



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΜΕΣΩΝ ΕΝΑΕΡΙΑΣ
ΔΑΣΟΠΥΡΟΣΒΕΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ**

ΧΡΗΣΤΟΣ ΛΑΖΙΔΗΣ

Επιβλέπων Καθηγητής: Γεώργιος Σαχαρίδης

Μεταπτυχιακή Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Βόλος, 2024

© 2024 Χρήστος Λαζίδης

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Γεώργιος Σαχαρίδης Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Αθανάσιος Λόης Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Η ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας δεν θα ήταν δυνατή χωρίς την αμέριστη στήριξη και κατανόηση της οικογένειάς μου. Θέλω να ευχαριστήσω από καρδιάς τη σύζυγό μου και τα παιδιά μου για την υπομονή και τη συμπαράσταση που επέδειξαν σε κάθε στάδιο της εκπόνησης αυτής της εργασίας, δείχνοντας κατανόηση και δύναμη σε κάθε στιγμή πίεσης.

Επίσης, οφείλω θερμές ευχαριστίες στον αναπληρωτή Καθηγητή του Τμ. Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας κο Γεώργιο Σαχαρίδη, καθώς και στον Διδάκτορα κο Αντώνιο Φραγκογιό, εκλεκτό συνάδελφο και συμπολεμιστή στην Πολεμική Αεροπορία για την πολύτιμη καθοδήγηση και τις γνώσεις που μου παρείχαν, προσφέροντάς μου την απαραίτητη κατεύθυνση και τα βασικά εφόδια για να φτάσω στην ολοκλήρωση της έρευνάς μου. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον κο Ιωάννη Λυχναρόπουλο για τις πολύτιμες βασικές γνώσεις προγραμματισμού που μου παρείχε στο πλαίσιο των διαλέξεων που πραγματοποίησε για τις ανάγκες σχετικού μαθήματος του ΜΠΣ ΔΕΑΛ. Οι πολύτιμες συμβουλές τους αποτέλεσαν ακρογωνιαίο λίθο στην πορεία μου και βοήθησαν στην καλλιέργεια μιας πιο σφαιρικής και ουσιαστικής κατανόησης του αντικειμένου.

Χρήστος Λαζίδης

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΜΕΣΩΝ ΕΝΑΕΡΙΑΣ ΔΑΣΟΠΥΡΟΣΒΕΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΧΡΗΣΤΟΣ ΛΑΖΙΔΗΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2024

Επιβλέπων Καθηγητής: Αναπληρωτής Καθηγητής Δρ. Γεώργιος Σαχαρίδης

Περίληψη

Η κατανομή μέσων γενικά και ειδικά μέσων πυρόσβεσης, επιτυγχάνοντας ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση κάποιων μετρήσιμων χαρακτηριστικών προκειμένου να ικανοποιούνται οι αντικειμενικοί σκοποί που τίθενται κάθε φορά, αποτελεί ένα πρόβλημα που έχει απασχολήσει τους ερευνητές κατά καιρούς.

Αυτή η διπλωματική εργασία, πραγματεύεται το πρόβλημα της βέλτιστης κατανομής στην επικράτεια της Ελλάδας, των ιδιοκτητών και μισθωμένων από το Ελληνικό κράτος, πτητικών μέσων εναέριας δασοπυρόσβεσης. Συγκεκριμένα, υπό την προϋπόθεση ικανοποίησης συγκεκριμένων περιορισμών επιχειρείται η βέλτιστη κατανομή των υπόψη μέσων, για την ελαχιστοποίηση των χρόνων απόκρισης/μετάβασης τους στις περιοχές που ενδέχεται να εκδηλωθούν πυρκαγιές, καθώς και για τη μεγιστοποίηση της κάλυψης των υπόψη περιοχών σε περίπτωση που απαιτηθεί.

Η προσέγγιση που ακολουθήθηκε είναι τόσο ντετερμινιστική όσο και στοχαστική, με τη διαφορά των δύο να έγκειται στον τρόπο θεώρησης του δείκτη επικινδυνότητας για κάθε περιοχή. Το ντετερμινιστικό μοντέλο προβλέπει προαποφασισμένες τιμές δείκτη επικινδυνότητας, ενώ το στοχαστικό εισάγει τον παράγοντα της στοχαστικότητας υιοθετώντας τυχαίες τιμές για τους υπόψη δείκτες, βάσει της κατανομής πιθανότητας που προέκυψε από ιστορικά στοιχεία για κάθε περιοχή. Προκειμένου να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα κατά την στοχαστική προσέγγιση, το μοντέλο επιλύθηκε επαναλαμβανόμενα αριθμό φορών και στο τέλος κάθε πακέτου λύσεων, εφαρμόστηκε η τριχοτομική μέθοδος Monte Carlo, μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση σε λιγότερο αβέβαιη λύση.

Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκε κώδικας σε γλώσσα Python και το μοντέλο επιλύθηκε με τη βοήθεια του λογισμικού CPLEX της IBM. Τα αποτελέσματα έκαστης προσέγγισης αναλύθηκαν και επιπλέον συγκρίθηκαν μεταξύ τους προς εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων. Η υπόψη σύγκριση αποκαλύπτει ότι, η χρήση του στοχαστικού μοντέλου βοηθά στη λήψη πιο στοχευμένων αποφάσεων, λαμβάνοντας υπόψη τη μεταβλητότητα του κινδύνου πυρκαγιάς σε κάθε περιοχή, εξαρτώμενης από πληθώρα παραγόντων (κυρίως κλιματολογικών), παρέχοντας μια πιο σαφή στρατηγική για την κατανομή των πόρων σε περιόδους κρίσης.

Πίνακας περιεχομένων

1.	Εισαγωγή	1
2.	Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	2
2.1.	Γραμμικός Προγραμματισμός στην Κατανομή Πόρων Έκτακτης Ανάγκης	2
2.2.	Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP) στην κατανομή πόρων	2
2.3.	Στοχαστική Μοντελοποίηση στην Κατανομή Πόρων Πυρόσβεσης.....	2
2.4.	Multi-Objective συναρτήσεις και επιταχυνόμενος αλγόριθμος Benders.....	3
3.	Επισκόπηση Μαθηματικού Προγραμματισμού	3
3.1.	Γραμμικός Προγραμματισμός (LP)	4
3.2.	Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP).....	4
3.3.	Ντετερμινιστικός Προγραμματισμός	5
3.4.	Στοχαστικός Προγραμματισμός	5
4.	Μεθοδολογία	5
4.1	Εισαγωγή στην Προσομοίωση Monte Carlo	5
4.2	Η Τριχοτομική Προσέγγιση	6
4.3	Εφαρμογή της Τριχοτομικής Μεθόδου Monte Carlo	6
4.4	Οφέλη της Τριχοτομικής Μεθόδου.....	7
4.5	Περιγραφή Προβλήματος	7
4.6	Μαθηματικό Μοντέλο	16
5.	Αποτελέσματα και σχολιασμός στους	21
5.1.	Αποτελέσματα Ντετερμινιστικού Μοντέλου	21
5.2.	Αποτελέσματα Στοχαστικού Μοντέλου	27
5.3.	Σύγκριση Στοχαστικού με το Ντετερμινιστικό Μοντέλο	34
5.4.	Επιπτώσεις για τις επιχειρήσεις αεροπυρόσβεσης στην Ελλάδα	36
6.	Συμπεράσματα και Μελλοντικές Προσθήκες	37
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	39
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	40
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	51

1. Εισαγωγή

Η παρούσα διατριβή επικεντρώνεται στην βελτιστοποίηση της κατανομής των μέσων αεροπορικής πυρόσβεσης στην Ελλάδα, με στόχο την ελαχιστοποίηση των χρόνων απόκρισης και τη μεγιστοποίηση της αποτελεσματικής κάλυψης των περιοχών υψηλού κινδύνου. Δεδομένης της πολυπλοκότητάς του, το πρόβλημα, προσεγγίζεται χρησιμοποιώντας τόσο ντετερμινιστικές όσο και στοχαστικές τεχνικές μοντελοποίησης. Η λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης επιτυγχάνεται μέσω γραμμικού προγραμματισμού και επιλύεται χρησιμοποιώντας το λογισμικό IBM CPLEX.

Οι δασικές πυρκαγιές αποτελούν σημαντική απειλή για τα οικοσυστήματα, τις ανθρώπινες ζωές και τις ιδιοκτησίες, ιδιαίτερα σε χώρες όπως η Ελλάδα, όπου οι υψηλές θερμοκρασίες και οι ισχυροί άνεμοι δημιουργούν ευνοϊκές συνθήκες για την ταχεία εξάπλωση των πυρκαγιών. Η αυξανόμενη συχνότητα των δασικών πυρκαγιών λόγω της κλιματικής αλλαγής τονίζει ακόμη περισσότερο την ανάγκη για αποτελεσματικές στρατηγικές διαχείρισης πυρκαγιών.

Μεταξύ των διαφόρων προσεγγίσεων πυρόσβεσης, η αεροπυρόσβεση είναι μία από τις πιο σημαντικές μεθόδους, επιτρέποντας ταχεία απόκριση και πρόσβαση σε μη δυσπρόσιτες περιοχές και παρέχοντας ζωτική υποστήριξη στις επίγειες επιχειρήσεις.

Η Ελλάδα διαθέτει ένα καλά ανεπτυγμένο σύστημα αεροπυρόσβεσης που περιλαμβάνει τόσο κρατικά αεροσκάφη, όπως τα CL-215 και CL-415, όσο και ενοικιαζόμενα αεροσκάφη, όπως τα Air Tractor και τα ελικόπτερα S-64. Ωστόσο, η αποτελεσματική κατανομή αυτών των πόρων χρήζει ιδιαίτερης προσοχής, λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμική φύση του κινδύνου από τις πυρκαγιές, τις καιρικές συνθήκες και τους πεπερασμένους πόρους.

Το βασικό πρόβλημα, με το οποίο καταπιάνεται αυτή τη διατριβή, εξετάζει τον τρόπο με τον οποίο θα πρέπει να υλοποιηθεί η κατανομή των πόρων (Α/Φ και Ε/Π αεροπυρόσβεσης εν προκειμένω) για να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος που απαιτείται ώστε τα μέσα να φτάσουν στις επηρεαζόμενες περιοχές υψηλού κινδύνου, όπως υποδεικνύεται από τους καθημερινούς χάρτες πρόβλεψης εκδήλωσης πυρκαγιάς. Αυτοί οι χάρτες ενημερώνονται με βάση τις μετεωρολογικές συνθήκες, και οι περιοχές με υψηλότερα επίπεδα κινδύνου απαιτούν άμεση προσοχή. Ταυτόχρονα, η προαναφερθείσα κατανομή των μέσων θα πρέπει να εξασφαλίζει τη μέγιστη κάλυψη της επικράτειας, λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη τις επιδόσεις των αεροσκαφών και Ε/Π, όπως για παράδειγμα την ταχύτητα, την εμβέλεια και την χωρητικότητα νερού.

Η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε περιλαμβάνει ένα συνδυασμό ντετερμινιστικών και στοχαστικών μοντέλων. Η ντετερμινιστική προσέγγιση υποθέτει στατικά επίπεδα σημαντικότητας (ILi) για κάθε περιοχή, ενώ η στοχαστική προσέγγιση εισάγει μεταβλητότητα βάσει ιστορικών δεδομένων κινδύνου πυρκαγιάς. Στην παρούσα διατριβή παρουσιάζεται η διατύπωση του προβλήματος, τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν και τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τόσο ντετερμινιστικές όσο και στοχαστικές προσομοιώσεις, καθώς και η ερμηνεία τους.

2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Η κατανομή των πόρων για την καταπολέμηση των πυρκαγιών και ιδίως των σχετιζόμενων με την αεροπυρόσβεση, έχει αποτελέσει αντικείμενο πολλών μελετών, καθώς αντιπροσωπεύει μια κρίσιμη παράμετρο στην αποτελεσματική διαχείριση των πυρκαγιών. Η πολυπλοκότητα του προβλήματος προκύπτει από τη δυναμική φύση του κινδύνου πυρκαγιάς, τις μεταβαλλόμενες καιρικές συνθήκες και τους περιορισμένους πόρους για την καταπολέμηση των πυρκαγιών. Ένα ευρύ φάσμα τεχνικών βελτιστοποίησης έχει εφαρμοστεί για την αντιμετώπιση αυτού του είδους των προβλημάτων, από τον ντετερμινιστικό γραμμικό προγραμματισμό έως τα πιο εξελιγμένα στοχαστικά μοντέλα.

2.1. Γραμμικός Προγραμματισμός στην Κατανομή Πόρων Έκτακτης Ανάγκης

Η κατανομή πόρων σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης έχει ευρύ πεδίο εφαρμογής στον Γραμμικό Προγραμματισμό (LP). Οι Ritika Goel, Tanya Karn, Rahul Kushwaha, Ashima Mehta [1], αναφέρουν τη χρήση του LP για τη βέλτιστη διανομή περιορισμένων πόρων στον τομέα της υγειονομικής περίθαλψης, όπου ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση κόστους και η αύξηση της αποδοτικότητας. Ανάλογα, η βελτιστοποίηση κατανομής μέσων αεροπυρόσβεσης, εξαρτάται από αντίστοιχες αρχές βελτιστοποίησης, αν και οι ανάγκες ποικίλλουν μεταξύ περιοχών με διαφορετικούς κινδύνους πυρκαγιάς.

Στην παρούσα εργασία, ο LP χρησιμοποιείται ως σημείο εκκίνησης για την αντιμετώπιση του προβλήματος σταθερής, προσδιοριστικής κατανομής πόρων, ενώ το επόμενο στάδιο αφορά την επέκταση σε πιο ευέλικτα (στοχαστικά) μοντέλα.

2.2. Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP) στην κατανομή πόρων

Ο Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP) επιτρέπει τη χρήση δυαδικών και μη ακέραιων μεταβλητών και χρησιμοποιείται για προβλήματα όπου κάποιες αποφάσεις είναι διακριτές. Οι Jonathan Chase, Jiali Du, Na Fu, Truc Viet Le Hoong Chuin Lau [2], ανέπτυξαν ένα MILP μοντέλο που στοχεύει στη μείωση του χρόνου απόκρισης των δυνάμεων επιβολής του νόμου. Το μοντέλο διαχειρίζεται πόρους με γνώμονα την ελαχιστοποίηση χρόνων απόκρισης, μέσω στρατηγικών τοποθετήσεων τους σε κρίσιμες τοποθεσίες, αντίστοιχα με την ανάγκη τοποθέτησης αεροσκαφών σε καίριες θέσεις.

Στην παρούσα εργασία, η χρήση του MILP καθιστά δυνατή την προσδιοριστική επίλυση της τοποθέτησης των μέσων αεροπυρόσβεσης με τρόπο που καλύπτει αποτελεσματικά περιοχές υψηλού κινδύνου.

2.3. Στοχαστική Μοντελοποίηση στην Κατανομή Πόρων Πυρόσβεσης

Τα στοχαστικά μοντέλα παρέχουν ένα ευέλικτο πλαίσιο για τον χειρισμό

της αβεβαιότητας, ειδικά σε δυναμικά περιβάλλοντα όπως η πυρόσβεση, όπου ο κίνδυνος πυρκαγιάς επηρεάζεται από απρόβλεπτες παράγοντες όπως οι καιρικές συνθήκες. Οι Geoffrey Pettet, Mykel J. Kochenderfer, Ayan Mukhopadhyay, Abhishek Dubey [3], εφαρμόζουν μια προσέγγιση πολυπαραμετρική για την κατανομή πόρων σε δυναμικές συνθήκες. Αυτό το μοντέλο, το οποίο βασίζεται στη διαχείριση πολλών παραμέτρων με προσομοιώσεις, προσφέρει καλύτερη διαχείριση πόρων με στόχο την κάλυψη περιοχών που υπόκεινται σε μεταβαλλόμενο επίπεδο κινδύνου.

Αντίστοιχα, το στοχαστικό μοντέλο της διατριβής, υιοθετεί μια παρόμοια προσέγγιση αντιμετωπίζοντας το επίπεδο σημαντικότητας (ILi) κάθε περιοχής ως στοχαστική μεταβλητή, με τις τιμές της να λαμβάνονται από την κατανομή πιθανότητας που βασίζεται σε ιστορικά δεδομένα κινδύνου πυρκαγιάς. Αυτή η στοχαστική προσέγγιση επιτρέπει στο μοντέλο να λαμβάνει υπόψη τον διαφορετικό κίνδυνο πυρκαγιάς ανά περιοχή, παρέχοντας μια στέρα στρατηγική κατανομής πόρων σε διάφορα πιθανά σενάρια.

2.4. Multi-Objective συναρτήσεις και επιταχυνόμενος αλγόριθμος Benders

Μια κύρια επιρροή στην παρούσα εργασία, είναι η δημοσίευση από τους Ashkan Fakhri, Antonios Fragkogios, Georgios K. D. Saharidis [4]. Στο άρθρο αυτό παρουσιάζεται μια multiobjective προσέγγιση για την επίλυση ενός προβλήματος μέγιστης κάλυψης, όπου ο στόχος είναι να βελτιστοποιηθεί η τοποθέτηση πολλαπλών τύπων πόρων σε σημεία κάλυψης. Μία από τις κύριες συνεισφορές του άρθρου είναι η χρήση επιπέδων σημασίας για την προτεραιοποίηση ορισμένων σημείων κάλυψης (παρόμοια με τη χρήση του ILi για την προτεραιοποίηση υψηλού κινδύνου των περιοχών στον Ελλαδικό χώρο).

Επιπλέον, το μοντέλο που προτείνεται στην υπόψη δημοσίευση, ενσωματώνει πολλαπλά μέσα για την κάλυψη των σημείων ζήτησης, στοιχείο που τελεί σε αντιστοιχία με τη χρήση διαφορετικών τύπων μέσων αεροπυρόσβεσης. Παρόλο που οι συνθήκες του προβλήματος διαφέρουν, η μεθοδολογία της δημοσίευσης που χρησιμοποιεί multiobjective συναρτήσεις και επίπεδα σημαντικότητας, παρέχει πολύτιμες πληροφορίες για τη βελτιστοποίηση της κατανομής πόρων υπό περιορισμούς. Επιπρόσθετα, ο επιταχυνόμενος αλγόριθμος Benders βελτιώνει την αποδοτικότητα της επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας σαν το εξεταζόμενο, χαρακτηριστικό που ενδεχομένως θα μπορούσε να εξεταστεί σε μελλοντικές επεκτάσεις του παρόντος έργου.

3. Επισκόπηση Μαθηματικού Προγραμματισμού

Ο γραμμικός προγραμματισμός (Linear Programming - LP) είναι μια ευρέως χρησιμοποιούμενη μαθηματική τεχνική για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Περιλαμβάνει τη βελτιστοποίηση μιας γραμμικής αντικειμενικής συνάρτησης, υπό την προϋπόθεση ικανοποίησης ενός συνόλου γραμμικών εξισώσεων και ανισοτήτων. Η απλότητα και η αποδοτικότητα του LP το καθιστούν κατάλληλο για ένα εύρος εφαρμογών, όπως η εφοδιαστική, η κατανομή πόρων και ο προγραμματισμός. Πολλά προβλήματα του πραγματικού κόσμου, όπως η

κατανομή μέσων αεροπυρόσβεσης για την καταπολέμηση δασικών πυρκαγιών, περιλαμβάνουν αποφάσεις που είναι εγγενώς διακριτές, κάνοντας τον τυπικό γραμμικό προγραμματισμό ανεπαρκή. Εδώ εισέρχεται ο ακέραιος προγραμματισμός (Integer Programming - IP) και ο μικτός ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός (Mixed-Integer Linear Programming - MILP).

3.1. Γραμμικός Προγραμματισμός (LP)

Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται για να επιτευχθεί το βέλτιστο αποτέλεσμα, όπως η μεγιστοποίηση του κέρδους ή η ελαχιστοποίηση του κόστους, σε ένα μαθηματικό μοντέλο του οποίου οι απαιτήσεις εκφράζονται με γραμμικές σχέσεις. Στην πιο βασική του μορφή, το LP μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\text{Maximize/Minimize } c^T x$$

$$\text{Subject to: } Ax \leq b$$

όπου x είναι το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης, c είναι το διάνυσμα των συντελεστών που αντιπροσωπεύουν τα κόστη ή τις αποδόσεις, A είναι ο πίνακας των συντελεστών για τους περιορισμούς και b είναι το διάνυσμα των ορίων των περιορισμών.

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία, ο γραμμικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση της τοποθέτησης αεροσκαφών πυρόσβεσης. Ωστόσο, δεν είναι όλες οι μεταβλητές συνεχείς, ενώ κάποιες αποφάσεις, όπως η απόφαση να τοποθετηθεί ένα αεροσκάφος σε μια συγκεκριμένη τοποθεσία, αντιπροσωπεύονται από δυαδικές μεταβλητές (είτε τοποθετείται είτε όχι). Ως εκ τούτου, ο γραμμικός προγραμματισμός πρέπει να τροποποιηθεί/επεκταθεί ώστε να περιλαμβάνει ακέραιες μεταβλητές, δημιουργώντας έτσι τον Ακέραιο Γραμμικό Προγραμματισμό (Integer Linear Programming - ILP) και τον Μικτό Ακέραιο Γραμμικό Προγραμματισμό (MILP).

3.2. Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP)

Ο MILP αποτελεί, όπως προαναφέρθηκε, επέκταση του LP, που επιτρέπει σε κάποιες ή σε όλες τις μεταβλητές απόφασης να λάβουν ακέραιες τιμές. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό σε καταστάσεις όπου οι αποφάσεις είναι δυαδικές, όπως εάν θα τοποθετηθεί αεροσκάφος σε μια συγκεκριμένη τοποθεσία. Τα μοντέλα MILP ορίζονται ως:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize/Minimize } c^T x \\ & \text{Subject to: } Ax \leq b, \quad x_i \in \mathbb{Z} \quad \forall i \end{aligned}$$

όπου κάποια ή όλα τα στοιχεία του x είναι περιορισμένα να λάβουν ακέραιες τιμές.

Στο μοντέλο αυτής της διπλωματικής εργασίας, οι μεταβλητές απόφασης είναι δυαδικές, πράγμα που σημαίνει ότι μπορούν να λάβουν μόνο τιμές 0 ή 1. Αυτές οι ακέραιες μεταβλητές είναι ζωτικής σημασίας για να διασφαλιστεί ότι η λύση είναι ρεαλιστική και υλοποιήσιμη στον πραγματικό κόσμο.

3.3. Ντετερμινιστικός Προγραμματισμός

Η προσδιοριστική έκδοση του παρουσιαζόμενου μοντέλου χρησιμοποιεί τον MILP για την κατανομή πόρων με βάση προκαθορισμένα επίπεδα σημαντικότητας (ILi) για κάθε περιοχή, ενώ η στοχαστική έκδοση ενσωματώνει την αβεβαιότητα προσομοιώνοντας διάφορα σενάρια κινδύνου πυρκαγιάς.

3.4. Στοχαστικός Προγραμματισμός

Ο στοχαστικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση προβλημάτων βελτιστοποίησης που εμπεριέχουν αβεβαιότητα. Σε αυτά τα μοντέλα, κάποια από τα δεδομένα εισόδου είναι αβέβαια και αντιπροσωπεύονται από τυχαίες μεταβλητές με γνωστές κατανομές πιθανοτήτων. Ο στόχος του στοχαστικού προγραμματισμού είναι να βρεθεί μια λύση που να είναι εφικτή για όλες τις δυνατές εκδοχές των δεδομένων και να βελτιστοποιεί την αναμενόμενη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει τη λήψη πιο ανθεκτικών αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας, παρέχοντας πληροφορίες για το πώς οι στρατηγικές κατανομής πόρων αποδίδουν υπό μεταβαλλόμενες συνθήκες.

Εν προκειμένω, το επίπεδο σημαντικότητας (ILi) κάθε περιοχής αντιμετωπίζεται ως στοχαστική μεταβλητή, με τιμές που ακολουθούν μια κατανομή πιθανοτήτων βασισμένη σε ιστορικά δεδομένα κινδύνου πυρκαγιάς. Αυτό επιτρέπει στο μοντέλο να λαμβάνει υπόψη τη μεταβλητότητα του κινδύνου πυρκαγιάς και να παρέχει μια πιο ευέλικτη στρατηγική κατανομής. Με την εκτέλεση του μοντέλου πολλές φορές (π.χ. 100 ή περισσότερες επαναλήψεις), δημιουργείται ένα εύρος δυνατών αποτελεσμάτων, τα οποία μπορούν στη συνέχεια να αναλυθούν για τον εντοπισμό προτύπων και τη βελτίωση της λήψης αποφάσεων.

4. Μεθοδολογία

4.1 Εισαγωγή στην Προσομοίωση Monte Carlo

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται για την κατανόηση της επίδρασης της αβεβαιότητας σε μαθηματικά μοντέλα. Στην

κλασική εκδοχή της, το μοντέλο τροφοδοτείται με τυχαία δείγματα από μια καθορισμένη κατανομή πιθανοτήτων για κάθε στοχαστική μεταβλητή, και στη συνέχεια εκτελείται πολλές φορές για την παραγωγή διαφορετικών σεναρίων. Με αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να αποκτήσουμε μια κατανομή των δυνατών αποτελεσμάτων και να αντλήσουμε συμπεράσματα για τη συμπεριφορά του συστήματος υπό διαφορετικές συνθήκες. Η μέθοδος Monte Carlo είναι χρήσιμη σε μια πληθώρα προβλημάτων, όπως η πρόβλεψη της κατανομής πόρων σε καταστάσεις αβεβαιότητας, όπου οι μεταβλητές απόφασης μπορούν να επηρεαστούν από ασταθείς παράγοντες, όπως το επίπεδο κινδύνου πυρκαγιάς.

4.2 Η Τριχοτομική Προσέγγιση

Η τριχοτομική μέθοδος αποτελεί μια προσέγγιση που διαιρεί τα αποτελέσματα της προσομοίωσης σε τρεις κατηγορίες ή ζώνες:

1. **Ναι (Yes):** Αν ένα δεδομένο υποψήφιο σημείο (π.χ. ένα αεροδρόμιο για την τοποθέτηση μέσων πυρόσβεσης) εμφανίζεται σε περισσότερες από το 90% των επαναλήψεων, τότε η τοποθεσία αυτή θεωρείται "βέβαιη" επιλογή, και άρα κατατάσσεται στην κατηγορία «Ναι».
2. **Όχι (No):** Αν το υποψήφιο σημείο εμφανίζεται σε λιγότερο από το 10% των επαναλήψεων, τότε η τοποθεσία αυτή θεωρείται μη-αποδεκτή και κατατάσσεται στην κατηγορία «Όχι».
3. **Αβέβαιο (Uncertain):** Όταν η συχνότητα εμφάνισης του υποψηφίου σημείου βρίσκεται ανάμεσα στο 10% και το 90%, τότε η τοποθεσία θεωρείται αβέβαιη και κατατάσσεται στην κατηγορία «Αβέβαιο».

Σημειώνεται ότι αντί για το κριτήριο 90%/10% μπορεί να χρησιμοποιηθεί διαφορετικό, πχ 85%/15%, το οποίο είναι αυστηρότερο ή χαλαρότερο όπως 95%/5%. Όμως το πρώτο είναι ένα τυπικό κριτήριο που χρησιμοποιείται σε αρκετές περιπτώσεις. Επίσης ενδέχεται να μην είναι δυνατή η εξεύρεση λύσης αν υιοθετηθεί ένα αυστηρό κριτήριο και να απαιτείται η υιοθέτηση ενός πιο χαλαρού.

Η ανωτέρω κατηγοριοποίηση επιτρέπει μια περισσότερη σαφή ερμηνεία των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, καθώς βοηθά στον εντοπισμό των σημείων που εμφανίζονται συστηματικά και εκείνων που δεν προσφέρουν ιδιαίτερα σταθερές λύσεις.

