



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

«ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΕΡΓΩΝ, ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΟΣ
ΚΑΙ ΧΩΡΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ»

ΤΜΗΜΑΤΑ

ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΧΩΡΟΤΑΞΙΑΣ, ΠΟΛΕΟΔΟΜΙΑΣ &
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

*Βελτιστοποίηση Κόστους – Χρόνου, Δυναμικού στα Τεχνικά
έργα. Οδικό τμήμα Ε.Ο Λάρισας - Τρικάλων, Ι/Κ Τερψιθέας
έως Α/Κ Ραχούλας.*



Διπλωματική εργασία
Χασάπη Φ. Δημητρίου

ΒΟΛΟΣ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2023



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

«ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΕΡΓΩΝ, ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΟΣ
ΚΑΙ ΧΩΡΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ»

ΤΜΗΜΑΤΑ | ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΧΩΡΟΤΑΞΙΑΣ, ΠΟΛΕΟΔΟΜΙΑΣ &
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

*Βελτιστοποίηση Κόστους – Χρόνου, Δυναμικού στα Τεχνικά
έργα. Οδικό τμήμα Ε.Ο Λάρισας - Τρικάλων, Ι/Κ Τερψιθέας
έως Α/Κ Ραχούλας*

*Optimization of Cost-Time, Human resources in Construction
Projects. Highway section N.R Larissa - Trikala, I/S Terpsithea
to I/C Rachoula*

Διπλωματική εργασία:
Χασάπη Φ. Δημητρίου

Επιβλέπων Καθηγητής:
Σεραφείμ Πολύζος
Καθηγητής Τμήματος Μηχανικών Χωροταξίας,
Πολεοδομίας & Περιφερειακής Ανάπτυξης
Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

ΒΟΛΟΣ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2023

ΔΗΛΩΣΗ

Βεβαιώνω υπευθύνως, πώς η παρούσα εργασία είναι δική μου, δεν έχει συγγραφεί από κάποιο άλλο πρόσωπο με ή δίχως αμοιβή, ούτε έχει αντιγραφεί από δημοσιευμένη ή αδημοσίευτη εργασία τρίτου και δεν έχει προηγηθεί καμία απολύτως, διαδικασία βαθμολόγησης από το Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας ή κάποιο άλλο πανεπιστημιακό ίδρυμα ή αλλού. Διαβεβαιώνω επιπροσθέτως, ότι είμαι εν γνώσει των κανόνων περί λογοκλοπής των ΤΜΧΠΠΑ και ΤΠΜ και ότι στο πλαίσιο αυτού, έχουν τηρηθεί πλήρως όλοι οι προβλεπόμενοι κανόνες σύμφωνα με την ακαδημαϊκή δεοντολογία, σχετικά με αναφορές, βιβλιογραφία, κ.λπ., είτε από έντυπες είτε από ηλεκτρονικές πηγές. Σε ενδεχόμενο λογοκλοπής, αποδέχομαι όλες, ουδενός εξαιρουμένου, τις ποινές και συνέπειες που προβλέπουν οι εκάστοτε κανονισμοί του ΠΘ, και των αντίστοιχων ΤΜΧΠΠΑ, ΤΠΜ.

Ημερομηνία παράδοσης: Οκτώβριος 2023

Ονοματεπώνυμο: Χασάπης Δημήτριος

Περίληψη

Κάθε τεχνικό έργο, συγκροτείται από υποέργα και το κάθε υποέργο απαρτίζεται από επιμέρους δραστηριότητες. Η εκάστοτε δραστηριότητα, απαιτεί ένα ορισμένο κόστος, χρόνο και μέγεθος πόρων. Για κάθε μία από τις επιμέρους δραστηριότητες και για το σύνολο του έργου, υπάρχει ένας βέλτιστος χρόνος για τον οποίο οι υπάρχοντες πόροι, συγκεκριμένα εξετάζεται το δυναμικό, εμφανίζουν τον μεγαλύτερο βαθμό απόδοσης, το οποίο σε συνδυασμό με την βέλτιστη επιλογή, αναφορικά με την αύξηση του άμεσου κόστους και την μείωση του έμμεσου κόστους, κατά την ελαχιστοποίηση του χρόνου, επιφέρουν την βέλτιστη λύση. Υπό μία ρεαλιστική προσέγγιση, στα περισσότερα τεχνικά έργα όμως, ο αριθμός των δραστηριοτήτων είναι σημαντικά μεγάλος και γι' αυτό απαιτείται η εφαρμογή συγκεκριμένων μεθοδολογιών, μέσω χρήσης λογισμικού για την αποφυγή του όσο το δυνατόν περισσότερων σφαλμάτων και την επίτευξη του έργου στο λιγότερο δυνατό χρόνο, με το ελάχιστο δυνατό κόστος, την βέλτιστη επιλογή απόδοσης δυναμικού και συνάμα την κάλυψη των ποιοτικών απαιτήσεων του έργου. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, σε ένα πρώτο βήμα, πραγματοποιείται βιβλιογραφική ανασκόπηση, θεωρητική ανάλυση των μαθηματικών μοντέλων, μεθοδολογιών και κανόνων της βελτιστοποίησης κόστους χρόνου και δυναμικού. Στην περίπτωση της βελτιστοποίησης δυναμικού, επιτυγχάνεται ανάλυση της βέλτιστης επιλογής της απόδοσης του πόρου, δυναμικό μέσω βιβλιογραφικού παραδείγματος. Σε ένα δεύτερο βήμα, υλοποιείται μέσω ρεαλιστικής προσομοίωσης η μελέτη βελτιστοποίησης κόστους – χρόνου, αφότου προηγηθεί μία μελέτη πιθανοτικής ανάλυσης χρονικού προγραμματισμού, για την εύρεση του ελάχιστου δυνατού χρόνου και του μέγιστου δυνατού χρόνου αποπεράτωσης ενός συγκεκριμένου τεχνικού έργου, την βελτίωση του οδικού τμήματος Ε.Ο Λάρισας-Τρικάλων, Ι/Κ Τερψιθέας έως Α/Κ Ραχούλας. Η μελέτη βελτιστοποίησης κόστους – χρόνου, επιτυγχάνεται με την τεχνική του γραμμικού προγραμματισμού, η οποία αναλύεται και βιβλιογραφικός, μέσω της χρήσης λογισμικού επιτρέποντας την ανάπτυξη ενός μοντέλου με μία πληθώρα περιορισμών ικανή για την αποφυγή σφαλμάτων και η οποία τεχνική υπερτερεί έναντι πολλών άλλων τεχνικών μεθοδολογιών για ένα επιτυχές αποτέλεσμα σε μία ευρείας κλίμακας δοκιμαστικών προβλημάτων. Τέλος ανάγονται χρήσιμα συμπεράσματα εις ότι αφορά την βέλτιστη επιλογή χρόνου, βελτιστοποίηση – ελαχιστοποίηση χρόνου και τα κόστη που εξοικονομούνται εκτελώντας το έργο στον μικρότερο αυτό χρόνο με τα ίδια ποιοτικά χαρακτηριστικά και πρότυπα.

Λέξεις κλειδιά: βελτιστοποίηση, κόστος, χρόνος, δυναμικό, γραμμικός προγραμματισμός, πιθανοτική ανάλυση, χρονικός προγραμματισμός

Abstract

Each technical project is made up of sub-projects and each sub-project is made up of individual activities. Each activity requires a certain cost, time and amount of resources. For each of the sub-activities and for the whole project, there is an optimal time for which the existing resources, specifically considered the potential, show the highest degree of efficiency, which in combination with the optimal choice, regarding the increase of direct costs and the reduction of indirect costs, while minimizing the time, bring about the optimal solution. Under a realistic approach, in most technical projects, however, the number of activities is significantly large and therefore requires the application of specific methodologies, through the use of software to avoid as many errors as possible and to achieve the project in the least possible time, with the minimum possible cost, the optimal choice of performance potential and at the same time meeting the quality requirements of the project. In this thesis, in a first step, a literature review, theoretical analysis of mathematical models, methodologies and rules of time and capacity cost optimization is carried out. In the case of potential optimization, an analysis of the optimal choice of resource performance, potential through a literature example is achieved. In a second step, the cost-time optimization study is implemented through a realistic simulation, after a probabilistic analysis of time planning, in order to find the minimum possible time and the maximum possible time for the completion of a specific technical project, the improvement of the road section of the Larissa-Trikala road, I/K Terpsithea to A/K Rachoulas. The cost-time optimization study is achieved by the linear programming technique, which is also analyzed in the literature, through the use of software allowing the development of a model with a multitude of constraints capable of avoiding errors and which technique is superior to many other technical methodologies for a successful result in a wide range of test problems. Finally, useful conclusions are drawn in terms of optimal time selection, optimization-minimizing time and the costs saved by performing the task in this shorter time with the same quality characteristics and standards.

Keywords: optimization, cost, time, dynamic personnel, linear programming, probabilistic analysis, time scheduling

Ευχαριστίες

Εν πρώτοις, θα ήθελα εκ βάθους καρδιάς να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, τους φίλους, και το στενό περιβάλλον μου, για την συναισθηματική υποστήριξη, εμπιστοσύνη και στήριξη των επιλογών μου.

Τις ένθερμες ευχαριστίες μου, στον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής, κύριο Σεραφείμ Πολύζο για τις καθοριστικά σημαντικές επιστημονικές μεθόδους, πρακτικές και παρατηρήσεις που μου παρείχε, όλο το χρονικό διάστημα εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας.

Συγχρόνως, να εκφράσω εκ προοιμίου τις ευχαριστίες μου, στα υπόλοιπα δυο μέλη της επιστημονικής επιτροπής, αναφορικά με την συμβολή τους, κατά την διάρκεια παρουσίασης της εργασίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΕΙΣΑΓΩΓΗ, ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ, ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ, ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	10
1.1 ΣΚΟΠΟΣ – ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	10
1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΟ.....	10
1.3 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	11
1.3.1 ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΕΡΓΑ.....	11
1.3.2 ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ.....	12
1.3.2.1 ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT.....	12
1.3.2.2 ΔΙΚΤΥΩΤΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ.....	15
1.3.2.2.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΞΩΤΟΥ ΔΙΚΤΥΩΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ CPM – PERT.....	16
1.3.2.2.2 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΟΜΒΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ MPM.....	18
1.3.2.2.2.1 ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΛΛΗΛΟΥΧΙΑΣ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ MPM.....	18
1.3.2.2.3 ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ CPM – PERT ΓΙΑ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΕ ΤΕΧΝΙΚΟ ΕΡΓΟ.....	19
1.3.3 ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ.....	20
1.3.3.1 Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΠΡΟΟΔΟΥ – S.....	20
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΟΣΤΟΥΣ, ΧΡΟΝΟΥ, ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΤΑ ΤΕΧΝΙΚΑ ΕΡΓΑ.....	22
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΤΟΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΈΡΓΩΝ.....	22
2.2 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ.....	24
2.2.1 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ.....	24
2.2.1.1 ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	25
2.2.2 ΛΟΙΠΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ.....	26
2.2.3 Η ΜΕΘΟΔΟΣ SIMPLEX.....	27
2.2.3.1 Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ SIMPLEX.....	27
2.3 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΚΡΙΣΙΜΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ CCPM.....	29

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ ΣΤΑ ΤΕΧΝΙΚΑ
ΕΡΓΑ.....31**

3.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ, ΑΜΕΣΟ ΚΟΣΤΟΣ - ΈΜΜΕΣΟ ΚΟΣΤΟΣ - ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΕΡΓΟΥ.....	31
3.2	Η ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΑΝΑΓΚΗΣ ΓΙΑ ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΚΟΣΤΟΥΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ, ΣΕ ΤΕΧΝΙΚΟ ΕΡΓΟ.....	32
3.3	ΣΧΕΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ - ΧΡΟΝΟΥ ΤΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ.....	33
3.4	ΣΧΕΣΗ ΑΜΕΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ - ΧΡΟΝΟΥ, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΑΜΕΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ.....	34
3.5	ΣΧΕΣΗ ΕΜΜΕΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ - ΧΡΟΝΟΥ ΤΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ.....	36
3.6	ΣΧΕΣΗ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΧΡΟΝΟΥ, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ.....	37

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ ΣΤΑ ΤΕΧΝΙΚΑ
ΕΡΓΑ.....39**

4.1	ΑΙΤΙΕΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΧΡΟΝΟΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ, ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΕ ΤΕΧΝΙΚΟ ΕΡΓΟ.....	39
4.2	ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΕΝΟΣ ΤΕΧΝΙΚΟΥ ΕΡΓΟΥ.....	40
4.2.1	ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	40
4.2.2	ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ.....	43
4.2.2.1	ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ – GAUSS.....	46
4.2.2.2	ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΒΕΤΑ – ΒΗΤΑ.....	49
4.2.3	ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΕΝΟΣ ΤΕΧΝΙΚΟΥ ΕΡΓΟΥ.....	51
4.2.3.1	ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΟΡΙΟΥ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΤΗΝ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΕΧΝΙΚΟΥ ΕΡΓΟΥ.....	54

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΤΑ ΤΕΧΝΙΚΑ
ΕΡΓΑ.....58**

5.1	ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ.....	58
5.2	ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΚΑΘΟΡΙΣΜΕΝΟΥ ΧΡΟΝΟΥ.....	58
5.3	ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ.....	66
5.4	ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ...68	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΟΔΙΚΟ ΤΜΗΜΑ Ε.Ο ΛΑΡΙΣΑΣ - ΤΡΙΚΑΛΩΝ, Ι/Κ ΤΕΡΨΙΘΕΑΣ ΕΩΣ Α/Κ ΡΑΧΟΥΛΑΣ.....	69
6.1 ΤΕΧΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ.....	69
6.1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	69
6.1.2 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ.....	69
6.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ.....	76
6.3 ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ.....	77
6.4 ΜΕΛΕΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΟΣΤΟΥΣ – ΧΡΟΝΟΥ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ.....	93
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	 100

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1 Απλό διάγραμμα Gantt – δείχνει ένα έργο ισόγειας οικοδομής.....	12
Σχήμα 1.2 Διάγραμμα Gantt περιληπτικών δραστηριοτήτων ενός έργου κατασκευής..	13
Σχήμα 1.3 Διάγραμμα Gantt με κόστη ενός έργου διαμόρφωσης πλατείας.....	14
Σχήμα 1.4 Διασύνδεση σε ένα διάγραμμα Gantt.....	14
Σχήμα 1.5 Χρονικό περιθώριο μιας δραστηριότητας j.....	15
Σχήμα 1.6 Διάγραμμα Gantt με τα χρονικά περιθώρια των δραστηριοτήτων.....	15
Σχήμα 1.7 Αναπαράσταση δραστηριοτήτων κατά PERT/CPM.....	17
Σχήμα 1.8 Τοξωτό δικτυωτό γράφημα CPM/PERT.....	17
Σχήμα 1.9 Συμβολισμός κομβικού δικτυωτού γραφήματος.....	18
Σχήμα 1.10 Καμπύλη S σε συνθήκες χρονικά κανονικής πραγματοποίησης του έργου, επιτάχυνσης ή καθυστέρησης.....	21
Σχήμα 3.1 Σχέση κόστους – χρόνου.....	33
Σχήμα 3.2 Σχέση κόστους – χρόνου ενός έργου.....	34
Σχήμα 3.3 Σχέση άμεσου κόστους – χρόνου ενός έργου.....	34
Σχήμα 3.4 Σχέση έμμεσου κόστους – χρόνου ενός έργου.....	37
Σχήμα 3.5 Σχέση συνολικού κόστους – χρόνου ενός έργου.....	37
Σχήμα 4.1 Κατανομή πιθανότητας της διάρκειας μιας δραστηριότητας.....	43
Σχήμα 4.2 Καμπύλη κατανομή πιθανότητας.....	44
Σχήμα 4.3 Μη συμμετρικές, λοξές, κατανομές.....	46
Σχήμα 4.4 Γραφική παράσταση κανονικής κατανομής.....	47
Σχήμα 4.5 Διάγραμμα κανονικής κατανομής.....	47
Σχήμα 4.6 Κανονική κατανομή της διάρκειας μιας δραστηριότητας.....	48
Σχήμα 4.7 Τυπική κανονική συνάρτηση πυκνότητας.....	49
Σχήμα 4.8 Κανονική συνάρτηση πυκνότητα του $x_1 \leq X \leq x_2$	49
Σχήμα 4.9 Οι τρεις περιπτώσεις beta κατανομής.....	50
Σχήμα 4.10 Beta κατανομή.....	50
Σχήμα 4.11 Μορφές τυπικής κατανομής beta.....	51
Σχήμα 4.12 Αισιόδοξη εκτίμηση διάρκειας εργασίας.....	53
Σχήμα 4.13 Απαισιόδοξη εκτίμηση διάρκειας εργασίας.....	53
Σχήμα 4.14 Η συνάρτηση καμπύλης κατανομής στην περίπτωση της ανοιγμένης απόκλισης.....	55
Σχήμα 5.1.α Διάγραμμα Gantt στην περίπτωση χρονικού προγραμματισμού ενωρίτερης έναρξης.....	60
Σχήμα 5.1.β Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας χρονοπρογραμματισμού ενωρίτερης έναρξης.....	60
Σχήμα 5.2.α Διάγραμμα Gantt στην περίπτωση χρονικού προγραμματισμού βραδύτερης έναρξης.....	61
Σχήμα 5.2.β Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας χρονοπρογραμματισμού βραδύτερης.....	61
Σχήμα 5.3.α Διάγραμμα Gantt εξομαλυσμένου πόρου ανειδίκευτης εργασίας.....	64
Σχήμα 5.3.β Εξομαλυσμένος πόρος ανειδίκευτης εργασίας.....	65
Σχήμα 6.1 Αθροιστική πιθανότητα εκτέλεσης του έργου.....	93

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 4.1 Οι τιμές της πιθανότητας $P(x)$ για τις διάφορες τιμές της μεταβλητής ξ_x ..	56
Πίνακας 5.1 Δεδομένα του έργου παραδείγματος.....	59
Πίνακας 5.2 Απαιτήσεις πόρων του έργου παραδείγματος.....	59
Πίνακας 5.3 Συνοπτική ανάλυση χρόνων έναρξης, λήξης των δραστηριοτήτων.....	63
Πίνακας 5.4 Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας κατά την πρώτη δοκιμασία εξομάλυνσης.....	63
Πίνακας 5.5 Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας κατά την δεύτερη δοκιμασία εξομάλυνσης.....	63
Πίνακας 5.6 Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας κατά την τρίτη δοκιμασία εξομάλυνσης.....	64
Πίνακας 6.1 Υδραυλικά έργα, Αρτηρία, Τμήμα Α.....	72
Πίνακας 6.2 Υδραυλικά έργα, Αρτηρία, Τμήμα Β.....	73
Πίνακας 6.3 Υδραυλικά έργα, Αριστερή Παράπλευρος Τμήμα Α.....	73
Πίνακας 6.4 Υδραυλικά έργα, Αριστερή Παράπλευρος Τμήμα Β.....	74
Πίνακας 6.5 Υδραυλικά έργα, Δεξιά Παράπλευρος Τμήμα Α.....	74
Πίνακας 6.6 Υδραυλικά έργα, Δεξιά Παράπλευρος Τμήμα Β.....	75
Πίνακας 6.7 Διάγραμμα Gantt του έργου.....	110
Πίνακας 6.8 Δικτυωτό διάγραμμα του έργου.....	112
Πίνακας 6.9 Ελάχιστος δυνατός, πιθανότερος, μέγιστος δυνατός, αναμενόμενος χρόνος, διακύμανση κάθε δραστηριότητας.....	78
Πίνακας 6.10 Κατανομή Beta για την χρονική διάρκεια της κάθε δραστηριότητας..	79
Πίνακας 6.11 Δεδομένα και μεταβλητές της βελτιστοποίησης κόστους – χρόνου του έργου.....	95
Πίνακας 6.12 Στιγμιότυπα εφαρμογής.....	98
Πίνακας 6.13 Αποτελέσματα κόστους από την ελαχιστοποίηση της χρονικής διάρκειας του έργου.....	99
Πίνακας 7.1 Τελικά αποτελέσματα κόστους από την ελαχιστοποίηση του χρόνου του έργου.....	102

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

Εισαγωγή, Ιστορική αναδρομή, Σκοπός της διπλωματικής εργασίας, Βασικές έννοιες

1.1 Σκοπός – Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία, επικεντρώνεται στην βελτιστοποίηση κόστους, χρόνου, δυναμικού στα τεχνικά έργα. Σκοπό αποτελεί σε ένα πρώτο επίπεδο, η βιβλιογραφική ανασκόπηση, ανάλυση σε θεωρητικό υπόβαθρο πέραν των βασικών εννοιών, των πρακτικών μεθοδολογιών, μαθηματικών υποδειγμάτων κανόνων και παραδειγμάτων βελτιστοποίησης κόστους, χρόνου και δυναμικού. Ωστόσο ένα ρεαλιστικό τεχνικό έργο, αποτελείται από πληθώρα υποέργων και ο αριθμός των δραστηριοτήτων από τις οποίες απαρτίζεται το κάθε υποέργο είναι εξαιρετικά μεγάλος. Αντικείμενο σε ένα δεύτερο επίπεδο είναι η πραγματοποίηση μελέτης βελτιστοποίησης κόστους – χρόνου, μέσω μιας ρεαλιστικής προσομοίωσης σε ένα πραγματικό τεχνικό έργο, την βελτίωση του οδικού τμήματος Ε.Ο Λάρισας-Τρικάλων, Ι/Κ Τερψιθέας έως Α/Κ Ραχούλας. Στην συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης, εξετάζεται πώς επιδρά η μεταβολή και συγκεκριμένα η συντριβή, ελαχιστοποίηση του χρόνου αποπεράτωσης των δραστηριοτήτων του έργου στο κόστος αυτών, στο κόστος του έργου συνολικά και ποια είναι η βέλτιστη λύση. Ειδικότερα, όπως αναλύεται, όταν ένα έργο αποπερατώνεται σε λιγότερο χρόνο από το προγραμματιζόμενο, αυξάνεται το άμεσο κόστος αυτού και μειώνεται το έμμεσο κόστος του. Εξετάζεται, ποια είναι η βέλτιστη λύση, εις ότι αφορά την εξοικονόμηση κόστους όταν το έργο αποπερατώνεται σε λιγότερο χρόνο από το προγραμματιζόμενο υπό τις ίδιες συνθήκες ποιοτικών απαιτήσεων και προτύπων και ποια τα αποτελέσματα αυτού.

1.2 Ιστορικό

Με το πέρας της βιομηχανικής επανάστασης, αξιοσημείωτη υπήρξε η ανάπτυξη σε ότι αφορά το μέγεθος και την πολυπλοκότητα των οργανισμών. Μικρές και αυτόνομες επιχειρήσεις, σύντομα μετατράπηκαν σε μεγάλες ή ακόμα και στους σημερινούς ομίλους επιχειρήσεων και εταιρειών. Ένα μεγάλο τμήμα αυτής της ραγδαίας αλλαγής, αφορούσε τον σημαντικό καταμερισμό της εργασίας και την κατανομή των καθηκόντων και των ευθυνών διαχείρισης των επιχειρήσεων αυτών. Μέσω της εξειδίκευσης, δημιουργήθηκαν ζητήματα, τα οποία και σήμερα απασχολούν τις επιχειρήσεις, όπως η τάση ποικίλων δραστηριοτήτων ενός οργανισμού να αναπτύσσονται σε ανεξάρτητες τακτικές και μεθόδους, με δικά τους αυτοτελή κριτήρια και στόχους, που όμως συμπλέονται και αλληλοεπιδρούν με τους στόχους του συνόλου του οργανισμού και που αυτές οι δραστηριότητες μπορεί να αλληλοσυγκρούονται μεταξύ τους, με επιβλαβή αποτελέσματα, για την επιχείρηση. Η ανάγκη εύρεσης της καλύτερης δυνατής λύσης αυτών των προβλημάτων, άνοιξαν τον δρόμο για την λεγόμενη επιχειρησιακή έρευνα.

(Taha, 2016)

Ωστόσο οι ρίζες της επιχειρησιακής ερευνάς, αποδίδονται και συνδέονται χρονολογικά με τις απαρχές του 2^{ου} παγκοσμίου πολέμου. Υπήρξε επιτακτική η ανάγκη των στρατιωτικών υπηρεσιών, για μία κατανομή των ελάχιστων πόρων στις πολυάριθμες στρατιωτικές επιχειρήσεις, με έναν όσο τον δυνατόν αποτελεσματικότερο τρόπο. Ειδικότερα, ζητήθηκαν να αναπτυχθούν αποτελεσματικές μέθοδοι του τότε νεοανακαλυφθέντος εργαλείου ραντάρ, για να διαχειριστούν με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο, τις νηοπομπές και ανθυποβρυχιακές στρατιωτικές επιχειρήσεις, στις μάχες του Βορείου Ατλαντικού και Ειρηνικού Ωκεανού. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι έλαβαν την ονομασία «Επιχειρησιακή Έρευνα» από τον αγγλικό όρο «Operational Research». Μολονότι η εγκυρότερη των δύο ξενικών αυτών όρων ερμηνεία, είναι η «Λειτουργική Έρευνα», εξαιτίας της πρότερης χρήσης των συγκεκριμένων επιστημονικών αυτών μεθόδων στον στρατό, όπου οι κύριες λειτουργίες αποκαλούνται επιχειρήσεις, είχε ως επακόλουθο, την καθιέρωση του όρου «Επιχειρησιακή Έρευνα». (Hillier, Lieberman, 2021)

Με το τέλος του 2^{ου} παγκοσμίου πολέμου, η επιτυχία και η αποτελεσματικότητα της Επιχειρησιακής Έρευνας στις στρατιωτικές επιχειρήσεις, άνοιξε τον δρόμο για την εφαρμογή της και σε άλλα πεδία, πέραν των ενόπλων δυνάμεων. Με την Βιομηχανική έκρηξη που διαδέχθηκε τον πόλεμο, ζητήματα όπως η αυξανόμενη πολυπλοκότητα και η εξειδίκευση στις επιχειρήσεις, επανήλθαν. Είχε γίνει αντιληπτό, στους συμβούλους των επιχειρήσεων, οι περισσότεροι εκ των οποίων, είχαν υπηρετήσει και συμμετάσχει στον 2^ο παγκόσμιο πόλεμο στις στρατιωτικές ομάδες της Επιχειρησιακής Έρευνας, ότι τα ίδια ζητήματα που αντιμετώπιζαν τότε, καλούνταν να λύσουν και μετέπειτα, αλλά σε ένα διαφορετικό πλαίσιο. Η Επιχειρησιακή Έρευνα συνεπώς, καθιερώθηκε ως ένα επιστημονικό πεδίο, το οποίο αναπτύχθηκε σφόδρα ιδίως στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής, κατά την διάρκεια των δεκαετιών του 1950 και 1960, όπου αναπτύχθηκαν μέθοδοι και αλγόριθμοι οι οποίοι χρησιμοποιούνται και σήμερα. (Seymour, 2014)

1.3 Βασικές έννοιες

1.3.1 Γραμμικά έργα

Γραμμικά, καλούνται τα έργα που απαρτίζονται από μονάδες με επαναλαμβανόμενες εργασίες. Τα γραμμικά έργα, διακρίνονται σε δύο κατηγορίες. Σε αυτά, που από την αρχή έως το τέλος τους, προσδιορίζονται από μία σταθερή επανάληψη μιας ομάδας δραστηριοτήτων, όπως επί παραδείγματι πολυώροφα κτίρια με όμοιους ορόφους ή συγκροτήματα κατοικιών με πανομοιότυπες κατοικίες. Ως γραμμικά χαρακτηρίζονται και έργα εξαιτίας της γεωμετρικής τους διάταξης. Σε αυτά τα έργα, σε όλη την διάρκεια αποπεράτωσής τους, τα συνεργία που εκτελούν τις εργασίες – δραστηριότητες, προχωράνε σε μία σειρά, κατά μήκος ενός διαδρόμου, (Row – Right of Way). Τέτοια έργα είναι για παράδειγμα, τα σιδηροδρομικά έργα, τα έργα οδοποιίας, η κατασκευή των

οποίων, απαρτίζεται από συνεχόμενες εργασίες, που πρέπει να αποπερατώνονται, με καθορισμένη σειρά. (Yang, Ioannou, 2001)

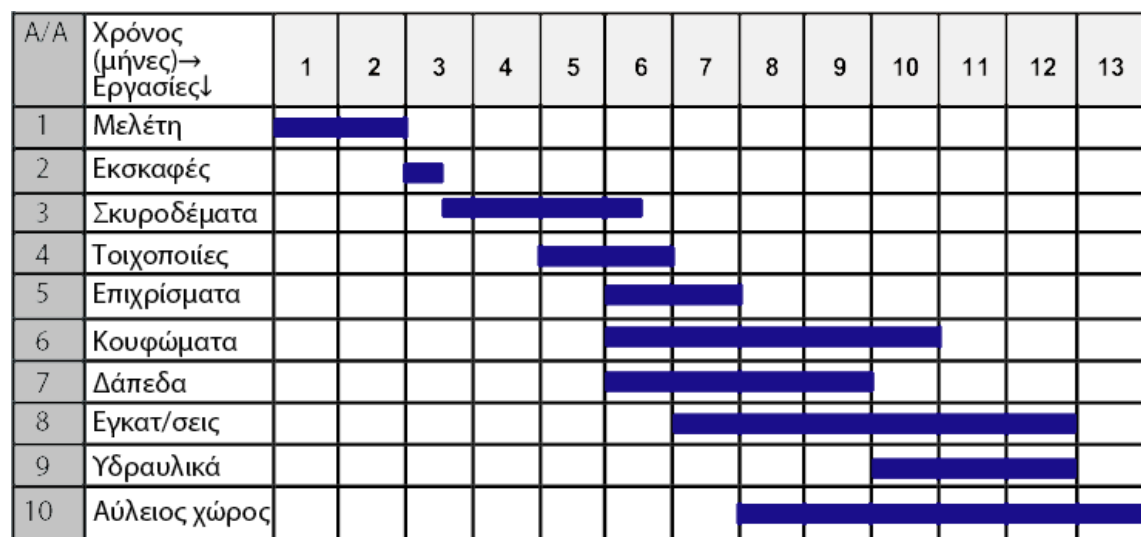
1.3.2 Χρονικός προγραμματισμός τεχνικών έργων

1.3.2.1 Το διάγραμμα Gantt

Το διάγραμμα Gantt, είναι ένα διάγραμμα προγραμματισμού έργου. Έλαβε το όνομά του από τον Αμερικάνο εφευρέτη του, μηχανικό και διοικητικό σύμβουλο H. Gantt¹, ο οποίος το ανέπτυξε την δεκαετία του 1910, κατά την διάρκεια του 1^{ου} Παγκοσμίου πολέμου. Το διάγραμμα Gantt στηρίζεται στην απεικόνιση, μέσω ευθύγραμμων τμημάτων, των δραστηριοτήτων – εργασιών ενός έργου. Κάθε ευθύγραμμο τμήμα, αντιστοιχεί σε μία δραστηριότητα – εργασία, το μήκος του οποίου ποικίλει ανάλογα με την χρονική διάρκεια πραγματοποίησης, της εργασίας αυτής.

Προκειμένου να συνταχθεί το διάγραμμα Gantt, χρειάζεται να γίνει πρώτα δομική ανάλυση του έργου σε επιμέρους υποέργα και δραστηριότητες, να προσδιοριστεί η χρονική διάρκεια αποπεράτωσης της εκάστοτε δραστηριότητας, το αντίστοιχο κόστος, καθώς επίσης και το αντίστοιχο δυναμικό που απαιτείται για αυτήν.

Ειδικότερα, δημιουργείται ένας πίνακας στον οποίο στην πρώτη κατακόρυφη στήλη, τοποθετούνται οι δραστηριότητες με τους αντίστοιχους κωδικούς τους και οριζοντίως αναπτύσσεται το ημερολόγιο του έργου, δηλαδή οι μονάδες μέτρησης του χρόνου (επί παραδείγματι σε ώρες, μέρες, εβδομάδες, μήνες, κ.λπ.), που ορίζουμε. Σε κάθε γραμμή, όπου αναγράφεται η δραστηριότητα με τον αντίστοιχο κωδικό της, σχεδιάζεται ένα ευθύγραμμο τμήμα (ράβδος), το μήκος του οποίου αντιστοιχεί στην χρονική διάρκεια της εργασίας – δραστηριότητας αυτής. Ακολούθως, παρουσιάζονται κάποια παραδείγματα διαγραμμάτων Gantt, σχήμα 1.1 και σχήμα 1.2. (Shtub, et al, 2014, Δημητριάδης, 2019)



Σχήμα 1.1 Απλό διάγραμμα Gantt – δείχνει ένα έργο ισόγειας οικοδομής

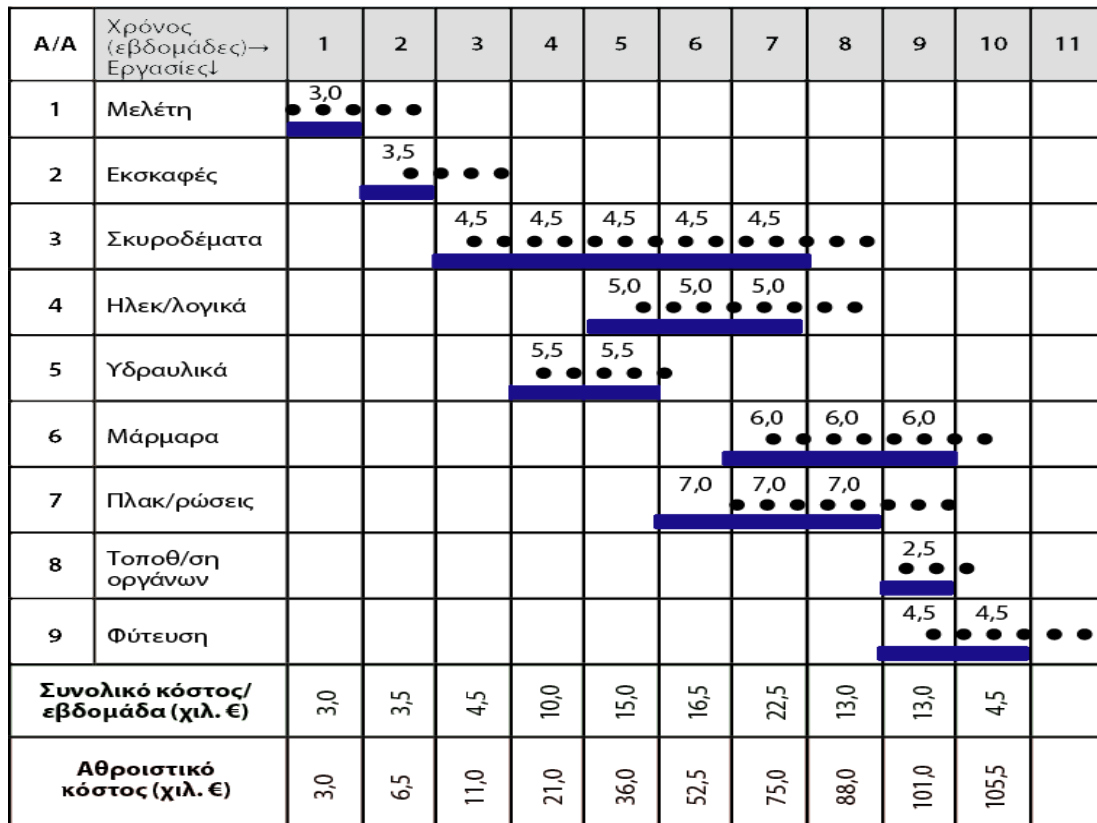
Στο διάγραμμα απεικονίζονται οι βασικές δραστηριότητες του έργου. Το μήκος κάθε οριζόντιου ευθύγραμμου τμήματος, ράβδου που αντιστοιχεί στην κάθε δραστηριότητα, δείχνει την χρονική της διάρκεια. Πηγή: Πολύζος, 2018, ιδία επεξεργασία

Περιγραφή δραστηριότητας	Δε. 1	Τρ. 2	Τε. 3	Πέ. 4	Πα. 5	Σά. 6	Κυ. 7	Δε. 8	Τρ. 9	Τε. 10	Πέ. 11	Πα. 12	Σά. 13	Κυ. 14	Δε. 15
1000 Θεμελίωση γκαράζ															
1001 Χάραξη θεμ. γκαράζ															
1002 Εκσκαφή θεμ. γκαράζ															
1003 Τσιμέντωση															
2000 Τοιχοποιία γκαράζ															
3000 Τοποθέτηση οροφής γκαράζ															
4000 Εγκατάσταση θυρών γκαράζ															

Σχήμα 1.2 Διάγραμμα Gantt περιληπτικών δραστηριοτήτων ενός έργου κατασκευής. Απεικονίζει τα ευθύγραμμα τμήματα – ράβδους, λευκές ράβδοι των επιμέρους δραστηριοτήτων, της κάθε βασικής δραστηριότητας. Πηγή: Burke, 2013

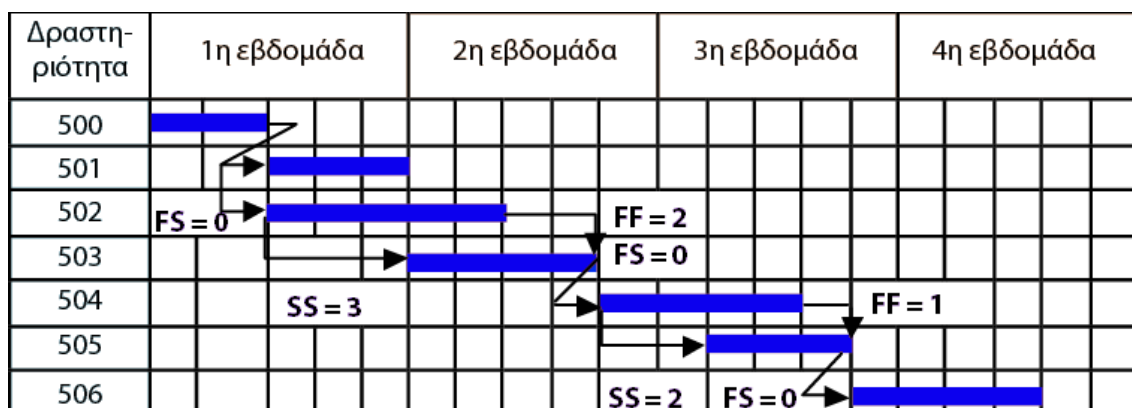
Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί, ότι μεμονωμένα μέσω ενός διαγράμματος Gantt, δεν μπορεί να επιτευχθεί βελτιστοποίηση ενός τεχνικού έργου με τον καλύτερο δυνατό σχεδιασμό κόστους, χρόνου και δυναμικού. Επιπροσθέτως, σε ένα πραγματικό σχεδιασμό, προγραμματισμό, κατασκευής ενός τεχνικού έργου, όπου ο αριθμός των υποέργων και των δραστηριοτήτων είναι πολύ μεγάλος, μέσω ενός διαγράμματος Gantt, είναι δύσκολο να εμφανιστεί η αλληλεξάρτηση των επιμέρους δραστηριοτήτων. Για αυτό η αλληλεπίδραση των εργασιών – δραστηριοτήτων σε ένα διάγραμμα Gantt, απεικονίζεται με βέλη σχήμα 1.4. Επιπλέον, συνήθως σε ένα τεχνικό έργο η χρονική διάρκεια εκτέλεσης των εργασιών του, δεν είναι αυτήν που αρχικά είχε προγραμματιστεί. Για τον λόγο αυτό, σε ένα διάγραμμα Gantt, μπορούν να συμπεριληφθούν, και τα χρονικά περιθώρια της εκάστοτε εργασίας- δραστηριότητας, σχήμα 1.5 και σχήμα 1.6. (Κοκκόσης, 2005, Πολύζος, 2018)

¹ Ο Henry Gantt, 1861 – 1919, ήταν Αμερικανός μηχανικός και διοικητικός σύμβουλος, ο οποίος εφηύρε το ομώνυμο διάγραμμα Gantt, όπου ανέπτυξε την δεκαετία του 1910. Το διάγραμμα αυτό, αποτελεί νευραλγικό βασικό εργαλείο της διαχείρισης έργων. Υπήρξε συνεργάτης του Taylor. Η δράση του συνέβαλε καθοριστικά στην ανάπτυξη του χρονικού προγραμματισμού και του ελέγχου των εργασιών των έργων, καθώς επίσης και του μοντέλου αμοιβής των εργαζομένων, καθώς πρότεινε το επίδομα παραγωγής (production bonus), διαφοροποιώντας την θέση του από τον συνεργάτη του Taylor, αναφορικά με το μοντέλο αμοιβών, δραστηριοποιούμενος αργότερα μόνος του, ως σύμβουλος επιχειρήσεων.



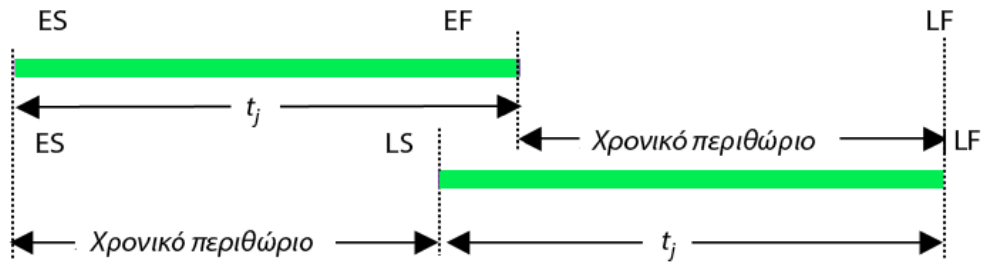
Σχήμα 1.3 Διάγραμμα Gantt με κόστη ενός έργου διαμόρφωσης πλατείας

Το διάγραμμα απεικονίζει, τις χρονικές καθυστερήσεις που συνέβησαν σε κάθε βασική δραστηριότητα του έργου, το κόστος της εκάστοτε δραστηριότητας, το συνολικό κόστος του έργου και επιπλέον το αθροιστικό κόστος αυτού για κάθε εβδομάδα. Πηγή: Πολύζος, 2018, ίδια επεξεργασία



Σχήμα 1.4 Διασύνδεση σε ένα διάγραμμα Gantt

Στο διάγραμμα αναπαρίστανται, οι χρονικές διάρκειες των εργασιών – δραστηριοτήτων ενός έργου αλλά και η μεταξύ τους αλληλεπίδραση με τις ακόλουθες σχέσεις: SS (start, αρχή – start, αρχή), FF (finish, τέλος – finish, τέλος) και FS (finish, τέλος – start, αρχή) (S = start, αρχή F = finish, τέλος), όπου η αρχή ή το τέλος μιας εργασίας – δραστηριότητας συνδέεται με την αρχή ή το τέλος μιας εκ των προγενέστερων εργασιών. Πηγή: Πολύζος, 2018, ίδια επεξεργασία



Σχήμα 1.5 Χρονικό περιθώριο μιας δραστηριότητας j

Στο σχήμα απεικονίζονται τα χρονικά περιθώρια μιας δραστηριότητας j, χρονικής διάρκειας t_j όπου ES, EF, η ενωρίτερη δυνατή έναρξη της δραστηριότητας j και το ενωρίτερο δυνατό τέλος αντίστοιχα και LS, LF η βραδύτερη δυνατή έναρξη και το βραδύτερο δυνατό τέλος αυτής. Συνεπώς, το συνολικό χρονικό περιθώριο της εργασίας, θα ισούται: Περιθώριο = LF - EF ή LS - ES. Πηγή: Πολύζος, 2018, ίδια επεξεργασία

Αριθμός δραστηριότη.	Δε. 1	Τρ. 2	Τε. 3	Πέ. 4	Πα. 5	Σά. 6	Κυ. 7	Δε. 8	Τρ. 9	Τε. 10
100	■	■								
200			■	■	■	■				
300						■	■	■	■	
400			■	■	■	■	■			
500					■	■	■	■	■	
600									■	■

Σχήμα 1.6 Διάγραμμα Gantt με τα χρονικά περιθώρια των δραστηριοτήτων

Στο διάγραμμα παρουσιάζονται τα χρονικά περιθώρια, με διακεκομμένες γραμμές, των εργασιών – δραστηριοτήτων ενός έργου, δηλαδή η περίπτωση κάποιες εργασίες να ολοκληρωθούν μεταγενέστερα. Πηγή: Burke, 2014

1.3.2.2 Δικτυωτός προγραμματισμός έργου

Στα τέλη της δεκαετίας του 1950 και στις αρχές του 1960, στο προγραμματισμό κατασκευής των έργων, αναπτύχθηκε η δικτυωτή ανάλυση (network analysis) ή αλλιώς όπως καθιερώθηκε ο δικτυωτός προγραμματισμός. Ειδικότερα, αναπτύχθηκαν τεχνικές μέθοδοι τοξωτού δικτυωτού γραφήματος (activity on arrow network), η CPM, Critical Path Method, Μέθοδος Κρίσιμης Διαδρομής και η PERT, Program Evaluation and Review Technique, Τεχνική Αξιολόγησης και Αναθεώρησης Προγράμματος, οι οποίες αναπτύχθηκαν ιδίως στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής, καθώς επίσης και τεχνικές μέθοδοι κομβικού δικτυωτού γραφήματος (activity on node network), όπως η MPM Metra Potential Method Μέθοδος Δυνητικού Μέτρων, η οποία αναπτύχθηκε στην Γαλλία και εφαρμοζόταν περισσότερο στην Ευρώπη. (Πολύζος, 2018, Δημητριάδης, 2019)

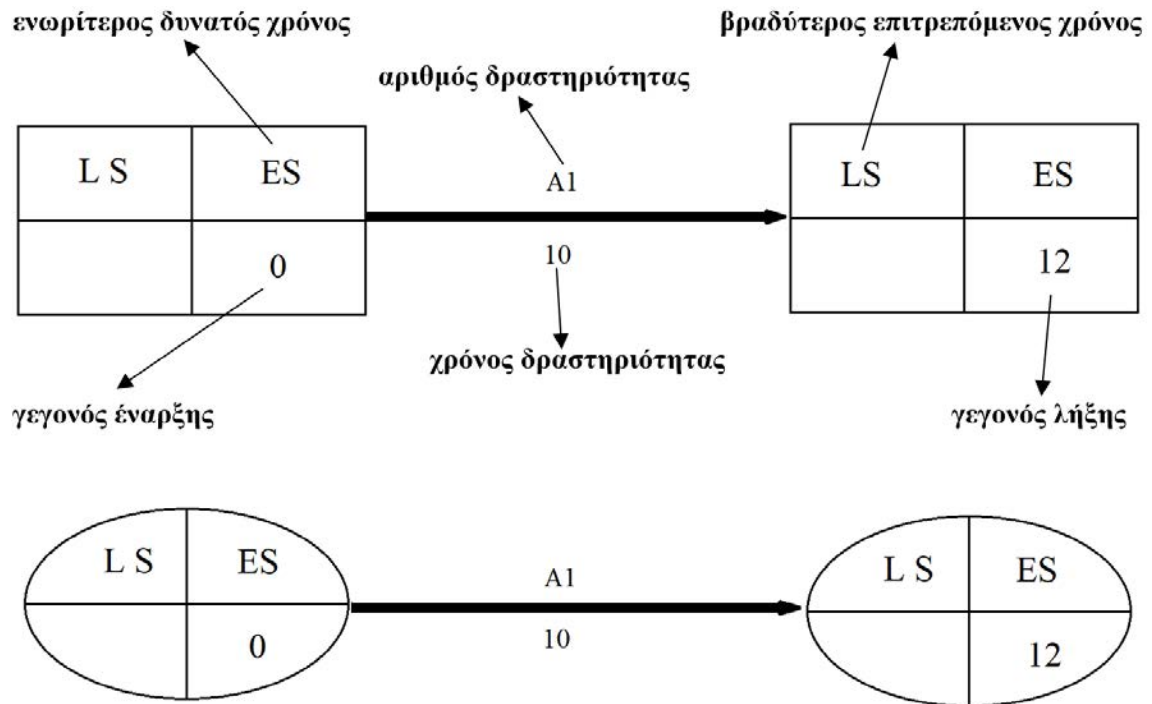
1.3.2.2.1 Στοιχεία τοξωτού δικτυωτού προγραμματισμού CPM – PERT

Τα δικτυωτά γραφήματα των τεχνικών CPM και PERT, καλούνται τοξωτά, καθότι οι δραστηριότητες αναπαρίστανται με βέλη και οι βασικές πληροφορίες αυτών περιλαμβάνονται στα βέλη. Η εκάστοτε δραστηριότητα, συνεπάγεται πραγματοποίηση μιας εργασίας που χρειάζεται κάποιο χρόνο ανεξαρτήτως του αντίστοιχου κόστους, δυναμικού, υλικών και μηχανημάτων. Επιπλέον η κάθε δραστηριότητα, ξεκινάει με ένα γεγονός έναρξης και τελειώνει με ένα γεγονός λήξης, όπου **γεγονός** είναι η οποιαδήποτε χρονική στιγμή κατά την διάρκεια πραγματοποίησης του έργου και απεικονίζεται με ένα τετράγωνο σχήμα, διαιρεμένο σε τέσσερα άλλα ίσα μεταξύ τους τετράγωνα ή με ένα ελλειψοειδές σχήμα διαιρεμένο σε τέσσερα άλλα ίσα τμήματα. Η αρίθμηση του γεγονότος, τύπος γεγονότος, αναγράφεται στο κάτω δεξιό τετράγωνο, παραδείγματος χάρι, 0 ως γεγονός έναρξης, σχήμα 1.7. (Harvey, Neil, 2022)

Πλασματική ή αλλιώς μηδενική δραστηριότητα – εργασία, είναι η εργασία μηδενικής χρονικής διάρκειας. Επί παραδείγματι, όταν σε ένα έργο υπάρχουν δύο υποέργα, όπου για μία δραστηριότητα καθενός από αυτά, χρειάζεται το ίδιο μηχάνημα και δεν υπάρχει δεύτερο, για να ξεκινήσει η δραστηριότητα του ενός υποέργου θα πρέπει πρώτα να ολοκληρωθεί η δραστηριότητα του πρώτου που απαιτεί το ίδιο μηχάνημα. Αυτές οι δύο δραστηριότητες, θα συνδεθούν μεταξύ του με μία πλασματική δραστηριότητα.

