμος άμεσα με κάποιο τηλεσκόπιο.

Οι μικροσκοπικές διαχυμάνσεις ενέργειας στην πρώιμη εποχή πριν την Αποσύζευξη, οι οποίες λειτούργησαν ως «σπόροι» των μεγάλων κοσμικών δομών που παρατηρούνται σήμερα και παρήγαγαν τις ακουστικές ταλαντώσεις του φάσματος ισχύος, δε θα μπορούσαν να σχηματισθούν μόνο με τη βαρύτητα της παρατηρήσιμης ύλης. Το πηγάδι δυναμικού που αναφέρεται στο Σχήμα 2.11 θα πρέπει να οφείλεται ως επί το πλείστον στην παρουσία ενός κρυμμένου ηλεκτρομαγνητικά μεγέθους.

Μια υπόθεση θα μπορούσε να είναι ότι το μέγεθος αυτό δεν είναι παρά τυπική βαρυονική ύλη, η οποία βρίσκεται σε μια θερμοδυναμική κατάσταση που την καθιστά πολύ δύσκολα ανιχνεύσιμη. Γνωστά παραδείγματα αυτής της περίπτωσης είναι τα **WHIMs (Warm-Hot Intergalactic Mediums)**, υπέρθερμα νέφη αερίου, διάσπαρτα στον μεσογαλαξιακό χώρο, τα οποία ακτινοβολούν στο υπεριώδες άκρο του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος ή τα **MACHOs (MASSive Compact Halo Objects)**, που είναι πολύ αμυδρά αντικείμενα όπως καφέ νάνοι αστέρες, μελανές οπές, αστέρες νετρονίων και άλλα. Πάντως, δύο αυτές περιπτώσεις φαίνεται ότι είναι αδύνατον να ανταποκριθούν μόνες τους στα αποτελέσματα της συνολικής πυκνότητας μάζας, Ω_m . Η ύπαρξη της μη βαρυονικής ύλης, χαρακτηριζόμενης ως σκοτεινής λόγω της αδυναμίας της να αλληλεπιδράσει ηλεκτρομαγνητικά, είναι η υπόθεση που προκρίνεται περισσότερο από κάθε άλλη για την εξήγηση της βαρυτικής συνοχής παρά την έλλειψη παρατηρήσιμου υλικού.



Σχήμα 2.15: Απεικόνιση του φαινομένου του βαρυτικού φακού.

Η μοναδική (μέχρι νεωτέρας) μέθοδος είναι αυτή των Βαρυτικών Φακών, με βάση την οποία το φως καμπυλώνει ακολουθώντας τον χωροχρόνο γύρω από κάποια μεγάλη μάζα (Σχήματα 2.14 και 2.15). Χάρη στο φαινόμενο αυτό ήρθε η πρώτη επιβεβαίωση της ΓΘΣ, όταν ο **Arthur Eddington** μπόρεσε κατά τη διάρκεια μιας ηλιακής έκλειψης στις 29 Μαΐου 1929 να φωτογραφίσει αστέρες που φαινομενικά απείχαν μόλις δύο δευτερόλεπτα της μόιρας (ακριβώς όσο προέβλεπε το θεωρητικό μοντέλο), στην πραγματικότητα όμως ήταν η καμπύλωση του φωτός που τους έκανε να φαίνονται δίπλα στον Ήλιο.



Σχήμα 2.16: Φωτογραφία του γαλαξία **SDSS J1038+4849** υπό την επίδραση του φαινομένου του βαρυτικού φακού, τραβηγμένη από το διαστημικό τηλεσκόπιο **Hubble**.

Τα δεδομένα των παρατηρήσεων (**CMBR**, βαρυτικοί φσχοί, ερυθρά μετατόπιση) καταδεικνύουν ότι οι μεγάλες δομές (γαλαξίες, σμήνη γαλαξιών κ.τ.λ.) δημιουργήθηκαν από μικρότερα συστήματα, ακολουθώντας μια πορεία «από κάτω προς τα πάνω», με αφετηρία τις ανισοτροπίες του νέου σύμπαντος. Η σκοτεινή ύλη είχε τον κύριο ρόλο σε αυτήν τη διαδικασία, η οποία θα ήταν αδύνατο να πραγματοποιηθεί, εάν η φύση της ύλης αυτής ήταν σχετικιστική. Σε μια τέτοια περίπτωση, λόγω των συγκρίσιμων με αυτήν του φωτός ταχυτήτων που θα επικρατούσαν, η βαρύτητα δε θα υπερίσχυε τοπικά, οι ανισοτροπίες δε θα δημιουργούνταν και το σύμπαν θα παρέμενε ομοιόμορφο. Η σύγχρονη θεωρία ωστόσο, της οποίας κάποια σημεία περιγράφηκαν παραπάνω, προκρίνει την περίπτωση μιας σκοτεινής ύλης, η οποία λόγω των μη σχετικιστικών ταχυτήτων της περιγράφεται ως ψυχρή (**Cold Dark Matter** ή **CDM**).

Εδώ είναι η κατάλληλη στιγμή να επιστρέψει στο προσκήνιο η σχέση (2.37), προσθέτοντας ωστόσο την παρατήρηση ότι το σύμπαν είναι προσεγγιστικά επίπεδο:

$$\Omega_b + \Omega_r + \Omega_{cdm} + \Omega_\Lambda = 1$$

Η παράμετρος πυκνότητας της ψυχρής σκοτεινής ύλης, με βάση τα δεδομένα του 2018 που παρήγαγαν και τις τιμές του Πίνακα 2.1, είναι:

$$\Omega_{cdm} = 0.11933 \pm 0.00091$$

η οποία είναι περίπου πέντε φορές μεγαλύτερη από την πυκνότητα της βαρυονικής ύλης.

Τα παραπάνω, σε συνδυασμό με τη σημερινή τιμή της πυκνότητας ακτινοβολίας να μη κάνει καμία ουσιαστική διαφορά ($> 1\%$), καταδεικνύει ότι όλη η παρατηρήσιμη ύλη, κάθε αστέρας, κάθε γαλαξίας και νεφέλωμα, ό,τι είναι ορατό στον άνθρωπο μέσω ματιών ή τηλεσκοπιών, δεν είναι παρά ένα μικρό κλάσμα του συνόλου. Εφαρμόζοντας τις τιμές του Πίνακα 2.1, προκύπτει ότι η συντριπτική πλειοψηφία της ενέργειας στο σύμπαν δεν είναι ούτε ορατή ύλη, ούτε όμως και αόρατη:

$$\Omega_b + \Omega_\Lambda + \Omega_{cdm} = \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1 \implies \Omega_\Lambda = 0.68931$$

Αναδύεται, λοιπόν, ένα πολύ σοβαρό χαρακτηριστικό: Σχεδόν το 70% του παρατηρήσιμου σύμπαντος αποτελείται από την εγγενή ενέργεια του χωροχρόνου της οποία η φύση παραμένει ένα από τα μεγαλύτερα μυστήρια της Φυσικής. Η επιστημονική κοινότητα αποκαλεί την ενέργεια του κενού που προβλέπουν οι εξισώσεις ως σκοτεινή ενέργεια, έναν χαρακτηρισμό αφιερωμένο στις προσπάθειες να έρθει στο φως η αλήθεια αυτού του μυστηρίου.

Φυσικά, το εν λόγω μυστήριο θα γινόταν ακόμη πιο περίπλοκο όταν το 1998 δύο ερευνητικές ομάδες εργαζόμενες ανεξάρτητα πάνω σε απομακρυσμένες υπερκαινοφανείς εκρήξεις τύπου Ia, διαπίστωσαν πτώση στη λαμπρότητά τους, παρόλο που τα συγκεκριμένα φαινόμενα θεωρούνταν να έχουν σταθερή τιμή. Το αποτέλεσμα ήταν η ανακάλυψη ότι οι αποστάσεις των υπερκαινοφανών από τη Γη ήταν στην πραγματικότητα πολύ μεγαλύτερες από το αναμενόμενο, σαν να απομακρύνθηκαν ταχύτερα από όσο υπολογίζονταν βάσει της κοσμικής διαστολής. Η επιτάχυνση της διαστολής αυτής δε θα μπορούσε να εξηγηθεί χωρίς την ύπαρξη κάποιας κινητήριας δύναμης στο σύμπαν και η συσχέτιση αυτής με τη σκοτεινή ενέργεια είναι ένα θέμα μεγάλου ενδιαφέροντος στην έρευνα, καθώς απαιτεί τη βαθύτερη κατανόηση της φύσης της.

Ξεκινώντας, λοιπόν, από την αναγνώριση και την τεκμηρίωση της κοσμικής μικροκυματικής ακτινοβολίας υποβάθρου, συστήνεται η πλέον αποδεκτή (και ταυτόχρονα γεμάτη αναπάντητα ερωτημάτα) θεωρία για την απαρχή και τα πρώτα βήματα ενός σύμπαντος διαστελλόμενου επιταχυνόμενα και ως επί το πλείστον αόρατου για εμάς. Αυτό είναι το καθιερωμένο μοντέλο της Λ CDM κοσμολογίας (Lambda - Cold Dark Matter Cosmology).

