



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**Μηχανή Μέτρησης Συντεταγμένων:
Από τη Βαθμονόμηση έως την Αντίστροφη Μηχανική**

υπό

ΣΙΩΡΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2025



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**Μηχανή Μέτρησης Συντεταγμένων:
Από τη Βαθμονόμηση έως την Αντίστροφη Μηχανική**

υπό

ΣΙΩΡΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2025

© 2025 Χαράλαμπος Σιώρος

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής: Δρ. Μπουζάκης Εμμανουήλ
(Επιβλέπων) Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα
Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής: Δρ. Κερμανίδης Αλέξης
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα
Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής: Δρ. Γιασαφάκη Δήμητρα
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Μηχανή Μέτρησης Συντεταγμένων: Από τη Βαθμονόμηση έως την Αντίστροφη Μηχανική

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΣΙΩΡΟΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2025

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Εμμανουήλ Μπουζάκης,
Αναπληρωτής Καθηγητής Κατεργασιών Μορφοποίησης Υλικών

Περίληψη

Οι συσκευές Μέτρησης Συντεταγμένων αποτελούν προηγμένα μετρητικά εργαλεία που χρησιμεύουν στην ακριβή μέτρηση των γεωμετρικών διαστάσεων των αντικειμένων. Αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της σύγχρονης βιομηχανίας προσφέροντας αξιοπιστία και συνέπεια. Για την εξασφάλιση της ακρίβειας των CMM βασιζόμαστε στην τακτική βαθμονόμηση των μηχανών, μέσω εγκεκριμένων προτύπων όπως το ISO 10360. Τα πρότυπα αυτά καθορίζουν τις απαιτούμενες εργασίες και εργαλεία που είναι απαραίτητα για την βαθμονόμηση των Μετρητικών μηχανών αλλά και την μετέπειτα διακρίβωση των μετρήσεών τους.

Ανάμεσα στις εφαρμογές των Συσκευών Μέτρησης Συντεταγμένων στη σύγχρονη μηχανική συναντάμε τον αντίστροφο σχεδιασμό ενός φυσικού αντικειμένου. Σε αυτές τις εφαρμογές χρησιμοποιούνται τα δεδομένα της CMM για τη δημιουργία ενός ψηφιακού μοντέλου του αντικειμένου. Η παρούσα εργασία θα μελετήσει και θα αναλύσει την βαθμονόμηση των CMM αλλά και πώς από απλά «σημεία» να δημιουργούνται CAD ψηφιακά μοντέλα.

Λέξεις κλειδιά: μηχανή μέτρησης συντεταγμένων, ακρίβεια, βαθμονόμηση, επαλήθευση αντιστροφή μηχανική, αντιστροφή σχεδίαση

Coordinate Measuring Machine: From Calibration to Reverse Engineering

Charalampos Sioros

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2025

Supervisor: Dr. Emmanouil Bouzakis,
Associate Professor of Manufacturing Processes

Abstract

Coordinate Measuring Machines (CMM) are advanced metrology instruments used for the precise measurement of an object's geometric characteristics. They are an integral part of modern industry, providing high reliability and repeatability in measurements. To ensure the accuracy of CMMs, regular calibration is essential, following internationally recognized standards such as ISO 10360. These standards define the necessary procedures and equipment required for the calibration of measuring machines, as well as the subsequent verification of their measurements.

Among the applications of Coordinate Measuring Machines in modern engineering, one of the most significant is reverse engineering of physical objects. In such applications, CMM data is used to create a digital model of the object. This study will examine and analyze the calibration of CMMs and how simple "points" can be transformed into CAD digital models.

Keywords: coordinate measuring machine, accuracy, calibration, verification, reverse engineering, reverse design

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	1
1.1 Επισκόπηση της τεχνολογίας των CMM	1
1.2 Σύντομη περιγραφή των κεφαλαίων	2
1.3 Στόχος και υπόβαθρο	2
Κεφάλαιο 2: Τεχνική και Ιστορική Ανάλυση των Μηχανών Μέτρησης Συντεταγμένων	4
2.1 Ανάπτυξη και Ιστορικά ορόσημα των CMM	4
2.2 Κατηγορίες Μηχανών Μέτρησης Συντεταγμένων και Τεχνολογική ανάλυση	5
2.2.1 CMM τύπου Γέφυρας (Bridge Type CMM)	6
2.2.2 CMM τύπου Βραχίονα (Arm Type CMM)	10
2.2.2.1 Τρόπος Λειτουργίας Αρθρωτού Βραχίονα	13
Κεφάλαιο 3: Βαθμονόμηση και Επαλήθευση των Μηχανών Μέτρησης Συντεταγμένων	16
3.1 Θεωρητικές Αρχές της Μετρολογίας	16
3.2 Πρότυπο βαθμονόμησης και Διακρίβωσης	17
3.2.1 Διαδικασία επαλήθευσης	19
3.2.2 Διαδικασία Βαθμονόμησης	26
3.3 Εργαστηριακές Μελέτες	33
3.4 Συμπεράσματα	42
Κεφάλαιο 4: Αντίστροφη Μηχανική	43
4.1 Εισαγωγή	43
4.2 Ιστορικό Υπόβαθρο	44
4.3 Αντίστροφη σχεδίαση	45
4.3.1 Φάση Ψηφιοποίησης	46
4.3.1.1 Ανέπαφοι Σαρωτές	47
4.3.1.2 Διόρθωση σφαλμάτων κατά τη συλλογή σημείων	48
4.3.1.3 Αλγόριθμοι κατασκευής επιφανειών	52
4.4 Εργαστηριακές Μελέτες	55
4.4.1 Εργαστηριακή Μελέτη #1	55
4.4.2 Εργαστηριακή Μελέτη #2	58
4.5 Συμπεράσματα	62
Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα-Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	63
Βιβλιογραφία	64

Παράρτημα πινάκων	67
Πίνακας Α: Ενδείξεις κωδικοποιητών από τις μετρήσεις μήκους	67
Πίνακας Β: Ενδείξεις κωδικοποιητών από τις μετρήσεις σημείων	74
Πίνακας Γ: Δεδομένα από τη διαδικασία επαλήθευσης	79
Πίνακας Δ: Σημειοληψία γεωμετρικών μελέτης εργαστήριου #1	81
Πίνακας Ε: Σημειοληψία μελέτης εργαστήριου #2	83

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3-1: Δεδομένα ελέγχου επαναληψιμότητας (Λανθασμένου χάρτη σφάλματος)	35
Πίνακας 3-2: Δεδομένα τεστ μέτρησης μήκους (Λανθασμένου χάρτη σφάλματος)	36
Πίνακας 3-3: Κινηματικοί παράγοντες μετά την βαθμονόμηση	37
Πίνακας 3-4: Δεδομένα από τεστ επαναληψιμότητας μετά την βαθμονόμηση	38
Πίνακας 3-5: Σημεία για τη μέτρηση πρότυπων αποστάσεων με εσφαλμένες ρυθμίσεις	39
Πίνακας 3-6: Σημεία για την μέτρηση αποστάσεων με διορθωμένες ρυθμίσεις	40

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1: Βασική δομή μηχανής μέτρησης συντεταγμένων τύπου γέφυρας	6
Εικόνα 2: Αισθητήρας επαφής	8
Εικόνα 3: Οπτικός αισθητήρας	8
Εικόνα 4: Αισθητήρας λέιζερ	8
Εικόνα 5: Διαμόρφωση τριγωνομετρικού συστήματος επαλήθευσης	9
Εικόνα 6: Βασική δομή μιας CMM τύπου βραχίονα	10
Εικόνα 7: Αρθρωτός βραχίονας με 7 βαθμούς ελευθέριας	13
Εικόνα 8: Γραφική αναπαράσταση των παραμέτρων αναμεσά σε δυο καρτεσιανά συστήματα δυο αρθρώσεων	14
Εικόνα 9: Διακριβωμένη μπάρα για τον έλεγχο αρθρωτού βραχίονα	20
Εικόνα 10: Βασικοί προσανατολισμοί βραχίονα κατά τη διαδικασία της επαναληψιμότητας	21
Εικόνα 11: Προσανατολισμοί βραχίονα κατά την διαδικασία μέτρηση μήκους	22
Εικόνα 12: Ενδεικτικό παράδειγμα τοποθέτησης της πρότυπης ράβδου	22
Εικόνα 13: Συνολικός χάρτης θέσεων της ράβδου για την διαδικασία της διακρίβωσης	23
Εικόνα 14: Πρότυπη σφαίρα για την διακρίβωση ακίδων	24
Εικόνα 15: Θέσεις λήψης σημείων πάνω στη σφαίρα κατά την πρώτη φάση	24
Εικόνα 16: Προσανατολισμοί ακίδας για την επαλήθευση της	25
Εικόνα 17: Ενδεικτικά παραδείγματα θέσεων μέτρησης σημείου	27
Εικόνα 18: Ενδεικτικές θέσεις μέτρησης μήκους	28
Εικόνα 19: Πρότυπη μπάρα βαθμονόμησης και επαλήθευσης αρθρωτού βραχίονα	34
Εικόνα 20: Αρθρωτός βραχίονας Infinite Romer 2.0	34
Εικόνα 21: Πρότυπη ακίδα βαθμονόμησης και επαλήθευσης	34
Εικόνα 22: Συστοιχία πρότυπων πλακιδίων	39
Εικόνα 23: Αποτελέσματα μέτρησης πρότυπου μήκους με εσφαλμένο χάρτη σφάλματος	40
Εικόνα 24: Αποτελέσματα μέτρησης πρότυπου μήκους με διορθωμένο χάρτη σφάλματος	41

Εικόνα 25: Διάγραμμα αντίστροφης σχεδίασης	45
Εικόνα 26: Τρεις φάσεις της αντίστροφης σχεδίασης	46
Εικόνα 27: Παράδειγμα σημειοσυνόλων που απέχουν τυχαία από μια επιφάνεια	51
Εικόνα 28: Χαρακτηριστικές όψεις του τεμαχίου μελέτης #1	56
Εικόνα 29: Μοντελοποίηση τεμαχίου μελέτης #1	57
Εικόνα 30: Προπέλα εξωλέμβιας μηχανής μελέτης #2	58
Εικόνα 31: Μοντελοποίηση τεμαχίου από πλήθος σημείων συλλεγμένα με ακίδα	59
Εικόνα 32: Νέφος σημείων που συλλέχθηκε με αισθητήρα λέιζερ	60
Εικόνα 33: Μοντελοποίηση τεμαχίου από νέφος σημείων που συλλέχθηκε με αισθητήρα λέιζερ	60
Εικόνα 34: Τριδιάστατο μοντέλο ανοχής 0.1mm	61

1.1 Επισκόπηση της τεχνολογίας των CMM

Οι Μηχανές Μέτρησης Συντεταγμένων (CMM) αποτελούν βασικό πυλώνα της σύγχρονης βιομηχανίας συμβάλλοντας στον τομέα της παραγωγικής διαδικασίας και του ποιοτικού ελέγχου παρέχοντας ακρίβεια στον διαστασιολογικό έλεγχο των βιομηχανικών προϊόντων αλλά και βοηθημάτων που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τους.

Οι συγκεκριμένες μηχανές αξιοποιούν ποικίλες τεχνολογίες και στοιχεία για την εργασία τους στον τριδιάστατο χώρο (Άξονες X,Y,Z) προσαρμόζοντας τον εαυτό τους κάθε φορά στις ανάγκες της βιομηχανίας. Στην πάροδο του χρόνου οι CMM έχουν γνωρίσει ραγδαία εξέλιξη μεταβαίνοντας από την χειροκίνητη μέτρηση σε αυτόματες συσκευές μέτρησης με ηλεκτρονικούς αισθητήρες αφής, οπτικούς αισθητήρες ακόμα και συστήματα σάρωσης. Μέσω αυτής της εξέλιξης κατάφεραν και συνεχίζουν να βελτιώνονται στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων τους αλλά και στη προσιτότητα αυτών. Φτάνοντας στο ζενίθ της σημερινής εξέλιξης επιτυγχάνεται η ταυτόχρονη ψηφιοποίηση χιλιάδων τριδιάστατων σημείων μιας επιφάνειας πετυχαίνοντας ταυτόχρονα ακρίβεια και ταχύτητα.

Αξιοποιώντας ως εργαλεία όλα τα παραπάνω οι Μηχανές Μέτρησης Συντεταγμένων χρησιμοποιούνται πλέον καθημερινά σε τομείς όπως η αεροναυπηγική, η αυτοκινητοβιομηχανία και στον κλάδο των κατασκευών για τη διασφάλιση της διαστασιολογικής ακρίβειας των εξαρτημάτων που παράγονται ή ανακατασκευάζονται.

Το πλεονεκτήματα των μηχανών αυτών είναι η υψηλή ακρίβεια, η προσαρμοστικότητα στους διάφορους τύπους μετρήσεων αλλά και η μέτρηση πολύπλοκων γεωμετριών. Τα μειονεκτήματα θα είναι πάντα η ευαισθησία στις κλιματολογικές συνθήκες, η φορητότητα και η ανάγκη ενός έμπειρου χειριστή.

Συμπερασματικά η τεχνολογία των CMM αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι της σύγχρονης παραγωγικής διαδικασίας προσφέροντας δυνατότητες για την κάλυψη ποικίλων αναγκών τόσο των μετρήσεων αλλά κυρίως της ακρίβειάς τους. Τέλος καθώς η τεχνολογία μονίμως εξελίσσεται είναι επιτακτικό οι CMM να ακολουθήσουν ταυτόχρονα αυτήν την ανοδική πορεία ενισχύοντας περαιτέρω την σημασία τους στην βιομηχανία.

1.2 Σύντομη περιγραφή των κεφαλαίων

Η παρούσα διπλωματική εργασία χωρίζεται σε 5 κεφάλαια που περιγράφονται παρακάτω: Ξεκινώντας από το 2^ο κεφάλαιο αναλύεται η θεωρία των Μηχανών Μέτρησης Συντεταγμένων αναπτύσσοντας την εξέλιξη των CMM υπό το πρίσμα της βιομηχανικής ανάπτυξης και προόδου. Επίσης, γίνεται αναφορά στον τρόπο με τον οποίο η τεχνολογική εξέλιξη έπαιξε βασικό ρόλο και επηρέασε τον ποιοτικό έλεγχο και τον ρόλο των CMM στην σύγχρονη βιομηχανία. Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μέθοδοι βαθμονόμησης και επαλήθευσης ενός συστήματος μέτρησης συντεταγμένων, ο ρόλος αυτών των μεθόδων στον κόσμο των CMM και η σημασία τους για τη διασφάλιση της αξιοπιστίας και της ακρίβειας μιας τέτοιας μηχανής. Συγκεκριμένα δίνεται έμφαση πάνω στο πρότυπο ISO 10360 αναλύοντας τις απαιτήσεις του, τις προσφορές του και τα αποτελέσματά του χρησιμοποιώντας εργαστηριακά δεδομένα από την CMM τύπου βραχίονα της εταιρίας FTS SA. Στη συνέχεια και ιδιαίτερα το 4^ο κεφάλαιο αναφέρεται στο ρόλο των CMM στο τομέα της αντίστροφης μηχανικής (Reverse Engineering) και την συμβολή των δεδομένων τους στη αντίστροφη σχεδίαση, δηλ. τη δημιουργία ψηφιακών μοντέλων από φυσικά αντικείμενα (στη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Geomagic Design X). Ομοίως αναλύονται οι εργαστηριακές μελέτες στο τέλος του κεφαλαίου. Η διπλωματική εργασία ολοκληρώνεται με το 5^ο κεφάλαιο όπου παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παραπάνω έρευνα καθώς επίσης παρατίθενται ιδέες και προτάσεις για μελλοντικές έρευνες.

1.3 Στόχος και υπόβαθρο

Η ακρίβεια των μετρήσεων αποτελεί απαραίτητο κομμάτι της σύγχρονης βιομηχανίας. Οι Μηχανές Μέτρησης Συντεταγμένων προσφέρουν αυτήν την ακρίβεια σε τομείς τόσο του ποιοτικού ελέγχου αλλά και της επιθεώρησης. Όπως σε όλα τα μηχανικά εξαρτήματα έτσι και στις CMM η λειτουργική τους αξιοπιστία φθίνει είτε από τις μη επιτρεπτές συνθήκες λειτουργίας, είτε τους λανθασμένους χειρισμούς, αλλά και από την πάροδο του χρόνου. Η παρούσα εργασία προσφέρει τις βασικές αρχές και γνώσεις για την κατανόηση των μηχανημάτων αυτών και αναδεικνύει την ανάγκη της σωστής συντήρησής τους. Επιπλέον

δίνει τη δυνατότητα παρατήρησης της διαδικασίας μέσα από εργαστηριακά δεδομένα, εικόνες και του αποτελέσματος μιας αποτελεσματικής συντήρησης.

Η αντίστροφη μηχανική αποτελεί τον κλάδο που επιλύει τα προβλήματα κατανόησης και ανακατασκευής εξαρτημάτων. Αυτή η εργασία παραθέτει τις βασικές αρχές της αντίστροφης σχεδίασης για την καλύτερη κατανόησή τους. Παράλληλα μέσα από εργαστηριακές δοκιμές στοχεύει στην ανάδειξη των δυνατοτήτων μετά από μια επιτυχημένη ψηφιακή απεικόνιση ενός αντικειμένου για την κατανόηση, την βελτιστοποίηση και την ανακατασκευή του.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΤΕΧΝΙΚΗ ΚΑΙ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

2.1 Ανάπτυξη και Ιστορικά ορόσημα των CMM

Τα τελευταία 60 χρόνια οι Μηχανές Μέτρησης Συντεταγμένων έχουν γνωρίσει σημαντικές τεχνολογικές προόδους. Μερικά από τα πιο σημαντικά ορόσημα των μηχανών αυτών παρουσιάζονται παρακάτω:

Η πρώτη τεχνολογία CMM μηχανής εμφανίστηκε πριν από 60 χρόνια από τη βρετανική εταιρία Ferranti. Πιο συγκεκριμένα η πρώτη CMM ήταν μια «δυσθεώρητη» μηχανή σχεδιασμένη απλά για τη μέτρηση μικρών στρατιωτικών εξαρτημάτων. Βασικό στοιχείο της πρώτης μηχανής ήταν πως κινούνταν σε 2 άξονες, εν αντιθέση με τα πρώτα μοντέλα τριών αξόνων που εμφανίστηκαν λίγο μετά την έναρξη της τεχνολογίας (CMM) το 1960. Η πρώτη δημόσια εμφάνιση των μηχανημάτων έγινε στη διεθνή έκθεση εργαλειομηχανών στο Παρίσι το 1959 (Creaform, 2016).

Η γένεση των CMM έδωσε τη σειρά της σε ένα σημαντικό κατόρθωμα το 1972 από την εταιρία Zeiss, η οποία δημιούργησε πρώτη τον αισθητήρα αφής με τον Sir David McMurtry, της Rolls Royce. Τον επόμενο χρόνο (1973) ακολουθήσε η βελτίωση των touch-trigger αισθητήρων στον τριδιάστατο χώρο με την εταιρία Zeiss να είναι πάλι ο δημιουργός. Οι αισθητήρες αυτοί αποτελούνταν από τρεις επαγωγικούς αισθητήρες ενεργοποίησης τοποθετημένους σε τρεις άξονες (XYZ). Λίγο καιρό αργότερα η γερμανική εταιρία Wild Leitz G.m.b.H. παρουσίασε το πρώτο CMM που συνεργαζόταν με υπολογιστή (CMMXYZ, 2020).

Με την εξέλιξη στη χρήση του υπολογιστή επήλθε και η ανάπτυξη του λογισμικού. Τη δεκαετία του 1980 η ελβετική εταιρία Metromec εισήγαγε πρώτη το λογισμικό μετρολογίας για τις Μηχανές Μέτρησης Συντεταγμένων σημειώνοντας μια ακόμα σημαντική πρόοδο. Μερικές από τις πιο σημαντικές καινοτομίες ήταν η εισαγωγή των πρώτων ανέπαφων αισθητήρων (no-touch probes) το 1985 αλλά και το πρώτο laser tracker το 1986. Λίγα χρόνια αργότερα η εταιρία Wilcox Associates, Inc. δημιούργησε το πρότυπο για τότε λογισμικό ανεπτυγμένο για CMM, το PC-DMIS (CMMXYZ, 2020).

Τέλος, από τη δεκαετία του 80 έως το 2000 είχαμε την ανάπτυξη φορητών- οπτικών CMM οι οποίοι σε συνδυασμό με την υπάρχουσα ευελιξία και αποτελεσματικότητα προσέφεραν επιπλέον φορητότητα και απλότητα. Ακόμα οι εξελίξεις στη συντήρηση των μηχανημάτων αυτών και η ανάγκη για έλεγχο της θερμοκρασίας είχε ως αποτέλεσμα την δημιουργία ράβδων Invar και αισθητήρων θερμικής διαστολής (Creaform, 2016).

Μέσα σε μόλις 60 χρόνια τα CMM προσέφεραν σημαντικό ρόλο στον τομέα της παραγωγής με αποτέλεσμα στη σύγχρονη βιομηχανία να έχουμε παραγωγή με πάνω από 6000 νέα CMM ετησίως αναβαθμίζοντας συγχρόνως ακόμη περισσότερα. Η μηχανική τους δομή γνώρισε μεγάλη ανάπτυξη χρησιμοποιώντας πλέον ελαφρύτερα υλικά, με βελτιωμένο σχεδιασμό για την καλύτερη ακρίβεια και ελαχιστοποίηση σφαλμάτων στις θερμοκρασιακές αλλαγές. Η μείωση της τιμής των ηλεκτρονικών υπολογιστών τη δεκαετία του 1990 διευκόλυνε σημαντικά την αντιστάθμιση του γεωμετρικού λάθους βελτιώνοντας κατά πολύ και την ακρίβεια των μετρήσεων (CMMXYZ, 2020).

Με αυτή τη σφαιρική επισκόπηση γίνεται αντιληπτή η ανάπτυξη της τεχνολογίας που διέπει τα CMM, αναδεικνύοντας την εξέλιξη τους από βασικά εργαλεία μέτρησης σε προηγμένα συστήματα με αναπόσπαστη θέση στη σύγχρονη κατασκευή και ελέγχου ποιότητας.

2.2 Κατηγορίες Μηχανών Μέτρησης Συντεταγμένων και Τεχνολογική ανάλυση

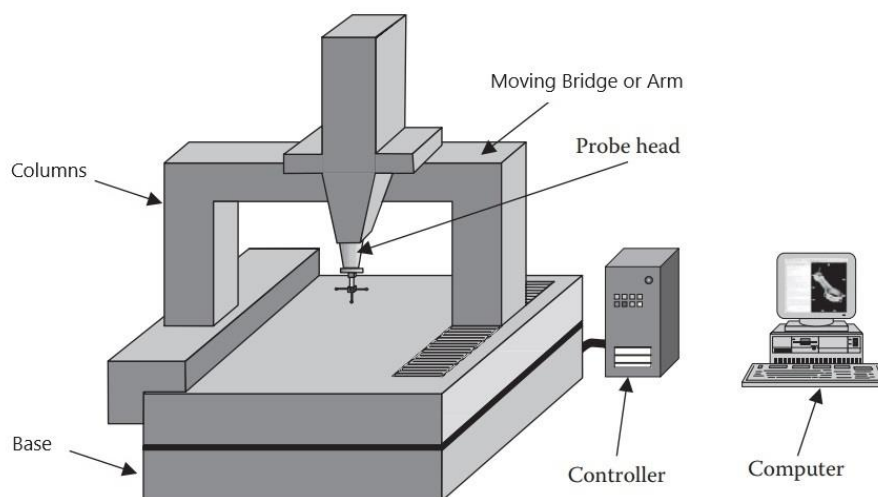
Σύμφωνα με το άρθρο "Coordinate Measuring Machine" στο SpringerLink, μια Μηχανή Μέτρησης Συντεταγμένων (Coordinate Measuring Machine - CMM) είναι μια συσκευή που ψηφιοποιεί τις τριδιάστατες συντεταγμένες σημείων στην επιφάνεια ενός φυσικού αντικειμένου. Η υψηλότερη ακρίβεια, η ταχύτητα και η μείωση του ανθρωπίνου σφάλματος είναι από τα πιο βασικά πλεονεκτήματα που προσφέρουν οι συγκεκριμένες μηχανές έναντι των συμβατικών μετρολογικών μέσων και των χειροκίνητων ελέγχων (Sami Chatti et al., 2019).

2.2.1 CMM Τύπου Γέφυρας (Bridge Type CMM)

Στην παρούσα διπλωματική αναλύεται και χρησιμοποιείται ένα μηχάνημα τύπου βραχίονα. Ωστόσο είναι σημαντικό να αναφερθούν και μερικές ενδεικτικές πληροφορίες για τις CMM τύπου γέφυρας, ώστε να καταστεί δυνατή η σύγκριση μεταξύ τους, να υπάρξει μια καλύτερη εικόνα της εξέλιξης αλλά και μια ολοκληρωμένη παρουσίαση των οργάνων αυτών.

Όπως παρουσιάζονται στην Εικόνα 1 οι πιο διαδεδομένες CMM (τύπου γέφυρας) αποτελούνται από 6 στοιχεία:

- Βάση (Base)
- Κολώνες στήριξης γέφυρας (Columns)
- Κινητή γέφυρα (Moving Bridge)
- Αισθητήρας (Probe head)
- Ψηφιακός Ελεγκτής (Controller)



- Συνεργαζόμενος ηλεκτρονικός υπολογιστής (Computer) (Keyence, 2020)

Εικόνα 1: Βασική δομή μηχανής μέτρησης συντεταγμένων τύπου γέφυρας

(Πηγή: <https://www.zjmdc.com/companynews/smc-inspection.html>)

Ξεκινώντας από τη βάση της μηχανής οι τελευταίες αναλύσεις έχουν καταλήξει πως ο γρανίτης είναι η καλύτερη επιλογή, η οποία πλέον αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση. Αποτελώντας το πιο ζωτικό στοιχείο της μηχανής, μια βάση κατασκευασμένη από γρανίτη προσδίδει στη μηχανή εξαιρετική σταθερότητα, αντοχή στις συνθήκες θερμοκρασίας και ανθεκτικότητα σε βάθος χρόνου. Από φυσικής δομής ο γρανίτης με την ομοιογένεια και την ακαμψία του, παρέχει μια σταθερή βάση απαραίτητη για ακριβείς μετρήσεις. Ακόμα, σε

σύγκριση με αλλά υλικά ο μικρός συντελεστής θερμικής διαστολής τον καθιστά ιδανικό στην διατήρηση των διαστάσεων του σε θερμοκρασιακές αλλαγές. Η ακαμψία του και το βάρος του καθιστούν τη βάση αποτελεσματική στην μείωση των δονήσεων συμβάλλοντας ακόμη περισσότερο στην σταθερότητά της. Τέλος, προσφέρει εξαιρετική ικανότητα κατεργασίας της επιφάνειάς του, στοιχείο υψηλής σημασίας για την συναρμογή των οδηγών που στηρίζουν την γέφυρα (CMMXYZ, 2020).

Η γέφυρα της μηχανής (το στοιχείο απαρτίζεται από τις κολώνες και την κινητή γέφυρα), είναι ένα κρίσιμο δομικό στοιχείο για τη λειτουργικότητα και την ακρίβεια της μηχανής. Ο ρόλος της είναι η στήριξη της στήλης του άξονα Z (στη βάση της οποίας βρίσκεται η κεφαλή του αισθητήρα) και η μεταφορά αυτής κατά τους άξονες X,Y. Συνήθως κατασκευάζεται από υλικά όπως ο γρανίτης, το αλουμίνιο ή ειδικά κράματα με σκοπό να διατηρηθεί η διαστασιακή της σταθερότητα και να μειωθούν οι επιπτώσεις της θερμικής διαστολής. Ο σχεδιασμός της γίνεται με σκοπό την ελαχιστοποίηση αποκλίσεων ή δονήσεων που μπορούν να επηρεάσουν τις μετρήσεις. Μια γέφυρα κατασκευασμένη με υλικά μεγάλης ακαμψίας προσφέρει την σταθερότητα που χρειάζεται ο αισθητήρας για την καλύτερη απόδοσή του (CMMXYZ, 2020).

Καταλήγοντας στην λήψη των μετρήσεων γίνεται αναφορά στους αισθητήρες της μηχανής, ένα πολύπλοκο πολλές φορές σύστημα σχεδιασμένο για την μέτρηση της γεωμετρίας φυσικών αντικειμένων. Ξεκινώντας με τους πρώτους αισθητήρες κατασκευασμένοι με μια χάλκινη σφαίρα συγκολλημένη σε έναν αμετακίνητο άξονα (ικανοί για την, αποκλειστικά χειροκίνητη, μέτρηση βασικών γεωμετρικών επιφανειών όπως επίπεδα, κύλινδροι ή σφαίρες). Έπειτα, στους ηλεκτρομηχανοκίνητους αισθητήρες επαφής, στους οποίους η σφαίρα (κατασκευασμένη από χάλυβα ή ρουβίδιο) ήταν στερεωμένη σε έναν μετακινούμενο άξονα, οι οποίοι χρησιμοποιούν ανιχνευτές μετακίνησης και ελατήρια επαναφοράς του άξονα στην αρχική του θέση. Η ανακάλυψη αυτών των αισθητήρων επέτρεψε και την δημιουργία των αυτοματοποιημένων μηχανών μέτρησης.

Καταλήγοντας σήμερα βρίσκουμε τους ανέπαφους αισθητήρες οι οποίοι λειτουργούν με λέιζερ και με εικόνα.

Παρακάτω στις Εικόνες 2,3,4 παρατίθενται οι βασικοί τύποι αισθητήρων του «σήμερα» (HEXAGON, 2016).



Εικόνα 2: Αισθητήρας επαφής
(Πηγή: www.renishaw.com)



Εικόνα 3: Οπτικός αισθητήρας
(Πηγή: <https://industrial-ia.com/category/knowledge-hub/page/10>)

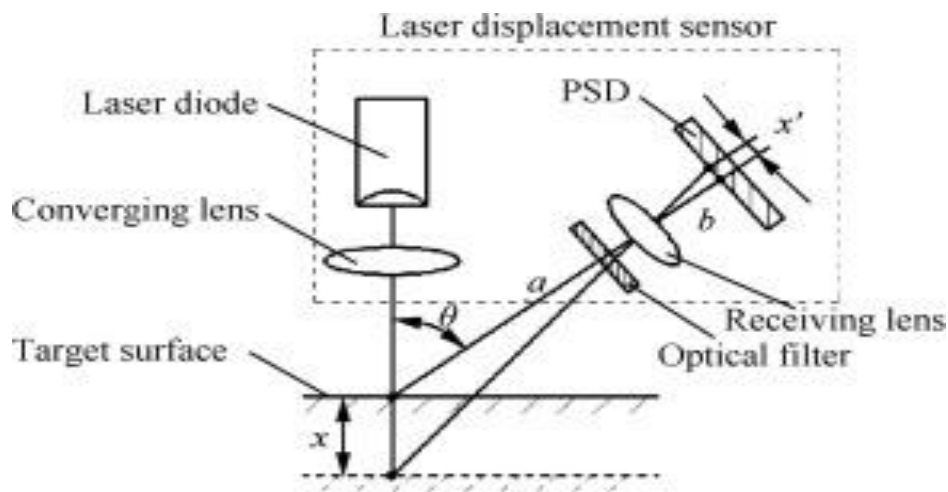


Εικόνα 4: Αισθητήρας λέιζερ
(Πηγή: <https://mitutoyo.eu>)

Στην Εικόνα 2 παρουσιάζονται οι αισθητήρες επαφής, στην πιο κοινή τους μορφή με δυνατότητα μέτρησης είτε με επαφή είτε με σάρωση ενός φυσικού αντικειμένου. Προσφέρουν υψηλή ακρίβεια με μια πιο αργή διαδικασία σε σχέση με τους άλλους δυο (Εικόνες 3,4). Με την εξέλιξη της τεχνολογίας εμφανίστηκαν οι αισθητήρες χωρίς επαφή (Non-contact probes) όπως αυτοί των Εικόνων 3 και 4. Η μεγαλύτερη διαφορά έγκειται στην ικανότητα ταχύτερης συλλογής ενός πολύ μεγάλου όγκου δεδομένων θυσιάζοντας όμως παράλληλα την ακρίβεια (HEXAGON, 2016).

