



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Σχολή Τεχνολογίας

Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων

**Απο την Κλασική Θεωρία
Πληροφορίας στην Κβαντική Θεωρία
Πληροφορίας**

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

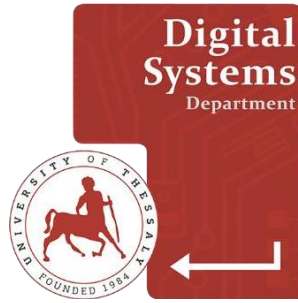
Αθανάσιος Μηνάς Κρινάκης

(ΑΜ:3119188)

Επιβλέπων: Απόστολος Ξενάκης, Επίκουρος Καθηγητής

ΛΑΡΙΣΑ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2025

ΛΑΡΙΣΑ,ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2025



UNIVERSITY OF THESSALY

School of Technology

Digital Systems Department

From Classical Information Theory to Quantum Information Theory



BACHELOR THESIS

Athanasios Minas Krinakis

(RN:3119188)

Supervisor: *Apostolos Xenakis, Assistant Professor*

Υπεύθυνη Δήλωση περί Ακαδημαϊκής Δεοντολογίας και Πνευματικών Δικαιωμάτων

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ρητά ότι η παρούσα πτυχιακή εργασία, καθώς και τα ηλεκτρονικά αρχεία και πηγαίοι κώδικες που αναπτύχθηκαν ή τροποποιήθηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας, αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής μου εργασίας, δεν προσβάλλει κάθε μορφής δικαιώματα διανοητικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας και προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχει έργα/εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών/δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον, και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης. Τα σημεία όπου έχω χρησιμοποιήσει ιδέες, κείμενο, αρχεία ή/και πηγές άλλων συγγραφέων, αναφέρονται ευδιάκριτα στο κείμενο με την κατάλληλη παραπομπή και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή.

Αναλαμβάνω πλήρως, ατομικά και προσωπικά, όλες τις νομικές και διοικητικές συνέπειες που δύναται να προκύψουν στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής.

Ο Δηλών

(Υπογραφή)

Ονοματεπώνυμο

Κρινάκης Αθανάσιος- Μηνάς

17-02-25

LARISA, FEBRUARY 2025

Εγκρίνεται από την Επιτροπή Εξέτασης:

Επιβλέπων/πουσα	Απόστολος Ξενάκης Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων
Μέλος	Ηλίας Σάββας Καθηγητής, Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων
Μέλος	Κων/νος Χαϊκάλης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων

Ημερομηνία έγκρισης: 17-02-2025

Περίληψη

Η εργασία ασχολείται με τη μετάβαση από την κλασική θεωρία πληροφορίας του Shannon στην κβαντική θεωρία πληροφορίας, και αναδεικνύει τις βασικές διαφορές, όπως τη χρήση των qubits αντί των bits, την υπέρθεση και την εμπλοκή. Παρουσιάζονται οι μαθηματικές έννοιες που διέπουν την κβαντική θεωρία, όπως η κβαντική εντροπία και η χωρητικότητα των κβαντικών καναλιών. Εξετάζονται επίσης οι εφαρμογές της, με έμφαση στην κβαντική υπολογιστική και κρυπτογραφία, καθώς και στους αλγόριθμους του Shor και του Grover, που επιλύουν προβλήματα με μεγαλύτερη ταχύτητα σε σχέση με τους κλασικούς υπολογιστές. Επιπλέον, αναλύονται οι τεχνολογικές δυσκολίες, όπως η αποσυννοχή και η ανάγκη για διόρθωση σφαλμάτων στα κβαντικά συστήματα, που καθυστερούν την εμπορική αξιοποίηση. Τέλος, γίνεται αναφορά στις μελλοντικές προοπτικές της κβαντικής πληροφορίας, όπως οι δυνατότητες στον τομέα της τεχνητής νοημοσύνης, των τηλεπικοινωνιών και της κρυπτογράφησης, δείχνοντας πώς η κβαντική εποχή μπορεί να φέρει επαναστατικές αλλαγές στην τεχνολογία.

Abstract

This paper explores the transition from Shannon's classical information theory to quantum information theory, highlighting key differences such as the use of qubits instead of bits, superposition, and entanglement. It presents the mathematical concepts governing quantum theory, including quantum entropy and the capacity of quantum channels. The applications of quantum information theory are also examined, with a focus on quantum computing and cryptography, as well as algorithms like Shor's and Grover's, which solve problems faster than classical computers. Furthermore, technological challenges, such as decoherence and the need for error correction in quantum systems, which delay commercial implementation, are analyzed. Finally, the future prospects of quantum information are discussed, including possibilities in artificial intelligence, telecommunications, and cryptography, showing how the quantum era could bring revolutionary changes to technology.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	vii
Abstract.....	ix
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	12
1.1 Σκοπός και Σημασία της Έρευνας	12
1.2 Στόχοι της Πτυχιακής	12
1.3 Δομή της Εργασίας.....	13
Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο	15
2.1 Ιστορική Εξέλιξη της Κλασικής Θεωρίας Πληροφορίας.....	15
2.1.1 Ορισμός και Βασικές Αρχές.....	16
2.1.2 Εφαρμογές της Κλασικής Θεωρίας Πληροφορίας.....	16
2.2 Ιστορική Εξέλιξη της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας.....	17
2.2.1 Πρώτες Ιδέες και Θεμελιώδεις Έννοιες της Κβαντικής Θεωρίας.....	17
2.2.2 Ο Ρόλος του Richard Feynman και το Κβαντικό Υπολογιστικό Μοντέλο.....	17
2.2.3 Ο Αλγόριθμος του Peter Shor	18
2.2.4 Θεμελιώδεις Αρχές.....	18
2.3 Πρακτικοί Περιορισμοί της Κβαντικής Τεχνολογίας	19
2.4 Προοπτικές και Μελλοντικές Εξελίξεις	20
2.5 Πειραματικές Προόδους και Σύγχρονα Επιτεύγματα	21
2.6 Ομοιότητες και διαφορές μεταξύ Κλασικής και Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας.....	22
Κεφάλαιο 3: Η Μετάβαση από την Κλασική στη Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας	26
3.1 Εισαγωγή	26
3.2 Εντροπία Shannon	26
3.3 Εντροπία von Neumann.....	27
3.4 Υπέρθωση και Διεμπλοκή.....	27
3.5 Μαθηματική Επεξεργασία της Πληροφορίας.....	28
3.6 Γιατί Χρειάζοταν η Μετάβαση;	28
3.7 Σύγκριση Κλασικής και Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας	32
3.8 Συμπεράσματα.....	33
Κεφάλαιο 4: Εφαρμογές της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας	35
4.1 Κβαντική Κρυπτογραφία	35
4.1.1 Πρωτόκολλο BB84	35
4.1.2 Κβαντική Κρυπτογραφία Διανομής Κλειδιών (QKD)	37

4.1.3 Κβαντική Κρυπτογραφία σε Δίκτυα 5G και IoT.....	37
4.1.4 Κβαντική Κρυπτογραφία με Python και Qiskit	37
4.2 Κβαντικοί Υπολογιστές	38
4.2.1 Αρχιτεκτονική Κβαντικών Υπολογιστών	38
4.2.2 Αλγόριθμοι Κβαντικών Υπολογιστών	39
4.2.3 Κβαντικές Προσομοιώσεις.....	41
4.3 Κβαντικές Επικοινωνίες.....	42
4.3.1 Κβαντική Τηλεμεταφορά.....	42
4.3.2 Κβαντικά Δίκτυα	43
4.4 Κβαντική Υπολογιστική και Βιολογία.....	45
4.5 Συμπεράσματα και Μελλοντικές Τάσεις	45
4.6 Μελλοντικές Εφαρμογές της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας	45
Κεφάλαιο 5: Μελλοντικές Προοπτικές.....	47
5.1 Τρέχουσες Τάσεις και Έρευνα.....	48
5.1.1 Κβαντικοί Υπολογιστές	48
5.1.2 Κβαντική Κρυπτογραφία	48
5.1.3 Κβαντικά Δίκτυα	48
5.2 Προκλήσεις και Προοπτικές	49
5.2.1 Τεχνολογικές Προκλήσεις	49
5.2.2 Ηθικά και Κοινωνικά Ζητήματα	49
5.2.3 Προοπτικές Ανάπτυξης και Εφαρμογών.....	50
5.3 Συμπεράσματα για τις Μελλοντικές Προοπτικές.....	50
Κεφάλαιο 6: Μελλοντικές Κατευθύνσεις	51
6.1 Συνοψίζοντας τις Κύριες Εφαρμογές της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας	51
6.2 Προκλήσεις και Περιορισμοί της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας	52
6.3 Μελλοντικές Κατευθύνσεις και Προοπτικές	53
6.4 Τεχνολογικά προβλήματα της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας	54
Κεφάλαιο 7 Συμπεράσματα.....	56
Βιβλιογραφία	58
Κεφάλαιο 8: Παραρτήματα.....	61
Παράρτημα : Μαθηματικές Αποδείξεις και Θεωρίες.....	61
Εντροπία Shannon	61
Κβαντική Εντροπία Von Neumann.....	61
Ανισότητα Holevo	62
Αλγόριθμος Grover.....	62
Πρωτόκολλο BB84	Error! Bookmark not defined.

Αλγόριθμος Shor.....	63
Πύλη Hadamard.....	63
Πύλη CNOT.....	64

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Σκοπός και Σημασία της Έρευνας

Αυτό το τμήμα της εργασίας εστιάζει στο σκοπό της παρούσας πτυχιακής μελέτης. Η έρευνα εξετάζει τη μετάβαση από την παραδοσιακή θεωρία πληροφορίας στην κβαντική θεωρία πληροφορίας αποκαλύπτοντας τις βασικές διαφορές τους και τις δυνατότητες που προκύπτουν με την πρόοδο της κβαντικής τεχνολογίας. (Shannon, 1948; Nielsen & Chuang, 2010).

Η σημασία αυτής της έρευνας έγκειται στο γεγονός ότι η κβαντική θεωρία πληροφορίας θεωρείται μια από τις πιο καινοτόμες και αναπτυσσόμενες περιοχές της επιστήμης με εφαρμογές που θα μπορούσαν να έχουν σημαντικό αντίκτυπο σε τομείς όπως η ασφάλεια πληροφοριών οι υπολογιστές και οι επικοινωνίες. Bennett DiVincenzo 2000. Η κατανόηση αυτής της μετάβασης και των νέων δυνατοτήτων που προσφέρει η κβαντική πληροφορική είναι ζωτικής σημασίας για τη μελλοντική πρόοδο της επιστήμης και της τεχνολογίας.

1.2 Στόχοι της Πτυχιακής

Οι βασικοί στόχοι της πτυχιακής εργασίας συνοψίζονται ως εξής:

1. **Κατανόηση των Θεμελιωδών Αρχών:** Επικέντρωση στις βασικές έννοιες της κλασικής θεωρίας πληροφορίας, όπως η εντροπία, η κωδικοποίηση και η προστασία δεδομένων, καθώς και εισαγωγή στις βασικές αρχές της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας, όπως η κβαντική υπέρθεση και η κβαντική εμπλοκή. (entanglement). (Preskill, 1998, Bennett & DiVincenzo, 2000)

2. **Σύγκριση των Δύο Θεωριών:** Εξέταση των ουσιώδων διακυμάνσεων μεταξύ της κλασικής και της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας, εστιάζοντας στις διαφορές στη μαθηματική διατύπωση, στις αρχές λειτουργίας και στις πρακτικές εφαρμογές. (Nielsen & Chuang, 2010)
3. **Εφαρμογές της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας:** Επίδειξη των κυριότερων εφαρμογών της κβαντικής θεωρίας, όπως η κβαντική κρυπτογραφία και οι κβαντικοί υπολογιστές, εστιάζοντας στις δυνατότητες και τα πλεονεκτήματα που προσφέρουν. (Bennett & Brassard, 1984; Shor, 1997)
4. **Ανάδειξη των Μελλοντικών Προοπτικών:** Συζήτηση για τις τρέχουσες τάσεις και τις προκλήσεις που αντιμετωπίζει η επιστημονική κοινότητα στην ανάπτυξη και την εφαρμογή της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας. (Nielsen & Chuang, 2010)

1.3 Δομή της Εργασίας

Η δομή της πτυχιακής εργασίας έχει σχεδιαστεί για να παρέχει μια ολοκληρωμένη κατανόηση του αντικειμένου, ξεκινώντας από τις βασικές αρχές της κλασικής θεωρίας πληροφορίας και καταλήγοντας στις εφαρμογές και τις προοπτικές της κβαντικής πληροφορίας. Η εργασία χωρίζεται σε έξι κύρια κεφάλαια, τα οποία αναλύονται ως εξής:

- **Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο**
Παρουσιάζει τα θεμέλια της κλασικής και της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας, εξηγώντας τις βασικές αρχές και τις διαφορές τους.
- **Κεφάλαιο 3: Μετάβαση από την Κλασική στην Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας**
Αναλύει την ανάγκη για τη μετάβαση από την κλασική στην κβαντική θεωρία πληροφορίας και τα εργαλεία που απαιτούνται για την κατανόηση της κβαντικής πληροφορίας.
- **Κεφάλαιο 4: Εφαρμογές της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας**
Εστιάζει στις κύριες εφαρμογές της κβαντικής θεωρίας, όπως η κβαντική κρυπτογραφία, οι κβαντικοί υπολογιστές και τα κβαντικά δίκτυα.

- **Κεφάλαιο 5: Μελλοντικές Προοπτικές**

Εξετάζει τις τρέχουσες τάσεις στην έρευνα της κβαντικής πληροφορίας, καθώς και τις προκλήσεις και τις προοπτικές για το μέλλον.

- **Κεφάλαιο 6: Μελλοντικές Κατευθύνσεις**

Ανακεφαλαιώνει τα βασικά σημεία της πτυχιακής εργασίας και συζητά τις επιπτώσεις των κβαντικών τεχνολογιών στην επιστήμη και την κοινωνία.

Το **Κεφάλαιο 7** περιλαμβάνει **Συμπεράσματα** , ενώ το **Κεφάλαιο 8** παρέχει τα **Παραρτήματα** με επιπρόσθετο υλικό, όπως μαθηματικές αποδείξεις και αναλυτικές περιγραφές αλγορίθμων.

Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα παρουσιαστούν οι θεμελιώδεις έννοιες της κλασικής θεωρίας πληροφορίας, καθώς και οι βασικές αρχές της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας. Αυτή η σύγκριση θα αναδείξει τις σημαντικές διαφορές μεταξύ των δύο θεωριών και θα δώσει το πλαίσιο για την κατανόηση της μετάβασης από την κλασική στην κβαντική πληροφορική.

2.1 Ιστορική Εξέλιξη της Κλασικής Θεωρίας Πληροφορίας

Η κλασική θεωρία πληροφορίας αναπτύχθηκε από τον Claude Shannon το 1948 και αφορά την αποτελεσματική μετάδοση και κωδικοποίηση πληροφοριών. Η κλασική θεωρία βασίζεται σε ένα μοντέλο επικοινωνίας που αποτελείται από έναν πομπό, ένα δέκτη και ένα κανάλι επικοινωνίας. Ένα από τα βασικά εργαλεία της είναι η έννοια της εντροπίας, που μετρά την αβεβαιότητα ή την ποσότητα της πληροφορίας σε ένα μήνυμα.

Η κλασική θεωρία πληροφοριών έχει εφαρμογές σε διάφορα πεδία, όπως τα δίκτυα υπολογιστών, η κωδικοποίηση δεδομένων και η κρυπτογράφηση. Ο στόχος της είναι να βελτιστοποιήσει την αποδοτική μεταφορά πληροφοριών, λαμβάνοντας υπόψη την απώλεια δεδομένων λόγω θορύβου και άλλων παραγόντων.

Η κβαντική θεωρία πληροφοριών είναι η μελέτη της πληροφορίας μέσα στο πλαίσιο των νόμων της κβαντικής μηχανικής. Τα κβαντικά συστήματα διαφέρουν σημαντικά από τα κλασικά, καθώς λειτουργούν με βάση τις αρχές της υπέρθεσης (superposition) και της διεμπλοκής (entanglement). Ενώ στην κλασική θεωρία η πληροφορία αναπαρίσταται με bits που παίρνουν την τιμή 0 ή 1, στην κβαντική θεωρία η πληροφορία αναπαρίσταται με qubits που μπορούν να βρίσκονται σε υπέρθεση και να παίρνουν τιμές και 0 και 1 ταυτόχρονα.