Κεφάλαιο 3

ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΠΡΩΙΜΟ ΣΥΜΠΑΝ

Το μοντέλο Λ CDM καθιερώνει μερικά σημαντικά σημεία για την κατανόηση και την αντιμετώπιση του κοσμικού περιβάλλοντος. Τα παρατηρησιακά δεδομένα, μαζί με το θεωρητικό υπόβαθρο από τη ΓΘΣ στη μορφή των εξισώσεων Friedmann, έστησαν τη βάση του μοντέλου και το ευθυγράμμισαν σε πλήρη συμφωνία με την Κοσμολογική Αρχή. Επιπλέον, έχει δοθεί μια τεκμηριωμένη εικόνα τόσο για τη σύσταση του σύμπαντος, που αποτελείται από $\sim 5\%$ βαρυονική ύλη, $\sim 25\%$ σκοτεινή ύλη και $\sim 70\%$ σκοτεινή ενέργεια, όσο και για τα δυναμικά χαρακτηριστικά του, που κάνουν λόγο για έναν σχεδόν επίπεδο και επιταχυνόμενο διαστελλόμενο χωροχρόνο.

Παρά όλα αυτά, τα πιο στιβαρά θεμέλια του μοντέλου αυτού υπάρχουν στην αρχέγονη κοσμική ακτινοβολία, η οποία σηματοδοτεί την εποχή όπου το σύμπαν βγήκε από μια περίοδο όπου όλο το φως ήταν εγκλωβισμένο μεταξύ υπέρθερμης βαρυονικής και σκοτεινής ύλης. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο λέγεται ότι το σύμπαν βγήκε από έναν «κοσμικό Μεσαίωνα» όταν συνέβη η Επανασύνδεση.

Η ουσία είναι ότι τα παρατηρησιακά δεδομένα που επιβεβαιώνουν ή καταρρίπτουν τις κοσμολογικές υποθέσεις εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από την κατανόηση της ακτινοβολίας, είτε αυτή είναι η CMBR, είτε είναι σήματα από ουράνια σώματα (αστέρες νετρονίων, μελανές οπές κ.τ.λ.) και αστρικές δομές (γαλαξίες, νεφελώματα, σμήνη κ.τ.λ.). Ακριβώς επειδή κάθε ακτινοβολία διαχύθηκε στο σύμπαν μετά την Επανασύνδεση, είναι αδύνατον να προσεγγιστεί η πρότερη κατάσταση του αναζητώντας ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

Όπως και να έχει, είναι μείζονος σημασίας η κατανόηση εκείνης της περιόδου, αφού τότε είναι που ξεκίνησαν οι δυνάμεις της φύσης που καθοδήγησαν το αρχέγονο πλάσμα, σχημάτισαν τον κόσμο και πλέον τις διακρίνουμε στις τέσσερις γνωστές (Βαρυτική, Ηλεκτρομαγνητική, Ισχυρή και Ασθενή Πυρηνική). Για τον σκοπό αυτό επιστρατεύονται οι προσεγγίσεις της Θερμοδυναμικής και της Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων.

3.1 Η ανάγκη για τον Πληθωρισμό

Πριν αναπτυχθούν σε αυτό το κεφάλαιο οι λεπτομέρειες στη φυσική που χρησιμοποιήθηκε για να προσεγγιστεί η περίοδος του πρώιμου σύμπαντος, πριν την Αποσύζευξη δηλαδή, είναι πρόπον σε αυτό το σημείο να αναδυχθεί μια κρίσιμη εξέλιξη της κοσμικής ιστορίας, η οποία αναδύθηκε στα τέλη του περασμένου αιώνα μέσα από την προσπάθεια αντιμετώπισης τριών λογικών ζητημάτων που έκαναν την εμφάνισή τους μετά την ανακάλυψη της ακτινοβολίας υποβάθρου.

Αρχικά, ένα εξ αυτών έχει ήδη αναφερθεί πλαγίως στην ενότητα 2.6, σελίδα 36, σχετικά με τις «ανισotropίες σε κοσμικές περιοχές τόσο απομακρυσμένες, που δε θα μπορούσαν ποτέ να έχουν γεινιάσει κάποια στιγμή». Είναι εύκολο να καταλάβει κανείς ότι η θερμότητα μέσω ακτινοβολίας περιορίζεται από το ανώτατο όριο ταχύτητας διάδοσης, την ταχύτητα του φωτός. Παρά τα περίπου τριακόσια χιλιόμετρα ανά δευτερόλεπτο, το σύμπαν είναι τόσο μεγάλο που είναι αδύνατο η **CMBR** να διαχύθηκε αρκετά, ώστε να προκαλούταν η θερμική ισορροπία που παρατηρείται σήμερα. Στην πραγματικότητα αυτές οι τόσο απομακρυσμένες, αλλά και τόσο ομοιόμορφες μεταξύ τους περιοχές δε θα μπορούσαν ποτέ να επικοινωνήσουν, αφού το φως δε γίνεται να υπερκεράσει την κοσμική διαστολή του χωροχρόνου. Για κάθε σημείο του σύμπαντος σχηματίζεται ένας ορίζοντας, πέρα από τον οποίο είναι αδύνατο κανείς να αλληλεπιδράσει με το υπόλοιπο σύμπαν, λόγω των περιορισμών στην ταχύτητα διάδοσης. Ωστόσο, η διαφανόμενη διάχυση ακτινοβολίας που έλαβε χώρα κάποτε και επέφερε τη θερμική ισορροπία έρχεται σε αντίθεση με τα παραπάνω και περιγράφεται ως το Πρόβλημα του Ορίζοντα.

Προχωρώντας στο επόμενο, θα γίνει μια σύντομη αναδρομή στις ενότητες 2.3 και 2.4. Η σχέση (2.21) μπορεί να γραφεί ως:

$$|\Omega(t) - 1| = \frac{k}{\alpha^2 H^2} \quad (3.1)$$

Συνδυάζοντας την τελευταία με τον παράγοντα Hubble (2.13), καθώς και με τις περιπτώσεις κυριαρχίας ύλης:

$$\alpha_m(t) \propto t^{1/2} \implies \alpha_m^2 H^2 \propto t^{-2/3} \quad (3.2)$$

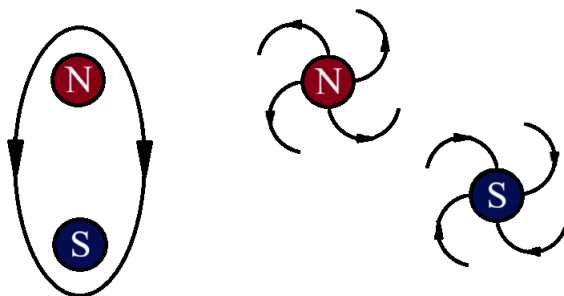
και ακτινοβολίας:

$$\alpha_r(t) \propto t^{2/3} \implies \alpha_r^2 H^2 \propto t^{-1} \quad (3.3)$$

εύκολα διακρίνεται ότι με την πάροδο του χρόνου η καμπυλότητα σε ένα σύμπαν ύλης-ακτινοβολίας k αυξάνεται. Παρατηρώντας σήμερα το υπάρχον σύμπαν να είναι σχεδόν επίπεδο και ικανοποιητικά προσεγγίσιμο από την Ευκλείδεια γεωμετρία στις τόσο μεγάλες κλίμακες του, γεννάται η υπόθεση ότι κατά την πρώιμη περίοδο θα πρέπει να υπήρξε εξαιρετικά κοντά στην απόλυτη απουσία καμπύλωσης, με άλλα λόγια η τιμή της πα-

ραμέτρου $\Omega(t)$ θα έπρεπε να είναι πάρα πολύ κοντά στη μονάδα. Προκύπτει, εν ολίγοις, το ακραίο σενάριο ότι κατά την περίοδο της νουκλεοσύνθεσης (ένα δευτερόλεπτο μετά τη Μεγάλη Έκρηξη) η εν λόγω τιμή θα εντοπιζόταν κάπου στο φάσμα τιμών $0.9999999999 < \Omega(t) < 1.0000000001$. Ο βαθμός της ακρίβειας είναι τόσο μεγάλος, που εμφανίζει ως ένα σημαντικό παράδοξο, γνωστό και ως Πρόβλημα της Επιπεδότητας, το γεγονός ότι το σύμπαν παρείχε την σχεδόν τέλεια τιμή για να είναι επίπεδο από το πρώτο κιόλας δευτερόλεπτο, αφηρώντας την εντύπωση ότι η χρονικά εξαρτημένη παράμετρος Ω θα μεταβαλλόταν αισθητά ανά τα έτη.

Το τρίτο ζήτημα διαφέρει με τα δύο προηγούμενα από καταβολής του, αφού δεν αφορά τη δυναμική του σύμπαντος, αλλά τη σύστασή του. Ορισμένες θεωρίες για την απαρχή του σύμπαντος αναδεικνύουν μια περίοδο στην οποία ο ηλεκτρομαγνητισμός και οι δύο πυρηνικές δυνάμεις ήταν ένα και το αυτό, συνδυασμένες σαν μία ενιαία αλληλεπίδραση του αρχέγονου τότε κόσμου. Οι λεγόμενες Μεγάλες Ενοποιητικές Θεωρίες (**Grand Unified Theories** ή **GUTs**), έχουν ως κεντρική ιδέα αυτήν την ελκυστική από μαθηματική άποψη απάντηση, πειραματικά ωστόσο η επιβεβαίωσή τους παραμένει ανεκπλήρωτη. Σε κάθε περίπτωση, οι **GUTs** συνοδεύονται από μια συγκεκριμένη πρόβλεψη περί ύπαρξης κάποιων ιδιαίτερων σωματιδίων τεράστιας μάζας (10^{16} GeV, τη στιγμή που ένα πρωτόνιο δε ξεπερνάει καν το 1 GeV), τα οποία δρουν ως μαγνητικά μονόπολα και υπήρξαν μάλιστα σε αφθονία στο πρώιμο σύμπαν.