Οι οπτικοί αισθητήρες χρησιμοποιούν δυο τεχνολογίες, μια τεχνολογία βασισμένη στην τριγωνομετρία και μια βασισμένη στον χρόνο αντανάκλασης της δέσμης ώστε να επαληθεύουν την διάσταση ενός φυσικού αντικειμένου (Chao BI et al., 2017).

Η πρώτη διαδικασία εκτελείται με την εκπομπή μιας ακτίνας λέιζερ προς την επιφάνεια του αντικειμένου. Καθώς η ακτίνα αντανακλάται μετρίεται ο χρόνος επιστροφής αυτής στον αισθητήρα ώστε να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ πομπού – αντικειμένου. Στην δεύτερη περίπτωση, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5 καθώς η δέσμη επιστρέφει, εντοπίζεται από τον φωτοανιχνευτή υπό μια γωνιά. Δεδομένης της απόστασης πομπού λέιζερ/φωτοανιχνευτή λαμβάνεται μέσω απλής τριγωνομετρίας και η απόσταση του αντικειμένου.



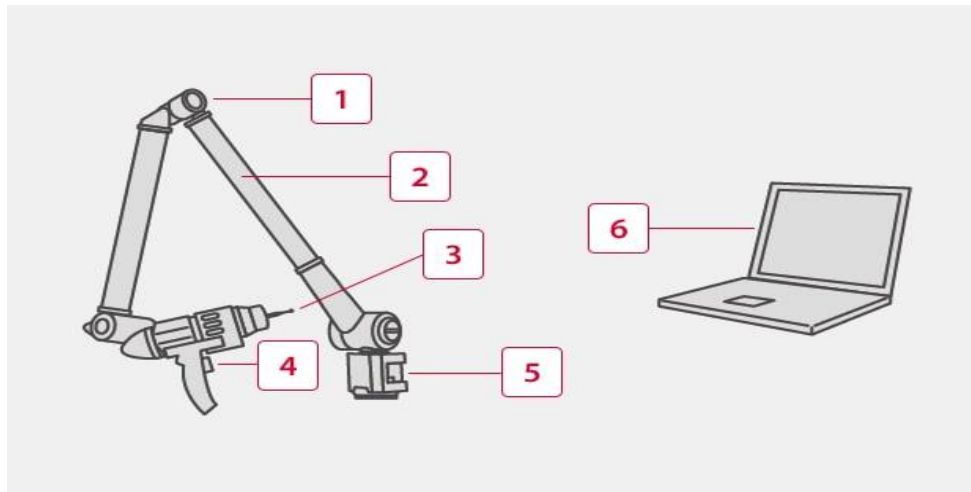
Εικόνα 5 : Διαμόρφωση τριγωνομετρικού συστήματος επαλήθευσης (Πηγή: Chao BI et al, 2017)

Τέλος, αξίζει να αναφερθούν και οι αισθητήρες μικρομετρίας οι οποίοι είναι όμοιοι με τους αισθητήρες επαφής σχεδιασμένοι απλώς για πολύ μικρότερες κλίμακες, αντιμετωπίζοντας προβλήματα όπως υψηλή αναλογία διαστάσεων και η υψηλή ευαισθησία στις συνθήκες περιβάλλοντος. Το σύστημα αισθητήρων συνολικά είναι άκρως σημαντικό καθώς επηρεάζει απευθείας τη δυνατότητα της μηχανής στην παροχή ακριβών μετρήσεων (Chao BI et al., 2017).

2.2.2 CMM Τύπου Βραχίονα (Arm Type CMM)

Αρχικά οι μηχανές τύπου βραχίονα διαφοροποιούνται σε σχέση με αυτές τύπου γέφυρας ως προς την χρήση γωνιών και όχι μετατοπίσεων. Όπως αναφέρεται παρακάτω αυτή η μορφή CMM κάνει περισσότερο χρήση των πολικών συντεταγμένων παρά των καρτεσιανών.

Όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάζεται η δομή του αρθρωτού βραχίονα η οποία απεικονίζεται παρακάτω στην Εικόνα 6.



Εικόνα 6: Βασική δομή μιας cmm τύπου βραχίονα. Αναλυτικά στην εικόνα απεικονίζονται με αριθμούς τα εξής: 1. σύνδεσμοι (joints) 2. αρθρωτός βραχίονας 3. ακίδα 4. συγκροτημα μέτρησης 5. βάση. 6. η/υ

(Πηγή: https://www.keyence.com/products/3d-measure/cmm/types/arm_cmm.jsp)

Στο νούμερο 5 της εικόνας απεικονίζεται η βάση του συστήματος του βραχίονα με τη διαφορά πως πλέον χρήζει μόνο στηρικτικού χαρακτήρα. Υλικά όπως ο χάλυβας είτε το αλουμίνιο παρέχουν την απαραίτητη σταθερότητα του βραχίονα. Ένα ακόμα βασικό στοιχείο είναι η προσαρμοστικότητα καθώς η βάση συχνά σχεδιάζεται με σκοπό την φορητότητα αλλά και την ευκολία χρήσης ώστε να επιτρέπεται η γρήγορη τοποθέτηση και αφαίρεση του βραχίονα από αυτή. Τέλος ο βραχίονας στηρίζεται πάνω στη βάση με τη χρήση είτε βιδών είτε μαγνητών για την σταθερότερη τοποθέτησή της. Συνεχίζοντας τα νούμερα 1,2 αντιστοιχούν στους συνδέσμους (Joint) και κυλίνδρους που αποτελούν τον αρθρωτό βραχίονα ο οποίος κατασκευάζεται με στόχο την αντοχή, την ακαμψία και ελαφρότητα. Για το σκοπό αυτό επιλέγονται υλικά όπως το αλουμίνιο, τα ινοπλαστικά και σε ορισμένες περιπτώσεις το τιτάνιο παρά την πιο βαριά του φύση (CMMXYZ, 2020) (Kreon n d).

Όσο αναφορά τους συνδέσμους (Joint) αναφερόμαστε σε κοινά ρουλεμάν που επιτρέπουν την περιστροφική κίνηση των άκαμπτων στέρεων κυλίνδρων. Επιπλέον πάνω

στις συνδέσεις εδράζονται οι κωδικοποιητές (encoders) που αναγνωρίζουν την περιστροφική κίνηση του βραχίονα (CMMXYZ, 2020) (Kreon n d).

Καθώς έχει γίνει ανάλυση για τους τύπους αισθητήρων στο κεφάλαιο 2.2.1 ο αριθμός 3 παραλείπεται την ανάλυσης. Στο νούμερο 4 απεικονίζεται το συγκρότημα μέτρησης (το οποίο δε διαφέρει και παρουσιαστικά από ένα «πιστόλι» σιλικόνης) είναι το πιο κρίσιμο μέρος της μηχανής καθώς περιλαμβάνει τη μήτρα στην οποία συνδέονται τα εξαρτήματα που έρχονται σε επαφή με το μετρούμενο αντικείμενο. Ευθύνεται για τη συλλογή των δεδομένων, ενώ δίνει τη δυνατότητα εγκατάστασης σε αυτό αισθητήρων επαφής, αλλά και ανέπαφων αισθητήρων (CMMXYZ, 2020).

Κλείνοντας η χρήση του Η/Υ αντικαθιστά τον ελεγκτή (controller) των μηχανών τύπου γέφυρας καθώς ο χειρισμός γίνεται χειροκίνητα. Δημιουργώντας την πλήρη εικόνα και των δυο τύπων μηχανών το κεφάλαιο ολοκληρώνεται στο παρακάτω κείμενο με μια πλήρη σύγκριση των πλεονεκτημάτων και τα μειονεκτημάτων της εκάστοτε μηχανής έναντι της άλλης (CMMXYZ, 2020).

Πλεονεκτήματα

- Υψηλή Ακρίβεια: Χάρη στις πολύ στενές ανοχές και τον πλήρη έλεγχο 3 μόνο αξόνων με τη χρήση υπολογιστή
- Αυτοματοποίηση: Ευκολία συνεργασίας με συστήματα CNC αυξάνοντας την αποδοτικότητα και μειώνοντας την ανθρώπινη παρέμβαση
- Εργαστηριακό Περιβάλλον: Η αναγκαστική στέγαση σε πλήρως ελεγχόμενο περιβάλλον, βοηθά στη ορθότητα των μετρήσεων

Μειονεκτήματα

- Μέγεθος και μεταφορά: Η ανάγκη για χώρο και το βάρος των υλικών κατασκευής καθιστούν την μηχανή δέσμια ενός μονίμου χώρου στέγασης και ορισμένου μεγέθους μετρούμενου τεμαχίου
- Πρόσβαση: Η δομή πολλές φορές μπορεί να παρουσιάσει περιορισμένη πρόσβαση και περίεργες γεωμετρίες σε ένα μετρούμενου τεμαχίου

Πλεονεκτήματα

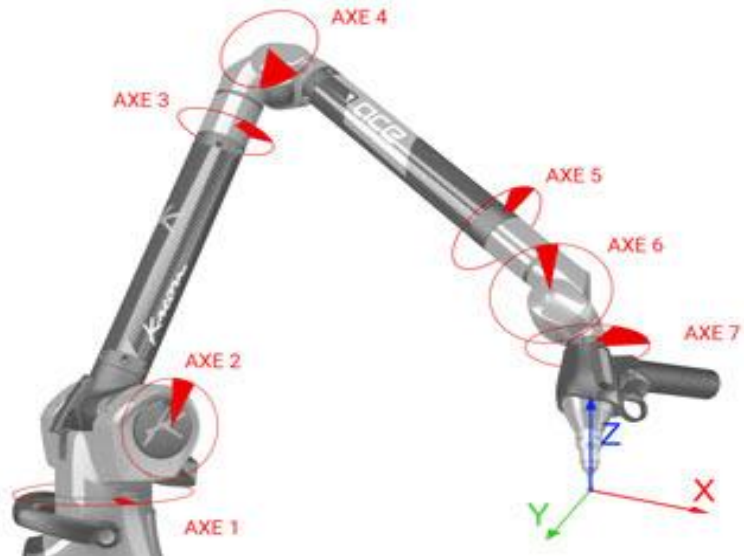
- Φορητότητα: Χάρη στη φορητή τους φύση δε χρίζουν μόνιμης τοποθεσίας εργασίας, λειτουργώντας σε οποιαδήποτε τοποθεσία πληρεί τις περιβαλλοντικές συνθήκες
- Ευκολία Χρήσης: Χωρίς τους περιορισμούς των 3 αξόνων μπορούν να κινούνται ελεύθερα με λιγότερους περιορισμούς, δίνοντας την ικανότητα μετρήσεων σε πιο απαιτητικά σημεία.
- Κόστος: Κατασκευασμένες με φθηνότερα υλικά έχουν μικρότερο κόστος αγοράς αλλά και συντήρησης

Μειονεκτήματα

- Χαμηλή Ακρίβεια: Με την χρήση 9 βαθμών ελευθέριας για τις κινήσεις τους μειώνουν την ποιότητα των μετρήσεων
- Απαίτηση Χειριστή: Χωρίς την δυνατότητα αυτοματοποίησης βασίζονται σε ανθρώπινη πείρα και απαιτούν περισσότερο χρόνο για την μέτρηση
- Περιορισμένη Σταθερότητα: Η έλλειψη τράπεζας δυσκολεύει την μέτρηση με την ύπαρξη ενδεχόμενων δονήσεων

2.2.2.1 Τρόπος Λειτουργίας Αρθρωτού Βραχίονα

Σε αντίθεση με την συμβατική μηχανή τύπου γέφυρας η οποία αποδίδει απευθείας καρτεσιανές συντεταγμένες οι αρθρωτοί βραχίονες λειτουργούν με τη χρήση γωνιών περί των αξόνων τους. Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 7, 7 διαδοχικές συνδέσεις (η κάθε μια με τον δικό της κωδικοποιητή (encoder) συνεργάζονται ώστε να συλλεχθεί μια μέτρηση.



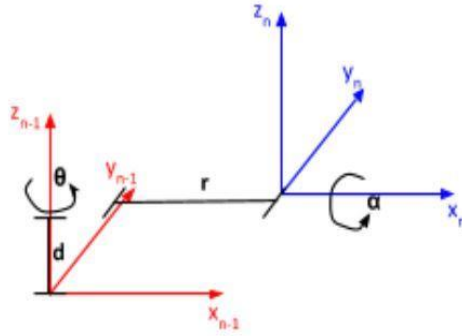
Εικόνα 7: Αρθρωτός βραχίονας με 7 βαθμούς ελευθέριας

(Πηγή : <https://www.kreon3d.com/article/what-is-a-measuring-arm>)

Οι τελικές συντεταγμένες του μετρούμενου σημείου καθορίζονται από τον ομογενή μετασχηματισμό πινάκων χρησιμοποιώντας τις συμβάσεις της μεθόδου Denavit and Hartenberg.

Όπως παρουσιάζει η Dr. Anglala, το κάθε διαδοχικό ζεύγος δυο ενώσεων που φαίνεται στην Εικόνα 8 αποτελείται από τέσσερις παράγοντες μετατροπής.

- θ_i : Γωνία της άρθρωσης i
- α_i : Στρέψη του συνδέσμου
- r_i : Μήκος συνδέσμου
- a_i : Μετατόπιση του συνδέσμου



Εικόνα 8: Γραφική αναπαράσταση των παραμέτρων αναμεσά σε δυο καρτεσιανά συστήματα δυο αρθρώσεων (Sodemann, Dr. Angela, 2020)

Το μαθηματικό μοντέλο που εκφράζει την αλληλεπίδραση δυο διαδοχικών αξόνων διατυπώνεται με τον παρακάτω πίνακα ομογενών μετατροπών βασισμένο στους τέσσερις παράγοντες όπως φαίνεται παρακάτω.

$$T_i^{i+1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Από την παραπάνω σχέση αντλούνται οι παρακάτω ακόλουθοι υποπίνακες :

$$R_i^{i+1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i) \sin(\alpha_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \sin(\alpha_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ο οποίος αναπαριστά την περιστροφή του συστήματος αξόνων i+1 σε σχέση με το i

$$P_i^{i+1} = \begin{bmatrix} a_i \cos(\theta_i) \\ a_i \sin(\theta_i) \\ d_i \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

ο οποίος αναπαριστά τη μετατόπιση του συστήματος i+1 σε σχέση με το i.

Στη συνέχεια για να υπολογίσουμε τη συνολική μορφοποίηση πολλαπλασιάζουμε και τους 7 επιμέρους άξονες σύμφωνα με τον τύπο:

$$P_{\text{arm}} = T_0^1 T_1^2 T_2^3 T_3^4 T_4^5 T_5^6 T_6^7 P_{\text{probe}} \quad (2.4)$$

Έτσι να πάρουμε έναν πίνακα της μορφής

$$T = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & Px \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & Py \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Από όπου οι καρτεσιανές συντεταγμένες ορίζονται από τον υποπίνακα

$$P = \begin{bmatrix} Px \\ Py \\ Pz \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Οι παραπάνω καρτεσιανές διαστάσεις μετρούνται με βάση το κέντρο αξόνων του βραχίονα το οποίο έχει οριστεί από τον κατασκευαστή να είναι στο κέντρο τη βάσης του βραχίονα (Sodemann, Dr. Angela, 2020).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΚΑΙ ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

3.1 Θεωρητικές Αρχές της Μετρολογίας

Πριν την ανάλυση της διαδικασίας επαλήθευσης και βαθμονόμησης μιας Μηχανής Μέτρησης Συντεταγμένων αναφέρονται οι βασικές αρχές την μετρολογίας που διέπουν τις διαδικασίες που θα ακολουθήσουν. Αναφορικά οι βασικές αρχές είναι οι εξής:

- Αβεβαιότητα μετρήσεων
- Ιχνηλασιμότητα
- Διακρίβωση
- Επαναληψιμότητα

Ο Georg Henzold αναφέρεται στον όρο Αβεβαιότητα Μέτρησης ως μια εκτίμηση που χαρακτηρίζει το εύρος των τιμών εντός του οποίου βρίσκεται η πραγματική τιμή ενός μετρούμενου μεγέθους. Με ένα γρήγορο παράδειγμα εάν ένα μήκος μετρηθεί ως 50 MM με αβεβαιότητα $\pm 0,01$ mm σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, αυτό σημαίνει ότι το αληθινό μήκος βρίσκεται μεταξύ 99,99 mm και 100,01 mm με 95% εγκυρότητα. Η αβεβαιότητα στο βιβλίο του Petr Klapetek χωρίζεται σε δυο κατηγορίες. Η αβεβαιότητα τύπου A ορίζεται ως συνέπεια της μέτρησης, δηλαδή η ικανότητα της μηχανής να εκτελεί την ίδια μέτρηση υπό σταθερές ή διαφορετικές συνθήκες δίνοντας την επιτρεπτή απόκλιση. Η αβεβαιότητα τύπου B έγκειται περισσότερο σε μη στατιστικές πηγές και λαμβάνει περισσότερο υπόψη την κατάσταση του οργάνου. Σε αυτήν την περίπτωση ενδιαφερόμαστε περισσότερο για τα χαρακτηριστικά της μηχανής, πρότυπες γεωμετρίες και εμπειρικές γνώσεις. Για παράδειγμα οι προδιαγραφές της μηχανής δίνουν αρχικώς το εύρος σφάλματος με το οποίο κατασκευάστηκε και λειτουργεί μια μηχανή, αλλά και τη δυνατότητα να ληφθεί μια μέτρηση υπό διαφορετικές συνθήκες. Ένα πρότυπο πλακίδιο από την άλλη δίνει μια καλύτερη εικόνα για μια εσφαλμένη μέτρηση της μηχανής υπό συγκεκριμένες συνθήκες (Georg Henzold, 2021)(Petr Klapetek, 2018).

Η ιχνηλασιμότητα ορίζεται από το έγγραφο ANSI/NCSL Z540-1-1994 ως "η ιδιότητα ενός αποτελέσματος μέτρησης να συσχετιστεί με κατάλληλα πρότυπα, εθνικά ή διεθνή, μέσω μιας αδιάσπαστης αλυσίδας συγκρίσεων". Η ιχνηλασιμότητα εξασφαλίζει ότι τα πρότυπα δοκιμής που χρησιμοποιούμε είναι τακτικά διακριβωμένα με "πρότυπα αναφοράς υψηλότερου επιπέδου" (ANSI/NCSL, 1994).

Η επαναληψιμότητα ορίζεται ως η ικανότητα ενός συστήματος μέτρησης να παράγει τα ίδια συνεπή αποτελέσματα κατά τη μέτρηση του ίδιου αντικειμένου πολλές φορές υπό πανομοιότυπες συνθήκες. Η επαναληψιμότητα στη μετρολογία αναφέρεται ως την επίτευξη παρόμοιων μετρήσεων κάθε φορά που μετριέται το ίδιο αντικείμενο, ενώ θα πρέπει να παραμένουν σταθερά τα εξής: πειραματικά εργαλεία, ελεγκτής (controller), μετρητικό όργανο, τοποθεσία, χρονικό διάστημα μέτρησης και ο σκοπός των μετρήσεων. Παρότι οι δυο προηγούμενες έννοιες (ιχνηλασιμότητα, επαναληψιμότητα φαίνονται όμοιες διαφέρουν ως προς τους σκοπούς τους. Η ιχνηλασιμότητα επικεντρώνεται στην ικανότητα των αποτελεσμάτων να αναχθούν σε έμπιστα πρότυπα ενώ η επαναληψιμότητα επικεντρώνεται στην συνέπεια της μηχανής να παράγει ισχύοντα αποτελέσματα (AST, 2024).

Σκοπίμως δεν γίνεται αναφορά στον όρο της διακρίβωσης καθώς όλα τα επόμενα κεφάλαια του Κεφαλαίου 3 εκτυλίσσονται γύρω από την συγκεκριμένη έννοια και διαδικασία.

3.2 Πρότυπο βαθμονόμησης και Διακρίβωσης

Σύμφωνα με το Διεθνές Λεξιλόγιο Μετρολογίας ως Βαθμονόμηση ορίζεται η διαδικασία η οποία, υπό καθορισμένες συνθήκες, αρχικά δημιουργεί μια ποσοτική σχέση μεταξύ των τιμών των αβέβαιων μετρήσεων που προκύπτουν από τη μέτρηση ενός ή περισσότερων προτύπων και των αντίστοιχων ενδεικτικών τιμών αυτών των μετρήσεων. Σε δεύτερη φάση, χρησιμοποιεί αυτές τις πληροφορίες για να καθιερώσει μια σχέση για την λήψη ενός αποτελέσματος μέτρησης σύμφωνα με την ενδεικτική τιμή του. Επαλήθευση ορίζεται ως η παροχή αντικειμενικών αποδεικτικών στοιχείων ότι ένα αντικείμενο πληροί τις κατασκευαστικές απαιτήσεις (International Vocabulary, 2006).



International
Organization for
Standardization

Σύμφωνα με το επίσημό site της η ISO (International Organization for Standardization) ιδρύθηκε το 1947 και αποτελεί έναν από τους μεγαλύτερους διεθνείς οργανισμούς με σκοπό την ανάπτυξη και δημοσίευση διεθνών προτύπων σε ποικίλους τομείς

όπως: πρότυπα κοινωνικής ευθύνης (ISO 26000), περιβαλλοντικής προστασίας (ISO 14001), ασφάλειας τροφίμων και εργασιακού περιβάλλοντος (ISO 45001), κατασκευής προϊόντων και συστημάτων διαχείρισης ποιότητας (ISO 9001). Η σειρά 10360-12 αποτελεί εξειδικευμένο κομμάτι της σειράς 10360 συγκεκριμένα πάνω στις δοκιμές αποδοχής και επαλήθευσης αρθρωτών βραχιόνων. Πιο συγκεκριμένα το πρότυπο επικεντρώνεται στην μέτρηση της απόδοσης της CMM με την χρήση ακίδων (πρόμπες) η προαιρετικά με τη χρήση ανέπαφων αισθητήρων. Επισημαίνεται η χρήση του προτύπου της ISO καθαρά για το κομμάτι της επαλήθευσης (verification) και όχι για το κομμάτι της βαθμονόμησης (calibration), καθώς η δεύτερη διαδικασία προγραμματίζεται και μορφοποιείται από την εκάστοτε εταιρία που κατασκευάζει μια CMM. Καθώς η Μηχανή Μέτρησης Συντεταγμένων που θα χρησιμοποιηθεί χρησιμοποιεί προ-εγκατεστημένο πρόγραμμα για την δημιουργία του χάρτη σφάλματος, στο παρόν κεφάλαιο θα αναγράφεται η μεθοδολογία του προτύπου η οποία θα λάβει χώρα στο εργαστήριο (ISO n d).

3.2.1 Διαδικασία επαλήθευσης

Όπως διατυπώνεται στο πρότυπο International Standard Draft ISO/FDI 10360-12:2016 (E), Geometrical product specifications (GPS) – acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM) για την διαδικασία της επαλήθευσης ο χειριστής πρέπει να διεκπεραιώσει τα ακόλουθα πριν την έναρξη των διαδικασιών:

- ~ Κύκλοι εκκίνησης/προθέρμανσης της μηχανής
- ~ Διαδικασίες αντιστάθμισης της μηχανής
- ~ Τοποθεσία, τύπος και αριθμός περιβαλλοντικών αισθητήρων
- ~ Τοποθεσία, τύπος και αριθμός θερμικών αισθητήρων στο τεμάχιο
- ~ Περιορισμοί εγκατάστασης

Στη συνέχεια από τα στοιχεία του κατασκευαστή τόσο του βραχίονα όσο και των πρότυπων βαθμονόμησης θα πρέπει να αντληθούν οι εξής πληροφορίες:

- ~ Μέγιστος όγκος ικανότητας μέτρησης του βραχίονα
- ~ Συντελεστής γραμμικής θερμικής διαστολής βραχίονα στους 20°C
- ~ Συντελεστής γραμμικής θερμικής διαστολής προτύπων βαθμονόμησης στους 20°C
- ~ Θερμοκρασία περιβάλλοντος
- ~ Υγρασία
- ~ Πίεση αέρα
- ~ Δονήσεις που μπορεί να υπάρχουν στον χώρο εγκατάστασης της μηχανής

Έπειτα με γνώση των παραπάνω πρέπει να δοθεί προσοχή στους εξής περιορισμούς:

- ~ Χρήση υλικών με Συντελεστή γραμμικής θερμικής διαστολής μεταξύ $8 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ και $13 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
- ~ Διεκπεραίωση των μετρήσεων στο μισό του μέγιστου όγκου μέτρησης
- ~ Συμφωνία των περιβαλλοντικών συνθήκων με αυτές που ορίζει ο κατασκευαστής

Με την έναρξη της διαδικασίας η σημαντικότερη δοκιμή είναι αυτή της επαναληψιμότητας (repeatability test), επιβεβαιώνοντας πως η μηχανή λειτουργεί κανονικά. Με την αποτυχία της παρούσας διαδικασίας το μηχάνημα κρίνεται ακατάλληλο για μετρήσεις και χρήζει επισκευής μηχανικού χαρακτήρα. Η διαδικασία διεκπεραιώνεται με τη χρήση ειδικά διακριβωμένης μπάρας σχεδιασμένη για τα Μετρητικά Όργανα τύπου βραχίονα.

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 9 μια πρότυπη ράβδος φέρει ειδικά σχεδιασμένες κωνικές κοιλώσεις ώστε να δέχεται ακίδες συγκεκριμένης διαμέτρου. Η ύπαρξη 7 βαθμών ελευθέριας αποτρέπει την ικανότητα σταθεροποίησης των αξόνων, έτσι η χρήση των οπών επιτυγχάνει τη σταθεροποίηση σε ένα σημείο, ώστε να μελετηθεί η συμπεριφορά του βραχίονα (ISO/FDI 10360-12, 2016).

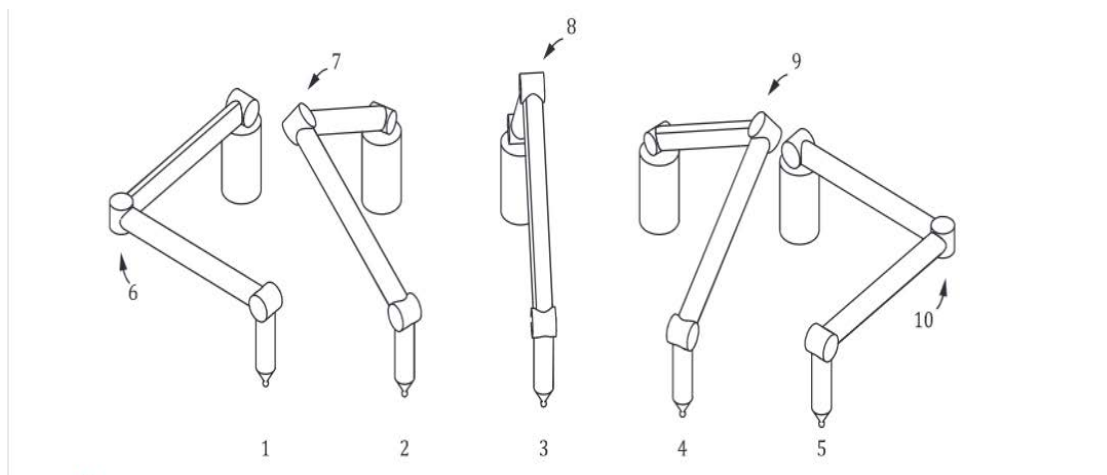


Εικόνα 9: Διακριθωμένη μπάρα για τον έλεγχο αρθρωτού βραχίονα
(Πηγή: <https://www.verisurf.com/blog/article/portable-cmm-arm-accessories/>)

Με βάση το πρότυπο της ISO ελέγχεται η ικανότητα του βραχίονα να εκτελεί επαναλαμβανόμενες μετρήσεις σε πέντε διαφορετικούς προσανατολισμούς. Αν και στο έγγραφο της ISO εκτελούνται 5 μετρήσεις ανά προσανατολισμό οι επιπλέον μετρήσεις είναι αποδέκτες, με σκοπό την αξιολόγηση περισσότερων αποτελεσμάτων για την εγγύτητα της μέτρησης. Οι βασικοί προσανατολισμοί φαίνονται στην Εικόνα 10:

Ενδεικτικά οι παραπάνω προσανατολισμοί θα πρέπει να είναι οι εξής;

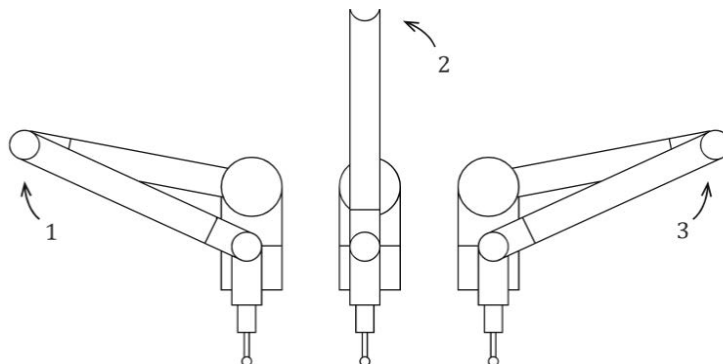
- ~ Βραχίονας υπό κλίση 90° προς τα αριστερά
- ~ Βραχίονας υπό κλίση 45° προς τα αριστερά
- ~ Βραχίονας υπό κλίση 0°
- ~ Βραχίονας υπό κλίση 45° προς τα δεξιά
- ~ Βραχίονας υπό κλίση 90° προς τα δεξιά



Εικόνα 10: Βασικοί προσανατολισμοί βραχίονα κατά τη διαδικασία της επαναληψιμότητας (ISO/FDI 10360-12, 2016)

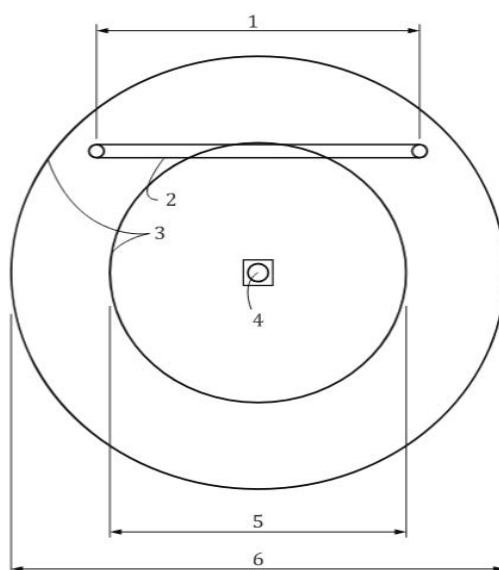
Σημείο υψίστης σημασίας είναι η κάθετη θέση της ακίδας στις οπές της πρότυπης μπάρας ώστε να έχουμε πλήρη σταθεροποίηση αυτής. Κατά τις επιμέρους μετρήσεις του εκάστοτε προσανατολισμού χρειάζονται 4 σημεία με την ακίδα εκτελεί πλήρη περιστροφή υπό τον άξονα 7, γι' αυτό το λόγο απαιτείται η στρέψη της ακίδας περίπου κατά 90° κάθε φορά ώστε να έχουμε ομοιόμορφη περιστροφή. Όπως αναφέρθηκε και στα εισαγωγικά κεφάλαια η Μετρητική Μηχανή τύπου Βραχίονα δεν έχει ικανότητες αυτοματοποίησης ούτε και απλών γραμμικών/κάθετων κινήσεων. Καθ' αυτόν τον τρόπο η διαφορετικότητα των προσανατολισμών υπό τους οποίους η μηχανή λαμβάνει μια μέτρηση έχει πολύ καλύτερα αποτελέσματα στα πλαίσια μιας ορθής επαλήθευσης υπό συγκεκριμένες η κατά μια έννοια «αυτοματοποιημένες» κινήσεις. Τέλος η διαδικασία ενδείκνυται να λάβει χώρα σε μια απόσταση περίπου 20% του συνολικού μήκους του βραχίονα (ISO/FDI 10360-12, 2016).

