



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ: ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΠΡΟΤΥΠΟ ΕΦΗΜΕΡΙΔΟΠΩΛΗ ΜΕ ΕΦΕΔΡΙΚΟΥΣ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΕΣ

Διπλωματική Εργασία

υπό

Κούκουζα Αναστάσιου

Επιβλέπων: **Δρ. Παντελής Δημήτριος**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, Οκτώβριος 2024

Copyright© 2024 Κούκουζας Αναστάσιος

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Δημήτριος Παντελής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Δημήτριο Παντελή για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του καθώς και για τον χρόνο που αφιέρωσε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, καθηγητές κ. Γεώργιο Κοζανίδη και κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους.

Ιδιαίτερα θερμές ευχαριστίες θέλω να δώσω σε φίλους και συμφοιτητές οι οποίοι μου πρόσφεραν πολύτιμη στήριξη σε όλη αυτή τη διαδρομή.

Τέλος, είμαι ευγνώμων στην οικογένειά μου για την ατελείωτη υπομονή, την αδιάλειπτη αγάπη και τη συνεχή στήριξη που μου προσέφεραν καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η επίλυση μίας επέκτασης του προβλήματος του εφημεριδοπώλη. Σε αυτή παραλλαγή του κλασσικού προβλήματος του εφημεριδοπώλη ο βασικός μας προμηθευτής είναι πιθανό να μην μπορεί να ικανοποιήσει το σύνολο της παραγγελίας που θα του κάνει ο αγοραστής και να αποδειχθεί αναξιόπιστος. Για το λόγο αυτό ο αγοραστής απευθύνεται και σε έναν εφεδρικό προμηθευτή και έναντι ενός τιμήματος εξασφαλίζει το δικαίωμα να αγοράσει μία συγκεκριμένη ποσότητα από αυτόν. Επίσης αν χρειαστεί ο εφεδρικός προμηθευτής προσφέρει στον αγοραστή την δυνατότητα να παραγγείλει και πέραν της εξασφαλισμένης ποσότητας. Η παραγγελία αυτή βέβαια πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση από μία προκαθορισμένη ποσότητα που έχει θέσει ο προμηθευτής. Εμείς ουσιαστικά προσπαθούμε να βρούμε ποιες είναι οι βέλτιστες τιμές παραγγελίας στον βασικό και στον εφεδρικό προμηθευτή ούτως ώστε να μεγιστοποιείται το κέρδος του αγοραστή. Αυτό το πετυχαίνουμε αρχικά δημιουργώντας το μαθηματικό μοντέλο σύμφωνα με τα όσα είπαμε παραπάνω και εν συνεχεία μορφοποιώντας το στο περιβάλλον της MATLAB. Επιπλέον πραγματοποιούμε πειράματα για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων του προβλήματος μας. Μέσω των γραφημάτων που παίρνουμε από τα πειράματα βλέπουμε και σχολιάζουμε την επίδραση που έχει η μεταβολή της κάθε παραμέτρου στο κέρδος του αγοραστή, αλλά και στις τιμές της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας και κράτησης στον βασικό και εφεδρικό προμηθευτή αντίστοιχα.

Περιεχόμενα

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ-ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	2
1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο	2
1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση	2
1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Το πρότυπο του εφημεριδοπώλη και επεκτάσεις του	5
2.1 Το κλασσικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη	5
2.2 Επέκταση του κλασσικού μοντέλου και χρήση εφεδρικού προμηθευτή	8
2.3 Ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας	9
2.4 Περιγραφή του δικού μας προβλήματος	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Μαθηματικό μοντέλο	12
3.1 Παράμετροι και μεταβλητές	12
3.2 Ανάπτυξη μαθηματικού μοντέλου	13
3.3 Ανάπτυξη κώδικα	20
3.4 Σταθερές τιμές παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Αποτελέσματα πειραμάτων	23
4.1 Εύρεση βέλτιστων ποσοτήτων και μέγιστου κέρδους	23
4.2 Μεταβολές τιμών και αλλαγές στα Q , R , P	24
4.2.1 Μεταβολή της τιμής αγοράς ανά μονάδα από τον βασικό προμηθευτή	24
4.2.2 Μεταβολή της τιμής αγοράς ανά μονάδα από τον εφεδρικό προμηθευτή	25
4.2.3 Μεταβολή της τιμής αγοράς ανά μονάδα από εφεδρικό προμηθευτή για επείγουσες παραγγελίες	26
4.2.4 Μεταβολή της τιμής κράτησης ανά μονάδα από εφεδρικό προμηθευτή	27
4.2.5 Μεταβολή της τιμής πώλησης	28
4.2.6 Μεταβολή της τιμής μεταπώλησης	29
4.2.7 Μεταβολή της τιμής έλλειψης	30
4.2.8 Μεταβολή της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας	31
4.2.9 Μεταβολή της μέσης τιμής της ζήτησης	32
4.2.10 Μεταβολή της διασποράς της ζήτησης	33
4.2.11 Μεταβολή της μέσης τιμής του capacity	34
4.2.12 Μεταβολή της διασποράς του capacity	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ	37

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	38
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	39
1.Κώδικας για εύρεση βέλτιστων τιμών	39
2.Κώδικας για τα γραφήματα	42

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ-ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Εικόνα 1: βελτιστεσ τιμες	23
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1 : Q-W1, R-W1, P-W	24
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 : Q-W2, R-W2, P-W2	25
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3 : Q-W3, R-W3, P-W3	26
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4 : Q-WR, R-WR, P-WR.....	27
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 5 : Q-R, R-R, P-R	28
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 6 : Q-H, R-H, P-H	29
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 7 : Q-P, R-P, P-P	30
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8 : Q-M, R-M, P-M	31
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 9 : Q-MU, R-MU, P-MU	32
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 10 : Q-S, R-S, P-S.....	33
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 11 : Q-MU1, R-MU1, P-MU1	34
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 12 : Q-S1, R-S1, P-S1	35

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν πληροφορίες σχετικά με το κίνητρο και το υπόβαθρο ούτως ώστε να πραγματοποιηθεί η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία. Επιπρόσθετα θα παρατεθούν τα κεφάλαια που απαρτίζουν την συγκεκριμένη εργασία, καθώς και μια βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με το πρόβλημα που μελετήθηκε.

1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο

Η επιχειρησιακή έρευνα επικεντρώνεται στο να βρει τη λύση σε προβλήματα που αφορούν τη λήψη αποφάσεων. Ένα τέτοιου είδους πρόβλημα αποτελεί και το κλασσικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη καθώς και επεκτάσεις του. Κίνητρο, λοιπόν, ενασχόλησης με την παρούσα εργασία αποτέλεσε η ανάγκη για τον καθορισμό βέλτιστων επιπέδων αποθέματος, καθώς και η προσπάθεια μεγιστοποίησης των κερδών του αγοραστή (λιανοπωλητή).

Υπόβαθρο αποτελεί η ίδια η επιστήμη της επιχειρησιακής έρευνας, βάση της οποίας κατασκευάζεται το κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο για την περιγραφή του εκάστοτε προβλήματος. Με τον τρόπο αυτό, και επιλέγοντας τον αποδοτικότερο τρόπο επίλυσης, καταφέρνει να φτάσει στην βέλτιστη λύση και στην σωστότερη λήψη αποφάσεων.

1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Η ιστορία του προβλήματος του εφημεριδοπώλη ξεκινάει πολύ πίσω και συγκεκριμένα από το 1888 όταν ο Edgeworth χρησιμοποίησε μία παραλλαγή του ούτως ώστε να καθορίσει το απόθεμα μετρητών χρημάτων που έπρεπε να έχει η

τράπεζα όταν οι αναλήψεις των καταθετών είναι τυχαίες. Σαν <<πρόβλημα του εφημεριδοπώλη>> όμως, πρώτη φορά το συναντάμε το 1951 όπου και χρησιμοποιήθηκε από τους Morse και Kimball. (*Novel-Advances-in-Applications-of-the-Newsvendor-Model-2016*, n.d.) Από τότε και μέχρι σήμερα έχουν περάσει δεκαετίες έρευνας από πολλούς ερευνητές πάνω σε αυτό το μοντέλο έχοντας καταφέρει να βγάλουμε σημαντικά συμπεράσματα πάνω σε προβλήματα διαχείρισης αποθέματος και λήψης αποφάσεων. Μπορούμε να πούμε, με σιγουριά πλέον, πως αποτελεί σημείο αναφοράς και θεμέλιο της επιστήμης της επιχειρησιακής έρευνας. Για το λόγο αυτό με το πέρασμα του χρόνου δημιουργήθηκε η ανάγκη να μελετηθούν και παραλλαγές του κλασσικού μοντέλου του εφημεριδοπώλη. Μία τέτοια παραλλαγή μπορεί να θεωρηθεί αυτή όπου έχουμε χρήση και ενός δεύτερου προμηθευτή, επειδή ο βασικός μας προμηθευτής είναι αναξιόπιστος, και αυτός ο εφεδρικός προμηθευτής μπορεί να είναι είτε αξιόπιστος (Yu et al., 2009), είτε να είναι και αυτός αναξιόπιστος (Xanthopoulos et al., 2012). Άλλη μία επέκταση με σημαντικό ενδιαφέρον είναι και αυτή όπου ο αγοραστής κάνει εκ των προτέρων προ κράτηση μίας ποσότητας, σε έναν ή περισσότερους προμηθευτές, έναντι κάποιου αντιτίμου (Hazra & Mahadevan, 2009). Παραλλαγές με περιορισμούς ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας έχουν αρχίσει επίσης να ερευνώνται και να θεωρούνται σημαντικές τα τελευταία χρόνια (Hellion et al., 2014), παρόλα αυτά είναι λίγα τα μαθηματικά μοντέλα τα οποία έχουν αναπτυχθεί (Zhou et al., 2007). Μία από αυτές τις παραλλαγές εξετάζουν και οι Jing Hou, Amy Z. Zeng, Li Sun (Hou et al., 2017) πάνω στο μοντέλο των οποίων, με κάποιες μικρές αλλά σημαντικές διαφορές τις οποίες θα εξετάσουμε και θα αναλύσουμε στο επόμενο κεφάλαιο, βασίζεται και η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Η παρούσα εργασία αποτελείται από τα 5 παρακάτω κεφάλαια τα οποία σε γενικές γραμμές θα το κάθε ένα θα αναλύει τα εξής:

- Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή στο θέμα που μελετήθηκε.
- Κεφάλαιο 2 : Εισαγωγή του κλασσικού προβλήματος του εφημεριδοπώλη, επεκτάσεων του και ανάλυση του δικού μας μοντέλου.
- Κεφάλαιο 3 : Μαθηματικό μοντέλο και πως μέσω αυτού αναπτύχθηκε ο κώδικας μας.
- Κεφάλαιο 4 : Αποτελέσματα πειραμάτων και εξαγωγή συμπερασμάτων.
- Κεφάλαιο 5 : Σύνοψη διπλωματικής εργασίας και μελλοντικές επεκτάσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Το πρότυπο του εφημεριδοπώλη και επεκτάσεις του.

2.1 Το κλασσικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη

Το κλασσικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη είναι ένα από τα προβλήματα που συναντάμε στη διαχείριση αποθεμάτων. Θεωρείται σαν ένα από τα πιο διαδεδομένα στοχαστικά μοντέλα αποθεμάτων περιοδικής επιθεώρησης. Η αρχική υπόθεση είναι απλή. Έστω ότι έχουμε έναν πωλητή εφημερίδων, εξ ου και η ονομασία, ο οποίος στην αρχή της ημέρας πρέπει να αποφασίσει πόσα αντίτυπα της εφημερίδας πρέπει να αποθηκεύσει(να στοκάρει), έχοντας να αντιμετωπίσει αβέβαιη ζήτηση και ξέροντας ότι στο τέλος της ημέρας το απόθεμα που θα του περισσέψει θα του είναι άχρηστο την επόμενη μέρα. Βέβαια σε επίπεδο επιχειρησιακής έρευνας και εφαρμόζοντας το μοντέλο για τον προγραμματισμό των εργασιών διαφόρων εταιριών, το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη δεν είναι τόσο απλό και επίσης υπάρχουν διάφορες παραλλαγές του αναλόγως με την εταιρία και τη φύση του προβλήματος που έχουμε να αντιμετωπίσουμε. Παρόλα αυτά ένας γενικός τρόπος με τον οποίο μπορούμε να περιγράψουμε και να εξηγήσουμε την απλή μορφή του προβλήματος αυτού αναλύεται παρακάτω.(Wikipedia contributors, n.d.)

Ας υποθεθεί μία εφοδιαστική αλυσίδα που αποτελείται από τρία μέρη, τον προμηθευτή, τον αγοραστή και τον πελάτη. Στην αρχή της κάθε περιόδου ο αγοραστής προσπαθεί να προσδιορίσει μία βέλτιστη πολιτική αποθέματος (Q) ούτως ώστε να ικανοποιήσει τις απαιτήσεις του πελάτη, δηλαδή την ζήτηση. Η ζήτηση αυτή είναι τυχαία και χαρακτηρίζεται από μία τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(X)$ και συνάρτηση αθροιστικής κατανομής $F(X)$. Ο αγοραστής αγοράζει την ποσότητα Q από τον προμηθευτή σε μία συγκεκριμένη τιμή

ς, η οποία είναι σταθερή, και υποθέτουμε πως ο προμηθευτής λειτουργεί χωρίς περιορισμούς χωρητικότητας και ο χρόνος παράδοσης προς τον αγοραστή είναι μηδενικός. Έτσι με τις πωλήσεις του προϊόντος να γίνονται στο τέλος ή κατά την διάρκεια αυτής της μίας χρονικής περιόδου διακρίνουμε τις δύο παρακάτω περιπτώσεις:

- **1^η περίπτωση** : Αν η ποσότητα Q που αγοράζει ο αγοραστής είναι μεγαλύτερη από την ζήτηση X , τότε στο τέλος της χρονικής περιόδου θα απομείνουν $Q-X$ μονάδες του προϊόντος και ο αγοραστής θα αναγκαστεί να τις «ξεφορτωθεί» σε μία τιμή h μικρότερη από την αρχική τιμή που τα αγόρασε.