4.3 Εφαρμογή της Τριχοτομικής Μεθόδου Monte Carlo

Στο μοντέλο της παρούσας εργασίας, η τριχοτομική μέθοδος Monte Carlo εφαρμόζεται για την κατανομή των μέσων αεροπυρόσβεσης. Η διαδικασία ξεκινά με την εκτέλεση του στοχαστικού μοντέλου για έναν αριθμό επαναλήψεων (π.χ. 100), όπου κάθε επανάληψη χρησιμοποιεί διαφορετικές τιμές για τις στοχαστικές μεταβλητές, βασισμένες στις κατανομές πιθανοτήτων των επιπέδων κινδύνου

πυρκαγιάς (ILi).

Αφού εκτελεστεί το μοντέλο, τα αποτελέσματα καταγράφονται και αναλύονται. Κάθε υποψήφια τοποθεσία για την τοποθέτηση μέσων πυρόσβεσης εξετάζεται με βάση τη συχνότητα εμφάνισής της, στις επαναλήψεις του μοντέλου. Μέσω της τριχοτομικής μεθόδου, οι υποψήφιες τοποθεσίες κατηγοριοποιούνται ως «Ναι», «Όχι» ή «Αβέβαιο», όπως περιγράφηκε παραπάνω.

4.4 Οφέλη της Τριχοτομικής Μεθόδου

1. **Απλούστευση των Αποφάσεων:** Η τριχοτομική μέθοδος επιτρέπει τη λήψη αποφάσεων με βάση σαφείς κανόνες. Τα σημεία που βρίσκονται στην κατηγορία «Ναι» μπορούν να θεωρηθούν άμεσα αποδεκτά για την τοποθέτηση πόρων, ενώ τα σημεία στην κατηγορία «Όχι» μπορούν να αποκλειστούν. Αυτό μειώνει το πεδίο αβεβαιότητας και διευκολύνει τη λήψη αποφάσεων.

2. **Ρεαλιστικότητα:** Η κατηγοριοποίηση αυτή καθιστά τη στρατηγική κατανομής πόρων πιο ρεαλιστική, καθώς λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα που συνδέεται με την εκδήλωση δασικών πυρκαγιών σε κάθε περιοχή.

3. **Ευελιξία:** Η τριχοτομική μέθοδος παρέχει επίσης πληροφορίες για τις τοποθεσίες που εμφανίζονται σε διαφορετικά ποσοστά επαναλήψεων, επιτρέποντας στους υπεύθυνους λήψης αποφάσεων να εστιάσουν σε περιοχές με μεγαλύτερη ή μικρότερη αβεβαιότητα και να αναπτύξουν στρατηγικές προσαρμοσμένες σε αυτές τις περιπτώσεις.

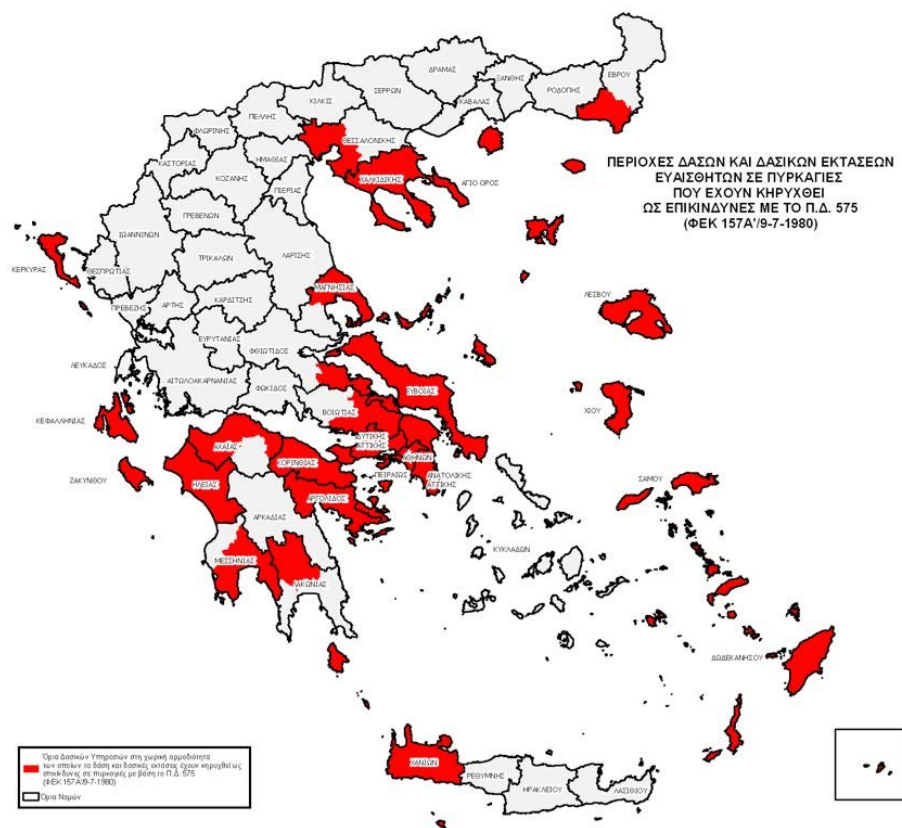
4. **Βελτιστοποίηση Αξιοποίησης Πόρων:** Η χρήση της τριχοτομικής μεθόδου βοηθά στη βελτιστοποίηση της αξιοποίησης των πόρων πυρόσβεσης, καθώς οι αποφάσεις για την κατανομή των αεροσκαφών λαμβάνονται βάσει των δεδομένων που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις. Οι περιορισμένοι πόροι μπορούν να κατευθυνθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια σε περιοχές με αυξημένο κίνδυνο και χαμηλή αβεβαιότητα.

Εκ των ανωτέρω προκύπτει ότι η τριχοτομική μέθοδος Monte Carlo είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάλυση και βελτιστοποίηση της κατανομής πόρων σε περιβάλλοντα με αβεβαιότητα και η εφαρμογή της στο υπό εξέταση μοντέλο για την κατανομή μέσων αεροπυρόσβεσης βοηθά στη λήψη πιο στοχευμένων αποφάσεων, λαμβάνοντας υπόψη τη στοχαστική φύση του κινδύνου πυρκαγιάς σε κάθε περιοχή. Μέσω αυτής της μεθόδου, το μοντέλο μπορεί να εντοπίσει σταθερές λύσεις για τις υποψήφιες θέσεις (αεροδρόμια) τοποθέτησης των μέσων, παρέχοντας μια σαφή στρατηγική για την κατανομή των πόρων σε περιόδους κρίσης.

4.5 Περιγραφή Προβλήματος

Η επίλυση του προβλήματος βέλτιστης κατανομής των πυροσβεστικών μέσων της ΠΑ, στηρίχθηκε στην παραδοχή ότι κάθε σημείο της επικράτειας χρήζει προστασίας. Σύμφωνα με τον ΠΔ 575/1980 Προεδρικό Διάταγμα (ΦΕΚ 157 Α') «Περί κηρύξεως ιδιαιτέρως ευαίσθητων εις πυρκαγιάς περιοχών δασών και δασικών

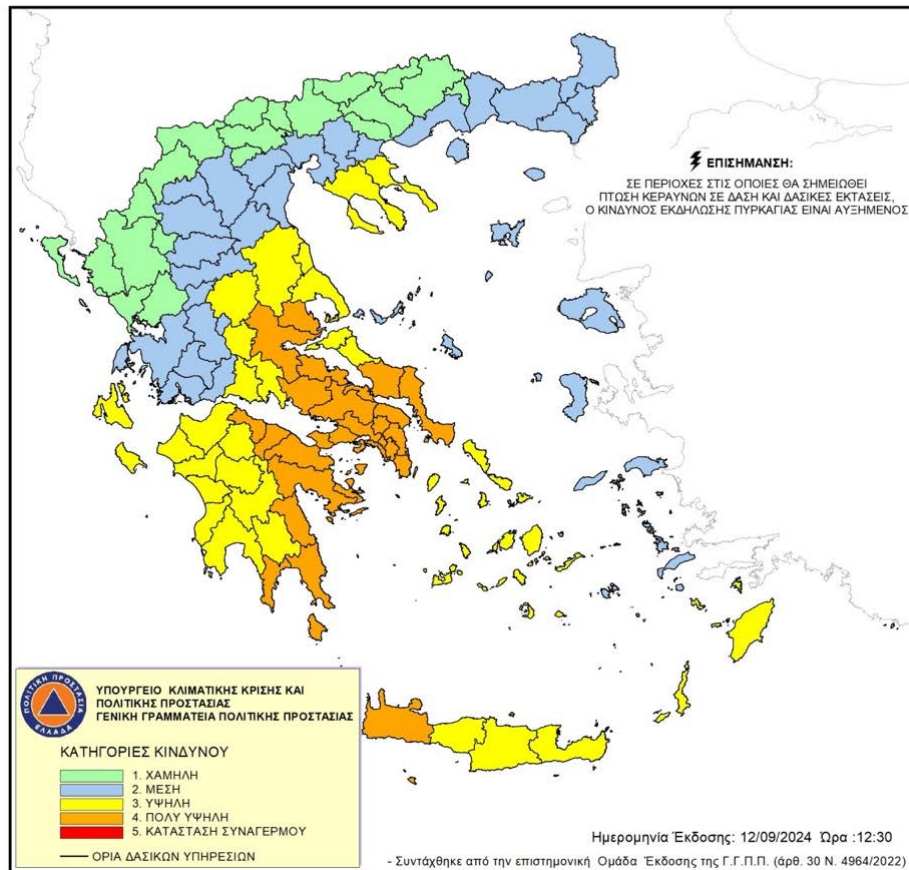
εκτάσεων ως επικίνδυνων» κάποιες περιοχές (με κόκκινο στον παρακάτω χάρτη) χρήζουν περισσότερης προσοχής.



Εικόνα 4.1: Χάρτης Δείκτη Επικινδυνότητας

Η απαιτούμενη προσοχή και η θέση του μηχανισμού δασοπυρόσβεσης σε εγρήγορση, επικαιροποιείται σε καθημερινή βάση με την έκδοση των χαρτών πρόβλεψης επικινδυνότητας για εκδήλωση πυρκαγιάς. Οι υπόψη χάρτες εκδίδονται κάθε μέρα και αφορούν την επόμενη ημέρα από την έκδοσή τους και απεικονίζουν την επικράτεια με αποτυπωμένο ένα χρώμα σε κάθε περιοχή όπως στην παρακάτω εικόνα.

**ΧΑΡΤΗΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΠΥΡΚΑΓΙΑΣ ΠΟΥ ΙΣΧΥΕΙ ΓΙΑ
Παρασκευή 13/09/2024**



Εικόνα 4.2: Χάρτης Πρόβλεψης Κινδύνου Πυρκαγιάς

Κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε ένα δείκτη επικινδυνότητας με το ανοιχτό πράσινο να αντιστοιχεί στο χαμηλότερο ρίσκο (τιμή δείκτη 1) και το κόκκινο στο μεγαλύτερο ρίσκο (τιμή δείκτη 5), ενώ οι τιμές δείκτη 2, 3 και 4 αντιπροσωπεύονται από τα χρώματα, γαλάζιο, κίτρινο και πορτοκαλί αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι η διαμόρφωση του υπόψη ημερήσιου χάρτη, λαμβάνει υπόψη τον χάρτη ευαίσθητων περιοχών που αναφέρθηκε νωρίτερα, καθώς και τις αναμενόμενες κλιματολογικές συνθήκες, με ιδιαίτερα επιβαρυντικούς παράγοντες, την αυξημένη θερμοκρασία, τους ισχυρούς ανέμους, την ξηρασία και την εκδήλωση κεραυνών.

Για τις ανάγκες του προβλήματος, από τα μέσα που ανήκουν μόνιμα στη χώρα, ελήφθησαν υπόψη τα πυροσβεστικά Α/Φ CL-215 και CL-415, τα οποία επιτελούν και το μεγαλύτερο τμήμα του έργου της εναέριας δασοπυρόσβεσης.



Εικόνα 4.3: Α/Φ CL-215



Εικόνα 4.4: Α/Φ CL-415

Η κύρια διαφορά μεταξύ των δύο τύπων είναι οι κινητήρες, με το CL-215 να χρησιμοποιεί εμβολοφόρους αστεροειδείς της Rolls Royce ενώ το CL-415 ελικοφόρο στροβιλοκινητήρα (turboprop) της Pratt & Whitney Canada. Επίσης το CL-415 έχει ελαφρώς μεγαλύτερες δεξαμενές νερού και πιο σύγχρονα ανίονics.

Επίσης, ελήφθησαν υπόψη τα μισθωμένα από το Ελληνικό κράτος μέσα, τα οποία κατά το έτος 2024 είναι τα εξής:

α. Α/Φ AIR TRACTOR AT-802 FIRE BOSS



Εικόνα 4.5: Α/Φ AIR TRACTOR

β. Ε/Π SIKORSKY S-64 ERICKSON



Εικόνα 4.6: Ε/Π S-64

γ. Ε/Π BELL-214ST



Εικόνα 4.7: Ε/Π BELL-214 ST

δ. Ε/Π ΚΑΜΟΝ Ka-32.



Εικόνα 4.8: Ε/Π ΚΑΜΟΝ Ka-32

Τα Α/Φ ΡΖΛ, τα οποία ανήκουν στο στόλο της ΠΑ, δεν ελήφθησαν υπόψη γιατί δεν έχουν δυνατότητα υδροληψίας και απαιτείται η προσγείωση τους μετά από

κάθε άφεση. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την πολύ μικρή χωρητικότητα των δεξαμενών που φέρει αυτός ο τύπος Α/Φ, το καθιστούν πρακτικά ανάξιο σύγκρισης με τα υπόλοιπα μέσα. Ως εκ τούτου, το πρόβλημα βέλτιστης κατανομής τους, κρίνεται σκόπιμο να εξεταστεί εφόσον απαιτηθεί, μεμονωμένα και όχι συνδυαστικά με τα υπόλοιπα μέσα.

Οι δυνατότητες των Α/Φ CL-215 και CL-415 είναι παραπλήσιες, πλην όμως, λόγω παλαιότητας των CL-215, η αξιοπιστία τους (όπως προκύπτει από τα τηρούμενα στατιστικά στοιχεία βλαβών), θεωρείται σημαντικά υποδεέστερη από αυτή των CL-215. Λόγω αδυναμίας εύρεσης στατιστικών στοιχείων αξιοπιστίας των μισθωμένων μέσων, θεωρήθηκε ίδια με αυτή των CL-415. Ως εκ τούτου, υιοθετήθηκε ένας συντελεστής αξιοπιστίας ίσος με 2 για όλα τα μέσα, πλην των Α/Φ CL-215, για τα οποία λήφθηκε υπόψη η τιμή 1.

Η ταχύτητα πλεύσης, η αυτονομία, η εμβέλεια, και η χωρητικότητα των δεξαμενών των προαναφερθέντων τύπων, απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 4.1: Χαρακτηριστικά Μέσων Εναέριας Δασοπυρόσβεσης

	CL415	CL215	AIR TRACTOR	S-64	BELL 214ST	KAMOV Ka 32	PZL
ΔΥΝΑΜΗ	7	10	18	8	14	5	22
CRUISE SPEED (Knots)	160	130	140	115	140	110	110
WATER CAPACITY (tn)	6	5	3,1	7	2,6	5	2,5
RANGE (nm)	N/A	N/A	545	230	420	530	N/A
AUTONOMY (hours)	3,5	3	3,9	2,0	3,0	4,8	3

Σημειώνεται ότι η διάρκεια πτήσης, περιορίζεται για λόγους ασφάλειας (λόγω κόπωσης πληρωμάτων), στις 3.5 ώρες για τα Α/Φ CL-415 και στις 3 ώρες για τα Α/Φ CL-215, συνεπώς η αυτονομία για τους 2 αυτούς τύπους, δεν προκύπτει ως πηλίκο της εμβέλειας δια της ταχύτητας πλεύσης. Για τα μισθωμένα μέσα, η αυτονομία δεν υπόκειται σε τέτοιου είδους περιορισμούς.

Προκειμένου να γίνει μια διακριτοποίηση αναφορικά με την παραγωγικότητα κάθε μέσου, λαμβάνοντας υπόψη στοιχεία ταχύτητας πλεύσης, χωρητικότητας δεξαμενών και αυτονομίας βάσει κατασκευαστικών (κατανάλωση καυσίμου/χωρητικότητα δεξαμενών καυσίμου) ή επιχειρησιακών περιορισμών (μέγιστος χρόνος πτήσης για λόγους ασφάλειας πτήσεων), υιοθετήθηκε ο συντελεστής παραγωγικότητας κάθε μέσου. Επί της ουσίας, ο υπόψη συντελεστής αντικατοπτρίζει τη συνολική ποσότητα νερού που ρίπτεται επί του πεδίου, ανά έξοδο Α/Φ ή Ε/Π, ως συνάρτηση της ποσότητας του νερού που λαμβάνεται σε κάθε υδροληψία και ρίπτεται ακολούθως και του πλήθους των υδροληψιών που δύνανται να εκτελεστούν σε κάθε έξοδο, ως συνάρτηση της ταχύτητας πλεύσης και της αυτονομίας κάθε μέσου. Αν υποθεθεί ότι σε μια πυρκαγιά, η απόσταση της εστίας της φωτιάς από την περιοχή υδροληψίας είναι S , τότε για χωρητικότητα δεξαμενών νερού Q , μέση ταχύτητα πλεύσης U και αυτονομία T , η προαναφερθείσα συνολική ποσότητα νερού είναι $Q \cdot T / (2 \cdot S / U)$ ή με αναδιάταξη $Q \cdot T \cdot U / (2 \cdot S)$.

Με βάση την ανωτέρω ανάλυση προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Πίνακας 4.2: Εμπλουτισμένος Πίνακας Χαρακτηριστικών Μέσων Αεροπυρόσβεσης

	CL415	CL215	AIR TRACTOR	S-64	BELL 214ST	KAMOV Ka 32
ΔΥΝΑΜΗ	7	10	18	8	14	5
CRUISE SPEED (Knots)	160	130	140	115	140	110
WATER CAPACITY	6	5	3,1	7	2,6	5
RANGE	N/A	N/A	545	230	420	530
AUTONOMY	3,5	3	3,5	2	3	4,1
PRODUCTIVITY	3360/(2*S)	1950/(2*S)	1519/(2*S)	1610/(2*S)	1092/(2*S)	2255/(2*S)
RELATIVE PRODUCTIVITY COEFFICIENT	1,00	0,58	0,45	0,48	0,33	0,67

Ο σχετικός συντελεστής παραγωγικότητας της τελευταίας γραμμής του πίνακα, προκύπτει θέτοντας την τιμή 1 στο CL-415, το οποίο έχει τη μεγαλύτερη παραγωγικότητα ως αποτέλεσμα του γινομένου ταχύτητας, χωρητικότητας νερού και αυτονομίας. Ο σχετικός συντελεστής παραγωγικότητας για τα υπόλοιπα μέσα, προκύπτει ως ποσοστό της μέγιστης παραγωγικότητας, ήτοι 58%, άρα συντελεστής 0,58 για το CL-215, 0,45 για το S-64 κ.ο.κ.

Οι θέσεις στο έδαφος που μπορούν να δεχτούν κλιμάκια, έχουν επιλεγεί βάση των υποδομών που ήδη υπάρχουν και μπορούν να παρέχουν υποστήριξη και εξυπηρέτηση στα Α/Φ και στα πληρώματα.

Τα σημεία αυτά για τα Α/Φ CL-415 και CL-215 είναι υπάρχοντα αεροδρόμια στις περιοχές της Θεσσαλονίκης, της Ελευσίνας, της Ανδραβίδας, του Ακτίου, του Βόλου και της Σάμου:



Εικόνα 4.9: Θέσεις Ανάπτυξης Α/Φ CL-215/415

Πλέον των ανωτέρω σημείων διασποράς, τα μισθωμένα μέσα, αναπτύσσονται στο Α/Δ Τανάγρας, στο Α/Δ Τατοΐου, στο Α/Δ Καλαμάτας, στο Α/Δ Αράξου, στο Α/Δ Ηρακλείου, στο Α/Δ Ρόδου, στο Α/Δ Τρίπολης, στο Α/Δ Αλεξ/πολης, στο Α/Δ Ιωαννίνων, στο Α/Δ Χίου, στο Α/Δ Χανίων, στο Α/Δ Μυτιλήνης, στο Α/Δ Νάξου και στο Α/Δ Χρυσούπολης:



Εικόνα 4.10: Θέσεις Ανάπτυξης Μισθωμένων Μέσων

Τα πιθανά σημεία ανάπτυξης μέσων αεροπυρόσβεσης, τόσο για τα ιδιόκτητα, όσο και για τα μισθωμένα, είναι 20 συνολικά, με τα ιδιόκτητα μέσα, να χρησιμοποιούν μόνο 6 εξ από αυτά.

Για την τυποποίηση και επίλυση της συγκεκριμένης άσκησης, διακριτοποιήσαμε την επικράτεια της Ελλάδας, βάση γεωγραφικής έκτασης καθώς και επιπέδου σημαντικότητας και λαμβάνοντας το κέντρο κάθε τέτοιας περιοχής, ελήφθησαν **79** σημεία κάλυψης.

Προκειμένου να βρεθεί η βέλτιστη κατανομή των μέσων, απαιτείται η γνώση των αποστάσεων σε ευθεία γραμμή (Great Circle Tracks) από κάθε σημείο ανάπτυξης, προς κάθε ένα από τα 79 σημεία κάλυψης. Για το σκοπό αυτό βρέθηκαν οι γεωμετρικές συντεταγμένες τόσο των 20, όσο και των 79 προαναφερθέντων σημείων, ενσωματώθηκαν σε ένα αρχείο excel και τροφοδοτήθηκαν στο λογισμικό ChatGPT, το οποίο αυτόματα υπολόγισε τις αποστάσεις από/προς όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μεταξύ σημείων απογείωσης και σημείων ενδιαφέροντος.

Λαμβάνοντας όλα τα ανωτέρω στοιχεία το πρόβλημα ορίζεται ως η βέλτιστη κατανομή των Α/Φ και Ε/Π εναέριας δασοπυρόσβεσης, έτσι ώστε στα πιθανά σημεία εκδήλωσης πυρκαγιάς, να καταφτάνουν τα περισσότερα δυνατά, στο λιγότερο δυνατό χρόνο και να ρίπτουν τη μεγαλύτερη δυνατή ποσότητα νερού ανά έξοδο, λαμβάνοντας υπόψη επιχειρησιακούς ή κατασκευαστικούς περιορισμούς.

Το πρόβλημα μοντελοποιήθηκε με δύο με 2 τρόπους, με τον πρώτο να

είναι ντετερμινιστικός και ο δεύτερος στοχαστικός:

α. Κατά τον πρώτο, ορίστηκαν επίπεδα σημαντικότητας σύμφωνα με τον χάρτη ευαίσθητων περιοχών, με τιμές αυθαίρετα επιλεγμένες. Συγκεκριμένα, οι λιγότερο σημαντικές περιοχές λαμβάνουν την τιμή 1, οι περισσότερες σημαντικές την τιμή 3 και η περιοχή της Αττικής την τιμή 5.

β. Σύμφωνα με το στοχαστικό δεύτερο μοντέλο, τα επίπεδα σημαντικότητας ανά περιοχή δεν προαποφασίστηκαν, αλλά έγινε αναδρομή στα ιστορικά στοιχεία των 2 παρελθόντων ετών, από το αρχείο χαρτών πρόβλεψης επικινδυνότητας που τηρεί η Γενική Γραμματεία Πολιτικής Προστασίας στον ιστότοπο της. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίστηκε η κατανομή πιθανότητας του δείκτη επικινδυνότητας έκαστης περιοχής και το μοντέλο “έτρεξε” Ν φορές με κάθε περιοχή να λαμβάνει κάθε φορά τυχαίο δείκτη με βάση την υπόψη κατανομή. Μετά από την ολοκλήρωση κάθε πακέτου των Ν επαναλήψεων, εφαρμόζεται η τριχοτομική μέθοδος MONTE CARLO, με κριτήριο σύγκλισης αυθαίρετα επιλεγμένο και η διαδικασία επαναλαμβάνεται για αριθμό φάσεων. Το πλήθος των φάσεων επιλέχθηκε κατόπιν εκτέλεσης διαδοχικών δοκιμών προκειμένου μετά το τέλος της τελευταίας φάσης να προκύπτει ένα εύρος αποτελεσμάτων, στο οποίο το πλήθος των λύσεων που ανήκουν στην ενδιάμεση (UNCERTAIN) κατηγορία να είναι το ελάχιστο δυνατό. Οι λύσεις, οι οποίες μετά την ολοκλήρωση όλων των φάσεων παραμένουν στην υπόψη κατηγορία, ήτοι δεν εμφανίζονται στο σύνολο των Ν επαναλήψεων της τελευταίας φάσης, υπολογίζονται ως ο Μ.Ο των λύσεων για το σύνολο των υπόψη επαναλήψεων, όπως θα εξηγηθεί στη συνέχεια.

Για την επίλυση του προβλήματος έγιναν οι παρακάτω παραδοχές:

α. Αγνοήθηκε ο χρόνος που απαιτείται για κάθε μέσο από τη στιγμή που δίνεται η εντολή για Α/Γ μέχρι την τη στιγμή που βρίσκεται στον αέρα, καθώς θεωρήθηκε κοινή για όλα τα μέσα και ίση με 30' περίπου.

β. Αγνοήθηκε το VERTICAL NAVIGATION, δηλαδή η κίνηση στον κατακόρυφο άξονα κάθε μέσου (άνοδος, ΕΟΠ, κάθοδος), καθώς και τυχόν ελιγμοί αμέσως μετά και κατά τη διάρκεια πτήσης (LATERAL NAVIGATION) και λήφθηκαν, για σκοπούς σύγκρισης και εξαγωγής συμπερασμάτων, μόνο τα GREAT CIRCLE TRACKS μεταξύ των σημείων. Ο λόγος είναι ότι οι ανωτέρω παράγοντες, πολλές φορές δεν αποτελούν σταθερές, ούτε μεταβάλλονται με το ίδιο τρόπο μεταξύ των διαφόρων τύπων, άρα υπεισέρχεται έντονα ο παράγοντας της στοχαστικότητας με τρόπο δύσκολο να προβλεφθεί και να μοντελοποιηθεί.

γ. Για τους ίδιους ακριβώς λόγους, περιορισμού της υπερβολικής πολυπλοκότητας του μοντέλου, η οποία ξεφεύγει από τους σκοπούς της παρούσας στο πλαίσιο εκπόνησης διπλωματικής εργασίας, δεν λήφθηκαν υπόψη παράγοντες στοχαστικότητας που αφορούν την αξιοπιστία κάθε μέσου (σε συνδυασμό με την απουσία στατιστικών στοιχείων βλαβών και ματαιώσεων ή καθυστερήσεων για Α/Γ των άλλων μέσων), όπως επίσης και παράγοντες στοχαστικότητας που αφορούν στις καιρικές συνθήκες στα σημεία κάλυψης και συγκεκριμένα στον τρόπο που αυτές μπορούν να επηρεάσουν τις επιχειρήσεις (για παράδειγμα το μέγιστο επιτρεπτό ύψος κύματος για υδροληψία είναι πολύ

μεγαλύτερο για τα CL-215/415 σε σύγκριση με τα AIR TRACTOR, ενώ δεν επηρεάζει καθόλου την υδροληψία των Ε/Π, τα οποία όμως είναι πιο επιρρεπή στους πλάγιους ανέμους κατά την πτήση τους κλπ). Οι καιρικές συνθήκες για τη διαμόρφωση του επιπέδου σημαντικότητας, λήφθηκαν ωστόσο υπόψη στο 2ο στοχαστικό μοντέλο.