Η κβαντική θεωρία πληροφοριών αξιοποιεί τις κβαντικές καταστάσεις για την επίλυση προβλημάτων που είναι αδύνατο να επιλυθούν αποτελεσματικά από κλασικούς

υπολογιστές. Οι βασικές εφαρμογές της περιλαμβάνουν την κβαντική κρυπτογραφία και την κβαντική υπολογιστική.

2.1.1 Ορισμός και Βασικές Αρχές

- **Εντροπία Πληροφορίας:** Η εντροπία, γνωστή και ως εντροπία του Shannon, είναι ένα μέτρο της αβεβαιότητας ή της πληροφορίας που περιέχεται σε ένα σύστημα. Για ένα τυχαίο μεταβλητό X με πιθανότητες $p_1, p_2, \dots, p_n$, η εντροπία ορίζεται ως:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$$

Η εντροπία μετρά την αναμενόμενη τιμή της πληροφορίας που θα προκύψει από την παρατήρηση του X .

- **Κανάλια Επικοινωνίας:** Ένα κανάλι επικοινωνίας περιγράφει το μέσο με το οποίο οι πληροφορίες μεταδίδονται από έναν πομπό σε έναν δέκτη. Ένα από τα βασικά προβλήματα είναι η κωδικοποίηση των μηνυμάτων έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η αποδοτικότητα της επικοινωνίας και να ελαχιστοποιηθούν τα λάθη. (Cover & Thomas, 2006)
- **Κωδικοποίηση Πηγής και Διόρθωση Σφαλμάτων:** Η κωδικοποίηση πηγής αφορά στη μείωση της ποσότητας δεδομένων που απαιτούνται για την αναπαράσταση της πληροφορίας, χωρίς απώλεια πληροφορίας. Η διόρθωση σφαλμάτων, από την άλλη, ασχολείται με τη διασφάλιση της ακεραιότητας των δεδομένων κατά τη μετάδοσή τους μέσω ενός θορυβώδους καναλιού, με τη χρήση πλεοναστικών δεδομένων που επιτρέπουν την ανίχνευση και διόρθωση λαθών. (MacKay, 2003)

2.1.2 Εφαρμογές της Κλασικής Θεωρίας Πληροφορίας

- **Συμπίεση Δεδομένων:** Τεχνικές όπως η συμπίεση Huffman και η συμπίεση Lempel-Ziv βασίζονται στην κλασική θεωρία πληροφορίας για τη μείωση του μεγέθους των δεδομένων που απαιτούνται για την αποθήκευση ή τη μετάδοση

πληροφοριών, εξοικονομώντας έτσι χώρο και χρόνο μετάδοσης. (Shannon, 1948)

- **Κρυπτογραφία:** Η ασφάλεια των πληροφοριών, ιδιαίτερα στον τομέα της κρυπτογραφίας, βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στην κλασική θεωρία πληροφορίας. Τεχνικές όπως η συμμετρική και ασύμμετρη κρυπτογράφηση εξαρτώνται από την έννοια της εντροπίας για τη διασφάλιση της ασφάλειας των επικοινωνιών. (Cover & Thomas, 2006)
- **Διαχείριση Δικτύων:** Η θεωρία πληροφορίας χρησιμοποιείται για την ανάλυση και τη βελτιστοποίηση της αποδοτικότητας στα δίκτυα υπολογιστών, εξασφαλίζοντας τη βέλτιστη χρήση των πόρων και την αποφυγή συμφόρησης. (MacKay, 2003)

2.2 Ιστορική Εξέλιξη της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

2.2.1 Πρώτες Ιδέες και Θεμελιώδεις Έννοιες της Κβαντικής Θεωρίας

Η κβαντική μηχανική, στην οποία βασίζεται η κβαντική θεωρία πληροφοριών, άρχισε να αναπτύσσεται στις αρχές του 20ου αιώνα. Οι πρώτες ιδέες διατυπώθηκαν από τους Max Planck και Albert Einstein για να εξηγήσουν τη συμπεριφορά του φωτός και την κβαντική φύση της ενέργειας. Στη συνέχεια, ο Niels Bohr πρότεινε το πρότυπο του ατόμου, ενώ ο Erwin Schrödinger και ο Werner Heisenberg εισήγαγαν τα κβαντικά κύματα και την αρχή της αβεβαιότητας, αντίστοιχα.

Οι έννοιες της υπέρθεσης και της διεμπλοκής που είναι κεντρικές στην κβαντική θεωρία πληροφοριών εμφανίστηκαν σε αυτή την περίοδο, ωστόσο η πραγματική δυνατότητα χρήσης τους για την επεξεργασία πληροφορίας άρχισε να αναγνωρίζεται μόνο με την εισαγωγή της κβαντικής πληροφορίας στη δεκαετία του 1980.

2.2.2 Ο Ρόλος του Richard Feynman και το Κβαντικό Υπολογιστικό Μοντέλο

Ο Richard Feynman το 1981 πρότεινε την ιδέα ότι οι κβαντικοί υπολογιστές θα μπορούσαν να προσομοιώσουν τη φυσική σε κβαντικό επίπεδο πιο αποτελεσματικά από τους κλασικούς υπολογιστές. Στη διάσημη ομιλία του, «Simulating Physics with Computers», δήλωσε ότι οι κλασικοί υπολογιστές δεν είναι ικανοί να προσομοιώσουν

κβαντικά φαινόμενα χωρίς να απαιτείται εκθετική αύξηση των πόρων υπολογιστικής ισχύος. Αυτή η διαπίστωση ήταν καθοριστική για την ανάπτυξη των κβαντικών υπολογιστών, που τώρα αποτελούν αντικείμενο ερευνών παγκοσμίως.

Σημαντική ήταν και η συμβολή του David Deutsch, ο οποίος διατύπωσε τις αρχές του κβαντικού υπολογιστικού μοντέλου το 1985, εισάγοντας την έννοια του κβαντικού κυκλώματος και δείχνοντας πώς οι κβαντικοί υπολογιστές μπορούν να λύσουν προβλήματα που είναι δύσκολα για τους κλασικούς.

2.2.3 Ο Αλγόριθμος του Peter Shor

Το 1994, ο Peter Shor ανέπτυξε τον περίφημο αλγόριθμο διάσπασης αριθμών σε πρώτους παράγοντες (Shor's algorithm). Αυτός ο αλγόριθμος επιτρέπει στους κβαντικούς υπολογιστές να επιλύσουν προβλήματα διάσπασης σε πρώτους αριθμούς πολύ πιο γρήγορα από οποιονδήποτε κλασικό αλγόριθμο. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα αυτό, το οποίο είναι κρίσιμο για τη σημερινή κρυπτογραφία (RSA), μπορεί να λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο από έναν κβαντικό υπολογιστή. Ο αλγόριθμος του Shor έδωσε ώθηση στις έρευνες για την ανάπτυξη κβαντικών υπολογιστικών συστημάτων, ειδικά σε τομείς όπως η ασφάλεια και η κρυπτογράφηση.

2.2.4 Θεμελιώδεις Αρχές

- **Κβαντικά Bits (Qubits):** Σε αντίθεση με τα κλασικά bits, που μπορούν να πάρουν την τιμή 0 ή 1, τα qubits μπορούν να βρίσκονται σε μια υπέρθεση των δύο καταστάσεων ταυτόχρονα. Αυτή η ιδιότητα αυξάνει εκθετικά την υπολογιστική ισχύ σε σύγκριση με τα κλασικά συστήματα.
- **Υπέρθεση (Superposition):** Η υπέρθεση είναι η ιδιότητα ενός κβαντικού συστήματος να βρίσκεται σε πολλαπλές καταστάσεις ταυτόχρονα. Ένα qubit, για παράδειγμα, μπορεί να βρίσκεται σε μια κατάσταση που είναι ταυτόχρονα 0 και 1 με ορισμένες πιθανότητες. Η υπέρθεση αποτελεί τη βάση για την εκθετική παράλληλη επεξεργασία πληροφοριών στους κβαντικούς υπολογιστές.
- **Εμπλοκή (Entanglement):** Η εμπλοκή είναι ένα φαινόμενο κατά το οποίο δύο ή περισσότερα qubits συνδέονται με τέτοιο τρόπο ώστε η κατάσταση του ενός να επηρεάζει άμεσα την κατάσταση του άλλου, ανεξάρτητα από την απόσταση.

που τα χωρίζει. Η εμπλοκή είναι κρίσιμη για πολλές εφαρμογές στην κβαντική κρυπτογραφία και την κβαντική τηλεμεταφορά.

- **Κβαντική Μέτρηση:** Σε αντίθεση με την κλασική μέτρηση, η κβαντική μέτρηση επηρεάζει την κατάσταση του συστήματος που μετράται. Όταν μετράμε ένα qubit σε μια κατάσταση υπέρθεσης, καταρρέει σε μια από τις πιθανές του καταστάσεις (0 ή 1) με συγκεκριμένες πιθανότητες. (Nielsen & Chuang, 2010 and Preskill, 1998)

2.3 Πρακτικοί Περιορισμοί της Κβαντικής Τεχνολογίας

1. Θόρυβος και Αποσυννοχή (Decoherence)

Οι κβαντικοί υπολογιστές είναι πολύ ευαίσθητοι σε περιβαλλοντικούς παράγοντες, όπως η θερμοκρασία και η ακτινοβολία. Το φαινόμενο του θορύβου και της αποσυννοχής είναι δύο από τα μεγαλύτερα προβλήματα. Ο θόρυβος μπορεί να προκαλέσει διαταραχή στην υπέρθεση και την διεμπλοκή των qubits, οδηγώντας σε απώλεια πληροφοριών. Η αποσυννοχή συμβαίνει όταν ένα κβαντικό σύστημα έρχεται σε αλληλεπίδραση με το περιβάλλον του, με αποτέλεσμα το σύστημα να χάσει τις κβαντικές του ιδιότητες και να συμπεριφέρεται σαν κλασικό σύστημα.

Η χρονική συνοχή (coherence time) των qubits είναι καθοριστική, καθώς είναι ο χρόνος κατά τον οποίο το qubit μπορεί να παραμείνει σε υπέρθεση πριν η αποσυννοχή αρχίσει να αλλοιώνει την πληροφορία.

2. Κβαντική Διόρθωση Σφαλμάτων

Η διόρθωση σφαλμάτων είναι απαραίτητη για τη διατήρηση της αξιοπιστίας των κβαντικών υπολογιστών. Δεδομένου ότι η μέτρηση των qubits καταστρέφει την κβαντική τους κατάσταση, η ανίχνευση και διόρθωση λαθών είναι πιο περίπλοκη σε σχέση με τους κλασικούς υπολογιστές. Οι κβαντικοί κωδικοί διόρθωσης σφαλμάτων λειτουργούν χρησιμοποιώντας την υπέρθεση και τη διεμπλοκή για να διασφαλίσουν ότι οι πληροφορίες διατηρούνται ακόμα και όταν μερικά qubits χάνονται ή καταστρέφονται. Ένας από τους πιο γνωστούς κώδικες είναι ο Κωδικός του Shor (Shor code), ο οποίος χρησιμοποιεί 9 qubits για να προστατεύσει ένα qubit πληροφορίας.

Ο κώδικας διόρθωσης σφαλμάτων ακολουθεί την εξής διαδικασία:

- Η αρχική πληροφορία κωδικοποιείται σε πολλαπλά qubits.
- Κατά τη διάρκεια του υπολογισμού, οι διαταραχές στα qubits μπορούν να ανιχνευθούν χωρίς να καταστρέψουν την πληροφορία.
- Η διαδικασία διόρθωσης σφαλμάτων αποκαθιστά την αρχική πληροφορία χρησιμοποιώντας τα πλεονάζοντα qubits. (Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010))

2.4 Προοπτικές και Μελλοντικές Εξελίξεις

1. Κβαντικό Διαδίκτυο

Το κβαντικό διαδίκτυο είναι ένα μελλοντικό δίκτυο που θα επιτρέπει την ασφαλή μετάδοση δεδομένων χρησιμοποιώντας κβαντικά φαινόμενα, όπως η διεμπλοκή και η κβαντική τηλεμεταφορά. Σε αντίθεση με το παραδοσιακό διαδίκτυο, όπου η πληροφορία μεταδίδεται ως bits, το κβαντικό διαδίκτυο θα επιτρέπει την ασφαλή μετάδοση qubits. Ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα του κβαντικού διαδικτύου είναι η δυνατότητα για κβαντική κρυπτογράφηση με κβαντική διανομή κλειδιών (Quantum Key Distribution - QKD), όπου η ασφάλεια εξασφαλίζεται από τους νόμους της κβαντικής μηχανικής.

2. Κβαντική Τεχνητή Νοημοσύνη

Η κβαντική τεχνητή νοημοσύνη (κβαντική AI) είναι ένας αναπτυσσόμενος τομέας που συνδυάζει την κβαντική υπολογιστική ισχύ με τις μεθόδους της μηχανικής μάθησης και της τεχνητής νοημοσύνης. Οι κβαντικοί υπολογιστές μπορούν να προσφέρουν σημαντική επιτάχυνση στη διαδικασία εκπαίδευσης νευρωνικών δικτύων και αλγορίθμων μηχανικής μάθησης, επειδή είναι σε θέση να διαχειρίζονται και να επεξεργάζονται μεγάλα σύνολα δεδομένων πολύ πιο αποδοτικά από τους κλασικούς υπολογιστές. Ο κβαντικός αλγόριθμος Grover, για παράδειγμα, επιτρέπει την αναζήτηση σε μη δομημένα σύνολα δεδομένων σε ριζικά ταχύτερους χρόνους σε σχέση με τους παραδοσιακούς αλγορίθμους αναζήτησης.

Η κβαντική AI θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε τομείς όπως:

- Ανάλυση μεγάλων δεδομένων (Big Data): Κβαντικοί αλγόριθμοι θα μπορούσαν να εξάγουν πληροφορίες και σχέσεις από τεράστια δεδομένα, τα οποία είναι δύσκολο να αναλυθούν με κλασικές μεθόδους.

- Βελτιστοποίηση: Κβαντικοί υπολογιστές μπορούν να επιλύουν προβλήματα βελτιστοποίησης πιο γρήγορα και αποδοτικά, βελτιώνοντας εφαρμογές όπως τα αυτόνομα συστήματα ή η πρόβλεψη σε χρηματοοικονομικά μοντέλα.

2.5 Πειραματικές Προόδους και Σύγχρονα Επιτεύγματα

1. Κβαντική Υπεροχή (Quantum Supremacy)

Το 2019, η Google ανακοίνωσε την επίτευξη της κβαντικής υπεροχής με τον υπερυπολογιστή Sycamore. Η κβαντική υπεροχή αναφέρεται στη στιγμή που ένας κβαντικός υπολογιστής μπορεί να λύσει ένα πρόβλημα πιο γρήγορα από οποιονδήποτε κλασικό υπολογιστή. Ο Sycamore πραγματοποίησε έναν υπολογισμό σε μόλις 200 δευτερόλεπτα, ο οποίος εκτιμάται ότι θα χρειαζόταν 10.000 χρόνια σε έναν κλασικό υπολογιστή. Το πρόβλημα που έλυσε δεν είχε πρακτική εφαρμογή, αλλά το επίτευγμα δείχνει τη δυνατότητα των κβαντικών υπολογιστών να ξεπεράσουν τους κλασικούς σε συγκεκριμένες διεργασίες.

2. Εφαρμογές στην Κβαντική Κρυπτογραφία και Επικοινωνία

Η κβαντική κρυπτογραφία έχει αρχίσει να εφαρμόζεται σε πραγματικά συστήματα. Το 2020, η Κίνα ανακοίνωσε την ολοκλήρωση ενός κβαντικού δικτύου που εκτείνεται σε 2.000 χιλιόμετρα, το οποίο χρησιμοποιείται για ασφαλείς κυβερνητικές επικοινωνίες. Αυτό το δίκτυο χρησιμοποιεί κβαντική διανομή κλειδιών (Quantum Key Distribution - QKD), η οποία εξασφαλίζει ότι οποιαδήποτε προσπάθεια παρακολούθησης της κβαντικής κατάστασης θα ανιχνευθεί άμεσα. Το πείραμα αυτό έδειξε ότι η κβαντική κρυπτογραφία μπορεί να εφαρμοστεί σε μεγάλα δίκτυα και να προσφέρει απaráμιλλη ασφάλεια σε ευαίσθητες πληροφορίες.

