



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΠΡΟΛΗΠΤΙΚΗ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ ΜΕ ΔΥΟ ΤΥΠΟΥΣ ΒΛΑΒΩΝ

υπό

Αστρά Δημήτριου

Διπλωματική εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2025



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΠΡΟΛΗΠΤΙΚΗ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ ΜΕ ΔΥΟ ΤΥΠΟΥΣ ΒΛΑΒΩΝ

υπό

Αστρά Δημήτριου

Διπλωματική εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2025

© 2025 Αστράς Δημήτριος

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίνεται από την Επιτροπή Εξέτασης:

Πρώτος εξεταστής (επιβλέπων): Δρ. Δημήτρης Παντελής

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,

Δεύτερος εξεταστής: Δρ. Λυμπερόπουλος Γ.

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,

Τρίτος εξεταστής : Δρ. Κοζανίδης Γ.

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΠΡΟΛΗΠΤΙΚΗ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ ΜΕ ΔΥΟ ΤΥΠΟΥΣ ΒΛΑΒΩΝ

ΑΣΤΡΑΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2025

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Παντελής Δημήτριος,

Περίληψη

Η προληπτική συντήρηση αποτελεί κρίσιμο πεδίο μελέτης στον τομέα της βιομηχανικής μηχανολογίας και έχει απασχολήσει σημαντικά την επιστημονική κοινότητα των μηχανολόγων μηχανικών διεθνώς. Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως στόχο την ανάδειξη της σημασίας της προληπτικής αντικατάστασης και γενικότερα της ανάγκης για ορθό σχεδιασμό πολιτικών συντήρησης σε μονάδες παραγωγής που εμφανίζουν δύο διαφορετικούς τύπους βλαβών.

Αρχικά, παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο της προληπτικής συντήρησης, καθώς και τα πλεονεκτήματα που προσφέρει σε επίπεδο κόστους, αξιοπιστίας και διαθεσιμότητας εξοπλισμού. Ακολουθεί βιβλιογραφική ανασκόπηση, με αναφορά σε χαρακτηριστικά μοντέλα που έχουν προταθεί στη διεθνή βιβλιογραφία και περιγράφουν στρατηγικές συντήρησης.

Στη συνέχεια, η εργασία επικεντρώνεται στη διεξοδική μελέτη δύο επιλεγμένων μοντέλων συντήρησης. Το πρώτο μοντέλο βασίζεται στη μελέτη του Chin-Chih Chang (2014) και αποσκοπεί στον προσδιορισμό της βέλτιστης χρονικής στιγμής για την εφαρμογή προληπτικής αντικατάστασης. Πρωταρχικός στόχος του μοντέλου είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους συντήρησης, συμβάλλοντας με τον τρόπο αυτό στην ενίσχυση της ανταγωνιστικότητας της παραγωγικής μονάδας.

Το δεύτερο μοντέλο, επίσης προερχόμενο από την ίδια μελέτη, συνιστά μία εξελιγμένη και πιο σύνθετη εκδοχή του πρώτου. Στο πλαίσιο αυτού, υπολογίζεται ταυτόχρονα τόσο η βέλτιστη χρονική στιγμή αντικατάστασης, όσο και ο μέγιστος επιτρεπτός αριθμός ολοκληρωμένων κύκλων λειτουργίας του συστήματος πριν την αντικατάσταση.

Ακολούθως, πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας επί των κρίσιμων παραμέτρων των μοντέλων, με στόχο την εις βάθος κατανόηση της συμπεριφοράς τους και την αποσαφήνιση της επίδρασης των μεταβλητών στη συνολική τους απόδοση. Η ανάλυση αυτή υποστηρίζεται από αριθμητικά παραδείγματα και συμβάλλει ουσιαστικά στη θεωρητική και πρακτική κατανόηση των προτεινόμενων στρατηγικών συντήρησης.

Και τα δύο μοντέλα πλαισιώνονται από αριθμητικά παραδείγματα που αναπτύχθηκαν με χρήση υπολογιστικών εργαλείων, επιτρέποντας την αποτίμηση των πολιτικών συντήρησης σε όρους κόστους. Η εργασία, συνολικά, συμβάλλει ουσιαστικά στην κατανόηση της αξίας της προληπτικής συντήρησης στη βιομηχανία και αναδεικνύει πώς η εφαρμογή κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων μπορεί να οδηγήσει σε αποδοτικότερη και οικονομικότερη λειτουργία των παραγωγικών συστημάτων.

Λέξεις-κλειδιά: Προληπτικός έλεγχος, Βλάβες, ελαχιστοποίηση κόστους, προληπτική συντήρηση

PREVENTIVE MAINTENANCE WITH TWO TYPES OF FAILURE

ASTRAS DIMITRIOS

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2025

Supervisor: Pandelis Dimitrios

Abstract

Preventive maintenance constitutes a critical field of study in the domain of industrial engineering and has significantly engaged the global community of mechanical engineers. The present thesis aims to highlight the importance of preventive replacement, and more broadly, the necessity of properly designing maintenance policies in production units that are subject to two distinct types of failures.

Initially, the theoretical framework of preventive maintenance is presented, along with the advantages it offers in terms of cost efficiency, equipment reliability, and availability. This is followed by a bibliography review, referencing representative models proposed in the international scientific bibliography that describe maintenance strategies.

Subsequently, the thesis focuses on an in-depth analysis of two selected maintenance models. The first model is based on the study by Chin-Chih Chang (2014) and aims to determine the optimal timing for performing preventive replacement. The primary objective of this model is to minimize the total maintenance cost, thereby contributing to the increased competitiveness of the production unit.

The second model, also derived from the same study, constitutes an advanced and more complex version of the first. This model simultaneously determines both the optimal preventive replacement time and the maximum number of allowable operational cycles before a system must be replaced.

A sensitivity analysis of the models' key parameters is then conducted, aiming to provide a deeper understanding of their behavior and to clarify the impact of various variables on their overall performance. This analysis is supported by numerical examples and substantially enhances both the theoretical and practical comprehension of the proposed maintenance strategies.

Both models are accompanied by numerical examples developed using computational tools, allowing for an assessment of the maintenance policies in terms of cost.

Overall, this thesis makes a significant contribution to the understanding of the value of preventive maintenance in industrial settings and demonstrates how the application of

appropriate mathematical models can lead to more efficient and cost-effective operation of production systems

Keywords: Preventive inspection, Failures, Cost minimization, Preventive maintenance

Πίνακας Περιεχομένων

Κατάλογος Πινάκων	11
Κατάλογος Σχημάτων	12
Κεφάλαιο 1	
Εισαγωγή.....	13
1.1 Η αξία της προληπτικής συντήρησης.....	13
1.2 Ιστορικές αναφορές στη συντήρηση	15
1.3 Σχεδιασμός και οργάνωση	16
1.4 Βιβλιογραφική ανασκόπηση	17
1.5 Σκοπός της εργασίας.....	20
Κεφάλαιο 2	
Βλάβες.....	22
2.1 Τύποι βλαβών	22
2.2 Τρόποι βλαβών	23
2.3 Η καμπύλη χρόνου ζωής -bathtub curve	24
Κεφάλαιο 3	
Μοντέλο Α	
Εισαγωγή.....	27
3.1 Ορισμός του μαθηματικού μοντέλου Α.....	27
Κεφάλαιο 4	
Μοντέλο Β	
4.1 Εισαγωγή.....	31
4.2 Μαθηματικό μοντέλο του μοντέλου Β	31
4.3 Περιπτώσεις αντικατάστασης.....	33
Κεφάλαιο 5	
5.1 Κατανομή Weibull	37
5.2 Αριθμητικό Παράδειγμα	38
Κεφάλαιο 6	
Ανάλυση Ευαισθησίας	42
6.1 Παράμετρος β	42
6.2 Παράμετρος θ	45
6.3 Ανάλυση ευαισθησίας για C_z	47
Κεφάλαιο 7	
Συμπεράσματα	49
Βιβλιογραφία.....	51

Παράρτημα	53
Κωδικες Matlab.....	53
Μοντέλο Α.....	53
Μοντέλο Β.....	55
Ανάλυση ευαισθησίας – β	58
Για το μοντέλο Α	58
Για το μοντέλο Β	61
Ανάλυση ευαισθησίας – θ	64
Ανάλυση ευαισθησίας – C_z	66

Κατάλογος Πινάκων

Σχήμα 2.3.1	26
Σχήμα 3.1.1	29
Σχήμα 4.3.1	34
Σχήμα 4.3.2	35
Σχήμα 4.3.3	35
Σχήμα 4.3.4	36
Σχήμα 6.1.1	43
Σχήμα 6.1.2	44
Σχήμα 6.2.1	46
Σχήμα 6.3.1	48

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2.3.1	26
Σχήμα 3.1.1	29
Σχήμα 4.3.1	34
Σχήμα 4.3.2	35
Σχήμα 4.3.3	35
Σχήμα 4.3.4	36
Σχήμα 6.1.1	43
Σχήμα 6.1.2	44
Σχήμα 6.2.1	46

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Όλα τα συστήματα βιομηχανίας υφίστανται καθημερινά φθορές οι οποίες οφείλονται στην ηλικία και στη χρήση κάθε επιμέρους εξαρτήματος του συστήματος. Έτσι προκύπτουν ανεπιθύμητες βλάβες που προκαλούν ζημιά του εξοπλισμού, θέματα ασφαλείας και υποβαθμίζουν την ποιότητα των προϊόντων διακόπτοντας την παραγωγική διαδικασία. Ως αποτέλεσμα, η βιομηχανική μονάδα γίνεται λιγότερο ανταγωνιστική καθώς το κόστος παραγωγής αυξάνεται όταν το σύστημα καταρρέει. Για αυτόν τον λόγο προέκυψε η ανάγκη για ένα βέλτιστο μοντέλο προληπτικής συντήρησης που θα μείωνε το ρίσκο της τυχαιότητας και θα έδινε την βέλτιστη απόφαση για την αποφυγή καταστροφών.

Παλαιότερα η συντήρηση θεωρούταν αχρείαστη και γινόταν αφού προέκυπτε κάποιο πρόβλημα στο σύστημα αλλά συγχρόνως ήταν και πολύ δυσκολότερη από σήμερα. Πλέον, λόγω της εκτόπισης του ανθρώπινου δυναμικού, η προληπτική συντήρηση εφαρμόζεται στις περισσότερες βιομηχανικές μονάδες και τις βοηθά να έχουν μια πλήρη εικόνα του άμεσου μέλλοντος, όσον αφορά τη στιγμή παύσης της παραγωγής. Συνεπώς, τους δίνεται ο απαραίτητος χρόνος ώστε να παραγγείλουν εκ των προτέρων όσα ανταλλακτικά χρειάζονται, να συντονίσουν τους εργαζόμενους, να αποφύγουν αβέβαιες καταστάσεις, καταστροφές και ατυχήματα.

1.1 Η αξία της προληπτικής συντήρησης

Ο ανταγωνισμός στην παγκόσμια αγορά είναι σημαντικός για κάθε επιχείρηση. Για να συνεχίσει να λειτουργεί σωστά και να αναπτύσσεται, μια εταιρεία πρέπει να είναι ανταγωνιστική και να βελτιώνεται συνεχώς. Αυτό σημαίνει ότι χρειάζεται να καινοτομεί και

να παίρνει τις βέλτιστες αποφάσεις ώστε να έχει πλεονέκτημα απέναντι στους ανταγωνιστές της (Alsyouf, 2007).

Η σωστή φροντίδα και διαχείριση των μηχανημάτων μιας επιχείρησης διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην επιτυχία της. Το κόστος συντήρησης διαφέρει ανάλογα με το είδος της επιχείρησης και επηρεάζει την τελική τιμή των προϊόντων. Επειδή κάθε εταιρεία θέλει να προσφέρει ανταγωνιστικές τιμές, προσπαθεί όσο δύναται να μειώσει τα έξοδα συντήρησης των μηχανημάτων της. Στις βιομηχανίες τροφίμων το κόστος συντήρησης κυμαίνεται από 10% έως 15% της τιμής του προϊόντος, ενώ σε βαριές βιομηχανίες μπορεί να φτάσει και το 40%.

Καθώς η τεχνολογία εξελίσσεται συνεχώς, οι μηχανές γίνονται όλο και περισσότερο αναγκαίες. Για τον λόγο αυτό είναι απαραίτητο να στοχεύουμε στο βέλτιστο των δυνατοτήτων τους. Οι επιχειρήσεις λοιπόν, στηρίζονται στην καλή λειτουργία των μηχανημάτων τους, αφού το μεγαλύτερο μέρος της παραγωγής τους, εξαρτάται από αυτά. Σε περίπτωση που τα μηχανήματα αυτά υποστούν κάποια βλάβη, η παραγωγή σταματά, προκαλούνται καθυστερήσεις και κατά συνέπεια προκύπτουν επιπλέον έξοδα. Εάν οι βλάβες Στις βιομηχανίες τροφίμων το κόστος συντήρησης κυμαίνεται από 10% έως 15% της τιμής του προϊόντος, ενώ σε βαριές βιομηχανίες μπορεί να φτάσει και το 40%.

Ο έλεγχος και η τακτική συντήρηση των μηχανημάτων είναι απαραίτητα για κάθε εταιρεία που βασίζεται στον εξοπλισμό της. Επειδή καμία μηχανή δεν είναι δυνατό να λειτουργεί για πάντα χωρίς να παρουσιάσει προβλήματα, η προληπτική συντήρηση είναι η πιο συμφέρουσα επιλογή. Παρόλο που το κόστος της είναι υψηλό, στην πραγματικότητα βοηθά στην αποφυγή μεγαλύτερων εξόδων μακροπρόθεσμα. Μια επιχείρηση που οργανώνει σωστά την συντήρηση του εξοπλισμού της, λειτουργεί πιο αποδοτικά και εξασφαλίζει καλύτερη θέση στην αγορά (Nakagawa, 2005).

1.2 Ιστορικές αναφορές στη συντήρηση

Η συντήρηση των μηχανών και των συστημάτων αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της ανθρώπινης δραστηριότητας εδώ και αιώνες. Στην αρχαιότητα, πολιτισμοί όπως οι Αιγύπτιοι, οι Έλληνες και οι Ρωμαίοι ανέπτυξαν τεχνικές για τη διατήρηση των υποδομών τους, όπως τα αρδευτικά συστήματα και τα πολεμικά μηχανήματα (Mobley, 2002). Παρόλο που η συντήρηση δεν είχε θεσμοθετηθεί ως οργανωμένη πρακτική, η ανάγκη για επισκευές και περιοδικούς ελέγχους ήταν αναγνωρισμένη.

Με την έναρξη της βιομηχανικής επανάστασης τον 18ο αιώνα και την εκτεταμένη χρήση μηχανημάτων, αυξήθηκε η ανάγκη για προγραμματισμένη συντήρηση. Τα εργοστάσια βασίζονταν σε μηχανοκίνητα μέσα και η αποτυχία τους μπορούσε να οδηγήσει σε διακοπή της παραγωγής. Ωστόσο η συντήρηση εκείνη την εποχή περιοριζόταν κυρίως στην διορθωτική συντήρηση, δηλαδή την επισκευή των μηχανών μόνο όταν υπήρχε βλάβη (Smith, 1993).

Ο Α΄ παγκόσμιος πόλεμος (1914-1918) ανέδειξε την σημασία της συντήρησης ιδιαίτερα στον στρατιωτικό εξοπλισμό. Τα άρματα μάχης, τα αεροπλάνα και τα πλοία απαιτούσαν συνεχή επισκευή και έλεγχο, οδηγώντας στη σταδιακή θεσμοθέτηση της προληπτικής συντήρησης (Pintelon & Parodi-Herz, 2008).

Ωστόσο, η πραγματική επανάσταση στη συντήρηση ήρθε κατά τη διάρκεια του Β΄ παγκοσμίου πολέμου (1939-1945). Οι πολεμικές επιχειρήσεις απαιτούσαν τη συνεχή διαθεσιμότητα του εξοπλισμού, γεγονός που οδήγησε στην ανάπτυξη νέων στρατηγικών συντήρησης. Οι στρατιωτικές δυνάμεις των Ηνωμένων Πολιτειών και της Μεγάλης Βρετανίας εισήγαγαν την προγραμματισμένη συντήρηση με συστηματικούς ελέγχους και αντικαταστάσεις εξαρτημάτων πριν την εμφάνιση βλαβών (Nowlan et al 1978). Επιπλέον η πολεμική αεροπορία των ΗΠΑ εφάρμοσε το Reliability Centered Maintenance (RCM) το οποίο εστίαζε στη βελτιστοποίηση της συντήρησης με βάση την αξιοπιστία κάθε συστήματος.