Παρά τις προαναφερθείσες παραδοχές, το μοντέλο είναι σε θέση να δώσει αρκετά ρεαλιστικά αποτελέσματα και μπορεί να αποτελέσει βάση για περαιτέρω ανάπτυξη, ενσωματώνοντας τους παράγοντες στοχαστικότητας που προαναφέρθηκαν για ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια και ρεαλιστικότητα.

4.6 Μαθηματικό Μοντέλο

Σετ:

- M : Πλήθος διαφορετικών τύπων μέσων αεροπυρόσβεσης ($M = 6$)
- N : Πλήθος μέσων αεροπυρόσβεσης ($N = 62$)
- I : Αριθμός σημείων κάλυψης ($I = 79$).
- K : Αριθμός υποψήφιων θέσεων τοποθέτησης εναέριων μέσων ($K = 20$)

Δείκτες:

- $m \in M$: Διαφορετικοί τύποι μέσων αεροπυρόσβεσης
- $n \in N$: Διαφορετικά μέσα αεροπυρόσβεσης
- $i \in I$: Διαφορετικά σημεία κάλυψης.
- $k \in K$: Υποψήφιες θέσεις τοποθέτησης εναέριων μέσων

Δεδομένα:

- D_{ik} : Απόσταση του σημείου i από την υποψήφια θέση k (Nautical Miles - n.m)
- U_n : Ταχύτητα του εναέριου μέσου n (Knots)
- R_n : Εμβέλεια του εναέριου μέσου n (n.m).
- G_{mk} : Δυαδική παράμετρος που ισούται με 1 αν η υποψήφια θέση k δύναται να εξυπηρετήσει το μέσο τύπου m και 0 αν όχι.
- H_{nm} : Δυαδική παράμετρος που ισούται με 1 αν το μέσο n είναι τύπου m και 0 αν όχι.
- MA : Βοηθητική σταθερά με αρκετά μεγάλη τιμή.
- w : Βοηθητική σταθερά διαφορετική του μηδενός.
- CC : Κριτήριο σύγκλισης λύσεων κατά την εφαρμογή της επαναληπτικής τριχοτομικής μεθόδου. Υποδεικνύει το ποσοστό άνω και κάτω από το οποίο, οι μη σίγουρες λύσεις θα θεωρούνται σίγουρες (είτε τοποθέτηση, είτε μη

τοποθέτηση μέσου). Εν προκειμένω έγινε πλήθος δοκιμών και διαπιστώθηκε ότι τιμές CC κάτω του 88% για το άνω όριο (και άρα άνω του 12% για το κάτω), δεν δύνανται να αποδώσουν λύση ανεξάρτητα από το πλήθος των επιλεγμένων επαναλήψεων ανά φάση (stage) της τριχοτομικής μεθόδου. Επίσης για την υπόψη τιμή του κριτηρίου σύγκλισης, αποδείχθηκε κατόπιν δοκιμών ότι, το πλήθος των επαναλήψεων δεν μπορεί να υπερβαίνει τις 100 επαναλήψεις ανά φάση.

- IL_i : Επίπεδο σημαντικότητας του σημείου κάλυψης i . Στο ντετερμινιστικό μοντέλο λαμβάνει την τιμή 5 για την περιοχή της Αττικής, 3 για τα σημαντικά και τιμή 1 για τα λιγότερα σημαντικά σημεία κάλυψης. Στο στοχαστικό μοντέλο λαμβάνει τυχαίες ακέραιες τιμές μεταξύ 1 και 5, βάσει της κατανομής πιθανότητας που υπολογίστηκε για κάθε σημείο από ιστορικά στοιχεία.

Για τον υπολογισμό της υπόψη κατανομής πιθανότητας, αντλήθηκαν στοιχεία της τελευταίας διετίας από τον ιστότοπο της Γενικής Γραμματείας Πολιτικής Προστασίας και ειδικότερα από τους ημερήσιους χάρτες επικινδυνότητας/πρόβλεψης πυρκαγιάς. Από τους υπόψη χάρτες, για κάθε μία από τις 79 περιοχές ενδιαφέροντος προέκυψαν τα ιστορικά στοιχεία ανά ημέρα για το δείκτη επικινδυνότητας και άρα η συχνότητα εμφάνισης κάθε τιμής, δηλαδή η κατανομή πιθανότητας του δείκτη επικινδυνότητας/σημαντικότητας για κάθε μία από τις 79 περιοχές n .

- A_n : Σχετικός συντελεστής αξιοπιστίας (Airworthiness) του μέσου n , ίσος με 2 για όλα τα μέσα, πλην του Α/Φ CL-215 για το οποίο λαμβάνεται τιμή 1.
- P_n : Σχετικός συντελεστής παραγωγικότητας (Relative Productivity Coefficient) του μέσου n .

Μεταβλητές Απόφασης :

- X_{nk} : Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το μέσο n τοποθετηθεί στη θέση k και 0 αν όχι.
- Y_{ink} : Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το σημείο i καλύπτεται από το μέσο n που είναι τοποθετημένο στην θέση k και 0 αν όχι.
- Z_k : Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-415 και 0 αν όχι.
- S_k : Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-215 και 0 αν όχι.

Εξαρτημένες Μεταβλητές :

- X_{mk} : Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το μέσο τύπου m τοποθετηθεί στη θέση k και 0 αν όχι.

- Y_{imk} : Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το σημείο i καλύπτεται από το μέσο τύπου m που είναι τοποθετημένο στην θέση k και 0 αν όχι.
- SUM_{mk} : Ακέραια μεταβλητή ίση με το σύνολο των μέσων τύπου m που είναι τοποθετημένα στην θέση k .

Αντικειμενική συνάρτηση:

$$\text{Minimize: } z = \sum_{n \in N} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} 1/IL_i * \left(\frac{D_{ik}}{U_n}\right) * Y_{ink} - w * \sum_{n \in N} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} IL_i * P_n * A_n * Y_{ink} \quad (1)$$

Όπως μπορεί να φανεί, είναι μια multiobjective αντικειμενική:

- Ο 1^{ος} όρος αντιπροσωπεύει το στόχο να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος που απαιτείται για τα μέσα να φτάσουν σε οποιοδήποτε σημείο κάλυψης, ιδιαίτερα στα σημαντικά.
- Ο 2^{ος} όρος αντιπροσωπεύει τον στόχο να μεγιστοποιηθεί ο αριθμός των σημείων που θα καλυφθούν, ειδικά τα σημαντικότερα και από τύπους μέσων αποδοτικότερους και περισσότερο αξιόπιστους. Προφανώς επειδή θέλουμε μεγιστοποίηση του δεύτερου αυτού όρου, τοποθετείται μείον έμπροσθεν του.

Η παράμετρος w μπορεί να επιλεγεί ανάλογα με το βάρος που θα θέλαμε να προσδώσουμε στους δύο όρους της συνάρτησης. Όπως προέκυψε/αποδείχθηκε από το αρχείο .lp που συνοδεύει έκαστη λύση, οι δύο όροι έχουν την ίδια τάξη μεγέθους και άρα μπορεί εύκολα να γίνει η κατάλληλη επιλογή της τιμής της υπόψη παραμέτρου ανάλογα με την έμφαση που απαιτείται να δοθεί. Ως εκ τούτου, αν $w = 1$ τότε οι δύο όροι έχουν την ίδια βαρύτητα. Εάν είναι μικρότερη από 1, αυτό κατανέμει τα μέσα ομοιόμορφα για την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου που απαιτείται και αν είναι μεγαλύτερη από 1, τότε φροντίζει να μεγιστοποιηθεί ο αριθμός των παραγωγικών και αξιόπιστων μέσων στα σημεία κάλυψης και ο αριθμός των σημείων κάλυψης, όπως εξηγήθηκε.

Περιορισμοί:

- Ο πρώτος περιορισμός εξασφαλίζει ότι κάθε μέσο θα τοποθετηθεί ακριβώς σε μία υποψήφια θέση.

$$\sum_{k \in K} X_{nk} = 1 \quad \forall n \in N, \quad (2)$$

- Ο δεύτερος περιορισμός χρησιμοποιείται για να εξασφαλίσει ότι αν ένα μέσο n είναι τοποθετημένο στη θέση k , τότε μπορεί να καλύψει τα σημεία i που βρίσκονται σε απόσταση από τη θέση k εντός της διπλάσιας εμβέλειάς του

[Περιορισμός (4)] και δεν μπορεί να καλύψει τα σημεία που δεν πληρούν αυτό το κριτήριο [Περιορισμός (3)], διότι κάθε μέσο πρέπει να απογειώνεται και να προσγειώνεται στο ίδιο σημείο. Είναι ένας διπλός περιορισμός, ο οποίος εξασφαλίζει και τη σύνδεση της μεταβλητής X_{nk} με τη μεταβλητή Y_{ink} .

Ο περιορισμός (4) δεν περιλαμβάνει τα Α/Φ CL-215/415 καθώς και τα AIR TRACTOR, διότι εξαιτίας του έντονου κυματισμού στη γύρω θάλασσα, αυτά αδυνατούν να επιχειρήσουν στη Ν. Κρήτη, λόγω της αδυναμίας τους να υδροδρομήσουν και να πάρουν νερό. Ως εκ τούτου, οι μεταβλητές Y_{ink} , για τα 5 i που αντιστοιχούν στην Κρήτη, και τα 35 n που αντιστοιχούν στους υπόψη τύπους μέσων, είναι ίσες με μηδέν, κάτι που εξασφαλίζεται από τον τέταρτο περιορισμό (5). Δηλαδή, ακόμη και αν αυτά τα μέσα τοποθετηθούν σε θέση k που είναι εντός της διπλάσιας εμβέλειας από την Κρήτη, η Κρήτη δεν θα καλύπτεται από αυτά.

$$M * (Y_{ink} - 1) \leq R_n * X_{nk} - 2 * D_{ik} \quad \forall i \in I, k \in K, n \in N \quad (3)$$

$$R_n * X_{nk} - 2 * D_{ik} \leq MA * Y_{ink} \quad \forall i \in I, k \in K, n \in N \quad n \neq 0, \dots, 34 \text{ και } i \neq 61, \dots, 65 \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} Y_{ink} \leq 0 \quad \forall i \in I, n \in N \quad (n = 0, \dots, 34 \quad i = 61, \dots, 65) \quad (5)$$

Οι επόμενοι περιορισμοί, καθώς και ο περιορισμός (5) και η ιδιαιτερότητα του περιορισμού (4), είναι εμπειρικοί και δεν είναι απόλυτα δεσμευτικοί, ωστόσο χρησιμοποιούνται για να προσδώσουν περισσότερο ρεαλισμό στο μοντέλο.

- Ο πέμπτος περιορισμός εξασφαλίζει ότι σε κάθε θέση θα τοποθετηθούν το πολύ 6 εναέρια μέσα. Ο περιορισμός αυτός προκύπτει εμπειρικά και δεν είναι απόλυτα δεσμευτικός, αλλά χρησιμοποιείται γιατί προσδίδει περισσότερο ρεαλισμό στο μοντέλο.

$$\sum_{n \in N} X_{nk} \leq 6 \quad \forall k \in K \quad (6)$$

- Ο έκτος περιορισμός εξασφαλίζει ότι στα αεροδρόμια της Αττικής Α/Δ Ελευσίνας και Α/Δ Τατοΐου), θα βρίσκονται τοποθετημένα τουλάχιστον 8 εναέρια μέσα όλων των τύπων. Παρομοίως πρόκειται για εμπειρικό περιορισμό.

$$\sum_{n \in N} X_{n4} + X_{n6} \geq 8 \quad (6)$$

γιατί το $k=4$ αντιστοιχίστηκε (αυθαίρετα) στο Α/Δ της Ελευσίνας και το $k=6$ αντιστοιχίστηκε (αυθαίρετα) στο Α/Δ Τατοΐου.

- Ο έβδομος και όγδοος περιορισμός αφορά μόνο τα Α/Φ CL-415 & 215 και εξασφαλίζει ότι σε κάθε θέση k , θα τοποθετούνται είτε 0, είτε από 2 και άνω Α/Φ του ίδιου τύπου.

$$2 * Z_k \leq \sum_{n \in N} H_{n0} * X_{nk} \leq MA * Z_k, k \in K \quad (7)$$

$$2 * S_k \leq \sum_{n \in N} H_{n1} * X_{nk} \leq MA * S_k, k \in K \quad (8)$$

- Ο ένατος περιορισμός, μας επιβάλλει την ύπαρξη δύο τουλάχιστον Α/Φ CL-415 στην Θεσσαλονίκη. Ο περιορισμός αυτός είναι προαιρετικός και το μοντέλο έτρεξε και με και χωρίς αυτόν, δίνοντας προφανώς διαφορετικά αποτελέσματα. Ο λόγος που τέθηκε ο περιορισμός, είναι γιατί σε διαφορετική περίπτωση, η Θεσσαλονίκη έμενε χωρίς τοποθετημένα Α/Φ (ούτε καν CL-215), το οποίο δεν είναι επιθυμητό, τόσο γιατί εκεί βρίσκεται η μητρική Μονάδα των CL-415 και άρα ενδείκνυται η εκ περιτροπής ύπαρξη 2 τουλάχιστον Α/Φ, ώστε να εκτελείται με μεγαλύτερη ευκολία η συντήρησή τους, όσο και για λόγους (πολιτικής) σκοπιμότητας.

$$\sum_{n \in N} H_{n0} * X_{n0} \geq 2 \quad (9)$$

- Ο δέκατος περιορισμός, μας επιβάλλει την ύπαρξη δύο τουλάχιστον Α/Φ CL-215 στην Ελευσίνα. Ο περιορισμός αυτός είναι προαιρετικός και το μοντέλο έτρεξε και με και χωρίς αυτόν, δίνοντας προφανώς διαφορετικά αποτελέσματα. Ο λόγος που τέθηκε ο περιορισμός, είναι γιατί εκεί βρίσκεται η μητρική Μονάδα των CL-215 και άρα ενδείκνυται η εκ περιτροπής ύπαρξη 2 τουλάχιστον Α/Φ, ώστε να εκτελείται με μεγαλύτερη ευκολία η συντήρησή τους.

$$\sum_{n \in N} H_{n1} * X_{n4} \geq 2 \quad (10)$$

- Ο ενδέκατος ακόλουθος περιορισμός εξασφαλίζει ότι κάθε μέσο η τοποθετείται σε θέση k, η οποία να δύναται να το εξυπηρετήσει. Ενδεικτικά τα Α/Φ CL-415/215 μετασταθμεύουν μόνο σε 6 εκ των 20 πιθανών τοποθεσιών, λόγω της απαίτησης για εκ των προτέρων ύπαρξη υλικών εξοπλισμού και υποδομών

$$X_{nk} * H_{nm} \leq G_{mk} \quad \forall k \in K, n \in N, m \in M \quad (11)$$

Επίλυση προβλήματος:

Αρχικά δίνονται οι τιμές στους δείκτες k που χρησιμοποιούνται από το λογισμικό για τις υποψήφιες θέσεις:

0: Θεσσαλονίκη, 1: Βόλος, 2: Άκτιο, 3:Ανδραβίδα, 4:Ελευσίνα, 5:Σάμος, 6: Τατόι, 7: Τανάγρα, 8: Καλαμάτα, 9: Άραξος, 10: Ηράκλειο, 11: Ρόδος, 12: Τρίπολη, 13: Αλεξ/πολη, 14: Ιωάννινα, 15: Χίος, 16: Χανιά, 17: Μυτιλήνη, 18: Νάξος, 19: Χρυσούπολη

Αντίστοιχα, οι τιμές n που αντιστοιχούν στα διάφορα μέσα, έχουν ως εξής:

0 έως 6: CL-415, 7 έως 16: CL-215, 17 έως 34: AIR-TRACTOR, 35 έως 42: S-64, 43 έως 56: BELL 214-ST, 57 έως 61: KAMOV Ka-32

Τέλος, οι 79 τιμές i (από 0 έως 78) που αντιστοιχούν στα σημεία που απαιτούν κάλυψη, προβάλλονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 4.3: Πίνακας Καταχώρησης Τιμών i

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
N. ΕΒΡΟΥ_1	N. ΕΒΡΟΥ_2	N. ΡΟΔΟΠΗΣ	N. ΞΑΝΘΗΣ	N. ΚΑΒΑΛΑΣ	N. ΔΡΑΜΑΣ	N. ΣΕΡΡΩΝ	N. ΚΙΛΙΚΙΑΣ	N. ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ_1	N. ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ_2	N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_1	N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_2	N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_3	N. ΠΕΛΛΑΣ	N. ΗΜΑΘΙΑΣ	N. ΦΛΩΡΙΝΑΣ	N. ΚΟΖΑΝΗΣ	N. ΠΙΕΡΙΑΣ	N. ΚΑΣΤΟΡΙΑΣ	N. ΓΡΕΒΕΝΟΩΝ	N. ΛΑΡΙΣΗΣ_1	N. ΛΑΡΙΣΗΣ_2	N. ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ	N. ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ	N. ΤΡΙΚΑΛΩΝ	N. ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ	N. ΘΕΣΠΡΟΤΙΑΣ	N. ΠΡΕΒΕΖΗΣ	N. ΑΡΤΑΣ	ΔΥΤΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ	ΑΘΗΝΑΙΩΝ	ΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ	N. ΒΟΙΩΤΙΑΣ_1	N. ΒΟΙΩΤΙΑΣ_2	N. ΦΘΙΩΤΙΔΑΣ_1	N. ΦΘΙΩΤΙΔΑΣ_2	N. ΦΩΚΙΔΑΣ	N. ΑΙΤΟΛΟΑΚΑΡΝΑΝΙΑΣ_1	N. ΑΙΤΟΛΟΑΚΑΡΝΑΝΙΑΣ_2	N. ΕΥΡΥΤΑΝΙΑΣ

40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
N.ΕΥΒΟΙΑΣ_1	N.ΕΥΒΟΙΑΣ_2	N.ΕΥΒΟΙΑΣ_3	N.ΕΥΒΟΙΑΣ_4	N. ΚΟΡΙΝΘΙΑΣ_1	N. ΚΟΡΙΝΘΙΑΣ_2	N.ΑΧΑΪΑΣ_1	N.ΑΧΑΪΑΣ_2	N. ΗΛΕΙΑΣ_1	N. ΗΛΕΙΑΣ_2	N. ΗΛΕΙΑΣ_3	N. ΑΡΚΑΔΙΑΣ_1	N. ΑΡΚΑΔΙΑΣ_2	N. ΑΡΓΟΛΙΔΟΣ_1	N. ΑΡΓΟΛΙΔΟΣ_2	N. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_1	N. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_2	N. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_3	N. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_1	N. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_2	N. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_3	N. ΧΑΝΙΩΝ_1	N. ΧΑΝΙΩΝ_2	N. ΡΕΘΥΜΝΟΥ	N. ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ	N.ΛΑΣΙΘΙΟΥ	N. ΚΥΚΛΑΔΩΝ	ΡΟΔΟΣ	ΚΑΡΠΑΘΟΣ	ΚΩΣ	ΚΑΛΥΜΝΟΣ/ΛΕΡΟΣ	N. ΣΑΜΟΣ	N. ΛΕΣΒΟΥ	N. ΧΙΟΥ	ΛΗΜΝΟΣ	N. ΚΕΡΚΥΡΑΣ	N. ΚΕΦΑΛΛΗΝΙΑΣ	N. ΖΑΚΥΝΘΟΥ	N. ΛΕΥΚΑΔΑΣ

Στη συνέχεια το μοντέλο επιλύεται ακολουθώντας τόσο ντετερμινιστική όσο και στοχαστική προσέγγιση. Η διαφορά μεταξύ των 2 προσεγγίσεων έγκειται στον τρόπο θεώρησης του επιπέδου σημαντικότητας. Συγκεκριμένα στην 1^η λαμβάνεται σταθερή τιμή ILi για κάθε σημείο i , ενώ στη 2^η, το μοντέλο επιλύεται για αριθμό επαναλήψεων ίσο με $num_iterations$ και οι τιμές ILi σε κάθε επανάληψη και για κάθε σημείο λαμβάνουν τυχαίες τιμές βάσει μια υπολογισθείσας κατανομής πιθανότητας.

Στο Παράρτημα παρουσιάζεται ο κώδικας σε `python` τόσο για την 1^η όσο και για τη 2^η προσέγγιση.

5. Αποτελέσματα και σχολιασμός στους

Αυτή η ενότητα παρουσιάζει τα αποτελέσματα του μοντέλου, σχολιάζοντας και συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των δύο προσεγγίσεων σε σχέση με τον τρόπο που επηρεάζουν στους επιχειρήσεις κατάσβεσης πυρκαγιών στην Ελλάδα.

5.1. Αποτελέσματα Ντετερμινιστικού Μοντέλου

Η προσδιοριστική έκδοση του μοντέλου χρησιμοποίησε σταθερά επίπεδα σημαντικότητας (ILi) για κάθε περιοχή, βασισμένα σε προκαθορισμένα επίπεδα κινδύνου πυρκαγιάς. Ως αναφέρθηκε, περιοχές με υψηλότερο κίνδυνο πυρκαγιάς, στους η Αττική, έλαβαν υψηλότερο επίπεδο σημαντικότητας, ενώ περιοχές

χαμηλότερου κινδύνου έλαβαν χαμηλότερα επίπεδα. Τα αποτελέσματα από την επίλυση του μοντέλου προβάλλονται με δύο διαφορετικές εκδοχές στους παρακάτω πίνακες:

Πίνακας 5.1: Αποτελέσματα Επίλυσης Ντετερμινιστικού Μοντέλου

DETERMINISTIC APPROACH					
A/A	m	k	ΤΥΠΟΣ	ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	SUMmk_value
1	0	0	CL-415	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	2
2	0	1	CL-415	ΒΟΛΟΣ	2
3	0	4	CL-415	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	3
4	1	2	CL-215	ΑΚΤΙΟ	2
5	1	3	CL-215	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ	6
6	1	4	CL-215	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	2
7	2	0	AIR TRACTOR	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	4
8	2	1	AIR TRACTOR	ΒΟΛΟΣ	2
9	2	4	AIR TRACTOR	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	1
10	2	7	AIR TRACTOR	ΤΑΝΑΓΡΑ	5
11	2	18	AIR TRACTOR	ΝΑΞΟΣ	6
12	3	1	S-64	ΒΟΛΟΣ	2
13	3	12	S-64	ΤΡΙΠΟΛΗ	6
14	4	6	BELL 214-ST	ΤΑΤΟΙ	1
15	4	7	BELL 214-ST	ΤΑΝΑΓΡΑ	1
16	4	9	BELL 214-ST	ΑΡΑΞΟΣ	6
17	4	15	BELL 214-ST	ΧΙΟΣ	6
18	5	6	KAMOV Ka-32	ΤΑΤΟΙ	5

Πίνακας 5.2: Αποτελέσματα Επίλυσης Ντετερμινιστικού Μοντέλου

A/A			0	1	2	3	4	5		
			CL-415	CL-215	AIR TRACTOR	S-64	BELL 214ST	KAMOV Ka-32		
1	0	ΘΕΣΝΙΚΗ	2		4				ΣΥΝΟΛΟ ΑΝΑ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	6
2	1	ΒΟΛΟΣ	2		2	2				6
3	2	ΑΚΤΙΟ		2						6
3	3	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ		6						6
4	4	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	3	2	1					6
5	6	ΤΑΤΟΙ					1	5		6
6	7	ΤΑΝΑΓΡΑ			5		1			6
8	9	ΑΡΑΞΟΣ					6			6
9	12	ΤΡΙΠΟΛΗ				6				6
10	15	ΧΙΟΣ					6			6
11	18	ΝΑΞΟΣ			6					6
			ΣΥΝΟΛΟ ΑΝΑ ΤΥΠΟ ΜΕΣΟΥ							
			7	10	18	8	14	5		

Η γραφική αναπαράσταση της λύσης του προσδιοριστικού μοντέλου απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 5.1: Αναπαράσταση Λύσης Ντετερμινιστικού Μοντέλου

Τα κύρια σημεία άξια αναφοράς του προσδιοριστικού μοντέλου είναι τα εξής:

- **Τοποθέτηση Αεροσκαφών:** Το μοντέλο κατένειμε τους πόρους αεροπυρόσβεσης σε 11 διαφορετικές τοποθεσίες σε όλη την Ελλάδα, με την πλειονότητα των περιοχών υψηλού κινδύνου να λαμβάνουν πολλαπλές τοποθετήσεις αεροσκαφών. Για παράδειγμα, η περιοχή της Αττικής, με το υψηλό επίπεδο σημαντικότητάς της, καλύπτεται από τα αεροδρόμια της Ελευσίνας, της Τανάγρας και του Τατοΐου και ως εκ τούτου έλαβε τη μέγιστη κατανομή πόρων για να εξασφαλιστεί άμεση ανταπόκριση σε περίπτωση εκδήλωσης πυρκαγιάς. Επίσης παρατηρούμε ότι κάθε αεροδρόμιο έλαβε το μέγιστο αριθμό των μέσων που ορίστηκε μέσω περιορισμού, δηλαδή 6 μέσα.

- **Ελαχιστοποίηση Χρόνου Ανταπόκρισης:** Το μοντέλο ελαχιστοποίησε τον χρόνο που απαιτείται για να φτάσουν τα αεροσκάφη στις περιοχές ενδιαφέροντος. Ειδικότερα, περιοχές με υψηλότερα επίπεδα σημαντικότητας, μέσω της επιλογής για διαίρεση του 1ου όρου της αντικειμενικής συνάρτησης με το επίπεδο σημαντικότητας ILi , συνέβαλαν στην ελαχιστοποίηση του χρόνου ανταπόκρισης μέσω της στρατηγικής τοποθέτησης αεροσκαφών σε γειτονικά αεροδρόμια. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι οι περιοχές με αυξημένο δείκτη σημαντικότητας, όπως η Εύβοια και η Πελοπόννησος, πέραν της Αττικής, καλύπτονται επαρκώς με πολλαπλές τοποθετήσεις μέσω των σε γειτονικά αεροδρόμια προκειμένου να εξασφαλιστεί μείωση των χρόνων απόκρισης.

- **Αξιοποίηση Πόρων:** Το προσδιοριστικό μοντέλο βελτιστοποίησε τη χρήση των ιδιόκτητων κρατικών αεροσκαφών, ήτοι τα CL-215 και CL-415, τα οποία είναι ικανά να μεταφέρουν μεγάλες ποσότητες νερού. Τα μεν CL-415 τα τοποθέτησε στο αεροδρόμιο της Θεσσαλονίκης, το οποίο αποτελεί και τη Μητρική τους Μονάδα, στο αεροδρόμιο του Βόλου, παρέχοντας κάλυψη σε όλη τη Β. Ελλάδα (μιας και δεν τοποθετούνται άλλα μέσα σε αεροδρόμια της) και συνδράμοντας το έργο της αεροπυρόσβεσης στην Κεντρική Ελλάδα και τέλος στην Ελευσίνα για να διαδραματίσει ενεργό ρόλο στην προστασία της Αττικής από πυρκαγιές. Οι παραπάνω επιλογές δεν έρχονται σε αντίθεση με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του υπόψη τύπου, ο οποίος έχει τη δυνατότητα να μεταφέρει μεγάλες ποσότητες νερού και σε σύντομο χρονικό διάστημα, οπότε είναι το κατάλληλο, αφενός για να καλύψει ένα μεγάλο γεωγραφικό εύρος, αφετέρου τα Α/Φ αυτού του τύπου, μπορούν πολύ εύκολα και γρήγορα να ανακαταμεμηθούν, μετασταθμεύοντας σε περιοχές που εμφανίζουν μεγαλύτερη ανάγκη. Τα δε CL-215, τα τοποθέτησε στην Αττική και συγκεκριμένα στην Ελευσίνα, μιας και ομοίως αποτελεί Μητρική Μονάδα του συγκεκριμένου τύπου, στο Άκτιο καθώς επίσης και στην Ανδραβίδα, δηλαδή σε περιοχές με σημαντικό κίνδυνο πυρκαγιάς, όπως η Βορειοδυτική Πελοπόννησος και τα νησιά του Ιονίου.