3. Πειράματα Κβαντικής Τηλεμεταφοράς

Η κβαντική τηλεμεταφορά επιτρέπει τη μεταφορά κβαντικών καταστάσεων μεταξύ δύο απομακρυσμένων σημείων χωρίς φυσική μετάδοση του qubit. Το 2020, επιστήμονες κατάφεραν να τηλεμεταφέρουν κβαντική πληροφορία μέσω ενός δικτύου 44 χιλιομέτρων με επιτυχία, γεγονός που αποτελεί σημαντικό ορόσημο για την ανάπτυξη ενός μελλοντικού κβαντικού διαδικτύου. Η τηλεμεταφορά χρησιμοποιεί την κβαντική διεμπλοκή, διατηρώντας έτσι την

ασφάλεια και την ακρίβεια της μεταφοράς πληροφορίας. (Arute, F., Arya, K., Babbush, R., et al. (2019) & (Yin, J., Cao, Y., Li, Y., et al. (2020)

2.6 Ομοιότητες και διαφορές μεταξύ Κλασικής και Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

Αν και οι δύο θεωρίες λειτουργούν με πολύ διαφορετικές αρχές, μοιράζονται κάποιες βασικές ομοιότητες. Και οι δύο αφορούν τη μελέτη της μετάδοσης και επεξεργασίας πληροφοριών, και οι στόχοι τους είναι κοινοί: η αποτελεσματική αποθήκευση και μετάδοση δεδομένων. Επιπλέον, τόσο η κλασική όσο και η κβαντική θεωρία πληροφοριών χρησιμοποιούν την έννοια της εντροπίας ως μέτρο πληροφορίας.

Στη θεωρία πληροφορίας, η εντροπία είναι ένα σημαντικό εργαλείο για τον υπολογισμό της ποσότητας πληροφορίας σε ένα μήνυμα. Στην κλασική θεωρία, η εντροπία χρησιμοποιείται για να μετρήσει την αβεβαιότητα, ενώ στην κβαντική θεωρία η έννοια της "κβαντικής εντροπίας" εφαρμόζεται για να υπολογιστεί η πληροφορία σε ένα κβαντικό σύστημα.

Η σημαντικότερη διαφορά μεταξύ των δύο θεωριών αφορά τη φύση της πληροφορίας. Στην κλασική θεωρία, η πληροφορία αντιπροσωπεύεται από bits, τα οποία παίρνουν τιμές είτε 0 είτε 1. Στην κβαντική θεωρία, η πληροφορία αντιπροσωπεύεται από qubits, τα οποία μπορούν να βρίσκονται σε πολλαπλές καταστάσεις ταυτόχρονα χάρη στο φαινόμενο της υπέρθεσης.

Μια άλλη σημαντική διαφορά είναι η ικανότητα των κβαντικών συστημάτων να χρησιμοποιούν τη διεμπλοκή. Η διεμπλοκή επιτρέπει σε δύο ή περισσότερα κβαντικά συστήματα να είναι συνδεδεμένα με τέτοιο τρόπο ώστε η κατάσταση του ενός να εξαρτάται από την κατάσταση του άλλου, ακόμα κι αν βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση. Αυτό δεν έχει ανάλογο στην κλασική θεωρία πληροφοριών.

Οι διαφορές αυτές κάνουν την κβαντική θεωρία πιο ισχυρή σε συγκεκριμένες εφαρμογές, όπως η κβαντική κρυπτογραφία, όπου η ασφάλεια μπορεί να διασφαλιστεί από τη φύση της κβαντικής φυσικής. Στην κλασική θεωρία, η κρυπτογραφία βασίζεται σε μαθηματικούς αλγόριθμους που είναι ενδεχομένως ευάλωτοι σε επιθέσεις, ενώ στην

κβαντική θεωρία, η πληροφορία προστατεύεται από τις ίδιες τις κβαντικές καταστάσεις.

Πιο αναλυτικά,

1. Μονάδες Πληροφορίας: Bits έναντι Qubits

Κλασική Θεωρία Πληροφορίας: Στην κλασική θεωρία πληροφορίας, η βασική μονάδα πληροφορίας είναι το bit, το οποίο μπορεί να πάρει δύο διακριτές τιμές: 0 ή 1. Ένα μήνυμα κωδικοποιείται ως ακολουθία bits, όπου κάθε bit μπορεί να αντιπροσωπεύει μία από τις δύο καταστάσεις. [Shannon, 1948]

Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας: Στην κβαντική θεωρία πληροφορίας, η μονάδα πληροφορίας είναι το qubit. Το qubit μπορεί να βρίσκεται σε μια από τις δύο διακριτές καταστάσεις $|0\rangle$ ή $|1\rangle$, αλλά και σε οποιαδήποτε υπέρθεση αυτών των καταστάσεων:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Αυτή η υπέρθεση επιτρέπει στο qubit να κωδικοποιεί περισσότερη πληροφορία από ένα κλασικό bit. [Nielsen & Chuang, 2010]

2. Κωδικοποίηση Πληροφορίας: Ντετερμινιστική έναντι Υπέρθεσης

Κλασική Θεωρία Πληροφορίας: Στην κλασική θεωρία, η πληροφορία είναι ντετερμινιστική, δηλαδή κάθε bit παίρνει ακριβώς μία από τις δύο πιθανές τιμές (0 ή 1) τη στιγμή της μετάδοσης.

Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας: Στην κβαντική θεωρία, η πληροφορία κωδικοποιείται μέσω υπέρθεσης. Ένα qubit δεν βρίσκεται αποκλειστικά σε μία κατάσταση μέχρι να μετρηθεί.

3. Επεξεργασία Πληροφορίας: Λογικές Πύλες έναντι Κβαντικών Πυλών

Κλασική Θεωρία Πληροφορίας: Στην κλασική θεωρία, η επεξεργασία της πληροφορίας γίνεται μέσω κλασικών λογικών πυλών (π.χ., AND, OR, NOT).

Οι πύλες αυτές λαμβάνουν ως είσοδο bits και επιστρέφουν ένα καθορισμένο αποτέλεσμα.

Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας: Στην κβαντική θεωρία, η επεξεργασία γίνεται μέσω κβαντικών πυλών, όπως η πύλη Hadamard και η πύλη CNOT, οι οποίες εκτελούν μετασχηματισμούς σε qubits, διατηρώντας την υπέρθεση.

Αυτό το χαρακτηριστικό των κβαντικών πυλών επιτρέπει την επεξεργασία πολλαπλών καταστάσεων ταυτόχρονα.

4. Ασφάλεια: Κλασική Κρυπτογραφία έναντι Κβαντικής Κρυπτογραφίας

Κλασική Θεωρία Πληροφορίας: Η κλασική κρυπτογραφία βασίζεται στην υπολογιστική δυσκολία των μαθηματικών προβλημάτων, όπως η παραγοντοποίηση μεγάλων αριθμών. Οι σημερινές κρυπτογραφικές μέθοδοι, όπως το RSA, εξαρτώνται από την αδυναμία να επιλυθούν αυτά τα προβλήματα σε εύλογο χρόνο. [Rivest, Shamir, & Adleman, 1978]

Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας: Η κβαντική κρυπτογραφία προσφέρει απόλυτη ασφάλεια μέσω της φυσικής. Το πρωτόκολλο BB84 για την ανταλλαγή κρυπτογραφικών κλειδίων βασίζεται στην αρχή ότι η παρατήρηση ενός κβαντικού συστήματος αλλάζει την κατάσταση του συστήματος, γεγονός που επιτρέπει την ανίχνευση κάθε απόπειρας υποκλοπής. Το πρωτόκολλο λειτουργεί ως εξής:

- ο Η Alice και ο Bob ανταλλάσσουν qubits μέσω ενός κβαντικού καναλιού.
- ο Αν ένας τρίτος παρακολουθεί το κανάλι, οι qubits θα αλλάξουν κατάσταση λόγω της μέτρησης.
- ο Η Alice και ο Bob μπορούν να ανιχνεύσουν αυτή την αλλαγή και να απορρίψουν τα υποκλαπέντα qubits, διατηρώντας έτσι την ασφάλεια της επικοινωνίας τους. [Bennett & Brassard, 1984]

5. Εντροπία: Κλασική Εντροπία του Shannon έναντι Κβαντικής Εντροπίας

Κλασική Θεωρία Πληροφορίας: Η εντροπία του Shannon μετρά την αβεβαιότητα ενός μηνύματος και εκφράζεται ως:

$$H(X) = -\sum_{x \in X} p(x) \log p(x)$$

όπου $p(x_i)$ είναι η πιθανότητα εμφάνισης του συμβόλου x_i στο μήνυμα.

Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας: Στην κβαντική θεωρία, η αντίστοιχη έννοια είναι η κβαντική εντροπία (ή εντροπία Von Neumann), η οποία μετρά την αβεβαιότητα σε ένα κβαντικό σύστημα και υπολογίζεται ως εξής:

$$S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log \rho)$$

όπου $\rho \log \rho$ είναι ο πίνακας πυκνότητας που περιγράφει την κατάσταση του κβαντικού συστήματος.

6. Χωρητικότητα Καναλιού: Κλασική Χωρητικότητα έναντι Κβαντικής Χωρητικότητας

Κλασική Θεωρία Πληροφορίας: Η κλασική χωρητικότητα καναλιού ορίζεται ως ο μέγιστος ρυθμός πληροφορίας που μπορεί να μεταδοθεί μέσω ενός καναλιού με ντετερμινιστικό τρόπο. Η χωρητικότητα ενός καναλιού CCC υπολογίζεται με βάση την εντροπία του Shannon.

Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας: Η χωρητικότητα ενός κβαντικού καναλιού περιλαμβάνει την ποσότητα πληροφορίας που μπορεί να μεταδοθεί μέσω υπέρθεσης και εμπλοκής. Η ανισότητα του Holevo περιορίζει τη μέγιστη πληροφορία που μπορεί να μεταδοθεί μέσω ενός κβαντικού καναλιού:

$$\chi(\rho) = S(\rho) - \sum_i p_i S(\rho_i)$$

Αυτή η εξίσωση καθορίζει τη μέγιστη ποσότητα πληροφορίας που μπορεί να μεταδοθεί μέσω ενός κβαντικού καναλιού, λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες των qubits. [Holevo, 1973]

Κεφάλαιο 3: Η Μετάβαση από την Κλασική στη Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας

3.1 Εισαγωγή

Η κλασική θεωρία πληροφορίας, που αναπτύχθηκε από τον Shannon, αποτέλεσε τη βάση για τη διαχείριση της πληροφορίας σε κλασικά συστήματα. Ωστόσο, με την εξέλιξη της κβαντικής μηχανικής, αναδείχθηκε η ανάγκη για μια νέα θεώρηση της πληροφορίας που να ενσωματώνει τις ιδιότητες της κβαντικής φύσης. Η κβαντική θεωρία πληροφορίας επεκτείνει την κλασική θεωρία, εισάγοντας έννοιες όπως η υπέρθεση, η διεμπλοκή και η κβαντική μέτρηση, οι οποίες προσφέρουν νέες δυνατότητες για την επεξεργασία της πληροφορίας.

3.2 Εντροπία Shannon

Η εντροπία Shannon είναι ένα μέτρο της αβεβαιότητας μιας τυχαίας μεταβλητής X με πιθανότητες εμφάνισης $p(x)$: *Type equation here.*

$$H(X) = -\sum_{x \in X} p(x) \log p(x)$$

όπου:

- X : Το σύνολο των πιθανών τιμών της μεταβλητής X .
- $p(x)$: Η πιθανότητα εμφάνισης της τιμής x .

Η εντροπία Shannon μετρά την ποσότητα πληροφορίας ή αβεβαιότητας που περιέχει η μεταβλητή X . Για παράδειγμα, αν όλες οι πιθανότητες είναι ίσες, τότε η εντροπία είναι μέγιστη.

Παράδειγμα:

Αν $X = \{A, B\}$ και $p(A) = p(B) = 0.5$ τότε:

$$H(X) = -(0.5 \log 0.5 + 0.5 \log 0.5) = 1 \text{ bit.}$$

3.3 Εντροπία von Neumann

Η εντροπία von Neumann είναι η κβαντική γενίκευση της εντροπίας Shannon και εφαρμόζεται σε κβαντικά συστήματα:

$$S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log \rho)$$

όπου:

- ρ : Η μήτρα πυκνότητας που περιγράφει την κατάσταση ενός κβαντικού συστήματος.
- Tr : Το ίχνος της μήτρας ρ .

Η μήτρα πυκνότητας εκφράζει την κατάσταση ενός κβαντικού συστήματος ως:

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|,$$

όπου p_i είναι οι πιθανότητες και $|\psi_i\rangle$ οι καταστάσεις του συστήματος.

Παράδειγμα:

Για $\rho = \text{diag}(0.5, 0.5)$:

$$S(\rho) = -(0.5 \log 0.5 + 0.5 \log 0.5) = 1 \text{ bit.}$$

3.4 Υπέρθωση και Διεμπλοκή

1. Υπέρθωση(Superposition):

Στην κβαντική θεωρία, ένα qubit μπορεί να βρίσκεται ταυτόχρονα σε υπέρθεση των καταστάσεων $|0\rangle$ και $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \text{ όπου } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

Παράδειγμα:

Αν $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ τότε το qubit είναι σε ίση υπέρθεση:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

2. Διεμπλοκή(Entanglement):

Η διεμπλοκή είναι μια κατάσταση κατά την οποία δύο qubits είναι συσχετισμένα έτσι ώστε η κατάσταση του ενός να εξαρτάται από την κατάσταση του άλλου:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$$

3.5 Μαθηματική Επεξεργασία της Πληροφορίας

Η αμοιβαία πληροφορία στην κβαντική θεωρία δίνεται από:

$$I(\rho^{AB}) = S(\rho^A) + S(\rho^B) - S(\rho^{AB}),$$

όπου:

- ρ^A, ρ^B : Οι μήτρες πυκνότητας για τα υποσυστήματα A και B.
- ρ^{AB} : Η συνολική μήτρα πυκνότητας.

Η χωρητικότητα ενός κβαντικού καναλιού δίνεται από το θεώρημα Holevo:

$$C = \max_{p_i, \rho_i} [S(\sum_i p_i \rho_i) - \sum_i p_i S(\rho_i)].$$

3.6 Γιατί Χρειάζόταν η Μετάβαση;

Η κλασική θεωρία πληροφορίας ήταν επαρκής για την περιγραφή συστημάτων όπου η πληροφορία μπορούσε να αναπαρασταθεί με δυαδικές τιμές. Ωστόσο, οι κβαντικές ιδιότητες όπως η υπέρθεση και η διεμπλοκή απαιτούν μια νέα θεωρητική βάση. Η κβαντική θεωρία πληροφορίας όχι μόνο επεκτείνει τις δυνατότητες αποθήκευσης και επεξεργασίας δεδομένων, αλλά καθιστά δυνατές τεχνολογίες όπως η κβαντική κρυπτογραφία και οι κβαντικοί υπολογιστές.

Η μετάβαση από την κλασική στη κβαντική θεωρία πληροφορίας δεν ήταν απλώς μια αναβάθμιση των υπάρχοντων εννοιών, αλλά μια αναγκαιότητα που προέκυψε από τα

ίδια τα όρια της κλασικής φυσικής και της επεξεργασίας πληροφορίας. Ωστόσο, αυτή η προσέγγιση αρχίζει να εμφανίζει όρια όταν εξετάζουμε συστήματα σε μικροσκοπικές κλίμακες, όπως τα άτομα, τα μόρια, και τα υποατομικά σωματίδια (ηλεκτρόνια, φωτόνια). Σε αυτές τις κλίμακες, η φύση δεν συμπεριφέρεται όπως θα περίμενε κανείς από την κλασική φυσική, και οι νόμοι της κβαντικής μηχανικής καθορίζουν τη συμπεριφορά των συστημάτων. Οι κλασικές έννοιες, όπως η αναπαράσταση της πληροφορίας με bits, δεν μπορούν να περιγράψουν επαρκώς τα φαινόμενα που παρατηρούνται. Παρακάτω αναλύεται η ουσία και η σημαντικότητα αυτής της μετάβασης, σε μεγαλύτερο βάθος.

1. Η Φύση της Κβαντικής Πληροφορίας

Η κλασική θεωρία πληροφορίας βασίζεται στη διαχείριση bits, που περιγράφουν δυαδικές καταστάσεις (000 ή 111). Αυτό ήταν επαρκές για την περιγραφή συστημάτων σε μακροσκοπικό επίπεδο. Ωστόσο, όταν η επιστήμη άρχισε να ασχολείται με μικροσκοπικά συστήματα (άτομα, φωτόνια, ηλεκτρόνια), η κλασική προσέγγιση αποδείχθηκε ανεπαρκής, διότι:

- Τα κβαντικά συστήματα παρουσιάζουν φαινόμενα όπως η **υπέρθωση** και η **διεμπλοκή** που δεν μπορούν να περιγραφούν κλασικά.
- Η πληροφορία σε κβαντικά συστήματα εκφράζεται μέσω **qubits** και όχι bits.