Η δεύτερη διαδικασία πιστοποίησης αφορά τις μετρήσεις μήκους με τη βοήθεια της μπάρας. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 9 η μπάρα φέρει στην επιφάνεια της 3 κωνικές κοιλότητες με καθορισμένες αποστάσεις των κέντρων αυτών. Πάνω στην μπάρα αναγράφονται το μικρό και το μεγάλο μήκος αναμεσά σε ένα ακριανό σημείο/μέσο σημείο αλλά και των δυο ακριανών σημείων. Στο έγγραφο της ISO μετριέται μόνο το μεγάλο μήκος της μπάρας σε συγκεκριμένες θέσεις γύρω από την μηχανή διατηρώντας της ορισμένες διατάξεις του βραχίονα όπως φαίνεται στην Εικόνα 11 (μπορούν να προστεθούν μετρήσεις και του μικρού μήκους).



Εικόνα 11: Προσανατολισμοί βραχίονα κατά την διαδικασία μέτρηση μήκους
(ISO/FDI 10360-12, 2016)

Καθ' αυτόν τον τρόπο μετρίεται σε κάθε θέση της μπάρας το μέγιστο μήκος τρεις φορές κάθε μια με έναν από τους παραπάνω προσανατολισμούς. Είναι επίσης σημαντικό οι τοποθετήσεις τη μπάρας να βρίσκονται περίπου στο 66% του μέγιστου όγκου μέσα στον οποίο ο βραχίονας εκτελεί μετρήσεις, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 12.



Εικόνα 12: Ενδεικτικό παράδειγμα τοποθέτησης της πρότυπη ράβδου. (ISO/FDI 10360-12, 2016)

1. 66% μέγιστου όγκου μετροληψίας, 2. πρότυπη μπάρα, 3.σφαίρες όγκου μεροληψίας από το κέντρο,
4. κέντρο την μηχανής, 5. 60% όγκου μεροληψίας, 6. 100% όγκου μεροληψίας

Οι θέσεις στις οποίες θα πρέπει να μετρηθούν τα πρότυπα μήκη της μπάρα που παρουσιάζονται στην Εικόνα 13 και είναι ενδεικτικά:

- ~ 3 ισαπέχοντα περιμετρικά σημεία με τη ράβδο καθετή στην ευθεία που ενώνει τη βάση του βραχίονα με το κέντρο της
- ~ 3 ισαπέχοντα περιμετρικά σημεία με τη ράβδο καθετή στην ευθεία που ενώνει τη βάση του βραχίονα με το κέντρο της και κεκλιμένη κατά 45° σε σχέση με τη βάση του βραχίονα
- ~ 1 σημείο με κάθετο προσανατολισμό τη ράβδου

(ISO/FDI 10360-12, 2016)



Εικόνα 13: Συνολικός χάρτης θέσεων της ράβδου για την διαδικασία της διακρίθωσης

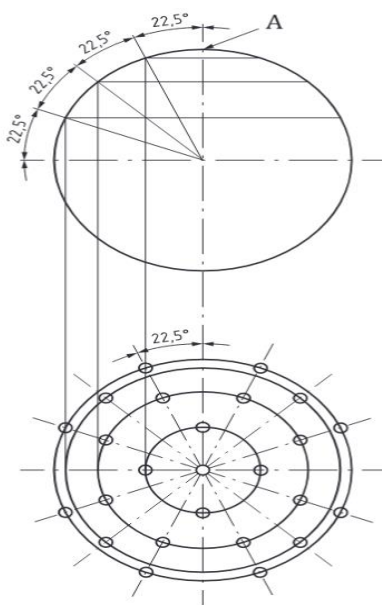
(Πηγή: <https://www.kreon3d.com/article/iso-10360-12-standard-for-measuring-arms>)

Τέλος παρουσιάζεται η διαδικασία διαμόρφωσης της ακίδας με τη χρήση πρότυπης σφαίρας. Η διαδικασία εκτελείται σε δυο μέρη στα οποία χρησιμοποιείται μια πρότυπη σφαίρα, όπως αυτή της Εικόνας 14, γνωστής διαμέτρου σε δυο τυχαία σημεία μέσα στον ικανό όγκο μετροληψίας (προτείνονται ως τοποθεσίες της σφαίρα, ένα σημείο περίπου 20% του μέγιστου όγκου και ένα περίπου στο 90% αυτού).



Εικόνα 14: Πρότυπη σφαίρα για τη διακρίβωση ακίδων
(Πηγή:https://shop.hexagon.com/emea/en_ba/eur/)

Κατά την πρώτη φάση της διαδικασίας όπως αυτή παρουσιάζεται στο ISO/FDI 10360-12 η σφαίρα μετρίεται και στις δυο θέσεις σύμφωνα με Εικόνα 15:



Εικόνα 15: Θέσεις λήψης σημείων πάνω στη σφαίρα κατά την πρώτη φάση (ISO/FDI 10360-12, 2016)

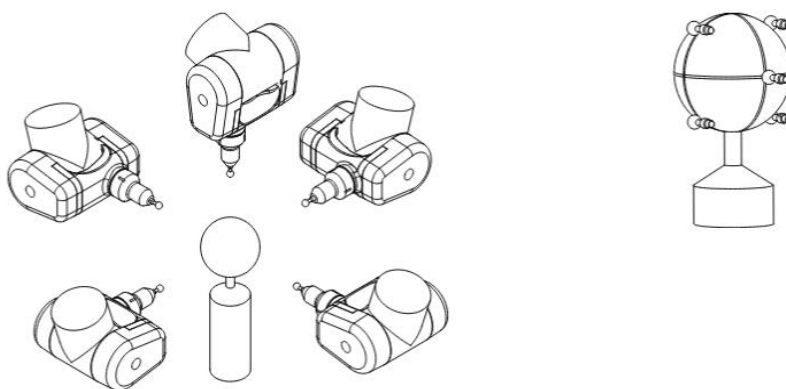
Με μόνιμο κάθετο προσανατολισμό της ακίδας το μοτίβο που ακολουθείται είναι το εξής:

- ~ 1 σημείο στον πόλο της σφαίρας
- ~ 4 σημεία (ισαπέχοντα κατά μήκος της μεμβράνης) 22.5° εκατέρωθεν του πόλου
- ~ 8 σημεία (ισαπέχοντα κατά μήκος της μεμβράνης) 45° εκατέρωθεν του πόλου
- ~ 4 σημεία (ισαπέχοντα κατά μήκος της μεμβράνης) 67.5° εκατέρωθεν του πόλου
- ~ 8 σημεία (ισαπέχοντα κατά μήκος της μεμβράνης) 90° εκατέρωθεν του πόλου

Μετά την λήψη των 25 σημείων δημιουργείται μέσω προγράμματος μια Γκαουσιανή (Gaussian) σφαίρα από την οποία λαμβάνονται οι τιμές της διαμέτρου (D_{ref}), της μέγιστης (R_{max}) και της ελάχιστης ακτίνα (R_{min}) της σφαίρας. Οι ακόλουθες τιμές μετά τη λήψη συγκρίνονται με τις τιμές που ορίζει ο κατασκευαστής για την ακίδα την οποία χρησιμοποιούμε:

- Σφάλμα Ανίχνευσης Μεγέθους (Probing Size Error) = $D_{Meas} - D_{ref}$
- Σφάλμα Ανίχνευσης Μορφής (Probing Form Error) = $R_{max} - R_{min}$

Κατά το δεύτερο σκέλος ακολουθείται μια διαφορετική διάταξη σύμφωνα με την Εικόνα 16. Σε αυτό το σκέλος χρησιμοποιώντας ένα προσανατολισμό ακίδας κάθε φορά, λαμβάνονται 5 μετρήσεις όπως φαίνεται στο δεξί σκέλος της Εικόνας 16. Συνολικά λαμβάνονται ξανά 25 μετρήσεις για κάθε μια από τις δυο διαφορετικές τοποθεσίες της σφαίρας. Σε αυτήν την περίπτωση για κάθε ένα προσανατολισμό με 5 σημεία δημιουργείται εκ νέου μια Γκαουσιανή (least-squares) σφαίρα ώστε στο σύνολο να έχουν δημιουργηθεί 5 σφαίρες.



Εικόνα 16: Προσανατολισμοί ακίδας για την επαλήθευση της ακίδας (ISO/FDI 10360-12, 2016)

Αριστερά: 5 προσανατολισμοί τις ακίδας.

Δεξιά: 5 σημεία μετρήσεις με έναν προσανατολισμό

Από την μικρότερη διάμετρο των 5 σφαιρών λαμβάνεται η τιμή του Σφάλματος αρθρωτού προσανατολισμού (*Articulated Location Error*) η οποία θα πρέπει να συγκριθεί με την τιμή που ορίζει ο κατασκευαστής (ISO/FDI 10360-12, 2016).

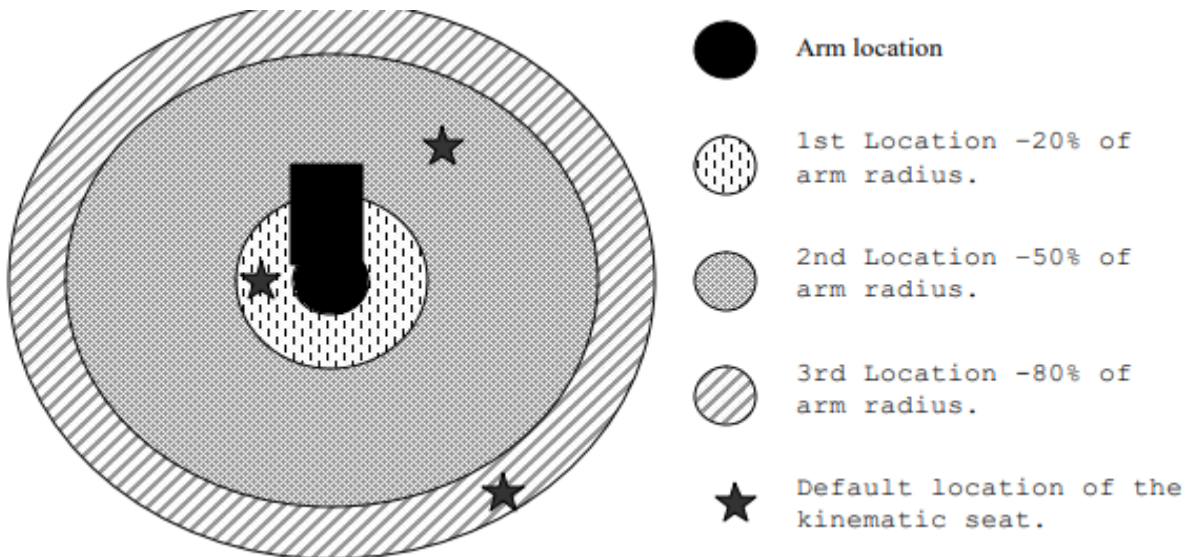
3.2.2 Διαδικασία Βαθμονόμησης

Αποδεδειγμένα κανένα μηχανολογικό εξάρτημα δεν διατηρείται ακέραιο στο πέρας του χρόνου, έτσι και μια μηχανή μέτρησης συντεταγμένων χρειάζεται «καλιμπράρισμα». Όπως αναγράφεται και σε άρθρο της εταιρίας KES Machine Calibration οι μηχανικοί παράγοντες όπως η φθορά των αρθρώσεων ή η παραμόρφωση της ακίδας οδηγούνε τόσο σε ανακρίβειες της κίνησης ολόκληρου του βραχίονα αλλά και πιο συγκεκριμένα στην τελική μέτρηση που λαμβάνεται. Παράλληλα μια συνεχόμενη κακή συντήρηση της μηχανής προκαλεί ακόμα περισσότερες φθορές αναμεσά στα κομμάτια του βραχίονα, ενώ η μη τακτική ή λανθασμένη διακρίβωση επιφέρει πιο δυσμενή αποτελέσματα. Επιπλέον, με την μεταβολή των περιβαλλοντικών παραγόντων οι μετρήσεις μπορούν να έχουν επιμέρους μεταβολές. Αλλαγές στη θερμοκρασία προκαλούνε διαστολές ή συστολές των κομματιών του βραχίονα που με τη σειρά του επιφέρουν διαστασιακές αλλαγές που επιδρούν στην ακρίβεια των μετρήσεων. Παρεμβολές στο τελικό αποτέλεσμα της μέτρησης θεωρούνται και οι δονήσεις από το τριγύρω περιβάλλον αλλά και η συσσώρευση σκόνης στα κινούμενα μέρη του βραχίονα αποτρέποντας την ομαλή κίνηση μεταξύ αυτών. Ένας ακόμα πολύ σημαντικός είναι και ανθρώπινος παράγοντας που παίζει σημαντικό ρολό είτε από μια απλή εσφαλμένη στερέωση του βραχίονα ή του μετρούμενου αντικειμένου, είτε την πρόκληση βλάβης από κάποιο λάθος χειρισμό. Τέλος, σφάλματα λογισμικού και αλγοριθμικού χαρακτήρα χρήζουν ρυθμίσεως καθώς πολλά λογισμικά διαθέτουν περιορισμούς ακρίβειας ειδικά σε περιπτώσεις περίπλοκης γεωμετρίας (KES Machine Calibration, 2023).

Σύμφωνα με το εγχειρίδιο βαθμονόμησης της Romer Inc για τον βραχίονα της σειράς Infinite 2.0 η πρώτη εξέταση του μηχανήματος είναι η δοκιμή της επαναληψιμότητας με την αποτυχία της οποίας το μηχάνημα θα πρέπει να επιστραφεί στο εργοστάσιο παραγωγής για τον τεχνικό έλεγχο των μηχανολογικών εξαρτημάτων του. Στη συνέχεια η ανάγκη για βαθμονόμηση της μηχανής ξεκινά με την αποτυχία διεκπεραίωσης διαδικασιών μέτρησης πρότυπου μήκους ή πρότυπης διαμέτρου σύμφωνα με τις ανοχές που έχει ορίσει ο κατασκευαστής. Η διαδικασία υλοποιείται με τη χρήση της μπάρας της Εικόνας 9 πάνω στην

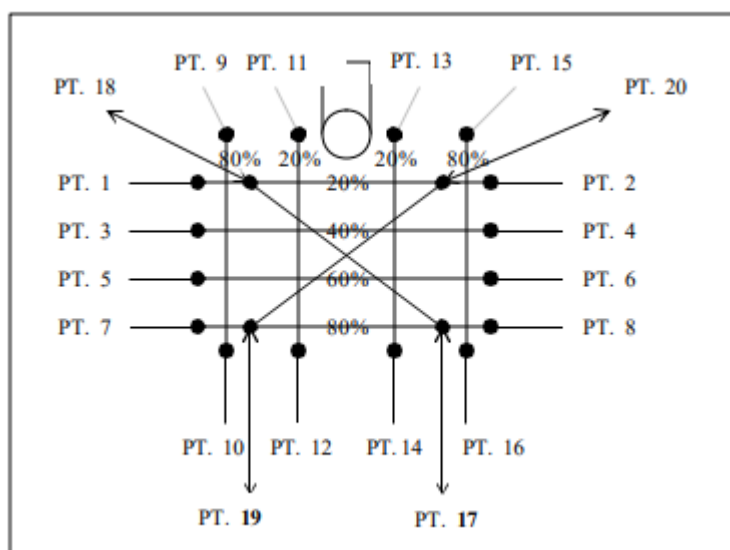
οποία λαμβάνουν χώρα δύο διαδικασίες, η Δοκιμασία Άρθρωσης σε Ενιαίο Σημείο (SPAT) και αυτή της μέτρηση των αποστάσεων των κωνικών εσοχών. Αρχικά υλοποιούνται είκοσι επαναλαμβανόμενες διαδοχικές μετρήσεις ενός σημείου με τη χρήση μιας κωνικής οπής από τις τρεις χρησιμοποιώντας κάθε φορά διαφορετικό προσανατολισμό του βραχίονα.

Σύμφωνα με το εγχειρίδιο της κατασκευάστριας εταιρίας (CimCore) οι τοποθεσίες στις οποίες πρέπει να μετρηθεί ένα σημείο είναι αυτές που βρίσκονται περίπου στο 20%, 50% και 80% του συνολικού μήκους του βραχίονα μετρώντας από τη βάση του βραχίονα σύμφωνα με την Εικόνα 17 του εγχειριδίου (Romer Inc, 2008).



Εικόνα 17: Ενδεικτικά παραδείγματα θέσεων μέτρησης σημείου βραχίονα Romer Infinite 2 (Romer Inc, 2008)

Εικόνα 18: Ενδεικτικές θέσεις μέτρησης μήκους για τον βραχίονα Romer Infinite 2 (Romer inc, 2008).



Εικόνα 18: Ενδεικτικές θέσεις μέτρησης μήκους για τον βραχίονα Romer Infinite 2 (Romer inc, 2008).

Οι J. Dupuis C. Holst H. Kuhlmann ανέπτυξαν το μαθηματικό μοντέλο ενός βραχίονα της Romer με 7 άξονες ελευθέριας όπως παρακάτω. Σύμφωνα με αυτό από το κεφάλαιο 2 η σχέση (2.4) μπορεί να γραφεί διαφορετικά με μορφή:

$$P_{arm} = f(x_{DH}, \bar{\theta}_i) \quad (3.1)$$

Η παράμετρος $\bar{\theta}_i$ ορίζει την πραγματική θέση των αρθρώσεων, όπως αυτή παράγεται από τις ενδείξεις των κωδικοποιητών της εκάστοτε άρθρωσης. Αυτή η παράμετρος θα πρέπει να αντικατασταθεί από το άθροισμα της ενδείξεως του κωδικοποιητή θ_i και ενός διορθωτικού παράγοντα $\theta_{0,i}$ όπως αυτό προκύπτει από τους κινηματικούς παράγοντες σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$\bar{\theta}_i = \theta_i + \theta_{0,i} \quad (3.2)$$

Σύμφωνα με τα πρότυπα VDI/VDE 2617-9 και ASME B89.4.22 Κατά την πρώτη φάση όπου λαμβάνει χώρα η διαδικασία SPAT η βαθμονόμηση μπορεί να αξιοποιήσει τα περιττά χαρακτηριστικά της μηχανής. Κάνοντας την υπόθεση πως όλοι οι διαφορετικοί προσανατολισμοί του βραχίονα κατά τη μέτρηση μιας κωνικής εσοχής αντιπροσωπεύουν το ίδιο φυσικό τριδιάστατο σημείο, το λειτουργικό μοντέλο γράφεται ως:

$$P_{i,j,k} = f_{i,j,k}(x_{DH}, \theta_{i,j,k,1...7}) \quad (3.3)$$

Όπου το $P_{i,j,k}$ δηλώνει το i-οστό ($i \in 1 \dots n$) τριδιάστατο σημείο της j-οστής ($j \in 1 \dots m$) θέσης του μετρητή μήκους, μετρημένο στην k-οστή ($k \in 1 \dots 3$) κωνική υποδοχή. Το x_{DH} αντιπροσωπεύει τις κινηματικές παραμέτρους του βραχίονα και το $\theta_{i,j,k,1...7}$ περιλαμβάνει τις επτά παρατηρήσεις των περιστροφικών κωδικοποιητών. Καθώς δεν υπάρχει ακριβής γνώση της τοποθεσίας των σημείων το μοντέλο αναγράφεται ως:

$$f_{i,j,k}(l + v, x) = f(\theta_{i,j,k,1...7} + v, x_{DH}) - P_{i,j,k} = 0 \quad (3.4)$$

Όπου l είναι ο δείκτης των παρατηρήσεων των κωδικοποιητών, ενώ v είναι ο δείκτης για τις άγνωστες συνταγμένες κάθε σημείου. Η εξίσωση (3.4) υλοποιείται στον τριδιάστατο χώρο με τους τύπους:

$$\begin{aligned} f_{x,i,j,k}(l + v, x) &= f_x(\theta_{i,j,k,1...7} + v, x_{DH}) - P_{x,i,j,k} = 0 \\ f_{y,i,j,k}(l + v, x) &= f_y(\theta_{i,j,k,1...7} + v, x_{DH}) - P_{y,i,j,k} = 0 \\ f_{z,i,j,k}(l + v, x) &= f_z(\theta_{i,j,k,1...7} + v, x_{DH}) - P_{z,i,j,k} = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

(ANSI/NCSL, 1994) (Verein Deutscher Ingenieure, 2009) (ASME, 2004) (Dupuis J, 2017).

Παράλληλα η απόσταση μεταξύ των τριών κωνικών εσοχών μπορεί να εισαχθεί στο λειτουργικό μοντέλο με τη χρήση ψευδοπαρατηρήσεων. Το πλεονέκτημα αυτής της διαδικασίας έγκειται στη δυνατότητα ενσωμάτωσης των διακυμάνσεων του στοχαστικού μοντέλου καθώς οι παρούσες αποστάσεις έχουν πιστοποιημένη ακρίβεια (ASME. 2004, VDI/VDE. 2009) (Dupuis J, 2017).

Το μαθηματικό μοντέλο που ορίζει τις γενικές αλλαγές βασίζεται πάνω στο μοντέλο των Gauß–Helmert το οποίο αναπτύσσει ο Mikhail E. στο οποίο αρχικά δημιουργείται ο πίνακας συνδιακυμάνσης των παρατηρήσεων των κωδικοποιητών και των ψευδό-παρατηρήσεων από τη μέτρηση μήκους. Θεωρώντας ότι οι μετρήσεις του κωδικοποιητή έχουν όλες την ίδια ακρίβεια ορίζονται ως σ_θ^2 , ενώ οι ψευδό-παρατηρήσεις ορίζονται ως σ_d^2 . Έτσι έχουμε τη δημιουργία του πίνακα:

$$\Sigma_u = \begin{bmatrix} \sigma_\theta^2 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \sigma_d^2 & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Καθώς το παραπάνω μοντέλο δεν είναι γραμμικό οι παράμετροι πρέπει να υπολογίζονται επαναληπτικά και έπειτα να ενημερώνονται μετά από κάθε βήμα επανάληψης $\hat{x}_{i+1} = \hat{x}_i + \Delta \hat{x}_i$. (Mikhail E, 1976).

Εισαγωγή προσεγγιστικών “αποκλίσεων” $\hat{v}$ είναι απαραίτητη καθώς ερευνούμε αυστηρά μια λύση του παραπάνω προβλήματος σύμφωνα με τον Neitzel F. το πρόβλημα ξαναγράφεται ως:

$$B \cdot (v - \hat{v}) + A \cdot (\hat{x}_{i+1} - \hat{x}_i) + f(1 + \hat{v}, \hat{x}_i) = 0 \quad (3.7)$$

Είναι δεδομένο πώς αποκλίσεις $\hat{v}$ και οι Ιακωβιανοί πίνακες A και B θα πρέπει να αξιολογούνται στις προσεγγιστικές παραμέτρους x_i και παρατηρήσεις $1+\hat{v}$ πριν από κάθε επανάληψη. Ο παραπάνω συλλογισμός οδηγεί στη μορφή των πινάκων ως:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{1+\hat{v}, \hat{x}_i} \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{1+\hat{v}, \hat{x}_i} \quad (3.8)$$

Από το διάνυσμα των διαφορών:

$$w = -B\hat{v} + f(1 + \hat{v}, \hat{x}_i) \quad (3.9)$$

και ορίζοντας k τους πολλαπλασιαστές Lagrange το σύστημα των εξισώσεων μετασχηματίζεται ως:

$$\begin{bmatrix} B\Sigma_{ll}B^T & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k \\ \Delta\hat{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -w \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Το παραπάνω μοντέλο χρησιμοποιείται για την επαναληπτική εκτίμηση των παραμέτρων (Neitzel F., 2010) (Dupuis J et al., 2017).

Από την ανάλυση των Holst C. Et al, ο όρος $B\Sigma_{ll}B^T$ αντικαθίσταται από τον ορό $\Sigma_{\bar{l}\bar{l}}$ ώστε το σύστημα να πάρει τη μορφή:

$$\begin{aligned} (A^T \Sigma_{\bar{l}\bar{l}}^{-1} A) \cdot \Delta\hat{x} &= A^T \Sigma_{\bar{l}\bar{l}}^{-1} (-w) \quad \eta \\ \Sigma_{\hat{x}\hat{x}} &= (A^T \Sigma_{\bar{l}\bar{l}}^{-1} A)^{-1} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Στη συνέχεια η ανάλυση βασίζεται στο έργο των Elatta et al, με την αξιολόγηση των μερικών πλεονασμών οι οποίοι αποτελούν τις μετρήσεις αξιοπιστίας και απόδοσης κάθε προσανατολισμού. Με βάση τις εξισώσεις (3.11) ο πίνακας συνδιακύμανσης μπορεί να γραφτεί με τη μορφή:

$$\Sigma_{\hat{v}\hat{v}} = \Sigma_{\bar{l}\bar{l}} - A\Sigma_{\hat{x}\hat{x}}A^T \quad (3.12)$$

της οποίας τα διαγώνια στοιχεία αποτελούν τις μερικές αποκλίσεις:

$$\bar{r}_i = [\Sigma_{\hat{v}\hat{v}}\Sigma_{\bar{l}\bar{l}}^{-1}]_{ii} \quad (3.13)$$

με $i=1..3n$ λόγω του διαχωρισμού του μοντέλου στα τρία συστατικά του καρτεσιανού συστήματος (Elatta et al, 2004) (Holst C, 2014) (Dupuis J et al., 2017).

Χρησιμοποιώντας το μέσο όρο των τιμών των αποκλίσεων θα πρέπει να υπολογιστεί μια αντιπροσωπευτική τιμή μερικής αποκλίσεως για κάθε διαφορετικό προσανατολισμό της άρθρωσης. Για την απόρριψη μη συσχετισμένων παρατηρήσεων οι τιμές των μερικών αποκλίσεων εντάσσονται σε ένα διάστημα $[0,1]$ σύμφωνα με τον Förstner W, όπου οι τιμές κοντά στο ένα καθορίζουν μια καλά ελεγχόμενη παρατήρηση. Από τα παραπάνω καθορίζονται οι παράγοντες επιρροής:

$$\bar{h}_i = 1 - \bar{r}_i \quad (3.14)$$

που αναπαριστούν το συμπλήρωμα των μερικών πλεονασμών που περιγράφουν την επίδραση της κάθε παρατήρησης των κωδικοποιητών στην εκτίμηση των παραμέτρων (Förstner W, 1987) (Dupuis J et al., 2017).

Καθώς προσπαθούμε να βρούμε την επίδραση μόνο στις κινηματικές παραμέτρους θα πρέπει να εξαλείψουμε την επίδραση των παραμέτρων των σημείων. Για τον σκοπό αυτό οι Dupuis J. et al χρησιμοποίησαν δεδομένα από τα έργα των Heck B. Genauigkeit, του Funcke

Γ. και του Teunissen PJG. Στην ανάλυση του μαθηματικού μοντέλου στο Κεφάλαιο 2 προκύπτουν 31 κινηματικοί παράμετροι που περιγράφουν το μοντέλο του βραχίονα τους οποίους ο Teunissen PJG χρησιμοποιεί ως $\Delta\hat{x}_1$, ενώ οι παράμετροι σημείων ορίζονται ως $\Delta\hat{x}_2$. Αρχικά τα $\Delta\hat{x}$ και ο πίνακας A διαχωρίζονται σε δυο μέρη σε συμφωνία με τη σχέση :

$$\Delta\bar{l} + \bar{v} = (A_1 \quad A_2) \cdot \begin{pmatrix} \Delta\hat{x}_1 \\ \Delta\hat{x}_2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Τα A_1 και A_2 να ανήκουν στις παραμέτρους $\Delta\hat{x}_1$ και $\Delta\hat{x}_2$ αντίστοιχα. Η εξάλειψη των παραμέτρων πραγματοποιείται με μια ορθογώνια προβολή στις στήλες του A_2 κάνοντας χρήση της προβολής:

$$P_{A_2}^\perp = I - A_2(A_2^T \Sigma_{\bar{l}}^{-1} A_2)^{-1} A_2^T \Sigma_{\bar{l}}^{-1} \quad (3.16)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι $P_{A_2}^\perp \cdot A_2 = 0$ ο πίνακας σχεδιασμού ισούται με:

$$\tilde{A}_1 = P_{A_2}^\perp \cdot A_1 \quad (3.17)$$

και οι παράμετροι $\Delta\hat{x}_1$ μπορούν να υπολογιστούν από τη σχέση:

$$\Delta\hat{x}_1 = (\tilde{A}_1^T \Sigma_{\bar{l}}^{-1} \tilde{A}_1)^{-1} \tilde{A}_1^T \Sigma_{\bar{l}}^{-1} \Delta\bar{l} \quad (3.18)$$

από την παραπάνω λύση ο πίνακας συνδιακύμανσης των κινηματικών παραμέτρων σύμφωνα με τον κανόνα της διάδοσης των διακυμάνσεων υπό τον Mikhail E γίνεται:

$$\Sigma_{\hat{x}_1 \hat{x}_1} = (\tilde{A}_1^T \Sigma_{\bar{l}}^{-1} \tilde{A}_1)^{-1} \quad (3.19)$$

Ο πίνακας συνδιακύμανσης των «αποκλίσεων» $\hat{v}$ θα πρέπει να υπολογιστεί σε συμφωνία με το διαχωρισμένο μοντέλο. Το διάνυσμα $\hat{v}$ γράφεται:

$$\hat{v} = P_A^\perp l = (I - P_A)l \quad (3.20)$$

Από την ισχύουσα σχέση:

$$P_A = P_{\tilde{A}_1} + P_{A_2} \quad (3.21)$$

στο διαχωρισμένο μοντέλο ως:

$$\hat{v} = (P_{\tilde{A}_1}^\perp - P_{A_2})l \quad (3.22)$$

Ενώ από τον κανόνα διάδοσης των διακυμάνσεων παράγεται ο τύπος:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\hat{v} \hat{v}} &= [P_{\tilde{A}_1}^\perp - P_{A_2}] \Sigma_{\bar{l}} [P_{\tilde{A}_1}^\perp - P_{A_2}] \\ &= P_{\tilde{A}_1}^\perp \Sigma_{\bar{l}} - P_{\tilde{A}_1}^\perp \Sigma_{\bar{l}} P_{A_2} - P_{A_2} \Sigma_{\bar{l}} P_{\tilde{A}_1}^\perp + P_{A_2} \Sigma_{\bar{l}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Στην παραπάνω εξίσωση ο παράγοντας $P_{\tilde{A}_1}^\perp \Sigma_{\bar{l}}$ ισούται με $\Sigma_{\hat{v}_1 \hat{v}_1}$ όπου είναι το μέρος του πίνακα συνδιακύμανσης των «αποκλίσεων» που ανήκουν στις κινηματικές παραμέτρους. Τέλος οι κινηματικές παράμετροι μπορούν να υπολογιστούν από τις εξισώσεις (3.13) και

χρησιμοποιώντας τον όρο $\Sigma_{\hat{v}_1 \hat{v}_1}$ από την εξίσωση (Mikhail E, 1976) (Teunissen PJG, 2000) (Dupuis J et al., 2017).