- **2^η περίπτωση** : Αν η ζήτηση X είναι μεγαλύτερη από την ποσότητα Q που αγοράζει ο αγοραστής, τότε στο τέλος της περιόδου θα έχουμε $X-Q$ μονάδες που δεν θα έχουν ικανοποιηθεί και έτσι ο αγοραστής θα επιβαρυνθεί για τις χαμένες πωλήσεις με ένα κόστος έλλειψης p ανά μονάδα προϊόντος. (Qin et al., 2011)

Έτσι έχοντας ορίσει όλα τα παραπάνω το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή στο τέλος της κάθε χρονικής περιόδου σε κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις εκφράζεται από την παρακάτω εξίσωση κέρδους:

$$1) \Pi(Q, X) = r * X - c * Q + h * (Q - X) \text{ όταν } Q \geq X$$

$$2) \Pi(Q, X) = r * Q - c * Q - p * (X - Q) \text{ όταν } Q < X$$

Για αυτό το λόγο το αναμενόμενο συνολικό κέρδος στο τέλος της περιόδου δίνεται από την παρακάτω εξίσωση :

$$E[\Pi(Q)] = \int_0^Q [r * x - c * Q + h * (Q - x)f(x)dx + \int_Q^{\infty} [r * Q - c * Q - p * (x - Q)f(x)dx$$

Όπου λύνοντας την παίρνουμε το εξής αποτέλεσμα:

$$E[\Pi(Q)] = (r - h) * \mu - Q * (c - h) - E[S(Q)] * (r - h + p)$$

Με το μ να υποδηλώνει τη μέση τιμή της ζήτησης και το $E[S(Q)]$ τις χαμένες πωλήσεις στο τέλος της περιόδου.

Επίσης πρέπει να βρούμε την ποσότητα Q η οποία μεγιστοποιεί την παραπάνω εξίσωση, την οποία ονομάζουμε βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας και συμβολίζεται με (Q^*) . Αυτή η ποσότητα έχει αποδειχθεί πως δίνεται από τον παρακάτω τύπο :

$$F(Q^*) = \frac{p + r - c}{p + r - h}$$

Και τελικά το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή είναι :

$$E[\Pi(Q^*)] = \mu * (r - h) + (r - h + p) * \int_{Q^*}^{\infty} x f(x) dx$$

2.2 Επέκταση του κλασσικού μοντέλου και χρήση εφεδρικού προμηθευτή

Γενικότερα το κέρδος μίας τέτοιου τύπου εφοδιαστικής αλυσίδας εξαρτάται κατά ένα πολύ μεγάλο ποσοστό από τη ζήτηση της αγοράς. Στο πρόβλημα του εφημεριδοπώλη κατά κύριο λόγο η ζήτηση είναι αβέβαιη . Αυτή η αβεβαιότητα της ζήτησης παίζει τεράστιο ρόλο στη λήψη των σωστών αποφάσεων . Όσο πιο σωστή πρόβλεψη της ζήτησης γίνεται στην αρχή της περιόδου τόσο μεγαλύτερο θα είναι και το κέρδος του αγοραστή. Σε αυτό το ήδη δύσκολο πρόβλημα, της αβέβαιης ζήτησης, το οποίο έχει να αντιμετωπίσει ο αγοραστής έρχεται να προστεθεί και ο κίνδυνος διακοπής ή μείωσης της παραγωγής του βασικού προμηθευτή. Ο αγοραστής έρχεται αντιμέτωπος με ένα ακόμη εμπόδιο, αυτό του αναξιόπιστου προμηθευτή.(Giri & Bardhan, 2014) Έχουν ερευνηθεί αλλά και χρησιμοποιηθεί διάφορες στρατηγικές για να μειωθεί αυτός ο κίνδυνος . Μία τέτοια στρατηγική είναι και αυτή του εφεδρικού προμηθευτή. Η ύπαρξη μίας εναλλακτικής επιλογής προμηθευτή μπορεί να βοηθήσει τόσο στην αντιμετώπιση πιθανών διακοπών στην παραγωγή του βασικού προμηθευτή, όσο και στην καλύτερη ικανοποίηση της αβέβαιης ζήτησης η οποία συνεχώς μεταβάλλεται. Ο εφεδρικός προμηθευτής θα είναι σίγουρα αξιόπιστος δηλαδή θα μας παραδώσει όλη την ποσότητα που θα του παραγγείλουμε. Έχοντας υπόψιν αυτό, είναι λογικό πως ο εφεδρικός προμηθευτής θα είναι πιο ακριβός από τον βασικό προμηθευτή. Θα χρειαστεί εν τέλη να αγοράσουμε από τον εφεδρικό προμηθευτή μόνο σε περίπτωση που ο βασικός μας προμηθευτής δεν μας στείλει ολόκληρη την ποσότητα που του παραγγείλαμε. Για τον λόγο αυτό, με τον εφεδρικό

προμηθευτή όταν του κάνουμε την παραγγελία μας, στην αρχή της περιόδου, συμφωνούμε στο να του πληρώσουμε και ένα επιπρόσθετο κόστος κράτησης ανά μονάδα που θα παραγγείλουμε. Αυτό το κόστος αποτελεί ενός είδους εγγύηση στον εφεδρικό προμηθευτή και πρέπει να πληρωθεί είτε αγοράσουμε από αυτόν, είτε όχι, καθώς του έχουμε κάνει ήδη κράτηση σε ένα συγκεκριμένο αριθμό προϊόντων τον οποίο αν δεν αγοράσουμε δε θα μπορεί να αξιοποιήσει. (Papachristos & Pandelis, 2022)

2.3 Ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας

Μία ακόμη παραλλαγή του προβλήματος, και αυτή που θα ασχοληθεί και η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία είναι αυτή στην οποία εισάγεται και η έννοια της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας . Αποτελεί ουσιαστικά μία περαιτέρω επέκταση του εφεδρικού προμηθευτή.

Όταν υπάρχει ο εφεδρικός προμηθευτής και του έχουμε κάνει κράτηση μίας ποσότητας ενδέχεται να μην χρειαστεί να αγοράσουμε όλη την ποσότητα που είχαμε κάνει κράτηση. Αυτό εξαρτάται από την ποσότητα που θα παραδώσει εν τέλει ο βασικός προμηθευτής. Για τον λόγο αυτό είπαμε πως η τιμή στην οποία αγοράζουμε από τον εφεδρικό είναι πιο ακριβή από του βασικού και επιπλέον πληρώνουμε και ένα αντίτιμο για την κράτηση. Λόγω όμως της αβεβαιότητας της ζήτησης και της συνεχούς μεταβολής της μπορεί εν τέλει η ποσότητα που κάναμε κράτηση στον εφεδρικό να μην είναι αρκετή και να χρειαστεί να αγοράσουμε επιπλέον προϊόντα . Εδώ εισάγεται και ο όρος ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, καθώς ο εφεδρικός προμηθευτής μας δίνει την επιλογή να παραγγείλουμε επιπλέον προϊόντα από αυτόν πέρα από αυτά της αρχικής κράτησης, τα οποία και ονομάζονται σαν επείγουσες παραγγελίες. Αυτά τα προϊόντα βέβαια έχουν ακόμη μεγαλύτερο κόστος για τον αγοραστή, δηλαδή η τιμή στην οποία τα πουλάει ο εφεδρικός προμηθευτής είναι

ακόμη μεγαλύτερη από την τιμή που πουλάει τα προϊόντα της κράτησης. Σε αυτού του τύπου τα προβλήματα συνήθως υπάρχει και ένας περιορισμός ο οποίος αφορά την ποσότητα της έκτακτης παραγγελίας που μπορεί ο αγοραστής να προμηθευτεί. Πιο συγκεκριμένα ο εφεδρικός θέτει μία ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας στον αγοραστή, δηλαδή για να λάβει υπόψιν και να παραδώσει την παραγγελία στον αγοραστή αυτή θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση από μία συγκεκριμένη ποσότητα που θα έχει θέσει ο εφεδρικός προμηθευτής. Σε αντίθετη περίπτωση ο εφεδρικός δεν θα ασχοληθεί καθόλου με αυτή την παραγγελία καθώς την βλέπει σαν μία τελείως διαφορετική παραγγελία από την προηγούμενη της κράτησης.

2.4 Περιγραφή του δικού μας προβλήματος

Το πρόβλημα το οποίο μελετάται στη συγκεκριμένη εργασία αφορά μία εφοδιαστική αλυσίδα η οποία αποτελείται από έναν λιανοπωλητή, έναν κύριο (βασικό) και έναν εφεδρικό προμηθευτή. Όπως είχαμε αναφέρει και πιο πάνω μεγάλο ρόλο στον τρόπο με τον οποίο θα διαχειριστούμε το πρόβλημά μας παίζει η αναξιοπιστία του βασικού προμηθευτή. Αυτή η αναξιοπιστία του βασικού προμηθευτή οφείλεται σε διαφόρους παράγοντες. Κάποιοι από αυτούς είναι, λόγω διάφορων προβλημάτων κατά την παραγωγική του διαδικασία, λόγω καθυστερήσεων στην μεταφορά των προϊόντων, λόγω εξωτερικών παραγόντων όπως φυσικές καταστροφές ή γεωπολιτικές κρίσεις είτε λόγω του ότι κάποια προϊόντα που παρήγαγε μπορεί να είναι ελλειπτικά. Έτσι η πραγματική ποσότητα που μπορεί να παραδώσει ο προμηθευτής, η δυναμικότητά του δηλαδή, είναι αβέβαιη και διαφέρει από περίπτωση σε περίπτωση. Δηλαδή ο προμηθευτής δεν είναι πάντα σε θέση να παραδώσει την πλήρη ποσότητα που του έχει παραγγελθεί, λόγω των παραπάνω παραγόντων που εξηγήσαμε. Όταν, εν τέλει, ο βασικός προμηθευτής δεν στέλνει όλη την ποσότητα που του παραγγέλθηκε τότε ο λιανοπωλητής απευθύνεται στον εφεδρικό προμηθευτή και παραγγέλλει κάνοντας κράτηση μία επιπλέον ποσότητα από αυτόν δίνοντας όμως και ένα επιπλέον αντίτιμο ανά κρατούμενη μονάδα. Αυτό συνεπάγεται ότι η επιλογή του εφεδρικού προμηθευτή θα είναι πιο

ακριβή αλλά θα του παραδοθεί σίγουρα όλη η ποσότητα της παραγγελίας. Αν χρειαστεί και επιπλέον προϊόντα ο λιανοπωλητής, ο εφεδρικός του δίνει την επιλογή να παραγγείλει ξανά από εκείνον, αυτή τη φορά σε ακόμη πιο ακριβή τιμή και με τον περιορισμό η ποσότητα της παραγγελίας να είναι μεγαλύτερη ή ίση από ένα συγκεκριμένο αριθμό προϊόντων που καθορίζεται από τον εφεδρικό προμηθευτή. Στο πρόβλημα αυτό η ζήτηση της αγοράς είναι αβέβαιη και ακολουθεί κανονική κατανομή, όπως και η δυναμικότητα του βασικού μας προμηθευτή. Στόχος μας είναι ανάλογα με την κάθε πιθανή περίπτωση που έχει να αντιμετωπίσει ο αγοραστής να φτιάξουμε ένα μαθηματικό μοντέλο μέσω του οποίου θα μεγιστοποιήσουμε το κέρδος του. Επίσης μέσω του παρακάτω μαθηματικού μοντέλου δίνεται η δυνατότητα να βρεθεί η βέλτιστη ποσότητα που μπορεί να παραγγείλει ο αγοραστής από τον βασικό προμηθευτή, αλλά και η βέλτιστη ποσότητα κράτησης του εφεδρικού προμηθευτή με σκοπό τη μεγιστοποίηση του κέρδους του. Τέλος θα μπορούμε να δούμε πως επηρεάζονται αυτές οι βέλτιστες ποσότητες αλλά και το κέρδος του αγοραστή όταν μεταβάλλουμε κάποια από τις σταθερές ποσότητες του προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Μαθηματικό μοντέλο

3.1 Παράμετροι και μεταβλητές

Παράμετροι και μεταβλητές που χρησιμοποιούνται

Q: Ύψος παραγγελίας

S: Ποσότητα που έστειλε ο βασικός προμηθευτής

R: Ποσότητα παραγγελίας στον εφεδρικό (reservation quantity)

Y: Capacity

x: Ζήτηση του προϊόντος

w1: Τιμή αγοράς ανά μονάδα από βασικό προμηθευτή

w2: Τιμή αγοράς ανά μονάδα από εφεδρικό προμηθευτή (backup)

wr: Τιμή κράτησης ανά μονάδα από εφεδρικό προμηθευτή

w3: Τιμή αγοράς ανά μονάδα από εφεδρικό για επείγουσες παραγγελίες (emergency orders)