2. Η Υπέρθωση και η Δυναμική της

Στην κβαντική θεωρία πληροφορίας, κάθε qubit μπορεί να βρίσκεται ταυτόχρονα σε πολλαπλές καταστάσεις, χάρη στην υπέρθεση. Αυτή η ιδιότητα αυξάνει τις δυνατότητες επεξεργασίας πληροφορίας:

- Ένα κλασικό bit μπορεί να είναι μόνο 0 ή 1, ενώ ένα qubit εκφράζεται ως:
 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$
- Αυτό σημαίνει ότι ένας κβαντικός υπολογιστής μπορεί να εκτελεί πολλαπλούς υπολογισμούς ταυτόχρονα, σε αντίθεση με έναν κλασικό υπολογιστή που λειτουργεί σειριακά.

Παράδειγμα: Για δύο κλασικά bits, έχουμε μόνο 4 δυνατούς συνδυασμούς (00, 01, 10, 11), που εξετάζονται ένας-ένας. Αντίθετα, δύο qubits μπορούν να βρίσκονται σε μια υπέρθεση όλων αυτών των καταστάσεων ταυτόχρονα.

3. Η Διεμπλοκή: Η Επαναστατική Ιδιότητα

Η διεμπλοκή (entanglement) είναι ένα φαινόμενο που δεν έχει αντίστοιχο στην κλασική φυσική. Δύο ή περισσότερα qubits μπορούν να διεμπλακούν, δημιουργώντας μια κατάσταση όπου η πληροφορία ενός qubit εξαρτάται πλήρως από το άλλο, ακόμα και αν βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle).$$

- Αυτό επιτρέπει φαινόμενα όπως η **κβαντική τηλεμεταφορά** (quantum teleportation) και η **κβαντική κρυπτογραφία**, που εγγυάται απόλυτη ασφάλεια.

Σημείωση: Η διεμπλοκή είναι κεντρική στην ανάπτυξη του **κβαντικού διαδικτύου**.

4. Περιορισμοί της Κλασικής Κρυπτογραφίας

Η ασφάλεια στην κλασική κρυπτογραφία βασίζεται σε υπολογιστικά δύσκολα προβλήματα, όπως η παραγοντοποίηση μεγάλων αριθμών (RSA). Ωστόσο:

- Οι κβαντικοί υπολογιστές (μέσω του αλγορίθμου του Shor) μπορούν να λύσουν τέτοια προβλήματα εκθετικά γρηγορότερα, κάνοντας τα κλασικά συστήματα κρυπτογράφησης ευάλωτα.
- Η κβαντική κρυπτογραφία, από την άλλη, βασίζεται στις αρχές της κβαντικής μηχανικής και είναι απρόσβλητη από τέτοιες επιθέσεις. Το πρωτόκολλο BB84 εξασφαλίζει ότι οποιαδήποτε προσπάθεια υποκλοπής αλλάζει την κατάσταση του συστήματος, κάνοντάς την ανιχνεύσιμη.

5. Η Υπολογιστική Υπεροχή

Οι κβαντικοί υπολογιστές προσφέρουν ταχύτητες που είναι αδύνατο να επιτευχθούν από τους κλασικούς:

- **Ο Αλγόριθμος του Shor** λύνει το πρόβλημα της παραγοντοποίησης μεγάλων αριθμών σε πολυωνυμικό χρόνο, ενώ για τους κλασικούς υπολογιστές ο χρόνος είναι εκθετικός.
- **Ο Αλγόριθμος του Grover** επιταχύνει την αναζήτηση σε μη ταξινομημένα δεδομένα από $O(N)$ σε $O(\sqrt{N})$.

6. Πειραματική Υλοποίηση και Τεχνολογική Ανάπτυξη

Η μετάβαση έγινε δυνατή και από την πρόοδο στην τεχνολογία:

- Η ανάπτυξη συστημάτων όπως **υπεραγώγιμα qubits**, **παγίδες Ιόντων**, και **κβαντικές κουκκίδες** επέτρεψε την πρακτική υλοποίηση των κβαντικών υπολογιστών.
- Οι πειραματικές επαληθεύσεις της διεμπλοκής (π.χ., από τον Aspect το 1982) αποτέλεσαν ορόσημο στη θεμελίωση της κβαντικής πληροφορίας.

7. Η Κβαντική Επανάσταση

Η μετάβαση δεν αφορά μόνο τη θεωρία, αλλά και την πρακτική. Η κβαντική θεωρία πληροφορίας έχει οδηγήσει σε εφαρμογές όπως:

- Το **κβαντικό διαδίκτυο**, που θα αλλάξει τον τρόπο επικοινωνίας.
- Οι **κβαντικοί αισθητήρες**, που μπορούν να ανιχνεύσουν αλλαγές σε ατομική κλίμακα.
- Η **κβαντική υπεροχή**, όπου συγκεκριμένα προβλήματα επιλύονται αποκλειστικά από κβαντικούς υπολογιστές.

Συμπερασματικά:

Η μετάβαση από την κλασική στη κβαντική θεωρία πληροφορίας ήταν αναγκαία για να κατανοήσουμε και να εκμεταλλευτούμε τη φύση της πληροφορίας σε μικροσκοπική

κλίμακα. Αυτή η αλλαγή δεν αποτελεί μόνο μια θεωρητική εξέλιξη, αλλά και την κινητήρια δύναμη πίσω από τεχνολογικές επαναστάσεις που θα διαμορφώσουν τον 21ο αιώνα.

3.7 Σύγκριση Κλασικής και Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

Χαρακτηριστικό	Κλασική Θεωρία Πληροφορίας	Κβαντική Θεωρία Πληροφορίας
Αναπαράσταση Πληροφορίας	Bits (0 ή 1)	Qubits (υπέρθεση καταστάσεων)
Αβεβαιότητα	Εντροπία Shannon	Εντροπία von Neumann
Βασική Μονάδα	Bit	Qubit
Πιθανότητες	Κλασικές, από έλλειψη γνώσης	Κβαντικές, θεμελιώδεις στη μέτρηση
Υπολογιστική Απόδοση	Σειριακή επεξεργασία	Παράλληλη επεξεργασία μέσω υπέρθεσης
Αλληλεπιδράσεις Συστήματος	Μη συσχετισμένες	Διεμπλοκή (entanglement)
Ασφάλεια Πληροφοριών	Ευάλωτη σε παραβιάσεις	Απόλυτη ασφάλεια μέσω κβαντικής κρυπτογραφίας
Τύποι Συστημάτων	Κλασικοί υπολογιστές	Κβαντικοί υπολογιστές
Εφαρμογές	Τηλεπικοινωνίες, αποθήκευση δεδομένων	Κβαντική κρυπτογραφία, κβαντικό διαδίκτυο

ΠΗΓΗ: ΙΔΙΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

Ο πίνακας δείχνει τις βασικές διαφορές ανάμεσα στην κλασική και την κβαντική θεωρία πληροφορίας. Η κλασική θεωρία πληροφορίας εστιάζει στη διαχείριση δυαδικών δεδομένων μέσω bits, τα οποία είναι περιορισμένα σε καθορισμένες καταστάσεις. Από την άλλη, η κβαντική θεωρία πληροφορίας επεκτείνει αυτές τις

έννοιες μέσω των qubits, τα οποία μπορούν να βρίσκονται σε υπέρθεση, αυξάνοντας εκθετικά τη δυνατότητα επεξεργασίας δεδομένων.

Επιπλέον, η κβαντική θεωρία εισάγει τη διεμπλοκή, η οποία επιτρέπει την αλληλεξάρτηση καταστάσεων ανεξάρτητα από την απόσταση, και την κβαντική κρυπτογραφία, που εγγυάται απόλυτη ασφάλεια. Αντίθετα, η κλασική θεωρία είναι πιο ευάλωτη σε επιθέσεις και περιορίζεται από την υπολογιστική ισχύ των συστημάτων της.

Η κβαντική θεωρία πληροφορίας δεν αντικαθιστά την κλασική, αλλά την επεκτείνει, καθιστώντας εφικτή την αντιμετώπιση φαινομένων και προβλημάτων που δεν μπορούν να περιγραφούν ή να λυθούν στο κλασικό πλαίσιο.

3.8 Συμπεράσματα

Η μετάβαση από την κλασική στη κβαντική θεωρία πληροφορίας αντιπροσωπεύει μια από τις πιο σημαντικές επαναστάσεις στη σύγχρονη επιστήμη και τεχνολογία. Ενώ η κλασική θεωρία πληροφορίας, με βάση το έργο του Shannon, ήταν ικανή να περιγράψει και να διαχειριστεί τα δεδομένα σε μακροσκοπικές κλίμακες, η εξέλιξη της επιστήμης αποκάλυψε ότι αυτή η θεωρία ήταν ανεπαρκής για την περιγραφή των φαινομένων που σχετίζονται με την κβαντική φύση της ύλης.

Η κβαντική θεωρία πληροφορίας δεν ήρθε για να αντικαταστήσει την κλασική, αλλά για να την επεκτείνει. Εισάγοντας έννοιες όπως τα **qubits**, την **υπέρθεση**, τη **διεμπλοκή** και την **κβαντική μέτρηση**, κατάφερε να παρέχει ένα θεωρητικό και πρακτικό πλαίσιο που περιγράφει τη συμπεριφορά της πληροφορίας σε μικροσκοπικές κλίμακες.

Οι σημαντικότερες αλλαγές που έφερε αυτή η μετάβαση είναι:

1. Αυξημένες Υπολογιστικές Δυνατότητες:

Τα qubits επιτρέπουν την εκθετική αύξηση της επεξεργαστικής ισχύος σε σχέση με τα κλασικά bits. Μέσω της υπέρθεσης, ένας κβαντικός υπολογιστής μπορεί να εκτελεί πολλαπλές υπολογιστικές διεργασίες ταυτόχρονα.

2. Απόλυτη Ασφάλεια στις Επικοινωνίες:

Η κβαντική κρυπτογραφία, βασισμένη στις αρχές της κβαντικής μηχανικής,

εξασφαλίζει απόλυτη ασφάλεια στις επικοινωνίες. Το πρωτόκολλο BB84 είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της προσέγγισης.

3. Νέες Εφαρμογές:

Η διεμπλοκή καθιστά δυνατές τεχνολογίες όπως η κβαντική τηλεμεταφορά και το κβαντικό διαδίκτυο. Επίσης, οι κβαντικοί υπολογιστές είναι ικανοί να λύνουν προβλήματα, όπως η παραγοντοποίηση μεγάλων αριθμών και η αναζήτηση σε μη ταξινομημένα δεδομένα, με πολύ μεγαλύτερη ταχύτητα από τους κλασικούς υπολογιστές.

4. Επέκταση Θεμελιωδών Εννοιών:

Η έννοια της εντροπίας επεκτάθηκε από την εντροπία Shannon στην εντροπία von Neumann, παρέχοντας ένα νέο μαθηματικό εργαλείο για την ανάλυση της πληροφορίας σε κβαντικά συστήματα.

Η μετάβαση αυτή είναι ένα παράδειγμα της συνεχούς εξέλιξης της επιστήμης, όπου οι παραδοσιακές θεωρίες προσαρμόζονται και επεκτείνονται για να συμπεριλάβουν νέα φαινόμενα. Η κβαντική θεωρία πληροφορίας έχει ήδη ανοίξει τον δρόμο για επαναστατικές τεχνολογίες και συνεχίζει να αποτελεί έναν από τους πιο συναρπαστικούς τομείς έρευνας στον 21ο αιώνα. Με την πρόοδο της τεχνολογίας, η εφαρμογή αυτών των ιδεών θα αλλάξει ριζικά τον τρόπο που κατανοούμε την πληροφορία και την επεξεργαζόμαστε.

Κεφάλαιο 4: Εφαρμογές της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε τις εφαρμογές της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας σε διάφορους τομείς, όπως η κρυπτογραφία, οι κβαντικοί υπολογιστές και οι κβαντικές επικοινωνίες. Οι εφαρμογές αυτές δεν είναι απλώς θεωρητικές αλλά έχουν ήδη αρχίσει να επηρεάζουν τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε και χρησιμοποιούμε την πληροφορία.

4.1 Κβαντική Κρυπτογραφία

Η κβαντική κρυπτογραφία εκμεταλλεύεται τις ιδιότητες της κβαντικής μηχανικής για να δημιουργήσει συστήματα επικοινωνίας με απόλυτη ασφάλεια. Εδώ θα αναλύσουμε τα βασικά πρωτόκολλα και τις εφαρμογές της.

4.1.1 Πρωτόκολλο BB84

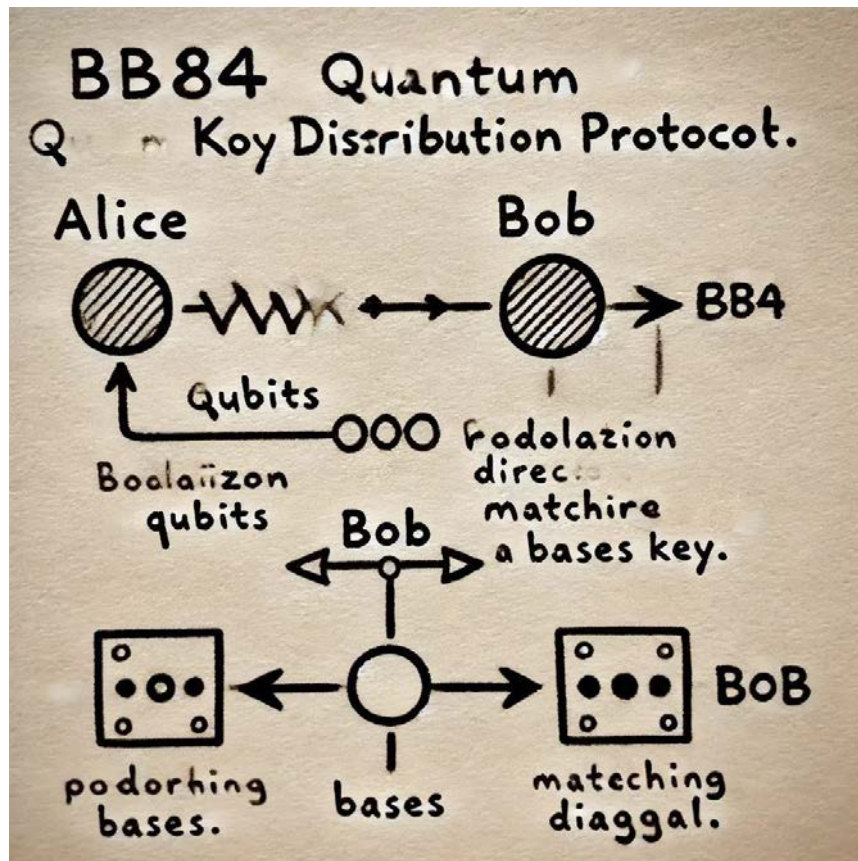
Το πρωτόκολλο BB84, που προτάθηκε το 1984 από τους Charles Bennett και Gilles Brassard, είναι το πρώτο και πιο γνωστό πρωτόκολλο κβαντικής κρυπτογραφίας. Επιτρέπει τη διανομή κρυπτογραφικών κλειδιών μεταξύ δύο μερών με απόλυτη ασφάλεια.

Βήματα του Πρωτοκόλλου:

1. **Εκπομπή Qubits:** Ο αποστολέας (Alice) στέλνει στον δέκτη (Bob) μια σειρά από qubits, τα οποία έχουν κωδικοποιηθεί είτε σε βάση ορθογωνίων είτε σε βάση διαγώνιων πολώσεων.
2. **Μέτρηση Qubits:** Ο Bob μετρά τα qubits που λαμβάνει, χρησιμοποιώντας τυχαία μια από τις δύο βάσεις (ορθογώνια ή διαγώνια).
3. **Δημοσιοποίηση Βάσεων:** Μετά τη μέτρηση, η Alice και ο Bob ανταλλάσσουν τις βάσεις που χρησιμοποίησαν (όχι τα αποτελέσματα) μέσω ενός δημόσιου καναλιού.

4. **Δημιουργία Κλειδιού:** Τα qubits που μετρήθηκαν με την ίδια βάση από την Alice και τον Bob χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία του κρυπτογραφικού κλειδιού.