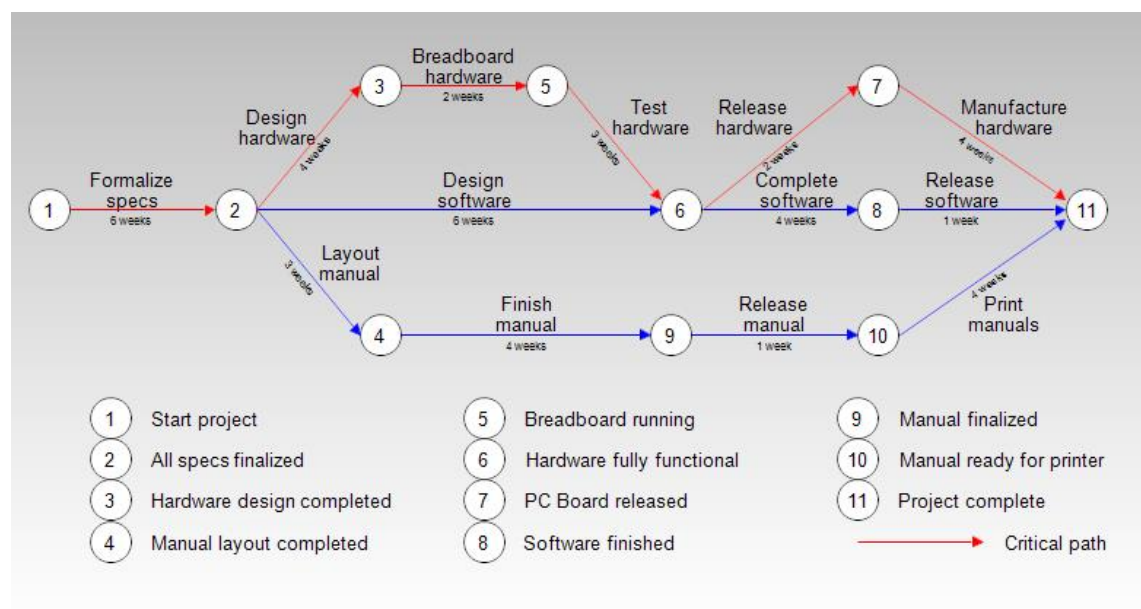
Δρομολόγιο, καλείται η εκάστοτε διαδρομή που ακολουθεί την φορά των βελών. **Αναμενόμενος χρόνος** ενός γεγονότος ή αλλιώς **ενωρίτερος δυνατός χρόνος ES Early Start**, καλείται ο χρόνος κατά τον οποίο πραγματοποιείται το γεγονός και σημειώνεται στο πάνω δεξιό τετράγωνο. Ως **οριακός χρόνος** ενός γεγονότος ή αλλιώς **βραδύτερος επιτρεπόμενος χρόνος** καλείται ο βραδύτερος δυνατός χρόνος αποπεράτωσής του, **LS Late Start**, χωρίς να υπάρξει καμία μεταβολή στον συνολικό χρόνο πραγματοποίησης του έργου. Σημειώνεται, στο άνω αριστερό τμήμα, απεικόνισης του γεγονότος. Υπάρχει περίπτωση, σε ένα γεγονός ο οριακός χρόνος εκτέλεσης του να ισοδυναμεί με τον αναμενόμενο χρόνο, δηλαδή η διακύμανση ή αλλιώς το χρονικό περιθώριο να είναι μηδέν. (Mubarak, 2019, Harvey, Neil, 2022)

Διακύμανση χρόνου ή αλλιώς **χρονικό περιθώριο** ενός γεγονότος είναι η διαφορά του βραδύτερου επιτρεπόμενου χρόνου μείον τον ενωρίτερο δυνατό χρόνο αυτού. Οι δραστηριότητες, στις οποίες τα γεγονότα έναρξης και λήξης έχουν μηδενικό περιθώριο, καλούνται **κρίσιμες δραστηριότητες** και η κάθε διαδρομή, δρομολόγιο το οποίο αποτελείται από κρίσιμες δραστηριότητες καλείται **κρίσιμο δρομολόγιο**. Τέλος πάνω από το βέλος, αναγράφεται ο αριθμός ή ο κωδικός της δραστηριότητας και κάτω από αυτό, σημειώνεται ο χρόνος αυτής. (Ming, Abourizk, 2000, Mubarak, 2019)



Σχήμα 1.7 Αναπαράσταση δραστηριοτήτων κατά PERT/CPM

Η αναπαράσταση της εκάστοτε δραστηριότητας κατά την μέθοδο CPM, πραγματοποιείται με την χρήση βέλους και δύο τετραγώνων ή ελλείψεων, που χωρίζονται σε τέσσερα μεταξύ τους ίσα τμήματα. Στην απεικόνιση, αναγράφονται σε κάθε τετράγωνο – έλλειψη, ο ενωρίτερος δυνατός χρόνος, ο βραδύτερος επιτρεπόμενος χρόνος του κάθε γεγονότος, το γεγονός έναρξης και λήξης, ο αριθμός της δραστηριότητας, καθώς και ο χρόνος αυτής. Πηγή: Ιδία επεξεργασία



Σχήμα 1.8 Τοξωτό δικτυωτό γράφημα CPM/PERT

Τοξωτό δικτυωτό γράφημα (activity on arrow network), στο οποίο οι δραστηριότητες παρουσιάζονται με βέλη. Πηγή: https://www.rff.com/pert_hardware.php

1.3.2.2.2 Στοιχεία κομβικού δικτυωτού προγραμματισμού MPM

Τα δικτυωτά γραφήματα, των τεχνικών μεθόδων τύπου MPM, καλούνται κομβικά καθότι οι βασικές πληροφορίες αυτών, εμπεριέχονται στους κόμβους τους. Οι δραστηριότητες του έργου αναπαρίστανται με κόμβους. Τα βέλη δεν απεικονίζουν τις δραστηριότητες, αλλά τις σχέσεις, ανάμεσα στις δραστηριότητες και η αλληλουχία τους αναπαρίσταται με βέλη. Οι κόμβοι είναι οι δραστηριότητες και τα βέλη η αλληλουχία αυτών, σχήμα 1.9

Δραστηριότητα	Κωδικός	Διάρκεια
ES Ενωρίτερος χρόνος αρχής	EF Ενωρίτερος χρόνος λήξης	TF ή R _t Συνολικό χρονικό περιθώριο
LS Βραδύτερος χρόνος αρχής	LF Βραδύτερος χρόνος λήξης	FF ή R _f Ελεύθερο χρονικό περιθώριο

Σχήμα 1.9 Συμβολισμός κομβικού δικτυωτού γραφήματος. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Οι πληροφορίες που εμπεριέχονται εντός των τετραγωνιδίων του κόμβου είναι οι ακόλουθες:

- ❖ Το όνομα ή ο κωδικός της εργασίας.
- ❖ Η χρονική διάρκεια της εργασίας.
- ❖ ES = Ο ενωρίτερος δυνατός χρόνος έναρξης της εργασίας.
- ❖ EF = Ο ενωρίτερος δυνατός χρόνος λήξης της εργασίας.
- ❖ LS = Ο βραδύτερος επιτρεπόμενος χρόνος έναρξης της εργασίας.
- ❖ LF = Ο βραδύτερος επιτρεπόμενος χρόνος λήξης της εργασίας.
- ❖ TF = Το ολικό, συνολικό χρονικό περιθώριο της εργασίας.
- ❖ FF = Το ελεύθερο χρονικό περιθώριο της εργασίας.

(Adeli, Karim, 2001, Harvey, Neil, 2022)

1.3.2.2.2.1 Σχέσεις αλληλουχίας των δραστηριοτήτων MPM

Στα κομβικά δικτυωτά γραφήματα MPM, παρέχεται η δυνατότητα περιγραφής, περίπλοκων αλληλοσυνδέσεων, μεταξύ των εργασιών του έργου. Ειδικότερα:

- α) Σχέσεις αλληλουχίας Αρχής – Αρχής (Start – Start), SS_{ik} μεταξύ δύο δραστηριοτήτων i , k . Χρειάζεται να διέλθει χρόνος SS_{ik} μετά την έναρξη της i για να ξεκινήσει η δραστηριότητα k .
- β) Σχέσεις αλληλουχίας Τέλους – Τέλους (Finish – Finish), FF_{ik} , μεταξύ δύο δραστηριοτήτων i , k . Απαιτείται να προηγηθεί χρόνος FF_{ik} , μετά το τέλος της i για να τελειώσει και η εργασία k .
- γ) Σχέσεις αλληλουχίας Τέλους – Αρχής (Finish - Start), FS_{ik} , μεταξύ δύο δραστηριοτήτων i , k . Μετά το τέλος της δραστηριότητας i , θα πρέπει να περάσει χρόνος FS_{ik} , για να αρχίσει η k .
- δ) Σχέσεις αλληλουχίας Αρχής – Τέλους (Start – Finish), SF_{ik} , μεταξύ δύο δραστηριοτήτων - εργασιών i , k . Μετά την εργασία i χρειάζεται να περάσει χρόνος SF_{ik} , για να τελειώσει η μεταγενέστερη εργασία k .
- ε) Σχέσεις αλληλουχίας Αρχής – Αρχής (Start – Start) και Τέλους – Τέλους (Finish – Finish). Μεταξύ δύο εργασιών i , k είναι πολύ πιθανό, να υπάρχουν συγχρόνως, περισσότερες της μίας σχέσεις αλληλουχίας. Συγκεκριμένα, πρέπει να παρέλθει χρόνος SS_{ik} , μετά την έναρξη της δραστηριότητας i , για να αρχίσει η μεταγενέστερη δραστηριότητα k , αλλά η k δεν μπορεί να τελειώσει, εάν δεν παρέλθει χρόνος FF_{ik} από το πέρας της i . (Adeli, Karim, 2001, Gordon, Lockyer, 2005)

1.3.2.2.3 Διαφορά προσέγγισης CPM – PERT για την βελτιστοποίηση χρονικού προγραμματισμού σε τεχνικό έργο

Η ειδοποιός διαφορά, μεταξύ της μεθόδου τοξωτού δικτυωτού προγραμματισμού CPM, με την αντίστοιχη μέθοδο PERT, έγκειται στην προσέγγιση που εισάγει η καθεμία από αυτές, εις ότι αφορά τον χρονικό προγραμματισμό του έργου, την εκτίμηση της χρονικής διάρκειας του κάθε υποέργου και της εκάστοτε δραστηριότητας και εν συνεχεία στην επιλογή της βέλτιστης λύσης.

Η μέθοδος CPM, περιβάλλει την ντετερμινιστική προσέγγιση, η οποία αγνοεί την αβεβαιότητα, τυχαιότητα στο χρόνο εκτέλεσης της κάθε δραστηριότητας – εργασίας του έργου και καταλήγει σε μία καθορισμένη βαθμολογικά, αριθμητικά εκτίμηση. Ωστόσο, η προσέγγιση αυτήν, μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση όπου υπάρχουν διαθέσιμα εμπειρικά δεδομένα, αναφορικά με την χρονική διάρκεια εκτέλεσης της εκάστοτε δραστηριότητας του υπό εξέταση έργου, από άλλα όμοια έργα του παρελθόντος. Λαμβάνει δηλαδή υπόψιν, ότι η μεταβλητότητα του χρόνου πραγματοποίησης της κάθε δραστηριότητας του έργου, είναι αμελητέα σε σχέση με την ίδια δραστηριότητα του αντίστοιχου έργου, στο παρελθόν και εκτιμάται από την μέση τιμή του χρόνου που χρειάστηκε για την αποπεράτωσή της στο παρελθόν.

Σε αντίθεση, η μέθοδος PERT εισάγει την στοχαστική - πιθανοτική προσέγγιση η οποία λαμβάνει υπόψη τα πιθανοτικά χρονικά στοιχεία του έργου. Αυτό συμβαίνει επειδή στην πραγματικότητα, υπάρχουν περιπτώσεις κατά τις οποίες, οι χρόνοι πραγματοποίησης των εργασιών – δραστηριοτήτων του έργου, δεν είναι γνωστοί από πριν και δεν μπορούν να υπολογιστούν με μεγάλη ακρίβεια, είτε διότι κατά τον προγραμματισμό ενός έργου οι εργασίες είναι νέες και συνεπώς υπάρχει αβεβαιότητα

στον καθορισμό του χρόνου αποπεράτωσης τους, είτε επειδή υπάρχουν έργα που η εκτέλεσή τους εκτίθεται περισσότερο σε αστάθμητους εξωγενείς παράγοντες και υπόκεινται σε κινδύνους και αβεβαιότητες. Κατ' αυτό τον τρόπο, στην πιθανοτική προσέγγιση εκτιμάται, σε κάποιες των περιπτώσεων τόσο η αναμενόμενη διάρκεια εκτέλεσης της κάθε εργασίας όσο κυρίως η αντίστοιχη διακύμανση αυτής και εν συνεχεία μέσω της αθροιστικής πιθανότητας, η οποία θα αναλυθεί σε προσεχές κεφάλαιο, η πιθανοτική χρονικά περάτωση του συνόλου, του έργου – project.

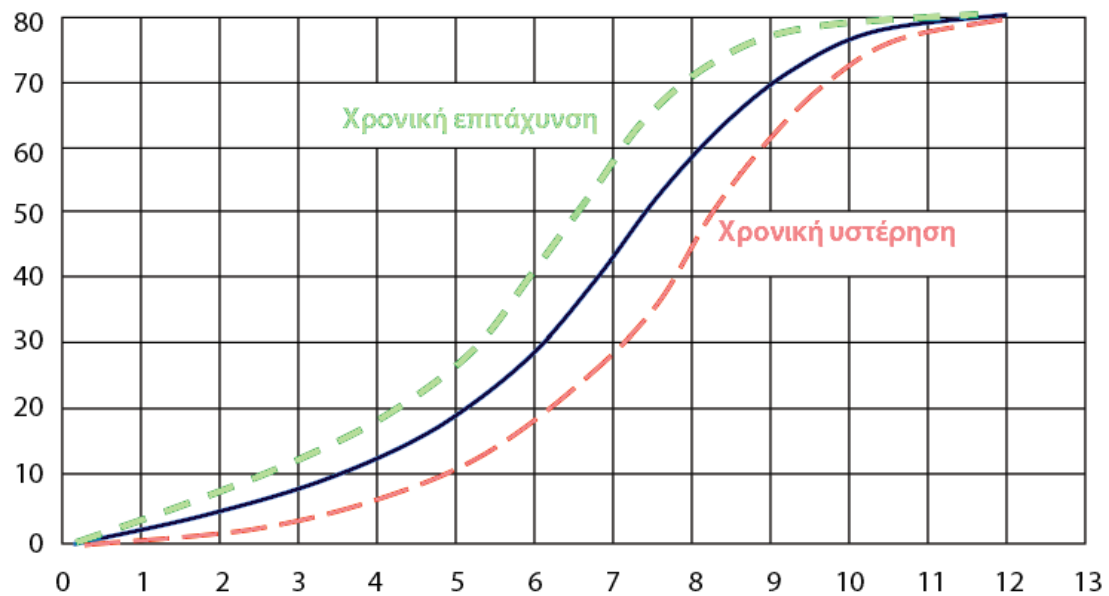
Οι ίδιες προσεγγίσεις, ντετερμινιστική και στοχαστική – πιθανοτική αντίστοιχα, χρησιμοποιούνται και κατά τον οικονομικό προγραμματισμό του έργου, για την εκτίμηση του κόστους της κάθε εργασίας του έργου, τον προϋπολογισμό και εν συνεχεία την εκτίμηση και τον υπολογισμό του συνολικού κόστους του έργου, με τα αντίστοιχα οικονομικά στοιχεία, κόστη, κτλ. (Walpole, et al., 2011, Shtub, et al., 2014)

1.3.3 Οικονομικός προγραμματισμός τεχνικών έργων

1.3.3.1 Η καμπύλη προόδου - S

Εάν σε ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων, στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζεται το προγραμματιζόμενο κόστος, του υπό εκτέλεση έργου και στον οριζόντιο άξονα ο εν αντιστοιχία ισοδύναμος χρόνος, αποτυπώνεται διαγραμματικά η σχέση του συνολικού ή σωρευτικού κόστους του έργου, ανά χρονική περίοδο και τότε προκύπτει μία καμπύλη, η οποία καλείται καμπύλη S (Curve S) ή καμπύλη προόδου, καθότι κατά κανόνα το σχήμα της παίρνει την μορφή S. Εάν χρονικά υπάρξει επιτάχυνση, κατά την εκτέλεση του έργου, τότε η καμπύλη S ή η καμπύλη προόδου, μετατοπίζεται προς τα αριστερά. Στην περίπτωση όμως, που συμβεί κάποια καθυστέρηση κατά την πραγματοποίηση του έργου, η καμπύλη προόδου ή η καμπύλη S, μετατοπίζεται προς τα δεξιά, σχήμα 1.10

Ωστόσο, η καμπύλη S ή καμπύλη προόδου, επειδή χρησιμοποιείται για την ανάλυση και πρόβλεψη των χρηματοροών (cash flow) κατά τον οικονομικό προγραμματισμό ενός έργου, μπορεί εκτός από το να αναπαριστά τα έξοδα, τις αρνητικές χρηματοροές του έργου, να αναπαριστά και τα έσοδα, θετικές χρηματοροές αυτού. (Mubarak, 2019, Lester, 2021)



Σχήμα 1.10 Καμπύλη S σε συνθήκες χρονικά κανονικής πραγματοποίησης του έργου, επιτάχυνσης ή καθυστέρησης

Υπάρχει περίπτωση για διοικητικούς λόγους διαχείρισης, να πραγματοποιηθεί χρονικά, επιτάχυνση ή καθυστέρηση στην αποπεράτωση κάποιων εργασιών του έργου. Πηγή: Πολύζος, 2018

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Μέθοδοι βελτιστοποίησης κόστους, χρόνου, δυναμικού στα τεχνικά έργα

2.1 Εισαγωγή στην Βελτιστοποίηση και τον Μαθηματικό Προγραμματισμό κατασκευής Τεχνικών Έργων

Κύριο αντικείμενο της επιστήμης του μηχανικού, είναι ο σχεδιασμός και η κατασκευή έργων, δρόμοι, γέφυρες, κτήρια, αεροδρόμια, λιμάνια, κ.λπ. Η συνεχής πρόοδος της τεχνολογίας, συνέβαλε και συμβάλει καθοριστικά, στην αύξηση των απαιτήσεων ασφάλειας και εν γένει των λειτουργικών και ποιοτικών απαιτήσεων των έργων. Ωστόσο, στις κατασκευαστικές, μελετητικές εταιρείες, ζητούμενο δεν αποτελεί μόνο αυτό, αλλά ο σχεδιασμός και η κατασκευή ενός συστήματος - έργου με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο.

Ως βέλτιστος, ορίζεται ο σχεδιασμός που ικανοποιεί τις λειτουργικές προδιαγραφές, τις ποιοτικές απαιτήσεις του έργου, ελαχιστοποιώντας ή μεγιστοποιώντας συγχρόνως συγκεκριμένα κριτήρια. Μέσω της βελτιστοποίησης σε ένα πρόβλημα, επιτυγχάνεται η εύρεση ενός συνδυασμού ανεξάρτητων μεταβλητών, οι οποίες παίρνουν πραγματικές ή ακέραιες τιμές και ονομάζονται παράμετροι ή μεταβλητές (variables), προκειμένου να βελτιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση (objective function). Συχνά, τα προβλήματα βελτιστοποίησης, υπόκεινται σε κάποιους περιορισμούς, το εύρος δηλαδή εντός του οποίου κινούνται οι μεταβλητές, το οποίο καθορίζει και τον χώρο αναζήτησης αλλά και μέσω άλλων συναρτήσεων περιορισμού, οι οποίες ορίζουν τον χώρο των αποδεκτών λύσεων του προβλήματος. Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης έργου, περιορισμοί μπορεί να είναι το διαθέσιμο προσωπικό, τα διαθέσιμα απαιτούμενα μηχανήματα, οχήματα, υλικά, οι τιμές χρηματοδότησης. κ.α. (Καρλαύτης, Λαγαρός, 2010)

Ο μαθηματικός προγραμματισμός, χρησιμοποιείται ακριβώς για την επίλυση προβλημάτων, όπου υπάρχουν τα παραπάνω περιορισμένα μέσα και πόροι σε εναλλακτικές και πολλές φορές ανταγωνιστικές δραστηριότητες, για την εκπλήρωση ενός στόχου και ζητείται ο καθορισμός του τρόπου, με τον οποίο χρησιμοποιούνται τα μέσα αυτά, προκειμένου να αριστοποιείται δηλαδή να μεγιστοποιείται ή να ελαχιστοποιείται μία ή και περισσότερες συναρτήσεις επιλογής - στόχου. Η ύπαρξη περιορισμών, έγκειται τόσο στα διαθέσιμα μέσα και πόρους, όσο και στις απαραίτητες στάθμες της εκάστοτε δραστηριότητας, σε βαθμό όμως που να μην αποκλείσουν εντελώς έναν τρόπο ενέργειας, αλλά να αφήνουν τα περιθώρια για περισσότερες της μίας εναλλακτικές δραστηριότητες. (Πολύζος, 2017)

Βελτιστοποίηση ενός κριτηρίου (maximize or minimize)
υπό τους περιορισμούς /τις συνθήκες (subject to)

Κατά την διαδικασία βελτιστοποίησης ενός προβλήματος ακολουθείται διαδοχικά η εξής σειρά βημάτων

1. Αναγνώριση του προβλήματος και συλλογή πληροφοριών, δεδομένων από το πραγματικό περιβάλλον.

2. Ανάπτυξη και διατύπωση του μαθηματικού προτύπου που αντανακλά την πραγματική λειτουργία του έργου.
3. Επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου - αλγόριθμος βελτιστοποίησης.
4. Εφαρμογή και αξιολόγηση της προτεινόμενης επιλογής – λύσης.

Η μαθηματική έκφραση, ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, εμπεριέχει τον ορισμό των μεταβλητών σχεδιασμού του έργου, την σχέση μεταξύ των μεταβλητών, τον ορισμό της προς βελτιστοποίηση συνάρτησης και τον καθορισμό των περιορισμών του προβλήματος. Συχνά η διαδικασία ολοκληρώνεται μέσω ενός αλγόριθμου βελτιστοποίησης και η λύση ακολουθείται με ανάλυση ευαισθησίας, (sensitivity analysis) των τιμών της. (Καρλαύτης, Λαγαρός, 2010)

Διεξοδικότερα τα κύρια χαρακτηριστικά γνωρίσματα ενός υποδείγματος μαθηματικού προγραμματισμού είναι τα ακόλουθα:

- ❖ Υπάρχει ένα σύνολο δραστηριοτήτων, (activities set), ($I = 1, 2, 3, \dots, n$). Οι δραστηριότητες αυτές, μπορεί να σχετίζονται με την παραγωγή προϊόντων, την παροχή υπηρεσιών κ.α. Η κάθε δραστηριότητα $i \in I$ αντιστοιχεί σε μία μεταβλητή (variable), η οποία ονομάζεται αλλιώς και μεταβλητή απόφασης (decision variable) ή άγνωστη μεταβλητή y και που ο καθορισμός της οποίας, κατά την επίλυσή ενός προβλήματος μαθηματικού προγραμματισμού, δείχνει το μέγεθος της αποπεράτωσης ή παραγωγής της δραστηριότητας i .
- ❖ Υπάρχει ένα σύνολο οικονομικών πόρων ή μέσων, (set of resources) $J = 1, 2, 3, \dots, n$, οι οποίοι είναι οι παραγωγικοί συντελεστές, συντελεστές παραγωγής, όπως οι απαιτούμενες πρώτες ύλες, το ανθρώπινο δυναμικό, οι εργατοώρες, τα μηχανήματα και τα εργαλεία, οι χώροι και τα κτίρια εγκατάστασης και αποθήκευσης, κ.λπ., τα οποία είναι διαθέσιμα σε περιορισμένες, καθορισμένες ποσότητες για την αποπεράτωση των εργασιών - δραστηριοτήτων. Για κάθε παραγωγικό συντελεστή $j \in J$ υπάρχει μια σταθερά, η περιοριστική σταθερά a_j (constrained constant), η οποία εκφράζει την διαθέσιμη ποσότητα του εκάστοτε παραγωγικού συντελεστή. Επιπροσθέτως, στον κάθε συντελεστή αντιστοιχεί και μια περιοριστική συνάρτηση ή συνάρτηση περιορισμού (constrained function) που συνδέεται με την περιοριστική σταθερά a_j με τις ακόλουθες σχέσεις $\geq, =, \leq$. Οι παραπάνω αυτές περιοριστικές σχέσεις καλούνται τεχνολογικοί περιορισμοί (technological constraints) καθότι μέσω αυτών εκφράζονται οι διάφορες τεχνολογικές σχέσεις παραγωγής.
- ❖ Υπάρχει ένα κενό σύνολο αντικειμενικών συναρτήσεων (objective function). Στον μαθηματικό προγραμματισμό επιζητείται η αριστοποίηση, η βελτιστοποίηση δηλαδή η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση των αντικειμενικών αυτών συναρτήσεων. Όταν σε ένα πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού η αντικειμενική συνάρτηση είναι μία, όπως γίνεται συχνά τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα μονοκριτηριακού μαθηματικού προγραμματισμού (single objective mathematical programming). (Πολύζος, 2017)

2.2 Τεχνικές Βελτιστοποίησης

Τα υποδείγματα βελτιστοποίησης, διακρίνονται σε δύο κατηγορίες. Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς, κατά την οποία αναζητείται το βέλτιστο για όλες τις μεταβλητές της αντικειμενικής συνάρτησης και βελτιστοποίηση με περιορισμούς όπου οι μεταβλητές εμπεριέχονται εντός μια συγκεκριμένης περιοχής.

Οι τεχνικές της βελτιστοποίησης, οι οποίες στηρίζονται στις αρχές του μαθηματικού προγραμματισμού, δηλαδή αναλόγως τις διάφορες μορφές που παίρνουν η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιοριστικές συναρτήσεις, είναι οι εξής: ο Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming), ο Μη Γραμμικός Προγραμματισμός (Non Linear Programming), ο Αμιγής Ακέραιος Προγραμματισμός (Pure integer programming), ο Μικτός Ακέραιος Προγραμματισμός (Mixed integer programming), ο Γεωμετρικός Προγραμματισμός (Geometric Programming), ο Δυναμικός Προγραμματισμός (Dynamic Programming).

Τις τελευταίες δεκαετίες, έχει αναπτυχθεί μια πληθώρα μεθοδολογιών βελτιστοποίησης αποτελεσματικών αλγόριθμων, για την επίλυση προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού, ακόμη και στην περίπτωση όπου οι μεταβλητές είναι δεκάδες ή και εκατοντάδες. Οι πρώτοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, που στηρίζονταν στον μαθηματικό προγραμματισμό, ήταν δανεισμένοι από τους επιστημονικούς τομείς των μαθηματικών, των οικονομικών και της επιχειρησιακής έρευνας. Οι τεχνικές που βασίζονται σε αλγόριθμους είναι σημαντικά εύχρηστες, αποτελεσματικές και αποδοτικές, χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων και πρακτικών εφαρμογών. Μερικές χαρακτηριστικές μέθοδοι αλγόριθμων είναι οι Μεταευριστικές μέθοδοι (Metaheuristics), οι Γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic algorithms), οι Εξελικτικοί αλγόριθμοι, κ.α. (Καρλαύτης, Λαγαρός, 2010)

2.2.1 Γραμμικός Προγραμματισμός

Οι μέθοδοι γραμμικού προγραμματισμού, χρησιμοποιούνται στα προβλήματα όπου η αντικειμενική συνάρτηση αλλά και οι περιοριστικές συναρτήσεις (συναρτήσεις περιορισμών) είναι γραμμικές συναρτήσεις. Στα προβλήματα αυτού του τύπου, η βέλτιστη λύση εντοπίζεται επί του συνόρου μίας ή και περισσότερων περιοριστικών συναρτήσεων και το τοπικό ελάχιστο ή τοπικό μέγιστο του προβλήματος είναι και το ολικό ελάχιστο ή το ολικό μέγιστο αντίστοιχα.

Ο όρος Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming), εισήχθη για πρώτη φορά γύρω στο 1947 από τον George Bernard Dantzig (1914 - 2005), ο οποίος εργάζονταν ως σύμβουλος της πολεμικής αεροπορίας, των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής. Μολονότι, ο σοβιετικός μαθηματικός και οικονομολόγος Leonid Vitalyevich Kantorovich (1912 - 1986), επινόησε και ανέλυσε ένα πρόβλημα αυτού του τύπου, αναφορικά με την οργάνωση και τον προγραμματισμό το 1939, το οποίο παρέμεινε άγνωστο έως το 1959, εντούτοις η σύλληψη της γενικευμένης κατηγορίας προβλημάτων του γραμμικού προγραμματισμού, αποδίδεται κυρίως στον George Dantzig. Εκείνη την εποχή, η έννοια του προγραμματισμού, δεν αφορούσε τόσο τον προγραμματισμό υπολογιστών, αλλά ήταν κυρίως στρατιωτικός όρος, που σχετίζονταν με τον σχεδιασμό και τα χρονοδιαγράμματα των στρατιωτικών επιχειρήσεων και πιο συγκεκριμένα τον σχεδιασμό δραστηριοτήτων με κύριο γνώμονα την επίτευξη ενός βέλτιστου αποτελέσματος, μεταξύ των εφικτών και εναλλακτικών λύσεων. Η έννοια γραμμικός,

δηλώνει ότι όλες οι μαθηματικές εξισώσεις σε αυτό το υπόδειγμα είναι γραμμικές. (Matoušek, Gärtner, 2007, Bazaraa, et al., 2010, Hillier, Lieberman, 2021)

2.2.1.1 Το μαθηματικό υπόδειγμα του Γραμμικού Προγραμματισμού

Η ανάλυση στον Γραμμικό Προγραμματισμό (Linear Programming), αποσκοπεί στον καθορισμό των τιμών των μεταβλητών απόφασης (decision variables), $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, που μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν αντίστοιχα την αντικειμενική συνάρτηση:

$$\max/\min = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

Συγχρόνως, οι τιμές των μεταβλητών απόφασης θα πρέπει να πληρούν τους ακόλουθους περιορισμούς (constraints):

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq \text{ή} = \text{ή} \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \leq \text{ή} = \text{ή} \geq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n \leq \text{ή} = \text{ή} \geq b_3$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \leq \text{ή} = \text{ή} \geq b_n$$

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0$$

Όπου x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) είναι οι μεταβλητές απόφασης (decision variables) και c_i ($i = 1, 2, \dots, n$), a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$), b_i ($i = 1, 2, \dots, m$) οι σταθερές ή οι παράμετροι (parameters) του προτύπου.

Το υπόδειγμα έχει n μεταβλητές απόφασης και m περιορισμούς που ονομάζονται λειτουργικοί περιορισμοί (functions constraints), οι οποίοι εκφράζουν την συνολική χρησιμοποίηση των πόρων των δραστηριοτήτων. Για όλες τις τιμές των μεταβλητών, ισχύει ο περιορισμός της μη – αρνητικότητας (no negativity constraints). Στις παραπάνω σχέσεις, ισχύει μόνο ισότητα ή μόνο ανισότητα. Εάν όλοι οι περιορισμοί του προτύπου, τεθούν σε μορφή ισότητας, προκύπτει η τυποποιημένη ή κανονική μορφή (standard form).

$$\max/\min Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad \text{με περιορισμούς:}$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{in}x_n \leq \text{ή} = \text{ή} \geq b_i$$

$$\text{για } i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ και } x_j \geq 0 \text{ για κάθε } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Σε διαφορετική μορφή το γενικό πρότυπο του Γραμμικού Προγραμματισμού γράφεται ως εξής:

$$\sum a_{ij}x_{ij} \leq \text{ή} = \text{ή} \geq b_i \text{ για } i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ και } j = 1, 2, 3, \dots, n, \text{ με } x_j \geq 0$$

$$\text{Βέλτιστο (optimum) } Z = \sum_{j=1}^n c_jx_j$$

Το ζητούμενο, στο ανωτέρω γενικό πρότυπο του γραμμικού προγραμματισμού, είναι η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης Z , αναλόγως

με το εάν εξετάζεται το όφελος ή το κόστος. Η λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού που ικανοποιεί τους περιορισμούς, καλείται εφικτή λύση και η κάθε εφικτή λύση εν συνεχεία, που στην αντικειμενική συνάρτηση δίνει την πιο επιθυμητή λύση, ονομάζεται άριστη λύση ή βέλτιστη λύση (optimal solution). (Καρλαύτης, Λαγαρός, 2010, Υψηλάντης, 2015)

2.2.2 Λοιποί μαθηματικοί μέθοδοι

Μη γραμμικός προγραμματισμός

Σε αυτήν την περίπτωση τόσο η αντικειμενική συνάρτηση, όσο και οι περιοριστικές συναρτήσεις, συναρτήσεις περιορισμών, είναι μη γραμμικές συναρτήσεις. Η εύρεση ενός τοπικού ελάχιστου ή τοπικού μέγιστου, δεν συνεπάγεται και την εύρεση ενός ολικού ελάχιστου ή ολικού μέγιστου αντίστοιχα. Ο μη γραμμικός προγραμματισμός, non linear programming, πέρα της μη γραμμικότητας της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών έχει την ιδιότητα οι περιοχές εφικτότητας να μην είναι κυρτές και ο αριθμός των περιορισμών να είναι μικρός. Η επίλυση κάθε προβλήματος μη γραμμικού προγραμματισμού, εμφανίζει έναν συγκεκριμένο αριθμό, δυνατών, πιθανών λύσεων και κατόπιν εξέτασης επιλέγεται η βέλτιστη λύση.

Ακέραιος Προγραμματισμός

Στον ακέραιο προγραμματισμό, οι μεταβλητές δεν είναι συνεχείς και λαμβάνουν διακριτές τιμές από ένα ορισμένο σύνολο τιμών. Οι τιμές αυτές στις περισσότερες των περιπτώσεων, είναι ακέραιες και γι' αυτό καλείται ακέραιος προγραμματισμός. Ωστόσο, προκύπτουν και περιπτώσεις κατά τις οποίες ένας αριθμός μεταβλητών είναι ακέραιος ενώ κάποιες άλλες είναι διακριτές. Στην περίπτωση αυτήν ο συγκεκριμένος ακέραιος προγραμματισμός χαρακτηρίζεται ως **μικτός ακέραιος προγραμματισμός**, mixed integer programming, ενώ ο πρώτος **αμιγής ακέραιος προγραμματισμός** pure integer programming.

Γεωμετρικός Προγραμματισμός

Στα προβλήματα γεωμετρικού προγραμματισμού η αντικειμενική συνάρτηση καθώς και οι περιοριστικές συναρτήσεις είναι πολυωνυμίες συναρτήσεις. Επιπλέον σε αυτού του τύπου τα προβλήματα ισχύει πάντοτε η προϋπόθεση οι μεταβλητές να παίρνουν μόνον θετικές τιμές.

Δυναμικός Προγραμματισμός

Ο Δυναμικός προγραμματισμός, χρησιμοποιείται κυρίως στην περίπτωση όπου υπάρχει ένα μεγάλο και πολύπλοκο πρόβλημα, το οποίο διασπάται σε μικρότερα προβλήματα, που επιλύονται ξεχωριστά, εφαρμόζοντας σε αυτά κάποιες από τις προαναφερθείσες τεχνικές, προκειμένου το πρόβλημα να αντιμετωπιστεί ευκολότερα στο σύνολό του. Συνεπώς, δεν αποτελεί μία αυτοτελή τεχνική βελτιστοποίησης, αλλά μία τεχνική κατάτμησης ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, σε μικρότερα. (Υψηλάντης, 2015)

2.3 Η μέθοδος Simplex

Η γραφική επίλυση, προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, η οποία αναλύθηκε σε προγενέστερο κεφάλαιο, αναφέρονταν σε προβλήματα δύο μεταβλητών. Έχει μία θεωρητική προσέγγιση, καθότι στην πράξη, ο αριθμός των μεταβλητών ξεπερνά τις δεκάδες, εκατοντάδες και πολλές φορές τις χιλιάδες. Για την επίλυση συνεπώς μεγάλων προβλημάτων με πληθώρα μεταβλητών, επινοήθηκε μία σημαντικά αποτελεσματική μέθοδος, η μέθοδος Simplex, η οποία χρησιμοποιείται μέσω υπολογιστών τελευταίας τεχνολογίας.

Ειδικότερα, η μέθοδο Simplex, επινοήθηκε και αναπτύχθηκε από τον George Bernard Dantzig, το 1947, ο οποίος όπως προαναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, είχε επινοήσει και αναλύσει την έννοια του γραμμικού προγραμματισμού. Κατά την διάρκεια του 2^{ου} Παγκοσμίου πολέμου, ο George Bernard Dantzig μαζί με την ομάδα του, που ονομάζονταν SCOOP (Scientific Computation of Optimum Programs), εργάζονταν για λογαριασμό του πενταγώνου των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής, προκειμένου να αναπτύξουν, βέλτιστους μηχανισμούς εκπαίδευσης και συντήρησης του τότε μηχανικού εξοπλισμού που χρησιμοποιούνταν στον πόλεμο. Η μέθοδος Simplex, έγινε ευρέως διαδεδομένη κατόπιν της δημοσίευσης της εργασίας του με τίτλο « Activity Analysis of Production and Allocation » το 1951. Αργότερα, υπήρξαν και άλλοι επιστήμονες όπου ανακάλυψαν αλγόριθμους μέσω των οποίων βελτιώθηκε και αναπτύχθηκε περαιτέρω η μέθοδος Simplex, όπως ο Khachiyan το 1979 και ο Karmakar το 1984.

Η μέθοδος Simplex, είναι μία αλγεβρική διαδικασία, επαναληπτική, για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, στηρίζεται στον σχηματισμό βασικών λύσεων και εξέτασης της αριστότητά τους. Είναι απλή στην εφαρμογή και στις περισσότερες των περιπτώσεων καταλήγει σε σύντομο χρόνο, στην βέλτιστη λύση. Ειδικότερα, εφόσον κατ' αρχήν προσδιοριστεί μία δυνατή βασική λύση, βρίσκονται διαδοχικά και άλλες βασικές λύσεις, όπου είναι καλύτερες από κάθε άλλη προγενέστερη λύση και η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν προσδιοριστεί η βέλτιστη δυνατή λύση. Δηλαδή, κατασκευάζεται μία σειρά από διπλανές βασικές λύσεις, η οποία καταλήγει σε μία λύση την άριστη - βέλτιστη με ένα πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων. (Κουνέτας, Χατζησταμούλος, 2015, Υψηλάντης, 2015, Πολύζος, 2017)

2.3.1 Η εφαρμογή της μεθόδου Simplex

Όπως προαναφέρθηκε με την μέθοδο Simplex, επιτυγχάνεται η αριστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, με ένα επαναληπτικό μηχανισμό, μέχρι να εντοπιστεί η άριστη λύση. Τα στάδια που ακολουθούνται, είναι τα εξής:

1^ο Στάδιο: Εντοπίζεται μία βασική λύση

2^ο Στάδιο: Πραγματοποιείται, έλεγχος της τελευταίας βασικής λύσης. Εάν αυτή είναι η άριστη, τότε η διαδικασία ολοκληρώνεται. Εάν δεν είναι, συνεχίζεται η διαδικασία στο προσεχές στάδιο.

3^ο Στάδιο: Εντοπίζεται μία άλλη βασική λύση, που να διαφέρει από την προγενέστερη κατά μία μεταβλητή και η τιμή που έχει η αντικειμενική συνάρτηση να είναι επαρκής στο ίδιο ή και σε μεγαλύτερο βαθμό. Ακολούθως, επιστρέφουμε στο 2^ο στάδιο.

Μια γενικής μορφής ανισότητα του τύπου, $\alpha_{i1}x_1 + \alpha_{i2}x_2 + \alpha_{i3}x_3 + \dots + \alpha_{in}x_n \leq b_i$, την μετατρέπουμε σε εξίσωση με μη αρνητικά δεξιά μέλη, προσθέτοντας μία τεχνητή μεταβλητή, χαλαρή μεταβλητή ή μεταβλητή περιθωρίου (slack variable), την x_{n+1} και προκύπτει: $\alpha_{i1}x_1 + \alpha_{i2}x_2 + \alpha_{i3}x_3 + \dots + \alpha_{in}x_n = b_i$

Ομοίως η γενικής μορφής ανισότητα $\alpha_{i1}x_1 + \alpha_{i2}x_2 + \alpha_{i3}x_3 + \dots + \alpha_{in}x_n \geq b_i$, μετατρέπεται με την αφαίρεση της τεχνητής μεταβλητής, πλεονάζουσας μεταβλητής (surplus variable), x_{n+1} σε ισότητα και προκύπτει η εξίσωση: $\alpha_{i1}x_1 + \alpha_{i2}x_2 + \alpha_{i3}x_3 + \dots + \alpha_{in}x_n = b_i$

Συνοψίζοντας με την προσθήκη των τεχνητών μεταβλητών, το γενικό πρόβλημα λαμβάνει την μορφή:

Αντικειμενική συνάρτηση

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

με τον περιορισμό ότι:

$$\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3 + \dots + \alpha_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1$$

$$\alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \alpha_{23}x_3 + \dots + \alpha_{2n}x_n + x_{n+2} = b_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\alpha_{k1}x_1 + \alpha_{k2}x_2 + \alpha_{k3}x_3 + \dots + \alpha_{kn}x_n + x_{n+k} = b_k$$

$$x_j \geq 0, (j=1, 2, \dots, n, n+1, n+2, \dots, n+k)$$

Η πιο πάνω μορφή που αποκτά το γενικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, καλείται κανονική ή τυπική μορφή. Οι τεχνητές μεταβλητές, χαλαρές και πλεονάζουσες αντίστοιχα που προστέθηκαν όχι απλώς διατηρούνται κατά την επίλυση του προβλήματος, αλλά δίδουν χρήσιμες πληροφορίες. Ειδικότερα έχουν κάποιες ιδιότητες οι οποίες συνεισφέρουν σημαντικά στην επίλυση του προβλήματος και αυτές είναι οι εξής:

- ❖ Τα διανύσματα των μεταβλητών x_{n+1} , x_{n+2} , x_{n+k} , είναι μοναδιαία και διαμορφώνουν με τα στοιχεία τους, μοναδιαία μήτρα.
- ❖ Οι μεταβλητές x_{n+1} , x_{n+2} , x_{n+k} , δεν παρουσιάζονται, στην αντικειμενική συνάρτηση. (Rardin, 2016, Hadmy, 2016, Hillier, Lieberman, 2021)

Η μέθοδος Simplex, επιλύεται κυρίως υπό την μορφή πινάκων, Simplex tableau. Η μέθοδος επίλυσης Simplex tableau, παρέχει πληροφορίες αναφορικά με τους συντελεστές των μεταβλητών, την βασική μεταβλητή της εκάστοτε εξίσωσης, και τις σταθερές δεξιού μέλους.

Στην μέθοδο Simplex, οι μεταβλητές με τιμή μηδέν καλούνται μη βασικές μεταβλητές (nonbasic variable) και οι υπόλοιπες βασικές μεταβλητές (basic variable). Η λύση του προβλήματος καλείται βασική λύση (basic solution) και στην περίπτωση που οι τιμές των βασικών μεταβλητών είναι μη αρνητικές, η λύση καλείται βασική εφικτή λύση (basic feasible solution). (Hillier, Lieberman, 2021)

2.3 Η μέθοδος της Κρίσιμης Αλυσίδας CCPM

Η μέθοδος της Κρίσιμης Αλυσίδας, Critical Chain στην διοίκηση έργων, αναπτύχθηκε από τον Eliyahu M. Goldratt, στα μέσα της δεκαετίας του 1990. Η μέθοδος αυτήν, στηρίζεται σε μία γενικευμένη θεωρία βελτίωσης, που χαρακτηρίζεται ως Θεωρία των Περιορισμών και έχει ως στόχους την όσο το δυνατόν ταχύτερη αποπεράτωση του έργου και την εκτέλεση περισσότερων έργων από τον οργανισμό, δίχως ωστόσο προσθήκη επιπρόσθετων πόρων.

Σε ένα τεχνικό έργο, Κρίσιμη Αλυσίδα, Critical Chain, είναι η μεγαλύτερη αλυσίδα εξαρτώμενων γεγονότων. Η εξάρτιση αφορά δραστηριότητες και πόρους. (Kerzner, 2022) Η κρίσιμη αυτήν αλυσίδα, παρουσιάζει μεγαλύτερες πιθανότητες να επιδράσει αρνητικά, στην χρονική διάρκεια του έργου συνολικά. Ωστόσο η κρίσιμη αλυσίδα, δεν ισοδυναμεί κατά κανόνα με την συνολική διάρκεια του έργου, καθότι μπορεί να υπάρξουν μη κρίσιμες δραστηριότητες, οι οποίες αρχίζουν πριν την έναρξη των εργασιών – δραστηριοτήτων της κρίσιμης αλυσίδας. Η μέθοδος Critical Chain Buffer Management CCBM, χρησιμοποιεί την κρίσιμη αλυσίδα ως μόχλευση για την επιτάχυνση του έργου. (Goldratt 1997, Kerzner, 2022)

Χαρακτηριστικό στοιχείο, που αξίζει να σημειωθεί για την ανάλυση της μεθόδου, είναι ότι σε ένα έργο, τα χρονικά περιθώρια ασφαλείας, buffer, των δραστηριοτήτων προστίθενται σε αυτές λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα ολοκλήρωσης των δραστηριοτήτων με μία πιθανότητα της τάξεως του 90% να ολοκληρωθεί η καθεμία από αυτές στην ώρα της. Αυτό έχει ως επακόλουθο, αυτομάτως μία καθοριστικά εμφανής αύξηση, στην συνολική διάρκεια του έργου. Στην πραγματικότητα όμως η χρονική καθυστέρηση είναι ακόμα μεγαλύτερη. Κάτι τέτοιο, μπορεί να οφείλεται στην προσαρμογή του ανθρώπινου δυναμικού στα χρονικά περιθώρια, αλλά κυρίως στο γεγονός ότι ο χρόνος για την ολοκλήρωση της κάθε δραστηριότητας είναι ο εκάστοτε διατεθειμένος, χωρίς να υπάρχει κίνητρο αυτήν να ολοκληρωθεί νωρίτερα. Υπερεκτιμώντας δηλαδή στην πραγματικότητα τον χρόνο που απαιτείται για την ολοκλήρωση μιας δραστηριότητας, η καθυστέρηση αυτήν μεταδίδεται και στις επόμενες δραστηριότητες οι οποίες εξαρτώνται από αυτήν. (Shtub et al, 2014)

Αυτό ακριβώς το πρόβλημα αντιμετωπίζει η μέθοδος της Κρίσιμης Αλυσίδας, η οποία λαμβάνει τα χρονικά περιθώρια ασφαλείας της κάθε δραστηριότητας, όχι στο τέλος καθεμίας από αυτές αλλά στο τέλος του έργου και μάλιστα με πιθανότητα έγκαιρης αποπεράτωσης όχι 90% αλλά 50%, λαμβάνοντας υπόψη τους προαναφερόμενους και εν γένει όλους τους παράγοντες που στην πραγματικότητα είναι δυνατόν να καθυστερήσουν την ολοκλήρωση της κάθε δραστηριότητας και επειδή κύριος στόχος ορίζεται το έργο στο σύνολό του να ολοκληρωθεί σε μία καθορισμένη χρονική στιγμή, διορία, και όχι το πότε θα ολοκληρωθεί η εκάστοτε δραστηριότητα. Λαμβάνοντας υπόψη τα χρονικά περιθώρια ασφαλείας της κάθε δραστηριότητας στο τέλος του έργου και όχι στο τέλος της καθεμίας από αυτές, η μέθοδος Critical Chain Buffer Management, CCBM εν αντιθέσει με τις μεθόδους PERT και CPM, παρέχει την δυνατότητα τα χρονικά αυτά περιθώρια συνολικά να αθροίζονται, να ρυθμίζονται ή να επανατοποθετούνται αποφεύγοντας τις καθυστερήσεις στην συνολική διάρκεια του έργου. (Shtub et al, 2014, Kerzner, 2022)

Εν κατακλείδι, το buffer, ο αποσβεστήρας, που χρειάζεται για να ολοκληρωθεί το

έργο στην καθορισμένη χρονική διορία, με πιθανότητα ολοκλήρωσης 90%, θα πρέπει να ισούται με το 50% της πιθανότητας της χρονικής διάρκειας ολοκλήρωσης της κρίσιμης αλυσίδας των δραστηριοτήτων του έργου, η οποία είναι αυτήν που επιδρά καθοριστικά στην συνολική χρονική διάρκεια του έργου.

