

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ



Διπλωματική Εργασία

**Παίγνια Stackelberg σε μοντέλο εφημεριδοπώλη με εφεδρικό
προμηθευτή**

Φοιτητής: **Τσαντζάλης Χρήστος**

Επιβλέπων: **Δρ. Παντελής Δημήτριος**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων

για την απόκτηση του

Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2025

Copyright © 2025 Τσαντζάλης Χρήστος

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Περιεχόμενα

Εξεταστική Επιτροπή.....	6
Ευχαριστίες	7
Περίληψη	8
Abstract	9
Κατάλογος Πινάκων	10
Κατάλογος Σχημάτων	10
1. Εισαγωγή	11
1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο	11
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	11
1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας	12
2. Βασικές Έννοιες	13
2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα.....	13
2.2 Το Πρόβλημα του Εφημεριδοπώλη	13
2.3 Αναξιόπιστοι Προμηθευτές.....	14
2.4 Εφεδρικοί Προμηθευτές.....	14
2.5 Παίγνια Stackelberg	15
3. Επέκταση του Προβλήματος του Εφημεριδοπώλη	16
3.1 Περιγραφή Προβλήματος	16
3.2 Πίνακας Παραμέτρων του Προβλήματος	17
3.3 Κεντρικοποιημένο Μοντέλο (Centralized Problem)	18
3.4 Αποκεντρωμένο Μοντέλο (Decentralized Problem)	20
3.4.1 Συνάρτηση κέρδους του προμηθευτή.....	20
3.4.2 Συνάρτηση κέρδους του αγοραστή	21

3.5	Αποκεντρωμένο σύστημα χωρίς την παρουσία εφεδρικού προμηθευτή.....	22
4.	Αριθμητικά αποτελέσματα	24
4.1	Υποθέσεις και Παραδοχές	24
4.2	Εφαρμογή στο Centralized Πρόβλημα	25
4.3	Εφαρμογή στο Decentralized Πρόβλημα	28
4.3.1	Μεταβολή κερδών αγοραστή και προμηθευτή με το w	30
4.3.2	Μεταβολή κερδών αγοραστή και προμηθευτή με το h_0	31
4.4	Εφαρμογή στο αποκεντρωμένο σύστημα χωρίς την παρουσία εφεδρικού προμηθευτή	32
4.5	Ανάλυση περιπτώσεων με λανθασμένη εκτίμηση της απόδοσης από τον αγοραστή.....	34
5.	Συμπεράσματα.....	36
	Βιβλιογραφία	37
	Παράρτημα.....	38

Εξεταστική Επιτροπή:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) : Δρ. Δημήτριος Παντελής

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής : Δρ. Κωνσταντίνος Αμπουντώλας

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής : Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Δημήτριο Παντελή, για την καθοδήγηση, την εμπιστοσύνη και την υπομονή που έδειξε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους καθηγητές κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο και κ. Κωνσταντίνο Αμπουντώλα για την αποδοχή της συμμετοχής τους στην τριμελή εξεταστική επιτροπή και για τη συμβολή τους στην αξιολόγηση της διπλωματικής μου.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στην οικογένειά μου και στα άτομα που στάθηκαν δίπλα μου και με στήριξαν τα χρόνια των σπουδών μου. Χάρη στην συνεχή ενθάρρυνση τους κατάφερα να φτάσω στο τέλος της ακαδημαϊκής μου πορείας.

Τσαντζάλης Χρήστος

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται μια επέκταση του γνωστού προβλήματος του «εφημεριδοπώλη», στο πλαίσιο ενός παιγνίου Stackelberg. Η επέκταση αυτή εισάγει τη χρήση δύο προμηθευτών: έναν που θεωρείται αναξιόπιστος και έναν που λειτουργεί ως εφεδρικός και αξιόπιστος. Η αναξιοπιστία του πρώτου προκύπτει από το γεγονός ότι η ποσότητα που παραδίδει δεν είναι σταθερή αλλά στοχαστική. Η αβεβαιότητα στην παραδοτέα ποσότητα εκφράζεται μέσω της απόδοσης του προμηθευτή με ένα ποσοστό, το οποίο είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή καθορισμένης κατανομής. Επίσης, σημαντικό χαρακτηριστικό αυτής της επέκτασης είναι ότι η ζήτηση των προϊόντων είναι αβέβαιη ακολουθώντας συγκεκριμένη κατανομή.

Στόχος της εργασίας είναι η μεγιστοποίηση των κερδών, λαμβάνοντας υπόψη τις κατανομές της ζήτησης και την απόδοση του προμηθευτή, καθώς και τα σταθερά δεδομένα του προβλήματος όπως τα κόστη και η τιμή πώλησης. Η επίτευξη του μέγιστου κέρδους βασίζεται στον καθορισμό της βέλτιστης στρατηγικής από τους παίκτες, και αυτή προκύπτει μέσω διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Λέξεις-κλειδιά: εφοδιαστική αλυσίδα, αγοραστής, προμηθευτής, εφεδρικός, απόδοση

Abstract

This thesis investigates an extension of the well-known "newsvendor problem." The extension introduces the use of two suppliers: one considered unreliable and another functioning as a backup and reliable supplier. The unreliability of the first supplier arises from the fact that the quantity delivered is not fixed but stochastic. This delivery uncertainty is expressed through the supplier's yield with a percentage, which is modeled as a continuous random variable with a specified probability distribution. Also, a key feature of this extension is that product demand is also uncertain, following a specific distribution, as in the original "newsvendor problem."

The objective of this study is to maximize profits by considering the demand distribution and the delivery rate distribution of the unreliable supplier, as well as fixed parameters of the problem such as costs and selling price. Achieving maximum profit relies on determining the optimal strategy by the players, which is obtained through an optimization process.

Key words: supply chain, buyer, supplier, back up, yield

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1. Βασικές Παράμετροι του Προβλήματος	17
Πίνακας 2.Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης του Centralized Προβλήματος.....	26
Πίνακας 3..Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης Decentralized Προβλήματος Αγοραστή.	29
Πίνακας 4.Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης Decentralized Προβλήματος Προμηθευτή	29
Πίνακας 5.Σύγκριση αποτελεσμάτων με και χωρίς εφεδρικό προμηθευτή	32
Πίνακας 6.Επίδραση λανθασμένης εκτίμησης της απόδοσης στον αγοραστή και στον προμηθευτή.....	34

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.Διάγραμμα συνολικού κέρδους - κόστος εφεδρικού προμηθευτή c_2	27
Σχήμα 2.Διάγραμμα βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας Q -κόστος εφεδρικού προμηθευτή c_2	28
Σχήμα 3. Διάγραμμα κερδών αγοραστή και προμηθευτή – χονδρική τιμή w	30
Σχήμα 4.Διάγραμμα κερδών αγοραστή και προμηθευτή – κόστος αποθήκευσης για τον αγοραστή h_0	31
Σχήμα 5.Διάγραμμα κερδών αγοραστή και προμηθευτή – χονδρική τιμή w χωρίς εφεδρικό προμηθευτή	33

1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται συνοπτικά το κίνητρο και υπόβαθρο για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Επίσης παρατίθεται μια σύντομη ανασκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας που αφορά τη μελέτη του γενικού προβλήματος του εφημεριδοπώλη, καθώς και η δομή της εργασίας.

1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο

Στη σημερινή εποχή, αρκετές επιχειρήσεις αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην εφοδιαστική τους αλυσίδα, εξαιτίας απρόβλεπτων γεγονότων όπως καθυστερήσεις, έλλειψη πρώτων υλών ή προβλήματα με τους προμηθευτές. Όταν ο προμηθευτής μιας εταιρείας δεν είναι αξιόπιστος, μπορεί να προκαλέσει προβλήματα στην παραγωγή και στην εξυπηρέτηση των πελατών.

Για αυτόν τον λόγο, πολλές εταιρείες στρέφονται στη χρήση εφεδρικών προμηθευτών, η οποίοι είναι αξιόπιστοι, για να μειώσουν τον κίνδυνο καθυστερήσεων ή ελλείψεων. Η μελέτη αυτού του μοντέλου είναι σημαντική γιατί με αυτόν τον τρόπο οι επιχειρήσεις παίρνουν καλύτερες αποφάσεις και λειτουργούν πιο αποτελεσματικά, ακόμα και σε δύσκολες συνθήκες.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη ξεκίνησε το 1888, όταν ο Edgeworth μελέτησε τραπεζικά προβλήματα με αβέβαιη ζήτηση. Όμως, το πρόβλημα έγινε ευρύτερα γνωστό τη δεκαετία του 1950, όταν οι Kimball και Morse το ονόμασαν "μοντέλο του εφημεριδοπώλη". Το 1951, οι Arrow, Harris και Marschak ανέπτυξαν περαιτέρω το μοντέλο χρησιμοποιώντας την επιστήμη των μαθηματικών για να περιγράψουν την αβεβαιότητα της ζήτησης. Από τότε πολλοί ερευνητές ανέπτυξαν παραλλαγές του προβλήματος. Για παράδειγμα, οι Parlar και Wang (1990) εξέτασαν την περίπτωση ύπαρξης δύο προμηθευτών, οι οποίοι έχουν διαφορετική αξιοπιστία. Το 2003, οι Dada, Petruzzi και Schwarz μελέτησαν μοντέλα με αναξιόπιστους προμηθευτές. Τέλος, το 2013, οι Guo et al μελέτησαν το πρόβλημα με έναν κύριο και έναν εφεδρικό προμηθευτή.

1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Το υπόλοιπο αυτής της διπλωματικής εργασίας χωρίζεται σε τέσσερις ενότητες που καταλαμβάνουν τα κεφάλαια 2 - 5, αντίστοιχα.

Συγκεκριμένα:

- Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται κάποιες βασικές έννοιες, οι οποίες είναι απαραίτητες για την ανάλυση του προβλήματος.
- Στο κεφάλαιο 3 μελετάται η επέκταση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη.
- Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που έχουν εξαχθεί και δίνονται συμπεράσματα που προέκυψαν από τη μελέτη του προβλήματος.
- Στο κεφάλαιο 5 παρατίθενται τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας.

2. Βασικές Έννοιες

Στόχος του κεφαλαίου είναι η σύντομη περιγραφή της επιστήμης της Επιχειρησιακής Έρευνας και η εισαγωγή στο πρόβλημα του εφημεριδοπώλη.

2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα

Η Επιχειρησιακή Έρευνα ασχολείται με τη μελέτη και επίλυση προβλημάτων όπως τον έλεγχο αποθεμάτων και την δρομολόγηση εμπορευμάτων σε μία επιχείρηση. Εφαρμόζεται σε πολλούς τομείς όπως βιομηχανία, μεταφορές, τηλεπικοινωνίες, οικονομικά, και στρατός.