Μετά τον πόλεμο, οι τεχνικές συντήρησης που αναπτύχθηκαν χρησιμοποιήθηκαν στη βιομηχανία καθώς υπήρχε πλέον τεράστια ζήτηση σε προϊόντα και οι βιομηχανίες στηρίζονταν ολοένα και περισσότερο στις μηχανές. Η εμφάνιση της Ολικής Παραγωγικής Συντήρησης (Total Productive Maintenance) στην Ιαπωνία τη δεκαετία του 1950 και η

υιοθέτηση της Προληπτικής και Προβλεπτικής Συντήρησης οδήγησαν στη σημερινή εξέλιξη του κλάδου.

Ανάλογα με τη μεθοδολογία εφαρμογής του μοντέλου, η προληπτική συντήρηση χωρίζεται σε τρεις κατηγορίες (Παπαχρήστος,2022):

1. **Προκαθορισμένη συντήρηση (Predetermined Maintenance – PM):** Αυτή η μέθοδος βασίζεται στις οδηγίες και τις εκτιμήσεις του κατασκευαστή, εκτελώντας συντήρηση ή αντικατάσταση εξαρτημάτων σύμφωνα με προκαθορισμένα χρονοδιαγράμματα χωρίς να λαμβάνει υπόψη εξωτερικούς παράγοντες
2. **Συντήρηση βάσει συνθηκών (Condition-Based Maintenance – CBM):** Σε αυτή την προσέγγιση χρησιμοποιούνται μηχανισμοί ελέγχου όπως αισθητήρες για την παρακολούθηση της κατάστασης του εξοπλισμού σε πραγματικό χρόνο. Οι παρεμβάσεις πραγματοποιούνται όταν εντοπιστούν ανωμαλίες ή απόκλιση από τις κανονικές συνθήκες λειτουργίας
3. **Προβλεπτική συντήρηση (Predictive Maintenance):** Αυτή η σύγχρονη μορφή συντήρησης συνδυάζει αισθητήρες, τεχνητή νοημοσύνη και ανάλυση δεδομένων για να διατηρεί τον εξοπλισμό σε ιδανικές συνθήκες λειτουργίας και να προβλέπει πιθανές βλάβες πριν αυτές συμβούν.

Στην πράξη οι επιχειρήσεις συχνά συνδυάζουν αυτές τις στρατηγικές συντήρησης για να επιτύχουν τη βέλτιστη απόδοση του συστήματος. Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου συντήρησης είναι κρίσιμη καθώς πρέπει να ισορροπεί το οικονομικό όφελος με τη λειτουργικότητα του εξοπλισμού.

1.3 Σχεδιασμός και οργάνωση

Ο καθορισμός της κατάλληλης στρατηγικής συντήρησης αποτελεί κρίσιμο βήμα για κάθε επιχείρηση και σχετίζεται άμεσα με τη συνολική της λειτουργική πολιτική. Αφού ληφθεί αυτή η απόφαση, η οποία συχνά δεν είναι απλή ή μοναδική, ακολουθούν επιπλέον ενέργειες

για την ολοκλήρωση και εφαρμογή του εκάστοτε μοντέλου. Η προληπτική συντήρηση βασίζεται στην ύπαρξη σωστού σχεδιασμού, προγραμματισμού και οργάνωσης. Το πρώτο βήμα είναι ο καθορισμός των στόχων, οι οποίοι προσαρμόζονται στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε επιχείρησης, όπως η φύση του εξοπλισμού και των προϊόντων της.

Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας είναι ο χρονικός προγραμματισμός της διακοπής της παραγωγής, ώστε να εκτελούνται οι απαιτούμενοι έλεγχοι και εργασίες συντήρησης. Οι έλεγχοι αυτοί καθορίζονται τόσο από το θεσμικό πλαίσιο όσο και από την εσωτερική πολιτική της επιχείρησης. Κάποιοι είναι υποχρεωτικοί, ενώ άλλοι επιλέγονται με στόχο τη διατήρηση της λειτουργικότητας σε υψηλό επίπεδο.

Η αποτελεσματικότητα της προληπτικής συντήρησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την κατάλληλη κατάρτιση του ανθρώπινου δυναμικού. Οι τεχνικοί και μηχανικοί που στελεχώνουν την επιχείρηση χρειάζεται να είναι σε θέση να εντοπίζουν έγκαιρα προβλήματα ή ενδείξεις αστοχίας, να τα αντιμετωπίζουν σύντομα και να χειρίζονται σωστά τον εξοπλισμό, πάντα με σεβασμό στους κανόνες ασφαλείας. Η επένδυση στη συνεχή εκπαίδευση του προσωπικού αποφέρει μακροπρόθεσμα οφέλη, περιορίζοντας καθυστερήσεις και λειτουργικές βλάβες.

Παρότι ο προληπτικός έλεγχος αποτελεί αποδοτική επιλογή, η απουσία κατάλληλου σχεδιασμού μπορεί να οδηγήσει σε αντίθετα αποτελέσματα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, είτε παρατηρείται υπερβολική συχνότητα ελέγχων χωρίς ουσιαστικές παρεμβάσεις είτε πολύ περιορισμένες ενέργειες συντήρησης, γεγονός που καθιστά το σύστημα συντήρησης αναποτελεσματικό και κοστοβόρο.

1.4 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Στο σύγχρονο τεχνολογικό και βιομηχανικό περιβάλλον, η αυξανόμενη πολυπλοκότητα και αυτοματοποίηση των συστημάτων έχει καταστήσει τις παραγωγικές μονάδες έντονα εξαρτημένες από την ομαλή λειτουργία του τεχνικού τους εξοπλισμού. Η εξάρτηση αυτή ενισχύει την ανάγκη για αποδοτικές στρατηγικές συντήρησης, οι οποίες συμβάλλουν καθοριστικά στη μείωση του κόστους, στην αποφυγή απρογραμμάτιστων διακοπών και στη βελτιστοποίηση της διάρκειας ζωής των εξαρτημάτων. Ειδικά τις

τελευταίες δεκαετίες, έχει σημειωθεί αξιοσημείωτη πρόοδος στη μελέτη και ανάπτυξη μοντέλων συντήρησης, με πληθώρα εφαρμογών στον τομέα της αξιοπιστίας και της διαχείρισης κύκλου ζωής εξοπλισμού (Wang, Li et al, 2015).

Οι ερευνητικές προσεγγίσεις διαφοροποιούνται ανάλογα με τη φύση του υπό εξέταση συστήματος (μονάδες ενός ή πολλών στοιχείων), τον τύπο της συντήρησης (προληπτική ή διορθωτική), τον αριθμό των πιθανών καταστάσεων αστοχίας και τον τρόπο με τον οποίο εφαρμόζεται η παρακολούθηση ή η διάγνωση σφαλμάτων (Xu et al 2013). Η ποικιλία αυτών των παραγόντων έχει οδηγήσει στη διαμόρφωση ενός ευρέος φάσματος μοντέλων, τα οποία μπορούν να προσαρμοστούν στις ανάγκες κάθε εφαρμογής.

Μια από τις πιο διαδεδομένες στρατηγικές προληπτικής συντήρησης αποτελεί η πολιτική αντικατάστασης βάσει ηλικίας (Age Replacement Policy – ARP), η οποία προτάθηκε αρχικά από τους Barlow και Hunter (1960). Σύμφωνα με αυτήν, το σύστημα αντικαθίσταται είτε μετά από προκαθορισμένο χρόνο λειτουργίας T είτε όταν παρουσιαστεί αστοχία, όποιο από τα δύο συμβεί πρώτο. Το βασικό πλεονέκτημα αυτής της πολιτικής είναι η απλότητα και η εύκολη εφαρμογή της, ειδικά σε περιβάλλοντα όπου η στατιστική συμπεριφορά του εξοπλισμού είναι καλά καταγεγραμμένη. Ωστόσο, στην πράξη, η άμεση αντικατάσταση μετά από αστοχία δεν είναι πάντα εφικτή, λόγω λειτουργικών ή οικονομικών περιορισμών. Σε τέτοιες περιπτώσεις, προτείνεται η χρήση περιοδικής αντικατάστασης σε συνδυασμό με ελάχιστη επιδιόρθωση (minimal repair) για τις ενδιάμεσες αστοχίες (Hunter et al, 1960).

Στη διεθνή βιβλιογραφία, γίνεται συχνά η υπόθεση ότι ένα σύστημα, όταν επισκευάζεται, είτε αποκαθίσταται πλήρως (σαν καινούριο), είτε παραμένει στην ίδια φθαρμένη κατάσταση (σαν παλιό). Αυτή η διχοτόμηση, αν και χρήσιμη για αναλυτικούς σκοπούς, δεν αντανakλά επαρκώς την πραγματικότητα. Για τον λόγο αυτό, οι Pham & Wang (1996) πρότειναν την έννοια της ατελούς (imperfect) συντήρησης, η οποία επιτρέπει τη μοντελοποίηση επεμβάσεων ενδιάμεσης ποιότητας. Ένα σχετικό στοχαστικό πλαίσιο είχε ήδη διαμορφωθεί από τους Brown και Proschan (1983), οι οποίοι εισήγαγαν το μοντέλο (p, q) , στο οποίο η απόφαση μεταξύ πλήρους αντικατάστασης και ελάχιστης επιδιόρθωσης λαμβάνεται με πιθανότητες p και $q = 1 - p$ αντίστοιχα (Wang et al, 1996). Η ελαστικότητα του μοντέλου αυτού επιτρέπει την κάλυψη ενός ευρέος φάσματος περιπτώσεων, από πλήρως αξιόπιστες έως έντονα φθαρμένες καταστάσεις.

Το μοντέλο της ατελούς συντήρησης έχει εξελιχθεί και εμπλουτιστεί μέσα από πλήθος ερευνητικών εργασιών. Ανάμεσα στις πιο γνωστές μεθόδους περιλαμβάνονται η προσέγγιση της βελτίωσης κατά βαθμό (improvement factor) του Nakagawa (1988) που η κατάσταση του συστήματος μετά τη συντήρηση είναι καλύτερη από πριν, αλλά χειρότερη από τη νέα. Επίσης το μοντέλο του Kijima (1989) που η συντήρηση επηρεάζει την εικονική ηλικία του συστήματος, δηλαδή την ηλικία με την οποία συμπεριφέρεται το σύστημα από άποψη φθοράς μετά τη συντήρηση και τέλος, το σωρευτικό μοντέλο φθοράς (Kijima et al, 1991) που η φθορά στο σύστημα συσσωρεύεται με την πάροδο του χρόνου και δεν εξαλείφεται πλήρως με τη συντήρηση. Οι Chen & Sheu (2010), αξιοποίησαν τα παραπάνω μοντέλα για την ανάπτυξη βελτιστοποιημένων στρατηγικών συντήρησης, λαμβάνοντας υπόψη περιορισμούς αξιοπιστίας και κατάφεραν να προσδιορίσουν τον βέλτιστο χρόνο προληπτικής συντήρησης που ελαχιστοποιεί το κόστος διατηρώντας υψηλή αξιοπιστία.

Ειδικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση στην οποία η αντικατάσταση δεν βασίζεται αποκλειστικά σε σταθερούς χρονικούς ορίζοντες. Στην πραγματικότητα, ειδικά σε παραγωγικά περιβάλλοντα όπου οι διαδικασίες ακολουθούν ασυνεχή πρότυπα ή διαδοχικούς κύκλους, η αυστηρά περιοδική συντήρηση μπορεί να είναι μη εφαρμόσιμη ή και επιζήμια (Nakagawa, 2005). Σε τέτοια σενάρια, κρίνεται πιο κατάλληλη η συντήρηση μετά την ολοκλήρωση μιας πλήρους εργασίας, όπως υποστηρίζεται και στις μελέτες των Sugiyra et al (2006).

Η παρούσα εργασία εστιάζει στην τροποποίηση της παραδοσιακής πολιτικής ARP μέσω της ενσωμάτωσης του κανόνα (p, q) ατελούς συντήρησης. Συγκεκριμένα, προτείνεται ένα μικτό μοντέλο στο οποίο η αντικατάσταση πραγματοποιείται είτε μετά από έναν προκαθορισμένο χρόνο είτε μετά από έναν στοχαστικό κύκλο λειτουργίας, ενώ σε περίπτωση επιδιορθώσιμης αστοχίας εφαρμόζεται μικρή επισκευή. Αν η αστοχία είναι μη επιδιορθώσιμη, τότε πραγματοποιείται άμεση αντικατάσταση. Αυτή η προσέγγιση επεκτείνει προηγούμενα μοντέλα (Chen et al, 2010) ενσωματώνοντας την τυχαιότητα τόσο στον χρόνο λειτουργίας όσο και στην ποιότητα της παρέμβασης.

Περαιτέρω, εξετάζεται το σενάριο κατά το οποίο το σύστημα εκτελεί N διακριτές εργασίες, καθεμία με στοχαστική διάρκεια. Σε αυτό το πλαίσιο, η αντικατάσταση μπορεί να καθυστερήσει εφόσον η τρέχουσα εργασία δεν έχει ολοκληρωθεί, με σκοπό να αποφεύγεται

η άσκοπη διακοπή της παραγωγικής διαδικασίας. Αυτή η επέκταση καθιστά το μοντέλο πιο ρεαλιστικό και εφαρμόσιμο, ιδίως σε εργοστασιακές γραμμές παραγωγής και υπηρεσίες συνεχούς λειτουργίας (Nakamura, 2018).

Κύριος στόχος της παρούσας προσέγγισης είναι να προσδιορίσει το βέλτιστο σημείο παρέμβασης, μέσω της ελαχιστοποίησης του μέσου κόστους ανά μονάδα χρόνου λειτουργίας. Η ενσωμάτωση της πιθανότητας για επιδιόρθωση ή αντικατάσταση μέσω του μηχανισμού (p, q) προσδίδει στο μοντέλο ευελιξία και προσαρμοστικότητα στις ιδιαιτερότητες κάθε εφαρμογής. Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται στην εργασία βασίζονται στις θεωρητικές προσεγγίσεις του Chang (2014), οι οποίες προσφέρουν πρακτικές λύσεις για τη διαχείριση συντηρήσεων σε περιβάλλοντα με αβεβαιότητα και μεταβλητότητα. Παράλληλα, αξιοποιούνται και οι βασικές αρχές που παρουσιάζονται στο έργο των de Jonge et al (2020), το οποίο εστιάζει στην ανασκόπηση βελτιστοποιημένων πολιτικών προληπτικής συντήρησης υπό συνθήκες στοχαστικών βλαβών και περιορισμένων πόρων. Τέλος, το προτεινόμενο σχήμα επιτρέπει τη μοντελοποίηση και των δύο ακραίων σεναρίων που εμφανίζονται στις προγενέστερες μελέτες, δηλαδή πλήρης αντικατάσταση ή ελάχιστη επισκευή, ως ειδικές περιπτώσεις του γενικευμένου πλαισίου που προτείνεται εδώ.

1.5 Σκοπός της εργασίας

Η βασική σύλληψη της παρούσας διπλωματικής εργασίας επικεντρώνεται στην ανάπτυξη δύο μαθηματικών μοντέλων του Chang (2014), τα οποία θα προσδιορίζουν τους ιδανικούς χρόνους αντικατάστασης εξαρτημάτων σε μια παραγωγική διαδικασία, με σκοπό τον σχεδιασμό κατάλληλων πολιτικών προληπτικής συντήρησης.