Τέλος σημειώνεται ότι η μέθοδος της Κρίσιμης Αλυσίδας, Critical Chain Buffer Management CCBM ή αλλιώς Critical Chain Project Management CCPM, ως καινοτομία έχει δεχθεί επικρίσεις και αμφισβητήσεις ως προς το ότι αποτελεί μία εκ νέου εννοιολογική θεώρηση των κατευθυντήριων αρχών, των είδη γνωστών μεθόδων Χρονικού προγραμματισμού κατά PERT και CPM. Αυτού του τύπου οι επικρίσεις, αναγράφονται στην διεθνή βιβλιογραφία. (Goldratt 1997, Shtub et al, 2014, Kerzner, 2022)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Βελτιστοποίηση κόστους στα Τεχνικά έργα

3.1 Εισαγωγή, Άμεσο κόστος - Έμμεσο κόστος - Συνολικό κόστος έργου

Προκειμένου να υπολογιστεί το κόστος ενός έργου, χρειάζεται πρωτίστως ο καταμερισμός του στις αντίστοιχες δραστηριότητες – εργασίες, εν συνεχεία η αποτίμηση των μέσων παραγωγής που χρησιμοποιούνται για την πραγματοποίηση των εργασιών, καθώς και των υλικών. Το κόστος της εκάστοτε δραστηριότητας, είναι το άθροισμα της χρηματικής αξίας των υλικών, του μηχανολογικού εξοπλισμού, της αμοιβής του προσωπικού, του κεφαλαίου, του συνόλου των υπηρεσιών και των επιπρόσθετων επιβαρύνσεων κατά την αποπεράτωση της δραστηριότητας. Το άθροισμα του κόστους όλων των δραστηριοτήτων του έργου, είναι το συνολικό κόστος του έργου.

Στην σημερινή εποχή όπου τα έργα αποπερατώνονται υπό συνθήκες μεγάλου ανταγωνισμού των κατασκευαστικών εταιρειών, η βιωσιμότητα της κάθε εταιρείας, καθορίζεται από την ευελιξία της να κατασκευάζει χαμηλού κόστους έργα, με καθορισμένο επίπεδο ποιότητας και συγκεκριμένες προδιαγραφές και αυτό επιτυγχάνεται με την επίτευξη μεθόδων βελτιστοποίησης του κόστους, δηλαδή ελαχιστοποίησής του. Ο υπολογισμός του κόστους συντελεί σημαντικά στην επιτυχή αποπεράτωση του έργου, η οποία όμως για να προκύψει χρειάζεται να υπολογιστούν, να εκτιμηθούν με ορθολογικότητα, αντικειμενικότητα όλες οι παράμετροι που επιδρούν στο κόστος, καθώς επίσης απαιτείται και η αντίστοιχη τεχνική εμπειρία, η θεωρητική επιστημονική εξειδίκευση και η παραγωγική ικανότητα του συνεργείου. (Turner, 2014, Mubarak, 2019)

Στο **άμεσο κόστος (direct cost)** συμπεριλαμβάνονται οι δαπάνες αποπεράτωσης των δραστηριοτήτων – εργασιών του έργου. Έξοδα αναφορικά με την εργασία, δηλαδή τις αμοιβές του προσωπικού, τις ασφαλιστικές υποχρεώσεις και εισφορές, το κόστος χρήσης και απόσβεσης του μηχανολογικού εξοπλισμού, το κόστος των υλικών που χρησιμοποιούνται και γενικά τα έξοδα που απαιτούνται για την ολοκλήρωση της εκάστοτε συγκεκριμένης δραστηριότητας.

Στο **έμμεσο κόστος (indirect cost)** συμπεριλαμβάνονται οι δαπάνες όχι για τις απαιτήσεις της κάθε συγκεκριμένης δραστηριότητας, αλλά για τις ανάγκες του έργου στο σύνολό του. Ειδικότερα, το έμμεσο κόστος αποτελείται από τα γενικά έξοδα διοίκησης της εταιρείας, εποπτείας, καθοδήγησης των συνεργείων και οργάνωσης των εγκαταστάσεων του εργοταξίου. Επιπλέον εμπεριέχει του τόκους πιθανού δανείου που λαμβάνεται για την χρηματοδότηση του έργου, πιθανά πρόστιμα, τις ασφάλειες, πιθανές οικονομικές και ποινικές ρήτρες. (Turner, 2014, Kantianis, 2016, Kerzner, 2022)

Στην περίπτωση μια μεγάλης εταιρείας, που αναλαμβάνει πληθώρα έργων, τα έμμεσα έξοδα αυτής θα πρέπει να κατανέμονται αναλογικά στο εκάστοτε έργο. (Kantianis, 2016, Kerzner, 2022)

3.2 Η εμφάνιση ανάγκης για επιλογή βέλτιστης λύσης κόστους συναρτήσει του χρόνου, σε τεχνικό έργο

Πρακτικά, η ανάγκη της επιλογής βέλτιστης λύσης κόστους συναρτήσει του χρόνου, εμφανίζεται με τις ακόλουθες μορφές:

Στην διάρκεια εκτέλεσης του έργου και κατά τον έλεγχο της προόδου του, ο οποίος στηρίζεται στα στοιχεία του οικονομικού και χρονικού προγραμματισμού, προκύπτουν συνήθως χρονικές καθυστερήσεις και υπέρβαση κόστους. Σε αυτήν την περίπτωση η διεύθυνση καλείται να επαναφέρει το έργο στο προγραμματιζόμενο πλάνο και προθεσμίες, κατόπιν τροποποίησης των προγενέστερων χρονικών τιμών.

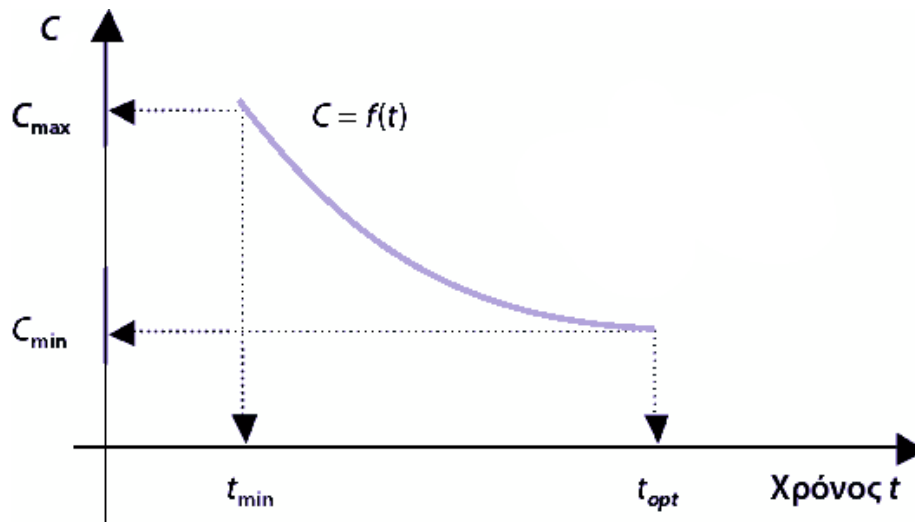
Το ζήτημα για βελτιστοποίηση κόστους – χρόνου, ανακύπτει και στην περίπτωση που ο εργοδότης απαιτεί την μείωση της χρονικής διάρκειας του έργου. Τότε με βάση τις υφιστάμενες συνθήκες, την φύση και την μορφή του έργου, αναζητούνται μέθοδοι βελτιστοποίησης ώστε η οποιαδήποτε μεταβολή στον χρόνο του έργου, επιτάχυνση, να πραγματοποιηθεί με την ελάχιστη δυνατή αύξηση του κόστους, καθότι όπως θα αναλυθεί στις προσεχείς παραγράφους, όταν μειώνεται ο χρόνος εκτέλεσης του έργου αυξάνεται το άμεσο κόστος αλλά μειώνεται το έμμεσο κόστος αποπεράτωσης αυτού. Μία τρίτη μορφή εμφάνισης του ζητήματος βελτιστοποίησης, της συνάρτησης κόστους – χρόνου, συναντάται στα χρηματοδοτούμενα, συγχρηματοδοτούμενα από το δημόσιο ή από αναπτυξιακά ευρωπαϊκά προγράμματα, έργα. Τότε ο εργοδότης, επί παραδείγματι δημόσιο που ζητά από την ανάδοχο εταιρεία, να μειώσει τον συμβατικό χρόνο υλοποίησης του έργου, οι αντικειμενικές τιμές που προκύπτουν από την αντίστοιχη μέθοδο βελτιστοποίησης, του κόστους επιταχύνσεως, επεξηγούν και αιτιολογούν την επιπρόσθετη αποζημίωση. (Εφραιμίδης, 2001)

Συμπερασματικά, ένα τεχνικό έργο, όσο αποπερατώνεται στο ελάχιστο δυνατό χρόνο, με το ελάχιστο δυνατό κόστος, τόσο αυξάνονται τα κέρδη της κατασκευαστικής εταιρείας, ειδικά όταν συνοδεύεται από αντίστοιχες πριμοδοτήσεις και εν γένει οικονομικά κίνητρα, εξοικονομώντας συγχρόνως χρήματα, από την βέλτιστη επιλογή. Επιπροσθέτως ο ιδιοκτήτης του έργου, προσκομίζει κέρδη που ανακύπτουν από την ενωρίτερη ένταξη αυτού στην αγορά. Πέραν των παραπάνω, σε αρκετές των περιπτώσεων, η αποπεράτωση ενός τεχνικού έργου σε καθορισμένη ημερομηνία είναι δημόσια δέσμευση και συνεπώς είναι αδύνατο να αγνοηθεί, κάτι το οποίο θα αναλυθεί και στο κεφάλαιο 4, στο υποκεφάλαιο περί αιτιών επιτάχυνσης χρονοδιαγράμματος.

3.3 Σχέση κόστους – χρόνου των τεχνικών έργων

Όπως προαναφέρθηκε σε προγενέστερο υποκεφάλαιο, ένα τεχνικό έργο περιλαμβάνει ένα σύνολο επιμέρους εργασιών - δραστηριοτήτων. Η κάθε δραστηριότητα - εργασία, για να πραγματοποιηθεί χρειάζεται ένα συγκεκριμένο κόστος και ορισμένο χρόνο. Στην κάθε δραστηριότητα - εργασία υπάρχει ένας βέλτιστος χρόνος όπου η εργασία εμφανίζει τον μεγαλύτερο βαθμό απόδοσης και το κόστος στον χρόνο αυτό είναι το μικρότερο δυνατό. Η οποιαδήποτε αύξηση ή μείωση του χρόνου αποπεράτωσης της εργασίας εκτός του βέλτιστου, υπό την προϋπόθεση το δυναμικό να παραμείνει ίδιο, οδηγεί σε αύξηση του κόστους της εργασίας.

Στο παρακάτω σχήμα 3.1 απεικονίζεται η σχέση κόστους χρόνου κατά την εκτέλεση μιας δραστηριότητας ενός τεχνικού έργου



Σχήμα 3.1 Σχέση κόστους – χρόνου

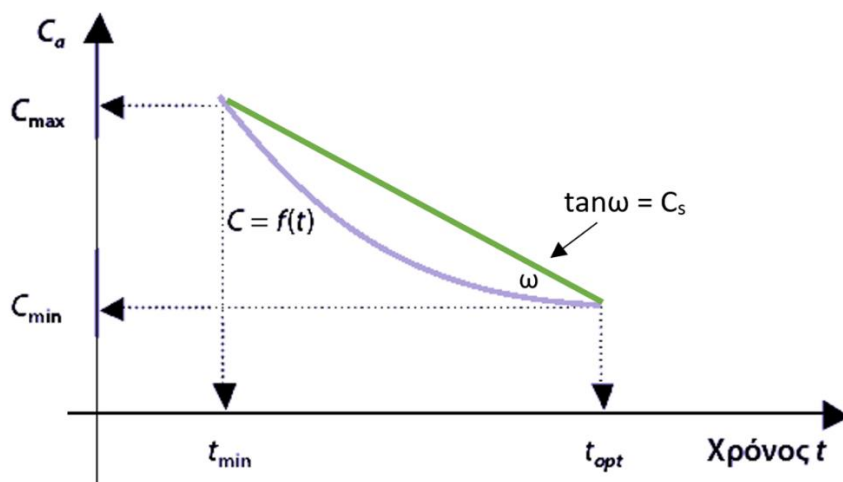
Η σχέση κόστους - χρόνου για κάθε εργασία, είναι μία φθίνουσα συνάρτηση. Στον ελάχιστο χρόνο t_{min} αντιστοιχεί το μεγαλύτερο κόστος εκτέλεσης της εργασίας και στον βέλτιστο χρόνο t_{opt} αντιστοιχεί το μικρότερο κόστος αυτής. Πηγή: Πολύζος, 2018, ιδία επεξεργασία

Όπου $C = f(t)$ η μορφή της συνάρτησης, t_{min} ο ελάχιστος δυνατός χρόνος στον οποίο μπορεί να αποπερατωθεί η δραστηριότητα με το μεγαλύτερο κόστος C_{max} , t_{opt} ο βέλτιστος χρόνος αποπεράτωσης της δραστηριότητας με το μικρότερο δυνατό κόστος C_{min} . Η κλίση της συνάρτησης $C = f(t)$ καλείται ειδικό κόστος C_s της εργασίας-δραστηριότητας

$$C_s = \frac{C_{max} - C_{min}}{t_{opt} - t_{min}}$$

Το ειδικό κόστος C_s δείχνει την μεταβολή του κόστους της εκάστοτε δραστηριότητας, καθώς μεταβάλλεται ανά μονάδα ο χρόνος που εκτελείται η εργασία.

Επιπλέον το ειδικό κόστος C_s εξαρτάται από την φύση της εργασίας και σπανίως η κλίση της συνάρτησης ενδέχεται να είναι μηδέν, $C_s = 0$, σχήμα 3.2. Στην πραγματικότητα στις περισσότερες των περιπτώσεων κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει καθώς ο κόστος των δραστηριοτήτων εξαρτάται από τον χρόνο εκτέλεσής τους. (Adeli, Karim, 2001, PMI, 2021, Kerzner, 2022)

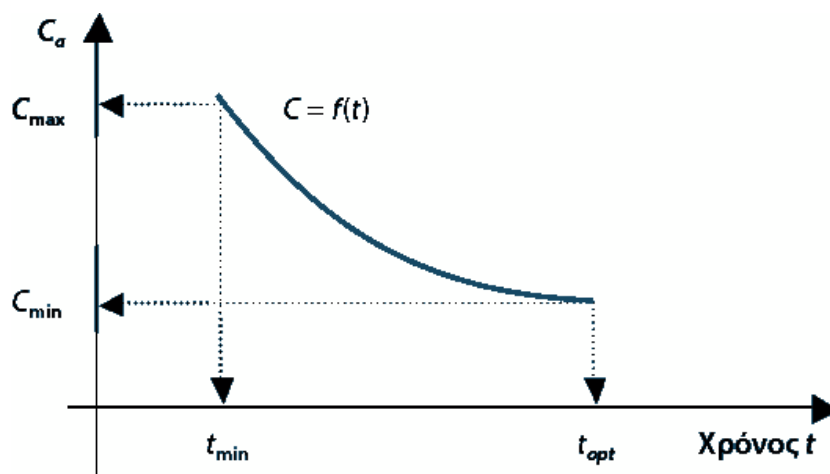


Σχήμα 3.2 Σχέση κόστους – χρόνου ενός έργου

Η τεθλασμένη γραμμή που δείχνει την σχέση του κόστους με τον χρόνο κατά την πραγματοποίηση μιας εργασίας, στην λύση πρακτικών προβλημάτων, μπορεί να αντικατασταθεί με μία ευθεία γραμμή όπου η εφαπτόμενη της γωνίας ω ή αλλιώς η κλίση της ευθείας αυτής γραμμής, είναι το ειδικό κόστος της εργασίας C_s . Πηγή: Πολύζος, 2018, ίδια επεξεργασία

3.4 Σχέση άμεσου κόστους - χρόνου, μαθηματικό υπόδειγμα βελτιστοποίησης άμεσου κόστους

Όπως έγινε αναφορά σε προγενέστερο υποκεφάλαιο, το συνολικό κόστος ενός τεχνικού έργου απαρτίζεται από το άμεσο κόστος και το έμμεσο. Το άμεσο κόστος, προκύπτει από το σύνολο των εξόδων εκτέλεσης των δραστηριοτήτων του έργου. Στην περίπτωση που το έργο αποπερατώνεται σε ιδανική ή αλλιώς κανονική διάρκεια χρόνου, το άμεσο κόστος είναι το ελάχιστο δυνατό, σχήμα 3.3. Κανονική ή ιδανική διάρκεια χρόνου μιας δραστηριότητας είναι η διάρκεια κατά την οποία ελαχιστοποιείται, το άμεσο κόστος. Η οποιαδήποτε άλλη μείωση στον χρόνο πραγματοποίησης του έργου, μεγαλύτερη του βέλτιστου, θα οδηγήσει σε αύξηση του κόστους του έργου, η οποία προκύπτει επί παραδείγματι εξαιτίας υπερωριών.



Σχήμα 3.3 Σχέση άμεσου κόστους – χρόνου ενός έργου

Σε ένα τεχνικό έργο, το άμεσο κόστος είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου πραγματοποίησής του. Η ελάχιστη τιμή, αντιστοιχεί στην πραγματοποίηση του έργου σε ιδανικές συνθήκες. Η μείωση του χρόνου πέραν του t_{opt} οδηγεί σε αύξηση του άμεσου κόστους του έργου. Πηγή: Πολύζος, 2018, ίδια επεξεργασία

Εν συνεχεία, θα γίνει αναφορά στην διαδικασία βελτιστοποίησης του άμεσου κόστους. Το κόστος πραγματοποίησης μιας δραστηριότητας ik με i το γεγονός έναρξης της δραστηριότητας και k το γεγονός πέρατος, προκύπτει από την σχέση :

$$C_{ik} = C_{oik} + c_{sik} (t_{oik} - t_{ik}) \quad (3.1)$$

Όπου:

C_{ik} : το κόστος της δραστηριότητας

C_{oik} : το ελάχιστο κόστος της δραστηριότητας, το οποίο αντιστοιχεί στον ιδανικό - κανονικό χρόνο t_{oik} πραγματοποίησής της

c_{sik} : το ειδικό κόστος της δραστηριότητας, το οποίο είναι ίσο με την μεταβολή του κόστους κατόπιν μείωσης του χρόνου πραγματοποίησής της κατά μία μονάδα [$c_s = Dc/dt$]

t_{oik} : ο κανονικός χρόνος πραγματοποίησης της δραστηριότητας

t_{ik} : είναι ο πραγματικός χρόνος πραγματοποίησης της δραστηριότητας, που επιζητείται να είναι ο βέλτιστος (Bazaraa, et al., 2010, Πολύζος 2018)

Το αθροιστικό κόστος όλων των εργασιών – δραστηριοτήτων του έργου είναι το άμεσο κόστος του. Συνεπώς:

$$C_a = \sum [C_{oik} + c_{sik}(t_{oik} - t_{ik})] \text{ ή } C_a = C_{ao} + \sum c_{sik}(t_{oik} - t_{ik})$$

C_{ao} : το ελάχιστο κόστος εκτέλεσης του έργου. Το C_{ao} είναι σταθερό οπότε η συνάρτηση παίρνει την μορφή:

$$\sum c_{sik}(t_{oik} - t_{ik}) = \sum c_{sik} t_{oik} - \sum c_{sik} t_{ik}$$

Επειδή το $\sum c_{sik} t_{oik}$ παραμένει σταθερό, η συνάρτηση για την βελτιστοποίηση του άμεσου κόστους του έργου, μετριάζεται στην μεγιστοποίηση της συνάρτησης $\sum c_{sik} t_{ik}$ ή την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης $-\sum c_{sik} t_{ik}$. Επομένως η αντικειμενική συνάρτηση του μαθηματικού υποδείγματος της βελτιστοποίησης του άμεσου κόστους είναι:

$$\max Z = \sum c_{sik} t_{ik}$$

Ακολουθώς αναλύονται οι περιορισμοί του μαθηματικού υποδείγματος. Ειδικότερα, έστω ότι ο κανονικός χρόνος εκτέλεσης του έργου στο οποίο το άμεσο κόστος είναι το ελάχιστο C_{ao} είναι t_o και ο επιθυμητός χρόνος εκτέλεσής του είναι t_n , $t_{min} \leq t_n \leq t_o$, το άθροισμα των χρόνων t_{ik} των εργασιών - δραστηριοτήτων θα πρέπει να έχει τιμή μικρότερη ή ίση του t_n

$$\sum t_{ik} \leq t_n \quad (3.2)$$

Ο περιορισμός 3.2 για κάθε δραστηριότητα – εργασία ik ξεχωριστά είναι:

$$t_i - t_k + t_{ik} \leq 0 \text{ για κάθε μία δραστηριότητα – εργασία } ik$$

$$\text{και } t_n - t_1 = T_n \quad (3.3)$$

με t_i : ο αναμενόμενος χρόνος του γεγονότος αρχής της εργασίας-δραστηριότητας ik
 t_n : ο αναμενόμενος χρόνος του γεγονότος τέλους της εργασίας-δραστηριότητας ik
 t_{ik} : ο χρόνος πραγματοποίησης της εργασίας-δραστηριότητας ik που θα πρέπει να οριστεί
 t_n : ο αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου

t_1 : ο αναμενόμενος χρόνος του γεγονότος αρχής του έργου (που ως επί το πλείστον ορίζεται μηδέν ($t_1 = 0$))

Επιπρόσθετοι περιορισμοί συνάγονται από το ότι ο χρόνος πραγματοποίησης μιας εργασίας - δραστηριότητας δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από τον ιδανικό - κανονικό χρόνο t_{ik} , αλλά δεν μπορεί να είναι και μικρότερος από τον ελάχιστο δυνατό χρόνο t_{minik} . Συνεπώς:

$$\begin{aligned} t_{ik} &\leq t_{oik} \text{ για κάθε δραστηριότητα } ik \\ t_{ik} &\geq t_{minik} \text{ για κάθε δραστηριότητα } ik \end{aligned}$$

Κατόπιν των παραπάνω συνάγεται, ότι εάν γίνει χρήση των περιορισμών των σχέσεων 3.2 το μαθηματικό υπόδειγμα βελτιστοποίησης του άμεσου κόστους παίρνει την ακόλουθη συνοπτική μορφή:

$$\max Z = \sum c_{sik} t_{ik} \quad (3.4)$$

με τους περιορισμούς: $\sum t_{ik} \leq T_n$ για όλα τα δυνατά υποέργα
 $t_{ik} \leq t_{oik}$ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες ik
 $t_{ik} \geq t_{ikmin}$ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες ik

Στην περίπτωση που γίνει χρήση των περιορισμών των σχέσεων 3.3 το μαθηματικό υπόδειγμα βελτιστοποίησης του άμεσου κόστους παίρνει την ακόλουθη συνοπτική μορφή:

$$\max Z = \sum c_{sik} t_{ik} \quad (3.5)$$

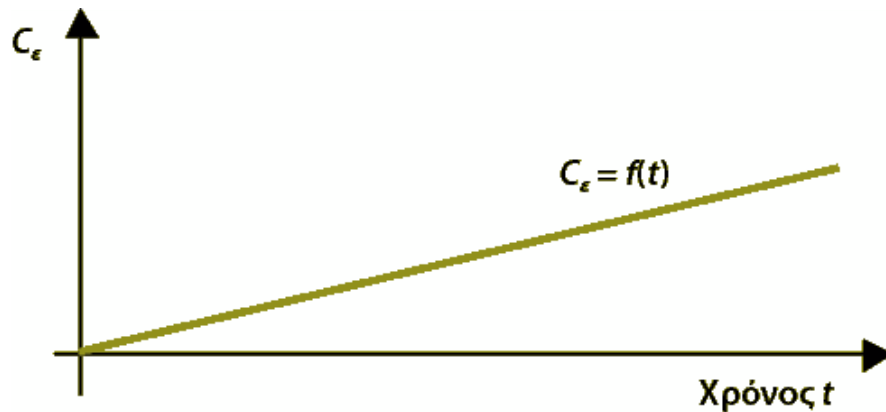
με τους περιορισμούς: $t_i - t_k + t_{ik} \leq 0$ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες ik
 $t_{ik} \leq t_{oik}$ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες ik
 $t_{ik} \geq t_{ikmin}$ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες ik
 $t_n - t_1 = T_n$

(Bazaraa, et al., 2010, Πολύζος 2017)

3.5 Σχέση έμμεσου κόστους - χρόνου των τεχνικών έργων

Σε ένα τεχνικό έργο, η σχέση του έμμεσου κόστους με τον χρόνο αποπεράτωσής του, αντιμετωπίζεται με διαφορετική προσέγγιση από ότι στην περίπτωση του άμεσου κόστους. Αυτό συμβαίνει, επειδή το έμμεσο κόστος δημιουργείται από τις γενικές δαπάνες της εταιρείας, οι οποίες καταμερίζονται αναλογικά στο κάθε έργο που αυτή αναλαμβάνει και δεν έχει άμεση συνάφεια με τα έξοδα που σχετίζονται με την κάθε δραστηριότητα του εκάστοτε έργου. Συγκεκριμένα δαπάνες όπως επί παραδείγματι τα γενικά έξοδα διοίκησης και οργάνωσης, καταβολής τόκων δανείου, έξοδα από πιθανά ενοίκια και πάγια των γραφείων της εταιρείας που αποτελούν έμμεσο κόστος επιβαρύνουν το έργο στο σύνολό του και δεν προσμετρώνται ούτε καταμερίζονται εξαρχής στα έξοδα για την εκτέλεση της κάθε εργασίας – δραστηριότητας του έργου.

Όσο τόσο όσο αυξάνεται ο χρόνος αποπεράτωσης ενός τεχνικού έργου τόσο μεγαλύτερα γίνονται και τα έξοδα που συγκροτούν το έμμεσο κόστος. Στο σχήμα 3.4, απεικονίζεται η συνάρτηση που δείχνει την σχέση του έμμεσου κόστους με τον χρόνο πραγματοποίησης ενός έργου. (Πολύζος 2018)



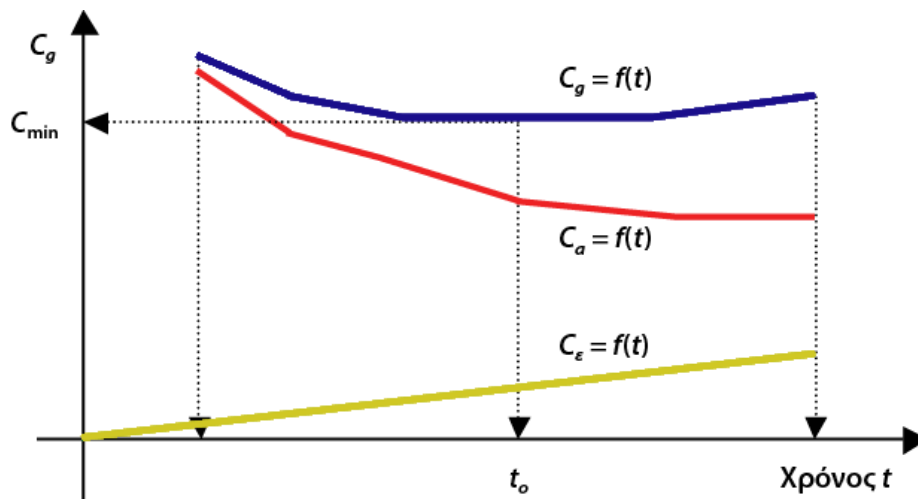
Σχήμα 3.4 Σχέση έμμεσου κόστους – χρόνου ενός έργου

Το έμμεσο κόστος πραγματοποίησης ενός έργου, είναι μία γραμμική αύξουσα συνάρτησης του χρόνου.

Πηγή: Πολύζος, 2018, ίδια επεξεργασία

3.6 Σχέση συνολικού κόστους και χρόνου, μαθηματικό υπόδειγμα βελτιστοποίησης συνολικού κόστους

Το συνολικό κόστος ενός τεχνικού έργου είναι το άθροισμα του άμεσου κόστους και του έμμεσου κόστους αυτού. Η γραφική παράσταση του συνολικού κόστους είναι η καμπύλη $C_p = f(t)$ του σχήματος 3.5 και είναι το άθροισμα της καμπύλης $C_a = f(t)$ που αναπαριστά το άμεσο κόστος και της ευθείας γραμμής $C_e = f(t)$ που αναπαριστά το έμμεσο κόστος. Το βέλτιστο συνολικό κόστος εμφανίζεται στις βέλτιστες συντεταγμένες του κόστους με τον χρόνο, δηλαδή στα σημεία C_{min} και t_{opt} .



Σχήμα 3.5 Σχέση συνολικού κόστους – χρόνου ενός έργου

Το άθροισμα του άμεσου κόστους και του έμμεσου κόστους ενός έργου δίνει το συνολικό κόστος πραγματοποίησής του. Πηγή: Πολύζος, 2018, ίδια επεξεργασία

Εν συνεχεία, γίνεται ανάλυση του μαθηματικού υποδείγματος για την βελτιστοποίηση του συνολικού κόστους, ενός έργου. Έστω ότι το έμμεσο κόστος είναι $C_e = c t_n$ με c σταθερά και i_k η εκάστοτε δραστηριότητα του έργου. Το συνολικό κόστος του έργου που είναι το άθροισμα του άμεσου κόστους και του έμμεσου κόστους προκύπτει από την σχέση:

$$C_p = \sum C_{oik} + \sum c_{sik} (t_{oik} - t_{ik}) + c t_n \quad \text{ή} \quad C_g = C_{ao} + \sum c_{sik} t_{oik} - \sum c_{siktik} + c t_n$$

Όπως έγινε ανάλυση σε προγενέστερο κεφάλαιο τα C_{ao} και $\Sigma c_{sikt} t_{ik}$ είναι σταθερά και για την βελτιστοποίηση του συνολικού κόστους του έργου θα γίνει ο καθορισμός των χρόνων t_{ik} και t_n προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η συνάρτηση $-\Sigma c_{sikt} t_{ik} + c_{tn}$ ή να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση $\Sigma c_{sikt} t_{ik} - c_{tn}$. Σύμφωνα με την ανάλυση του προηγούμενου υποκεφαλαίου οι περιορισμοί θα είναι της μορφής:

$$\begin{aligned} \Sigma t_{ik} &\leq t_{no} \text{ για όλα τα δυνατά υποέργα} \\ t_{ik} &\leq t_{oik} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \\ t_{ik} &\geq t_{ikmin} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \end{aligned}$$

ή

$$\begin{aligned} t_i - t_k + t_{ik} &\leq 0 \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \\ t_{ik} &\leq t_{oik} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \\ t_{ik} &\geq t_{ikmin} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \\ t_n &\leq t_{no} \end{aligned}$$

Η τελευταία ανίσωση, προκύπτει από την μεταβολή του κόστους σε συνάρτηση με τον χρόνο, πραγματοποίησης του έργου.

Εν κατακλείδι, το μαθηματικό υπόδειγμα για την βελτιστοποίηση του συνολικού κόστους πραγματοποίησης ενός έργου, θα έχει την μορφή.

$$\max Z = \Sigma c_{sikt} t_{ik} - c_{tn} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \quad (3.6)$$

με τους παρακάτω περιορισμούς:

$$\begin{aligned} \Sigma t_{ik} &\leq t_{no} \text{ για όλα τα δυνατά υποέργα} \\ t_{ik} &\leq t_{oik} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \\ t_{ik} &\geq t_{ikmin} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \end{aligned}$$

ή

$$\max Z = \Sigma c_{sikt} t_{ik} - c_{tn} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \quad (3.7)$$

με τους ακόλουθους περιορισμούς:

$$\begin{aligned} t_i - t_k + t_{ik} &\leq 0 \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \\ t_{ik} &\leq t_{oik} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \\ t_{ik} &\geq t_{ikmin} \text{ για όλες τις εργασίες-δραστηριότητες } ik \\ t_n &\leq t_{no} \end{aligned}$$

(Πολύζος 2017)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Βελτιστοποίηση χρόνου στα τεχνικά έργα

4.1 Αιτίες επιτάχυνσης χρονοδιαγράμματος, χρονικού προγραμματισμού σε τεχνικό έργο

Οι παράγοντες που επιδρούν στην χρονική διάρκεια αποπεράτωσης ενός τεχνικού έργου, από τα εμπλεκόμενα πρόσωπα, φυσικά και νομικά, ποικίλουν. Σε ένα τεχνικό έργο, οι λόγοι που επιτάσσουν την επιτάχυνση του χρόνου εκτέλεσης, την επιλογή της βέλτιστης λύσης είναι πολυάριθμοι.

Η ανταγωνιστική φύση των τεχνικών, κατασκευαστικών εταιρειών, επιβάλει από την διεύθυνση τους, να δημιουργήσει και να εφαρμόσει ένα στρατηγικό σχεδιασμό – προγραμματισμό, τέτοιο που να επιτρέπει την όσο το δυνατόν ταχύτερη παράδοση του έργου και είσοδο του στην αγορά, αποσπώντας πλεονέκτημα και συνεπώς μεγαλύτερη αύξηση κερδών. Σε αυτό, περιλαμβάνονται και απαιτήσεις, που προκύπτουν από αλλαγές της τελευταίας στιγμής, αναφορικά με κατασκευαστικές λεπτομέρειες κατά την ολοκλήρωση του έργου ή ακόμη σχετικά με την έκταση - μέγεθος του έργου. (Hastak, et al., 2008) Δεν μπορεί να παραβλεφθεί, σε καμία των περιπτώσεων, η σπουδαιότητα και σημαντικότητα του οικονομικού και κυρίως του κοινωνικού χαρακτήρα και οφέλους ενός τεχνικού έργου, για την τοπική οικονομία, τους πολίτες της περιοχής και όχι μόνο, στην περίπτωση που ιδίως αυτό υλοποιηθεί, εντός του προγραμματιζόμενου χρονοδιαγράμματος ή και ενωρίτερα, με βάση την ορθή κατανομή πόρων, την τήρηση των ποιοτικών απαιτήσεων, χαρακτηριστικών, προτύπων και τα προβλεπόμενα – προγραμματιζόμενα κόστη αποπεράτωσης του.

Ειδικότερα και εν συνεχεία των παραπάνω, πιο σύνθητες λόγοι, που χρήζουν επιτακτική, την ανάγκη επιτάχυνσης του έργου, εύρεσης της βέλτιστης λύσης χρονοπρογραμματισμού είναι οι ακόλουθοι: Η επιβληθείσα – επιβαλλόμενη διάρκεια κατασκευής του έργου – “imposed project duration date”. Επί παραδείγματι, όταν ένας πολιτικός, ανακοινώνει μία δημόσια δέσμευση – δήλωση, πως ένα έργο νευραλγικής, βαρύνουσας σημασίας για την τοπική οικονομία, π.χ. φράγμα, θα παραδοθεί σε ενάμιση χρόνο. Αυτού του τύπου οι δηλώσεις, μετατρέπονται συνήθως σε επιβληθείσες ημερομηνίες διάρκειας ενός έργου, χωρίς εκ των προτέρων να γίνει καμία μελέτη εξέτασης του χρόνου, του κόστους και εν γένει των προβλημάτων για την τήρηση μιας συγκεκριμένης ημερομηνίας.

Μία άλλη αιτία, είναι οι απρόβλεπτες καθυστερήσεις, αστάθμητοι παράγοντες που μπορεί να προκύψουν, όπως επί παραδείγματι, δυσμενείς καιρικές συνθήκες, μία ξαφνική βλάβη του μηχανολογικού εξοπλισμού, ακόμη και ένας πόλεμος που οδηγεί σε μεγάλες, γρήγορες, εναλλασσόμενες μεταβολές στα ισοζύγια, τιμές, των πρώτων υλών. Άλλη αιτία που απαιτεί την επιτάχυνση, επιλογή βέλτιστης λύσης στην χρονική διάρκεια υλοποίησης ενός τεχνικού έργου, είναι σε κάποιες περιπτώσεις, ο συγκεκριμένος χρόνος διάθεσης και χρήσης του στην αγορά. Επιπρόσθετος λόγος αποτελεί και η προσπάθεια επίτευξης κέρδους στην περίπτωση πριμοδότησης για ενωρίτερη υλοποίηση ενός έργου και αποφυγή επιβολής χρηματικού προστίμου, χρηματική κύρωση και ίσως ποινικής

ρήτρας αν υπάρξουν καθυστερήσεις, ανάγκη πρώτων υλών, βασικών πόρων, αύξηση κόστους, κ.τ.λ. (Huang, et al., 2008, Gray, Larson, 2021)

4.3 Πιθανοτική ανάλυση στον χρονικό προγραμματισμό ενός τεχνικού έργου

Στα τεχνικά έργα, είναι δύσκολο να προβλεφθεί από πριν, η χρονική διάρκεια εκτέλεσης των επιμέρους υποέργων και δραστηριοτήτων. Ανάλογα με την φύση της εκάστοτε δραστηριότητας, ποικίλει και ο βαθμός αβεβαιότητας του χρόνου πραγματοποίησής της, σε ένα έργο. Επιπροσθέτως, εν αντιστοιχία, της πιθανότητας επίτευξης των προβλέψεων, αναφορικά με τα χρονικά στοιχεία των εργασιών του έργου, καθορίζεται και η φερεγγυότητα των οριστικών υπολογισμών και κατ' επέκταση της εκτίμησης του συνολικού χρόνου, αποπεράτωσης του έργου. Ειδικότερα, με βάση τις συνθήκες ενός συγκεκριμένου έργου, ο χρόνος πραγματοποίησης μιας δραστηριότητας, το εάν δηλαδή εκτελεστεί σε n χρονικές μονάδες ή σε k χρονικές μονάδες, έχει ένα βαθμό αβεβαιότητας. Μπορεί η δραστηριότητα, να αποπερατωθεί σε λιγότερο χρόνο ή σε περισσότερο χρόνο, από ότι αρχικώς είχε υπολογιστεί.

Σε ένα τεχνικό έργο, για την πιθανοτική ή αλλιώς στοχαστική θεώρηση, η μέθοδος τοξωτού δικτυωτού προγραμματισμού CPM, μειονεκτεί εις ότι αφορά την πιθανοτική ανάλυση, καθότι ακολουθεί την ντετερμινιστική προσέγγιση, για τον προσδιορισμό της χρονικής διάρκειας, εκτέλεσης των εργασιών. Για τον λόγο αυτό, χρησιμοποιείται η μέθοδος τοξωτού δικτυωτού προγραμματισμού PERT, η οποία ενσωματώνει την στοχαστική θεώρηση, μέσω τριών εκτιμήσεων, σχετικά με τον χρόνο, που χρειάζεται για την πραγματοποίηση της εκάστοτε δραστηριότητας.

Η πιθανοτική ανάλυση που εισάγει η μέθοδος PERT, πλεονεκτεί στο γεγονός ότι οι χρονικές διάρκειες των εργασιών, ενσωματώνονται στον υπολογισμό με κατανομή πιθανότητας. Κατ' αυτόν τον τρόπο, η χρονική διάρκεια πέρατος του έργου ή και των ενδιάμεσων προθεσμιών, εκτιμώνται με βάση την αντίστοιχη πιθανότητα αποπεράτωσης, στα όρια των προγραμματιζόμενων εκτιμήσεων – προβλέψεων. Η μέθοδος PERT, είναι σημαντικά ωφέλιμη σε μεγάλα έργα, mega projects, μακροχρόνιας αποπεράτωσης, στα οποία είναι επιβεβλημένος ο υπολογισμός της πιθανότητας ολοκλήρωσης του έργου, εντός ορισμένων χρονικών διοριών. Η εισαγωγή της χρονικής διάρκειας των εργασιών ενός έργου με κατανομή πιθανότητας, επιδρά στον συνολικό χρόνο πραγματοποίησής του και συγχρόνως παρέχει την δυνατότητα υπολογισμού της πιθανότητας αποπεράτωσης του, εντός ορισμένου χρονικού πλαισίου. (Shtub, et al., 2014)

4.3.1 Βασικές στατιστικές έννοιες

Τα τυχαία φαινόμενα, που απασχολούν τον ερευνητή, στις λεγόμενες εφαρμοσμένες επιστήμες, συνδέονται και συναρτώνται με αριθμητικές τιμές που λαμβάνει κάποια φυσική ποσότητα του αποτελέσματος του φαινομένου. Επί παραδείγματι, το ύψος της βροχής σε μια συγκεκριμένη περιοχή, μπορεί να επιδράσει στην απόφαση για την κατασκευή ή όχι ενός τεχνικού έργου και παίρνει καθορισμένες τιμές που αποτυπώνουν αριθμητικά την έκβαση αυτού του τυχαίου, φυσικού φαινομένου. Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις κατά τις οποίες το αποτέλεσμα ενός τυχαίου φυσικού φαινομένου είναι αδύνατον εκ φύσεως να αποτυπωθεί αριθμητικώς και εκφράζεται κυρίως με αυθαίρετες τιμές. Παραδείγματος χάρη, στην περίπτωση που εξετάζεται **η πιθανότητα ένα έργο να**

αποπερατωθεί εντός ορισμένων χρονικών ορίων, είναι δυνατόν να εντοπίσουμε τρία αριθμητικά αποτελέσματα: 1 ότι δεν υπάρχει περίπτωση να ολοκληρωθεί το έργο, 2 ότι μάλλον μπορεί να αποπερατωθεί και 3 ότι σίγουρα θα πραγματοποιηθεί, εντός του ορισμένου αυτού χρονικού πλαισίου. Συνεπώς, η έκβαση ενός τυχαίου φαινομένου, μπορεί να εκφραστεί μέσω φυσικών ή τεχνητών αριθμητικών τιμών και πιο συγκεκριμένα μέσω μιας συνάρτησης. Αυτού του τύπου οι **συναρτήσεις, καλούνται τυχαίες ή στοχαστικές**. Βασική επιδίωξη της αναγνώρισης των υπό εξέταση γεγονότων μέσω αριθμητικών, τυχαίων τιμών είναι η όσο το δυνατόν ευκολότερη ανάλυση αυτών και των πιθανοτήτων τους. (Πολύζος, Σ., 2018)

Η **πιθανότητα**, εκφράζεται με έναν αριθμό **P(K)**, που αφορά το αποτέλεσμα του γεγονότος, και για το οποίο ισχύει:

$$0 \leq P(K) \leq 1$$

όπου $P(K) = 0$ είναι σίγουρο ότι το γεγονός K είναι αδύνατο να πραγματοποιηθεί και $P(K) = 1$ το γεγονός K είναι σίγουρο ότι θα πραγματοποιηθεί.

Δύο γεγονότα K και Λ τα οποία είναι αδύνατον, να εκτελεστούν ταυτόχρονα στον ίδιο χρόνο, καλούνται ασυμβίβαστα. Δύο γεγονότα K και Λ είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, όταν η πιθανότητα εκδήλωσης του K, δεν επηρεάζει την εκδήλωση του γεγονότος Λ. Εν γένει, όταν σε ένα στατιστικό πείραμα είναι εφικτή η εμφάνιση M αποτελεσμάτων, όπου το καθένα από αυτά, έχει την ίδια πιθανότητα εμφάνισης και ένα γεγονός K απαρτίζεται από m αποτελέσματα, τότε η **πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος K**, στο πείραμα αυτό είναι $P(K) = m / M$

Εάν σε ένα σύνολο 20 παρατηρήσεων ενός δείγματος, 5 από αυτές έχουν μία συγκεκριμένη ιδιότητα y, που τις χαρακτηρίζει ως προς τις υπόλοιπες, τότε η συχνότητα, η οποία ονομάζεται **απόλυτη ή ανεξάρτητη συχνότητα** εμφάνισης της ιδιότητας y είναι το 5. Στην περίπτωση, που η συχνότητα αυτήν διαιρεθεί με το άθροισμα των συχνοτήτων, συνάγεται η σχετική συχνότητα, όπου θα είναι ίση με $5 / 20 = 4\%$.

Ειδικότερα σε ένα δείγμα, ως **σχετική συχνότητα (relative frequency)**, εμφάνισης $f_{j,rel}$ μιας τιμής x_j καλείται ο λόγος εμφάνισης της συχνότητας f_j προς τον συνολικό αριθμό m των παρατηρήσεων του δείγματος. Δηλαδή:

$$f_{j,rel} = \frac{f_j}{m}$$

με x : η τυχαία μεταβλητή στο δείγμα

f_j : η συχνότητα με την οποία εμφανίζονται οι τιμές του x_j

$f_{j,rel}$: η σχετική συχνότητα των τιμών του x_j στο δείγμα

m : το άθροισμα των συχνοτήτων, δηλαδή ο αριθμός των παρατηρήσεων του δείγματος

Η μέση τιμή ή αλλιώς αριθμητικός μέσος μ , με $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ τιμές μιας τυχαίας μεταβλητής προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4.1)$$

Εάν τα στοιχεία του δείγματος είναι ομαδοποιημένα σε ω κλάσεις με κεντρικές τιμές x_i και απόλυτες συχνότητες f_i για την εκάστοτε κλάση ο **αριθμητικός μέσος (arithmetic mean)** θα προκύπτει από την σχέση:

$$\mu = \frac{1}{n} (x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i f_i \quad \text{όπου } n = \sum_{i=1}^n f_i \quad (4.2)$$

Αντίστοιχα **γεωμετρικός μέσος (geometric mean)** η τιμών των στοιχείων $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ είναι η n -οστή ρίζα του γινομένου τους.

$$G = \sqrt[n]{X_1 X_2 X_3 \dots X_n} \quad (4.3)$$

Στην περίπτωση που τα στοιχεία του δείγματος είναι ομαδοποιημένα με μορφή κατανομής συχνοτήτων σε ω κλάσεις με κεντρικές τιμές x_i και απόλυτες συχνότητες f_i , ο γεωμετρικός μέσος θα προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$G = \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}} \quad (4.4)$$

Αρμονικός μέσος (harmonic mean) ενός συνόλου n στοιχείων $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ είναι το αντίστροφο του αριθμητικού μέσου, των αντίστροφων τιμών των στοιχείων και ορίζεται από τον τύπο:

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} \right)} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \quad (4.5)$$

Εάν τα n στοιχεία εμφανίζονται με μορφή κατανομής συχνοτήτων σε ω κλάσεις, με κεντρικές τιμές x_i και απόλυτες συχνότητες f_i , τότε ο αρμονικός μέσος θα προκύπτει από τον τύπο:

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n} \left(\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \dots + \frac{f_k}{x_k} \right)} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{f_i}{x_i}} \quad (4.6)$$

Ως **απόκλιση (deviation)**, μιας τιμής x_i από την μέση τιμή μ ή τον αριθμητικό μέσο είναι:

$$d_{mi} = x_i - \mu$$

Η **μέση απόλυτη απόκλιση (mean absolute deviation)** ενός συνόλου n στοιχείων ορίζεται ως ο μέσος των απόλυτων αποκλίσεων των στοιχείων από την μέση τιμή και δίδεται από την σχέση:

$$m.a.d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f[d_m]$$

Η **τυπική απόκλιση (standard deviation)** ορίζεται ως μέτρο διασποράς, αντιπροσωπευτικό των αποκλίσεων των τιμών της τυχαίας μεταβλητής από τον μέσο όρο

μ, ήτοι:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f d_m^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum f (X - \mu)^2}{n}}$$

Η **διακύμανση (variance)** είναι ίση με το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης, τουτέστιν το σ^2 . (Κουνιάς, κα., 2018, Ζιούτας, 2022)

4.3.2 Κατανομή πιθανότητας

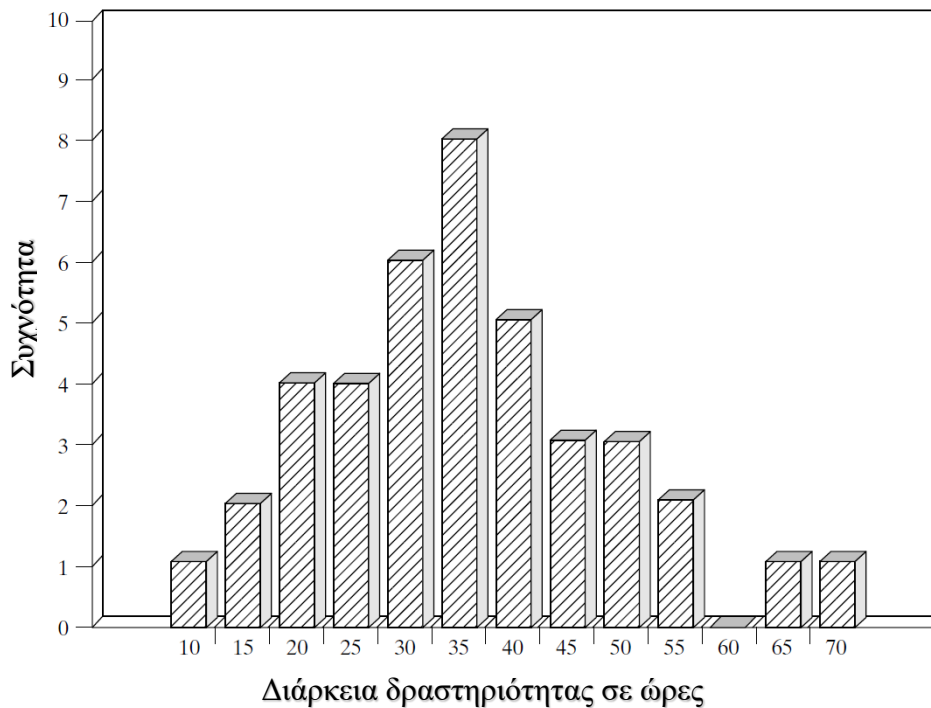
Μία οποιαδήποτε τυχαία μεταβλητή x , αποτυπώνει ένα ενδεχόμενο. Η εκάστοτε τιμή, που μπορεί να πάρει αυτήν η τυχαία μεταβλητή, θα εκφράζει την πιθανότητα το ενδεχόμενο αυτό, να μετατραπεί σε γεγονός. Η παρουσίαση των πιθανών τιμών της τυχαίας μεταβλητής και των αντίστοιχων πιθανοτήτων εμφάνισης των τιμών της, καλείται **κατανομή πιθανότητας (probability distribution)**. Όλες οι τιμές της κατανομής πιθανοτήτων, θα πρέπει να έχουν άθροισμα ίσο με την μονάδα. Ήτοι:

$$\sum_{i=1}^n P(X) = 1$$

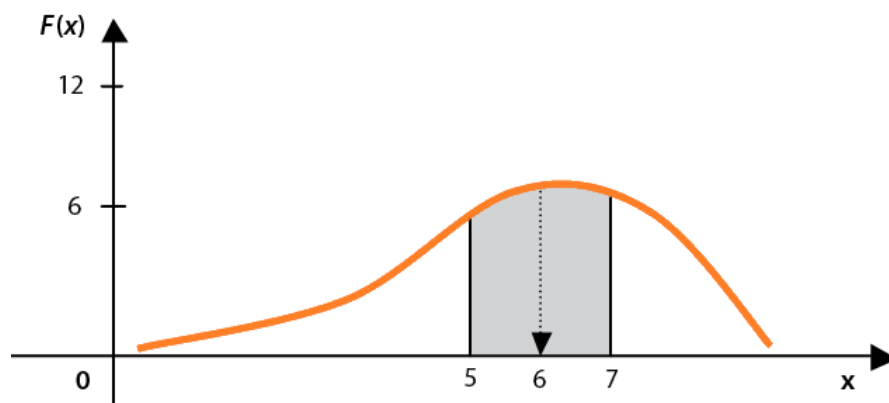
Η κατανομή της πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής x , προσεγγίζεται με την χρήση της συνάρτησης κατανομής ή αθροιστικής συνάρτησης κατανομής:

$$F_x(x) = P(X \leq x), \text{ για κάθε τιμή } x$$

Η κατανομή πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής x , απεικονίζεται είτε με ένα απλό γραμμικό διάγραμμα, ιστόγραμμα, σχήμα 4.1, είτε με μία συνεχή γραμμή στην οποία οι πιθανότητες της x , αντιστοιχούν σε ένα διάστημα, στην ευθεία των πραγματικών αριθμών. Επί παραδείγματι η πιθανότητα, η μεταβλητή x , να είναι ανάμεσα στις τιμές 5 και 6, τουτέστιν $5 \leq x \leq 6$, θα είναι ίση με το εμβαδόν της αντίστοιχης σχηματιζόμενης επιφάνειας 5 – 6, σχήμα 4.2. (Walpole, et al., 2011, Shtub, et al., 2014)



Σχήμα 4.1 Κατανομή πιθανότητας της διάρκειας μιας δραστηριότητας
Ένα ιστόγραμμα κατανομής πιθανότητας, αναφορικά με την διάρκεια μίας δραστηριότητας, ενός τεχνικού έργου. Πηγή: Shtub, et al., 2014



Σχήμα 4.2 Καμπύλη κατανομή πιθανότητας

Απεικόνιση κατανομής πιθανότητας για μία τυχαία μεταβλητή, μέσω συνεχούς γραμμής. Πηγή: Πολύζος, 2018, ίδια επεξεργασία

Σε ένα ορθοκανονικό διάγραμμα πιθανότητας, μιας συνεχούς μεταβλητής, με $f(x)$ τεταγμένη, προκύπτει:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (4.7)$$

Η $f(x)$ καλείται συνάρτηση πιθανότητας πυκνότητας και το εμβαδόν της σχηματιζόμενης επιφάνειας, καμπύλης, για τις τιμές του x , από το $+\infty$ έως το $-\infty$, θα είναι ίσο με το 1. Σύμφωνα με την 4.7 ισχύει:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi \quad (4.8)$$

Στην περίπτωση που υφίσταται η πρώτη παράγωγος της $F_X(x)$, έχουμε: $f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{d_x}$

Η συνάρτηση $f_X(x)$ δεν αποτυπώνει κάποια πιθανότητα, αλλά το $f_X(x)dx = P(x < X \leq x + dx)$ είναι η πιθανότητα, προκειμένου οι τιμές της x να βρίσκονται εντός του διαστήματος $[x, x + dx]$.