Η ΕΕ βασίζεται σε επιστημονική μεθοδολογία. Πιο συγκεκριμένα συλλέγει δεδομένα και αναπτύσσει μαθηματικά μοντέλα για την καλύτερη κατανόηση και επίλυση προβλημάτων. Κύριος στόχος αποτελεί η εύρεση βέλτιστων αποφάσεων για την αποτελεσματικότερη λειτουργία του φορέα.

Τα ορθά αποτελέσματα της ΕΕ βασίζονται στη συνεργασία ειδικών από διάφορους κλάδους της επιστήμης, όπως τα μαθηματικά, η στατιστική, η μηχανολογία και απαιτούν δεξιότητες μοντελοποίησης και κριτική ικανότητα.

2.2 Το Πρόβλημα του Εφημεριδοπώλη

Ένα από τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της επιχειρησιακής έρευνας είναι το “πρόβλημα του εφημεριδοπώλη”. Το συγκεκριμένο μοντέλο αποτελεί ένα από τα πιο γνωστά συστήματα ελέγχου αποθεμάτων στην βιομηχανία και σχετίζεται με την εύρεση της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας, ώστε να επιτευχθεί το μέγιστο κέρδος.

Έστω μια εφοδιαστική αλυσίδα η οποία αποτελείται από τρεις συμμετέχοντες: τον προμηθευτή, τον αγοραστή (εφημεριδοπώλη) και τον πελάτη. Ο αγοραστής χρειάζεται να βρει μια βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας Q για να ικανοποιήσει την ζήτηση της αγοράς. Η ζήτηση x θεωρείται τυχαία, αλλά ακολουθεί συγκεκριμένη κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ και συνάρτηση αθροιστικής κατανομής $F(x)$. Διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

1. Αν $Q \geq x$, τότε $Q - x$ μονάδες προϊόντος απομένουν στο τέλος της περιόδου και κοστίζουν στον αγοραστή h_0 ανά μονάδα ως κόστος αποθήκευσης.

2. Αν $Q < x$, τότε $x - Q$ μονάδες προϊόντος θεωρούνται “χαμένες πωλήσεις” και κοστίζουν στον αγοραστή g ανά χαμένη μονάδα.

Η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στο πρόβλημα του εφημεριδοπώλη ορίζεται ως εξής: $Q^* = F^{-1}\left(\frac{p+g-c_2}{p+g+h_0}\right)$, όπου p είναι η τιμή λιανικής πώλησης ανά μονάδα και c_2 είναι το κόστος έκτακτης ανάγκης. Οι παράμετροι του προβλήματος προσδιορίζονται με μεγαλύτερη ακρίβεια στην ενότητα 3.2.

2.3 Αναξιόπιστοι Προμηθευτές

Οι αναξιόπιστοι προμηθευτές, ως χαρακτηριστικό της επέκτασης του εξεταζόμενου μοντέλου, εκτός του ότι φέρουν την έννοια της αβεβαιότητας στο μοντέλο, ενσωματώνουν και πιθανά σενάρια που μπορεί να εμφανιστούν σε πραγματικές συνθήκες εφαρμογής της Επιχειρησιακής Έρευνας κάνοντας το μοντέλο πιο ρεαλιστικό. Αυτός ο τύπος προμηθευτή αποτελεί μια συνηθισμένη επιλογή στην επέκταση του κλασικού προβλήματος του εφημεριδοπώλη και εμφανίζεται σε πολλές εφαρμογές. Στην πραγματική αγορά είναι σύνηθες φαινόμενο οι προμηθευτές να μην παραδίδουν τις πλήρεις ποσότητες προϊόντων που έχουν ζητηθεί. Αυτό μπορεί να οφείλεται είτε επειδή τα προϊόντα έχουν υποστεί ζημιές κατά τη μεταφορά, είτε επειδή δεν πληρούν τα προβλεπόμενα ποιοτικά πρότυπα, γεγονός που τα καθιστά ακατάλληλα για να συνεχίσουν την πορεία τους και να φτάσουν στον τελικό καταναλωτή.

2.4 Εφεδρικοί Προμηθευτές

Στην παρούσα εργασία, εξετάζεται η χρήση ενός εφεδρικού προμηθευτή ως στρατηγική αντιμετώπισης της αναξιοπιστίας του κύριου προμηθευτή. Σε αντίθεση με τις περισσότερες περιπτώσεις, στις οποίες ο εφεδρικός προμηθευτής καλείται να καλύψει το έλλειμμα της αρχικής παραγγελίας, στο παρόν μοντέλο η παραγγελία προς τον εφεδρικό επιλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιεί το κέρδος του πωλητή, με βάση τη ζήτηση που αναμένεται να αντιμετωπίσει σύμφωνα με το πρότυπο του εφημεριδοπώλη.

2.5 Παίγνια Stackelberg

Τα παίγνια Stackelberg ανήκουν στην κατηγορία των δυναμικών παιγνίων με διαδοχική λήψη αποφάσεων, όπου οι παίκτες δεν ενεργούν ταυτόχρονα αλλά ο ένας μετά τον άλλον. Το βασικό χαρακτηριστικό των συγκεκριμένων παιγνίων είναι η παρουσία ηγέτη (leader) και ακόλουθου (follower). Ο ηγέτης επιλέγει πρώτος την στρατηγική του και στην συνέχεια ο ακόλουθος αποφασίζει τι τον συμφέρει να κάνει.

Τα παίγνια Stackelberg βρίσκουν εφαρμογή και στην βιομηχανία. Ένα παράδειγμα αποτελεί η συνεργασία του αγοραστή με τον προμηθευτή στην εφοδιαστική αλυσίδα, όπου ο δεύτερος αποφασίζει την χονδρική τιμή πώλησης ανά μονάδα προϊόντος και ο πρώτος την ποσότητα παραγγελίας. Στο παραπάνω παράδειγμα ο προμηθευτής είναι ο ηγέτης και αποφασίζει την τιμή της χονδρικής τιμής w για το δικό του συμφέρον και ο αγοραστής αποφασίζει την ποσότητα που θα παραγγείλει με σκοπό την μεγιστοποίηση του κέρδους του.

3. Επέκταση του Προβλήματος του Εφημεριδοπώλη

3.1 Περιγραφή Προβλήματος

Ο αγοραστής αντιμετωπίζει στοχαστική ζήτηση x , η οποία έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ και συνάρτηση αθροιστικής κατανομής $F(x)$. Για να καλύψει αυτή τη ζήτηση, ο αγοραστής απευθύνεται σε δύο προμηθευτές:

- Κύριος προμηθευτής: Είναι οικονομικά συμφέρων αλλά αναξιόπιστος, καθώς η απόδοση του είναι στοχαστική. Δηλαδή, παράγει y μονάδες, αλλά η πραγματική ποσότητα που παραδίδει είναι ξy όπου ξ είναι τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητα πιθανότητας $g(\xi)$ και συνάρτηση αθροιστικής κατανομής $G(\xi)$. Ο προμηθευτής αυτός έχει κόστος παραγωγής ανά μονάδα c_1 και κόστος αποθήκευσης h_1 .
- Εφεδρικός προμηθευτής: Είναι αξιόπιστος αλλά ακριβότερος. Όσα του ζητηθούν, παραδίδονται χωρίς σφάλμα. Η μονάδα κόστους που επιβαρύνει τον αγοραστή όταν καταφεύγει σε αυτόν είναι το κόστος έκτακτης ανάγκης c_2 .

Ο αγοραστής αποφασίζει μια ποσότητα παραγγελίας Q , την οποία θέλει να καλύψει κυρίως από τον κύριο προμηθευτή. Ωστόσο, εξαιτίας της αναξιопιστίας του τελευταίου, η πραγματική ποσότητα που παραδίδεται είναι τυχαία. Όταν η ζήτηση της αγοράς είναι μεγαλύτερη από την παραδιδόμενη ποσότητα, ο αγοραστής μπορεί χρησιμοποιήσει τον εφεδρικό προμηθευτή, με κόστος c_2 ανά μονάδα.

Στο πρόβλημα που μελετάμε η παραγγελία στον εφεδρικό δεν αποσκοπεί στην ικανοποίηση της αρχικής του παραγγελίας Q , αλλά είναι η βέλτιστη σύμφωνα με το πρότυπο του εφημεριδοπώλη.

3.2 Πίνακας Παραμέτρων του Προβλήματος

Ο πίνακας που ακολουθεί συνοψίζει τις βασικές παραμέτρους του προβλήματος.

Πίνακας 1. Βασικές Παράμετροι του Προβλήματος

Παράμετρος	Περιγραφή
x	Στοχαστική ζήτηση που αντιμετωπίζει ο αγοραστής, με πυκνότητα πιθανότητας $f(x)$, συνάρτηση κατανομής $F(x)$.
y	Η ποσότητα που αποφασίζει να παράγει ο κύριος προμηθευτής.
ξ	Στοχαστικός συντελεστής απόδοσης του κύριου προμηθευτή με πυκνότητα πιθανότητας $g(x)$, συνάρτηση κατανομής $G(x)$.
μ	Μέση τιμή του συντελεστή απόδοσης ξ
ξy	Η πραγματική ποσότητα που παραδίδεται από τον κύριο προμηθευτή.
c_1	Κόστος παραγωγής ανά μονάδα για τον κύριο προμηθευτή.
c_2	Κόστος έκτακτης ανάγκης.
p	Τιμή λιανικής πώλησης ανά μονάδα.
w	Τιμή χονδρικής ανά μονάδα που πληρώνει ο αγοραστής στον κύριο προμηθευτή.
g	Κόστος από έλλειψη/stock-out για τον αγοραστή ανά μονάδα.
h_0	Κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα για τον αγοραστή.
h_1	Κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα για τον κύριο προμηθευτή.
Q	Η ποσότητα που ο αγοραστής επιθυμεί να έχει διαθέσιμη για να καλύψει τη ζήτηση.

3.3 Κεντριοποιημένο Μοντέλο (Centralized Problem)

Στο πλαίσιο του κεντριοποιημένου προβλήματος, το μοντέλο εξετάζεται ως ένα ενιαίο σύστημα, στην οποία αγοραστής και προμηθευτές συνεργάζονται πλήρως για τη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους του συστήματος. Η λήψη αποφάσεων γίνεται από έναν κεντρικό φορέα, με στόχο τη συνολική βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Σε αυτό το μοντέλο, καθορίζονται η ποσότητα που πρέπει να παραχθεί από τον κύριο προμηθευτή ώστε να καλυφθεί η στοχαστική ζήτηση της αγοράς, η ποσότητα που θα παραγγείλει ο αγοραστής από τον κύριο προμηθευτή, καθώς και η ενδεχόμενη χρήση του εφεδρικού προμηθευτή όταν η απόδοση του πρώτου είναι ανεπαρκής. Στο σύστημα λαμβάνεται υπόψη τόσο η αβεβαιότητα στην προσφορά όσο και η μεταβλητότητα της ζήτησης, ενώ συμπεριλαμβάνονται κόστη όπως το κόστος παραγωγής, το κόστος αποθεματοποίησης, το κόστος έκτακτης ανάγκης και το κόστος που προκύπτει από ενδεχόμενες ελλείψεις.