Διάγραμμα Πρωτοκόλλου BB84:



ΠΗΓΗ: Bennett, C. H., & Brassard, G. (1984) and Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010)

Σημείωση: Το πρωτόκολλο BB84 είναι ασφαλές λόγω της αρχής της κβαντικής αβεβαιότητας. Οποιαδήποτε απόπειρα υποκλοπής θα αλλοιώσει τις κβαντικές καταστάσεις, κάνοντας την υποκλοπή ανιχνεύσιμη.

4.1.2 Κβαντική Κρυπτογραφία Διανομής Κλειδιών (QKD)

Η QKD (Quantum Key Distribution) είναι η γενικότερη ιδέα της διανομής κρυπτογραφικών κλειδιών μέσω κβαντικών καναλιών, εκμεταλλευόμενη πρωτόκολλα όπως το BB84. Εφαρμογές της QKD έχουν ήδη υλοποιηθεί σε πραγματικά δίκτυα επικοινωνίας.

Παραδείγματα:

- **SwissQuantum:** Το 2007, η Ελβετία ανέπτυξε ένα δίκτυο QKD για την ασφαλή μετάδοση δεδομένων μεταξύ τραπεζών.
- **China's Quantum Satellite Micius:** Το 2017, η Κίνα πραγματοποίησε επιτυχημένες δοκιμές QKD μέσω του δορυφόρου Micius, επιδεικνύοντας την ασφάλεια της επικοινωνίας σε παγκόσμια κλίμακα.

4.1.3 Κβαντική Κρυπτογραφία σε Δίκτυα 5G και IoT

Με την ανάπτυξη των δικτύων 5G και του Internet of Things (IoT), η ανάγκη για ασφαλή επικοινωνία αυξάνεται. Η κβαντική κρυπτογραφία προσφέρει λύσεις για την ασφάλεια αυτών των δικτύων, διασφαλίζοντας την εμπιστευτικότητα και την ακεραιότητα των δεδομένων.

Προοπτικές:

- **Ασφαλή Δίκτυα IoT:** Χρήση κβαντικών μεθόδων για την ασφάλεια επικοινωνιών μεταξύ συσκευών IoT.
- **Ασφαλείς Τηλεπικοινωνίες 5G:** Ενσωμάτωση QKD σε δίκτυα 5G για τη διασφάλιση της ασφάλειας των τηλεπικοινωνιών.

4.1.4 Κβαντική Κρυπτογραφία με Python και Qiskit

Η **κβαντική κρυπτογραφία** χρησιμοποιεί τις αρχές της κβαντικής μηχανικής για να εξασφαλίσει ασφαλή επικοινωνία. Το **Qiskit** είναι ένα ανοιχτού κώδικα λογισμικό ανάπτυξης από την IBM, που επιτρέπει στους χρήστες να προγραμματίζουν κβαντικούς υπολογιστές, να προσομοιώνουν κβαντικά κυκλώματα και να εκτελούν

αλγορίθμους όπως εκείνους της κβαντικής κρυπτογραφίας. Μέσω της γλώσσας προγραμματισμού Python και του Qiskit, είναι δυνατή η υλοποίηση και δοκιμή πρωτοκόλλων κβαντικής κρυπτογραφίας όπως το BB84.

Εργαλεία και Στόχοι:

- **Python:** Χρησιμοποιείται ως γλώσσα προγραμματισμού για τη δημιουργία και τον έλεγχο κβαντικών κυκλωμάτων και πρωτοκόλλων.
- **Qiskit:** Ένα ισχυρό εργαλείο που παρέχει τη δυνατότητα υλοποίησης κβαντικών αλγορίθμων και πρωτοκόλλων σε πραγματικούς κβαντικούς υπολογιστές ή σε εξομοιωτές.

Εφαρμογές:

- **Πρωτόκολλο BB84:** Υλοποίηση του πρωτοκόλλου για την ασφαλή ανταλλαγή κρυπτογραφικών κλειδιών.
- **Πειραματική Επαλήθευση:** Χρήση του Qiskit για την προσομοίωση και τον έλεγχο της ασφάλειας των κβαντικών πρωτοκόλλων.

4.2 Κβαντικοί Υπολογιστές

Οι κβαντικοί υπολογιστές εκμεταλλεύονται τις ιδιότητες της κβαντικής μηχανικής, όπως η υπέρθεση και η εμπλοκή, για την εκτέλεση υπολογισμών με τρόπους που είναι αδύνατοι για τους κλασικούς υπολογιστές.

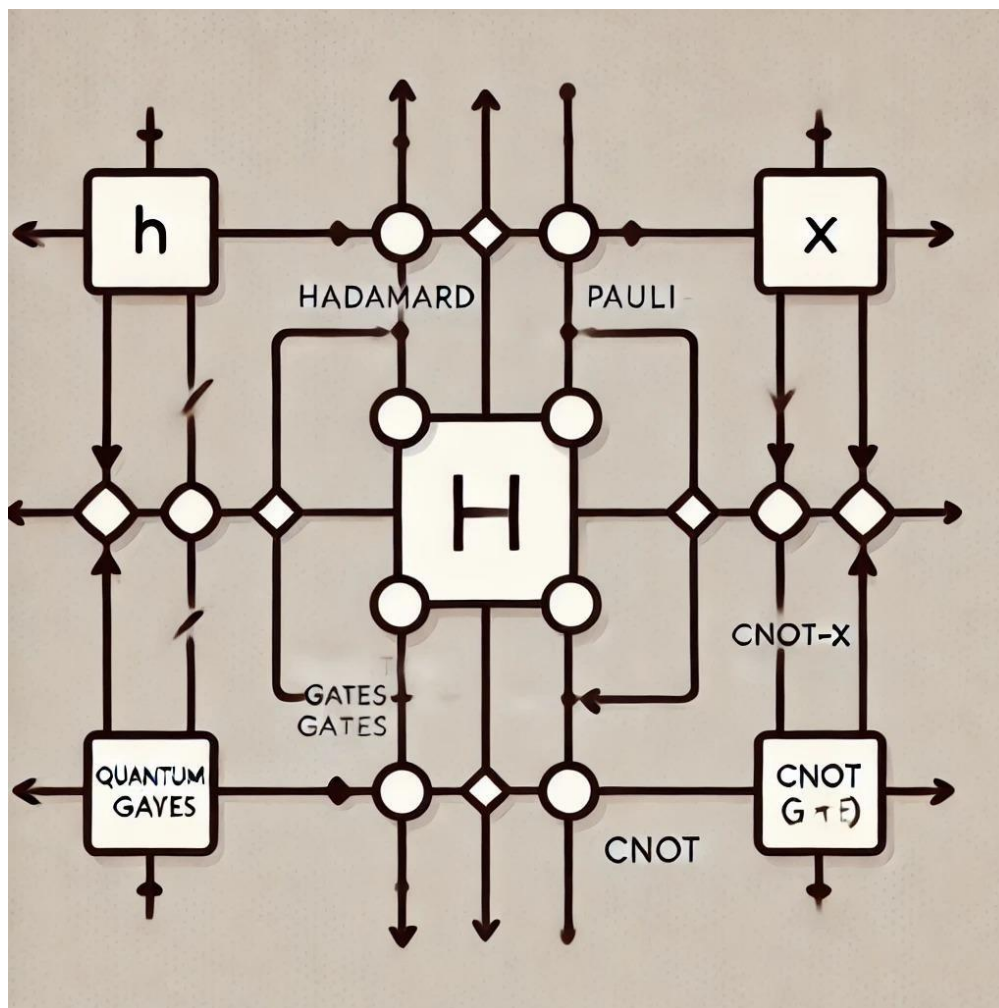
4.2.1 Αρχιτεκτονική Κβαντικών Υπολογιστών

Οι κβαντικοί υπολογιστές χρησιμοποιούν qubits αντί για bits. Ένα qubit μπορεί να βρίσκεται σε υπέρθεση, επιτρέποντας την ταυτόχρονη εκτέλεση πολλών υπολογισμών.

Δομή Κβαντικού Υπολογιστή:

- **Qubits:** Τα θεμελιώδη δομικά στοιχεία, τα οποία βρίσκονται σε υπέρθεση πολλαπλών καταστάσεων.
- **Κβαντικές Πύλες:** Λειτουργίες που μεταβάλλουν την κατάσταση των qubits, αντίστοιχες με τις λογικές πύλες των κλασικών υπολογιστών.
- **Κβαντικοί Αλγόριθμοι:** Σειρές εντολών που χρησιμοποιούν κβαντικές πύλες για την επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων.

Διάγραμμα Κβαντικού Κυκλώματος:



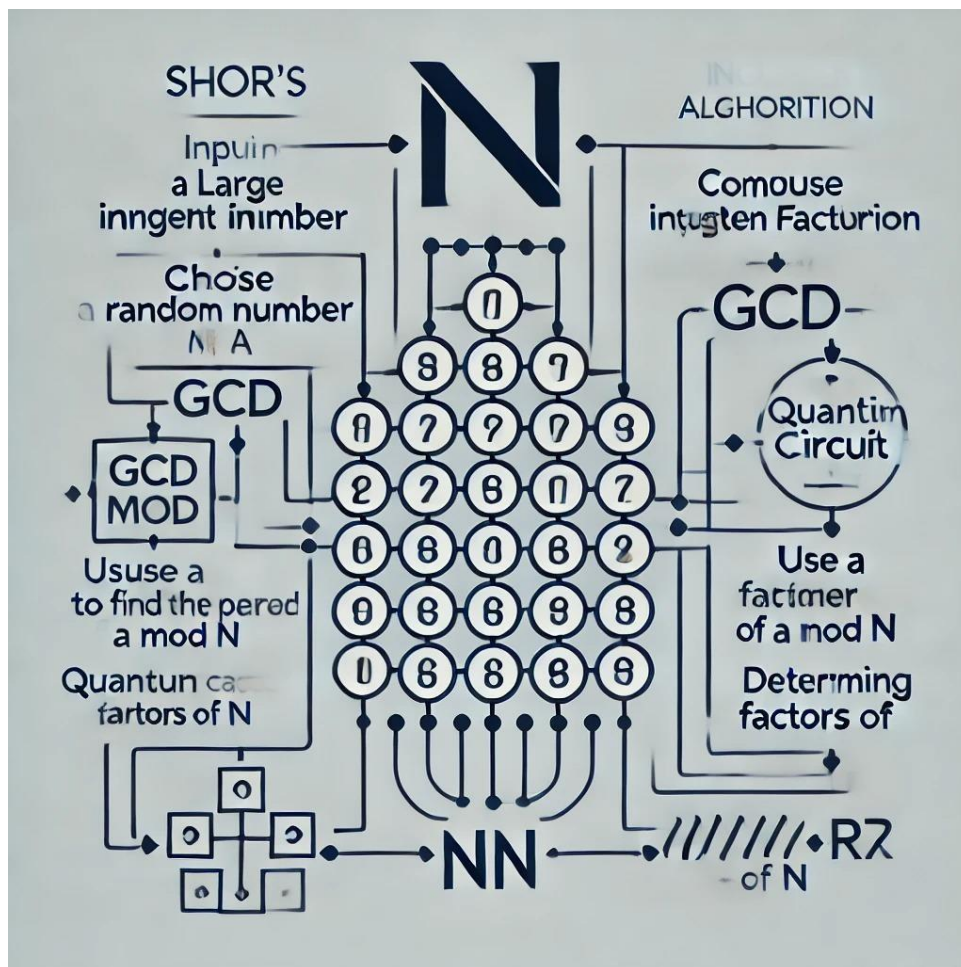
ΠΗΓΗ: Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010) and Preskill, J. (1998)

4.2.2 Αλγόριθμοι Κβαντικών Υπολογιστών

- **Αλγόριθμος Shor:** Χρησιμοποιείται για την παραγοντοποίηση μεγάλων αριθμών, προσφέροντας εκθετική επιτάχυνση σε σχέση με τους καλύτερους

κλασικούς αλγόριθμους. Εφαρμογές του αφορούν την κρυπτογραφία, καθώς μπορεί να σπάσει πολλά από τα σύγχρονα κρυπτογραφικά συστήματα.

Διάγραμμα Ροής του Αλγόριθμου Shor:



ΠΗΓΗ: Shor, P. W. (1997) and Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010)

- **Αλγόριθμος Grover:** Παρέχει ένα τετραγωνικό πλεονέκτημα στην αναζήτηση σε μη ταξινομημένες βάσεις δεδομένων. Ένας κβαντικός υπολογιστής μπορεί να βρει το επιθυμητό στοιχείο σε $O(\sqrt{N})$ χρόνο, ενώ ένας κλασικός υπολογιστής χρειάζεται $O(N)$ χρόνο.

Προσομοίωση του Αλγορίθμου Grover

Ο Αλγόριθμος Grover είναι ένας κβαντικός αλγόριθμος που παρέχει ένα τετραγωνικό πλεονέκτημα στην αναζήτηση σε μια μη ταξινομημένη βάση δεδομένων. Ενώ σε έναν κλασικό υπολογιστή η αναζήτηση απαιτεί, κατά μέσο όρο, $O(N)$ βήματα για να βρεθεί το επιθυμητό στοιχείο σε έναν κατάλογο μεγέθους N , ο αλγόριθμος Grover μπορεί να το κάνει αυτό σε $O(\sqrt{N})$ βήματα.

Μαθηματική Αναπαράσταση του Αλγορίθμου Grover:

Ο αλγόριθμος Grover λειτουργεί με βάση την αρχή της επανάληψης του Grover, η οποία αυξάνει την πιθανότητα εύρεσης του επιθυμητού στοιχείου. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

1. Υπέρθεση: Δημιουργία μιας υπέρθεσης όλων των πιθανών καταστάσεων.
2. Oracle (Μαύρο Κουτί): Η λειτουργία του Oracle ενισχύει την πιθανότητα του επιθυμητού στοιχείου να βρεθεί μέσω μιας διαδικασίας κβαντικού φιλτραρίσματος.
3. Διαμόρφωση της Αμπολής (Amplitude Amplification): Αυξάνεται η πιθανότητα του σωστού στοιχείου μέσω της επανάληψης του βήματος της ενίσχυσης της πιθανότητας.

Η προσομοίωση του αλγορίθμου Grover επιτρέπει στους χρήστες να δουν πώς λειτουργεί αυτός ο αλγόριθμος σε κβαντικό υπολογιστή, πώς τα βήματα της υπέρθεσης και της αμπολής αλληλεπιδρούν και τελικά πώς αυξάνεται η πιθανότητα εύρεσης του επιθυμητού στοιχείου.

4.2.3 Κβαντικές Προσομοιώσεις

Οι κβαντικές προσομοιώσεις είναι ένας από τους πιο πολλά υποσχόμενους τομείς της κβαντικής υπολογιστικής. Επιτρέπουν την προσομοίωση πολύπλοκων

συστημάτων όπως χημικών αντιδράσεων ή φυσικών διεργασιών σε επίπεδο που είναι αδύνατο για τους κλασικούς υπολογιστές.

Παραδείγματα Εφαρμογών:

- **Προσομοίωση Χημικών Μορίων:** Βοηθά στην ανακάλυψη νέων φαρμάκων και υλικών.
- **Μελέτη Υλικών:** Χρήση κβαντικών υπολογιστών για την προσομοίωση της δομής και των ιδιοτήτων νέων υλικών.