M: Ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (minimum order quantity)

p: Τιμή έλλειψης ανά μονάδα προϊόντος

h: Τιμή μεταπώλησης ανά μονάδα προϊόντος

r: Τιμή πώλησης ανά μονάδα προϊόντος

I2: Βέλτιστη ποσότητα αποθέματος από εφεδρικό για προ κρατημένες παραγγελίες

I3: Βέλτιστη ποσότητα αποθέματος για επείγουσες παραγγελίες (emergency orders)

$f(x)$: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ζήτησης (PDF)

$F(x)$: Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της ζήτησης (CDF)

$g(y)$: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του capacity (PDF)

$G(y)$: Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής του capacity (CDF)

Όπου $S = \min\{Q, Y\}$

3.2 Ανάπτυξη μαθηματικού μοντέλου

Αρχικά για να καταλάβουμε ακριβέστερα το πρόβλημα αλλά και τη φυσική σημασία των παραπάνω εννοιών θα χρειαστεί να θέσουμε έναν περιορισμό ο οποίος πρέπει να ισχύει σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις που θα αναλύσουμε και είναι ο εξής : $h < w_1 < (w_2 + w_r) < w_3 < r$

Για να υπολογιστεί η συνάρτηση κέρδους που θέλουμε στη συνέχεια να μεγιστοποιήσουμε, πρέπει πρώτα να οριστεί μία συνάρτηση αναμενόμενων εσόδων $L(z)$. Όπου (z) είναι το απόθεμα που μας έχει στείλει ο βασικός και ο εφεδρικός μας προμηθευτής. Σε κάθε περίπτωση η συνάρτηση των εσόδων για το απόθεμα (z) θα είναι ως εξής :

$$L(z) = \int_0^z [r * x + h * (z - x)] f(x) dx + \int_z^\infty [r * z - p * (x - z)] f(x) dx$$

Στην συνέχεια πάμε να δώσουμε τον ορισμό των I_2 και I_3 . Στην ουσία το I_2 είναι η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στον εφεδρικό για τα προ κρατημένα προϊόντα και υπολογίζεται από την μαθηματική σχέση : $I_2 = F^{-1}\left(\frac{p+r-w_2}{p+r-h}\right)$

Όπου τα p, r, h, w_2 είναι γνωστά και το F^{-1} είναι η αντίστροφη συνάρτηση αθροιστικής κατανομής.

Έτσι το I_3 είναι η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας για επείγουσες παραγγελίες και δίνεται επίσης από τη μαθηματική σχέση : $I_3 = F^{-1}\left(\frac{p+r-w_3}{p+r-h}\right)$

Οι περιπτώσεις τις οποίες μπορεί να συναντήσουμε στο πρόβλημά μας είναι οι παρακάτω:

$$1) \quad Q+R+M < I_3$$

Σε αυτή την περίπτωση η ποσότητα που έστειλε ο βασικός, και η κράτηση από τον εφεδρικό καθώς και η ελάχιστη παραγγελία από τον εφεδρικό δεν αρκούν. Οπότε αγοράζει R και $I_3 - S - R$ ενώ έχει σαν απόθεμα I_3 και η συνάρτηση κέρδους του αγοραστή θα είναι ως εξής:

$$\begin{aligned} \Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - w_r * R \\ & + \int_0^{\infty} (-w_2 * R - w_3 * (I_3 - \min(Q, Y) - R) + L(I_3))g(y)dy \end{aligned}$$

$$2) \quad Q+R < I_3 \text{ \& \; } Q+R+M > I_3$$

Εδώ πλέον μπαίνουμε στη φύση των περιπτώσεων όπου πρέπει να ελέγξουμε αν μας συμφέρει να αγοράσουμε από τον εφεδρικό προμηθευτή την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (MOQ) ή αν θα μας συνέφερε περισσότερο να μην αγοράσουμε καθόλου M . Επομένως αγοράζει R και (0 ή M) και έχει σαν απόθεμα $S+R$ ή $S+R+M$ και η συνάρτηση κέρδους του αγοραστή είναι :

Για α) $R+M < I_3$

$$\begin{aligned}\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - (w_2 + w_r) * R \\ & + \int_0^{I_3-R-M} [-w_3 * (I_3 - y - R) + L(I_3)] g(y) dy \\ & + \int_{I_3-R-M}^Q \max\{-w_3 * M + L(y + R + M), L(y + R)\} g(y) dy \\ & + \int_Q^{\infty} \max\{-w_3 * M + L(Q + R + M), L(Q + R)\} g(y) dy\end{aligned}$$

Όμως επειδή όλος αυτός ο τελευταίος όρος είναι ανεξάρτητος του y , όπως θα είναι και κάθε τελευταίος όρος ανεξάρτητος του y στις υπόλοιπες περιπτώσεις από εδώ και πέρα, μπορεί να γραφεί και ως εξής :

$$\begin{aligned}& \int_Q^{\infty} \max\{-w_3 * M + L(Q + R + M), L(Q + R)\} g(y) dy \\ & = \max\{-w_3 * M + L(Q + R + M), L(Q + R)\} * [1 - G(Q)]\end{aligned}$$

και με τέτοιου είδους μορφή θα γράφεται στα υπόλοιπα ολοκληρώματα.

Για β) $R+M > I_3$

$$\begin{aligned}\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - (w_2 + w_r) * R \\ & + \int_0^Q \max\{-w_3 * M + L(y + R + M), L(y + R)\} g(y) dy \\ & + \max\{-w_3 * M + L(Q + R + M), L(Q + R)\} * [1 - G(Q)]\end{aligned}$$

3) $I_3 < Q + R < I_2$

Σε αυτή την περίπτωση έχω αγορά όλου του R ενώ το απόθεμά μου είναι $S + R$.

Για α) $R + M < I_3$

$$\begin{aligned}\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - (w_2 + w_r) * R \\ & + \int_0^{I_3 - R - M} [-w_3 * (I_3 - y - R) + L(I_3)] g(y) dy \\ & + \int_{I_3 - R - M}^{I_3 - R} \max\{-w_3 * M + L(y + R + M), L(y + R)\} g(y) dy \\ & + \int_{I_3 - R}^Q L(y + R) g(y) dy + L(Q + R) * [1 - G(Q)]\end{aligned}$$

β) $R < I_3$ & $R + M > I_3$

$$\begin{aligned}\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - (w_2 + w_r) * R \\ & + \int_0^{I_3 - R} \max\{-w_3 * M + L(y + R + M), L(y + R)\} g(y) dy \\ & + \int_{I_3 - R}^Q L(y + R) g(y) dy + L(Q + R) * [1 - G(Q)]\end{aligned}$$

γ) $R > I_3$

$$\begin{aligned}\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - (w_2 + w_r) * R \\ & + \int_0^Q L(y + R)g(y)dy + L(Q + R) * [1 - G(Q)]\end{aligned}$$

4) $Q < I_2$ & $Q + R > I_2$

Σε αυτήν την περίπτωση έχω σαν τελικό στόχο αποθέματος το I_2 και αναγκάζομαι να παραγγείλω επιπλέον ποσότητα από τον εφεδρικό για να τον καλύψω με κίνδυνο να έχω παραπάνω απόθεμα από ότι χρειάζομαι.

Για α) $R + M < I_3$

$$\begin{aligned}\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - w_r * R \\ & + \int_0^{I_3 - R - M} [-w_2 * R - w_3 * (I_3 - y - R) + L(I_3)]g(y)dy \\ & + \int_{I_3 - R - M}^{I_3 - R} [-w_2 * R \\ & + \max\{-w_3 * M + L(y + R + M), L(y + R)\}]g(y)dy \\ & + \int_{I_3 - R}^{I_2 - R} [-w_2 * R + L(y + R)]g(y)dy \\ & + \int_{I_2 - R}^Q [-w_2 * (I_2 - y) + L(I_2)]g(y)dy \\ & + [-w_2 * (I_2 - Q) + L(I_2)] * [1 - G(Q)]\end{aligned}$$

β) $R < I_3$ & $R + M > I_3$

$$\begin{aligned}
\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - w_r * R \\
& + \int_0^{I_3-R} [-w_2 * R \\
& + \max\{-w_3 * M + L(y + R + M), L(y + R)\}]g(y)dy \\
& + \int_{I_3-R}^{I_2-R} [-w_2 * R + L(y + R)]g(y)dy \\
& + \int_{I_2-R}^Q [-w_2 * (I_2 - y) + L(I_2)]g(y)dy \\
& + [-w_2 * (I_2 - Q) + L(I_2)] * [1 - G(Q)]
\end{aligned}$$

γ) $R > I_3$

$$\begin{aligned}
\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - w_r * R \\
& + \int_0^{I_2-R} [-w_2 * R + L(y + R)]g(y)dy \\
& + \int_{I_2-R}^Q [-w_2 * (I_2 - y) + L(I_2)]g(y)dy \\
& + [-w_2 * (I_2 - Q) + L(I_2)] * [1 - G(Q)]
\end{aligned}$$

5) $Q > I_2$

Εδώ δεν χρειάζεται να αγοράσω κάτι πέραν αυτού που έστειλε ο βασικός καθώς έχω ήδη παραγγείλει μεγάλη ποσότητα και καταλήγω σε μία κατάσταση όπου έχω πλεόνασμα αποθέματος S.

Για α) $R + M < I_3$

$$\begin{aligned}
\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - w_r * R \\
& + \int_0^{I_3-R-M} [-w_2 * R - w_3 * (I_3 - y - R) + L(I_3)]g(y)dy \\
& + \int_{I_3-R-M}^{I_3-R} [-w_2 * R \\
& + \max\{-w_3 * M + L(y + R + M), L(y + R)\}]g(y)dy \\
& + \int_{I_3-R}^{I_2-R} [-w_2 * R + L(y + R)]g(y)dy \\
& + \int_{I_2-R}^{I_2} [-w_2 * (I_2 - y) + L(I_2)]g(y)dy \\
& + \int_{I_2}^Q L(y)g(y)dy + L(Q) * [1 - G(Q)]
\end{aligned}$$

β) $R < I_3$ & $R + M > I_3$

$$\begin{aligned}
\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - w_r * R \\
& + \int_0^{I_3-R} [-w_2 * R + \max\{-w_3 * M + L(y + R + M), L(y + R)\}]g(y)dy \\
& + \int_{I_3-R}^{I_2-R} [-w_2 * R + L(y + R)]g(y)dy \\
& + \int_{I_2-R}^{I_2} [-w_2 * (I_2 - y) + L(I_2)]g(y)dy \\
& + \int_{I_2}^Q L(y)g(y)dy + L(Q) * [1 - G(Q)]
\end{aligned}$$

γ) $R > I_3$

$$\begin{aligned}
\Pi(Q, R) = & -w_1 * E\{\min(Q, Y)\} - w_r * R \\
& + \int_0^{I_2-R} [-w_2 * R + L(y + R)]g(y)dy \\
& + \int_{I_2-R}^{I_2} [-w_2 * (I_2 - y) + L(I_2)]g(y)dy \\
& + \int_{I_2}^Q L(y)g(y)dy + L(Q) * [1 - G(Q)]
\end{aligned}$$

3.3 Ανάπτυξη κώδικα

Το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύξαμε πιο πάνω επιλέξαμε να το μορφοποιήσουμε στο προγραμματιστικό περιβάλλον της MATLAB. Στον κώδικα που αναπτύξαμε εκεί, αρχικά ο χρήστης έχει την επιλογή να εισάγει τις τιμές των παραμέτρων που εκείνος επιθυμεί. Στην συνέχεια μορφοποιούμε τη συνολική συνάρτηση κέρδους του αγοραστή, αθροίζοντας όλες τις υποπεριπτώσεις που μοντελοποιήσαμε παραπάνω. Έπειτα πρέπει να ακολουθηθεί μία επαναληπτική διαδικασία βελτιστοποίησης, στο συγκεκριμένο πρόβλημα επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί η εντολή `patternsearch` για να μεγιστοποιήσουμε τη συνολική εξίσωση κέρδους. Πέρα από τον αρχικό κώδικα που αναπτύχθηκε για την εύρεση του κέρδους αλλά και των βέλτιστων ποσοτήτων Q^* και R^* αναπτύχθηκαν παράλληλα και με βάση αυτόν κώδικες που ανάλογα με τη μεταβολή κάποιας συγκεκριμένης τιμής των παραμέτρων του προβλήματος μας δείχνουν πως θα μεταβάλλεται το κέρδος, αλλά και τα Q^* και R^* . Καθώς αναπτύσσαμε τους συγκεκριμένους κώδικες και χρησιμοποιήσαμε την εντολή `patternsearch` ήρθαμε αντιμέτωποι με δύο προβλήματα. Το πρώτο ήταν αυτό του αρχικού σημείου (*initial guess*) στην εντολή `patternsearch` όπου η επιλογή $[0,0]$ αρκετές φορές προκαλούσε σφάλματα στο τρέξιμο του κώδικα. Μέσω δοκιμών καταλήξαμε να χρησιμοποιήσουμε σαν αρχικό σημείο το $[I1/2, I2/2]$. Το δεύτερο πρόβλημα που αντιμετωπίσαμε στην εντολή `patternsearch` ήταν ο καθορισμός των σωστών άνω και κάτω ορίων των Q και R . Ενώ όπως είναι λογικό σαν κάτω όριο (*lb*) των Q και R χρησιμοποιήσαμε το $[0,0]$, το να αφήσουμε ελεύθερα τα άνω όρια των Q και R δεν είναι και η σωστότερη επιλογή. Αυτό το καταλάβαμε καθώς σε ορισμένα από τα πειράματα που κάναμε κάποια αποτελέσματα για τις τιμές των Q και R ήταν παράλογα μεγάλα. Για να λύσουμε αυτό το πρόβλημα θεωρήσαμε σαν λογικό άνω φράγμα (*ub*) για το Q το $I1$, όπου σαν $I1$ θεωρώ ότι είναι η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στον βασικό μας προμηθευτή και δίνεται από τον τύπο $I1 = F^{-1}(\frac{p+r-w1}{p+r-h})$ ενώ ομοίως για το R το $I2 = F^{-1}(\frac{p+r-w2}{p+r-h})$. Οι επιλογές αυτές έγιναν καθώς για παραγγελία Q μεγαλύτερη από $I1$ οδηγούμαστε σε πλεονάζον απόθεμα που δεν μας δίνει κανένα όφελος καθώς η ζήτηση είναι ήδη ικανοποιημένη και το κέρδος του αγοραστή είναι σταθεροποιημένο και δεν