Αναφορικά με την κάλυψη των περιοχών από τα τοποθετημένα μέσα αεροπυρόσβεσης, αυτή προβάλλεται στον παρακάτω πίνακα. Στον υπόψη πίνακα, τα σημεία κάλυψης έχουν τοποθετηθεί με φθίνουσα σειρά ως προς τον όρο **Συντελεστής Κάλυψης/Παραγωγικότητας**. Ο υπόψη όρος περιγράφει τη σχετική "δύναμη πυρός" (εκφρασμένη σε ύδωρ βεβαίως) που δέχεται κάθε σημείο i που εξυπηρετείται από το σημείο k , ως άθροισμα των γινόμενων του πλήθους κάθε μέσου m (τοποθετημένου στο k) επί του **Συντελεστή Κάλυψης/Παραγωγικότητας** που αναφέρθηκε και εξηγήθηκε νωρίτερα.

Πίνακας 5.3: Κάλυψη Περιοχών i από Μέσα m Τοποθετημένα στη Θέση k

ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	i	m	k	SUMmk	Pm	SUMmk*Pm	Σmk(SUMmk)	Συντελεστής Κάλυψης	Σmk(SUMmk*Pm)	Συντελεστής Κάλυψης Παραγωγικότητας
ΔΥΤΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ	29	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
ΑΘΗΝΑΙΩΝ	30	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
ΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ	31	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N. ΒΟΙΩΤΙΑΣ_1	32	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N. ΦΘΙΩΤΙΔΑΣ_2	35	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N.ΕΥΒΟΙΑΣ_1	40	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N.ΕΥΒΟΙΑΣ_2	41	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N.ΕΥΒΟΙΑΣ_3	42	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N.ΕΥΒΟΙΑΣ_4	43	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N. ΚΟΡΙΝΘΙΑΣ_1	44	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N. ΚΟΡΙΝΘΙΑΣ_2	45	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N.ΑΧΑΪΑΣ_1	46	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N.ΑΧΑΪΑΣ_2	47	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N. ΗΛΕΙΑΣ_3	50	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N. ΑΡΓΟΛΙΔΟΣ_1	53	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N. ΑΡΓΟΛΙΔΟΣ_2	54	5	6	5	0.67	3.35	62	100.0%	32.71	100.0%
N. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_1	55	5	6	5	0.67	3.35	60	96.8%	31.75	97.1%
N. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_3	57	5	6	5	0.67	3.35	60	96.8%	31.75	97.1%
N. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_2	59	5	6	5	0.67	3.35	60	96.8%	31.75	97.1%
N. ΗΛΕΙΑΣ_1	48	5	6	5	0.67	3.35	56	90.3%	30.73	93.9%
N. ΗΛΕΙΑΣ_2	49	5	6	5	0.67	3.35	56	90.3%	30.73	93.9%
N. ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ_2	9	5	6	5	0.67	3.35	56	90.3%	29.83	91.2%
N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_1	10	5	6	5	0.67	3.35	56	90.3%	29.83	91.2%
N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_2	11	5	6	5	0.67	3.35	56	90.3%	29.83	91.2%
N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_3	12	5	6	5	0.67	3.35	56	90.3%	29.83	91.2%
N. ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ	22	5	6	5	0.67	3.35	56	90.3%	29.83	91.2%
N. ΚΕΦΑΛΛΗΝΙΑΣ	76	5	6	5	0.67	3.35	54	87.1%	29.77	91.0%
N. ΖΑΚΥΝΘΟΥ	77	5	6	5	0.67	3.35	54	87.1%	29.77	91.0%
N. ΦΩΚΙΔΑΣ	36	5	6	5	0.67	3.35	48	77.4%	26.87	82.1%
N. ΕΥΡΥΤΑΝΙΑΣ	39	5	6	5	0.67	3.35	46	74.2%	26.21	80.1%
N. ΑΙΤΟΛΟΑΚΑΡΝΑΝΙΑΣ_1	37	5	6	5	0.67	3.35	43	69.4%	24.74	75.6%
N. ΑΙΤΟΛΟΑΚΑΡΝΑΝΙΑΣ_2	38	5	6	5	0.67	3.35	42	67.7%	24.41	74.6%
ΛΗΜΝΟΣ	74	5	6	5	0.67	3.35	46	74.2%	24.23	74.1%
N. ΑΡΚΑΔΙΑΣ_2	52	5	6	5	0.67	3.35	42	67.7%	24.11	73.7%
N. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_1	58	5	6	5	0.67	3.35	42	67.7%	24.11	73.7%
N. ΑΡΚΑΔΙΑΣ_1	51	5	6	5	0.67	3.35	42	67.7%	23.91	73.1%
N. ΒΟΙΩΤΙΑΣ_2	33	5	6	5	0.67	3.35	42	67.7%	23.39	71.5%
N. ΦΘΙΩΤΙΔΑΣ_1	34	5	6	5	0.67	3.35	41	66.1%	23.06	70.5%
N. ΚΕΡΚΥΡΑΣ	75	5	6	5	0.67	3.35	40	64.5%	23.03	70.4%
N. ΚΑΒΑΛΑΣ	4	5	6	5	0.67	3.35	40	64.5%	22.25	68.0%
N. ΣΑΜΟΣ	71	5	6	5	0.67	3.35	40	64.5%	22.25	68.0%
N. ΛΕΣΒΟΥ	72	5	6	5	0.67	3.35	40	64.5%	22.25	68.0%
N. ΧΙΟΥ	73	5	6	5	0.67	3.35	40	64.5%	22.25	68.0%

N. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_2	56	5	6	5	0.67	3.35	36	58.1%	21.39	65.4%
N. ΕΒΡΟΥ_1	0	5	6	5	0.67	3.35	38	61.3%	21.09	64.5%
N. ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ	23	5	6	5	0.67	3.35	35	56.5%	20.18	61.7%
N. ΤΡΙΚΑΛΩΝ	24	5	6	5	0.67	3.35	33	53.2%	19.4	59.3%
N. ΑΡΤΑΣ	28	5	6	5	0.67	3.35	33	53.2%	19.4	59.3%
N. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_3	60	5	6	5	0.67	3.35	31	50.0%	18.96	58.0%
ΚΑΛΥΜΝΟΣ/ΛΕΡΟΣ	70	5	6	5	0.67	3.35	34	54.8%	18.45	56.4%
N. ΛΕΥΚΑΔΑΣ	78	4	9	6	0.33	1.98	31	50.0%	18.36	56.1%
ΚΩΣ	69	5	6	5	0.67	3.35	32	51.6%	17.55	53.7%
N. ΛΑΡΙΣΗΣ_2	21	5	6	5	0.67	3.35	27	43.5%	17.04	52.1%
N. ΛΑΡΙΣΗΣ_1	20	5	6	5	0.67	3.35	26	41.9%	16.71	51.1%
N. ΚΥΚΛΑΔΩΝ	66	5	6	5	0.67	3.35	25	40.3%	16.08	49.2%
N. ΠΡΕΒΕΖΗΣ	27	4	9	6	0.33	1.98	23	37.1%	13.8	42.2%
ΚΑΡΠΑΘΟΣ	68	5	6	5	0.67	3.35	26	41.9%	13.73	42.0%
N. ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ	25	3	1	2	0.48	0.96	17	27.4%	11.82	36.1%
N. ΘΕΣΠΡΩΤΙΑΣ	26	3	1	2	0.48	0.96	17	27.4%	11.82	36.1%
N. ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ_1	8	3	1	2	0.48	0.96	15	24.2%	10.66	32.6%
N. ΠΕΛΛΑΣ	13	3	1	2	0.48	0.96	15	24.2%	10.66	32.6%
N. ΗΜΑΘΙΑΣ	14	3	1	2	0.48	0.96	15	24.2%	10.66	32.6%
N. ΚΟΖΑΝΗΣ	16	3	1	2	0.48	0.96	15	24.2%	10.66	32.6%
N. ΠΙΕΡΙΑΣ	17	3	1	2	0.48	0.96	15	24.2%	10.66	32.6%
N.ΚΑΣΤΟΡΙΑΣ	18	3	1	2	0.48	0.96	15	24.2%	10.66	32.6%
N. ΓΡΕΒΕΝΩΝΩΝ	19	3	1	2	0.48	0.96	15	24.2%	10.66	32.6%
ΡΟΔΟΣ	67	4	#	6	0.33	1.98	21	33.9%	10.38	31.7%
N. ΣΕΡΡΩΝ	6	2	1	2	0.45	0.9	13	21.0%	9.7	29.7%
N. ΚΙΛΚΙΣ	7	2	1	2	0.45	0.9	13	21.0%	9.7	29.7%
N. ΦΛΩΡΙΝΑΣ	15	2	1	2	0.45	0.9	13	21.0%	9.7	29.7%
N. ΡΟΔΟΠΗΣ	2	2	0	4	0.45	1.8	11	17.7%	8.8	26.9%
N. ΞΑΝΘΗΣ	3	2	0	4	0.45	1.8	11	17.7%	8.8	26.9%
N. ΔΡΑΜΑΣ	5	2	0	4	0.45	1.8	11	17.7%	8.8	26.9%
N. ΧΑΝΙΩΝ_2	62	5	6	5	0.67	3.35	19	30.6%	7.97	24.4%
N. ΕΒΡΟΥ_2	1	0	4	3	1	3	7	11.3%	7	21.4%
N. ΧΑΝΙΩΝ_1	61	5	6	5	0.67	3.35	13	21.0%	5.99	18.3%
N. ΡΕΘΥΜΝΟΥ	63					0	0	0.0%	0	0.0%
N. ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ	64					0	0	0.0%	0	0.0%
N.ΛΑΣΙΘΙΟΥ	65					0	0	0.0%	0	0.0%

Επισημαίνονται τα παρακάτω:

α. Οι μόνες περιοχές στην Ελλάδα, η οποίες δεν καλύπτονται από τουλάχιστον έναν τύπο μέσου τοποθετημένου σε αεροδρόμιο, είναι οι Νομοί Ρεθύμνου, Ηρακλείου και Λασιθίου, καθώς αφενός αποτελούν ακριτικές περιοχές χωρίς να έχουν αυξημένη ανάγκη προστασίας, αφετέρου γιατί έχει εισαχθεί ο εμπειρικός περιορισμός σύμφωνα με τον οποίο, τα Α/Φ CL-215/415 και AIR TRACTOR, δεν μπορούν να επιχειρήσουν στην ευρύτερη περιοχή λόγω έντονου κυματισμού.

β. Όλες οι υπόλοιπες περιοχές της Ελλάδας καλύπτονται από τουλάχιστον 1 μέσο (στην πράξη περισσότερα του ενός), ήτοι για κάθε i υπάρχει τουλάχιστον ένα Y_{imk} διάφορο του μηδενός.

γ. Από το τρόπο με τον οποίο είναι δομημένο το πρόβλημα, σε οποιοδήποτε σημείο i βρίσκεται εντός της μισής εμβέλειας ενός μέσου m τοποθετημένου στο σημείο k , αποδίδεται υποχρεωτικά τιμή $Y_{imk} = 1$. Σε

διαφορετική περίπτωση (δηλαδή απόσταση μεταξύ i και k μεγαλύτερη από το διπλάσιο της εμβέλειας), η αντίστοιχη τιμή Y_{imk} ισούται με 0. Ως εκ τούτου, το κριτήριο για να εξυπηρετηθεί μια περιοχή i από ένα αεροδρόμιο k , είναι να υπάρχει τοποθετημένο μέσο στο υπόψη αεροδρόμιο και η μεταξύ τους απόσταση να μην είναι μεγαλύτερη από το μισό της εμβέλειας του υπόψη μέσου

δ. Εκ των ανωτέρω κρίνεται απόλυτα δικαιολογημένη η ταξινόμηση που παρουσιάζεται στον ανωτέρω πίνακα, μιας και ψηλότερα στην ιεράρχηση βρίσκονται περιοχές με αυξημένο δείκτη επικινδυνότητας και οι οποίες έχουν αυξημένο αριθμό μέσων προ-τοποθετημένων πλησίον τους προκειμένου να μειώνεται ο χρόνος απόκρισης και να παρέχεται ασφάλεια.

Τα αποτελέσματα του προσδιοριστικού μοντέλου, παρέχουν μια βασική λύση για την κατανομή των μέσων αεροπυρόσβεσης. Ωστόσο, επειδή το μοντέλο υποθέτει στατικές συνθήκες κινδύνου πυρκαγιάς, δεν λαμβάνει υπόψη την εγγενή αβεβαιότητα στην πρόβλεψη κινδύνου πυρκαγιάς. Στη συνέχεια θα παρουσιασθούν τα αποτελέσματα του στοχαστικού μοντέλου και αφού σχολιασθούν με παρόμοιο τρόπο, θα συγκριθούν με τα αντίστοιχα από το ντετερμινιστικό προς εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων.

5.2. Αποτελέσματα Στοχαστικού Μοντέλου

Η στοχαστική εκδοχή του μοντέλου εισήγαγε μεταβλητότητα στο επίπεδο σημαντικότητας (ILI) κάθε περιοχής, επιτρέποντας πιο ρεαλιστικές προσομοιώσεις σεναρίων κινδύνου πυρκαγιάς. Εκτελώντας το μοντέλο για αριθμό επαναλήψεων, καθεμία από τις οποίες αντιπροσωπεύει ένα διαφορετικό σενάριο κινδύνου πυρκαγιάς, το στοχαστικό μοντέλο παρήγαγε ένα εύρος πιθανών αποτελεσμάτων.

Στη συνέχεια εφαρμόζοντας τον τριχοτομικό περιορισμό σύμφωνα με τον οποίο τα μέσα n που τοποθετούνται στις θέσεις k περισσότερες φορές από το ανώτερο κατώφλι ή λιγότερες φορές από το κατώτερο, «φιξάρονται» στην τιμή 1 ή 0 αντίστοιχα, στην επόμενη φάση κατά την οποία το μοντέλο εκτελείται ξανά από την αρχή με τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων με την προηγούμενη. Το πλήθος των φάσεων επιλέγεται αυθαίρετα βάση παρατήρησης ως προς το βαθμό σύγκλισης που έχει επιτευχθεί.

Το κριτήριο σύγκλισης που επιλέχθηκε είναι το αυστηρότερο, υπό την προϋπόθεση ικανοποίησης του οποίου, το μοντέλο δύναται να δώσει λύση. Το υπόψη κριτήριο, το οποίο προέκυψε κατόπιν διαδοχικών δοκιμών, είναι εν προκειμένω το 88%/12%. Στην πράξη, αυτό σημαίνει ότι αν μια λύση εμφανίζεται σε κάθε φάση, ίσες ή περισσότερες φορές από το 88% των επαναλήψεων ή ίσες ή λιγότερες από το 12% αυτών, τότε σε επόμενη φάση, η υπόψη λύση θα είναι προσδιορισμένη είτε ως σίγουρο 1 (τοποθέτηση), είτε ως σίγουρο 0 (μη τοποθέτηση) και έτσι σε κάθε επόμενη φάση, το πλήθος των αβέβαιων λύσεων συρρικνώνεται.

Το πλήθος των φάσεων προκύπτει βάσει παρατήρησης και κρίνεται επαρκές όταν πλέον το μοντέλο δεν μπορεί να συγκλίνει περισσότερο. Επίσης το πλήθος των επαναλήψεων ανά φάση αποτελεί παρομοίως έναν παράγοντα που πρέπει να επιλεγεί από τον σχεδιαστή του μοντέλου. Προφανώς, μεγαλύτερος

αριθμός επαναλήψεων, αύξηση δηλαδή του δειγματικού χώρου, ελαττώνει το επίπεδο αβεβαιότητας και αυξάνει την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων, αλλά δυσκολεύει την εξεύρεση λύσης. Και πάλι κατόπιν δοκιμών, προέκυψε ότι για το επιλεγμένο κριτήριο σύγκλισης 88%/12%, ο αριθμός των επαναλήψεων δεν θα έπρεπε να υπερβεί σημαντικά το πλήθος των 100 επαναλήψεων, συνεπώς επιλέχθηκε η υπόψη τιμή των 100 επαναλήψεων.

Το υπόψη μοντέλο εκτελέστηκε δοκιμαστικά 5 φορές. Επίσης επιλέχθηκε ως πλήθος φάσεων ο αριθμός των 8, καθώς παρατηρήθηκε ότι σε καμία από τις 5 ανεξάρτητες εκτελέσεις, δεν διαφαινόταν προοπτική περαιτέρω σύγκλισης, ενώ σε ορισμένες εκτελέσεις, η μέγιστη σύγκλιση είχε επιτευχθεί ήδη από την 3^η ή 4^η φάση.

Αναφορικά με τις λύσεις, οι οποίες μετά την ολοκλήρωση του επιλεγμένου αριθμού φάσεων, δεν εμπίπτουν στην κατηγορία “yes” ή “no”, αλλά εμπεριέχουν ένα ποσοστό αβεβαιότητας λόγω διαφοροποίησης τους μεταξύ των επαναλήψεων, η προσέγγιση που ακολουθήθηκε ήταν αυτή του Μ.Ο των τιμών της λύσης μεταξύ των επαναλήψεων. Συγκεκριμένα, προκειμένου να προσδιοριστεί το πλήθος των μέσων εκάστου μέσου m τοποθετημένου στο σημείο k , χρησιμοποιήθηκε η εξαρτημένη μεταβλητή SUMmk. Τοιουτοτρόπως, για τους συνδυασμούς m και k για τους οποίους η τιμή της υπόψη μεταβλητής δεν ήταν σταθερή, τότε η τελική τιμή της μεταβλητής SUMmk για τον υπόψη συνδυασμό, ήταν ο Μ.Ο των τιμών της υπόψη μεταβλητής μεταξύ των επαναλήψεων.

Τέλος επιλέχθηκε ένα ελαφρώς πιο χαλαρό κριτήριο σύγκλισης (90%/10%) που επιτρέπει ένα μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων και το μοντέλο εκτελέστηκε και πάλι σε 8 φάσεις με 500 επαναλήψεις ανά φάση. Τα αποτελέσματα του υπόψη setup θεωρούνται πιο αξιόπιστα όπως εξηγήθηκε, ωστόσο συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα των 100 επαναλήψεων και του αυστηρότερου κριτηρίου σύγκλισης προκειμένου να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα.

Όπως θα διαπιστωθεί από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των δύο setup, το μοντέλο με τις περισσότερες επαναλήψεις και το χαλαρότερο κριτήριο εμφανίζει ελαφρώς μεγαλύτερη αβεβαιότητα στη τελική λύση. Ωστόσο, οι λύσεις αυτού του μοντέλου λαμβάνονται ως τελικές, αφενός γιατί είναι πιο αξιόπιστες λόγω μεγαλύτερου πλήθους επαναλήψεων, αφετέρου γιατί η μικρότερη αβεβαιότητα του μοντέλου των 100 επαναλήψεων και του αυστηρότερου κριτηρίου, είναι πλασματική και οφείλεται καθαρά στο υπόψη αυστηρότερο κριτήριο, το οποίο «φιξάρει» μεγαλύτερο αριθμό αβέβαιων λύσεων προηγούμενων φάσεων και τις κατατάσσει εξαναγκαστικά στις λύσεις που χαρακτηρίζονται από βεβαιότητα (βέβαιο «ναι» ή βέβαιο «όχι»)

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι προέκυψε σημαντική δυσχέρεια στην χαρτογράφηση λύσεων από περισσότερους συνδυασμούς χαλαρότερου κριτηρίου σύγκλισης/πλήθους επαναλήψεων ανά φάση/μεγαλύτερο αριθμό φάσεων, γιατί ο υπολογιστικός χρόνος με το διαθέσιμο HARDWARE (MacBook Pro i7 MY Mid 2014 με 16GB RAM), ήταν εξαιρετικά αυξημένος και άρα μη πρακτικός. Ενδεικτικά, εκτέλεση με 8 φάσεις, 100 επαναλήψεις ανά φάση και κριτήριο σύγκλισης 88%/12%, απαιτούσε λίγο περισσότερο από 4 ώρες για να ολοκληρωθεί, ενώ η εκτέλεση με 8 φάσεις και 500 επαναλήψεις και κριτήριο 90%/10%, απαιτούσε

σχεδόν 24 ώρες συνεχούς λειτουργίας. Εκτός όμως από την πρακτική δυσχέρεια, ο αυξημένος χρόνος προκαλούσε υπερθέρμανση του υπολογιστή κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του μοντέλου, θέτοντας σε κίνδυνο την ακεραιότητά του.

Τα αποτελέσματα από την επίλυση του μοντέλου των 500 επαναλήψεων και 90%/10% κριτηρίου, προβάλλονται με δύο διαφορετικές εκδοχές στους παρακάτω πίνακες. Σημειώνεται ότι με γκρι χρώμα αποτυπώνονται οι λύσεις, οι οποίες εμφάνισαν διακύμανση μεταξύ των επαναλήψεων:

Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα Επίλυσης Στοχαστικού Μοντέλου με 500 επαναλήψεις

STOCHASTIC APPROACH num_iterations 500_CC 090						
A/A	m	k	ΤΥΠΟΣ	ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	SUMmk_value	
1	0	0	CL-415	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	2	
2	0	1	CL-415	ΒΟΛΟΣ	2	
3	0	4	CL-415	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	3	
4	1	2	CL-215	ΑΚΤΙΟ	6	
5	1	3	CL-215	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ	2	
6	1	4	CL-215	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	2	
7	2	0	AIR TRACTOR	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	4	
8	2	1	AIR TRACTOR	ΒΟΛΟΣ	2	
9	2	4	AIR TRACTOR	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	1	
10	2	7	AIR TRACTOR	ΤΑΝΑΓΡΑ	5	
11	2	8	AIR TRACTOR	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	3	
12	2	12	AIR TRACTOR	ΤΡΙΠΟΛΗ	3	
13	3	1	S-64	ΒΟΛΟΣ	2	
14	3	9	S-64	ΑΡΑΞΟΣ	6	
15	4	3	BELL 214-ST	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ	4	
16	4	7	BELL 214-ST	ΤΑΝΑΓΡΑ	1	
17	4	8	BELL 214-ST	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	2	
18	4	12	BELL 214-ST	ΤΡΙΠΟΛΗ	2	
19	4	14	BELL 214-ST	ΙΩΑΝΝΙΝΑ	5	
20	5	6	KAMOV Ka-32	ΤΑΤΟΙ	5	

Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα Επίλυσης Στοχαστικού Μοντέλου με 500 επαναλήψεις

A/A			0	1	2	3	4	5	ΣΥΝΟΛΟ ΑΝΑ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ
			CL-415	CL-215	AIR TRACTOR	S-64	BELL 214ST	KAMOV Ka-32	
1	0	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	2		4				
2	1	ΒΟΛΟΣ	2		2	2			
3	2	ΑΚΤΙΟ		6					
3	3	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ		2			4		
4	4	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	3	2	1				
5	6	ΤΑΤΟΙ						5	
6	7	ΤΑΝΑΓΡΑ			5		1		
7	8	ΚΑΛΑΜΑΤΑ			3		2		
8	9	ΑΡΑΞΟΣ				6			
9	12	ΤΡΙΠΟΛΗ			3		2		
10	14	ΙΩΑΝΝΙΝΑ					5		
			ΣΥΝΟΛΟ ΑΝΑ ΤΥΠΟ ΜΕΣΟΥ						
			7	10	18	8	14	5	

Αντίστοιχα, τα αποτελέσματα του πανομοιότυπου μοντέλου, αλλά με 100

επαναλήψεις και κριτήριο σύγκλισης 88%/12%, προβάλλονται στους παρακάτω πίνακες, όπου και πάλι με γκρι χρώμα αποτυπώνονται οι λύσεις με διακυμάνσεις:

Πίνακας 5.6: Αποτελέσματα Επίλυσης Στοχαστικού Μοντέλου με 100 επαναλήψεις

STOCHASTIC APPROACH num_iterations 100_CC 088					
A/A	m	k	ΤΥΠΟΣ	ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	SUMmk_value
1	0	0	CL-415	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	2
2	0	1	CL-415	ΒΟΛΟΣ	2
3	0	4	CL-415	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	3
4	1	2	CL-215	ΑΚΤΙΟ	6
5	1	3	CL-215	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ	2
6	1	4	CL-215	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	2
7	2	0	AIR TRACTOR	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	4
8	2	1	AIR TRACTOR	ΒΟΛΟΣ	1
9	2	4	AIR TRACTOR	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	1
10	2	7	AIR TRACTOR	ΤΑΝΑΓΡΑ	5
11	2	8	AIR TRACTOR	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	2
12	2	9	AIR TRACTOR	ΑΡΑΞΟΣ	1
13	2	12	AIR TRACTOR	ΤΡΙΠΟΛΗ	4
14	3	1	S-64	ΒΟΛΟΣ	3
15	3	9	S-64	ΑΡΑΞΟΣ	5
16	4	3	BELL 214-ST	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ	4
17	4	6	BELL 214-ST	ΤΑΤΟΙ	1
18	4	7	BELL 214-ST	ΤΑΝΑΓΡΑ	1
19	4	8	BELL 214-ST	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	1
20	4	12	BELL 214-ST	ΤΡΙΠΟΛΗ	2
21	4	14	BELL 214-ST	ΙΩΑΝΝΙΝΑ	5
22	5	6	KAMOV Ka-32	ΤΑΤΟΙ	5

Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα Επίλυσης Στοχαστικού Μοντέλου με 100 επαναλήψεις

A/A			0	1	2	3	4	5		
			CL-415	CL-215	AIR TRACTOR	S-64	BELL 214ST	KAMOV Ka-32		
1	0	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	2		4				ΣΥΝΟΛΟ ΑΝΑ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	6
2	1	ΒΟΛΟΣ	2		1	3				6
3	2	ΑΚΤΙΟ		6						6
3	3	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ		2			4			6
4	4	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	3	2	1					6
5	6	ΤΑΤΟΙ					1	5		6
6	7	ΤΑΝΑΓΡΑ			5		1			6
7	8	ΚΑΛΑΜΑΤΑ			2		1			3
8	9	ΑΡΑΞΟΣ			1	5				6
9	12	ΤΡΙΠΟΛΗ			4		2			6
10	14	ΙΩΑΝΝΙΝΑ					5			5
			ΣΥΝΟΛΟ ΑΝΑ ΤΥΠΟ ΜΕΣΟΥ							
			7	10	18	8	14	5		

Από τη σύγκριση των δύο λύσεων παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα είναι σχεδόν ταυτόσημα. Τα αεροδρόμια στα οποία γίνεται κατανομή είναι τα ίδια και οι διαφορές εντοπίζονται στην ελαφρώς μεγαλύτερη διασπορά των μέσων στα αεροδρόμια και το ελαφρώς διαφοροποιημένο πλήθος μέσων ανά αεροδρόμιο για

μερικούς από τους τύπους στο μοντέλο με τις 100 επαναλήψεις. Μια επιπλέον διαφορά, έγκειται στο γεγονός ότι λόγω του χαλαρότερου κριτηρίου σύγκλισης του μοντέλου με τις 500 επαναλήψεις, οι λύσεις που δεν εμφανίζονται στο 100% των επαναλήψεων (πλήθος γκρι λύσεων), είναι περισσότερες από τις αντίστοιχες του μοντέλου με τις 100. Το υπόψη γεγονός καταδεικνύει ότι το μοντέλο με τις 500 επαναλήψεις πιθανόν να έδινε πιο βέβαια αποτελέσματα αν επιλεγόταν μεγαλύτερος αριθμός φάσεων ή/και διαφορετικό (πιο αυστηρό) κριτήριο στις τελευταίες φάσεις.

