



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΦΟΔΙΑΣΜΟΥ ΜΕ ΠΡΟΚΡΑΤΗΣΗ ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΟΣΟΣΤΗΤΑ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΑΠΟ ΕΦΕΔΡΙΚΟ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΗ

υπό
ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΠΑΡΘΕΝΙΔΗ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2024



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΦΟΔΙΑΣΜΟΥ ΜΕ ΠΡΟΚΡΑΤΗΣΗ ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΑΠΟ ΕΦΕΔΡΙΚΟ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΗ

υπό
ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΠΑΡΘΕΝΙΔΗ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2024

© 2024 Γεώργιος Παρθενίδης

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Δημήτριος Παντελής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
---------------------------------	---

Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
--------------------	---

Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
------------------	---

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Δημήτριο Παντελή για την υπομονή του, καθώς και την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση όλο αυτό το διάστημα.

Ακόμα, να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, κυρίους Γεώργιο Λυμπερόπουλο και Γεώργιο Κοζανίδη για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις χρήσιμες συμβουλές τους.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου, στους φίλους και συμφοιτητές μου, καθώς και στον αδερφό μου Στέλιο που με στήριξαν όλα αυτά τα χρόνια.

ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΦΟΔΙΑΣΜΟΥ ΜΕ ΠΡΟΚΡΑΤΗΣΗ ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΑΠΟ ΕΦΕΔΡΙΚΟ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΗ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΠΑΡΘΕΝΙΔΗΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2024

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Δημήτριος Παντελής,
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται μια παραλλαγή του πρότυπου του εφημεριδοπώλη. Πιο συγκεκριμένα, μελετάται ένα μοντέλο εφοδιασμού μιας χρονικής περιόδου υπό αβέβαιη ζήτηση, όπου ο αγοραστής έχει να επιλέξει ανάμεσα σε 2 προμηθευτές: έναν κύριο, ο οποίος είναι αναξιόπιστος ως προς την ποσότητα των προϊόντων που παραδίδει και έναν εφεδρικό, ο οποίος είναι αξιόπιστος, αλλά ακριβότερος και χρησιμοποιείται για να καλύψει τις αβεβαιότητες του πρώτου. Ωστόσο, η αγορά προϊόντων από τον εφεδρικό προμηθευτή προϋποθέτει την προκράτησή τους. Σε περίπτωση που τα προϊόντα που αγοραστούν από τον εφεδρικό προμηθευτή δεν επαρκούν, ο ίδιος δίνει την δυνατότητα για επιπλέον αγορά προϊόντων σε ακριβότερη όμως τιμή, με την προϋπόθεση πως τα προϊόντα που θα παραγγελθούν σαν επείγουσα παραγγελία πρέπει να είναι μεγαλύτερα ή ίσα από μια ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, που ορίζει ο εφεδρικός προμηθευτής.

Στα επόμενα κεφάλαια παρουσιάζεται το πρόβλημα, αναλύεται το μαθηματικό μοντέλο, εν συνεχεία επιλύεται μέσω του προγράμματος MATLAB, δίνοντας τις βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας και κράτησης από τους προμηθευτές, οι οποίες μεγιστοποιούν το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή. Τέλος, εξάγονται και σχολιάζονται διαγράμματα, στα οποία φαίνεται πόσο επηρεάζονται οι βέλτιστες λύσεις από αλλαγές στις τιμές των παραμέτρων.

Λέξεις-κλειδιά: Αβέβαιη ζήτηση, Αναξιόπιστος προμηθευτής, Τυχαία απόδοση, Εφεδρικός προμηθευτής, Ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας

SUPPLY MODEL WITH RESERVATION AND MINIMUM ORDER QUANTITY FROM BACKUP SUPPLIER

GEORGE PARTHENIDIS

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2024

Supervisor: Dr. Pantelis Dimitrios

Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly

Abstract

In the present thesis, a variation of the newspaper vendor model is examined. Specifically, a supply model for a period under uncertain demand is studied, where the buyer must choose between 2 suppliers: a primary one, who is unreliable in terms of the quantity of products delivered, and a backup supplier, who is reliable but more expensive and is used to cover the uncertainties of the former. However, purchasing products from the backup supplier requires reservation. In case the products purchased from the backup supplier are insufficient, it provides the option for additional purchases at a higher price, with the condition that the products ordered as an emergency must be greater or equal to a minimum order quantity specified by the backup supplier.

In the following chapters, the problem is presented, the mathematical model is analyzed, then it is solved using the program MATLAB to determine the optimal order and reservation quantities from the suppliers, which maximize the buyer's expected profit. Finally, diagrams are generated and discussed to illustrate how the optimal solutions are affected by changes in parameter values.

Keywords: Uncertain demand, Unreliable supplier, Random yield, Backup supplier, Minimum order quantity

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 Κίνητρο εργασίας	1
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	2
1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας	3
Κεφάλαιο 2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	4
2.1 Επιχειρησιακή έρευνα	4
2.2 Εφοδιαστική αλυσίδα.....	5
2.3 Πρότυπο του εφημεριδοπώλη.....	6
2.4 Περιγραφή του μοντέλου	8
2.5 Βασικές έννοιες	9
2.5.1 Αναξιόπιστος προμηθευτής	9
2.5.2 Σύμβαση δέσμευσης χωρητικότητας με εφεδρικό προμηθευτή	10
2.5.3 Περιορισμός ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας από εφεδρικό προμηθευτή	11
2.5.4 Αβέβαιη ζήτηση	11
Κεφάλαιο 3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	13
3.1 Ορισμός μεταβλητών απόφασης του μαθηματικού μοντέλου	14
3.2 Ορισμός παραμέτρων του μαθηματικού μοντέλου	14
3.3 Παρουσίαση αντικειμενικής συνάρτησης.....	15
3.4 Υποθέσεις και περιορισμοί.....	21
3.5 Ανάλυση κώδικα στο υπολογιστικό πρόγραμμα MATLAB.....	22
Κεφάλαιο 4. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	25
4.1 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές $W1$	26
4.2 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές $W2$	28
4.3 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές $W3$	30
4.4 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές W_r	32
4.5 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές r	34
4.6.1 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές h	36
4.6.2 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές h υπό διαφορετική $W2$	38
4.7 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές c_p	40
4.8.1 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές MOQ	42
4.8.2 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές MOQ υπό διαφορετική τιμή $W3$	44
4.9 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές της μέσης τιμής της κανονικής κατανομής της ζήτησης	46
4.10 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές της τυπικής απόκλισης της κανονικής κατανομής της ζήτησης .	49
4.11 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές της μέσης τιμής του ποσοστού παραδιδόμενης ποσότητας	51
4.12 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές του εύρους του ποσοστού παραδιδόμενης ποσότητας	53
Κεφάλαιο 5. ΕΠΙΛΟΓΟΣ	57

5.1	Σύνοψη	57
5.2	Συμπεράσματα	58
	Βιβλιογραφία	59
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ-ΚΩΔΙΚΑΣ	60

Κατάλογος Πινάκων

[Πίνακας 4.1 : Πρότυπες τιμές των βασικών παραμέτρων](#)

[Πίνακας 4.2 : Βέλτιστες τιμές πρότυπου μοντέλου](#)

[Πίνακας 4.3 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$W1\$](#)

[Πίνακας 4.4 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$W2\$](#)

[Πίνακας 4.5 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$W3\$](#)

[Πίνακας 4.6 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$W_r\$](#)

[Πίνακας 4.7 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$r\$](#)

[Πίνακας 4.8 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$h\$](#)

[Πίνακας 4.9 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$h\$ υπό διαφορετική \$W2\$](#)

[Πίνακας 4.10 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$cr\$](#)

[Πίνακας 4.11 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$MOQ\$](#)

[Πίνακας 4.12 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$MOQ\$ υπό διαφορετική \$W3\$](#)

[Πίνακας 4.13 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου της μέσης τιμής της ζήτησης](#)

[Πίνακας 4.14 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου της τυπικής απόκλισης](#)

[Πίνακας 4.15 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$E\(X\)\$](#)

[Πίνακας 4.16 : Βέλτιστες λύσεις με αλλαγές της παραμέτρου \$range\(X\)\$](#)

Κατάλογος Διαγραμμάτων

[Διάγραμμα 1 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$W_1\$](#)

[Διάγραμμα 2 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$W_1\$](#)

[Διάγραμμα 3 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$W_2\$](#)

[Διάγραμμα 4 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$W_2\$](#)

[Διάγραμμα 5 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$W_3\$](#)

[Διάγραμμα 6 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$W_3\$](#)

[Διάγραμμα 7 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$W_r\$](#)

[Διάγραμμα 8 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$W_r\$](#)

[Διάγραμμα 9 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$r\$](#)

[Διάγραμμα 10 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$r\$](#)

[Διάγραμμα 11 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$h\$](#)

[Διάγραμμα 12 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$h\$](#)

[Διάγραμμα 13 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$h\$ υπό διαφορετική \$W_2\$](#)

[Διάγραμμα 14 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$h\$ υπό διαφορετική \$W_2\$](#)

[Διάγραμμα 15 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$c_p\$](#)

[Διάγραμμα 16 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$c_p\$](#)

[Διάγραμμα 17 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$MOQ\$](#)

[Διάγραμμα 18 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$MOQ\$](#)

[Διάγραμμα 19 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του \$MOQ\$ υπό διαφορετική \$W_3\$](#)

[Διάγραμμα 20 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του \$MOQ\$ υπό διαφορετική \$W_3\$](#)

[Διάγραμμα 21 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει της μέσης τιμής της κανονικής κατανομής της ζήτησης](#)

[Διάγραμμα 22 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει της μέσης τιμής της κανονικής κατανομής της ζήτησης](#)

[Διάγραμμα 23 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει της τυπικής απόκλισης της κανονικής κατανομής της ζήτησης](#)

[Διάγραμμα 24 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει της τυπικής απόκλισης της κανονικής κατανομής της ζήτησης](#)

[Διάγραμμα 25 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει της μέσης τιμής της ομοιόμορφης κατανομής της παραδιδόμενης ποσότητας](#)

Διάγραμμα 26 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει της μέσης τιμής της ομοιόμορφης κατανομής της παραδιδόμενης ποσότητας

Διάγραμμα 27 : Βέλτιστο κέρδος συναρτήσει του εύρους της ομοιόμορφης κατανομής της παραδιδόμενης ποσότητας

Διάγραμμα 28 : Βέλτιστες παραγγελίες συναρτήσει του εύρους της ομοιόμορφης κατανομής της παραδιδόμενης ποσότητας

Κεφάλαιο 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός αυτού του εισαγωγικού κεφαλαίου είναι να παρουσιαστούν οι πληροφορίες που δίνουν το κίνητρο για την μελέτη της παρούσας εργασίας, επίσης γίνεται μια σύντομη αναφορά στη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Τέλος, παρουσιάζεται συνοπτικά η δομή και τα κεφάλαια από τα οποία αποτελείται.

1.1 Κίνητρο εργασίας

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι των επιχειρήσεων και είναι απαραίτητη για την εύρυθμη λειτουργία και την ικανοποίηση των πελατών. Ωστόσο, υπάρχουν πολλοί κίνδυνοι οι οποίοι μπορούν να διαταράξουν την ομαλή λειτουργία των εφοδιαστικών αλυσίδων, δημιουργώντας ανασφάλεια και αβεβαιότητα. Τέτοιοι τύποι διαταραχών μπορεί να είναι οι φυσικές καταστροφές, οι πολιτικές αναταραχές, αλλά και κίνδυνοι των προμηθευτών, οι οποίοι μπορεί να είναι αναξιόπιστοι ως προς την ποσότητα και την ποιότητα των προϊόντων που παραδίδουν ή ως προς την τήρηση των χρονικών προθεσμιών. Μερικές από τις επιπτώσεις των διαταραχών στην εφοδιαστική αλυσίδα είναι: η διακοπή προμήθειας, τα χαμηλής ποιότητας προϊόντα και η απώλεια εμπιστοσύνης των πελατών. Τα παραπάνω αποτελούν κίνητρο, ώστε να βρεθούν λύσεις που να μετριάζουν τις αβεβαιότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας. Η χρήση αξιόπιστου εφεδρικού προμηθευτή που μελετάται στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιείται για να αντισταθμίσει πιθανές ελλείψεις του κύριου προμηθευτή, ο οποίος είναι αναξιόπιστος ως προς την ποσότητα των προϊόντων που παραδίδει. Ο τελικός στόχος της μελέτης αυτής είναι η εύρεση της βέλτιστης πολιτικής των ποσοτήτων παραγγελίας από κάθε προμηθευτή, ούτως ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος του αγοραστή.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Υπάρχουν πολλές μελέτες για το κλασικό πρότυπο του εφημεριδοπώλη και τις επεκτάσεις του. Σύμφωνα με τους Qin, Wang κ.α. [1] το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη είναι ένα από τα πιο κλασσικά μοντέλα στη διαχείριση αποθεμάτων. Πιο συγκεκριμένα είναι πρόβλημα μιας χρονικής περιόδου που αποτελείται από 3 βασικούς κόμβους: έναν αξιόπιστο προμηθευτή, έναν αγοραστή και τους πελάτες, των οποίων η ζήτηση είναι αβέβαιη.

Μια από τις επεκτάσεις του μοντέλου του εφημεριδοπώλη μελετάται από τους Dada, Petruzzi και Schwartz [2], όπου ο αγοραστής εξυπηρετείται από πολλαπλούς αναξιόπιστους και αξιόπιστους προμηθευτές, υπό αβέβαιη ζήτηση και εξάγεται το συμπέρασμα πως η ποσότητα παραγγελίας ενός επιλεγμένου προμηθευτή εξαρτάται από την αξιοπιστία του. Οι Chen, Zhao και Zhou [3] μελετούν μια εφοδιαστική αλυσίδα με δυο προμηθευτές, όπου ο βασικός είναι αναξιόπιστος και η παράδοση των προϊόντων του μπορεί να διακοπεί για τυχαία διάρκεια, ενώ ο εφεδρικός είναι αξιόπιστος, αλλά ακριβότερος και με περιορισμένη χωρητικότητα.

Οι αγοραστές, προκειμένου να μειώσουν τα κόστη αγοράς και τους κινδύνους διακοπής παράδοσης των προϊόντων τους, επιδιώκουν μακροχρόνιες συμβάσεις προμήθειας με τους προμηθευτές. Ο Serel [4] μελέτησε τις αποφάσεις προμήθειας μιας επιχείρησης με δυνατότητα κράτησης χωρητικότητας και άμεσης αγοράς από τον προμηθευτή της. Οι Hazra και Mahadevan [5] μελέτησαν το σενάριο, όπου ο αγοραστής μπορεί να κάνει δέσμευση χωρητικότητας από έναν ή περισσότερους προμηθευτές, υπό αβέβαιη ζήτηση. Ο αγοραστής σύμφωνα με την μελέτη πρέπει να αποφασίσει πόση κράτηση χωρητικότητας θα κάνει και από πόσους προμηθευτές. Στο άρθρο τους οι Inderfurth και Kelle [6] μελετούν ένα μοντέλο εφοδιασμού που συνδυάζει δυο διαφορετικές μεθόδους προμήθειας, οι οποίες είναι: η άμεση αγορά και η σύμβαση κράτησης χωρητικότητας, υπό αβέβαιη ζήτηση και μεταβλητότητα στην τιμή αγοράς.

Στο άρθρο τους οι Hou, Zeng και Sun [7] μελετούν ένα μοντέλο εφοδιασμού, όπου ο αγοραστής προμηθεύεται τα προϊόντα του από προμηθευτή με κινδύνους διακοπής του εφοδιασμού του. Η ανθεκτικότητα της αλυσίδας ενισχύεται, μέσω μακροπρόθεσμης σύμβασης δέσμευσης χωρητικότητας με εφεδρικό-αξιόπιστο προμηθευτή. Η ζήτηση στο άρθρο είναι γνωστή, συνεπώς στην αρχή της περιόδου γίνεται παραγγελία από τον κύριο προμηθευτή ίση με την ζήτηση και ανάλογα με την ποσότητα που θα παραδώσει, θα γίνει χρήση ή όχι του εφεδρικού προμηθευτή, ώστε να καλυφθεί η ζήτηση. Ο εφεδρικός

προμηθευτής δίνει την δυνατότητα παράδοσης επιπλέον προϊόντων σαν παραγγελία έκτακτης ανάγκης, όταν η ποσότητα κράτησης δεν επαρκεί, ωστόσο αυτή η ποσότητα πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση από μια ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας που ορίζεται από τον ίδιο. Το μοντέλο μας αποτελεί επέκταση του άρθρου Hou, Zeng και Sun, καθώς η ζήτηση στην περίπτωση μας είναι αβέβαιη και η ποσότητα παραγγελίας από τον κύριο προμηθευτή άγνωστη. Επίσης στην εφοδιαστική αλυσίδα του μοντέλου μας η μόνη αβεβαιότητα για την παράδοση των προϊόντων είναι η τυχαία απόδοση του κύριου προμηθευτή (Random yield).

1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Το υπόλοιπο αυτής της διπλωματικής εργασίας απαρτίζεται από τέσσερις ενότητες, που καταλαμβάνουν τα κεφάλαια 2 - 5, αντίστοιχα. Πιο αναλυτικά:

Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται η περιγραφή του προβλήματος και η ανάλυση των βασικών εννοιών για την καλύτερη κατανόησή του.

Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος, όπου ορίζονται οι παράμετροι, οι μεταβλητές απόφασης, καθώς και η αντικειμενική συνάρτηση του αναμενόμενου κέρδους. Εν συνεχεία το μαθηματικό μοντέλο θα γραφεί σε κώδικα MATLAB, ώστε να εξαχθούν οι βέλτιστες λύσεις.

Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται η πειραματική ανάλυση, όπου μέσω διαγραμμάτων θα φανεί ποσό επηρεάζονται οι βέλτιστες λύσεις από τις μεταβολές των παραμέτρων, καθώς και ένας σύντομος σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 5 γίνεται σύνοψη όσων αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια και επιγραμματική αναφορά στα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την πειραματική ανάλυση.

Κεφάλαιο 2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Στο παρών κεφάλαιο γίνεται ανάλυση των βασικών εννοιών και περιγραφή του προβλήματος. Το πρόβλημα της παρούσας διπλωματικής αποτελεί επέκταση του κλασσικού μοντέλου του εφημεριδοπώλη, ανήκει στον τομέα της εφοδιαστικής αλυσίδας και γενικότερα στην επιστήμη της επιχειρησιακής έρευνας. Το κεφάλαιο ξεκινάει με μια εισαγωγική αναφορά για την επιχειρησιακή έρευνα, έπειτα ακολουθεί σύντομη περιγραφή της έννοιας της εφοδιαστικής αλυσίδας. Εν συνεχεία περιγράφεται το κλασσικό μοντέλο του εφημεριδοπώλη, γίνεται περιγραφή του παρόντος μοντέλου και τέλος παρουσιάζονται οι βασικές έννοιές του.

2.1 Επιχειρησιακή έρευνα

Από την βιομηχανική επανάσταση μέχρι και σήμερα παρατηρείται ραγδαία ανάπτυξη του μεγέθους αλλά και της πολυπλοκότητας των επιχειρήσεων. Όπως είναι λογικό, η εν λόγω ανάπτυξη είχε σαν αποτέλεσμα την δημιουργία πολλών διαφορετικών ειδικοτήτων μέσα στην επιχείρηση, όπου η κάθε μια ξεχωριστά προσπαθεί να υλοποιήσει τον δικό της στόχο. Ωστόσο, επειδή πολλές φορές οι στόχοι των διάφορων ειδικοτήτων έρχονται σε αντίθεση, δημιουργήθηκε η ανάγκη μιας επιστήμης που θα λύνει τέτοιου είδους προβλήματα πολυπλοκότητας και ονομάζεται επιχειρησιακή έρευνα ή στα αγγλικά Operations Research (OR). Αν και «πατέρας» της επιστήμης θεωρείται ο Charles Babbage (1791-1871) το έτος που θεωρείται ως επίσημη αρχή του κλάδου είναι το 1940 λόγω της μεγάλης επιρροής που είχε στην έκβαση του Β' Παγκοσμίου πολέμου.

Οι σημαντικότερες χρονιές για την πρόοδο της επιχειρησιακής έρευνας είναι:

- 1943: “νευρωνικά δίκτυα” από τους W.S.McCulloch και W.H.Pitts
- 1944: “εκθετική εξομάλυνση” του R.G.Brown
- 1944: “θεωρία παιγνίων και οικονομική συμπεριφορά” από τους John Von Neumann και Oscar Morgenstern
- 1947: “αλγόριθμος Simplex” του George Dantzig

- 1951-1952: “ανάπτυξη της δυϊκής θεωρίας”
- 1984: “πολυωνυμικός αλγόριθμος εσωτερικών σημείων” του Narendra K. Karmarkar
- 1991: “αλγόριθμοι εξωτερικών σημείων τύπου Simplex” του Kostantinos Paparrizos

Επί της ουσίας η επιχειρησιακή έρευνα είναι μια αναλυτική μέθοδος, η οποία στηρίζεται στην εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων με την μορφή μαθηματικών προτύπων, ούτως ώστε να επιλύονται ζητήματα και να λαμβάνονται αποφάσεις πάνω σε θέματα διαχείρισης των οργανισμών, με στόχο την καλύτερη λειτουργία τους.

Τα βήματα της επιχειρησιακής έρευνας είναι :

- Η ανάλυση του συστήματος, ώστε να γίνει κατανοητή η δομή του και ο τρόπος που λειτουργεί.
- Η διατύπωση του στόχου, ώστε να επιλεγεί η κατάλληλη στρατηγική.
- Η αναπαράσταση του πραγματικού συστήματος ως μαθηματικό μοντέλο και η επίλυσή του μέσω κατάλληλων μεθόδων (αλγορίθμων, μεθόδων προσομοίωσης, ευριστικών τεχνικών ή συνδυασμό αυτών).
- Η ανάλυση ευαισθησίας, που προσδιορίζει την ευαισθησία της λύσης σε μεταβολές των παραμέτρων του προβλήματος.
- Η μετατροπή της λύσης του μαθηματικού μοντέλου σε λειτουργικές οδηγίες για το πραγματικό σύστημα.