αυξάνεται περαιτέρω. Παρομοίως, κράτηση μεγαλύτερης χωρητικότητας από I_2 , δηλαδή για $R > I_2$, δεν έχει νόημα καθώς με τη ζήτηση να είναι περιορισμένη, και καλυμμένη μετά το I_2 , οι επιπλέον μονάδες που κάναμε κράτηση δε θα χρησιμοποιηθούν και όπως και πριν το κέρδος του αγοραστή σταθεροποιείται και δεν μεγαλώνει με περισσότερη αύξηση του R . Γενικότερα δηλαδή για $Q > I_1$ και $R > I_2$ δεν συνεισφέρουν καθόλου σε επιπρόσθετα έσοδα. Οι κώδικες αυτοί δίνονται στο παράρτημα στο τέλος της εργασίας.

3.4 Σταθερές τιμές παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα

Αφού τελειώσαμε με την μορφοποίηση του παραπάνω μοντέλου και ολοκληρώσαμε την διαδικασία ανάπτυξης του κώδικα ξεκινήσαμε να κάνουμε δοκιμές για να βρούμε τα επιθυμητά αποτελέσματα. Για το πείραμα που θα παρουσιαστεί παρακάτω επιλέξαμε τις εξής τιμές για τις σταθερές του προβλήματος:

$$w_1=20$$

$$w_2=19$$

$$w_3=27$$

$$w_r=4$$

$$M=12$$

$$p=15$$

$$h=16$$

$$r=40$$

$$\mu=25$$

$$s=5$$

$$\mu_1=30$$

$$s_1=4$$

Τα $w_1, w_2, w_3, w_T, M, p, h, r$ είναι οι παράμετροι που έχουμε ορίσει πιο πάνω. Το μ και το s αναφέρονται στην μέση τιμή και στη διασπορά αντίστοιχα της κανονικής κατανομής της ζήτησης. Ενώ τα μ_1 και s_1 αντικατοπτρίζουν την μέση τιμή και τη διασπορά της κανονικής κατανομής του capacity.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Αποτελέσματα πειραμάτων

Σε αυτό το κεφάλαιο αρχικά θα παρουσιάσουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα, που παίρνουμε χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σταθερές, για την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στον βασικό προμηθευτή (Q^*), τη βέλτιστη ποσότητα κράτησης από τον εφεδρικό (R^*) και πόσο είναι το κέρδος του αγοραστή $[P(Q^*, R^*)]$. Εν συνεχεία μεταβάλλοντας κάθε μία από τις παραπάνω παραμέτρους, μέσα στα όρια που έχουμε θέσει από τους περιορισμούς του μαθηματικού μοντέλου, θα δούμε μέσω γραφημάτων πως η κάθε μεταβολή επηρεάζει αυτά τα $P(Q^*, R^*)$, Q^* , R^* .

4.1 Εύρεση βέλτιστων ποσοτήτων και μέγιστου κέρδους

Χρησιμοποιώντας τις σταθερές που αναφέραμε και πιο πάνω βλέπουμε πως τα αποτελέσματα τα οποία λαμβάνουμε είναι τα εξής :

```
Command Window
timh agoras monadas apo basiko promhtheyth:20
timh agoras monadas apo efedriko:19
timh agoras monadas apo efedriko gia emergency orders:27
timh krathshs gia kathe monada apo efedriko:4
posothta elaxisths paraggelias twn emergency orders:12
timh eleipshs:15
timh metapolisis:16
timh pwlhshs:40
mesh timh kanonikhs katanomhs ths zhthshs:25
diakymansh kanonikhs katanomhs ths zhthshs:5
mesh timh kanonikhs katanomhs toy capacity:30
diakymansh kanonikhs katanomhs toy capacity:4
Beltistes times gia ta Q kai R:
Q = 29.8897
R = 1.4457
Timh synarthshs kerdous sto beltisto shmeio:
453.3047

Elapsed time is 371.365993 seconds.
fx >>
```

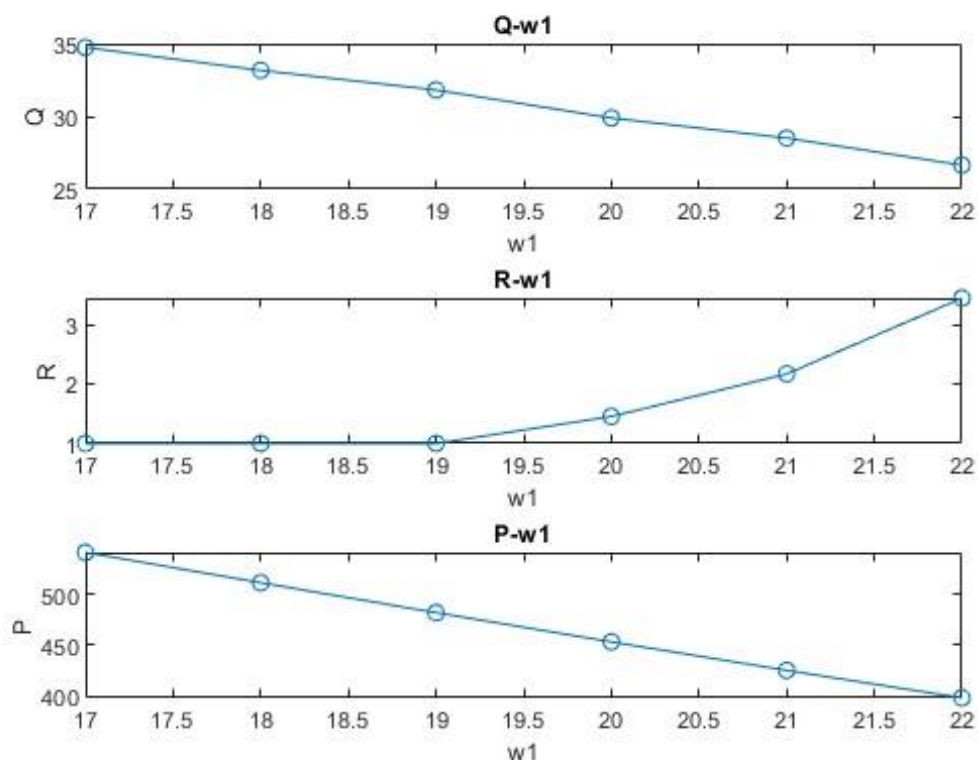
ΕΙΚΟΝΑ 1: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ TIMES

Δηλαδή $Q^* = 29,8897$, $R^* = 1,4457$ και $P(Q^*, R^*) = 453,3047$ για τις σταθερές που χρησιμοποιήθηκαν.

4.2 Μεταβολές τιμών και αλλαγές στα Q , R , P

Σε αυτή την υπό ενότητα εξετάζουμε τη συμπεριφορά των $P(Q^*, R^*)$, R^* και Q^* όταν οι παράμετροι του προβλήματος μας μένουν όλες σταθερές εκτός από μία, η οποία κάθε φορά θα μεταβάλλεται εντός των ορίων που έχουμε ορίσει στη συγγραφή του μαθηματικού μοντέλου.

4.2.1 Μεταβολή της τιμής αγοράς ανά μονάδα από τον βασικό προμηθευτή

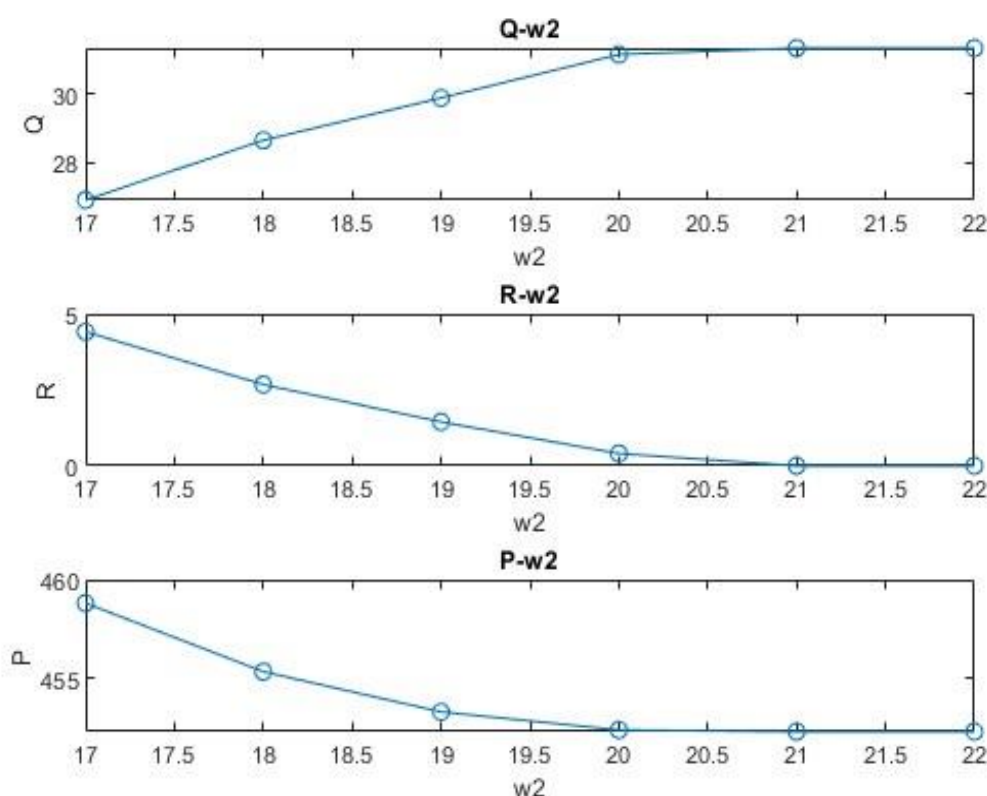


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1 : Q-W1, R-W1, P-W

Με βάση τους περιορισμούς που είχαμε βάλει παραπάνω οι τιμές που μπορεί να πάρει το w_1 είναι: $16 < w_1 < 23$.

Τα συμπεράσματα που παίρνουμε από τα παραπάνω διαγράμματα είναι πως όσο αυξάνεται το w_1 το Q μειώνεται με γραμμικό τρόπο. Το R ενώ αρχικά μένει σταθερό στη συνέχεια αυξάνεται, κάτι το οποίο περιμέναμε καθώς με αύξηση τιμής του βασικού προμηθευτή συμφέρει πλέον να κάνει κράτηση μεγαλύτερης ποσότητας. Τέλος όσο αυξάνεται το κόστος αγοράς από το βασικό προμηθευτή το κέρδος του αγοραστή μειώνεται και αυτό γραμμικά.

4.2.2 Μεταβολή της τιμής αγοράς ανά μονάδα από τον εφεδρικό προμηθευτή



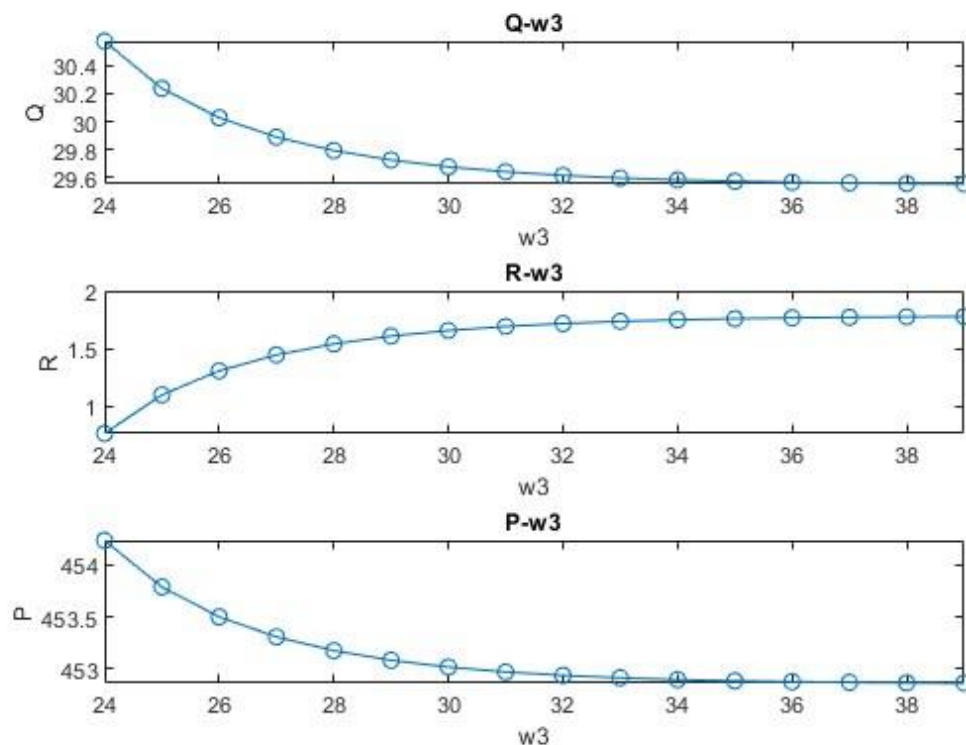
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 : Q-W2, R-W2, P-W2

Οι τιμές που μπορεί να πάρει το w_2 βάσει των περιορισμών που είχαμε θέσει είναι :

$16 < w_2 < 23$.