Για την πλήρη κατανόηση του τρόπου λειτουργίας του κεντριοποιημένου μοντέλου, είναι απαραίτητο να διατυπωθεί η μαθηματική συνάρτηση του συνολικού κέρδους του συστήματος. Η συνάρτηση αυτή περιγράφει τη σχέση μεταξύ των βασικών μεταβλητών απόφασης και των παραμέτρων του προβλήματος, συμπεριλαμβάνοντας παράλληλα όλα τα σχετικά κόστη και έσοδα.

Πριν οριστεί η συνάρτηση κέρδους, πρέπει να εισαχθεί η συνάρτηση $L(k)$, η οποία εκφράζει το αναμενόμενο κέρδος που λαμβάνει ο αγοραστής όταν διαθέτει απόθεμα ίσο με k για την κάλυψη της ζήτησης. Η τιμή αυτής της συνάρτησης εξαρτάται από τις παραμέτρους της ζήτησης, την λιανική και χονδρική τιμή, καθώς και τα κόστη αποθήκευσης και έλλειψης και ορίζεται ως εξής:

$$L(k) = p \left(\int_0^k x f(x) dx + \int_k^\infty k f(x) dx \right) - g \int_k^\infty (x - k) f(x) dx \\ - h_0 \int_0^k (k - x) f(x) dx$$

Ο πρώτος όρος αναφέρεται στα αναμενόμενα έσοδα. Όταν η ζήτηση x είναι μικρότερη ή ίση του αποθέματος k , τότε ο αγοραστής πουλάει ακριβώς όση είναι η ζήτηση σε τιμή p ανά μονάδα. Ενώ όταν η ζήτηση x είναι μεγαλύτερη το απόθεμα k , ο αγοραστής

πουλάει μόνο την ποσότητα k που έχει διαθέσιμη, ανεξαρτήτως της μεγαλύτερης ζήτησης.

Ο δεύτερος όρος εκφράζει το αναμενόμενο κόστος έλλειψης αποθέματος. Η διαφορά $x - k$ αντιπροσωπεύει την ποσότητα της ζήτησης που δεν ικανοποιείται επειδή το απόθεμα k δεν επαρκεί. Το κόστος ανά μονάδα έλλειψης είναι g .

Ο τρίτος όρος αφορά το αναμενόμενο κόστος αποθήκευσης για το πλεονάζον απόθεμα που δεν πωλήθηκε. Η διαφορά $k - x$ δείχνει την ποσότητα που παραμένει απούλητη όταν η ζήτηση x είναι μικρότερη από το απόθεμα k . Το κόστος ανά μονάδα αποθήκευσης είναι h_0 .

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η συνάρτηση κέρδους και αναλύονται οι επιμέρους όροι της.

$$P(Q, y) = \int_0^{\frac{Q_2^*}{y}} [-c_2(Q_2^* - \xi y) + L(Q_2^*)] g(\xi) d\xi + \int_{\frac{Q_2^*}{y}}^{\frac{Q}{y}} L(\xi y) g(\xi) d\xi \\ + \int_{\frac{Q}{y}}^1 L(Q) g(\xi) d\xi - h_1 \int_{\frac{Q}{y}}^1 (\xi y - Q) g(\xi) d\xi - c_1 y$$

Q_2^* : η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στον εφεδρικό προμηθευτή σύμφωνα με το κλασσικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη. Ορίζεται ως εξής : $Q_2^* = F^{-1} \left(\frac{p+g-c_2}{p+g+h_0} \right)$

Ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει την περίπτωση στην οποία ο κύριος προμηθευτής παράγει λιγότερα από Q_2^* τεμάχια. Σε αυτήν την περίπτωση ο αγοραστής απευθύνεται στον εφεδρικό προμηθευτή. Το $-c_2(Q_2^* - \xi y)$ είναι το κόστος έκτακτης προμήθειας από τον εφεδρικό προμηθευτή για να καλυφθεί η διαφορά, και το $L(Q_2^*)$ είναι το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή για συνολικό απόθεμα Q_2^* .

Ο δεύτερος όρος εκφράζει το αναμενόμενο κέρδος όταν ο κύριος προμηθευτής παραδίδει ποσότητα μεγαλύτερη από Q_2^* , αλλά μικρότερη από Q (δηλαδή όταν $Q_2^* < \xi y < Q$). Σε αυτή την περίπτωση, η απόδοση του προμηθευτή είναι επαρκής ώστε να μην χρειάζεται ο αγοραστής να στραφεί προς τον δεύτερο προμηθευτή. Συνεπώς, το σύστημα ικανοποιεί τη ζήτηση μόνο με τα προϊόντα που έχουν παραχθεί, χωρίς

επιπλέον κόστος. Το κέρδος του αγοραστή είναι ίσο με $L(xy)$, δηλαδή το κέρδος από την πώληση ποσότητας xy .

Ο τρίτος όρος αναφέρεται στο αναμενόμενο κέρδος όταν η παραγωγή του αναξιόπιστου προμηθευτή είναι μεγαλύτερη από την ποσότητα που έχει ζητήσει ο αγοραστής (δηλαδή όταν $xy > Q$). Ο αγοραστής δεν αξιοποιεί την επιπλέον ποσότητα, καθώς η ζήτηση που σκοπεύει να καλύψει παραμένει στο επίπεδο Q . Άρα, το κέρδος του συστήματος είναι ίσο με $L(Q)$.

Ο τέταρτος όρος εκφράζει το αναμενόμενο κόστος αποθήκευσης του προμηθευτή για την ποσότητα που περισσεύει, όταν ο κύριος παράγει περισσότερα από όσα χρειάζεται ο αγοραστής (δηλαδή όταν $xy > Q$). Η διαφορά $xy - Q$ είναι η πλεονάζουσα ποσότητα, η οποία παραμένει στο απόθεμα του προμηθευτή και τον επιβαρύνει οικονομικά.

Ο πέμπτος όρος εκφράζει το συνολικό κόστος παραγωγής που υφίσταται ο κύριος προμηθευτής για να παράγει ποσότητα y .

3.4 Αποκεντρωμένο Μοντέλο (Decentralized Problem)

Σε αντίθεση με το κεντρικοποιημένο μοντέλο, στο οποίο οι αποφάσεις λαμβάνονται με στόχο τη βελτιστοποίηση του συνολικού κέρδους του συστήματος, στο αποκεντρωμένο κάθε παίκτης ενεργεί αυτόνομα στοχεύοντας στην μεγιστοποίηση του δικού του κέρδους. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι μαθηματικές συναρτήσεις για τα κέρδη του αγοραστή και του προμηθευτή αντίστοιχα.

3.4.1 Συνάρτηση κέρδους του προμηθευτή

Ο προμηθευτής στο αποκεντρωμένο (decentralized) πρόβλημα στοχεύει στη μεγιστοποίηση του δικού του κέρδους, λαμβάνοντας υπόψη τις αποφάσεις του αγοραστή, την ποσότητα παραγγελίας Q , καθώς και τα δικά του κόστη, όπως το κόστος παραγωγής και το κόστος αποθήκευσης. Η στρατηγική του προμηθευτή εξαρτάται από τις επιλογές του αγοραστή στο πλαίσιο ενός αλληλεξαρτώμενου συστήματος αποφάσεων.

Δίνεται η μαθηματική έκφραση για το κέρδος του προμηθευτή, ακολουθούμενη από περιγραφή των επιμέρους όρων της.

$$P_s(y) = -c_1 y + w \int_{\frac{Q}{y}}^1 Q g(\xi) d\xi + w \int_0^{\frac{Q}{y}} \xi y g(\xi) d\xi \\ - h_1 \int_{\frac{Q}{y}}^1 (\xi y - Q) g(\xi) d\xi$$

Όπως αναφέρθηκε στο centralized πρόβλημα, ο πρώτος όρος εκφράζει το συνολικό κόστος παραγωγής του προμηθευτή, ενώ ο τέταρτος όρος το κόστος αποθήκευσης των μονάδων όταν η ποσότητα που παράγει υπερβαίνει τη ζητούμενη.

Ο δεύτερος όρος αντιπροσωπεύει τα έσοδα του προμηθευτή όταν η παραγωγή του ξεπερνά την ζητούμενη ποσότητα παραγγελίας Q (όταν δηλαδή $\xi y > Q$). Σε αυτή την περίπτωση ο προμηθευτής πουλάει την ποσότητα Q σε τιμή w ανά μονάδα προϊόντος.

Ο τρίτος όρος αναφέρεται στα έσοδα του προμηθευτή στην περίπτωση που δεν καταφέρνει να παραδώσει την πλήρη ποσότητα παραγγελίας ($\xi y < Q$). Ο προμηθευτής πουλάει στον αγοραστή όλη την ποσότητα που έχει παραχθεί σε τιμή w ανά μονάδα προϊόντος.

3.4.2 Συνάρτηση κέρδους του αγοραστή

Όπως ο προμηθευτής έτσι και ο αγοραστής, στο αποκεντρωμένο σύστημα, αποφασίζει με κύριο στόχο τη μεγιστοποίηση του δικού του αναμενόμενου κέρδους, λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα της ζήτησης και την πιθανή αποτυχία του βασικού προμηθευτή να παραδώσει την πλήρη ποσότητα που του ζητήθηκε.

Στην παρακάτω συνάρτηση παρουσιάζεται η μαθηματική μορφή του κέρδους του αγοραστή και στην συνέχεια γίνεται επεξήγηση των όρων.

$$P_b(Q) = \int_0^{\frac{Q_2^*}{y}} [-c_2(Q_2^* - \xi y(Q)) + L(Q_2^*)] g(\xi) d\xi + \int_{\frac{Q_2^*}{y}}^{\frac{Q}{y}} L(\xi y(Q)) g(\xi) d\xi \\ + \int_{\frac{Q}{y}}^1 L(Q) g(\xi) d\xi - w \int_0^{\frac{Q}{y}} \xi y(Q) g(\xi) d\xi - w \int_{\frac{Q}{y}}^1 Q g(\xi) d\xi$$

Η συνάρτηση κέρδους του αγοραστή αποτελείται από πέντε όρους. Οι τρεις πρώτοι είναι όμοιοι με αυτούς που παρουσιάστηκαν και αναλύθηκαν στην ενότητα του centralized προβλήματος, καθώς αναφέρονται στο αναμενόμενο κέρδος με βάση τις ίδιες παραδοχές. Για τον λόγο αυτό, στην παρούσα ενότητα η ανάλυση επικεντρώνεται στους δύο τελευταίους όρους, οι οποίοι αποτελούν τη βασική διαφοροποίηση σε σχέση με την συνάρτηση του κεντρικοποιημένου μοντέλου.