2.2 Εφοδιαστική αλυσίδα

Ένας από τους κλάδους της επιχειρησιακής έρευνας είναι αυτός της εφοδιαστικής αλυσίδας. Η εφοδιαστική αλυσίδα ορίζεται ως ένα ολοκληρωμένο δίκτυο, το οποίο περιλαμβάνει το σύνολο των εγκαταστάσεων, των δραστηριοτήτων και των μέσων διανομής, ώστε να μετατραπεί η πρώτη ύλη από τους προμηθευτές σε προϊόντα και υπηρεσίες στους πελάτες.

Τα βασικά μέρη μιας εφοδιαστικής αλυσίδας είναι :

- Προμήθεια: η διαδικασία συλλογής πρώτων υλών από τους προμηθευτές.
- Βιομηχανοποίηση: η μετατροπή των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα.
- Διανομή: η διαδικασία μεταφοράς στους τελικούς πελάτες.

Επί της ουσίας ο κύριος στόχος της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι η παράδοση των προϊόντων στους πελάτες, στις καλύτερες συνθήκες. Ωστόσο, για να επιτευχθεί ο συγκεκριμένος στόχος, πρέπει να ικανοποιούνται ορισμένα κριτήρια όπως:

- Η ελαχιστοποίηση του χρόνου διανομής των προϊόντων στους τομείς της αλυσίδας και η έγκαιρη παράδοση στους τελικούς πελάτες, τηρώντας τις χρονικές προθεσμίες.
- Ο σχεδιασμός και η πρόβλεψη της ζήτησης, για την σωστή διαχείριση αποθεμάτων και τον προγραμματισμό παραγωγής.
- Η συνεχής επικοινωνία και ανταλλαγή πληροφοριών κάθε τμήματος της εφοδιαστικής αλυσίδας.
- Ο έγκαιρος εντοπισμός και η αντιμετώπιση κινδύνων, που σκοπό έχουν να διαταράξουν την ροή της εφοδιαστικής αλυσίδας.

2.3 Πρότυπο του εφημεριδοπώλη

Το πρότυπο του εφημεριδοπώλη είναι ένα μαθηματικό μοντέλο, που αποτελεί ένα από τα πιο κλασσικά προβλήματα για την διαχείριση αποθεμάτων. Χρονολογείται το 1888, όταν ο Edgeworth έκανε χρήση του κεντρικού οριακού θεωρήματος, ώστε το απόθεμα του τραπεζικού συστήματος της εποχής να βελτιστοποιηθεί και να ικανοποιεί τις τυχαίες

αναλήψεις των καταθετών. Ο όρος εφημεριδοπώλης πρωτοαναφέρθηκε σε ένα παράδειγμα του βιβλίου των Morse και Kimball.

Αποτελείται από τρεις βασικούς κόμβους:

- προμηθευτής
- αγοραστής
- πελάτης

Ουσιαστικά, στο μοντέλο του εφημεριδοπώλη, ο αγοραστής στην αρχή μιας μεμονωμένης περιόδου πρέπει να αποφασίσει την ποσότητα παραγγελίας Q από τον προμηθευτή, ώστε να ικανοποιήσει την συνολική ζήτηση των πελατών. Η ζήτηση θεωρείται αβέβαιη και χαρακτηρίζεται από μια συνεχή τυχαία μεταβλητή X , όπου $f(x)$ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και $F(x)$ η αθροιστική συνάρτηση κατανομής της. Όσον αφορά τον προμηθευτή, αυτός λειτουργεί χωρίς περιορισμούς χωρητικότητας (άπειρη δυναμικότητα) και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι μηδενικός (στην αρχή της περιόδου). Οι πωλήσεις πραγματοποιούνται κατά την διάρκεια ή στο τέλος της περιόδου.

Βασικοί ορισμοί του μοντέλου:

- c : το κόστος αγοράς ενός τεμαχίου από τον προμηθευτή
- h : η τιμή πώλησης ενός περισσευούμενου τεμαχίου, όταν η ποσότητα παραγγελίας είναι μεγαλύτερη της ζήτησης
- p : το μοναδιαίο κόστος απώλειας καλής πίστης, όταν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη της ποσότητας παραγγελίας
- s : η τιμή πώλησης ενός τεμαχίου
- μ : η μέση τιμή της ζήτησης

Το κέρδος της περιόδου συμβολίζεται με $G(Q,D)$ που είναι τα έσοδα μείον τα έξοδα.

Πιο συγκεκριμένα:

$$G(Q,D)=s*\min(Q,D)-c*Q+h*(Q-D)^+-p*(D-Q)^+ \quad (2.1)$$

Δεδομένου ότι η ζήτηση στην αρχή της περιόδου δεν έχει πραγματοποιηθεί, ο αγοραστής δεν μπορεί να υπολογίσει το πραγματικό κέρδος παρά μόνο το αναμενόμενο, λαμβάνοντας υπόψη όλες τις πιθανές τιμές που μπορεί να πάρει η ζήτηση. Αυτό συμβολίζεται ως:

$$\begin{aligned} G(Q) &= E_D[G(Q,D)] = \int_0^Q [s * x - c * Q + h * (Q - x)] * f(x) dx + \\ &+ \int_Q^\infty [s * Q - c * Q - p * (x - Q)] * f(x) dx = \\ &= (s-h) * \mu - (c-h) * Q - (s-h+p) * \int_Q^\infty (x - Q) * f(x) dx \end{aligned} \quad (2.2)$$

Χρησιμοποιώντας την συνθήκη πρώτης τάξης για μεγιστοποίηση, όπου πρακτικά η πρώτη παράγωγος του αναμενόμενου κέρδους ως προς την ποσότητα Q είναι ίση με μηδέν, θα προκύψει η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας Q^* . Η πρώτη παράγωγος ως προς το Q της σχέσης (2.2) είναι:

$$\begin{aligned} -(c-h) + (s-h+p) * [1-F(Q^*)] &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow Q^* &= F^{-1}\left[\frac{s+p-c}{s+p-h}\right] \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.4 Περιγραφή του μοντέλου

Το μοντέλο της παρούσας διπλωματικής είναι επέκταση του άρθρου Hou, Zeng και Sun [7] και αποτελεί παραλλαγή του κλασσικού μοντέλου του εφημεριδοπώλη. Πιο αναλυτικά είναι πρόβλημα μιας χρονικής περιόδου που αποτελείται από έναν αγοραστή και δυο προμηθευτές, ενώ η ζήτηση των πελατών είναι αβέβαιη και ακολουθεί τυχαία κατανομή. Ο κύριος προμηθευτής του μοντέλου είναι αναξιόπιστος ως προς την ποσότητα των προϊόντων που παραδίδει, καθώς ενδέχεται μέρος της παραγγελίας του να είναι ελαττωματικό. Το ποσοστό των μη ελαττωματικών τεμαχίων του κύριου προμηθευτή είναι άγνωστο και ακολουθεί τυχαία κατανομή. Για να μετριάσει την αβεβαιότητα του κύριου

προμηθευτή, ο αγοραστής στρέφεται και σε έναν εφεδρικό-αξιόπιστο, ο οποίος όμως είναι ακριβότερος. Ο αγοραστής αρχικά κάνει παραγγελία ποσότητας Q από τον κύριο προμηθευτή και κράτηση χωρητικότητας μεγέθους R από τον εφεδρικό. Στην συνέχεια παραλαμβάνει την ποσότητα Q και κρατώντας μόνο τα μη ελαττωματικά τεμάχια αποκτά ένα αρχικό απόθεμα S , το οποίο ονομάζεται παραδιδόμενη ποσότητα. Σε αυτό το σημείο έχοντας το αρχικό απόθεμα πρέπει να επιλέξει αν θα αγοράσει τεμάχια και πόσα, από την κράτηση που έχει κάνει στον εφεδρικό προμηθευτή, μέγιστης ποσότητας R . Σε περίπτωση που η ποσότητα R δεν επαρκεί, έχει την δυνατότητα να παραγγέλλει επιπλέον τεμάχια από τον εφεδρικό προμηθευτή σε ακριβότερη τιμή, όμως τα τεμάχια που θα παραγγείλει σαν έκτακτη ανάγκη πρέπει να είναι μεγαλύτερα ή ίσα από μια ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, που ορίζει ο εφεδρικός προμηθευτής. Οι ποσότητες που θα παραγγείλει ο αγοραστής από τους προμηθευτές πρέπει να γίνουν, πριν γνωστοποιηθεί η ζήτηση. Κύριος στόχος του παρόντος μοντέλου είναι να μεγιστοποιηθεί το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή, παραγγέλλοντας τις βέλτιστες ποσότητες από τους προμηθευτές.

2.5 Βασικές έννοιες

Στην παρούσα υποενότητα θα αναλυθούν εκτενέστερα οι βασικές έννοιες του προβλήματος, ώστε να γίνει περισσότερο κατανοητό.

2.5.1 Αναξιόπιστος προμηθευτής

Ένας από τους μεγαλύτερους κινδύνους διαταραχών της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι οι παραγγελίες από αναξιόπιστους προμηθευτές. Οι διαταραχές της εφοδιαστικής αλυσίδας έχουν σαν αποτέλεσμα τις καθυστερημένες αποστολές των προϊόντων, θέματα ποιότητας, δυσαρεστημένους πελάτες και συνεπώς χαμένα έσοδα. Σύμφωνα με τους Dada, Petruzzi και Schwarz [2] οι αναξιόπιστοι προμηθευτές προτιμώνται ως βασικοί προμηθευτές, διότι είναι οικονομικότεροι και το χαμηλό κόστος τους υπερσχύει έναντι της αξιοπιστίας. Μελετώντας την βιβλιογραφία υπάρχουν διάφοροι λόγοι που καθιστούν έναν προμηθευτή αναξιόπιστο, όπως η καθυστερημένη παράδοση των προϊόντων, να μην πληροί τα πρότυπα παρέχοντας

προϊόντα υποδεέστερα σε σχέση με τα επιθυμητά, όπως επίσης μέρος των προϊόντων να έχει υποστεί φθορά ή να είναι ελαττωματικά. Όλα τα παραπάνω είναι λόγοι για τους οποίους ο αγοραστής ενδέχεται να μην παραλάβει όλα τα τεμάχια που παρήγγειλε. Στην παρούσα εργασία ο βασικός προμηθευτής είναι αναξιόπιστος ως προς την παραδιδόμενη ποσότητα, καθώς ενδέχεται να μην μπορεί να ικανοποιήσει το σύνολο της παραγγελίας λόγω ύπαρξης ελαττωματικών προϊόντων.

2.5.2 Σύμβαση δέσμευσης χωρητικότητας με εφεδρικό προμηθευτή

Για την αντιμετώπιση της παραπάνω αβεβαιότητας, ο αγοραστής κάνει χρήση εφεδρικού προμηθευτή, ο οποίος είναι πλήρως αξιόπιστος, καθώς προσφέρει το 100% των τεμαχίων που του έχουν παραγγελθεί χωρίς κανένα ελαττωματικό. Στο σημείο αυτό θα δοθούν τα 5 βασικά κριτήρια ενός αξιόπιστου προμηθευτή:

- Ποιότητα : Τα προϊόντα πρέπει να είναι ποιοτικά και να ικανοποιούν τις ανάγκες του πελάτη.
- Υπερσύγχρονος εξοπλισμός : Η τακτική συντήρηση και επένδυση κεφαλαίου, με σκοπό τον εκσυγχρονισμό του εξοπλισμού.
- Συνεχής έρευνα, με σκοπό την ανάπτυξη νέων καινοτομιών πάνω στην βελτιστοποίηση της ποιότητας των προϊόντων.
- Γεωγραφικές συντεταγμένες: Οι εγκαταστάσεις πρέπει να βρίσκονται γεωγραφικά σε μέρη με τους λιγότερους κινδύνους οικονομικών, πολιτικών και φυσικών φαινομένων.
- Διαθεσιμότητα και αξιοπιστία πηγών πρώτων υλών.

Ο αγοραστής προκειμένου να αντισταθμίσει τις πιθανές ελλείψεις του κύριου προμηθευτή και να καλύψει πλήρως την ζήτηση, κάνει στην αρχή της περιόδου κράτηση χωρητικότητας από εφεδρικό προμηθευτή και πληρώνει για όσα τεμάχια κρατηθούν ένα αντίτιμο, το οποίο ονομάζεται κόστος κράτησης. Το συγκεκριμένο κόστος λειτουργεί ως εγγύηση από πλευράς αγοραστή και διασφαλίζει την αξιοπιστία του εφεδρικού προμηθευτή. Η κράτηση χωρητικότητας αποτελεί έναν τύπο σύμβασης μεταξύ αγοραστή και εφεδρικού

προμηθευτή, που χρησιμοποιείται ως μέσο για την δημιουργία μακροπρόθεσμης σχέσης μεταξύ τους. Εν συνεχεία, αν χρειαστεί λόγω ελαττωματικών τεμαχίων, αγοράζεται μέρος ή ολόκληρη η κράτηση με ένα κόστος αγοράς, που αν αθροιστεί με το κόστος κράτησης, κάνουν τον εφεδρικό προμηθευτή ακριβότερο από τον βασικό.

2.5.3 Περιορισμός ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας από εφεδρικό προμηθευτή

Εκτός από την δέσμευση χωρητικότητας, ο εφεδρικός προμηθευτής ορίζει και μια ελάχιστη ποσότητα, για παραγγελία έκτακτης ανάγκης. Πιο αναλυτικά, στη περίπτωση που η αγορά όλης της κράτησης δεν ικανοποιεί τον αγοραστή, έχει την δυνατότητα να παραγγείλει επιπλέον τεμάχια, τα οποία όμως θεωρούνται σαν νέα παραγγελία και κοστολογούνται ακριβότερα από αυτά που κρατήθηκαν. Επίσης ο εφεδρικός προμηθευτής ορίζει και μια ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, προκειμένου να τον συμφέρει να παράξει την νέα παραγγελία, καθώς τα κόστη παραγωγής και μεταφοράς είναι υψηλά.

2.5.4 Αβέβαιη ζήτηση

Για γνωστή ζήτηση όπως μελετάει το άρθρο του Hou, Zeng και Sun [7], η μελέτη απλοποιείται αρκετά, καθώς ο αγοραστής παραγγέλλει ποσότητα από τον κύριο προμηθευτή όσο η ζήτηση και στη περίπτωση που έχει ελλείψεις, αναπληρώνονται από τον εφεδρικό προμηθευτή. Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας τόσο η ζήτηση όσο και η παραδιδόμενη ποσότητα είναι άγνωστες, χαρακτηρίζοντας το σύστημα ως στοχαστικό, κάνοντάς το όμως παράλληλα περισσότερο ρεαλιστικό. Η σωστή πρόβλεψη της ζήτησης αποτελεί καίριας σημασίας απόφαση για την μεγιστοποίηση των κερδών του αγοραστή. Πιο αναλυτικά, στην περίπτωση που η ζήτηση δεν προβλεφθεί σωστά και το απόθεμα του αγοραστή είναι μικρότερο της ζήτησης, τότε ο αγοραστής για τις μονάδες που δεν μπορεί να καλύψει, επιβαρύνεται με ένα κόστος χαμένων πωλήσεων, το οποίο αντικατοπτρίζει την δυσaráεσκεια των πελατών. Από την άλλη μεριά, όταν το απόθεμα είναι μεγαλύτερο της ζήτησης, τότε οι μονάδες που δεν πουλήθηκαν χάνουν μέρος της αξία τους, έχοντας και πάλι οικονομικό αντίκτυπο στα κέρδη του αγοραστή. Για την προσέγγιση της ζήτησης πρέπει να δηλωθεί μια κατάλληλη κατανομή για τη τυχαία μεταβλητή της, όπως επίσης πρέπει να

υπολογιστούν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η αθροιστική συνάρτηση κατανομής της.

Κεφάλαιο 3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση του μαθηματικού μοντέλου και αποτελεί το κύριο μέρος της διπλωματικής εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, ένα μαθηματικό μοντέλο αποτελεί αναπαράσταση ενός πραγματικού προβλήματος χρησιμοποιώντας μαθηματικές σχέσεις. Τα βασικότερα στοιχεία ενός μαθηματικού μοντέλου είναι τα εξής:

- **Μεταβλητές απόφασης (decision variables)** : Είναι μεταβλητές των οποίων οι τιμές ποσοτικοποιούν τις αποφάσεις που πρόκειται να ληφθούν για την βελτιστοποίηση του προβλήματος.
- **Παράμετροι-Σταθερές (parameters)** : Είναι τιμές, οι οποίες είναι γνωστές για το πρόβλημα προς βελτιστοποίηση.
- **Αντικειμενική συνάρτηση (objective function)** : Είναι η συνάρτηση που εκφράζει το μέγεθος απόδοσης, το οποίο θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε.
- **Περιορισμοί (constraints)** : Είναι τα όρια του πραγματικού προβλήματος εκφρασμένα σε μαθηματικές σχέσεις, ώστε η λύση του προβλήματος να τις ικανοποιεί.

Τα χαρακτηριστικά ενός καλού μαθηματικού μοντέλου είναι τα εξής:

- **Απλότητα** : Το μοντέλο πρέπει να είναι εύκολο στην κατανόηση και την χρήση.
- **Ακρίβεια** : Το μοντέλο θα πρέπει να είναι σε θέση να προβλέπει τα αποτελέσματα με υψηλό βαθμό ακρίβειας.
- **Εφαρμοσιμότητα** : Το μοντέλο πρέπει να εφαρμόζεται σε πραγματικές καταστάσεις και να παρέχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες.

Εν συνεχεία θα οριστούν οι μεταβλητές απόφασης και οι παράμετροι, επίσης θα παρουσιαστεί η αντικειμενική συνάρτηση, καθώς και οι υποθέσεις και οι περιορισμοί του μοντέλου. Τέλος, θα γίνει περιγραφή του κώδικα στο προγραμματιστικό περιβάλλον της MATLAB.

3.1 Ορισμός μεταβλητών απόφασης του μαθηματικού μοντέλου

Οι μεταβλητές απόφασης του παρόντος μοντέλου είναι δύο και έχουν να κάνουν με τις παραγγελίες από τους προμηθευτές. Πιο αναλυτικά:

- Q : είναι η ποσότητα τεμαχίων που γίνεται παραγγελία από τον κύριο-αναξιόπιστο προμηθευτή
- R : είναι η ποσότητα τεμαχίων που γίνεται κράτηση από τον εφεδρικό-αξιόπιστο προμηθευτή

Ουσιαστικά οι τιμές Q και R είναι αυτές που βρίσκουμε από την βελτιστοποίηση, μέσω του προγράμματος MATLAB και αποτελούν τις βέλτιστες παραγγελίες, οι οποίες μεγιστοποιούν το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή.

3.2 Ορισμός παραμέτρων του μαθηματικού μοντέλου

Στην συγκεκριμένη υποενότητα γίνεται αναφορά στις παραμέτρους του μαθηματικού μοντέλου, που θα χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή των εξισώσεων:

- $W1$: Το κόστος αγοράς ενός τεμαχίου από τον κύριο προμηθευτή.
- $W2$: Το κόστος αγοράς ενός τεμαχίου από τον εφεδρικό προμηθευτή, όταν το τεμάχιο ανήκει στην ποσότητα κράτησης R .
- $W3$: Το κόστος αγοράς ενός τεμαχίου από τον εφεδρικό προμηθευτή, όταν το τεμάχιο ανήκει σε επείγουσα παραγγελία.
- W_r : Το κόστος κράτησης ενός τεμαχίου από τον εφεδρικό προμηθευτή.
- r : Η τιμή πώλησης ενός τεμαχίου.
- h : Η μειωμένη τιμή πώλησης ενός τεμαχίου.
- c_p : Μοναδιαίο κόστος χαμένων πωλήσεων.
- MOQ : Η ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας που ορίζεται από τον εφεδρικό προμηθευτή σε περίπτωση επείγουσας παραγγελίας.
- X : Το ποσοστό των μη ελαττωματικών τεμαχίων, ακολουθεί συνεχή τυχαία κατανομή.

- $f(x)$: Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της δυναμικότητας του κύριου προμηθευτή.
- $E(X)$: Μέση τιμή των μη ελαττωματικών τεμαχίων.
- U : Η μεταβλητή της ζήτησης D , ακολουθεί συνεχή τυχαία κατανομή.
- $g(u)$: Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ζήτησης.
- $G(u)$: Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής της ζήτησης.