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται το w_2 αυξάνεται και το Q δηλαδή ο αγοραστής τείνει να παραγγείλει μεγαλύτερη ποσότητα από τον βασικό του προμηθευτή. Το R , όσο μεγαλώνει το w_2 , εκείνο μειώνεται μέχρι που φτάνει στο σημείο να είναι κοντά στο μηδέν. Δηλαδή για μεγαλύτερες τιμές του w_2 δεν συμφέρει καθόλου η παραγγελία από τον εφεδρικό προμηθευτή. Όσο για το κέρδος του αγοραστή βλέπουμε πως και σε αυτή την περίπτωση όσο αυξάνεται η τιμή αγοράς ανά μονάδα από τον εφεδρικό προμηθευτή τόσο μειώνεται το κέρδος. Μέχρι μία τιμή όπου βλέπουμε πως τελικά σταθεροποιείται όσο και αν αυξηθεί περαιτέρω το w_2 .

4.2.3 Μεταβολή της τιμής αγοράς ανά μονάδα από εφεδρικό προμηθευτή για επείγουσες παραγγελίες



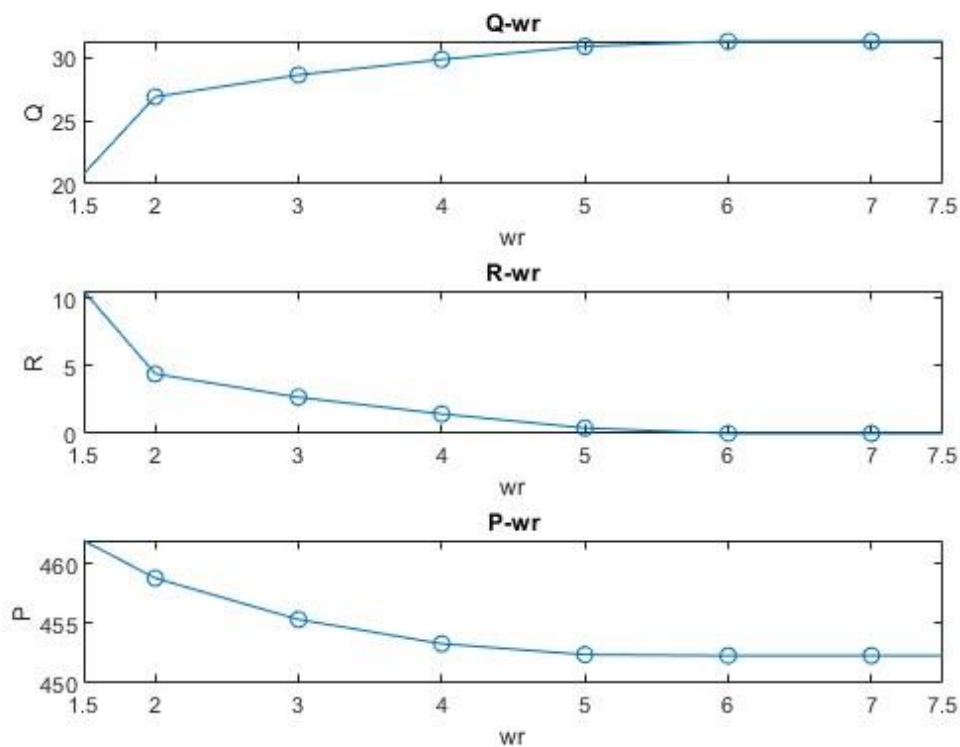
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3 : Q-W3, R-W3, P-W3

Οι τιμές που μπορεί να πάρει το w_3 βάσει των περιορισμών που είχαμε θέσει είναι :

$$23 < w_3 < 40$$

Στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει το w_3 το Q μειώνεται μέχρι να φτάσει σε ένα σημείο όπου όσο και να αυξηθεί το w_3 περαιτέρω το Q μένει σταθερό. Το ίδιο συμβαίνει και με το κέρδος του αγοραστή (P). Για το R ισχύει το αντίθετο καθώς όσο αυξάνεται το w_3 αυξάνεται και εκείνο, μέχρι ένα σημείο βέβαια που περαιτέρω αύξηση του w_3 δεν επηρεάζει το R που σταθεροποιείται σε μία συγκεκριμένη τιμή.

4.2.4 Μεταβολή της τιμής κράτησης ανά μονάδα από εφεδρικό προμηθευτή



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4 : Q-WR, R-WR, P-WR

Οι τιμές που μπορεί να πάρει το w_r βάσει των περιορισμών που είχαμε θέσει είναι :

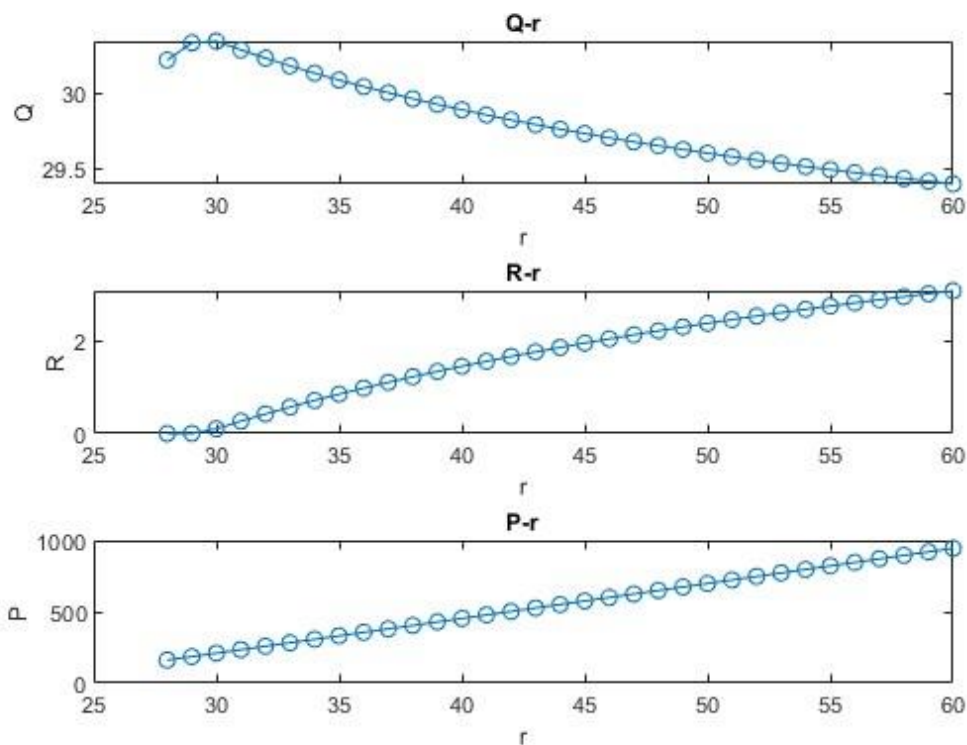
$$1 < w_r < 8$$

Με βάση τα παραπάνω γραφήματα όσο αυξάνουμε το w_r το Q αυξάνεται μέχρι που φτάνει μία συγκεκριμένη τιμή, η οποία είναι ίση με το I_1 , και σταθεροποιείται εκεί όσο και αν αυξηθεί το w_r . Όσο αυξάνεται το w_r το R μειώνεται μέχρι που φτάνει στο

σημείο να μηδενίσει και να παραμείνει μηδέν στη συνέχεια της αύξησης του wr . Τέλος το κέρδος (P) αρχικά μειώνεται μέχρι και αυτό εν τέλη να σταθεροποιηθεί σε μία συγκεκριμένη τιμή και να μην επηρεάζεται αισθητά από περαιτέρω αύξηση του wr .

Μπορούμε να παρατηρήσουμε πως η συμπεριφορά των γραφημάτων, όσο αυξάνουμε τα $w2$ και wr είναι παρόμοια κάτι που μπορεί να θεωρηθεί και λογικό καθώς απευθύνονται και τα δύο στην παραγγελία που κάνει ο αγοραστής στον εφεδρικό στην περίπτωση της κράτησης (capacity reservation).

4.2.5 Μεταβολή της τιμής πώλησης



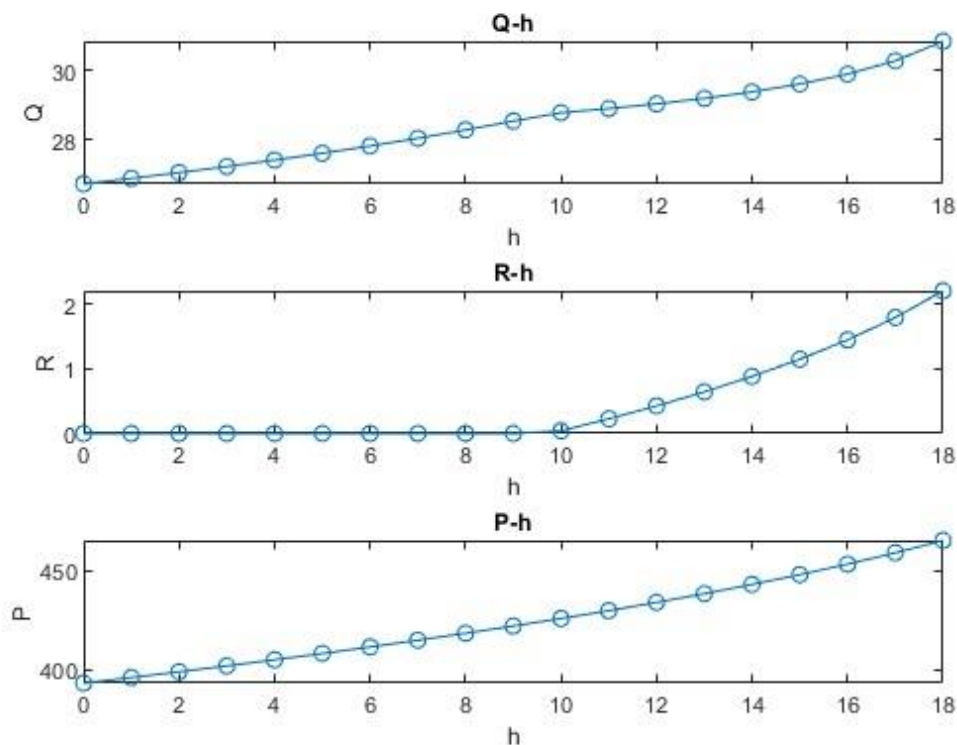
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 5 : Q-R, R-R, P-R

Οι τιμές που μπορεί να πάρει το r βάσει των περιορισμών που είχαμε θέσει είναι :

$r > 27$ και έχουμε επιλέξει να δούμε ποια η συμπεριφορά των Q , R , P μέχρι την περίπτωση που το r θα είχε τιμή 60.

Εδώ αρχικά για τις πρώτες 3 τιμές των δοκιμών το Q έχει μία μικρή αύξηση και εν συνεχεία σταθερά μειώνεται. Το R για τις ίδιες τιμές αρχικά είναι μηδενικό και εν συνεχεία αυξάνεται σταθερά όσο αυξάνεται και η τιμή πώλησης. Το P αυξάνεται γραμμικά όσο αυξάνεται το r , κάτι το οποίο ήταν αναμενόμενο, όμως ενδιαφέρον έχει το πόσο σημαντική επίδραση έχει το r στο κέρδος καθώς μέχρι στιγμής είναι η πιο σημαντική αύξηση του P που έχουμε δει σε σχέση με τις άλλες περιπτώσεις.