3.3 Εργαστηριακές Μελέτες

Για την πραγματοποίηση των παραπάνω διαδικασιών χρησιμοποιήθηκε ο βραχίονας Infinite Romer 2.0 5018 SC της εταιρείας CimCore που παρουσιάζεται και στην Εικόνα 20. Πρόκειται για ένα βραχίονα διάταξης 2-2-3 συνολικού μήκους 92.6 cm και με αποστάσεις βάσης/αγκώνα: 106.68cm, μεσαίου τμήματος: 43.18cm, απόληξη-χειρολαβή: 15.74cm. Η προδιαγραφή για την μέτρηση επαναληψιμότητας ορίζεται από τον κατασκευαστή ως 0.024mm (24μm) ενώ για τη μέτρηση μήκους στα 0.035mm (35μm). Για τις μετρήσεις χρησιμοποιήθηκε η ήδη καλιμπραρισμένη από τον κατασκευαστή ακίδα διαμέτρου 15mm και μήκους 50.143mm της Εικόνας 21. Τέλος χρησιμοποιήθηκαν οι πρότυπες γεωμετρίες μπάρας μετρημένες σε περιβάλλον 21 βαθμών κελσίου και υγρασίας 48%. Τα ενδεικτικά μήκη της μπάρας της Εικόνας 19 είναι 711.210mm και 361.950mm (Romer inc, 2008).



Εικόνα 19: Πρότυπη μπάρα βαθμονόμησης και επαλήθευσης αρθρωτού βραχίονα



Εικόνα 20: Αρθρωτός βραχίονας Infinite Romer 2.0



Εικόνα 21: Πρότυπη ακίδα βαθμονόμησης και επαλήθευσης

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης και επαλήθευσης έλαβαν μέρος σε ειδικά διαμορφωμένο χώρο της εταιρίας Future Technology Systems που εδρεύει στην Α΄ ΒΙΠΕ Βόλου, ελεγχόμενη θερμοκρασίας 20°C και υγρασίας 50%. Αξίζει να αναφερθεί από το ιστορικό του βραχίονα μια μικρή πτώση η οποία θα μπορούσε να είναι ενδεχόμενο αίτιο δυσλειτουργίας. Από το τεστ επαναληψιμότητας τα δεδομένα αναγράφονται στον Πίνακα 3-1 παρακάτω:

Πίνακας 3-1: Δεδομένα ελέγχου επαναληψιμότητας (Λανθασμένου χάρτη σφάλματος)

	X	Y	Z
1	-13.664	-352.908	76.052
2	-13.659	-352.928	76.047
3	-13.671	-352.935	76.050
4	-13.680	-352.921	76.046
5	-13.685	-352.927	76.048
6	-13.662	-352.909	76.038
7	-13.645	-352.897	76.040
8	-13.642	-352.919	76.041
9	-13.646	-352.926	76.050
10	-13.665	-352.923	76.045
11	-13.668	-352.895	76.015
12	-13.655	-352.895	76.013
13	-13.646	-352.905	76.014
14	-13.651	-352.917	76.018
15	-13.664	-352.914	76.010
16	-13.680	-352.881	76.006
17	-13.676	-352.881	76.014
18	-13.686	-352.896	76.011
19	-13.680	-352.898	76.010
20	-13.681	-352.900	76.010
21	-13.688	-352.895	76.027
22	-13.699	-352.896	76.018
23	-13.701	-352.918	76.020
24	-13.682	-352.913	76.022
25	-13.678	-352.915	76.020
Minimum	X = -13.701	Y = -352.935	Z = 76.006
Maximum	X = -13.642	Y = -352.881	Z = 76.052
Average	X = -13.670	Y = -352.908	Z = 76.027
Range/2	X = 0.030	Y = 0.027	Z = 0.023
Std. Dev.	X = 0.016	Y = 0.014	Z = 0.016

Για το τεστ μέτρησης μήκους μετρήθηκε το πρότυπο μήκος της μπάρας 5 φορές από τα οποία φαίνονται στον Πίνακα 3-2 παρακάτω:

Πίνακας 3-2: Δεδομένα τεστ μέτρησης μήκους (Λανθασμένου χάρτη σφάλματος)

1	711.273	Minimum Length: 711.258
2	711.268	Maximum Length: 711.314
3	711.314	Average Length: 711.281
4	711.258	Range / 2: 0.028
5	711.290	

Όπως φαίνεται από τους παραπάνω πίνακες ο βραχίονας αποτυγχάνει στο τεστ επαναληψιμότητας καθώς οι τιμές για την ανοχή ανά τους άξονες έχουν αρκετά αποκλίνουσες τιμές, ωστόσο οι διαφορές δεν προβλέπουν την κατασκευαστική επιδιόρθωση του. Κατά το τεστ μέτρησης μήκους διαπιστώνεται καλύτερα πώς η μηχανή χρειάζεται να βαθμονομηθεί, διότι παρά το γεγονός ότι το μέσο μήκος είναι αρκετά κοντά στο πρότυπο, η μέγιστη μέτρησης μήκους απέχει από την κανονική 104 μm ενώ σύμφωνα με τον κατασκευαστή θα έπρεπε να έχει μέγιστη τιμή απόκλισης 34 μm .

Για την διαδικασία της βαθμονόμησης μετρήθηκαν συνολικά 48 τοποθεσίες της μπάρας σύμφωνα με το μοτίβο που προβλέπει η κατασκευάστρια εταιρία, χρησιμοποιώντας και τα δυο πρότυπα μήκη το καθένα μετρούμενο δυο φορές και 10 στάσιμα σημεία (με 20 επαναλαμβανόμενα σημεία για το καθένα). Οι αρχικοί 31 κινηματικοί παράγοντες τέθηκαν ίσοι με το μηδέν σύμφωνα με την διαδικασία που προτείνει η εταιρία και στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν οι παραπάνω μετρήσεις. Στο πρωταρχικό στάδιο δεν έχουμε μετρήσεις σε καρτεσιανές συντεταγμένες αλλά ενδείξεις από τους κωδικοποιητές κάθε σύνδεσης. Λόγω μεγάλου όγκου οι πίνακες A και B των αποτελεσμάτων των κωδικοποιητών για τις μετρήσεις μήκους L_i και στάσιμων σημείων W_i βρίσκεται στο παράρτημα πινάκων στο τέλος της εργασίας (σελ. 67 και 74 αντίστοιχα).

Από τις διαδικασίες διακρίβωσης δεν εκτελέστηκε η ρύθμιση της ακίδας καθώς ο βραχίονας χρησιμοποιεί προ-ρυθμισμένες ακίδες οι κινηματικοί παράγοντες των οποίων εισάγονται στον πίνακα αυτόματα με την σύνδεση της ακίδας στον βραχίονα.

Από τις παραπάνω μετρήσεις ο πίνακας 3-3 των κινηματικών παραμέτρων είναι ο ακόλουθος:

Πίνακας 3-3: Κινηματικοί παράγοντες μετά την βαθμονόμηση

1: 0.000000000	11: -0.000032470	21: 0.000000000	31: 0.000000000
2: 0.365975000	12: 0.000000000	22: 0.000000000	32: 0.009555700
3: 0.000000000	13: 0.000041301	23: 0.000000000	33: 0.000000000
4: 0.003574000	14: 0.000000000	24: 0.000000000	34: 0.040341200
5: -0.153773000	15: -0.000026944	25: 0.000000000	35: 0.000000000
6: 0.000000000	16: 0.000000000	26: -0.000032517	36: 0.000000000
7: 0.000000000	17: -0.000085186	27: 0.003290390	37: 0.006773700
8: 0.095336400	18: 0.000000000	28: 0.000014522	38: -0.003151400
9: 0.000000000	19: -0.000032387	29: 0.000010653	39: -0.001687500
10: 0.026492000	20: 0.000000000	30: 0.000000000	

Είναι σημαντικό να αναφερθεί πως στον Πίνακα 3-3 φαίνονται 39 κινηματικοί περιορισμοί λόγω δυνατότητας προσθήκης κινητής βάσης σε επίπεδο (X,Y) στον βραχίονα η οποία προσδίδει 8 επιπλέον κινηματικούς περιορισμούς (7 κινηματικούς ως προς τα 7 συστήματα συντεταγμένων κάθε σύνδεσης και 1 για την βάση μέσα στο χώρο), οι οποίοι μηδενίζονται όταν η βάση αφαιρείται. Ακόμα ο τομέας συμβολής του κάθε αριθμού είναι γνωστός μόνο στην κατασκευάστρια εταιρία όπως και ο ακριβής τρόπος διαχείρισης του χάρτη σφάλματος (Romer Inc,2008).

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε και η διαδικασία της επαλήθευσης σύμφωνα με τις Εικόνες 11 και 13 όπου οι μετρήσεις (σε σύστημα συντεταγμένων XYZ), των μηκών και οι αποκλίσεις φαίνονται στον Πίνακα Γ που βρίσκεται στο παράρτημα (σελ.79). Όπως φαίνεται από τις μετρήσεις του Πίνακα Γ η μπάρα πληροί τις προϋποθέσεις σε κάθε θέση στην οποία μετρήθηκε. Οι παραπάνω μετρήσεις παρουσιάζουν αποδεκτή ανοχή στις μετρήσεις μήκους όχι μεγαλύτερη από 15μm, αποτέλεσμα πολύ καλύτερο από τις αρχικές μετρήσεις.

Πραγματοποιήθηκε και μια επιπλέον διαδικασία επαναλαμβανόμενων μετρήσεων ενός στάσιμου σημείου με 20 μετρήσεις οι οποίες αναγράφονται παρακάτω στον Πίνακα 3-4.

Πίνακας 3-4: Δεδομένα από τεστ επαναληψιμότητας μετά την βαθμονόμηση

	X	Y	Z				
1	-127.424	-302.789	75.92	Minimum	X = -127.427	Y = -302.807	Z = 75.915
2	-127.42	-302.798	75.917	Maximum	X = -127.418	Y = -302.781	Z = 75.929
3	-127.427	-302.807	75.921	Average	X = -127.422	Y = -302.792	Z = 75.920
4	-127.42	-302.801	75.916	Range/2	X = 0.004	Y = 0.013	Z = 0.007
5	-127.421	-302.793	75.919	Std. Dev.	X = 0.003	Y = 0.006	Z = 0.004
6	-127.424	-302.788	75.919				
7	-127.422	-302.791	75.927				
8	-127.423	-302.791	75.917				
9	-127.421	-302.793	75.915				
10	-127.423	-302.794	75.918				
11	-127.425	-302.795	75.922				
12	-127.419	-302.792	75.917				
13	-127.427	-302.783	75.921				
14	-127.426	-302.781	75.916				
15	-127.418	-302.791	75.927				
16	-127.42	-302.794	75.929				
17	-127.419	-302.787	75.919				
18	-127.424	-302.787	75.919				
19	-127.421	-302.792	75.925				
20	-127.42	-302.793	75.921				

Όπως παρατηρείται στον Πίνακα 3-4 η διαφορά στις ανοχές είναι αρκετά εμφανής καθώς τιμές που ήταν οριακά μεγαλύτερες από το επιτρεπτό όριο πλέον τείνουν στο μηδέν. Η τρέχουσα κατάσταση της Μηχανής Μέτρησης Συντεταγμένων είναι επιθυμητή ώστε να επιτυγχάνεται η ακρίβεια των μετρήσεων που απαιτείται.

Για να γίνουν τα αποτελέσματα πιο φανερά πραγματοποιήθηκε και μια σύγκριση της συνεισφοράς του «χάρτη σφάλματος» του βραχίονα πριν και μετά την βαθμονόμηση με τη

χρήση πρότυπων πλακιδίων κατηγορίας 0 (Grade 0). Χρησιμοποιήθηκαν τα πλακίδια μήκους 250mm και 400mm με τη συστοιχία της Εικόνας 22, των οποίων έπειτα από τη μέτρηση, μορφοποιήθηκαν τα επίπεδα (των οποίων η καθετή απόσταση είναι η πρότυπη που αναγράφεται) σε εικονικό περιβάλλον ώστε να φανεί η απόσταση μεταξύ τους. Παρακάτω στους πίνακες 3-5 και 3-6 αναγράφονται τα σημεία των επιπέδων που χρησιμοποιήθηκαν και έπειτα στις Εικόνες 23 και 24 οι ενδείξεις για την απόσταση των επιπέδων από το πρόγραμμα μορφοποίησης:



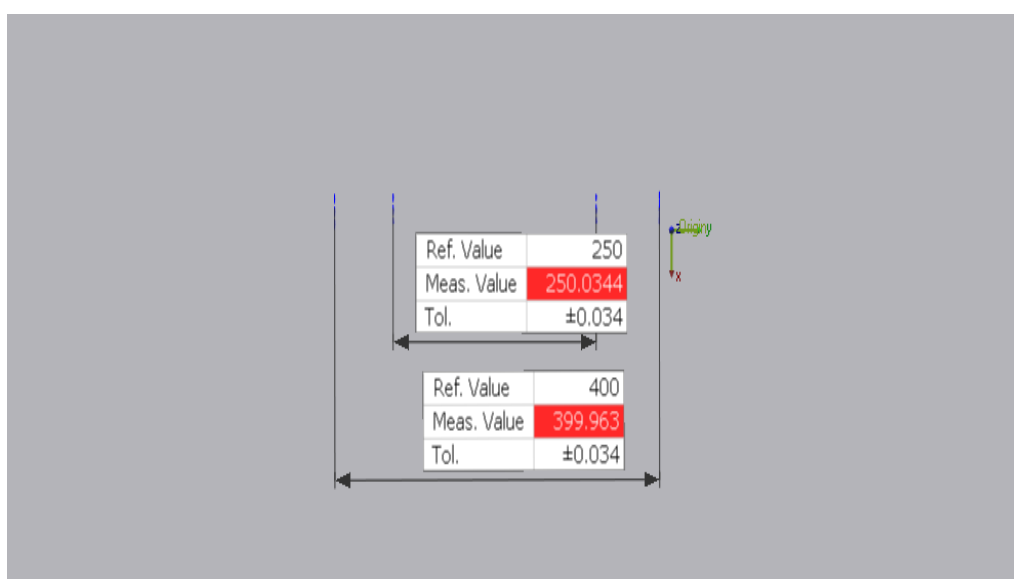
Εικόνα 22: Συστοιχία πρότυπων πλακιδίων για την επαλήθευση του βραχίονα

Πίνακας 3-5: Σημεία από τη μέτρηση πρότυπων αποστάσεων με εσφαλμένες ρυθμίσεις

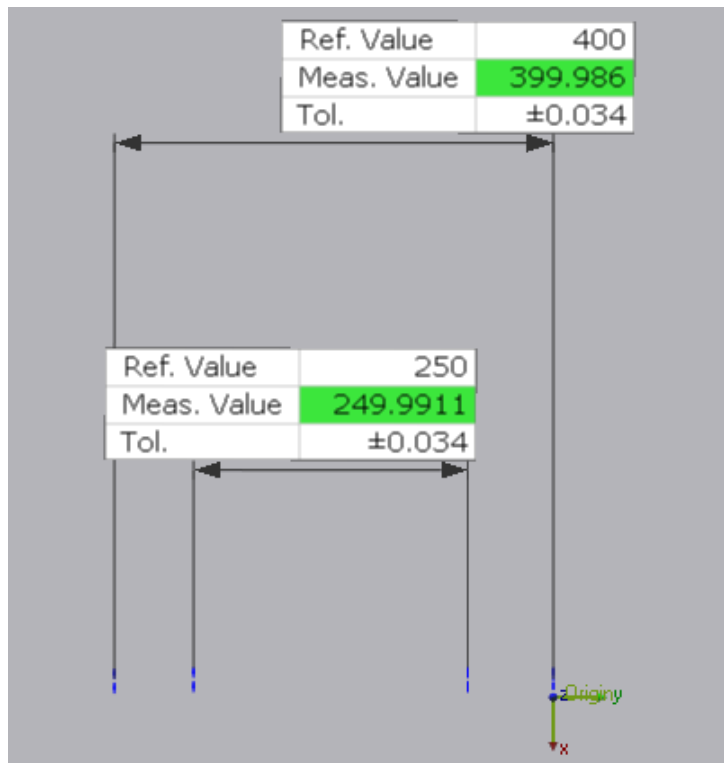
	X	Y	Z		X	Y	Z
250(1)	-5,7879	-85,478	7,4491	400(1)	-5,0882	-7,6784	1,0982
	-16,6149	-85,4753	7,4035		-5,2402	-7,533	-0,6249
	-28,0418	-85,4738	7,3554		-16,9794	-7,6318	0,7964
	-15,3398	-85,4788	7,7429		-17,2585	-7,5338	-1,3956
	-22,531	-85,4742	7,3802		-30,2967	-7,5388	-1,0907
	-9,7981	-85,4266	7,4245		-29,5121	-7,5379	-1,9541
250(2)	-15,0967	-350,4847	7,3974	400(2)	-8,1574	-422,5561	-8,2175
	-28,627	-350,4847	7,3471		-20,8102	-422,5628	-8,3719
	-24,024	-350,4881	8,4697		-28,0379	-422,5628	-8,4607
	-7,1585	-350,4857	8,3047		-24,9573	-422,5658	-2,0381
	-12,087	-350,486	7,4096		-25,1193	-422,5653	-1,2661
	-8,5243	-350,5005	7,3843		-25,1266	-422,5643	-0,8749
	-16,7115	-350,4913	7,3556		-25,1317	-422,5652	-0,497

Πίνακας 3-6: Σημεία από την μέτρηση αποστάσεων με διορθωμένες ρυθμίσεις

	X	Y	Z		X	Y	Z
250(1)	-4,3871	-70,3443	7,4743	400(1)	-5,9294	7,5444	-4,8862
	-7,6789	-70,3419	7,4606		-5,6488	7,5448	-4,0872
	-18,2609	-70,3391	7,4201		-29,3402	7,5484	-2,0075
	-27,5184	-70,3372	7,3845		-29,2062	7,5426	-0,0991
	-15,1776	-70,3373	8,0314		-20,089	7,5485	-1,2701
	-16,2494	-70,3386	7,879		-21,0081	7,549	-1,9188
250(2)	-4,501	-335,3418	7,4533	400(2)	-3,2669	-407,4239	-3,1668
	-10,183	-335,334	7,4349		-3,9082	-407,4224	-1,5966
	-17,209	-335,3367	7,4121		-10,0678	-407,4231	-4,1547
	-24,0455	-335,3282	7,3865		-10,9443	-407,424	-2,7908
	-27,0496	-335,3269	7,3786		-20,306	-407,424	-3,542
	-20,1646	-335,3308	7,9805		-20,293	-407,4225	-2,7843
	-11,2807	-335,333	8,0116		-25,6903	-407,4227	-2,654



Εικόνα 13: Αποτελέσματα μέτρησης πρότυπου μήκους με εσφαλμένο χάρτη σφάλματος



Εικόνα 24: Αποτελέσματα μέτρησης πρότυπου μήκους με διορθωμένο χάρτη σφάλματος

Από τις Εικόνες 23 και 24 είναι φανερό πως με το διορθωμένο χάρτη σφαλμάτων ο βραχίονας επιτυγχάνει πιο ακριβείς μετρήσεις διορθώνοντας σφάλματα της τάξεως 34 έως 37 μm σε σφάλματα τάξεως μικρότερης των 14 μm . Η συνολική διαδικασία απαιτεί περίπλοκες και μεγάλου αριθμού πράξεων κυρίως από την παρουσία πινάκων πολλών στοιχείων. Την προσθετή δυσκολία προσφέρει η απαίτηση για μοναδική λύση στα ζεύγη των κινηματικών περιορισμών. Ωστόσο η χρήση όσο το δυνατόν περισσότερων παρατηρήσεων παρέχει πολύ καλύτερα αποτελέσματα καθώς ο βραχίονας λειτουργεί σε συνθήκες κατά τις μετρήσεις για τις οποίες θα πρέπει η ρύθμιση να είναι όσο πιο ακριβής γίνεται.

3.4 Συμπεράσματα

Από την παραπάνω διαδικασία αναγνωρίζεται η ευαισθησία των μηχανών μέτρησης συντεταμένων κυρίως αυτών που δεν έχουν σταθερούς άξονες. Εργαζόμενοι κυρίως στον κλάδο του ποιοτικού ελέγχου μια τέτοια μηχανή πρέπει να είναι ακριβέστατα ρυθμισμένη καθώς τα περισσότερα μηχανολογικά εξαρτήματα που μελετώνται απαιτούν πολύ μικρές ανοχές κατά την κατασκευή τους. Περαιτέρω, είναι σημαντική και η σωστή ρύθμιση των μηχανημάτων καθώς η λάθος εκπόνηση των διαδικασιών επιφέρει εσφαλμένα αποτελέσματα τα οποία με τη σειρά τους θα φέρουν εσφαλμένες μετρήσεις οι οποίες κρίνονται μη αποδεκτές από τον ποιοτικό έλεγχο. Επιπλέον, η σωστή οργάνωση δεν απαιτεί μόνο τη σωστή λειτουργία της μηχανής αλλά και τις απαιτούμενες συνθήκες περιβάλλοντος ώστε να μειώνονται οι παράγοντες μεταβολής μεγέθους και σχήματος που με τη σειρά τους προκαλούν λανθασμένα αποτελέσματα. Τόσο στην ορθή βαθμονόμηση όσο και στην επαλήθευση είναι απαραίτητη η διαπίστευση των πρότυπων γεωμετριών που χρησιμοποιούνται καθώς σε βάθος χρόνου τα τεμάχια φθείρονται με αποτέλεσμα οι πρότυπες διαστάσεις να είναι μην πληρούν τις απαιτήσεις των προτύπων. Σε ένα γενικότερο φάσμα παρότι η λήψη μιας μέτρησης φαίνεται κάτι απλό για την πραγματοποίηση της θα πρέπει να ικανοποιούνται πολλοί παράγοντες ώστε το αποτέλεσμα να είναι αποδεκτό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

4.1 Εισαγωγή

Το παρών κεφάλαιο εισάγει και αναλύει τη μέθοδο της αντίστροφης μηχανικής. Αρχικά, παρατίθεται ο ορισμός του όρου και έπειτα μέσω της ιστορική διαδρομής αναγνωρίζεται η ύπαρξη της διαδικασίας ανά τα χρόνια. Στη συνέχεια γίνεται εκτενή αναφορά πάνω στις ανέπαφες μεθόδους συλλογής σημείων (οπτικός αισθητήρας, αισθητήρας λέιζερ) καθώς η λειτουργία τους είναι χρήσιμη για τις πειραματικές δοκιμές που θα πραγματοποιηθούν προς το τέλος του κεφαλαίου. Έπειτα, αναλύονται οι μαθηματικές σχέσεις που διέπουν τη μορφοποίηση ενός νέφους σημείων σε συνεχείς επιφάνειες οι οποίες καθίστανται απαραίτητες για την τελική διαμόρφωση ενός μοντέλου. Τέλος, παρουσιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα από εργαστηριακές μελέτες για την αντίστροφη σχεδίαση ενός αντικειμένου χωρίς προϋπάρχοντα σχέδια με γνώμονα τον αριθμό των σημείων που χρησιμοποιήθηκαν για την ανακατασκευή του μοντέλου.

Ο Vinesh Raja ορίζει ως Αντίστροφη Μηχανική τη διαδικασία απόκτησης ενός γεωμετρικού μοντέλου CAD από τριδιάστατα σημεία που προκύπτουν μέσω σάρωσης ή λήψης μεμονωμένων σημείων, υπαρχόντων εξαρτημάτων ή προϊόντων. Η αντίστροφη μηχανική χρησιμοποιείται για διάφορους λόγους, ιδιαίτερα όταν η ανακατασκευή ή η αναπαραγωγή ενός προϊόντος καθίσταται απαραίτητη. Συχνά, προκύπτει η ανάγκη χρήσης της όταν ο αρχικός κατασκευαστής δεν υπάρχει πλέον, αλλά η αγορά εξακολουθεί να χρειάζεται το προϊόν. Σε άλλες περιπτώσεις η απώλεια ή η έλλειψη αρχικής τεκμηρίωσης του σχεδιασμού, δημιουργεί την ανάγκη αναπαραγωγής ή ανακατασκευής χωρίς διαθέσιμα CAD δεδομένα. Επίσης, ο κλάδος χρησιμοποιείται εκτενώς για την επιθεώρηση και τον έλεγχο ποιότητας, αφού δίνει τη δυνατότητα σύγκρισης ενός κατασκευασμένου εξαρτήματος με ένα μοντέλο CAD ή με ένα πρότυπο αντικείμενο. Ακόμη, η αντίστροφη μηχανική μπορεί να συμβάλει στη βελτίωση ενός προϊόντος, είτε εξαλείφοντας αδύναμα χαρακτηριστικά, είτε ενδυναμώνοντας τα θετικά χαρακτηριστικά του βάσει της μακροχρόνιας χρήσης. Παράλληλα, αποτελεί πολύτιμο εργαλείο στην ανάλυση των προϊόντων των ανταγωνιστών, βοηθώντας επιχειρήσεις να εντοπίσουν τόσο τα πλεονεκτήματα όσο και τις αδυναμίες αυτών. Επιπροσθέτως, χρησιμοποιείται για την τριδιάστατη αναπαραγωγή ατόμων, μοντέλων ή

γλυπτών, με σκοπό τη δημιουργία, την κλιμάκωση ή την αναπαραγωγή έργων τέχνης (Vinesh Raja, 2007).

4.2 Ιστορικό Υπόβαθρο

Δεδομένου πως δεν υπάρχουν επιστημονικά άρθρα να ορίσουν την έναρξη της Αντίστροφης Μηχανικής ή ιστορικά ορόσημα που να αποτυπώνουν την εξέλιξη στην διαδικασία, παρακάτω αναγράφονται μερικά παραδείγματα χρήσης της διαδικασίας σε διάφορες εποχές της ιστορίας.

Ο Ρωμαϊκός στρατός το 264 π.Χ, ο οποίος δεν είχε μόνιμο ναυτικό μέχρι μετά τον Πρώτο Καρχηδονικό Πόλεμο, κατάφερε να αντιγράψει μια Καρχηδονιακή κινκέριμη που είχε ξεβραστεί από τη θάλασσα. Χάρη στην φημισμένη ευφυΐα των Ρωμαίων, δημιούργησαν ένα στόλο 300 πλοίων μέσα σε 3 μήνες, ξεπερνώντας το στόλο των αντιπάλων τους (NeoMetrix n d).

Το 1945, μετά την ήττα της Ναζιστικής Γερμανίας, οι Ηνωμένες Πολιτείες και η Σοβιετική Ένωση απέκτησαν τους Γερμανούς επιστήμονες, μηχανικούς και τεχνολογίες. Ένας από αυτούς ήταν ο διακεκριμένος επιστήμονας πυραύλων Βέρνερ φον Μπράουν, ο οποίος μεταφέρθηκε στις Ηνωμένες Πολιτείες με την επιχείρηση «Paperclip». Ο αμερικανικός στρατός αναγνώρισε τη δυναμική του πυραύλου V-2 και άρχισε να εργάζεται για την αντίστροφη μηχανική του σχεδιασμού, των υλικών και του συστήματος πρόωσης του (Sebastien Roblin, 2020).

Ενα από τα πιο γνωστά παραδείγματα επιτυχίας της αντίστροφης μηχανικής είναι η κατασκευή του IBM PC. Στη δεκαετία του 1980, η IBM προσπαθούσε να προσθέσει έναν προσωπικό υπολογιστή στη σειρά των προϊόντων της. Η IBM αντέγραψε έναν υπάρχοντα υπολογιστή, τον Compaq Portable που βασιζόταν στον Intel 8088. Από το μοντέλο της Intel, η IBM κατάφερε να αναλύσει και να κατανοήσει τη δομή του Compaq Portable και δημιούργησε ως δική της έκδοση, τον IBM PC (Baldwin C. Y., 2019).

Αυτές και ακόμα περισσότερες είναι αναφορές από ίχνη Αντίστροφης Μηχανικής στην πορεία της Ιστορίας, αποδεικνύοντας την ύπαρξη της από την αρχές τις ανθρώπινης εξέλιξης.

4.3 Αντίστροφη σχεδίαση

Ως αντίστροφη σχεδίαση ορίζεται μια προσέγγιση που ξεκινά με τον καθορισμό των επιθυμητών ιδιοτήτων ως "είσοδο" και στη συνέχεια προσδιορίζει τις αντίστοιχες χημικές συνθέσεις και δομές ως "έξοδο". Αυτή η μέθοδος έρχεται σε αντίθεση με τις παραδοσιακές προσεγγίσεις σχεδιασμού, οι οποίες ξεκινούν από τις χημικές συνθέσεις και προβλέπουν τις αναμενόμενες ιδιότητες (Jia Wang et al., 2022).

Οι Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ., Κυρατζή Σ. & Μπάιλας Κ. στο βιβλίο «Εισαγωγή στην Παραμετρική Σχεδίαση με Ηλεκτρονικό Υπολογιστή» αναφέρουν πως η αντίστροφη σχεδίαση πραγματοποιείται σε 3 φάσεις όπως φαίνεται στην Εικόνα 25. Η φάση της ψηφιοποίησης αναφέρεται στην συλλογή του νέφους σημείων τα οποία θα χρησιμοποιηθούν για την δημιουργία του τριδιάστατου μοντέλου.



Εικόνα 25: Διάγραμμα αντίστροφης σχεδίασης (Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al., 2023)

Το νέφος σημείων περιγράφει το σχήμα, τη μορφή, τις διαστάσεις και τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του αντικειμένου. Το σύνολο των σημείων μπορεί να παραχθεί με τη χρήση ενός ή περισσότερων σαρωτών ώστε να υπάρχουν καλύτερα αποτελέσματα. Κατά την φάση της ανακατασκευής πραγματοποιείται μια αξιολόγηση και ένα φιλτράρισμα ώστε να απομακρυνθούν τα εσφαλμένα σημεία (θόρυβος). Μετά την εξάλειψη του θορύβου πραγματοποιείται η κατανομή των σημείων σε υποσύνολα με βάση την επιφάνεια τα οποία αυτά απαρτίζουν έτσι ώστε στη συνέχεια να πραγματοποιηθεί ο υπολογισμός της ψηφιακής επιφάνειας. Καθώς το πρόβλημα ανακατασκευής μιας επιφάνειας είναι ιδιαίτερα απαιτητικό η κατοχή πολλών σημείων μιας επιφάνειας θα οδηγήσει σε καλύτερα αποτελέσματα όπως θα

παρουσιαστούν και παρακάτω στις εργαστηριακές μελέτες. Οι μέθοδοι ανακατασκευής μπορούν να χωριστούν σε 3 κατηγορίες: τις αλγεβρικές, τις παραμετρικές ή και το συνδυασμό αυτών των δυο. Η εκ των προτέρων γνώση της μορφής της επιφάνειας μπορεί να επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα (Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al, 2023).