3.3 Παρουσίαση αντικειμενικής συνάρτησης

Αρχικά θα γίνει λόγος σχετικά με την συλλογιστική πορεία που ακολουθήθηκε προκειμένου να μοντελοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση. Στη παρούσα διπλωματική, όπως αναφέρθηκε και στην υποενότητα 2.4 το μοντέλο που μελετάται, αφορά έναν αγοραστή και 2 προμηθευτές, όπου ο κύριος είναι αναξιόπιστος και ο εφεδρικός αξιόπιστος. Ο αγοραστής αρχικά κάνει μια παραγγελία ποσότητας Q από τον κύριο προμηθευτή και μια κράτηση χωρητικότητας μεγέθους R από τον εφεδρικό. Στην συνέχεια, παραλαμβάνει την ποσότητα Q και κρατώντας μόνο τα μη ελαττωματικά τεμάχια αποκτά ένα αρχικό απόθεμα, το οποίο ονομάζεται παραδιδόμενη ποσότητα S και ισχύει ότι $S=Q \cdot X$. Σε αυτό το σημείο έχοντας το αρχικό απόθεμα πρέπει να επιλέξει πόσα τεμάχια θα αγοράσει από την κράτηση που έχει κάνει στον εφεδρικό προμηθευτή (μέγιστη ποσότητα R) σε τιμή W_2 και πόσα σε τιμή W_3 , στην περίπτωση που χρειάζεται επιπλέον. Τα επιπλέον τεμάχια πρέπει να είναι μεγαλύτερα ή ίσα από μια ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας που ορίζει ο εφεδρικός προμηθευτής. Όλες οι παραγγελίες από τους προμηθευτές πρέπει να γίνουν προτού γνωστοποιηθεί η ζήτηση. Ο εφεδρικός προμηθευτής, επειδή είναι αξιόπιστος συμπεριφέρεται όπως στο κλασικό μοντέλο του εφημεριδοπώλη. Πιο συγκεκριμένα, η παραδιδόμενη ποσότητα είναι S και αγοράζεται από τον εφεδρικό όση ποσότητα χρειάζεται έως R σε τιμή W_2 , προκειμένου το τελικό απόθεμα να είναι $I_2 = G^{-1}\left(\frac{r+cp-w_2}{r+cp-h}\right)$, το οποίο είναι το βέλτιστο ύψος παραγγελίας του εφεδρικού προμηθευτή, για αγορές έως R . Αν ακόμα και με την αγορά όλης της κράτησης R το απόθεμα είναι μικρότερο του $I_3 = G^{-1}\left(\frac{r+cp-w_3}{r+cp-h}\right)$, το οποίο

είναι το βέλτιστο ύψος παραγγελίας του εφεδρικού προμηθευτή για επείγουσα παραγγελία, αγοράζεται όση ποσότητα χρειάζεται, για να φτάσει το απόθεμα την επιθυμητή τιμή I_3 .

Όσα αναφέρθηκαν σχετικά με τις αγορές από τους 2 προμηθευτές παρουσιάζονται παρακάτω:

- $S+R+MOQ < I_3$: αγοράζεται ποσότητα R σε τιμή W_2 και I_3-S-R σε τιμή W_3 , για τελικό απόθεμα I_3 .
- $S+R < I_3$ και $S+R+MOQ > I_3$: αγοράζεται ποσότητα R σε τιμή W_2 και είτε δεν αγοράζεται τίποτα άλλο, είτε αγοράζεται σε τιμή W_3 ποσότητα ίση με MOQ , ανάλογα με το ποια επιλογή δίνει μεγαλύτερο κέρδος, με τελικό απόθεμα ή $S+R$ ή $S+R+MOQ$.
- $I_3 < S+R < I_2$: αγοράζεται ποσότητα R σε τιμή W_2 , με τελικό απόθεμα $S+R$.
- $S < I_2$ και $S+R > I_2$: αγοράζεται ποσότητα I_2-S σε τιμή W_2 , με τελικό απόθεμα I_2 .
- $S > I_2$: δεν αγοράζεται τίποτα και το τελικό απόθεμα είναι S .

Προτού ξεκινήσει ο προσδιορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης, θα αναφερθεί η συνάρτηση $L(z)$, όπου z το τελικό απόθεμα, η οποία αντικατοπτρίζει τα αναμενόμενα έσοδα. Πιο συγκεκριμένα:

$$L(z) = \int_0^z [r^*u + h^*(z-u)] * g(u) du + \int_z^\infty [r^*z - c_p^*(u-z)] * g(u) du \quad (3.1)$$

Όπου στον πρώτο όρο το απόθεμα ξεπερνάει τη ζήτηση, ενώ στον δεύτερο όρο έχουμε την ζήτηση να ξεπερνάει το απόθεμα.

Στο σημείο αυτό αρχίζει η διαδικασία του προσδιορισμού της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία συμβολίζεται ως $P(Q,R)$ και είναι το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή. Στην αρχή αφαιρέθηκε το κόστος αγοράς των μη ελαττωματικών προϊόντων από τον κύριο προμηθευτή και το κόστος κράτησης από τον εφεδρικό και η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει μια αρχική μορφή ως:

$$P(Q,R) = -W_1 * Q * E(X) - W_r * R$$

Στην συνέχεια, ανάλογα με τις ποσότητες παραγγελίας από τους προμηθευτές διακρίνονται 5 περιπτώσεις για την αντικειμενική συνάρτηση.

1^η Περίπτωση : αν $Q+R+MOQ < I_3$ τότε $S+R+MOQ < I_3$ για κάθε τιμή του X . Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$P(Q,R) = -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \int_0^1 [-W_2 * R - W_3 * (I_3 - Q * x - R) + L(I_3)] * f(x) dx \quad (3.2)$$

2^η Περίπτωση : αν $Q+R < I_3$ τότε $S+R < I_3$ για κάθε τιμή του X . Αν $Q+R+MOQ \geq I_3$ τότε $S+R+MOQ \geq I_3$ ή $S+R+MOQ \leq I_3$ ανάλογα το X . Για $X = (I_3 - R - MOQ) / Q$ γίνεται ο διαχωρισμός. Στο σημείο αυτό, αν $I_3 > R + MOQ$ τότε η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$P(Q,R) = -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \int_0^{(I_3 - R - MOQ) / Q} [-W_2 * R - W_3 * (I_3 - Q * x - R) + L(I_3)] * f(x) dx + \int_{(I_3 - R - MOQ) / Q}^1 [-W_2 * R + \max\{L(Q * x + R), -W_3 * MOQ + L(Q * x + R + MOQ)\}] * f(x) dx \quad (3.3)$$

Ενώ, αν $I_3 \leq R + MOQ$ τότε η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$P(Q,R) = -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \int_0^1 [-W_2 * R + \max\{L(Q * x + R), -W_3 * MOQ + L(Q * x + R + MOQ)\}] * f(x) dx \quad (3.4)$$

3^η Περίπτωση : αν $Q < I_2 - R$ τότε $S < I_2 - R$ για κάθε τιμή του X . Αν $Q \geq I_3 - R$ τότε $S \geq I_3 - R$ ή $S \leq I_3 - R$ ανάλογα το X . Για $X = (I_3 - R)/Q$ γίνεται ο διαχωρισμός. Στο σημείο αυτό, αν $I_3 > R + MOQ$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned} P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\ & + \int_0^{(I_3 - R - MOQ)/Q} [-W_2 * R - W_3 * (I_3 - Q * x - R) + L(I_3)] * f(x) dx + \\ & + \int_{(I_3 - R - MOQ)/Q}^{(I_3 - R)/Q} [-W_2 * R + \max\{L(Q * x + R), -W_3 * MOQ + \\ & + L(Q * x + R + MOQ)\}] * f(x) dx + \int_{(I_3 - R)/Q}^1 [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx \quad (3.5) \end{aligned}$$

Ενώ, αν $I_3 \leq R + MOQ$ και $I_3 > R$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned} P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\ & + \int_0^{(I_3 - R)/Q} [-W_2 * R + \max\{L(Q * x + R), -W_3 * MOQ + \\ & + L(Q * x + R + MOQ)\}] * f(x) dx + \int_{(I_3 - R)/Q}^1 [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx \quad (3.6) \end{aligned}$$

Ενώ, αν $I_3 \leq R$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned} P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\ & + \int_0^1 [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx \quad (3.7) \end{aligned}$$

4^η περίπτωση : αν $Q < I_2$ τότε $S < I_2$ για κάθε τιμή του X . Αν $Q + R \geq I_2$ τότε $S + R \geq I_2$ ή $S + R \leq I_2$ ανάλογα το X . Για $X = (I_2 - R)/Q$ γίνεται ο διαχωρισμός. Στο σημείο αυτό, αν $I_3 > R + MOQ$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned}
P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\
& + \int_0^{(I_3 - R - MOQ)/Q} [-W_2 * R - W_3 * (I_3 - Q * x - R) + L(I_3)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(I_3 - R - MOQ)/Q}^{(I_3 - R)/Q} [-W_2 * R + \max\{L(Q * x + R), -W_3 * MOQ + \\
& + L(Q * x + R + MOQ)\}] * f(x) dx + \int_{(I_3 - R)/Q}^{(I_2 - R)/Q} [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(I_2 - R)/Q}^1 [-W_2 * (I_2 - Q * x) + L(I_2)] * f(x) dx
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Ενώ, αν $I_3 \leq R + MOQ$ και $I_3 > R$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned}
P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\
& + \int_0^{(I_3 - R)/Q} [-W_2 * R + \max\{L(Q * x + R), -W_3 * MOQ + \\
& + L(Q * x + R + MOQ)\}] * f(x) dx + \int_{(I_3 - R)/Q}^{(I_2 - R)/Q} [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(I_2 - R)/Q}^1 [-W_2 * (I_2 - Q * x) + L(I_2)] * f(x) dx
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Ενώ, αν $I_3 \leq R$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned}
P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\
& + \int_0^{(I_2 - R)/Q} [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(I_2 - R)/Q}^1 [-W_2 * (I_2 - Q * x) + L(I_2)] * f(x) dx
\end{aligned} \tag{3.10}$$

5^η περίπτωση : αν $Q \geq I_2$ τότε $S \geq I_2$ ή $S \leq I_2$ ανάλογα το X . Για $X = I_2/Q$ γίνεται ο διαχωρισμός. Στο σημείο αυτό, αν $I_3 > R + MOQ$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned}
P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\
& + \int_0^{(I_3 - R - MOQ)/Q} [-W_2 * R - W_3 * (I_3 - Q * x - R) + L(I_3)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(I_3 - R - MOQ)/Q}^{(I_3 - R)/Q} [-W_2 * R + \max\{L(Q * x + R), -W_3 * MOQ + \\
& + L(Q * x + R + MOQ)\}] * f(x) dx + \int_{(I_3 - R)/Q}^{(I_2 - R)/Q} [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(I_2 - R)/Q}^{I_2/Q} [-W_2 * (I_2 - Q * x) + L(I_2)] * f(x) dx + \int_{I_2/Q}^1 L(Q * x) * f(x) dx \quad (3.11)
\end{aligned}$$

Ενώ, αν $I_3 \leq R + MOQ$ και $I_3 > R$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned}
P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\
& + \int_0^{(I_3 - R)/Q} [-W_2 * R + \max\{L(Q * x + R), -W_3 * MOQ + \\
& + L(Q * x + R + MOQ)\}] * f(x) dx + \int_{(I_3 - R)/Q}^{(I_2 - R)/Q} [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(I_2 - R)/Q}^{I_2/Q} [-W_2 * (I_2 - Q * x) + L(I_2)] * f(x) dx + \int_{I_2/Q}^1 L(Q * x) * f(x) dx \quad (3.12)
\end{aligned}$$

Ενώ, αν $I_3 \leq R$ η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned}
P(Q,R) = & -W_1 * Q * E(X) - W_r * R + \\
& + \int_0^{(I_2 - R)/Q} [-W_2 * R + L(Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(I_2 - R)/Q}^{I_2/Q} [-W_2 * (I_2 - Q * x) + L(I_2)] * f(x) dx + \int_{I_2/Q}^1 L(Q * x) * f(x) dx \quad (3.13)
\end{aligned}$$

3.4 Υποθέσεις και περιορισμοί

Στη παρούσα υποενότητα θα παρουσιαστούν οι περιορισμοί, καθώς και οι υποθέσεις που έγιναν κατά την διάρκεια της μοντελοποίησης του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα οι περιορισμοί είναι οι εξής:

1) $W_1 < W_2 + W_r$

2) $W_2 + W_r < W_3$

3) $r > W_3$

4) $h < W_1$

5) $R \leq I_2$

- Στον πρώτο περιορισμό, ο κύριος προμηθευτής είναι φθηνότερος από τον εφεδρικό λόγω της αναξιοπιστίας του.
- Στον δεύτερο περιορισμό, το κόστος αγοράς τεμαχίων σε επείγουσα παραγγελία από τον εφεδρικό προμηθευτή είναι μεγαλύτερο του κόστους αγοράς από τον ίδιο για ποσότητες εντός της κράτησης.
- Ο τρίτος περιορισμός δηλώνει ότι η τιμή πώλησης των τεμαχίων είναι μεγαλύτερη από το κόστος αγοράς τους, προκειμένου να υπάρχει προοπτική κέρδους.
- Στον τέταρτο περιορισμό, η μειωμένη τιμή πώλησης είναι μικρότερη του κόστους αγοράς από τον αναξιόπιστο προμηθευτή, διότι σε αντίθετη περίπτωση ο αγοραστής θα έκανε όσο μεγάλη παραγγελία ήθελε από τον αναξιόπιστο προμηθευτή και δεν θα έβγαине ποτέ χαμένος.
- Στον πέμπτο περιορισμό, η ποσότητα κράτησης R πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση του βέλτιστου αποθέματος I_2 , διότι σε περίπτωση που την χρειαστούμε όλη δεν θα πρέπει να ξεπερνά το βέλτιστο ύψος.

Αφού έγινε λόγος για τους περιορισμούς, σειρά έχει η ανάλυση των υποθέσεων που έγιναν στην παρούσα διπλωματική. Πιο συγκεκριμένα, για την μεταβλητή της δυναμικότητας του αναξιόπιστου προμηθευτή επιλέχθηκε η ομοιόμορφη κατανομή, με το ποσοστό των μη ελαττωματικών τεμαχίων X να κυμαίνεται μεταξύ $[0,1]$. Με τιμή ίση με 0 όλα τα τεμάχια από τον κύριο προμηθευτή είναι ελαττωματικά και με τιμή ίση με 1 όλα τα τεμάχια είναι ποιοτικά.

Η επιλογή της ομοιόμορφης κατανομής δεν είναι δεσμευτική, καθώς θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε άλλη κατανομή. Το ίδιο ισχύει και για την τυχαία κατανομή της ζήτησης, όπου σε αυτή τη περίπτωση επιλέχθηκε η κανονική κατανομή με μέση τιμή μεγαλύτερη από τρεις τυπικές αποκλίσεις ($\mu > 3\sigma$), ώστε οι αρνητικές τιμές να έχουν αμελητέα πιθανότητα. Όσον αφορά την τιμή πώλησης των τεμαχίων, όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω, πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το κόστος αγοράς τους, ωστόσο για το πόσο υψηλή μπορεί να είναι η τιμή, δεν υπάρχει κάποιο όριο. Στην παρούσα εργασία έγινε η υπόθεση πως δεν μπορεί να παίρνει τιμές πολύ πάνω από τα κόστη λόγω κινδύνου μείωσης των πωλήσεων. Η μείωση αυτή συμβαίνει, διότι οι υψηλές τιμές των προϊόντων, έχουν σαν αποτέλεσμα να μην είναι πλέον ανταγωνιστικά στην αγορά. Στον κώδικα του προγράμματος MATLAB για τις βέλτιστες ποσότητες Q και R ως κάτω όριο μπήκε το μηδέν, διότι οι ποσότητες είναι θετικές. Ως άνω όριο για την R έχουμε τον περιορισμό να είναι μικρότερη ή ίση του I_2 , ενώ για την ποσότητα Q δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός και μπήκε το άπειρο. Τέλος, για την συνάρτηση των αναμενόμενων εσόδων, όταν η ζήτηση ξεπερνάει το απόθεμα, το ολοκλήρωμα έχει ως άνω όριο το άπειρο, το οποίο είναι ορθό, ωστόσο επιβαρύνει αρκετά το πρόγραμμα, με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο υπολογιστικός χρόνος. Για να αποφευχθεί αυτό, αντί για άπειρο επιλέχθηκε η τιμή ($\mu + 4\sigma$), καθώς η κανονική κατανομή που έχει επιλεγεί για την ζήτηση στην συγκεκριμένη τιμή μηδενίζεται.

3.5 Ανάλυση κώδικα στο υπολογιστικό πρόγραμμα MATLAB

Στη συγκεκριμένη υποενότητα θα σχολιαστεί η ανάλυση του κώδικα που υλοποιήθηκε στο πρόγραμμα MATLAB, το οποίο αναπτύχθηκε από την MATHWORKS. Ο κώδικας χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των βέλτιστων τιμών των μεταβλητών απόφασης που μεγιστοποιούν το αναμενόμενο κέρδος του αγοραστή. Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή, όπου έγινε η υλοποίηση είναι τα εξής :

- Επεξεργαστής: AMD Ryzen 7 5700U 1.80Ghz
- Εγκατεστημένη μνήμη: 16 GB
- Λογισμικό: Windows 11 Home 64-bit

Αρχικά εκχωρούνται όλες οι παράμετροι του προβλήματος με τιμές που ικανοποιούν τους περιορισμούς της υποενότητας 3.4. Εν συνεχεία, η εντολή που χρησιμοποιήθηκε στον κώδικα για την βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η `patternsearch`. Η εντολή αυτή χρησιμοποιείται για να βρει την ελάχιστη τιμή μιας αντικειμενικής συνάρτησης, ωστόσο η παρούσα διπλωματική ασχολείται με την μεγιστοποίηση του κέρδους. Για αυτό το λόγο, όταν εκτελείται η εντολή `patternsearch`, μπροστά από την αντικειμενική συνάρτηση μπαίνει το πρόσημο της αφαίρεσης, ώστε να την μεγιστοποιεί.

Στο σημείο αυτό είναι σκόπιμο να αναφερθεί και ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η βελτιστοποίηση εκτελώντας την εντολή `patternsearch`, η οποία χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο GPS (generalized pattern search). Πιο συγκεκριμένα, για να ξεκινήσει η διαδικασία της βελτιστοποίησης πρέπει να δοθεί στον αλγόριθμο ένα αρχικό σημείο x_0 από τον χρήστη. Έστω ότι το αρχικό σημείο είναι το $x_0=[2 \ 5]$. Ανάλογα με τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών της αντικειμενικής συνάρτησης, ο αλγόριθμος δημιουργεί ένα σετ v_i διανυσμάτων. Στην προκειμένη περίπτωση, για 2 ανεξάρτητες μεταβλητές έχουμε ένα σετ 4 διανυσμάτων:

$$v_1=[1 \ 0]$$

$$v_2=[0 \ 1]$$

$$v_3=[-1 \ 0]$$

$$v_4=[0 \ -1]$$

Στην πρώτη επανάληψη το μέγεθος πλέγματος είναι ίσο με 1, από προεπιλογή της MATLAB και αυτό που κάνει ο αλγόριθμος είναι να πολλαπλασιάζει το σετ των διανυσμάτων με το μέγεθος πλέγματος και να το προσθέτει στο x_0 . Με αυτό το τρόπο δημιουργούνται τα σημεία του πλέγματος:

$$[1 \ 0]+ x_0=[3 \ 5]$$

$$[0 \ 1]+ x_0=[2 \ 6]$$

$$[-1 \ 0]+ x_0=[1 \ 5]$$

$$[0 \ -1]+ x_0=[2 \ 4]$$

Εν συνεχεία, ο αλγόριθμος υπολογίζει την αντικειμενική συνάρτηση στα σημεία του πλέγματος, καθώς και στο x_0 . Αν κάποιο από τα σημεία έχει τιμή αντικειμενικής μικρότερη του x_0 , η επανάληψη κρίνεται επιτυχής και ορίζεται ως το επόμενο σημείο της ακολουθίας. Ωστόσο ο αλγόριθμος δεν εξετάζει όλα τα σημεία του πλέγματος παρά μόνο μέχρι το πρώτο για το οποίο η τιμή της αντικειμενικής ελαττώνεται. Η εντολή UseCompletePoll είναι αυτή με την οποία ο αλγόριθμος εξετάζει όλα τα σημεία του πλέγματος και επιλέγει εκείνο που από όλα έχει την μικρότερη τιμή. Στην περίπτωση λοιπόν που η επανάληψη είναι επιτυχής και έστω ότι το σημείο με τιμή αντικειμενικής μικρότερη του x_0 είναι το $[2 \ 4]$, αυτό ορίζεται ως το καινούριο σημείο της ακολουθίας x_1 . Επιπλέον, το μέγεθος πλέγματος πολλαπλασιάζεται επί 2 και τα καινούρια σημεία που προκύπτουν είναι τα εξής:

$$[2 \ 4] + 2 * [1 \ 0] = [4 \ 4]$$

$$[2 \ 4] + 2 * [0 \ 1] = [2 \ 6]$$

$$[2 \ 4] + 2 * [-1 \ 0] = [0 \ 4]$$

$$[2 \ 4] + 2 * [0 \ -1] = [2 \ 2]$$

Στην περίπτωση που και αυτή η επανάληψη είναι επιτυχής, το μέγεθος του πλέγματος πολλαπλασιάζεται επί 2 και συνεχίζει η διαδικασία. Ωστόσο, αν κανένα από τα σημεία του πλέγματος δεν έχει τιμή αντικειμενικής μικρότερη του σημείου $[2 \ 4]$, τότε η επανάληψη κρίνεται ανεπιτυχής, το μέγεθος του πλέγματος πολλαπλασιάζεται επί 0,5 και το σημείο $[2 \ 4]$ εξακολουθεί να είναι το σημείο της ακολουθίας και για την επόμενη επανάληψη, δηλαδή $x_2 = x_1 = [2 \ 4]$. Η διαδικασία σταματάει χρησιμοποιώντας κάποια από τις συνθήκες διακοπής, όπως το MeshTolerance, το οποίο ορίζει το ελάχιστο μέγεθος πλέγματος. Όταν δηλαδή το μέγεθος πλέγματος πάρει αυτή τη τιμή, ο αλγόριθμος σταματά και η διαδικασία της βελτιστοποίησης ολοκληρώνεται.