Ο τέταρτος όρος περιγράφει το αναμενόμενο κόστος αγοράς για τον αγοραστή όταν η παραγωγή του κύριου προμηθευτή είναι μικρότερη ή ίση με την ποσότητα Q (δηλαδή όταν $\xi y \leq Q$). Σε αυτή την περίπτωση, ο αγοραστής παραλαμβάνει ξy μονάδες και τις πληρώνει με τη χονδρική τιμή w ανά μονάδα. Ουσιαστικά, αυτός ο όρος αποτυπώνει το μεταβλητό κόστος αγοράς για τον αγοραστή όταν ο προμηθευτής δεν μπορεί να παραδώσει την πλήρη ποσότητα, και επομένως ο αγοραστής πληρώνει μόνο για ό,τι παραλαμβάνει.

Ο πέμπτος όρος αναφέρεται στο αναμενόμενο κόστος αγοράς για τον αγοραστή όταν η παραγωγή του κύριου προμηθευτή ξεπερνάει την ποσότητα Q (δηλαδή όταν $\xi y > Q$). Σε αυτό το σενάριο παρόλο που ο προμηθευτής μπορεί να παραδώσει παραπάνω ποσότητα, ο αγοραστής δεν αξιοποιεί την υπερπαραγωγή και αγοράζει μόνο την ποσότητα που έχει προγραμματίσει, δηλαδή ακριβώς Q μονάδες.

3.5 Αποκεντρωμένο σύστημα χωρίς την παρουσία εφεδρικού προμηθευτή

Σε αυτή την ενότητα μελετάται η λειτουργία της εφοδιαστικής αλυσίδας όταν δεν υπάρχει η δυνατότητα υποστήριξης από εφεδρικό προμηθευτή. Ο βασικός προμηθευτής καλείται να καλύψει μόνος του τη ζήτηση, ενώ ο αγοραστής λαμβάνει τις αποφάσεις του χωρίς να έχει τη δυνατότητα να εφοδιαστεί από άλλον προμηθευτή σε περίπτωση αδυναμίας εξυπηρέτησης από τον κύριο. Η απουσία δεύτερου προμηθευτή

καθιστά το πρόβλημα πιο αυστηρό από πλευράς διαχείρισης ρίσκου και ταυτόχρονα πιο επιρρεπές σε ελλείψεις και απώλεια εσόδων.

Οι μαθηματικές εκφράσεις του κέρδους για τον αγοραστή και τον προμηθευτή διατηρούν τη βασική τους μορφή, όπως παρουσιάστηκε στις προηγούμενες υποενότητες, με τη διαφορά ότι για αυτό το σενάριο δεν υπάρχουν οι όροι που σχετίζονται με την ύπαρξη του εφεδρικού προμηθευτή. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι αντίστοιχες συναρτήσεις κέρδους προσαρμοσμένες στο συγκεκριμένο πλαίσιο. Η συνάρτηση κερδών του αγοραστή είναι η εξής:

$$P'_b(Q) = \int_0^{\frac{Q}{y}} L(\xi y(Q)g(\xi) d\xi + \int_{\frac{Q}{y}}^1 L(Q)g(\xi) d\xi - w \int_0^{\frac{Q}{y}} \xi y(Q)g(\xi) d\xi \\ - w \int_{\frac{Q}{y}}^1 Q g(\xi) d\xi$$

Ο πρώτος όρος εκφράζει το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή όταν η ποσότητα που παραδίδει ο προμηθευτής είναι μικρότερη από Q (δηλαδή όταν $\xi y \leq Q$), ενώ ο δεύτερος όρος αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου η παραδοθείσα ποσότητα υπερβαίνει το Q (δηλαδή $\xi y \geq Q$). Ο τρίτος και ο τέταρτος όρος δείχνουν τα κόστη του αγοραστή ανάλογα με το ύψος παραγωγής του προμηθευτή. Σε αντίθεση με τον αγοραστή, η συνάρτηση κέρδους του προμηθευτή δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη ή την απουσία του εφεδρικού προμηθευτή. Αυτό είναι λογικό, γιατί ο προμηθευτής αποφασίζει μόνο για τη δική του παραγωγή, με στόχο να μεγιστοποιήσει το κέρδος του, χωρίς να επηρεάζεται άμεσα από το αν ο αγοραστής έχει στη διάθεσή του εναλλακτική πηγή εφοδιασμού. Η ποσότητα Q , που του ζητείται να παραδώσει, καθορίζεται από τον αγοραστή και θεωρείται δεδομένη από την πλευρά του προμηθευτή. Επομένως, η μαθηματική μορφή της συνάρτησης κέρδους του, η οποία παραμένει ίδια και στα δύο σενάρια, είναι η εξής:

$$P_s(y) = -c_1 y + w \int_{\frac{Q}{y}}^1 Q g(\xi) d\xi + w \int_0^{\frac{Q}{y}} \xi y g(\xi) d\xi \\ - h_1 \int_{\frac{Q}{y}}^1 (\xi y - Q) g(\xi) d\xi$$

4. Αριθμητικά αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου στις δύο βασικές περιπτώσεις: το κεντρικοποιημένο μοντέλο (centralized model) και το αποκεντρωμένο μοντέλο (decentralized model). Στόχος είναι η αξιολόγηση και η σύγκριση της συνολικής απόδοσης της εφοδιαστικής αλυσίδας. Αρχικά, επιλύεται το κεντρικοποιημένο πρόβλημα και στη συνέχεια, αναλύεται η περίπτωση του αποκεντρωμένου προβλήματος, όπου οι συμμετέχοντες ενεργούν με βάση τα δικά τους συμφέροντα και στρατηγικές.

4.1 Υποθέσεις και Παραδοχές

Πριν ξεκινήσει η αριθμητική ανάλυση, είναι απαραίτητο να διατυπωθούν ορισμένες υποθέσεις και παραδοχές, ώστε να διασφαλιστεί η ρεαλιστική προσέγγιση του μοντέλου. Οι υποθέσεις είναι οι εξής:

- Κάθε παίκτης του συστήματος θεωρείται ορθολογικός και στοχεύει στη μεγιστοποίηση του δικού του αναμενόμενου κέρδους.
- Είναι πιθανό να προκύψουν κόστη έλλειψης ή αποθήκευσης, σε περιπτώσεις που η ζήτηση της αγοράς δεν συμπίπτει με την ποσότητα που παραδίδει ο κύριος προμηθευτής.
- Το μοντέλο λαμβάνει υπόψη αβεβαιότητες που σχετίζονται με τη ζήτηση της αγοράς και το ποσοστό απόδοσης της παραγωγής του προμηθευτή.

Επιπλέον η χονδρική τιμή w , το κόστος παραγωγής ανά μονάδα c_1 και το κόστος προμήθειας από τον εφεδρικό προμηθευτή c_2 πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση:

$$c_1/\mu \leq w \leq c_2$$

Αν το μοναδιαίο κόστος παραγωγής είναι μεγαλύτερο από τα αναμενόμενα έσοδα (δηλαδή αν $c_1/\mu > w$), τότε ο κύριος προμηθευτής θα έχει ζημία για κάθε μονάδα που παράγει. Ενώ, αν η χονδρική τιμή είναι μεγαλύτερη από το κόστος έκτακτης ανάγκης (δηλαδή αν $w > c_2$), τότε ο αγοραστής θα προτιμά πάντα τον εφεδρικό προμηθευτή,

καθώς προσφέρει πιο οικονομική λύση. Συνεπώς, η παραπάνω σχέση εξασφαλίζει ότι ο κύριος προμηθευτής μπορεί να προσφέρει πιο ανταγωνιστική τιμή και να παραμένει η κύρια επιλογή του αγοραστή.

Στα παραδείγματα που ακολουθούν, υποθέτουμε ότι οι τιμές των παραμέτρων είναι η εξής:

$$p = 50, g = 5, h_0 = 4, c_2 = 24, h_1 = 5, c_1 = 8, w = 20$$

Η ζήτηση που αντιμετωπίζει ο αγοραστής κατά τη διάρκεια της περιόδου πώλησης ακολουθεί εκθετική κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$, συνάρτηση αθροιστικής κατανομής $F(x)$ και μέσο $\lambda = 100$. Ενώ ο συντελεστής απόδοσης του κύριου προμηθευτή ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $g(\xi)$, συνάρτηση αθροιστικής κατανομής $G(\xi)$ με $U[0,1]$ και μέση τιμή $\mu = 0.5$.

4.2 Εφαρμογή στο Centralized Πρόβλημα

Στην παρούσα ενότητα θα ασχοληθούμε με το centralized πρόβλημα, όπου ο αγοραστής και ο προμηθευτής λειτουργούν ως ένα ενιαίο σύστημα με στόχο τη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους. Για την επίλυση του κεντριοποιημένου προβλήματος αναπτύχθηκε και εφαρμόστηκε ο απαραίτητος κώδικας σε περιβάλλον MATLAB, ο οποίος αναπαριστά το μαθηματικό μοντέλο.

Η βελτιστοποίηση έδειξε ότι η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας Q ταυτίζεται με την ποσότητα παραγωγής y . Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό, καθώς στο centralized μοντέλο οι αποφάσεις λαμβάνονται με στόχο τη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους του συστήματος. Παρόλο που ο προμηθευτής είναι αναξιόπιστος και μόνο ένα ποσοστό της παραγωγής του τελικά παραδίδεται στον αγοραστή, η αβεβαιότητα αυτή έχει ήδη ενσωματωθεί στο μοντέλο μέσω της κατανομής της στοχαστικής μεταβλητής ξ .

Επομένως, δεν υπάρχει λόγος το σύστημα να επιλέξει διαφορετικές τιμές για την παραγγελία και την παραγωγή, καθώς αυτό θα οδηγούσε είτε σε υπερπαραγωγή με επιπλέον κόστος αποθήκευσης είτε σε χαμένες πωλήσεις. Η ισότητα $Q = y$ αποτρέπει τέτοια φαινόμενα και εξασφαλίζει την βέλτιστη στρατηγική των δύο παικτών.