4.2.6 Μεταβολή της τιμής μεταπώλησης



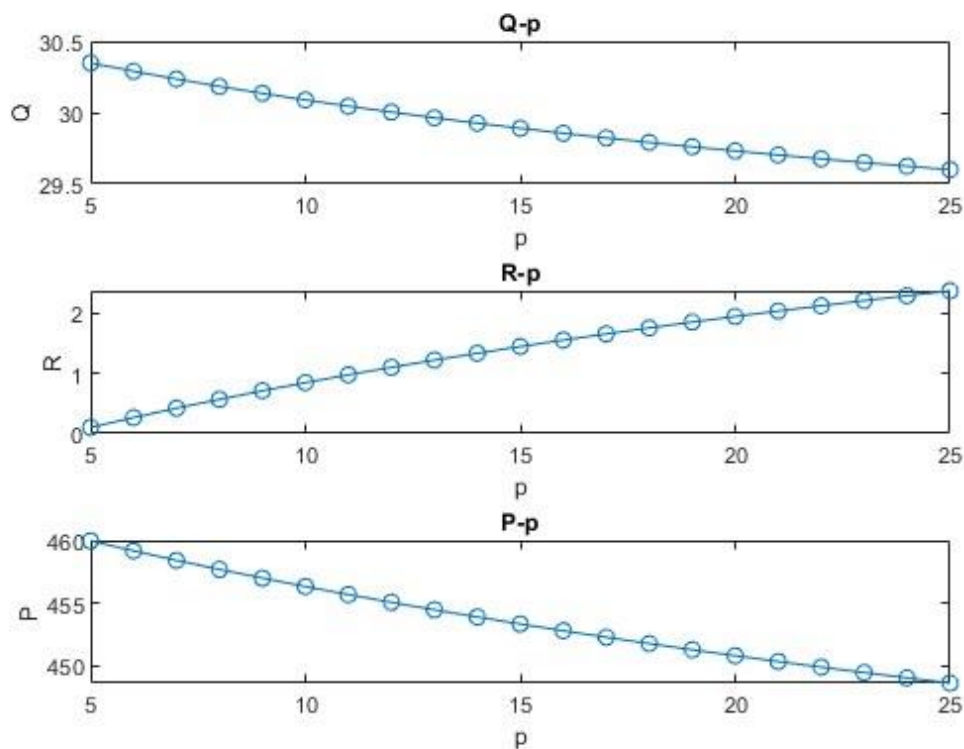
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 6 : Q-H, R-H, P-H

Οι τιμές που μπορεί να πάρει το r βάσει των περιορισμών που είχαμε θέσει είναι :

$$h < 19$$

Εδώ παρατηρούμε πως με αύξηση του h (δηλαδή της τιμής μεταπώλησης) όπως είναι αναμενόμενο τα Q, P αυξάνονται όσο αυξάνεται το h . Το R ενώ αρχικά για πιο μικρές τιμές του h παραμένει μηδενικό, μετά από ένα σημείο αυξάνεται και αυτό όσο αυξάνεται το h .

4.2.7 Μεταβολή της τιμής έλλειψης

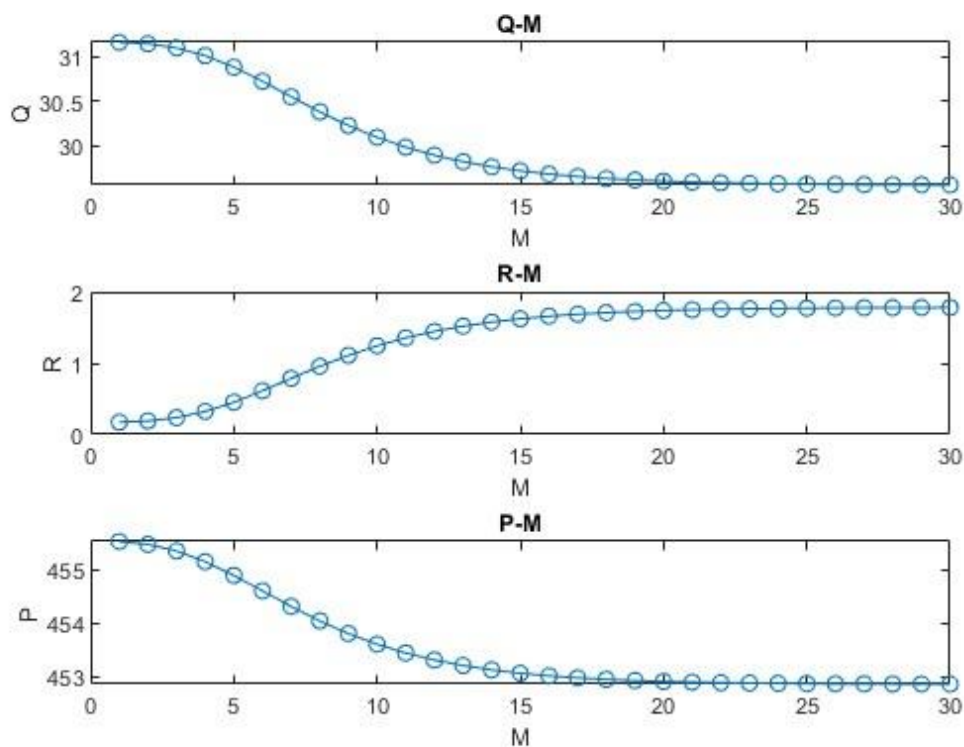


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 7 : Q-P, R-P, P-P

Για το p δεν υπάρχουν συγκεκριμένοι περιορισμοί στις τιμές του από την μοντελοποίηση του προβλήματος. Επομένως επιλέγουμε εμείς ένα λογικό εύρος τιμών για να δούμε την συμπεριφορά των Q, R, P .

Παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται το κόστος λόγω χαμένων πωλήσεων (p) τότε, η ποσότητα παραγγελίας στον βασικό προμηθευτή μειώνεται, η ποσότητα προϊόντων που κρατούνται από τον εφεδρικό προμηθευτή αυξάνεται ενώ όπως είναι αναμενόμενο το κέρδος του αγοραστή μειώνεται.

4.2.8 Μεταβολή της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας



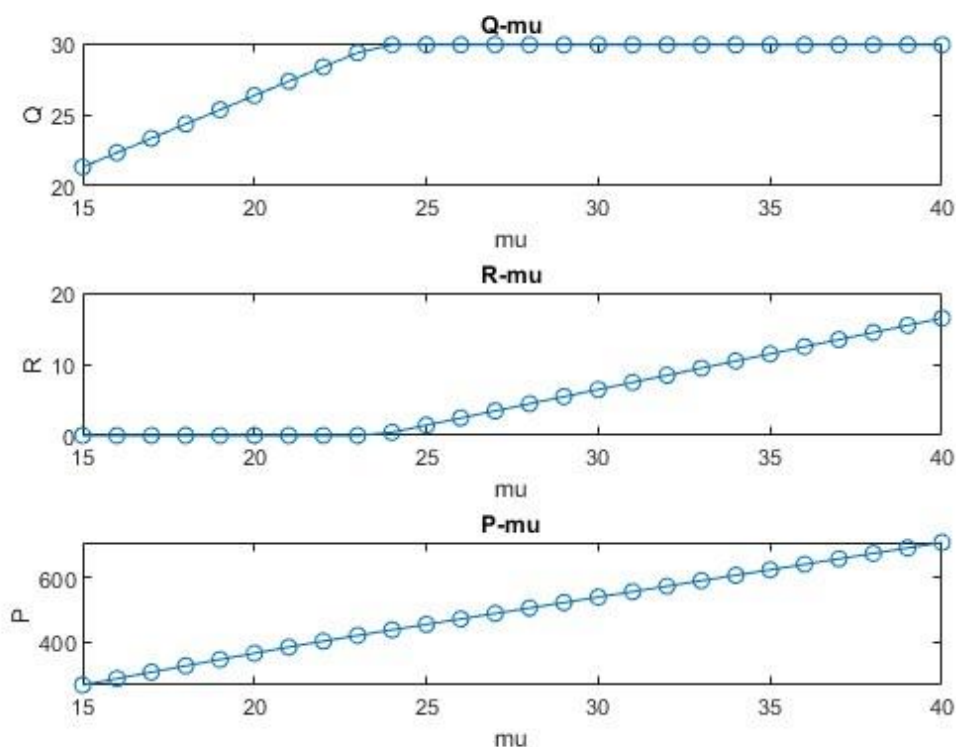
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8 : Q-M, R-M, P-M

Οι τιμές που επιλέξαμε για να δούμε την επίδραση του M (ποσότητα ελάχιστης παραγγελίας) στο πρόβλημα είναι : $1 \leq M \leq 30$

Συμπεραίνουμε πως όσο αυξάνεται η ποσότητα ελάχιστη παραγγελίας (M) η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στον βασικό μας προμηθευτή μειώνεται. Μετά από μία ορισμένη ποσότητα όμως όσο και να αυξηθεί το M το Q σταθεροποιείται σε μία

συγκεκριμένη τιμή. Το ίδιο συμβαίνει και με το R με την διαφορά ότι αυτό αυξάνεται μέχρι να φτάσει το M σε αυτή την ποσότητα που λέμε. Όσο για το P και αυτό όπως και το Q αρχικά μειώνεται και μετά η τιμή του σταθεροποιείται για περαιτέρω αύξηση.

4.2.9 Μεταβολή της μέσης τιμής της ζήτησης



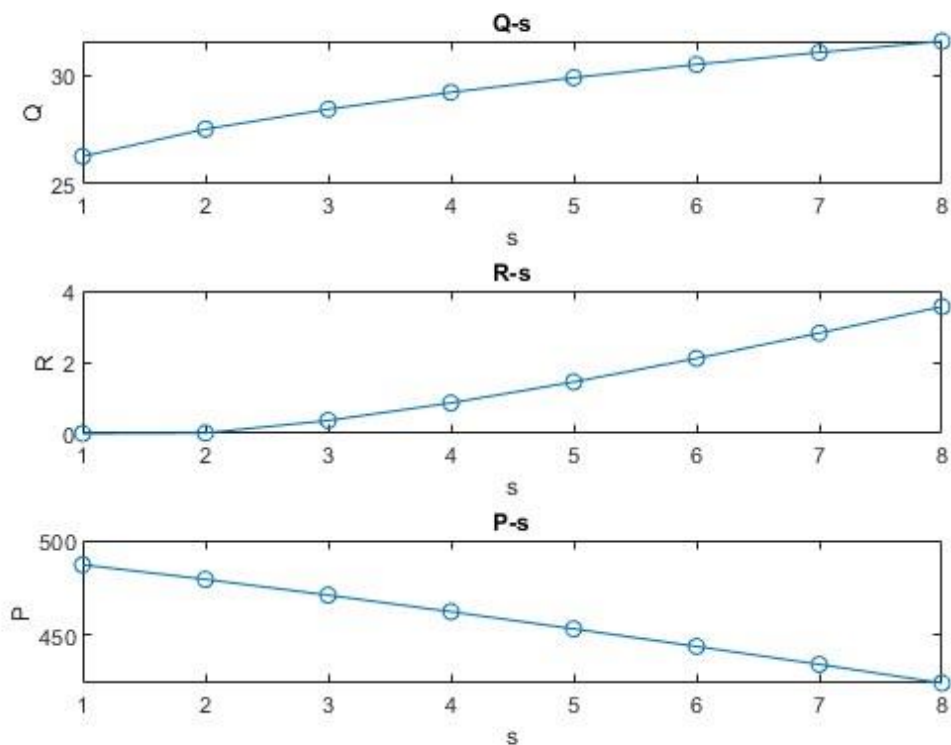
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 9 : Q-MU, R-MU, P-MU

Η σχέση που μας δείχνει τις τιμές που μπορεί να πάρουν το μ και το s είναι $\mu \geq 3 * s$ για αυτό το λόγο από τη στιγμή που $s=5$ τότε πρέπει $\mu \geq 15$.

Από τα γραφήματα συμπεραίνουμε ότι όσο αυξάνεται το μ , το Q αρχικά αυξάνεται γραμμικά και στη συνέχεια η τιμή του σταθεροποιείται για περαιτέρω αυξήσεις. Το R

ενώ αρχικά έχει μηδενικές τιμές από μία τιμή και έπειτα και αυτό αυξάνεται γραμμικά με το μ . Όπως είναι αναμενόμενο όσο αυξάνεται η μέση τιμή της ζήτησης της αγοράς το κέρδος του αγοραστή αυξάνεται και αυτό γραμμικά.

4.2.10 Μεταβολή της διασποράς της ζήτησης



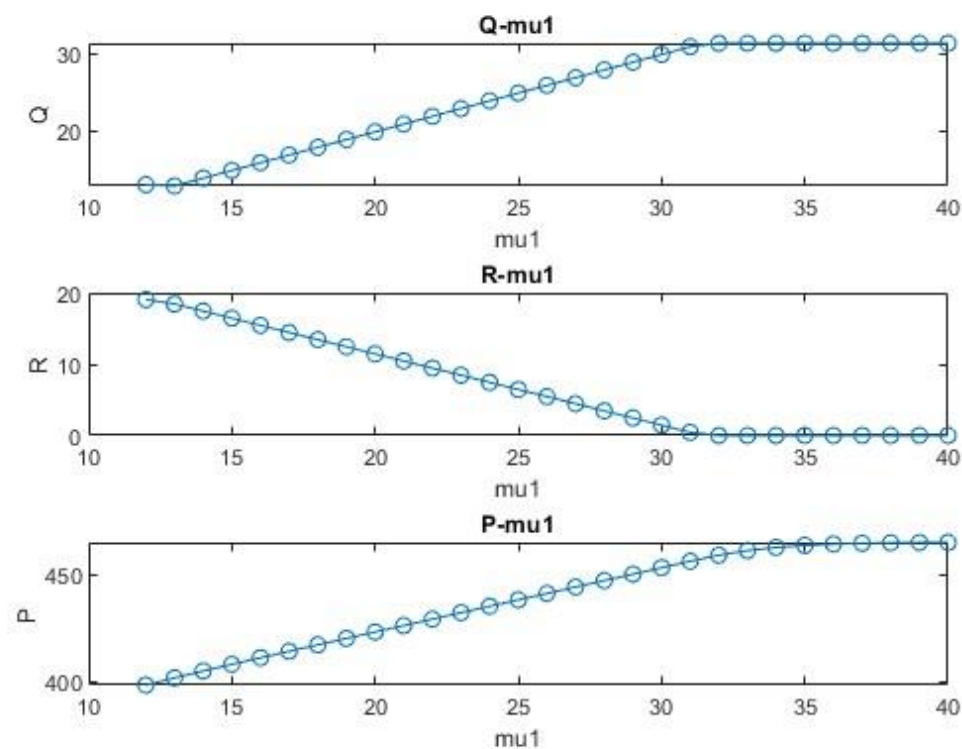
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 10 : Q-S, R-S, P-S

Όπως είπαμε και πριν πρέπει $\mu \geq 3 * s$ δηλαδή $s < \mu/3$ που σημαίνει $s < 8,33$.