Στο τελικό στάδιο η φάση της παραγωγής αναφέρεται στη βελτιστοποίηση του τελικού προϊόντος ή την αξιολόγησή του με βάση τη λειτουργικότητά του. Μια πιο πρακτική δομή του διαγράμματος γίνεται πιο κατανοητή στην Εικόνα 26:



Εικόνα 26: Οι τρεις φάσεις της αντίστροφης σχεδίασης(Αζαριαδης-τοπαλογλου Φ. et al., 2023)

4.3.1 Φάση Ψηφιοποίησης

Στην παρούσα διαδικασία όπως αναφέρθηκε και παραπάνω λαμβάνει χώρα η σύλληψη της γεωμετρίας για την οποία γίνεται η χρήση σαρωτών επαφής ή και ανέπαφων. Η σωστή επιλογή των παραπάνω γίνεται με γνώμονα την ακρίβεια, την ταχύτητα, την απόδοση, τη λειτουργικότητα και το κόστος. Αναλογικά οι μέθοδοι σημειοληψίας με επαφή ενδείκνυνται για χρήση σε τμήματα αντικειμένων με απλές επιφάνειες και απλών γεωμετρικών σχημάτων. Επιπροσθέτως, οι πολλαπλοί βαθμοί ελευθερίας κίνησης μιας ακίδας την καθιστά ικανή να προσεγγίζει δύσκολα προσβάσιμες επιφάνειες στο εσωτερικό ενός αντικειμένου.

Αντιθέτως, οι ανέπαφοι σαρωτές προτείνονται για περίπλοκες και καμπύλες επιφάνειες οι οποίες απαιτούν μεγάλο πλήθος σημείων για την μοντελοποίησή τους. Ένα ακόμη πλεονέκτημα είναι οι τραχείες επιφάνειες οι οποίες στους σαρωτές με επαφή μπορούν να δημιουργήσουν λάθη στα τριδιάστατα σημεία (Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al, 2023).

4.3.1.1 Ανέπαφοι Σαρωτές

Σύμφωνα με τους Styliani Verykokou και Charalabos Ioannidis, οι ανέπαφοι σαρωτές κάνουν χρήση του φωτός, του ήχου και του μαγνητικού πεδίου για την συλλογή των σημείων και η αρχή του υπολογισμού βασίζεται στην αντανάκλαση που πραγματοποιείται στην επιφάνεια του φυσικού αντικειμένου. Όπως παρατηρείται η ιδιότητα της επιφάνειας (διαφανείς ή ημιδιαφανείς επιφάνειες) αποτελούν πρόβλημα για την ποιότητα των μετρήσεων. Ακόμα προβλήματα υπάρχουν και στη μέτρηση σκουρόχρωμων ή γυαλιστερών επιφανειών καθώς στην τεχνική μέτρησης με λέιζερ η ακτίνα στη πρώτη περίπτωση δεν αντανακλάται ενώ στη δεύτερη μπορεί να προέρχεται από διαφορετικό σημείο του αντικειμένου μέσω των επιμέρους αντανακλάσεων στις επιφάνειές του. Παρακάτω αναφέρονται οι σημαντικότερες μέθοδοι ανέπαφης σάρωσης:

- Σαρωτές χρόνου πτήσης δέσμης
- Τριγωνισμού
- Ανάλυσης εικόνας
- Δομημένου φωτός
- Συμβολομετρίας
- Ακουστικές και μαγνητικές μέθοδοι

Οι δυο πρώτες κατηγορίες ως οι πιο γνωστές έχουν αναλυθεί στη σελίδα 9 του κεφαλαίου 3.1 στο παράρτημα των διαδικασιών μέτρησης.

Η τεχνική ανάλυσης εικόνας αναφέρεται στην τεχνική αποτύπωσης μιας πληροφορίας στις διαστάσεις αντικειμένου με τη χρήση ενός ζεύγους εικόνων. Κατά την διαδικασία της σάρωσης τα σημαντικότερα στάδια είναι αυτά του προσανατολισμού, της εστίασης των καμερών και τέλος της βαθμονόμησης. Η διαδικασία ανατίθεται ως προς επεξεργασία με τη χρήση ειδικού λογισμικού το οποίο με τη χρήση αλγορίθμων αναγνωρίζει μοτίβα όπως τα άκρα, το χρώμα, όμοιες διαστάσεις, δημιουργώντας εν τέλει την ψηφιακή αναπαράσταση των αντικειμένου (Styliani Verykokou et al., 2022).

Για τον τρόπο λειτουργίας των σαρωτών δομημένου φωτός μπορούμε να φανταστούμε την προβολή πάνω στο αντικείμενο ενός πλέγματος οριζόντιων και κάθετων λωρίδων λευκού και μαύρου χρώματος. Από την αντανάκλαση του πλέγματος πάνω στα αντικείμενα καταγράφονται οι παραγόμενες παραμορφώσεις από την εκάστοτε επιφάνεια.

Οι τελικές συντεταγμένες λαμβάνονται με τη χρήση ειδικών αλγορίθμων που μελετούν τις μεταβολές των αποστάσεων και των παχών των λευκών λωρίδων. Παρότι μπορούν να δεχτούν μεγάλες ποσότητες δεδομένων χρήζουν μεγάλης υπολογιστικής ικανότητας ενώ είναι εύκολο να αναγνωριστεί η ευαισθησία τους στον περιβάλλοντα φωτισμό (Styliani Verykokou et al., 2022).

Η λήψη στοιχείων με τη χρήση της συμβολομετρίας μπορεί εύκολα να συγκριθεί με αυτή της τεχνολογίας χρόνου πτήσης. Η βασική τους διαφορά έγκειται στη μέτρηση μοτίβων παρεμβολής και όχι στη μέτρηση απόλυτων αποστάσεων. Η διαδικασία εξελίσσεται με τη σύγκριση 2 ακτίνων: μια ακτίνα αναφοράς και μια μονοχρωματική ακτίνα λευκού φωτός υψηλής ενέργειας, ώστε μελετώντας τις διαφορές στα μήκη κύματος να υπολογιστεί η απόσταση του αντικειμένου. Η παρούσα διαδικασία χαρακτηρίζεται από τη μη καταστροφική φύση της που είναι εξέχουσας σημασίας σε εφαρμογές της βιοιατρικής (Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al., 2023).

Τέλος οι ακουστικές μέθοδοι δεν διαφέρουν σε τίποτα από ένα κοινό σόναρ. Όπως και στις μεθόδους χρόνου πτήσης εκπέμπεται σε αυτή την περίπτωση ένας ήχος που ανακλάται στη συνέχεια από την επιφάνεια. Η απόσταση του αντικειμένου μετρίεται με βάση την ταχύτητα του ήχου και το χρόνο που αυτός χρειάζεται ώστε να επιστρέψει στον αισθητήρα μετά την εκπομπή του. Οι Μαγνητικές μέθοδοι από την άλλη χρησιμοποιούν μαγνητικούς ανιχνευτές ώστε μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο να προσδιορίσουν τη θέση και την ένταση μιας μαγνητικής πηγής (Styliani Verykokou et al., 2022).

4.3.1.2 Διόρθωση σφαλμάτων κατά τη συλλογή σημείων

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω κατά τη διαδικασία συλλογής των σημείων μπορεί να υπάρξουν σφάλματα (θόρυβοι) τα οποία δυσκολεύουν αρκετά τη μοντελοποίηση. Οι θόρυβοι αυτοί οφείλονται σε διάφορους παράγοντες όπως η μέγιστη ακρίβεια του σαρωτή, σφάλματα βαθμονόμησης, μικροδονήσεις κτλ. Οι βασικοί τύποι σφάλματος είναι αυτοί του θορύβου ακραίων σημείων και του χαμηλού φάσματος (Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al., 2023).

Διόρθωση συνόλου από Ακραία Σημεία

Ο βασικός τρόπος διαχωρισμού σωστών/εσφαλμένων σημείων γίνεται με τον υπολογισμό της ασυνέχειας στη θέση ενός σημείου σε σχέση με τα γειτονικά του στο νέφος. Όταν ένα σημείο εντοπιστεί να απέχει πολύ από τα γειτονικά του, διαγράφεται ή δημιουργείται ένα άλλο κάνοντας μια αρχική υπόθεση για τη μορφή της επιφάνειας στη συγκεκριμένη περιοχή. Οι αλγόριθμοι κατηγοριοποιούνται σε σχέση με τον τρόπο με τον οποίο αυτοί ελέγχουν τα σημεία, έτσι έχουμε τους εξής αλγόριθμους:

- Ελάχιστης περιοχής (block minimum): δημιουργία μιας περιοχής στον χώρο στην οποία πρέπει να ανήκουν τα σημεία του νέφους υπό την υπόθεση ότι αυτά ανήκουν σε ένα επίπεδο με επιτρεπτό όριο παρέκκλισης (Xiangguo Lin et al., 2014).
- Κλίσης (slope based): Θέτοντας ένα όριο γωνίας, υπολογίζεται η κλίση ενός σημείου από τα γειτονικά του (αν αυτά ενωθούν με ευθείες γραμμές). Στη περίπτωση που η κλίση είναι εκτός του ορίου το σημείο δεν ανήκει στο σύνολο και διαγράφεται (Xiangguo Lin et al., 2014).
- Ομαδοποίησης: τα σημεία ταξινομούνται σε ομάδες με την απαίτηση αυτά να ανήκουν στην ίδια επιφάνεια και όσα από αυτά αποκλίνουν της ομάδας θεωρούνται εσφαλμένα και διαγράφονται (Zitao Lin et al., 2024).
- Ελέγχου επιφάνειας: οι διαδικασίες εμφανίζουν ομοιότητες με αυτές της ελάχιστης περιοχής με την διαφορά να είναι η προέλευση των σημείων με βάση την απόκλισή τους από το χώρο ανάμεσα σε δυο παράλληλες ομαλές επιφάνειες (Bahareh Mohammadivojdan et al., 2024).

Το 2003 οι Wang και Yuen ανέπτυξαν τη μέθοδο απαλοιφής εσφαλμένων σημείων κάνοντας χρήση των μορφολογικών τελεστών ενός συνόλου σημείων. Στο σύνολο τους οι τελεστές αυτοί είναι η μετατόπιση ενός συνόλου κατά μια απόσταση d , η απόκλιση, η ανάκλαση και το συμπλήρωμα. Ο τελεστής που χρησιμοποιούν οι Wang και Yuen είναι αυτός της ανάκλασης. Σκοπός της μεθόδου είναι αρχικά να ταυτιστεί όσο το δυνατόν περισσότερο ένα σημειοσύνολο A με ένα σημειοσύνολο B και τη μετέπειτα απαλοιφή του θορύβου. Ανάκλαση του συνόλου A στο B είναι το σύνολο των μεταθέσεων του σημειοσυνόλου A ώστε να επιτευχθεί η ταύτισή του με το σημειοσύνολο B . Ακολουθεί η διαδικασία εξάλειψης του θορύβου η οποία πραγματοποιείται σε 4 βήματα:

Κατά το πρώτο βήμα τα σημεία ενός συνόλου (σύνολο A) προβάλλονται σε διαφορετικές κατευθύνσεις πάνω σε τομές του νέφους σημείων δημιουργώντας δισδιάστατα σημεία. Η απαλοιφή του θορύβου πραγματοποιείται δισδιάστατα σε σχέση με το σύνολο B. Κατά το τρίτο βήμα το σύνολο των δισδιάστατων σημείων του συνόλου A ομαδοποιείται. Στο τελευταίο βήμα το υποσύνολο A ενώνεται με το B (Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al., 2023).

Το 2005 οι Schall, Belyaev και Seidel αναπτύσσουν μια διαφορετική τεχνική σε ένα νέφος σημείων το οποίο εμπεριέχει ακραία σημεία. Οι ερευνητές δημιουργούν ομάδες σημείων χρησιμοποιώντας συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ των δεδομένων. Η τεχνική ανάγεται στον υπολογισμό μιας συνάρτησης πιθανότητας $P(x)$ τα σημεία των ομάδων να ανήκουν σε μια επιφάνεια. Τον υπολογισμό της $P(x)$ αναλαμβάνει μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων προσεγγίζοντας τα σημεία μιας ομάδας από μια επιφάνεια X. Η εκάστοτε πιθανότητα $P_i(x)$ εξαρτάται από το τετράγωνο της απόστασης του εκάστοτε σημείου x ώστε τα σημεία που βρίσκονται κοντά στην επιφάνεια να παίρνουν μεγάλες τιμές πιθανότητας. Συλλέγοντας τις τοπικές $P_i(x)$ υπολογίζεται η $P(x)$, ενώ με τη βοήθεια του τοπικού ακρότατου της συνάρτησης τα σημεία που κατά την προηγούμενη διαδικασία απέκτησαν μεγάλες πιθανότητες επιβεβαιώνεται ότι ανήκουν στην επιφάνεια X. Τα υπόλοιπα σημεία όπως είναι λογικό διαγράφονται (Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al., 2023) (Schall O, 2005).

Διόρθωση συνόλου σημείων χαμηλού φάσματος

Μπορούμε να ορίσουμε το σφάλμα χαμηλού φάσματος ως τη δημιουργία ενός νέφους σημείων το οποίο αποκλίνει τυχαία από μια επιφάνεια που έχει σαρωθεί. Ενδεικτικό είναι η Εικόνα 27. Για την απαλοιφή αυτού του είδους σφάλματος χρησιμοποιούνται 2 μέθοδοι εξομάλυνσης οι οποίες χωρίζονται σε δυο κατηγορίες: προβολική μέθοδος και μέθοδος κατεργασίας σήματος.



Εικόνα 27: Παράδειγμα σημειοσυνόλων που απέχουν τυχαία από μια επιφάνεια
(Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al., 2023)

Στην πρώτη κατηγορία χρησιμοποιώντας την μέθοδο της μετατόπισης ελαχίστων τετραγώνων (Moving Least Squares) τα σημεία προβάλλονται σε μια ιδεατή, καμπύλη επιφάνεια X . Η μέθοδος λαμβάνει χώρα με τη δημιουργία ενός επιπέδου το οποίο απέχει όσο το δυνατόν λιγότερο από τα γειτονικά σημεία του σημείου x το οποίο είναι θόρυβος. Η τεχνική των ελαχίστων τετραγώνων λαμβάνει χώρα σε αυτή τη διαδικασία. Στη συνέχεια το σημείο προβάλλεται στο επίπεδο. Στην προβολή του σημείου x στο επίπεδο δημιουργείται ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων και το διάνυσμα του άξονα z να είναι κάθετο στο επίπεδο. Από τα γειτονικά σημεία του x δημιουργείται μια ιδεατή, διπλά παραγωγίσιμη καμπύλη επιφάνεια C . Στην τομή του άξονα Z του τοπικού συστήματος με την επιφάνεια C δημιουργείται ένα νέο σημείο x_1 και το παλιό διαγράφεται. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε σημείο του νέφους επιφέροντας ένα μικρότερο φάσμα αποκλίσεων των σημείων. Η εισαγωγή μιας επιπλέον συνάρτησης κρίνεται σημαντική ώστε να αποφευχθεί η συγκέντρωση σημείων σε ορισμένες περιοχές (Lipman et al., 2007).

Περαιτέρω μελέτες έδειξαν ότι η διαδικασία αυτή δεν αποδίδει πάντα έναν κατάλληλο τρόπο μετατόπισης σημείων ειδικά εκεί που υπάρχουν ακμές. Η υπολογιστική μέθοδος πλήρωσης των κενών των ακμών (Edge Aware Resampling) εξασφαλίζει ομοιόμορφη προβολή αποφεύγοντας την υπερβολική εξομάλυνση (Huang et al., 2009).

Κατά την μέθοδο διόρθωσης των σφαλμάτων χαμηλού φάσματος γίνεται εφαρμογή του τελεστή Laplace στο νέφος των σημείων. Αν έστω ένα σημείο $A(x,y,z)$ το οποίο ανήκει σε μια i - γειτονιά σημείων, τότε με την εφαρμογή ενός τελεστή Laplace θα πραγματοποιηθεί μια

μετακίνηση του σημείου στο κέντρο βάρους που ορίζεται από την κάθε i -γειτονιά. Οι συντεταγμένες του σημείου υπολογίζονται από την παρακάτω σχέση:

$$A' = \frac{1}{i} \sum_{i=1}^i \bar{q}_i \quad (4.1)$$

όπου $\bar{q}_i$: σημεία του νέφους που ορίζουν την γειτονιά του A. Η παραπάνω διαδικασία δημιουργεί το πρόβλημα της γνώσης του αντικειμένου. Πολλές φορές ο τελεστής Laplace εφαρμόζεται δυο φορές, αρχικά με έναν θετικό εκθέτη a (προκαλείται συρρίκνωση) και έπειτα με έναν αρνητικό b (προκαλείται μεγέθυνση). Η σχέση που συνδέει τους δυο εκθέτες είναι $a+b>0$. Επομένως η σχέση (1) αναδιαμορφώνεται ως εξής:

$$A' = \left[\frac{a}{b} \right] \frac{1}{i} \sum_{i=1}^i \bar{q}_i \quad (4.2)$$

με τον όρο $\left[\frac{a}{b} \right]$ να δείχνει την διπλή εφαρμογή του τελεστή. Το τελευταίο πρόβλημα είναι αυτό της συσσώρευσης σημείων το οποίο επιλύεται με τη χρήση ενός συντελεστή βαρύτητας w_i . Από πειραματικές δοκιμές έχει παρατηρηθεί πως συγκεκριμένα η Γκαουσιανή (Gauss) μορφή του τελεστή επιφέρει ομοιόμορφη κατανομή. Η τελική σχέση δίνεται από τον τύπο:

$$A' = \left[\frac{a}{b} \right] \frac{1}{i} \sum_{i=1}^i \bar{q}_i w_i \quad (4.3)$$

(Agathos et al., 2022).

4.3.1.3 Αλγόριθμοι κατασκευής επιφανειών

Η διαδικασία κατασκευής επιφάνειας πραγματοποιείται ποικίλους αλγόριθμους. Στο παρακάτω κείμενο παρουσιάζονται 2 από τις βασικές μεθοδολογίες: αυτές της τριγωνοποίησης και της παρεμβολής επιφανειών με B-splines χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Η μέθοδος της τριγωνοποίησης δεν είναι τίποτα περισσότερο από την απεικόνιση μιας επιφάνειας μέσω τριγώνων των οποίων οι ακμές είναι 3 σημεία του συνολικού νέφους σημείων. Οι δυο βασικές προϋποθέσεις είναι η κατασκευή το μέγιστου αριθμού τριγώνων, με την μη αλληλοεπικάλυψη των τριγώνων αυτών. Η διαδικασία των B-Splines χρησιμοποιείται πολύ περισσότερο στα σύγχρονα λογισμικά μοντελοποίησης καθώς επιφέρει καλύτερης ποιότητας επιφάνειες. Παράλληλα είναι και η βασική διαδικασία με την

οποία θα μοντελοποιηθούν οι επιφάνειες στις εργαστηριακές δοκιμές. Κάνοντας χρήση επιφανειών B-Splines προσπαθούμε να προσεγγίσουμε είτε όλο το νέφος σημείων είτε ως προς συγκεκριμένες ομαδοποιήσεις αυτών (παραδείγματος χάρη των χαρακτηριστικών εξισώσεων που υπολογίστηκαν παραπάνω). Αρχικώς μπορούμε να κάνουμε μια πρώτη προσεγγιστική παρεμβολή χρησιμοποιώντας μια πολυγωνική επιφάνεια ως προς το νέφος των σημείων. Στη συνέχεια γίνεται μια παρεμβολή αυτής της επιφάνειας με μια συνεχή επιφάνεια χαμηλής ακρίβειας η οποία έπειτα βελτιώνεται με τη χρήση των ελάχιστων τετραγώνων ως προς την ακρίβεια παρεμβολής και τέλος αποκόπτεται ώστε να «επιβεβαιώνει» τα σημεία του νέφους ή κάποιας ομάδας αυτών. Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων λαμβάνει χώρα ως εξής. Θεωρούμε αρχικά μια επιφάνεια B-spline με βαθμό (a,b) με χαρακτηριστική εξίσωση την παρακάτω:

$$\overline{Q^{a,b}}(u,v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n N_i^k(a) N_j^l(b) \overline{Q_{i,j}} \quad (4.14)$$

με $(a,b) \in [0,1]^2$. Όπου $N_i^k(a)$ και $N_j^l(b)$ είναι τα πολυώνυμα B-Splines και $\overline{Q_{i,j}}$ τα σημεία ελέγχου της. Έπειτα θεωρούμε ένα νέφος σημείων που ορίζεται ως $X = [\overline{P_{j_0,j_1}}]$ με $0 \leq j_0 \leq m_0$ και $0 \leq j_1 \leq m_1$. Σκοπός της παραπάνω εξίσωσης είναι να βρεθούν τα σημεία ελέγχου της σχέσης ώστε επιφάνεια να έχει όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια ως προς την προσέγγιση των σημείων του νέφους. Εκτιμώντας πως για κάθε σημείο P_{j_0,j_1} αντιστοιχεί ένα παραμετρικό ζεύγος τιμών $(r_{j_0}, s_{j_1}) \in [0,1]^2$ τα σημεία ελέγχου μπορούν να γραφτούν σε μορφή πίνακα όπως παρακάτω:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{00} & \cdots & Q_{0n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{m0} & \cdots & Q_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.14) \quad P = \begin{bmatrix} P_{00} & \cdots & P_{0n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m0} & \cdots & P_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Στη συνέχεια ορίζεται η σχέση των ελαχίστων τετραγώνων σύμφωνα με τον τύπο:

$$E(Q) = \frac{1}{2} \sum_{j_0=0}^{m_0} \sum_{j_1=0}^{m_1} \left\| \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n N_i^k(u_{j_0}) N_j^l(v_{j_1}) \overline{Q_{i,j}} - \overline{P_{j_0,j_1}} \right\|^2 \quad (4.16)$$

Αναφορικά από την παραπάνω εξίσωση ο όρος $\left\| \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n N_i^k(u_{j_0}) N_j^l(v_{j_1}) \overline{Q_{i,j}} - \overline{P_{j_0,j_1}} \right\|^2$ εκφράζει το τετράγωνο της απόστασης το σημείο της επιφάνειας από το αντίστοιχο σημείο

του νέφους $\overline{P_{j_0 j_1}}$. Ενώ $\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n N_i^k(u_{j_0}) N_j^l(v_{j_1}) \overline{Q_{i,j}}$ ο όρος ορίζει το σημείο της επιφάνειας B-Spline που αντιστοιχεί στην παραμετρική τιμή (u_{j_0}, v_{j_1}) . Στη συνέχεια με τον μηδενισμό των μερικών πρώτων παραγωγών της $E(Q)$ επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση της. Η χαρακτηριστική εξίσωση λαμβάνοντας υπόψη πως $a_{j_0 i} = N_i^k(u_{j_0})$ και $b_{j_1 j} = N_j^l(v_{j_1})$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \overline{Q}_{k_0 k_1}} = & \sum_{j_0=0}^{m_0} \sum_{j_1=0}^{m_1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{j_0 i} b_{j_1 j} a_{j_0 k_0} b_{j_1 k_1} \overline{Q}_{ij} \\ & - \sum_{j_0=1}^{m_0} \sum_{j_1=0}^{m_1} a_{j_0 k_0} b_{j_1 k_1} \overline{P}_{j_0 j} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Η αλλιώς σε μορφή πινάκων:

$$\frac{\partial E}{\partial Q} = A^T A Q B^T B - A^T P B \quad (4.18)$$

Αναφορικά $\frac{\partial E}{\partial Q}$ είναι ένας πίνακας $(m+1) \times (n+1)$, A: $(m_0+1)(m+1)$ και B: $(m_1+1)(n+1)$. Μετά τον καθορισμό των μερικών παραγώγων ίσων με το μηδέν η απευθείας λύση της εξίσωσης (4.16) δίνεται ως:

$$Q = [(A^T A)^{-1} A^T] P [(B^T B)^{-1} B^T]^T \quad (4.19)$$

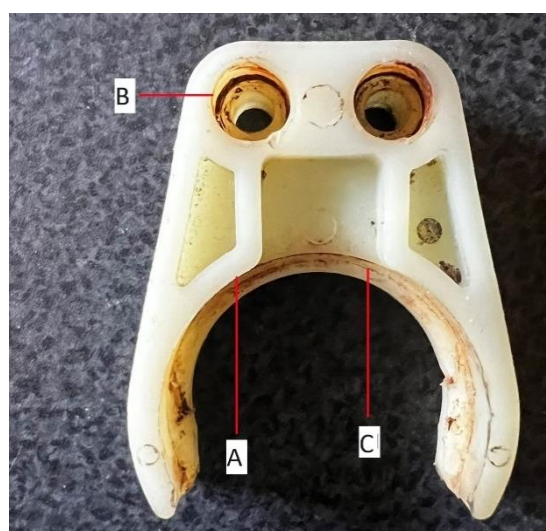
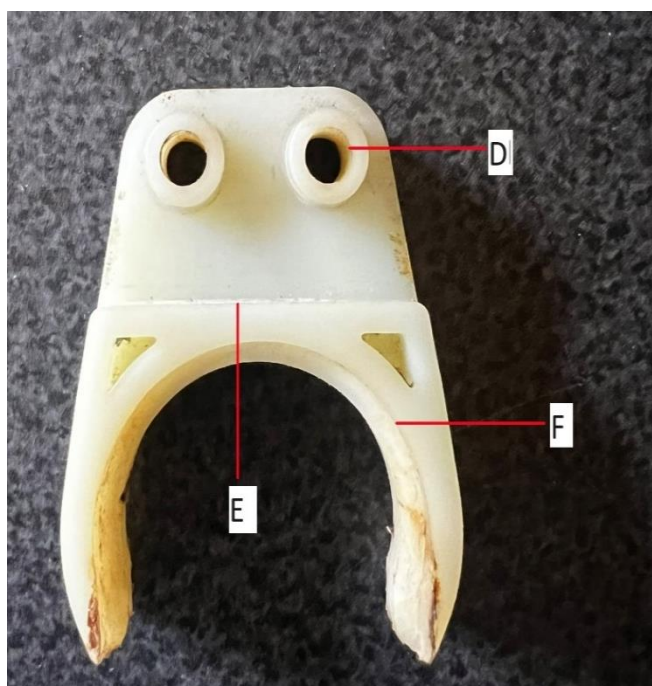
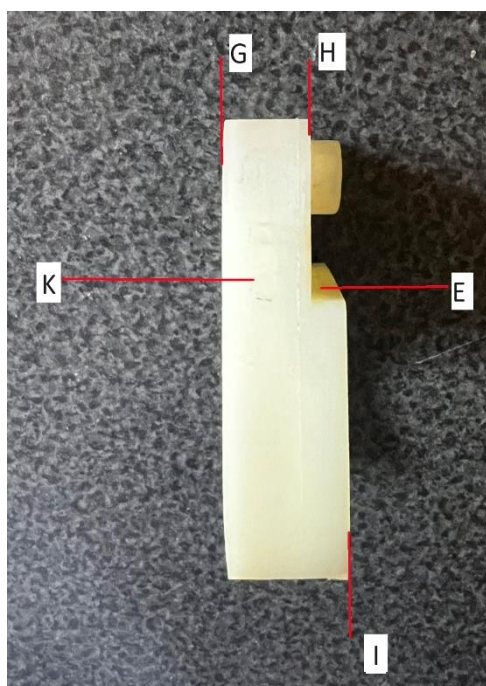
Είναι σημαντικό να αναφέρουμε στην περίπτωση στην οποία οι ιδιοτιμές των πινάκων $A^T A$ και $B^T B$ είναι πολύ κοντά στο μηδέν κατά την οποία η αντιστροφή τους δεν είναι δυνατή και θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας διαφορετικός τρόπος επίλυσης της εξίσωσης, παραδείγματος χάρη η παραγοντοποίηση Cholesky (Αζαριάδης-Τοπάλογλου Φ. et al., 2023)

4.4 Εργαστηριακή Μελέτη

Κάνοντας πράξη την μαθηματική μεθοδολογία των παραπάνω κεφαλαίων μελετήθηκαν εργαστηριακά δυο περιπτώσεις για την καλύτερη κατανόηση της αντίστροφης σχεδίασης. Κατά την πρώτη περίπτωση μελετήθηκε ένα τεμάχιο με βασικές γεωμετρίες ενώ στη δεύτερη ένα τεμάχιο με αυθαίρετες γεωμετρίες. Για τις μετρήσεις χρησιμοποιήθηκε ο βραχίονας Infinite Romer 2.0 της εταιρίας CimCore όπως και στο Κεφάλαιο 3, μια ακίδα διαμέτρου 6mm και μήκους 83.61mm καλιμπραρισμένη από την κατασκευάστρια εταιρία. Για τις ανέπαφες μετρήσεις χρησιμοποιήθηκε το οπτικό «σκάνερ» ModelMaker D100, το οποίο λειτουργεί με τη μέθοδο λέιζερ.

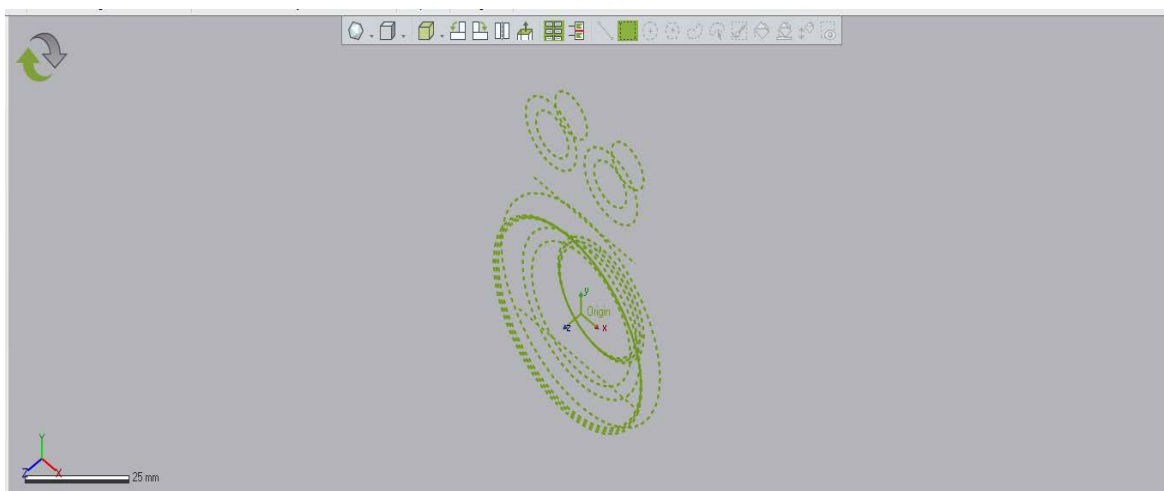
4.4.1 Εργαστηριακή Μελέτη #1

Το βασικότερο πλεονέκτημα της αντίστροφης μηχανικής είναι η ικανότητα κατασκευής ενός CAD μοντέλου μέσω μετρήσεων από ένα τεμάχιο. Όπως έχει αποδειχθεί για την μέτρηση αυθαίρετων επιφανειών, η χρήση ανέπαφων μεθόδων προτιμάται λόγω της συλλογής πολλών σημείων σε μικρό χρονικό διάστημα. Παράλληλα σε βασικές γεωμετρίες η συλλογή σημείων με επαφή είναι πιο χρηστική. Για το σκοπό αυτό στην 1η περίπτωση μελέτης συλλέχτηκαν σημεία από το εξάρτημα αποθήκευσης κοπτικών εργαλείων σε μονάδες CNC της Εικόνας 28 στην επόμενη σελίδα.