Κεφάλαιο 4. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει ανάλυση των αποτελεσμάτων για κάθε παράμετρο ξεχωριστά. Ουσιαστικά, θα μεταβληθεί η κάθε παράμετρος κρατώντας τις υπόλοιπες σταθερές, ώστε να εξαχθούν διαγράμματα για το αναμενόμενο κέρδος και τις βέλτιστες ποσότητες, σχολιάζοντας επίσης πως επηρεάζονται οι βέλτιστες λύσεις από τις εκάστοτε μεταβολές. Για τα διαγράμματα έγινε χρήση του EXCEL, ενώ για τις τιμές του κέρδους και των βέλτιστων παραγγελιών χρησιμοποιήθηκε το προγραμματιστικό περιβάλλον της MATLAB. Οι παρακάτω πίνακες δίνουν τις πρότυπες τιμές των βασικών παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα του προγράμματος MATLAB, ώστε να εξαχθούν τα αποτελέσματα. Οι τιμές των παραμέτρων επιλέχθηκαν με βάση την εμπειρία, ώστε να ανταποκρίνονται όσο τον δυνατόν περισσότερο στην πραγματικότητα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1	
ΠΡΟΤΥΠΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ	
W1=	5
W2=	4
Wr=	2
W3=	11
r=	15
h=	2
Cp=	6
MOQ=	17
mu(D)=	150
sigma(D)=	40
E(X) =	0,5
Range(X)=	1

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	
Q=	49,5490
R=	160,007
fval=	1141,9

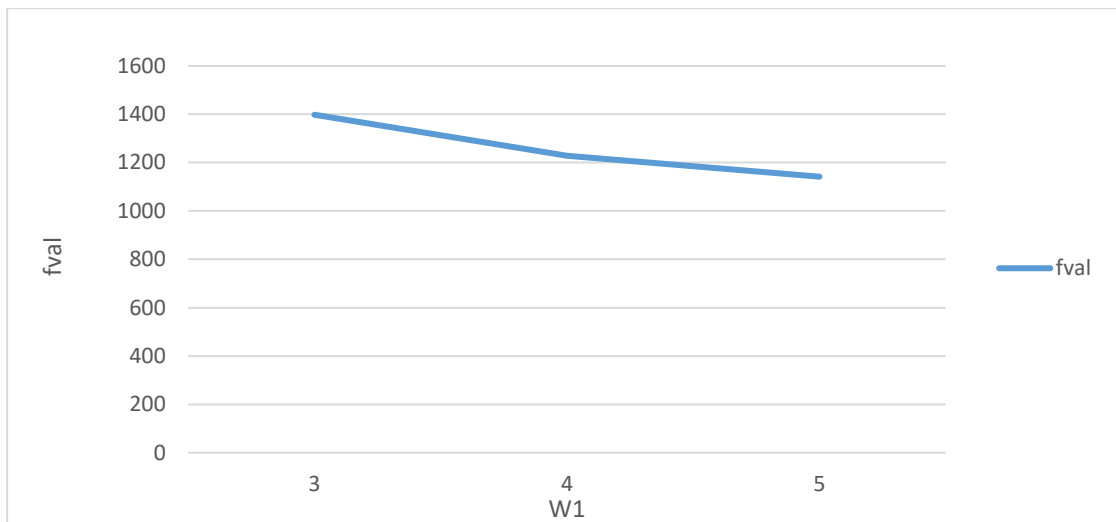
Στην συνέχεια ξεκινάει η μεταβολή της τιμής καθεμίας παραμέτρου ξεχωριστά, πάντα υπό τους αντίστοιχους περιορισμούς.

4.1 Μεταβολή Q,R,fval για διάφορες τιμές W1

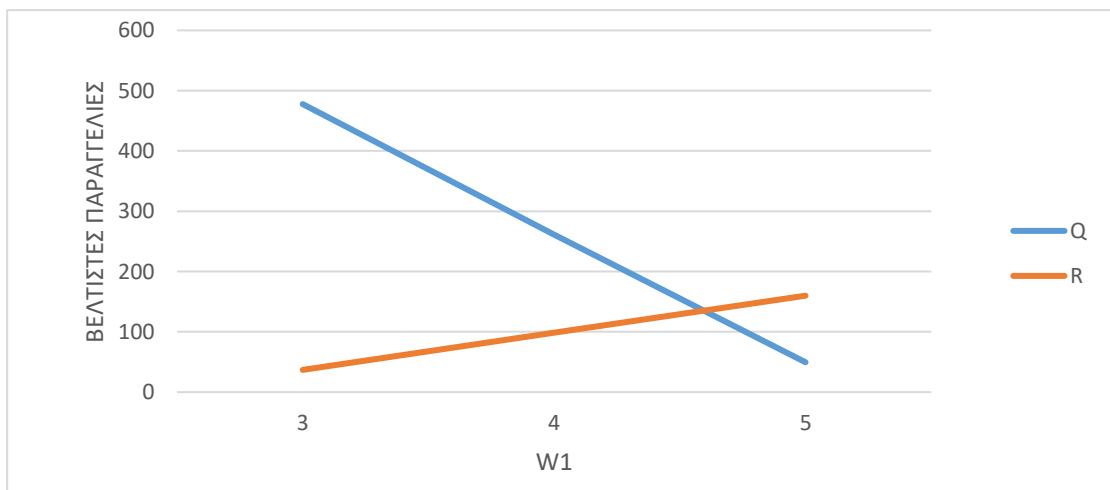
Η παραμετρική ανάλυση ξεκινάει μεταβάλλοντας το κόστος αγοράς από τον κύριο προμηθευτή. Το συγκεκριμένο κόστος, σύμφωνα με τους περιορισμούς, πρέπει να είναι μεγαλύτερο από την μειωμένη τιμή πώλησης ή και μικρότερο του κόστους αγοράς συν του κόστους κράτησης από τον εφεδρικό προμηθευτή. Οι τιμές που παίρνει φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ W1			
W1	Q	R	fval
3	477,7139	36,946	1398,1
4	261,3908	98,752	1229
5	49,5450	160,007	1141,9

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1 : ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ W1



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 : ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ W1

Όπως παρατηρείται στο διάγραμμα του κέρδους, όσο αυξάνεται το κόστος W1, μειώνεται το κέρδος. Αυτή η παρατήρηση είναι απόλυτα λογική, καθώς, όσο μεγαλώνει το κόστος αγοράς από τον κύριο προμηθευτή, ο αγοραστής στρέφεται περισσότερο στον εφεδρικό, ο οποίος όμως είναι ακριβότερος με αποτέλεσμα να αυξάνονται τα έξοδά του.

Όσον αφορά τις καμπύλες Q και R, παρατηρείται πτωτική τάση της Q, διότι, όσο μεγαλώνει το κόστος αγοράς από τον κύριο προμηθευτή, δεν συμφέρει τον αγοραστή να παραγγέλνει από αυτόν. Αντίθετα, η καμπύλη R έχει ανοδική τάση, όσο η W1 πλησιάζει την

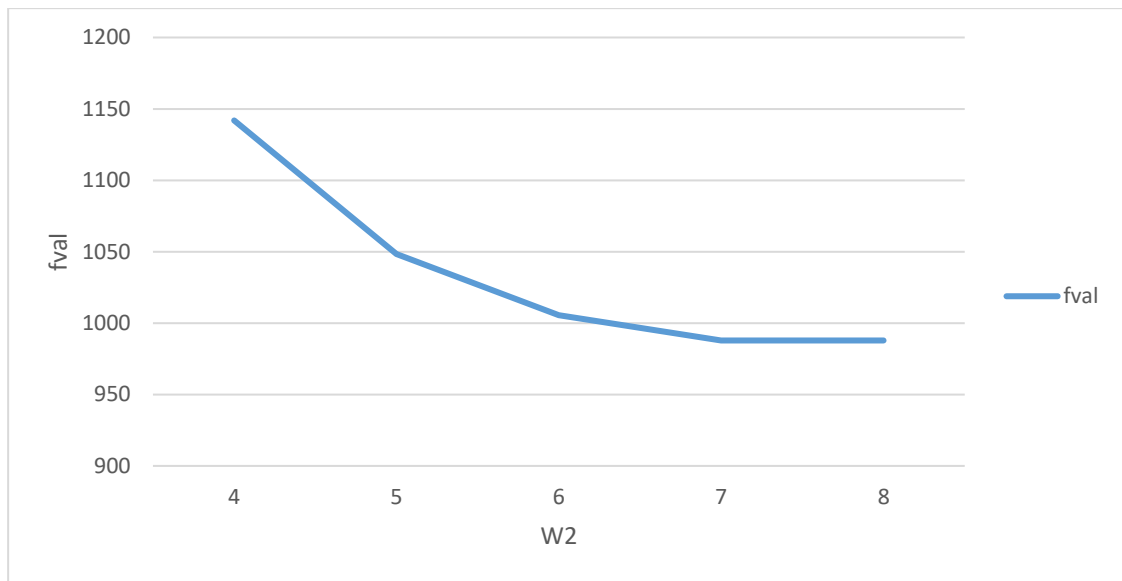
$W2+W_r$, διότι ο αγοραστής προτιμάει περισσότερο τον εφεδρικό προμηθευτή λόγω της αξιοπιστίας του.

4.2 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές $W2$

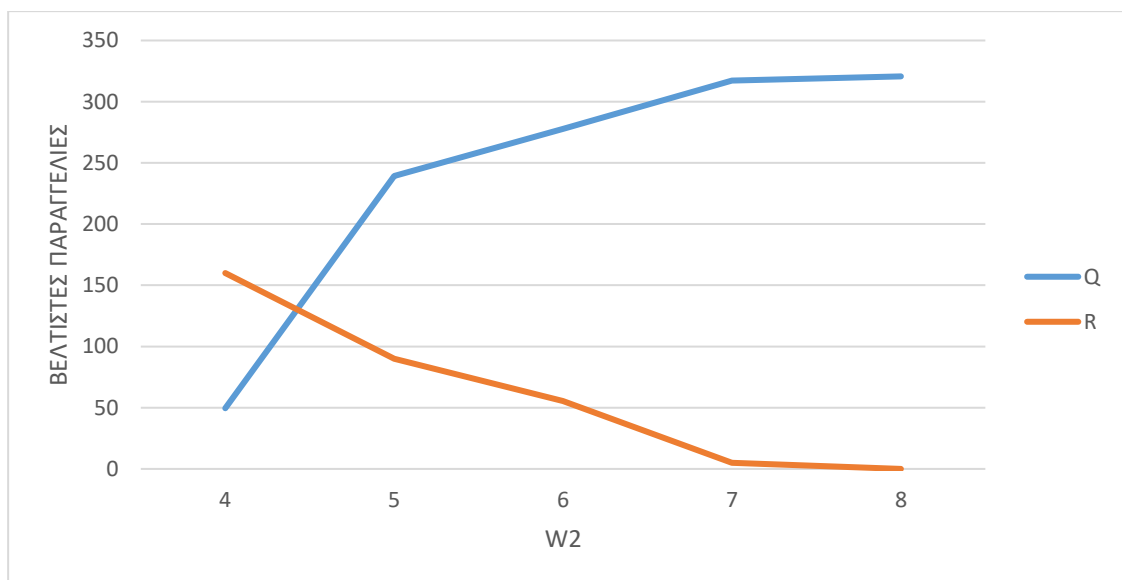
Στην παρούσα υποενότητα θα μεταβληθεί το κόστος αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή για παραγγελία εντός της κράτησης. Το συγκεκριμένο κόστος, σύμφωνα με τους περιορισμούς, πρέπει να είναι μεγαλύτερο από 3, το οποίο είναι η διαφορά του κόστους αγοράς από τον κύριο προμηθευτή μείον του κόστους κράτησης και μικρότερο του 9, το οποίο είναι η διαφορά του κόστους αγοράς για παραγγελία έκτακτης ανάγκης μείον του κόστους κράτησης. Οι τιμές που παίρνει φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4			
ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ $W2$			
$W2$	Q	R	f_{val}
4	49,5490	160,007	1141,9
5	239,3613	90,077	1048,3
6	277,6348	55,577	1005,6
7	317,3232	4,9551	987,9214
8	320,6602	0	987,8193

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ W2



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ W2

Παρατηρώντας το διάγραμμα του κέρδους, γίνεται εμφανές πως όσο η W2 αυξάνεται, το κέρδος του αγοραστή μειώνεται. Αυτό συμβαίνει, διότι με την αύξηση του συγκεκριμένου κόστους, ο αγοραστής στρέφεται περισσότερο στον αναξιόπιστο προμηθευτή, με αποτέλεσμα να κινδυνεύει από πιθανές ελλείψεις και να κάνει χρήση επείγουσας παραγγελίας, ώστε να τις καλύψει. Το υψηλό κόστος επείγουσας παραγγελίας ή ο κίνδυνος χαμένων πωλήσεων, σε περίπτωση που δεν κάνει χρήση της, αυξάνουν σημαντικά τα έξοδά του.

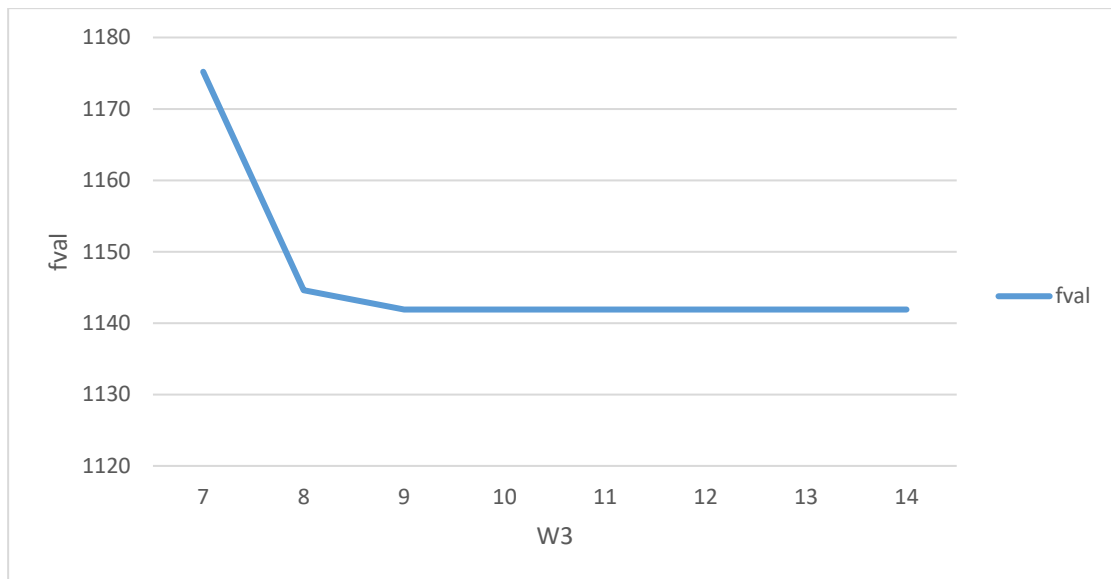
Όσον αφορά τις βέλτιστες ποσότητες, παρατηρείται ανοδική τάση της ποσότητας παραγγελίας από τον κύριο προμηθευτή. Πιο συγκεκριμένα, όσο μεγαλώνει το κόστος του εφεδρικού προμηθευτή, ο αγοραστής επιλέγει να αγοράζει περισσότερο από τον κύριο προμηθευτή που είναι οικονομικότερος. Αντίθετα, η καμπύλη της ποσότητας κράτησης έχει πτωτική τάση και για τιμή πολύ κοντά στη W3, ο αγοραστής δεν προτιμάει καθόλου να κάνει κράτηση χωρητικότητας λόγω αρκετά αυξημένου κόστους.

4.3 Μεταβολή Q,R,fval για διάφορες τιμές W3

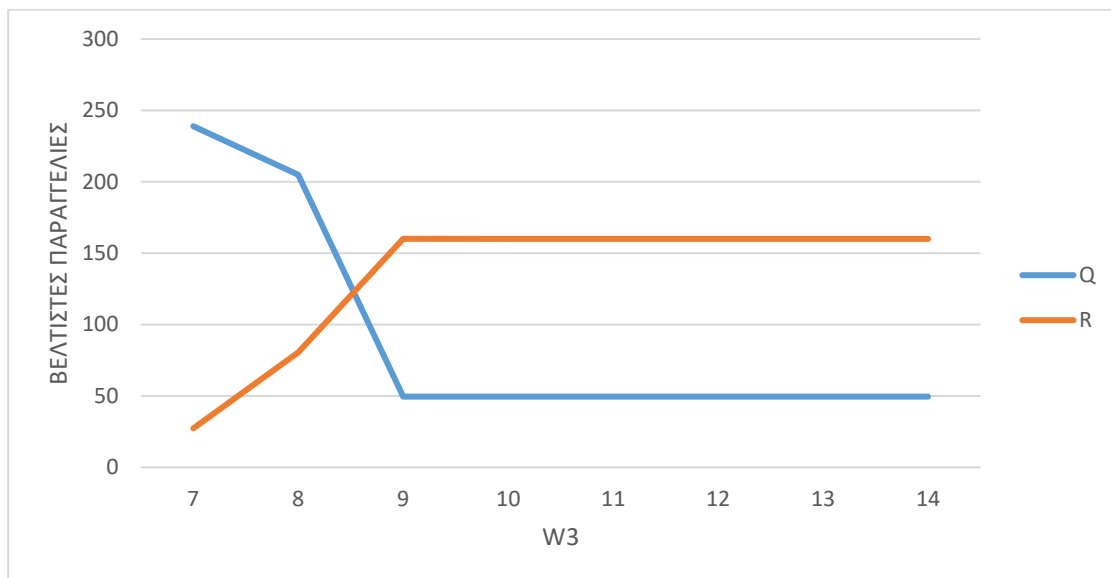
Στην παρούσα υποενότητα θα μεταβληθεί το κόστος αγοράς προϊόντων από τον εφεδρικό προμηθευτή για παραγγελία έκτακτης ανάγκης. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους περιορισμούς, παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 6, το οποίο είναι το άθροισμα του κόστους αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή για προϊόντα εντός της κράτησης συν του κόστους κράτησης και μικρότερες του 15, που είναι η τιμή πώλησης των προϊόντων. Οι τιμές που παίρνει φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ W3			
W3	Q	R	fval
7	238,8848	27,271	1175,2
8	204,8047	80,546	1144,6
9	49,5513	160,006	1141,9
10	49,5498	160,007	1141,9
11	49,5490	160,007	1141,9
12	49,5490	160,007	1141,9
13	49,5490	160,007	1141,9
14	49,5490	160,007	1141,9

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 5: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ W3



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 6: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ W3

Παρατηρώντας το διάγραμμα του κέρδους, γίνεται αντιληπτό πως όσο το κόστος αγοράς τεμαχίων σε επείγουσα παραγγελία αυξάνεται, το κέρδος του αγοραστή μειώνεται, καθώς ο αγοραστής, προκειμένου να αποφύγει τις ελλείψεις και την χρήση επείγουσας παραγγελίας, επενδύει στην αξιοπιστία του εφεδρικού προμηθευτή, ο οποίος όμως είναι ακριβότερος. Η αύξηση της W3 επηρεάζει το κέρδος μέχρι μια τιμή, όπου πέρα από αυτή ο αγοραστής απορρίπτει την χρήση επείγουσας παραγγελίας και το κέρδος σταθεροποιείται.

Όσον αφορά το διάγραμμα για τις βέλτιστες ποσότητες γίνεται εμφανές πως για χαμηλή τιμή W3, ο αγοραστής βασίζεται στον κύριο προμηθευτή και η κράτηση χωρητικότητας από

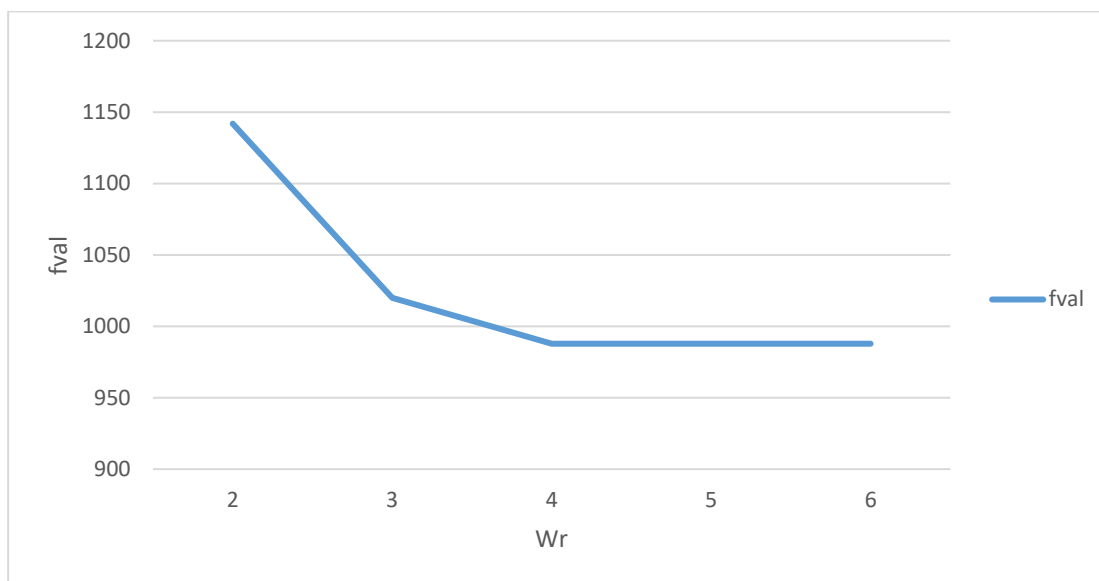
τον εφεδρικό προμηθευτή είναι πολύ μικρή. Αυτό συμβαίνει, διότι ο κύριος προμηθευτής είναι φθηνότερος και σε περίπτωση ελαττωματικών τεμαχίων γίνεται χρήση επείγουσας παραγγελίας σε πολύ χαμηλή τιμή. Όσο όμως αυξάνεται η $W3$, παρατηρείται πτωτική τάση της ποσότητας Q και αντίστοιχα ανοδική τάση της κράτησης R , διότι ο αγοραστής προκειμένου να αποτρέψει την χρήση επείγουσας παραγγελίας, επενδύει περισσότερο στην αξιοπιστία. Όταν η $W3$ φτάσει μια τιμή αρκετά υψηλή, δεν συμφέρει πλέον τον αγοραστή να κάνει χρήση επείγουσας παραγγελίας. Στην περίπτωση αυτή, η κράτηση χωρητικότητας παίρνει τιμές πάνω από την μέση τιμή της ζήτησης και όσο και αν αυξηθεί η $W3$, οι βέλτιστες ποσότητες και το κέρδος παραμένουν σταθερές και δεν μεταβάλλονται.