Η γραφική αναπαράσταση της λύσης του προσδιοριστικού μοντέλου 500 επαναλήψεων, προβάλλεται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 5.2: Αναπαράσταση Λύσης Στοχαστικού Μοντέλου

Σημεία άξια αναφοράς του στοχαστικού μοντέλου είναι τα εξής:

- **Κατανομή μέσων:** Ορισμένες περιοχές λαμβάνουν συνεχώς υψηλότερο ποσοστό κατανομής πόρων. Για παράδειγμα, η Αττική και η Θεσσαλονίκη είχαν στο 100% των επαναλήψεων σταθερή τιμή της σχετικής μεταβλητής SUMmk, ενώ και άλλες περιοχές με στατιστικά υψηλό κίνδυνο για εκδήλωση πυρκαγιάς, λάμβαναν πόρους σε περισσότερο από το 90% των επαναλήψεων για τον περιορισμό του υπόψη κινδύνου, υποδεικνύοντας ότι αυτές οι περιοχές θα πρέπει να έχουν προτεραιότητα στις στρατηγικές κατανομής πόρων.

- **Αξιοπιστία και παραγωγικότητα μέσων:** Το στοχαστικό μοντέλο υπογράμμισε περαιτέρω τη σημασία της τοποθέτησης πιο αξιόπιστων και παραγωγικών αεροσκαφών, όπως το CL-415, σε κρίσιμες περιοχές. Ως εκ τούτου, ο υπόψη τύπος τοποθετήθηκε σε περιοχές όπου η στατιστική επικινδυνότητα εκδήλωσης πυρκαγιάς είναι σημαντικά αυξημένη, όπως η ευρύτερη περιοχή της Αττικής, ώστε η τοποθέτηση αριθμού μέσων, του υπόψη τύπου, να ελαχιστοποιήσει το συνολικό χρόνο απόκρισης και να μεγιστοποιήσει την αποδοτικότητα της αεροπυρόσβεσης.

Αναφορικά με την κάλυψη των περιοχών από τα τοποθετημένα μέσα αεροπυρόσβεσης, παρατίθεται ο παρακάτω πίνακας.

Πίνακας 5.8: Κάλυψη Περιοχών i από Μέσα m Τοποθετημένα στη Θέση k

ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	i	m	k	SUMmk	Pm	SUMmk*Pm	Σmk(SUMmk)	Συντελεστής Κάλυψης	Σmk(SUMmk*Pm)	Συντελεστής Κάλυψης Παραγωγικότητας
N. ΕΒΡΟΥ_1	0	0	4	3	1	3	7	11.29%	7	21.40%
N. ΕΒΡΟΥ_2	1	0	4	3	1	3	7	11.29%	7	21.40%
N. ΡΟΔΟΠΗΣ	2	2	0	4	0.45	1.8	11	17.74%	8.8	26.90%
N. ΞΑΝΘΗΣ	3	2	0	4	0.45	1.8	29	46.77%	24.6	75.21%
N. ΚΑΒΑΛΑΣ	4	2	0	4	0.45	1.8	11	17.74%	8.8	26.90%
N. ΔΡΑΜΑΣ	5	2	0	4	0.45	1.8	11	17.74%	8.8	26.90%
N. ΣΕΡΡΩΝ	6	2	0	4	0.45	1.8	11	17.74%	8.8	26.90%
N. ΚΙΛΚΙΣ	7	2	0	4	0.45	1.8	11	17.74%	8.8	26.90%
N. ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ_1	8	3	1	2	0.48	0.96	13	20.97%	9.76	29.84%
N. ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ_2	9	3	1	2	0.48	0.96	13	20.97%	9.76	29.84%
N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_1	10	5	6	5	0.67	3.35	19	30.65%	13.56	41.46%
N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_2	11	5	6	5	0.67	3.35	18	29.03%	13.11	40.08%
N. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ_3	12	5	6	5	0.67	3.35	18	29.03%	13.11	40.08%
N. ΠΕΛΛΑΣ	13	3	1	2	0.48	0.96	13	20.97%	9.76	29.84%
N. ΗΜΑΘΙΑΣ	14	4	14	5	0.33	1.65	18	29.03%	11.41	34.88%
N. ΦΛΩΡΙΝΑΣ	15	4	14	5	0.33	1.65	16	25.81%	10.45	31.95%
N. ΚΟΖΑΝΗΣ	16	4	14	5	0.33	1.65	18	29.03%	11.41	34.88%
N. ΠΙΕΡΙΑΣ	17	4	14	5	0.33	1.65	18	29.03%	11.41	34.88%
N.ΚΑΣΤΟΡΙΑΣ	18	4	14	5	0.33	1.65	18	29.03%	11.41	34.88%
N. ΓΡΕΒΕΝΩΝΩΝ	19	4	14	5	0.33	1.65	18	29.03%	11.41	34.88%
N. ΛΑΡΙΣΗΣ_1	20	5	6	5	0.67	3.35	24	38.71%	15.21	46.50%
N. ΛΑΡΙΣΗΣ_2	21	5	6	5	0.67	3.35	30	48.39%	18.09	55.30%
N. ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ	22	5	6	5	0.67	3.35	25	40.32%	16.44	50.26%
N. ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ	23	5	6	5	0.67	3.35	36	58.06%	21.57	65.94%
N. ΤΡΙΚΑΛΩΝ	24	5	6	5	0.67	3.35	35	56.45%	21.12	64.57%
N. ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ	25	4	14	5	0.33	1.65	30	48.39%	17.77	54.33%
N. ΘΕΣΠΡΩΤΙΑΣ	26	4	14	5	0.33	1.65	30	48.39%	17.77	54.33%
N. ΠΡΕΒΕΖΗΣ	27	4	14	5	0.33	1.65	30	48.39%	17.77	54.33%
N. ΑΡΤΑΣ	28	5	6	5	0.67	3.35	39	62.90%	22.44	68.60%

ΔΥΤΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ	29	5	6	5	0.67	3.35	44	70.97%	25.21	77.07%
ΑΘΗΝΑΙΩΝ	30	5	6	5	0.67	3.35	17	27.42%	12.92	39.50%
ΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ	31	5	6	5	0.67	3.35	38	61.29%	22.33	68.27%
Ν. ΒΟΙΩΤΙΑΣ_1	32	5	6	5	0.67	3.35	23	37.10%	15.8	48.30%
Ν. ΒΟΙΩΤΙΑΣ_2	33	5	6	5	0.67	3.35	31	50.00%	18.92	57.84%
Ν. ΦΘΙΩΤΙΔΑΣ_1	34	5	6	5	0.67	3.35	40	64.52%	22.89	69.98%
Ν. ΦΘΙΩΤΙΔΑΣ_2	35	5	6	5	0.67	3.35	38	61.29%	21.73	66.43%
Ν. ΦΩΚΙΔΑΣ	36	5	6	5	0.67	3.35	33	53.23%	20.08	61.39%
Ν. ΑΙΤΟΛΟΑΚΑΡΝΑΝΙΑΣ_1	37	5	6	5	0.67	3.35	38	61.29%	22.25	68.02%
Ν. ΑΙΤΟΛΟΑΚΑΡΝΑΝΙΑΣ_2	38	5	6	5	0.67	3.35	38	61.29%	22.25	68.02%
Ν. ΕΥΡΥΤΑΝΙΑΣ	39	5	6	5	0.67	3.35	42	67.74%	24.05	73.52%
Ν.ΕΥΒΟΙΑΣ_1	40	5	6	5	0.67	3.35	27	43.55%	17.6	53.81%
Ν.ΕΥΒΟΙΑΣ_2	41	5	6	5	0.67	3.35	27	43.55%	17.6	53.81%
Ν.ΕΥΒΟΙΑΣ_3	42	5	6	5	0.67	3.35	17	27.42%	12.92	39.50%
Ν.ΕΥΒΟΙΑΣ_4	43	5	6	5	0.67	3.35	38	61.29%	22.33	68.27%
Ν. ΚΟΡΙΝΘΙΑΣ_1	44	5	6	5	0.67	3.35	29	46.77%	18.28	55.89%
Ν. ΚΟΡΙΝΘΙΑΣ_2	45	5	6	5	0.67	3.35	27	43.55%	17.12	52.34%
Ν.ΑΧΑΪΑΣ_1	46	5	6	5	0.67	3.35	29	46.77%	18.28	55.89%
Ν.ΑΧΑΪΑΣ_2	47	5	6	5	0.67	3.35	33	53.23%	20.6	62.98%
Ν. ΗΛΕΙΑΣ_1	48	5	6	5	0.67	3.35	33	53.23%	20.6	62.98%
Ν. ΗΛΕΙΑΣ_2	49	5	6	5	0.67	3.35	27	43.55%	17.12	52.34%
Ν. ΗΛΕΙΑΣ_3	50	5	6	5	0.67	3.35	27	43.55%	17.12	52.34%
Ν. ΑΡΚΑΔΙΑΣ_1	51	5	6	5	0.67	3.35	27	43.55%	17.12	52.34%
Ν. ΑΡΚΑΔΙΑΣ_2	52	5	6	5	0.67	3.35	27	43.55%	17.32	52.95%
Ν. ΑΡΓΟΛΙΔΟΣ_1	53	5	6	5	0.67	3.35	23	37.10%	15.8	48.30%
Ν. ΑΡΓΟΛΙΔΟΣ_2	54	5	6	5	0.67	3.35	29	46.77%	18.28	55.89%
Ν. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_1	55	5	6	5	0.67	3.35	25	40.32%	16.16	49.40%
Ν. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_2	56	5	6	5	0.67	3.35	25	40.32%	16.16	49.40%
Ν. ΜΕΣΣΗΝΙΑΣ_3	57	5	6	5	0.67	3.35	25	40.32%	16.16	49.40%
Ν. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_1	58	5	6	5	0.67	3.35	42	67.74%	24.25	74.14%
Ν. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_2	59	5	6	5	0.67	3.35	23	37.10%	15	45.86%
Ν. ΛΑΚΩΝΙΑΣ_3	60	5	6	5	0.67	3.35	19	30.65%	13.68	41.82%
Ν. ΧΑΝΙΩΝ_1	61	5	6	5	0.67	3.35	9	14.52%	4.67	14.28%
Ν. ΧΑΝΙΩΝ_2	62	5	6	5	0.67	3.35	9	14.52%	4.67	14.28%
Ν. ΡΕΘΥΜΝΟΥ	63	5	6	5	0.67	3.35	5	8.06%	3.35	10.24%
Ν. ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ	64	5	6	5	0.67	3.35	5	8.06%	3.35	10.24%
Ν.ΛΑΣΙΘΙΟΥ	66	0	0	2	1	2	7	11.29%	5.35	16.36%
Ν. ΚΥΚΛΑΔΩΝ	66	5	6	5	0.67	3.35	23	37.10%	14.24	43.53%
ΡΟΔΟΣ	67	2	4	1	0.45	0.45	4	6.45%	3.45	10.55%
ΚΑΡΠΑΘΟΣ	68	5	6	5	0.67	3.35	9	14.52%	6.8	20.79%
ΚΩΣ	69	5	6	5	0.67	3.35	13	20.97%	9.96	30.45%
ΚΑΛΥΜΝΟΣ/ΛΕΡΟΣ	70	5	6	5	0.67	3.35	13	20.97%	9.96	30.45%
Ν. ΣΑΜΟΣ	71	5	6	5	0.67	3.35	19	30.65%	13.76	42.07%
Ν. ΛΕΣΒΟΥ	72	5	6	5	0.67	3.35	19	30.65%	13.76	42.07%
Ν. ΧΙΟΥ	73	5	6	5	0.67	3.35	19	30.65%	13.76	42.07%
ΛΗΜΝΟΣ	74	5	6	5	0.67	3.35	16	25.81%	12.15	37.14%
Ν. ΚΕΡΚΥΡΑΣ	75	4	14	5	0.33	1.65	18	29.03%	12.13	37.08%
Ν. ΚΕΦΑΛΛΗΝΙΑΣ	76	4	14	5	0.33	1.65	30	48.39%	17.49	53.47%
Ν. ΖΑΚΥΝΘΟΥ	77	5	6	5	0.67	3.35	30	48.39%	19.19	58.67%
Ν. ΛΕΥΚΑΔΑΣ	78	4	14	5	0.33	1.65	32	51.61%	18.45	56.40%

Επισημαίνονται τα κάτωθι:

α. Όλες οι περιοχές της Ελλάδας καλύπτονται από τουλάχιστον 1 μέσο (στην πράξη περισσότερα του ενός), ήτοι για κάθε i υπάρχει τουλάχιστον ένα Y_{imk} διάφορο του μηδενός.

β. Στον υπόψη πίνακα περιλαμβάνονται τα Y_{imk} τα οποία έλαβαν τιμή 1 σε κάθε μία από τις 500 επαναλήψεις. Διαπιστώθηκε ωστόσο ότι τα Y_{imk} που θα έπρεπε να εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία είναι περισσότερα, καθώς υπάρχουν τιμές X_{imk} με τιμή ίση με 1 σε κάθε επανάληψη, χωρίς ωστόσο η αντίστοιχη τιμή του Y_{imk} να είναι πάντα με 1 (προφανώς, εφόσον υπάρχουν

επαναλήψεις στις οποίες το γ_{mk} ισούται με 1, ο περιορισμός της εμβέλειας, μεγαλύτερης από το διπλάσιο της απόστασης για το συγκεκριμένο ζεύγος i και k , ικανοποιείται). Το πρόβλημα, πιθανά να οφείλεται σε στρογγυλοποιήσεις που εκτελεί εσωτερικά το πρόγραμμα CPLEX κατά τη διαδικασία της επίλυσης, παρόλο που η μαθηματική διατύπωση είναι ορθή και δε θα έπρεπε να το επιτρέπει. Για το λόγο αυτό δεν γίνεται ιεράρχηση των λύσεων, όπως στην περίπτωση της ντετερμινιστικής λύσης.

γ. Ακόμα και υπό την επίδραση της προαναφερθείσας δυσλειτουργίας, το πλήθος ανά επανάληψη, των τιμών γ_{mk} ίσων με 1, προκύπτει μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της ντετερμινιστικής λύσης. Δηλαδή το ποιοτικό συμπέρασμα που προκύπτει, είναι ότι ο συντελεστής κάλυψης είναι μεγαλύτερος στην περίπτωση του στοχαστικού μοντέλου.

5.3. Σύγκριση Στοχαστικού με το Ντετερμινιστικό Μοντέλο

Ο παρακάτω πίνακας αποτυπώνει σε απευθείας αντιπαράθεση τα αποτελέσματα των 2 μοντέλων:

Πίνακας 5.9: Σύγκριση Λύσεων Στοχαστικού με Ντετερμινιστικό Μοντέλο

					STOCHASTIC TRICHOTOMIC APPROACH		DETERMINISTIC APPROACH
					num_ iterations = 500, CC = 0.90		
A/A	ΤΥΠΟΣ	ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	m	k	SUMmk_value	SUMmk_value	
1	CL-415	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	0	0	2	2	
2	CL-415	ΒΟΛΟΣ	0	1	2	2	
3	CL-415	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	0	4	3	3	
4	CL-215	ΑΚΤΙΟ	1	2	6	2	
5	CL-215	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ	1	3	2	6	
6	CL-215	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	1	4	2	2	
7	AIR TRACTOR	ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ	2	0	4	4	
8	AIR TRACTOR	ΒΟΛΟΣ	2	1	2	2	
9	AIR TRACTOR	ΕΛΕΥΣΙΝΑ	2	4	1	1	
10	AIR TRACTOR	ΤΑΝΑΓΡΑ	2	7	5	5	
11	AIR TRACTOR	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	2	8	3		
12	AIR TRACTOR	ΤΡΙΠΟΛΗ	2	12	3		
13	AIR TRACTOR	ΝΑΞΟΣ	2	18		6	
14	S-64	ΒΟΛΟΣ	3	1	2	2	
15	S-64	ΑΡΑΞΟΣ	3	9	6		
16	S-64	ΤΡΙΠΟΛΗ	3	12		6	
17	BELL 214-ST	ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ	4	3	4		
18	BELL 214-ST	ΤΑΤΟΙ	4	6		1	
19	BELL 214-ST	ΤΑΝΑΓΡΑ	4	7	1	1	
20	BELL 214-ST	ΚΑΛΑΜΑΤΑ	4	8	2		
21	BELL 214-ST	ΑΡΑΞΟΣ	4	9		6	
22	BELL 214-ST	ΤΡΙΠΟΛΗ	4	12	2		
23	BELL 214-ST	ΙΩΑΝΝΙΝΑ	4	14	5		
24	BELL 214-ST	ΧΙΟΣ	4	15		6	
25	KAMOV Ka-32	ΤΑΤΟΙ	5	6	5	5	

Στον ανωτέρω πίνακα, με πράσινο χρώμα απεικονίζονται οι λύσεις που είναι πανομοιότυπες, με μπλε χρώμα οι λύσεις οι οποίες τοποθετούν σε αεροδρόμια τον ίδιο τύπο μέσων αλλά διαφορετικό πλήθος από τον κάθε τύπο και με κίτρινο, οι λύσεις οι οποίες διαφέρουν τόσο ως προς το σημείο τοποθέτησης, όσο και τον τύπο των μέσων.

Ειδικότερα, προκύπτει ότι και οι δύο προσεγγίσεις τοποθετούν τα Α/Φ CL-415 με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, ενώ το ίδιο ισχύει και για τα Ε/Π ΚΑΜΟΝ Ka-32.

Τα Α/Φ CL-215 τοποθετούνται στα ίδια αεροδρόμια και με τον ίδιο τρόπο, με εξαίρεση το ΑΚΤΙΟ και την ΑΝΔΡΑΒΙΔΑ (6 και 2 Α/Φ αντίστοιχα, αντί για 2 και 6 στην Ντετερμινιστική προσέγγιση).

Τα Α/Φ AIR TRACTOR, και στα δύο μοντέλα, τοποθετούνται με πανομοιότυπο τρόπο στα Α/Δ της Θεσσαλονίκης, του Βόλου, της Ελευσίνας και της Τανάγρας αλλά υφίσταται διαφοροποίηση στα Α/Δ Καλαμάτας, Τρίπολης και Νάξου, με την στοχαστική προσέγγιση να αποδίδει από 3 Α/Φ στα δύο πρώτα, ενώ η Ντετερμινιστική να αποδίδει αντί αυτών των τοποθετήσεων, 6 Α/Φ στο Α/Δ της Νάξου.

Τέλος, τα Ε/Π S-64 και BELL 214-ST τοποθετούνται με εντελώς ανόμοιο τρόπο, με εξαίρεση το αεροδρόμιο της Τανάγρας που λαμβάνει τον ίδιο αριθμό (1 συγκεκριμένα) Ε/Π BELL.

Επιχειρώντας μια σύγκριση μεταξύ των ντετερμινιστικών και στοχαστικών αποτελεσμάτων αποκαλύπτονται σημαντικές πληροφορίες σχετικά με την κατανομή πόρων για την καταπολέμηση των δασικών πυρκαγιών:

α. Ενώ και τα δύο μοντέλα έδωσαν προτεραιότητα σε περιοχές υψηλού κινδύνου όπως η Αττική και η Θεσσαλονίκη, δημιουργώντας μια αρκετά όμοια κατανομή μέσων για τις υπόψη περιοχές, το στοχαστικό μοντέλο προσέφερε μεγαλύτερη ευελιξία στην κατανομή των πόρων εξετάζοντας μια σειρά πιθανών σεναρίων κινδύνου πυρκαγιάς. Εξάλλου, στο ντετερμινιστικό μοντέλο, το οποίο δέχεται επιρροή μόνο από στατικές τιμές δεικτών επικινδυνότητας, η κατανομή των πόρων διαφαίνεται ελαφρώς πιο συγκεντρωτική με 18 συνδυασμούς αναθέσεων m τύπων σε k αεροδρόμια. Στον αντίποδα, το στοχαστικό μοντέλο, πραγματοποιεί 20 κατανομές (συνδυασμούς m τύπων με k αεροδρόμια), φαίνεται δηλαδή να διασπείρει τους πόρους σε μεγαλύτερο βαθμό, απόρροια του παράγοντα της αβεβαιότητας που χαρακτηρίζει το υπόψη μοντέλο. Αυτή η ευελιξία είναι ζωτικής σημασίας προκειμένου να διασφαλιστεί ότι υπάρχουν διαθέσιμοι πόροι εκεί που ενδέχεται να χρειαστούν περισσότερο, ιδιαίτερα σε απρόβλεπτες καταστάσεις.

β. **Αξιοποίηση Μέσων:** Το ντετερμινιστικό μοντέλο βελτιστοποίησε αποτελεσματικά την τοποθέτηση πιο αξιόπιστων και παραγωγικών αεροσκαφών. Ομοίως, η στοχαστική προσέγγιση εξασφάλισε ότι τα αεροσκάφη με υψηλότερους συντελεστές αξιοπλοΐας και παραγωγικότητας κατανέμονται σταθερά σε περιοχές με τον υψηλότερο κίνδυνο, αλλά ταυτόχρονα παρείχε μια πιο ευρεία οπτική για το πώς θα πρέπει να αναπτυχθούν τα υπόλοιπα μέσα σε διαφορετικά σενάρια κινδύνου πυρκαγιάς.

γ. **Χρόνοι Απόκρισης:** Το ντετερμινιστικό μοντέλο ελαχιστοποίησε τους χρόνους απόκρισης υπό στατικές συνθήκες, αλλά το στοχαστικό μοντέλο παρείχε μια ακριβέστερη αναπαράσταση της μεταβλητότητας της υπόψη παραμέτρου. Δεδομένου ότι επηρεάζεται από τυχαίους παράγοντες, σε ορισμένες επαναλήψεις/σενάρια, το στοχαστικό μοντέλο αναγνώρισε περιοχές που μπορεί να απαιτούν ταχύτερους χρόνους απόκρισης και μεγαλύτερη συγκέντρωση δυνάμεων.

Ως εκ τούτου, η κατά περίπτωση διασπορά δυνάμεων, προκειμένου το σύστημα να ανταποκριθεί με επιτυχία στο υπόψη μεμονωμένο σενάριο, κατά το οποίο, περιοχές με κατά κανόνα χαμηλότερο δείκτη επικινδυνότητας, απαίτησαν αναπάντεχα τη συνδρομή πυροσβεστικών μέσων, προκάλεσε διαφοροποίηση (αύξηση) στους συνολικούς χρόνους απόκρισης.

δ. Η αντικειμενική συνάρτηση, η οποία ορίστηκε ως εξής:

$$z = \sum_{n \in N} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} 1/IL_i * \left(\frac{D_{ik}}{U_n}\right) * Y_{ink} - \sum_{n \in N} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} IL_i * P_n * A_n * Y_{ink} \quad (12)$$

λαμβάνει την τιμή **-6502.75** στην περίπτωση του ντετερμινιστικού μοντέλου, ενώ κυμαίνεται από **-6731.38** έως **-9323.49**, με μέση τιμή **-7929.36** στην περίπτωση του στοχαστικού. Από την σχέση (1), προκύπτει ότι ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει τον συνολικό χρόνο απόκρισης από όλα τα αεροδρόμια k , προς όλα τα σημεία ενδιαφέροντος i , ενώ ο δεύτερος τον βαθμό κάλυψης των i από τα k . Η μικρότερη τιμή (μεγαλύτερη κατ' απόλυτη τιμή) της αντικειμενικής στην περίπτωση της στοχαστικής προσέγγισης, αποκαλύπτει ότι παρόλο που ο συνολικός χρόνος απόκρισης αυξήθηκε, η μεγαλύτερη διασπορά των δυνάμεων προκάλεσε αύξηση και του δεύτερου όρου, άρα μείωση της τιμής της αντικειμενικής.

Συνολικά, το στοχαστικό μοντέλο προσφέρει μια πιο ολοκληρωμένη λύση για την κατανομή των μέσων αεροπυρόσβεσης, καθιστώντας την πιο ρεαλιστική και κατάλληλη να ανταπεξέλθει στις μεταβαλλόμενες συνθήκες.

Συνεπώς, η στοχαστική προσέγγιση παρέχει μια πιο αξιόπιστη λύση για την κατανομή των πόρων, καθώς τα αποτελέσματα, τόσο μέσω μεμονωμένης παρατήρησης, όσο και κατόπιν σύγκρισης μεταξύ τους, υποδηλώνουν ότι ενώ ορισμένες περιοχές χρήζουν πάντα προτεραιότητας στο σχεδιασμό, η στρατηγική κατανομής πρέπει να παραμείνει ευέλικτη προκειμένου να δύναται να αντιμετωπίσει απροσδόκητες συνθήκες.

5.4. Επιπτώσεις για τις επιχειρήσεις αεροπυρόσβεσης στην Ελλάδα

Τα αποτελέσματα της παρούσας θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν στη φάση σχεδιασμού των επιχειρήσεων προκειμένου να επιτυγχάνεται ο μέγιστος βαθμός απόδοσης. Τα κυριότερα σημεία που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη σε αυτήν την κατεύθυνση είναι τα παρακάτω:

α. Οι περιοχές με σταθερά υψηλό κίνδυνο πυρκαγιάς, όπως η Αττική και η Θεσσαλονίκη, θα πρέπει να βρίσκονται ψηλά στην προτεραιοποίηση κατανομής των πόρων. Αυτές οι περιοχές απαιτούν εκ προοιμίου, υψηλότερη συγκέντρωση πόρων για την εξασφάλιση ταχείας αντίδρασης και αποτελεσματικής αντιμετώπισης της πυρκαγιάς.

β. Ταυτόχρονα, η στρατηγική κατανομής των πόρων, θα πρέπει να περιέχει το στοιχείο της ευελιξίας, όπως προκύπτει από την ερμηνεία του στοχαστικού μοντέλου, το οποίο υπογραμμίζει τη σημασία της υπόψη παραμέτρου.

Ο κίνδυνος πυρκαγιάς παρουσιάζει έντονη μεταβλητότητα και ως εκ τούτου, η ικανότητα προσαρμογής σε αυτές τις μεταβολές, είναι ζωτικής σημασίας για την αποτελεσματικότητα των επιχειρήσεων αεροπυρόσβεσης.

γ. Τα αποτελέσματα υπογραμμίζουν την ανάγκη να δοθεί προτεραιότητα σε πιο αξιόπιστα και παραγωγικά αεροσκάφη, όπως το CL-415, σε περιοχές υψηλού κινδύνου. Αυτά τα αεροσκάφη αποδίδουν καλύτερα και ανταποκρίνονται με μεγαλύτερη επιτυχία, σε μεγάλης κλίμακας πυρκαγιές.

Συμπερασματικά, συνδυάζοντας τις ντετερμινιστικές και στοχαστικές προσεγγίσεις, η Γενική Γραμματεία Πολιτικής Προστασίας, ως DECISION MAKER επί θεμάτων σχεδίασης και υλοποίησης της κατανομής των πόρων, θα μπορούσε θεωρητικά να αναπτύξει πιο εύρωστες στρατηγικές συρρίκνωσης των χρόνων απόκρισης, μεγιστοποίησης των συντελεστών κάλυψης και εν γένει βελτιστοποίησης της απόδοσης των σχετικών επιχειρήσεων.

6. Συμπεράσματα και Μελλοντικές Προσθήκες

Η παρούσα διατριβή παρουσίασε ένα μαθηματικό μοντέλο για τη βέλτιστη κατανομή των πόρων αεροπυρόσβεσης στην Ελλάδα. Το μοντέλο ενσωματώνει τόσο προσδιοριστικές όσο και στοχαστικές προσεγγίσεις, λαμβάνοντας υπόψη τη μεταβλητότητα του κινδύνου πυρκαγιάς σε διαφορετικές περιοχές. Τα αποτελέσματα της μελέτης υποδεικνύουν ότι η στρατηγική τοποθέτηση των μέσων πυρόσβεσης μπορεί να μειώσει σημαντικά τους χρόνους απόκρισης σε περιοχές υψηλού κινδύνου και να βελτιώσει την αποτελεσματικότητα της πυρόσβεσης.