Σχήμα 3.1: Μαγνητικό δίπολο (αριστερά) και τα προτεινόμενα μονόπολα (δεξιά).

Ωστόσο, αυτό που παρατηρεί κανείς σήμερα είναι η εκκωφαντική απουσία των μονοπόλων, με την αναζήτησή τους να αποτελεί ένα σοβαρό θέμα έρευνας, καθώς άπαξ και ανακαλυφθούν, η φυσική του ηλεκτρομαγνητισμού θα αλλάξει άρδην.

Για όλα αυτά τα ζητήματα προτάθηκε μια απάντηση το 1981 από τον **Alan Guth** με την υπόθεση του Πληθωρισμού (**inflation**), κατά την οποία ο όγκος του σύμπαντος διεστάλη απίστευτα εντός ενός εξαιρετικά μικρού χρονικού διαστήματος. Κατά κάποιο τρόπο ο όρος αυτός νοηματοδοτεί τον όρο «Μεγάλη Έκρηξη» και πιο συγκεκριμένα τη δεύτερη λέξη. Η εικόνα έκρηξης που φαντάζεται κανείς σήμερα δε θα μπορούσε να έχει οποιοδήποτε κοινό με το συμβάν που γέννησε το σύμπαν, αφού δεν είχε υπήρχε η ύλη όπως

συναντάται σήμερα και συνεπώς δεν έχει καν νόημα να σχηματίζονται στο νου σκηινικά με έντονες λάμπεις και κρότους (εξαρχής κιόλας ο όρος χρησιμοποιήθηκε ειρωνικά, όταν η θεμελιωμένη θεωρία δεν ήταν παρά μια ακόμη νέα κοσμολογική υπόθεση). Ο λόγος που εξακολουθεί να περιγράφεται ως «έκρηξη» έχει να κάνει με το πνεύμα της λέξης: Μια απότομη, επιταχυνόμενη, ισχυρή εκτόνωση ενέργειας.

Για την εξαχθεί ακριβώς ο παράγοντας κατά τον οποίον ο πληθωρισμός επιρεάζει τη διαστολή, επιλέγεται η σχέση επιτάχυνσης (2.12) συναρτήσει της παραμέτρου **Hubble** συμπεριλαμβανομένης της ενέργειας του κενού, η οποία έχει ήδη συνδεθεί με τη διαστολή του σύμπαντος:

$$H^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho - \frac{k}{\alpha^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

Διαπιστώνεται ότι οι δύο πρώτοι όροι μειώνονται, όσο η διαστολή του σύμπαντος αυξάνεται. Συνυπολογίζοντας την επίδραση του Πληθωρισμού, οι όροι αυτοί γίνονται ελάχιστα επιδραστικοί πολύ γρήγορα, αφού η πυκνότητα ρ αναμενόμενα θα μειωθεί τάχιστα λόγω του παραπάνω όγκου και ο παράγοντας κλίμακας α θα αυξηθεί εξίσου τάχιστα. Η συνάρτηση αυτή εύκολα οδηγεί στον υπολογισμό του ρυθμού διαστολής συναρτήσει της Λ , που είναι σταθερά, και του χρόνου:

$$\left(\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right)^2 \approx \frac{\Lambda}{3} \Rightarrow \dot{\alpha} = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\alpha \Rightarrow \alpha = \alpha(t) = \exp\left(t\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\right) \quad (3.4)$$

Η επιτάχυνση κατά τον Πληθωρισμό, δηλαδή, καθορίζεται από την τιμή της κοσμολογικής σταθεράς και είναι δραματικά ταχύτερη από τις αντίστοιχες επιταχύνσεις της διαστολής σε σύμπαντα ύλης (3.2) και ακτινοβολίας (3.3).

Προκειμένου να συνιστά ένα πιθανό σενάριο που να επιλύει τα προαναφερθέντα ζητήματα, ο Πληθωρισμός τοποθετείται χρονικά την περίοδο όπου το σύμπαν ήταν ούτε ενός δευτερολέπτου και είχε επιτύχει ήδη μια θερμοδυναμική ισορροπία. Έτσι, η αποτόμη αύξηση στον όγκο θα διαχωρίζε ένα εξισορροπημένο θερμοκρασιακά σύστημα σε διακριτές περιοχές, οι οποίες με την πάροδο του χρόνου και τη συνεχή επιταχυνόμενη διαστολή θα απομακρύνονταν, αλλά ταυτόχρονα θα εμφάνιζαν ουσιαστικά ίδια ενεργειακή συμπεριφορά, βάσει της ισοτροπίας με την οποία το σύμπαν θα εξελίσσεται. Ακόμη, μια τέτοια ταχύτατη διαστολή εξηγεί πώς απέκτησε τη σχεδόν επίπεδη γεωμετρία του από τόσο νωρίς, μια και η παράμετρος πυκνότητας όντως μεταβλήθηκε με την πάροδο του χρόνου όπως αναμενόταν, απλώς αυτό έγινε πάρα πολύ γρήγορα. Τέλος, αναφορικά με τα αγνοούμενα μονόπολα, αν και η εν δυνάμει ύπαρξή τους δε λογίζεται προς το παρόν ως βέβαιη, η απουσία τους σήμερα θα μπορούσε να οφείλεται στον διασκορπισμό τους στο σύμπαν λόγω διαστολής.

Η αρχή του Πληθωρισμού τοποθετείται χρονικά στα 10^{-36} πρώτα δευτερόλεπτα μετά τη Μεγάλη Έκρηξη και το τέλος του στα 10^{-32} δευτερόλεπτα, τότε που η θερμοκρασία του σύμπαντος υπολογίζεται στα $10^{28}K$. Εδώ έχει αξία να γίνουν τρεις προσεγγίσεις, με σκοπό

να δωθεί μια τάξη μεγέθους για το κατά πόσο διεστάλη το σύμπαν. Αρχικά, θεωρείται ότι η αποδεκτή ηλικία του σύμπαντος σήμερα, t_0 , ανέρχεται στα $4,3 \times 10^{17}$ δευτερόλεπτα. Επιπλέον, για τη σχέση (3.1) θεωρείται ότι η μεγιστη δυνατή τιμή της είναι 0,1. Τέλος, θεωρείται ακόμη από την περίοδο εκείνη και έκτοτε η ακτινοβολία κυριαρχούσε, με βάση την (3.3). Έχοντας αυτά κατά νου, λοιπόν:

$$(3.1) \implies |\Omega(t) - 1| = \frac{k}{\alpha_r^2 H^2} \propto t$$

Οπότε, επιλέγοντας κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια του Πληθωρισμού:

$$|\Omega(t = 10^{-34}) - 1| = 0,53 \times 10^{-53}$$

Για σταθερή παράμετρο **Hubble** αυτήν την περίοδο και υπό τις συνθήκες που τέθηκαν, προκύπτει ότι ο παράγοντας κλίμακας αναγκαστικά θα έπρεπε να αυξηθεί κατά 27 τάξεις μεγέθους.

Η τεράστια μεταβολή που ερμηνεύει η υπόθεση του Πληθωρισμού διαφέρει από την τυπική διαστολή που παρατηρήθηκε το δεύτερο μισό του 20ου αιώνα, κατά βάση ως προς το περιεχόμενο του σύμπαντος. Μεταξύ Πληθωρισμού και νουκλεοσύνθεσης, η κυρίαρχος μορφή ενέργειας ήταν η ακτινοβολία. Ωστόσο, την περίοδο των 10^{-36} με 10^{-32} δευτερολέπτων μετά τη γέννηση του σύμπαντος ήταν αναμενόμενα (λόγω της πρωτοφανούς διαστολής) η ενέργεια κενού. Όπως αναδείχθηκε στην ενότητα 2.5, το μέτρο της σταθεράς Λ καθορίζει την εγγενή αρνητική πίεση που εξωθεί το σύμπαν να μεγαλώνει, στα βήματα του ιδανικού ρευστού που αναφέρθηκε.