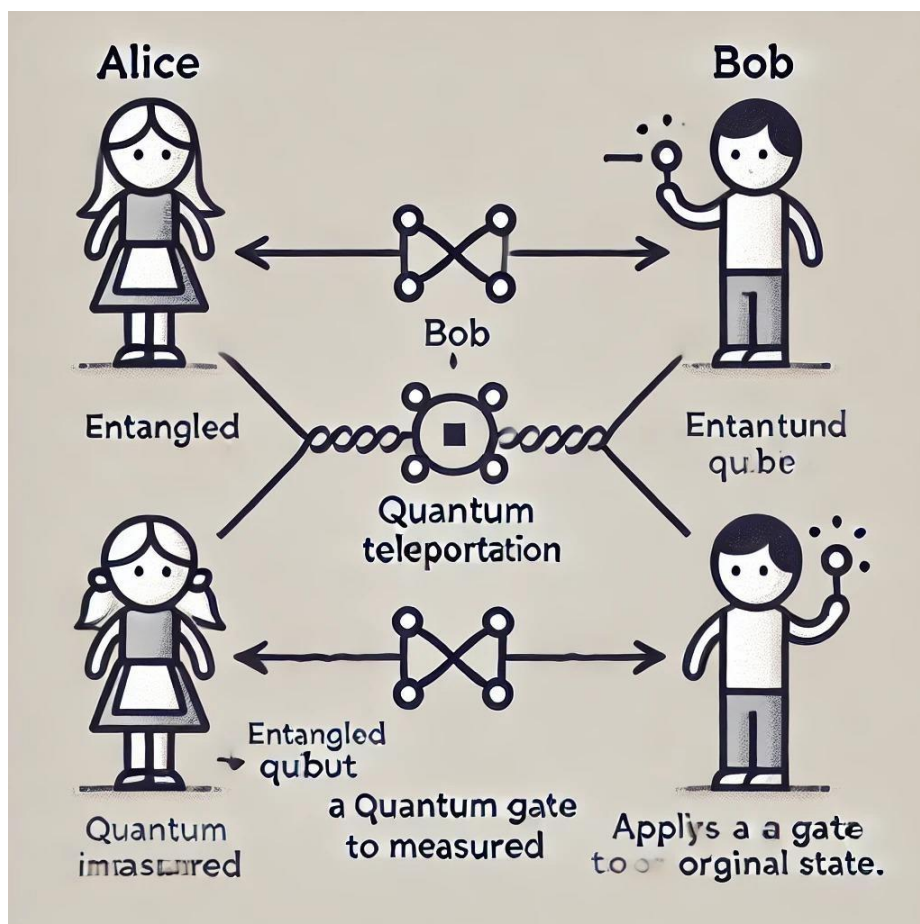
4.3 Κβαντικές Επικοινωνίες

Η κβαντική επικοινωνία είναι ένας τομέας που αναπτύσσεται ραγδαία και έχει τη δυνατότητα να επαναπροσδιορίσει τον τρόπο που επικοινωνούμε.

4.3.1 Κβαντική Τηλεμεταφορά

Η κβαντική τηλεμεταφορά είναι η διαδικασία μεταφοράς της κατάστασης ενός qubit από ένα σημείο σε ένα άλλο χωρίς να μεταφέρεται φυσικά το qubit. Χρησιμοποιεί την εμπλοκή και απαιτεί ένα σύνολο από qubits να είναι εμπλεγμένα.

Διάγραμμα Κβαντικής Τηλεμεταφοράς:



ΠΗΓΗ: Bouwmeester, D., Pan, J. W., Mattle, K., Eibl, M., Weinfurter, H., & Zeilinger, A. (1997).

Σημείωση: Αν και ακούγεται σαν επιστημονική φαντασία, η κβαντική τηλεμεταφορά έχει ήδη επιβεβαιωθεί σε πειραματικό επίπεδο και θεωρείται θεμέλιο για το μέλλον των κβαντικών επικοινωνιών.

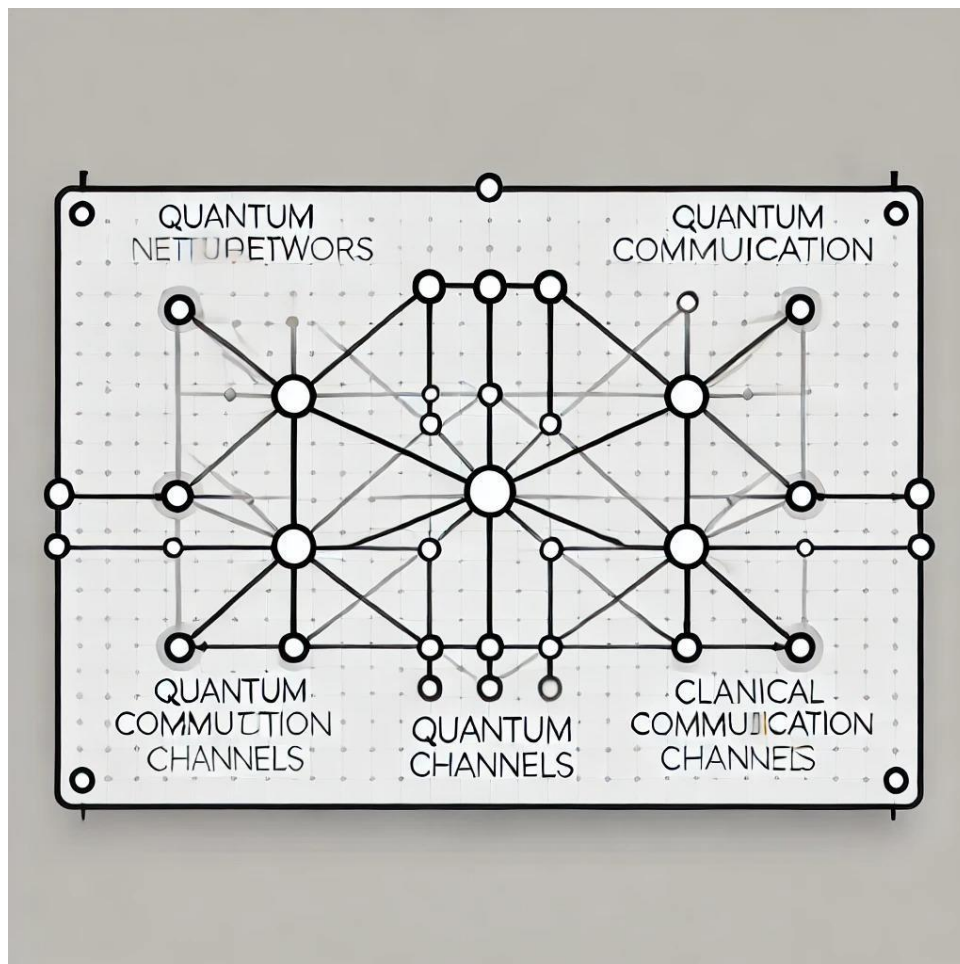
4.3.2 Κβαντικά Δίκτυα

Τα κβαντικά δίκτυα είναι ένα από τα πιο ενδιαφέροντα πεδία εφαρμογής της κβαντικής πληροφορίας. Με την ανάπτυξη κβαντικών δικτύων, η ασφαλής μετάδοση δεδομένων και η δημιουργία κβαντικών υπολογιστικών συστημάτων καταναμημένων σε διαφορετικά γεωγραφικά σημεία γίνεται εφικτή.

Παραδείγματα Κβαντικών Δικτύων:

- **Διασύνδεση Κβαντικών Υπολογιστών:** Μελλοντικά δίκτυα που θα συνδέουν κβαντικούς υπολογιστές, επιτρέποντας καταναμημένους κβαντικούς υπολογισμούς.
- **Κβαντικό Διαδίκτυο:** Ένα παγκόσμιο δίκτυο βασισμένο σε κβαντικές επικοινωνίες, που θα προσφέρει απaráμιλλη ασφάλεια και ταχύτητα.

Διάγραμμα Κβαντικού Δικτύου:



ΠΗΓΗ: Kimble, H. J. (2008) and Van Meter, R., & Devitt, S. J. (2016)

4.4 Κβαντική Υπολογιστική και Βιολογία

Ένας νέος τομέας εφαρμογής της κβαντικής πληροφορίας είναι η μελέτη βιολογικών συστημάτων. Οι κβαντικοί υπολογιστές μπορούν να προσομοιάσουν περίπλοκα βιολογικά συστήματα, όπως πρωτεΐνες, με ακρίβεια που οι κλασικοί υπολογιστές δεν μπορούν να επιτύχουν.

Εφαρμογές:

- **Ανακάλυψη Φαρμάκων:** Οι κβαντικοί υπολογιστές μπορούν να αναλύσουν αλληλεπιδράσεις πρωτεϊνών και μορίων με πρωτόγνωρη ακρίβεια, επιταχύνοντας την ανάπτυξη νέων φαρμάκων.
- **Μελέτη Φωτοσύνθεσης:** Η κατανόηση της φωτοσύνθεσης σε κβαντικό επίπεδο μπορεί να οδηγήσει σε νέες τεχνολογίες αποδοτικής εκμετάλλευσης της ηλιακής ενέργειας.

4.5 Συμπεράσματα και Μελλοντικές Τάσεις

Το κεφάλαιο αυτό καταδεικνύει ότι οι εφαρμογές της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας είναι πολυδιάστατες και εξελίσσονται ραγδαία. Από την κβαντική κρυπτογραφία μέχρι την ανάπτυξη κβαντικών υπολογιστών και δικτύων, η κβαντική θεωρία πληροφορίας προμηνύει μια επανάσταση στη χρήση και την κατανόηση της πληροφορίας. Οι τεχνολογικές προκλήσεις είναι μεγάλες, αλλά οι προοπτικές είναι ακόμη μεγαλύτερες, με εφαρμογές που μπορεί να αλλάξουν ριζικά το μέλλον της επιστήμης και της τεχνολογίας.

4.6 Μελλοντικές Εφαρμογές της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

Η κβαντική θεωρία πληροφορίας εξελίσσεται συνεχώς, και οι μελλοντικές της εφαρμογές ενδέχεται να αλλάξουν ριζικά πολλούς τομείς της τεχνολογίας και της

επιστήμης. Μερικές από τις πιο συναρπαστικές μελλοντικές εφαρμογές περιλαμβάνουν:

- **Κβαντικό Διαδίκτυο:** Ένα από τα μεγαλύτερα οράματα για το μέλλον είναι η ανάπτυξη ενός κβαντικού διαδικτύου, όπου οι χρήστες θα μπορούν να συνδέονται και να ανταλλάσσουν δεδομένα με απόλυτη ασφάλεια μέσω κβαντικών καναλιών. Το κβαντικό διαδίκτυο θα χρησιμοποιεί την εμπλοκή για να συνδέσει απομακρυσμένα συστήματα με ασφαλή τρόπο. [Kimble, 2008]
- **Τεχνητή Νοημοσύνη (AI) και Κβαντική Μάθηση:** Η κβαντική πληροφορική μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ενίσχυση της τεχνητής νοημοσύνης. Τα κβαντικά συστήματα υπολογιστών θα μπορούσαν να επεξεργάζονται και να αναλύουν τεράστιες ποσότητες δεδομένων πολύ πιο γρήγορα από τους κλασικούς υπολογιστές, επιτρέποντας την ταχύτερη εκπαίδευση αλγορίθμων μηχανικής μάθησης. Η κβαντική μηχανική μάθηση είναι ένας τομέας που υπόσχεται μεγάλες καινοτομίες στον χώρο της τεχνητής νοημοσύνης. [Biamonte et al., 2017]
- **Κβαντική Προσομοίωση:** Μια σημαντική μελλοντική εφαρμογή των κβαντικών υπολογιστών είναι η κβαντική προσομοίωση σύνθετων φυσικών συστημάτων. Αυτή η τεχνολογία μπορεί να βοηθήσει στην προσομοίωση χημικών αντιδράσεων, υλικών και φαινομένων της φυσικής που είναι αδύνατο να προσομοιωθούν με κλασικούς υπολογιστές. Αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει σε καινοτομίες σε τομείς όπως η φαρμακευτική, τα υλικά και η νανοτεχνολογία. [Feynman, 1982]

Τεχνολογικές Προκλήσεις στην Υλοποίηση της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

Παρά τις μεγάλες προοπτικές της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας, υπάρχουν σημαντικά τεχνολογικά προβλήματα που πρέπει να επιλυθούν για την πλήρη αξιοποίηση των δυνατοτήτων της. Μερικές από τις κύριες προκλήσεις περιλαμβάνουν:

- **Κβαντική Αποσυννοχή (Quantum Decoherence):** Τα qubits είναι εξαιρετικά ευαίσθητα στις αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον, κάτι που οδηγεί στην αποσυννοχή. Η αποσυννοχή καταστρέφει την κβαντική υπέρθεση, περιορίζοντας τη διάρκεια που μπορούν να λειτουργήσουν τα κβαντικά συστήματα. Η επίλυση αυτού του προβλήματος απαιτεί την ανάπτυξη τεχνικών που θα διατηρούν τα qubits σε κβαντική κατάσταση για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. [Zurek, 2003]
- **Κβαντικοί Κώδικες Διόρθωσης Σφαλμάτων:** Τα κβαντικά συστήματα είναι ιδιαίτερα ευάλωτα σε σφάλματα, τα οποία μπορούν να προκύψουν από την αποσυννοχή ή από εξωτερικές παρεμβολές. Οι κβαντικοί κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων έχουν σχεδιαστεί για να εντοπίζουν και να διορθώνουν αυτά τα σφάλματα, αλλά η χρήση τους απαιτεί πολύπλοκα συστήματα που αυξάνουν το συνολικό κόστος και πολυπλοκότητα των κβαντικών υπολογιστών. [Nielsen & Chuang, 2010]
- **Κατασκευή Σταθερών Κβαντικών Υπολογιστών:** Η κατασκευή μεγάλων, σταθερών και αξιόπιστων κβαντικών υπολογιστών παραμένει μια πρόκληση. Η δημιουργία ενός πλήρους λειτουργικού κβαντικού υπολογιστή που μπορεί να ανταγωνιστεί τους κλασικούς υπολογιστές σε εμπορικό επίπεδο παραμένει στόχος για το μέλλον. [Preskill, 2018]

Κεφάλαιο 5: Μελλοντικές Προοπτικές

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε τις μελλοντικές προοπτικές της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας, τις προκλήσεις που αντιμετωπίζει η επιστημονική κοινότητα, και τις πιθανές κατευθύνσεις που μπορεί να ακολουθήσει η έρευνα στον τομέα αυτό. Με την ανάπτυξη των κβαντικών υπολογιστών, της κβαντικής κρυπτογραφίας και των κβαντικών δικτύων, η κβαντική θεωρία πληροφορίας αναμένεται να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της τεχνολογίας.

5.1 Τρέχουσες Τάσεις και Έρευνα

Η τρέχουσα έρευνα στην κβαντική θεωρία πληροφορίας επικεντρώνεται σε διάφορους τομείς, με στόχο να ξεπεραστούν τα υπάρχοντα τεχνολογικά εμπόδια και να αξιοποιηθούν πλήρως οι δυνατότητες των κβαντικών τεχνολογιών.

5.1.1 Κβαντικοί Υπολογιστές

Οι κβαντικοί υπολογιστές βρίσκονται στο επίκεντρο της έρευνας, με στόχο την ανάπτυξη συστημάτων που θα μπορούν να λύσουν προβλήματα αδύνατα για τους κλασικούς υπολογιστές. Η IBM, η Google, και άλλες τεχνολογικές εταιρείες έχουν κάνει σημαντικά βήματα προς την κατεύθυνση αυτή, με τη δημιουργία των πρώτων λειτουργικών κβαντικών υπολογιστών (IBM, 2021; Google, 2019). Παρόλα αυτά, παραμένουν σημαντικά εμπόδια, όπως η ανάγκη για σταθερά qubits και η ανάπτυξη αποδοτικών κωδίκων διόρθωσης σφαλμάτων (Gottesman, 1997).

5.1.2 Κβαντική Κρυπτογραφία

Η κβαντική κρυπτογραφία αποτελεί έναν τομέα με άμεσες πρακτικές εφαρμογές. Το πρωτόκολλο BB84, για παράδειγμα, έχει ήδη εφαρμοστεί σε πραγματικά δίκτυα, και η έρευνα συνεχίζεται για τη βελτίωση των συστημάτων κβαντικής κρυπτογραφίας και την ενσωμάτωσή τους σε ευρύτερα δίκτυα, όπως το διαδίκτυο (Bennett & Brassard, 1984; Ekert, 1991). Ένα από τα κύρια προβλήματα είναι η κλιμάκωση των συστημάτων αυτών σε παγκόσμια κλίμακα, όπου εμπλέκονται ζητήματα όπως η ενίσχυση των κβαντικών σημάτων και η ασφάλεια σε πραγματικό χρόνο.

5.1.3 Κβαντικά Δίκτυα

Η ανάπτυξη κβαντικών δικτύων και του λεγόμενου "κβαντικού διαδικτύου" είναι ένας από τους πιο φιλόδοξους στόχους της κβαντικής πληροφορικής. Το κβαντικό διαδίκτυο θα επιτρέψει την ασφαλή μετάδοση πληροφοριών μέσω κβαντικών καναλιών και την

κατανεμημένη κβαντική επεξεργασία (Kimble, 2008). Παρόλα αυτά, η υλοποίηση τέτοιων δικτύων απαιτεί την επίλυση σημαντικών τεχνολογικών προκλήσεων, όπως η ανάπτυξη κβαντικών αναμεταδοτών και η δημιουργία σταθερών και ανθεκτικών κβαντικών κόμβων.

5.2 Προκλήσεις και Προοπτικές

Παρά τις σημαντικές προόδους, η κβαντική θεωρία πληροφορίας αντιμετωπίζει σημαντικές προκλήσεις που πρέπει να ξεπεραστούν για να επιτευχθούν οι στόχοι της.