4.4 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές W_r

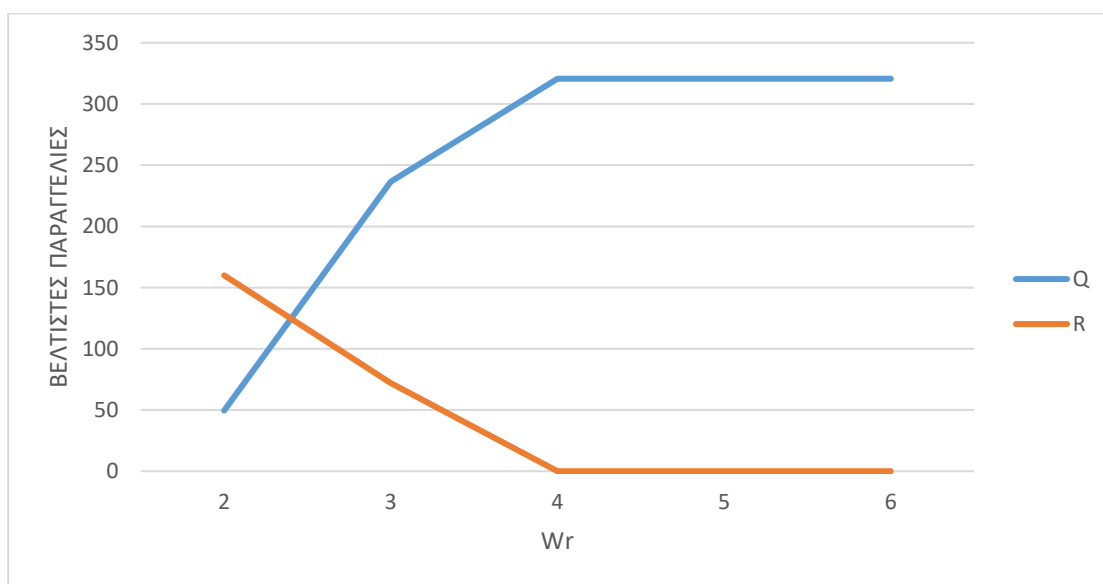
Στην παρούσα υποενότητα θα μεταβληθεί η τιμή του κόστους κράτησης από τον εφεδρικό προμηθευτή. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους περιορισμούς, παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 1, που είναι η διαφορά του κόστους αγοράς από τον κύριο προμηθευτή μείον του κόστους αγοράς από τον εφεδρικό και μικρότερες του 7, που είναι η διαφορά του κόστους αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή για επείγουσα παραγγελία μείον του κόστους αγοράς από τον ίδιο για παραγγελία εντός της κράτησης. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές που παίρνει.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ W_r			
W_r	Q	R	f_{val}
2	49,5490	160,007	1141,9
3	236,5068	72,075	1020
4	320,6602	0	987,8193
5	320,6602	0	987,8193
6	320,6602	0	987,8193

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 7: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ W_r



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ W_r

Παρατηρώντας το διάγραμμα του κέρδους, γίνεται εμφανές πως όσο αυξάνεται το κόστος κράτησης, μειώνεται το κέρδος του αγοραστή. Αυτή η παρατήρηση είναι λογική, διότι, όπως αναφέρθηκε και στην υποενότητα 4.2, με την αύξηση του κόστους κράτησης, ο αγοραστής στρέφεται περισσότερο στον αναξιόπιστο προμηθευτή, με αποτέλεσμα να κινδυνεύει από πιθανές ελλείψεις και να κάνει χρήση επείγουσας παραγγελίας, ώστε να τις

καλύψει. Το υψηλό κόστος επείγουσας παραγγελίας ή ο κίνδυνος χαμένων πωλήσεων, σε περίπτωση που δεν κάνει χρήση της, αυξάνουν τα έξοδά του. Ωστόσο, μετά από μια συγκεκριμένη τιμή του κόστους κράτησης, όπου η ποσότητα R μηδενίζεται, το κέρδος σταθεροποιείται, καθώς πλέον όσο και να αυξηθεί η τιμή της W_r , δεν το επηρεάζει.

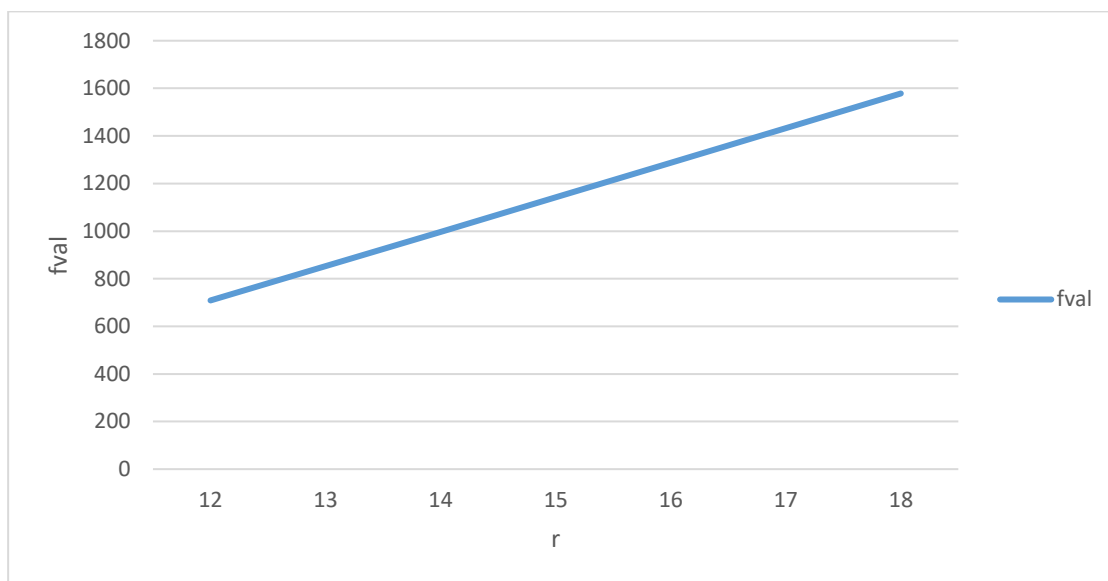
Όσον αφορά τις βέλτιστες ποσότητες, παρατηρείται ανοδική τάση της καμπύλης Q και πτωτική τάση της καμπύλης R , όσο αυξάνεται το κόστος κράτησης, διότι ο αγοραστής στρέφεται περισσότερο στον κύριο προμηθευτή. Στην τιμή W_r που η ποσότητα κράτησης μηδενίζεται, σταθεροποιείται και η ποσότητα παραγγελίας Q .

4.5 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές r

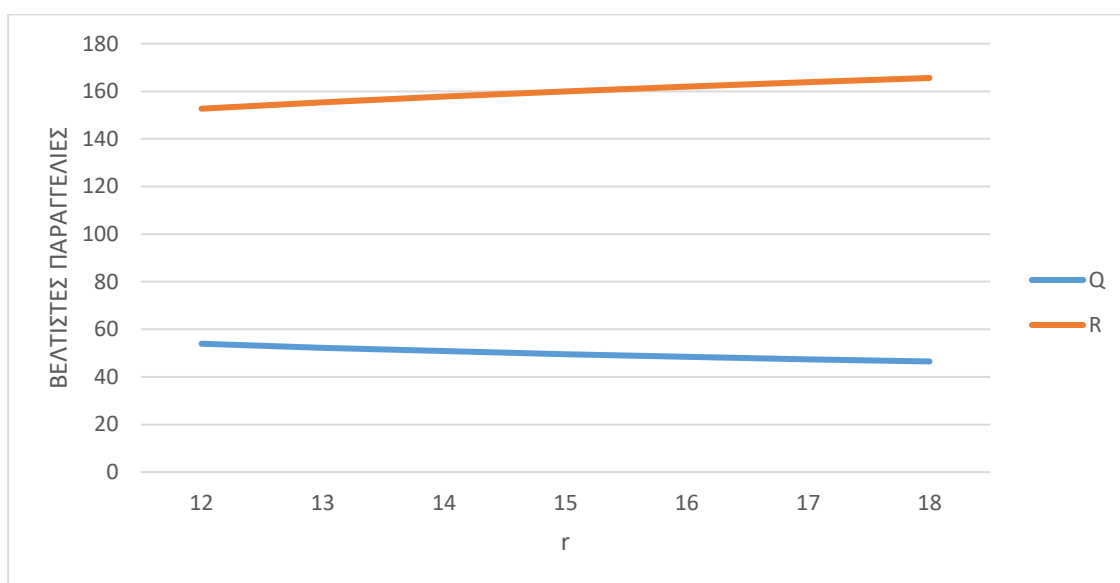
Στην παρούσα υποενότητα θα μεταβληθεί η τιμή πώλησης των προϊόντων. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους περιορισμούς, πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 11, που είναι το κόστος αγοράς τεμαχίων για παραγγελία έκτακτης ανάγκης. Ως άνω όριο έγινε η υπόθεση πως δεν μπορεί να παίρνει τιμές πολύ πάνω από τα κόστη λόγω κινδύνου μείωσης των πωλήσεων. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές που δόθηκαν.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ r			
r	Q	R	f_{val}
12	53,9629	152,699	708,8152
13	52,2823	155,384	852,7271
14	50,8273	157,805	997,1076
15	49,5490	160,007	1141,9
16	48,4177	162,024	1287
17	47,4019	163,885	1432,5
18	46,4883	165,608	1578,2

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 9: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ r



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 10: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ r

Παρατηρώντας το διάγραμμα του κέρδους, γίνεται εμφανές πως όσο η τιμή πώλησης των προϊόντων αυξάνεται, το κέρδος του αγοραστή μεγαλώνει, διότι αυξάνονται τα έσοδά του, ενώ τα κόστη του παραμένουν σταθερά.

Σχετικά με τις βέλτιστες ποσότητες, όσο αυξάνεται η τιμή πώλησης, ο αγοραστής επιλέγει για τις αγορές του περισσότερο τον εφεδρικό προμηθευτή. Αυτό φαίνεται από την ανοδική τάση που έχει η καμπύλη R σε αντίθεση με την καμπύλη Q, η οποία έχει ελαφριά

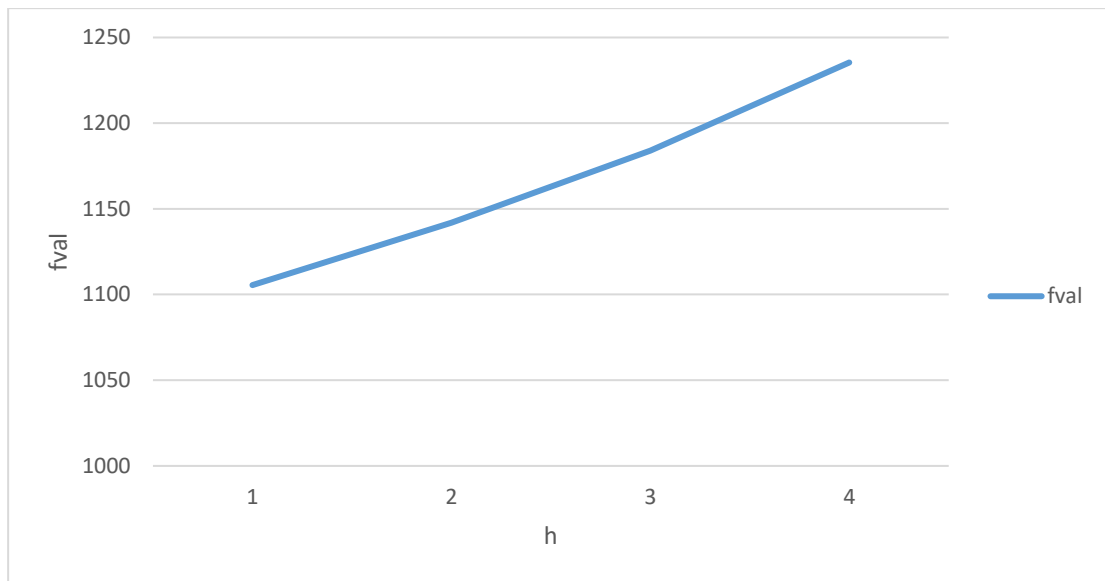
πτώση. Ο αγοραστής δηλαδή προτιμάει να πληρώσει περισσότερο για την αγορά των προϊόντων του, επενδύοντας όμως στην ποιότητα και την αξιοπιστία.

4.6.1 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές h

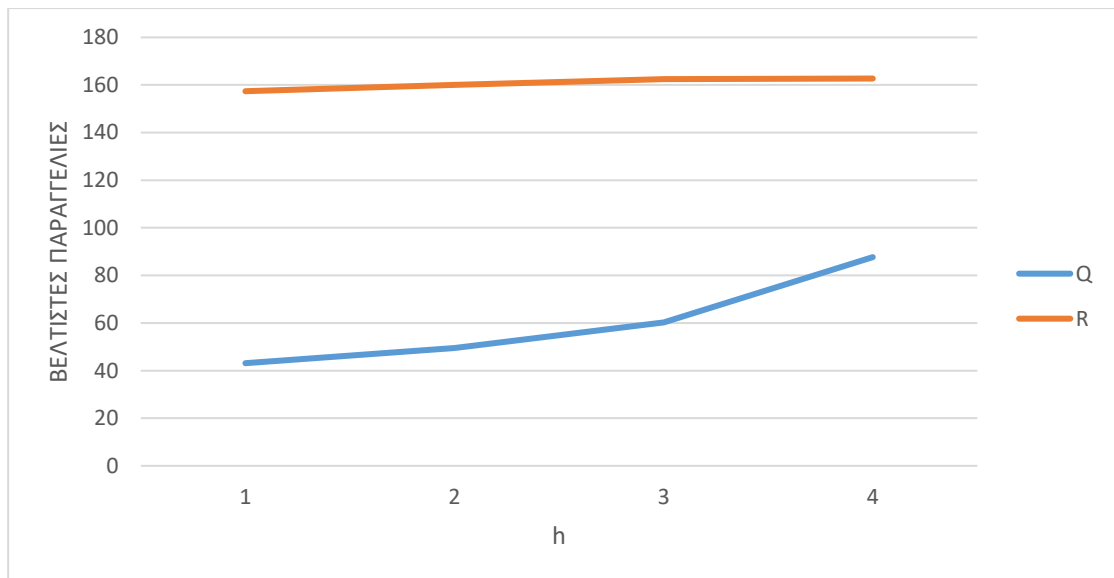
Στην παρούσα υποενότητα θα μεταβληθεί η μειωμένη τιμή πώλησης. Η τιμή αυτή χρησιμοποιείται για τα περισσευούμενα τεμάχια, όταν το απόθεμα είναι μεγαλύτερο της ζήτησης. Θα μεταβληθεί υπό τον περιορισμό να είναι πάντα μικρότερη από το κόστος του φθηνότερου προμηθευτή. Οι τιμές που παίρνει φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ h			
h	Q	R	f_{val}
1	43,1318	157,397	1105,5
2	49,5490	160,007	1141,9
3	60,2229	162,486	1183,9
4	87,6758	162,720	1235,4

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 11: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ h



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 12: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ h

Στην περίπτωση που η ζήτηση είναι μικρότερη του αποθέματος, ο αγοραστής πουλάει τα περισσευούμενα προϊόντα σε μειωμένη τιμή πώλησης. Αυτή πρέπει να είναι μικρότερη από την τιμή του κόστους αγοράς από τον φθηνότερο προμηθευτή, δηλαδή του $W1$, καθώς σε αντίθετη περίπτωση ο αγοραστής θα έκανε άπειρη παραγγελία από τον κύριο προμηθευτή και δεν θα έβγαινε ποτέ χαμένος.

Στο διάγραμμα κέρδους με την τιμή πώλησης των περισσευούμενων μονάδων, γίνεται εμφανές πως όσο αυξάνεται η παράμετρος h , το κέρδος μεγαλώνει, διότι μεγαλώνει το κέρδος μεταπώλησης. Ωστόσο, το κέρδος αυτό σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να

συγκριθεί με το κέρδος που θα είχε ο αγοραστής, αν πωλούσε τα προϊόντα στην τιμή πώλησης r .

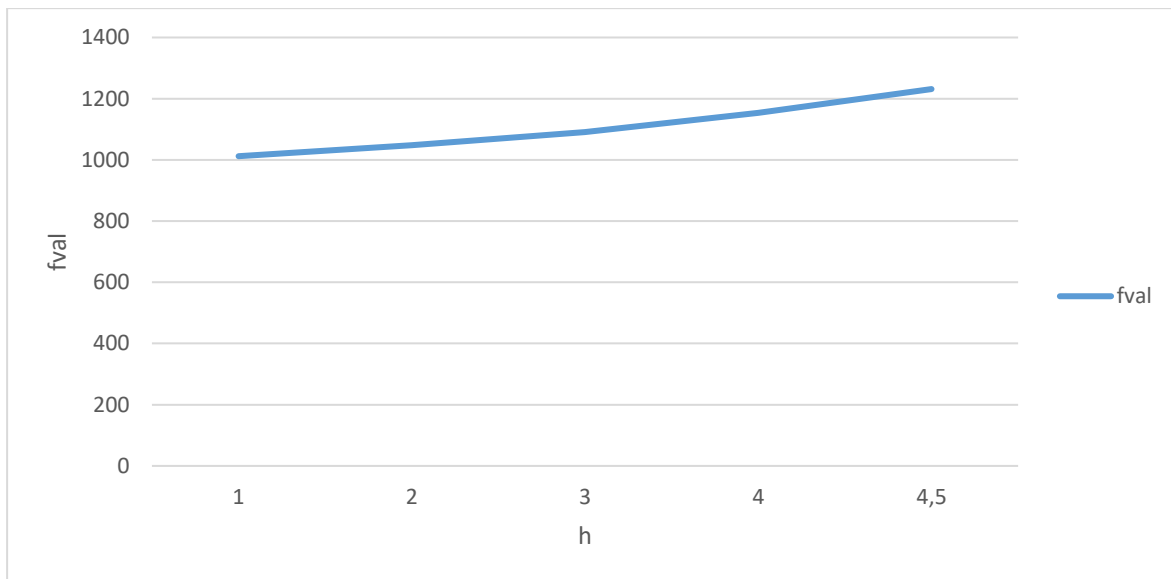
Όσον αφορά τις βέλτιστες ποσότητες, παρατηρείται πως και οι 2 έχουν ανοδική τάση, όσο αυξάνεται η παράμετρος h , προκειμένου να μην προκύψει ανικανοποίητη ζήτηση. Η βέλτιστη ποσότητα κράτησης βέβαια αυξάνεται με πολύ αργό ρυθμό και είναι σχεδόν σταθερή, σε σχέση με την ποσότητα Q , όπου αυξάνεται ταχύτατα. Η ποσότητα Q αυξάνεται με γρηγορότερο ρυθμό, όσο η τιμή h πλησιάζει την $W1$ και ο λόγος είναι πως όσο η διαφορά τους μικραίνει, ο αγοραστής ακόμα και αν μείνει με περισσευούμενα τεμάχια, θα τα πουλήσει σε τιμή πολύ κοντά στην τιμή που τα αγόρασε. Ωστόσο, με τις παρούσες τιμές παραμέτρων δεν είναι εφικτό να δοθούν στην h τιμές μεταξύ του 4 και του 5, καθώς η $W2$ έχει τιμή ίση με 4. Για αυτό το λόγο στην επόμενη υποενότητα θα μεταβληθεί η τιμή της.

4.6.2 Μεταβολή $Q, R, fval$ για διάφορες τιμές h υπό διαφορετική $W2$

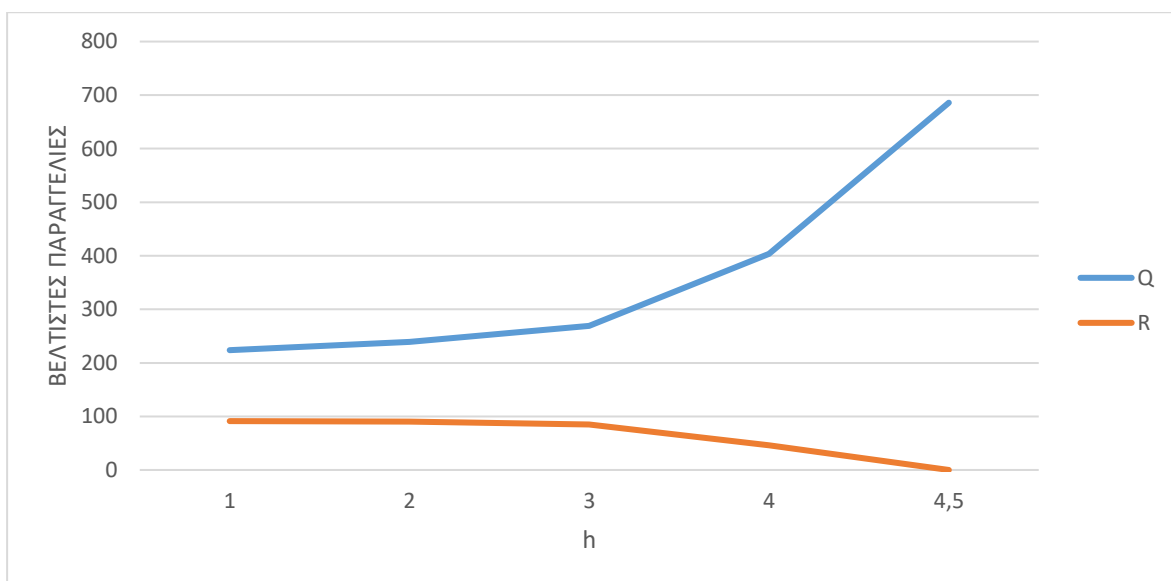
Στην παρούσα υποενότητα θα αυξηθεί η $W2$ από 4 σε 5, ούτως ώστε να φανεί πως συμπεριφέρονται τα διαγράμματα σε τιμές πολύ κοντά στο 5.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.9			
ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ h ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ $W2$			
h	Q	R	$fval$
1	223,7549	91,274	1012,1
2	239,3613	90,077	1048,3
3	269,0518	84,99	1091,4
4	403,3818	46,34	1153,6
4,5	685,7956	0	1231,4

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 13 : ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ h ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ $W2$



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 14 : ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ h ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ $W2$

Όσον αφορά τη καμπύλη κέρδους, όπως και στην υποενότητα 4.6.1, παρατηρείται αύξηση όσο αυξάνεται η παράμετρος h .