Το πρώτο μοντέλο στοχεύει στη μείωση του συνολικού κόστους συντήρησης μιας επιχείρησης, μέσω της βελτιστοποίησης των χρονικών στιγμών επιδιόρθωσης και αντικατάστασης των εξαρτημάτων, με βάση συγκεκριμένες παραδοχές. Οι βλάβες διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με το πότε παρουσιάζονται, και κάθε κατηγορία συνοδεύεται από το αντίστοιχο κόστος. Για την εφαρμογή του μοντέλου απαιτούνται ιστορικά δεδομένα της επιχείρησης, όπως οι χρονικές στιγμές εμφάνισης βλαβών, ο αριθμός των καθυστερήσεων στην παραγωγή, καθώς και τα μέσα κόστη, επιδιόρθωσης και βλάβης.

Το δεύτερο μοντέλο έχει επίσης ως στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, ακολουθώντας διαφορετικές παραδοχές. Πρόκειται για παραλλαγή ενός βασικού μοντέλου προληπτικής συντήρησης, το οποίο εξετάζει τρεις διαφορετικές περιπτώσεις αντικατάστασης: την αντικατάσταση λόγω καταστροφικής βλάβης, την αντικατάσταση λόγω φυσικής φθοράς (N φορών λειτουργίας τεμαχίου) ή παλαίωσης του εξαρτήματος.

Στο εφαρμοσμένο μέρος της εργασίας, για την υλοποίηση των μοντέλων θα αξιοποιηθεί η βασική θεωρία πιθανοτήτων, συνδυαστικά με μαθηματικές συναρτήσεις βελτιστοποίησης που θα υλοποιηθούν στο υπολογιστικό περιβάλλον Matlab. Επίσης, θα χρησιμοποιηθούν κατάλληλες γνωστές στατιστικές κατανομές για την περιγραφή του ρυθμού εμφάνισης βλαβών. Το τελικό αποτέλεσμα θα αναδείξει τη συσχέτιση των μεταβλητών με το συνολικό κόστος και θα προτείνει τις βέλτιστες λύσεις για τη μείωση των δαπανών συντήρησης.

Κεφάλαιο 2

Βλάβες

2.1 Τύποι βλαβών

Κάθε εξάρτημα σύμφωνα με τον Κοντολέων (2008) διαθέτει ορισμένα προκαθορισμένα λειτουργικά χαρακτηριστικά, τα οποία, ανάλογα με τη διαδικασία κατασκευής, μπορεί να κυμαίνονται εντός συγκεκριμένων ορίων. Όταν ένα ή περισσότερα από αυτά τα χαρακτηριστικά αποκλίνουν — πλήρως ή μερικώς — από τα προβλεπόμενα όρια, θεωρείται ότι έχει προκύψει βλάβη στο εξάρτημα.

Οι βλάβες που εμφανίζονται ξαφνικά και προκαλούν απώλεια της επιθυμητής λειτουργίας ενός εξαρτήματος χαρακτηρίζονται ως καταστροφικές ή τυχαίες. Πρόκειται για αστοχίες που δεν μπορούν να προβλεφθούν και είναι ιδιαίτερα συχνές. Ο φυσικός μηχανισμός πίσω από τις τυχαίες βλάβες μπορεί να περιγραφεί ως μια αιφνίδια και απρόβλεπτη συσσώρευση καταπονήσεων, που ξεπερνούν την αντοχή του εξαρτήματος.

Σε συστήματα που περιλαμβάνουν πολλά εξαρτήματα, μια και μόνο καταστροφική βλάβη μπορεί να οδηγήσει σε συνολική αστοχία. Αν όμως το σύστημα εξακολουθεί να λειτουργεί, τότε η βλάβη αυτή χαρακτηρίζεται ως μερική. Δηλαδή, παρότι κάποιο ή κάποια εξαρτήματα έχουν καταστραφεί, το σύστημα συνεχίζει να λειτουργεί εντός αποδεκτών ορίων. Ωστόσο, τέτοιες μερικές βλάβες συνήθως υποβαθμίζουν τη συνολική απόδοση και οδηγούν στη φθορά του συστήματος.

Ένα άλλο είδος βλάβης είναι η λεγόμενη ολίσθηση, κατά την οποία τα λειτουργικά χαρακτηριστικά ενός εξαρτήματος ή συστήματος παρεκκλίνουν σταδιακά. Ανάλογα με τα

αίτια και την ένταση, οι βλάβες ολίσθησης μπορεί να είναι προσωρινές ή μόνιμες. Αν δεν εντοπιστούν και διορθωθούν εγκαίρως, συχνά οδηγούν σε καταστροφικές αστοχίες.

Τέλος, σε ορισμένα ηλεκτρονικά συστήματα παρατηρούνται οι λεγόμενες διαλείπουσες ή κρυφές βλάβες. Αυτές εκδηλώνονται ξαφνικά, διαρκούν για σύντομο χρονικό διάστημα και είναι ιδιαίτερα δύσκολο να εντοπιστούν ή να επιδιορθωθούν. Στα υπολογιστικά συστήματα, τέτοιες βλάβες μπορεί να προκύψουν είτε από φθορά κάποιου εξαρτήματος είτε από εξωτερικές περιβαλλοντικές επιδράσεις, οδηγώντας σε κατάσταση βλάβης που με τη σειρά της προκαλεί σφάλματα. Τα σφάλματα αυτά εκδηλώνονται είτε ως λανθασμένα αποτελέσματα είτε ως παρεκκλίσεις από την κανονική ροή εκτέλεσης ενός προγράμματος. Ένα σφάλμα αποτελεί συνέπεια μιας κατάστασης βλάβης και μπορεί να είναι είτε μόνιμο είτε μεταβατικό. Οι μεταβατικές καταστάσεις προκαλούνται από προσωρινές εξωτερικές επιδράσεις, ενώ οι διαλείπουσες εμφανίζονται σποραδικά και χωρίς προειδοποίηση (Κοντολέων, 2008).

Στο συγκεκριμένο μοντέλο του Chang (2014) θα αναλυθούν ειδικότερα δύο είδη βλαβών: βλάβες **τύπου-I** (μικρές και επιδιορθώσιμες) και **βλάβες τύπου-II** (καταστροφικές - μη επιδιορθώσιμες). Ειδικότερα, θα βρεθεί ο βέλτιστος χρόνος προληπτικής συντήρησης του εκάστοτε τεμαχίου του συστήματος ανάλογα με την πιθανότητα εμφάνισης μικρής βλάβης. Η επιδιόρθωση της βλάβης ανεξαρτήτως μεγέθους φέρνει το σύστημα στην αρχική του κατάσταση (good as new). Έτσι οι έννοιες «επισκευή» και «αντικατάσταση» αποκτούν την ίδια βαρύτητα και χάρη ευκολίας θα χρησιμοποιείται ο όρος «αντικατάσταση». Κάνουμε την παραδοχή ότι οι βλάβες εμφανίζονται αμέσως και χρόνος επισκευής η αντικατάστασης της βλάβης είναι μηδενικός. Για να υπολογιστεί το τελικό κόστος του συστήματος θα οριστούν τα κόστη επισκευής και αντικατάστασης για μια περίοδο η αλλιώς για έναν χρονικό κύκλο.

2.2 Τρόποι βλαβών

Οι τρόποι με τους οποίους ένα εξάρτημα ή ένα σύστημα μπορεί να παρουσιάσει βλάβη ποικίλλουν και εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από τον τρόπο κατασκευής τους και τα λειτουργικά χαρακτηριστικά τους. Για παράδειγμα, σε απλά ηλεκτρονικά εξαρτήματα (όπως οι αντιστάσεις) συναντάμε συχνά βλάβες που σχετίζονται είτε με αποκοπή (ανοιχτό

κύκλωμα) είτε με βραχυκύκλωμα. Αυτές θεωρούνται ακραίες περιπτώσεις, καθώς συνεπάγονται πλήρη απώλεια λειτουργίας.

Σε πιο σύνθετα εξαρτήματα, τα είδη των πιθανών ακραίων βλαβών είναι περισσότερα. Παράλληλα, υπάρχουν και βλάβες που δεν είναι τόσο ακραίες, για παράδειγμα, όταν ένα εξάρτημα συνεχίζει να λειτουργεί αλλά με υποβαθμισμένες επιδόσεις. Αυτές χαρακτηρίζονται ως ενδιάμεσες βλάβες, καθώς δεν προκαλούν πλήρη παύση της λειτουργίας, αλλά επηρεάζουν την απόδοσή του συστήματος.

Η εμφάνιση βλάβης σε ένα ή περισσότερα εξαρτήματα μπορεί να επηρεάσει συνολικά τη λειτουργία του συστήματος. Αν η βλάβη είναι σοβαρή και επηρεάζει κρίσιμες λειτουργίες, μπορεί να οδηγήσει σε καταστροφή του συστήματος. Αντίθετα, αν πρόκειται για μερική βλάβη, το σύστημα ενδέχεται να συνεχίσει να λειτουργεί επαρκώς, είτε με κάποιους περιορισμούς είτε με μειωμένη απόδοση.

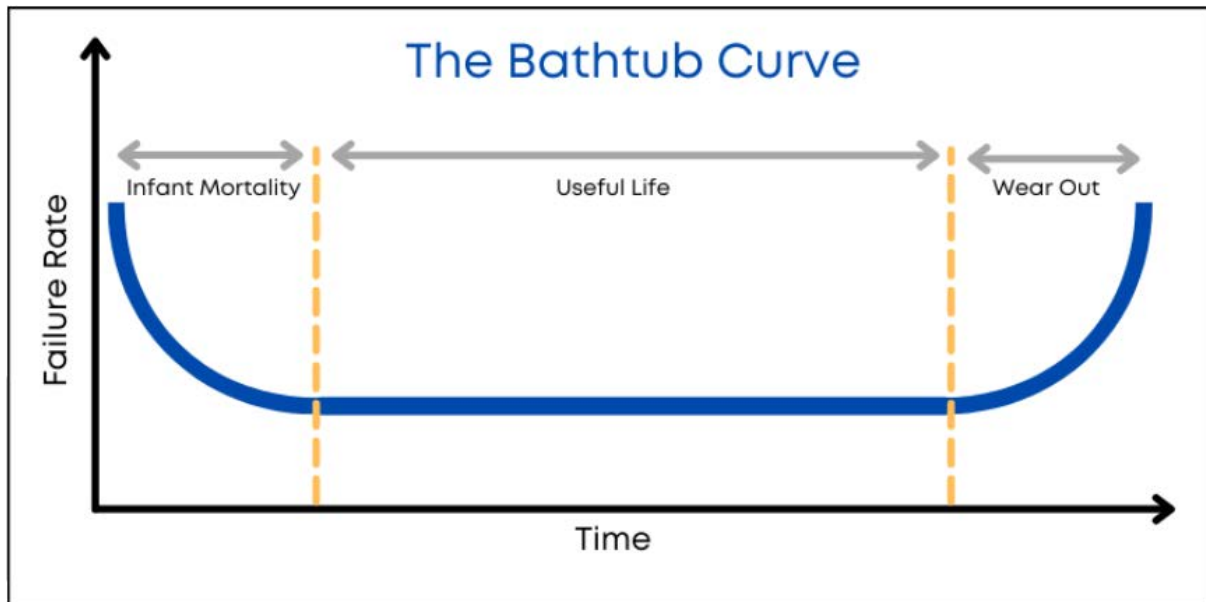
Σε εφαρμογές υψηλής αξιοπιστίας είναι σύνηθες να γίνεται διάκριση μεταξύ επικίνδυνων και ακίνδυνων βλαβών. Επίσης, γίνεται διάκριση και μεταξύ εμφανών και μη εμφανών βλαβών: οι εμφανείς εκδηλώνονται με σαφή τρόπο, π.χ. μέσω ειδοποίησης ή σφάλματος, ενώ οι μη εμφανείς απαιτούν ειδικό έλεγχο ή διάγνωση για να γίνουν αντιληπτές (Κοντολέων 2008).

2.3 Η καμπύλη χρόνου ζωής -bathtub curve

Μια βασική παράμετρος μελέτης του μοντέλου προληπτικής συντήρησης είναι η συνάρτηση του ρυθμού βλαβών του συστήματος (hazard function ή hazard rate), $z(t)$, που δίνει τον ρυθμό που συμβαίνουν οι βλάβες σε ένα εξάρτημα ή σύστημα. Για ένα μεγάλο και ομοιογενή πληθυσμό τεμαχίων ή συστημάτων, η συνάρτηση ρυθμού βλαβών έχει τη μορφή του σχήματος 2.3.1 και ονομάζεται καμπύλη χρόνου ζωής (bathtub curve). Η καμπύλη περιγράφει τον ρυθμό αποτυχίας ενός συστήματος ή εξαρτήματος κατά τη διάρκεια του χρόνου ζωής του, διακρίνοντας τρεις φάσεις (Κοντολέων 2008) :

1. **Πρώιμη περίοδος (burn in ή Infant Mortality Period):** Χαρακτηρίζεται από υψηλό αλλά φθίνοντα ρυθμό βλαβών, λόγω αρχικών ελαττωμάτων ή προβλημάτων κατασκευής. Μετά την απομάκρυνση των περισσότερων ελαττωματικών, τα εξαρτήματα που απομένουν παρουσιάζουν στη συνέχεια έναν κατά προσέγγιση σταθερό ρυθμό βλαβών. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η οργανωμένη διαδικασία για την απομάκρυνση των πρώιμων βλαβών περιλαμβάνει έναν δοκιμαστικό έλεγχο. Σε αυτό το στάδιο, τα εξαρτήματα ή τα συστήματα τίθενται σε λειτουργία για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα, κατά το οποίο εντοπίζονται πιθανές αρχικές βλάβες. Η διάρκεια αυτής της περιόδου κυμαίνεται, βάσει εμπειρικών δεδομένων των κατασκευαστών, συνήθως μεταξύ 20 και 200 ωρών. Ο τρόπος με τον οποίο προκύπτουν οι πρώιμες βλάβες μοιάζει με εκείνον των τυχαίων αστοχιών, καθώς και αυτές προκύπτουν από αιφνίδιες και μη προβλέψιμες συσσωρεύσεις φορτίσεων που ξεπερνούν την αντοχή που προβλέφθηκε κατά τον σχεδιασμό. Αυτές οι αστοχίες εκδηλώνονται υπό χαμηλότερες καταπονήσεις απ' ό,τι αναμενόταν, και συνήθως αποδίδονται σε κατασκευαστικές ατέλειες ή ελαττώματα ορισμένων εξαρτημάτων.
2. **Ωφέλιμη περίοδος (Useful Life Period):** Η περίοδος της ωφέλιμης ζωής ενός συστήματος έπεται της πρώιμης περιόδου, κατά την οποία οι βλάβες είναι συχνότερες. Σε αυτό το στάδιο, ο ρυθμός εμφάνισης βλαβών σταθεροποιείται σε χαμηλά επίπεδα και συνήθως ακολουθεί τυχαία κατανομή. Οι πρώιμες βλάβες έχουν πλέον περιοριστεί σημαντικά ή ακόμα και εξαλειφθεί, ενώ δεν έχουν αρχίσει ακόμη να εκδηλώνονται φαινόμενα φθοράς λόγω παλαιώσης. Η συγκεκριμένη περίοδος παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη μελέτη της αξιοπιστίας, καθώς θεωρείται η πιο σταθερή φάση λειτουργίας ενός εξαρτήματος ή συστήματος. Σε πολλές περιπτώσεις, οι βλάβες σε αυτή τη φάση περιγράφονται με ικανοποιητική ακρίβεια μέσω της εκθετικής κατανομής.
3. **Περίοδος φθοράς (Wear-Out Period):** Καθώς ένα εξάρτημα ή σύστημα πλησιάζει το τέλος της ωφέλιμης ζωής του, παρατηρείται σημαντική αύξηση του ρυθμού εμφάνισης βλαβών. Η αύξηση αυτή αποδίδεται σε μηχανικά φαινόμενα, όπως η διάβρωση, η τριβή, η κόπωση και η ολίσθηση. Κατά κανόνα, κατά την περίοδο αυτή, οι αστοχίες παρουσιάζουν μια μορφή κατανομής που προσεγγίζει την κανονική. Μια αποτελεσματική μέθοδος ενίσχυσης της αξιοπιστίας του συστήματος είναι η

εφαρμογή προληπτικής συντήρησης πριν την έναρξη της φάσης φθοράς, με στόχο την αποτροπή επιταχυνόμενης υποβάθμισης της λειτουργίας του.