5.2.1 Τεχνολογικές Προκλήσεις

Οι τεχνολογικές προκλήσεις που αντιμετωπίζουν οι κβαντικές τεχνολογίες είναι πολλές και πολυδιάστατες. Μία από τις πιο σημαντικές είναι η ανάπτυξη αξιόπιστων qubits, τα οποία πρέπει να είναι ανθεκτικά στην αποσυννοχή και στα περιβαλλοντικά θορύβους (Ladd et al., 2010). Επιπλέον, η κβαντική διόρθωση σφαλμάτων παραμένει ένα από τα πιο δύσκολα ζητήματα, καθώς απαιτεί την ανάπτυξη κωδίκων που μπορούν να ανιχνεύουν και να διορθώνουν λάθη χωρίς να διαταράσσουν τις κβαντικές καταστάσεις (Gottesman, 1997).

5.2.2 Ηθικά και Κοινωνικά Ζητήματα

Η εφαρμογή της κβαντικής τεχνολογίας εγείρει επίσης ηθικά και κοινωνικά ζητήματα, ιδιαίτερα στον τομέα της κρυπτογραφίας και της ασφάλειας πληροφοριών. Η απόλυτη ασφάλεια που υπόσχεται η κβαντική κρυπτογραφία μπορεί να ανατρέψει τα υπάρχοντα συστήματα ασφαλείας, καθιστώντας ορισμένες μορφές επικοινωνίας εντελώς αδιάβλητες, γεγονός που θα μπορούσε να έχει σημαντικές επιπτώσεις στην ιδιωτικότητα και την κυβερνοασφάλεια.

5.2.3 Προοπτικές Ανάπτυξης και Εφαρμογών

Παρά τις προκλήσεις, οι προοπτικές ανάπτυξης και εφαρμογών της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας είναι τεράστιες. Εκτός από την επανάσταση που αναμένεται να φέρουν οι κβαντικοί υπολογιστές και η κβαντική κρυπτογραφία, υπάρχουν σημαντικές εφαρμογές και σε άλλους τομείς, όπως η κβαντική χημεία και η βιολογία. Η δυνατότητα προσομοίωσης σύνθετων φυσικών συστημάτων με κβαντικούς υπολογιστές θα μπορούσε να ανοίξει νέους δρόμους στην έρευνα και την ανάπτυξη νέων υλικών και φαρμάκων (Aspuru-Guzik et al., 2005; Cao et al., 2019).

5.3 Συμπεράσματα για τις Μελλοντικές Προοπτικές

Η κβαντική θεωρία πληροφορίας βρίσκεται σε μια φάση ταχείας ανάπτυξης και εξέλιξης. Ενώ οι τεχνολογικές και ηθικές προκλήσεις είναι σημαντικές, οι προοπτικές που προσφέρει αυτή η νέα θεώρηση της πληροφορίας είναι τεράστιες και αναμένεται να αλλάξουν ριζικά τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε και χρησιμοποιούμε την πληροφορία.

Η συνέχιση της έρευνας, η ανάπτυξη νέων τεχνολογιών και η αντιμετώπιση των ηθικών ζητημάτων είναι κρίσιμες για την πλήρη αξιοποίηση του δυναμικού της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας. Στο μέλλον, αναμένουμε ότι η κβαντική πληροφορική, η κβαντική κρυπτογραφία και τα κβαντικά δίκτυα θα γίνουν θεμελιώδεις τεχνολογίες που θα καθορίσουν την επόμενη εποχή της ψηφιακής επανάστασης.

Αυτό το κεφάλαιο παρέχει μια συνολική εικόνα των προκλήσεων και των δυνατοτήτων που ανοίγονται μπροστά μας, καταδεικνύοντας τη σημασία της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας για το μέλλον της τεχνολογίας και της επιστήμης.

Κεφάλαιο 6: Μελλοντικές Κατευθύνσεις

Το κεφάλαιο αυτό συνοψίζει τα βασικά ευρήματα της έρευνας και αναλύει τις μελλοντικές κατευθύνσεις για την ανάπτυξη της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας. Στο επίκεντρο αυτής της συζήτησης βρίσκεται η ενδεχόμενη επίδραση της κβαντικής πληροφορικής στην επιστήμη, την τεχνολογία και την κοινωνία, καθώς και οι νέες προκλήσεις που αναδύονται.

6.1 Συνοψίζοντας τις Κύριες Εφαρμογές της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

Η κβαντική θεωρία πληροφορίας αποτελεί ένα ταχέως αναπτυσσόμενο πεδίο με ποικιλία εφαρμογών που επηρεάζουν άμεσα ή έμμεσα την τεχνολογία και την επιστήμη. Οι κυριότερες εφαρμογές που αναλύθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια περιλαμβάνουν:

- **Κβαντική Κρυπτογραφία:** Με την εισαγωγή πρωτοκόλλων όπως το BB84 και το Ekert91, η κβαντική κρυπτογραφία παρέχει απaráμιλλη ασφάλεια στην επικοινωνία (Bennett & Brassard, 1984; Ekert, 1991). Η κβαντική κρυπτογραφία μπορεί να αναδιαμορφώσει τον τομέα της ασφάλειας πληροφοριών, εξασφαλίζοντας την εμπιστευτικότητα των δεδομένων σε έναν κόσμο όπου οι κβαντικοί υπολογιστές θα μπορούσαν να σπάσουν τα κλασικά κρυπτογραφικά πρωτόκολλα (Shor, 1997).
- **Κβαντικοί Υπολογιστές:** Η κβαντική πληροφορική έχει τη δυνατότητα να λύσει προβλήματα που είναι αδύνατον να επιλυθούν από τους κλασικούς υπολογιστές. Οι αλγόριθμοι του Shor και του Grover είναι παραδείγματα αλγορίθμων που προσφέρουν σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τους κλασικούς (Shor, 1997; Grover, 1996). Η επιτυχία στην ανάπτυξη λειτουργικών κβαντικών υπολογιστών θα μπορούσε να αλλάξει ριζικά την κρυπτογραφία, την επιστήμη των δεδομένων, τη βελτιστοποίηση και άλλους τομείς.
- **Κβαντικές Επικοινωνίες και Δίκτυα:** Η κβαντική τηλεμεταφορά και τα κβαντικά δίκτυα προσφέρουν μια νέα θεώρηση της επικοινωνίας, επιτρέποντας ασφαλείς μεταφορές δεδομένων και κατανεμημένη κβαντική υπολογιστική ισχύ (Bouwmeester et al., 1997; Kimble, 2008). Το κβαντικό διαδίκτυο είναι

ένα μακροπρόθεσμο όραμα που μπορεί να προσφέρει αδιάβλητη ασφάλεια στις επικοινωνίες παγκοσμίως.

- **Κβαντικές Προσομοιώσεις στη Χημεία και τη Βιολογία:** Οι κβαντικοί υπολογιστές μπορούν να προσομοιώσουν με ακρίβεια κβαντικά φαινόμενα που εμφανίζονται σε χημικές και βιολογικές διεργασίες. Αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει στην ανακάλυψη νέων φαρμάκων, την ανάπτυξη καινοτόμων υλικών και την κατανόηση σύνθετων βιολογικών συστημάτων (Aspuru-Guzik et al., 2005; Cao et al., 2019).

6.2 Προκλήσεις και Περιορισμοί της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

Παρά την τεράστια πρόοδο που έχει σημειωθεί, η κβαντική θεωρία πληροφορίας εξακολουθεί να αντιμετωπίζει σημαντικές προκλήσεις και περιορισμούς. Αυτά περιλαμβάνουν:

- **Αξιοπιστία και Σταθερότητα των Qubits:** Η ανάπτυξη αξιόπιστων και σταθερών qubits είναι μία από τις μεγαλύτερες προκλήσεις. Τα qubits είναι ευαίσθητα σε περιβαλλοντικούς θορύβους και απαιτούν εξαιρετικά χαμηλές θερμοκρασίες για να διατηρήσουν την κατάστασή τους, καθιστώντας τη μαζική παραγωγή τους δύσκολη (Ladd et al., 2010).
- **Κβαντική Διόρθωση Σφαλμάτων:** Η διόρθωση σφαλμάτων σε κβαντικά συστήματα είναι ένα κρίσιμο ζήτημα, δεδομένης της ευθραυστότητας των qubits. Οι υπάρχοντες κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων είναι αποτελεσματικοί, αλλά απαιτούν πολλούς πρόσθετους πόρους, καθιστώντας τη μαζική εφαρμογή τους πρόκληση (Gottesman, 1997).
- **Κλιμάκωση των Κβαντικών Συστημάτων:** Η κλιμάκωση των κβαντικών συστημάτων από λίγα qubits σε χιλιάδες ή εκατομμύρια είναι απαραίτητη για την υλοποίηση πλήρως λειτουργικών κβαντικών υπολογιστών. Ωστόσο, αυτό παραμένει ένα τεχνικά απαιτητικό έργο, που απαιτεί πρόοδο σε πολλούς τομείς της φυσικής, της μηχανικής και της πληροφορικής (Nielsen & Chuang, 2010).
- **Αντιμετώπιση Ηθικών και Κοινωνικών Ζητημάτων:** Η δυνατότητα της κβαντικής κρυπτογραφίας να παρέχει απόλυτη ασφάλεια θέτει ηθικά και κοινωνικά ζητήματα, ιδιαίτερα σε ό,τι αφορά την ιδιωτικότητα και την επιβολή

του νόμου. Τα κβαντικά συστήματα θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν τόσο για καλό όσο και για κακό, και η ανάπτυξή τους θα πρέπει να συνοδεύεται από αυστηρές ηθικές κατευθυντήριες γραμμές (Shor, 1997; Kimble, 2008).

6.3 Μελλοντικές Κατευθύνσεις και Προοπτικές

Το μέλλον της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας διαγράφεται λαμπρό, με πολλές κατευθύνσεις έρευνας και ανάπτυξης να ανοίγονται μπροστά. Οι κύριες κατευθύνσεις περιλαμβάνουν:

- **Ανάπτυξη Πρακτικών Κβαντικών Υπολογιστών:** Η ανάπτυξη πρακτικών, μεγάλων κλίμακας κβαντικών υπολογιστών είναι ένας από τους βασικούς στόχους. Οι ερευνητές εργάζονται πάνω σε νέες τεχνολογίες qubit, σε καλύτερους κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων και σε αρχιτεκτονικές που θα επιτρέψουν την κλιμάκωση των κβαντικών συστημάτων (Ladd et al., 2010).
- **Ενσωμάτωση της Κβαντικής Κρυπτογραφίας σε Παγκόσμια Δίκτυα:** Η κβαντική κρυπτογραφία θα μπορούσε να γίνει το νέο πρότυπο για την ασφάλεια πληροφοριών, αντικαθιστώντας τα υπάρχοντα κρυπτογραφικά πρωτόκολλα. Η ενσωμάτωση της σε παγκόσμια δίκτυα, όπως το διαδίκτυο, είναι ένας από τους μελλοντικούς στόχους (Bennett & Brassard, 1984; Ekert, 1991).
- **Δημιουργία Κβαντικού Διαδικτύου:** Το κβαντικό διαδίκτυο θα μπορούσε να συνδέσει κβαντικούς υπολογιστές και κβαντικά δίκτυα σε παγκόσμια κλίμακα, επιτρέποντας κατανεμημένη κβαντική επεξεργασία και ασφαλή επικοινωνία σε πραγματικό χρόνο (Kimble, 2008).
- **Εφαρμογές στη Χημεία, τη Βιολογία και Πέραν Αυτών:** Οι κβαντικές προσομοιώσεις θα μπορούσαν να επηρεάσουν βαθιά τη χημεία, τη βιολογία και τη βιοτεχνολογία. Η κατανόηση των βασικών κβαντικών φαινομένων που

συμβαίνουν σε φυσικά και βιολογικά συστήματα μπορεί να οδηγήσει σε νέες επιστημονικές ανακαλύψεις και τεχνολογικές καινοτομίες (Aspuru-Guzik et al., 2005; Cao et al., 2019).

- **Διακλάδωση σε Νέες Περιοχές Έρευνας:** Η κβαντική πληροφορική μπορεί να ανοίξει νέους τομείς έρευνας που δεν έχουν ακόμη ανακαλυφθεί ή κατανοηθεί πλήρως. Από τη νέα φυσική των qubits μέχρι τη διερεύνηση της κβαντικής τεχνητής νοημοσύνης, οι δυνατότητες είναι απεριόριστες (Nielsen & Chuang, 2010).
- **Κβαντική Τεχνητή Νοημοσύνη (Quantum AI):** Η κβαντική πληροφορία μπορεί να βελτιώσει σημαντικά τις δυνατότητες των αλγορίθμων της **τεχνητής νοημοσύνης (AI)**. Οι κβαντικοί υπολογιστές μπορούν να επιταχύνουν την εκπαίδευση αλγορίθμων μηχανικής μάθησης και να αναλύσουν μεγάλες ποσότητες δεδομένων με ταχύτερο ρυθμό από τους κλασικούς υπολογιστές. Η κβαντική μηχανική μάθηση είναι ένας αναδυόμενος τομέας που υπόσχεται επαναστατικές εφαρμογές στην αναγνώριση μοτίβων, τη βελτιστοποίηση και την πρόβλεψη δεδομένων. [Biamonte et al., 2017]

6.4 Τεχνολογικά προβλήματα της Κβαντικής Θεωρίας Πληροφορίας

Η κβαντική θεωρία πληροφορίας προσφέρει τεράστιες προοπτικές για την τεχνολογία, αλλά η εμπορική αξιοποίησή της και η εφαρμογή της σε μεγάλα συστήματα αντιμετωπίζει πολλές τεχνολογικές προκλήσεις.

Δυσκολίες στην Κατασκευή Κβαντικών Συστημάτων και στην Εμπορική Αξιοποίησή τους

- **Κβαντική Αποσυνοχή (Decoherence):** Η κβαντική αποσυνοχή είναι ένα από τα μεγαλύτερα εμπόδια στην κατασκευή σταθερών και αξιόπιστων κβαντικών συστημάτων. Όταν ένα qubit αλληλεπιδρά με το περιβάλλον, η υπέρθεση της κατάστασής του καταρρέει, με αποτέλεσμα το σύστημα να χάνει την κβαντική του πληροφορία. Η αποσυνοχή μειώνει τη διάρκεια ζωής των κβαντικών καταστάσεων και δυσκολεύει τη λειτουργία τους σε μεγάλα συστήματα. Η πρόκληση είναι να αναπτυχθούν υπεραγώγιμα qubits ή ion trap qubits που είναι πιο ανθεκτικά στην αποσυνοχή και να βελτιωθούν οι τεχνικές διατήρησης των κβαντικών καταστάσεων για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα. [Zurek, 2003].
- **Κβαντικοί Κώδικες Διόρθωσης Σφαλμάτων (Quantum Error Correction):** Τα κβαντικά συστήματα είναι εξαιρετικά ευαίσθητα σε σφάλματα, τα οποία μπορούν να προκύψουν από θόρυβο, αποσυνοχή, ή εξωτερικές παρεμβολές. Οι κβαντικοί κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων επιτρέπουν την ανίχνευση και διόρθωση αυτών των σφαλμάτων, αλλά η εφαρμογή τους απαιτεί αυξημένο αριθμό qubits και περισσότερο πολύπλοκα κυκλώματα. Αυτή η προσέγγιση προσθέτει πολυπλοκότητα στα συστήματα και καθιστά δύσκολη την εμπορική αξιοποίησή τους σε μεγάλη κλίμακα. [Nielsen & Chuang, 2010].
- **Εμπορική Αξιοποίηση:** Η εμπορική αξιοποίηση των κβαντικών συστημάτων παραμένει πρόκληση λόγω της υψηλής πολυπλοκότητας και του κόστους των τεχνολογιών. Παρόλο που εταιρείες όπως η IBM και η Google έχουν αναπτύξει κβαντικούς υπολογιστές, η εμπορική τους εφαρμογή είναι ακόμα σε πρώιμο στάδιο. Η κατασκευή συστημάτων που να μπορούν να λειτουργήσουν με σταθερότητα, αξιοπιστία και αποδοτικότητα είναι ένας στόχος που απαιτεί σημαντική πρόοδο στην τεχνολογία των qubits και των κβαντικών συστημάτων ψύξης.