Σχετικά με τις βέλτιστες ποσότητες, παρατηρείται κάτι διαφορετικό σε σχέση με παραπάνω. Πιο συγκεκριμένα, όταν η τιμή $W2$ ήταν 4, ήταν αρκετά χαμηλή και συνέφερε να γίνει μεγάλη κράτηση χωρητικότητας, οπότε όσο και αν μεταβληθεί η παράμετρος h , η τιμή R παραμένει σχεδόν σταθερή. Στην συγκεκριμένη υποενότητα η $W2$ αυξάνεται, με

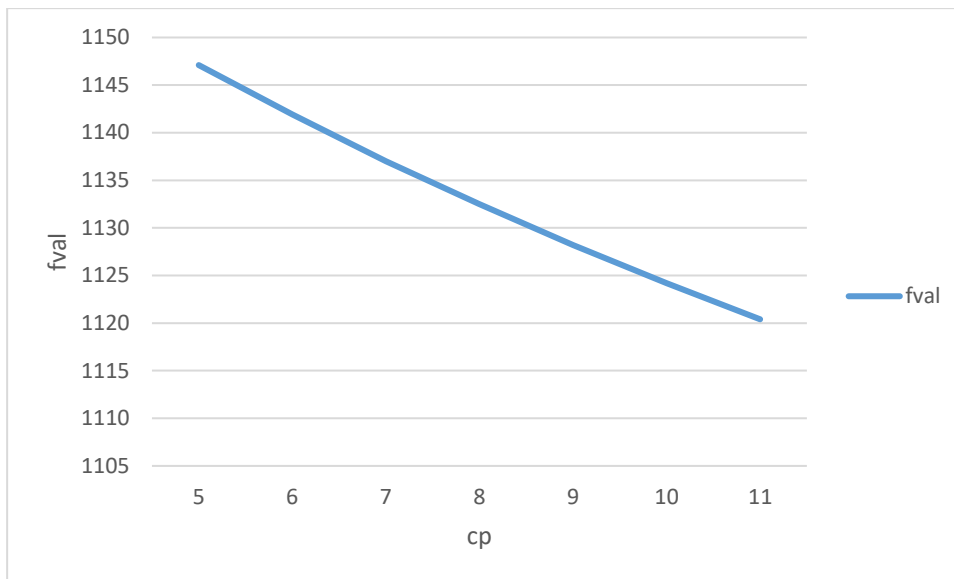
αποτέλεσμα η ποσότητα κράτησης να μειωθεί αρκετά. Πλέον, καθώς ο αγοραστής δεν στηρίζεται σε μεγάλο βαθμό στον εφεδρικό προμηθευτή, όσο η παράμετρος h αυξάνεται, η ποσότητα κράτησης R ελαττώνεται και στο τέλος μηδενίζεται, ενώ αντίθετα η Q αυξάνεται με ταχύτατους ρυθμούς. Αυτό που εξάγεται σαν αποτέλεσμα είναι πως όσο αυξάνεται η μειωμένη τιμή πώλησης, ο αγοραστής λόγω και της σχετικά υψηλής τιμής W_2 , βασίζεται εξ ολοκλήρου στον κύριο προμηθευτή με ποσότητες παραγγελίας πολύ μεγαλύτερες της μέσης τιμής της ζήτησης, πρώτον για να καλυφθεί σίγουρα η ζήτηση και δεύτερον, γιατί ακόμα και αν μείνουν περισσευούμενα τεμάχια, θα μεταπωληθούν σε τιμή πολύ κοντά στην τιμή που αγοράστηκαν.

4.7 Μεταβολή $Q, R, fval$ για διάφορες τιμές cp

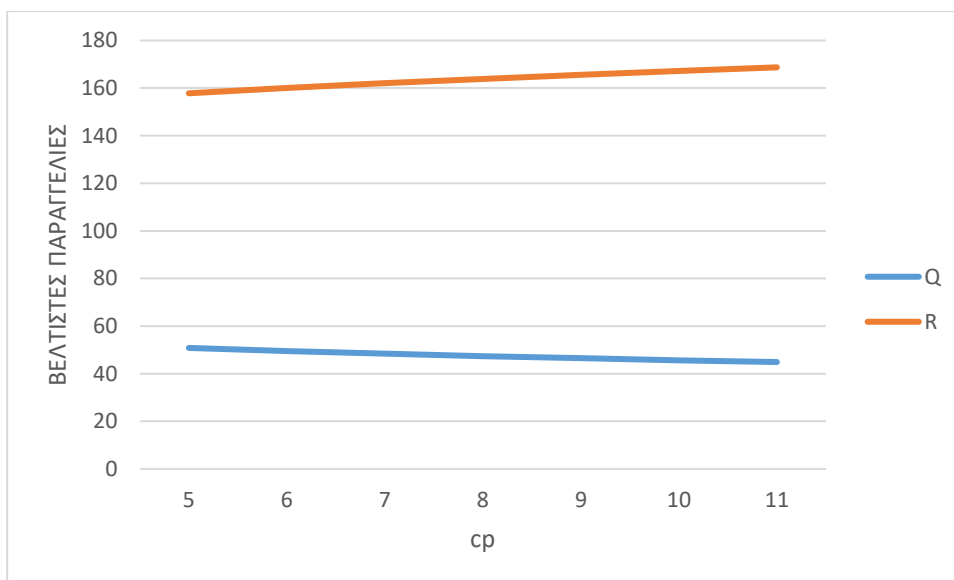
Στην παρούσα υποενότητα θα μεταβληθεί η παράμετρος του κόστους χαμένων πωλήσεων, ανά μονάδα προϊόντος, ώστε να εξαχθούν αποτελέσματα για το αναμενόμενο κέρδος και τις βέλτιστες ποσότητες Q, R .

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.10 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ cp			
cp	Q	R	$fval$
5	50,8273	157,805	1147,1
6	49,5490	160,007	1141,9
7	48,4177	162,024	1137
8	47,4019	163,885	1132,5
9	46,4883	165,608	1128,2
10	45,6589	167,212	1124,2
11	44,9043	168,710	1120,4

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 15: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ cp



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 16: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ cp

Το cp , ουσιαστικά, είναι το μοναδιαίο κόστος χαμένων πωλήσεων στην περίπτωση που η ζήτηση είναι μεγαλύτερη του αποθέματος. Το συγκεκριμένο κόστος πρακτικά αντικατοπτρίζει την δυσαρέσκεια των πελατών, καθώς δεν ικανοποιούνται από τον αγοραστή. Μια εναλλακτική ονομασία του είναι «κόστος απώλειας καλής πίστης». Στην παρούσα διπλωματική πήρε τιμές μεταξύ του $W1$ και του $W3$.

Παρατηρώντας το διάγραμμα του κέρδους, υπάρχει πτωτική τάση όσο το κόστος χαμένων πωλήσεων αυξάνεται. Η εν λόγω πτώση αιτιολογείται, καθώς, όσο αυξάνεται το

συγκεκριμένο κόστος, ο αγοραστής προκειμένου να μην έχει ελλείψεις, βασίζεται στην αξιοπιστία του εφεδρικού προμηθευτή, ο οποίος όμως είναι ακριβότερος, με αποτέλεσμα τα έξοδα του αγοραστή να αυξάνονται.

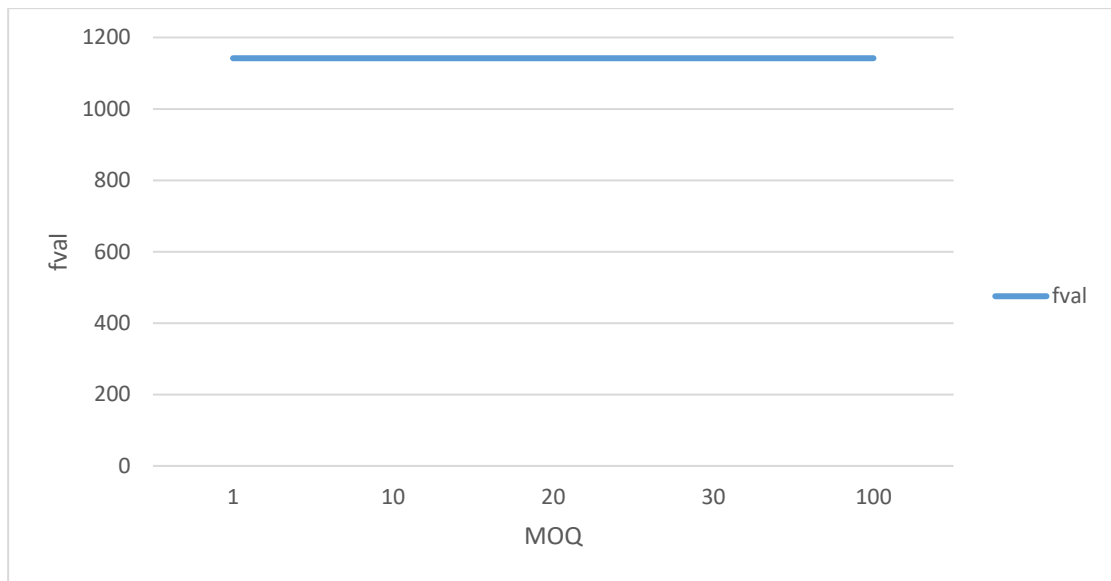
Όσον αφορά τις βέλτιστες ποσότητες, παρατηρείται πως όσο το cr αυξάνεται, όπως αναφέρθηκε, ο αγοραστής βασίζεται περισσότερο στον αξιόπιστο προμηθευτή, προκειμένου να μην έχει ελλείψεις και συνεπώς ανικανοποίητη ζήτηση. Αυτό γίνεται εμφανές στο διάγραμμα των βέλτιστων ποσοτήτων, καθώς η καμπύλη R έχει ανοδική τάση, ενώ η Q μια ελαφριά πτώση.

4.8.1 Μεταβολή $Q, R, fval$ για διάφορες τιμές MOQ

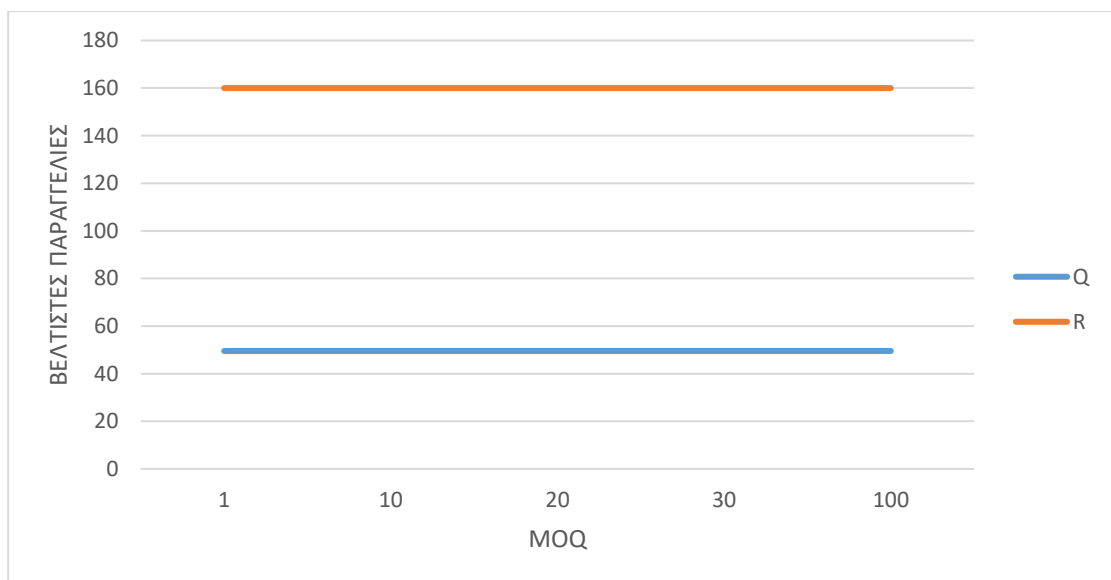
Στην παρούσα υποενότητα θα μεταβληθεί η παράμετρος της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας, για παραγγελία έκτακτης ανάγκης, ώστε να φανεί πως επηρεάζονται οι βέλτιστες ποσότητες Q, R και το αναμενόμενο κέρδος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.11 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ MOQ			
MOQ	Q	R	$fval$
1	49,5490	160,007	1141,9
10	49,5490	160,007	1141,9
20	49,5490	160,007	1141,9
30	49,5490	160,007	1141,9
100	49,5490	160,007	1141,9

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 17: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΜΟQ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 18: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΜΟQ

Παρατηρείται πως αλλάζοντας τις τιμές της ελάχιστης ποσότητας για επείγουσα παραγγελία, δεν μεταβλήθηκε ούτε το αναμενόμενο κέρδος, αλλά ούτε και οι βέλτιστες ποσότητες, διότι η ποσότητα κράτησης R είναι μεγαλύτερη της μέσης τιμής της ζήτησης, συνεπώς, για όλο το εύρος της ζήτησης, οι ποσότητες $Q+R$ θα την καλύψουν και δεν θα γίνει χρήση επείγουσας παραγγελίας.

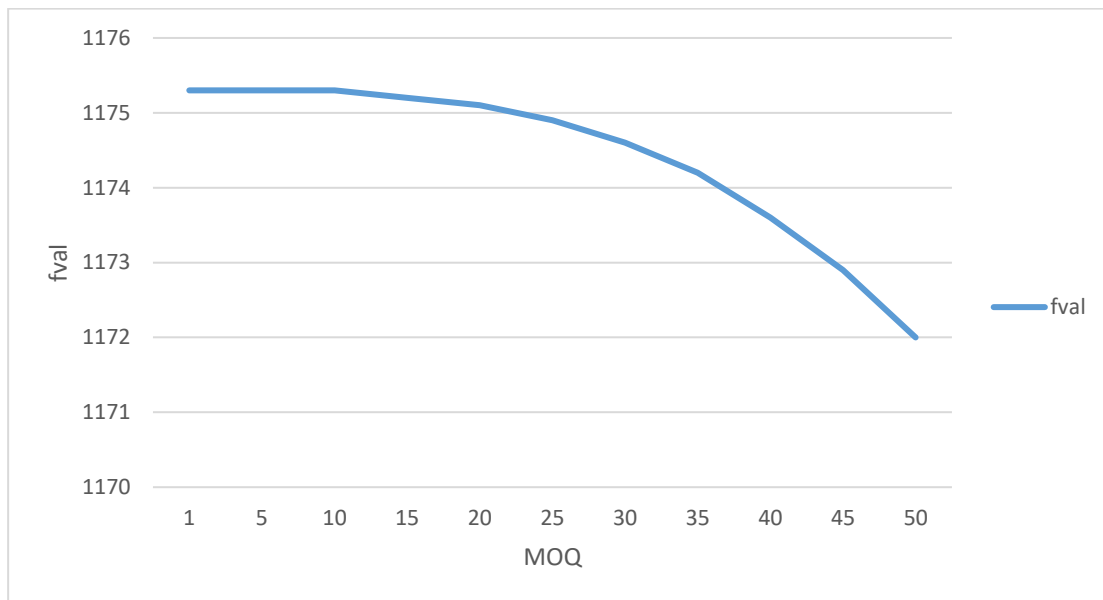
Στην παρακάτω ανάλυση θα μεταβληθεί η τιμή W3 στην ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει, ώστε να φανεί αν με αυτόν τον τρόπο οι αλλαγές στις τιμές της ΜΟQ επηρεάζουν τις βέλτιστες λύσεις.

4.8.2 Μεταβολή Q,R,fval για διάφορες τιμές ΜΟQ υπό διαφορετική τιμή W3

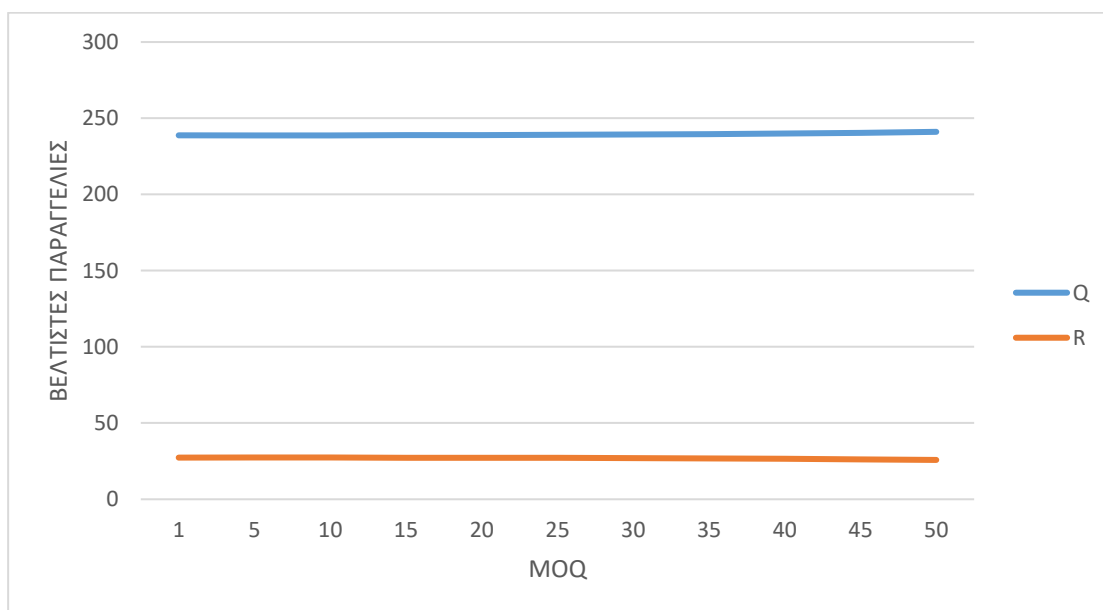
Στην παρούσα υποενότητα γίνεται αλλαγή στην τιμή της παραμέτρου W3 στην χαμηλότερη δυνατή που μπορεί να πάρει, δηλαδή ίση με 7. Αυτή η μείωση έγινε προκειμένου ο αγοραστής να βρίσκει ενδιαφέρουσα την ιδέα για χρήση επείγουσας παραγγελίας, ώστε σε περίπτωση αξιοποίησής της να φανεί, αν μεταβολές στη παράμετρο της ελάχιστης ποσότητας ΜΟQ επηρεάζουν τις βέλτιστες τιμές.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.12			
ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ ΜΟQ ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ W3			
ΜΟQ	Q	R	fval
1	238,791	27,334	1175,3
5	238,7935	27,332	1175,3
10	238,8105	27,320	1175,3
15	238,8555	27,291	1175,2
20	238,9434	27,232	1175,1
25	239,0869	27,136	1174,9
30	239,3003	26,994	1174,6
35	239,5957	26,797	1174,2
40	239,9834	26,539	1173,6
45	240,4766	26,210	1172,9
50	241,0815	25,806	1172
150 (ΠΟΛΥ ΜΕΓΑΛΗ ΤΙΜΗ)	49,5490	160,007	1141,9

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 19: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΜΟQ ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ W3



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 20: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΜΟQ ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ W3

Όπως γίνεται εμφανές από τα παραπάνω διαγράμματα, οι μεταβολές της MOQ επηρεάζουν τις τιμές των βέλτιστων ποσοτήτων και του κέρδους. Αρχικά αξίζει να αναφερθεί πως για την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, ισχύει ο περιορισμός μη αρνητικότητας, ωστόσο ως άνω όριο δεν έχει κάποιο περιορισμό. Στην παρούσα εργασία όμως λόγω των πρότυπων τιμών, όπου η μέση τιμή της ζήτησης είναι ίση με 150, υποτέθηκε ο λογικός περιορισμός για την MOQ να παίρνει τιμές έως 50.

Παρατηρώντας το διάγραμμα του κέρδους, όσο η παράμετρος MOQ αυξάνεται, παρατηρείται απειροελάχιστη μείωση στα κέρδη του αγοραστή. Αυτό συμβαίνει, καθώς, όσο αυξάνεται η ελάχιστη τιμή MOQ, ο αγοραστής κινδυνεύει να μείνει με περισσευούμενα τεμάχια σε περίπτωση χρήσης επείγουσας παραγγελίας ή να έχει χαμένες πωλήσεις στην περίπτωση που η μεγάλη τιμή της MOQ μπει εμπόδιο για επείγουσα παραγγελία.