Εικόνα 28: Χαρακτηριστικές όψεις του τεμαχίου μελέτης #1

Η συνολική διαδικασία έλαβε μέρος στο περιβάλλον του προγράμματος Geomagic Control X στο οποίο μορφοποιήθηκαν οι γεωμετρίες του τεμαχίου #1 όπως αυτό παρουσιάζεται στην Εικόνα 29. Στον Πίνακα Δ του παραρτήματος (σελ.81) αναγράφονται στα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή των γεωμετριών της Εικόνας 29, σύμφωνα με τις ενδείξεις της Εικόνας 28.



Εικόνα 29: Μοντελοποίηση τεμαχίου μελέτης #1

Συλλέγοντας τις βασικές γεωμετρίες μοντέλου είναι εφικτό μέσω προγράμματος να βρούμε τις βασικές διαστάσεις του, οι οποίες είναι απαραίτητες για την ανακατασκευή του. Αναφορικά μπορούν να δοθούν πληροφορίες για την απόσταση ανάμεσα στα κέντρα των δυο επάνω οπών, την εκκεντρότητα των κυλίνδρων A, F και του κύκλου C, τις γωνίες που σχηματίζουν τα διάφορα επίπεδα όπως και τις αποστάσεις αυτών των επιπέδων. Όλα τα παραπάνω συλλέγονται και αποτυπώνονται στο κατασκευαστικό σχέδιο προκειμένου να παραχθεί το τεμάχιο.

4.4.2 Εργαστηριακή Μελέτη #2

Στη δεύτερη εργαστηριακή μελέτη χρησιμοποιήθηκε πέραν της ακίδος της περίπτωσης #1 και η κεφαλή Laser scanner ModelMaker D 100 σε συνεργασία με το βραχίονα Infinite για τη μέτρηση σημείων της προπέλας εξωλέμβιας μηχανής μικρού σκάφους που φαίνεται και στην Εικόνα 30 η οποία έχει υποστεί εκτεταμένη επιφανειακή διάβρωση αλλά και αποσπάσεις υλικού από χτυπήματα ή γρατσουνιές. Οι παραπάνω συνθήκες επιλέχθηκαν για να παρουσιαστεί η αδυναμία συλλογής σημείων σε πολύ ανώμαλες επιφάνειες με μεθόδους επαφής.

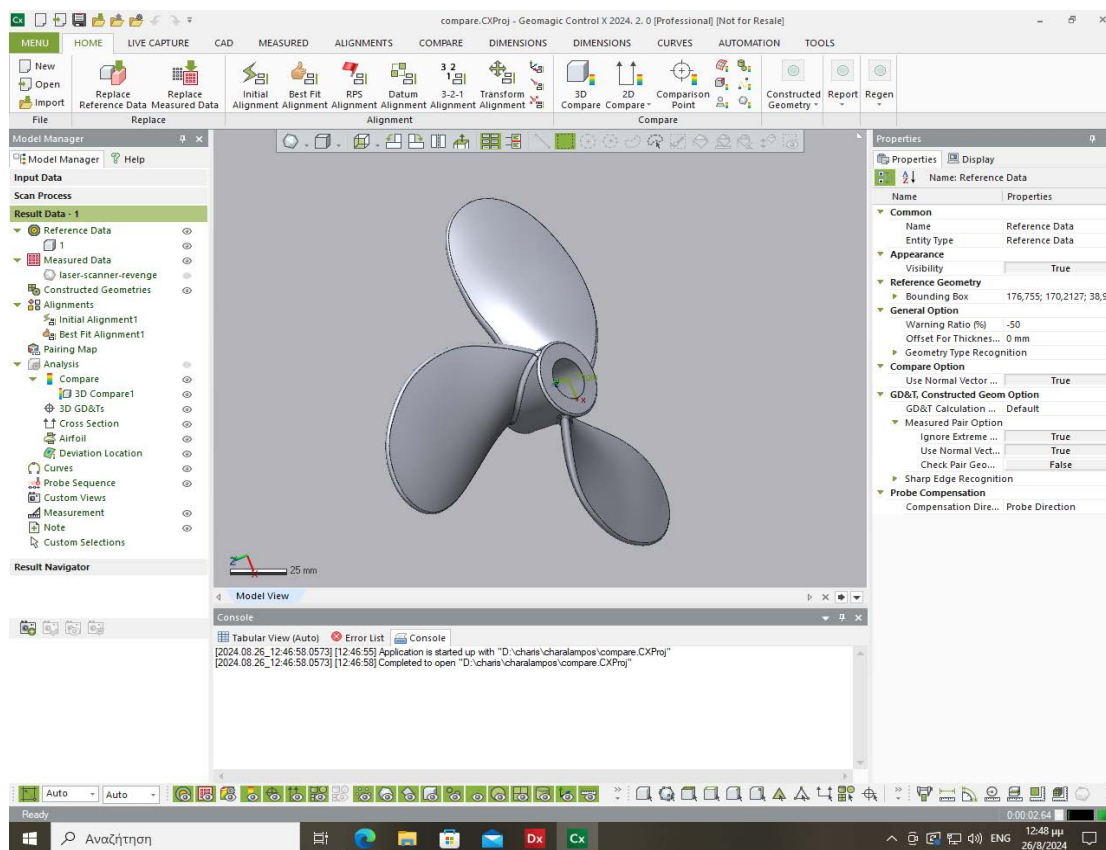


Εικόνα 30: Προπέλα εξωλέμβιας μηχανής μελέτης #2

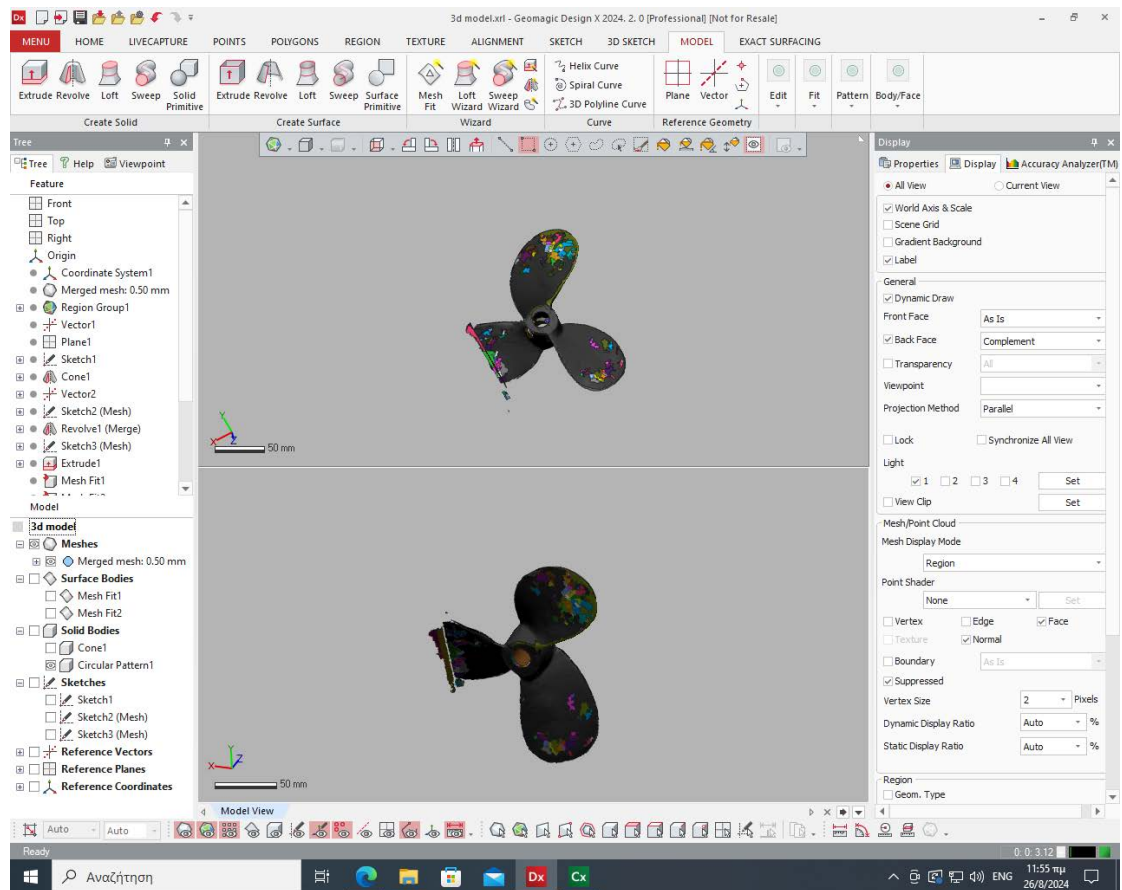
Για την δημιουργία ολόκληρου του μοντέλου τόσο στην περίπτωση μετρήσεων με ακίδα όσο και την μέτρηση με τη μέθοδο λέιζερ πραγματοποιήθηκε η ίδια διαδικασία αναδημιουργίας του μοντέλου κατασκευάζοντας αρχικά τον εσωτερικό κύλινδρο, για την τοποθέτηση του αρχικού συστήματος συντεταγμένων, έπειτα ο εξωτερικός κώνος, τα δύο επίπεδα στην

είσοδο και στην έξοδο του μεσοδιαστήματος κώνου/κυλίνδρου. Στη συνέχεια για τη μορφοποίηση των περυγίων μετρήθηκε αρχικώς το περίγραμμα ενός από αυτών και στη συνέχεια οι δυο επιφάνειες το περυγίου. Ο Πίνακας Ε με τα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία της εκάστοτε γεωμετρίας με τη χρήση της μπίλιας 6mm της περίπτωση #1 αναγράφεται στο Παράρτημα (σελ.83).

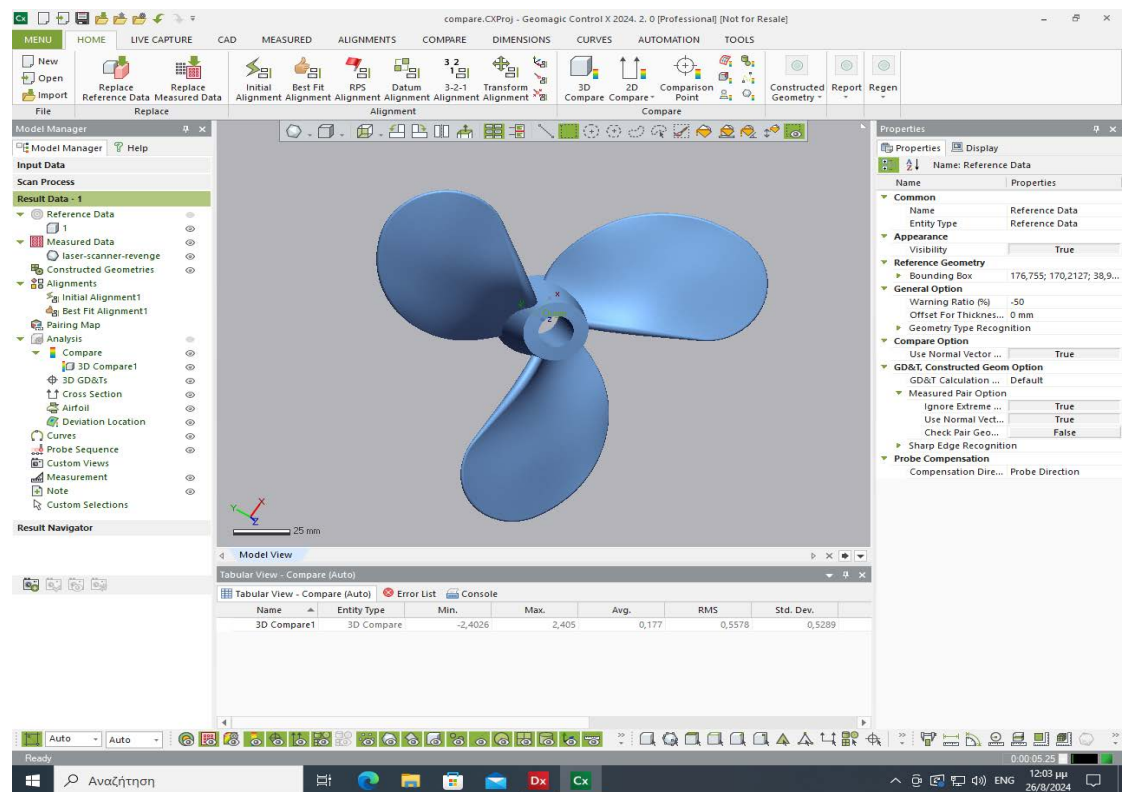
Από τα παραπάνω στοιχεία δημιουργήθηκε στο περιβάλλον Geomagic Control X το μοντέλο της Εικόνας 31. Με την ίδια διαδικασία μέσω ενός νέφους σημείων (Εικόνα 32) μοντελοποιήθηκε το σχέδιο της Εικόνας 33 που παρουσιάζεται παρακάτω. Εξαιτίας πολύ μεγάλου αριθμού σημείων στην μορφοποίηση που προκύπτει από νέφος σημείων δεν δίνεται πίνακας με την παρουσίαση αυτών.



Εικόνα 31: Μοντελοποίηση τεμαχίου από πλήθος σημείων συλλεγμένα με ακίδα

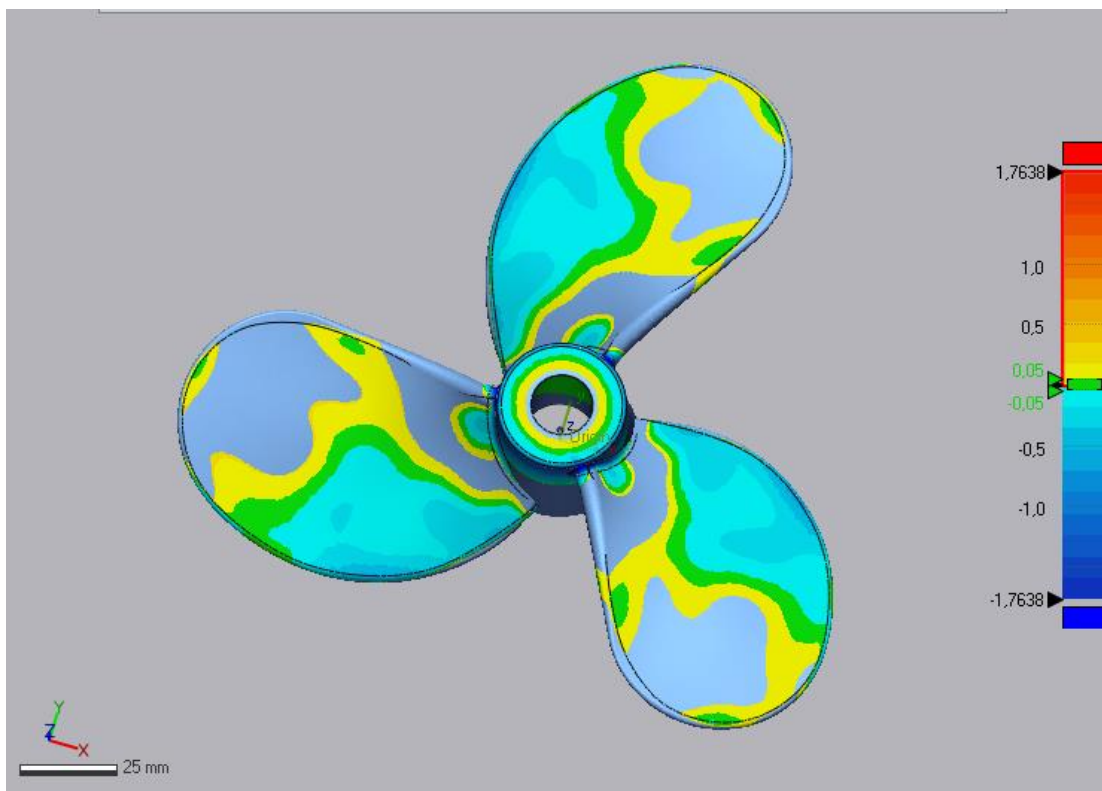


Εικόνα 32: Νέφος σημείων που συλλέχθηκε με αισθητήρα λέιζερ



Εικόνα 33: Μοντελοποίηση τεμαχίου από νέφος σημείων που συλλέχθηκε με αισθητήρα λέιζερ

Έχοντας στη διάθεσή μας 2 μοντέλα, το ένα κατασκευασμένο με πολύ λιγότερα σημεία από το άλλο, πραγματοποιήθηκε η σύγκριση των δυο μοντέλων. Με βάση το μοντέλο που δημιουργήθηκε από τα σημεία που συλλέχθηκαν με τη μέθοδο λέιζερ (η συγκεκριμένη προσφέρει πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια και ομαλότητα κατά τη δημιουργία των επιφανειών) κατασκευάστηκε το τριδιάστατο μοντέλο της Εικόνας 34 αποδεκτής ανοχής στα 0.5 mm. Ανάλογα με την ανοχή την οποία ορίζει το κατασκευαστικό σχέδιο ενός μοντέλου αναδιαμορφώνονται οι ανοχές ώστε να ληφθούν καλύτερα οπτικά αποτελέσματα



Εικόνα 34: Τριδιάστατο μοντέλο ανοχής 0.05mm

4.5 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η συνολική διαδικασία της αντίστροφης μηχανικής στην παραγωγή λεπτομερών και αξιόπιστων ψηφιακών αναπαραστάσεων με τη χρήση τόσο μεθόδων επαφής όσο και ανέπαφων. Καθώς δεν υπάρχουν πρότυπα σχέδια ώστε να ελεγχθούν τα αποτελέσματα επιλέγονται οι μέθοδοι που δίνουν τις πιο αξιόπιστες μετρήσεις στο σύνολό τους. Από την άλλη πλευρά τα προγράμματα μορφοποίησης ενός μοντέλου από νέφη σημείων που έχουν συλλεχθεί με οποιαδήποτε μέθοδο απαιτούν πολύ υψηλή ακρίβεια των σημείων αυτών. Η βασικότερη πρόκληση κατά τη μέτρηση μιας γεωμετρίας είναι η φύση των γεωμετριών για την οποία επιλέγεται η χρήση της πιο ικανής μεθόδου. Όπως παρατηρήθηκε και από τις εικόνες του κεφαλαίου σε πρότυπες γεωμετρίες ένα σημείο επαφής είναι αρκετό για τη δημιουργία ενός μοντέλου, ενώ σε αυθαίρετες γεωμετρίες ένας μικρός αριθμός σημείων δημιουργεί μια επιφάνεια που απέχει σε ορισμένα σημεία έως και κάποια δέκατα του χιλιοστού. Οι διαστασιακές ανοχές ενώ σε κάποια τεμάχια είναι αποδεκτές, σε μηχανολογικές κατασκευές υψηλής ακρίβειας είναι ένα σοβαρό και μη αποδεκτό λάθος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκαν στο σύνολό τους οι μηχανές μέτρησης συντεταγμένων ως προς τη λειτουργία τους αλλά και τη συμβολή τους στον τομέα του ποιοτικού ελέγχου και της αντίστροφης σχεδίασης. Αρχικά με την παρουσίαση των 2 τύπων μηχανών παρουσιάζεται η διαφορετική λειτουργία αυτών με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε μίας. Στη συνέχεια αναδεικνύεται η αναγκαιότητα της ορθής βαθμονόμησης και επαλήθευσης των συστημάτων με τη χρήση διεθνών προτύπων όπως αυτό της σειράς ISO 10360, με σκοπό να διασφαλίζεται η αξιοπιστία της ακρίβειας των μετρήσεων της CMM ή CMA. Μια πολύ καλά ρυθμισμένη μηχανή διαδραματίζει πολύ κρίσιμο ρόλο κυρίως στην αντίστροφη μηχανική, καθώς επιτελεί τον ρόλο του συλλέκτη των σημείων ενός τεμαχίου. Η σημειοληψία τόσο με τεχνικές επαφής αλλά και ανέπαφες μεθόδους επιτρέπει τη λεπτομερή αναπαράσταση των γεωμετριών και εκτενέστερα την αναπαραγωγή αυτών, χωρίς ωστόσο να λαμβάνονται υπόψη οι προκλήσεις κατά τη διαδικασία.

Αντικείμενα τα οποία μπορούν να προταθούν για περαιτέρω έρευνα είναι η μελέτη απεικόνισης τεμαχίων με διαφορετικές ανέπαφες μεθόδους και η σύγκριση μεταξύ τους αλλά και η μελέτη τεχνολογιών για αισθητήρες οι οποίοι θα μπορούσαν να ενισχύσουν την ακρίβεια και την ταχύτητα των μετρήσεων. Επιπλέον, μια πιο ολοκληρωμένη έρευνα η οποία θα συνέκρινε την ρύθμιση μηχανής χρησιμοποιώντας διαφορετικές πρότυπες γεωμετρίες με τα αποτελέσματα που επιφέρει η καθεμία. Ακόμη, μια έρευνα βασισμένη στη λειτουργία των CMM κάτω από διαφορετικές περιβαλλοντικές συνθήκες και της επίδρασης του περιβάλλοντος χώρου στις μετρήσεις θα πρόσφερε μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα της συμβολής ενός ελεγχόμενου περιβάλλοντος χρήσης. Τέλος, η έρευνα για περαιτέρω ανάπτυξη λογισμικών για την καλύτερη ενσωμάτωση των μηχανών μέτρησης συντεταγμένων σε συστήματα CAD θα έδινε πιο αποτελεσματικούς τρόπους εφαρμογής της αντίστροφης σχεδίασης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Agathos A, Azariadis P, & Kyratzi S. (2022). *Elliptic Gabriel Taubin smoothing of point clouds. Computers & Graphics, 106*, 20-32.
- ANSI/NCSL. (1994). *Calibration System Requirements*.
- ASME. (2004). *Methods for Performance Evaluation of Articulated Arm Coordinate Measuring Machines*, 52
- AST. (2024). *Repeatability in Metrology*,
- Baldwin, C. Y. (2019). *The IBM PC. HBS Working Paper*.
- Bahareh Mohammadivojdan, Felix Lorenz, Thomas Artz, Robert Weiß, Frederic Hake, Yazan Alkhatib, Ingo Neumann, Hamza Alkhatib. (2024). *Robust algorithm for automatic surface-based outlier detection in MBES point clouds*.
- Chao BI, Jianguo FANG, Kun LI, Zhijun GUO. (2017). *Extrinsic calibration of a laser displacement sensor in a non-contact coordinate measuring machine. Chinese Journal of Aeronautics, 1528-1537*.
- Chatti, Sami, Luc Laperrière, Gunther Reinhart, Tullio Tolio. (2019). *Coordinate Measuring Machine. CIRP Encyclopedia of Production Engineering*.
- CMM (n.d.). Keyence. <https://www.keyence.com/products/measure-sys/cmm/>. Accessed June 2024.
- CMMXYZ. (2020). The History of Coordinate Measuring Machines. <https://www.cmmxyz.com/blog/the-history-of-coordinate-measuring-machines-cmmxyz/>. Accessed June 2024.
- CMMXYZ. (2020). CMM Parts: The Parts of a Coordinate Measuring Machine. <https://www.cmmxyz.com/blog/cmm-parts-the-parts-of-a-coordinate-measuring-machine/>. Accessed June 2024.
- Creaform. (2016). The History of Metrology from Galileo to Optical Systems. <https://www.creaform3d.com/blog/the-history-of-metrology-from-galileo-to-optical-systems/>. Accessed June 2024.
- Dupuis J., Holst C., & Kuhlmann H. (2017). *Improving the kinematic calibration of a coordinate measuring arm using configuration analysis. Precision Engineering, 50*, 171–182.

- Elatta A, Gen L, Zhi F, Daoyuan Y. (2004). *An overview of robot calibration*. *InformTechnol*, 3(1):74–8.
- Förstner W. (1987). *Reliability analysis of parameter estimation in linear models with applications to mensuration problems in computer vision*. *Comput Vision Graph Image Process*, 40(3):273–310.
- Funcke G. (1982). *Verfahren zur Parameterelimination im Gauß–Markoff-Modell und deren Einfluß auf ausgeglichene Beobachtungen*. *AVN*, 3:112–22.
- Georg Henzold. (2021). *Geometrical Dimensioning and Tolerancing for Design, Manufacturing and Inspection (Third Edition)*.
- Heck B. (1975). *Genauigkeit eliminierter Unbekannter bei regulären und singulären Ausgleichungsproblemen*. *AVN*, 10:345–8.
- HEXAGON. (2016). *Versatile coordinate measuring machines*.
<http://www.hexagonmi.com/de-AT/products/coordinate-measuring-machines/bridge-cmms/global-classic>. Accessed June 2024.
- Holst C, Artz T, Kuhlmann H. (2014). *Biased and unbiased estimates based on laserscans of surfaces with unknown deformations*. *J Appl Geodesy*, 8(3):169–83.
- International Standard Draft ISO/FDI 10360-12:2016 (E). (2016). *Geometrical product specifications (GPS) – acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM). Part 12. Articulated arm coordinate measurement machines (CMM)*.
- ISO. *Global standards for trusted goods and services*. <https://www.iso.org/home.html>. Accessed June 2024.
- Jia Wang, Yingxue Wang, Yanan Chen. (2022). *Inverse Design of Materials by Machine Learning*.
- KES Machine Calibration. (n d) *What Are the Major Causes of Errors in Coordinate Measuring Machine?*. <https://www.kesmt.com/what-are-the-major-causes-of-errors-in-coordinate-measuring-machine>. Accessed on July 2024.
- Kreon. (n d). *What is a measuring arm?* <https://www.kreon3d.com/article/what-is-a-measuring-arm>. Accessed June 2024.
- Mikhail E. (1976). *Observations and least squares*. IEP-A Dun-Donnelley Publisher.
- Neitzel F. (2010). *Generalization of total least-squares on example of unweighted and weighted 2D similarity transformation*. *J Geodesy*, 84(12):751–62.

- NeoMetrix Technologies Inc. (n d). Reverse Engineering Overview, <https://neometrixtech.com/reverse-engineering-overview/>. Accessed on July 2024.
- Petr Klapetek. (2018). *Quantitative Data Processing in Scanning Probe Microscopy (Second edition)*.
- ROMER Inc. (2009). *Arm utilities user guide*.
- Schall O, Belyaev A, & Seidel H-P .(2005). *Robust filtering of noisy scattered point data. Proceedings Eurographics/IEEE VGTC Symposium Point-Based Graphics*, pp. 71-144.
- Sebastien Roblin. (2020). *The U.S. Reverse Engineered Hitler’s “Buzz Bomb” – And Used It On Japan*.
- Sodemann, Dr. Angela. (2020). *RoboGrok*.
- Styliani Verykokou, Charalabos Ioannidis. (2022). *An Overview on Image-Based and Scanner-Based 3D Modeling Technologies*, University of Athens.
- Teunissen PJG. (2000). *Adjustment theory: an introduction*. 1st ed. Delft, The Netherlands: VSSD.
- T. Lee, M.R. Katebl and M.J. GrImble. (1993). *Optimal control design for fast coordinate measuring machine. Department of Electronic and Electrical Engineering*, 295-298.
- Verein Deutscher Ingenieure. (2009). *VDI/VDE 2617 Part 9, acceptance and reverification test for articulated arm coordinate measuring machines*.
- Vinesh Raja. (2007). *Introduction to Reverse Engineering, Reverse Engineering*.
- Xiangguo Lin, Jixian Zhang. (2014). *Segmentation-Based Filtering of Airborne LiDAR Point Clouds by Progressive Densification of Terrain Segments. Chinese Academy of Surveying and Mapping*, 1294-1326.
- Zitao Lin, Chuanli Kang, Siyi Wu, Xuanhao Li, Lei Cai, Dan Zhang, Shiwei Wang. (2024). *Adaptive Clustering for Point Cloud*.
- Αζαριάδης-Τοπάλογλου, Φίλιππος, Κυρατζή, Σοφία, Μπάιλας Κ. *Εισαγωγή στην Παραμετρική Σχεδίαση με Ηλεκτρονικό Υπολογιστή*, 260-310, 2023.