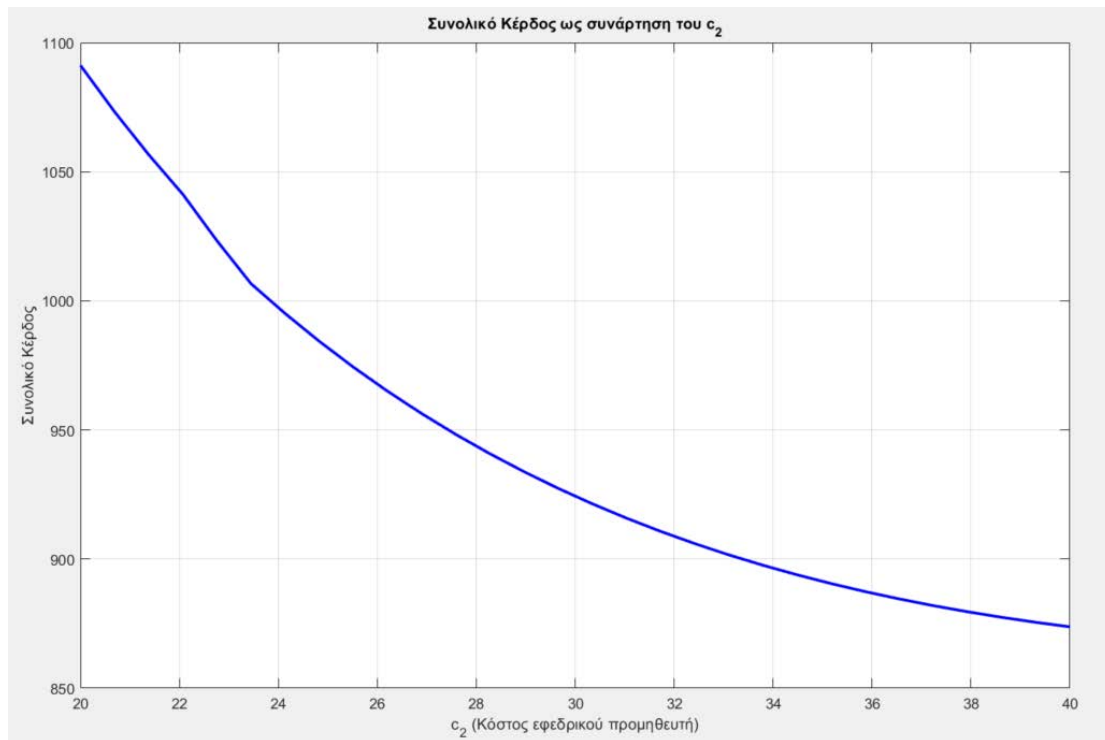
Συγκεκριμένα από την βελτιστοποίηση προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:

Πίνακας 2.Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης του Centralized Προβλήματος.

Περιγραφή	Μεταβλητή	Τιμή
Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στον κύριο προμηθευτή	Q^*	177.07
Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στον εφεδρικό προμηθευτή	Q_2^*	74.53
Βέλτιστη ποσότητα παραγωγής από τον κύριο προμηθευτή	y^*	177.07
Αναμενόμενο συνολικό κέρδος	Π^*	997.347

Παρακάτω παρουσιάζεται ένα διάγραμμα της συνάρτησης του συνολικού κέρδους της εφοδιαστικής αλυσίδας, το οποίο δείχνει πώς μεταβάλλεται το αναμενόμενο κέρδος συναρτήσει του κόστους έκτακτης από τον εφεδρικό c_2 , καθώς και η συνάρτηση του συνολικού κέρδους για πληρότητα.

$$\begin{aligned}
 P(Q, y) = & \int_0^{\frac{Q_2^*}{y}} [-c_2(Q_2^* - \xi y) + L(Q_2^*)]g(\xi) d\xi + \int_{\frac{Q_2^*}{y}}^{\frac{Q}{y}} L(\xi y)g(\xi) d\xi \\
 & + \int_{\frac{Q}{y}}^1 L(Q)g(\xi) d\xi - h_1 \int_{\frac{Q}{y}}^1 (\xi y - Q)g(\xi) d\xi - c_1 y
 \end{aligned}$$

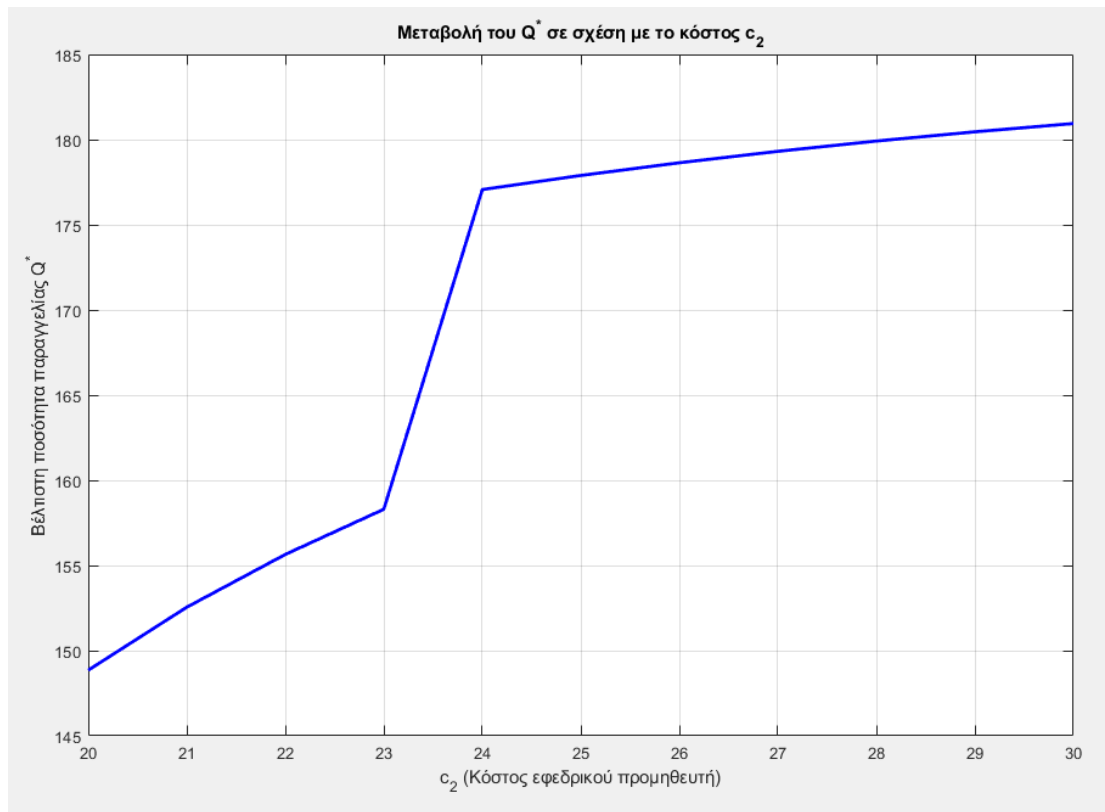


Σχήμα 1. Διάγραμμα συνολικού κέρδους - κόστος εφεδρικού προμηθευτή c_2 .

Η μεταβολή του κόστους έκτακτης ανάγκης c_2 επηρεάζει άμεσα τη συνολική οικονομική απόδοση του κεντριοποιημένου μοντέλου. Όπως απεικονίζεται στο αντίστοιχο διάγραμμα, η αύξηση της τιμής του, οδηγεί σε σταδιακή μείωση του συνολικού κέρδους του συστήματος. Η παραπάνω συμπεριφορά είναι λογική. Ο αγοραστής έχει στη διάθεση του δυο προμηθευτές. Αν αυξηθεί η τιμή του ενός τότε είναι προφανές ότι το συνολικό κέρδος θα μειωθεί.

Στη συνέχεια εξετάζεται πως η αύξηση του κόστους έκτακτης ανάγκης επηρεάζει την ποσότητα παραγγελίας Q . Από το παρακάτω διάγραμμα είναι προφανές πως η αύξηση του κόστους του εφεδρικού προμηθευτή οδηγεί σε αύξηση της παραγγελίας στον κύριο προμηθευτή. Η συμπεριφορά αυτή μπορεί να δικαιολογηθεί λαμβάνοντας υπόψη τη στρατηγική του αγοραστή.

Συγκεκριμένα, καθώς το κόστος c_2 αυξάνεται, η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή μειώνεται αφού καθίσταται λιγότερο οικονομικά συμφέρον. Ως αποτέλεσμα, ο αγοραστής προσαρμόζει τη στρατηγική του, αυξάνοντας την ποσότητα παραγγελίας Q , παρά το γεγονός ότι η ποσότητα αυτή υπόκειται σε στοχαστική απόδοσή και αναξιοπιστία.



Σχήμα 2. Διάγραμμα βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας Q -κόστος εφεδρικού προμηθευτή c_2

4.3 Εφαρμογή στο Decentralized Πρόβλημα

Αφού μελετήθηκε το centralized μοντέλο, στη συνέχεια εξετάζεται η περίπτωση όπου ο αγοραστής και ο προμηθευτής παίρνουν αποφάσεις ανεξάρτητα, με στόχο ο καθένας να μεγιστοποιήσει το δικό του κέρδος. Αυτό είναι το decentralized μοντέλο.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, το οποίο διαμορφώνεται ως παίγνιο Stackelberg, ο παίκτης που καθορίζει την τιμή w είναι ο ηγέτης και ο άλλος είναι ο ακόλουθος. Ο αγοραστής αποφασίζει την ποσότητα Q που θα παραγγείλει, ενώ ο προμηθευτής, γνωρίζοντας την παραγγελία, αποφασίζει την ποσότητα y που θα παράγει. Επειδή όμως η παραγωγή του προμηθευτή είναι αβέβαιη, λόγω της απόδοσης ξ , η τελική ποσότητα που παραδίδεται στον αγοραστή είναι τυχαία και ίση με ξy . Για κάθε παίκτη, αγοραστή και προμηθευτή, έχει οριστεί ξεχωριστή συνάρτηση κέρδους και έχει αναπτυχθεί κώδικας MATLAB για την εύρεση των βέλτιστων τιμών των Q και y αντίστοιχα που μεγιστοποιούν τα κέρδη τους.

Ακολουθεί η παρουσίαση των αποτελεσμάτων, καθώς και η σύγκριση με την περίπτωση του centralized μοντέλου.

Αγοραστής (Buyer)

Πίνακας 3..Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης Decentralized Προβλήματος Αγοραστή.

Περιγραφή	Μεταβλητή	Τιμή
Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στον κύριο προμηθευτή	Q^*	113.67
Αναμενόμενο κέρδος	Π_b^*	723.01

Προμηθευτής (Supplier)

Πίνακας 4.Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης Decentralized Προβλήματος Προμηθευτή

Περιγραφή	Μεταβλητή	Τιμή
Βέλτιστη ποσότητα παραγωγής από τον κύριο προμηθευτή	y^*	124.02
Αναμενόμενο κέρδος	Π_s^*	237.24

Παρατηρείται ότι στο αποκεντρωμένο μοντέλο, οι βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας και παραγωγής διαφέρουν, με τον αγοραστή να επιλέγει ποσότητα παραγγελίας $Q^* = 113.67$, και τον προμηθευτή να επιλέγει ποσότητα παραγωγής $y^* = 124.02$. Η απόκλιση αυτή είναι αναμενόμενη, καθώς κάθε παίκτης λαμβάνει τις αποφάσεις του με βάση το δικό του συμφέρον και όχι το συνολικό κέρδος του συστήματος. Ο προμηθευτής τείνει να υπερπαράγει σε σχέση με την παραγγελία, ώστε να περιορίσει την πιθανότητα να προκύψει χαμένο κέρδος.