Σχήμα 2.3.1

Κατά την αρχική και την ωφέλιμη φάση ζωής ενός συστήματος, οι περισσότερες βλάβες είναι κυρίως καταστροφικές, ενώ στην περίοδο φθοράς κυριαρχούν οι σταδιακές βλάβες, όπως οι βλάβες ολίσθησης. Από την καμπύλη ζωής (bathtub curve) συνάγεται ότι η αξιοπιστία ενός συστήματος μπορεί να ενισχυθεί μέσω δύο κύριων στρατηγικών. Η πρώτη αφορά τον δοκιμαστικό έλεγχο, ο οποίος εφαρμόζεται κυρίως κατά την πρώιμη περίοδο λειτουργίας με σκοπό την εντοπισμό και απομάκρυνση των αρχικών ατελειών. Η δεύτερη είναι η εφαρμογή προληπτικής συντήρησης, που συμβάλλει στην αποτροπή των βλαβών λόγω γήρανσης και φθοράς, επεκτείνοντας έτσι τη διάρκεια ζωής των εξαρτημάτων.

Κεφάλαιο 3

Μοντέλο Α

Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλυθεί το πρώτο μοντέλο προληπτικής συντήρησης του Chang (2014) με δύο τύπους βλαβών. Οι βλάβες προκύπτουν από την γήρανση κάθε επιμέρους τεμαχίου του συστήματος και είναι δύο ειδών: μικρές βλάβες (επανορθώσιμες) και μεγάλες βλάβες (καταστροφικές). Τα κόστη που ασχολείται το συγκεκριμένο μοντέλο είναι: το κόστος καταστροφής C_Z , το κόστος μικρής βλάβης C_m , το κόστος προληπτικής συντήρησης στον χρόνο T (C_T) και το κόστος προληπτικής συντήρησης σε τυχαίο χρόνο Y (C_Y). Η λειτουργία του μοντέλου βελτιστοποίησης είναι η εύρεση της βέλτιστης τιμής T για κάθε τιμή πιθανότητας μικρής βλάβης q , η οποία θα ελαχιστοποιεί το ολικό κόστος συντήρησης του συστήματος. Το συγκεκριμένο μοντέλο παρουσιάζει μια απλοποιημένη εκδοχή του Μοντέλου Β που θα παρουσιαστεί στα επόμενα κεφάλαια της εργασίας. Στη συνέχεια θα αναλυθούν τα αποτελέσματα κάθε μοντέλου και θα συγκριθούν στο τέλος της εργασίας.

3.1 Ορισμός του μαθηματικού μοντέλου Α

Το μοντέλο Α βασίζεται σε μια τροποποιημένη πολιτική προληπτικής συντήρησης, όπου η επισκευή, η συντήρηση και η αντικατάσταση του συστήματος πραγματοποιούνται σύμφωνα με τον εξής μηχανισμό:

1. Συνθήκες αντικατάστασης

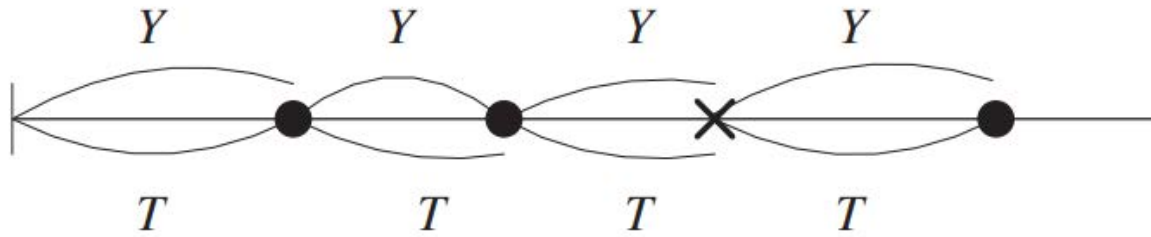
Το σύστημα αντικαθίσταται όταν πληρείται μία από τις παρακάτω προϋποθέσεις:

Α) Όταν φτάσει την προκαθορισμένη ηλικία T .

Β) Όταν ολοκληρωθεί ένας τυχαίος κύκλος λειτουργίας Y .

Γ) Αμέσως μετά από μια βλάβη τύπου-II.

2. Το σύστημα ξεκινά τη λειτουργία του σε χρόνο μηδέν με έναν χρόνο αποτυχίας X ο οποίος ακολουθεί μια γενική κατανομή $F(t)$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(t)$. Ο ρυθμός βλάβης του συστήματος $r(t) = \frac{f(t)}{\bar{F}(t)}$ (όπου $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$) αυξάνεται με τον χρόνο μέχρι να φτάσει σε μια μέγιστη τιμή. Προκειμένου να αποφευχθεί μια ανεπιθύμητη διακοπή λειτουργίας προγραμματίζεται μια προληπτική αντικατάσταση που πραγματοποιείται όταν το σύστημα φτάσει σε ηλικία T .
3. **Προληπτική αντικατάσταση με βάση τον χρόνο λειτουργίας**
Ο χρόνος λειτουργίας Y είναι μια τυχαία μεταβλητή με κατανομή $G(t)$ η οποία δεν εξαρτάται από τις πραγματικές αστοχίες του συστήματος (το Y είναι ανεξάρτητο του X). Σε περιπτώσεις όπου η διάρκεια λειτουργίας του συστήματος γίνεται υπερβολικά μεγάλη, η αντικατάστασή του πραγματοποιείται στο τέλος του κύκλου λειτουργίας, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη κάποια συγκεκριμένη βλάβη.
4. **Οι βλάβες του συστήματος κατηγοριοποιούνται σε 2 τύπους:**
Τύπου-I (επισκευάσιμες βλάβες): Συμβαίνουν με πιθανότητα q και διορθώνονται μέσω μιας μικρής επισκευής (minimal repair) χωρίς να επηρεάζουν την πιθανότητα καταστροφής του συστήματος (βλάβη τύπου-II).
Τύπου-II (μη επισκευάσιμες οι καταστροφικές βλάβες): Εμφανίζονται με πιθανότητα $p = 1 - q$ και απαιτούν άμεση αντικατάσταση του συστήματος.
5. **Άμεση αποκατάσταση και ανανέωση κύκλου λειτουργίας**
Οι επισκευές και οι αντικαταστάσεις ολοκληρώνονται άμεσα, χωρίς καθυστερήσεις. Μετά από κάθε αντικατάσταση, το σύστημα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση και ο χρόνος μηδενίζεται. Ένας **κύκλος ζωής** (renewal cycle) ορίζεται ως το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών αντικαταστάσεων.



✕ : Αντικατάσταση λόγω βλάβης Τύπου-II

● : Προληπτική συντήρηση λόγω ηλικίας T ή λόγω τυχαίας στιγμής Y

Σχήμα 3.1.1

Στο Μοντέλο A, υποθέτουμε ότι Z είναι ο χρόνος αναμονής μέχρι την πρώτη βλάβη τύπου-II (μη επισκευάσιμη) και είναι ανεξάρτητος από τον τυχαίο χρόνο λειτουργίας Y .

Τα κόστη του μοντέλου A είναι τα εξής:

- C_T : Κόστος προληπτικής αντικατάστασης λόγω ηλικίας T
- C_Y : Κόστος προληπτικής αντικατάστασης λόγω τυχαίου χρόνου Y
- C_Z : Κόστος διορθωτικής αντικατάστασης λόγω αστοχίας τύπου-II
- c_m : Μέσο κόστος μικρής επισκευής (minimal repair)

Με την υπόθεση ότι το κόστος μιας μη επισκευάσιμης βλάβης είναι μεγαλύτερο από αυτό της προληπτικής συντήρησης έχουμε:

$$C_Z > C_T \text{ και } C_Z > C_Y$$

Σύμφωνα με τον Beichelt (1993), η συνάρτηση επιβίωσης του Z δίνεται από:

$$F_p(t) = P(Z > t) = e^{-pK(t)}$$

όπου $K(t) = \int_0^t r(u)du = -\ln F(t)$ είναι ο αθροιστικός κίνδυνος, δηλαδή ο μέσος αριθμός βλαβών στο διάστημα $[0, t]$.

Οι πιθανότητες αντικατάστασης σε έναν κύκλο ανανέωσης (renewal cycle) προκύπτουν ως εξής:

- **Αντικατάσταση λόγω ηλικίας T :**

$$P(Z > T, Y > T) = \bar{F}_p(t) \bar{G}(T) \quad (2.1)$$

- **Αντικατάσταση σε τυχαίο χρόνο λειτουργίας Y :**

$$P(Y \leq T, Y \leq Z) = \int_0^T \bar{F}_p(t) dG(t) \quad (2.2)$$

- **Αντικατάσταση μετά από αστοχία τύπου-II:**

$$P(Z \leq T, Z \leq Y) = \int_0^T \bar{G}(t) dF_p(t) \quad (2.3)$$

Για να υπολογιστεί το κόστος ανά κύκλο ζωής, οι παραπάνω πιθανότητες αθροίζονται επί το αντίστοιχο κόστος. Η μέση διάρκεια ενός κύκλου ανανέωσης δίνεται από την εξής έκφραση:

$$\int_0^T \bar{F}_p(t) \bar{G}(t) dt$$

Η συνάρτηση κόστους ανά μονάδα χρόνου προκύπτει από τα παραπάνω:

$$J_A(T) = \frac{C_T + (C_Y - C_T) \int_0^T \bar{F}_p(t) dG(t) + (C_Z - C_T) \int_0^T \bar{G}(t) dF_p(t) + c_m \int_0^T \bar{F}_p(t) \bar{G}(t) qr(t) dt}{\int_0^T \bar{F}_p(t) \bar{G}(t) dt}$$

Κεφάλαιο 4

Μοντέλο B

4.1 Εισαγωγή

Αφού προηγουμένως παρουσιάστηκε το βασικό και απλό μοντέλο προληπτικής συντήρησης με μία μόνο χρονική σταθερά, στη συνέχεια εξετάζεται μια παραλλαγή του που εισάγει επιπλέον πολυπλοκότητα. Η κύρια διαφοροποίηση μεταξύ των δύο μοντέλων έγκειται στην εισαγωγή μιας δεύτερης παραμέτρου, της N φορές λειτουργίας του τεμαχίου. Η νέα αυτή μεταβλητή δίνει τη δυνατότητα στο σύστημα να προχωρήσει σε αντικατάσταση του εξαρτήματος πριν αυτό φτάσει στο προκαθορισμένο όριο διάρκειας ζωής ή παρουσιάσει βλάβη τύπου-II. Η ενσωμάτωση της παραμέτρου N στο νέο μοντέλο αυξάνει την πολυπλοκότητα του και δίνει την δυνατότητα της προσέγγισης προβλημάτων που έχουν περισσότερες μεταβλητές. Συγκεκριμένα, η παράμετρος N προσδιορίζει τον μέγιστο αριθμό διαδοχικών περιόδων λειτουργίας (working times), κατά τις οποίες το σύστημα μπορεί να τεθεί σε επαναλειτουργία μετά από αντικατάσταση του συστήματος.

4.2 Μαθηματικό μοντέλο του μοντέλου B

Το μοντέλο B βασίζεται σε μια τροποποίηση του μοντέλου A και κάποια βασικά χαρακτηριστικά του είναι όμοια. Πιο συγκεκριμένα, η επισκευή, η συντήρηση και η αντικατάσταση του συστήματος πραγματοποιούνται σύμφωνα με τον εξής μηχανισμό:

1. Το σύστημα αντικαθίσταται είτε στην ηλικία T , είτε μετά από N **περιόδους λειτουργίας**, είτε αμέσως μετά την εμφάνιση μιας βλάβης τύπου-II, όποιο από τα τρία συμβεί πρώτο.

2. Το σύστημα ξεκινά τη λειτουργία του σε χρόνο μηδέν με έναν χρόνο αποτυχίας X ο οποίος ακολουθεί μια γενική κατανομή $F(t)$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(t)$. Ο ρυθμός βλάβης του συστήματος $r(t) = \frac{f(t)}{\bar{F}(t)}$ (όπου $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$) αυξάνεται με τον χρόνο μέχρι να φτάσει σε μια μέγιστη τιμή προκειμένου να αποφευχθεί μια ανεπιθύμητη διακοπή λειτουργίας προγραμματίζεται μια προληπτική αντικατάσταση που πραγματοποιείται όταν το σύστημα φτάσει σε ηλικία T .
3. **Οι βλάβες του συστήματος κατηγοριοποιούνται σε 2 τύπους:**

Τύπου-I (επισκευάσιμες βλάβες): Συμβαίνουν με πιθανότητα q και διορθώνονται μέσω μιας μικρής επισκευής (minimal repair) χωρίς να επηρεάζουν την πιθανότητα καταστροφής του συστήματος (βλάβη τύπου-II).

Τύπου-II (μη επισκευάσιμες οι καταστροφικές βλάβες): Εμφανίζονται με πιθανότητα $p = 1 - q$ και απαιτούν άμεση αντικατάσταση του συστήματος

4. Υποτίθεται ότι το Y είναι η j -οστή περίοδος λειτουργίας του συστήματος, με ανεξάρτητη και πανομοιότυπη κατανομή $G(t) = P(Y \leq t)$, και δεν λαμβάνει υπόψη βλάβες (δηλαδή, το Y είναι ανεξάρτητο της μεταβλητής X). Τότε, ο συνολικός χρόνος λειτουργίας είναι: $S = \sum_{i=1}^j Y_i$ μέχρι την j -οστή περίοδο έχει κατανομή $G^{(j)}(t) = P(S_j \leq t)$ η οποία είναι επίσης ανεξάρτητη από το X , όπου $G^{(j)}(t)$ είναι η j -πλάσια συνέλιξη Stieltjes της $G(t)$ με τον εαυτό της, με $G^{(0)}(t) = 1$. Μια επιπλέον προληπτική αντικατάσταση πραγματοποιείται κατά την ολοκλήρωση της N -οστής περιόδου λειτουργίας.
5. **Άμεση αποκατάσταση και ανανέωση κύκλου λειτουργίας**
Οι επισκευές και οι αντικαταστάσεις ολοκληρώνονται άμεσα, χωρίς καθυστερήσεις. Μετά από κάθε αντικατάσταση, το σύστημα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση και ο χρόνος μηδενίζεται. Ένας **κύκλος ζωής** (renewal cycle) ορίζεται ως το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών αντικαταστάσεων.
Ο συνολικός χρόνος λειτουργίας S δηλαδή το άθροισμα των N διαδοχικών περιόδων λειτουργίας του συστήματος, θεωρείται ανεξάρτητος από τον χρόνο εμφάνισης της πρώτης βλάβης τύπου-II.