Συνεχής μεταβλητή, καλείται μία οποιαδήποτε τυχαία μεταβλητή, όταν οι τιμές που είναι δυνατόν να πάρει, είναι άπειρες και τότε η μεταβολή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, καθίσταται **συνεχής**. Σε αντίθετη περίπτωση, εάν δηλαδή η τυχαία μεταβλητή x παίρνει διακεκριμένες τιμές $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ η συνάρτηση πιθανότητας, καλείται **διακριτή**.

Μία τυχαία μεταβλητή, μπορεί να λάβει μια οποιαδήποτε δυνατή τιμή. Για τον λόγο αυτό, δημιουργείται η ανάγκη, προσδιορισμού ενός σταθμικού μέσου όρου των δυνατών τιμών, που καλείται **μέση τιμή** ή **προσδοκώμενη τιμή (expected value)** της τυχαίας αυτής μεταβλητής. (Shtub, et al., 2014)

Έστω x μία διακριτή τιμή μεταβλητής. Για την μεταβλητή αυτή, η προσδοκώμενη τιμή, προκύπτει από το άθροισμα των γινομένων κάθε δυνατής τιμής με την ισοδύναμη πιθανότητα. Έτσι:

$$E(x) = x_1[P(x_1)] + x_2[P(x_2)] + \dots + x_k[P(x_k)]$$

$$E(x) = \sum_{i=1}^k x_i [P(x_i)] \quad (4.9)$$

Στην περίπτωση που η τυχαία μεταβλητή x όμως είναι συνεχής, με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$, θα προκύπτει η μέση τιμή της $f(x)$ να είναι ίση με εξής:

$$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} Xf(x)dx \quad \text{για τιμές από } -\infty \text{ έως } +\infty \quad (4.10)$$

Ένα άλλο που πρέπει να ληφθεί υπόψιν, είναι το μέτρο της διακύμανσης των δυνατών τιμών που έχει η τυχαία μεταβλητή, το οποίο δείχνει τον βαθμό απομάκρυνσής τους, που έχουν από την μέση τιμή. Στην περίπτωση αυτήν, το κατάλληλο μέτρο, που δείχνει το μέγεθος της διακύμανσης, δηλαδή τον βαθμό απλώματος των δυνατών τιμών της τυχαίας μεταβλητής x , από την μέση τιμή, είναι η **διασπορά**. Η διασπορά, η οποία συμβολίζεται ως Var , προσεγγίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\text{Var}(x) = \sum_{i=1}^k (x_i - \mu_x)^2 P_x(x_i) \quad \text{με } \mu_x = E(x) \quad (4.11)$$

Εάν όμως η τυχαία μεταβλητή x είναι συνεχής και όχι διακριτή, έχουμε:

$$\text{Var}(x) = \int (x - \mu_x)^2 f_x(x) dx \quad (4.12)$$

Είθισται η χρήση της **τυπικής απόκλισης (standard deviation)**, που είναι η τετραγωνική ρίζα της διασποράς. Έτσι:

$$\sigma_x = \sqrt{\text{var}(x)} \quad (4.13)$$

Το καταλληλότερο μέγεθος, που δείχνει τον βαθμό της διακύμανσης των τιμών της τυχαίας μεταβλητής x , εάν δηλαδή έχουν μεγάλη ή μικρή διακύμανση από την μέση τιμή, είναι ο **συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation, CV)**

$$CV = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (4.14)$$

(Walpole, et al., 2011, Shtub, et al., 2014)

Ένα άλλο εξίσου σημαντικό γνώρισμα της τυχαίας μεταβλητής, είναι η ύπαρξη συμμετρίας ή ασυμμετρίας ή αλλιώς λοξότητας, που μπορεί να παρουσιάζει η καμπύλη της κατανομής πιθανότητας και το μέτρο που την εκφράζει είναι η **τρίτη κεντρική ροπή (TKP), (third central moment)**, σχήμα 4.3.

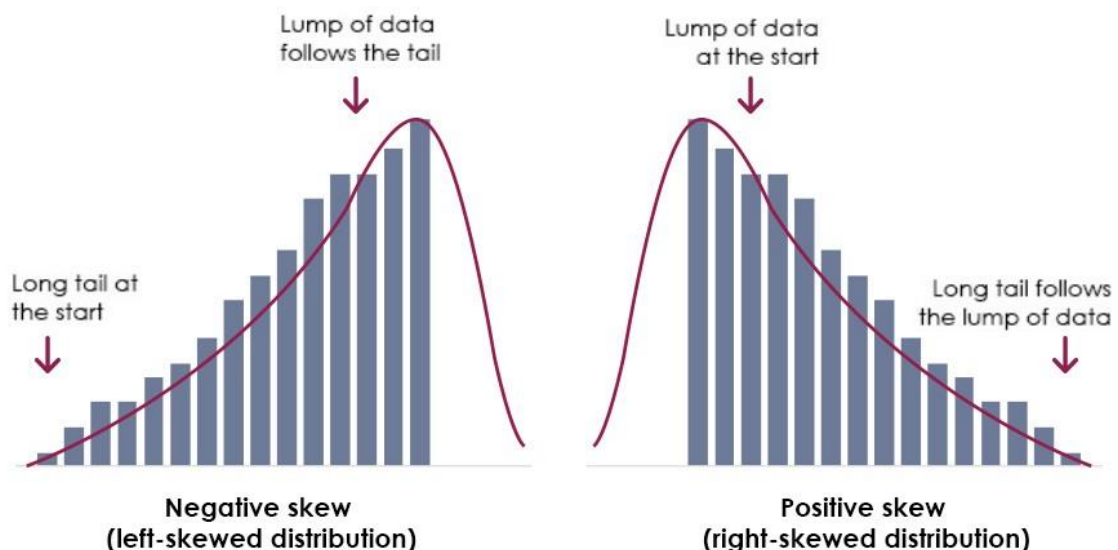
Στην περίπτωση που η τυχαία μεταβλητή x είναι διακριτή, η τρίτη κεντρική ροπή (TKP), προσεγγίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$E(X - \mu_x)^3 = \sum_{i=1}^k (x_i - \mu_x)^3 P_x(x_i) \quad (4.15)$$

Στην περίπτωση όμως που η τυχαία μεταβλητή x είναι συνεχής, η τρίτη κεντρική ροπή (TKP), προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$E(X - \mu_x)^3 = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \mu_x)^3 f_x(x) dx \quad (4.16)$$

Η **Τρίτη κεντρική ροπή (TKP)** είναι ίση με το μηδέν, στην περίπτωση συμμετρικής, ²κανονικής κατανομής. Επιπροσθέτως, εάν οι τιμές άνωθεν της μέσης τιμής μ_x , παρουσιάζουν αποκλίσεις μεγαλύτερες από εκείνες τις τιμές που βρίσκονται κάτωθεν από την μέση τιμή μ_x , τότε η τρίτη κεντρική ροπή TKP είναι θετική. Αντιθέτως στην περίπτωση που οι τιμές άνωθεν της μέσης τιμής μ_x εμφανίζουν αποκλίσεις μικρότερες από εκείνες τις τιμές που είναι κάτωθεν της μέσης τιμής μ_x , η τρίτη κεντρική ροπή είναι αρνητική. (Πολύζος, 2018)



Σχήμα 4.3 Μη συμμετρικές, λοξές, κατανομές

Η εμφάνιση ασυμμετρίας, θετικής ή αρνητικής λοξότητας, της κατανομής μιας τυχαίας μεταβλητής.

Πηγή: <https://www.cambridgemaths.org/blogs/skewed-usage-skewed-distribution/>

²Διεξοδική ανάλυση της κανονικής κατανομής, θα πραγματοποιηθεί στο προσεχές υποκεφάλαιο

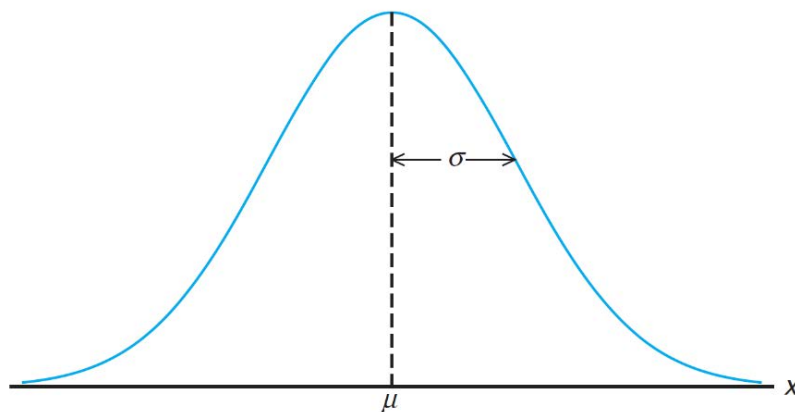
4.3.2.1 Κανονική κατανομή - Gauss

Η ευρέως γνωστή, συνεχής κατανομή πιθανοτήτων, στην θεωρία των πιθανοτήτων και στο πεδίο της στατιστικής επιστήμης είναι η **κανονική κατανομή (normal distribution)** ή **κατανομή Gauss (Gaussian distribution)**. Είναι ιδιαίτερα σημαντική και χρησιμοποιείται για την διεξαγωγή συμπερασμάτων και ανάλυσης αποφάσεων, κατά την προσέγγιση της τυχαιότητας, των φυσικών συνεχών φαινομένων. Η γραφική της παράσταση, η οποία καλείται κανονική καμπύλη, είναι μία καμπύλη σε σχήμα καμπάνας.

Η ακόλουθη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, είναι αυτή της κανονικής κατανομής.

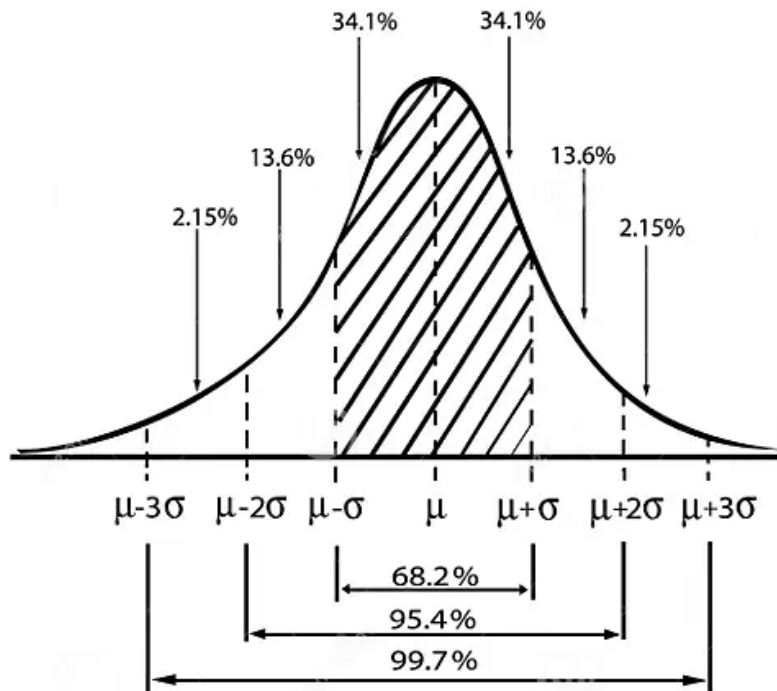
$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \quad -\infty < x < +\infty \quad (4.17)$$

με μ , σ παράμετροι της κατανομής, και ειδικότερα μ : η μέση τιμή, σ : η τυπική απόκλιση και συμβολισμό $N(\mu, \sigma)$, σχήμα 4.4, σχήμα 4.5. (Walpole, 2011, Chapra, Canale, 2020)



Σχήμα 4.4 Γραφική παράσταση κανονικής κατανομής

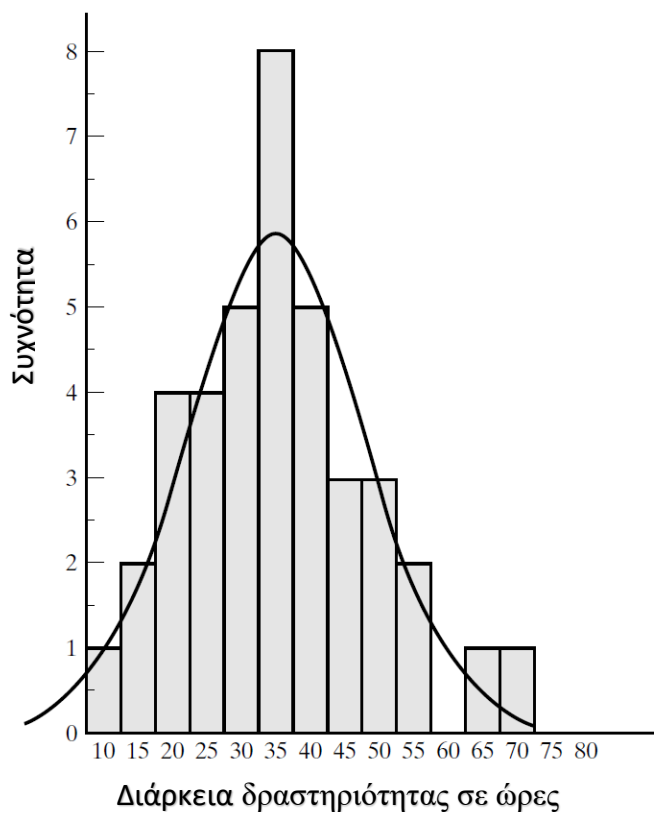
Η κατανομή πιθανότητας μιας συνεχής τυχάιας κατανομής μεταβλητής x , έχει σχήμα καμπάνας. Η μαθηματική εξίσωση, της κατανομής πιθανότητας αυτής της μεταβλητής, συναρτάται από τις παραμέτρους μ μέσης τιμής και σ τυπικής απόκλισης. Ο συμβολισμός των τιμών της πυκνότητας της x είναι $N(\mu, \sigma)$. Πηγή: Walpole, 2011



Σχήμα 4.5 Διάγραμμα κανονικής κατανομής

Η απεικόνιση της καμπύλης κανονικής κατανομής, όπου μ , η παράμετρος της μέσης τιμής και σ , η παράμετρος της απόκλισης της μαθηματικής της εξίσωσης.

Πηγή: <https://www.dreamstime.com/standard-deviation-diagram-white-background-business-marketing-concepts-illustration-gaussian-bell-normal-image206717579>



Σχήμα 4.6 Κανονική κατανομή της διάρκειας μιας δραστηριότητας

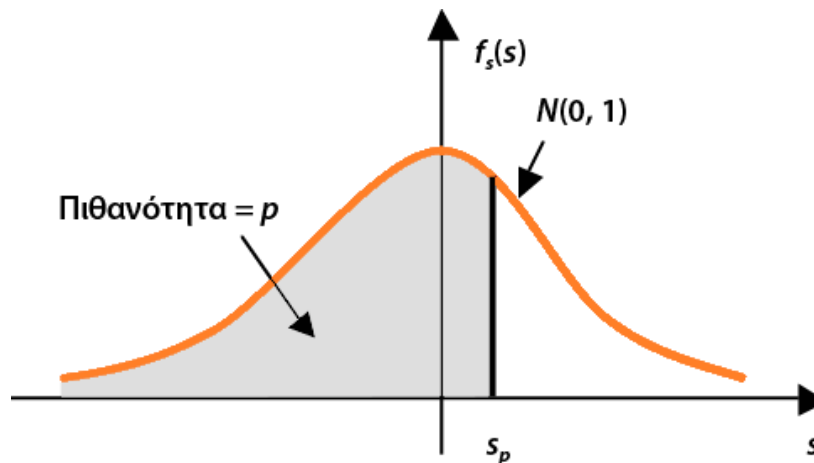
Απεικονίζεται η κανονική κατανομή συχνότητας της διάρκειας μιας εργασίας – δραστηριότητας, ενός έργου. Στην πραγματικότητα, στον χρονικό προγραμματισμό ρεαλιστικών τεχνικών έργων, η κατανομή

συχνότητας της διάρκειας μια δραστηριότητας, δεν είναι συμμετρική, αλλά εμφανίζει ασυμμετρία-λοξότητα. Πηγή: Shtub, et al., 2013

Η συνάρτηση πιθανότητας της κανονικής κατανομής, με παραμέτρους, μέση τιμή $\mu = 0$, και τυπική απόκλιση $\sigma = 1$, είναι η εξής:

$$f_s(s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(s)^2} \quad -\infty < s < +\infty \quad (4.18)$$

Καλείται συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας **τυπικής** κανονικής κατανομής, με συμβολισμό $\Phi(s)$, χρησιμοποιείται ευρέως, για την αθροιστική συχνότητα κατανομής της λεγόμενης τυπικής κανονικής μεταβλητής s . **Ήτοι:** $\Phi(s) = F_s(s)$, με s να έχει κατανομή $N(0,1)$. Η συνάρτηση κατανομής της $\Phi(s)$, δίδεται σε πίνακα. Σύμφωνα με τον πίνακα αυτό, μπορούν να προσεγγιστούν οι πιθανότητες, της εκάστοτε κανονικής κατανομής $N(\mu, \sigma)$, σχήμα 4.7. (Alfredo, Wilson, 2006, Chapra, Canale, 2020)



Σχήμα 4.7 Τυπική κανονική συνάρτηση πυκνότητας

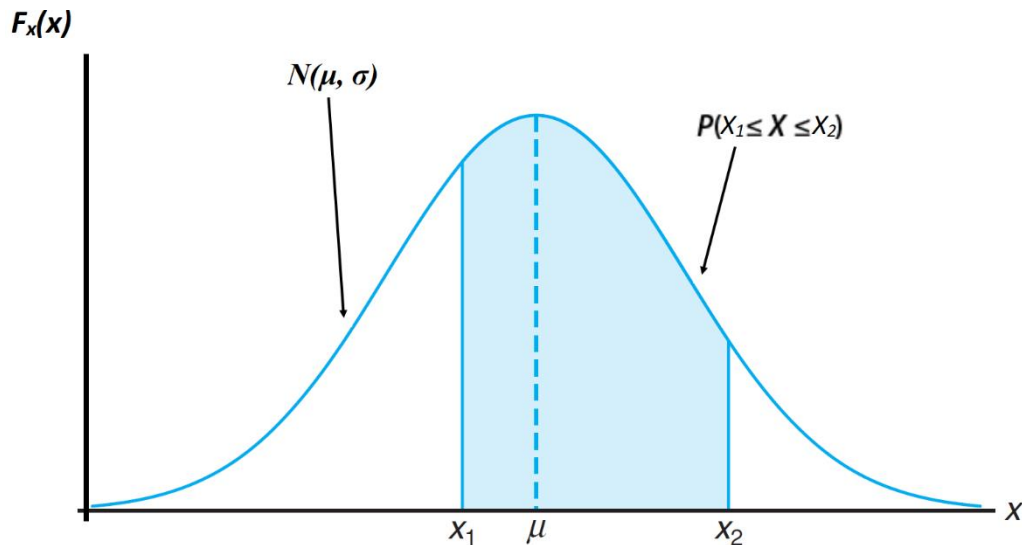
Η διαγραμματική απεικόνιση τυπικής κανονικής συνάρτησης πυκνότητας, $\Phi(s_p) = p$. Πηγή: Alfredo, Wilson, 2006

Έστω ένα ενδεχόμενο $x_1 \leq X \leq x_2$. Για την πιθανότητά του θα ισχύει:

$$P(x_1 < X < x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx \quad (4.19)$$

(Alfredo, Wilson, 2006)

Η πιθανότητά του απεικονίζεται στο σχεδιασμένο - σκιαγραφημένο εμβαδόν του σχήματος 4.8

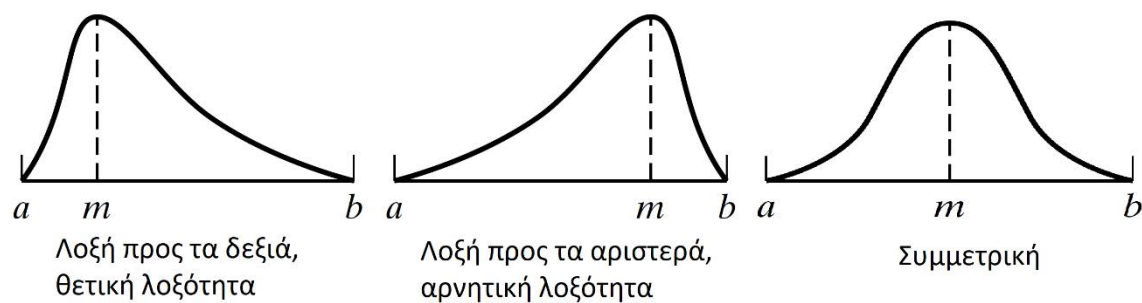


Σχήμα 4.8 Κανονική συνάρτηση πυκνότητας του $x_1 \leq X \leq x_2$

Η πιθανότητα του ενδεχομένου $x_1 \leq X \leq x_2$ είναι ίση με το σκιαγραφημένο εμβαδόν. Πηγή: Walpole, 2011, ίδια επεξεργασία

4.3.2.2 Κατανομή Beta – Βήτα

Η κατανομή beta, beta distribution ή βήτα κανονική κατανομή ή distribution Moivre – Laplace – Gauss κατανομή, κατανομή Moivre – Laplace – Gauss, είναι μία κατανομή η οποία μπορεί να παρουσιάζει, είτε συμμετρία με τον κατακόρυφο άξονα και στην περίπτωση αυτήν εμφανίζει ομοιότητα με την κανονική κατανομή, είτε ασυμμετρία με τον κατακόρυφο άξονα και τέμνει τον άξονα x , άξονα του χρόνου, σε δύο σημεία a , b . Είναι χρήσιμη, ιδίως για την ύπαρξη τυχαίων μεταβλητών, όπου οι τιμές τους κινούνται εντός πεπερασμένων ορίων, σχήμα 4.9. (Shtub, et al., 2014)



Σχήμα 4.9 Οι τρεις περιπτώσεις beta κατανομής

Οι τρεις περιπτώσεις βήτα κατανομής, λοξή προς τα δεξιά θετική λοξότητα, λοξή προς τα αριστερά αρνητική λοξότητα και συμμετρική αντίστοιχα. Πηγή: Shtub, et al., 2014, ίδια επεξεργασία.

Η εξίσωση της καμπύλης beta, είναι η ακόλουθη:

$$f(x) = \frac{1}{B(q,r)} \frac{(x-a)^{q-1} (b-x)^{r-1}}{(b-a)^{q+r-1}} \quad \text{για } a \leq x \leq b$$

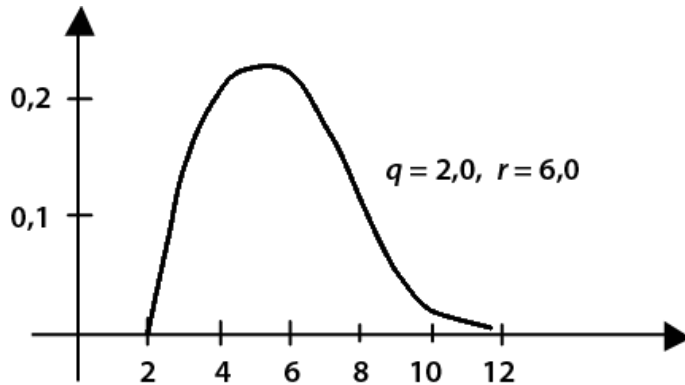
$$f_x(x) = 0 \quad \text{για κάθε μία από τις επίλοιπες τιμές του } x$$
(4.20)

(Alfredo, Wilson, 2006)

Η συνάρτηση $B(q,r)$ της κατανομής beta είναι η εξής:

$$B(q, r) = \int_0^1 x^{q-1} (1-x)^{r-1} dx \quad (4.21)$$

όπου q, r παράμετροι, οι τιμές των οποίων, καθορίζουν και την μορφή της κατανομής beta, σχήμα 4.10. (Alfredo, Wilson, 2006)



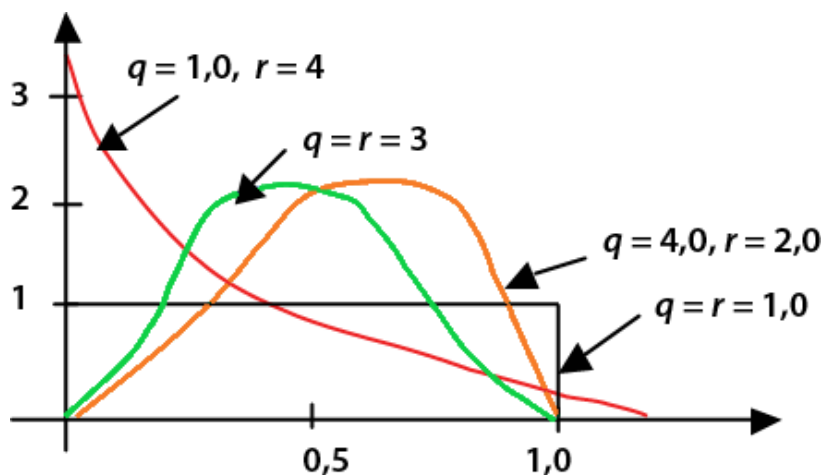
Σχήμα 4.10 Beta κατανομή

Η μορφή που αποκτά η βήτα κατανομή καθορίζεται από τις τιμές που θα έχουν οι παράμετροι q και r . Συνεπώς με $q = 2$ και $r = 6$, για $2 \leq x \leq 12$ η μορφή της καμπύλης beta θα είναι η απεικονιζόμενη. Πηγή: Alfredo, Wilson, 2006

Στην περίπτωση, που οι τιμές της τυχαίας μεταβλητής αυξομειώνονται, παρουσιάζουν διακυμάνσεις, μεταξύ των ορίων 0 και 1, ήτοι $a = 0$ και $b = 1$, η εξίσωση της συνάρτησης πυκνότητας της βήτα κατανομής, θα είναι:

$$f(x) = \frac{1}{B(q, r)} x^{q-1} (1-x)^{r-1} \quad \text{για } 0 \leq x \leq 1$$

$$f_x(x) = 0, \text{ για κάθε μία από τις επίλοιπες τιμές του } x \quad (4.22)$$



Σχήμα 4.11 Μορφές τυπικής κατανομής beta

Στο διάγραμμα απεικονίζονται διάφορες μορφές τυπικής βήτα κατανομής, μεταξύ των ορίων 0 και 1, $0 \leq x \leq 1$, για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων q και r αντίστοιχα. Πηγή: Alfredo, Wilson, 2006, ιδία επεξεργασία.

Η μέση τιμή, της βήτα κατανομής είναι ίση με:

$$\mu_x = a + \frac{q}{q+r} (b-a) \quad (4.23)$$

Η διασπορά, δηλαδή η μεταβλητότητα, της βήτα κατανομής αντίστοιχα, είναι ίση με:

$$\sigma_x^2 = \frac{qr}{(q+r)^2(q+r+1)}(b-a)^2 \quad (4.24)$$

(Alfredo, Wilson, 2006)

4.3.3 Αβεβαιότητα στον χρόνο των δραστηριοτήτων ενός τεχνικού έργου

Όπως έχει γίνει αναφορά σε προγενέστερο υποκεφάλαιο, σε ένα τεχνικό έργο, δεν είναι πάντοτε γνωστές εκ των προτέρων, οι χρονικές διάρκειες αποπεράτωσης των δραστηριοτήτων του. Σε αυτές τις περιπτώσεις, εφαρμόζεται η μέθοδος δικτυωτού προγραμματισμού PERT, η οποία χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά σε αμυντικά ερευνητικά προγράμματα, που οι χρόνοι αποπεράτωσης των δραστηριοτήτων, εμφάνιζαν μεγάλο βαθμό τυχαιότητας, αβεβαιότητας. Ειδικότερα, καθίσταται αποδεκτό, η κατανομή των συχνοτήτων της χρονικής διάρκειας πραγματοποίησης των εργασιών – δραστηριοτήτων του έργου, να προσεγγίζεται με κατανομή beta. Μέσω της κατανομής beta, εφαρμόζεται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, η πιθανοτική ανάλυση του χρόνου των δραστηριοτήτων, σε ένα τεχνικό έργο. Αυτό συμβαίνει, καθότι η καμπύλη της, τέμνει τον άξονα του χρόνου, σε δύο σημεία, που στην μέθοδο PERT, έχουν συμβολισμό t_a και t_b , με t_a να είναι ο ελάχιστος χρόνος αποπεράτωσης μιας δραστηριότητας και t_b ο μέγιστος χρόνος πραγματοποίησης της εργασίας αντίστοιχα.

Ειδικότερα, για την κάθε δραστηριότητα του έργου, ορίζονται οι τρεις ακόλουθοι χρόνοι:

- ❖ Ο **ελάχιστος δυνατός χρόνος** πραγματοποίησης της εργασίας – δραστηριότητας t_{aik} , που αποτελεί τον περισσότερο αισιόδοξο χρόνο, για την πραγματοποίηση μιας εργασίας ik .
- ❖ Ο **μέγιστος δυνατός χρόνος** υλοποίησης της ίδιας εργασίας t_{bik} , που αποτελεί τον πιο απαισιόδοξο χρόνο για την υλοποίηση της εργασίας ik και ο οποίος χαρακτηρίζεται από τις χειρίστες συνθήκες πραγματοποίησης της δραστηριότητας.
- ❖ Ο **πιθανότερος χρόνος** t_{mik} , υλοποίησης της εργασίας ik . Είναι ο χρόνος με την μέγιστη πιθανότητα εμφάνισης (Shtub, et al., 2014)

Ο προσδιορισμός της χρονικής διάρκειας εκτέλεσης των δραστηριοτήτων, ενός τεχνικού έργου, πραγματοποιείται από εξειδικευμένο επιστημονικό προσωπικό και θα πρέπει να περιλαμβάνονται όλες οι παράμετροι, που εμπλέκονται στην διαδικασία υλοποίησης των δραστηριοτήτων. Για την χρήση της βήτα κατανομής, στην μέθοδο PERT, οι παράμετροι της συνάρτησης $f(t)$, χρησιμοποιούνται με τρόπο που η αναμενόμενη τιμή για την t μεταβλητή, να προκύπτει από τον ακόλουθο τύπο:

$$t_e = \frac{t_a + 4t_m + t_b}{6} \quad (4.25)$$

Επιπλέον η διακύμανση, μεταβλητότητα σ_{te}^2 θα προκύπτει από τον ακόλουθο τύπο:

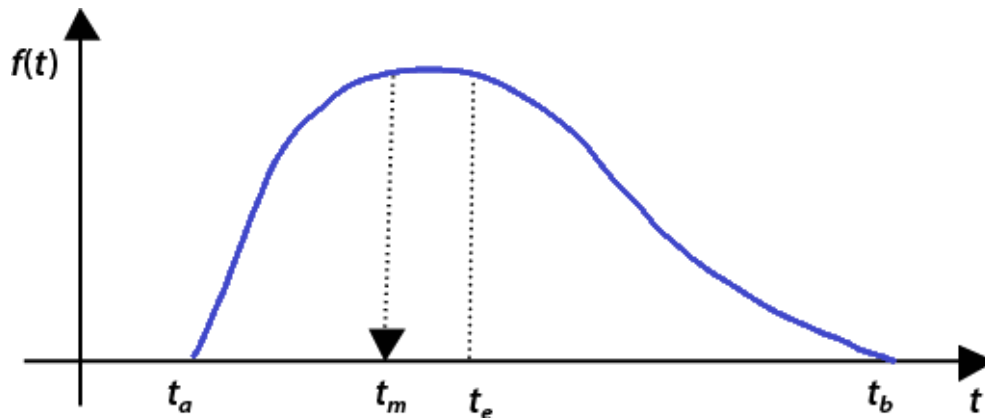
$$\sigma_{te}^2 = \left(\frac{t_b - t_a}{6} \right)^2 \quad (4.26)$$

Η πιθανότερη τιμή της μεταβλητής t δηλαδή η t_m ισοδυναμεί στην μεγαλύτερη τεταγμένη της beta καμπύλης. Κατόπιν των ανωτέρω παραδοχών, λαμβάνεται η υπόθεση ότι ο

αναμενόμενος χρόνος της κάθε εργασίας t_{ik} είναι ίσος με t_e και η μεταβλητότητα, διακύμανση της εργασίας σ^2_{ik} είναι ίση με σ^2_{te} . (Shtub, et al., 2014, Ζιούτας, 2022)

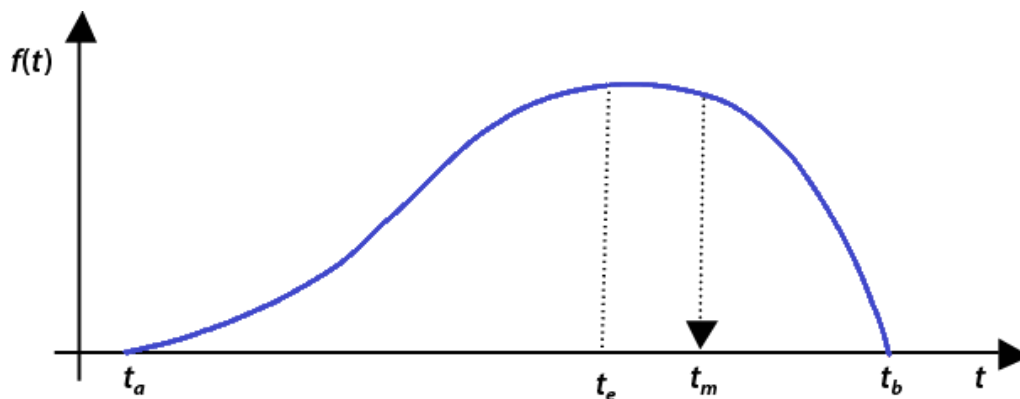
Στην περίπτωση που η μέση τιμή t_e της βήτα κατανομής, βρίσκεται δεξιά από την πλέον πιθανή τιμή t_m , η εκτίμηση για την χρονική διάρκεια της εργασίας αποκαλείται αισιόδοξη, σχήμα 4.12.

Ενώ στην περίπτωση που η μέση τιμή t_e της βήτα κατανομής, βρίσκεται αριστερά από την πλέον πιθανή τιμή t_m , η εκτίμηση για την χρονική διάρκεια της εργασίας αποκαλείται απαισιόδοξη, σχήμα 4.13. (Πολύζος, Σ., 2018)



Σχήμα 4.12 Αισιόδοξη εκτίμηση διάρκειας εργασίας

Αν στην βήτα κατανομή, η μέση τιμή t_e βρίσκεται δεξιόθεν από την πλέον πιθανή τιμή t_m , δηλαδή ισχύει $t_m < t_e$, τότε προκύπτει η αισιόδοξη εκτίμηση. Πηγή: Πολύζος, 2018



Σχήμα 4.13 Απαισιόδοξη εκτίμηση διάρκειας εργασίας

Αν στην βήτα κατανομή, η μέση τιμή t_e βρίσκεται αριστερόθεν από την πλέον πιθανή τιμή t_m , δηλαδή ισχύει $t_m > t_e$, τότε προκύπτει η απαισιόδοξη εκτίμηση. Πηγή: Πολύζος, 2018

Συνεπώς σε ένα τεχνικό έργο, για κάθε εργασία – δραστηριότητα του κάθε υποέργου ορίζονται εξ αρχής οι προαναφερόμενες, τρεις τιμές χρόνου. Ακολουθώντας, υπολογίζεται ο μέσος χρόνος t_{eik} που αντιστοιχεί στον αναμενόμενο χρόνο της εργασίας, καθώς επίσης και η μεταβλητότητα, διακύμανση σ^2_{ik} της εκάστοτε εργασίας, από τους ακόλουθους τύπους:

$$t_{ik} = \frac{t_{aik} + 4t_{mik} + t_{bik}}{6} \quad (4.27)$$

$$\sigma_{ik}^2 \left(\frac{t_{bik} + t_{aik}}{6} \right)^2 \quad (4.28)$$

(Shtub, et al., 2014)

Εν κατακλείδι, είναι απαραίτητο να σημειωθεί, ότι μέσω των τριών αυτών χρονικών εκτιμήσεων για την αποπεράτωση μιας εργασίας, δηλαδή ο αισιόδοξος χρόνος, ο απαισιόδοξος χρόνος και ο πιθανότερος χρόνος, η κατανομή beta παρέχει την δυνατότητα υπολογισμού των μέσων όρων και των αποκλίσεων, των χρόνων αποπεράτωσης, των δραστηριοτήτων, του έργου. Επιπροσθέτως, η κατανομή beta πλεονεκτεί έναντι άλλων κατανομών και της κανονικής κατανομής, καθότι μπορεί να είναι είτε λοξή προς τα δεξιά, θετική λοξότητα, δηλαδή αισιόδοξη εκτίμηση διάρκειας μιας δραστηριότητας, είτε λοξή προς τα αριστερά, αρνητική λοξότητα, δηλαδή απαισιόδοξη εκτίμηση διάρκειας της δραστηριότητας ή και συμμετρική. (Mubarak, 2019)

4.3.3.1 Το Θεώρημα Κεντρικού Ορίου της Στατιστικής στην πιθανοτική προσέγγιση προγραμματισμού τεχνικού έργου

Η αναλυτική προσέγγιση, που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της αβεβαιότητας, στα τεχνικά έργα, στηρίζεται στο **Θεώρημα του Κεντρικού Ορίου της Στατιστικής, Central Limit Theorem, CLT**. Το θεώρημα αυτό, ερμηνεύει το μεγάλο φάσμα εφαρμογής της κανονικής κατανομής, καθώς επίσης και του τρόπου που η καθεμία κατανομή, συσχετίζεται με την κανονική.

Με βάση το θεώρημα, η κατανομή πιθανότητας πυκνότητας, που ακολουθεί το συνολικό άθροισμα ενός μεγάλου σημαντικά αριθμού πιθανοτικών ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών, $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots \dots x_n$, συγκλίνει με την κανονική κατανομή όσο αυξάνεται ο αριθμός των μεταβλητών, ανεξαρτήτως εάν ο πληθυσμός εμφανίζει κανονική ή οποιαδήποτε άλλη κατανομή. Αν δηλαδή, τυχαία δείγματα μεγέθους n ενός πληθυσμού, οποιασδήποτε κατανομής, με μ μέση τιμή και σ^2 διασπορά, υπολογιστούν οι μέσοι της, προκύπτει ότι για μεγάλα n , που προσεγγίζουν θεωρητικά το άπειρο, $n \rightarrow \infty$ η κατανομή των τυχαίων αυτών δειγμάτων του πληθυσμού, ακολουθούν κατά προσέγγιση κατανομή, η οποία είναι κανονική με μέση τιμή μ και αντίστοιχα διασπορά σ^2/n .

Σε ένα τεχνικό έργο όπου η ολοκλήρωση του, επιβάλλεται να επιτευχθεί, έως μία συγκεκριμένη ημερομηνία και ο project manager διευθυντής έργου, καλείται να προσδιορίσει σε πόσο χρόνο θα αποπερατωθεί το project και εν συνεχεία καλείται να καταλήξει στην επιλογή της βέλτιστης λύσης, έχοντας πραγματοποιήσει πιθανοτική ανάλυση χρόνου για την κάθε δραστηριότητα του κάθε υποέργου, χρειάζεται να προβεί και στην αθροιστική πιθανοτική προσέγγιση, του συνολικού χρόνου του έργου. Σε αυτό το σημείο, συνεισφέρει καθοριστικά, το Θεώρημα του Κεντρικού Ορίου της Στατιστικής, Central Limit Theorem, CLT, το οποίο μέσω της μεθόδου PERT, αντιμετωπίζει τους μέσους όρους της χρονικής διάρκειας όλων των δραστηριοτήτων του έργου, ως κανονική κατανομή χωρίς οι κατανομές του χρόνου των δραστηριοτήτων να είναι κανονικές και στην περίπτωση ιδίως ενός τεχνικού έργου, αυτό βοηθά σημαντικά, καθότι ο αριθμός των στοιχείων του πληθυσμού, δηλαδή ο αριθμός των δραστηριοτήτων είναι πολύ μεγάλος. (Mubarak, 2019)

Αν κάθε τυχαία μεταβλητή, έχει συνάρτηση κατανομής με διακύμανση, μεταβλητότητα σ_{xi}^2 , για την οποία ισχύει:

$$\lim \left[\frac{\sigma_{xi}^2}{\sum_{i=1}^n \sigma_{xi}^2} \right] = 0 \quad \text{με } n \rightarrow \infty \quad (4.29)$$

Αν $\sum_{i=1}^n x_i$ το συνολικό άθροισμα των μεταβλητών, προκύπτει ότι η αναμενόμενη τιμή $E\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)$ θα ισούται με το άθροισμα των αναμενόμενων τιμών $E(x_i)$ των τυχαίων μεταβλητών. Επιπροσθέτως, η μεταβλητότητα σ_n^2 θα ισούται με το άθροισμα των μεταβλητών σ_{xi}^2 . Έτσι:

$$E\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n E(x_i) \quad \text{και} \quad \sigma_n^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{xi}^2$$

Δεδομένου ότι, η καμπύλη κανονικής κατανομής έχει συνάρτηση:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_m}{\sigma}\right)^2} \quad (4.30)$$

με x : τιμή της μεταβλητής, x_m : μέση τιμή της μεταβλητής, σ : τυπική απόκλιση.

Η μεταβλητή $\xi_x = \frac{x - x_m}{\sigma}$ θα είναι η ανοιγμένη απόκλιση, που προσεγγίζεται ως εξής:

$$\xi_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - E\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{\sigma_n} \quad \text{και η συνάρτηση επιπλέον της καμπύλης της κατανομής της}$$

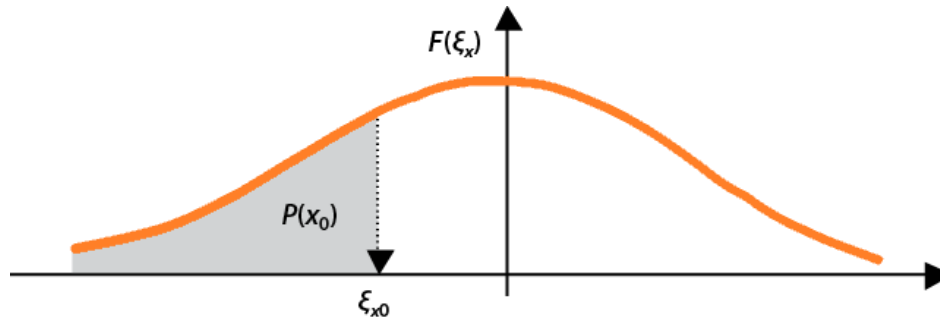
$$\xi_x \text{ θα ισούται με: } F(\xi_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\xi_x^2} \quad (4.31)$$

(Walpole, et al., 2011, Shtub, et al., 2014, Κοντογιάννης, Τουμπής, 2015)

Η πιθανότητα $P(x_0)$, για την εμφάνιση της ξ_x από το μείον άπειρο $-\infty$ έως και τη τιμή ξ_{x0} προσεγγίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$P(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\xi_{x0}} e^{-\frac{1}{2}\xi_x^2} d\xi_x \quad (4.32)$$

και είναι ίση με το εμβαδόν του περιβαλλόμενου σκιαγραφημένου τμήματος, που προκύπτει από τον άξονα ξ_x της καμπύλης με την τεταγμένη ξ_{x0} , σχήμα 4.14. (Πολύζος, 2018)



Σχήμα 4.14 Η συνάρτηση καμπύλης κατανομής στην περίπτωση της ανοιγμένης απόκλισης. Η πιθανότητα $P(\xi_0)$ να εμφανιστεί μία τιμή της μεταβλητής ξ_x μεταξύ του $-\infty$ έως και την τιμή ξ_{x0} είναι ίση με το περιβαλλόμενο σκιαγραφημένο τμήμα του απεικονιζόμενου διαγράμματος. Πηγή: Πολύζος, 2018

Για την κατάρτιση του διαγράμματος προγραμματισμού, σε ένα τεχνικό έργο, με την υπόθεση πως η κατανομή των συχνοτήτων εμφάνισης της χρονικής διάρκειας των εργασιών του είναι κανονική, στην περίπτωση αβεβαιότητας χρόνου, με t_n ο αναμενόμενος χρόνος πραγματοποίησης, σ_n^2 διακύμανση – μεταβλητότητα, εφαρμόζεται η ακόλουθη διαδικασία:

- ❖ Πραγματοποιείται η κατασκευή του δικτυωτού διαγράμματος, σύμφωνα με τους αναμενόμενους χρόνους t_{ik} των δραστηριοτήτων του έργου και κατόπιν ο υπολογισμός του συνολικού του χρόνου t_n .
- ❖ Ο χρόνος t_n θα εμφανίζει διακύμανση – μεταβλητότητα σ_n^2 που θα είναι ίση με το συνολικό άθροισμα των διακυμάνσεων, των εργασιών του κρίσιμου δρομολογίου. Ήτοι: $\sigma_n^2 = \sum_i \sigma_{ik}^2$ Στην περίπτωση όμως, που προκύψουν

περισσότερα από ένα κρίσιμα δρομολόγια, κάτι που είναι σύνηθες στα μεγάλα τεχνικά έργα, υπολογίζονται οι διακυμάνσεις – μεταβλητότητες σ_n^2 , καθενός από αυτά και επιλέγεται ως μεταβλητότητα – διακύμανση της κατανομής του χρόνου του συνολικού έργου, η μεγαλύτερη από αυτές.