Τα συμπεράσματα που βγάζουμε εδώ είναι ότι όσο αυξάνεται η διασπορά αυξάνεται και η ποσότητα παραγγελίας στον βασικό προμηθευτή (Q) αλλά αυξάνεται και η ποσότητα προϊόντων που κρατούνται από τον εφεδρικό προμηθευτή (R) . Αντιθέτως

βλέπουμε πως όσο αυξάνεται η διασπορά της ζήτησης το κέρδος του αγοραστή (P) μειώνεται γραμμικά.

4.2.11 Μεταβολή της μέσης τιμής του capacity

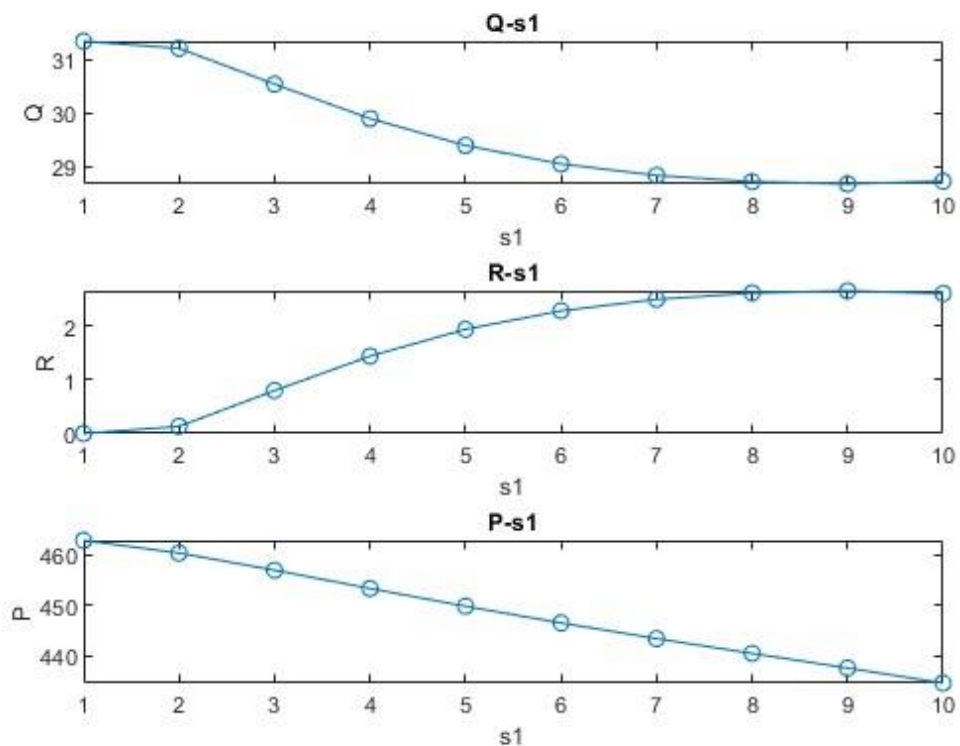


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 11 : Q-MU1, R-MU1, P-MU1

Η σχέση που μας δείχνει τις τιμές που μπορεί να πάρουν το μ_1 και το s_1 είναι η ίδια με πριν δηλαδή η $\mu_1 \geq 3 * s_1$ για αυτό το λόγο από τη στιγμή που $s_1=4$ τότε πρέπει $\mu_1 \geq 12$

Τα συμπεράσματα που παίρνουμε από τα γραφήματα είναι ότι όσο αυξάνεται η μέση τιμή του capacity (μ_1) τότε όπως και με το μ έτσι και τώρα το Q αρχικά αυξάνεται γραμμικά και στη συνέχεια η τιμή του σταθεροποιείται για περαιτέρω αυξήσεις του μ_1 . Το R μειώνεται γραμμικά όσο αυξάνεται το μ_1 μέχρι να μηδενίσει. Τέλος το κέρδος του αγοραστή (P) αυξάνεται γραμμικά όσο αυξάνεται το μ_1 μέχρι που φτάνει και σταθεροποιείται, από μία συγκεκριμένη τιμή του μ_1 και μετά.

4.2.12 Μεταβολή της διασποράς του capacity



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 12 : Q-S1, R-S1, P-S1

Όπως είπαμε και πριν πρέπει $\mu_1 \geq 3 * s_1$ δηλαδή $s_1 \leq \mu_1/3$ που σημαίνει $s_1 \leq 10$.

Σε αυτή την περίπτωση όσο αυξάνεται η διασπορά παρατηρούμε ότι το Q μειώνεται.
Η ποσότητα κράτησης του εφεδρικού (R) αυξάνεται, ενώ το κέρδος του αγοραστή (P) μειώνεται γραμμικά .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Σε αυτή την διπλωματική εργασία μελετήθηκε το πρότυπο του εφημεριδοπώλη με εφεδρικούς προμηθευτές. Το πρόβλημα μπορούμε να πούμε ότι χωρίστηκε σε δύο κομμάτια, ένα ήταν η ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου και το άλλο είναι η μορφοποίηση του μοντέλου αυτού στη MATLAB. Αυτό συνέβη ούτως ώστε μέσω πειραμάτων και δοκιμών να μπορέσουμε να πάρουμε πληροφορίες σχετικά με το ποιες θα ήταν οι βέλτιστες παραγγελίες στον βασικό και στον εφεδρικό προμηθευτή. Επίσης θα βρίσκαμε και το μέγιστο κέρδος του αγοραστή. Σημαντικό ρόλο για την εύρεση αυτών των βέλτιστων τιμών παίζουν οι παράμετροι του προβλήματος. Όντως παρατηρήθηκε ότι οι αλλαγές στις μεταβλητές είχαν άμεση επιρροή στα Q , R , $P(Q,R)$. Οι μεταβολές των Q , R , $P(Q,R)$ ανάλογα με τις αλλαγές των παραμέτρων παρουσιάστηκαν αναλυτικά μέσω γραφημάτων τα οποία μας έδειχναν αν αυτή η επιρροή ήταν μικρή η μεγάλη. Τα αποτελέσματα αποτυπώθηκαν με ακρίβεια στα παραπάνω διαγράμματα.

Μετά την ενασχόληση με το συγκεκριμένο πρόβλημα φτάσαμε να συμπεράνουμε πως μπορεί να υπάρξουν αρκετές επιπλέον επεκτάσεις του. Κάποιες από αυτές μπορεί να είναι, η είσοδος πολλαπλών βασικών αναξιόπιστων προμηθευτών, η ανάγκη ο αγοραστής να προμηθεύεται παραπάνω από ένα προϊόντα από τους προμηθευτές. Ακόμα θα μπορούσε να χρειαστεί να εισάγουμε στο πρόβλημα τους χρόνους παράδοσης από τους προμηθευτές στον αγοραστή. Μία ακόμα παραλλαγή θα ήταν και το να θεωρήσουμε διαφορετικές κατανομές για τόσο για το στοιχείο της ζήτησης, όσο και για το capacity.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Giri, B. C., & Bardhan, S. (2014). Coordinating a supply chain with backup supplier through buyback contract under supply disruption and uncertain demand. *International Journal of Systems Science: Operations and Logistics*, 1(4), 193–204. <https://doi.org/10.1080/23302674.2014.951714>
- Hazra, J., & Mahadevan, B. (2009). A procurement model using capacity reservation. *European Journal of Operational Research*, 193(1), 303–316. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.10.039>
- Hellion, B., Mangione, F., & Penz, B. (2014). A polynomial time algorithm for the single-item lot sizing problem with capacities, minimum order quantities and dynamic time windows. *Operations Research Letters*, 42(8), 500–504. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2014.08.010>
- Hou, J., Zeng, A. Z., & Sun, L. (2017). Backup sourcing with capacity reservation under uncertain disruption risk and minimum order quantity. *Computers and Industrial Engineering*, 103, 216–226. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.11.011>
- novel-advances-in-applications-of-the-newsvendor-model-2016. (n.d.).
- Papachristos, I., & Pandelis, D. G. (2022). Newsvendor models with random supply capacity and backup sourcing. *European Journal of Operational Research*, 303(3), 1231–1243. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.03.036>
- Qin, Y., Wang, R., Vakharia, A. J., Chen, Y., & Seref, M. M. H. (2011). The newsvendor problem: Review and directions for future research. *European Journal of Operational Research*, 213(2), 361–374. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.11.024>
- Wikipedia contributors. (n.d.). *Newsvendor model*.
- Xanthopoulos, A., Vlachos, D., & Iakovou, E. (2012). Optimal newsvendor policies for dual-sourcing supply chains: A disruption risk management framework. *Computers and Operations Research*, 39(2), 350–357. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.04.010>
- Yu, H., Zeng, A. Z., & Zhao, L. (2009). Single or dual sourcing: decision-making in the presence of supply chain disruption risks. *Omega*, 37(4), 788–800. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2008.05.006>
- Zhou, B., Zhao, Y., & Katehakis, M. N. (2007). Effective control policies for stochastic inventory systems with a minimum order quantity and linear costs. *International Journal of Production Economics*, 106(2), 523–531. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2006.06.020>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

1.Κώδικας για εύρεση βέλτιστων τιμών

```
% Parallel Computing
if isempty(gcp('nocreate'))
    parpool;
end

while true
    w1 = input('timh agoras monadas apo basiko promhtheyth:');
    w2 = input('timh agoras monadas apo efedriko:');
    w3 = input('timh agoras monadas apo efedriko gia emergency orders:');
    wr = input('timh krathshs gia kathe monada apo efedriko:');
    M = input('posothta elaxisths paraggelias tw n emergency orders:');
    p = input('timh eleipshs:');
    h = input('timh metapolis:');
    r = input('timh pwlshs:');
    mu = input('mesh timh kanonikh katanomhs ths zhthshs:');
    s = input('diakymansh kanonikh katanomhs ths zhthshs:');
    mu1 = input('mesh timh kanonikh katanomhs toy capacity:');
    s1 = input('diakymansh kanonikh katanomhs toy capacity:');

    if h >= w1 || w1 >= (w2 + wr) || (w2 + wr) >= w3 || w3 >= r
        fprintf('Dwsate lathos times, parakalw prospathiste ksana.\n');
    else
        break;
    end
end

tic

I1 = norminv((p + r - w1) / (p + r - h), mu, s);
I2 = norminv((p + r - w2) / (p + r - h), mu, s);
I3 = norminv((p + r - w3) / (p + r - h), mu, s);

f = @(x) normpdf(x, mu, s);
g = @(y) normpdf(y, mu1, s1);
G = @(y) normcdf(y, mu1, s1);
ES = @(Q) integral(@(y) y .* g(y), 0, Q) + Q .* (1 - G(Q));

% Synarthsh esodwn gia to apothema z
L1 = @(z) integral(@(x) ((r * x) + h * (z - x)) .* f(x), 0,
z, 'ArrayValued', true);
L2 = @(z) integral(@(x) ((r * z) - p * (x - z)) .* f(x), z,
Inf, 'ArrayValued', true);
```

```
L = @(z) L1(z) + L2(z);
```

```
memoize_integral = containers.Map('KeyType', 'char', 'ValueType', 'any');
```

```
%1)0tan Q+R+M<I3
```

```
P1 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R +cached_integral(@(y) ...  
    ((-w2 * R) - w3 * (I3 - min(Q, y) - R) + L(I3)) .* g(y), ...  
    0, inf);
```

```
%2)0tan Q+R<I3 KAI Q+R+M>I3
```

```
%a) R+M<I3
```

```
P2 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R - w2 * R +cached_integral(@(y) ...  
    (-w3 * (I3 - y - R) + L(I3)) .* g(y), 0, (I3 - R - M))  
+cached_integral(@(y) ...  
    (calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...  
    (I3 - R - M), Q) + ...  
    calculateMaxFunction1(M, Q, R, w3, L) * (1 - G(Q));
```

```
%b) R+M>I3
```

```
P3 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R - w2 * R +cached_integral(@(y) ...  
    (calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...  
    0, Q) + ...  
    calculateMaxFunction1(M, Q, R, w3, L) * (1 - G(Q));
```

```
%3)0tan I3<Q+R<I2
```

```
%a)R+M<I3
```

```
P4 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - w2 * R - wr * R + cached_integral(@(y) ...  
    (-w3 * (I3 - y - R) + L(I3)) .* g(y), 0, (I3 - R - M)) +  
cached_integral(@(y) ...  
    (calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...  
    (I3 - R - M), (I3 - R)) + ...  
cached_integral(@(y) L(y + R) .* g(y), (I3 - R), Q) + ...  
    L(Q + R) * (1 - G(Q));
```

```
%b) R<I3 kai R+M>I3
```

```
P5 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - w2 * R - wr * R + cached_integral(@(y) ...  
    (calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...  
    0, (I3 - R)) + ...  
cached_integral(@(y) L(y + R) .* g(y), (I3 - R), Q) + ...  
    L(Q + R) * (1 - G(Q));
```

```
%c)R>I3
```

```
P6 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R - w2 * R + cached_integral(@(y) ...  
    L(y + R) .* g(y), 0, Q) + ...  
    L(Q + R) * (1 - G(Q));
```

```
%4)0tan Q<I2 kai Q+R>I2
```

```
%a)R+M<I3
```

```
P7 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R +cached_integral(@(y) ...  
    (-w2 * R - w3 * (I3 - y - R) + L(I3)) .* g(y), 0, (I3 - R - M)) +  
cached_integral(@(y) ...  
    (-w2 * R + calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...  
    (I3 - R - M), (I3 - R)) + ...
```

```

        cached_integral(@(y) (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), (I3 - R), (I2 - R))
+ cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), Q) + ...
    (-w2 * (I2 - Q) + L(I2)) * (1 - G(Q));