Η πιθανότητα το σύστημα να αντικατασταθεί λόγω ηλικίας T , δηλαδή όταν ούτε έχει συμβεί βλάβη τύπου II, ούτε έχει συμπληρωθεί η N – οστή περίοδος λειτουργίας

($S < sub > N </sub > > T$), δίνεται από τον τύπο:

$$P(Z > T, S_N > T) = \overline{F_p}(T) \cdot [1 - G^{(N)}(T)]$$

$$\text{Όπου } G^{(N)}(T) = 1 - \sum_{n=0}^{N-1} \frac{e^{-\theta t} (\theta t)^n}{n!}$$

Η πιθανότητα αντικατάστασης μετά την ολοκλήρωση της N – οστής περιόδου λειτουργίας είναι:

$$P(S_N \leq T, S_N \leq Z) = \int_0^T \overline{F_p}(t) dG^{(N)}(t)$$

Η πιθανότητα το σύστημα να αντικατασταθεί άμεσα μετά την πρώτη βλάβη τύπου-II είναι:

$$P(Z \leq T, Z \leq S_N) = \int_0^T [1 - G^{(N)}(t)] dF_p(t)$$

Όπως είναι αναμενόμενο, το άθροισμα των τριών παραπάνω πιθανοτήτων ισούται με 1

Προκύπτει η συνάρτηση κόστους για το μοντέλο B:

$$J_B(T, N) = \frac{C_T + (C_Y - C_T) \int_0^T \overline{F_p}(t) dG^{(N)}(t) + (C_Z - C_T) \int_0^T [1 - G^{(N)}(t)] dF_p(t) + c_m \int_0^T \overline{F_p}(t) \cdot [1 - G^{(N)}(t)] q_r(t) dt}{\int_0^T \overline{F_p}(t) \cdot [1 - G^{(N)}(t)] dt}$$

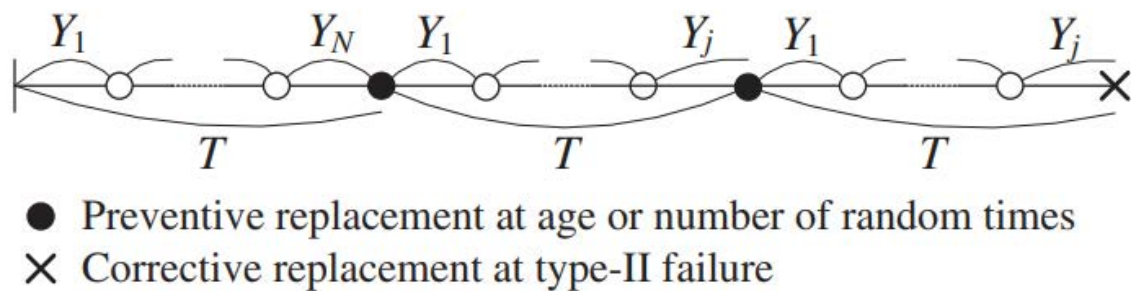
4.3 Περιπτώσεις αντικατάστασης

Σε αυτό το σημείο, με τη συνδρομή του διαγράμματος, θα γίνει αναλυτική παρουσίαση των τριών σεναρίων αντικατάστασης των τεμαχίων, ανάλογα με τον χρόνο

εμφάνισης κάθε γεγονότος (βλάβης τύπου-II, μέγιστη ηλικία τεμαχίου ή της ολοκλήρωσης της N φορές λειτουργίας τους). Το χρονοδιάγραμμα που περιγράφει το μοντέλο έχει σημεία αναφοράς:

1. Τη χρονική στιγμή **μηδέν** κατά την οποία παράγεται το τεμάχιο
2. Τη χρονική στιγμή T , που σηματοδοτεί την έναρξη της προληπτικής αντικατάστασης
3. Τη χρονική στιγμή Y_N , που σηματοδοτεί την ολοκλήρωση της N φορές λειτουργίας και συνεπώς την έναρξη της προληπτικής αντικατάστασης

Το παρακάτω σχήμα παρουσιάζει τις τρεις περιπτώσεις αντικατάστασης του τεμαχίου:

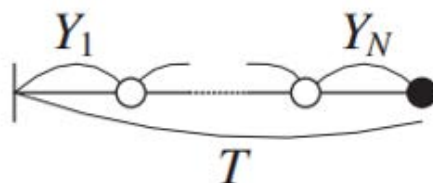


Σχήμα 4.3.1

4.3.1 Πρώτη περίπτωση

Στην πρώτη περίπτωση αντικατάστασης του τεμαχίου φαίνεται ότι η προληπτική αντικατάσταση συνέβη όταν ολοκληρώθηκε η N φορά λειτουργίας, πριν το τεμάχιο φτάσει σε ηλικία T . Ανάλογα με το εκάστοτε μοντέλο, προτιμάται η προληπτική συντήρηση, είτε με βάση την ηλικία T , είτε με κριτήριο τον αριθμό φορών λειτουργίας N . Σε κάθε περίπτωση όμως το κόστος αντικατάστασης από βλάβη τύπου-II είναι μεγαλύτερο καθώς οι επιπλέον καθυστερήσεις που προκαλούνται στην παραγωγική διαδικασία φέρουν σύγχυση, απρόβλεπτες καταστάσεις και ενδεχόμενο κίνδυνο στους εργαζόμενους. Στο παρακάτω σχήμα εύκολα διακρίνουμε ότι από την καμπύλη της ηλικίας T και τις καμπύλες των φορών λειτουργίας ότι το σύστημα δεν ξεπέρασε την μέγιστη επιτρεπόμενη ηλικία. Η

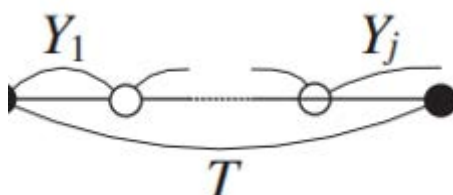
μαύρη βούλα σηματοδοτεί την προληπτική αντικατάσταση του τεμαχίου στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.3.2

4.3.2 Δεύτερη περίπτωση

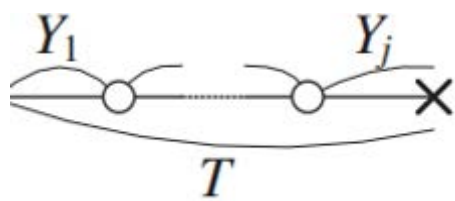
Η δεύτερη περίπτωση αντικατάστασης αφορά την προληπτική συντήρηση λόγω ηλικίας T και αποτελεί τον βασικό λόγο ύπαρξης του συγκεκριμένου μοντέλου. Στόχος είναι η αντικατάσταση του τεμαχίου πριν προκύψει κάποια βλάβη, ώστε να μειωθεί το συνολικό κόστος. Στην συγκεκριμένη περίπτωση αντικαταστάθηκε το τεμάχιο πριν προκύψει βλάβη τύπου-II και πριν ολοκληρωθούν οι απαραίτητοι κύκλοι λειτουργίας N . Η μαύρη βούλα σηματοδοτεί την προληπτική αντικατάσταση του τεμαχίου στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.3.3

4.3.3 Τρίτη περίπτωση

Η τρίτη περίπτωση είναι αποτέλεσμα της καταστροφικής βλάβης τύπου-II και είναι η λιγότερο επιθυμητή από τις τρεις, καθώς έχει το μεγαλύτερο κόστος. Συγκεκριμένα, προέκυψε σφάλμα πριν από τη συντήρηση του τεμαχίου λόγω ηλικίας ή λόγω ολοκλήρωσης N κύκλων λειτουργίας. Το μαύρο σύμβολο X σηματοδοτεί την αντικατάσταση λόγω βλάβης τύπου-II στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.3.4

Κεφάλαιο 5

5.1 Κατανομή Weibull

Για τη μοντελοποίηση του χρόνου εμφάνισης των βλαβών στο συγκεκριμένο σύστημα σύμφωνα με τους Murthy et al (2004), επιλέγεται η χρήση της Weibull, μιας συνεχούς στατιστικής κατανομής που γενικεύει την εκθετική κατανομή και έχει τη δυνατότητα να περιγράψει τις διαφορετικές φάσεις ζωής ενός εξαρτήματος. Η επιλογή αυτή δεν είναι τυχαία, καθώς η Weibull χρησιμοποιείται ευρέως σε βιομηχανικές εφαρμογές για την αποτύπωση της αξιοπιστίας εξοπλισμού, της διάρκειας ζωής προϊόντων και της πιθανότητας αστοχίας με την πάροδο του χρόνου. Επιπλέον, αποτελεί βασικό εργαλείο σε μοντέλα μηχανικής για τη μελέτη της ανθεκτικότητας υλικών.

Η Weibull χαρακτηρίζεται από δύο βασικές παραμέτρους: τη μορφολογική παράμετρο β και την παραμετροποίηση κλίμακας α . Η πρώτη (β) καθορίζει τη μορφή της κατανομής και περιγράφει τον βαθμό κινδύνου αποτυχίας του υλικού ή του συστήματος. Όταν η τιμή της είναι μικρότερη του 1, παρατηρείται φθίνων ρυθμός βλαβών (χαρακτηριστικός πρώιμων βλαβών), για β ίσο με 1 ο ρυθμός αστοχίας παραμένει σταθερός, ενώ τιμές μεγαλύτερες του 1 υποδεικνύουν αύξηση της πιθανότητας αστοχίας με το πέρασμα του χρόνου, που σχετίζεται με τη φθορά. Αντίστοιχα, η παράμετρος α καθορίζει σε ποια χρονική στιγμή αναμένεται να εμφανιστούν περισσότερες βλάβες και επηρεάζει τη θέση της καμπύλης στον οριζόντιο άξονα του χρόνου.

Πιο συγκεκριμένα όταν $\beta > 1$, ο ρυθμός αστοχίας αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου. Αυτή η συμπεριφορά αποδίδεται κυρίως σε εξαρτήματα που βρίσκονται στη φάση φθοράς ή στο τέλος της ωφέλιμης ζωής τους. Τυπικά παραδείγματα τέτοιων περιπτώσεων είναι:

- φθορά,
- διάβρωση,

- διάδοση ρωγμών,
- κόπωση,
- διάχυση

Ο σχεδιασμός των εξαρτημάτων πρέπει να διασφαλίζει ότι τα παραπάνω φαινόμενα δεν θα επηρεάσουν σημαντικά την πιθανότητα αστοχίας κατά τη διάρκεια της προβλεπόμενης ωφέλιμης ζωής. Ωστόσο, αυτός είναι συνήθως ο τρόπος συμπεριφοράς εξαρτημάτων.

Στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης, χρησιμοποιούνται τόσο η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) όσο και η αθροιστική συνάρτηση (CDF) της Weibull για τη μεταβλητή x , η οποία εκφράζει χρονικά την εμφάνιση μιας βλάβης. Οι μαθηματικές σχέσεις αυτών των συναρτήσεων είναι:

- PDF:

$$f(x) = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{(\beta-1)} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta}$$

- CDF:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta}$$

5.2 Αριθμητικό Παράδειγμα

Για να καταστεί πιο σαφής η λειτουργία του μοντέλου προληπτικής συντήρησης με δύο τύπους βλαβών, ακολουθεί ένα αριθμητικό παράδειγμα στο οποίο αποδίδονται ενδεικτικές τιμές στις παραμέτρους του μοντέλου. Ειδικότερα, λαμβάνεται ως υπόθεση η ύπαρξη ενός βιομηχανικού συστήματος παραγωγής, του οποίου τα εξαρτήματα υπόκεινται σε φθορές και αστοχίες κατά τη διάρκεια της λειτουργίας τους. Τα αριθμητικά δεδομένα που χρησιμοποιούνται είναι τα εξής:

Τα κόστη του μοντέλου θα ακολουθούν την ανισότητα: $C_T < C_Y < C_Z$ καθώς το κόστος προληπτικής αντικατάστασης λόγω ηλικίας T είναι μικρότερο από το κόστος τυχαίας αντικατάστασης σε χρόνο Y και το κόστος αντικατάστασης λόγω βλάβης τύπου-II είναι το

μεγαλύτερο καθώς προκύπτουν επιπλέον καθυστερήσεις στην παραγωγή. Ενδεικτικά δίνονται τιμές $C_T = 200$, $C_Y = 250$, $C_Z = 2000$ (σε χρηματικές μονάδες). Υποτίθεται ότι ένα σύστημα, του οποίου ο χρόνος μέχρι την αστοχία X επιδεινώνεται με την ηλικία του, αποτυγχάνει σύμφωνα με την κατανομή Weibull $F(t) = P(X \leq t)$ με παραμέτρους κλίμακας α και σχήματος β , δηλαδή $F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta}$ με $\beta = 2$ καθώς σε μηχανικά συστήματα παραγωγής οι περισσότερες αστοχίες προκύπτουν λόγω κόπωσης και σταδιακής φθοράς των υλικών των εξαρτημάτων με την πάροδο του χρόνου.

Η παράμετρος α αποτελεί την παράμετρο κλίμακας της κατανομής Weibull και σχετίζεται άμεσα με τη μέση διάρκεια ζωής του εξαρτήματος. Συγκεκριμένα, επηρεάζει τη «θέση» της κατανομής στον άξονα του χρόνου: όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της, τόσο πιο αργά εμφανίζονται οι βλάβες. Στο παρόν παράδειγμα, θα γίνει μελέτη για 10 χρονικές μονάδες άρα $\alpha = 10$.

Θεωρούμε ότι κάθε τυχαίος κύκλος λειτουργίας του συστήματος ακολουθεί ανεξάρτητη εκθετική κατανομή $G(t) = 1 - e^{-\theta t}$ όπου η παράμετρος θ είναι ο ρυθμός εμφάνισης των τυχαίων χρόνων λειτουργίας του συστήματος ($\theta = 1$).

Στην πράξη, το κόστος επισκευής είναι ένα τυχαίο μέγεθος και η απόφαση να επισκευαστεί ή να αντικατασταθεί ένα αποτυχημένο σύστημα μπορεί να εξαρτάται από το εκτιμώμενο κόστος επισκευής, το οποίο συμβολίζεται ως C . Μια τέτοια διατύπωση έχει μελετηθεί από τους Drinkwater και Hastings (1967) και Hastings (1969), και αποτελεί τη βάση της λεγόμενης πολιτικής αντικατάστασης με όριο επισκευής (repair limit replacement policy). Εδώ, εξετάζουμε μια τέτοια πολιτική, όπου στην κατάσταση αστοχίας, το σύστημα είτε αντικαθίσταται είτε επισκευάζεται, ανάλογα με το τυχαίο κόστος C . Συγκεκριμένα, το σύστημα υπόκειται σε διορθωτική αντικατάσταση αν $C > \delta c_\infty$, και υφίσταται ελάχιστη επισκευή αν $C \leq \delta c_\infty$, όπου c_∞ είναι το σταθερό κόστος αντικατάστασης κατά την αστοχία και δ (όπου $0 \leq \delta \leq 1$) ερμηνεύεται ως ποσοστό του κόστους c_∞ .

Ας υποθέσουμε ότι το τυχαίο κόστος επισκευής C έχει κατανομή $L(u)$ και πυκνότητα $l(u)$, με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ (με $\mu = 200$ και $\sigma = 50$). Τότε, το δ ικανοποιεί τη σχέση $q = \int_0^{\delta c_\infty} l(u) du$, και το αναμενόμενο κόστος ελάχιστης επισκευής δίνεται από τη σχέση:

$$cm = \frac{1}{q} \int_0^{\delta c_{\infty}} ul(u) du.$$

Η παράμετρος q (πιθανότητα μικρής επισκευής) μεταβάλλεται για να μελετηθεί η επίδρασή της στις βέλτιστες πολιτικές συντήρησης.

Οι βέλτιστες πολιτικές προληπτικής συντήρησης και οι αντίστοιχοι ελάχιστοι μέσοι ρυθμοί κόστους για τα μοντέλα συντήρησης παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα, υπό διαφορετικές τιμές της πιθανότητας ελάχιστης επισκευής. Σε μια εφαρμογή κοντά στην πραγματικότητα, έχει εκτιμηθεί ότι το κόστος επισκευής ανέρχεται περίπου σε 200 κατά τη διάρκεια ενός κύκλου ανανέωσης (δηλαδή η πιθανότητα μικρής επισκευής είναι $q = 0,5$), τότε ο βέλτιστος χρόνος προληπτικής αντικατάστασης μπορεί να προγραμματιστεί τη χρονική στιγμή 11,285, το αντίστοιχο ελάχιστο κόστος είναι 271,19 (χρηματικές μονάδες) και το κόστος βλάβης τύπου-Ι είναι 160.12 (χρηματικές μονάδες) για το Μοντέλο Α.

q	T_{opt}	$J_A(T)_{opt}$	cm
0	6.6255	288.52	0
0.1	7.2036	285.01	112.3
0.2	7.8973	281.55	130.04
0.3	8.7552	278.09	142.07
0.4	9.8467	274.64	274.64
0.5	11.285	271.19	160.12
0.6	13.266	267.74	167.82
0.7	16.116	264.28	175.18
0.8	20.83	260.83	182.51
0.9	29.607	257.4	190.26

Πίνακας 5.2.1

Για τα αποτελέσματα χρησιμοποιήθηκε πρόγραμμα σε Matlab που έχει προτεθεί στο τέλος της εργασίας. Ειδικότερα, το πρόγραμμα βρίσκει, μέσω της εντολής «fmincon» η οποία υπολογίζει το κόστος J_A για κάθε τιμή του T σε ένα εύρος τιμών (1 ως 40), την βέλτιστη χρονική στιγμή $T_{optimal}$ για την οποία το κόστος είναι το ελάχιστο για κάθε τιμή q .