- ❖ Για να γίνει ο υπολογισμός της πιθανότητας πραγματοποίησης του έργου, σε χρόνο t_x θα πρέπει να υπολογιστεί η ανοιγμένη απόκλιση ξ_x με την βοήθεια της σχέσης: $\xi_x = \frac{t_x - t_n}{\sigma_n}$ Σε αυτήν την σχέση, τα t_n και σ_n , αποτελούν σταθερούς

όρους. Συνεπώς, η κάθε τιμή που εμφανίζει η μεταβλητή t_x θα ισοδυναμεί σε μία μεταβλητή ξ_x . Άρα, η πιθανότητα $P(\xi_0)$, η μεταβλητή ξ_x να πάρει τιμή από το $-\infty$ έως και ξ_{x0} θα είναι ίση με την πιθανότητα ο χρόνος t_x να πάρει τιμή από 0 έως και t_{x0} , με t_{x0} η τιμή η οποία ισοδυναμεί στην τιμή ξ_{x0} . Για τον υπολογισμό της πιθανότητας $P(\xi_0)$, χρησιμοποιείται ο συγκεκριμένος πίνακας 4.1. (Πολύζος, 2018)

Πίνακας 4.1 Οι τιμές της πιθανότητας $P(x)$ για τις διάφορες τιμές της μεταβλητής ξ_x

ξ_x	$P(x)$	ξ_x	$P(x)$	ξ_x	$P(x)$
-4,00	0,000032	-2,20	0,0139	-1,15	0,1251
-3,90	0,000048	-2,15	0,0158	-1,10	0,1357
-3,80	0,000072	-2,10	0,0179	-1,05	0,1469
-3,70	0,000108	-2,05	0,0202	-1,00	0,1587
-3,60	0,000159	-2,00	0,0228	-0,95	0,1711
-3,50	0,000233	-1,95	0,0256	-0,90	0,1841

-3,40	0,000337	-1,90	0,0287	-0,85	0,1977
-3,30	0,000483	-1,85	0,0322	-0,80	0,2119
-3,20	0,000687	-1,80	0,0359	-0,75	0,2266
-3,10	0,000968	-1,75	0,0401	-0,70	0,2420
-3,00	0,00135	-1,70	0,0446	-0,65	0,2578
-2,90	0,00187	-1,65	0,0495	-0,60	0,2743
-2,80	0,00255	-1,60	0,0548	-0,55	0,2912
-2,70	0,00347	-1,55	0,0606	-0,50	0,3085
-2,60	0,00466	-1,50	0,0668	-0,45	0,3264
-2,50	0,00621	-1,45	0,0735	-0,40	0,3446
-2,45	0,00714	-1,40	0,0808	-0,35	0,3632
-2,40	0,00820	-1,35	0,0885	-0,30	0,3821
-2,35	0,00939	-1,30	0,0968	-0,20	0,4207
-2,30	0,0107	-1,25	0,1056	-0,10	0,4602
-2,25	0,0122	-1,20	0,1151	0,00	0,5000
0,00	0,5000	1,10	0,8643	2,15	0,9842
0,05	0,5199	1,15	0,8749	2,20	0,9861
0,10	0,5398	1,20	0,8849	2,25	0,9878
0,15	0,5596	1,25	0,8945	2,30	0,9893
0,20	0,5793	1,30	0,9032	2,40	0,9918
0,25	0,5987	1,35	0,9115	2,50	0,9938
0,30	0,6179	1,40	0,9192	2,60	0,9953
0,35	0,6368	1,45	0,9265	2,70	0,9965
0,40	0,6554	1,50	0,9332	2,80	0,9974
0,45	0,6736	1,55	0,9394	2,90	0,9981
0,50	0,6915	1,60	0,9452	3,00	0,9986
0,55	0,7088	1,65	0,9505	3,10	0,9990
0,60	0,7257	1,70	0,9554	3,20	0,9993
0,65	0,7422	1,75	0,9599	3,30	0,9995
0,70	0,7580	1,80	0,9641	3,40	0,9997
0,75	0,7734	1,85	0,9678	3,50	0,9998
0,80	0,7881	1,90	0,9713	3,60	0,99984
0,85	0,8023	1,95	0,9744	3,70	0,99989
0,90	0,8159	2,00	0,9772	3,80	0,99993
0,95	0,8289	2,05	0,9798	3,90	0,99995
1,00	0,8413	2,10	0,9821	4,00	0,9999

Πηγή: Πολύζος, 2018

Στην περίπτωση, όπου στην προηγούμενη σχέση τεθεί ότι, $t_x = t_n$, τότε $\xi_n = 0$. Επομένως, η πιθανότητα το έργο να πραγματοποιηθεί σε χρόνο t_n , με βάση τον πίνακα 4.1 θα είναι ίση με $P(n) = 0,5$. Ειδικότερα:

αν $t_x < t_n$ προκύπτει ότι $\xi_n < 0$, $P(x) < 0,5$

αν $t_x > t_n$ προκύπτει ότι $\xi_n > 0$, $P(x) > 0,5$

Εάν απαιτείται να γίνει υπολογισμός της πιθανότητας το έργο να αποπερατωθεί εντός ορισμένων ορίων τότε χρησιμοποιείται η σχέση:

$$P_{(x_1, x_2)} = P(x_1) - P(x_2)$$

Στην περίπτωση που επιλεγούν δύο τιμές της ανοιγμένης απόκλισης ξx , τότε η πιθανότητα $P_{(x_1, x_2)}$ θα είναι τόσο μεγάλη προκειμένου σίγουρα το έργο να πραγματοποιηθεί σε χρονική διάρκεια που θα είναι εντός των χρονικών ορίων t_{x1} και t_{x2} . Επί παραδείγματι αν εκλεγούν οι τιμές 1 και -1 στην ξx τότε βάση του πίνακα 4.1 οι πιθανότητες θα είναι:

$P(x_1) = 0,8413$ και $P(x_2) = 0,1597$ με αντίστοιχους χρόνους $t_{x1} = t_n + \sigma_n$ και $t_{x2} = t_n - \sigma_n$. Η πιθανότητα το έργο να περατωθεί εντός των συγκεκριμένων χρονικών ορίων θα είναι ίση με:

$$P_{(x_1, x_2)} = |0,8413 - 0,1597| = 0,6826$$

(Πολύζος, 2018)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

Βελτιστοποίησης δυναμικού στα τεχνικά έργα

5.1 Βελτιστοποίηση κατανομής δυναμικού

Όσα προαναφέρθηκαν στα προγενέστερα κεφάλαια, περί βελτιστοποίησης κόστους, βελτιστοποίησης χρόνου, δηλαδή την αποπεράτωση ενός τεχνικού έργου, στο ελάχιστο δυνατό χρόνο με το ελάχιστο δυνατό κόστος, εύρεση της ελάχιστης λύσης, αριστοποίηση, βασίζονται στην παραδοχή ότι ήταν διαθέσιμα όλα τα απαιτούμενα μέσα παραγωγής, πόροι για το τεχνικό αυτό έργο.

Ωστόσο στην πραγματικότητα, από το δικτυωτό διάγραμμα προγραμματισμού, προκύπτουν περιπτώσεις κατά τις οποίες για την εκτέλεση δύο ή και περισσότερων εργασιών – δραστηριοτήτων του έργου χρειάζεται συγχρόνως η χρήση του ίδιου είδους πόρων, μέσων παραγωγής, επί παραδείγματι ανειδίκευτο εργατικό δυναμικό, του ίδιου τύπου μηχανήματα, μηχανοδηγοί. Δηλαδή η συνολική ημερήσια ή εβδομαδιαία ζήτηση ενός συγκεκριμένου πόρου, μέσου παραγωγής ξεπερνά τον συνολικό αριθμό των διαθέσιμων τεμαχίων, μονάδων. Αυτό σημαίνει ότι το πρόγραμμα εκτέλεσης του έργου, είναι αδύνατον να πραγματοποιηθεί, αν δεν γίνει αύξηση της ποσότητας του συγκεκριμένου πόρου, που είναι διαθέσιμος κατά την συγκεκριμένη αυτήν χρονική περίοδο, της αυξημένης ζήτησης. Ειδάλλως θα χρειαστεί να αλλάξει ο χρονοπρογραμματισμός υλοποίησης αυτών των εργασιών, εξαιτίας των οποίων δημιουργείται η υπέρβαση της διαθεσιμότητας των πόρων κατά την διάρκεια πραγματοποίησης του τεχνικού έργου. Κάτι τέτοιο όμως, μία μεταβολή δηλαδή στον χρονοπρογραμματισμό του συνολικού έργου μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση της χρονικής διάρκειας αποπεράτωσής του. Αυτό μπορεί να αποφευχθεί όμως αν υπάρξουν δραστηριότητες – εργασίες, οι οποίες χρήζουν τροποποίησης χρονοπρογραμματισμού πραγματοποίησης και έχουν ολικό ή ελεύθερο χρονικό περιθώριο.

Το πρόβλημα εμφάνισης της βελτιστοποίησης πρακτικά της κατανομής δυναμικού, έχει δύο μορφές. Η πρώτη μορφή, εμφανίζεται όταν το τεχνικό έργο απαιτείται να αποπερατωθεί σε προκαθορισμένο χρόνο, υπάρχει περιορισμός των προθεσμιών αλλά ικανή διάθεση δυναμικού. Η δεύτερη μορφή, εμφανίζεται όταν υπάρχουν τα χρονικά περιθώρια για την πραγματοποίηση των έργων, αλλά το διαθέσιμο δυναμικό προσωπικό είναι περιορισμένο. (Shtub, et al, 2014, Turner, 2014, PMI, 2021,)

5.2 Βελτιστοποίηση κατανομής δυναμικού στην περίπτωση καθορισμένου χρόνου

Η σχέση ανάμεσα στις απαιτήσεις σε πόρους, δυναμικό και χρονικό προγραμματισμό θα αναλυθεί διεξοδικά, μέσω του παραδείγματος ενός τεχνικού έργου που έχει αναλύσει ο Shtub et al. 2014, στο σύγγραμμά του, στο κεφάλαιο περί διαχείρισης πόρων. Τα δεδομένα του παραδείγματος για το συγκεκριμένο τεχνικό έργο, αναφορικά με τις δραστηριότητες, την αλληλουχία αυτών και την χρονική διάρκεια αποπεράτωσης του παρουσιάζονται στον πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.1 Δεδομένα του έργου παραδείγματος

Δραστηριότητα	Αλληλουχία δρασ/τήτων (Αμέσως προηγούμενες)	Διάρκεια(εβδομάδες)
A	–	5
B	–	3
C	A	8
D	A, B	7
E	–	7
F	C, E, D	4
G	F	5

Πηγή: Shtub, et al., 2014

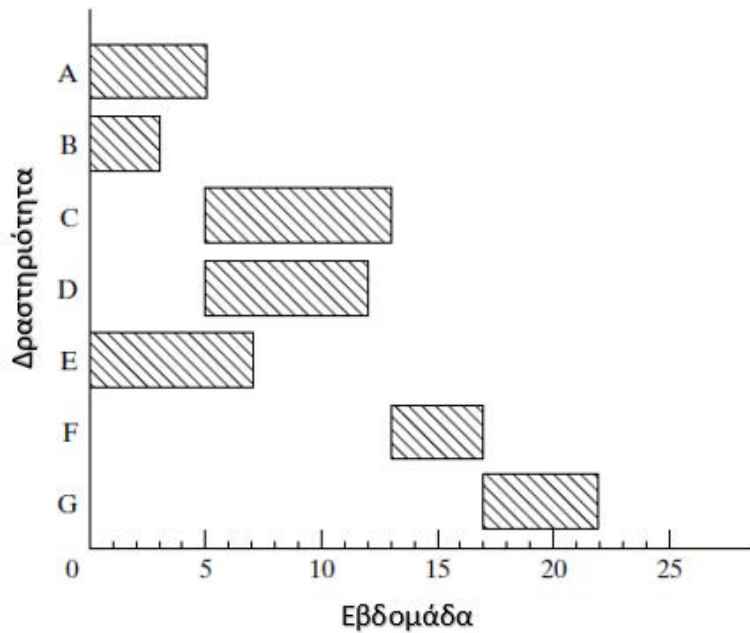
Η 1^η υπόθεση στο έργο παράδειγμα, είναι ότι γίνεται χρήση ενός μόνο μέσου παραγωγής, πόρου, δυναμικού και ειδικότερα αυτού της ανειδίκευτης εργασίας. Η 2^η υπόθεση, του έργου παραδείγματος, είναι ότι για την υλοποίηση μίας δραστηριότητας χρειάζεται την χρήση του πόρου, ανειδίκευτο δυναμικό προσωπικό σε σταθερό ποσοστό. Οι απαιτήσεις του πόρου ανειδίκευτης εργασίας, παρουσιάζονται στον πίνακα 5.2

Πίνακας 5.2 Απαιτήσεις πόρων του έργου παραδείγματος

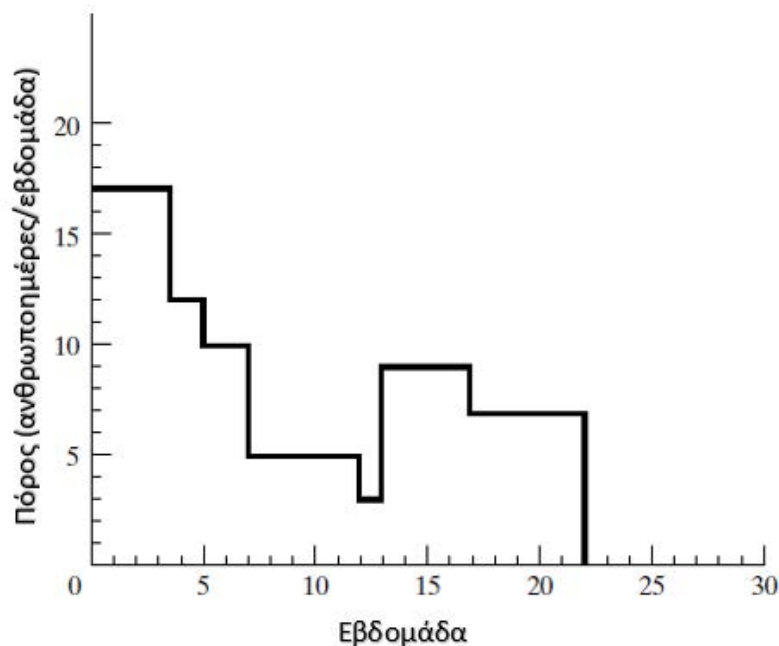
Δραστηριότητα	Διάρκεια (εβδομ.)	Απαιτούμενη εργασία (ημέρα ανά εβδομ.)	Συνολική Εργασία (απαιτούμενες ημέρες)
A	5	8	40
B	3	4	12
C	8	3	24
D	7	2	14
E	7	5	35
F	4	9	36
G	5	7	35

Πηγή: Shtub, et al., 2014

Στον πίνακα εμφανίζονται η απαιτούμενη ανειδίκευτη εργασία της κάθε δραστηριότητας, εργατοημερών ανά εβδομάδα και η απαιτούμενη ανειδίκευτη εργασία εργατοημερών συνολικά. Επί παραδείγματι, για την δραστηριότητα – εργασία F, χρειάζονται 9 ημέρες, εργατοημέρες, ανειδίκευτης εργασίας, σε κάθε μία από τις 4 τέσσερις εβδομάδες της. Στην περίπτωση, που δεν υπάρχει η υπόθεση αυτήν και το ποσοστό της χρήσης του πόρου δεν είναι σταθερό, χρειάζεται να καθορίζεται για την κάθε μονάδα του χρόνου, στο δεδομένο έργο, είναι εβδομάδα. Η 3^η υπόθεση του παραδείγματος, είναι ότι ανά εβδομάδα, εργάσιμες ημέρες θεωρούνται οι πέντε 5. Στην περίπτωση χρονικού προγραμματισμού ενωρίτερης έναρξης δραστηριοτήτων, βάση του σχήματος 5.1.α όπου παρουσιάζεται το διάγραμμα Gantt και του σχήματος 5.1.β που απεικονίζει τις απαιτήσεις σε πόρο ανειδίκευτης εργασίας, παρατηρείται ότι απαιτείται το υψηλότερο επίπεδο χρησιμοποίησης του πόρου ανειδίκευτης εργασίας, κατά τις πρώτες φάσεις του έργου.

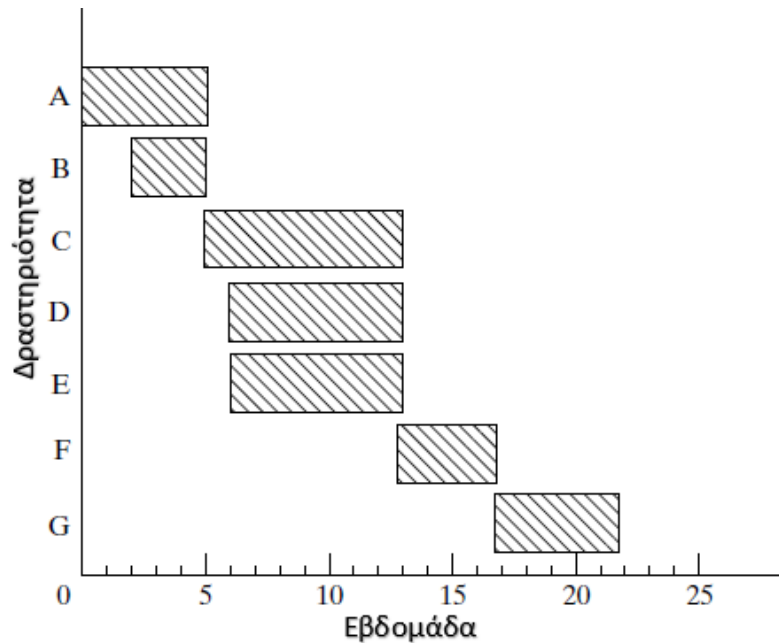


Σχήμα 5.1.α Διάγραμμα Gantt στην περίπτωση χρονικού προγραμματισμού ενωρίτερης έναρξης
 Πηγή: Shtub, et al., 2014

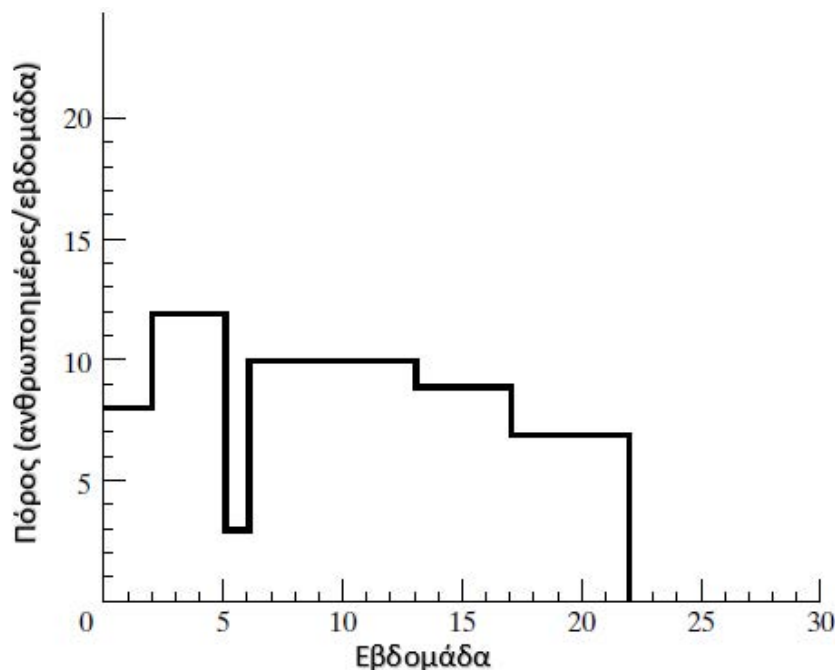


Σχήμα 5.1.β Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας χρονοπρογραμματισμού ενωρίτερης έναρξης
 Πηγή: Shtub, et al., 2014

Ειδικότερα, τις πρώτες τρεις (3) εβδομάδες, όπου χρειάζεται 17 εργατομέρες την εβδομάδα απαιτούνται $17/5 = 3,4$ ανειδίκευτο εργατικό δυναμικό την ημέρα. Αυτό το επιπρόσθετο στοιχείο του κλάσματος που προκύπτει στην ζήτηση μπορεί να απορροφηθεί με μία μορφή υπερωρίας, δεύτερης βάρδιας ή ακόμη με ένα επιπρόσθετο εργαζόμενο, ειδικού καθεστώσ σύμβασης, μερικής απασχόλησης. Αντιθέτως οι μικρότερες απαιτήσεις σε πόρους παρουσιάζονται την δέκατη τρίτη, 13^η εβδομάδα στην οποία χρειάζεται τρεις εργατομέρες, σχήμα 5.2.α, 5.2.β.



Σχήμα 5.2.α Διάγραμμα Gantt στην περίπτωση χρονικού προγραμματισμού βραδύτερης έναρξης
 Πηγή: Shtub, et al., 2014



Σχήμα 5.2.β Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας χρονοπρογραμματισμού βραδύτερης έναρξης Πηγή: Shtub, et al., 2014

Το εύρος, η διακύμανση δηλαδή είναι $17 - 3 = 14$. Εξαιτίας της επιρροής των αποφάσεων στον χρονικό προγραμματισμό, εις ότι αφορά τις απαιτήσεις σε πόρο ανειδίκευτης εργασίας, σημειώνεται διαφορά ανάμεσα στο σχήμα 5.1.β απαιτήσεων ανειδίκευτης εργασίας, με χρονικό προγραμματισμό ενωρίτερης έναρξης δραστηριοτήτων και του σχήματος 5.2.β που απεικονίζει τις απαιτήσεις σε ανειδίκευτη εργασία, με χρονικό προγραμματισμό βραδύτερης έναρξης δραστηριοτήτων. Ειδικότερα, η διαφορά που παρατηρείται ανάμεσα σε αυτά τα δύο σχήματα 5.1.β και 5.2.β, είναι ότι στο σχήμα 5.2.β με χρονικό προγραμματισμό βραδύτερης έναρξης των δραστηριοτήτων, η μέγιστη χρήση του πόρου ανειδίκευτης εργασίας, μετατοπίζεται από τις εβδομάδες 1 – 3, του σχήματος

5.1.β ενωρίτερης έναρξης, σε εκείνες μεταξύ 3 με 5. Επιπροσθέτως, παρατηρείται η μέγιστη μείωση χρήσης του πόρου ανειδίκευτης εργασίας, σχήμα 5.1.β ενωρίτερης έναρξης, από 17, δεκαεπτά εργατοημέρες την εβδομάδα σε 12, δώδεκα εργατοημέρες την εβδομάδα, σχήμα 5.2.β βραδύτερης έναρξης. Παρατηρείται δηλαδή ένα εύρος, διακύμανση της τάξεως $12 - 3 = 9$. Θα πρέπει να επισημανθεί, ότι η μείωση του εύρους, διακύμανσης από τον χρονικό προγραμματισμό ενωρίτερης έναρξης των δραστηριοτήτων, στο χρονικό προγραμματισμό βραδύτερης έναρξης, δεν είναι κατά κανόνα ομοιόμορφη, στις ενδιάμεσες φάσεις.

Εξομάλυνση πόρων, ορίζεται η αναδιανομή ολικού ή ελεύθερου περιθωρίου των εργασιών του έργου, προκειμένου να ελαττωθεί η διακύμανση, το εύρος στα διαγράμματα απαιτήσεων πόρων. Το σταθερό ποσοστό χρήσης πόρου, δυναμικού, καταλήγει σε μικρότερο κόστος αυτού. Στην περίπτωση δυναμικού που εξετάζεται και μελετάται κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας η παραπάνω προαναφερθείσα υπόθεση στηρίζεται στο γεγονός, πως το κόστος αυξάνεται όταν δημιουργείται ανάγκη πρόσληψης, απόλυσης και κατάρτισης προσωπικού δυναμικού. Στην περίπτωση των υλικών, όταν υπάρχει διακύμανση, εύρος του ποσοστού κατανάλωσης αυτών, συνεπάγεται αύξηση των απαιτήσεων αποθήκευσης για να καλυφθούν οι ανάγκες όταν υπάρξει μέγιστη ζήτηση. Από μεριάς ανθρώπινου δυναμικού, σε συνάφεια με τα υλικά παραγωγής, σημαίνει πρακτικά και μεγαλύτερη, πιο εντατική προσπάθεια για τον προγραμματισμό και έλεγχο αυτών.

Για να επιτευχθεί εξομάλυνση πόρων και ειδικότερα δυναμικού, υπάρχουν ορισμένοι κανόνες προτεραιότητας οι οποίοι θα αναλυθούν στο προσεχές κεφάλαιο. Ωστόσο μια πρακτική διαδικασία εξομάλυνσης κατανομής δυναμικού, που χρησιμοποιείται κατά την αποπεράτωση ενός έργου, με χρονικούς περιορισμούς των προθεσμιών του, θα αναλυθεί διεξοδικά, χρησιμοποιώντας το προγενέστερο παράδειγμα του Shtub et al. (2014) περί εξομάλυνσης πόρου ανειδίκευτης εργασίας.

α) Γίνεται υπολογισμός, του μέσου αριθμού εργατοημερών ανά χρονική μονάδα, στην προκειμένη περίπτωση εβδομάδα. Χρειάζονται συνολικά 196 ημέρες πόρου ανειδίκευτης εργασίας ή αλλιώς εργατοημέρες. Η χρονική διάρκεια υλοποίησης του έργου είναι 22 εβδομάδες, συνεπώς χρειάζονται κατά μέσο όρο $196/22 = 8,9$ ή κατά προσέγγιση 9 εννέα εργατοημέρες την εβδομάδα.

β) Χρησιμοποιώντας ως κριτήριο, τον χρονικό προγραμματισμό της ενωρίτερης έναρξης των δραστηριοτήτων του έργου και τις μη κρίσιμες εργασίες γίνεται καθυστέρηση των δραστηριοτήτων διαδοχικά, με αρχή τις εργασίες αυτές που παρουσιάζουν το μεγαλύτερο ελεύθερο χρονικό περιθώριο. Εν συνεχεία, πραγματοποιείται έλεγχος των απαιτήσεων σε πόρο ανειδίκευτης εργασίας, που εμφανίζεται μετά από την εκάστοτε καθυστέρηση. Τέλος, γίνεται επιλογή του χρόνου προγραμματισμού, που ελαχιστοποιεί το εύρος, δηλαδή περιορίζει τις διακυμάνσεις του πόρου ανειδίκευτης εργασίας, δημιουργώντας απαιτούμενες ημέρες ανειδίκευτης εργασίας, εργατοημέρες, που προσεγγίζουν, πλησιάζουν το μέσο όρο. Ειδικότερα στο συγκεκριμένο παράδειγμα, βάση του πίνακα 5.3, όπου παρουσιάζεται, με βάση τις σχέσεις προτεραιότητας, αλληλουχίας για κάθε δραστηριότητα ο ενωρίτερος χρόνος έναρξης, ο ενωρίτερος χρόνος λήξης, ο βραδύτερος χρόνο λήξης, ο βραδύτερος χρόνο έναρξης, το συνολικό χρονικό περιθώριο και το ελεύθερο χρονικό περιθώριο αντίστοιχα (επί παραδείγματι, για την δραστηριότητα C έχουμε ότι, $EF_{24} = ES_{24} + L_{24} = 5 + 8 = 13$ και $LS_{24} = LF_{24} - L_{24} = 13 - 8 = 5$), παρατηρείται η δραστηριότητα Ε να εμφανίζει το μεγαλύτερο ελεύθερο χρονικό περιθώριο, δηλαδή αυτό των 6, έξι εβδομάδων.

Πίνακας 5.3 Συνοπτική ανάλυση χρόνων έναρξης, λήξης των δραστηριοτήτων

Δραστηριότητα (i, j)	L_{ij}	$ES_{ij} = t_i$	$EF_{ij} = ES_{ij} + L_{ij}$	$LF_{ij} = T_j$	$LS_{ij} = LF_{ij} - L_{ij}$	$TS_{ij} = LS_{ij} - ES_{ij}$	$FS_{ij} = t_j - t_i - L_{ij}$
A	(1, 2)	5	0	5	5	0	0
B	(1, 3)	3	0	3	6	3	2
C	(2, 4)	8	5	13	13	5	0
D	(3, 4)	7	5	12	13	6	1
E	(1, 4)	7	0	7	13	6	6
F	(4, 5)	4	13	17	17	13	0
G	(5, 6)	5	17	22	22	17	0
D ₁	(2, 3)	0	5	5	6	6	0

Πηγή: Shtub, et al., 2014

Η πρώτη πρωτοβουλία που πρέπει να γίνει είναι η καθυστέρηση έναρξης της Ε 3 τρεις εβδομάδες, έως το πέρας της δραστηριότητας Β. Κατ' αυτόν τον τρόπο, ελαχιστοποιούνται οι απαιτήσεις σε πόρο ανειδίκευτης εργασίας, κατά την διάρκεια των εβδομάδων 1 – 3, πέντε μονάδες. Οι απαιτήσεις σε πόρο ανειδίκευτης εργασίας, που θα δημιουργηθούν, είναι οι ακόλουθες του πίνακα 5.4.

Πίνακας 5.4 Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας κατά την πρώτη δοκιμασία εξομάλυνσης

Εβδομάδα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Φόρτος	12	12	12	13	13	10	10	10	10	10	5
Εβδομάδα	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Φόρτος	5	3	9	9	9	9	7	7	7	7	7

Πηγή: Shtub, et al., 2014

Στον παραπάνω πίνακα, εμφανίζεται μέγιστη απαίτηση σε πόρο ανειδίκευτης εργασίας 13 δεκατρείς εργατοημέρες και ελάχιστη απαίτηση σε ανειδίκευτη εργασία 3 τρεις εργατοημέρες. Η μέγιστη, προκύπτει την 4^η και 5^η εβδομάδα. Για την δραστηριότητα Ε υπάρχει η δυνατότητα να καθυστερήσει περαιτέρω, οπότε δημιουργείτε ένας χρονικός προγραμματισμός, όπου η δραστηριότητα Ε θα αρχίσει μετά το πέρας της δραστηριότητας Α, δηλαδή αφότου επέλθει η 5^η εβδομάδα. Συνεπώς, οι απαιτήσεις σε πόρο ανειδίκευτης εργασίας, θα διαμορφωθούν σύμφωνα με τον πίνακα 5.5.

Πίνακας 5.5 Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας κατά την δεύτερη δοκιμασία εξομάλυνσης

Εβδομάδα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Φόρτος	12	12	12	8	8	10	10	10	10	10	10
Εβδομάδα	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Φόρτος	10	3	9	9	9	9	7	7	7	7	7

Πηγή: Shtub, et al., 2014

Παρατηρείται, μέγιστη απαίτηση ανειδίκευτης εργασίας 12 εργατοημέρες κατά τις εβδομάδες 1 μέχρι 3 και ελάχιστη απαίτηση ανειδίκευτης εργασίας εξακολουθεί να είναι 3 εργατοημέρες, ανακύπτοντας εύρος διακύμανσης της τάξεως του $12 - 3 = 9$. Εν συνεχεία, η δραστηριότητα που εμφανίζει το δεύτερο μεγαλύτερο ελεύθερο χρονικό περιθώριο, αυτό των δύο εβδομάδων είναι η Β. Όμως, εάν πραγματοποιηθεί

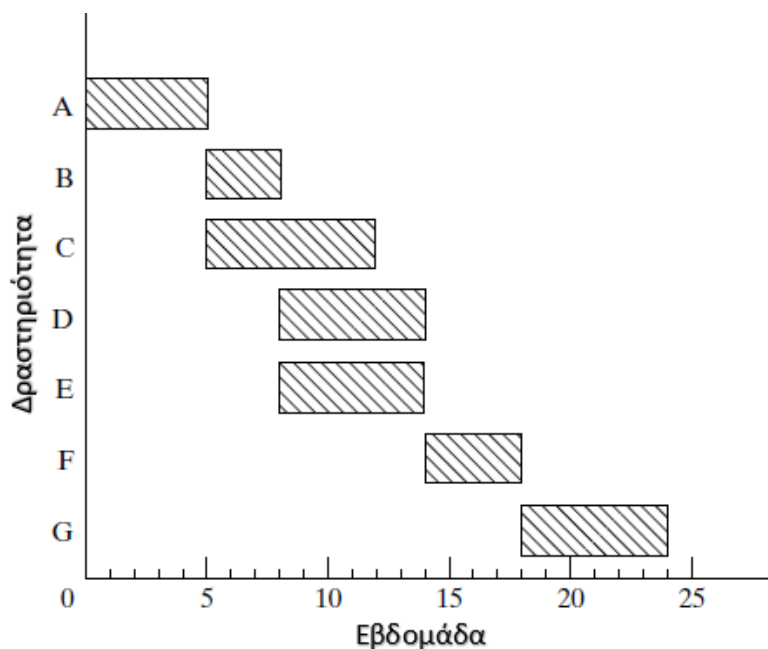
καθυστέρηση της δραστηριότητας Β μία ή και δύο εβδομάδες θα επέλθει αύξηση του φόρτου ανειδίκευτης εργασίας τις εβδομάδες 4, 5 από το οκτώ 8 στο δώδεκα 12, χωρίς να ανακύπτει κάποιο όφελος. Οπότε εξετάζεται περαιτέρω η επόμενη δραστηριότητα με το τρίτο μεγαλύτερο ελεύθερο χρονικό περιθώριο που είναι η D και έχει οριστεί να αρχίσει την πέμπτη εβδομάδα, 5. Η επιβράδυνση της εβδομάδας D μία εβδομάδα θα έχει ως επακόλουθο την δημιουργία των εξής απαιτήσεων σε πόρο ανειδίκευτης εργασίας, πίνακας 5.6.

Πίνακας 5.6 Απαιτήσεις πόρου ανειδίκευτης εργασίας κατά την τρίτη δοκιμασία εξομάλυνσης

Εβδομάδα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Φόρτος	12	12	12	8	8	8	10	10	10	10	10
Εβδομάδα	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Φόρτος	10	5	9	9	9	9	7	7	7	7	7

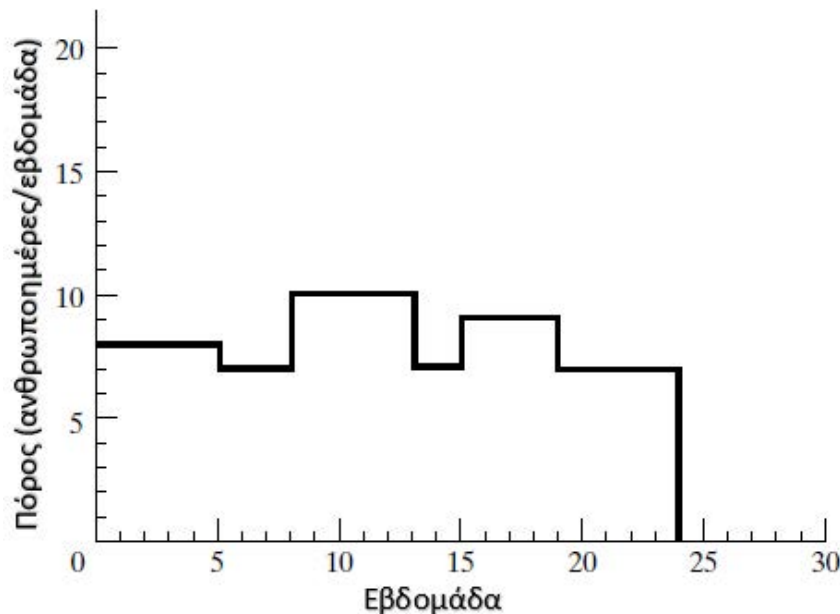
Πηγή: Shtub, et al., 2014

Το σχήμα 5.3.β εξομαλυσμένου πόρου ανειδίκευτης εργασίας και το αντίστοιχο διάγραμμα Gantt, σχήμα 5.3.α απεικονίζονται παρακάτω.



Σχήμα 5.3.α Διάγραμμα Gantt εξομαλυσμένου πόρου ανειδίκευτης εργασίας

Πηγή: Shtub, et al., 2014



Σχήμα 5.3.β Εξομαλυσμένος πόρος ανειδίκευτης εργασίας Πηγή: Shtub, et al., 2014

Στο σχήμα εξομαλυσμένου πόρου ανειδίκευτης εργασίας 5.3.β παρατηρείται διακύμανση, εύρος της τάξεως του $12 - 5 = 7$, όπου είναι το ελάχιστο δυνατό από κάθε άλλο χρονικό προγραμματισμό ενωρίτερης έναρξης ή βραδύτερης έναρξης δραστηριοτήτων. Αποτελεί την καλύτερη δυνατή λύση, βέλτιστη λύση, εις ότι αφορά την ελαχιστοποίηση του εύρους, του πόρου ανειδίκευτης εργασίας χωρίς να προξενείτε η οποιαδήποτε επιβράδυνση στο συνολικό χρόνο του τεχνικού έργου, παραδείγματος.

Σε μικρά έργα, με περιορισμένο αριθμό υποέργων και λιγότες δραστηριότητες, η συγκεκριμένη διαδικασία είναι επιτυχής. Ωστόσο δεν θεωρείται πάντα αξιόπιστη, χωρίς όμως να υπάρχει επιστημονικώς ικανή αμφισβήτηση, αναφορικά με την εύρεση της βέλτιστης λύσης δυναμικού. Βεβαίως, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και η παρόμοια διαδικασία, η οποία αρχίζει με τον χρονικό προγραμματισμό της βραδύτερης έναρξης, των δραστηριοτήτων του έργου, ελέγχοντας τα αποτελέσματα της μετατόπισής τους, με περιθώριο προς την αρχή, ξεκίνημα του έργου. Επίσης, πρέπει να επισημανθεί, ότι σε ένα τεχνικό έργο, σκοπός μπορεί να μην είναι μόνο η εξομάλυνση του πόρου, δυναμικού, αλλά η διατήρηση της μέγιστης χρήσης αυτού, υπό ορισμένες συνθήκες, έως ένα συγκεκριμένο όριο. Στην περίπτωση που δεν πραγματοποιηθεί ο σκοπός αυτός, μέσω του αναπρογραμματισμού των κρίσιμων εργασιών – δραστηριοτήτων του έργου, μία ή και περισσότερες κρίσιμες δραστηριότητες, θα χρειαστεί να επεκταθεί, προκειμένου να ελαττωθούν, οι απαιτήσεις του πόρου δυναμικού, ανά ημέρα.

Η συγκεκριμένη ανάλυση, είναι ιδιαίτερα δύσκολη στα μεγάλα τεχνικά έργα και μάλιστα στην περίπτωση που υπάρχουν πολλές μορφές πόρου και όχι μόνο αυτός του δυναμικού και στα οποία υπάρχει πληθώρα, δραστηριοτήτων και υποέργων. Για την κάλυψη αυτής της ανάγκης, έχουν εφευρεθεί σύγχρονα επιπρόσθετα λογισμικά πακέτα, επί παραδείγματι Primavera, Microsoft Project, RiskyProject τα οποία χρησιμοποιούν του ίδιου τύπου διαδικασίες, αλλά για πολύπλοκες περιπτώσεις, γίνοντας χρήση όλων των δυνατών συνδυασμών, προκειμένου να επιτευχθεί, η βέλτιστη λύση για την εξομάλυνση δυναμικού. (Shtub, et al, 2014)

5.3 Βελτιστοποίηση κατανομής δυναμικού στην περίπτωση περιορισμένου δυναμικού

Στο προγενέστερο υποκεφάλαιο, αναλύθηκε η ελαχιστοποίηση προσωπικού δυναμικού και η ορθολογική κατανομή του σε ένα τεχνικό έργο, μέσω της μετατόπισης της χρονικής διάρκειας υλοποίησης κάποιων μη κρίσιμων δραστηριοτήτων. Ωστόσο, υπάρχει περαιτέρω η δυνατότητα για βελτιστοποίηση της κατανομής δυναμικού. Η βελτιστοποίηση αυτή, ωφελεί ιδίως σε έργα τα οποία πραγματοποιούνται σε περιοχές, όπου δεν καθίσταται δυνατή η απόκτηση του απαιτούμενου δυναμικού προσωπικού, για την υλοποίηση των δραστηριοτήτων. Αυτό, ανάγεται όχι μόνο στην περίπτωση προσωπικού δυναμικού, αλλά όταν δεν είναι διαθέσιμα ορισμένα μηχανήματα ή δεν υπάρχουν κατάλληλα υποκατάστατα αυτών.

Επιπροσθέτως, το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν συναντάται μόνον κατά την εκτέλεση ενός τεχνικού έργου σε μία συγκεκριμένη περιοχή όπου υπάρχει αδυναμία απόκτησης δυναμικού, αλλά και στην περίπτωση προβλημάτων χρηματοροής και περιορισμού όχι μόνο του δυναμικού αλλά εν γένει κάθε τύπου πόρου, ανανεώσιμων, εξαντλούμενων, μη ανανεώσιμων ή μη εξαντλούμενων. Άλλοι πόροι ίσως να διατίθενται σε απεριόριστες ποσότητες, ωστόσο εξαιτίας προβλημάτων χρηματοροής, να επιβάλλεται η μείωση αυτών ή η πλήρης περικοπή τους για ορισμένη χρονική διάρκεια, κατά την υλοποίηση ενός τεχνικού έργου. Θα πρέπει να καταστεί σαφές, ότι εις ότι αφορά τους περιορισμούς στην διαθεσιμότητα δυναμικού και εν γένει πόρων, αυτοί δεν αφορούν μόνο τον χρονικό προγραμματισμό.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα του Shtub et al. 2014, στην περίπτωση που ανά εβδομάδα υπάρχει διαθεσιμότητα περισσότερων των 17 δεκαεπτά εργατοημερών, για ένα έργο αποπεράτωσης 22 εβδομάδων, μπορεί να πραγματοποιηθεί ένας χρονικός προγραμματισμός ενωρίτερης ή βραδύτερης έναρξης. Ο τελικός προγραμματισμός εξομάλυνσης πόρου ανειδίκευτης εργασίας που δημιουργήθηκε παραπάνω χρειαζόταν maximum 12 δώδεκα εργατοημέρες εβδομαδιαίως και αφού ο συγκεκριμένος αριθμός καθίσταται διαθέσιμος δεν θα προκύψει καμία καθυστέρηση. Αν όμως στον συγκεκριμένο αριθμό των 22 εβδομάδων δεν είναι διαθέσιμο αυτό το απαιτούμενο μέγεθος πόρου ανειδίκευτης εργασίας, θα χρειαστεί το τεχνικό έργο να επεκταθεί περαιτέρω του ενωρίτερου χρονικού προγραμματισμού υλοποίησής του. Στην περίπτωση που οι δραστηριότητες Α και Β του παραδείγματος εκτελεστούν συγχρόνως, παράλληλα, χρειάζεται 12 δώδεκα εργατοημέρες την εβδομάδα.

Παρά το γεγονός της έλλειψης σε διαθεσιμότητα δυναμικού, ο project manager του τεχνικού έργου μπορεί να ακολουθήσει μία ή και περισσότερες τεχνικές του παρακάτω στρατηγικού σχεδιασμού:

- α) Να πραγματοποιηθούν οι δραστηριότητες του έργου με χαμηλότερο ρυθμό, κάνοντας χρήση του διαθέσιμου επιπέδου δυναμικού.** Η τεχνική αυτήν, είναι επιτυχής στην περίπτωση που υπάρχει η δυνατότητα η δραστηριότητα να παραταθεί και να υλοποιηθεί με λιγότερο δυναμικό. Αν μελετήσουμε την Β εργασία του συγκεκριμένου έργου – παραδείγματος, υπό την προϋπόθεση ότι υπάρχει ο περιορισμός του πόρου δυναμικού της ανειδίκευτης εργασίας 11 έντεκα εργατοημέρες την εβδομάδα και συμπεριλαμβανομένου του γεγονότος ότι η εργασία Α η οποία είναι κρίσιμη, είναι προγραμματισμένο να αποπερατωθεί σε 8 από τις 11 εργατοημέρες, περισσεύουν 3 τρεις εργατοημέρες ανά εβδομάδα για την εργασία – δραστηριότητα Β. Βάση του πίνακα 5.2 για την δραστηριότητα Β χρειάζονται $3 \text{ εβδομάδες} \times 4 \text{ εργατοημέρες την εβδομάδα} = 12 \text{ εργατοημέρες}$. Συνεπώς για την Β δραστηριότητα, μπορεί να γίνει ο προγραμματισμός

αποπεράτωσης ως εξής: 3 εργατοημέρες την εβδομάδα, για 4 εβδομάδες. Αν αυτό δεν είναι επαρκές εις ότι αφορά τον περιορισμό του πόρου, δυναμικού ανειδίκευτης εργασίας, μπορεί να παραταθεί περαιτέρω κατά μία εβδομάδα, δηλαδή να υλοποιηθεί σε 5 πέντε εβδομάδες, με 3 τρεις εργατοημέρες την εβδομάδα. Η εφαρμογή της τεχνικής αυτής, είναι δυνατόν να είναι μη εφικτή όταν απαιτείται ακόμη λιγότερο επίπεδο του πόρου δυναμικού, ανειδίκευτης εργασίας ανά χρονική μονάδα, εβδομάδα στην διάρκεια υλοποίησης μίας δραστηριότητας. Κάτι, το οποίο μπορεί να οφείλεται σε λόγους τεχνολογικής φύσεως ή λόγους ασφάλειας.

- β) Να πραγματοποιηθεί κατάτμηση των δραστηριοτήτων του έργου.** Να γίνει δηλαδή, απόπειρα κατάτμησης μίας ή περισσότερων δραστηριοτήτων σε υποδραστηριότητες, χωρίς όμως να αλλάξουν αισθητά, οι πρωταρχικές σχέσεις προτεραιότητας. Αν στο παράδειγμα, πραγματοποιηθεί προσπάθεια κατάτμησης της εργασίας Α σε δύο υποεργασίες Α1 και Α2, όπου η Α1 υλοποιείται στην χρονική διάρκεια των εβδομάδων 1, 2 και η Α2 υλοποιηθεί κατόπιν ενός κενού 4 τεσσάρων εβδομάδων, τότε είναι εφικτή η αποπεράτωση του τεχνικού έργου σε 22 εβδομάδες, χεριάζοντας μόνο 11 έντεκα εργατοημέρες την εβδομάδα. Η τεχνική αυτή είναι ωφέλιμη, στην περίπτωση όπου μία ή περισσότερες δραστηριότητες μπορούν να κατατμιστούν, ο χρόνος εγκατάστασης κατόπιν του χρονικού κενού, διαλλείματος, είναι αμελητέος και οι εργασίες – δραστηριότητες που έπονται την πρώτη υποεργασία, μπορούν να υλοποιηθούν με βάση τον πρώτο σχεδιασμό, τουτέστιν η δεύτερη υποεργασία να μην μεταβάλει, τις πρώτες σχέσεις αλληλουχίας, προτεραιότητας.
- γ) Να πραγματοποιηθεί τροποποίηση του δικτύου των δραστηριοτήτων του έργου.** Στην περίπτωση που το δίκτυο, στηρίζεται αποκλειστικά και μόνο σε συγκεκριμένες σχέσεις προτεραιότητας των δραστηριοτήτων, επί παραδείγματι τέλους – αρχής, η δημιουργία των υπόλοιπων τύπων σχέσεων προτεραιότητας, αρχής – αρχής, αρχής – τέλους, κτλ., βοηθά στην διαχείριση του περιορισμένου δυναμικού. Η αξιοποίηση, όλων των τύπων σχέσεων – προτεραιότητας, συμβάλει καθοριστικά, στην επίλυση συγκρούσεων, στον προγραμματισμό των δραστηριοτήτων του έργου.
- δ) Να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικοί πόροι.** Επί παραδείγματι, ένας εργολάβος ή μια εταιρεία εύρεσης προσωπικού δυναμικού, αποτελούν μία επιπλέον πηγή εργασίας. Κάτι τέτοιο όμως επιφέρει επιπρόσθετο κόστος και συνήθως αποφεύγεται ή πραγματοποιείται προσπάθεια εξισορρόπησης στον προγραμματισμό, αναφορικά με την υπέρβαση στο κόστος εν σχέση με την υπέρβαση στον χρόνο αποπεράτωσης του έργου. (Shtub, et al, 2014)

Εάν καμία από τις παραπάνω τεχνικές δεν αποτελέσει λύση, τότε για την αποπεράτωση μίας ή περισσότερων δραστηριοτήτων, θα χρειαστεί μεγαλύτερη χρονική διάρκεια περαιτέρω του ολικού περιθωρίου, κάτι το οποίο θα προξενήσει αργοπορία στον χρονοπρογραμματισμό του συνολικού έργου, τουτέστιν το έργο δεν θα αποπερατωθεί, στις προβλεπόμενες ημερομηνίες. Ο Goldratt, 1997 στο σύγγραμμά του *Critical Chain*, αναφέρει ότι ο πόρος ή οι πόροι που είναι υπεύθυνοι για την καθυστέρηση του έργου καλούνται **κρίσιμοι πόροι**.