Μια προσέγγιση για να προσαρτιθεί η ιδέα της ασκούμενης πίεσης με φυσικό τρόπο και όχι απλώς με αυθαίρετη εμφάνιση της κοσμολογικής σταθεράς είναι το ρευστό αυτό να προσομοιωθεί με ένα βαθμωτό πεδίο $\phi(x, t)$, το οποίο προσδίδει μια συγκεκριμένη τιμή σε κάθε σημείο του χωροχρόνου. Το πεδίο αυτό, ως συνεχές μέσο, θα ακολουθεί μια Λαγκρανζιανή πυκνότητα της μορφής:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \quad (3.5)$$

όπου V το δυναμικό του βαθμωτού πεδίου. Λύνοντας την εξίσωση **Euler-Lagrange** που βρίσκεται παρακάτω:

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} - \frac{d}{dx^\mu} \left(\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0$$

παράγεται η εξής λύση:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -V'(\phi) \quad (3.6)$$

Δεδομένης της προσέγγισης του ιδανικού ρευστού, η (3.6) παρομοιάζεται με την εξίσω-

ση συνέχειας, καταλήγωντας στα εξής για την πυκνότητα ενέργειας και την πίεση:

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$$

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$$

Μέχρι σήμερα για το πεδίο $\phi(x,t)$ (στην αγγλική βιβλιογραφία αποκαλείται *inflaton*) δεν έχει υποδειχθεί συγκεκριμένα η φύση του, παρά μόνο υπάρχουν ορισμένοι πιθανοί τύποι που θα μπορούσαν να λειτουργούν ως το πεδίο στο οποίο οφείλεται ο Πληθωρισμός. Σε κάθε περίπτωση, η επικρατούσα προσέγγιση σχετικά με την εξέλιξη του Πληθωρισμού δηλώνει ότι το τέλος αυτής της διαδικασίας ήρθε από τη σταδιακή μετατροπή της ενέργειας του πεδίου σε θεμελιώδη σωματίδια μέσω διαφόρων στοιχειωδών διεργασιών, καθώς το σύμπαν διαστελλόταν και έχανε ενέργεια λόγω ψύξης. Το τέλος του Πληθωρισμού σημαδεύεται, λοιπόν, από μια περίοδο επαναθέρμανσης, ακριβώς επειδή το σύμπαν γέμιζε με σωματίδια που δημιουργούνταν λόγω ταλαντώσεων του εξασθενούμενου $\phi(x,t)$.

Η όλη υπόθεση του Πληθωρισμού παραμένει ένα πολύ ενεργό κομμάτι της έρευνας, οι μηχανισμοί του οποίου ωστόσο δεν είναι ξεκάθαροι μέχρι σήμερα. Πάντως, εκτός από το ότι απαντά σε κρίσιμα ερωτήματα, το ενδεχόμενο να ολοκληρώθηκε με τη μετάβαση ενέργειας σε μορφή τυπικής ύλης λόγω διαταραχών ενός βαθμωτού πεδίου, ακόμη και αν το όλο συμβάν παραμένει μυστήριο, προσοικονομεί τον τρόπο που το σύμπαν θα μεταβεί από μια ενεργειακή κατάσταση σε μια άλλη. Είναι (ίσως) η πρώτη φορά στην κοσμική ιστορία όπου μια μετάβαση φάσης καθορίζει τις διεργασίες μετάλλαξης του σύμπαντος.

3.2 Θερμοδυναμική των χβαντικών πεδίων

Κατά την Κβαντική Θεωρία Πεδίου (Quantum Field Theory ή QFT) κάθε στοιχειώδες σωματίδιο αντιμετωπίζεται ως τοπική διέγερση ενός συνεχούς μέσου που δρα και εκτείνεται σε όλο το σύμπαν, φερείπειν το πεδίο των ηλεκτρονίων, το πεδίο των νετρίνων και ούτω καθεξής.

Όπως για κάθε σύστημα, έτσι και για ένα χβαντικό πεδίο η μελέτη των θερμοδυναμικών διεργασιών βασίζεται στη γνώση της συνάρτησης επιμερισμού, Z :

$$Z(T) = Tr[e^{-\beta\hat{H}}] \quad (3.7)$$

με $\hat{H}$ τον Χαμιλτονιανό τελεστή του και β το αντίστροφο της θερμοκρασίας T . Βάσει αυτής της συνάρτησης προκύπτουν τα τρία σημαντικά μεγέθη για το σύστημα:

- Η εντροπία, S :

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T}$$

- Η ολική ενέργεια, E :

$$E = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$$

- Η ελεύθερη ενέργεια, F :

$$F = -T \ln Z \quad (3.8)$$

Αναφορικά με τα πεδία, λοιπόν, ο πιο απλός τρόπος να προσεγγιστεί μια διακύμανση είναι αυτός του κβαντικού αρμονικού ταλαντωτή. Για ένα μποζόνιο (όπως είναι τα φωτόνια ή τα γκλουόνια) η συνάρτηση επιμερισμού γίνεται:

$$Z_{BHO}(T, \omega_k) = \frac{e^{-\beta \omega_k^2}}{1 - e^{-\beta \omega_k}}$$

(BHO σημαίνει **B**ozonic **H**armonic **O**scillator) όπου ω_k η κυκλική συχνότητα ταλάντωσης συναρτήσει του κυματικού αριθμού $\vec{k}$:

$$\omega_k = \sqrt{m^2 + k^2}$$

Ένα μποζονικό πεδίο θεωρείται ως ένα σύνολο πολλών αρμονικών ταλαντωτών, οπότε:

$$Z_B = \prod_k Z_{BHO}(T, \omega) \quad (3.9)$$

άρα η ελεύθερη ενέργεια του πεδίου αυτού θα είναι:

$$F_B = -T \sum_k \ln Z_{BHO}(T, \omega) \quad (3.10)$$

Η ίδια λογική εφαρμόζεται και για τον άλλο τύπο πεδίου, το φερμιονικό (παραδείγματα φερμιονίων είναι τα ηλεκτρόνια και τα **quarks** τα οποία θα δρουν μεμονωμένα ως ένας **FHO**, δηλαδή **F**ermionic **H**armonic **O**scillator):

$$Z_F = 4 \prod_k Z_{FHO}(T, \omega) \quad (3.11)$$

$$F_F = -4 \sum_k \left[\frac{1}{2} \omega + T \ln(1 + e^{-\beta \omega}) \right] \quad (3.12)$$

Τώρα, κανονικοποιώντας τις (3.10) και (3.12) σε έναν χώρο V , οι εκφράσεις για την ελεύθερη ενέργεια γίνονται:

$$f_B = f_{0,B} + T \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \ln(1 - e^{-\beta\omega})$$

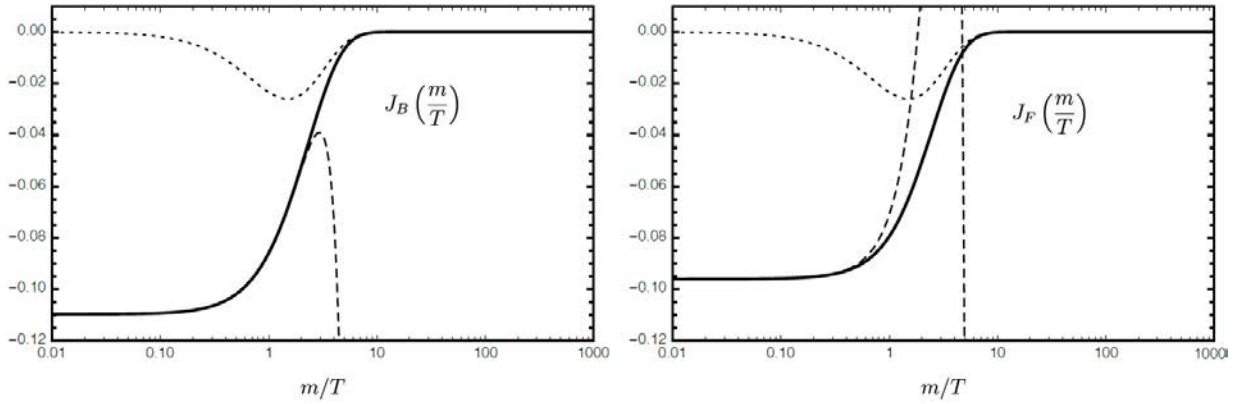
$$f_F = -f_{0,F} - T \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \ln(1 + e^{-\beta\omega})$$

Η διαστατική ανάλυση των τελευταίων δίνει τη δυνατότητα να γραφούν αυτές ως συναρτήσεις μόνο της μάζας του εκάστοτε σωματιδίου και της θερμοκρασίας:

$$f_B(T, m) = T^4 J_B\left(\frac{m}{T}\right) \quad (3.13)$$

$$f_F(T, m) = T^4 J_F\left(\frac{m}{T}\right) \quad (3.14)$$

Εδώ τα στατιστικά μεγέθη $J_B(\frac{m}{T})$ και $J_F(\frac{m}{T})$ είναι αδιάστατες συναρτήσεις, των οποίων οι κατανομές φαίνονται στο Σχήμα 3.1. Παρατηρείται η ταύτιση των πυκνοτήτων ελεύθερης ενέργειας μεταξύ μποζονικού και φερμιονικού πεδίου στις χαμηλές τιμές θερμοκρασίας.



Σχήμα 3.2: Γραφικές παραστάσεις των αδιάστατων συναρτήσεων $J(m/T)$. Και στις δύο εικόνες, οι διακεκομμένες καμπύλες αντιστοιχούν στις αριθμητικές προσεγγίσεις των μεγαλύτερων όρων των συναρτήσεων. Η μεν με τις μικρές παύλες αντιστοιχεί στις μικρές τιμές T , ενώ η δε με τις μεγάλες παύλες αντιστοιχεί στις μεγάλες τιμές T .