Από οικονομική άποψη, το Μοντέλο Β αποδεικνύεται το πλέον αποδοτικό μεταξύ των δύο πολιτικών που παρουσιάζονται καθώς ο βέλτιστος χρόνος προληπτικής αντικατάστασης μπορεί να προγραμματιστεί τη χρονική στιγμή 4.5562 για $q = 0.5$, το αντίστοιχο ελάχιστο κόστος είναι 89.306 (χρηματικές μονάδες) και το κόστος βλάβης τύπου-

Ι είναι 160.12 (χρηματικές μονάδες). Ο Πίνακας 5.2.2 παρουσιάζει τα αποτελέσματα του μοντέλου Β και χρησιμοποιεί τα ίδια δεδομένα με το μοντέλο Α. Από τα αριθμητικά αποτελέσματα προκύπτουν οι εξής παρατηρήσεις:

- Όπως προβλέπεται από τα αποτελέσματα, υπάρχει πεπερασμένη και μοναδική βέλτιστη πολιτική για κάθε μοντέλο.
- Από τους ίδιους πίνακες, παρατηρείται ότι όταν αυξάνεται η πιθανότητα ελάχιστης επισκευής q , μειώνεται ο ελάχιστος μέσος ρυθμός κόστους και επιμηκύνεται το βέλτιστο πρόγραμμα προληπτικής αντικατάστασης. Αυτό είναι εύλογο, καθώς μικρότερη πιθανότητα αντικατάστασης συνεπάγεται μικρότερο μέσο κόστος και μεγαλύτερο διάστημα μεταξύ των αντικαταστάσεων.
- Επίσης διαπιστώνεται ότι μπορεί να υπάρξει βελτίωση στο κόστος εάν συμβεί η μικρή επισκευή σε περιπτώσεις βλάβης τύπου-Ι. Δηλαδή, συγκρίνοντας τις πολιτικές συντήρησης που προτείνονται στο παρόν άρθρο με πολιτικές που δεν επιτρέπουν μικρή επισκευή (καθαρές πολιτικές αντικατάστασης), η ύπαρξη ελάχιστης επισκευής μπορεί να προσφέρει σημαντικό πλεονέκτημα στο κόστος συντήρησης.

q	N	T_{opt}	$J_B(N, T)_{opt}$	cm
0	17	3.3645	121.12	0
0.1	17	3.5341	115.3	112.3
0.2	17	3.7275	109.29	130.04
0.3	18	3.9538	103.01	142.07
0.4	18	4.2243	96.373	151.72
0.5	19	4.5562	89.306	160.12
0.6	20	4.977	81.692	167.82
0.7	21	5.5357	73.362	175.18
0.8	23	6.3286	64.047	182.51
0.9	25	7.582	53.261	190.26

Πίνακας 5.2.2

Το πρόγραμμα για το Μοντέλο Β είναι το ίδιο με αυτό του Μοντέλου Α με την εξής ιδιαιτερότητα. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε q , βρίσκει το N για το οποίο προκύπτει το ελάχιστο κόστος J_B . Πραγματικά, το βέλτιστο N είναι το άπειρο οπότε το πρόγραμμα βρίσκει το πρώτο N για το οποίο η τιμή του κόστους J_B σταθεροποιείται. Όσο μεγαλώνει το N τόσο μικραίνει

το κόστος αλλά η διαφορά μεταξύ προηγούμενης και επόμενης τιμής είναι πολύ μικρή. Για αυτό το πρόγραμμα εμφανίζει την πρώτη τιμή του N για την οποία το JB είναι βέλτιστο.

Κεφάλαιο 6

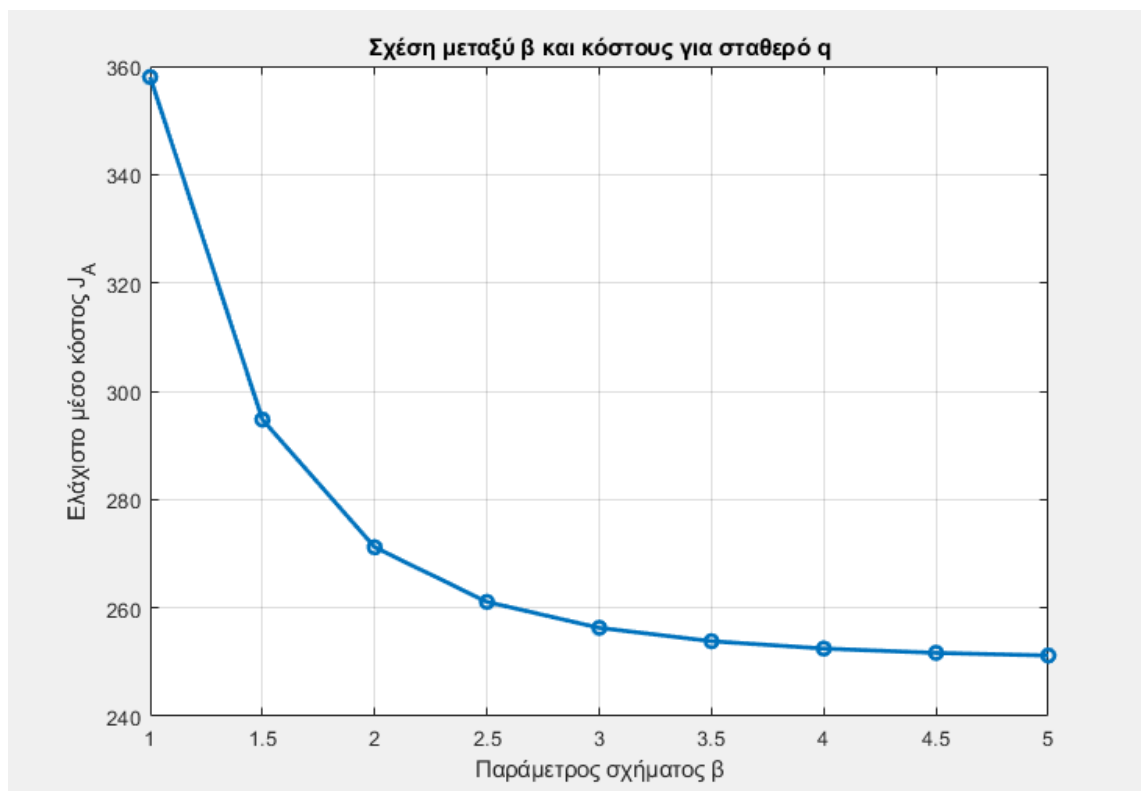
Ανάλυση Ευαισθησίας

6.1 Παράμετρος β

Η παράμετρος β επηρεάζει ουσιαστικά τη συμπεριφορά του μοντέλου και τις πιθανότητες εμφάνισης των τριών σεναρίων αντικατάστασης, ανάλογα με την τιμή που της αποδίδεται. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.1.1, για τις βέλτιστες τιμές των χρονικών μεταβλητών που έχουν υπολογιστεί, η αύξηση της παραμέτρου β οδηγεί σε μείωση του συνολικού κόστους.

Αυτό συμβαίνει επειδή η παράμετρος β , ως παράγοντας κλίσης της κατανομής Weibull, επηρεάζει τις πιθανότητες των επιμέρους περιπτώσεων αντικατάστασης του εξαρτήματος (π.χ. λόγω βλάβης, γήρανσης ή προληπτικά). Συγκεκριμένα, όσο αυξάνεται το β , μειώνονται οι πιθανότητες αντικατάστασης λόγω αστοχίας ή πλήρους φθοράς, ενώ αυξάνεται η πιθανότητα έγκαιρης προληπτικής αντικατάστασης. Αυτή η μετατόπιση οδηγεί σε χαμηλότερο κόστος ανά κύκλο λειτουργίας και, κατά συνέπεια, σε χαμηλότερο συνολικό κόστος.

Αναλυτικά, στο εύρος τιμών του β από 1.5 έως 5, το μοντέλο Α υποδεικνύει ότι η βέλτιστη τιμή προκύπτει όταν $\beta = 5$ για σταθερή πιθανότητα βλάβης τύπου-I ($q = 0.5$)



Σχήμα 6.1.1

β	T_{opt}	J_A
1.5	27.6	294.76
2	11.284	271.19
2.5	9.0545	261.1
3	8.3767	256.31
3.5	8.1207	253.84
4	8.0234	252.48
4.5	7.9968	251.69
5	8.0048	251.2

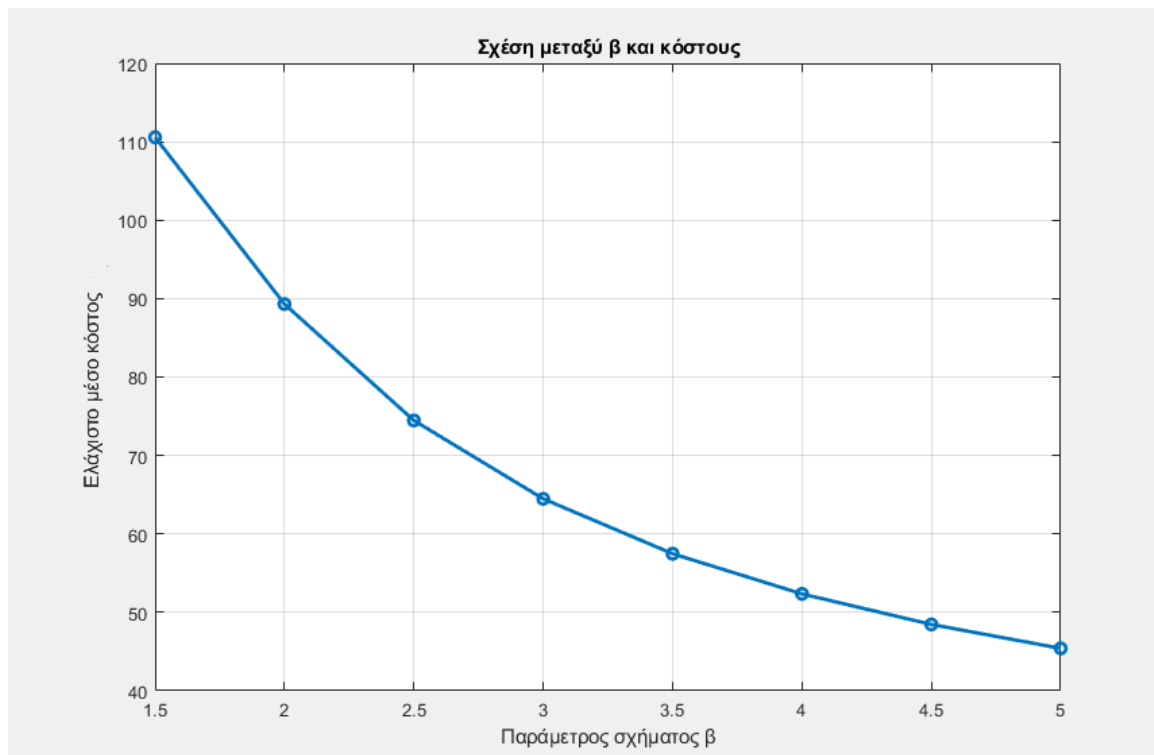
Πίνακας 6.1.1

Για $\beta < 1$: το εξάρτημα έχει υψηλό ρυθμό αστοχίας στην αρχή, αλλά αυτός μειώνεται με τον χρόνο (βρεφική θνησιμότητα).

Για $\beta = 1$: ο ρυθμός αστοχίας είναι σταθερός (όπως στην εκθετική κατανομή).

Για $\beta > 1$: ο ρυθμός αστοχίας αυξάνεται με τον χρόνο (χαρακτηριστικό της γήρανσης ή κόπωσης υλικών) και για αυτό η καμπύλη φθίνει.

Για το μοντέλο Β:



Σχήμα 6.1.2

β	N	T_{opt}	JB
1.5	22	5.6569	110.57
2	20	4.5562	89.306
2.5	20	4.5203	74.463
3	21	4.6828	64.474
3.5	21	4.8939	57.473
4	21	5.1113	52.349
4.5	22	5.3207	48.457
5	22	5.5173	45.408

Πίνακας 6.1.2

Η παρατήρηση ότι το κόστος μειώνεται όσο αυξάνεται το β δείχνει πως, όσο το σύστημα "γερνάει" πιο απότομα (δηλαδή όσο αυξάνεται ο ρυθμός φθοράς), τόσο πιο αποτελεσματική γίνεται η στρατηγική προληπτικής συντήρησης που εφαρμόζεται.

6.2 Παράμετρος θ

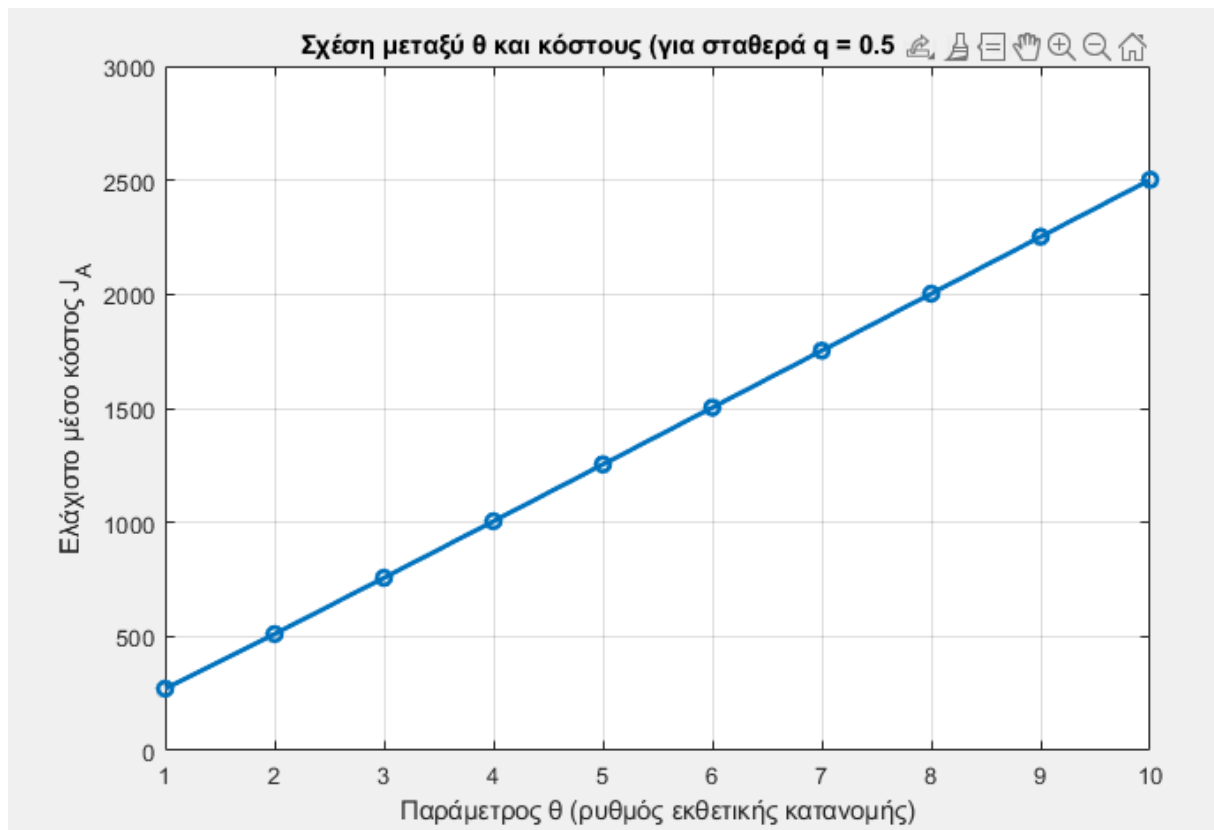
Η παράμετρος θ αντιστοιχεί στον ρυθμό της εκθετικής κατανομής που περιγράφει τη χρονική διάρκεια λειτουργίας του συστήματος. Συγκεκριμένα, η κατανομή $G(t) = 1 - e^{-\theta t}$ περιγράφει την πιθανότητα το σύστημα να ολοκληρώσει έναν κύκλο λειτουργίας έως τη χρονική στιγμή t . Η παράμετρος θ εκφράζει πόσο συχνά ολοκληρώνονται αυτοί οι κύκλοι (όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της, τόσο μικρότερη κατά μέσο όρο είναι η διάρκεια κάθε κύκλου). Δηλαδή, η αναμενόμενη διάρκεια κύκλου δίνεται από $E[T] = 1/\theta$.