5.4 Κανόνες προτεραιότητας για κατανομή δυναμικού

Η προσέγγιση που ακολουθείται για την κατανομή δυναμικού, αρχίζει με την ανάλυση κρίσιμης διαδρομής, με την υπόθεση ότι το δυναμικό είναι απεριόριστο. Ακολουθώντας, πραγματοποιείται έλεγχος του συγκεκριμένου χρονικού προγραμματισμού, για να εξεταστεί εάν είναι εφικτός. Αυτό γίνεται στην περίπτωση που η διαθεσιμότητα του δυναμικού για κάποια χρονική περίοδο κατά την εκτέλεση του έργου, δεν επαρκεί για να καλύψει την απαιτούμενη ζήτηση του. Εξετάζονται όλες οι δραστηριότητες μία προς μία, ξεκινώντας από την πρώτη στο δικτυωτό γράφημα προτεραιότητας των δραστηριοτήτων. Για την κάθε δραστηριότητα του έργου για την οποία απαιτείται περιορισμένο δυναμικό, υπολογίζεται ένας δείκτης προτεραιότητας. Με βάση τις σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων, καθυστερεί εκείνη με την μικρότερη προτεραιότητα έως ότου προκύψει επάρκεια δυναμικού. Ειδικότερα σύνθετες κανόνες προτεραιότητας είναι οι εξής:

- Η δραστηριότητα – εργασία του έργου που εμφανίζει το μικρότερο χρονικό περιθώριο.
- Η δραστηριότητα που παρουσιάζει τον ελάχιστο χρόνο βραδύτερης λήξης, όπως αυτό προκύπτει από την κρίσιμη διαδρομή.
- Η δραστηριότητα για την οποία χρειάζεται η μεγαλύτερη τάξη μεγέθους ενός τύπου δυναμικού ή αντίστοιχα η μικρότερη τάξη μεγέθους ενός τύπου δυναμικού. Ο κανόνας αυτός στηρίζεται στις απαιτήσεις ανθρώπινου πόρου, δυναμικού της κάθε δραστηριότητας. Συγκεκριμένα:
 $AT(j)$ = διάρκεια της δραστηριότητας, duration of activity j
 $R(j,l)$ = επίπεδο απαιτούμενου ανθρώπινου πόρου l, στην μονάδα του χρόνου για την δραστηριότητα j, level of human resource requirement l, in unit time for activity j
 $PR(j,l)$ = προτεραιότητα, priority, της δραστηριότητας j, εν σχέση με τον τύπο ανθρώπινου πόρου l, με $PR(i,l) = AT(j) \times R(i,l)$
- Οι μεγαλύτερες δραστηριότητες σε χρονική διάρκεια ή οι μικρότερες σε χρονική διάρκεια.
- Κανόνας που στηρίζεται στην βραδύτερη έναρξη μίας δραστηριότητας, όπως προκύπτει από την κρίσιμη διαδρομή, στον οποίο ορίζονται:
 CPT = ο ενωρίτερος χρόνος ολοκλήρωσης, earliest completion time, του έργου
 $LS(j)$ = βραδύτερη έναρξη, latest start, της δραστηριότητας j
 $PT(j)$ = προτεραιότητα, priority, της δραστηριότητας j, με $PT(j) = CPT - LS(j)$
 Ο συγκεκριμένος κανόνας είναι χρήσιμος, στην περίπτωση δραστηριοτήτων που απαιτείται να αρχίσουν, στην αρχή, στο ξεκίνημα του κύκλου ζωής του έργου. (Shtub, et al, 2014)

Οι παραπάνω κανόνες, είναι δυνατόν να υποστούν τροποποίηση, στην περίπτωση που συμπεριληφθούν επιρόσθετοι παράγοντες όπως:

- Το ολικό και ελεύθερο χρονικό περιθώριο της εργασίας – δραστηριότητας.
- Η ενωρίτερη έναρξη, η βραδύτερη έναρξη, η ενωρίτερη λήξη και η βραδύτερη λήξη της εργασίας.
- Η χρονική διάρκεια της εργασίας.
- Ο αριθμός προγενέστερων δραστηριοτήτων και μεταγενέστερων δραστηριοτήτων.
- Η χρονική διάρκεια της μεγαλύτερης αλληλουχίας δραστηριοτήτων στην οποία συμπεριλαμβάνεται η δραστηριότητα.

- Η αλληλουχία των maximum απαιτήσεων σε δυναμικό δραστηριοτήτων στην οποία συμπεριλαμβάνεται η δραστηριότητα. (Shtub, et al, 2014)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

Εφαρμογή στο οδικό τμήμα Ε.Ο Λάρισας - Τρικάλων, Ι/Κ Τερψιθέας έως Α/Κ Ραχούλας

6.1 Τεχνική περιγραφή του έργου

6.1.1 Εισαγωγή

Το τεχνικό αντικείμενο του συγκεκριμένου έργου, είναι η βελτίωση του τμήματος της Ε.Ο. ΛΑΡΙΣΑΣ – ΤΡΙΚΑΛΩΝ, από τον Ι/Κ Τερψιθέας έως τον Α/Κ Ραχούλας, με συνολικό μήκος που ανέρχεται κατά προσέγγιση, στα 5,50 km.

Επιγραμματικά το αντικείμενο του έργου εμπεριέχει:

- ❖ Την ανασκευή σε Κυκλικό Κόμβο του υπάρχων σηματοδοτούμενου Ι/Κ Τερψιθέας, στη Χ.Θ. 6+600 της Ε.Ο..
- ❖ Την διαπλάτυνση και εν γένει βελτίωση της κύριας αρτηρίας και συγκεκριμένα από τον Ι/Κ Τερψιθέας (Χ.Θ. 6+600) έως πριν τον Α/Κ Ραχούλας (Χ.Θ. 12+073), συνολικού μήκους 5.473 m.
- ❖ Την κατασκευή παράπλευρου οδικού δικτύου εκείθεν και εδώθεν της κύριας αρτηρίας σε ολόκληρο το μήκος της, για την διευκόλυνση της διέλευσης, των παρόδιων ιδιοκτησιών.
- ❖ Την κατασκευή τεχνικού Κάτω Διάβασης η οποία συνδέει και τις δύο παρόδιες παράπλευρες οδούς, στη Χ.Θ. 8+391 της αρτηρίας, στη διασταύρωση με την οδό προς το Κ.Τ.Ε.Ο. Λάρισας.
- ❖ Την εκατέρωθεν επέκταση του υπάρχοντος Τεχνικού στη Χ.Θ. 11+966 της αρτηρίας, με κιβωτοειδείς οχετούς διαστάσεων 7,00 x 2,40 m.

Εις ότι αφορά την χωροθέτηση του έργου, αυτό βρίσκεται εντός της επικράτειας της Περιφέρειας Θεσσαλίας και ειδικότερα στην Περιφερειακή Ενότητα Λάρισας. Αποτελεί τμήμα της οδικής αρτηρίας 6 Ε.Ο. Λάρισας – Τρικάλων η οποία συνδέει τις δύο όμορες περιφερειακές ενότητες των Τρικάλων και Λάρισας αντίστοιχα.

Τεχνική περιγραφή, 2019, Διεύθυνση Τεχνικών Έργων, Περιφέρεια Θεσσαλίας

6.1.2 Συνοπτική περιγραφή

Χάραξη

Α. Τμήμα Α: Ι/Κ Τερψιθέας έως «Κομμένη Γη» συνολικού μήκους 3.419 m.

Στην αρχή του έργου Χ.Θ. 6+600 της Ε.Ο, ο υπάρχων σηματοδοτούμενος Ι/Κ Τερψιθέας κατασκευάζεται και αναμορφώνεται σε κυκλικό κόμβο, με διάμετρο 60m και δύο λωρίδες. Οι παρεμβάσεις έως την Χ.Θ. 7+900, σχετίζονται αποκλειστικά με την διαπλάτυνση της υπάρχουσας διατομής, προκειμένου η αρτηρία να αποκτήσει το απαιτούμενο, προβλεπόμενο πλάτος για τη εφαρμογή της τυπικής διατομής β4ν*σ κατά ΟΜΟΕ-Δ.

Δυτικότερα της Χ.Θ. 7+900 και έως την Χ.Θ. 9+800, οι παρεμβάσεις σχετίζονται

με την οριζοντιογραφική καθώς και την μηκοτομική χάραξη της οδού. Εις ότι αφορά, την οριζοντιογραφία, ομαλοποιείται η γεωμετρία της υπάρχουσας οδού, αφαιρώντας τις δύο όμορες καμπύλες αυτής. Στην Χ.Θ. 8+391, καταργείται ο υπάρχων σηματοδοτούμενος Ι/Κ Κ.Τ.Ε.Ο. και κατασκευάζεται τεχνικό Κάτω Διάβασης της εγκάρσιας οδού, το οποίο συνδέεται και με τις δύο παράπλευρες αριστερά και δεξιά οδούς. Προκειμένου να πραγματοποιηθεί αυτό, επιτυγχάνεται ανύψωση ύψους 5,50 m της αρτηρίας. Μία παρέμβαση η οποία χρίζεται αναγκαία για να επέλθει το απαραίτητο ύψος της Κ/Δ.

Η οριζοντιογραφική χάραξη εκτρέπεται βόρεια της υπάρχουσας οδού. Αυτό, προκειμένου στην περίπτωση της αριστερής παραπλεύρου, να χρησιμοποιηθεί η χάραξη της υπάρχουσας γέφυρας της Ε.Ο στο ύψος του ρέματος Βαλλαρίας, ενώ στις περιπτώσεις της δεξιάς παραπλεύρου και της κεντρικής αρτηρίας, αυτές οι δύο οδοί να διέρχονται άνω του νέου τεχνικού Ο5. Το τέλος του Α τμήματος στην Χ.Θ. 10+019 της αρτηρίας, ενώνεται με την αντίστοιχη χάραξη του Β τμήματος, αυτού της «Κομμένης Γης – Ραχούλας».

Αναφορικά με την αριστερή παράπλευρο, γίνεται χρήση της τυπικής διατομής δ2 κατά ΟΜΟΕ-Δ, λόγω της υψηλής κυκλοφοριακής κίνησης η οποία οφείλεται κυρίως στην λειτουργία του ιατρικού κέντρου αποθεραπείας και αποκατάστασης ANIMUS. Εις ότι αφορά την δεξιά παράπλευρο, γίνεται χρήση της διατομής δ2 κατά ΟΜΟΕ-Δ, από την αρχή έως την θέση της Κάτω Διάβασης, λόγω της υψηλής κυκλοφοριακής κίνησης από την λειτουργία του υφιστάμενου Κ.Τ.Ε.Ο.. Ωστόσο για το υπόλοιπο τμήμα γίνεται χρήση της διατομής ε2 κατά ΟΜΟΕ-Δ, για εξοικονόμηση χώρου και καθότι η κυκλοφοριακή κίνηση αναμένεται να είναι μειωμένη.

Β. Τμήμα Β: από «Κομμένη Γη» έως Α/Κ Ραχούλας, συνολικού μήκους 2.054 m.

Η αφετηρία του τμήματος Β, είναι στην Χ.Θ. 10+019 και η χάραξη παραμένει ως έχει, με αυτήν της υπάρχουσας οδού. Η αρτηρία ανήκει στην κατηγορία ΑΙΙ, με ταχύτητα μελέτης $V_e=100$ km/h. Επειδή σε αυτό το ύψος της αρτηρίας, το ανάγλυφο εμφανίζει λοφώδεις χαρακτήρα, η υπάρχουσα οδός είναι κατασκευασμένη κατά τμήματα. Πραγματοποιούνται, παρεμβάσεις στην οριζοντιογραφική καθώς και στην μηκοτομική χάραξη της οδού, προκειμένου να ομαλοποιηθεί γεωμετρικά η αρτηρία και να πάρει το απαιτούμενο πλάτος, για την εφαρμογή της τυπικής διατομής, κατά ΟΜΟΕ-Δ, β4ν*σ.

Οι παράπλευρες οδοί, εκείθεν και εδώθεν της νέας χάραξης, εναρμονίζονται με το ανάγλυφο της υφιστάμενης περιοχής. Ειδικότερα, ανήκουν στην κατηγορία ΑΙV με ταχύτητα μελέτης $V_e=50$ km/h. Όπως προαναφέρθηκε λόγω του ιατρικού κέντρου αποθεραπείας και αποκατάστασης ANIMUS, η τυπική διατομή της αριστερής παραπλεύρου είναι δ2 κατά ΟΜΟΕ-Δ ενώ η διατομή της δεξιάς παραπλεύρου, είναι ε2 κατά ΟΜΟΕ-Δ.

Γεωμετρικά στοιχεία για χωματουργικά, οδοστρωσία, ασφαλτικά

Αρτηρία

Η κύρια οδική αρτηρία, έχει τυπική διατομή β4ν*σ, με πλάτη 21,30/24,30 m και αμφίπλευρα μεταλλικά στηθαία ασφαλείας στον άξονα, μεταλλικά στην άκρη. Έχει δύο λωρίδες κυκλοφορίας, με πλάτος 3,50 m, Λ.Ε.Α 2,00 m ανά κατεύθυνση. Επιπλέον, το συνολικό πλάτος οδοστρώματος, ανέρχεται σε 21,30 m και πλάτος καταστρώματος να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από 24,30 m.

Για την στήριξη του επιχώματος, κρίνεται αναγκαία η εκσκαφή εξυγιάνσεων βάθους 0,50 m από το έδαφος. Η εκτέλεση του επιχώματος, θα πραγματοποιηθεί με υλικά

κατηγορίας Ε2-Ε3 και μεταβλητό πάχος, σύμφωνα με το ύψος του επιχώματος βάση της ΠΕΤΕΠ 02-07-01-00. Για την στρώση στήριξης του Οδοστρώματος (ΣΕΟ) με πάχος 60 cm, αυτό θα εκτελεστεί με υλικά κατηγορίας Ε4 βάση της ΠΕΤΕΠ 02-07-01-00. Η πλήρωση όπισθεν του τεχνικού, καθώς και η επιχωμάτωση των τεχνικών, θα πραγματοποιηθεί όπως ακριβώς αναλύεται στην ΕΛΟΤ ΤΠ 1501-02-07-03-00, περί Μεταβατικών Επιχωμάτων. Είναι δυνατόν, να πραγματοποιηθεί συλλογή της κατάλληλης εδαφικής ύλης και η μετέπειτα χρήση αυτής, για τα πρανή του έργου.

Πάχη οδοστρωσίας και ασφαλικών

Οι προβλεπόμενες στρώσεις οδοστρωσίας και ασφαλικών της αρτηρίας εμφανίζουν συνολικό πάχος 0,54 m. Ειδικότερα:

- α) Δύο στρώσεις υπόβασης, 10 cm η εκάστοτε, κατά ΠΕΤΕΠ 05-03-03-00
- β) Δύο στρώσεις βάσης, 10 cm η εκάστοτε, κατά ΠΕΤΕΠ 05-03-03-00
- γ) Μία στρώση ασφαλικής βάσης με πάχος 5cm (ΑΣ 31,5), με βάση την ΠΕΤΕΠ 05-03-11-04
- δ) Μια ασφαλική στρώση κυκλοφορίας με πάχος 5cm (ΑΣ20), με βάση την ΠΕΤΕΠ 05-03-11-04
- ε) Αντιολισθηρή στρώση κυκλοφορίας με πάχος 4cm, κατά ΠΕΤΕΠ 05-03-12-01

Παράπλευρες οδοί

Αναφορικά με την αριστερή παράπλευρο, αυτή έχει τυπική διατομή δ2 με πλάτος 7,00 / 8,50 m και μία λωρίδα κυκλοφορίας, η οποία έχει πλάτος 3,50 m, ανά κατεύθυνση. Εις ότι αφορά την δεξιά παράπλευρο, αυτή έχει τυπική διατομή δ2 από την αρχή έως και την θέση Κάτω Διάβαση και στο υπόλοιπο τμήμα της, διατομή ε2 με πλάτος 6,50/8,00 m, μία λωρίδα κυκλοφορίας με πλάτος 3,25 m για την κάθε κατεύθυνση.

Για την στήριξη του επιχώματος χρειάζεται εξυγιαντική εκσκαφή βάθους 0,50 m από το έδαφος. Για την στρώση έδρασης του Οδοστρώματος (ΣΕΟ) με πάχος 50 cm, αυτή θα εκτελεστεί με υλικά κατηγορίας Ε4 κατά ΠΕΤΕΠ 05-03-01-00.

Πάχη οδοστρωσίας και ασφαλικών

Οι προβλεπόμενες στρώσεις οδοστρωσίας και ασφαλικών των παράπλευρων οδών εμφανίζουν συνολικό πάχος 0,50 m. Ειδικότερα:

- Α) Δύο στρώσεις υπόβασης, 10 cm η εκάστοτε, κατά ΠΕΤΕΠ 05-03-03-00
- β) Δύο στρώσεις βάσης, 10 cm η εκάστοτε, κατά ΠΕΤΕΠ 05-03-03-00
- γ) Μία στρώση ασφαλικής βάσης με πάχος 5cm (ΑΣ 31,5), με βάση την ΠΕΤΕΠ 05-03-11-04
- δ) Μια ασφαλική στρώση κυκλοφορίας με πάχος 5cm (ΑΣ20), με βάση την ΠΕΤΕΠ 05-03-11-04

Υδραυλικά έργα

Αρτηρία

Τα αποχετευτικά έργα, σχεδιάστηκαν με γνώμονα να είναι εφικτή, η δια βαρύτητας απορροή των όμβριων υδάτων στους αποδέκτες. Τα υπάρχοντα ρέματα, οι μισγάγγειες καθώς και ο ποταμός Πηνειός αποτελούν τελικούς αποδέκτες. Ο κύριος αποδέκτης του πρώτου τμήματος του έργου, δηλαδή Ι/Κ Τερψιθέας έως το Υ.Σ. στη Χ.Θ. 7+580, είναι ο νέος οχετός, συλλεκτήρας ΚΣ1, η κατασκευή του οποίου πραγματοποιείται κάτω από την δεξιά παράπλευρο, προκειμένου να συλλέγονται σε αυτόν οι απορροές από τους οχετούς Σ1,Ο1, Ο2, Ο3. Ο συγκεκριμένος οχετός, συλλεκτήρας ΚΣ1 καταλήγει στον Πηνειό ποταμό, διαμέσου της οδού η οποία οδηγεί στο στρατόπεδο βόρεια του Ι/Κ

Τερψιθέας.

Οι τάφροι, έρεισμα – ρείθρα καταλήγουν διαμέσου των βαθμιδωτών ρείθρων στον πόδα του πρανούς. Οι τάφροι έρεισμα – ρείθρα, οι οποίοι βρίσκονται στα ορύγματα λόγω της μικρής παροχευτικότητας τους εξαιτίας της μικρής τους κλίσης, καταλήγουν σε υπόγειους συλλεκτήρες.

Τα όμβρια ύδατα της της Κ.Δ. επί της οδού προς κατεύθυνση το ΚΤΕΟ συσσωρεύονται σε παράπλευρες τάφρους έρεισμα – ρείθρο, τα οποία καταλήγουν σε χωμάτινη τάφρο που θα υλοποιηθεί κατά μήκος της οδού, δυτική πλευρά, προς κατεύθυνση το ΚΤΕΟ. Επιπροσθέτως, στην ίδια τάφρο, θα τερματίζει σωληνωτός αγωγός, που περνά διαμέσου της Κ.Δ., μεταφέροντας ανάντη όμβρια ύδατα, προς κατεύθυνση την κατερχόμενη πλευρά της αρτηρίας.

Η υπάρχουσα γέφυρα του ρέματος Βαλλαριά, θα εξυπηρετεί την αριστερή παράπλευρο. Κάτω της αρτηρίας και της δεξιάς παραπλεύρου, θα υλοποιηθεί ένας νέος οχετός Ο5 με διαστάσεις 6,00 x 4,00 m, στην Χ.Θ. 9+341. Για την διοχέτευση της πλημμυρικής παροχής, από την υπάρχουσα γέφυρα προς κατεύθυνση τον νέο οχετό Ο5, θα υλοποιηθεί μία ανοιχτού τύπου τραπεζοειδής διατομή, οπλισμένου σκυροδέματος, πλάτους πυθμένα 7,0 m και βάθους 3,0 m.

Η υπάρχουσα γέφυρα στην Χ.Θ. 11+966 της αρτηρίας, διευρύνεται εκείθεν και εδώθεν μέσω κιβωτοειδείς οχετούς τύπου Γ-3, με διαστάσεις 7,00 x 2,40 m, για την διέλευση της αριστερής και της δεξιάς παραπλεύρου. Επιπροσθέτως, τοποθετούνται στραγγιστήριες σωληνώσεις, σε τμήματα της οδού, τα οποία είναι πάνω σε ορύγματα. Επιτυγχάνεται, η υλοποίηση εγκάρσιων σωληνωτών και κιβωτοειδών οχετών, για την συνέχιση των υπαρχόντων αποστραγγιστικών τάφρων, για τα σημεία τα οποία διακόπτονται από το σώμα της αρτηρίας, όπως παρατίθεται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.1 Υδραυλικά έργα, Αρτηρία, Τμήμα Α

α/α	Είδος Τεχνικού	Διαστάσεις οχετού	Χιλιομετρική θέση	Μήκος
1	Σωληνωτός οχετός	D = 0,40	6+759,14	27,30
2	Σ1 Σωληνωτός οχετός (Επέκταση)	D = 1,00	6+804,50	15,5+18,5 _{ΥΦ} +5,50
3	Ο1 Σωληνωτός οχετός (Αντικατάσταση)	D = 1,20	7+026,80	40,00
4	Ο2 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,00 x 2,00	7+408,00	40,00
5	Ο3 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,00 x 1,00	7+546,00	15,90+24,25 _{ΥΦ}
6	Ο4 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,50 x 1,50	8+087,00	21,80+20,15 _{ΥΦ} +23,00
7	Σωληνωτός οχετός	D = 0,80	8+660,00	40,00
8	Ο5 Κιβωτοειδής οχετός	6,00 x 4,00	9+341,00	78,20
9	Σωληνωτός οχετός	D = 0,40	9+560,85	27,70

Πίνακας 6.2 Υδραυλικά έργα, Αρτηρία, Τμήμα Β

α/α	Είδος Τεχνικού	Διαστάσεις οχετού	Χιλιομετρική θέση	Μήκος
1	Σωληνωτός οχετός	D = 0,80	0+020,50 (10+039)	29,30
2	ΤΕ-03 Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	0+371,97	45,00
3	ΤΕ-10 Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	1+043,18	30,50
4	Ο-2 Κιβωτοειδής οχετός	2,00 x 2,00	1+836,10	80,00
5	Γ-3 Επέκταση Γέφυρας εκατέρωθεν	7,00 x 2,40	1+947,40	27,0+18,0 _{ΥΦ} +24,0

Παράπλευρες οδοί

Στην αριστερή παράπλευρο κατά μήκος αυτής, πραγματοποιείται η προβλεπόμενη υλοποίηση εγκάρσιων σωληνωτών και κιβωτοειδών οχετών, όπως παρατίθεται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.3 Υδραυλικά έργα, Αριστερή Παράπλευρος Τμήμα Α

α/α	Είδος Τεχνικού	Διαστάσεις οχετού	Χιλιομετρική θέση	Μήκος
1	Σ1 Σωληνωτός οχετός (Επέκταση)	D = 1,00	0+185,00	15,5+18,5 _{ΥΦ}
2	Ο1 Σωληνωτός οχετός (Αντικατάσταση)	D = 1,20	0+407,00	
3	Ο2 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,00 x 2,00	0+788,50	
4	Ο3 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,00 x 1,00	0+926,50	15,90+24,25 _{ΥΦ}
5	Ο4 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,50 x 1,50	1+466,50	21,80+20,15 _{ΥΦ}
6	Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	1+767,50	12,50
7	Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	2+042,00	11,50
8	Σωληνωτός οχετός	D = 0,40	2+941,00	17,00

Πίνακας 6.4 Υδραυλικά έργα, Αριστερή Παράπλευρος Τμήμα Β

α/α	Είδος Τεχνικού	Διαστάσεις οχετού	Χιλιομετρική θέση	Μήκος
1	ΤΕ-02 Σωληνωτός οχετός	D = 0,80	0+020,50	12,30
2	ΤΕ-05 Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	1+271,28	13,00
3	Ο-2 Κιβωτοειδής οχετός	2,00 x 2,00	1+800,71	
4	ΤΕ-07 Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	1+907,70	27,00
5	Γ-3 Επέκταση Γέφυρας	7,00 x 2,40	1+926,06	24,00
6	ΤΕ-08 Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	2+032,47	12,00
7	Ο-3.1 Κιβωτοειδής οχετός	4,00 x 2,00	2+504,98	25,00

Κ

Στην δεξιά παράπλευρο κατά μήκος αυτής, πραγματοποιείται η προβλεπόμενη υλοποίηση εγκάρσιων σωληνωτών και κιβωτοειδών οχετών, όπως παρατίθεται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.5 Υδραυλικά έργα, Δεξιά Παράπλευρος Τμήμα Α

α/α	Είδος Τεχνικού	Διαστάσεις οχετού	Χιλιομετρική θέση	Μήκος
1	Σωληνωτός οχετός	D = 0,40	0+160,00	3,50
2	Σ1 Σωληνωτός οχετός (Επέκταση)	D = 1,00	0+204,00	18,5 _{ΥΦ} +5,50
3	Ο1 Σωληνωτός οχετός (Αντικατάσταση)	D = 1,20	0+426,50	
4	Ο2 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,00 x 2,00	0+807,50	
5	Ο3 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,00 x 1,00	0+946,00	
6	Ο4 Κιβωτοειδής οχετός (Επέκταση)	1,50 x 1,50	1+489,00	20,15 _{ΥΦ} +23,00
7	Σωληνωτός οχετός	D = 0,80	1+793,00	41,00
8	Σωληνωτός οχετός	D = 1,00	2+159,00	12,70
9	Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	2+578,50	9,50
10	Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	2+672,00	22,80
11	Ο5 Κιβωτοειδής οχετός	6,00 x 4,00	2+721,50	

Πίνακας 6.6 Υδραυλικά έργα, Δεξιά Παράπλευρος Τμήμα Β

α/α	Είδος Τεχνικού	Διαστάσεις οχετού	Χιλιομετρική θέση	Μήκος
1	ΤΕ-01 Σωληνωτός οχετός	D = 1,00	0+020,50	12,50
2	ΤΕ-03 Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	0+380,82	45,00
3	ΤΕ-04 Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	0+540,30	35,00
4	Ο-2 Κιβωτοειδής οχετός	2,00 x 2,00	1+880,38	
5	ΤΕ-06 Σωληνωτός οχετός	D = 0,60	1+928,50	14,00
6	Γ-3 Επέκταση Γέφυρας	7,00 x 2,40	1+977,84	27,00

Τεχνικά έργα

Θα πραγματοποιηθεί κατασκευή Κάτω Διάβασης στην Χ.Θ. 8+391,40 της αρτηρίας και ειδικότερα στην θέση του υπάρχων σηματοδοτούμενου Ι/Κ Κ.Τ.Ε.Ο, για την σύνδεση των δύο παράπλευρων οδών της Ε.Ο.

Η «Γέφυρα Κάτω Διάβασης στην Χ.Θ. 8+391,40», αποτελεί, τεχνικό έργο γέφυρας τύπου κλειστού κιβωτίου ελεύθερης διατομής 9,00x7,00 m, με πάχος 0,70 m, μαζί με πτερυγότοιχους αντεπιστροφής. Εξαιτίας του μεγάλου μήκους του συγκεκριμένου τεχνικού, θα πραγματοποιηθεί διάταξη αρμού στον άξονα της χάραξης, καθώς επίσης και μεταξύ του τεχνικού και των πτερυγοτοιχών. Για την κατασκευή του φορέα, των πεζοδρομίων καθώς και των τοίχων αντιστήριξης θα χρησιμοποιηθούν σκυροδέματα τύπου C30/37. Οι πλάκες πρόσβασης, θα κατασκευαστούν από σκυρόδεμα τύπου C25/30.

Σήμανση - Ασφάλιση οδού

Θα πραγματοποιηθεί η τοποθέτηση οριζόντιας, κατακόρυφης, μόνιμης σήμανσης, όπως επίσης και η προβλεπόμενη τοποθέτηση Σ.Α.Ο. Ειδικότερα, κατά μήκος της κύριας αρτηρίας, θα γίνει τοποθέτηση μονόπλευρων πλευρικών μεταλλικών στηθαίων ασφαλείας Σ.Α.Ο. και στον άξονα η τοποθέτηση αμφίπλευρων αξονικών μεταλλικών στηθαίων ασφαλείας Σ.Α.Ο. αντίστοιχα. Στην αριστερή και δεξιά αντιστοίχως παράπλευρο, και συγκεκριμένα στο έρεισμα αυτών, θα γίνει η προβλεπόμενη τοποθέτηση στηθαίων ασφαλείας Σ.Α.Ο.

Εις ότι αφορά την Κάτω Διάβαση, Χ.Θ. 8+391,40, θα πραγματοποιηθεί η τοποθέτηση στηθαίων ασφαλείας H2W4 A, εκατέρωθεν της αρτηρίας. Στον άξονα αυτής, θα γίνει τοποθέτηση αμφίπλευρου χαλύβδινου στηθαίου ασφαλείας.

Στην διάρκεια αποπεράτωσης των εργασιών του έργου, βάση των προβλεπόμενων προδιαγραφών, όπως αυτές ορίζονται στην συμβατική Ε.Σ.Υ., θα γίνει εργοταξιακή σήμανση, (Οδηγίες Μελετών Έργων, Τεύχος 7 «Σήμανση Εκτελούμενων Έργων σε Οδούς», ΟΜΟΕ – ΣΕΕΟ).

Ηλεκτροφωτισμός

Θα πραγματοποιηθούν οι απαιτούμενες, προβλεπόμενες εργασίες για τον ηλεκτροφωτισμό, οι οποίες αναλύονται ως εξής:

- Η αποξήλωση των προυπάρχων ιστών ηλεκτροφωτισμού και των εγκαταστάσεων της φωτεινής σηματοδότησης, από τον ισόπεδο Κόμβο Τερψιθέας.
- Η εγκατάσταση ηλεκτροφωτισμού στον Κυκλικό Κόμβο, καθώς επίσης και στους ισόπεδους κόμβους των παράπλευρων οδών.
- Η εγκατάσταση ηλεκτροφωτισμού στην Κάτω Διάβαση, και στις δύο παράπλευρες οδούς αυτής.

Ειδικότερα, στον Κυκλικό Κόμβο (Χ.Θ. 6+600) & 10m και στην Κάτω Διάβαση (Χ.Θ. 8+400), θα πραγματοποιηθεί χρήση χαλύβδινων ιστών, με μεταβαλλόμενη πολυγωνική διατομή και ύψος 12 m. Θα γίνει εγκατάσταση επίσης, ηλεκτρολογικών πινάκων διανομής Χ.Τ.. Θα γίνει τοποθέτηση φωτιστικών σωμάτων τύπου βραχίονα. Η τεχνολογία διόδων φωτοεκπομπής θα είναι LED, η θερμοκρασία του χρώματος του φωτός θα είναι 4.000K, φυσικού φωτός, προστασίας SPS από υπερτάσεις κατ' ελάχιστο 10 kV και 10 kA, και επίδοση M3 για τα ευθύγραμμα τμήματα και επίδοση C2 για τους ισόπεδους κόμβους.

Έργα πρασίνου

Θα πραγματοποιηθεί θαμνώδης φύτευση εδώθεν και εκείθεν της αρτηρίας, βάση των επικυρωμένων Περιβαλλοντικών όρων αλλά και την Ε.Σ.Υ..

Λοιπές εργασίες

Στην διάρκεια αποπεράτωσης του έργου, λοιπές εργασίες που πιθανόν χρειαστεί να πραγματοποιηθούν, όπως επί παραδείγματι εκτροπή κυκλοφορίας διαμέσου των υπαρχόντων παράπλευρων, εργοταξιακή σήμανση, ανήκουν στην αρμοδιότητα της αναδόχου εταιρείας μετά από έγκριση της υπηρεσίας. Επιπροσθέτως είναι στην αρμοδιότητα της αναδόχου εταιρείας κατόπιν συνεννόησης με την υπηρεσία και βάση των όσων ορίζονται στην Α.Ε.Π.Ο. η χρήση των κατάλληλων υλικών, αδρανών, οι χώροι απόθεσης περισσεύσεων αυτών και εργοταξιακών εγκαταστάσεων.

Τεχνική περιγραφή, 2019, Διεύθυνση Τεχνικών Έργων, Περιφέρεια Θεσσαλίας

6.2 Διάγραμμα Gantt και δικτυωτό διάγραμμα προγραμματισμού του έργου

Το διάγραμμα Gantt και το δικτυωτό διάγραμμα προγραμματισμού του έργου, βελτίωση οδικού τμήματος Ε.Ο Λάρισας - Τρικάλων, Ι/Κ Τερψιθέας έως Α/Κ Ραχούλας, με τις σχέσεις αλληλουχίας των δραστηριοτήτων του, πραγματοποιήθηκε στο λογισμικό διαχείρισης έργων Microsoft Project, πίνακες 6.7, 6.8 που παρατίθενται στο τέλος του τεύχους. Το έργο αποτελείται συνολικά από 9, εννέα, υποέργα, συγκεκριμένα: κατασκευή της αριστερής παραπλεύρου, κατασκευή της δεξιάς παραπλεύρου, κατασκευή της κεντρικής αρτηρίας, κατασκευή του κυκλικού κόμβου Τερψιθέας, εργασίες των τεχνικών έργων, κατασκευή τεχνικού της κάτω διάβασης, εργασίες σήμανσης και ασφάλειας, εργασίες πρασίνου, εργασίες ηλεκτροφωτισμού, και από 62, εξήντα δύο, δραστηριότητες. Ως χρονική μονάδα μέτρησης της διάρκειας της εκάστοτε

δραστηριότητας και του έργου στο σύνολό του, ορίζεται η εβδομάδα, week. Η εκτέλεση του έργου επιτυγχάνεται σε 97, ενενήντα επτά, εβδομάδες. Τα κρίσιμα δρομολόγια, critical paths, που προκύπτουν από το δικτυωτό διάγραμμα είναι τα δύο ακόλουθα, απαρτιζόμενα από τις εξής κρίσιμες δραστηριότητες.

1^ο Κρίσιμο δρομολόγιο: 1-4-60-53-54-55-61-62

2^ο Κρίσιμο δρομολόγιο: 1-4-60-53-54-57-62

ή 58

Οι κρίσιμες δραστηριότητες 57 και 58 έχουν την ίδια χρονική διάρκεια και εκτελούνται παράλληλα.

6.3 Πιθανοτική ανάλυση χρονικού προγραμματισμού του έργου

Υπόθεση: Για την εκάστοτε δραστηριότητα του έργου, ορίζεται ένας ελάχιστος δυνατός χρόνος, ο οποίος αποτελεί τον πλέον αισιόδοξο για την αποπεράτωση της, και ένας μέγιστος δυνατός χρόνος που αποτελεί τον πλέον απαισιόδοξο χρόνο αποπεράτωσης της, με χρονική μονάδα την εβδομάδα.

Ο μέσος χρόνος t_e , ο χρόνος δηλαδή που αντιστοιχεί στον αναμενόμενο χρόνο, καθώς επίσης και η μεταβλητότητα σ^2 της κάθε δραστηριότητα παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα 6.9.

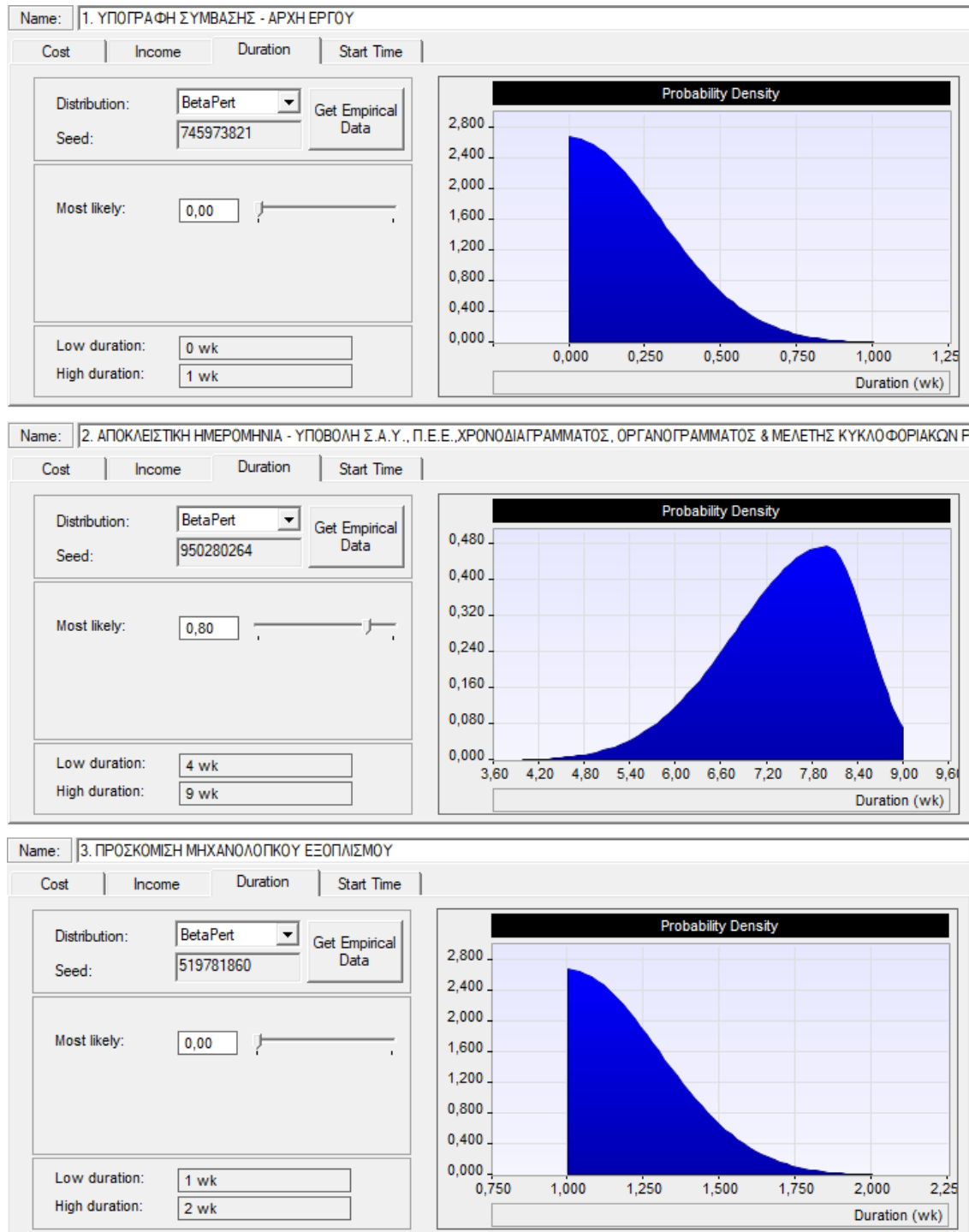
Η κατανομή που ακολουθείται για την κάθε δραστηριότητα είναι η κατανομή Beta κατά Pert και εκτελέστηκε στο επιπρόσθετο λογισμικό διαχείρισης έργων RiskyProject Professional, πίνακας 6.10

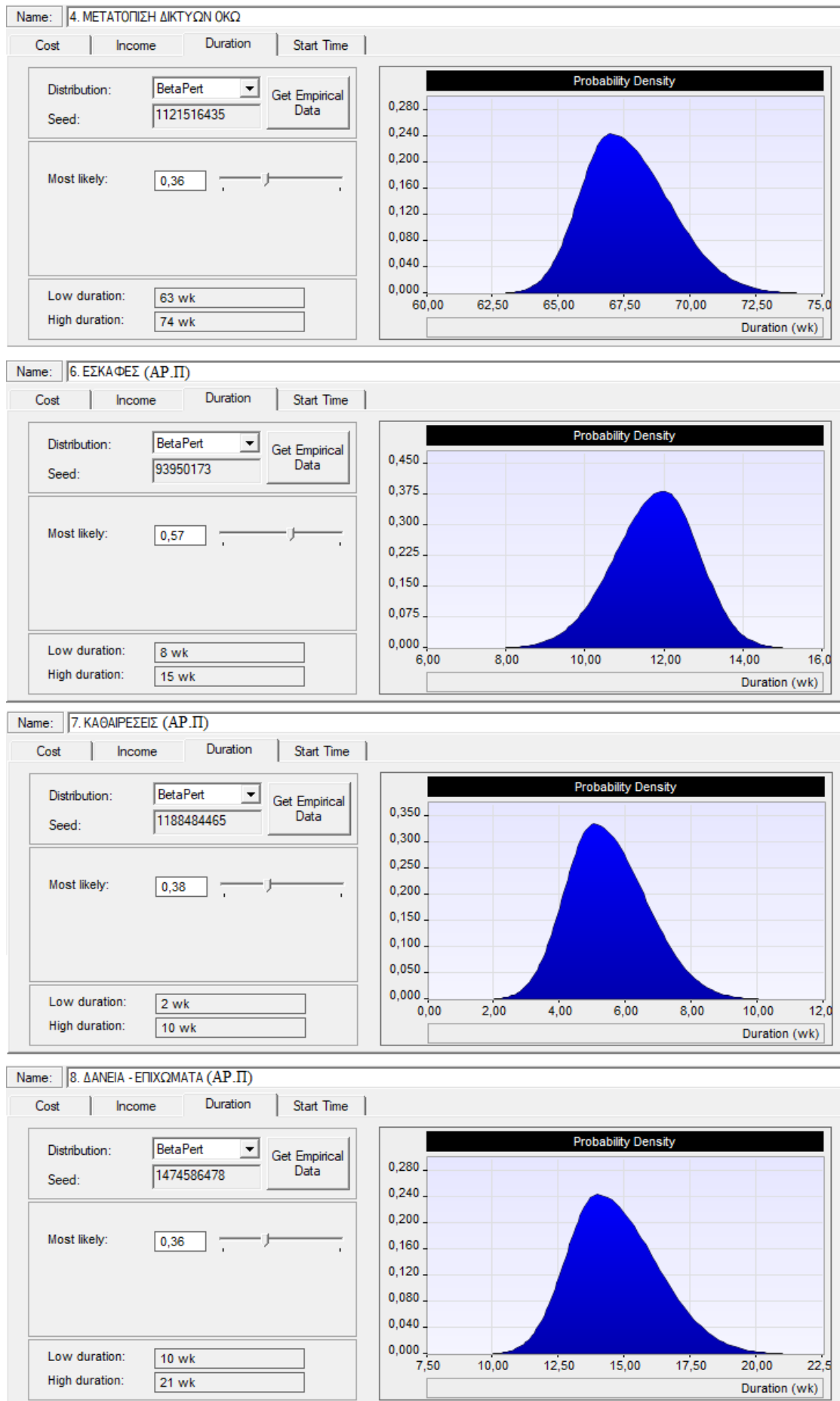
Πίνακας 6.9 Ελάχιστος δυνατός, πιθανότερος, μέγιστος δυνατός, αναμενόμενος χρόνος, διακύμανση κάθε δραστηριότητας