Τώρα, στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου της Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων, η μάζα κάθε σωματιδίου εξάγεται από την αλληλεπίδραση του του πεδίου του με ένα άλλο, διαφορετικού τύπου πεδίο, ανάλογο με το βαθμωτό πεδίο **inflaton**. Αυτό είναι το **Higgs**:

$$m_i(\phi) = c_i \phi \quad (3.15)$$

οπου m_i η μάζα του i σωματιδίου, c_i μια αδιάστατη σταθερά σύζευξης που υποδηλώνει το κατά πόσο ισχυρή είναι η αλληλεπίδραση του εκάστοτε κβαντικού πεδίου με το **Higgs** (παραδείγματος χάριν τα φωτόνια ως φορείς ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχουν μηδε-

νική μάζα, συνεπώς η τιμή της σταθεράς c_γ είναι μηδενική) και ϕ η αναμενόμενη τιμή του βαθμωτού πεδίου **Higgs** σε κάποιο σημείο του χωροχρόνου. Ως πεδίο και αυτό, οι δικές του διακυμάνσεις μπορούν να λογιστούν και αυτές ως σωματίδια.

Η ύπαρξη του πεδίου **Higgs** καθορίζει την πυκνότητα της ελεύθερης ενέργειας των στοιχειωδών σωματιδίων, μέσω του δυναμικού του σε κατάσταση μηδενικής θερμοκρασίας, όταν αυτό βρίσκεται δηλαδή στη θεμελιώδη κατάστασή του. Στην κατάσταση αυτή αποδείδεται η τιμή $\phi = 0$, τοποθετώντας την δηλαδή στο ολικό ελάχιστο του δυναμικού. Η σχέση της πυκνότητας ελεύθερης ενέργειας συνυπολογίζει, ακόμη, την εξάρτηση από το είδος του εκάστοτε σωματιδίου και εμφανίζεται στην γενικότερη μορφή της ως εξής:

$$f = V_0 + T^4 \left[\sum_B J_B \left(\frac{m_B}{T} \right) + \sum_F J_F \left(\frac{m_F}{T} \right) \right] \quad (3.16)$$

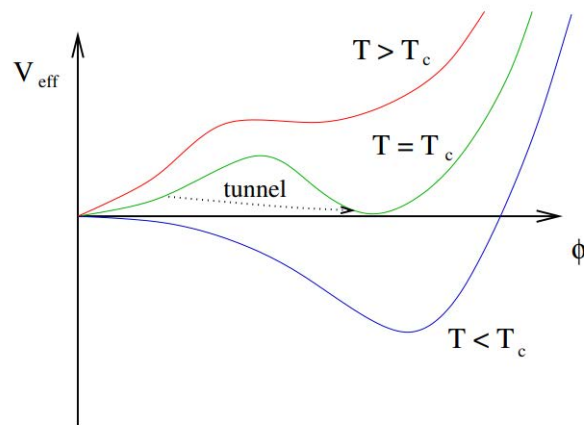
Στις υψηλές θερμοκρασίες η (3.16) γίνεται:

$$f = -g_{eff} \frac{\pi^2}{90} T^4 + V_T(\phi)$$

όπου:

$$g_{eff} = \frac{7}{8} 4N_F + 3N_V + 2N_{V_0} + N_S$$

το ενεργό πλήθος των βαθμών ελευθερίας ενός αερίου στοιχειωδών σωματιδίων (οι όροι N αντιστοιχούν κατά σειρά στα πλήθη των φερμιονίων, των μποζονίων με μάζα και χωρίς μάζα και των σωματιδίων **Higgs**) και V_T το θερμικό ενεργό δυναμικό του πεδίου **Higgs**.



Σχήμα 3.3: Τα πιθανά ενεργά δυναμικά του πεδίου **Higgs**, ως προς την επικρατούσα θερμοκρασία. Εδώ παρουσιάζεται μόνο ο θετικός ημιάξονας των τιμών ϕ , ωστόσο το δυναμικό είναι συμμετρικό ως προς τον άξονα των τιμών V . Το βέλος υποδηλώνει το κβαντικό φαινόμενο σήραγγας που επιτρέπει στα σωματίδια να μεταβούν σε σταθερότερες δυναμικές καταστάσεις. Για υψηλές θερμοκρασίες, το ελάχιστο βρίσκεται στο $\phi = 0$.

Η κρίσιμη θερμοκρασία T_c που φαίνεται και στο Σχήμα 3.3 καθορίζει τη μεταβολή ενός σωματιδίου από τη παλαιά θεμελιώδη κατάσταση του δυναμικού σε μια νέα. Καθώς το σύμπαν διαστέλλεται και ψύχεται, η πτώση της θερμοκρασίας σε επίπεδα συγκρίσιμα ή κατώτερα από την T_c αναγκάζει το εκάστοτε σωματίδιο να μεταβληθεί. Δε είναι υπερβολικό να ειπωθεί ότι αυτή η διεργασία καθορίζει την τύχη του σύμπαντος, αφού στην πραγματικότητα πυροδοτεί μια μετάβαση φάσης.

3.3 Συμμετρίες, μάζες και το έναυσμα των μεταβάσεων φάσης

Ως συμμετρίες χαρακτηρίζονται συγκεκριμένοι μετασχηματισμοί, οι οποίοι διασφαλίζουν το αναλλοίωτο μιας δεδομένης ποσότητας. Η σημασία τους είναι τεράστια για την περιγραφή του μικρόκοσμου των καταβολών του σύμπαντος, αφού από αυτές διαφυλάσσεται στην πραγματικότητα η ισοτροπία και η ομογένεια αυτού.

Σε μια ευρύτερη κλίμακα, είναι το θεώρημα της **Noether** που θέτει τη βάση για τα παραπάνω. Μέσα από αυτό, επιτυγχάνεται η σύνδεση της χρονικής συμμετρίας κάποιου φυσικού νόμου (ανεξάρτητα από τη στιγμή ή τη φορά του χρόνου, ο νόμος αυτός δε θα αλλάξει μορφή) με την ανάγκη για τη διατήρηση της ενέργειας ή στην περίπτωση της χωρικής συμμετρίας (ανεξάρτητα από τη θέση της μέτρησης, ο νόμος θα λειτουργεί το ίδιο) προκύπτει η διατήρηση της ορμής ή ακόμα και σε ένα ισότροπο σύστημα (η κατεύθυνση δεν επηρεάζει με κανέναν τρόπο τα αποτελέσματα του νόμου) είναι η διατήρηση της στροφορμής

που αναδύεται.

Στα χνάρια αυτού, αλλά συγκεκριμένα για το τρέχον θέμα συζήτησης, οι συμμετρίες δίνουν δυνατότητα να πραγματοποιηθούν έμπιστες προβλέψεις για τη συμπεριφορά των στοιχειωδών σωματιδίων, εξασφαλίζοντας ότι οι μετρήσεις στα διάφορα βαθμωτά κβαντικά πεδία θα παραμένουν αναλλοίωτες, ανεξαρτήτα από τη θέση ή τον χρόνο. Όταν κανείς εξετάζει το δυναμικό **Higgs**, για παράδειγμα, ακολουθεί τις συμμετρίες που εξασφαλίζουν τη διατήρηση χαρακτηριστικών των σωματιδίων, όπως η ιδιοστροφορμή (**spin**) ή το ηλεκτρικό του φορτίο.

Η μαθηματοποίηση των συμμετριών εξασφαλίζεται από τη χρήση συγκεκριμένων ομάδων πινάκων, των αποκαλούμενων ομάδων **Lie**, που σαν ρόλο έχουν τη διατήρηση των μετρήσεων των βαθμωτών πεδίων, με άλλα λόγια εξασφαλίζουν ότι ο φυσικός νόμος παραμένει απαράλλακτος οπουδήποτε και οποτεδήποτε. Η συμμετρία κατά την περίοδο που εξετάζεται περιγράφεται με το τριπλό εξωτερικό γινόμενο:

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (3.17)$$

όπου **U** (από **Unitary**) η ομάδα των μοναδιαίων πινάκων και **SU** (από **Special Unitary**) η υποομάδα της **U** των πινάκων με ορίζουσα ίση με τη μονάδα. Ο αριθμός εντός παρένθεσης δηλώνει την τάξη των πινάκων. Οι δείκτες, από τη άλλη, **C**, **L** και **Y** καθορίζουν το φυσικό μέγεθος επί του οποίου οι πίνακες αυτοί δρουν:

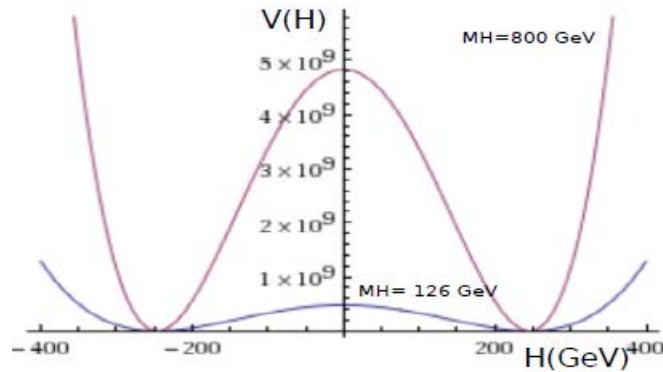
- **C** : Συμμετρία ως προς το χρωματικό φορτίο των σωματιδίων (αναλαμβάνει αποκλειστικά τη συμμετρία ως προς την Ισχυρή Πυρηνική αλληλεπίδραση),
- **L**: Συμμετρία ως προς την ασθενή ιδιοπεριστροφή των σωματιδίων με αριστερόστροφη φορά,
- **Y**: Συμμετρία ως προς το υπερφορτίο των σωματιδίων.