Στο πλαίσιο της ανάλυσης, εξετάστηκε η επίδραση της παραμέτρου θ στη συνολική απόδοση της πολιτικής προληπτικής συντήρησης. Για το σκοπό αυτό κρατήθηκαν σταθερές οι παράμετροι:

- $q = 0.5$ (πιθανότητα μικρής επισκευής),
- $b = 2$ (παράμετρος σχήματος της κατανομής Weibull),

ενώ η παράμετρος θ μεταβλήθηκε από 1 έως 10 με βήμα 1. Για κάθε τιμή της θ , υπολογίστηκε το βέλτιστο χρονικό σημείο αντικατάστασης T και το αντίστοιχο ελάχιστο μέσο κόστος JA .

Ακολουθεί ο πίνακας αποτελεσμάτων και το σχετικό διάγραμμα που απεικονίζει τη σχέση μεταξύ του ρυθμού θ και του κόστους:



Σχήμα 6.2.1

Όσο μεγαλώνει το θ , τόσο μικραίνει η μέση διάρκεια κάθε κύκλου λειτουργίας. Το σύστημα φτάνει πιο συχνά σε κάποιο γεγονός συντήρησης ή βλάβης και το κόστος αυξάνεται.

θ	T_{opt}	J_A
1	11.284	271.19
2	29.172	510.75
3	36.21	757.18
4	34.799	1005.4
5	37.61	1254.3
6	39.379	1503.6
7	18.688	1753.1
8	33.681	2002.7
9	19.419	2252.4
10	16.473	2502.2

Πίνακας 6.2.1

6.3 Ανάλυση ευαισθησίας για C_Z

Η παράμετρος C_Z εκφράζει το κόστος αντικατάστασης ενός εξαρτήματος σε περίπτωση πλήρους αστοχίας (διορθωτική συντήρηση). Πρόκειται για την πιο δαπανηρή περίπτωση, καθώς περιλαμβάνει όχι μόνο το κόστος του ίδιου του εξαρτήματος, αλλά και τις συνέπειες της διακοπής λειτουργίας, τις πιθανές ζημιές στην παραγωγική διαδικασία, και το κόστος του μη προγραμματισμένου χρόνου αποκατάστασης.

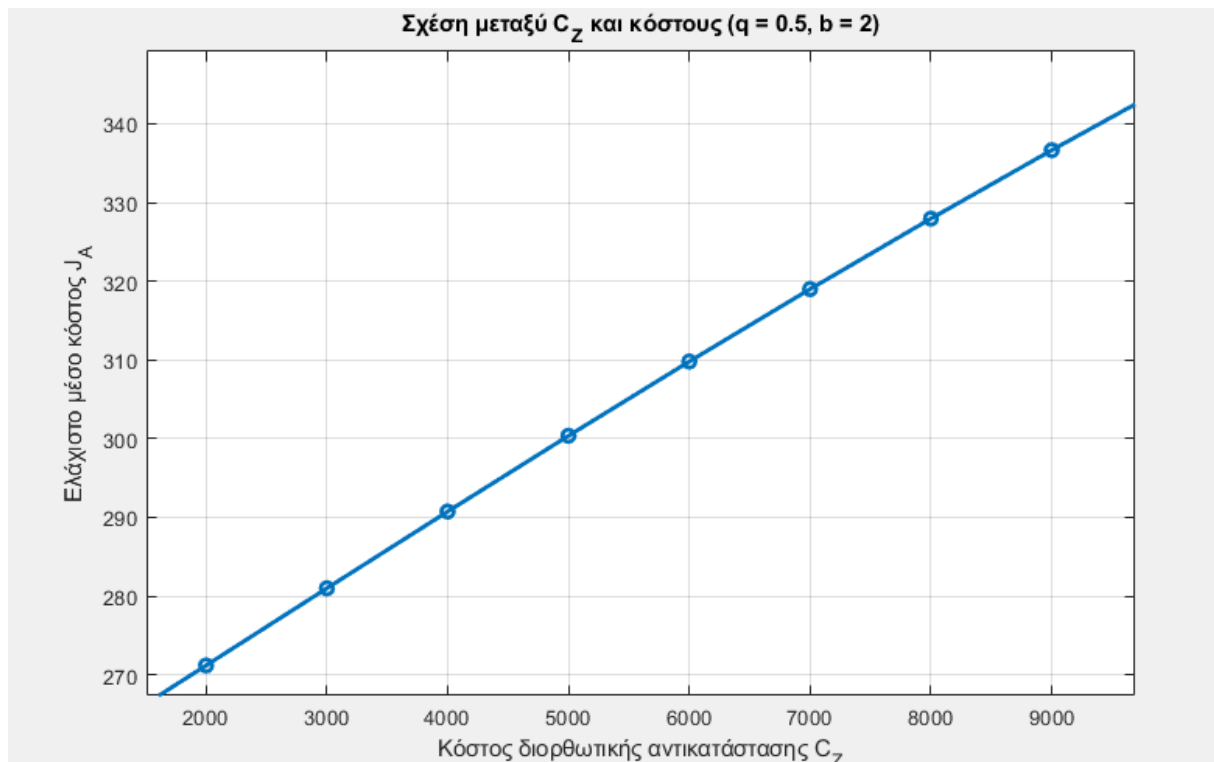
Η αύξηση του C_Z έχει σημαντικό αντίκτυπο στο μοντέλο συντήρησης, καθώς:

- Ενισχύει τη **σχετική προτίμηση για προληπτική παρέμβαση** (έναντι της αποδοχής ρίσκου πλήρους βλάβης),
- Οδηγεί σε **μείωση της βέλτιστης χρονικής στιγμής αντικατάστασης T** , ώστε να μειωθεί η πιθανότητα να συμβεί πλήρης αστοχία,
- Αυξάνει το συνολικό κόστος JA , ιδιαίτερα όταν η προληπτική πολιτική δεν προσαρμόζεται εγκαίρως.

Από τη σκοπιά της απόφασης, η παράμετρος C_Z βοηθά στον καθορισμό της **ανεκτικότητας του συστήματος στον κίνδυνο αποτυχίας**. Όσο υψηλότερο είναι το C_Z , τόσο πιο «επιθετική» θα πρέπει να είναι η προληπτική στρατηγική, ώστε να αποφεύγονται κοστοβόρες διορθωτικές παρεμβάσεις.

Για τη μελέτη του C_Z , θα μεταβληθεί η τιμή του σε εύλογο εύρος (π.χ. από 1000 έως 10000 χρηματικές μονάδες), με σταθερές τις άλλες παραμέτρους του μοντέλου, και θα παρατηρηθεί η επίδραση του στην πολιτική συντήρησης.

Πράγματι από τα παρακάτω αποτελέσματα καθίσταται σαφές ότι όσο μεγαλώνει το κόστος αντικατάστασης λόγω βλάβης τύπου-II τόσο μειώνεται ο βέλτιστος χρόνος προληπτικής συντήρησης T και κατά συνέπεια μεγαλώνει το προσδοκώμενο μέσο κόστος JA .



Σχήμα 6.3.1

C_Z	T_{opt}	J_A
1000	21.994	261.38
2000	11.284	271.19
3000	7.8034	280.99
4000	6.0792	290.74
5000	5.0476	300.37
6000	4.359	309.8
7000	3.8649	319
8000	3.4918	327.95
9000	3.1992	336.65
10000	2.9628	345.1

Πίνακας 6.3.1

Κεφάλαιο 7

Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην έννοια της προληπτικής συντήρησης και στη σημασία της ως στρατηγικής για τη μείωση του κόστους και τη βελτιστοποίηση της λειτουργίας βιομηχανικών συστημάτων. Η μελέτη αυτή επιδιώκει αφενός να ορίσει θεωρητικά το αντικείμενο της προληπτικής συντήρησης, και αφετέρου να αναδείξει τη χρησιμότητά της μέσω της ανάπτυξης μαθηματικών μοντέλων κόστους, τα οποία προσομοιώνουν ρεαλιστικά σενάρια συντήρησης εξαρτημάτων σε περιβάλλον παραγωγής.

Η εργασία διαρθρώνεται σε επτά βασικά μέρη. Η πρώτη και δεύτερη ενότητα εισάγει τον αναγνώστη στην έννοια της προληπτικής συντήρησης, παρουσιάζοντας τα βασικά χαρακτηριστικά, τα πλεονεκτήματα, καθώς και ενδεικτικά μοντέλα από τη διεθνή βιβλιογραφία. Επιπλέον, γίνεται εισαγωγή στην έννοια της βλάβης και διατυπώνεται ο σκοπός και οι επιμέρους στόχοι της μελέτης.

Στη τρίτη ενότητα, αναλύονται θεωρητικά τα βασικά σενάρια αστοχίας και περιγράφεται το απλό μοντέλο αντικατάστασης ενός εξαρτήματος όταν ξεπεραστεί μια καθορισμένη ηλικία. Το μοντέλο Α χρησιμεύει ως βάση για το επόμενο, πιο εξελιγμένο μοντέλο.

Η τέταρτη ενότητα επικεντρώνεται στην μαθηματική μοντελοποίηση ενός πιο σύνθετου συστήματος προληπτικής συντήρησης που βρίσκει την βέλτιστη χρονική στιγμή T στην οποία θα πραγματοποιηθεί η προληπτική αντικατάσταση και ασχολείται με τους κύκλους λειτουργίας N . Το μοντέλο αυτό αφορά πιο περίπλοκα συστήματα που το κόστος συντήρησης διαφέρει ανάλογα με τη στιγμή της προληπτικής συντήρησης και προσδιορίζει νέες βέλτιστες τιμές για τον χρόνο συντήρησης.

Έπειτα, παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα για ένα φανταστικό πρόβλημα και γίνεται σύγκριση μεταξύ των δύο μοντέλων.

Στην έκτη ενότητα γίνεται περεταίρω εμβάθυνση με ανάλυση ευαισθησίας και σύγκριση των μοντέλων, αποδεικνύοντας πώς το νέο σχήμα μπορεί να προσεγγίσει καλύτερα την πραγματικότητα.

Τέλος, η εργασία καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η προληπτική συντήρηση, όταν εφαρμόζεται με κατάλληλα σχεδιασμένες στρατηγικές, μειώνει αισθητά το μέσο κόστος συντήρησης ανά κύκλο λειτουργίας. Τα αποτελέσματα ενισχύουν την άποψη πως η συντήρηση δεν αποτελεί απλώς υποστηρικτική λειτουργία, αλλά στρατηγικό εργαλείο βελτίωσης της απόδοσης, της διαθεσιμότητας και της ανταγωνιστικότητας των σύγχρονων επιχειρήσεων. Επιπλέον, η αξιοποίηση των τεχνολογιών πληροφορικής και αυτοματισμού δίνει πλέον τη δυνατότητα για πιο αποδοτικές, ευέλικτες και στοχευμένες πολιτικές συντήρησης, προσαρμοσμένες στις πραγματικές συνθήκες κάθε βιομηχανικού περιβάλλοντος.

Βιβλιογραφία

Κοντολέων, Ι. Μ. (2008). *Αξιοπιστία & Ανεκτικότητα Βλαβών Συστημάτων*. Θεσσαλονίκη, ΑΪΒΑΖΗ.

Παπαχρήστος, Χ. (2022) "Προληπτική Συντήρηση και Έλεγχος Ποιότητας υποστηριζόμενα από Τεχνολογίες Διαδικτύου των Πραγμάτων στα πλαίσια της Βιομηχανίας 4.0." .

Alsayouf, I. (2007). The role of maintenance in improving companies' productivity and profitability. *International Journal of Production Economics*, 105(1), 70–78.

Barlow, R., & Hunter, L. (1960). Optimum preventive maintenance policies. *Operations Research*, 8(1), 90–100.

Beichelt, F. (1993). A unifying treatment of replacement policies with minimal repair. *Naval Research Logistics (NRL)*, 40(1), 51-67.

Brown, M., & Proschan, F. (1983). Imperfect repair. *Journal of Applied Probability*, 20(4), 851–859.

Chang, C.-C. (2014). Optimal preventive maintenance policies for systems subject to random working cycles and imperfect maintenance. *Computers & Industrial Engineering*, 67, 185–194.

Chen, M., Mizutani, S., & Nakagawa, T. (2010). Random and age replacement policies. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 17(01), 27–39.

De Jonge, B., & Scarf, P. A. (2020). A review on maintenance optimization. *European Journal of Operational Research*, 285(3), 805–824.

Drinkwater, R. W., & Hastings, N. A. J. (1967). An economic replacement model. *Journal of the Operational Research Society*, 18(2), 121–138.

Hastings, N. A. J. (1969). The repair limit replacement method. *Journal of the Operational Research Society*, 20(3), 337–349.

Kijima, M. (1989). Some results for repairable systems with general repair. *Journal of Applied Probability*, 26(1), 89–102.

Kijima, M., & Nakagawa, T. (1991). A cumulative damage shock model with imperfect preventive maintenance. *Naval Research Logistics (NRL)*, 38(2), 145–156.

Mobley, R. K. (2002). *An Introduction to Predictive Maintenance*. Elsevier.

Murthy, D. P., Xie, M., & Jiang, R. (2004). *Weibull Models*. John Wiley & Sons.

Nakamura, A., Ozawa, M., Watanabe, T., Ito, T., Muraki, T., Hamano, H., ... & Kawa, S. (2018). Predictive factors for autoimmune pancreatitis relapse after 3 years of maintenance therapy. *Pancreas*, 47(10), 1337–1343.

Nakagawa, T. (1988). Sequential imperfect preventive maintenance policies. *IEEE Transactions on Reliability*, 37(3), 295–298.

Nakagawa, T. (2005). *Maintenance Theory of Reliability*. Springer Science & Business Media.

Nowlan, F. S., & Heap, H. F. (1978). *Reliability-Centered Maintenance*.

Pintelon, L. (2008). Liliane Pintelon and Alejandro Parodi-Herz. *Complex System Maintenance Handbook*, 21.

Sheu, S. H., Chang, C. C., & Chen, Y. L. (2010). A generalized periodic preventive maintenance model with virtual age for a system subjected to shocks. *Communications in Statistics—Theory and Methods*, 39(13), 2379–2393.

Smith, A. M. (1993). *Reliability-Centered Maintenance* (p. 45). New York: McGraw-Hill.

Sugiura, T., Mizutani, S., & Nakagawa, T. (2006). Optimal random and periodic inspection policies. *Reliability modeling, analysis and optimization*, 393-403.

Wang, H., & Pham, H. (1996). Optimal age-dependent preventive maintenance policies with imperfect maintenance. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 3(02), 119–135.

Wang, W. B., Li, P., & Peng, R. (2015). Optimal preventive maintenance policy with consideration of production wait. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 20, 322–325.

Xu, H., & Hu, W. (2013). Modelling and analysis of repairable systems with preventive maintenance. *Applied Mathematics and Computation*, 224, 46–53.