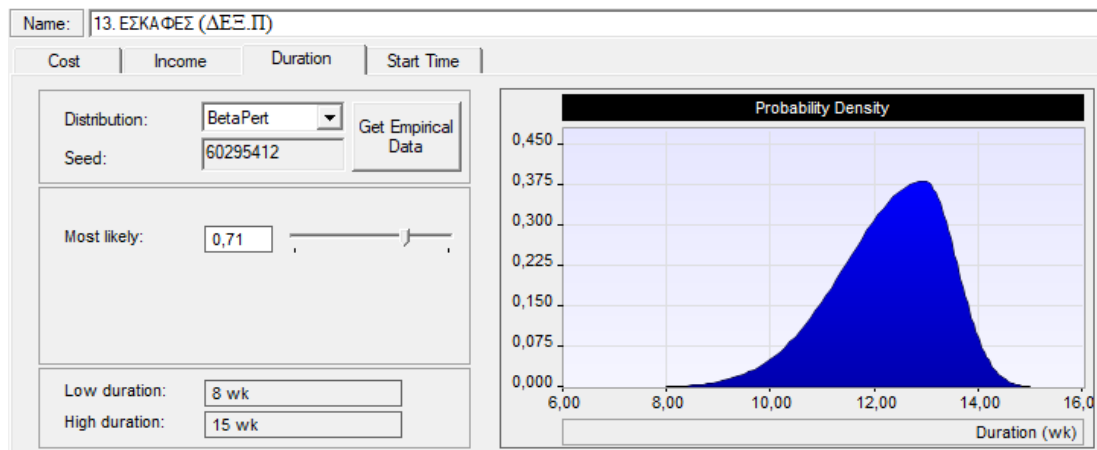
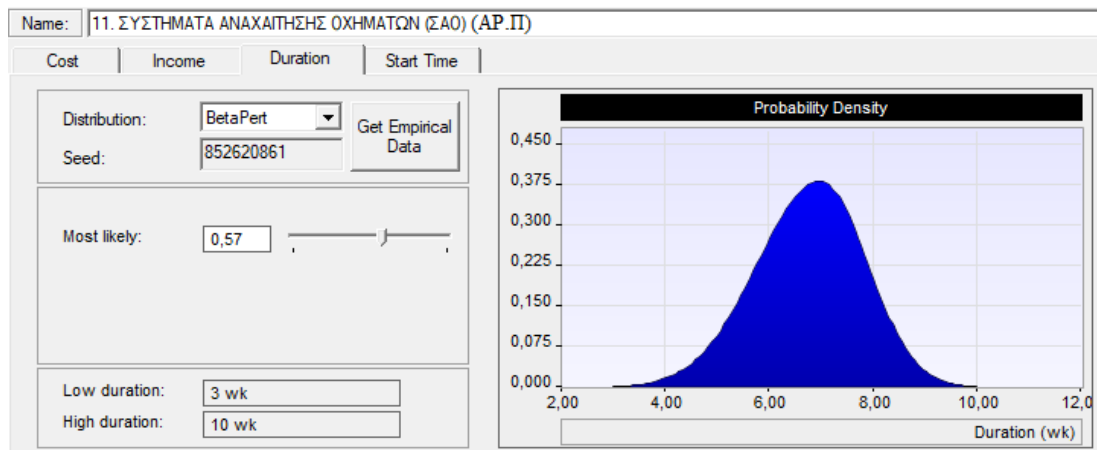
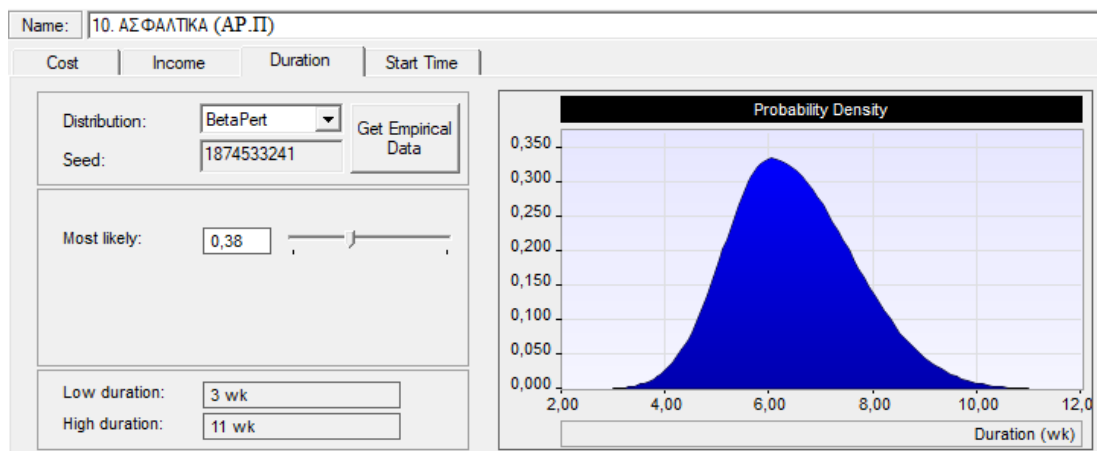
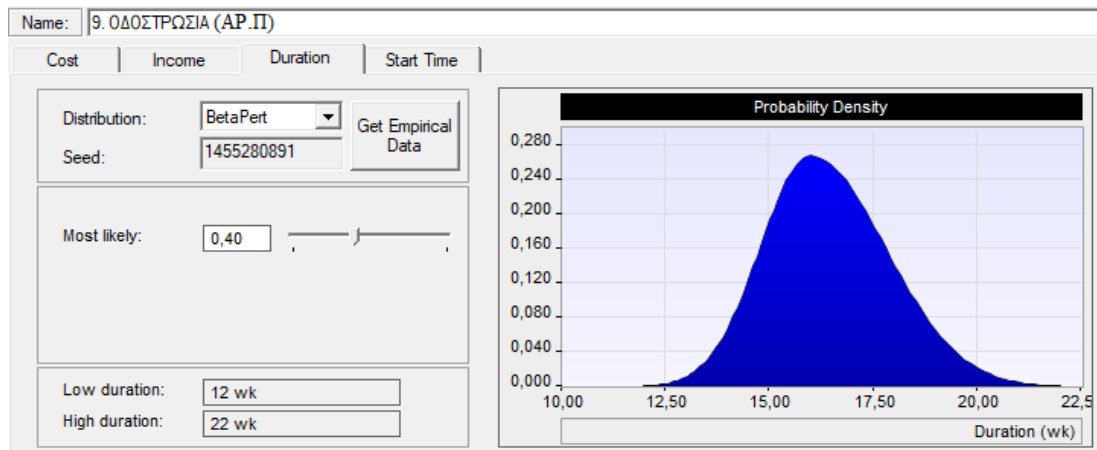
Δραστηριότητα	Χρόνοι			te	σ_n^2 διακύμανση variance
	low duration ή ελάχιστος δυνατός χρόνος (wks)	base duration ή πιθανότερος χρόνος (wks)	high duration ή μέγιστος δυνατός χρόνος (wks)		
1. ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΣΥΜΒΑΣΗΣ - ΑΡΧΗ ΕΡΓΟΥ	0	0	1	0,17	0,03
2. ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΗ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ - ΥΠΟΒΟΛΗ Σ.Α.Υ., Π.Ε.Ε., ΧΡΟΝΟΓΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ, ΟΡΓΑΝΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ & ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΩΝ ΡΥΘΜΙΣΕΩΝ	4	8	9	7,50	0,69
3. ΠΡΟΣΚΟΜΙΣΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΥ	1	1	2	1,17	0,03
4. ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ ΟΚΩ	63	67	74	67,50	3,36
6. ΕΣΚΑΦΕΣ (ΑΡ.Π)	8	12	15	11,83	1,36
7. ΚΑΘΑΙΡΕΣΕΙΣ (ΑΡ.Π)	2	5	10	5,33	1,78
8. ΔΑΝΕΙΑ - ΕΠΙΧΩΜΑΤΑ (ΑΡ.Π)	10	14	21	14,50	3,36
9. ΟΔΟΣΤΡΩΣΙΑ (ΑΡ.Π)	12	16	22	16,33	2,78
10. ΑΣΦΑΛΤΙΚΑ (ΑΡ.Π)	3	6	11	6,33	1,78
11. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΧΑΙΤΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (ΣΑΟ) (ΑΡ.Π)	3	7	10	6,83	1,36
13. ΕΣΚΑΦΕΣ (ΔΕΞ.Π)	8	13	15	12,50	1,36
14. ΚΑΘΑΙΡΕΣΕΙΣ (ΔΕΞ.Π)	2	5	11	5,50	2,25
15. ΔΑΝΕΙΑ - ΕΠΙΧΩΜΑΤΑ (ΔΕΞ.Π)	11	15	23	15,67	4,00
16. ΟΔΟΣΤΡΩΣΙΑ (ΔΕΞ.Π)	13	17	24	17,50	3,36
17. ΑΣΦΑΛΤΙΚΑ (ΔΕΞ.Π)	3	6	11	6,33	1,78
18. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΧΑΙΤΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (ΣΑΟ) (ΔΕΞ.Π)	3	7	9	6,67	1,00
20. ΕΣΚΑΦΕΣ (ΚΕΝΤ.ΑΡΤ)	8	13	15	12,50	1,36
21. ΚΑΘΑΙΡΕΣΕΙΣ (ΚΕΝΤ.ΑΡΤ)	3	7	13	7,33	2,78
22. ΔΑΝΕΙΑ - ΕΠΙΧΩΜΑΤΑ (ΚΕΝΤ.ΑΡΤ)	14	19	26	19,33	4,00
23. ΟΔΟΣΤΡΩΣΙΑ (ΚΕΝΤ.ΑΡΤ)	20	23	29	23,50	2,25
24. ΑΣΦΑΛΤΙΚΑ (ΚΕΝΤ.ΑΡΤ)	4	9	11	8,50	1,36
25. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΧΑΙΤΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (ΣΑΟ) (ΚΕΝΤ.ΑΡΤ)	7	11	14	10,83	1,36
27. ΕΣΚΑΦΕΣ (ΚΥΚΛ.ΚΟΜ.ΤΕΡ)	1	1	2	1,17	0,03
28. ΚΑΘΑΙΡΕΣΕΙΣ (ΚΥΚΛ.ΚΟΜ.ΤΕΡ)	1	1	2	1,17	0,03
29. ΔΑΝΕΙΑ - ΕΠΙΧΩΜΑΤΑ (ΚΥΚΛ.ΚΟΜ.ΤΕΡ)	1	2	4	2,17	0,25
30. ΟΔΟΣΤΡΩΣΙΑ (ΚΥΚΛ.ΚΟΜ.ΤΕΡ)	1	3	6	3,17	0,69
31. ΚΡΑΣΠΕΔΑ - ΠΛΑΚΟΣΤΡΩΣΕΙΣ (ΚΥΚΛ.ΚΟΜ.ΤΕΡ)	1	1	2	1,17	0,03
32. ΑΣΦΑΛΤΙΚΑ (ΚΥΚΛ.ΚΟΜ.ΤΕΡ)	1	4	8	4,17	1,36
33. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΧΑΙΤΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (ΣΑΟ) (ΚΥΚΛ.ΚΟΜ.ΤΕΡ)	1	1	2	1,17	0,03
35. ΧΩΜΑΤΟΥΡΓΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ (ΕΡΓΣ.ΤΕΧΝ.ΕΡΓ)	66	70	72	69,67	1,00
36. ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΑ (ΕΡΓΣ.ΤΕΧΝ.ΕΡΓ)	71	76	77	75,33	1,00
37. ΟΠΛΙΣΜΟΙ (ΕΡΓΣ.ΤΕΧΝ.ΕΡΓ)	71	76	77	75,33	1,00
38. ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ - ΔΙΚΤΥΑ (ΕΡΓΣ.ΤΕΧΝ.ΕΡΓ)	67	72	73	71,33	1,00
39. ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ-ΕΓΚΙΒΩΤΙΣΜΟΙ-ΕΞΥΓΙΑΝΣΕΙΣ (ΕΡΓΣ.ΤΕΧΝ.ΕΡΓ)	7	8	10	8,17	0,25
40. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΜΟΝΩΣΕΙΣ - ΑΡΜΟΙ (ΕΡΓΣ.ΤΕΧΝ.ΕΡΓ)	3	4	6	4,17	0,25
41. ΦΡΕΑΤΙΑ - ΒΑΘΜΙΔΩΤΑ ΡΕΙΘΡΑ (ΕΡΓΣ.ΤΕΧΝ.ΕΡΓ)	1	2	3	2,00	0,11
42. ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (ΕΡΓΣ.ΤΕΧΝ.ΕΡΓ)	2	5	10	5,33	1,78
44. ΕΣΚΑΦΕΣ (ΤΕΧΝ.ΚΑΤ.ΔΙΑΒ)	2	8	10	7,33	1,36
45. ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΑ (ΤΕΧΝ.ΚΑΤ.ΔΙΑΒ)	16	21	29	21,50	4,69
46. ΟΠΛΙΣΜΟΙ (ΤΕΧΝ.ΚΑΤ.ΔΙΑΒ)	6	21	30	20,00	16,00
47. ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ - ΔΙΚΤΥΑ (ΤΕΧΝ.ΚΑΤ.ΔΙΑΒ)	8	20	28	19,33	11,11
48. ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ (ΤΕΧΝ.ΚΑΤ.ΔΙΑΒ)	2	6	8	5,67	1,00
49. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΜΟΝΩΣΕΙΣ - ΑΡΜΟΙ (ΤΕΧΝ.ΚΑΤ.ΔΙΑΒ)	3	4	8	4,50	0,69
50. ΦΡΕΑΤΙΑ - ΒΑΘΜΙΔΩΤΑ ΡΕΙΘΡΑ (ΤΕΧΝ.ΚΑΤ.ΔΙΑΒ)	1	1	2	1,17	0,03
51. ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (ΤΕΧΝ.ΚΑΤ.ΔΙΑΒ)	1	2	3	2,00	0,11
53. ΚΙΓΛΙΔΩΜΑΤΑ - ΠΕΡΙΦΡΑΞΕΙΣ - ΟΡΙΟΔΕΙΚΤΕΣ	14	15	16	15,00	0,11
54. ΠΙΝΑΚΙΔΕΣ	3	4	6	4,17	0,25
55. ΛΟΙΠΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΗΜΑΝΣΗΣ	2	2	4	2,33	0,11
57. ΦΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ	2	3	5	3,17	0,25
58. ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΡΑΣΙΝΟΥ	2	3	5	3,17	0,25
60. ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΦΩΤΙΣΜΟΥ ΟΔΩΝ	4	8	11	7,83	1,36
61. ΔΟΚΙΜΕΣ & ΚΑΘΑΡΙΣΜΟΙ ΕΡΓΟΤΑΞΙΟΥ	0	1	2	1,00	0,11
62. ΠΕΡΑΣ ΕΡΓΟΥ	0	0	1	0,17	0,03

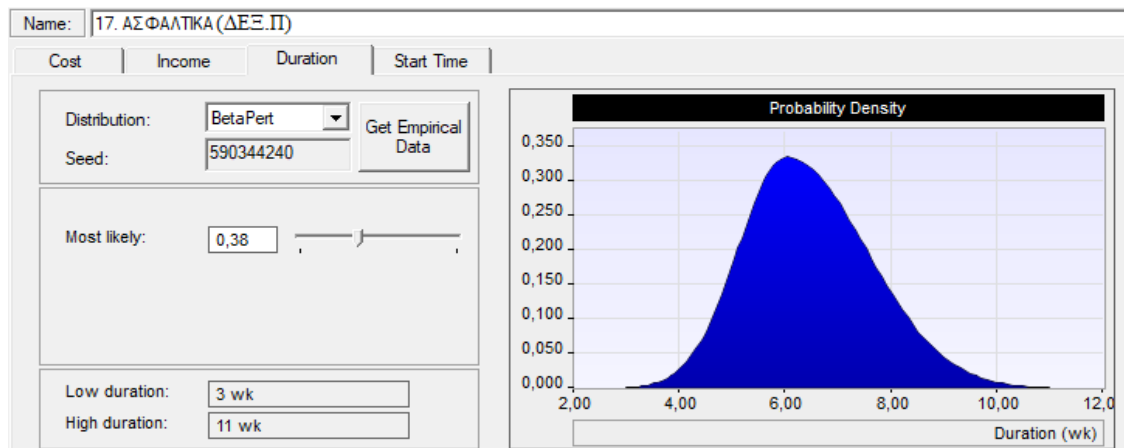
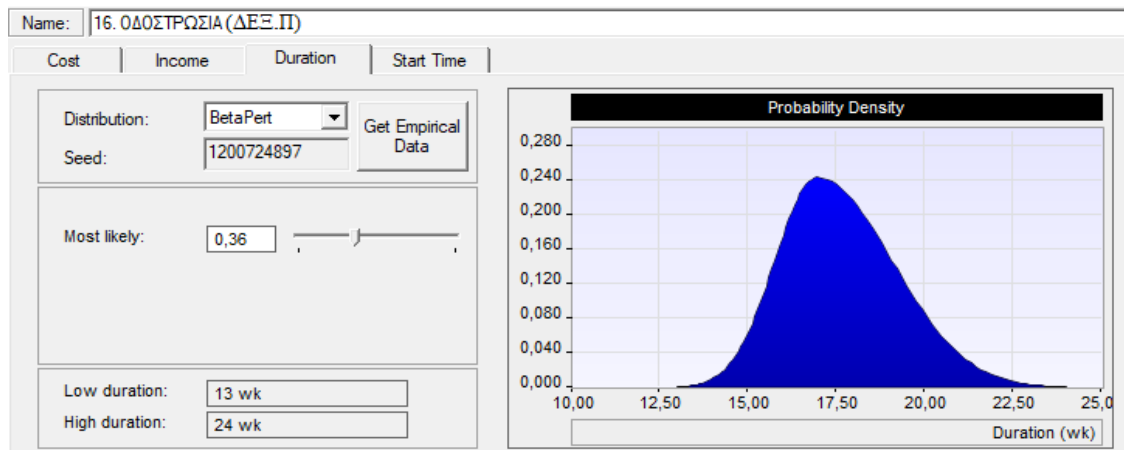
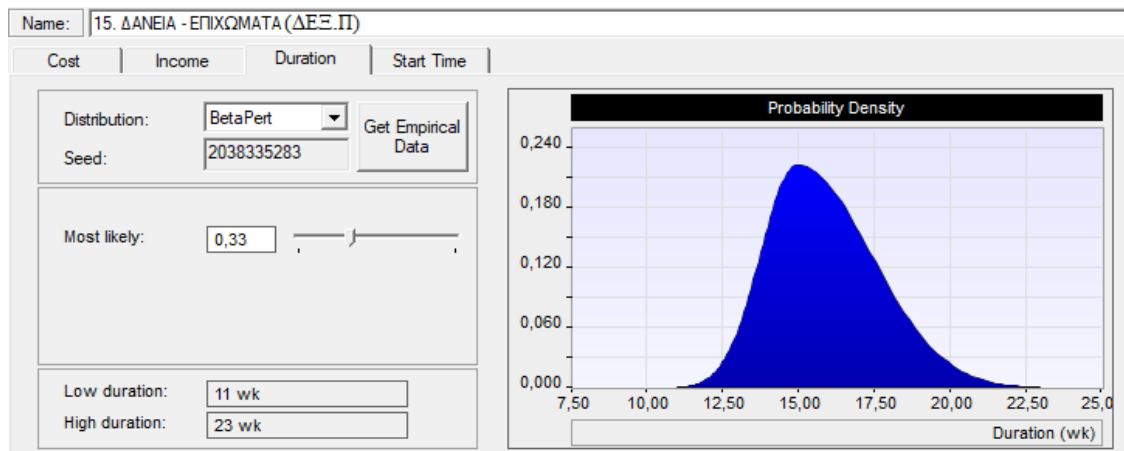
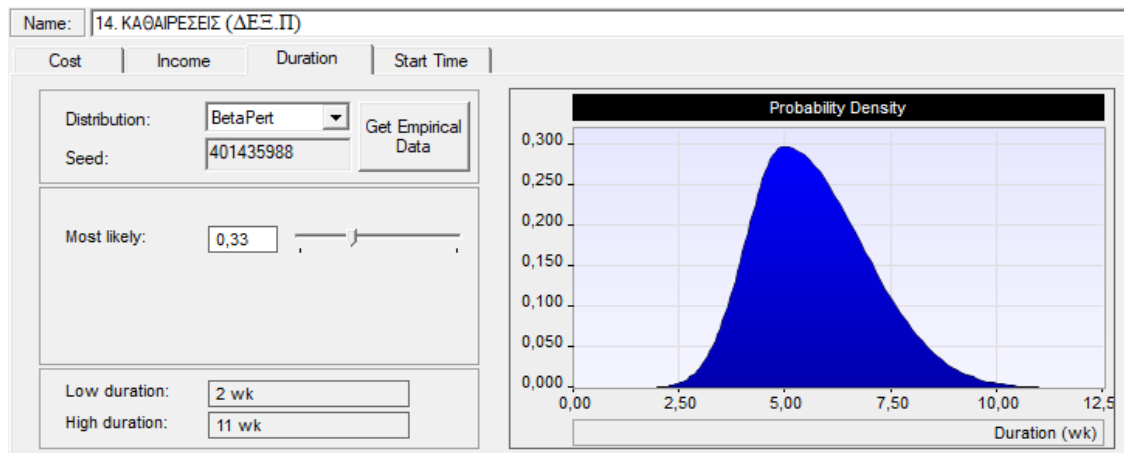
Πηγή: Ιδία επεξεργασία

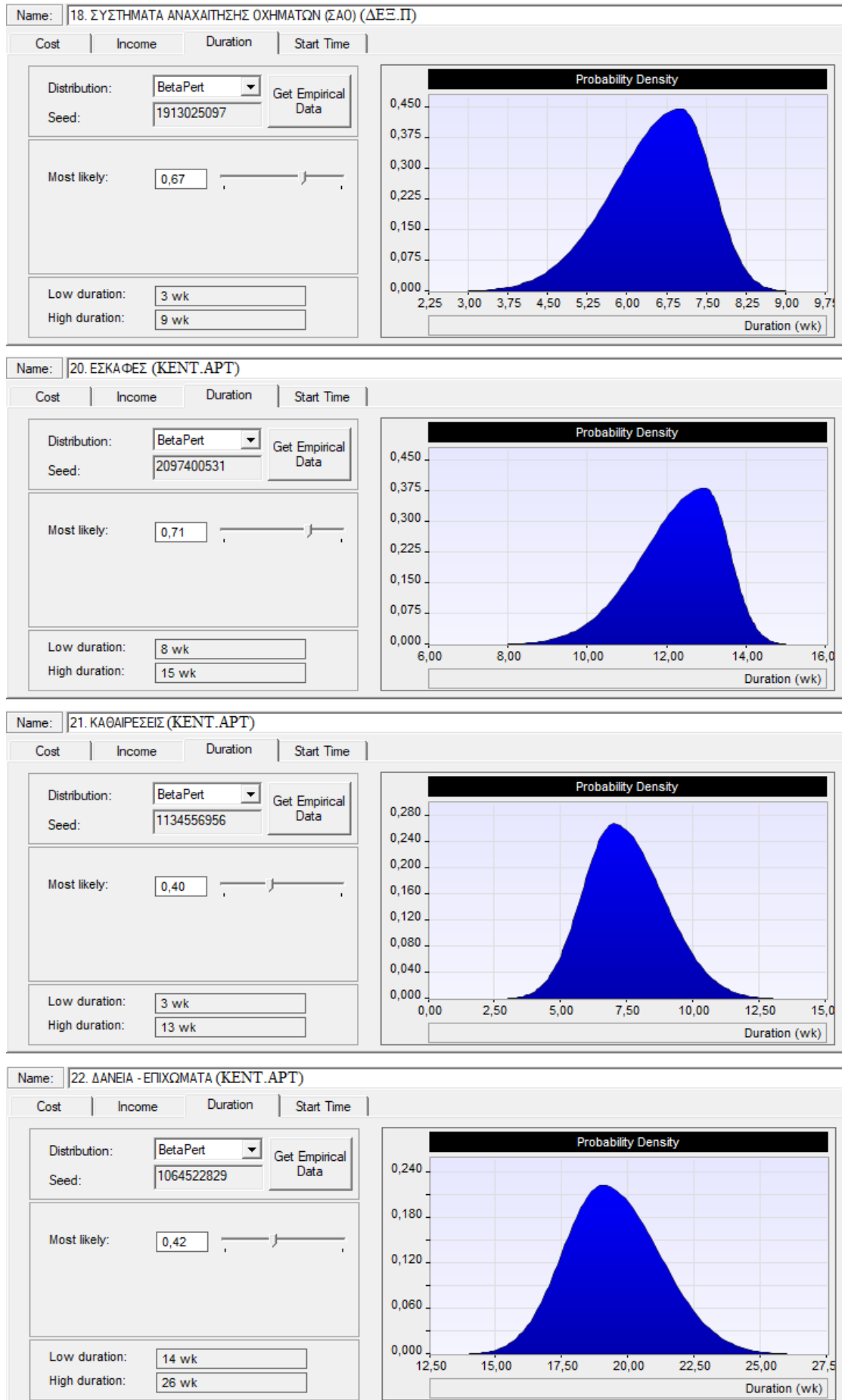
Πίνακας 6.10 Κατανομή Beta για την χρονική διάρκεια της κάθε δραστηριότητας

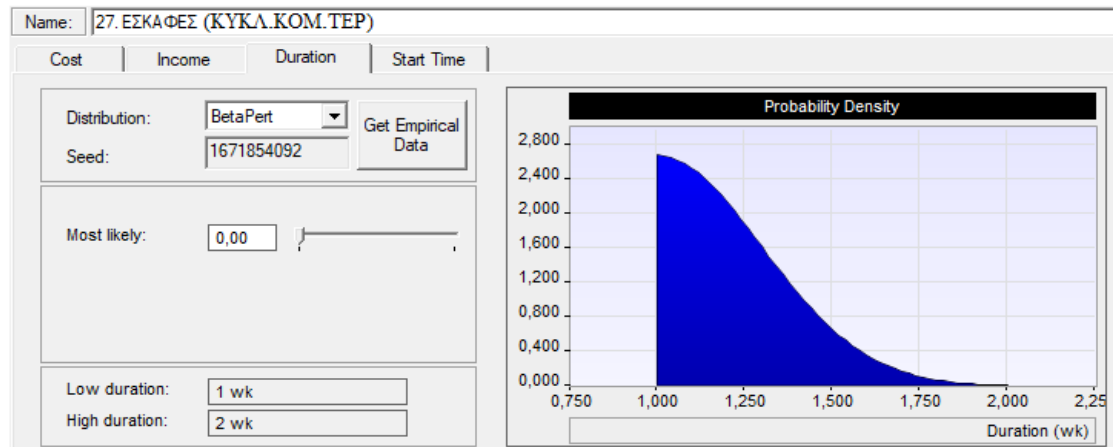
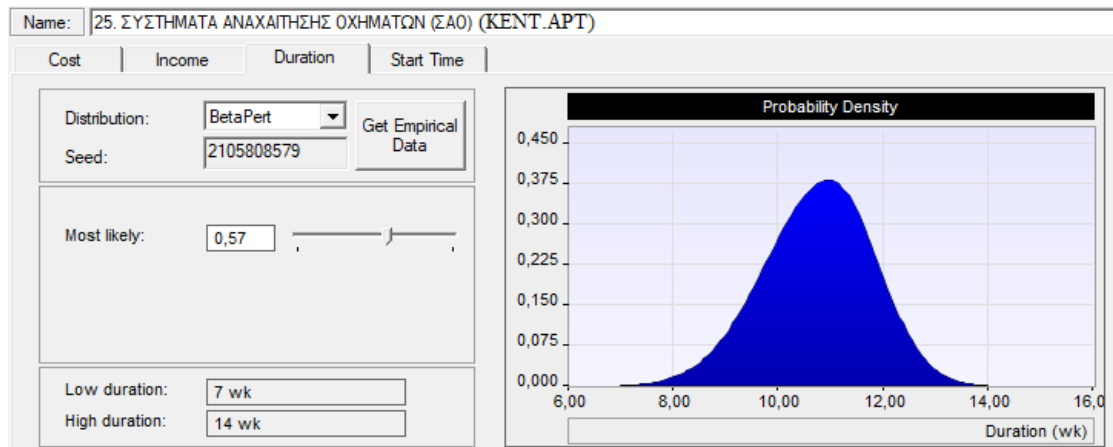
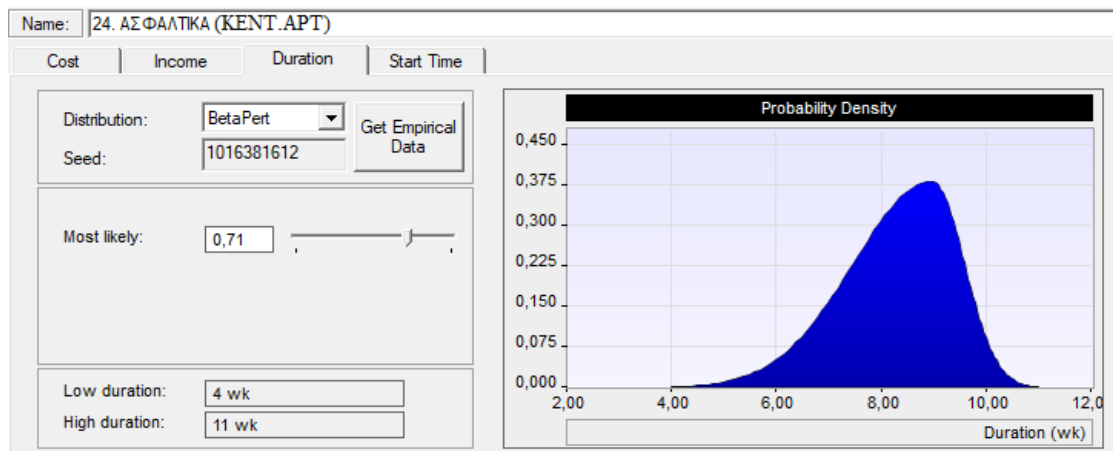
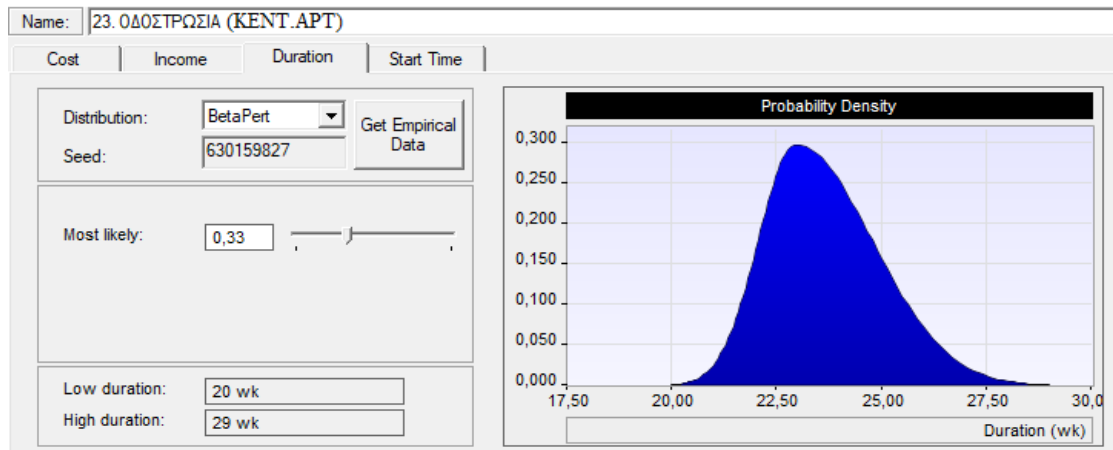


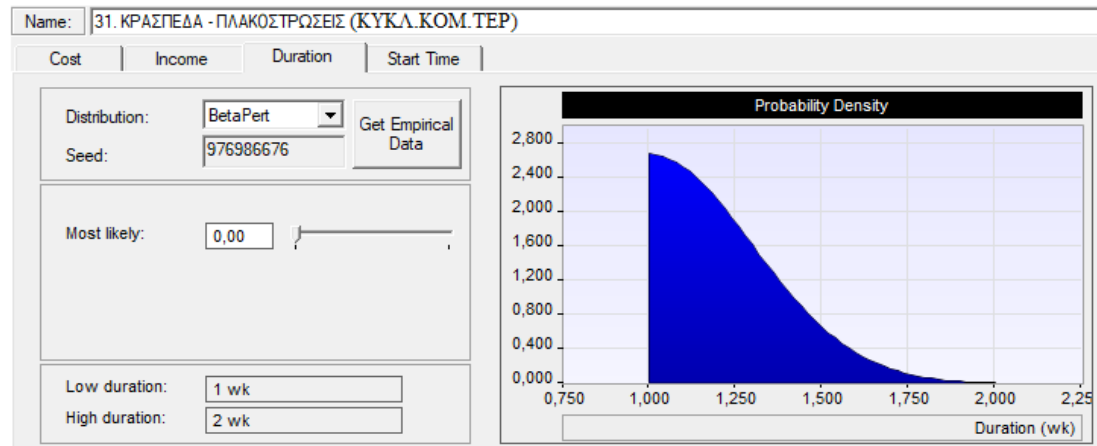
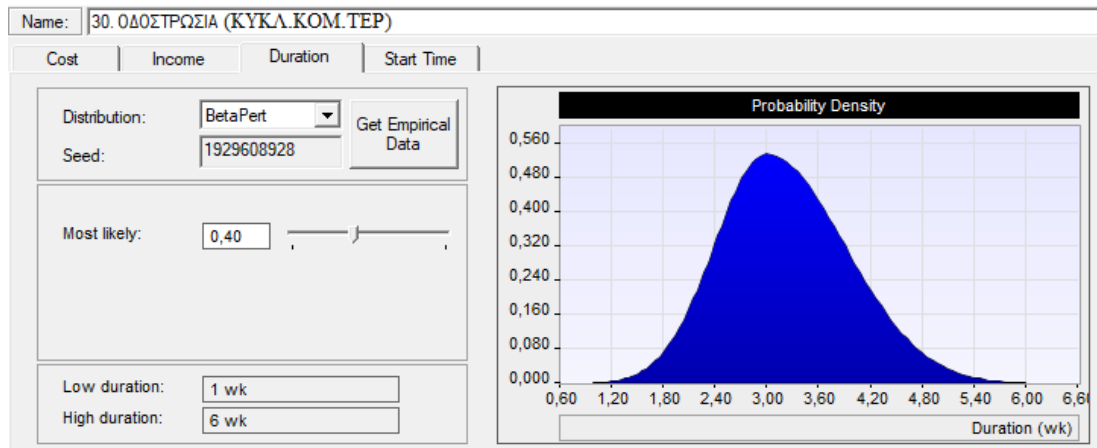
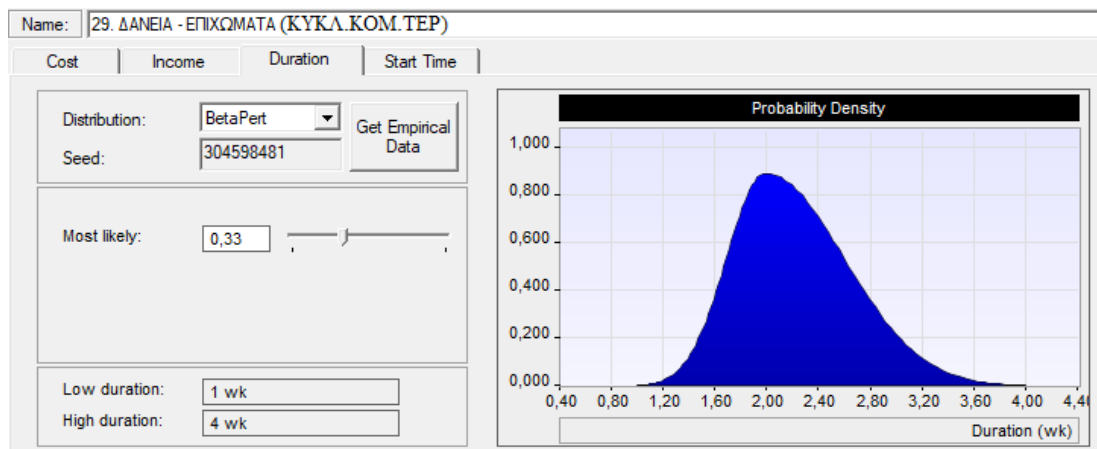
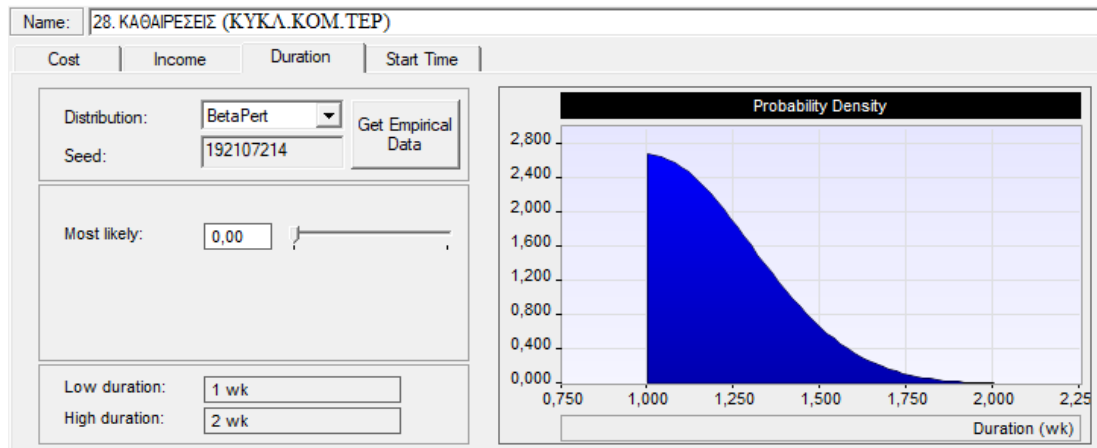


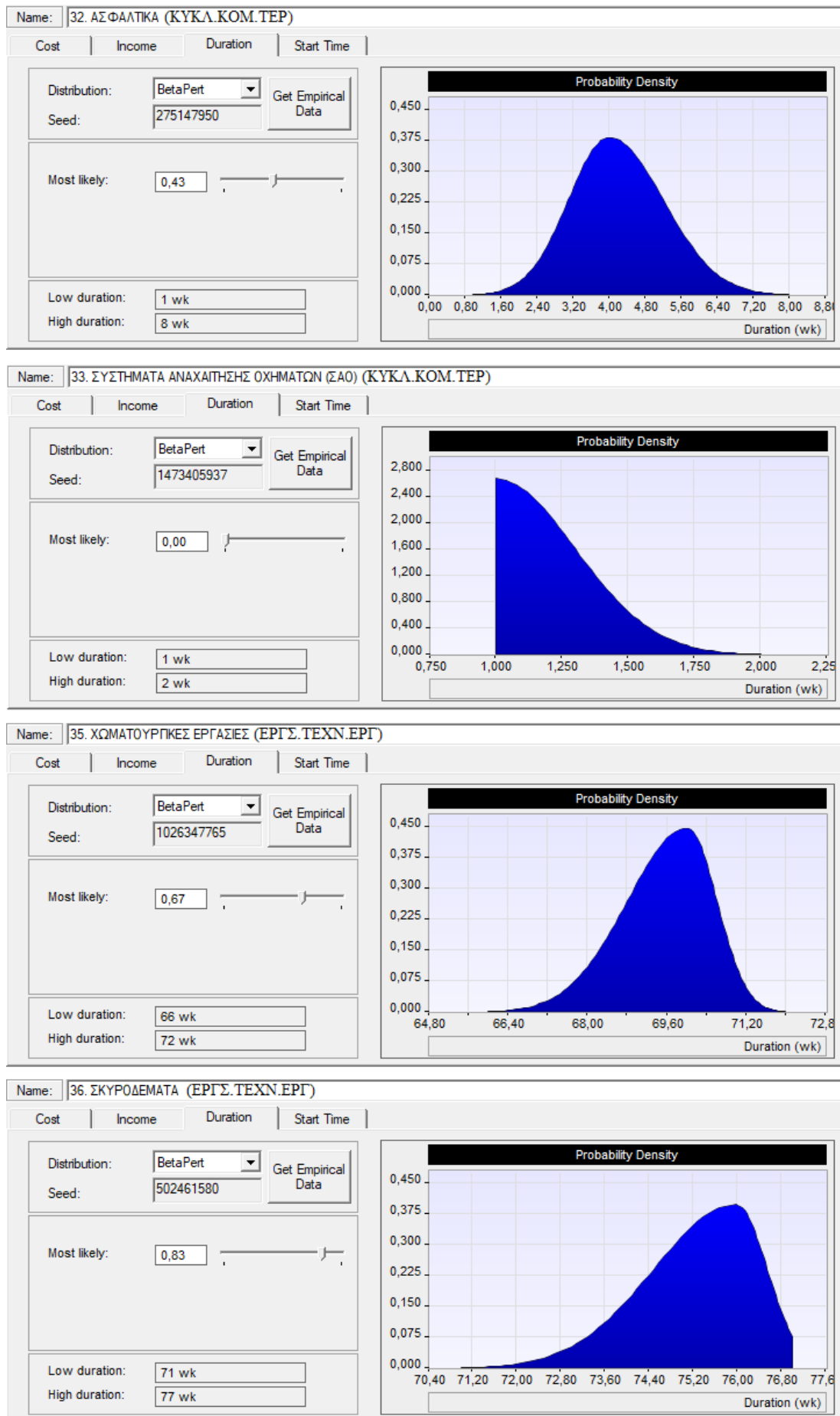


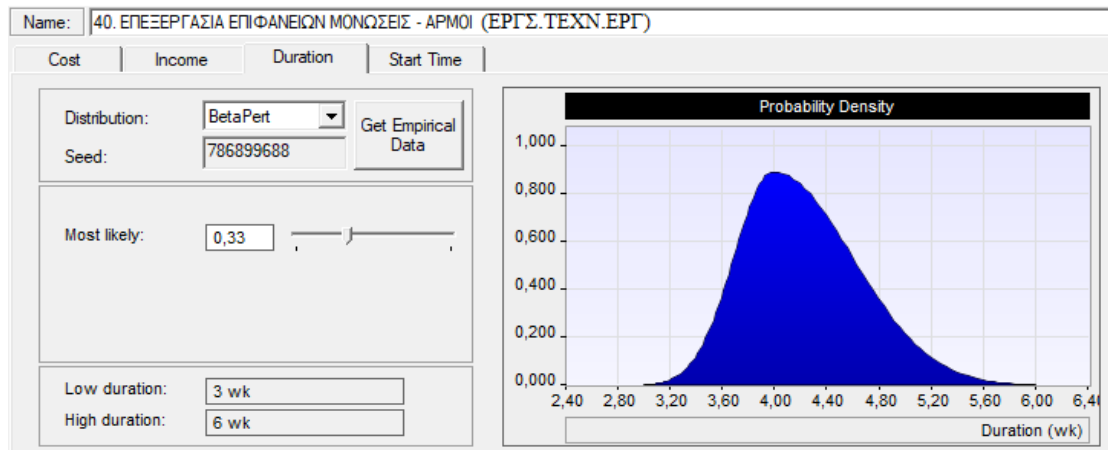
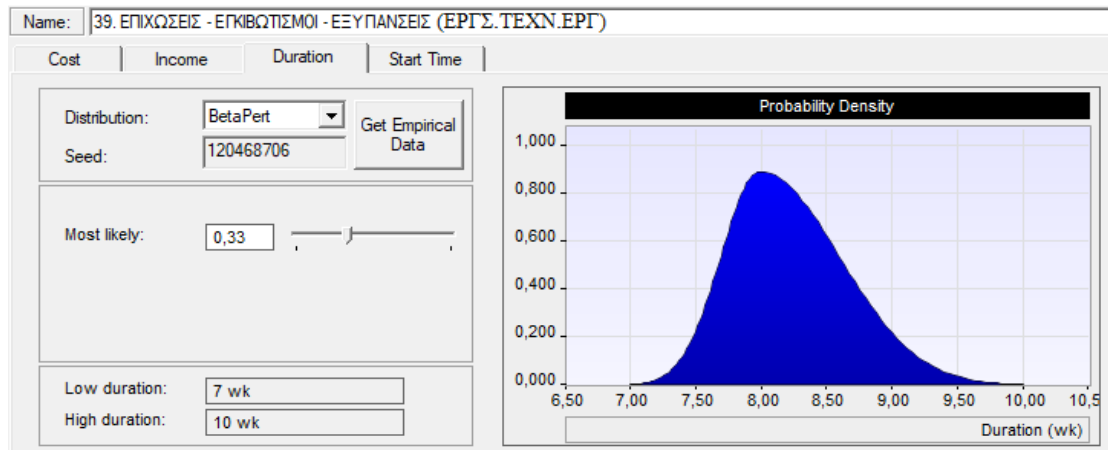
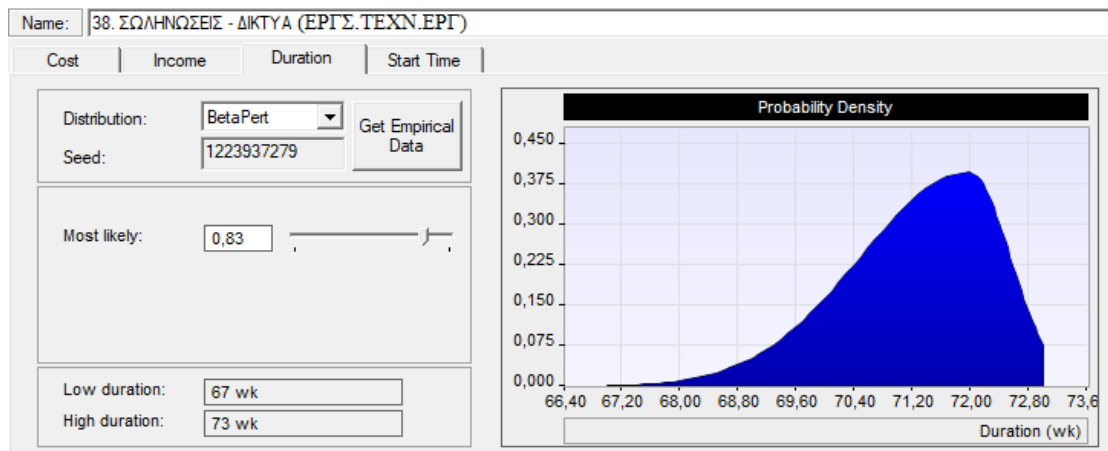
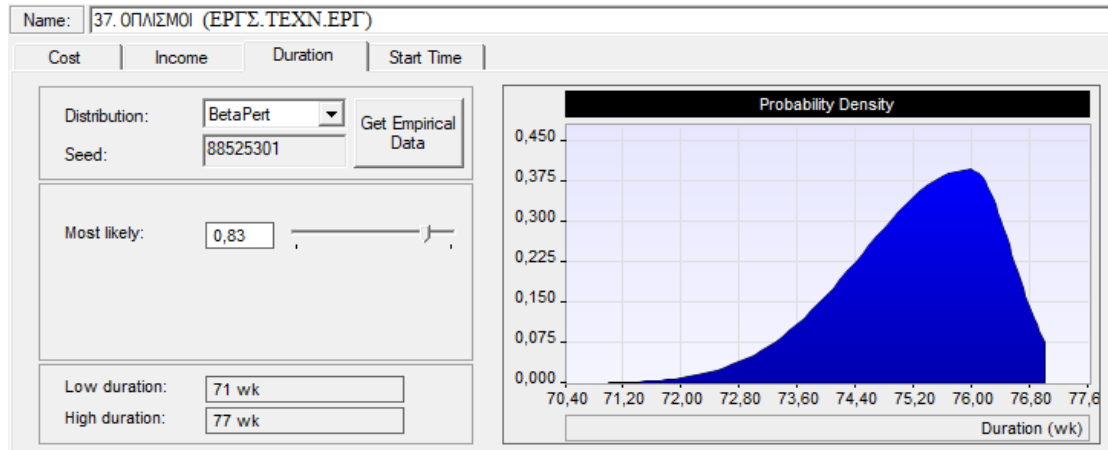


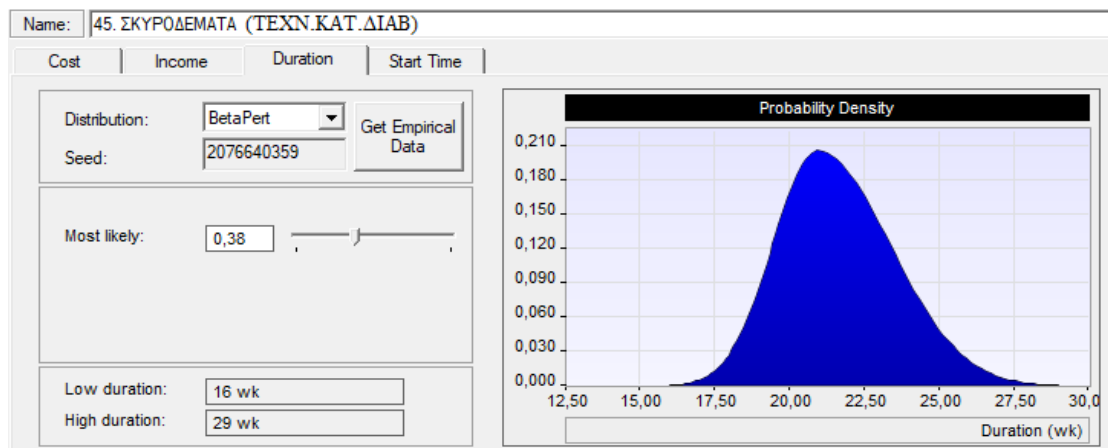
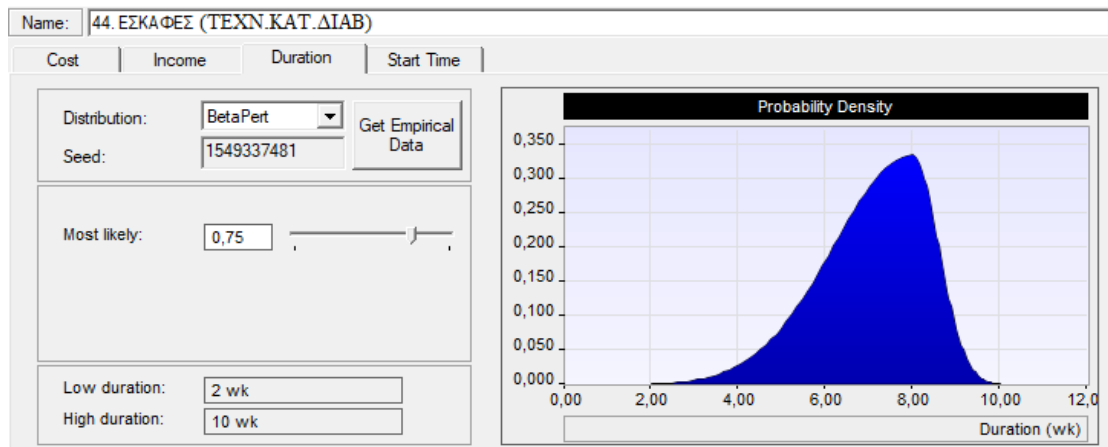
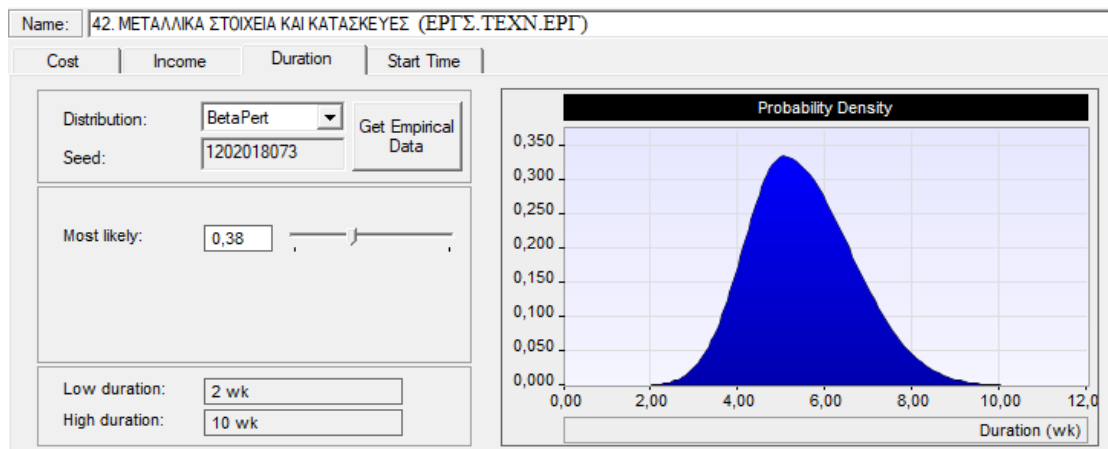
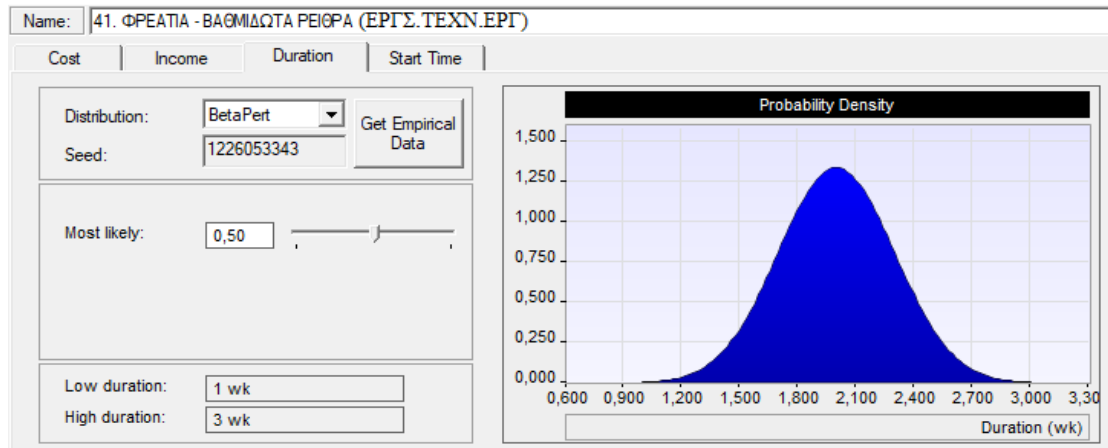