Η σημασία της συμμετρίας που περιγράφεται εδώ είναι τεράστια, καθώς σκοπός της είναι να δείξει ότι την περίοδο πριν τις μεταβάσεις, τότε που το σύμπαν ήταν ένα συνοθύλευμα απολύτως θεμελιωδών σωματιδίων και ακτινοβολίας, η κατάσταση θερμοκρασίας $10^{28}K$ ήταν τόσο υψηλή που απέτρεπε τη διάκριση φορέων για τις δυνάμεις και την απονομή μάζας στα σωματίδια, συμπύσσοντας κατά μια έννοια όλον τον υλικό κόσμο σε μια μάζα, της οποίας η φυσική ήταν εντελώς διαφορετική από τη φυσική του σήμερα.

Επιστρέφοντας στο δυναμικό **Higgs**, η συμπεριφορά του εκείνη τη χρονική περίοδο μπορεί να χωριστεί σε δύο σκέλη:

1. Διατηρεί, για $T > T_C$, τα σωματίδια στη θεμελιώδη κατάσταση. $\phi = 0$
2. Με την πτώση της θερμοκρασίας, επιτρέπει στα σωματίδια να «κυλήσουν» σε κατώτερες τιμές, σε νέες θεμελιώδεις καταστάσεις, ορίζοντας έτσι το απόλυτο κενό,

χωρίς όμως αυτό να σημαίνει την απουσία της ύλης, παρά μόνο την απολύτως κατώτατη στάθμη που μπορεί αυτή να καταλάβει.

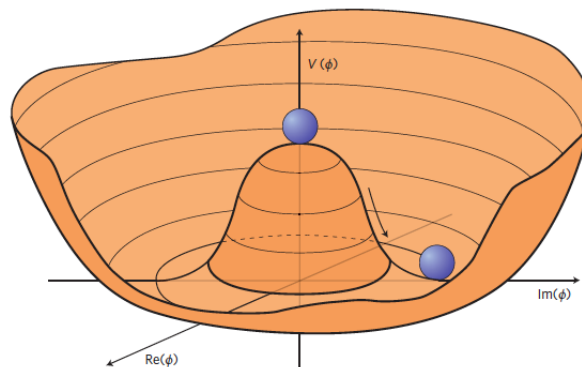


Σχήμα 3.4: Το δυναμικό Higgs για δύο τιμές του σωματιδίου του: $M_H = 126$ GeV (μπλε καμπύλη) και $M_H = 800$ GeV (μωβ καμπύλη). Παρατηρείται ότι η VEV εδώ αντιστοιχεί σε ± 250 GeV.

Η μορφή του δυναμικού ακολουθεί την εξής διατύπωση:

$$V_0(\phi) = \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - v^2)^2 \quad (3.18)$$

όπου λ είναι μια σταθερά κανονικοποίησης, ϕ το βαθμωτό πεδίο Higgs και v η αναμενόμενη τιμή κενού του πεδίου αυτού (Vacuum Expectation Value ή VEV), η οποία αντιστοιχεί στη νέα θεμελιώδη κατάσταση στην οποία βρέθηκε το τυχόν σωματίδιο.



Σχήμα 3.5: Το δυναμικό Higgs σε τρισδιάστατη απεικόνιση. Παρατηρείται ότι η νέα θεμελιώδης στάθμη αποτελεί στην πραγματικότητα ένα επίπεδο τιμών στον χώρο του πεδίου.

Η συμμετρία του δυναμικού διατηρείται, παρά τη λεγόμενη κύληση του σωματιδίου στη νέα θεμελιώδη στάθμη. Το σωματίδιο αυτό, που ηρεμούσε στη θέση $\phi = 0$ του πεδίου

μέχρι η θερμοκρασία να μειωθεί αρκετά, δύναται να λάβει οποιαδήποτε θέση στον γεωμετρικό χώρο $|\phi| = v$, καταργώντας τη συμμετρία ως προς το κενό και μεταβαίνοντας σε μια εκφυλισμένη κατάσταση στο πεδίο **Higgs**. Από τη σχέση (3.15), προκύπτει η μάζα του καθορίζεται ανάλογα με την τιμή της σταθεράς σύζευξης c_i .

3.4 Μεταβάσεις φάσης στο πρώιμο σύμπαν

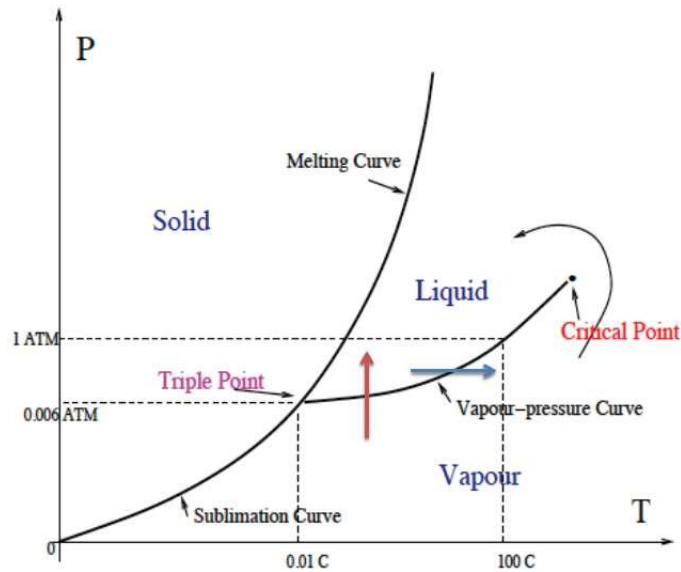
Μια σύντομη περίληψη της κοσμικής ιστορίας (σε δευτερόλεπτα) που έχει καληφθεί μέχρι αυτό το σημείο:

- $t = 0 (T \approx 10^{32} K)$: Η Μεγάλη Έκρηξη, η αρχή του παρατηρήσιμου σύμπαντος, μια πάρα πολύ έντονη σε ενέργεια και μέγεθος διασταλτική διαδικασία ξεκινά.
- $t = 10^{-36} - 10^{-32} (T \approx 10^{28} K)$: Η φυσική διαστολή κάτω υπό μυστήριες συνθήκες πιθανότατα αυξήθηκε εκθετικά, επιταχυνόμενα και ακαριαία, με αποτέλεσμα το μέγεθος του σύμπαντος να πολλαπλασιαστεί δεκάδες τάξεις μεγέθους.
- $t = 10^{-32}$: Τέλος Πληθωρισμού και αναθέρμανση του σύμπαντος από την μετατροπή ενέργειας του πεδίου του Πληθωρισμού σε ακτινοβολία.

Εδώ θα γίνει ένα μεγάλο άλμα σε σχέση με τα μέχρι τώρα βήματα στην κοσμική ιστορία. Ο Πληθωρισμός άφησε πίσω ένα σύμπαν πολύ μεγαλύτερο και ψυχρότερο, ο χρόνος έφτασε στα 10^{-12} δευτερόλεπτα μετά τη γέννηση. Είναι η περίοδος όπου έλαβε χώρα η διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως, ο μηχανισμός **Higgs**, κατά τον οποίο τα σωματίδια έσπασαν τη συμμετρία ως προς τη νέα θεμελιώδη κατάσταση και απέκτησαν για πρώτη φορά μάζα (όσα φυσικά μπορούσαν να αποκτήσουν). Τη δεδομένη χρονική στιγμή, λοιπόν, τοποθετείται η πρώτη κατά σειρά αδιαμφισβήτητη περίπτωση μετάβασης φάσης από μια προηγούμενη ενεργειακή κατάσταση σε μία νέα.

Πρώτα, όμως, τι είναι ακριβώς μια μετάβαση φάσης;

Σαν ορολογία, η μετάβαση φάσης είναι αρκετά οικεία, λόγω του πιο διάσημου παραδείγματος από την καθημερινότητα: Τις αλλαγές φάσης του νερού. Ως γνωστό, το νερό μπορεί να υπάρξει σε στερεά, υγρή και αέρια μορφή, γεγονός που εξαρτάται από τις συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης που επικρατούν. Από φάση σε φάση, η ουσιαστική μεταβολή είναι σε μοριακό επίπεδο κατά τη διάταξη των μορίων, τα οποία δημιουργούν ένα χρυσταλλικό πλέγμα όταν η θερμοκρασία είναι στους $0^\circ C$ και ανάλογα με την αύξησή της οι δεσμοί μεταξύ τους εξασθενούν, έως τους $100^\circ C$, όπου πρακτικά δεν υφίστανται.



Σχήμα 3.6: Διάγραμμα φάσεων του νερού.

Επί της ουσίας, η μετάβαση φάσης είναι η ταχεία αλλαγή στις ιδιότητες της ενεργειακής κατανομής ενός συστήματος, η οποία εξαρτάται από την πίεση και την θερμοκρασία που επικρατεί. Ο ορισμός αυτός παραδόξως στηρίζει ικανοποιητικά και τις υποθέσεις των κοσμικών μεταβάσεων του πρώιμου σύμπαντος, όπου οι ενεργειακές κατανομές αφορούσαν, όπως έχει γίνει ήδη γνωστό, χβαντικά πεδία που αλληλεπιδρούσαν μεταξύ τους εντός ενός τρομερά θερμού περιβάλλοντος.