Παράρτημα Πινάκων

Πίνακας Α: Ενδείξεις κωδικοποιητών από τις μετρήσεις μήκους

	enc 1	enc 2	enc 3	enc 4	enc 5	enc 6	enc 7
L0	-5780.2710	-1138.1502	-5327.1483	1964.2360	6860.2736	-4225.3266	-644.7959
	-3882.1286	-1009.3162	-388.92922	1616.2605	700.5870	-467.62497	-5055.2065
	-6741.3233	-1231.1921	2543.3247	-3528.2951	-7001.3106	-4992.2661	5404.3522
	-757.1902	-778.1255	4371.2861	2609.1293	-4891.1444	-4278.1603	-3940.2891
	-8203.1114	136.3284	2439.2631	-1398.1042	-5534.1258	-2456.2469	3091.3388
	-2527.1303	-294.1511	-1186.1084	-3397.2956	9393.2141	-3733.3131	-5644.3087
L1	-1698.1491	-1079.1878	-5964.3049	3379.2276	6021.1655	-4121.2391	-6374.1046
	-4428.2224	-194.1439	3057.1015	-1285.2324	-5409.2285	-3461.2457	-61.2875
	852.3216	-1984.2397	-2631.1238	-3635.1145	7948.2291	-4957.2656	-6760.2825
	-3100.3543	-1288.2534	6198.934	2303.3097	-6661.3410	-4492.2308	-3889.2435
	12.3561	-1082.1331	-4093.3396	-1347.2125	6723.3348	-4670.1712	-6389.3359
	-3862.833	-611.988	679.2666	-3746.1483	-8546.1417	-4423.1794	4223.3511
L2	-5780.2710	-1138.1502	-5327.1483	1964.2360	6860.2736	-4225.3266	-6447.959
	-3882.1286	-1009.3162	-3889.2922	-1616.2605	7005.870	-4676.2497	-5055.2065
	-6741.3233	-1231.1921	2543.3247	-3528.2951	-7001.3106	-4992.2661	5404.3522
	-7571.902	-778.1255	4371.2861	2609.1293	-4891.1444	-4278.1603	-3940.2891
	-8203.1114	136.3284	2439.2631	-1398.1042	-5534.1258	-2456.2469	3091.3388
	-2527.1303	-294.1511	-1186.1084	-3397.2956	9393.2141	-3733.3131	-5644.3087
L3	5106.785	-1349.2392	-4216.3341	-1693.3215	6355.2647	-5260.2909	-4315.1394
	2651.3092	-1629.3195	-3013.2314	-3266.1197	7115.2911	-4915.1553	-6289.3194
	-6746.1819	-729.3278	3287.3183	-2369.2336	-6210.870	-4496.3114	-964.3354
	9.1462	-1182.1861	4069.992	-1911.1961	-5550.903	-5169.2997	5704.3080
	-2352.3066	-624.3110	1500.3459	-3596.2453	-7941.3418	-4455.1691	2296.3473
	-3080.3346	472.2196	-1457.3304	-2054.1026	7757.976	-2327.2101	3810.1687
L4	497.734	-1888.3109	-4857.3275	-1624.3016	6227.2379	-6123.1030	-3885.2354
	-1795.1241	-1748.3128	-3078.920	-3185.2785	6786.1958	-4890.1409	-6399.1187
	8489.1712	-799.1828	3343.3316	-2402.1088	-6116.2157	-4675.1469	-1275.1065
	-4708.3426	-1565.3290	4429.762	-2037.2680	-5749.3233	-5708.3243	4717.1350
	-6194.1330	-388.2819	961.1386	-3562.1250	-8181.2253	-4087.2064	4271.2828
	8210.1118	-702.1118	3177.1322	-2344.2689	-6211.1332	-3770.1588	-1613.2639
L5	-9676.3548	-628.2996	-3342.820	-1619.1088	6115.3431	-3890.1079	-5459.1605
	6791.3460	-512.3138	-1498.1336	-3300.2549	8643.3397	-3188.2842	-7484.3258
	-1527.1546	-492.2160	3047.2344	-2312.2193	-5951.1991	-4116.3222	-1041.2179
	5204.3129	-1475.1116	4248.3280	-2137.3099	-5917.3414	-5421.3173	4613.894
	3863.3212	-530.1949	744.2272	-3703.1034	-8586.2068	-4433.2930	3734.861
	2915.3147	-201.2359	-2488.3284	-2401.3095	7876.2308	-3560.2924	5897.1094
L6	6544.3562	592.2502	-135.879	-5.2348	3181.2074	-255.1121	-3424.3097
	4195.3195	712.2565	619.3533	-610.1920	6357.844	365.1713	-9939.872
	2633.1085	497.1069	176.3543	559.2811	9846.958	694.970	5013.891
	6755.2826	567.2836	-424.3532	18.1240	2897.1312	-370.959	-114.852

	4696.2278	752.2213	-178.1365	-704.3252	5200.2916	-456.2406	-3599.1905
	1783.2556	286.1044	1871.2398	356.3270	6413.1223	1485.1857	9234.1935
L7	-3459.761	617.1910	-109.3524	-82.1374	307.3275	-278.934	-3424.2925
	-5605.2895	711.2854	149.764	-496.2389	-9200.3084	212.3388	-7359.920
	-7271.961	457.2055	-289.2589	605.1008	-7966.2079	1085.1756	2761.1171
	-3403.1145	506.1070	-268.3555	486.1377	-8666.1150	635.2565	-2405.2326
	-5616.2478	732.3222	219.3318	-593.2960	9780.3102	-5.3205	-6819.943
	-7235.876	624.2760	24.3533	-183.1377	2801.880	-37.2742	-5847.1189
L8	1126.1995	564.2231	-13.3538	305.1858	-9049.2141	213.1147	5403.2467
	-799.1045	790.1224	-61.2946	-1066.1862	-755.1450	237.1793	-5534.1932
	-3153.3547	551.3262	1007.2589	-30.2059	6058.1065	647.3347	9442.1305
	799.3382	542.976	561.1556	313.2001	9003.2532	324.3151	9786.1531
	-685.2839	776.3010	-4.2627	-822.1153	5433.897	-318.1465	-8617.3366
	-3678.1368	326.1903	1855.3448	141.1029	-3396.3373	-2210.1937	-3266.1668
L9	-9325.3426	395.2910	1263.3409	423.3234	-2248.2810	-1479.1964	-1290.1669
	-9913.3387	559.3241	-1163.903	-538.1673	-4925.3406	1387.3402	4476.3186
	8229.1261	520.2287	-790.977	185.2014	2663.3228	-1360.3331	-7002.1312
	-9062.1510	469.2066	864.3555	403.2113	-2013.2423	-1326.1825	4949.1349
	9543.2255	733.1061	190.1814	-609.2983	7917.917	-28.3314	-7671.2097
	6705.824	364.3252	1673.749	153.1831	-2918.1007	-1846.978	768.3406
L10	-3558.1147	720.3064	167.3064	697.995	-6895.851	-3313.3184	-1326.898
	-7569.2406	-842.2017	4426.762	-1205.2349	-9413.3359	-4342.1020	-4709.2523
	-8829.3528	-1930.2019	6151.3498	-849.2506	-9046.1996	-4002.1192	-5430.1016
	-5201.3016	-1859.968	6750.1508	-161.2280	-9557.2163	-4905.2259	-6452.3184
	-3094.1909	-473.3097	-3629.3079	-1074.1126	-8499.1583	-3865.2471	8336.2772
	-7056.3243	946.2114	59.3209	-238.1051	9570.1177	-3751.2062	2189.876
L11	-5419.717	-1074.1638	5192.2500	25.1237	-9324.3277	-4815.1164	-5567.2054
	-7163.1323	-2491.988	6639.3422	-1495.1809	-9686.2098	-4824.3097	-5859.922
	-5012.3016	-713.2673	-4002.1510	-589.2770	-8778.977	-4788.2345	8683.2541
	-1820.3128	-912.3288	-4665.3519	725.1279	-8463.1540	-501.2293	9577.849
	-5127.832	1025.1279	-239.963	-876.2778	-9272.2783	-4403.1883	2319.2207
	-8967.1751	-717.3260	4450.1605	-600.2517	-9180.3377	-3450.1043	-3336.3026
L12	1968.3304	694.1216	-846.770	674.985	-6939.884	-2672.3271	-362.2020
	-2618.788	-1989.3107	5712.3354	-1419.1175	-9355.1209	-3949.2177	-5161.2587
	-1385.3178	1018.1001	-812.2691	-440.3054	9942.878	-3691.1112	4635.2361
	2760.2150	-2091.1574	-7603.721	380.3264	7171.3199	-3265.2721	-5562.1728
	-52.2666	1009.993	51.3009	-917.3234	-8578.946	-4597.3197	4804.2203
	-4078.717	-1738.961	5646.979	-883.1352	-9073.3379	-3255.1226	-4833.3323
L13	-455.1576	-997.3282	4981.828	-3.1517	-9421.2936	-4406.1009	-4997.3377
	2116.3548	-809.2471	-3967.704	-1185.3221	-8371.1257	-3883.2038	9089.2102
	-4127.1661	-796.2215	4363.2392	-646.1319	-9815.1389	-2736.2645	-1151.1843
	3221.1227	-711.1034	-4396.3211	645.1949	-8975.1794	-828.2725	9128.2486
	-2817.3159	-1123.1227	4483.3477	-1140.3029	9816.2239	-3111.1946	-1124.2987
	175.3525	-727.964	-3942.811	-763.1018	-8558.1773	-4621.3052	8493.838

L14	6890.1340	553.1125	-1066.1638	977.997	-6660.2940	-2462.2093	-582.1780
	2356.3125	-940.2509	4501.865	-980.2676	-9679.1047	-3773.2827	-4420.3325
	1122.1377	-1992.3235	6154.1961	-657.2429	-9170.1671	-3264.2840	-5782.1235
	7600.3260	-2011.1807	-7411.752	581.1136	7255.3250	-2824.2176	-6439.993
	7070.729	-934.1813	-4179.1224	-793.2672	-8155.1675	-2915.1040	8932.2431
	2815.3419	949.1786	365.793	-91.1691	9718.1223	-3404.2892	2313.1148
L15	4615.3354	-959.960	5029.1163	1062.1718	-9351.2022	-4610.1195	-5345.3015
	2535.3093	-2088.3307	6082.795	3250.2161	-9368.2309	-4180.2281	-5910.1754
	4992.2715	-542.1001	-3834.1938	1363.2936	-8835.2105	-4348.3218	8109.1931
	7957.759	-734.1224	-4438.713	2949.2925	-8790.988	-910.984	8840.3076
	4685.1250	926.1310	126.1267	1017.2324	-8994.1825	-4534.1997	4798.2067
	897.1345	-1218.1198	4962.1687	2939.1342	-9656.3412	-2491.1445	-2973.2569
L16	-8310.1732	271.3287	-894.750	1339.2870	-7144.2389	-3188.3079	-202.1339
	7739.2513	-2051.1114	6147.3173	-783.1623	-9726.967	-3924.2912	-5226.1745
	8244.3412	728.2727	-248.3357	337.990	9705.2036	-3681.2959	4225.1425
	-7623.1225	-1854.990	-7497.3380	1051.3158	7159.2931	-2693.2604	-5647.1956
	9709.1449	971.3193	58.1414	-195.2014	-9092.3422	-3535.1369	-109.2384
	6276.3278	-1801.2550	6098.1113	-76.3149	-8780.2448	-2415.1204	-5055.933
L17	9797.732	-858.1406	4875.3439	868.2471	-9411.836	-4412.2443	-4601.3276
	-8086.821	-841.3206	-4298.1025	-382.1615	-8672.2747	-2605.2298	9078.1490
	6256.3036	-846.1884	4558.1651	54.1466	-9805.3229	-2596.3301	-1134.1993
	-7292.2274	-826.1964	-4605.2915	1002.1916	-8917.3328	-1599.1468	9178.1130
	7427.2947	-895.2109	4511.2535	-449.3064	-9814.1797	-2844.3267	-859.1254
	-9722.1773	-1025.3102	-4582.907	13.1787	-8479.1757	-2828.2221	8961.1042
L18	-8253.2518	343.2735	-991.994	1424.2851	-6644.3324	-2629.2875	-742.935
	7593.1291	-979.992	4723.3441	-591.1611	-9450.872	-3840.2720	-4759.2016
	6545.2048	-2057.3054	6613.1118	-299.1008	-9197.2979	-3382.1013	-6120.2395
	-7667.917	-1852.3032	-7632.2314	1085.1267	7123.3122	-2878.1034	-6273.3293
	-8153.3089	-697.2721	-4049.3558	-389.3125	-8432.2267	-2859.1043	8444.2478
	7835.2716	787.3176	587.3546	349.1034	9772.2451	-3127.1531	2448.3392
L19	-323.727	-1115.1012	5316.2384	571.2951	-9667.1078	-4383.1353	-5047.1905
	-2479.2044	-1919.1161	5890.1047	-886.1009	-9432.3323	-3621.3198	-4185.2515
	310.1182	-958.1959	-4525.2871	-168.3089	-8732.3192	-2946.1237	9085.875
	2819.2761	-831.1563	-4654.1276	1145.1185	-8735.2091	-711.1064	9107.2584
	-169.3518	961.988	-14.1146	-366.1689	-8744.2622	-3925.3058	246.1314
	-3796.3020	-1197.2818	5181.1281	-269.3169	-9204.2323	-3226.1228	-3719.1706
L20	4951.3497	-315.963	-5180.3343	-2354.1575	5332.2579	-5329.2901	-4424.2502
	2042.796	-341.3269	-4978.2026	-3604.3234	5203.2624	-4603.2098	-6981.3071
	-6297.2626	242.1074	4696.3160	-2328.3039	-4773.3304	-4823.1572	-1285.2951
	-355.926	739.2440	4103.3035	-2199.1603	-3791.1139	-3540.2115	6701.2040
	-3484.3330	414.1514	4496.2599	-3820.3003	-4506.2073	-4651.1826	4577.1176
	-660.3345	-492.3267	-5040.3560	-2225.3230	5651.2389	-3935.1681	-9226.1068
L21	-4911.713	-174.1605	-5026.1468	-2191.1784	5541.1384	-5103.1249	-3671.933
	-7820.3575	-473.2650	-5113.2470	-3501.2350	4712.2256	-5095.1894	-6594.1041

	3613.1901	-21.2205	4954.1629	-2672.2776	-4784.2710	-4968.2662	-916.2989
	9942.726	433.1978	4460.3482	-1990.1422	-3907.1257	-4306.1383	4325.1946
	7004.2373	588.3022	4283.2820	-3873.2948	-4669.2291	-4432.3260	2411.2134
	9518.824	-342.1801	-4787.833	-2212.3145	4951.2907	-3624.3226	-8825.2859
L22	7302.1261	-979.2067	3617.1818	1292.3286	-7643.843	-5031.1746	-5488.2229
	9948.2781	-563.1938	-5777.2919	1452.3274	2654.1584	-3261.2334	-5977.2811
	9254.1738	367.3285	-8075.1798	2560.2665	3903.2422	-4199.1172	-6553.3139
	7726.789	-590.1144	2228.3139	1415.2492	-6917.2529	-4475.1705	1691.3277
	8896.3594	1234.975	-359.1275	1070.1277	-4363.985	-3675.1465	-2612.2588
	9530.707	1152.2844	-4470.714	2782.1042	-206.908	-3537.3067	-5574.905
L23	5054.757	-396.3207	56.3383	-1333.3131	-4116.3066	-4273.3065	6767.3475
	7219.2240	734.2017	-3836.2672	-2260.3175	177.958	-2149.3295	-4300.3330
	6667.2777	260.3244	-7542.1764	-1400.2321	1993.1787	-3085.3282	-6638.2026
	4280.3186	-126.1132	688.3423	-1206.1113	-3894.1497	-4211.1035	-5539.1315
	4804.2414	2403.3159	266.2138	-2197.3096	-3170.878	-4586.1231	-2501.3379
	7992.3524	2433.1713	-5323.1682	-1064.2839	-1153.3422	-3849.2227	-4475.924
L24	491.3541	-482.1476	-465.2167	-1265.2913	-4112.2700	-3853.3187	5957.943
	-61.3283	2546.1410	-17.2176	-2198.1259	-3491.1343	-4088.2826	1240.3457
	2755.2959	1836.2472	-5672.3558	-1242.1407	-1100.3170	-3084.3270	-5004.3204
	-492.3158	-16.3255	354.1054	-1221.3142	-4105.2204	-3775.1285	-5155.917
	1193.1075	2122.1333	-1809.3544	-2050.1007	-2426.2134	-3148.2418	-3985.2696
	3063.3285	2655.3047	-5097.2240	-1082.1132	-1504.2293	-3624.3272	-4845.2993
L25	-7581.2265	-639.1419	2927.3493	655.2328	-6966.1123	-5072.3200	-5799.1480
	-5971.1187	1455.2224	-158.1542	657.1740	-3952.3038	-4066.1682	-4122.1911
	-4806.1010	1135.3086	-5200.3532	1757.1632	610.1088	-3240.3219	-6100.2367
	-6408.3193	-426.959	719.2379	1142.1565	-5709.3395	-4609.3044	4128.2259
	-6190.1790	1679.2793	87.2815	-67.1765	-5515.1075	-3785.2637	603.3346
	-4660.3032	1367.2269	-4658.1748	1420.2685	-363.1404	-2734.1005	-5793.3273
L26	668.2453	624.2215	6001.2000	452.2288	-6106.915	-4724.3210	-4168.3284
	4829.1053	-163.1132	-5189.2280	-2004.2486	6711.3385	-4513.2413	-6845.3260
	5170.2080	-1840.2575	-2731.1233	-3465.3164	9991.3434	-5225.2607	-6528.2999
	4194.2023	874.1607	-5383.985	663.2993	6217.831	-3494.1587	-7524.3325
	-683.873	530.1721	4256.3457	-2304.2812	-6927.867	-3452.3154	-1794.1095
	-150.2123	-93.3243	1745.931	-3098.1572	-8118.868	-3972.3255	824.2593
L27	-9115.701	955.3098	5491.3497	960.3217	-5267.877	-4582.1042	-4699.1391
	9851.2954	808.2633	4028.3327	-2308.2674	-6732.2672	-4380.2358	-2625.2122
	9418.1344	-379.1759	2055.3414	-3137.3217	-8190.1349	-4111.2093	806.880
	-5952.2711	372.3226	-6471.1097	756.3168	6674.863	-4648.3029	-7199.1662
	-5240.2537	462.1089	-4337.2184	-2299.1876	7861.2000	-4312.2283	5544.2899
	-6211.975	-401.2293	-1621.3196	-3243.2002	-9780.3269	-4420.3237	5018.842
L28	-4524.2980	184.2961	-6938.1065	-2146.1409	3771.2627	-3689.3199	-7253.2952
	-2254.719	-1181.2144	-5679.1709	-2903.1612	4065.1074	-4434.1018	-5676.3184
	-250.1298	-1308.2621	-3799.779	-1669.2859	5409.1493	-3812.3278	-3294.1644
	9113.920	1852.2583	6437.767	-2523.1061	-3921.2189	-5707.1084	-3221.3172

	-7289.3513	1569.1061	3570.905	-3086.1519	-3693.2630	-4514.1783	2728.2364
	-5212.3555	-784.2429	3532.3495	-1615.1523	-4430.1651	-5616.2921	4997.1923
L29	1198.1049	939.2966	-6546.1853	-2349.3225	3611.3143	-3262.1233	-7431.928
	3215.3138	-1380.2898	-5787.809	-2927.1251	3989.1909	-4456.3250	-6213.3263
	4804.3057	-1438.1318	-4171.1339	-1508.3091	5430.1248	-4588.3265	-3010.1870
	-6070.932	2129.1311	6525.1709	-2691.1818	-3745.3077	-5167.1736	-2778.1568
	-1961.3285	1429.1428	3700.2717	-2961.2257	-3315.1075	-4590.1239	3363.3258
	-26.883	-520.2762	3350.1373	-1645.2673	-4653.3132	-4886.1742	5306.1633
L30	-9827.983	762.1298	-5504.2248	1169.2759	3705.1060	-4008.3185	-6824.3062
	8756.2797	952.3193	2900.2346	991.1958	-4628.2219	-4887.1142	-1826.1935
	9372.2818	-744.3277	4244.2670	3238.2453	-5834.2103	-4590.1840	-4472.3354
	7599.3174	1534.1137	3903.3064	1297.1321	-4619.1812	-5242.1686	-4397.3192
	-8688.3528	-1274.1235	-7133.2702	1464.3034	5498.1444	-5108.2443	-5610.1326
	-8008.2666	-2235.1004	-7585.3552	1580.1118	6776.3356	-5002.1599	-5763.1044
L31	5861.835	653.1211	5978.999	1401.1316	-6051.862	-4802.1683	-5039.1670
	4685.1130	712.3225	3948.3377	-2027.1364	-7226.884	-4099.1513	-2355.1852
	5142.772	51.3151	1658.1116	-2875.2073	-8530.1966	-3707.1666	1168.2259
	8551.3559	298.1113	-6565.3149	1448.2624	6255.2884	-4065.3263	-6996.3314
	9566.972	500.2586	-4268.2272	-1792.2967	7627.3178	-3660.2420	6157.1018
	9000.3515	-213.3013	-1731.1277	-2975.1758	-9874.1082	-4027.1608	5436.3082
L32	-3796.3460	617.2025	5735.3472	1852.3296	-6772.2702	-4449.2951	-5168.2645
	-4955.1118	647.2946	3919.3082	-1589.2884	-7189.3143	-4493.3083	-2594.858
	-619.745	-242.1286	-2039.978	-2591.1010	-9754.873	-3397.3122	7194.813
	-3570.1285	1153.1775	3972.3514	2301.1053	-5337.2547	-3648.3279	-4204.3138
	-500.2500	424.3035	-4229.3051	-1416.2632	7874.1111	-3477.3122	6460.3373
	-2781.2615	568.3123	-255.753	-2544.3052	-9634.1670	-3525.2916	3663.3249
L33	-5147.1311	2356.2130	5135.3229	-1692.2980	190.839	-4142.1104	5282.1185
	-4515.737	209.1069	4717.848	-446.1034	-2338.1862	-4579.1347	7884.2788
	-2935.1959	-312.3251	1557.1343	2870.1879	-770.962	-3551.1394	3852.2679
	-4695.1225	3093.1406	3926.1265	-1409.3193	805.1859	-4598.1199	4269.1377
	-2674.770	1670.1177	600.2619	233.1124	895.2890	-4123.1420	4848.3400
	-3625.2160	-683.1369	4088.3408	2278.1246	-3338.1371	-3874.1597	3614.1355
L34	6606.1134	3559.2574	2913.890	-1256.3235	1526.953	-3924.2272	4347.3487
	8044.3042	1702.1111	154.1720	199.2730	1737.1168	-3958.1464	5011.3431
	6997.1536	-819.1150	4513.861	2846.1574	-3301.3123	-4561.2351	5002.1058
	-7862.2068	1396.2636	-5273.2614	-798.1008	1746.826	-6287.1421	-4194.1328
	7416.3470	1681.1243	2071.2404	-214.1058	-1602.950	-3626.1862	-2527.1564
	7424.2332	-315.1381	2197.1032	2628.2301	-2121.3280	-3660.2748	-4943.1082
L35	4859.2828	1119.2755	5188.2946	433.987	-5836.3393	-4930.1499	-4571.953
	4544.2719	1092.3020	3959.3414	-2093.2566	-5569.3158	-4335.1270	-1412.2837
	8747.3141	-37.3200	-506.2079	-3240.3049	-8557.2970	-4241.2922	4843.3426
	8342.945	1110.1696	-5107.1533	473.1025	6112.3094	-3593.2996	7416.2353
	9547.3455	-602.1570	-5623.877	-1872.2850	5853.911	-4488.3262	-5814.951
	9608.3528	3.2672	-1535.1144	-2865.2416	9725.904	-2631.1008	-7634.1427

L36	-4323.1991	862.1135	5595.2475	84.2665	-6183.879	-4680.2818	-4215.1341
	-5558.870	383.3072	4349.1213	-2672.2276	-7235.1476	-4579.2111	-2875.969
	-5605.2783	77.977	1411.3121	-3004.3106	-8797.2225	-3444.2785	1217.1571
	-759.734	58.997	-6961.3195	312.2577	6642.1826	-4694.1193	-7384.3002
	-179.2001	-586.956	-5634.1469	-2172.2431	6607.2794	-4905.3038	-7168.3366
	-5180.2700	122.1696	659.3387	-3078.1278	9864.2886	-3869.2109	2884.3009
L37	353.1650	1623.3290	-5830.809	-2035.1222	1518.1821	-4042.1050	-6989.3175
	-263.786	-802.1225	-5836.3139	-760.2990	4031.2442	-5172.3110	-7895.1961
	-1269.3379	-566.1034	-3340.2746	2182.1199	3293.965	-3317.3276	-6867.2033
	848.3510	3361.1576	-4659.1295	-1912.2792	629.1418	-3961.3257	-6370.1363
	-1188.3467	1577.1940	-2484.3216	-515.1647	2562.1981	-3428.3286	-8465.2180
	-1481.3534	-588.2109	-3282.1730	2590.1318	3213.1138	-3829.3202	-2661.2585
L38	-6986.706	2766.1097	5024.3444	-1642.1564	-614.1853	-5200.2712	3756.2895
	-4596.2761	972.3185	3576.3061	-300.2613	-1920.3061	-4636.2961	5848.2629
	-1810.1684	-216.3197	-2265.2269	2153.1054	3747.3447	-3339.1466	2522.1004
	-6867.1255	1902.2073	5720.3475	-1688.2774	-604.2492	-5428.2496	4516.3303
	-4796.3507	965.1279	3750.767	-538.1099	-2159.894	-4267.1332	5108.3226
	-2290.824	-136.3109	-354.2037	2574.1275	811.2519	-3236.3284	4329.2034
L39	7845.971	3128.3321	-3979.1449	1530.1757	-596.2448	-5380.2788	-5221.3343
	6521.1417	2854.1119	-7028.3378	353.996	525.1383	-6139.1848	-4280.3180
	3111.2700	3577.1073	-5086.984	801.1016	-35.1483	-4833.2920	-5693.2785
	7735.3462	3049.1703	-5333.3273	1608.3181	1974.1443	-5549.2920	-4929.3163
	6349.1255	2704.2511	-7730.2137	235.2217	1568.2835	-6092.3271	-1725.3377
	2564.3491	3533.1011	-5303.804	1126.990	1277.1728	-5311.1026	-4614.1590
L40	2851.3562	2530.1406	-6098.978	1005.1469	1099.3252	-4949.3187	-7288.3274
	770.1458	2693.997	-7115.965	212.2959	329.844	-5945.2978	-5169.2415
	-2514.823	3510.1967	-4910.977	729.1429	-343.1213	-4533.2577	-5746.1290
	2147.3330	2806.1378	-5997.2318	1623.2870	2332.2797	-6214.1201	-2880.3377
	711.3181	2821.1197	-7732.2535	251.2275	1601.1423	-6257.2312	-2137.2662
	-3299.1305	3567.2807	-4907.737	1277.1974	1327.3363	-5250.1855	-5164.3335
L41	-4898.727	2906.1961	4908.2557	1287.2262	-4719.1327	-5620.3060	-5483.920
	-7942.1660	3087.3002	6123.2632	734.1645	-3689.2557	-6298.1011	-3541.3289
	-9366.1066	2922.1815	5194.2076	1643.2311	-3431.1528	-5297.2446	-6261.2799
	-5267.1884	2465.1712	6200.3123	1102.1794	-4839.1804	-5744.3084	-6363.1477
	-8037.2306	2790.983	6740.2362	448.3269	-4012.3235	-6375.1313	-5484.3167
	-9438.2038	1963.3278	7359.3130	801.1629	-5048.3303	-6139.1986	-6492.3328
L42	8598.1065	2418.1038	-4733.3449	2394.1030	1070.1910	-4719.1028	-6902.1100
	7067.2389	3248.2558	-3969.2949	1842.1018	260.2467	-5655.1687	-4007.943
	4129.1076	3015.3238	-2969.3450	2457.1588	36.2596	-5004.3268	-5503.1146
	4937.1836	2916.3181	4999.2454	1233.1020	-4627.1710	-5526.1250	-5513.3292
	1809.836	2790.989	6866.781	363.2783	-3967.1002	-6417.2234	-4645.2999
	264.3162	2210.1040	7027.3308	810.1234	-4726.906	-6020.2470	-6072.3177
L43	-6419.1393	2518.1223	-4259.1373	2276.3253	532.3358	-4345.2721	-6852.2632
	6966.1182	2945.1857	6276.2441	479.3143	-4194.1449	-6098.1443	-5147.1294

	5635.2425	2274.1186	6582.787	1187.3026	-4788.3402	-5728.2174	-6100.2511
	9787.3545	2604.2838	5725.1457	1402.982	-4598.1088	-5607.1125	-4852.2622
	-7822.896	2613.1152	-5616.3568	1643.3080	1606.1043	-5204.3072	-4982.951
	9273.1272	2679.2173	-4011.849	2626.1878	1223.2244	-4751.1022	-6066.1914
L44	3723.3010	2718.1790	-3786.815	2062.1035	-107.1722	-4119.1189	-6596.3382
	1038.1324	3474.2036	-3274.856	2261.1611	1985.832	-5894.1598	-3487.1599
	-4070.1174	2473.971	6106.1212	2371.2745	-3423.886	-5995.1163	-4496.2453
	-175.1156	3037.959	4718.827	1408.3286	-3957.2884	-4915.1083	-5566.920
	-3360.3450	2898.1578	6620.2219	249.1210	-4085.3117	-5808.2248	-5157.3294
	-4554.1591	2317.1265	6574.1955	850.1457	-4957.2708	-5674.1782	-5938.1068
L45	2554.1219	-526.995	-3695.903	909.1454	5829.1873	-3936.2213	-3759.1578
	1530.1281	-1255.1198	-4753.2736	-322.1046	6571.3356	-5063.1955	-4911.1830
	-3790.2025	-849.2485	4465.888	730.1271	-4906.860	-4466.1143	-681.3332
	-446.810	-928.3118	4614.810	701.1615	-5173.3030	-4417.2303	-125.2972
	-2543.746	-783.1050	4119.3390	-379.1120	-5208.3250	-4261.3101	129.1737
	-556.2192	-1125.2859	-4854.1567	543.2939	6728.3131	-4900.2255	-2266.1027
L46	-260.2624	-648.2111	4074.763	985.1208	-4530.2007	-4153.3080	-1278.915
	1362.1097	-503.1347	-3586.1562	-269.3258	6122.1956	-3744.3162	-8038.1158
	-589.3399	-807.1920	-4252.2623	652.2548	6202.859	-4268.3040	-396.3343
	2166.760	-18.2036	-2333.3527	1032.2664	4643.3333	-2821.2978	7196.3329
	-611.748	685.1297	136.2604	-289.2595	443.3342	-451.1049	9160.2293
	-2473.2369	462.1024	459.2267	540.3166	-775.862	-801.2409	-5743.923
L47	1463.2506	575.3113	-141.2212	136.2390	1950.1263	-479.941	5896.3455
	-241.3095	735.2645	-96.2686	-645.2536	5825.1302	-41.3304	-459.1767
	-2584.3448	583.2930	369.876	114.1272	-780.2975	-678.1482	-5498.1703
	1324.2925	580.2839	29.741	134.1079	1465.1662	-471.1444	-4166.939
	-550.2063	755.2607	161.895	-657.2426	5581.2038	-207.1221	-9765.2865
	-2568.2731	594.1144	320.3553	43.2573	-1059.839	-487.1528	9329.1431
L48	2775.2701	-355.1458	-3350.1979	508.2422	5534.980	-3763.1021	-3115.902
	-2378.1298	-401.2223	3466.1116	-851.1085	-5312.3351	-4206.1596	2664.3392
	-3903.1695	-218.1244	3127.3030	406.1337	-3735.883	-3093.2125	-334.1846
	2960.2973	-375.1008	-3373.2776	279.2395	5809.1924	-3342.1024	5119.2235
	1521.771	-425.2602	-3382.1997	-793.3105	6292.3058	-3590.1152	4119.3337
	-385.2936	-1111.1584	-4601.3445	-74.1595	6755.3063	-4632.2926	-374.1874

Πίνακας Β: Ενδείξεις κωδικοποιητών από τις μετρήσεις σημείων

	enc 1	enc 2	enc 3	enc 4	enc 5	enc 6	enc 7
w1	8001.1332	-2404.2339	-3232.2376	-3374.1065	7926.1962	-6365.2949	-5034.2065
	7327.2488	-1450.1729	-2465.3325	-3253.3125	8195.3115	-5130.1056	-5921.3171
	6574.830	-726.1663	-1686.1083	-3131.1443	8680.3362	-4016.3022	-6794.955
	5754.1149	-280.3195	-941.3029	-3021.2401	9340.3025	-3210.1023	-7817.2645
	4838.1239	-73.3256	-186.784	-2946.1407	-9751.1075	-2750.1738	-9146.1292
	3625.1716	-148.3282	869.1015	-2893.2604	-8033.2729	-2722.1210	8454.828
	2653.720	-567.1004	1687.2428	-3000.3215	-7254.1062	-3498.2058	7170.1037
	1960.3540	-1139.1097	2371.2798	-3109.3111	-6794.1474	-4435.1654	6428.3251
	1555.3322	-1638.1090	2835.3534	-3184.2112	-6561.3261	-5186.1158	6017.2049
	1229.1909	-2156.3295	3231.3431	-3272.3104	-6473.2167	-5917.2116	5615.3294
	1234.2083	-2156.2582	3230.963	-3274.1591	-6477.3303	-5924.2692	5598.780
	1989.1012	-1174.968	2390.1858	-3138.1283	-6816.2805	-4577.2909	6432.2535
	2958.803	-411.978	1403.3383	-2991.1200	-7580.2366	-3269.2396	7618.1645
	3799.2973	-102.1581	662.966	-2895.1042	-8464.2496	-2625.2509	8962.1999
	4480.3373	-27.1136	43.3417	-2873.3144	-9573.3269	-2484.2777	-9594.1601
	5556.3192	-179.1708	-865.3120	-2904.3064	9077.879	-2856.2880	-7339.1532
	6633.1098	-748.3266	-1878.1988	-3019.1232	8141.1087	-3952.2885	-5919.1704
	7291.3138	-1464.3183	-2638.2035	-3131.1082	7723.2818	-5142.2003	-5341.2510
	7694.701	-2052.2670	-3126.792	-3212.2264	7574.1740	-5971.1282	-4992.2918
	7904.3278	-2460.3125	-3423.736	-3281.3224	7557.1687	-6533.2375	-4863.1772
w2	-6171.1357	-2507.1166	-6601.2990	-402.1343	7997.1515	-6536.2242	-3928.2918
	-5945.2161	-1404.2575	-4723.720	-96.2295	6847.2194	-4943.1085	-4670.1016
	-6382.1767	-317.2730	-2856.2363	145.1001	5659.3289	-2975.1376	-4736.2507
	-7202.1893	278.1181	-1087.808	217.1257	3757.842	-1347.1092	-3746.950
	-7844.2969	408.2631	-67.893	143.3261	783.2302	-807.989	-1300.3400
	-8823.1069	186.1085	1586.1721	269.1018	-3117.3362	-1883.2008	403.2959
	-9624.3321	-586.1468	3503.2517	136.3223	-4712.3108	-3692.2359	481.895
	-9897.3546	-1448.2934	4923.2925	-68.3130	-5598.926	-5127.1578	231.3363
	-9852.2774	-2045.3280	5878.793	-240.2613	-6225.3138	-6014.1021	-79.838
	-9727.754	-2374.2016	6469.890	-347.1035	-6632.2849	-6481.2965	-366.933
	-9728.2812	-2379.1273	6477.1331	-350.1001	-6635.1710	-6480.2361	-380.3271
	-9908.3290	-1339.1763	4730.1863	-92.2727	-5563.976	-4907.1458	307.3271
	-9390.1788	-217.2626	2758.906	142.2005	-4365.3139	-2874.1039	514.1339
	-8630.865	293.1336	1145.1938	204.2609	-2659.1324	-1368.3083	-200.2190
	-8050.737	412.2797	196.3409	117.1036	120.2461	-749.2391	-960.3137
	-7104.3490	220.2427	-1363.1009	232.3186	4400.3362	-1706.1119	-4179.1133
	-6328.3317	-443.1330	-3122.1123	130.1612	5881.1195	-3365.2655	-4603.978
	-5986.1807	-1298.1780	-4567.868	-63.1234	6772.2412	-4851.1412	-4421.2591
	-5983.2033	-1958.1579	-5608.2925	-230.1101	7398.1239	-5828.2896	-4071.950
	-6086.1031	-2321.2822	-6239.709	-342.1633	7792.2345	-6316.3149	-3807.1363
w3	-1552.3134	-2264.3044	-7251.783	632.2612	8299.3421	-6355.1939	-3600.2629
	-1235.908	-1436.2330	-5300.2939	950.1347	6854.899	-5046.1351	-4260.3173