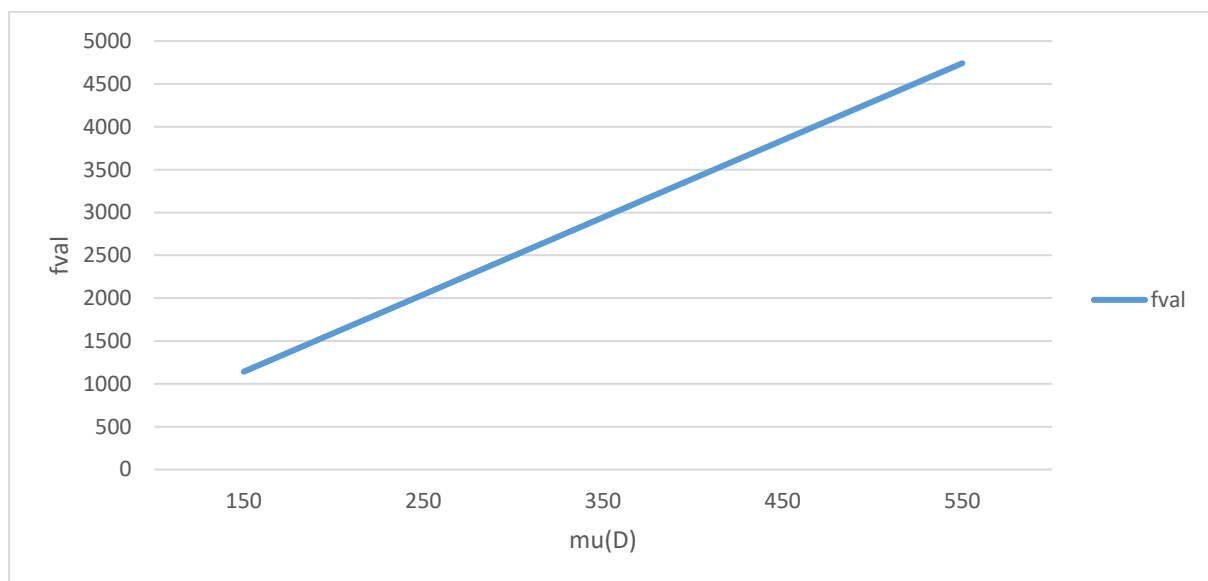
Όσον αφορά τις βέλτιστες ποσότητες, οι μεταβολές είναι τόσο απειροελάχιστες που δεν λαμβάνονται υπόψη. Μια ακόμα ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι πως για τιμές MOQ πολύ μεγάλες, στην προκείμενη περίπτωση πάνω από 150, οι τιμές που παίρνουν οι βέλτιστες παραγγελίες και το κέρδος είναι ίδιες με την υποενότητα 4.8.1, διότι ο αγοραστής πλέον δεν κάνει χρήση επείγουσας παραγγελίας.

4.9 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές της μέσης τιμής της κανονικής κατανομής της ζήτησης

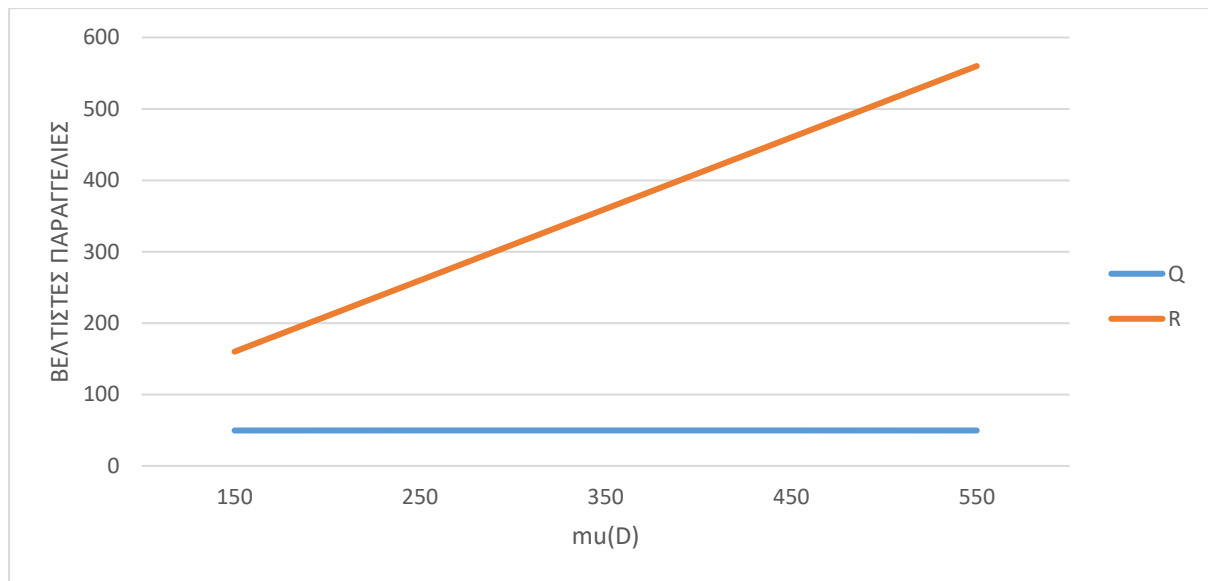
Στην παρούσα υποενότητα θα μεταβληθεί η μέση τιμή της κατανομής της ζήτησης υπό σταθερή τυπική απόκλιση. Πρέπει να ληφθεί υπόψη πως η μέση τιμή πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τρεις τυπικές αποκλίσεις ($\mu > 3\sigma$), ώστε οι αρνητικές τιμές να έχουν αμελητέα πιθανότητα. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές που παίρνει για σταθερή τυπική απόκλιση ίση με 40.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.13			
ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ			
$\mu(D)$	Q	R	fval
150	49,5490	160,007	1141,9
250	49,5515	260,008	2041,9
350	49,5518	360,007	2941,8
450	49,5664	460	3841,8
550	49,5684	560	4741,7

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 21 : ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 22 : ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

Παρατηρώντας το διάγραμμα κέρδους με την μέση τιμή της ζήτησης, γίνεται εμφανές πως όσο μεγαλώνει η μέση τιμή, το κέρδος αυξάνεται. Η παρατήρηση αυτή είναι απόλυτα λογική, καθώς, όσο μεγαλώνει η ζήτηση, ο αγοραστής πουλάει περισσότερο, συνεπώς αυξάνει τα κέρδη του.

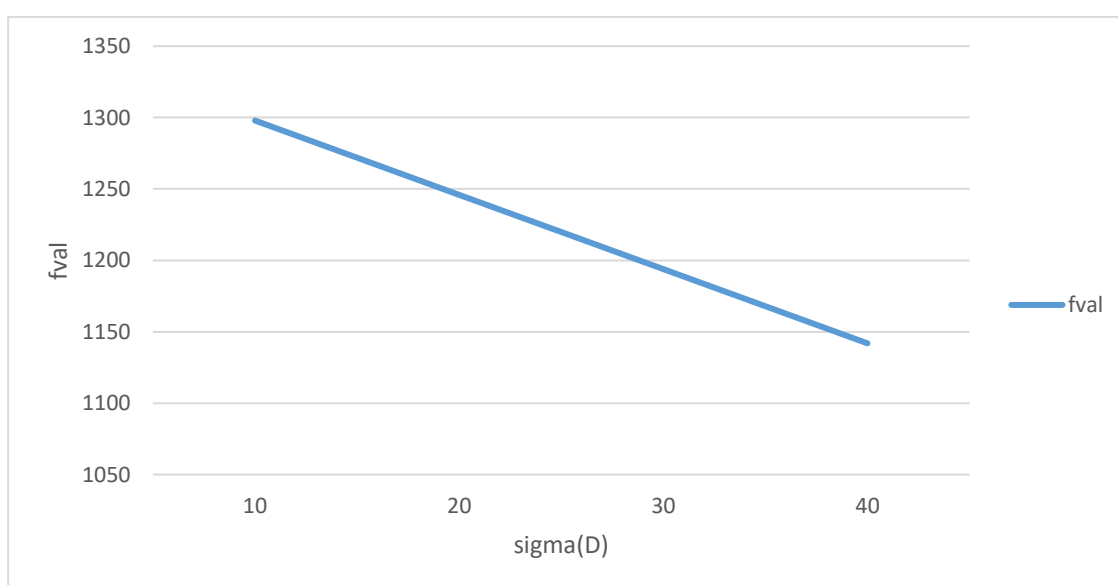
Όσον αφορά τις βέλτιστες ποσότητες, παρατηρείται αύξηση στις τιμές, όσο αυξάνεται η μέση τιμή της ζήτησης, ωστόσο η αύξηση αυτή είναι απειροελάχιστη για τις παραγγελίες από τον αναξιόπιστο προμηθευτή, ενώ αντίθετα η ποσότητα κράτησης R έχει πολύ μεγάλη άνοδο. Η αύξηση της αναμενόμενης ζήτησης οδηγεί τον αγοραστή να προμηθευτεί περισσότερο εμπόρευμα, σχεδόν εξ ολοκλήρου από τον αξιόπιστο προμηθευτή. Παρόλο που ο εφεδρικός προμηθευτής είναι πιο ακριβός, η διαφορά στην τιμή τους είναι αρκετά μικρή, συν της αξιοπιστίας που προσφέρει επιπλέον. Επιγραμματικά αξίζει να αναφερθεί πως, όσο μεγαλώνει η διαφορά στην τιμή $W1$ και $W2+W_r$ και οι 2 ποσότητες Q,R έχουν ανοδική τάση.

4.10 Μεταβολή Q,R,fval για διάφορες τιμές της τυπικής απόκλισης της κανονικής κατανομής της ζήτησης

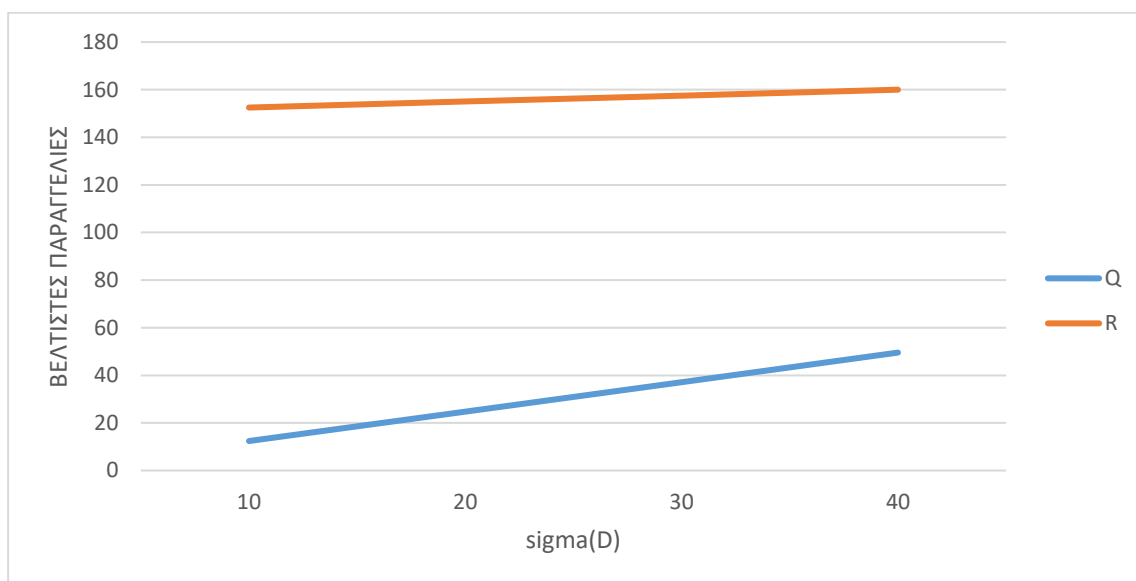
Στην παρούσα υποενότητα, με την ίδια λογική όπως και παραπάνω, θα μεταβληθεί η τυπική απόκλιση της κατανομής της ζήτησης υπό σταθερή μέση τιμή. Θα πρέπει να ληφθεί ως περιορισμός η τυπική απόκλιση να είναι μικρότερη του 1/3 της μέσης τιμής, ώστε οι αρνητικές τιμές να έχουν αμελητέα πιθανότητα. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές που παίρνει για μέση τιμή ίση με 150.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.14			
ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ ΤΗΣ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ			
sigma(D)	Q	R	fval
10	12,3918	152,500	1297,9
20	24,7761	155,003	1245,9
30	37,1753	157,502	1193,9
40	49,5490	160,007	1141,9

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 23 : ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 24 : ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

Παρατηρώντας το διάγραμμα του κέρδους με την τυπική απόκλιση φαίνεται πως όσο μεγαλώνει η τυπική απόκλιση, το κέρδος μειώνεται. Η συγκεκριμένη παρατήρηση είναι απόλυτα λογική, καθώς, όσο μεγαλώνει η τυπική απόκλιση, μεγαλώνει το διάστημα στο οποίο εκτείνεται η κατανομή, συνεπώς η ζήτηση γίνεται περισσότερο αβέβαιη. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, ο αγοραστής να παραγγέλλει περισσότερο, με σκοπό να μπορεί να καλύψει όλο το εύρος που κυμαίνεται η ζήτηση, αυξάνοντας έτσι τα έξοδά του.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο αγοραστής αναγκάζεται να παραγγείλει περισσότερο, προκειμένου να καλύψει την αβεβαιότητα της ζήτησης και αυτό φαίνεται στις καμπύλες των βέλτιστων ποσοτήτων, οι οποίες έχουν ανοδική τάση, όσο η τυπική απόκλιση αυξάνεται.

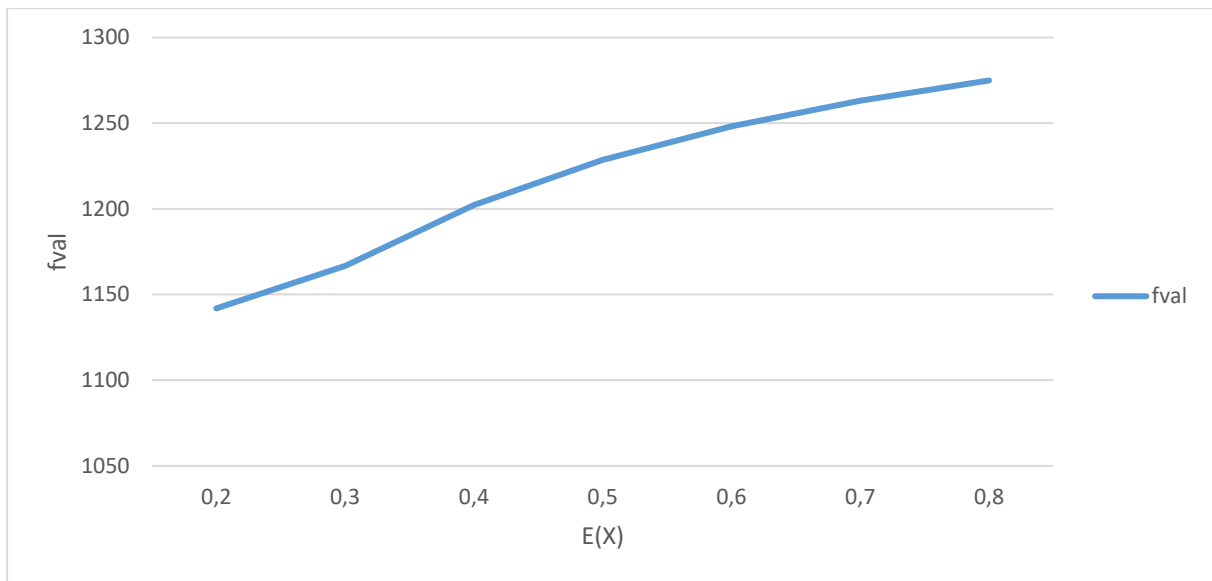
4.11 Μεταβολή Q,R,fval για διάφορες τιμές της μέσης τιμής του ποσοστού παραδιδόμενης ποσότητας

Στην παρούσα υποενότητα θα γίνει λόγος για το βαθμό αναξιοπιστίας του κύριου προμηθευτή. Το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή και κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1. Πιο συγκεκριμένα είναι ισοπίθανο το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας να είναι είτε μηδέν, δηλαδή όλη η παραγγελία ελαττωματική είτε 100%, δηλαδή όλη η παραγγελία ποιοτική, καθώς και τα ενδιάμεσα ποσοστά.

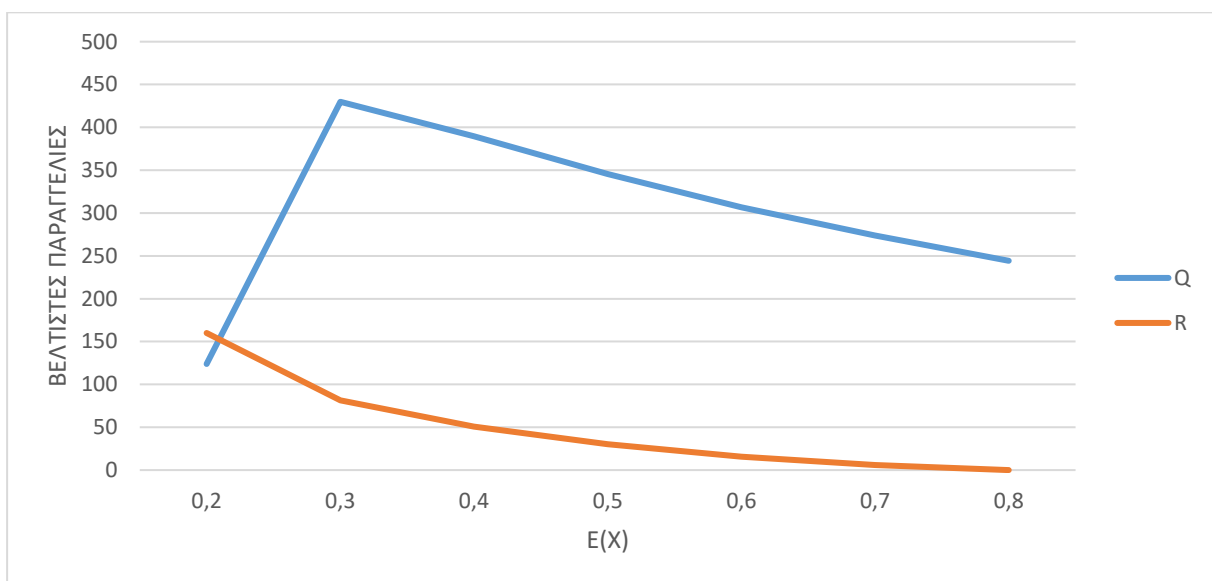
Σε αυτή την υποενότητα θα κρατηθεί σταθερό το εύρος, το οποίο ορίζεται να είναι 0,4 και θα μεταβληθεί η μέση τιμή. Η τιμή που δόθηκε στο εύρος είναι τέτοια, ώστε ο κύριος προμηθευτής να μην είναι ούτε πολύ προβλέψιμος, αλλά ούτε και πολύ απρόβλεπτος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.15			
ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ E(X)			
E(X)	Q	R	fval
0,2 για (0,0.4)	123,8723	160	1141,9
0,3 για (0.1,0.5)	429,8105	81,333	1166,7
0,4 για (0.2,0.6)	389,7822	50,932	1202,3
0,5 για (0.3,0.7)	345,4932	30,302	1228,5
0,6 για (0.4,0.8)	306,7031	15,796	1248,1
0,7 για (0.5,0.9)	273,7344	5,9688	1263,1
0,8 για (0.6,1)	244,375	0	1274,9

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 25 ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΔΙΔΟΜΕΝΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 26: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΔΙΔΟΜΕΝΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ

Η αύξηση της μέσης τιμής της ομοιόμορφης κατανομής έχει ως αποτέλεσμα το κέρδος να μεγαλώνει. Αξίζει να αναφερθεί πως όσο αυξάνεται η μέση τιμή, ο κύριος προμηθευτής γίνεται περισσότερο αξιόπιστος. Με αυτόν τον τρόπο, ο αγοραστής βασίζεται περισσότερο σε αυτόν και όχι στον εφεδρικό προμηθευτή που είναι ακριβότερος, συνεπώς είναι λογικό να αυξάνονται τα κέρδη του.

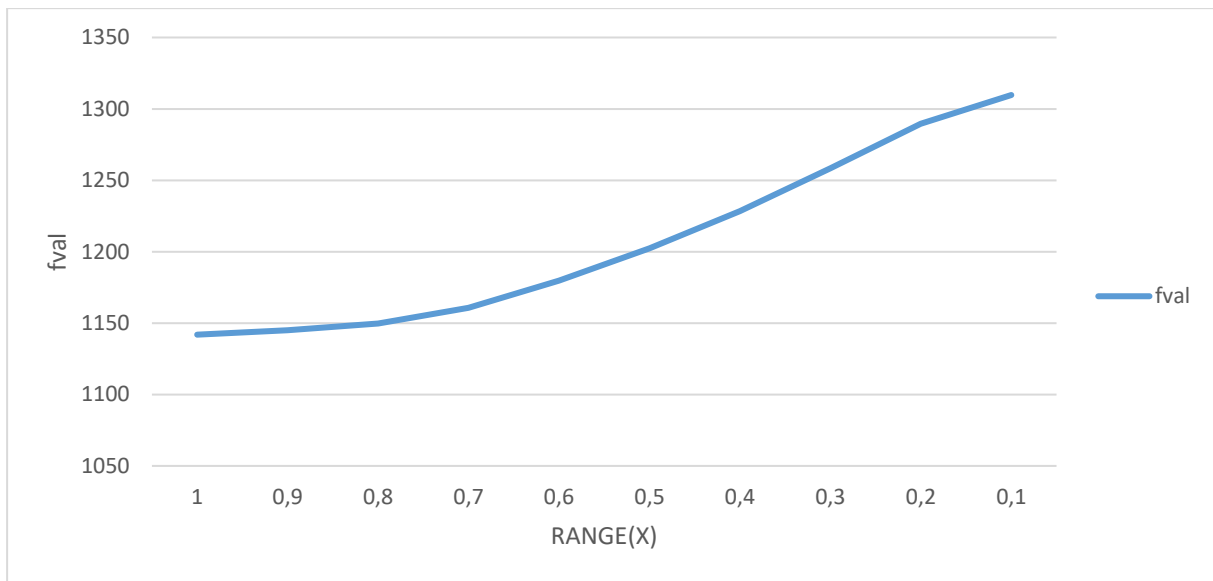
Όσον αφορά τις καμπύλες των βέλτιστων ποσοτήτων με την μέση τιμή της ομοιόμορφης κατανομής, γίνονται αντιληπτές ενδιαφέρουσες παρατηρήσεις. Αρχικά, για το εύρος της κατανομής από 0 έως 0,4 που υπάρχει ο κίνδυνος όλη η παραγγελία να είναι ελαττωματική, ο αγοραστής βασίζεται περισσότερο στον εφεδρικό προμηθευτή και η κράτηση που κάνει σε αυτόν είναι πάνω από την μέση τιμή της ζήτησης. Ωστόσο, όσο μεγαλώνει η αξιοπιστία του κύριου προμηθευτή, η ποσότητα κράτησης R ελαττώνεται. Μόλις γίνει μικρότερη από την μέση τιμή της ζήτησης, παρατηρείται μεγάλη άνοδος της ποσότητας παραγγελίας Q . Η ποσότητα παραγγελίας Q έχει πολύ μεγάλη άνοδο, διότι ακόμα ο κύριος προμηθευτής θεωρείται αναξιόπιστος. Στην συνέχεια, όσο η μέση τιμή της ομοιόμορφης κατανομής μεγαλώνει και ο κύριος προμηθευτής γίνεται ολοένα και πιο αξιόπιστος, η παραγγελία Q μειώνεται, πλησιάζοντας τιμές κοντά στην μέση τιμή της ζήτησης, ενώ η ποσότητα κράτησης R ελαττώνεται συνεχώς και στο τέλος μηδενίζεται.