Το προσδιοριστικό μοντέλο παρέχει μια βασική λύση, ενώ το στοχαστικό μοντέλο προσφέρει μια πιο ευέλικτη και ανθεκτική προσέγγιση, λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα στον κίνδυνο πυρκαγιάς. Η σύγκριση των δύο μοντέλων αναδεικνύει τα οφέλη του στοχαστικού προγραμματισμού για την ανάπτυξη στρατηγικών κατανομής πόρων που προσαρμόζονται στις μεταβαλλόμενες συνθήκες.

Μελλοντικές επεκτάσεις αυτού του μοντέλου θα μπορούσαν να περιλαμβάνουν επιπλέον παράγοντες, όπως τις καιρικές συνθήκες σε σχέση με τη δυνατότητα των μέσων να επιχειρούν και σε σχέση με τον τρόπο που επηρεάζουν όχι μόνο το ξέσπασμα, αλλά και την εξάπλωση/ένταση ενός μετώπου (π.χ ταχύτητα ανέμου), τη διαθεσιμότητα του προσωπικού, στατιστικά στοιχεία αξιοπιστίας των μέσων για περαιτέρω βελτίωση της ακρίβειας κ.ο.κ. Επίσης, στην κατεύθυνση παρουσίασης ενός πιο ολοκληρωμένου μοντέλου, θα μπορούσαν να ενσωματωθούν και στοιχεία κόστους χρήσης ανά ώρα πτήσης εκάστου μέσου.

Τέλος, η χρήση πιο προηγμένων τεχνικών επίλυσης, όπως ο αλγόριθμος Benders που αναφέρεται στο Κεφάλαιο 2, θα μπορούσε να βελτιώσει την αποτελεσματικότητα του μοντέλου σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα.

Συνολικά, η παρούσα έρευνα συμβάλλει στον τομέα της κατανομής πόρων πυρόσβεσης, παρέχοντας μια ολοκληρωμένη προσέγγιση για τη βελτιστοποίηση

της τοποθέτησης των αεροπορικών μέσων πυρόσβεσης σε ένα δυναμικό και αβέβαιο περιβάλλον.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Ritika Goel, Tanya Karn, Rahul Kushwaha, Ashima Mehta. (2024) Healthcare Resource Allocation Optimization. *IJARST*.
- [2] Jonathan Chase, Jiali Du, Na Fu, Truc Viet Le Hoong Chuin Lau (2017) Law enforcement resource optimization with response time guarantees. *Institutional Knowledge at Singapore Management University*.
- [3] Geoffrey Pettet, Mykel J. Kochenderfer, Ayan Mukhopadhyay, Abhishek Dubey (2021) Hierarchical Planning for Resource Allocation in Emergency Response Systems. *ICCPs*.
- [4] Ashkan Fakhri, Antonios Fragkogios, Georgios K. D. Saharidis (2020) An Accelerated Benders Decomposition Algorithm for Solving a Double-Type Double-Standard Maximal Covering Location Problem. *SN Operations Research Forum*.
- [5] Ζυγούρη Ελεόυσα-Βασιλική. (2014) Βελτιστοποίηση και Προσομοίωση Monte Carlo για τη Σχεδίαση Συστήματος Ενοικίασης Ποδηλάτων με Στοχαστική Ζήτηση. Μεταπτυχιακή Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.
- [6] Φραγκογιός Αντώνιος. (2014) Μοντελοποίηση για το Σχεδιασμό Δικτύου Κοινοχρήστων Ποδηλάτων με Εκτιμώμενη Ωριαία Ζήτηση. Μεταπτυχιακή Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.
- [7] Σαχαρίδης Γεώργιος. (2012). Έρευνα και Διάσωση. Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

DETERMINISTIC MODEL PYTHON SCRIPT

```
import pandas as pd

from docplex.mp.model import Model

import numpy as np

mod = Model(name='FF')

#SET

M = 6 # Πλήθος διαφορετικών τύπων μέσων αεροπυρόσβεσης

N = 62 # Πλήθος μέσων αεροπυρόσβεσης

I = 79 # Αριθμός σημείων κάλυψης

K = 20 # Αριθμός υποψήφιων θέσεων τοποθέτησης εναέριων μέσων

# Δείκτες

# m ∈ M: Διαφορετικοί τύποι μέσων αεροπυρόσβεσης

# n ∈ N: Διαφορετικά μέσα αεροπυρόσβεσης (ήταν j και L)

# i ∈ I: Διαφορετικά σημεία κάλυψης (ήταν N)

# k ∈ K: Υποψήφιες θέσεις τοποθέτησης εναέριων μέσων

MA = 1500 # Megalos Arithmos

W = 1 # συντελεστής βαρύτητας όρων αντικειμενικής συνάρτησης

irange=range(I)

krange=range(K)

mrange=range(M)

nrange=range(N)

D=np.zeros((I,K),dtype=int) # πίνακας 79X20 με τις αποστάσεις από κάθε σημείο k προς κάθε σημείο i
```


D=[[144,
188, 276, 291, 215, 208, 207, 201, 306, 278, 347, 297, 273, 15, 254, 165, 336, 124, 243, 66],
[162, 211, 297, 315, 240, 227, 232, 226, 331, 301, 370, 314, 298, 40, 273, 186, 360, 144, 266, 83],
[126, 175, 260, 279, 208, 216, 201, 193, 297, 265, 349, 308, 264, 24, 236, 170, 335, 134, 245, 47],
[94, 152, 232, 256, 196, 230, 190, 180, 280, 242, 350, 324, 247, 53, 205, 180, 331, 150, 247, 19],
[70, 130, 208, 234, 180, 231, 175, 164, 261, 219, 341, 326, 228, 71, 181, 179, 319, 154, 239, 12],
[76, 143, 216, 246, 196, 247, 192, 180, 275, 231, 359, 342, 242, 78, 186, 195, 336, 169, 257, 26],
[48, 122, 188, 222, 184, 257, 182, 168, 256, 207, 355, 352, 225, 106, 156, 204, 328, 184, 256, 46],
[32, 111, 166, 205, 180, 268, 179, 164, 244, 190, 356, 364, 214, 130, 132, 215, 326, 200, 260, 70],
[29, 98, 168, 199, 161, 242, 158, 144, 232, 184, 333, 337, 200, 110, 140, 188, 305, 174, 236, 50],
[11, 89, 148, 185, 160, 257, 159, 144, 223, 170, 338, 352, 193, 134, 117, 203, 306, 193, 244, 75],
[31, 59, 139, 162, 122, 221, 121, 106, 193, 148, 298, 315, 161, 127, 120, 167, 268, 163, 204, 76],
[42, 74, 158, 178, 127, 209, 123, 110, 204, 164, 297, 304, 171, 107, 139, 155, 270, 147, 200, 59],
[52, 91, 175, 195, 138, 207, 134, 122, 219, 181, 304, 302, 186, 90, 155, 153, 279, 139, 204, 43],
[37, 101, 137, 183, 178, 287, 179, 163, 229, 169, 359, 382, 201, 165, 99, 234, 323, 226, 269, 105],
[34, 84, 118, 164, 162, 278, 163, 147, 210, 149, 342, 372, 182, 171, 83, 225, 306, 221, 255, 112],
[73, 113, 116, 173, 192, 317, 195, 179, 226, 159, 373, 410, 202, 206, 72, 264, 333, 261, 290, 146],
[54, 91, 109, 160, 170, 294, 173, 156, 210, 145, 351, 387, 184, 190, 69, 241, 313, 239, 267, 130],
[33, 72, 111, 153, 149, 269, 151, 135, 198, 138, 330, 362, 170, 170, 78, 216, 294, 214, 244, 112],
[81, 102, 92, 150, 178, 312, 183, 166, 205, 137, 358, 404, 182, 217, 48, 261, 317, 262, 279, 158],
[74, 85, 81, 135, 161, 297, 166, 149, 189, 122, 340, 387, 165, 211, 41, 246, 299, 249, 262, 153],
[43, 47, 97, 132, 125, 251, 128, 111, 174, 117, 306, 343, 145, 171, 75, 199, 269, 202, 221, 117],
[59, 21, 96, 118, 99, 229, 101, 85, 153, 103, 280, 319, 123, 169, 86, 178, 243, 185, 196, 121],
[67, 17, 110, 121, 83, 209, 84, 68, 148, 107, 264, 299, 116, 159, 105, 158, 229, 167, 177, 116],
[75, 27, 74, 99, 102, 243, 106, 90, 141, 85, 281, 331, 113, 191, 68, 194, 242, 204, 203, 142],
[81, 58, 59, 105, 130, 274, 136, 119, 156, 90, 308, 362, 132, 210, 38, 224, 266, 233, 233, 156],
[98, 82, 50, 108, 151, 298, 158, 142, 166, 95, 326, 386, 145, 232, 14, 249, 282, 258, 256, 176],
[126, 107, 42, 107, 170, 322, 177, 162, 169, 97, 339, 407, 153, 260, 15, 274, 292, 285, 274, 204],
[125, 98, 29, 94, 158, 311, 166, 151, 155, 83, 325, 396, 139, 258, 18, 264, 279, 277, 262, 203],
[114, 72, 26, 76, 129, 283, 137, 122, 134, 63, 299, 367, 114, 240, 35, 237, 253, 251, 234, 188],
[150, 74, 125, 88, 20, 180, 31, 28, 79, 82, 188, 256, 46, 214, 148, 143, 149, 174, 120, 187],
[162, 93, 155, 119, 15, 149, 13, 28, 98, 113, 167, 225, 70, 204, 176, 115, 134, 150, 90, 185],
[147, 82, 153, 124, 17, 147, 6, 18, 111, 117, 181, 228, 81, 187, 170, 107, 150, 138, 96, 168],
[129, 58, 127, 103, 21, 172, 25, 10, 103, 94, 202, 255, 70, 189, 143, 130, 167, 156, 123, 162],
[117, 38, 93, 77, 51, 207, 59, 44, 97, 66, 228, 289, 65, 203, 110, 163, 188, 185, 156, 166],
[96, 30, 66, 79, 88, 238, 94, 79, 120, 65, 265, 323, 92, 205, 74, 191, 223, 207, 192, 159],
[111, 35, 76, 70, 69, 224, 77, 62, 102, 57, 244, 307, 72, 209, 92, 179, 202, 199, 174, 168],
[121, 44, 76, 63, 66, 223, 74, 60, 92, 50, 237, 304, 63, 216, 97, 180, 195, 202, 170, 176],
[130, 62, 51, 44, 91, 250, 100, 87, 92, 29, 254, 330, 70, 238, 80, 208, 208, 229, 194, 194],
[142, 83, 27, 42, 117, 277, 127, 114, 102, 30, 275, 356, 87, 258, 67, 234, 227, 255, 219, 211],
[111, 51, 45, 65, 101, 256, 109, 94, 114, 50, 272, 339, 91, 226, 62, 210, 228, 227, 205, 178],
[100, 31, 116, 109, 50, 187, 52, 35, 123, 97, 231, 274, 91, 172, 124, 139, 196, 157, 147, 138],
[114, 50, 133, 118, 37, 168, 35, 20, 122, 107, 214, 254, 89, 170, 143, 122, 182, 143, 128, 143],
[130, 71, 152, 131, 32, 148, 24, 20, 126, 122, 197, 233, 94, 169, 164, 103, 168, 128, 107, 149],
[156, 98, 174, 144, 36, 126, 26, 37, 127, 138, 172, 208, 98, 180, 189, 87, 147, 121, 80, 168],
[159, 80, 106, 62, 47, 206, 58, 54, 57, 58, 197, 278, 24, 236, 136, 170, 152, 201, 141, 205],
[166, 88, 127, 83, 31, 185, 42, 43, 63, 80, 178, 256, 33, 230, 155, 152, 136, 186, 119, 204],
[150, 72, 87, 47, 61, 222, 72, 64, 62, 41, 216, 296, 34, 238, 118, 184, 170, 212, 160, 202],
[156, 83, 66, 23, 87, 248, 98, 89, 65, 14, 236, 322, 48, 256, 103, 210, 188, 237, 185, 216],

```
[171, 98, 70, 10, 98, 257, 109, 101, 57, 15, 235, 328, 48, 272, 111, 221, 185, 250, 191, 231],
[179, 103, 85, 24, 90, 248, 101, 96, 42, 30, 220, 316, 35, 273, 126, 214, 170, 244, 179, 235],
[187, 110, 98, 35, 88, 242, 99, 96, 30, 42, 208, 308, 27, 276, 138, 210, 158, 243, 171, 241],
[172, 95, 91, 35, 77, 234, 88, 83, 42, 36, 212, 304, 24, 261, 128, 200, 163, 231, 166, 225],
[193, 114, 129, 71, 65, 209, 75, 78, 30, 74, 173, 272, 15, 264, 164, 181, 125, 217, 135, 236],
[181, 105, 142, 93, 39, 179, 47, 54, 60, 92, 162, 246, 37, 239, 171, 150, 120, 187, 109, 216],
[170, 92, 121, 73, 43, 196, 54, 54, 52, 71, 182, 266, 21, 240, 152, 164, 137, 197, 128, 212],
[211, 133, 125, 61, 94, 237, 104, 105, 2, 70, 186, 296, 32, 291, 166, 210, 134, 247, 161, 260],
[212, 136, 116, 51, 106, 252, 116, 116, 17, 63, 200, 312, 42, 299, 159, 224, 148, 260, 177, 266],
[218, 139, 139, 75, 92, 227, 102, 105, 13, 83, 171, 283, 36, 292, 179, 204, 119, 242, 150, 263],
[199, 121, 129, 69, 73, 216, 83, 86, 22, 74, 174, 277, 18, 272, 166, 188, 125, 226, 141, 244],
[226, 147, 151, 87, 94, 222, 103, 108, 25, 95, 159, 275, 45, 295, 190, 200, 107, 240, 143, 269],
[225, 147, 165, 105, 83, 198, 90, 98, 47, 110, 139, 250, 52, 282, 201, 180, 89, 221, 118, 261],
[310, 235, 256, 193, 161, 206, 164, 177, 130, 200, 70, 220, 144, 344, 294, 212, 27, 259, 129, 335],
[313, 239, 264, 202, 164, 198, 165, 180, 140, 209, 57, 209, 151, 342, 301, 206, 21, 254, 122, 334],
[323, 251, 284, 223, 174, 184, 174, 189, 162, 229, 31, 186, 170, 341, 318, 199, 30, 247, 115, 338],
[336, 267, 304, 245, 188, 178, 187, 203, 184, 250, 14, 169, 190, 345, 338, 199, 52, 247, 117, 347],
[355, 291, 338, 282, 212, 163, 209, 226, 224, 285, 40, 131, 225, 346, 369, 195, 94, 240, 122, 355],
[231, 170, 233, 189, 95, 96, 89, 106, 146, 187, 102, 150, 132, 232, 256, 93, 93, 141, 14, 233],
[349, 305, 378, 335, 237, 102, 229, 245, 289, 333, 143, 15, 277, 295, 397, 155, 185, 183, 134, 323],
[358, 304, 367, 317, 230, 129, 224, 240, 265, 318, 99, 68, 259, 323, 391, 174, 147, 212, 126, 343],
[295, 252, 328, 288, 187, 52, 178, 193, 246, 285, 131, 52, 231, 247, 344, 102, 160, 136, 87, 272],
[282, 239, 315, 276, 174, 41, 165, 180, 237, 273, 132, 65, 221, 236, 331, 89, 157, 125, 77, 259],
[245, 211, 294, 263, 156, 5, 146, 158, 232, 258, 164, 101, 211, 191, 305, 49, 177, 80, 80, 217],
[175, 166, 260, 248, 146, 93, 135, 138, 239, 239, 236, 186, 210, 103, 258, 50, 233, 14, 133, 131],
[192, 161, 250, 227, 119, 59, 108, 116, 207, 219, 187, 154, 180, 148, 256, 5, 185, 48, 85, 166],
[109, 121, 215, 219, 135, 156, 127, 122, 228, 207, 275, 251, 195, 65, 204, 104, 259, 82, 170, 66],
[155, 140, 62, 124, 199, 354, 207, 193, 187, 117, 363, 438, 176, 291, 47, 306, 315, 318, 304, 234],
[178, 120, 43, 39, 142, 303, 153, 143, 99, 41, 282, 377, 97, 295, 89, 264, 231, 288, 239, 248],
[194, 127, 69, 25, 133, 292, 144, 136, 74, 37, 258, 360, 78, 303, 115, 256, 206, 285, 223, 259],
[152, 104, 13, 58, 143, 303, 153, 140, 120, 51, 298, 382, 110, 276, 58, 260, 249, 280, 245, 226]]
```

CRUISING SPEEDS

```
U=np.array([160, 130, 140, 115, 140, 110]) # ταχύτητα έκαστου μέσου m
```

```
Un=np.array([160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130,
140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140,
115, 115, 115, 115, 115, 115, 115, 115, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140,
140, 140, 140, 110, 110, 110, 110, 110]) # ταχύτητα έκαστου μέσου n
```

IMPORTANCE LEVEL

```
IL=np.array([3,1,1,1,3,1,1,1,1,3,3,3,3,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,1,1,1,1,1,1,5,5,5,3,
1,1,3,1,1,1,1,3,3,3,3,3,3,3,3,3,1,1,3,3,3,1,3,1,3,1,3,3,1,1,1,
1,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,1]) # importance level ILi κάθε περιοχής
```

AIRWORTHINESS LEVEL


```
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1]]
```

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

$X_{nk} = \{ \}$ # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το μέσο n τοποθετηθεί στη θέση k και 0 αν όχι.

for n in $nrange$:

for k in $krange$:

$X_{nk}[n,k] = \text{mod.binary_var}(\text{name}=f'X_{nk}_{\{n\}_{\{k\}}})$

$Y_{ink} = \{ \}$ # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το σημείο i καλύπτεται από το μέσο

n που είναι τοποθετημένο στην θέση k και 0 αν όχι.

for i in $irange$:

for n in $nrange$:

for k in $krange$:

$Y_{ink}[i,n,k] = \text{mod.binary_var}(\text{name}=f'Y_{ink}_{\{i\}_{\{n\}_{\{k\}}})$

$Z_k = \{ \}$ # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-415 και 0 αν όχι.

for k in $krange$:

$Z_k[k] = \text{mod.binary_var}(\text{name}=f'Z_k_{\{k\}})$

$S_k = \{ \}$ # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-215 και 0 αν όχι.

for k in $krange$:

$S_k[k] = \text{mod.binary_var}(\text{name}=f'S_k_{\{k\}})$

ΝΕΕΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

X_{mk} : Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν ένα τουλάχιστον μέσο τύπου m τοποθετηθεί στη θέση k

$X_{mk} = \{ \}$

for m in $mrange$:

for k in $krange$:

$X_{mk}[m, k] = \text{mod.binary_var}(\text{name}=f'X_{mk}_{\{m\}_{\{k\}}})$

Σύνδεση X_{mk} με X_{nk}

for m in $mrange$:

for k in $krange$:

$EXPR = 0$

```

for n in nrange:
    EXPR += Xnk[n, k] * H[n][m]
mod.add_constraint(EXPR <= MA * Xmk[m, k])
mod.add_constraint(EXPR >= Xmk[m, k])

# SUMmk: Ακέραια μεταβλητή ίση με το πλήθος των μέσων τύπου m που τοποθετείται στη θέση k
SUMmk = {}
for m in mrange:
    for k in krange:
        SUMmk[m, k] = mod.integer_var(name=f'SUMmk_{m}_{k}')

# Σύνδεση SUMmk με Xnk

for m in mrange:
    for k in krange:
        EXPR = 0
        for n in nrange:
            EXPR += Xnk[n, k] * H[n][m]
        mod.add_constraint(EXPR == SUMmk[m, k])

# Yimk: Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το σημείο i καλύπτεται από το μέσο τύπου
# m που είναι τοποθετημένο στην θέση k και 0 αν όχι.
Yimk={}
for i in irange:
    for m in mrange:
        for k in krange:
            Yimk[i,m,k] = mod.binary_var(name=f'Yimk_{i}_{m}_{k}')

# Σύνδεση Yimk με Yink

for i in irange:
    for m in mrange:
        for k in krange:
            EXPR = 0
            for n in nrange:
                EXPR += Yink[i, n, k] * H[n][m]
            mod.add_constraint(EXPR <= MA * Yimk[i, m, k])
            mod.add_constraint(EXPR >= Yimk[i, m, k])

#CONSTRAINTS

# No1:  $\sum_k Xnk = 1 \forall n \in N$  που εξασφαλίζει ότι κάθε μέσο θα τοποθετηθεί ακριβώς μία υποψήφια
θέση

for n in nrange:
    EXPR=0
    for k in krange:
        EXPR += Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR==1)

```

```

# No2':  $R_n * X_{nk} - 2 * D_{ik} \geq MA * (Y_{ink}-1) \forall i \in I, k \in K, n \in N$  αν η εμβέλεια μικρότερη από το
# διπλάσιο της απόστασης, τότε δεν μπορεί να υπάρχει ανάθεση ( $Y_{ink}=0$ )

for i in irange:
    for k in krange:
        for n in nrange:
            expr= $R_n[n] * X_{nk}[n,k]-2*D[i][k]$ 
            mod.add_constraint(expr>= $MA * Y_{ink}[i,n,k]- MA$ )

#No3':  $R_n * X_{nk} - 2 * D_{ik} \leq MA * Y_{ink} \forall i \in I, k \in K, n \in N$  ( $n \neq 0,1,...,34$  &  $i \neq 61,62,63,64,65$ )
# αν η εμβέλεια είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της απόστασης πρέπει να μπορεί να
# υπάρχει ανάθεση ( $Y_{ink}=1$ )

for i in irange:
    if i in [61,62,63,64,65]:
        continue
    for k in krange:
        for n in range(35,M):
            expr= $R_n[n] * X_{nk}[n,k] - 2 * D[i][k]$ 
            mod.add_constraint(expr <=  $MA * Y_{ink}[i,n,k]$ )

# No4':  $\sum_k Y_{ink} \leq 0 \forall i \in I, n \in N$  ( $n=0,1,...,34$  και  $i=61, 62, 63, 64, 65$ ) τα Α/Φ CL-415, CL-215 και
# AIR TRACTOR δεν εξυπηρετούν την Κρήτη

for i in range(61,66):
    for n in range(0,35):
        EXPR=0
        for k in krange:
            EXPR += $Y_{ink}[i,n,k]$ 
        mod.add_constraint(EXPR<=0)

# No5:  $\sum_n X_{nk} \leq 6 \forall k \in K$  σε κάθε θέση τοποθετούνται το πολύ 6 μέσα

for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR += $X_{nk}[n,k]$ 
    mod.add_constraint(EXPR<=6)

# No6:  $\sum_n (X_{n4}+X_{n6}) \geq 8$  στα αεροδρόμια Ελευσίνας και Τατοΐου τοποθετούνται τουλάχιστον 8 μέ
σα

EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR += $X_{nk}[n,4] + X_{nk}[n,6]$ 
mod.add_constraint(EXPR>=8)

```

No7: $2 \cdot Z_k \leq \sum_n H_{n0} \cdot X_{nk} \leq MA \cdot Z_k$, $k \in K$ τα Α/Φ CL-415 εφόσον τοποθετηθούν είναι τουλ.
2

```
for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][0]*Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR>=2*Zk[k])
```

```
for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][0]*Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR<=MA*Zk[k])
```

No8: $2 \cdot S_k \leq \sum_n H_{n1} \cdot X_{nk} \leq MA \cdot S_k$, $k \in K$ τα Α/Φ CL-215 εφόσον τοποθετηθούν είναι τουλ.
2

```
for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][1]*Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR>=2*Sk[k])
```

```
for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][1]*Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR<=MA*Sk[k])
```

No9: $\sum_n (H_{n0} \cdot X_{n0}) \geq 2$ τοποθετούνται τουλάχιστον 2 CL-415 στη Θεσσαλονίκη (MOB)

```
EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR +=H[n][0]*Xnk[n,0]
mod.add_constraint(EXPR>=2)
```

No10: $\sum_n (H_{n1} \cdot X_{n4}) \geq 2$ τοποθετούνται τουλάχιστον 2 CL-215 στην Ελευσίνα (MOB)

```
EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR +=H[n][1]*Xnk[n,4]
mod.add_constraint(EXPR>=2)
```

No11: $X_{nk} \cdot H_{nm} \leq G_{mk} \forall k \in K, n \in N, m \in M$ τα μέσα τοποθετούνται σε αεροδρομια που
μπορούν να τα υποστηρίξουν.

```
for k in krange:
```



```

for n in nrange:
    for m in mrange:
        EXPR=Xnk[n,k] * H[n][m]
        mod.add_constraint(EXPR<=G[m][k])

# Objective Function: Minimize  $z = \sum_n \sum_i \sum_k [IL_i * (D_{ik}/U_n) * Y_{ink}] - \sum_n \sum_i \sum_k (IL_i * P_n * A_n * Y_{ink})$ 

# Initialize the expression before the loop

EXPR = mod.linear_expr()

#for m in mrange:
for n in nrange:
    for i in irange:
        for k in krange:
            EXPR += Yink[i,n,k] * D[i][k] / (Un[n] * IL[i])
            EXPR -= W * Yink[i,n,k] * IL[i] * Pn[n] * An[n]
mod.minimize(EXPR)

# ΕΞΑΓΩΓΗ MONTEΛΟΥ
mod.print_information()
mod.export_as_lp('FF_det_final.2.lp')

# Set time limit to 3600 seconds and memory for MIP search tree to 1024 MB
mod.parameters.timelimit = 3600
mod.parameters.mip.limits.treememory = 1024

# Increase the solver logging output to get more details
mod.parameters.mip.display = 4 # Detailed logging level

# ΕΠΙΛΥΣΗ MONTEΛΟΥ
print("\nSolving model....")
solution = mod.solve()

if solution is None:
    print("No solution found")
else:
    print("Solution found!")

# Print the objective function value
print(f"Objective Function Value: {mod.objective_value}")

# Αρχικοποίηση πινάκων
xnk_results = []
xmk_results = []
summk_results = []
yimk_results = []

# Συλλογή τιμών Xnk

```

```

for n in nrange:
    for k in krange:
        xnk_value = Xnk[n, k].solution_value
        if xnk_value == 1:
            xnk_results.append([n, k, xnk_value])

# Συλλογή τιμών Xmk
for m in mrange:
    for k in krange:
        xmk_value = Xmk[m, k].solution_value
        if xmk_value == 1:
            xmk_results.append([m, k, xmk_value])

# Συλλογή τιμών SUMmk
for m in mrange:
    for k in krange:
        summk_value = SUMmk[m, k].solution_value
        if summk_value != 0:
            summk_results.append([m, k, summk_value])

# Συλλογή τιμών Yimk
for i in irange:
    for m in mrange:
        for k in krange:
            yimk_value = Yimk[i, m, k].solution_value
            if yimk_value == 1:
                yimk_results.append([i, m, k, yimk_value])

df_xnk = pd.DataFrame(xnk_results, columns=['n', 'k', 'Xnk_value'])
df_xmk = pd.DataFrame(xmk_results, columns=['m', 'k', 'Xmk_value'])
df_summk = pd.DataFrame(summk_results, columns=['m', 'k', 'SUMmk_value'])
df_yimk = pd.DataFrame(yimk_results, columns=['i', 'm', 'k', 'Yimk_value'])

# Καταχώρηση σε αρχείο excel
with pd.ExcelWriter('optimization_results_det_final.2.xlsx', engine='openpyxl') as writer:
    df_xnk.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results', index=False)
    df_xmk.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results', index=False)
    df_summk.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results', index=False)
    df_yimk.to_excel(writer, sheet_name='Yimk Results', index=False)

# Create a DataFrame for the objective value
df_obj = pd.DataFrame({'Objective Function Value': [mod.objective_value]})

# Write the objective value to a separate sheet
df_obj.to_excel(writer, sheet_name='Objective Function', index=False)

print("Results successfully exported to excel.")

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

STOCHASTIC MODEL PYTHON SCRIPT