Αντίθετα, στο κεντρικοποιημένο μοντέλο, όπου οι αποφάσεις λαμβάνονται με κοινή στρατηγική, οι ποσότητες παραγγελίας και παραγωγής ταυτίζονται, με κοινή βέλτιστη τιμή $Q^* = y^* = 177.07$.

Όσον αφορά τα επίπεδα κέρδους, το συνολικό κέρδος στο centralized σενάριο ($\Pi^* = 997.34$) είναι υψηλότερο από το άθροισμα των κερδών στο αποκεντρωμένο ($\Pi_b^* +$

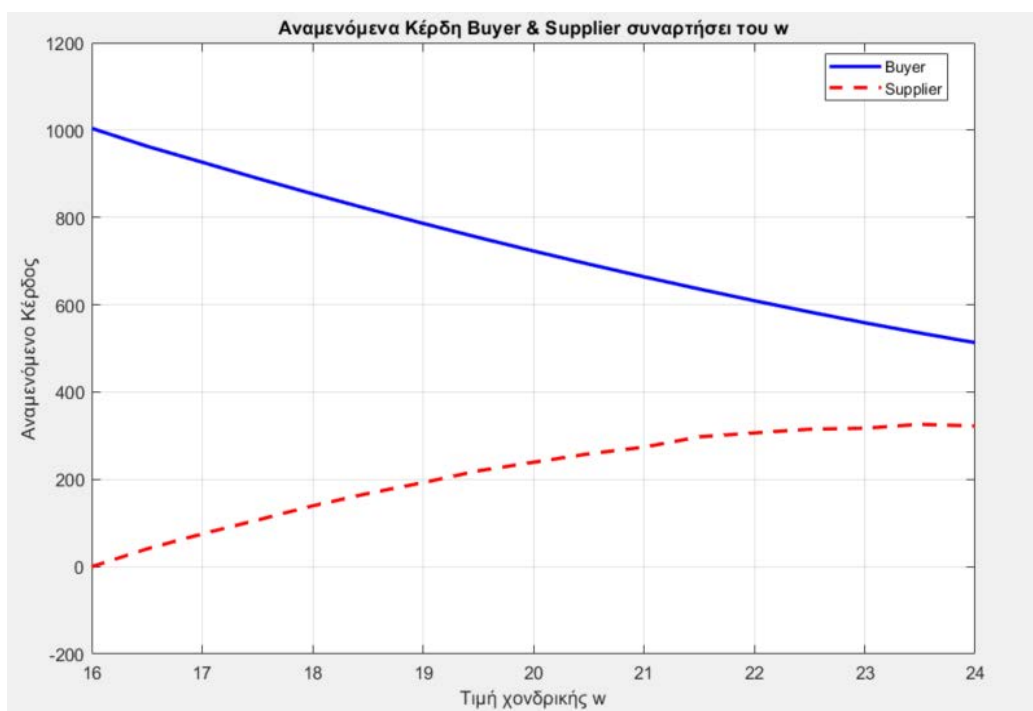
$\Pi_s^* = 723.01 + 237.24 = 960.25$). Η διαφορά αυτή αποδεικνύει τη σημασία της συνεργασίας μεταξύ των παικτών, καθώς ο επιμερισμός των αποφάσεων στο decentralized μοντέλο οδηγεί σε απώλεια αποδοτικότητας για το σύστημα στο σύνολό του.

4.3.1 Μεταβολή κερδών αγοραστή και προμηθευτή με το w

Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει πώς μεταβάλλεται το κέρδος του αγοραστή και του προμηθευτή ανάλογα με την τιμή της χονδρικής w . Παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η τιμή w , το κέρδος του προμηθευτή αυξάνεται, ενώ το κέρδος του αγοραστή μειώνεται.

Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού καθώς αυξάνεται η τιμή χονδρικής, ο προμηθευτής λαμβάνει υψηλότερα έσοδα ανά μονάδα προϊόντος, με αποτέλεσμα την αύξηση του συνολικού του κέρδους. Από την άλλη πλευρά, ο αγοραστής αναγκάζεται να πληρώνει περισσότερο για την ίδια ποσότητα προϊόντος, με αποτέλεσμα να μειώνεται το τελικό του κέρδος.

Συνεπώς, η τιμή w παίζει καθοριστικό ρόλο για το κέρδος των δύο πλευρών στο αποκεντρωμένο μοντέλο. Η αύξηση της τιμής ευνοεί τον προμηθευτή αλλά επιβαρύνει τον αγοραστή, γεγονός που αναδεικνύει τη σύγκρουση συμφερόντων μεταξύ τους.



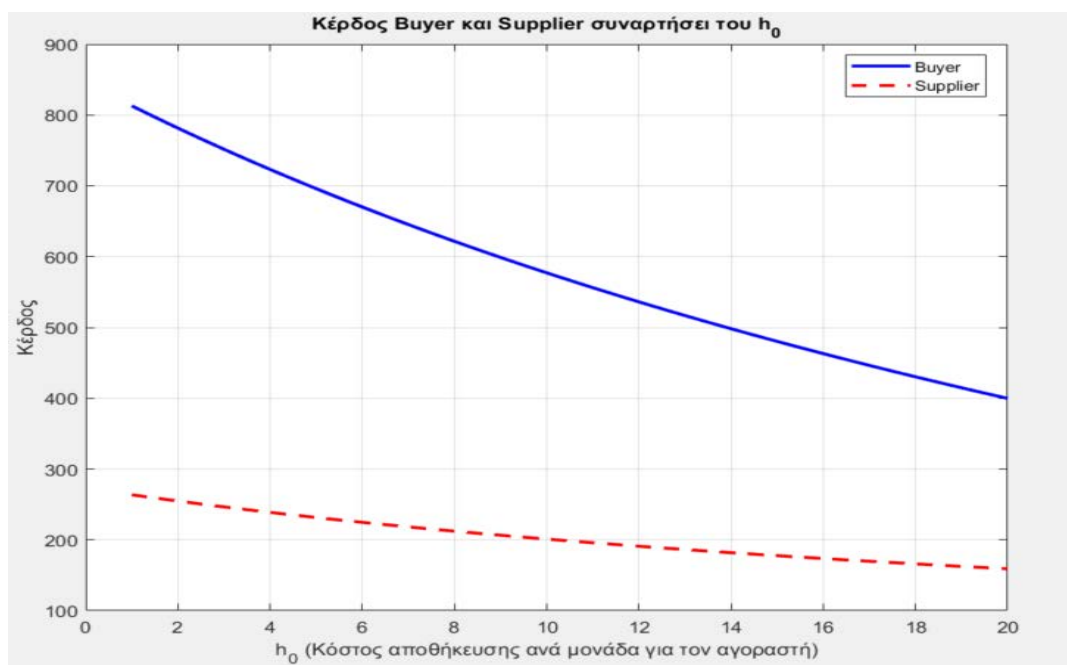
Σχήμα 3. Διάγραμμα κερδών αγοραστή και προμηθευτή – χονδρική τιμή w

4.3.2 Μεταβολή κερδών αγοραστή και προμηθευτή με το h_0

Όταν το h_0 αυξάνεται, ο αγοραστής επιδιώκει να αποφύγει το υψηλότερο κόστος αποθέματος μειώνοντας την παραγγελία του. Η μικρότερη ποσότητα παραγγελίας, ωστόσο, αυξάνει τον κίνδυνο έλλειψης. Συνεπώς, το κέρδος του αγοραστή μειώνεται τόσο λόγω άμεσης επιβάρυνσης από το h_0 όσο και λόγω πιθανών χαμένων πωλήσεων.

Ο προμηθευτής, παρατηρώντας τη χαμηλότερη ποσότητα παραγγελίας Q , προσαρμόζει την παραγωγή του y σε χαμηλότερα επίπεδα. Παρότι το h_0 δεν εμφανίζεται στη δική του συνάρτηση κέρδους, το κέρδος του μειώνεται έμμεσα, αφού διακινούνται λιγότερες μονάδες σε σταθερή τιμή χονδρικής w . Έτσι, το κέρδος του προμηθευτή μειώνεται, αλλά με πιο “ήπιο” ρυθμό σε σχέση με εκείνο του αγοραστή.

Συμπερασματικά η αύξηση του κόστους αποθέματος h_0 οδηγεί σε μικρότερες παραγγελίες, περιορισμένη παραγωγή και τελικά χαμηλότερα κέρδη και για τους δύο παίκτες. Η επίπτωση είναι εντονότερη για τον αγοραστή, επειδή το h_0 τον επιβαρύνει άμεσα, ενώ ο προμηθευτής επηρεάζεται μόνο έμμεσα μέσω της μειωμένης παραγγελίας.



Σχήμα 4. Διάγραμμα κερδών αγοραστή και προμηθευτή – κόστος αποθήκευσης για τον αγοραστή h_0 .

4.4 Εφαρμογή στο αποκεντρωμένο σύστημα χωρίς την παρουσία εφεδρικού προμηθευτή

Η απουσία εφεδρικού προμηθευτή μεταβάλλει σημαντικά τη δυναμική του συστήματος. Συγκεκριμένα, όταν δεν υπάρχει η δυνατότητα για εναλλακτική πηγή προμήθειας, ο αγοραστής επιλέγει να αυξήσει την παραγγελία του στον κύριο προμηθευτή ($Q = 133.74$) σε σύγκριση με την περίπτωση που υπάρχει εφεδρικός ($Q = 113.67$). Η στρατηγική αυτή δείχνει ότι ο αγοραστής αυξάνει την ποσότητα παραγγελίας, με σκοπό να περιορίσει την πιθανότητα ελλείψεων. Ωστόσο, η αύξηση αυτή δεν συνεπάγεται και αύξηση του κέρδους του. Αντίθετα, το κέρδος του αγοραστή μειώνεται σημαντικά (550 έναντι 723.09 όταν υπάρχει εφεδρικός), γεγονός που αποτυπώνει τη σημασία του εφεδρικού προμηθευτή για την κερδοφορία του αγοραστή.