Παράρτημα

Κωδικες Matlab

Μοντέλο A:

```
a = 10;
b = 2;
theta = 1;
C_T = 200;
C_Y = 250;
C_Z = 2000;
c_inf = 1000;
m = 200;
sigma = 50;

l = @(u) (1 / (sigma * sqrt(2 * pi))) * exp(-0.5 * ((u - m) / sigma).^2); % Normal PDF
F = @(t) 1 - exp(-(t / a).^b); % Weibull CDF
f = @(t) (b / a) * (t / a).^(b - 1) .* exp(-(t / a).^b); % Weibull PDF
r = @(t) f(t) ./ (1 - F(t));

G = @(t) 1 - exp(-theta * t); % Exponential CDF
g = @(t) theta * exp(-theta * t); % Exponential PDF

results = [];

%GlobalSearch
gs = GlobalSearch;
options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'off', 'Algorithm', 'sqp');
```

```

for q = [0, 0.1:0.1:0.9]

    if q == 0

        cm = 0;

    else

        solve_delta = @(q) fzero(@(delta) integral(l, 0, delta * c_inf) - q, [0, 1]);

        cm = (1 / q) * integral(@(u) u .* l(u), 0, solve_delta(q)*1000, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

    end

    K = @(t) -log(1 - F(t));

    Fp = @(t) exp(-(1 - q) * K(t));

    fp = @(t) -(1 - q) * (f(t) ./ (1 - F(t))) .* exp(-(1 - q) * K(t)); % Derivative of F_p

    JA = @(T) (C_T + ...

        (C_Y - C_T) * integral(@(t) Fp(t) .* g(t), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10) + ...

        (C_Z - C_T) * integral(@(t) (1 - G(t)) .* (-fp(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10) + ...

        cm * integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G(t)) .* q .* r(t), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10)) ./

    ...

    integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

    problem = createOptimProblem('fmincon', ...

        'objective', JA, ...

        'x0', 10, ...          % Initial guess

        'lb', 1, 'ub', 40, ... % Bounds for T

```

```

'options', options);

[T_opt, min_cost] = run(gs, problem);

results = [results; q, T_opt, min_cost, cm];

fprintf('q = %.2f, T_opt = %.4f, J_A(T_opt) = %.4f, cm = %.4f\n', q, T_opt, min_cost, cm);
end

% Display results
disp('Results (q, T_opt, J_A(T_opt), cm):');
disp(array2table(results, 'VariableNames', {'q', 'T_opt', 'J_A_T_opt', 'cm'}));

% Save results to CSV
writematrix(results, 'results_table1.csv', 'Delimiter', 'comma');
disp('Results saved to results_table1.csv');

```

Μοντέλο Β

```

a = 10;
b = 2;
theta = 1;
C_T = 200;
C_Y = 250;
C_Z = 2000;
c_inf = 1000;
m = 200;
sigma = 50;
c1 = 1000;

```

```

n=161;

l = @(u) (1 / (sigma * sqrt(2 * pi))) * exp(-0.5 * ((u - m) / sigma).^2); % Normal PDF

F = @(t) 1 - exp(-(t / a).^b); % Weibull CDF
f = @(t) (b / a) * (t / a).^(b - 1) .* exp(-(t / a).^b); % Weibull PDF
r = @(t) f(t) ./ (1 - F(t));

results = [];

% Set up GlobalSearch
gs = GlobalSearch;
options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'off', 'Algorithm', 'sqp');
for q = [0, 0.1:0.1:0.9]
    Ja=100;
    if q == 0
        cm = 0;
    else
        solve_delta = @(q) fzero(@(delta) integral(l, 0, delta * c_inf) - q, [0, 1]);
        cm = (1 / q) * integral(@(u) u .* l(u), 0, solve_delta(q) * c_inf, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);
    end

    best_N = NaN;
    best_T = NaN;
    min_JA = Inf;

    for N =15:1:26

```

```

G_N = @(t, N) 1 - arrayfun(@(t_i) sum((theta * t_i).^(0:N-1) ./ factorial(0:N-1)), t) .* exp(-
theta * t);

g_N = @(t, N) (theta^N .* t.^(N-1) ./ factorial(N-1)) .* exp(-theta * t);

K = @(t) -log(1 - F(t));

Fp = @(t) exp(-(1 - q) * K(t)); % Survival function under type-II failure

fp = @(t) -(1 - q) * (f(t) ./ (1 - F(t))) .* exp(-(1 - q) * K(t)); % Derivative of F_p

JA = @(T, N) (C_T + ...
    (C_Y - C_T) * integral(@(t) Fp(t) .* g_N(t, N), 0, T, 'RelTol', 1e-10, 'AbsTol', 1e-10) +
    ...
    (C_Z - C_T) * integral(@(t) (1 - G_N(t, N)) .* (-fp(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-10, 'AbsTol', 1e-
10) + ...
    cm * integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G_N(t, N)) .* q .* r(t), 0, T, 'RelTol', 1e-10, 'AbsTol',
1e-10)) ./ ...
    integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G_N(t, N)), 0, T, 'RelTol', 1e-10, 'AbsTol', 1e-10);

problem = createOptimProblem('fmincon', ...
    'objective', @(T) JA(T, N), ...
    'x0', 10, ... % Initial guess for T
    'lb', 1, 'ub', 8, ... % Bounds for T
    'options', options);

[T_opt, cost] = run(gs, problem);

if abs(Ja-cost)<0.000005
    min_JA = cost;
    best_N = N-1;

```

```

        best_T = T_opt;
    break;
else
    Ja = cost;
end
end

results = [results; q, best_N, best_T, min_JA, cm];

fprintf('q = %.2f, N_opt = %d, T_opt = %.4f, J_A(T_opt, N_opt) = %.4f, cm = %.4f\n', q,
best_N, best_T, min_JA, cm);
end

disp('Results (q, N_opt, T_opt, J_A_T_opt, cm):');
disp(array2table(results, 'VariableNames', {'q', 'N_opt', 'T_opt', 'J_A_T_opt', 'cm'}));

% Save results to CSV
writematrix(results, 'results_table1.csv', 'Delimiter', 'comma');
disp('Results saved to results_table1.csv');

```

Ανάλυση ευαισθησίας – β

Για το μοντέλο A

```

a = 10;
theta = 1;
C_T = 200;
C_Y = 250;
C_Z = 2000;
c_inf = 1000;

```

```

m = 200;

sigma = 50;

c1 = 1000;

q = 0.5;

l = @(u) (1 / (sigma * sqrt(2 * pi))) .* exp(-0.5 * ((u - m) / sigma).^2);

solve_delta = fzero(@(delta) integral(l, 0, delta * c_inf) - q, [0, 1]);

cm = (1 / q) * integral(@(u) u .* l(u), 0, solve_delta * c_inf, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

G = @(t) 1 - exp(-theta * t);

g = @(t) theta * exp(-theta * t);

gs = GlobalSearch;

options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'off', 'Algorithm', 'sqp');

% Σάρωση για διαφορετικές τιμές β
beta_range = 1:0.5:5;

results = [];

for b = beta_range

    F = @(t) 1 - exp(-(t / a).^b);

    f = @(t) (b / a) * (t / a).^(b - 1) .* exp(-(t / a).^b);

    r = @(t) f(t) ./ (1 - F(t));

    K = @(t) -log(1 - F(t));

    Fp = @(t) exp(-(1 - q) * K(t));

```

```

fp = @(t) -(1 - q) * (f(t) ./ (1 - F(t))) .* exp(-(1 - q) * K(t));

JA = @(T) (C_T + ...
    (C_Y - C_T) * integral(@(t) Fp(t) .* g(t), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10) + ...
    (C_Z - C_T) * integral(@(t) (1 - G(t)) .* (-fp(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10) + ...
    cm * integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G(t)) .* q .* r(t), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10)) ./
...
    integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

% Optimization
problem = createOptimProblem('fmincon', ...
    'objective', JA, ...
    'x0', 10, ...
    'lb', 1, 'ub', 40, ...
    'options', options);

[T_opt, min_cost] = run(gs, problem);

results = [results; b, T_opt, min_cost];
fprintf('b = %.1f, T_opt = %.4f, J_A = %.4f\n', b, T_opt, min_cost);
end

% Πίνακας αποτελεσμάτων
disp('Results (b, T_opt, J_A):');
disp(array2table(results, 'VariableNames', {'b', 'T_opt', 'J_A'}));

% Διάγραμμα b - κόστους
figure;

```

```

plot(results(:,1), results(:,3), '-o', 'LineWidth', 2);
xlabel('Παράμετρος σχήματος β');
ylabel('Ελάχιστο μέσο κόστος J_A');
title('Σχέση μεταξύ β και κόστους για σταθερό q');
grid on;

% Προαιρετικά αποθήκευση σε CSV
writematrix(results, 'results_beta_scan.csv', 'Delimiter', 'comma');
disp('Αποθήκευση σε αρχείο results_beta_scan.csv');

```

Για το Μοντέλο B

```

a = 10;
theta = 1;
C_T = 200;
C_Y = 250;
C_Z = 2000;
c_inf = 1000;
m = 200;
sigma = 50;
c1 = 1000;
q = 0.5;

l = @(u) (1 / (sigma * sqrt(2 * pi))) .* exp(-0.5 * ((u - m) / sigma).^2);

solve_delta = fzero(@(delta) integral(l, 0, delta * c_inf) - q, [0, 1]);
cm = (1 / q) * integral(@(u) u .* l(u), 0, solve_delta * c_inf, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

```

```

% GlobalSearch

gs = GlobalSearch;

options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'off', 'Algorithm', 'sqp');

beta_range = 1:0.5:5;

results = [];

for b = beta_range

    F = @(t) 1 - exp(-(t / a).^b);

    f = @(t) (b / a) * (t / a).^(b - 1) .* exp(-(t / a).^b);

    r = @(t) f(t) ./ (1 - F(t));

    G_N = @(t, N) 1 - arrayfun(@(t_i) sum((theta * t_i).^(0:N-1) ./ factorial(0:N-1)), t) .* exp(-
theta * t);

    g_N = @(t, N) (theta^N .* t.^(N-1) ./ factorial(N-1)) .* exp(-theta * t);

    K = @(t) -log(1 - F(t));

    Fp = @(t) exp(-(1 - q) * K(t));

    fp = @(t) -(1 - q) * (f(t) ./ (1 - F(t))) .* exp(-(1 - q) * K(t));

    min_JA = Inf;

    best_N = NaN;

    best_T = NaN;

    Ja = 100;

    for N = 15:26

        JA = @(T) (C_T + ...

```

```

(C_Y - C_T) * integral(@(t) Fp(t) .* g_N(t, N), 0, T, 'RelTol', 1e-10, 'AbsTol', 1e-10) +
...
(C_Z - C_T) * integral(@(t) (1 - G_N(t, N)) .* (-fp(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-10, 'AbsTol', 1e-
10) + ...
cm * integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G_N(t, N)) .* q .* r(t), 0, T, 'RelTol', 1e-10, 'AbsTol',
1e-10)) ./ ...
integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G_N(t, N)), 0, T, 'RelTol', 1e-10, 'AbsTol', 1e-10);

problem = createOptimProblem('fmincon', ...
    'objective', @(T) JA(T), ...
    'x0', 5, ...
    'lb', 1, 'ub', 8, ...
    'options', options);

[T_opt, cost] = run(gs, problem);

if abs(Ja - cost) < 1e-6
    min_JA = cost;
    best_N = N - 1;
    best_T = T_opt;
    break;
else
    Ja = cost;
end
end

results = [results; b, best_N, best_T, min_JA];

fprintf('b = %.1f, N_opt = %d, T_opt = %.4f, J_A = %.4f\n', b, best_N, best_T, min_JA);
end

```

```

% Display results
disp(array2table(results, 'VariableNames', {'b', 'N_opt', 'T_opt', 'J_A'}));

% Plot  $\beta$  vs Cost
figure;
plot(results(:,1), results(:,4), '-o', 'LineWidth', 2);
xlabel('Παράμετρος σχήματος  $\beta$ ');
ylabel('Ελάχιστο μέσο κόστος J_A');
title('Σχέση μεταξύ  $\beta$  και κόστους');
grid on;

```

Ανάλυση ευαισθησίας – θ

```

a = 10;
b = 2;
C_T = 200;
C_Y = 250;
C_Z = 2000;
c_inf = 1000;
m = 200;
sigma = 50;
q = 0.5;

l = @(u) (1 / (sigma * sqrt(2 * pi))) .* exp(-0.5 * ((u - m) / sigma).^2);
solve_delta = fzero(@(delta) integral(l, 0, delta * c_inf) - q, [0, 1]);
cm = (1 / q) * integral(@(u) u .* l(u), 0, solve_delta * c_inf, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

```

```

F = @(t) 1 - exp(-(t / a).^b);
f = @(t) (b / a) * (t / a).^(b - 1) .* exp(-(t / a).^b);
r = @(t) f(t) ./ (1 - F(t));
K = @(t) -log(1 - F(t));
Fp = @(t) exp(-(1 - q) * K(t));
fp = @(t) -(1 - q) * (f(t) ./ (1 - F(t))) .* exp(-(1 - q) * K(t));

% GlobalSearch setup
gs = GlobalSearch;
options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'off', 'Algorithm', 'sqp');

results = [];

for theta = 1:10
    G = @(t) 1 - exp(-theta * t);
    g = @(t) theta * exp(-theta * t);

    JA = @(T) (C_T + ...
        (C_Y - C_T) * integral(@(t) Fp(t) .* g(t), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10) + ...
        (C_Z - C_T) * integral(@(t) (1 - G(t)) .* (-fp(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10) + ...
        cm * integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G(t)) .* q .* r(t), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10)) ./ ...
        integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

    problem = createOptimProblem('fmincon', ...
        'objective', JA, ...
        'x0', 10, ...
        'lb', 1, 'ub', 40, ...
        'options', options);

```

```

[T_opt, min_cost] = run(gs, problem);

results = [results; theta, T_opt, min_cost];

fprintf('λ = %d, T_opt = %.4f, J_A = %.4f\n', theta, T_opt, min_cost);

end

% Εμφάνιση αποτελεσμάτων
disp(array2table(results, 'VariableNames', {'lambda', 'T_opt', 'J_A'}));

figure;

plot(results(:,1), results(:,3), '-o', 'LineWidth', 2);

xlabel('Παράμετρος θ (ρυθμός εκθετικής κατανομής)');

ylabel('Ελάχιστο μέσο κόστος J_A');

title('Σχέση μεταξύ λ και κόστους (για σταθερά q = 0.5 και b = 2)');

grid on;

% Αποθήκευση σε CSV
writematrix(results, 'results_lambda_scan.csv', 'Delimiter', 'comma');

disp('Αποτελέσματα αποθηκεύτηκαν σε αρχείο results_lambda_scan.csv');

```

Ανάλυση ευαισθησίας – CZ

```

a = 10;

b = 2;

theta = 1;

C_T = 200;

```

```

C_Y = 250;

c_inf = 1000;

m = 200;

sigma = 50;

q = 0.5;

l = @(u) (1 / (sigma * sqrt(2 * pi))) * exp(-0.5 * ((u - m) / sigma).^2);

solve_delta = fzero(@(delta) integral(l, 0, delta * c_inf) - q, [0, 1]);

cm = (1 / q) * integral(@(u) u .* l(u), 0, solve_delta * c_inf, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

F = @(t) 1 - exp(-(t / a).^b);

f = @(t) (b / a) * (t / a).^(b - 1) .* exp(-(t / a).^b);

r = @(t) f(t) ./ (1 - F(t));

K = @(t) -log(1 - F(t));

Fp = @(t) exp(-(1 - q) * K(t));

fp = @(t) -(1 - q) * (f(t) ./ (1 - F(t))) .* Fp(t);

G = @(t) 1 - exp(-theta * t);

g = @(t) theta * exp(-theta * t);

gs = GlobalSearch;

options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'off', 'Algorithm', 'sqp');

results = [];

for C_Z = 1000:1000:10000

    JA = @(T) (C_T + ...

        (C_Y - C_T) * integral(@(t) Fp(t) .* g(t), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10) + ...

```

```

(C_Z - C_T) * integral(@(t) (1 - G(t)) .* (-fp(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10) + ...
cm * integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G(t)) .* q .* r(t), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10)) ./ ...
integral(@(t) Fp(t) .* (1 - G(t)), 0, T, 'RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);

problem = createOptimProblem('fmincon', ...
    'objective', JA, ...
    'x0', 10, ...
    'lb', 1, 'ub', 40, ...
    'options', options);

[T_opt, min_cost] = run(gs, problem);

results = [results; C_Z, T_opt, min_cost];
fprintf('C_Z = %d, T_opt = %.4f, J_A = %.4f\n', C_Z, T_opt, min_cost);
end

% Εμφάνιση αποτελεσμάτων
disp('Results (C_Z, T_opt, J_A):');
disp(array2table(results, 'VariableNames', {'C_Z', 'T_opt', 'J_A'}));

% Διάγραμμα κόστους σε σχέση με C_Z
figure;
plot(results(:,1), results(:,3), '-o', 'LineWidth', 2);
xlabel('Κόστος διορθωτικής αντικατάστασης C_Z');
ylabel('Ελάχιστο μέσο κόστος J_A');
title('Σχέση μεταξύ C_Z και κόστους (q = 0.5, b = 2)');
grid on;

```

```
% Αποθήκευση  
writematrix(results, 'results_CZ_scan.csv', 'Delimiter', 'comma');  
disp('Αποτελέσματα αποθηκεύτηκαν σε αρχείο results_CZ_scan.csv');
```