```

%b) $R < I3$ kai $R + M > I3$

```

P8 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    0, (I3 - R)) + cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), (I3 - R), (I2 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), Q) +
    (-w2 * (I2 - Q) + L(I2)) * (1 - G(Q));

```

%c) $R > I3$

```

P9 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), 0, (I2 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), Q) + (-
w2 * (I2 - Q) + L(I2)) * (1 - G(Q));

```

%5) Otan $Q > I2$

%a) $R + M < I3$

```

P10 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R - w3 * (I3 - y - R) + L(I3)) .* g(y), 0, (I3 - R - M))
+ cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    (I3 - R - M), (I3 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), (I3 - R), (I2 - R))
+ cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), I2) + ...
    cached_integral(@(y) L(y) .* g(y), I2, Q) + ...
    L(Q) * (1 - G(Q));

```

%b) $R < I3$ kai $R + M > I3$

```

P11 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    0, (I3 - R)) + cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), (I3 - R), (I2 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), I2)
+ cached_integral(@(y) L(y) .* g(y), I2, Q) + L(Q) * (1 - G(Q));

```

%c) $R > I3$

```

P12 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), 0, (I2 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), I2) +
    cached_integral(@(y) L(y) .* g(y), I2, Q) + L(Q) * (1 - G(Q));

```

%H synolikh synarthsh kerdoy toy agorasth toy provlhmatis, athroizontas
%oles tis ypoperiptwseis.

```

P = @(Q, R) P1(Q, R) * (Q + R + M < I3) + ...
    P2(Q, R) * ((Q + R < I3) && (Q + R + M > I3) && (R + M < I3)) +
...
    P3(Q, R) * ((Q + R < I3) && (Q + R + M > I3) && (R + M > I3)) +
...
    P4(Q, R) * ((Q + R > I3) && (Q + R < I2) && (R + M < I3)) + ...
    P5(Q, R) * ((Q + R > I3) && (Q + R < I2) && (R < I3) && (R + M
> I3)) + ...
    P6(Q, R) * ((Q + R > I3) && (Q + R < I2) && R > I3) + ...
    P7(Q, R) * ((Q + R > I2) && Q < I2 && (R + M < I3)) + ...

```



```

P8(Q, R) * ((Q + R > I2) && Q < I2 && (R < I3) && (R + M > I3))
+ ...
P9(Q, R) * ((Q + R > I2) && Q < I2 && R > I3) + ...
P10(Q, R) * (Q > I2 && R + M < I3) + ...
P11(Q, R) * (Q > I2 && R < I3 && R + M > I3) + ...
P12(Q, R) * (Q > I2 && R > I3);

```

```

options = optimoptions(@patternsearch, 'UseParallel', true,
'MaxIterations', 1000, 'Display', 'off', 'InitialMeshSize', 1.0);

[t, fval] = patternsearch(@(v) -P(v(1), v(2)), [I1/2, I2/2], [], [], [],
[], [0, 0], [I1, I2], [], options);

```

```

disp('Beltistes times gia ta Q kai R:');
disp(['Q = ', num2str(t(1))]);
disp(['R = ', num2str(t(2))]);
disp('Timh synarthshs kerdous sto beltisto shmeio:');
disp(-fval);

```

```

toc
beep

```

```

%Ypologizei poia apo tis dyo symferei na epileksei
function val = calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)
    L_y_R_M = L(y + R + M);
    L_y_R = L(y + R);
    val = max(-w3 * M + L_y_R_M, L_y_R);
end

```

```

%Ypologizei poia apo tis dyo symferei na epileksei
function val = calculateMaxFunction1(M, Q, R, w3, L)
    L_Q_R_M = L(Q + R + M);
    L_Q_R = L(Q + R);
    val = max(-w3 * M + L_Q_R_M, L_Q_R);
end

```

```

function val = cached_integral(func, lower, upper)

    val = integral(func, lower, upper, 'ArrayValued', true);
end

```

2.Κώδικας για τα γραφήματα

```

%Parallel Computing
if isempty(gcp('nocreate'))
    parpool;
end

```

```

w2 = input('timh agoras monadas apo efedriko:');

```

```

w3 = input('timh agoras monadas apo efedriko gia emergency orders:');
wr = input('timh krathshs gia kathe monada apo efedriko:');
M = input('posothta elaxisths paraggelias tw n emergency orders:');
p = input('timh eleipshs:');
h = input('timh metapolis:');
r = input('timh pwlshs:');
mu = input('mesh timh kanonikhs katanomhs ths zhthshs:');
s = input('diakymansh kanonikhs katanomhs ths zhthshs:');
mu1 = input('mesh timh kanonikhs katanomhs toy capacity:');
s1 = input('diakymansh kanonikhs katanomhs toy capacity:');

I2 = norminv((p + r - w2) / (p + r - h), mu, s);
I3 = norminv((p + r - w3) / (p + r - h), mu, s);

f = @(x) normpdf(x, mu, s);
g = @(y) normpdf(y, mu1, s1);
G = @(y) normcdf(y, mu1, s1);
ES = @(Q) integral(@(y) y .* g(y), 0, Q) + Q .* (1 - G(Q));

% Synarthsh esodwn gia to apothema z
L1 = @(z) integral(@(x) ((r * x) + h * (z - x)) .* f(x), 0,
z, 'ArrayValued', true);
L2 = @(z) integral(@(x) ((r * z) - p * (x - z)) .* f(x), z,
Inf, 'ArrayValued', true);
L = @(z) L1(z) + L2(z);
w1_range = 17:22;

Q_values = zeros(size(w1_range));
R_values = zeros(size(w1_range));
P_values = zeros(size(w1_range));

index = 1;
for w1 = w1_range
tic

I1 = norminv((p + r - w1) / (p + r - h), mu, s);

memoize_integral = containers.Map('KeyType', 'char', 'ValueType', 'any');

%1)Otan Q+R+M<I3
P1 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R +cached_integral(@(y) ...
((-w2 * R) - w3 * (I3 - min(Q, y) - R) + L(I3)) .* g(y), ...
0, inf);

%2)Otan Q+R<I3 KAI Q+R+M>I3

%a) R+M<I3
P2 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R - w2 * R +cached_integral(@(y) ...

```

```

        (-w3 * (I3 - y - R) + L(I3)) .* g(y), 0, (I3 - R - M))
+cached_integral(@(y) ...
    (calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    (I3 - R - M), Q) + ...
    calculateMaxFunction1(M, Q, R, w3, L) * (1 - G(Q));

%b) R+M>I3
P3 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R - w2 * R +cached_integral(@(y) ...
    (calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    0, Q) + ...
    calculateMaxFunction1(M, Q, R, w3, L) * (1 - G(Q));

%3)Otan I3<Q+R<I2

%a)R+M<I3
P4 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - w2 * R - wr * R + cached_integral(@(y) ...
    (-w3 * (I3 - y - R) + L(I3)) .* g(y), 0, (I3 - R - M)) +
cached_integral(@(y) ...
    (calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    (I3 - R - M), (I3 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) L(y + R) .* g(y), (I3 - R), Q) + ...
    L(Q + R) * (1 - G(Q));

%b) R<I3 kai R+M>I3
P5 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - w2 * R - wr * R + cached_integral(@(y) ...
    (calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    0, (I3 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) L(y + R) .* g(y), (I3 - R), Q) + ...
    L(Q + R) * (1 - G(Q));

%c)R>I3
P6 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R - w2 * R + cached_integral(@(y) ...
    L(y + R) .* g(y), 0, Q) + ...
    L(Q + R) * (1 - G(Q));

%4)Otan Q<I2 kai Q+R>I2

%a)R+M<I3
P7 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R +cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R - w3 * (I3 - y - R) + L(I3)) .* g(y), 0, (I3 - R - M)) +
cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    (I3 - R - M), (I3 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), (I3 - R), (I2 - R))
+ cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), Q) + ...
    (-w2 * (I2 - Q) + L(I2)) * (1 - G(Q));

%b) R<I3 kai R+M>I3
P8 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
    0, (I3 - R)) +cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), (I3 - R), (I2 - R)) + ...
    cached_integral(@(y) (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), Q) +
    (-w2 * (I2 - Q) + L(I2)) * (1 - G(Q));

%c) R>I3
P9 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R +cached_integral(@(y) ...
    (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), 0, (I2 - R)) + ...

```

```
cached_integral(@(y) (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), Q) + (-
w2 * (I2 - Q) + L(I2)) * (1 - G(Q));
```

```
%5)Otan Q>I2
```

```
%a) R+M<I3
```

```
P10 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
(-w2 * R - w3 * (I3 - y - R) + L(I3)) .* g(y), 0, (I3 - R - M))
+cached_integral(@(y) ...
(-w2 * R + calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
(I3 - R - M), (I3 - R)) + ...
cached_integral(@(y) (-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), (I3 - R), (I2 - R))
+ cached_integral(@(y) ...
(-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), I2) + ...
cached_integral(@(y) L(y) .* g(y), I2, Q) + ...
L(Q) * (1 - G(Q));
```

```
%b) R<I3 kai R+M>I3
```

```
P11 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
(-w2 * R + calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)) .* g(y), ...
0, (I3 - R)) + cached_integral(@(y) ...
(-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), (I3 - R), (I2 - R)) + ...
cached_integral(@(y) (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), I2)
+cached_integral(@(y) L(y) .* g(y), I2, Q) + L(Q) * (1 - G(Q));
```

```
%c) R>I3
```

```
P12 = @(Q, R) -w1 * ES(Q) - wr * R + cached_integral(@(y) ...
(-w2 * R + L(y + R)) .* g(y), 0, (I2 - R)) + ...
cached_integral(@(y) (-w2 * (I2 - y) + L(I2)) .* g(y), (I2 - R), I2) +
cached_integral(@(y) L(y) .* g(y), I2, Q) + L(Q) * (1 - G(Q));
```

```
%H synolikh synarthsh kerdoy toy agorasth toy provlhmatos, athroizontas
%oles tis ypoperiptwseis.
```

```
P = @(Q, R) P1(Q, R) * (Q + R + M < I3) + ...
P2(Q, R) * ((Q + R < I3) && (Q + R + M > I3) && (R + M < I3)) +
...
P3(Q, R) * ((Q + R < I3) && (Q + R + M > I3) && (R + M > I3)) +
...
P4(Q, R) * ((Q + R > I3) && (Q + R < I2) && (R + M < I3)) + ...
P5(Q, R) * ((Q + R > I3) && (Q + R < I2) && (R < I3) && (R + M
> I3)) + ...
P6(Q, R) * ((Q + R > I3) && (Q + R < I2) && R > I3) + ...
P7(Q, R) * ((Q + R > I2) && Q < I2 && (R + M < I3)) + ...
P8(Q, R) * ((Q + R > I2) && Q < I2 && (R < I3) && (R + M > I3))
+ ...
P9(Q, R) * ((Q + R > I2) && Q < I2 && R > I3) + ...
P10(Q, R) * (Q > I2 && R + M < I3) + ...
P11(Q, R) * (Q > I2 && R < I3 && R + M > I3) + ...
P12(Q, R) * (Q > I2 && R > I3);
```

```
options = optimoptions(@patternsearch, 'UseParallel', true,
'MaxIterations', 1000, 'Display', 'off', 'InitialMeshSize', 1.0);
```

```
[t, fval] = patternsearch(@(v) -P(v(1), v(2)), [I1/2, I2/2], [], [], [],
[], [0, 0], [I1, I2], [], options);
```

```
Q_values(index) = t(1);
```

```

R_values(index) = t(2);
P_values(index) = -fval;

    index = index + 1;
toc
beep
end

% Plot Q-w1, R-w1, and P-w1
figure;
subplot(3, 1, 1);
plot(w1_range, Q_values, '-o');
xlabel('w1');
ylabel('Q');
title('Q-w1');

subplot(3, 1, 2);
plot(w1_range, R_values, '-o');
xlabel('w1');
ylabel('R');
title('R-w1');

subplot(3, 1, 3);
plot(w1_range, P_values, '-o');
xlabel('w1');
ylabel('P');
title('P-w1');

function val = calculateMaxFunction(M, y, R, w3, L)
    L_y_R_M = L(y + R + M);
    L_y_R = L(y + R);
    val = max(-w3 * M + L_y_R_M, L_y_R);
end

function val = calculateMaxFunction1(M, Q, R, w3, L)
    L_Q_R_M = L(Q + R + M);
    L_Q_R = L(Q + R);
    val = max(-w3 * M + L_Q_R_M, L_Q_R);
end

function val = cached_integral(func, lower, upper)

    val = integral(func, lower, upper, 'ArrayValued', true);
end

```