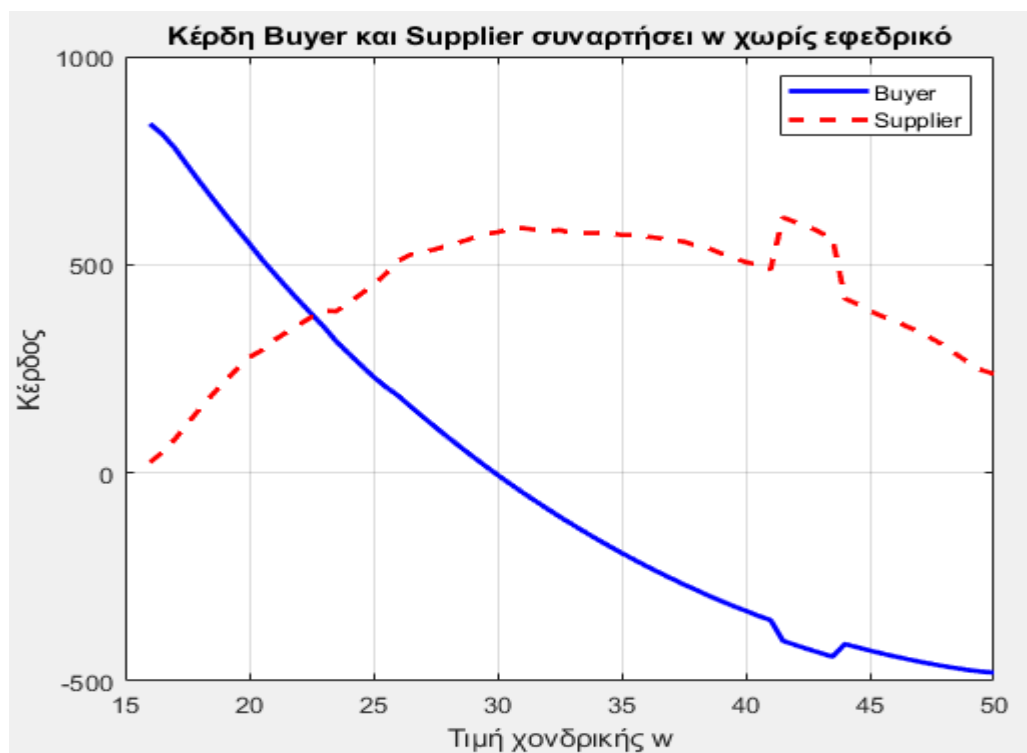
Αντίθετα, ο κύριος προμηθευτής φαίνεται να ευνοείται από την απουσία εφεδρικού. Αφού η παραγγελία από τον αγοραστή αυξάνεται, αυξάνεται αντίστοιχα και η δική του παραγωγή ($y = 145.92$ έναντι 124.02 στην περίπτωση με εφεδρικό), γεγονός που οδηγεί σε μεγαλύτερα έσοδα και αυξημένο κέρδος (279.13 έναντι 237.24). Η μεταβολή αυτή αναδεικνύει ότι η παρουσία ή απουσία του εφεδρικού προμηθευτή επηρεάζει με διαφορετικό τρόπο τους δύο παίκτες: η απουσία του οδηγεί τον αγοραστή σε πιο συντηρητική στρατηγική με μειωμένο κέρδος, ενώ ενισχύει τη θέση του κύριου προμηθευτή, ο οποίος αποκομίζει μεγαλύτερο οικονομικό όφελος.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι βέλτιστες τιμές παραγγελίας και παραγωγής, καθώς και τα κέρδη του αγοραστή και του προμηθευτή, τόσο στην περίπτωση ύπαρξης εφεδρικού προμηθευτή όσο και στην περίπτωση απουσίας του.

Πίνακας 5. Σύγκριση αποτελεσμάτων με και χωρίς εφεδρικό προμηθευτή

Σενάριο	Q^*	Π_b^*	y^*	Π_s^*
Με εφεδρικό	113.67	723.01	124.02	237.4
Χωρίς εφεδρικό	133.74	550.04	145.92	279.13

Στη συνέχεια παρουσιάζεται το διάγραμμα μεταβολής των κερδών του αγοραστή και του προμηθευτή σε σχέση με την χονδρική τιμή w ανά μονάδα.



Σχήμα 5. Διάγραμμα κερδών αγοραστή και προμηθευτή – χονδρική τιμή w χωρίς εφεδρικό προμηθευτή

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι όσο η τιμή χονδρικής w αυξάνεται, το κέρδος του αγοραστή μειώνεται και το κέρδος του προμηθευτή αυξάνεται. Η συμπεριφορά αυτή είναι παρόμοια με εκείνη που παρατηρείται και στην περίπτωση ύπαρξης εφεδρικού προμηθευτή.

Ωστόσο, διαπιστώνεται ότι για υψηλές τιμές του w , το κέρδος του προμηθευτή υπερβαίνει το αντίστοιχο του προμηθευτή. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς ο αγοραστής δεν διαθέτει εναλλακτική πηγή εφοδιασμού και είναι υποχρεωμένος να αποδεχθεί την αυξημένη τιμή, γεγονός που οδηγεί στην μείωση του κέρδους του. Καθώς η τιμή χονδρικής w τείνει στην τιμή λιανικής p το κέρδος του προμηθευτή μειώνεται αφού ο αγοραστής αναγκάζεται να κάνει μικρότερη παραγγελία και ο προμηθευτής παράγει λιγότερα.

Αντίθετα στην περίπτωση που υπάρχει εφεδρικός προμηθευτής, εφόσον η τιμή w αυξηθεί υπερβολικά, ο αγοραστής έχει την δυνατότητα να στραφεί στον εφεδρικό. Έτσι, ο κύριος προμηθευτής δεν έχει την δυνατότητα να αυξήσει το κέρδος του περισσότερο από τον αγοραστή.

4.5 Ανάλυση περιπτώσεων με λανθασμένη εκτίμηση της απόδοσης από τον αγοραστή

Σε αυτή την ενότητα εξετάζεται η επίδραση που έχει στην αποδοτικότητα του συστήματος η λανθασμένη εκτίμηση της απόδοσης παραγωγής (yield) από τον αγοραστή. Θεωρείται ότι ο προμηθευτής γνωρίζει πάντα την πραγματική κατανομή της στοχαστικής απόδοσης ξ , ενώ ο αγοραστής λαμβάνει αποφάσεις βασισμένος σε μια λανθασμένη εκτίμηση του εύρους τιμών της ξ . Συγκεκριμένα, θεωρείται ότι η πραγματική κατανομή είναι η $[0.45, 0.65]$, ενώ μελετώνται δύο διαφορετικές περιπτώσεις σφάλματος:

- Ο αγοραστής πιστεύει ότι η απόδοση είναι χαμηλότερη από την πραγματική: $[0.25, 0.45]$.
- Ο αγοραστής πιστεύει ότι η απόδοση είναι υψηλότερη από την πραγματική: $[0.65, 0.85]$.

Ο προμηθευτής λαμβάνει υπόψη του την παραγγελία του αγοραστή και επιλέγει τη βέλτιστη ποσότητα παραγωγής y , γνωρίζοντας πάντα την πραγματική κατανομή της απόδοσης.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6. Επίδραση λανθασμένης εκτίμησης της απόδοσης στον αγοραστή και στον προμηθευτή.

Κατανομή απόδοσης ξ	Q^*	P_b^*	y^*	P_s^*
$[0.45, 0.65]$	153.47	830.67	163.46	490.77
$[0.25, 0.45]$ Περίπτωση 1	252.36	527.1	262.35	787.08
$[0.65, 0.85]$ Περίπτωση 2	109.89	758.86	119.91	359.68

Από τον πίνακα προκύπτουν σημαντικά συμπεράσματα σχετικά με την εκτίμηση της της απόδοσης του προμηθευτή.

Στην πρώτη περίπτωση, ο αγοραστής θεωρεί ότι το yield είναι χαμηλότερο από το πραγματικό, υπερεκτιμά τον κίνδυνο έλλειψης και επιλέγει να παραγγείλει σημαντικά

μεγαλύτερη ποσότητα ($Q = 252.36$ αντί για 153.47). Ο προμηθευτής, παραλαμβάνοντας τη μεγάλη παραγγελία και γνωρίζοντας το πραγματικό yield, προσαρμόζει την παραγωγή του στα νέα δεδομένα ($y = 262.35$ αντί για 163.46). Το αποτέλεσμα είναι ότι ο αγοραστής επιβαρύνεται με υψηλότερο κόστος αποθέματος και μεγαλύτερες πληρωμές προς τον προμηθευτή, γεγονός που μειώνει το καθαρό του κέρδος (527.1 αντί για 830.67). Αντιθέτως, ο προμηθευτής επωφελείται από την μεγάλη ποσότητα παραγγελίας και αυξάνει σημαντικά το δικό του κέρδος (787.08 αντί για 490.77).

Στη δεύτερη περίπτωση, ο αγοραστής θεωρεί ότι το yield είναι υψηλότερο από ότι το πραγματικό, υποτιμά τον κίνδυνο έλλειψης και παραγγέλνει λιγότερο ($Q = 109.89$ αντί για 153.47). Βασισμένος σε λανθασμένη εκτίμηση υψηλής παραγωγής, δεν έχει λάβει υπόψη του το ενδεχόμενο ανεπαρκούς κάλυψης της ζήτησης. Τελικά, η ποσότητα που παραδίδεται είναι μικρότερη από όση περίμενε και ο αγοραστής χάνει πωλήσεις, αφού δεν έχει αρκετό απόθεμα για να ικανοποιήσει τη ζήτηση, με αποτέλεσμα τη μείωση του κέρδους του (758.86 αντί για 830.67). Επιπλέον, ο προμηθευτής, λαμβάνοντας μικρότερη παραγγελία, παράγει λιγότερο ($y = 119.91$) και τελικά έχει και εκείνος χαμηλότερο κέρδος (359.68 αντί για 490.77).

Συμπερασματικά, σε κάθε περίπτωση όπου ο αγοραστής βασίζεται σε λανθασμένη εκτίμηση της στοχαστικής απόδοσης του προμηθευτή, παρατηρείται απόκλιση από τη βέλτιστη στρατηγική και μείωση του κέρδους. Όταν ο αγοραστής υπερεκτιμά τον κίνδυνο, ζημιώνεται ο ίδιος ενώ επωφελείται ο προμηθευτής. Όταν τον υποτιμά, ζημιώνονται και οι δύο. Αυτό τονίζει τη σημασία της σωστής πληροφόρησης και της γνώσης των χαρακτηριστικών της παραγωγικής διαδικασίας στη διαμόρφωση αποτελεσματικών στρατηγικών.

5. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία αναλύθηκε το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη υπό ένα ρεαλιστικό πλαίσιο, όπου ο κύριος προμηθευτής είναι αναξιόπιστος και η προσδοκώμενη ποσότητα παράδοσης υπόκειται σε στοχαστικότητα. Η εισαγωγή εφεδρικού προμηθευτή, καθώς και η δυναμική αλληλεπίδραση μεταξύ αγοραστή και προμηθευτή μέσω του πλαισίου των παιγνίων Stackelberg, εμπλουτίζουν τη θεωρία και προσδίδουν πρακτική αξία στο μοντέλο.