Κεφάλαιο 7 Συμπεράσματα

Η κβαντική θεωρία πληροφορίας αποτελεί μια από τις πιο επαναστατικές εξελίξεις στην επιστήμη και την τεχνολογία, συνδυάζοντας τις αρχές της κλασικής θεωρίας πληροφορίας του Shannon με τις θεμελιώδεις έννοιες της κβαντομηχανικής, όπως η υπέρθεση, η εμπλοκή και η αποσυννοχή. Η μετάβαση από την κλασική στην κβαντική θεωρία πληροφορίας δεν ήταν απλώς μια φυσική επέκταση της υπάρχουσας θεωρίας, αλλά μια ριζική αναθεώρηση του τρόπου με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε και επεξεργαζόμαστε την πληροφορία. Αυτή η νέα θεωρία ανοίγει το δρόμο για εντελώς νέες δυνατότητες και εφαρμογές που μέχρι πρόσφατα ήταν αδιανόητες.

Η κβαντική θεωρία πληροφορίας βασίζεται στις ιδιότητες των qubits, τα οποία μπορούν να βρίσκονται σε καταστάσεις υπέρθεσης και εμπλοκής, γεγονός που δίνει τη δυνατότητα παράλληλης επεξεργασίας πληροφοριών και επίλυσης προβλημάτων με πρωτοφανή ταχύτητα. Οι κβαντικοί υπολογιστές, εκμεταλλευόμενοι αυτές τις ιδιότητες, έχουν τη δυνατότητα να επιλύσουν προβλήματα που θεωρούνται άλυτα ή υπερβολικά χρονοβόρα για τους κλασικούς υπολογιστές, όπως η παραγοντοποίηση μεγάλων αριθμών μέσω του αλγορίθμου του Shor και η αναζήτηση σε μη ταξινομημένες βάσεις δεδομένων με τον αλγόριθμο του Grover.

Η κβαντική κρυπτογραφία, με πρωτόκολλο το πρωτόκολλο BB84, προσφέρει ένα νέο επίπεδο ασφάλειας που δεν μπορεί να επιτευχθεί με κλασικές κρυπτογραφικές μεθόδους. Οι φυσικές αρχές της κβαντικής μηχανικής εγγυώνται την ασφάλεια των επικοινωνιών, καθιστώντας αδύνατη την υποκλοπή πληροφοριών χωρίς να ανιχνευθεί. Η ασφάλεια αυτή δεν εξαρτάται από την υπολογιστική ισχύ του συστήματος, όπως συμβαίνει στην κλασική κρυπτογραφία, αλλά από τις θεμελιώδεις ιδιότητες της κβαντικής μέτρησης και της εμπλοκής.

Παρόλα αυτά, η εμπορική αξιοποίηση της κβαντικής πληροφορίας αντιμετωπίζει σημαντικά τεχνολογικά προβλήματα. Η κβαντική αποσυννοχή, η οποία προκαλεί την

κατάρρευση της υπέρθεσης των qubits λόγω αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον, αποτελεί ένα από τα μεγαλύτερα εμπόδια στην κατασκευή σταθερών και αξιόπιστων κβαντικών συστημάτων. Παράλληλα, οι κβαντικοί κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων προσφέρουν λύσεις, αλλά απαιτούν την ενσωμάτωση περισσότερων qubits, αυξάνοντας την πολυπλοκότητα των συστημάτων. Η κατασκευή και η συντήρηση μεγάλων κβαντικών υπολογιστικών συστημάτων που να είναι εμπορικά εκμεταλλεύσιμα είναι ακόμη στα αρχικά στάδια, αλλά η πρόοδος είναι ραγδαία.

Κοιτώντας προς το μέλλον, οι προοπτικές της κβαντικής θεωρίας πληροφορίας είναι τεράστιες. Οι δυνατότητες για ανάπτυξη νέων τεχνολογιών όπως το κβαντικό διαδίκτυο, η κβαντική τεχνητή νοημοσύνη και η κβαντική προσομοίωση είναι εντυπωσιακές. Το κβαντικό διαδίκτυο θα προσφέρει ασφαλείς επικοινωνίες σε παγκόσμια κλίμακα μέσω της κβαντικής εμπλοκής, ενώ η κβαντική μηχανική μάθηση έχει τη δυνατότητα να ενισχύσει τις δυνατότητες των αλγορίθμων τεχνητής νοημοσύνης με ταχύτερη και αποδοτικότερη ανάλυση μεγάλων δεδομένων. Επιπλέον, η κβαντική προσομοίωση φυσικών συστημάτων θα επιτρέψει την κατανόηση και ανάπτυξη νέων υλικών και φαρμάκων με πρωτοφανή ακρίβεια.

Σε αυτό το πλαίσιο, η κβαντική θεωρία πληροφορίας δεν αποτελεί μόνο μια θεωρητική πρόοδο αλλά έχει ήδη αρχίσει να διαμορφώνει την επόμενη γενιά τεχνολογικών επιτευγμάτων. Οι προκλήσεις που υπάρχουν σήμερα, όπως η σταθεροποίηση των qubits και η βελτίωση της χωρητικότητας των κβαντικών συστημάτων, είναι επιλύσιμες με την εξέλιξη της τεχνολογίας. Ταυτόχρονα, οι δυνατότητες που προσφέρονται από την κβαντική πληροφορία δημιουργούν νέες εφαρμογές σε τομείς όπως οι τηλεπικοινωνίες, η υπολογιστική, η ασφάλεια και η επιστήμη. Η κβαντική εποχή μόλις ξεκινά, και οι επιπτώσεις της αναμένονται να αλλάξουν ριζικά τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε και επεξεργαζόμαστε την πληροφορία

Βιβλιογραφία

1. **Aspuru-Guzik, A., Dutoi, A. D., Love, P. J., & Head-Gordon, M. (2005).** Simulated quantum computation of molecular energies. *Science*, 309(5741), 1704-1707.
2. **Bennett, C. H., & Brassard, G. (1984).** Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing*. Bangalore, India.
3. **Biamonte, J., Wittek, P., Pancotti, N., Rebentrost, P., Wiebe, N., & Lloyd, S. (2017).** Quantum machine learning. *Nature*, 549(7671), 195-202.
4. **Bouwmeester, D., Pan, J. W., Mattle, K., Eibl, M., Weinfurter, H., & Zeilinger, A. (1997).** Experimental quantum teleportation. *Nature*, 390(6660), 575-579.
5. **Cao, Y., Romero, J., Olson, J. P., Degroote, M., Johnson, P. D., Kieferová, M., & Aspuru-Guzik, A. (2019).** Quantum chemistry in the age of quantum computing. *Chemical Reviews*, 119(19), 10856-10915.
6. **Ekert, A. K. (1991).** Quantum cryptography based on Bell's theorem. *Physical Review Letters*, 67(6), 661-663.
7. **Gottesman, D. (1997).** Stabilizer codes and quantum error correction. *PhD Thesis, Caltech*.
8. **Grover, L. K. (1996).** A fast quantum mechanical algorithm for database search. *Proceedings of the 28th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*.
9. **Kimble, H. J. (2008).** The quantum internet. *Nature*, 453(7198), 1023-1030.
10. **Ladd, T. D., Jelezko, F., Laflamme, R., Nakamura, Y., Monroe, C., & O'Brien, J. L. (2010).** Quantum computers. *Nature*, 464(7285), 45-53.
11. **Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010).** *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press.
12. **Shor, P. W. (1997).** Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM Journal on Computing*, 26(5), 1484-1509.

13. **Aspuru-Guzik, A., Dutoi, A. D., Love, P. J., & Head-Gordon, M. (2005).** Simulated quantum computation of molecular energies. *Science*, 309(5741), 1704-1707.
14. **Bennett, C. H., & Brassard, G. (1984).** Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing*. Bangalore, India.
15. **Bohr, N. (1913).** On the constitution of atoms and molecules. *Philosophical Magazine*.
16. **Deutsch, D., & Jozsa, R. (1992).** Rapid solution of problems by quantum computation. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 439(1907), 553-558.
17. **Einstein, A. (1905).** On a heuristic point of view about the creation and conversion of light. *Annalen der Physik*.
18. **Feynman, R. P. (1982).** Simulating physics with computers. *International Journal of Theoretical Physics*, 21(6), 467-488.
19. **Grover, L. K. (1996).** A fast quantum mechanical algorithm for database search. *Proceedings of the 28th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*.
20. **Kimble, H. J. (2008).** The quantum internet. *Nature*, 453(7198), 1023-1030.
21. **Ladd, T. D., Jelezko, F., Laflamme, R., Nakamura, Y., Monroe, C., & O'Brien, J. L. (2010).** Quantum computers. *Nature*, 464(7285), 45-53.
22. **Montanaro, A. (2016).** Quantum algorithms: An overview. *npj Quantum Information*, 2(1), 15023.
23. **Mosca, M. (2018).** Cybersecurity in an era with quantum computers: Will we be ready? *IEEE Security & Privacy*, 16(5), 38-41.
24. **Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010).** *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press.
25. **Planck, M. (1900).** On the theory of the energy distribution law of the normal spectrum. *Deutsche Physikalische Gesellschaft*.
26. **Preskill, J. (2018).** Quantum computing in the NISQ era and beyond. *Quantum*, 2, 79.

27. **Qiskit Community. (2020).** *Qiskit Documentation*. IBM.
28. **Shannon, C. E. (1948).** A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27(3), 379-423.
29. **Shor, P. W. (1997).** Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM Journal on Computing*, 26(5), 1484-1509.
30. **Simon, D. R. (1994).** On the power of quantum computation. *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*.
31. **Wehner, S., Elkouss, D., & Hanson, R. (2018).** Quantum internet: A vision for the road ahead. *Science*, 362(6412), eaam9288.
32. **Wilde, M. M. (2019).** *From Classical to Quantum Shannon Theory*. Cambridge University Press. Retrieved
33. **Gyongyosi, L., & Imre, S. (2022).** Advances in the quantum internet. *Communications of the ACM*, 65(8), 52–60. DOI: 10.1145/3524455.
34. **Wehner, S., Elkouss, D., & Hanson, R. (2018).** Quantum internet: A vision for the road ahead. *Science*, 362(6412), 1–9.
35. **Singh, A., Dev, K., Šiljak, H., & Joshi, H. (2021).** Quantum Internet-Applications, Functionalities, Enabling Technologies, Challenges, and Research Directions. Retrieved
36. **Gómez, C., & Sierra, G. (2019).** *The Ultraviolet myth*.
37. **Γκόντας, Ν. (2022).** *Βασικές έννοιες από την κβαντική θεωρία πληροφορίας*.
38. **Τμήμα Φυσικής, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης. Κβαντική Πληροφορία και Επεξεργασία**

Κεφάλαιο 8: Παραρτήματα

Το κεφάλαιο αυτό περιλαμβάνει τα παραρτήματα που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία, προσφέροντας πρόσθετες πληροφορίες, αναλυτικά στοιχεία και υλικό που υποστηρίζει το κύριο κείμενο. Τα παραρτήματα μπορεί να περιλαμβάνουν μαθηματικές αποδείξεις, λεπτομερή παραδείγματα, διαγράμματα, κώδικα ή άλλα υλικά που είναι απαραίτητα για την πλήρη κατανόηση της εργασίας.

Παράρτημα : Μαθηματικές Αποδείξεις και Θεωρίες

1. Εντροπία Shannon

Ο ορισμός της εντροπίας του Shannon είναι:

$$H(X) = - \sum p(x) \log(p(x))$$

Επεξήγηση Μεταβλητών:

- X : Τυχαία μεταβλητή που λαμβάνει τιμές από το σύνολο $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.
- $p(x)$: Η πιθανότητα εμφάνισης της τιμής x .
- $\log_2$: Ο δυαδικός λογάριθμος, που μετρά σε bits.

Αναλυτική Απόδειξη Ιδιοτήτων:

1. Μη αρνητικότητα:

- Εφόσον $0 \leq p(x) \leq 1$, τότε $\log_2(p(x)) \leq 0$.
- Άρα, $-p(x) \log_2(p(x)) \geq 0$ για κάθε x .
- Η εντροπία είναι το άθροισμα τέτοιων όρων, επομένως $H(X) \geq 0$.

2. Μέγιστη Εντροπία:

- Αν όλες οι πιθανότητες είναι ίσες, τότε $p(x) = 1/n$ για όλα τα x .
- Υπολογίζουμε: $H(X) = - \sum (1/n) \log_2(1/n)$.
- Απλοποιώντας: $H(X) = \log_2(n)$.

2. Κβαντική Εντροπία Von Neumann

Ο ορισμός της κβαντικής εντροπίας είναι:

$$S(\rho) = - \text{Tr}(\rho \log(\rho))$$

Επεξήγηση Μεταβλητών:

- ρ : Ο πίνακας πυκνότητας που περιγράφει την κβαντική κατάσταση.
- Tr : Η συνάρτηση του ίχνους, που υπολογίζει το άθροισμα των ιδιοτιμών του ρ .
- $\log(\rho)$: Ο λογάριθμος του πίνακα, ορισμένος μέσω της διαγωνιοποίησης.

Αναλυτική Απόδειξη Μη Αρνητικότητας:

1. Οι ιδιοτιμές λ_i του ρ ικανοποιούν $0 \leq \lambda_i \leq 1$.
2. Ο όρος $-\lambda_i \log(\lambda_i)$ είναι μη αρνητικός για κάθε λ_i .
3. Επομένως, το άθροισμα $S(\rho)$ είναι μη αρνητικό: $S(\rho) \geq 0$.

3. Ανισότητα Holevo

Η πληροφορία Holevo δίνεται από τον τύπο:

$$\chi(\rho) = S(\sum p_i \rho_i) - \sum p_i S(\rho_i)$$

Επεξήγηση Μεταβλητών:

- $\chi(\rho)$: Η πληροφορία Holevo, το μέγιστο ποσό κλασικής πληροφορίας που μπορεί να εξαχθεί.
- ρ : Η μέση κατάσταση του συστήματος.
- p_i : Πιθανότητες για κάθε κατάσταση ρ_i .

Αναλυτική Απόδειξη Μη Αρνητικότητας:

1. Η υποπροσθετικότητα της εντροπίας λέει ότι $S(\sum p_i \rho_i) \geq \sum p_i S(\rho_i)$.
2. Επομένως, $\chi(\rho) = S(\sum p_i \rho_i) - \sum p_i S(\rho_i) \geq 0$.

4. Αλγόριθμος Grover

Ο αλγόριθμος Grover προσφέρει επιτάχυνση σε αναζητήσεις μη ταξινομημένων δεδομένων:

Χρόνος: $O(\sqrt{N})$, όπου N το μέγεθος της βάσης δεδομένων.

Αναλυτικά Βήματα:

1. Δημιουργία υπέρθεσης:

- Κατάσταση: $|\psi_0\rangle = 1/\sqrt{N} \sum |x\rangle$.

2. Εφαρμογή Oracle:

- Σημειώνεται το στοιχείο-στόχος με αλλαγή φάσης.

3. Ενίσχυση Πλάτους:

- Αυξάνεται η πιθανότητα του στοιχείου-στόχου μέσω επαναλήψεων.

Συμπέρασμα:

- Ο αλγόριθμος μειώνει τον χρόνο από $O(N)$ σε $O(\sqrt{N})$.

5. Αλγόριθμος Shor

Ο αλγόριθμος Shor παραγοντοποιεί μεγάλους αριθμούς σε πολυωνυμικό χρόνο:

Χρόνος: $O((\log N)^2)$ όπου N ο αριθμός προς παραγοντοποίηση.

Βήματα:

1. Εύρεση Περιόδου:

- Χρησιμοποιείται η συνάρτηση $f(x) = a^x \bmod N$.

2. Υπολογισμός Παραγόντων:

- Οι παράγοντες προκύπτουν από τον υπολογισμό του $\text{GCD}(a^{(r/2)} \pm 1, N)$.

Συμπέρασμα:

- Μειώνει τον χρόνο από εκθετικό σε πολυωνυμικό.

6. Πύλη Hadamard

Η πύλη Hadamard δημιουργεί υπέρθεση καταστάσεων:

$H = 1/\sqrt{2}$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$

Επεξήγηση:

- Εφαρμογή σε $|0\rangle$: $H|0\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle + |1\rangle)$.
- Εφαρμογή σε $|1\rangle$: $H|1\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle - |1\rangle)$.

Χρήση:

- Βασικό εργαλείο στους κβαντικούς αλγόριθμους.

7. Πύλη CNOT

Η πύλη CNOT είναι πύλη δύο qubits:

[1 0 0 0]

[0 1 0 0]

[0 0 0 1]

[0 0 1 0]

Λειτουργία:

- Αν το control qubit είναι $|0\rangle$, το target qubit παραμένει αμετάβλητο.
- Αν το control qubit είναι $|1\rangle$, το target qubit αντιστρέφεται.

Χρήση:

- Δημιουργία εμπλοκής (entanglement).