	-1478.2022	-547.1777	-3282.1493	1182.1338	5297.1371	-3373.2928	-4249.2699
	-2102.2016	-12.3210	-1396.3336	1287.2329	3104.3142	-2082.1242	-3236.3284
	-2730.1193	132.3146	22.1396	1268.2835	427.3411	-1680.2269	-1410.887
	-3633.2452	-167.2035	2219.3448	1283.3157	-3101.2814	-2717.2119	-193.3160
	-4189.3451	-942.1937	4352.2631	1057.1126	-5021.3305	-4361.3214	-214.841
	-4276.3420	-1500.3034	5522.1578	864.3271	-5879.2113	-5258.1185	-515.905
	-4180.2450	-1949.2396	6494.1616	702.1509	-6571.1687	-5924.2597	-907.1191
	-4016.3451	-2230.1116	7188.3334	585.1835	-7092.2950	-6324.2594	-1249.3228
	-4019.769	-2230.1822	7184.2378	584.3268	-7088.3405	-6320.2135	-1237.3307
	-4300.2826	-1271.1262	5026.1734	897.989	-5549.3248	-4821.2724	-471.1110
	-3876.3104	-329.3140	2806.1318	1169.1038	-3758.1859	-2998.1656	-523.1994
	-3318.751	50.1447	1222.2031	1236.3271	-1606.969	-1894.1004	-1426.1960
	-2896.2652	153.1354	247.3462	1176.2353	533.885	-1500.2513	-1787.1407
	-2071.1452	-35.1036	-1601.3529	1226.2024	3890.1418	-2254.1031	-3700.3305
	-1477.3547	-603.1007	-3445.2400	1113.1520	5691.3354	-3629.3059	-4172.2333
	-1250.890	-1367.1121	-5129.3512	899.3092	6931.3156	-5002.1169	-4015.938
	-1337.2160	-1954.1366	-6375.1813	687.2788	7809.2021	-5869.3077	-3597.3375
	-1509.2796	-2275.1616	-7163.773	548.3122	8348.2903	-6285.3275	-3221.2964
w4	8445.738	-2747.940	-3024.3423	-3079.1295	8612.2451	-6332.3240	-4296.3366
	7663.3550	-1787.1712	-2405.3490	-2944.3239	8612.2746	-5155.1389	-5404.3020
	6760.3493	-1015.1260	-1663.1933	-2814.1051	8944.3330	-4078.2086	-6587.950
	5758.932	-527.1132	-856.3555	-2709.2197	9606.851	-3296.2669	-8000.3221
	4770.1921	-348.2821	-85.3485	-2663.1027	-9513.2477	-2977.3215	-9565.2949
	3910.2030	-407.999	583.2986	-2679.2090	-8705.3429	-3088.2426	9037.2009
	2758.1782	-819.1211	1502.741	-2777.2545	-7828.3350	-3786.1200	7334.933
	1891.3584	-1439.1246	2214.891	-2892.2575	-7417.2149	-4699.1081	6189.1531
	1310.1233	-2037.3041	2693.1531	-2984.3076	-7289.3407	-5488.3269	5422.1648
	869.940	-2594.1738	3046.1334	-3062.1800	-7301.2626	-6168.2288	4792.3263
	869.1287	-2594.1269	3046.1741	-3062.1761	-7301.2728	-6168.2792	4792.3439
	1613.750	-1706.1883	2444.3388	-2934.1011	-7338.903	-5060.2895	5827.2609
	2536.3078	-949.2144	1683.2866	-2804.2499	-7701.3245	-3989.3152	7033.1381
	3463.2844	-518.1525	935.3474	-2709.3234	-8325.3244	-3287.1205	8345.1278
	4258.707	-359.1336	312.2144	-2666.1202	-9024.3259	-2999.1334	9595.2548
	5120.2945	-380.3248	-356.3105	-2671.1966	-9842.854	-3035.1849	-8996.2989
	6147.2615	-676.2385	-1166.737	-2744.3130	9316.3432	-3545.2904	-7430.1097
	7134.1400	-1292.3121	-1970.1666	-2864.3240	8773.857	-4480.3175	-6095.995
	7875.3336	-2020.2616	-2576.3331	-2979.1235	8580.3211	-5453.2923	-5121.2826
	8268.2423	-2506.963	-2889.3217	-3047.1248	8580.3424	-6051.1059	-4566.1304
w5	1440.2694	-2691.1511	-6519.1011	-292.3160	8422.1041	-6263.1941	-2112.3165
	1669.1803	-1670.969	-4748.3511	4.2363	7277.2103	-4826.1675	-2992.3345
	1223.2282	-585.2680	-2876.3170	270.1841	6137.871	-2911.1033	-3434.1337
	464.3511	-14.1760	-1214.1927	371.2682	4772.3132	-1313.3222	-3159.948
	-245.3455	146.987	-52.3268	243.2981	1509.1140	-416.3129	-671.1879
	-985.3326	46.1547	1014.1745	358.1493	-3034.1811	-1039.2097	3090.1764

	-1847.1487	-516.3280	2834.826	283.3267	-4758.1778	-2756.3294	3643.3486
	-2279.847	-1312.2958	4287.3517	93.1706	-5653.3339	-4254.1626	3393.840
	-2349.3514	-2014.1125	5401.1309	-90.1583	-6339.858	-5332.2935	2977.779
	-2201.3470	-2543.1285	6327.3141	-246.1511	-6940.3336	-6065.2656	2504.2886
	-2201.2445	-2542.2084	6324.2620	-245.2367	-6939.848	-6064.2252	2506.833
	-2324.3537	-1508.3112	4600.3462	44.3249	-5841.2317	-4571.1173	3295.3489
	-1889.2661	-566.1232	2942.873	272.2734	-4828.3256	-2866.1136	3638.875
	-1177.2802	-26.1173	1378.2083	368.3267	-3538.859	-1361.2962	3370.1310
	-483.1210	143.2998	218.1080	249.1123	-495.2090	-437.3129	1092.2189
	206.994	73.968	-734.902	351.2571	4043.3361	-897.3231	-2727.1681
	882.2077	-254.1423	-2070.1326	342.1699	5580.3427	-2110.996	-3426.1660
	1467.3385	-971.1164	-3611.2105	179.2589	6590.1134	-3668.3103	-3327.1665
	1678.725	-1907.1831	-5122.703	-58.1066	7509.881	-5180.3194	-2840.2788
	1570.1270	-2444.2977	-6032.2436	-213.3243	8097.1251	-5935.2087	-2391.1093
w6	-1984.3526	-2660.2604	-3467.1649	-2791.1355	8362.1256	-6214.2036	-4293.2791
	-2607.1921	-1660.3299	-2739.1467	-2641.3233	8291.3192	-4951.1692	-5284.2248
	-3455.879	-804.3252	-1872.2838	-2487.2045	8581.1591	-3694.1993	-6415.1395
	-4376.2961	-296.2934	-1005.3036	-2364.2984	9251.3318	-2790.1979	-7773.2467
	-5327.1188	-92.2564	-168.3424	-2296.3225	-9683.841	-2353.3045	-9490.1109
	-6406.703	-180.3221	764.2264	-2328.3195	-8354.2018	-2547.1037	8448.2804
	-7566.2014	-702.1337	1835.3003	-2467.1085	-7375.1736	-3518.1174	6636.2819
	-8422.809	-1498.1133	2702.1032	-2616.2592	-7029.3422	-4720.3267	5493.1856
	-8932.2459	-2225.3303	3275.2134	-2729.3150	-7003.892	-5678.2045	4752.2363
	-9217.3338	-2755.1474	3636.3415	-2807.1231	-7098.2030	-6318.1204	4237.912
	-9215.763	-2751.1468	3633.821	-2806.1099	-7096.2777	-6314.1532	4241.784
	-8661.2167	-1810.1015	2963.3531	-2666.1775	-6993.2786	-5145.3049	5161.1209
	-7703.1513	-802.1575	1969.819	-2488.2986	-7298.1851	-3683.1022	6448.3118
	-6672.3559	-256.2995	1002.790	-2353.3179	-8077.3433	-2704.3218	7989.2075
	-5723.727	-85.2281	171.2671	-2294.1210	-9178.1904	-2337.2266	9737.1794
	-4934.1895	-142.985	-509.3429	-2315.1208	9838.1704	-2468.2593	-8744.2353
	-3994.1486	-464.2647	-1357.3477	-2410.1682	8928.3237	-3109.2781	-7178.1881
	-3054.772	-1152.3048	-2271.789	-2555.1012	8404.3374	-4231.1879	-5883.934
	-2340.3525	-2039.1703	-3036.3157	-2699.1764	8278.1920	-5450.1193	-4898.1697
	-1991.1890	-2646.1296	-3458.868	-2789.2916	8359.2671	-6197.2572	-4307.940
w7	2162.2085	505.986	136.3325	-372.3136	-1672.3067	-181.3313	-58.1685
	2193.1588	512.2596	184.2510	-448.2214	782.1612	-56.2127	-81.3393
	2292.2831	508.3185	176.2898	-386.1361	3226.906	-79.1340	-54.909
	2441.2150	490.1498	26.1983	-246.1725	6307.2225	-148.3032	-97.3403
	2353.742	471.2527	118.2127	-106.1885	8475.2273	36.2216	413.984
	2408.3539	469.1049	-57.2588	-86.997	-9435.1191	-24.3009	206.1383
	2474.1349	460.2715	-260.3445	-77.3154	-7379.860	108.2509	245.1282
	2425.728	484.2642	-252.2605	-228.3062	-5136.3108	6.976	-19.921
	2351.2837	499.2690	-168.3536	-339.1020	-3350.1944	17.945	-11.1178
	2368.3274	511.2280	-112.3553	-438.1215	-1261.3292	7.2945	41.1272

	2363.3036	511.2457	-108.2481	-439.1300	-1261.3034	10.1206	42.840
	2356.2150	501.1303	-152.2594	-341.3191	-3199.975	-42.964	-88.3220
	2465.736	480.3287	-264.2352	-190.1168	-5976.3335	-44.2754	-104.2225
	2465.1919	470.985	-183.838	-106.1009	-8177.2790	-38.990	-188.2220
	2404.3188	471.2758	7.3353	-99.1641	9400.2347	-24.2187	-167.842
	2384.3116	484.2943	124.2878	-207.1003	6765.1908	-25.3352	-41.3428
	2402.1551	501.1359	82.2116	-340.3245	4281.1700	-82.1017	-48.2980
	2382.1920	509.976	24.2157	-387.1219	2188.3206	-177.3321	-33.2167
	2247.3535	512.2567	103.3513	-413.2636	253.867	-147.969	-99.1312
	2196.3260	506.1350	120.2815	-353.2918	-1544.3198	-257.2908	-82.1473
w8	81.1613	-434.2152	1117.1605	1832.2531	-1869.3250	-5146.1098	87.2832
	-11.1502	28.3115	824.2926	998.983	-1734.1425	-3608.2865	92.2479
	-86.843	437.1014	325.780	39.2547	-1488.3146	-1301.2416	-21.2222
	-160.2299	403.2945	-149.3405	-793.2913	-1133.2377	1598.1492	-344.3351
	-156.2571	41.1093	-425.3320	-997.3058	-1135.1374	3510.1413	-425.3342
	203.3433	-362.2063	-1652.2711	1429.1614	3900.3239	-5021.2405	-52.3389
	393.1932	101.1099	-1274.864	628.2212	3777.973	-3283.1605	-198.1544
	563.3329	384.3076	-890.1471	-47.2115	4208.2619	-1445.3088	-481.3425
	539.3371	317.1302	82.1991	-476.3164	4154.1750	1600.2388	22.1337
	564.3557	-4.2814	429.1196	-458.1487	4137.1855	3199.3412	75.3253
	-235.1937	102.1213	-599.1779	-671.1316	7721.873	-4069.2924	-226.1307
	-208.3540	417.1138	-198.1304	-579.1133	7815.2240	-2265.3096	-216.2918
	-269.2949	455.2345	464.3499	-79.2084	8291.3427	2.1987	-396.3407
	8.3315	79.2895	764.2750	886.1189	8200.2771	2423.3398	-397.3388
	175.2386	-371.1404	937.1039	1692.2142	8082.899	3964.2777	-644.2953
	-52.3564	-43.1835	1162.1366	-684.3090	-6574.931	-4700.3021	-316.2646
	-311.1963	325.1272	1016.3518	-705.2979	-6755.988	-2938.1767	-441.2960
	-214.761	488.2160	310.734	-260.3119	-6465.3346	-592.3353	-847.964
	18.1009	-28.3288	-976.3248	942.1429	-6331.890	2925.1876	-239.1656
	-86.739	-481.3061	-1291.1255	1691.2281	-6197.2133	4393.917	185.1061
w9	-92.2455	497.1367	113.2103	-285.2713	-1522.1384	-328.3140	-140.3300
	-86.1394	498.1022	103.3528	-291.1974	-1486.897	-311.1513	2580.2981
	-90.1018	498.1276	104.2630	-297.2614	-1488.2788	-292.3323	4619.2377
	-83.1220	498.1466	96.2476	-298.1882	-1499.2026	-289.2309	7020.3298
	-78.799	498.1427	91.3168	-297.2479	-1500.3057	-287.2150	9764.2232
	-66.1331	498.1937	75.3028	-299.1163	-1518.1371	-279.1694	-8096.2929
	-63.1341	499.2233	69.727	-301.3260	-1532.2420	-272.2657	-6205.3222
	-48.2823	499.2762	55.3517	-300.2621	-1450.846	-279.1027	-4520.2386
	-39.1353	499.3031	46.750	-300.2992	-1445.2326	-279.1426	-2802.1111
	-43.877	499.3134	49.1726	-302.1852	-1452.2862	-276.3206	-163.1071
	-38.1891	499.3111	45.1276	-299.1861	-1443.1557	-284.3233	-163.862
	-47.1552	499.2859	55.2480	-300.2422	-1451.1292	-280.3112	-3082.1904
	-48.2649	499.2766	55.3464	-300.3117	-1453.3158	-277.3055	-6161.3302
	-33.3174	499.2845	40.3297	-299.1099	-1489.2656	-281.2707	-8614.1086

	-38.1697	499.3005	44.2992	-301.3263	-1498.1044	-277.3291	9575.2715
	-40.2400	499.3048	46.2026	-300.3185	-1505.3244	-279.1213	7845.948
	-36.2492	499.3123	42.1518	-300.2422	-1513.2605	-282.968	5795.3067
	-35.1561	499.3138	41.729	-299.1943	-1515.1413	-283.1593	4200.2127
	-27.2141	499.3142	33.806	-298.1057	-1511.1910	-286.1113	2279.3344
	-30.1750	499.3105	34.1981	-299.1197	-1516.2340	-282.967	-19.2098
w10	1773.1312	-1248.2846	-4455.708	-182.1037	-3253.3157	4583.2560	5642.1853
	1444.2620	-452.3048	-3148.2911	-42.1087	-3983.1093	3223.2403	5414.1396
	1056.2183	-10.982	-2196.2199	49.1929	-4625.2357	2229.1626	5526.1648
	616.3262	262.1056	-1284.3248	138.1385	-5596.3300	1364.2193	6096.2522
	125.796	364.3258	-220.3554	332.3194	-8551.1702	833.1308	9048.3287
	-550.1084	236.2412	1439.2552	128.3239	6460.3425	1673.1226	-6282.917
	-1101.3518	-123.964	2546.1291	29.1062	5575.3002	2693.1586	-6020.3327
	-1401.2613	-484.3089	3291.2800	-49.2600	5112.3404	3453.1427	-6067.915
	-1606.1189	-896.2973	3995.3448	-107.1038	4746.1724	4190.1933	-6192.3238
	-1704.3037	-1152.3069	4402.2051	-158.1365	4532.2423	4564.2866	-6331.1952
	-1696.2706	-1006.959	4178.1497	-153.2370	4664.2497	4256.2993	-6292.2543
	-1363.1187	-272.2655	2914.1337	-69.3219	5348.3336	2780.2943	-6253.2929
	-811.1058	181.1143	1753.1067	46.1301	6199.2973	1664.2452	-6471.1473
	-454.1600	323.2733	1091.2587	134.1896	7099.2832	1138.1561	-7062.1810
	36.3555	377.1217	-57.2807	304.2797	-8933.3254	747.3257	9225.955
	660.2993	235.3274	-1414.1031	95.3172	-5250.1946	1520.3223	5954.816
	1177.964	-136.2237	-2499.1189	5.1176	-4335.1786	2582.1220	5632.3128
	1488.2290	-549.3229	-3319.960	-64.2647	-3851.1929	3449.2126	5645.961
	1628.3293	-839.2146	-3812.2515	-103.1011	-3595.1322	3974.897	5759.2987
	1741.719	-1132.3263	-4278.1950	-156.2895	-3356.3331	4413.1702	5906.1357

Πίνακας Γ: Δεδομένα διαδικασίας επαλήθευσης

	X	Y	Z	X'	Y'	Z''	Length		
1st Length	-308.461	-300.236	8.890	402.743	-300.226	8.887	711.204	Max Length	711.218
	-308.455	-300.228	8.899	402.747	-300.233	8.883	711.201	Min Length	711.199
	-308.453	-300.225	8.891	402.745	-300.234	8.885	711.199	Aveg. Length	711.20835
	-308.458	-300.226	8.899	402.742	-300.240	8.892	711.200	Range/2	0.0096018
	-308.453	-300.236	8.889	402.765	-300.229	8.889	711.218		
	-308.456	-300.234	8.894	402.748	-300.231	8.891	711.204		
2nd Length	-105.782	417.248	8.894	-461.382	-198.674	8.894	711.204	Max Length	711.225
	-105.784	417.253	8.885	-461.382	-198.660	8.904	711.195	Min Length	711.195
	-105.780	417.241	8.888	-461.390	-198.699	8.886	711.225	Aveg. Length	711.20999
	-105.772	417.253	8.885	-461.376	-198.673	8.892	711.209	Range/2	0.0147323
	-105.772	417.250	8.897	-461.388	-198.676	8.888	711.215		
	-105.780	417.249	8.891	-461.391	-198.682	8.897	711.218		
3rd Length	414.238	-117.014	8.894	58.634	498.906	8.891	711.204	Max Length	711.222
	414.232	-117.019	8.887	58.624	498.919	8.888	711.222	Min Length	711.202
	414.239	-117.011	8.902	58.628	498.911	8.884	711.210	Aveg. Length	711.21196
	414.229	-117.018	8.901	58.628	498.909	8.889	711.209	Range/2	0.0098224
	414.243	-117.021	8.891	58.644	498.899	8.891	711.202		
	414.243	-117.022	8.902	58.632	498.912	8.889	711.220		
4th Length	288.026	-38.941	113.284	790.934	463.963	113.287	711.216	Max Length	711.216
	288.020	-38.953	113.267	790.920	463.939	113.265	711.203	Min Length	711.203
	288.026	-38.948	113.293	790.928	463.957	113.294	711.214	Aveg. Length	711.20962
	288.018	-38.949	113.277	790.927	463.948	113.277	711.212	Range/2	0.0064597
	288.042	-38.932	113.277	790.947	463.973	113.283	711.215		
	288.038	-38.954	113.285	790.927	463.951	113.287	711.204		
5th Length	-451.076	3.501	-303.000	-936.854	133.669	199.901	711.220	Max Length	711.220
	-451.077	3.499	-303.007	-936.832	133.656	199.887	711.197	Min Length	711.197
	-451.060	3.503	-303.003	-936.825	133.670	199.891	711.205	Aveg. Length	711.20826
	-451.074	3.512	-303.001	-936.833	133.684	199.901	711.208	Range/2	0.0112914

	-451.065	3.495	-302.997	-936.830	133.664	199.902	711.210		
	-451.065	3.514	-303.005	-936.826	133.671	199.902	711.210		
6th Lentgh	414.238	-117.014	8.894	58.634	498.906	8.891	711.204	Max Length	711.222
	414.232	-117.019	8.887	58.624	498.919	8.888	711.222	Min Length	711.202
	414.239	-117.011	8.902	58.628	498.911	8.884	711.210	Aveg. Length	711.21196
	414.229	-117.018	8.901	58.628	498.909	8.889	711.209	Range/2	0.0098224
	414.243	-117.021	8.891	58.644	498.899	8.891	711.202		
	414.243	-117.022	8.902	58.632	498.912	8.889	711.220		
7th Length	-318.547	416.634	15.593	-318.548	416.629	726.806	711.213	Max Length	711.223
	-318.550	416.636	15.594	-318.548	416.619	726.817	711.223	Min Length	711.200
	-318.544	416.639	15.600	-318.554	416.636	726.821	711.221	Aveg. Length	711.21129
	-318.555	416.626	15.596	-318.543	416.627	726.796	711.200	Range/2	0.0117144
	-318.547	416.628	15.591	-318.552	416.631	726.800	711.209		
	-318.557	416.639	15.597	-318.538	416.634	726.805	711.208		

Πίνακας Δ: Σημειοληψία γεωμετριών μελέτης περίπτωσης #1

	X	Y	Z
A	19.3152	3.5478	4.4297
	18.4025	3.5814	3.8185
	15.482	12.0404	4.3849
	15.3964	10.6823	3.7942
	1.035	19.5663	4.3268
	1.0287	19.244	4.1088
	-15.4412	11.9585	4.2118
	-14.5338	12.4471	3.9589
	-19.1239	4.5862	4.2828
	-18.9066	5.3181	4.2695
	-14.3538	12.667	3.9783
	10.0211	16.1678	3.9426
B	19.9546	49.6354	-0.8084
	18.9144	50.9576	-0.9974
	17.5584	52.2161	-0.8087
	17.4483	52.3076	-0.6277
	16.7667	52.7889	-0.27
	16.3005	53.0903	-0.2894
	17.8662	51.9588	-0.3984
	18.5713	51.2932	-0.2599
	19.1579	50.6381	-0.0139
	18.5082	51.3741	-0.5765
	19.7437	49.9564	-1.0867
	18.6122	51.273	-0.9975
	17.6003	52.1833	-0.8649
	17.3267	52.4087	-1.073
	16.3862	53.0363	-0.5847
C	15.7957	53.3847	-0.893
	14.1846	9.0353	0.5533
	5.121	15.9675	-0.2849
	-5.6333	15.8433	-0.606
	-14.5745	8.334	-0.6695
	-10.3523	13.2642	-0.1554
D	2.3476	16.6551	-0.9093
	-11.0325	45.9412	-10.6088
	-7.9589	44.6094	-10.7151
	-7.8607	42.1857	-10.5778
	-10.5104	40.9508	-9.9727
F	-12.0647	41.7696	-10.1124
	-19.7932	3.2435	-6.6938
	-18.8224	1.8766	-5.979
	17.9926	7.8428	-6.4946

	15.8697	9.0199	-5.6982
	15.1977	12.0468	-6.4427
	15.5163	11.4719	-6.4063
G	-20.6678	16.5957	-15.7847
	-17.1087	36.3114	-15.9751
	0.5318	38.9221	-15.8371
	10.4834	22.2217	-15.4981
	19.9814	13.1	-15.6328
H	-18.0662	33.6316	2.9208
	-2.75	32.4103	3.0602
	12.7809	31.3337	2.9463
	-0.2729	37.8924	3.0094
	-0.396	46.3912	2.9844
	-1.7535	38.4535	2.9982
	-17.6974	37.8382	2.9529
	16.1899	35.3575	2.9329
	0.1069	42.989	2.9473
I	-24.2977	4.9065	8.3529
	-1.3435	25.1507	8.1578
	22.978	10.1201	8.3361
	22.1192	20.4233	8.1308
	24.607	4.636	8.424
	-22.3278	15.151	8.1586
	-24.0614	4.7797	8.3579
	1.8605	25.3794	8.1227
	24.7756	4.3399	8.424
K	-22.8607	39.1753	-2.69
	-23.2947	36.9644	-8.0826
	-28.2333	11.9708	-6.3548
	-28.1232	14.3325	4.7849
	-26.0859	23.9614	-1.1398
	-24.243	32.2637	-4.5191

Πίνακας Ε: Σημειοληψία μελέτης περίπτωσης #2

	X	Y	Z
Κύλινδρος	-2,0089	6,3038	2,3303
	-2,8074	5,601	8,9
	-2,595	5,5799	11,0558
	-6,6646	-0,0694	1,9612
	-6,2795	-1,2979	6,8083
	-6,0449	0,3555	13,5308
	6,3648	1,9151	1,5634
	6,2113	0,9663	8,5837
	5,6694	1,7562	15,5448
	2,3608	-6,1977	1,9682
	2,062	-5,9173	9,0167
	1,8824	-5,8618	11,0259
	6,4996	1,0478	3,9669
	6,2753	1,3349	7,2165
	5,9466	-0,0592	15,2452
Κώνος	16,8992	-10,7995	10,4532
	0,1101	-19,9242	26,3946
	-8,2544	-19,5075	20,4806
	1,7155	-20,2114	10,9296
	15,8333	11,2099	25,5652
	18,8077	4,7025	27,6755
	9,9205	18,6159	10,0626
	-18,7652	-10,7526	3,6956
	-21,8258	-0,7027	6,1746
	-21,7901	-0,7117	10,6847
	-21,2401	5,0315	7,2675
	-21,3395	-4,1884	3,8924
Επίπεδο 1	13,2945	2,3964	-2,9451
	2,4674	-14,8216	-2,9465
	-12,7987	-0,0526	-2,9978
	0,2504	11,623	-2,9945
	11,1995	5,9938	-2,9578
	-11,3291	-9,5699	-2,9932
Επίπεδο 2	-14,8133	-3,4143	36,0934
	3,4893	-12,5403	36,567
	12,3703	-2,0307	36,8502
	-8,5088	8,6585	36,2719
	-11,8879	-6,12	36,3132
Περίμετρος	17,9871	13,1213	2,4985
	35,8249	12,7074	7,3988
	52,8881	8,6269	12,4309
	70,9836	-4,4464	19,9308

	82,1948	-23,493	24,7212
	84,7368	-50,6804	30,3997
	74,0273	-68,9192	34,6068
	57,051	-75,7508	37,4059
	40,2382	-71,6159	38,5529
	26,0417	-56,7598	38,6783
	18,3008	-42,4962	38,3395
	11,2149	-26,3578	36,9115
	7,7524	-19,3051	35,8718
	6,4134	-18,8218	34,6811
Επιφάνεια 1	10,4924	-21,292	25,3263
	7,7607	-19,0383	26,4743
	12,4193	-16,3621	19,3338
	18,4035	-12,8987	14,0979
	22,0152	-7,1217	9,2123
	21,8973	-1,1926	5,1916
	23,6907	2,6038	3,3227
	33,9398	2,5699	6,2229
	46,122	1,3281	9,9626
	58,8428	-3,35	13,1939
	66,7826	-11,6714	15,9765
	73,5148	-22,3519	19,2251
	77,3809	-35,3651	22,1285
	78,4403	-45,6607	24,6149
	75,1909	-55,2472	26,6832
	70,0546	-62,8164	28,5502
	62,1873	-69,2741	30,7596
	51,6784	-71,6072	32,597
	38,0258	-62,6646	32,0455
	29,7054	-53,6366	31,7983
	24,0095	-43,8086	30,3599
	19,7016	-35,0554	28,2921
	17,4087	-28,6369	25,465
	15,8867	-24,4427	23,4765
	48,3246	-65,1086	30,4062
	58,5689	-58,4784	27,0549
	70,4405	-47,8366	24,3748
	33,1851	-48,2896	28,2142
	42,505	-42,0991	24,0128
	53,9526	-32,6084	20,4268
	64,2421	-25,8068	18,999
	67,2804	-21,9544	18,3267
	21,2155	-29,1007	23,6474
	32,5742	-27,6579	19,4939

	40,6832	-17,3494	15,2231
	47,878	-8,6533	12,9608
	51,3088	-3,5098	12,2067
	16,4645	-19,7688	19,7997
	22,3632	-16,1719	14,7607
	30,1798	-12,2119	12,1453
	34,2732	-5,9355	9,8095
	36,7112	-1,1458	8,526
Επιφάνεια 2	16,3217	-21,8849	36,9672
	21,6107	-28,8139	38,0366
	26,4297	-38,7782	39,7055
	29,3762	-48,9708	40,9574
	37,0184	-58,6074	41,1697
	45,6936	-65,7947	41,0558
	55,2311	-69,0853	40,7046
	67,2993	-64,4987	38,4021
	75,2117	-56,4181	36,2943
	79,3399	-49,7707	34,4357
	78,9082	-42,4294	33,1253
	78,567	-32,2788	30,7518
	74,8103	-21,6047	28,2313
	66,6461	-12,0472	26,0594
	58,3572	-4,1415	23,6374
	50,2297	0,7638	21,5476
	40,9503	3,6579	19,3696
	29,7815	7,066	14,9485
	22,4544	6,3565	13,3052
	23,3627	1,429	16,9199
	23,9507	-4,0672	21,0613
	22,0079	-10,4203	26,4291
	21,2428	-13,4997	29,0079
	19,1488	-17,8947	33,4547
	16,7932	-18,8282	35,657
	41,4645	-57,9647	40,3246
	51,3919	-54,8385	38,7344
	64,7699	-53,3036	37,0005
	73,2201	-45,8032	34,5609
	68,1357	-27,4508	30,4242
	53,873	-30,7173	33,2007
	43,1526	-35,9972	35,7137
	32,4776	-37,7401	37,4993
	27,6238	-28,096	35,7648
	37,8297	-21,6735	30,9765
	45,0607	-15,8697	28,0452

50,0547	-10,5604	26,1579
53,2999	-4,5697	23,9573
38,9752	-3,2762	22,6534
33,173	-11,9434	26,2919
28,9594	-16,5918	29,1249
23,1133	-19,5914	32,6317
27,3719	-1,4983	19,7105
26,6643	-11,4979	26,4261
23,8793	-17,759	31,1298