3.4.1 10^{-12} δευτερόλεπτα: Η ηλεκτρασθενής (Electroweak ή EW) μετάβαση φάσης

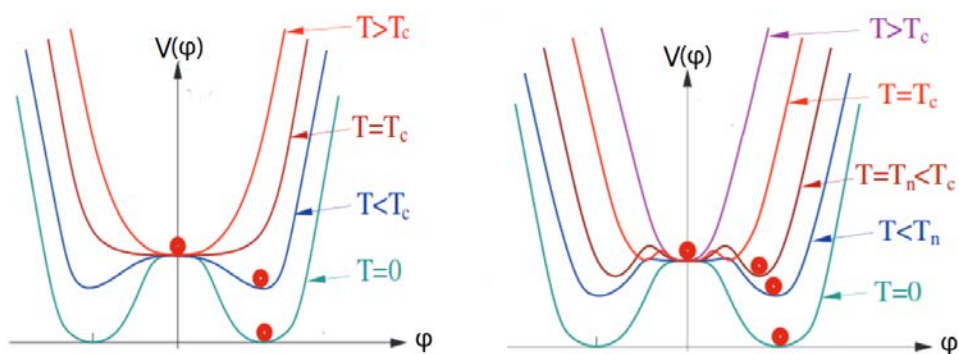
Τα στοιχειώδη σωματίδια απέκτησαν μάζα, όταν ψύχθηκε αρκετά το σύμπαν και αλληλεπιδράσαν με τις θεμελιώδεις καταστάσεις του δυναμικού Higgs. Η θερμοκρασιακή διόρθωση πρώτης τάξης στη σχέση (3.17) είναι ευθέως ανάλογη με το τετράγωνο της θερμοκρασίας:

$$V(T, H) = \frac{\lambda}{4}(\phi^2 - v^2)^2 + bT^2\phi^2 \quad (3.19)$$

ενώ η δεύτερης τάξης διόρθωση εξαρτάται από τον κύβο του βαθμωτού πεδίου:

$$V(T, H) = \frac{\lambda}{4}(\phi^2 - v^2)^2 + bT^2\phi^2 + \alpha T\phi^3 \quad (3.20)$$

όπου το α είναι σταθερά.



Σχήμα 3.7: Το δυναμικό Higgs για δεύτερης (αριστερά) και πρώτης (δεξιά) τάξης ηλεκτρασθενούς μετάβασης φάσης. Παρατηρείται ότι για την περίπτωση της πρώτης τάξης, σχηματίζεται ένα φράγμα δυναμικού για $T = T_c$ που εμποδίζει το σωματίδιο (σφαίρα) να μεταβεί στη θεμελιώδη κατάσταση.

Η «επιλογή» του σωματιδίου να μεταβεί σε κάποια θέση του νέου κενού είναι το γεγονός που σπάει την καθολική συμμετρία των χβαντικών πεδίων:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{EM}$$

όπου $U(1)_{EM}$ η νέα ηλεκτρομαγνητική συμμετρία.

Μέχρι εκείνη τη στιγμή δεν υπήρχε διάκριση μεταξύ σωματιδίων, όλα ήταν άμαζα και συμμετρικά πολωμένα στον χώρο, δημιουργώντας τρόπον τινά ένα πλέγμα, το οποίο φυσικά καταργήθηκε με τη μετάβαση στο νέο κενό. Η μετάβαση αυτή έδωσε τη δυνατότητα να απελευθερωθούν για πρώτη φορά βαθμοί ελευθερίας των χβαντικών πεδίων, οι οποίοι ήταν δεσμευμένοι μέχρι τότε λόγω της τέλει συμμετρίας. Όταν, όμως, τα πεδία άλλαξαν δυναμική κατάσταση, μπόρεσαν να αλληλεπιδράσουν μεταξύ τους και με το Higgs. Η διαδικασία αυτή είναι χαρακτήρισε τα μποζόνια Z^0 και $W^\pm$ των ασθενών και των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων σε επί μέρους φορείς δυνάμεων (τα φωτόνια είναι και αυτά φορείς ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης, αλλά είναι εκ φύσεως άμαζα, οπότε δεν επιρεάστηκαν). Μποζόνια Z^0 , $W^\pm$, τα γκλουόνια (μποζόνια της ισχυρούς πυρηνικής αλληλεπίδρασης) αλλά και η φερμιονική ύλη (κουάρκς) αποκτούν για πρώτη φορά μάζα και βάζουν ένα τέλος στην εποχή των μηδενικών αλληλεπιδράσεων.

Επιστρέφοντας, τώρα, στον ρόλο των σχέσεων (3.19) και (3.20), προκύπτει ένα δίλλημα σχετικά με το πώς εξελίχθηκε αυτή η μετάβαση φάσης στη νέα θέση. Κατά τη μετάβαση δεύτερης τάξης το σύμπαν βρίσκεται μονίμως σε θερμοδυναμική ισορροπία και η μετάβαση πραγματοποιείται ομάλως. Αντίθετα, στη μετάβαση πρώτης τάξης ένα σωματίδιο πρέπει να ξεπεράσει το φράγμα δυναμικού που εμφανίζεται κατά την κρίσιμη θερμοκρασία (Σχήμα 3.7, δεξιά). Αυτό κάνει τη μετάβαση πολύ πιο απότομη, με τον μηχανισμό του σχηματισμού

«φυσαλίδων» κενού $\phi = 0$ να προκρίνεται σε αυτήν την περίπτωση.

Πάντως, τα αποτελέσματα των ερευνών υποδεικνύουν ότι η ηλεκτρασθενής μετάβαση ακολουθεί την ομαλή οδό της δεύτερης τάξης για να καταλήξει να διαχωρίσει δύο από τις βασικές δυνάμεις της φύσης, την Ηλεκτρομαγνητική και την Ασθενή Πυρηνική.

3.4.2 10^{-6} δευτερόλεπτα: Η χρωμοδυναμική (Quantum Chromo-Dynamic ή QCD) μετάβαση φάσης

Στα 10^{-6} δευτερόλεπτα μετά τη Μεγάλη Έκρηξη, η θερμοκρασία του σύμπαντος είχε μειωθεί περαιτέρω, φτάνοντας τα $10^{12}K$, ενώ ηλεκτρομαγνητική (μέσω φωτονίων) και ασθενής πυρηνική (μέσω $W^{\pm}$ και Z^0 μποζονίων) δύναμη είχαν διαχωριστεί κατά την ηλεκτρασθενή μετάβαση. Κάτω από αυτές τις συνθήκες, η τυπική ύλη να συμπεριφέρεται ως ένα πλάσμα κουάρκ-γκλουονίων (Quark-Gluon Plasma ή QGP).

Η ραγδαία πτώση της θερμοκρασίας στα $\sim 3 \times 10^{12}K$ είχε ως αποτέλεσμα τα συστατικά του QGP να περιορίζονται μεταξύ τους και να αλληλεπιδρούν εντονότερα, με αποτέλεσμα το πλάσμα σταδιακά να μετατρέπεται σε δεσμευμένα συστήματα κουάρκ-γκλουονίων, σχηματίζοντας έτσι τα πρώτα αδρονιακά συστήματα. Η διαδικασία αυτή, λοιπόν, για ευνόητους λόγους ονομάστηκε «Περιορισμός» (Confinement).

Όπως και στην Ηλεκτρασθενή μετάβαση, έτσι και η παρούσα μεταβολή ύλης εξηγείται με το σπάσιμο συμμετρίας. Συγκεκριμένα, ενώ οι μάζες των κουάρκ προέκυψαν κατά την EW, μόλις το 2% των μαζών των αδρονίων που αυτά συνθέτουν οφείλεται στην αλληλεπίδραση με το πεδίο Higgs. Σχέδον όλη η μάζα τους προέρχεται από το σπάσιμο της συμμετρίας ως προς την χειραλικότητα (chirality), η οποία υποδηλώνει τη φορά ιδιοπεριστροφής των φερμιονίων.

Η όλη ουσία στην πραγματοποίηση της δεύτερης κατά σειρά μετάβαση φάσης είναι η δημιουργία των πρώτων ποσοτήτων αδρονιακής μάζας, που φυσικά αποτέλεσε τη βάση για να πραγματοποιηθεί η παραγωγή των πρώτων πυρηνικών συστημάτων κατά την νουκλεοσύνθεση της Μεγάλης Έκρηξης. Σαν περίπτωση, η QCD μετάβαση φέρει αρκετές περισσότερες προκλήσεις και λόγω της φύσης των στοιχείων μάζας που καθορίζει, αυτά είναι τα μικρότερα και πιο θεμελιώδη σωματίδια που έχουν εντοπιστεί, οι πειραματικοί έλεγχοι είναι σαφέστατα απαιτητικότεροι.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Με την αυτήν την εισαγωγή στις δύο εμπεριστατωμένες μεταβάσεις φάσης, η παρούσα εργασία φτάνει στο τέλος της, ολοκληρώνοντας μια διαδρομή που ξεκίνησε με απώτερο σκοπό να περιγράψει τα στιβαρά θεωρητικά θεμέλια της σύγχρονης κοσμολογίας.