```
import random

import numpy as np

import pandas as pd

from docplex.mp.model import Model

#Αριθμός Επαναλήψεων
num_ iterations = 500

# Κριτήριο Σύγκλισης

CC = 0.90

epsilon = 1e-6 # μικρός αριθμός για ακρίβεια στον τριχοτομικό περιορισμό

# PARAMETERS

M = 6 # Πλήθος διαφορετικών τύπων μέσων αεροπυρόσβεσης
N = 62 # Πλήθος μέσων αεροπυρόσβεσης
I = 79 # Αριθμός σημείων κάλυψης
K = 20 # Αριθμός υποψήφιων θέσεων τοποθέτησης εναέριων μέσων

# Δείκτες

# m ∈ M: Διαφορετικοί τύποι μέσων αεροπυρόσβεσης
# n ∈ N: Διαφορετικά μέσα αεροπυρόσβεσης (ήταν j και L)
# i ∈ I: Διαφορετικά σημεία κάλυψης (ήταν N)
# k ∈ K: Υποψήφιες θέσεις τοποθέτησης εναέριων μέσων

MA = 1500 # Megalos Arithmos

W = 1 # συντελεστής βαρύτητας όρων αντικειμενικής συνάρτησης

irange=range(I)
krange=range(K)
mrange=range(M)
nrange=range(N)

D=np.zeros((I,K),dtype=int) # πίνακας 79X20 με τις αποστάσεις από κάθε σημείο k προς κάθε
σημείο i

D=[[144,
```

188, 276, 291, 215, 208, 207, 201, 306, 278, 347, 297, 273, 15, 254, 165, 336, 124, 243, 66],
 [162, 211, 297, 315, 240, 227, 232, 226, 331, 301, 370, 314, 298, 40, 273, 186, 360, 144, 266,
 83],
 [126, 175, 260, 279, 208, 216, 201, 193, 297, 265, 349, 308, 264, 24, 236, 170, 335, 134, 245,
 47],
 [94, 152, 232, 256, 196, 230, 190, 180, 280, 242, 350, 324, 247, 53, 205, 180, 331, 150, 247, 19],
 [70, 130, 208, 234, 180, 231, 175, 164, 261, 219, 341, 326, 228, 71, 181, 179, 319, 154, 239, 12],
 [76, 143, 216, 246, 196, 247, 192, 180, 275, 231, 359, 342, 242, 78, 186, 195, 336, 169, 257, 26],
 [48, 122, 188, 222, 184, 257, 182, 168, 256, 207, 355, 352, 225, 106, 156, 204, 328, 184, 256,
 46],
 [32, 111, 166, 205, 180, 268, 179, 164, 244, 190, 356, 364, 214, 130, 132, 215, 326, 200, 260,
 70],
 [29, 98, 168, 199, 161, 242, 158, 144, 232, 184, 333, 337, 200, 110, 140, 188, 305, 174, 236, 50],
 [11, 89, 148, 185, 160, 257, 159, 144, 223, 170, 338, 352, 193, 134, 117, 203, 306, 193, 244, 75],
 [31, 59, 139, 162, 122, 221, 121, 106, 193, 148, 298, 315, 161, 127, 120, 167, 268, 163, 204, 76],
 [42, 74, 158, 178, 127, 209, 123, 110, 204, 164, 297, 304, 171, 107, 139, 155, 270, 147, 200, 59],
 [52, 91, 175, 195, 138, 207, 134, 122, 219, 181, 304, 302, 186, 90, 155, 153, 279, 139, 204, 43],
 [37, 101, 137, 183, 178, 287, 179, 163, 229, 169, 359, 382, 201, 165, 99, 234, 323, 226, 269,
 105],
 [34, 84, 118, 164, 162, 278, 163, 147, 210, 149, 342, 372, 182, 171, 83, 225, 306, 221, 255, 112],
 [73, 113, 116, 173, 192, 317, 195, 179, 226, 159, 373, 410, 202, 206, 72, 264, 333, 261, 290, 146],
 [54, 91, 109, 160, 170, 294, 173, 156, 210, 145, 351, 387, 184, 190, 69, 241, 313, 239, 267, 130],
 [33, 72, 111, 153, 149, 269, 151, 135, 198, 138, 330, 362, 170, 170, 78, 216, 294, 214, 244, 112],
 [81, 102, 92, 150, 178, 312, 183, 166, 205, 137, 358, 404, 182, 217, 48, 261, 317, 262, 279, 158],
 [74, 85, 81, 135, 161, 297, 166, 149, 189, 122, 340, 387, 165, 211, 41, 246, 299, 249, 262, 153],
 [43, 47, 97, 132, 125, 251, 128, 111, 174, 117, 306, 343, 145, 171, 75, 199, 269, 202, 221, 117],
 [59, 21, 96, 118, 99, 229, 101, 85, 153, 103, 280, 319, 123, 169, 86, 178, 243, 185, 196, 121],
 [67, 17, 110, 121, 83, 209, 84, 68, 148, 107, 264, 299, 116, 159, 105, 158, 229, 167, 177, 116],
 [75, 27, 74, 99, 102, 243, 106, 90, 141, 85, 281, 331, 113, 191, 68, 194, 242, 204, 203, 142],
 [81, 58, 59, 105, 130, 274, 136, 119, 156, 90, 308, 362, 132, 210, 38, 224, 266, 233, 233, 156],
 [98, 82, 50, 108, 151, 298, 158, 142, 166, 95, 326, 386, 145, 232, 14, 249, 282, 258, 256, 176],
 [126, 107, 42, 107, 170, 322, 177, 162, 169, 97, 339, 407, 153, 260, 15, 274, 292, 285, 274, 204],
 [125, 98, 29, 94, 158, 311, 166, 151, 155, 83, 325, 396, 139, 258, 18, 264, 279, 277, 262, 203],
 [114, 72, 26, 76, 129, 283, 137, 122, 134, 63, 299, 367, 114, 240, 35, 237, 253, 251, 234, 188],
 [150, 74, 125, 88, 20, 180, 31, 28, 79, 82, 188, 256, 46, 214, 148, 143, 149, 174, 120, 187],
 [162, 93, 155, 119, 15, 149, 13, 28, 98, 113, 167, 225, 70, 204, 176, 115, 134, 150, 90, 185],
 [147, 82, 153, 124, 17, 147, 6, 18, 111, 117, 181, 228, 81, 187, 170, 107, 150, 138, 96, 168],
 [129, 58, 127, 103, 21, 172, 25, 10, 103, 94, 202, 255, 70, 189, 143, 130, 167, 156, 123, 162],
 [117, 38, 93, 77, 51, 207, 59, 44, 97, 66, 228, 289, 65, 203, 110, 163, 188, 185, 156, 166],
 [96, 30, 66, 79, 88, 238, 94, 79, 120, 65, 265, 323, 92, 205, 74, 191, 223, 207, 192, 159],
 [111, 35, 76, 70, 69, 224, 77, 62, 102, 57, 244, 307, 72, 209, 92, 179, 202, 199, 174, 168],
 [121, 44, 76, 63, 66, 223, 74, 60, 92, 50, 237, 304, 63, 216, 97, 180, 195, 202, 170, 176],
 [130, 62, 51, 44, 91, 250, 100, 87, 92, 29, 254, 330, 70, 238, 80, 208, 208, 229, 194, 194],
 [142, 83, 27, 42, 117, 277, 127, 114, 102, 30, 275, 356, 87, 258, 67, 234, 227, 255, 219, 211],
 [111, 51, 45, 65, 101, 256, 109, 94, 114, 50, 272, 339, 91, 226, 62, 210, 228, 227, 205, 178],
 [100, 31, 116, 109, 50, 187, 52, 35, 123, 97, 231, 274, 91, 172, 124, 139, 196, 157, 147, 138],
 [114, 50, 133, 118, 37, 168, 35, 20, 122, 107, 214, 254, 89, 170, 143, 122, 182, 143, 128, 143],
 [130, 71, 152, 131, 32, 148, 24, 20, 126, 122, 197, 233, 94, 169, 164, 103, 168, 128, 107, 149],
 [156, 98, 174, 144, 36, 126, 26, 37, 127, 138, 172, 208, 98, 180, 189, 87, 147, 121, 80, 168],

[159, 80, 106, 62, 47, 206, 58, 54, 57, 58, 197, 278, 24, 236, 136, 170, 152, 201, 141, 205],
 [166, 88, 127, 83, 31, 185, 42, 43, 63, 80, 178, 256, 33, 230, 155, 152, 136, 186, 119, 204],
 [150, 72, 87, 47, 61, 222, 72, 64, 62, 41, 216, 296, 34, 238, 118, 184, 170, 212, 160, 202],
 [156, 83, 66, 23, 87, 248, 98, 89, 65, 14, 236, 322, 48, 256, 103, 210, 188, 237, 185, 216],
 [171, 98, 70, 10, 98, 257, 109, 101, 57, 15, 235, 328, 48, 272, 111, 221, 185, 250, 191, 231],
 [179, 103, 85, 24, 90, 248, 101, 96, 42, 30, 220, 316, 35, 273, 126, 214, 170, 244, 179, 235],
 [187, 110, 98, 35, 88, 242, 99, 96, 30, 42, 208, 308, 27, 276, 138, 210, 158, 243, 171, 241],
 [172, 95, 91, 35, 77, 234, 88, 83, 42, 36, 212, 304, 24, 261, 128, 200, 163, 231, 166, 225],
 [193, 114, 129, 71, 65, 209, 75, 78, 30, 74, 173, 272, 15, 264, 164, 181, 125, 217, 135, 236],
 [181, 105, 142, 93, 39, 179, 47, 54, 60, 92, 162, 246, 37, 239, 171, 150, 120, 187, 109, 216],
 [170, 92, 121, 73, 43, 196, 54, 54, 52, 71, 182, 266, 21, 240, 152, 164, 137, 197, 128, 212],
 [211, 133, 125, 61, 94, 237, 104, 105, 2, 70, 186, 296, 32, 291, 166, 210, 134, 247, 161, 260],
 [212, 136, 116, 51, 106, 252, 116, 116, 17, 63, 200, 312, 42, 299, 159, 224, 148, 260, 177, 266],
 [218, 139, 139, 75, 92, 227, 102, 105, 13, 83, 171, 283, 36, 292, 179, 204, 119, 242, 150, 263],
 [199, 121, 129, 69, 73, 216, 83, 86, 22, 74, 174, 277, 18, 272, 166, 188, 125, 226, 141, 244],
 [226, 147, 151, 87, 94, 222, 103, 108, 25, 95, 159, 275, 45, 295, 190, 200, 107, 240, 143, 269],
 [225, 147, 165, 105, 83, 198, 90, 98, 47, 110, 139, 250, 52, 282, 201, 180, 89, 221, 118, 261],
 [310, 235, 256, 193, 161, 206, 164, 177, 130, 200, 70, 220, 144, 344, 294, 212, 27, 259, 129, 335],
 [313, 239, 264, 202, 164, 198, 165, 180, 140, 209, 57, 209, 151, 342, 301, 206, 21, 254, 122, 334],
 [323, 251, 284, 223, 174, 184, 174, 189, 162, 229, 31, 186, 170, 341, 318, 199, 30, 247, 115, 338],
 [336, 267, 304, 245, 188, 178, 187, 203, 184, 250, 14, 169, 190, 345, 338, 199, 52, 247, 117, 347],
 [355, 291, 338, 282, 212, 163, 209, 226, 224, 285, 40, 131, 225, 346, 369, 195, 94, 240, 122, 355],
 [231, 170, 233, 189, 95, 96, 89, 106, 146, 187, 102, 150, 132, 232, 256, 93, 93, 141, 14, 233],
 [349, 305, 378, 335, 237, 102, 229, 245, 289, 333, 143, 15, 277, 295, 397, 155, 185, 183, 134, 323],
 [358, 304, 367, 317, 230, 129, 224, 240, 265, 318, 99, 68, 259, 323, 391, 174, 147, 212, 126, 343],
 [295, 252, 328, 288, 187, 52, 178, 193, 246, 285, 131, 52, 231, 247, 344, 102, 160, 136, 87, 272],
 [282, 239, 315, 276, 174, 41, 165, 180, 237, 273, 132, 65, 221, 236, 331, 89, 157, 125, 77, 259],
 [245, 211, 294, 263, 156, 5, 146, 158, 232, 258, 164, 101, 211, 191, 305, 49, 177, 80, 80, 217],
 [175, 166, 260, 248, 146, 93, 135, 138, 239, 239, 236, 186, 210, 103, 258, 50, 233, 14, 133, 131],
 [192, 161, 250, 227, 119, 59, 108, 116, 207, 219, 187, 154, 180, 148, 256, 5, 185, 48, 85, 166],
 [109, 121, 215, 219, 135, 156, 127, 122, 228, 207, 275, 251, 195, 65, 204, 104, 259, 82, 170, 66],
 [155, 140, 62, 124, 199, 354, 207, 193, 187, 117, 363, 438, 176, 291, 47, 306, 315, 318, 304, 234],
 [178, 120, 43, 39, 142, 303, 153, 143, 99, 41, 282, 377, 97, 295, 89, 264, 231, 288, 239, 248],
 [194, 127, 69, 25, 133, 292, 144, 136, 74, 37, 258, 360, 78, 303, 115, 256, 206, 285, 223, 259],
 [152, 104, 13, 58, 143, 303, 153, 140, 120, 51, 298, 382, 110, 276, 58, 260, 249, 280, 245, 226]]

CRUISING SPEEDS

```

Un=np.array([160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130,
             130, 130, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140,
             140, 140, 140, 140, 140, 115, 115, 115, 115, 115, 115, 115, 115, 140, 140,
  
```

140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 110, 110, 110,
110, 110]) # ταχύτητα έκαστου μέσου n

IMPORTANCE LEVEL

Πίνακας 79 x 5 που περιγράφει την κατανομή πιθανότητας για την τιμή (1 έως 5) του δείκτη
επικυνδινότητας για κάθε μία από τις i περιοχές κάλυψης

```
probability_distributions = [[0.12, 0.32, 0.41, 0.15, 0.0],  
                             [0.19, 0.42, 0.31, 0.08, 0.0],  
                             [0.19, 0.45, 0.28, 0.08, 0.0],  
                             [0.19, 0.53, 0.24, 0.04, 0.0],  
                             [0.18, 0.55, 0.25, 0.02, 0.0],  
                             [0.26, 0.66, 0.08, 0.0, 0.0],  
                             [0.22, 0.52, 0.22, 0.03, 0.01],  
                             [0.24, 0.6, 0.14, 0.02, 0.0],  
                             [0.17, 0.53, 0.27, 0.02, 0.01],  
                             [0.17, 0.53, 0.27, 0.02, 0.01],  
                             [0.17, 0.44, 0.33, 0.05, 0.01],  
                             [0.17, 0.43, 0.34, 0.05, 0.01],  
                             [0.17, 0.44, 0.33, 0.05, 0.01],  
                             [0.24, 0.66, 0.09, 0.01, 0.0],  
                             [0.23, 0.67, 0.09, 0.01, 0.0],  
                             [0.26, 0.67, 0.07, 0.0, 0.0],  
                             [0.25, 0.66, 0.08, 0.01, 0.0],  
                             [0.22, 0.6, 0.16, 0.02, 0.0],  
                             [0.33, 0.64, 0.03, 0.0, 0.0],  
                             [0.3, 0.67, 0.03, 0.0, 0.0],  
                             [0.19, 0.58, 0.2, 0.02, 0.01],  
                             [0.19, 0.58, 0.2, 0.02, 0.01],  
                             [0.19, 0.5, 0.26, 0.03, 0.02],  
                             [0.24, 0.66, 0.09, 0.01, 0.0],  
                             [0.25, 0.66, 0.08, 0.01, 0.0],  
                             [0.29, 0.68, 0.03, 0.0, 0.0],  
                             [0.19, 0.52, 0.28, 0.01, 0.0],  
                             [0.19, 0.49, 0.31, 0.01, 0.0],  
                             [0.14, 0.45, 0.37, 0.04, 0.0],  
                             [0.05, 0.22, 0.37, 0.32, 0.04],  
                             [0.05, 0.22, 0.37, 0.32, 0.04],  
                             [0.05, 0.22, 0.37, 0.32, 0.04],  
                             [0.06, 0.21, 0.37, 0.32, 0.04],  
                             [0.06, 0.24, 0.34, 0.32, 0.04],  
                             [0.11, 0.3, 0.41, 0.16, 0.02],  
                             [0.16, 0.4, 0.39, 0.04, 0.01],  
                             [0.13, 0.43, 0.35, 0.08, 0.01],  
                             [0.14, 0.44, 0.38, 0.04, 0.0],  
                             [0.14, 0.44, 0.38, 0.04, 0.0],  
                             [0.2, 0.47, 0.29, 0.03, 0.01],  
                             [0.15, 0.32, 0.41, 0.1, 0.02],  
                             [0.12, 0.29, 0.42, 0.15, 0.02],
```


[0,1,0,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,1,0,0,0],
[0,0,0,1,0,0],
[0,0,0,1,0,0],
[0,0,0,1,0,0],
[0,0,0,1,0,0],
[0,0,0,1,0,0],
[0,0,0,1,0,0],
[0,0,0,1,0,0],
[0,0,0,1,0,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,1,0],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1],
[0,0,0,0,0,1]]

Αρχικοποίηση πίνακα Χnk

```

xnk_results_per_iteration = []
xmk_results_per_iteration = []
summk_results_per_iteration = []

# 1st Loop
for iteration in range(num_iterations):
    print(f"Iteration {iteration+1} started.")

    mod = Model(name=f'FF_iteration_{iteration}')

    # ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

    Xnk={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το μέσο n τοποθετηθεί στη θέση k και 0 αν όχι.
    for n in nrange:
        for k in krange:
            Xnk[n,k] = mod.binary_var(name=f'Xnk_{n}_{k}')

    Yink={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το σημείο i καλύπτεται από το μέσο
    # n που είναι τοποθετημένο στην θέση k και 0 αν όχι.
    for i in irange:
        for n in nrange:
            for k in krange:
                Yink[i,n,k] = mod.binary_var(name=f'Yink_{i}_{n}_{k}')

    Zk={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-415 και 0
    αν όχι.
    for k in krange:
        Zk[k] = mod.binary_var(name=f'Zk_{k}')

    Sk={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-215 και 0
    αν όχι.
    for k in krange:
        Sk[k] = mod.binary_var(name=f'Sk_{k}')

    # ΝΕΕΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

    # Xmk :Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν ενα τουλάχιστον μέσο τύπου m τοποθετηθεί στη θέση
    k
    Xmk = {}
    for m in mrange:
        for k in krange:
            Xmk[m, k] = mod.binary_var(name=f'Xmk_{m}_{k}')

    # Σύνδεση Xmk με Xnk

    for m in mrange:
        for k in krange:
            EXPR = 0
            for n in nrange:

```

```

    EXPR += Xnk[n, k] * H[n][m]
    mod.add_constraint(EXPR <= MA * Xmk[m, k])
    mod.add_constraint(EXPR >= Xmk[m, k])

# SUMmk: Ακέραια μεταβλητή ίση με το πλήθος των μέσων τύπου m που τοποθετείται στη
θέση k
SUMmk = {}
for m in mrange:
    for k in krange:
        SUMmk[m, k] = mod.integer_var(name=f'SUMmk_{m}_{k}')

# Σύνδεση SUMmk με Xnk

for m in mrange:
    for k in krange:
        EXPR = 0
        for n in nrange:
            EXPR += Xnk[n, k] * H[n][m]
        mod.add_constraint(EXPR == SUMmk[m, k])

#CONSTRAINTS

# No1:  $\sum_k X_{nk} = 1 \forall n \in N$  που εξασφαλίζει ότι κάθε μέσο θα τοποθετηθεί ακριβώς μία
υποψήφια θέση

for n in nrange:
    EXPR=0
    for k in krange:
        EXPR += Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR==1)

# No2:  $R_n * X_{nk} - 2 * D_{ik} \geq MA * (Y_{ink}-1) \forall i \in I, k \in K, n \in N$  αν η εμβέλεια μικρότερη από το
# διπλάσιο της απόστασης, τότε δεν μπορεί να υπάρχει ανάθεση ( $Y_{ink}=0$ )

for i in irange:
    for k in krange:
        for n in nrange:
            expr=Rn[n] * Xnk[n,k]-2*D[i][k]
            mod.add_constraint(expr>=MA * Yink[i,n,k]- MA)

#No3:  $R_n * X_{nk} - 2 * D_{ik} \leq MA * Y_{ink} \forall i \in I, k \in K, n \in N$  ( $n \neq 0,1,...,34$  &  $i \neq 61,62,63,64,65$ )
# αν η εμβέλεια είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της απόστασης πρέπει να μπορεί να
# υπάρξει ανάθεση ( $Y_{ink}=1$ )

for i in irange:
    if i in [61,62,63,64,65]:
        continue
    for k in krange:

```

```

for n in range(35,M):
    expr=Rn[n] * Xnk[n,k] - 2 * D[i][k]
    mod.add_constraint(expr <= MA * Yink[i,n,k])

# No4:  $\sum_k Yink \leq 0 \quad \forall i \in I, n \in N$  (n=0,1,...,34 και i=61, 62, 63, 64, 65) τα Α/Φ CL-415, CL-
215 και
# AIR TRACTOR δεν εξυπηρετούν την Κρήτη

for i in range(61,66):
    for n in range(0,35):
        EXPR=0
        for k in krange:
            EXPR +=Yink[i,n,k]
        mod.add_constraint(EXPR<=0)

# No5:  $\sum_n Xnk \leq 6 \quad \forall k \in K$  σε κάθε θέση τοποθετούνται το πολύ 6 μέσα

for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR<=6)

# No6:  $\sum_n (Xn4+Xn6) \geq 8$  στα αεροδρόμια Ελευσίνας και Τατοΐου τοποθετούνται τουλάχιστο
ν 8 μέσα

EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR +=Xnk[n,4] + Xnk[n,6]
mod.add_constraint(EXPR>=8)

# No7:  $2 * Zk \leq \sum_n Hn0 * Xnk \leq MA * Zk, k \in K$  τα Α/Φ CL-415 εφόσον τοποθετηθούν είναι τ
ουλ. 2

for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][0]*Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR>=2*Zk[k])

for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][0]*Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR<=MA*Zk[k])

```

No8: $2 * Sk \leq \sum n Hn1 * Xnk \leq MA * Sk$, $k \in K$ τα Α/Φ CL-215 εφόσον τοποθετηθούν είναι τ
ουλ. 2

```
for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][1]*Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR>=2*Sk[k])

for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][1]*Xnk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR<=MA*Sk[k])
```

No9: $\sum n (Hn0 * Xn0) \geq 2$ τοποθετούνται τουλάχιστον 2 CL-415 στη Θεσσαλονίκη (MOB)

```
EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR +=H[n][0]*Xnk[n,0]
mod.add_constraint(EXPR>=2)
```

No10: $\sum n (Hn1 * Xn4) \geq 2$ τοποθετούνται τουλάχιστον 2 CL-215 στην Ελευσина (MOB)

```
EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR +=H[n][1]*Xnk[n,4]
mod.add_constraint(EXPR>=2)
```

No11: $Xnk * Hnm \leq Gmk \forall k \in K, n \in N, m \in M$ τα μέσα τοποθετούνται σε αεροδρομια που
μπορούν να τα υποστηρίξουν.

```
for k in krange:
    for n in nrange:
        for m in mrange:
            EXPR=Xnk[n,k] * H[n][m]
            mod.add_constraint(EXPR<=G[m][k])
```

Αντικειμενική Συνάρτηση

Minimize: $\sum n \sum i \sum k [1/ILi * (Dik/Un) * Yink] - \sum n \sum i \sum k (ILi * Pn * An * Yink)$

```
IL_simulated_per_iteration = []
IL_simulated = []
for i in irange:
    possible_ILi_values = [1, 2, 3, 4, 5]
    probabilities = probability_distributions[i]
    sampled_ILi = random.choices(possible_ILi_values, probabilities)[0]
    IL_simulated.append(sampled_ILi)
```

```

IL_simulated_per_iteration.append(IL_simulated)

EXPR = mod.linear_expr()
for n in nrange:
    for i in irange:
        for k in krange:
            EXPR += Yink[i,n,k] * D[i][k] / (IL_simulated[i] * Un[n])
            EXPR -= W * Yink[i,n,k] * IL_simulated[i] * Pn[n] * An[n]
mod.minimize(EXPR)

# Όριο Μνήμης
mod.parameters.mip.limits.treememory = 4096

# ΕΠΙΛΥΣΗ MONTEΛΟΥ
solution = mod.solve()

# Συλλογή τιμών Xnk για αυτή την επανάληψη για καταχώρηση σε excel
xnk_results = []
for n in nrange:
    for k in krange:
        xnk_value = Xnk[n, k].solution_value
        xnk_results.append(xnk_value if xnk_value != 0 else None)
xnk_results_per_iteration.append(xnk_results)

# Συλλογή τιμών Xmk για αυτή την επανάληψη
xmk_results = []
for m in mrange:
    for k in krange:
        xmk_value = Xmk[m, k].solution_value
        xmk_results.append(xmk_value if xmk_value != 0 else None)
xmk_results_per_iteration.append(xmk_results)

# Συλλογή τιμών SUMmk για αυτή την επανάληψη
summk_results = []
for m in mrange:
    for k in krange:
        summk_value = SUMmk[m, k].solution_value
        summk_results.append(summk_value if summk_value != 0 else None)
summk_results_per_iteration.append(summk_results)

# Loop Stage 2

print("Stage 2 started")

# Στην παρούσα φάση χρειάζεται να ορίσουμε ξανά τις μεταβλητές που ορίστηκαν στο
προηγούμενο
# στάδιο αλλά με διαφορετικό όνομα, όπως X2nk αντί για Xnk κ.ο.κ

# Αρχικοποίηση πινάκων

```

```

x2nk_results_per_iteration = []
x2mk_results_per_iteration = []
sum2mk_results_per_iteration = []

for iteration in range(num_iterations):
    print(f"Iteration {iteration+1} started.")

    mod = Model(name=f'FF_stg2_iteration_{iteration}')

    # ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

    X2nk={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το μέσο n τοποθετηθεί στη θέση k και 0 αν όχι.
    for n in nrange:
        for k in krange:
            X2nk[n, k] = mod.binary_var(name=f'X2nk_{n}_{k}_{iteration}')

    # Εφαρμογή περιορισμών τριχοτομικής μεθόδου.

    for n in nrange:
        for k in krange:
            total_appearances = sum([xnk_results_per_iteration[iter][n * len(krange) + k] is not None
for iter in range(num_iterations)])
            if total_appearances >= CC * num_iterations - epsilon:
                mod.add_constraint(X2nk[n, k] == 1) # Fix the variable to 1
            elif total_appearances <= (1 - CC) * num_iterations + epsilon:
                mod.add_constraint(X2nk[n, k] == 0) # Fix the variable to 0

    Y2ink={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το σημείο i καλύπτεται από το μέσο
    # n που είναι τοποθετημένο στην θέση k και 0 αν όχι.
    for i in irange:
        for n in nrange:
            for k in krange:
                Y2ink[i,n,k] = mod.binary_var(name=f'Y2ink_{i}_{n}_{k}')

    Z2k={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-415.
    for k in krange:
        Z2k[k] = mod.binary_var(name=f'Z2k_{k}')

    S2k={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-215.
    for k in krange:
        S2k[k] = mod.binary_var(name=f'S2k_{k}')

    # ΝΕΕΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

    # X2mk :Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν ενα τουλάχιστον μέσο τύπου m τοποθετηθεί στη θέση
k
    X2mk = {}

```

```

for m in mrange:
    for k in krange:
        X2mk[m, k] = mod.binary_var(name=f'X2mk_{m}_{k}')

# Σύνδεση X2mk με X2nk

for m in mrange:
    for k in krange:
        EXPR = 0
        for n in nrange:
            EXPR += X2nk[n, k] * H[n][m]
        mod.add_constraint(EXPR <= MA * X2mk[m, k])
        mod.add_constraint(EXPR >= X2mk[m, k])