Από την ανάλυση προέκυψαν τα εξής βασικά συμπεράσματα:

- Το κεντρικοποιημένο μοντέλο οδηγεί σε υψηλότερο συνολικό κέρδος, καθώς επιτυγχάνεται κοινή στρατηγική για τη διαχείριση κινδύνου και κόστους.
- Στο αποκεντρωμένο μοντέλο, οι αποφάσεις λαμβάνονται αυτόνομα, με αποτέλεσμα ο κάθε παίκτης να επιδιώκει το δικό του συμφέρον. Ο προμηθευτής τείνει να υπερπαράγει, ενώ ο αγοραστής διαχειρίζεται με επιφύλαξη την παραγγελία του. Το συνολικό κέρδος είναι χαμηλότερο, γεγονός που αναδεικνύει την απώλεια αποδοτικότητας λόγω έλλειψης συνεργασίας.
- Η απουσία εφεδρικού προμηθευτή επηρεάζει τη στρατηγική του αγοραστή, ο οποίος αυξάνει την παραγγελία του για να προστατευτεί από ενδεχόμενες ελλείψεις. Ωστόσο, αυτό οδηγεί σε μείωση του κέρδους του, ενώ ο προμηθευτής επωφελείται από την αυξημένη ποσότητα που του ζητείται να παραδώσει.
- Η λανθασμένη εκτίμηση της απόδοσης (yield) από τον αγοραστή οδηγεί σε μη βέλτιστες αποφάσεις. Είτε υπερεκτιμώντας είτε υποτιμώντας την παραγωγική ικανότητα του προμηθευτή, ο αγοραστής υφίσταται απώλειες, μέσω υπερβολικού κόστους αποθεματοποίησης ή μέσω ελλείψεων. Η σωστή πληροφόρηση αποδεικνύεται σημαντική για την αποδοτικότητα του συστήματος.

Συνοψίζοντας, η εργασία ανέδειξε τη σημασία της συνεργασίας, της σωστής πληροφόρησης και της ρεαλιστικής εκτίμησης της αβεβαιότητας στη λήψη αποφάσεων. Η από κοινού δράση του αγοραστή και του προμηθευτή αποδείχθηκε καθοριστική για τη βελτίωση της λειτουργίας και την αύξηση της αποδοτικότητας του συστήματος.

Βιβλιογραφία

Cachon, G. P. (2003). Supply Chain Coordination with Contracts in S.C. Graves & A.G. de Kok (Eds), In *Handbooks in operations research and management science* (pp. 227–339). Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S0927-0507\(03\)11006-7](https://doi.org/10.1016/S0927-0507(03)11006-7)

Cesa-Bianchi, N., Cesari, T., Osogami, T., Scarsini, M., & Wasserkrug, S. (2023, May 29- June 2). *Learning the Stackelberg equilibrium in a newsvendor game*. [conference session]. AAMAS, London, United Kingdom. <https://www.ifaamas.org/Proceedings/aamas2023/pdfs/p242.pdf>

Kebing Chen & Lei Yang (2014) Random yield and coordination mechanisms of a supply chain with emergency backup sourcing, *International Journal of Production Research*, 52:16, 4747-4767, DOI: [10.1080/00207543.2014.886790](https://doi.org/10.1080/00207543.2014.886790)

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). *Introduction to Operations research* (11th ed). McGraw-Hill Education.

Taha, H. A. (2016). Inventory Modeling (with Introduction to Supply Chains) in *Operations Research: An Introduction* (10th ed.). (pp 501-510). Pearson.

Morse, M.P. and Kimball, G.E. (1951) *Methods of Operations Research*. M.I.T. Press, Cambridge, MA.

Arrow, K. J., Harris, T., & Marschak, J. (1951). *Optimal inventory policy*. *Econometrica*, Vol. 19, No. 3 (Jul. 1951)

Parlar, M., & Wang, D. (1993). Diversification under yield randomness in inventory models. *European Journal of Operational Research*, 66(1). (pp. 52–64). [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90205-2](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90205-2)

Dada, M., Petruzzi, N. C., & Schwarz, L. B. (2007). A Newsvendor's Procurement Problem when Suppliers Are Unreliable. *Manufacturing & Service Operations Management*, 9(1). (pp. 9–32). <https://doi.org/10.1287/msom.1060.0128>

Guo, S., Zhao, L., & Xu, X. (2013). Impact of supply risks on procurement decisions. *Annals of Operations Research*, 241(1–2).(pp.411-430. <https://doi.org/10.1007/s10479-013-1422-4>

Παράρτημα

Για το centralized πρόβλημα:

```
1  clc; clear; close all;
2  syms Q y x k xi
3  p = 50;
4  g = 5;
5  h0 = 4;
6  lambda = 0.01;
7  c2 = 24;
8  h1 = 5;
9  c1 = 8;
10 v = (p+g-c2)/(p+g+h0);
11 Q2 = icdf('Exponential', v, 1/lambda);
12 % Κατανομή πιθανότητας f(x)
13 f = (lambda) * exp(-x*lambda);
14 % Ορισμός L(k)
15 I1 = int(x * f, x, 0, k);
16 I2 = int(k * f, x, k, inf);
17 I3 = int((x - k) * f, x, k, inf);
18 I4 = int((k - x) * f, x, 0, k);
19 L_k = p * (I1 + I2) - g * I3 - h0 * I4;
20 L_func = matlabFunction(L_k, 'Vars', k);
21
22 % Ορισμός της συνάρτησης κέρδους Π(Q, y)
23 profit_function = @(vars) -profit_calc(vars, L_func, c2, Q2, h1, c1);
24
25 x0 = [80, 80];
26 lb = [Q2, Q2];
27 A = [-1 0; % Q>= Q2
28      1 -1]; % y>= Q
29 b = [-Q2; 0];
30
31 % Χρήση της fmincon
32 options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'iter', 'Algorithm','sqp','StepTolerance', 1e-8);
33 [Q_opt, fval] = fmincon(profit_function, x0, A, b, [], [], lb, [], [], options);
34
35 % Αποτελέσματα
36 disp('Βέλτιστες τιμές:')
37 disp(['Q* = ', num2str(Q_opt(1))])
38 disp(['y* = ', num2str(Q_opt(2))])
39 disp(['Μέγιστο κέρδος: ', num2str(-fval)])
40
41 % Συνάρτηση κέρδους Π(Q,y)
42 function P = profit_calc(vars, L_func, c2, Q2, h1, c1)
43     Q = vars(1);
44     y = vars(2);
45
46     pd1 = makedist('Uniform', 'lower', 0, 'upper', 1);
47     g1 = @(xi) pdf(pd1, xi);
48
49     % Υπολογισμός των όρων της συνάρτησης κέρδους
50     term1 = integral(@(xi) ((-c2.*(Q2 - xi.*y) + L_func(Q2)).*g1(xi)), 0, Q2/y);
51     term2 = integral(@(xi) (L_func(xi.*y).*g1(xi)), Q2/y, Q/y);
52     term3 = integral(@(xi) (L_func(Q).*g1(xi)), Q/y, 1);
53     term4 = integral(@(xi) ((xi*y - Q).*g1(xi)), Q/y, 1);
54
55     P = term1 + term2 +term3 - h1*term4 - c1*y;
56 end
```

Για το decentralized πρόβλημα:

Για τον αγοραστή:

```
1 % expected profit of the buyer
2 clc; clear; close all;
3 p = 50;
4 g = 5;
5 h0 = 4;
6 lambda = 0.01;
7 c2 = 24;
8 w = 20;
9 v = (p + g - c2) / (p + g + h0);
10 Q2 = icdf('Exponential', v, 1/lambda);
11 % L(k)
12 syms x k
13 f = lambda*exp(-lambda*x);
14 I1 = int(x * f, x, 0, k);
15 I2 = int(k * f, x, k, inf);
16 I3 = int((x-k) * f, x, k, inf);
17 I4 = int((k-x) * f, x, 0, k);
18 Lk = p*(I1+I2) - g*I3 - h0*I4;
19 L_func = matlabFunction(Lk, 'Vars', k);
20 % Συνάρτηση Π(Q)
21 profit_function = @(Q) -profit_calc(Q, L_func, c2, Q2, w);
22 % fmincon
23 x0 = 80;
24 lb = Q2;
25 ub = 500;
26
27 opts = optimoptions('fmincon','Algorithm','sqp',...
28     'Display','iter','StepTolerance',1e-8);
29
30 [Q_opt, fval] = fmincon(profit_function, x0, [],[],[],[], lb, ub, [], opts);
31
32 fprintf('\nΒέλτιστη παραγγελία Q* = %.4f\n', Q_opt);
33 fprintf('Μέγιστο αναμ. κέρδος Π(Q*) = %.4f\n', -fval);
34
35 % Συνάρτηση κέρδους buyer Π(Q)
36 function P = profit_calc(Q, L_func, c2, Q2, w)
37
38     [y_opt, ~] = bs_supplier_profit(Q);
39     pd1 = makedist('Uniform','lower',0,'upper',1);
40     g1 = @(xi) pdf(pd1, xi);
41
42     term1 = integral(@(xi) (-c2.*(Q2 - xi.*y_opt) + L_func(Q2)).*g1(xi),0, Q2/y_opt);
43     term2 = integral(@(xi) L_func(xi.*y_opt).*g1(xi), Q2/y_opt, Q/y_opt);
44     term3 = integral(@(xi) L_func(Q).*g1(xi), Q/y_opt, 1);
45     term4 = integral(@(xi) xi.*y_opt .*g1(xi), 0, Q/y_opt);
46     term5 = integral(@(xi) Q.*g1(xi), Q/y_opt, 1);
47
48     P = term1 + term2 + term3 - w*(term4 + term5);
49 end
```

Για τον προμηθευτή:

```
1 %the expected profit of the supplier
2
3 function [y_opt, max_profit] = bs_supplier_profit(Q)
4
5     w = 20;
6     h1 = 5;
7     c1 = 8;
8
9     profit_function = @(y) -profit_calc(y, w, Q, h1, c1);
10    x0 = Q + 10;
11    lb = Q+1 ;
12
13    options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'none', 'Algorithm','sqp', 'StepTolerance', 1e-8);
14    [y_opt, fval] = fmincon(profit_function, x0, [], [], [], [], lb, [], [], options);
15    max_profit = -fval;
16 end
17
18 function P = profit_calc(y, w, Q, h1, c1)
19     pd1 = makedist('Uniform', 'lower', 0, 'upper', 1);
20     g1 = @(xi) pdf(pd1, xi);
21
22     term1 = integral(@(xi) (Q .* g1(xi)), Q/y, 1);
23     term2 = integral(@(xi) ((xi .* y) .* g1(xi)), 0, Q/y);
24     term3 = integral(@(xi) ((xi .* y - Q) .* g1(xi)), Q/y, 1);
25
26     P = -c1 * y + w * term1 + w * term2 - h1 * term3;
27 end
```

```
1 %BS game -the expected profit of the supplier
2
3
4
5 Q = 113.67;
6 [y_opt, profit] = bs_supplier_profit(Q);
7
8 disp(['Για Q = ', num2str(Q)])
9 disp([' Βέλτιστη παραγωγή y* = ', num2str(y_opt)])
10 disp([' Αναμενόμενο Κέρδος = ', num2str(profit)])
11
```