Καλύπτοντας επιστημονικές εξελίξεις από το 1905 μέχρι τη σημερινή εποχή, η εργασία σκαρφάλωσε από τα θεμέλια της Γενικής θεωρίας της Σχετικότητας και έφτασε στη κορυφή του δικού της παγόβουνου, κάνοντας λόγο για τις μεταβόλες που οδήγησαν στον διαχωρισμό των δυνάμεων της φύσης: Η μεν πρώτη απένειμε τη μάζα των στοιχειωδών σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου και τόνισε τις διαφορές της ασθενούς αλληλεπίδρασης από την ηλεκτρομαγνητική, η δε δεύτερη στηρίχθηκε στα μαζικά παράγωγα της πρώτης και έδειξε πώς τα στοιχειώδη αυτά σωματίδια μπορούν να συνθέσουν τα δομικά συστατικά των πυρήνων, τα νουκλεόνια, αναδεικνύοντας με αυτόν τον τρόπο την αλληλεπίδραση που κυριαρχεί στο κέντρο των ατόμων που συνθέτουν ολόκληρο τον κόσμο. Οι μεταβάσεις φάσης δεν ήταν απλά τοπικά φαινόμενα, αλλά καθολικές διαδικασίες που καθόρισαν μακροπρόθεσμα την πορεία ολόκληρου του σύμπαντος. Ωστόσο, όπως είναι κοινό στην Επιστήμη, τα αναπάντητα ερωτήματα παραμένουν περισσότερα από τα απαντημένα. Η εργασία αφηγεί εκτός τους προβληματισμούς σχετικά με τους μικροσκοπικούς μηχανισμούς (ιδίως για την QCD), για τις τάξεις που ακολουθούν και το κατά πόσο διαδεδομένες πρακτικές αποτέλεσαν κατά το πρώτο δευτερόλεπτο του σύμπαντος,

Πέρα από τις μεταβάσεις, πολλά είναι και τα ερωτήματα που αφορούν τις προηγούμενες ενότητες, όπως για τη φύση της σκοτεινής ύλης και της σκοτεινής ενέργειας, για τον μηχανισμό του Πληθωρισμού σε μικροσκοπικό επίπεδο και πώς αυτό εξηγεί τις απαντήσεις της υπόθεσης στα τρία ζητήματα (ειδικά της Επιπεδότητας), για το τι ακριβώς έγινε πράγματι τη στιγμή που τοποθετείται στο $t = 0$ μεταξύ άλλων.

Η εργασία έδωσε μια μεγάλη εικόνα για την κοσμική ιστορία, από τη Μεγάλη Έκρηξη μέχρι και πριν τη νουκλεοσύνθεση, και άφησε περιθώρια εμβάθυνσης σε ορισμένα σημεία μέσω μελλοντικών επεκτάσεων.

Βιβλιογραφία

1ο Κεφάλαιο

- [1] James B. Hartle, Βαρύτητα: Εισαγωγή στη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας (2003).
- [2] Bernard Schutz, *A First Course in General Relativity*, 2η έκδοση (2009).
- [3] Sean Carroll, *Lecture Notes on General Relativity* (1997).
- [4] Jim Llonas, Λ CDM Model and Alternatives (2024).
- [5] Max Pettini, *Introduction to Cosmology - Lecture 3: Relativistic Cosmology*.
- [6] Δημήτρης Αυλίδης, Μελέτες Θεμελιωδών λύσεων της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας, Διπλωματική εργασία (2022).

2ο Κεφάλαιο

- [7] University of Oregon, *Cosmology: Cosmological Principle*
<https://pages.uoregon.edu/jschombe/cosmo/lectures/lec05.html>.
- [8] University of Oregon, *Cosmology: Dynamics of the Universe*
<https://pages.uoregon.edu/jschombe/cosmo/lectures/lec16.html>.
- [9] University of Groningen, *Timeline Cosmology*
https://www.astro.rug.nl/~weygaert/tim1publication/cosmic_origins2017/cosmic_origins2017.lect1a.cosmology_timeline.pdf.
- [10] Bernard Schutz, *A First Course in General Relativity*, 2η έκδοση (2009).
- [11] Andrew Liddle, *An Introduction to Modern Cosmology*, 3η έκδοση (2015).
- [12] University of Colorado Boulder, *Homogeneous, Isotropic Cosmology*.
- [13] Steven Weinberg, *The First Three Minutes* (1977).

- [14] Ofer Lahav & Andrew Liddle, *Cosmological Parameters* (2021).
- [15] Joshua Frieman, Michael Turner & Dragan Huterer, *Dark Energy and the Accelerating Universe* (2008).
- [16] Στέργιος Πέλλης, *Equation of State in Cosmology* (2022).
- [17] Daniel Baumann, *Cosmology – Part III: Mathematical Tripos*.
- [18] David Tong, *Cosmology, University of Cambridge Part II Mathematical Tripos* (2019).
- [19] Norbert Straumann, *The History of the Cosmological Constant Problem* (2018).
- [20] Bruce Winstein, *The Cosmic Microwave Background Radiation*.
- [21] Alan Guth, *Lecture Notes 6: Black-Body Radiation and the Early History of the Universe*
<https://web.mit.edu/8.286/www/lec18/ln06-euf18.pdf>.
- [22] Max Pettini, *Introduction to Cosmology - Lecture 4: World Models*.
- [23] Max Pettini, *Introduction to Cosmology - Lecture 9: Recombination and the Cosmic Microwave Background*.
- [24] Max Pettini, *Introduction to Cosmology - Lecture 10: Fluctuations in the Cosmic Microwave Background*.
- [25] Max Pettini, *Introduction to Cosmology - Lecture 16: Dark Matter*.
- [26] NASA, *LAMBDA – Cosmic Microwave Background Explorer*
<https://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/>.
- [27] ESA, *Planck and the Cosmic Microwave Background*
https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Planck/Planck_and_the_cosmic_microwave_background.
- [28] N. Aghanim et al., *CDM Table*, σελ.15.
- [29] Fritz Zwicky, *The Redshift of Extragalactic Nebulae* (1933).
- [30] Gianfranco Bertone & Dan Hooper, *A History of Dark Matter*.
- [31] NASA, *Hubble Gravitational Lenses*
<https://science.nasa.gov/mission/hubble/science/science-behind-the-discoveries/hubble-gravitational-lenses/>.

- [32] NASA, *What is Dark Energy?*
<https://science.nasa.gov/dark-energy/>.
- [33] California Institute of Technology, *Astronomical Glossary: Mach's Principle*
<https://independentphysics.com/history-of-modified-inertia/>.
- 3ο Κεφάλαιο
- [34] Hindmarsh, Luben, Lumma & Pauly, *Phase Transitions in the Early Universe* (2020).
- [35] Andrew Liddle, *An Introduction to Modern Cosmology*, 3η έκδοση (2015).
- [36] CERN, *Quest for the Curious Magnetic Monopole Continues*
<https://home.cern/news/news/physics/quest-curious-magnetic-monopole-continues>.
- [37] ESA/Hubble, *Big Bang*
<https://esahubble.org/wordbank/big-bang/>.
- [38] Gary Scott Watson, *An Exposition on Inflationary Cosmology* (2018).
- [39] nLab, *Noether's Theorem in nLab*
<https://ncatlab.org/nlab/show/Noether>.
- [40] Ivan Melo, *Higgs Potential and Fundamental Physics* (2016).

Εικόνες 2ου κεφαλαίου

- [41] 2.2–2.4: University of Oregon, *Cosmology: Geometry of the Universe*
<https://pages.uoregon.edu/jschombe/cosmo/lectures/lec15.html>.
- [42] 2.5: Steven Weinberg, *The First Three Minutes*, σελ. 26.
- [43] 2.6: Scott Dodelson, *Modern Cosmology*, (2003), σελ. 5.
- [44] 2.7: Timm Warse, *Cosmology and Particle Physics*, σελ. 4.
- [45] 2.8: Alan Guth, *Lecture Notes 6: Black-Body Radiation and the Early History of the Universe*, σελ. 26
<https://web.mit.edu/8.286/www/lec18/ln06-euf18.pdf>.
- [46] 2.10: Bruce Winstein, *The Cosmic Microwave Background Radiation*, σελ. 9.

- [47] 2.11: Max Pettini, *Introduction to Cosmology - Lecture 10: Fluctuations in the Cosmic Microwave Background*, σελ. 7.
- [48] 2.12: Max Pettini, *Introduction to Cosmology - Lecture 10: Fluctuations in the Cosmic Microwave Background*, σελ. 5.
- [49] 2.14: IFAE, *New Understanding on the Relationship Between Galaxies and Dark Matter Solves Mysterious Problem in Cosmology*,
<https://www.ifaes.es/news/2023/03/10/new-understanding-on-the-relationship-between->
- [50] 2.15: NASA, *Hubble Gravitational Lenses*
<https://science.nasa.gov/mission/hubble/science/science-behind-the-discoveries/hubble-gravitational-lenses/>.

Εικόνες 3ου Κεφαλαίου

- [51] 3.1: Hindmarsh, Luben, Lumma & Pauly, *Phase Transitions in the Early Universe*, (2020), σελ. 7 & 9.
- [52] 3.3: David E. Morrissey & M. J. Ramsey-Musolf, *Electroweak Baryogenesis*, σελ. 7.
- [53] 3.4: Ivan Melo, *Higgs Potential and Fundamental Physics*, (2016), σελ. 5.
- [54] 3.5: University of Oxford, Department of Physics, *Why Two Higgs are Better than One* (ιστοσελίδα).
- [55] 3.6: Stefano Giorgini, *Lecture Notes on Statistical Mechanics – Course for the Master Degree in Physics at the University of Trento (2010–2015)*, σελ. 27.
- [56] 3.7: Ivan Melo, *Higgs Potential and Fundamental Physics*, (2016), σελ. 3.