4.12 Μεταβολή Q, R, f_{val} για διάφορες τιμές του εύρους του ποσοστού παραδιδόμενης ποσότητας

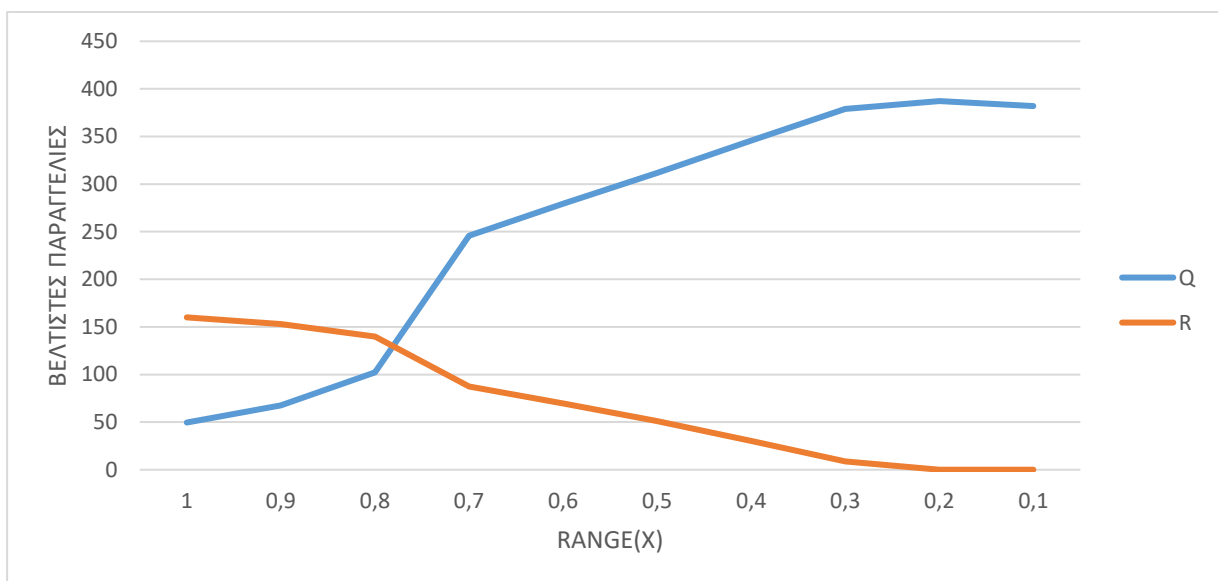
Στη τελευταία υποενότητα η μέση τιμή της ομοιόμορφης κατανομής θα κρατηθεί σταθερή και ίση με 0,5 και θα μεταβληθεί το εύρος. Το εύρος για μια ομοιόμορφη κατανομή σε ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$ ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της μέγιστης μείον της ελάχιστης τιμής του διαστήματος. Στην παρούσα εργασία, ορίζεται ως η διαφορά του μέγιστου μείον του ελάχιστου ποσοστού της παραδιδόμενης ποσότητας. Σε κάθε επανάληψη θα μεταβάλλεται κατά 0,1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.16 ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΑΛΛΑΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ RANGE(X)			
Range(X)	Q	R	fval
1 για (0,1)	49,5490	160,007	1141,9
0,9 για (0.05,0.95)	67,5547	152,859	1144,9
0,8 για (0.1,0.9)	102,1953	139,941	1149,8
0,7 για (0.15,0.85)	245,8979	87,371	1160,8
0,6 για (0.2,0.8)	279,4878	69,626	1179,8
0,5 για (0.25,0.75)	311,8262	50,932	1202,3
0,4 για (0.3,0.7)	345,4932	30,302	1228,5
0,3 για (0.35,0.65)	378,9375	8,766	1258,5
0,2 για (0.4,0.6)	387,2031	0	1289,6
0,1 για (0.45,0.55)	381,9854	0	1309,7

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα :



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 27: ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΕΥΡΟΥΣ ΤΗΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΔΙΔΟΜΕΝΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 28: ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΓΕΛΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΕΥΡΟΥΣ ΤΗΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΔΙΔΟΜΕΝΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ

Παρατηρώντας το διάγραμμα του κέρδους συναρτήσει του εύρους γίνεται εμφανές πως όσο το εύρος μειώνεται, το κέρδος μεγαλώνει. Η παραπάνω παρατήρηση είναι λογική, καθώς, μειώνοντας το εύρος ο αναξιόπιστος προμηθευτής γίνεται περισσότερο προβλέψιμος και ο αγοραστής βασίζεται περισσότερο σε αυτόν και όχι στον αξιόπιστο, που είναι ακριβότερος, μειώνοντας έτσι τα έξοδά του.

Με ακριβώς το ίδιο σκεπτικό και στο διάγραμμα των βέλτιστων ποσοτήτων, παρατηρείται ανοδική τάση των παραγγελιών στον αναξιόπιστο προμηθευτή, όσο γίνεται το εύρος στενότερο και αντίστοιχα μια πτώση της ποσότητας κράτησης R . Αξίζει να αναφερθεί πως η τιμή που παίρνει η ποσότητα παραγγελίας Q για εύρος μικρότερο του 0,2 είναι περίπου διπλάσια από την μέση τιμή της ζήτησης, καθώς, για τόσο στενό εύρος, το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας είναι περίπου 50%.

Κεφάλαιο 5. ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Με το κεφάλαιο αυτό ολοκληρώνεται η παρούσα εργασία. Αρχικά θα γίνει σύνοψη των προηγούμενων κεφαλαίων, έπειτα θα αναφερθούν επιγραμματικά τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την ανάλυση ευαισθησίας για κάθε παράμετρο.

5.1 Σύνοψη

Η παρούσα διπλωματική μελετάει μια επέκταση του μοντέλου του εφημεριδοπώλη. Το κύριο θέμα της αφορά έναν αγοραστή, ο οποίος έχει την επιλογή να αγοράσει το προϊόν του από δυο προμηθευτές. Ο βασικός είναι αναξιόπιστος και η απόδοσή του είναι τυχαία, ενώ ο εφεδρικός είναι αξιόπιστος, αλλά πιο ακριβός και χρησιμοποιείται για να καλύψει τις αβεβαιότητες του πρώτου. Ωστόσο, η αγορά προϊόντων από τον εφεδρικό προμηθευτή προϋποθέτει την προκράτησή τους. Σε περίπτωση που τα προϊόντα που αγοραστούν από τον εφεδρικό προμηθευτή δεν επαρκούν, ο ίδιος δίνει την δυνατότητα για επιπλέον αγορά προϊόντων σε ακριβότερη όμως τιμή, με την προϋπόθεση πως τα προϊόντα που θα παραγγελθούν σαν επείγουσα παραγγελία πρέπει να είναι μεγαλύτερα ή ίσα από μια ελάχιστη τιμή (MOQ). Η εργασία επικεντρώνεται στις αποφάσεις που πρέπει να πάρει ο αγοραστής, δηλαδή τη βέλτιστη ποσότητα που πρέπει να παραγγείλει από τον κύριο προμηθευτή και τη βέλτιστη ποσότητα κράτησης που πρέπει να κάνει στον εφεδρικό, προκειμένου να μεγιστοποιήσει το κέρδος του, υπό αβέβαιη ζήτηση. Για την επίτευξη του συγκεκριμένου στόχου κατασκευάστηκε το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος, όπου ορίστηκαν οι μεταβλητές απόφασης, οι παράμετροι και η αντικειμενική συνάρτηση του αναμενόμενου κέρδους. Στην συνέχεια, το μοντέλο γράφτηκε με την μορφή κώδικα σε MATLAB, ώστε να βελτιστοποιηθεί. Τέλος, έγινε η ανάλυση ευαισθησίας των βέλτιστων λύσεων μεταβάλλοντας τις τιμές των παραμέτρων και σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

5.2 Συμπεράσματα

Η ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στο κεφάλαιο 4, εξήγαγε ενδιαφέροντα συμπεράσματα. Πιο συγκεκριμένα :

1. Η χρήση εφεδρείας από τον αγοραστή αντισταθμίζει την αβεβαιότητα του κύριου προμηθευτή, μεγαλώνοντας το κέρδος του.
2. Η αύξηση της αβεβαιότητας τόσο της ζήτησης όσο και της παραγωγικής δυναμικότητας του κύριου προμηθευτή, έχει ως αποτέλεσμα το κέρδος του αγοραστή να μειώνεται.
3. Όσο ο κύριος προμηθευτής γίνεται περισσότερο αξιόπιστος, οι παραγγελίες μειώνονται.
4. Οι αυξήσεις της μέσης τιμής της ζήτησης και της τιμής πώλησης r αυξάνουν περισσότερο από κάθε άλλη παράμετρο τα κέρδη του αγοραστή.
5. Όσο το κόστος χαμένων πωλήσεων ή το μοναδιαίο κόστος επείγουσας παραγγελίας αυξάνεται, ο αγοραστής επενδύει στην αξιοπιστία του εφεδρικού προμηθευτή, δείχνοντας έτσι την χρησιμότητα της εφεδρείας.
6. Για υψηλές τιμές MOQ ή όταν το κόστος αγοράς τεμαχίων σε επείγουσα παραγγελία είναι υψηλό, ο αγοραστής δεν κάνει χρήση επείγουσας παραγγελίας.
7. Όταν οι τιμές των παραμέτρων είναι τέτοιες ώστε συμφέρει να γίνεται χρήση επείγουσας παραγγελίας, αυξάνεται το κέρδος του αγοραστή.
8. Όταν οι τιμές των παραμέτρων είναι τέτοιες ώστε συμφέρει να γίνεται χρήση επείγουσας παραγγελίας, η αύξηση της ελάχιστης ποσότητας MOQ μειώνει ελαφρά τα κέρδη του αγοραστή.
9. Το χαμηλότερο κέρδος, σύμφωνα με την παραμετρική ανάλυση, παρατηρείται όταν η τιμή πώλησης r παίρνει την μικρότερη τιμή.

Βιβλιογραφία

- [1] Yan Qin, Ruoxuan Wang, Asoo J. Vakharia, Yuwen Chen, and Michelle M. Seref.(2011) The Newsvendor Problem: Review and Directions for Future Research. *European Journal of Operational Research*, 213(2), 361-374.
- [2] Dada Maqbool, Petrucci Nicholas C., Schwartz Leroy B. (2007) A Newsvendor's Procurement Problem when Suppliers Are Unreliable. *Manufacturing and Service Operations Management*, 9(1), 9-32.
- [3] Chen Junlin, Zhao Xiaobo, Zhou Yun. (2012) A periodic-review inventory system with a capacitated backup supplier for mitigating supply disruptions. *European Journal of Operational Research*, 219(2), 312-323.
- [4] Serel A. Dogan, Dada Maqbool, Moskowitz Herbert. (2001) Sourcing decisions with capacity reservations contracts. *European Journal of Operational Research*, 131(3), 635-648.
- [5] Hazra Jishnu, Mahadevan B. (2009) A procurement model using capacity reservation. *European Journal of Operational Research*, 193(1), 303-316.
- [6] Inderfurth Karl, Kelle Peter. (2011) Capacity reservation under spot market price uncertainty. *International Journal of Production Economics*, 133(1), 272-279.
- [7] Jing Hou, Amy Z. Zeng, Li Sun. (2017) Backup sourcing with capacity reservation under uncertain disruption risk and minimum order quantity. *Computers and Industrial Engineering*, 103, 216-226.
- [8] Κολέτσος Ιωάννης, Στογιάννης Δημήτριος. *Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα*, 3^η έκδοση, Εκδόσεις ΣΥΜΕΩΝ, Αθήνα, 2017.
- [9] Εφοδιαστική αλυσίδα – Τι είναι, ορισμός και έννοια [<https://el.economy-pedia.com/11035429-supply-chain>, ανακτήθηκε 31/1/2024].
- [10] Committee on High-Purity Electrolytic Chromium Metal. Reliability of suppliers of high-Purity Chromium Metal. *High-Purity Chromium Metal: Supply Issues for Gas-Turbine Superalloys*, National Academy Press, Washington,D.C. , 45-50 , 1995.
- [11] Newsvendor model [https://en.wikipedia.org/wiki/Newsvendor_model, ανακτήθηκε 25/1/2024].
- [12] What is Your Procurement Risk Management Strategy Against Unreliable Suppliers? [<https://oboloo.com/blog/what-is-your-procurement-risk-management-strategy-against-unreliable-suppliers>, ανακτήθηκε 13/2/2024].
- [13] Μαθηματικό μοντέλο – Τι είναι, ορισμός και έννοια [<https://el.economy-pedia.com/11030332-mathematical-model>, ανακτήθηκε 20/1/2024].
- [14] What are the characteristics of a good mathematical model [<https://www.tutorchase.com/answers/a-level/maths/what-are-the-characteristics-of-a-good-mathematical-model> ,ανακτήθηκε 20/1/2024].
- [15] How Pattern Search Polling Works [<https://www.mathworks.com/help/gads/how-pattern-search-polling-works.html>,ανακτήθηκε 22/1/2024].

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ-ΚΩΔΙΚΑΣ

Παρακάτω γίνεται η παρουσίαση του κώδικα του μοντέλου στο υπολογιστικό πρόγραμμα MATLAB.

```
%kathorismos twn parametrwn
global g
g=@(u) normpdf(u,150,40);
global f
f=@(x) unifpdf(x,0,1);
global w1
w1=5;
global w2
w2=4;
global wr
wr=2;
global w3
w3=11;
global r
r=15;
global h
h=2;
global cp
cp=6;
global m
m=0.5;
global MOQ
MOQ=17;
global I2
I2 = norminv((r+cp-w2)/(r+cp-h),150,40);
global I3
I3 = norminv((r+cp-w3)/(r+cp-h),150,40);

% Set options for the pattern search optimization
options = optimoptions('patternsearch', 'MeshTolerance',
1e-6, 'UseCompletePoll', true); % Set MeshTolerance to
1e-6

% Perform the pattern search optimization
[t, fval] = patternsearch(@(v) -P(v(1), v(2)), [100, 100],
[], [], [], [0,0], [inf,I2],options);
fval = fval * -1; % convert back to positive for max
```

```
%anamenomena esoda
```

```
function w=L(z)
```

```
global r h cp g
```

```
w=integral(@(u) (r*u +h*(z-u)).*g(u),0,z)+...  
    integral(@(u)(-cp*(u-z)+r*z).*g(u),z,310);
```

```
end
```

```
%construction of objective function
```

```
function y=P(Q,R)
```

```
global w1 wr MOQ w2 w3 f m I2 I3
```

```
%periptwsi 1
```

```
if Q<I3-R-MOQ
```

```
    y = -w1 * Q * m - wr * R + quadv(@(x) (-w2 * R - w3 *  
(I3 - Q * x - R) + L(I3)).* f(x), 0, 1);
```

```
%periptwsi 2
```

```
elseif Q<I3-R && Q>=I3-R-MOQ && I3<=R+MOQ
```

```
    y= -w1* Q * m - wr * R +...  
        quadv(@(x) (-w2 * R + max(L(Q*x+R) , -w3 * MOQ +  
L(Q*x+R+MOQ))) .* f(x),0 , 1);
```

```
elseif Q<I3-R && Q>=I3-R-MOQ && I3>R+MOQ
```

```
    y= -w1* Q * m- wr * R + quadv(@(x) (-w2 * R - w3 *  
(I3 - Q * x -R) + L(I3)) .* f(x), 0, (I3-R-MOQ)/Q)+...  
        quadv(@(x) (-w2 * R + max(L(Q*x+R) , -w3 * MOQ +  
L(Q*x+R+MOQ))) .* f(x),(I3-R-MOQ)/Q , 1);
```

```
%periptwsi 3
```

```
elseif Q<I2-R && Q>=I3-R && I3<=R
```

```
    y = -w1 * Q * m - wr * R +...  
        quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)) .* f(x), 0 , 1);
```

```
elseif Q<I2-R && Q>=I3-R && I3>R && I3<=R+MOQ
```

```
    y = -w1 * Q * m - wr * R +...  
        quadv(@(x) (-w2 * R + max(L(Q*x+R) , -w3 * MOQ +  
L(Q*x+R+MOQ))) .* f(x), 0, (I3-R)/Q)+...  
        quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)) .* f(x), (I3-R)/Q , 1);
```

```
elseif Q<I2-R && Q>=I3-R && I3>R+MOQ
```

```
    y = -w1 * Q * m - wr * R + quadv(@(x) (-w2 * R - w3 *  
(I3 - Q * x - R) + L(I3)) .* f(x), 0, (I3 - R - MOQ) / Q)  
+ ...
```

```
        quadv(@(x) (-w2 * R + max(L(Q*x+R) , -w3 * MOQ +  
L(Q*x+R+MOQ))) .* f(x),(I3-R-MOQ)/Q , (I3-R)/Q)+...
```

```
        quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)) .* f(x), (I3-R)/Q , 1);
```

```
%PERIPTWSI 4
```

```

elseif Q<I2 && Q>=I2-R && I3<=R
    y = -w1 * Q * m - wr * R +...
    quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)).* f(x), 0 , (I2-R)/Q)
+...
    quadv(@(x) (-w2 * (I2 - Q *x) + L(I2) ) .* f(x), (I2-
R)/Q , 1);
elseif Q<I2 && Q>=I2-R && I3>R && I3<=R+MOQ
    y = -w1 * Q * m - wr * R +...
    quadv(@(x) (-w2 * R + max(L(Q*x+R) , -w3 * MOQ +
L(Q*x+R+MOQ))) .* f(x), 0 , (I3-R)/Q)+...
    quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)).* f(x), (I3-R)/Q , (I2-
R)/Q) +...
    quadv(@(x) (-w2 * (I2 - Q *x) + L(I2) ) .* f(x), (I2-
R)/Q , 1);
elseif Q<I2 && Q>=I2-R && I3>R+MOQ
    y = -w1 * Q * m - wr * R + quadv(@(x) (-w2 * R - w3 *
(I3 - Q * x - R) + L(I3)) .* f(x), 0, (I3 - R - MOQ) / Q)
+ ...
    quadv(@(x) (-w2 * R + max(L(Q*x+R) , -w3 * MOQ +
L(Q*x+R+MOQ))) .* f(x), (I3-R-MOQ)/Q , (I3-R)/Q)+...
    quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)).* f(x), (I3-R)/Q , (I2-
R)/Q) +...
    quadv(@(x) (-w2 * (I2 - Q *x) + L(I2) ) .* f(x), (I2-
R)/Q , 1);

```

%PERIPTWSI 5

```

elseif Q>=I2 && I3<=R
    y = -w1 * Q * m - wr * R +...
    quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)).* f(x), 0 , (I2-R)/Q)
+...
    quadv(@(x) (-w2 * (I2 - Q *x) + L(I2) ) .* f(x), (I2-
R)/Q , I2/Q) +...
    quadv(@(x) (L(Q*x)) .* f(x) , I2/Q ,1 );
elseif Q>=I2 && I3>R && I3<=R+MOQ
    y = -w1 * Q * m - wr * R +...
    quadv(@(x) (-w2 * R + max(L(Q*x+R) , -w3 * MOQ +
L(Q*x+R+MOQ))) .* f(x), 0 , (I3-R)/Q)+...
    quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)).* f(x), (I3-R)/Q , (I2-
R)/Q) +...
    quadv(@(x) (-w2 * (I2 - Q *x) + L(I2) ) .* f(x), (I2-
R)/Q , I2/Q) +...
    quadv(@(x) (L(Q*x)) .* f(x) , I2/Q ,1 );
else
    y = -w1 * Q * m - wr * R + quadv(@(x) (-w2 * R - w3 *
(I3 - Q * x - R) + L(I3)) .* f(x), 0, (I3 - R - MOQ) / Q)
+ ...

```

```

        quadv(@(x) (-w2 * R + max(L(Q*x+R) , -w3 * M0Q +
L(Q*x+R+M0Q))) .* f(x), (I3-R-M0Q)/Q , (I3-R)/Q)+...
        quadv(@(x) (-w2 * R +L(Q*x+R)).* f(x), (I3-R)/Q , (I2-
R)/Q) +...
        quadv(@(x) (-w2 * (I2 - Q *x) + L(I2) ) .* f(x), (I2-
R)/Q , I2/Q) +...
        quadv(@(x) (L(Q*x)) .* f(x) , I2/Q ,1 );
end
end

```