# SUM2mk: Ακέραια μεταβλητή ίση με το πλήθος των μέσων τύπου m που τοποθετείται στη
θέση k
SUM2mk = {}
for m in mrange:
    for k in krange:
        SUM2mk[m, k] = mod.integer_var(name=f'SUM2mk_{m}_{k}')

# Σύνδεση SUM2mk με X2nk

for m in mrange:
    for k in krange:
        EXPR = 0
        for n in nrange:
            EXPR += X2nk[n, k] * H[n][m]
        mod.add_constraint(EXPR == SUM2mk[m, k])

#CONSTRAINTS

# No1:  $\sum_k X2nk = 1 \forall n \in N$  κάθε μέσο θα τοποθετηθεί ακριβώς μία υποψήφια θέση

for n in nrange:
    EXPR=0
    for k in krange:
        EXPR += X2nk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR==1)

# No2:  $R_n * X2nk - 2 * D_{ik} \geq MA * (Y2ink-1) \forall i \in I, k \in K, n \in N$  αν η εμβέλεια μικρότερη από
το
# διπλάσιο της απόστασης, τότε δεν μπορεί να υπάρχει ανάθεση ( $Y2ink=0$ )

for i in irange:
    for k in krange:
        for n in nrange:
            expr=Rn[n] * X2nk[n,k]-2*D[i][k]

```



```

mod.add_constraint(expr>=MA * Y2ink[i,n,k]- MA)

#No3:  $R_n * X_{2nk} - 2 * D_{ik} \leq MA * Y_{2ink} \forall i \in I, k \in K, n \in N (n \neq 0, 1, \dots, 34 \text{ \& } i \neq 61, 62, 63, 64, 65)$ 
# αν η εμβέλεια είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της απόστασης πρέπει να μπορεί να
# υπάρξει ανάθεση ( $Y_{2ink}=1$ )

for i in irange:
    if i in [61,62,63,64,65]:
        continue
    for k in krange:
        for n in range(35,M):
            expr= $R_n[n] * X_{2nk}[n,k] - 2 * D_{ij}[k]$ 
            mod.add_constraint(expr <= MA * Y2ink[i,n,k])

# No4:  $\sum_k Y_{2ink} \leq 0 \quad \forall i \in I, n \in N (n=0, 1, \dots, 34 \text{ και } i=61, 62, 63, 64, 65)$  τα Α/Φ CL-415, CL-215
και
# AIR TRACTOR δεν εξυπηρετούν την Κρήτη

for i in range(61,66):
    for n in range(0,35):
        EXPR=0
        for k in krange:
            EXPR += $Y_{2ink}[i,n,k]$ 
        mod.add_constraint(EXPR<=0)

# No5:  $\sum_n X_{2nk} \leq 6 \quad \forall k \in K$  σε κάθε θέση τοποθετούνται το πολύ 6 μέσα

for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR += $X_{2nk}[n,k]$ 
    mod.add_constraint(EXPR<=6)

# No6:  $\sum_n (X_{2n4}+X_{2n6}) \geq 8$  στα αεροδρόμια Ελευσίνας και Τατοΐου τοποθετούνται τουλάχισ
τον 8 μέσα

EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR += $X_{2nk}[n,4] + X_{2nk}[n,6]$ 
mod.add_constraint(EXPR>=8)

# No7:  $2 * Z_{2k} \leq \sum_n H_{n0} * X_{2nk} \leq MA * Z_{2k}, k \in K$  τα Α/Φ CL-415 εφόσον τοποθετηθούν είν
αι τουλ. 2

for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR += $H[n][0] * X_{2nk}[n,k]$ 

```

```
mod.add_constraint(EXPR>=2*Z2k[k])
```

```
for k in krange:
```

```
    EXPR=0
```

```
    for n in nrange:
```

```
        EXPR +=H[n][0]*X2nk[n,k]
```

```
    mod.add_constraint(EXPR<=MA*Z2k[k])
```

No8: $2 * S2k \leq \sum n Hn1 * X2nk \leq MA * S2k$, $k \in K$ τα Α/Φ CL-215 εφόσον τοποθετηθούν είναι τουλ. 2

```
for k in krange:
```

```
    EXPR=0
```

```
    for n in nrange:
```

```
        EXPR +=H[n][1]*X2nk[n,k]
```

```
    mod.add_constraint(EXPR>=2*S2k[k])
```

```
for k in krange:
```

```
    EXPR=0
```

```
    for n in nrange:
```

```
        EXPR +=H[n][1]*X2nk[n,k]
```

```
    mod.add_constraint(EXPR<=MA*S2k[k])
```

No9: $\sum n (Hn0 * X2n0) \geq 2$ τοποθετούνται τουλάχιστον 2 CL-415 στη Θεσσαλονίκη (MOB)

```
EXPR=0
```

```
for n in nrange:
```

```
    EXPR +=H[n][0]*X2nk[n,0]
```

```
mod.add_constraint(EXPR>=2)
```

No10: $\sum n (Hn1 * X2n4) \geq 2$ τοποθετούνται τουλάχιστον 2 CL-215 στην Ελευσина (MOB)

```
EXPR=0
```

```
for n in nrange:
```

```
    EXPR +=H[n][1]*X2nk[n,4]
```

```
mod.add_constraint(EXPR>=2)
```

No11: $X2nk * Hnm \leq Gmk \forall k \in K, n \in N, m \in M$ τα μέσα τοποθετούνται σε αεροδρομια που

μπορούν να τα υποστηρίξουν.

```
for k in krange:
```

```
    for n in nrange:
```

```
        for m in mrange:
```

```
            EXPR=X2nk[n,k] * H[n][m]
```

```
            mod.add_constraint(EXPR<=G[m][k])
```

Αντικειμενική Συνάρτηση

Minimize: $\sum n \sum i \sum k [1/ILi * (Dik/Un) * Y2ink] - \sum n \sum i \sum k (ILi * Pn * An * Y2ink)$

```

IL_simulated_per_iteration = []
IL_simulated = []
for i in irange:
    possible_ILi_values = [1, 2, 3, 4, 5]
    probabilities = probability_distributions[i]
    sampled_ILi = random.choices(possible_ILi_values, probabilities)[0]
    IL_simulated.append(sampled_ILi)
IL_simulated_per_iteration.append(IL_simulated)

EXPR = mod.linear_expr()
for n in nrange:
    for i in irange:
        for k in krange:
            EXPR += Y2ink[i,n,k] * D[i][k] / (IL_simulated[i] * Un[n])
            EXPR -= W * Y2ink[i,n,k] * IL_simulated[i] * Pn[n] * An[n]
mod.minimize(EXPR)

# Όριο Μνήμης
mod.parameters.mip.limits.treememory = 4096

# ΕΠΙΛΥΣΗ MONTEΛΟΥ
solution = mod.solve()

# Συλλογή τιμών X2nk για αυτή την επανάληψη για καταχώρηση σε excel
x2nk_results = []
for n in nrange:
    for k in krange:
        x2nk_value = X2nk[n, k].solution_value
        x2nk_results.append(x2nk_value if x2nk_value != 0 else None)
x2nk_results_per_iteration.append(x2nk_results)

# Συλλογή τιμών X2mk για αυτή την επανάληψη
x2mk_results = []
for m in mrange:
    for k in krange:
        x2mk_value = X2mk[m, k].solution_value
        x2mk_results.append(x2mk_value if x2mk_value != 0 else None)
x2mk_results_per_iteration.append(x2mk_results)

# Συλλογή τιμών SUM2mk για αυτή την επανάληψη
sum2mk_results = []
for m in mrange:
    for k in krange:
        sum2mk_value = SUM2mk[m, k].solution_value
        sum2mk_results.append(sum2mk_value if sum2mk_value != 0 else None)
sum2mk_results_per_iteration.append(sum2mk_results)

```

Παραλείπονται τα Stages 3 έως 7 λόγω ομοιότητας.

```

#Loop Stage 8

print("Stage 8 started")

# Αρχικοποίηση πινάκων

x8nk_results_per_iteration = []
x8mk_results_per_iteration = []
sum8mk_results_per_iteration = []
yimk_results_per_iteration = []
objective_values = []

for iteration in range(num_iterations):
    print(f"Iteration {iteration+1} started.")

    mod = Model(name=f'FF_stg8_iteration_{iteration}')

    # ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

    X8nk={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το μέσο n τοποθετηθεί στη θέση k και 0 αν όχι.
    for n in nrange:
        for k in krange:
            X8nk[n, k] = mod.binary_var(name=f'X8nk_{n}_{k}_{iteration}')

    # Εφαρμογή περιορισμών τριχοτομικής μεθόδου.

    for n in nrange:
        for k in krange:
            total_appearances = sum([x7nk_results_per_iteration[iter][n * len(krange) + k] is not None
for iter in range(num_iterations)])
            if total_appearances >= CC * num_iterations - epsilon:
                mod.add_constraint(X8nk[n, k] == 1) # Fix the variable to 1
            elif total_appearances <= (1 - CC) * num_iterations + epsilon:
                mod.add_constraint(X8nk[n, k] == 0) # Fix the variable to 0

    Y8ink={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το σημείο i καλύπτεται από το μέσο
    # n που είναι τοποθετημένο στην θέση k και 0 αν όχι.
    for i in irange:
        for n in nrange:
            for k in krange:

```

```

Y8ink[i,n,k] = mod.binary_var(name=f'Y8ink_{i}_{n}_{k}')

Z8k={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-415.
for k in krange:
    Z8k[k] = mod.binary_var(name=f'Z8k_{k}')
```

S8k={} # Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν στη θέση k τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 CL-215.

```

for k in krange:
    S8k[k] = mod.binary_var(name=f'S8k_{k}')
```

ΝΕΕΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

X8mk :Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν ενα τουλάχιστον μέσο τύπου m τοποθετηθεί στη θέση

k

```

X8mk = {}
for m in mrange:
    for k in krange:
        X8mk[m, k] = mod.binary_var(name=f'X8mk_{m}_{k}')
```

Σύνδεση X8mk με X8nk

```

for m in mrange:
    for k in krange:
        EXPR = 0
        for n in nrange:
            EXPR += X8nk[n, k] * H[n][m]
        mod.add_constraint(EXPR <= MA * X8mk[m, k])
        mod.add_constraint(EXPR >= X8mk[m, k])
```

SUM8mk: Ακέραια μεταβλητή ίση με το πλήθος των μέσων τύπου m που τοποθετείται στη

θέση k

```

SUM8mk = {}
for m in mrange:
    for k in krange:
        SUM8mk[m, k] = mod.integer_var(name=f'SUM8mk_{m}_{k}')
```

Σύνδεση SUM8mk με X8nk

```

for m in mrange:
    for k in krange:
        EXPR = 0
        for n in nrange:
            EXPR += X8nk[n, k] * H[n][m]
        mod.add_constraint(EXPR == SUM8mk[m, k])
```

Yimk: Δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το σημείο i καλύπτεται από το μέσο τύπου

m που είναι τοποθετημένο στην θέση k και 0 αν όχι.

```

Yimk={}
for i in irange:
```

```

for m in mrange:
    for k in krange:
        Yimk[i,m,k] = mod.binary_var(name=f'Yimk_{i}_{m}_{k}')

```

Σύνδεση Yimk με Y8ink

```

for i in irange:
    for m in mrange:
        for k in krange:
            EXPR = 0
            for n in nrange:
                EXPR += Y8ink[i, n, k] * H[n][m]
            mod.add_constraint(EXPR <= MA * Yimk[i, m, k])
            mod.add_constraint(EXPR >= Yimk[i, m, k])

```

#CONSTRAINTS

No1: $\sum_k X8nk = 1 \forall n \in N$ κάθε μέσο θα τοποθετηθεί ακριβώς μία υποψήφια θέση

```

for n in nrange:
    EXPR=0
    for k in krange:
        EXPR += X8nk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR==1)

```

No2: $R_n * X8nk - 2 * D_{ik} \geq MA * (Y8ink-1) \forall i \in I, k \in K, n \in N$ αν η εμβέλεια μικρότερη από

το

διπλάσιο της απόστασης, τότε δεν μπορεί να υπάρχει ανάθεση ($Y8ink=0$)

```

for i in irange:
    for k in krange:
        for n in nrange:
            expr=Rn[n] * X8nk[n,k]-2*D[i][k]
            mod.add_constraint(expr>=MA * Y8ink[i,n,k]- MA)

```

#No3: $R_n * X8nk - 2 * D_{ik} \leq MA * Y8ink \forall i \in I, k \in K, n \in N$ ($n \neq 0,1,...,34$ & $i \neq 61,62,63,64,65$)

αν η εμβέλεια είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της απόστασης πρέπει να μπορεί να

υπάρχει ανάθεση ($Y8ink=1$)

```

for i in irange:
    if i in [61,62,63,64,65]:
        continue
    for k in krange:
        for n in range(35,M):
            expr=Rn[n] * X8nk[n,k] - 2 * D[i][k]
            mod.add_constraint(expr <= MA * Y8ink[i,n,k])

```

No4: $\sum_k Y_{8ink} \leq 0 \quad \forall i \in I, n \in N (n=0,1,...,34 \text{ και } i=61,62,63,64,65)$ τα Α/Φ CL-415, CL-215
και

AIR TRACTOR δεν εξυπηρετούν την Κρήτη

```
for i in range(61,66):
    for n in range(0,35):
        EXPR=0
        for k in krange:
            EXPR +=Y8ink[i,n,k]
        mod.add_constraint(EXPR<=0)
```

No5: $\sum_n X_{8nk} \leq 6 \quad \forall k \in K$ σε κάθε θέση τοποθετούνται το πολύ 6 μέσα

```
for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=X8nk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR<=6)
```

No6: $\sum_n (X_{8n4}+X_{8n6}) \geq 8$ στα αεροδρόμια Ελευσίνας και Τατοΐου τοποθετούνται τουλάχιστον 8 μέσα

```
EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR +=X8nk[n,4] + X8nk[n,6]
mod.add_constraint(EXPR>=8)
```

No7: $2 \cdot Z_{8k} \leq \sum_n H_{n0} \cdot X_{8nk} \leq MA \cdot Z_{8k}, k \in K$ τα Α/Φ CL-415 εφόσον τοποθετηθούν είναι τουλ. 2

```
for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][0]*X8nk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR>=2*Z8k[k])
```

```
for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR +=H[n][0]*X8nk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR<=MA*Z8k[k])
```

No8: $2 \cdot S_{8k} \leq \sum_n H_{n1} \cdot X_{8nk} \leq MA \cdot S_{8k}, k \in K$ τα Α/Φ CL-215 εφόσον τοποθετηθούν είναι τουλ. 2

```
for k in krange:
    EXPR=0
```

```

for n in nrange:
    EXPR += H[n][1]*X8nk[n,k]
mod.add_constraint(EXPR>=2*S8k[k])

for k in krange:
    EXPR=0
    for n in nrange:
        EXPR += H[n][1]*X8nk[n,k]
    mod.add_constraint(EXPR<=MA*S8k[k])

# No9:  $\sum n (Hn0 * X8n0) \geq 2$  τοποθετούνται τουλάχιστον 2 CL-415 στη Θεσσαλονίκη (MOB)

EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR += H[n][0]*X8nk[n,0]
mod.add_constraint(EXPR>=2)

# No10:  $\sum n (Hn1 * X8n4) \geq 2$  τοποθετούνται τουλάχιστον 2 CL-215 στην Ελευσίνα (MOB)

EXPR=0
for n in nrange:
    EXPR += H[n][1]*X8nk[n,4]
mod.add_constraint(EXPR>=2)

# No11:  $X8nk * Hnm \leq Gmk \forall k \in K, n \in N, m \in M$  τα μέσα τοποθετούνται σε αεροδρόμια που
# μπορούν να τα υποστηρίξουν.

for k in krange:
    for n in nrange:
        for m in mrange:
            EXPR=X8nk[n,k] * H[n][m]
            mod.add_constraint(EXPR<=G[m][k])

# Αντικειμενική Συνάρτηση
# Minimize:  $\sum n \sum i \sum k [1/ILi * (Dik/Un) * Y8ink] - \sum n \sum i \sum k (ILi * Pn * An * Y8ink)$ 

IL_simulated_per_iteration = []
IL_simulated = []
for i in irange:
    possible_ILi_values = [1, 2, 3, 4, 5]
    probabilities = probability_distributions[i]
    sampled_ILi = random.choices(possible_ILi_values, probabilities)[0]
    IL_simulated.append(sampled_ILi)
IL_simulated_per_iteration.append(IL_simulated)

EXPR = mod.linear_expr()
for n in nrange:
    for i in irange:

```



```

        for k in krange:
            EXPR += Y8ink[i,n,k] * D[i][k] / (IL_simulated[i] * Un[n])
            EXPR -= W * Y8ink[i,n,k] * IL_simulated[i] * Pn[n] * An[n]
mod.minimize(EXPR)

# ΕΞΑΓΩΓΗ MONTEΛΟΥ
mod.print_information()
mod.export_as_lp('FF_tri_stg8_final.3_090_500.1.lp')

# Όριο Μνήμης
mod.parameters.mip.limits.treememory = 4096

# ΕΠΙΛΥΣΗ MONTEΛΟΥ
solution = mod.solve()

if solution is None:
    print("No solution found in iteration", iteration)
else:
    print(f"Iteration {iteration+1}: Solution found with objective value {mod.objective_value}")
# Καταχώρηση της τιμής της αντικειμενικής για την τρέχουσα επανάληψη
objective_values.append(mod.objective_value)

# Συλλογή τιμών X8nk για αυτή την επανάληψη
x8nk_results = []
for n in nrange:
    for k in krange:
        x8nk_value = X8nk[n, k].solution_value
        x8nk_results.append(x8nk_value if x8nk_value != 0 else None)
x8nk_results_per_iteration.append(x8nk_results)

# Συλλογή τιμών X8mk για αυτή την επανάληψη
x8mk_results = []
for m in mrange:
    for k in krange:
        x8mk_value = X8mk[m, k].solution_value
        x8mk_results.append(x8mk_value if x8mk_value != 0 else None)
x8mk_results_per_iteration.append(x8mk_results)

# Συλλογή τιμών SUM8mk για αυτή την επανάληψη
sum8mk_results = []
for m in mrange:
    for k in krange:
        sum8mk_value = SUM8mk[m, k].solution_value
        sum8mk_results.append(sum8mk_value if sum8mk_value != 0 else None)
sum8mk_results_per_iteration.append(sum8mk_results)

# Συλλογή τιμών Yimk για αυτή την επανάληψη
yimk_results = []
for i in irange:

```

```

for m in mrange:
    for k in krange:
        yimk_value = Yimk[i, m, k].solution_value
        yimk_results.append(yimk_value if yimk_value != 0 else None)
yimk_results_per_iteration.append(yimk_results)

# Εξασφάλιση σωστών διαστάσεων μεταξύ δεικτών και αποτελεσμάτων
def assign_index_columns(df, index_columns):
    index_values = pd.DataFrame(df['index'].tolist(), columns=index_columns, index=df.index)
    df = pd.concat([index_values, df.drop('index', axis=1)], axis=1)
    return df

# Φιλτράρισμα και αποκλεισμός συνδυασμών δεικτών που έχουν μόνο 0
def filter_zero_rows(results_per_iteration, index):
    df = pd.DataFrame(results_per_iteration).T
    df.columns = ['Iteration {i+1}' for i in range(num_iterations)]
    df['index'] = index
    df_filtered = df.dropna(how='all', subset=df.columns[:-1])
    return df_filtered

# Καταχώρηση αποτελεσμάτων σε αρχείο Excel
with pd.ExcelWriter('optimization_results_tri_8stg_final.3_090_500.1.xlsx', engine='openpyxl') as writer:
    try:
        # Χnk σποτελέσματα
        df_xnk_filtered = filter_zero_rows(xnk_results_per_iteration, [(n, k) for n in nrange for k in krange])
        df_xnk_filtered = assign_index_columns(df_xnk_filtered, ['n', 'k'])
        if not df_xnk_filtered.empty:
            df_xnk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results Stg1', index=False)

        # Χ2nk σποτελέσματα
        df_x2nk_filtered = filter_zero_rows(x2nk_results_per_iteration, [(n, k) for n in nrange for k in krange])
        df_x2nk_filtered = assign_index_columns(df_x2nk_filtered, ['n', 'k'])
        if not df_x2nk_filtered.empty:
            df_x2nk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results Stg2', index=False)

        # Χ3nk σποτελέσματα
        df_x3nk_filtered = filter_zero_rows(x3nk_results_per_iteration, [(n, k) for n in nrange for k in krange])
        df_x3nk_filtered = assign_index_columns(df_x3nk_filtered, ['n', 'k'])
        if not df_x3nk_filtered.empty:
            df_x3nk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results Stg3', index=False)

        # Χ4nk σποτελέσματα
        df_x4nk_filtered = filter_zero_rows(x4nk_results_per_iteration, [(n, k) for n in nrange for k in krange])
        df_x4nk_filtered = assign_index_columns(df_x4nk_filtered, ['n', 'k'])

```

```

if not df_x4nk_filtered.empty:
    df_x4nk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results Stg4', index=False)

# X5nk σποτελέσματα
df_x5nk_filtered = filter_zero_rows(x5nk_results_per_iteration, [(n, k) for n in nrange for k in
krange])
df_x5nk_filtered = assign_index_columns(df_x5nk_filtered, ['n', 'k'])
if not df_x5nk_filtered.empty:
    df_x5nk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results Stg5', index=False)

# X6nk σποτελέσματα
df_x6nk_filtered = filter_zero_rows(x6nk_results_per_iteration, [(n, k) for n in nrange for k in
krange])
df_x6nk_filtered = assign_index_columns(df_x6nk_filtered, ['n', 'k'])
if not df_x6nk_filtered.empty:
    df_x6nk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results Stg6', index=False)

# X7nk σποτελέσματα
df_x7nk_filtered = filter_zero_rows(x7nk_results_per_iteration, [(n, k) for n in nrange for k in
krange])
df_x7nk_filtered = assign_index_columns(df_x7nk_filtered, ['n', 'k'])
if not df_x7nk_filtered.empty:
    df_x7nk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results Stg7', index=False)

# X8nk σποτελέσματα
df_x8nk_filtered = filter_zero_rows(x8nk_results_per_iteration, [(n, k) for n in nrange for k in
krange])
df_x8nk_filtered = assign_index_columns(df_x8nk_filtered, ['n', 'k'])
if not df_x8nk_filtered.empty:
    df_x8nk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xnk Results Stg8', index=False)

# Xmk σποτελέσματα
df_xmk_filtered = filter_zero_rows(xmk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange for k
in krange])
df_xmk_filtered = assign_index_columns(df_xmk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_xmk_filtered.empty:
    df_xmk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results', index=False)

# X2mk σποτελέσματα
df_x2mk_filtered = filter_zero_rows(x2mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange for
k in krange])
df_x2mk_filtered = assign_index_columns(df_x2mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_x2mk_filtered.empty:
    df_x2mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results Stg2', index=False)

# X3mk σποτελέσματα
df_x3mk_filtered = filter_zero_rows(x3mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange for
k in krange])
df_x3mk_filtered = assign_index_columns(df_x3mk_filtered, ['m', 'k'])

```

```

if not df_x3mk_filtered.empty:
    df_x3mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results Stg3', index=False)

# X4mk σποτελέσματα
df_x4mk_filtered = filter_zero_rows(x4mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange for
k in krange])
df_x4mk_filtered = assign_index_columns(df_x4mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_x4mk_filtered.empty:
    df_x4mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results Stg4', index=False)

# X5mk σποτελέσματα
df_x5mk_filtered = filter_zero_rows(x5mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange for
k in krange])
df_x5mk_filtered = assign_index_columns(df_x5mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_x5mk_filtered.empty:
    df_x5mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results Stg5', index=False)

# X6mk σποτελέσματα
df_x6mk_filtered = filter_zero_rows(x6mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange for
k in krange])
df_x6mk_filtered = assign_index_columns(df_x6mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_x6mk_filtered.empty:
    df_x6mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results Stg6', index=False)

# X7mk σποτελέσματα
df_x7mk_filtered = filter_zero_rows(x7mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange for
k in krange])
df_x7mk_filtered = assign_index_columns(df_x7mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_x7mk_filtered.empty:
    df_x7mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results Stg7', index=False)

# X8mk σποτελέσματα
df_x8mk_filtered = filter_zero_rows(x8mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange for
k in krange])
df_x8mk_filtered = assign_index_columns(df_x8mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_x8mk_filtered.empty:
    df_x8mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Xmk Results Stg8', index=False)

# SUMmk σποτελέσματα
df_summk_filtered = filter_zero_rows(summk_results_per_iteration, [(m, k) for m in mrange
for k in krange])
df_summk_filtered = assign_index_columns(df_summk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_summk_filtered.empty:
    df_summk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results', index=False)

# SUM2mk σποτελέσματα
df_sum2mk_filtered = filter_zero_rows(sum2mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in
mrange for k in krange])
df_sum2mk_filtered = assign_index_columns(df_sum2mk_filtered, ['m', 'k'])

```

```

if not df_sum2mk_filtered.empty:
    df_sum2mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results Stg2', index=False)

# SUM3mk σποτελέσματα
df_sum3mk_filtered = filter_zero_rows(sum3mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in
mrange for k in krange])
df_sum3mk_filtered = assign_index_columns(df_sum3mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_sum3mk_filtered.empty:
    df_sum3mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results Stg3', index=False)

# SUM4mk σποτελέσματα
df_sum4mk_filtered = filter_zero_rows(sum4mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in
mrange for k in krange])
df_sum4mk_filtered = assign_index_columns(df_sum4mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_sum4mk_filtered.empty:
    df_sum4mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results Stg4', index=False)

# SUM5mk σποτελέσματα
df_sum5mk_filtered = filter_zero_rows(sum5mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in
mrange for k in krange])
df_sum5mk_filtered = assign_index_columns(df_sum5mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_sum5mk_filtered.empty:
    df_sum5mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results Stg5', index=False)

# SUM6mk σποτελέσματα
df_sum6mk_filtered = filter_zero_rows(sum6mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in
mrange for k in krange])
df_sum6mk_filtered = assign_index_columns(df_sum6mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_sum6mk_filtered.empty:
    df_sum6mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results Stg6', index=False)

# SUM7mk σποτελέσματα
df_sum7mk_filtered = filter_zero_rows(sum7mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in
mrange for k in krange])
df_sum7mk_filtered = assign_index_columns(df_sum7mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_sum7mk_filtered.empty:
    df_sum7mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results Stg7', index=False)

# SUM8mk σποτελέσματα
df_sum8mk_filtered = filter_zero_rows(sum8mk_results_per_iteration, [(m, k) for m in
mrange for k in krange])
df_sum8mk_filtered = assign_index_columns(df_sum8mk_filtered, ['m', 'k'])
if not df_sum8mk_filtered.empty:
    df_sum8mk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='SUMmk Results Stg8', index=False)

# Yimk σποτελέσματα
df_yimk_filtered = filter_zero_rows(yimk_results_per_iteration, [(i, m, k) for i in irange for m
in mrange for k in krange])
df_yimk_filtered = assign_index_columns(df_yimk_filtered, ['i', 'm', 'k'])

```

```

if not df_yimk_filtered.empty:
    df_yimk_filtered.to_excel(writer, sheet_name='Yimk Results', index=False)

# Προσθήκη Αντικειμενικής Συνάρτησης σε ξεχωριστό φύλλο στο αρχείο excel
df_obj = pd.DataFrame({
    'Iteration': [i + 1 for i in range(len(objective_values))],
    'Objective Value': objective_values
})
if not df_obj.empty:
    df_obj.to_excel(writer, sheet_name='Objective Values', index=False)

print("Results successfully written to Excel.")

except FileNotFoundError as e:
    print(f"File not found: {e}")
except PermissionError as e:
    print(f"Permission error: {e}")
except ValueError as e:
    print(f"Value error: {e}")

```