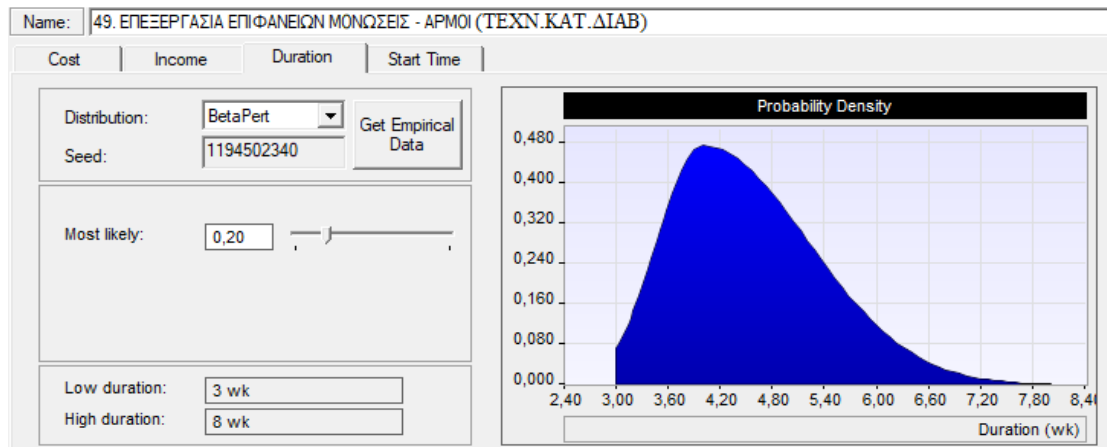
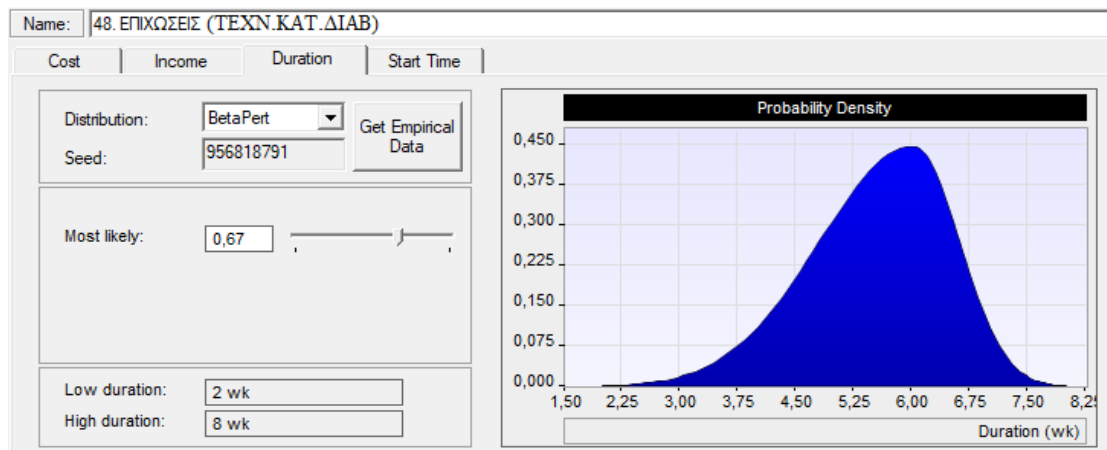
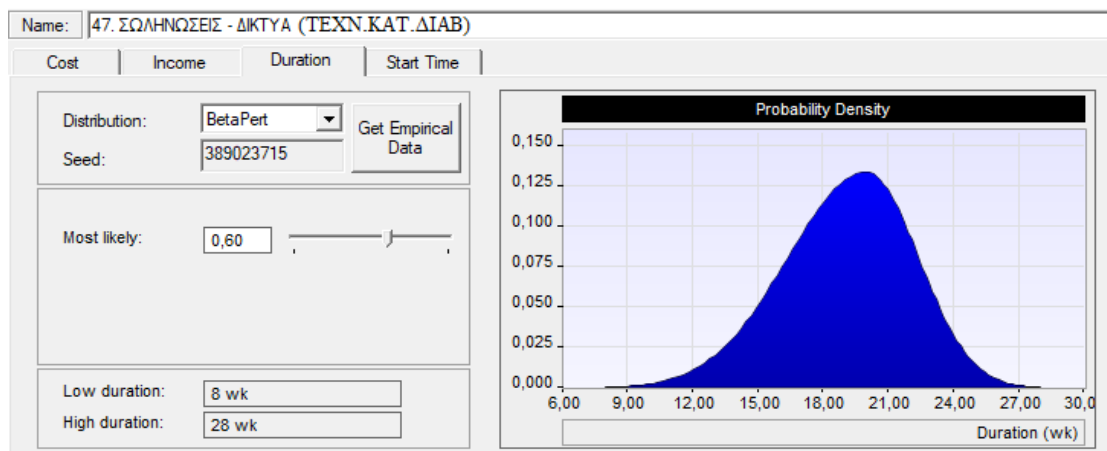
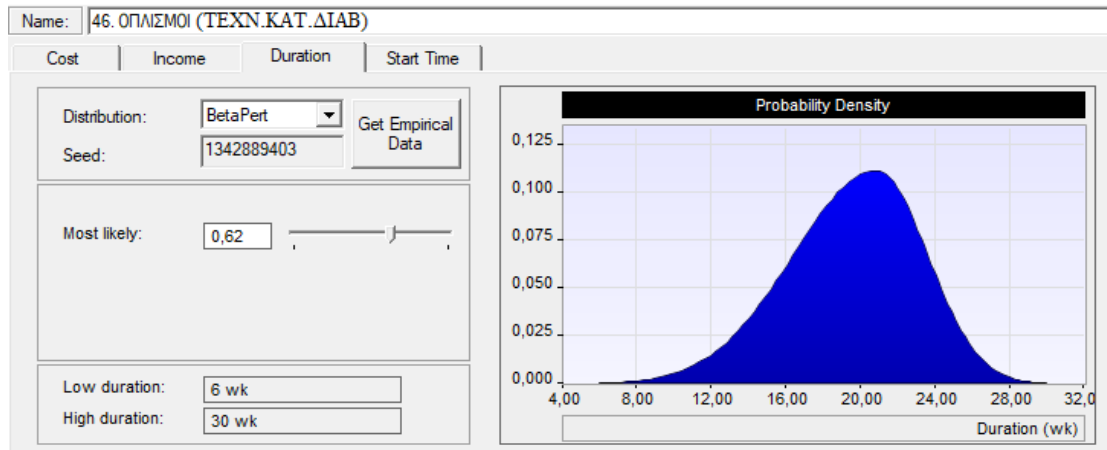


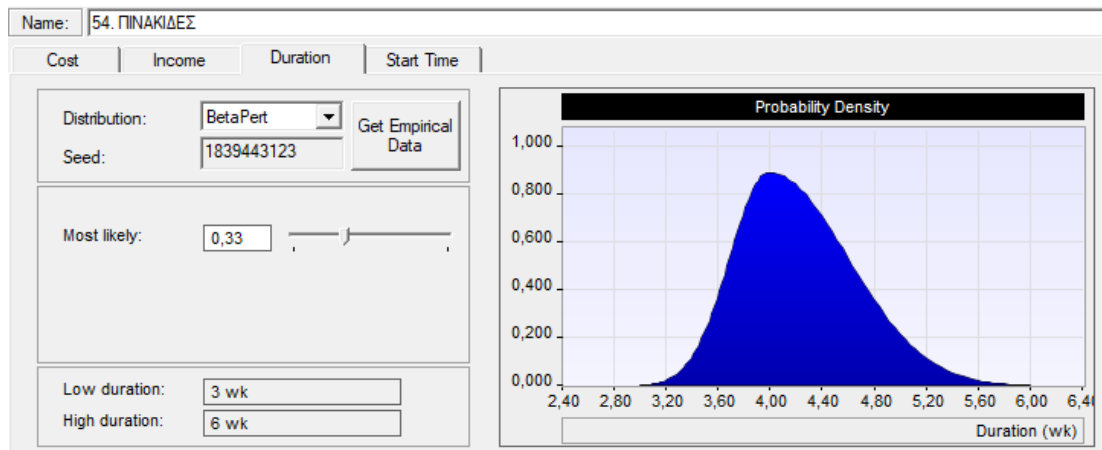
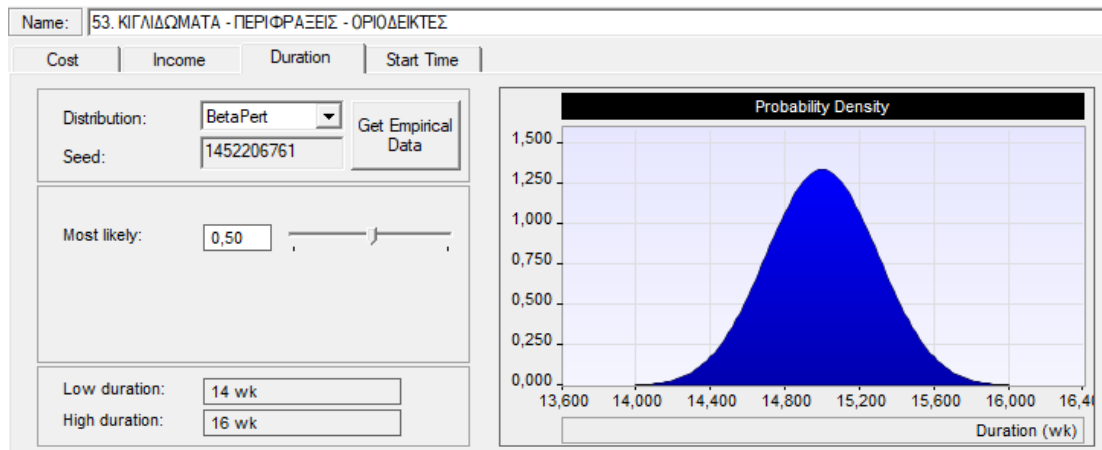
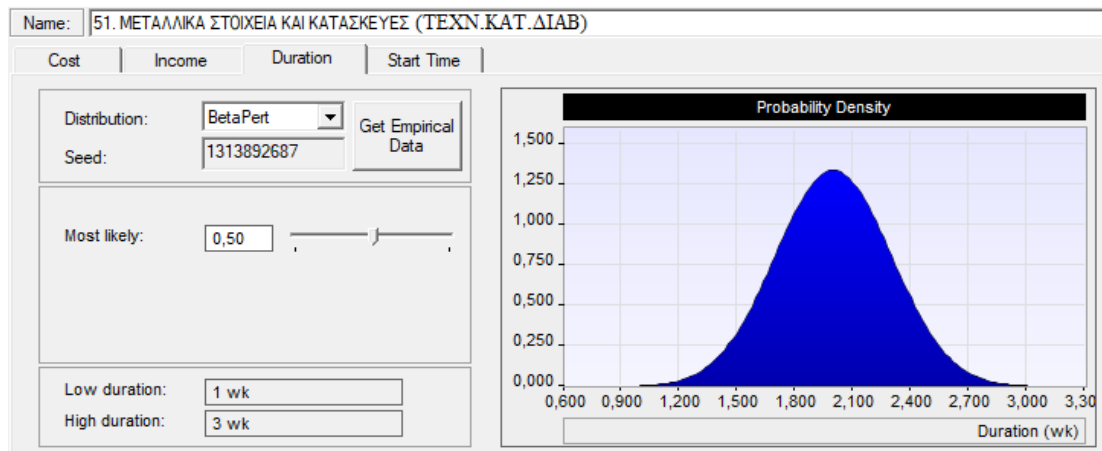
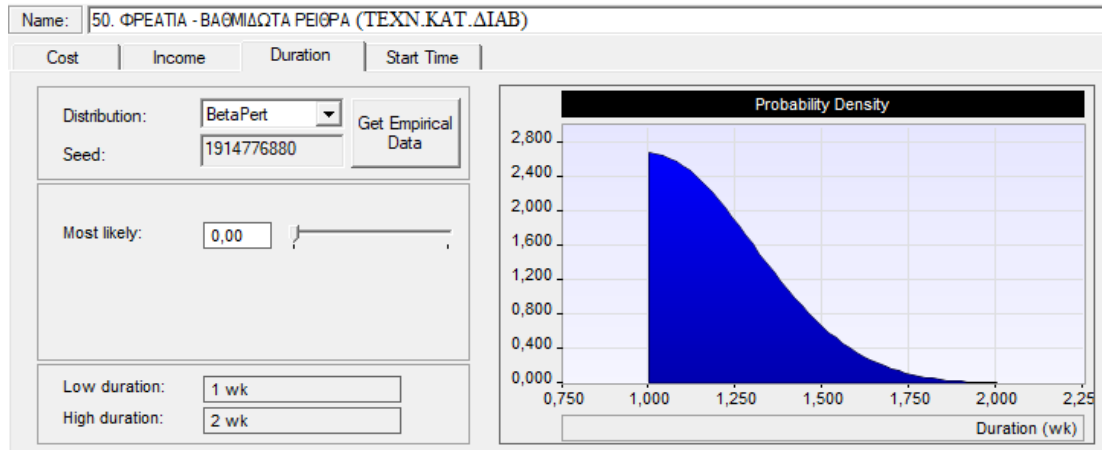


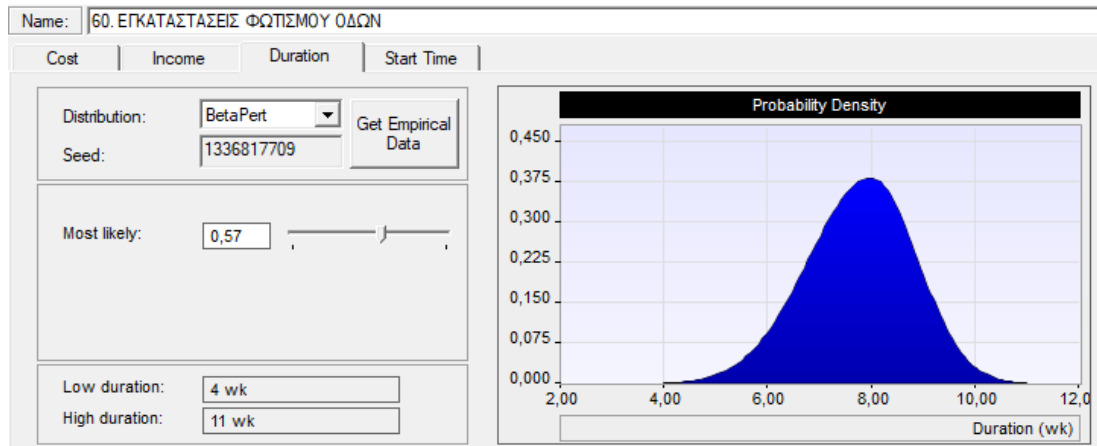
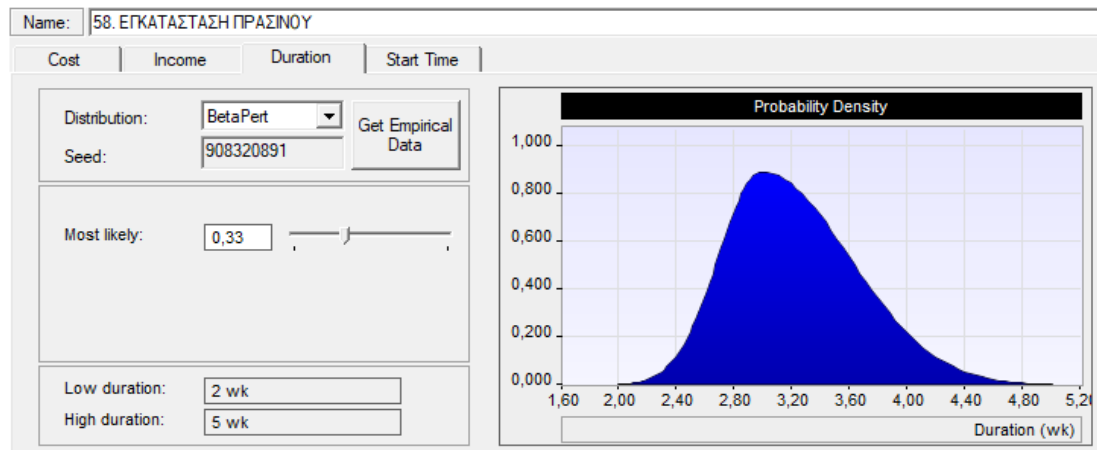
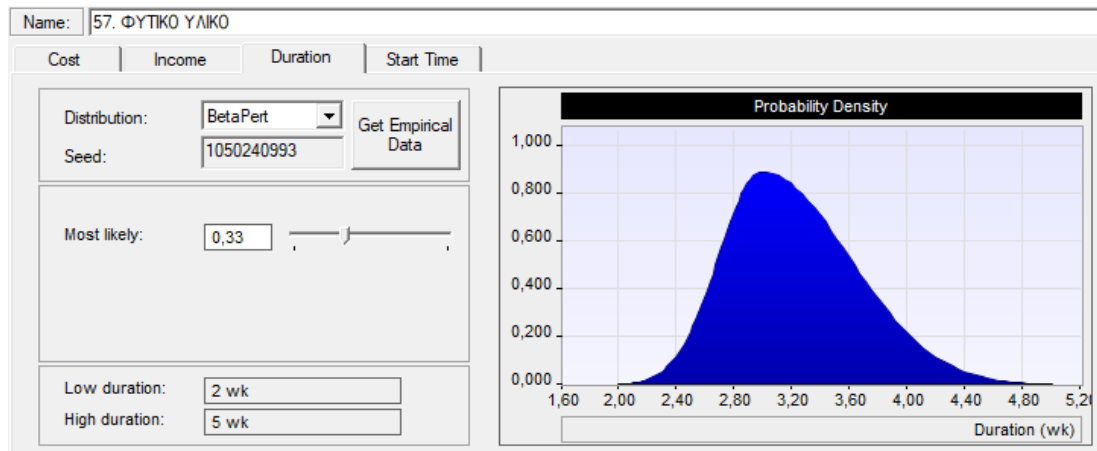
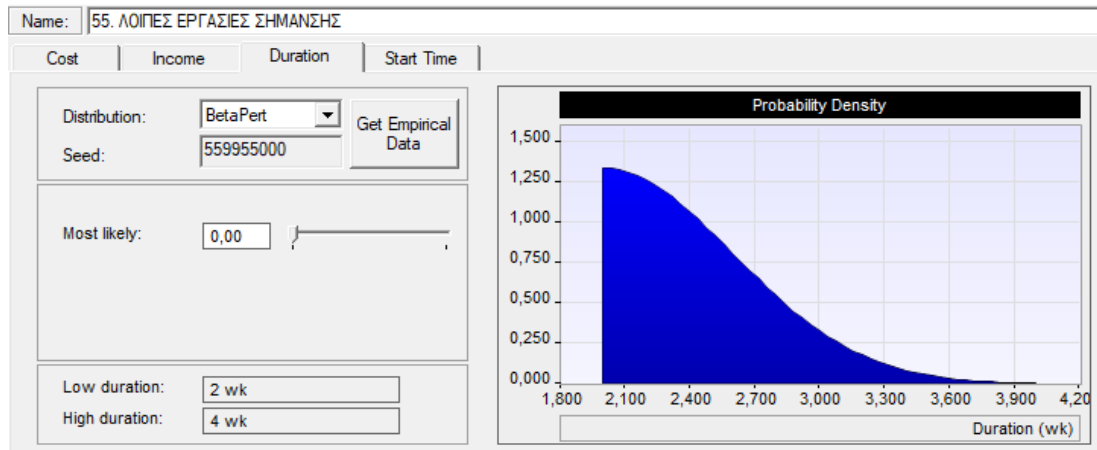


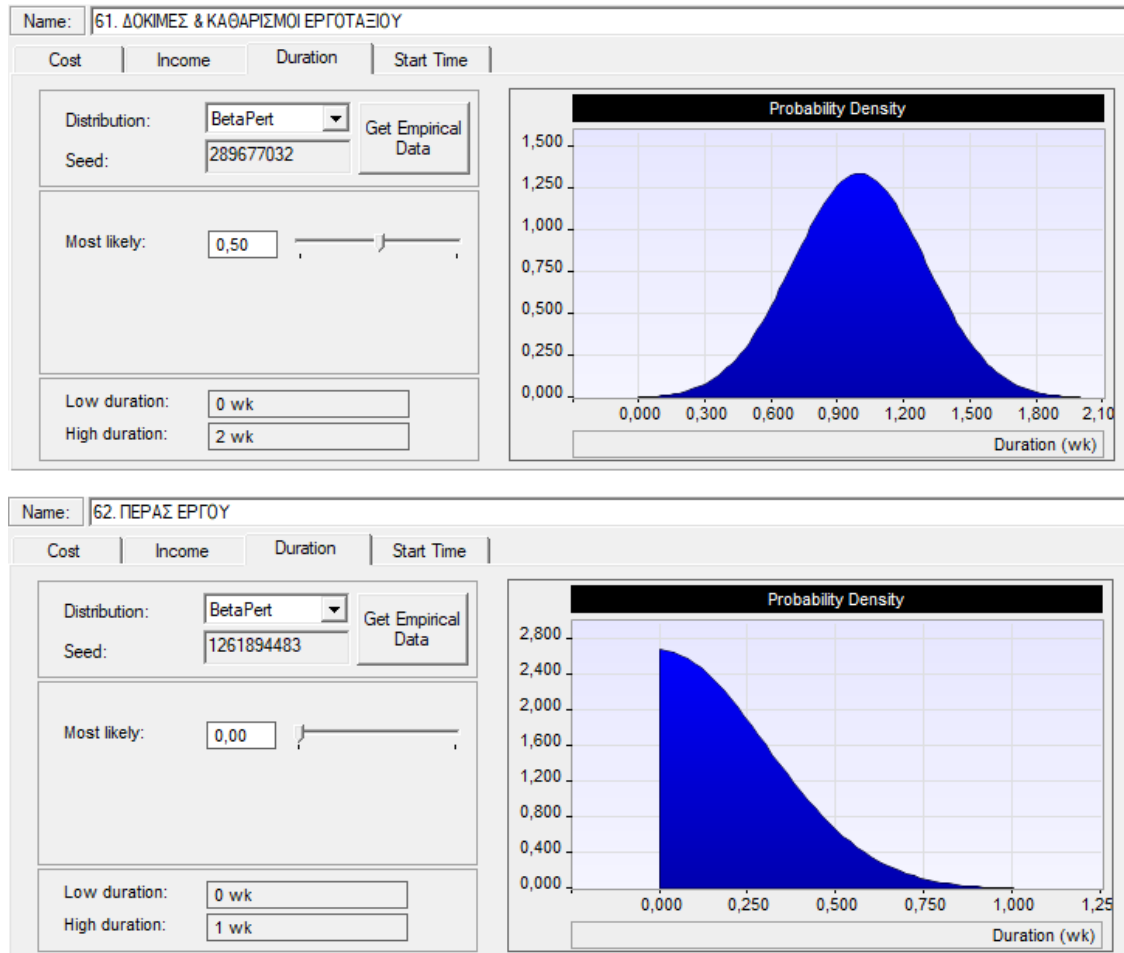












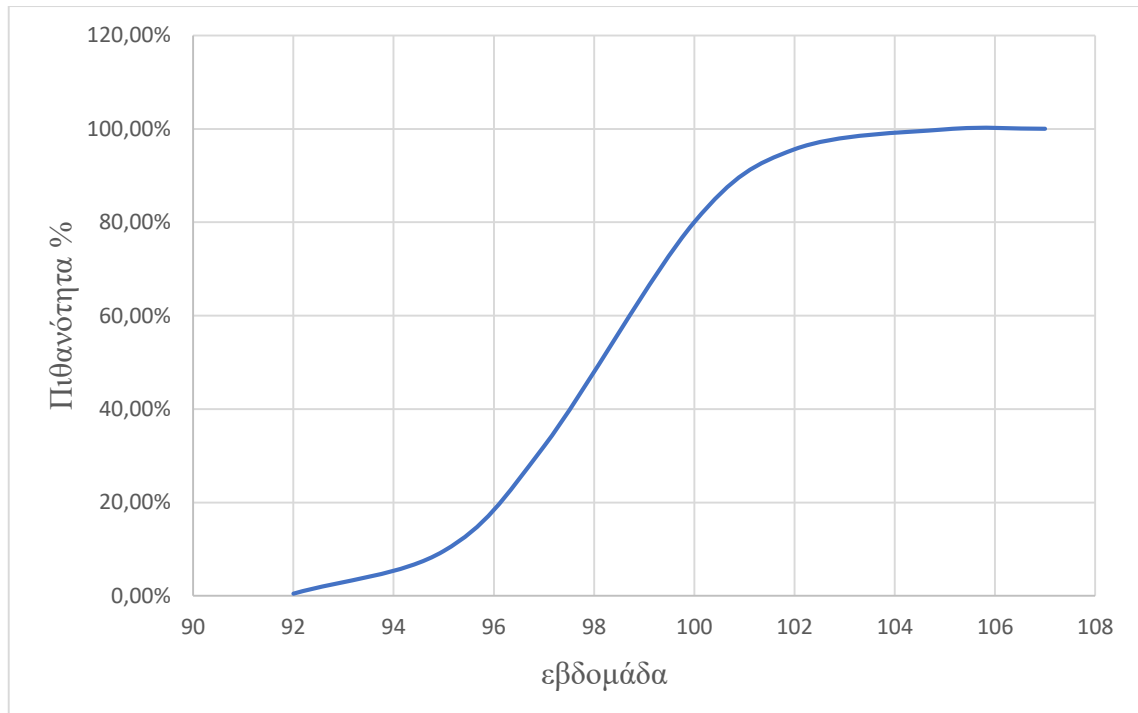
Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Επειδή στο συγκεκριμένο έργο, υπάρχουν δύο κρίσιμα δρομολόγια, πραγματοποιείται υπολογισμός της μεταβλητότητας σ_n^2 και των δύο. Από τις δύο μεταβλητότητες, αυτήν που λαμβάνεται υπόψη ως η μεταβλητότητα της κατανομής του συνολικού χρόνου αποπεράτωσης του συγκεκριμένου έργου, είναι η μεγαλύτερη από τις δύο. Συγκεκριμένα, η μεταβλητότητα του 2^{ου} κρίσιμου δρομολογίου είναι ίση με $\sigma_n^2 = 5,39 \Rightarrow \sigma_n = \sqrt{5,39} \Rightarrow \sigma_n = 2,32$ και είναι η μεγαλύτερη.

Για τον υπολογισμό της αθροιστικής πιθανότητας εκτέλεσης του συγκεκριμένου έργου, πραγματοποιείται μία διαδικασία υπολογισμού της πιθανότητας το έργο να αποπερατωθεί στον ελάχιστο δυνατό χρόνο, στον μέγιστο δυνατό χρόνο, στον πιθανότερο δυνατό χρόνο και σε χρόνους μεγαλύτερους και μικρότερους του πιθανότερου χρόνου αποπεράτωσης.

Ειδικότερα και βάση του πίνακα 4.1 αναφορικά με τις τιμές της πιθανότητας $P(x)$ για τις διάφορες τιμές της ανηγμένης απόκλισης, προκύπτει ότι για:

- $t_x = 92$ εβδομάδες, $\xi_x = -2,59 \Rightarrow P(x) \approx 0,46 \%$
- $t_x = 95$ εβδομάδες, $\xi_x = -1,30 \Rightarrow P(x) \approx 9,6 \%$
- $t_x = 100$ εβδομάδες, $\xi_x = 0,86 \Rightarrow P(x) \approx 80 \%$
- $t_x = 102$ εβδομάδες, $\xi_x = 1,72 \Rightarrow P(x) \approx 95,6 \%$
- $t_x = 105$ εβδομάδες, $\xi_x = 3,01 \Rightarrow P(x) \approx 99,86 \%$
- $t_x = 107$ εβδομάδες, $\xi_x = 3,88 \Rightarrow P(x) \approx 99,99 \%$



Σχήμα 6.1 Αθροιστική πιθανότητα εκτέλεσης του έργου

Πραγματοποιείται υπολογισμός των πιθανοτήτων το έργο να αποπερατωθεί στον ελάχιστο δυνατό χρόνο, στον μέγιστο δυνατό χρόνο, σε χρόνους μεγαλύτερους και μικρότερους του πιθανότερου χρόνου αποπεράτωσης. Πηγή: Ιδία επεξεργασία

Τέλος η πιθανότητα το έργο να αποπερατωθεί στον πιθανότερο χρόνο αποπεράτωσης είναι μηδέν, καθότι $\xi_x = \frac{97-97}{2,32} = 0$. Βάση του πίνακα 4.1 για ανοιγμένη απόκλιση $\xi_x = 0 \Rightarrow P(x) = 0,50$ ή 50%

6.4 Μελέτη βελτιστοποίησης κόστους – χρόνου του έργου

Με βάση την φύση του συγκεκριμένου έργου, Ε.Ο. Λάρισας – Τρικάλων: «Κατασκευή οδικού τμήματος από Ι/Κ Τερψιθέας έως Α/Κ Ραχούλας» τις απαιτήσεις, τα πρότυπα, τις τεχνικές προδιαγραφές που περιγράφηκαν σε προηγούμενη παράγραφο, τον προγραμματισμό αποπεράτωσης του και ειδικότερα σύμφωνα με τα προσκομιζόμενα στοιχεία της μελέτης προϋπολογισμού από την Διεύθυνση Τεχνικών Έργων, του τμήματος Συγκοινωνιακών Έργων της Γενικής Διεύθυνσης Αναπτυξιακού Προγραμματισμού Περιβάλλοντος και Υποδομών της Περιφέρειας Θεσσαλίας (Προϋπολογισμός, 2019, Διεύθυνση Τεχνικών Έργων, Περιφέρεια Θεσσαλίας), ορίζεται ένα συγκεκριμένο άμεσο κόστος, για τον κανονικό χρόνο αποπεράτωσης της κάθε δραστηριότητας. Εν συνεχεία, ορίζεται το ειδικό κόστος C_s για την κάθε δραστηριότητα. Το ειδικό κόστος C_s της κάθε δραστηριότητας, εξαρτάται από το είδος της εργασίας, την χρονική διάρκεια αποπεράτωσης της και το μέγεθος του άμεσου κόστους της και όπως προαναφέρθηκε σε προγενέστερο κεφάλαιο, εκφράζει την μεταβολή του κόστους της, όταν η χρονική διάρκειά της μεταβληθεί κατά μία χρονική μονάδα. Έχοντας γνωστά για την κάθε δραστηριότητα του έργου τα δεδομένα, του ελάχιστου δυνατού χρόνου, low duration t_{ld} , του κανονικού χρόνου αποπεράτωσης base duration t_{bd} , το ειδικό κόστος C_s

και το κόστος C_0 της, είναι δυνατόν να υπολογιστεί το κόστος της όταν αυτήν αποπερατώνεται στο ελάχιστο δυνατό χρόνο το οποίο αποτελεί και το maximum κόστος της $C_{\max}$. Το κόστος αυτό $C_{\max}$ προκύπτει από το ακόλουθο τύπο: $C_{\max} = C_s(t_{bd} - t_{ld}) + C_0$

Επιπλέον προκύπτει το C_c , το κόστος που συνδέεται με τον χρόνο συντριβής, crash, δηλαδή την ποσότητα των χρονικών μονάδων (εβδομάδων) που μπορεί να μειωθεί η εκτέλεση μίας δραστηριότητας και το οποίο ισούται με την διαφορά του μέγιστου κόστους $C_{\max}$, όταν η δραστηριότητα αποπερατώνεται στον ελάχιστο δυνατό χρόνο με το κανονικό κόστος C_0 , όταν η δραστηριότητα αποπερατώνεται στους κανονικούς χρόνους:

$$C_c = C_{\max} - C_0$$

Επιπροσθέτως, ορίζεται ανά χρονική μονάδα έμμεσο κόστος 4000 €: $C_{ind} = 4000\text{€/week}$ το οποίο αποτελεί μία γραμμική συνάρτηση του συνολικού χρόνου αποπεράτωσης του έργου t_n .

Ορισμός των μεταβλητών του προβλήματος:

S_i = ο χρόνος κατά τον οποίο συμβαίνει ένα γεγονός, μετρημένος από την αρχή του έργου όπου $i = 1, 2, 3, \dots, n$

X_i = η ποσότητα της χρονικής μονάδας (εβδομάδα), όπου η χρονική διάρκεια της κάθε δραστηριότητας μπορεί να μειωθεί (συντριβεί). Είναι η διαφορά του κανονικού χρόνου εκτέλεσης της δραστηριότητας με τον ελάχιστο δυνατό χρόνο εκτέλεσής της. Επί παραδείγματι για την δραστηριότητα 2, $X_2 = t_{bd2} - t_{ld2} \Rightarrow X_2 = 8 - 4 = 4 \text{ wks}$

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης

$$\min Z = \sum C_s X_i - C_{ind} t_n$$

Τα δεδομένα και οι μεταβλητές του προβλήματος παρατίθεται στον πίνακα 6.11

Αντικειμενική συνάρτηση:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z = & 0X_1 + 2.000X_2 + 1.000X_3 + 10.000X_4 + 8.000X_6 + 2.000X_7 + 10.000X_8 + 10.000 \\ & X_9 + 15.000X_{10} + 8.000X_{11} + 8.000X_{13} + 2.000X_{14} + 10.000X_{15} + 10.000X_{16} + 10.000X_{17} + 8.000 \\ & X_{18} + 10.000X_{20} + 2.000X_{21} + 10.000X_{22} + 10.000X_{23} + 12.000X_{24} + 10.000X_{25} + 4.000X_{27} + 2.0 \\ & 00X_{28} + 8.000X_{29} + 8.000X_{30} + 2.000X_{31} + 8.000X_{32} + 10.000X_{33} + 15.000X_{35} + 20.000X_{36} + 15. \\ & 000X_{37} + 15.000X_{38} + 4.000X_{39} + 2.000X_{40} + 4.000X_{41} + 4.000X_{42} + 8.000X_{44} + 10.000X_{45} + 10. \\ & 000X_{46} + 4.000X_{47} + 2.000X_{48} + 2.000X_{49} + 2.000X_{50} + 2.000X_{51} + 3.000X_{53} + 2.000X_{54} + 8.000 \\ & X_{55} + 4.000X_{57} + 8.000X_{58} + 8.000X_{60} + 2.000X_{61} + 0X_{62} - 4.000t_n \end{aligned}$$

Περιορισμοί:

1) Περιορισμοί μέγιστης μείωσης: $X_1 \leq 0, X_2 \leq 4, X_3 \leq 0, X_4 \leq 4, X_6 \leq 4, X_7 \leq 3, X_8 \leq 4, X_9 \leq 4, X_{10} \leq 3, X_{11} \leq 4, X_{13} \leq 5, X_{14} \leq 3, X_{15} \leq 4, X_{16} \leq 4, X_{17} \leq 3, X_{18} \leq 4, X_{20} \leq 5, X_{21} \leq 4, X_{22} \leq 5, X_{23} \leq 3, X_{24} \leq 5, X_{25} \leq 4, X_{27} \leq 0, X_{28} \leq 0, X_{29} \leq 1, X_{30} \leq 2, X_{31} \leq 0, X_{32} \leq 3, X_{33} \leq 0, X_{35} \leq 4, X_{36} \leq 5, X_{37} \leq 5, X_{38} \leq 5, X_{39} \leq 1, X_{40} \leq 1, X_{41} \leq 1, X_{42} \leq 3, X_{44} \leq 6, X_{45} \leq 5, X_{46} \leq 15, X_{47} \leq 12, X_{48} \leq 4, X_{49} \leq 1, X_{50} \leq 0, X_{51} \leq 1, X_{53} \leq 1, X_{54} \leq 1, X_{55} \leq 0, X_{57} \leq 1, X_{58} \leq 1, X_{60} \leq 4, X_{61} \leq 1, X_{62} \leq 0$

2) Περιορισμοί μη αρνητικότητας: $X_i \geq 0, S_i \geq 0$

Πίνακας 6.11 Δεδομένα και μεταβλητές της βελτιστοποίησης κόστους - χρόνου του έργου

κωδ.Δρ	Δραστηριότητες	Εξαρτάται από	Κανονικοί χρόνοι t _{nd} (wks)	Κόστος C ₀ (€)	Ελάχιστος δυνατός χρόνος t _{ld} (wks)	Ειδικό κόστος C _s (€/wks)	C _{max} (€)	Πρόσθετο κόστος συντριβής (crashing) (€)	Χι Αριθμός εβδομάδων που μπορεί να συντρίβει (wks)	Si Χρόνος που συμβαίνει το γεγονός i (wks)
1	1. ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΣΥΜΒΑΣΗΣ - ΑΡΧΗΡΓΟΥ	-	0	0,00 €	0	0,00 €	0,00 €	0,00 €	X1	0
2	2. ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΗ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ - ΥΠΟΒΟΛΗ ΣΑΥ, ΧΡΟΝΟΤΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ, ΟΡΓΑΝΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ & ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΩΝ ΡΥΘΜΙΣΕΩΝ	1	8	5.000,00 €	4	3.000,00 €	17.000,00 €	12.000,00 €	X2	4
3	3. ΠΡΟΣΚΟΜΙΣΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΥ	2	1	5.000,00 €	1	2.000,00 €	5.000,00 €	0,00 €	X3	0
4	4. ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ ΟΚΩ	1	67	100.000,00 €	63	20.000,00 €	180.000,00 €	80.000,00 €	X4	4
6	6. ΕΣΚΛΦΕΣ (ΔΕΞ Π)	3	12	300.000,00 €	8	16.000,00 €	364.000,00 €	64.000,00 €	X6	4
7	7. ΚΑΘΑΙΡΕΣΕΙΣ (ΑΡ Π)	6	5	30.000,00 €	2	4.000,00 €	42.000,00 €	12.000,00 €	X7	3
8	8. ΔΑΝΕΙΑ - ΕΠΙΧΟΜΑΤΑ (ΑΡ Π)	7	14	500.000,00 €	10	20.000,00 €	580.000,00 €	80.000,00 €	X8	4
9	9. ΟΔΟΣΤΡΩΣΙΑ (ΑΡ Π)	8	16	400.000,00 €	12	20.000,00 €	480.000,00 €	80.000,00 €	X9	4
10	10. ΑΣΦΑΛΤΙΚΑ (ΑΡ Π)	9	6	1.200.000,00 €	3	30.000,00 €	1.290.000,00 €	90.000,00 €	X10	3
11	11. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΧΑΙΤΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (ΣΑΟ) (ΑΡ Π)	10	7	400.000,00 €	3	16.000,00 €	464.000,00 €	64.000,00 €	X11	4
13	13. ΕΣΚΛΦΕΣ (ΔΕΞ Π)	3,11	13	300.000,00 €	8	16.000,00 €	380.000,00 €	80.000,00 €	X13	5
14	14. ΚΑΘΑΙΡΕΣΕΙΣ (ΔΕΞ Π)	13	5	30.000,00 €	2	4.000,00 €	42.000,00 €	12.000,00 €	X14	3
15	15. ΔΑΝΕΙΑ - ΕΠΙΧΟΜΑΤΑ (ΔΕΞ Π)	14	15	500.000,00 €	11	20.000,00 €	580.000,00 €	80.000,00 €	X15	4
16	16. ΟΔΟΣΤΡΩΣΙΑ (ΔΕΞ Π)	15	17	400.000,00 €	13	20.000,00 €	480.000,00 €	80.000,00 €	X16	4
17	17. ΑΣΦΑΛΤΙΚΑ (ΔΕΞ Π)	16	6	1.200.000,00 €	3	20.000,00 €	1.260.000,00 €	60.000,00 €	X17	3
18	18. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΧΑΙΤΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (ΣΑΟ) (ΔΕΞ Π)	17	7	400.000,00 €	3	16.000,00 €	464.000,00 €	64.000,00 €	X18	4
20	20. ΕΣΚΛΦΕΣ (ΚΕΝΤ ΑΡΤ)	3,18,13	13	500.000,00 €	8	20.000,00 €	600.000,00 €	100.000,00 €	X20	5
21	21. ΚΑΘΑΙΡΕΣΕΙΣ (ΚΕΝΤ ΑΡΤ)	20	7	50.000,00 €	3	4.000,00 €	66.000,00 €	16.000,00 €	X21	4
22	22. ΔΑΝΕΙΑ - ΕΠΙΧΟΜΑΤΑ (ΚΕΝΤ ΑΡΤ)	21	19	700.000,00 €	14	20.000,00 €	800.000,00 €	100.000,00 €	X22	5
23	23. ΟΔΟΣΤΡΩΣΙΑ (ΚΕΝΤ ΑΡΤ)	22	23	600.000,00 €	20	20.000,00 €	660.000,00 €	60.000,00 €	X23	3
24	24. ΑΣΦΑΛΤΙΚΑ (ΚΕΝΤ ΑΡΤ)	23	9	1.600.000,00 €	4	24.000,00 €	1.720.000,00 €	120.000,00 €	X24	5
25	25. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΧΑΙΤΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (ΣΑΟ) (ΚΕΝΤ ΑΡΤ)	24	11	700.000,00 €	7	20.000,00 €	780.000,00 €	80.000,00 €	X25	4
27	27. ΕΣΚΛΦΕΣ (ΚΥΚΛ ΚΟΜ ΤΕΡ)	24	1	150.000,00 €	1	8.000,00 €	150.000,00 €	0,00 €	X27	0
28	28. ΚΑΘΑΙΡΕΣΕΙΣ (ΚΥΚΛ ΚΟΜ ΤΕΡ)	27	1	20.000,00 €	1	4.000,00 €	20.000,00 €	0,00 €	X28	0
29	29. ΔΑΝΕΙΑ - ΕΠΙΧΟΜΑΤΑ (ΚΥΚΛ ΚΟΜ ΤΕΡ)	28	2	300.000,00 €	1	16.000,00 €	316.000,00 €	16.000,00 €	X29	1
30	30. ΟΔΟΣΤΡΩΣΙΑ (ΚΥΚΛ ΚΟΜ ΤΕΡ)	29	3	300.000,00 €	1	16.000,00 €	332.000,00 €	32.000,00 €	X30	2
31	31. ΚΡΑΣΠΕΔΑ - ΠΛΑΚΟΣΤΡΩΣΕΙΣ (ΚΥΚΛ ΚΟΜ ΤΕΡ)	30	1	20.000,00 €	1	4.000,00 €	20.000,00 €	0,00 €	X31	0
32	32. ΑΣΦΑΛΤΙΚΑ (ΚΥΚΛ ΚΟΜ ΤΕΡ)	30	4	600.000,00 €	1	16.000,00 €	648.000,00 €	48.000,00 €	X32	3
33	33. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΧΑΙΤΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (ΣΑΟ) (ΚΥΚΛ ΚΟΜ ΤΕΡ)	31,32	1	100.000,00 €	1	20.000,00 €	100.000,00 €	0,00 €	X33	0

35	35	ΧΩΜΑΤΟΥΡΓΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ (ΤΕΧ ΕΡΓ)	3	70	700.000,00 €	66	30.000,00 €	820.000,00 €	120.000,00 €	X35	4	9	S35
36	36	ΣΚΥΡΩΜΑΤΑ (ΤΕΧ ΕΡΓ)	35	76	1.200.000,00 €	71	40.000,00 €	1.400.000,00 €	200.000,00 €	X36	5	9	S36
37	37	ΟΠΛΙΣΜΟΙ (ΤΕΧ ΕΡΓ)	36	76	900.000,00 €	71	30.000,00 €	1.050.000,00 €	150.000,00 €	X37	5	9	S37
38	38	ΣΟΛΗΝΩΣΕΙΣ - ΔΙΚΤΥΑ (ΤΕΧ ΕΡΓ)	37	72	300.000,00 €	67	30.000,00 €	450.000,00 €	150.000,00 €	X38	5	13	S38
39	39	ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ-ΕΓΚΙΒΟΤΙΣΜΟΙ-ΕΞΥΓΙΑΝΣΕΙΣ (ΤΕΧ ΕΡΓ)	38	8	120.000,00 €	7	8.000,00 €	128.000,00 €	8.000,00 €	X39	1	26	S39
40	40	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ - ΜΟΝΩΣΕΙΣ - ΑΡΜΟΙ (ΤΕΧ ΕΡΓ)	39	4	80.000,00 €	3	4.000,00 €	84.000,00 €	4.000,00 €	X40	1	33	S40
41	41	ΦΡΕΑΤΙΑ - ΒΑΘΜΙΔΟΤΑ ΡΕΙΘΡΑ (ΤΕΧ ΕΡΓ)	40	2	120.000,00 €	1	8.000,00 €	128.000,00 €	8.000,00 €	X41	1	36	S41
42	42	ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (ΤΕΧ ΕΡΓ)	40	5	100.000,00 €	2	8.000,00 €	124.000,00 €	24.000,00 €	X42	3	33	S42
44	44	ΕΣΚΑΦΕΣ (ΤΕΧ ΚΑΤ ΔΙΑΒ)	35	8	300.000,00 €	2	16.000,00 €	396.000,00 €	96.000,00 €	X44	6	54	S44
45	45	ΣΚΥΡΩΜΑΤΑ (ΤΕΧ ΚΑΤ ΔΙΑΒ)	44	21	600.000,00 €	16	20.000,00 €	700.000,00 €	100.000,00 €	X45	5	56	S45
46	46	ΟΠΛΙΣΜΟΙ (ΤΕΧ ΚΑΤ ΔΙΑΒ)	45	21	500.000,00 €	6	20.000,00 €	800.000,00 €	300.000,00 €	X46	15	56	S46
47	47	ΣΟΛΗΝΩΣΕΙΣ - ΔΙΚΤΥΑ (ΤΕΧ ΚΑΤ ΔΙΑΒ)	46	20	120.000,00 €	8	8.000,00 €	216.000,00 €	96.000,00 €	X47	12	62	S47
48	48	ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ (ΤΕΧ ΚΑΤ ΔΙΑΒ)	47	6	60.000,00 €	2	4.000,00 €	76.000,00 €	16.000,00 €	X48	4	70	S48
49	49	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΜΟΝΩΣΕΙΣ - ΑΡΜΟΙ (ΤΕΧ ΚΑΤ ΔΙΑΒ)	48	4	50.000,00 €	3	4.000,00 €	54.000,00 €	4.000,00 €	X49	1	72	S49
50	50	ΦΡΕΑΤΙΑ - ΒΑΘΜΙΔΟΤΑ ΡΕΙΘΡΑ (ΤΕΧ ΚΑΤ ΔΙΑΒ)	49	1	80.000,00 €	1	4.000,00 €	80.000,00 €	0,00 €	X50	0	75	S50
51	51	ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (ΤΕΧ ΚΑΤ ΔΙΑΒ)	50	2	50.000,00 €	1	4.000,00 €	54.000,00 €	4.000,00 €	X51	1	76	S51
53	53	ΚΙΤ ΛΙΔΩΜΑΤΑ - ΠΕΡΙΦΡΑΣΕΙΣ - ΟΡΙΟΔΕΙΚΤΕΣ	30,33,60	15	150.000,00 €	14	6.000,00 €	156.000,00 €	6.000,00 €	X53	1	67	S53
54	54	ΠΙΝΑΚΙΔΕΣ	53	4	80.000,00 €	3	4.000,00 €	84.000,00 €	4.000,00 €	X54	1	81	S54
55	55	ΛΟΙΠΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΗΜΑΝΣΗΣ	54	2	100.000,00 €	2	16.000,00 €	100.000,00 €	0,00 €	X55	0	89	S55
57	57	ΦΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ	41,42,50,51,55	3	150.000,00 €	2	8.000,00 €	158.000,00 €	8.000,00 €	X57	1	91	S57
58	58	ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΡΑΣΙΝΟΥ	41,42,50,51,55	3	450.000,00 €	2	16.000,00 €	466.000,00 €	16.000,00 €	X58	1	91	S58
60	60	ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΦΩΤΙΣΜΟΥ ΟΔΩΝ	4	8	500.000,00 €	4	16.000,00 €	564.000,00 €	64.000,00 €	X60	4	89	S60
61	61	ΔΟΚΙΜΕΣ & ΚΑΘΑΡΙΣΜΟΙ ΕΡΓΟΤΑΞΙΟΥ	55	1	10.000,00 €	0	4.000,00 €	14.000,00 €	4.000,00 €	X61	1	97	S61
62	62	ΠΕΡΑΣ ΕΡΓΟΥ	61	0	0,00 €	0	0,00 €	0,00 €	0,00 €	X62	0	97	S62
		Άμεσο κόστος έργου (Direct cost)			18.130.000,00 €			20.942.000,00 €					

Πηγή: Ιδία επεξεργασία

3) Περιορισμοί χρόνου έναρξης

Οι περιορισμοί του χρόνου έναρξης της κάθε δραστηριότητας, δημιουργούνται με βάση τις σχέσεις αλληλεξάρτησης μεταξύ των δραστηριοτήτων. Πότε αρχίζει ή πότε τελειώνει, ποιά η χρονική διάρκεια και πόσες χρονικές μονάδες μπορεί να συντριβεί η δραστηριότητα ή οι δραστηριότητες από τις οποίες εξαρτάται η αρχή της κάθε δραστηριότητας, όπως επίσης και τί είδους σχέση τις συνδέει, π.χ. σχέση Αρχής-Αρχής, SS, Τέλους – Αρχής, FS., κ.λπ. Επί παραδείγματι, η δραστηριότητα 13 αρχίζει 4 τέσσερις εβδομάδες αφότου αρχίσει η δραστηριότητα 3 συν την χρονική διάρκεια της δραστηριότητας 3 που είναι 1 εβδομάδα μείον τις πόσες εβδομάδες μπορεί να ελαχιστοποιηθεί, συντριβεί η δραστηριότητα 3 που είναι μηδέν 0, δηλαδή $S_{13} \geq S_3 - X_3 + 1$. Τοιουτοτρόπως προκύπτει: $S_2 \geq -X_1$, $S_3 \geq -X_2$, $S_4 \geq -X_1$, $S_6 \geq S_3 - X_3 + 1$, $S_7 \geq S_6 - X_6 + 12$, $S_8 \geq S_6 - X_6 + 12$, $S_9 \geq S_8 - X_8 + 14$, $S_{10} \geq S_9 - X_9 + 16$, $S_{11} \geq S_{10} - X_{10} + 6$, $S_{13} \geq S_3 - X_3 + 1$, $S_{14} \geq S_{13} - X_{13} + 13$, $S_{15} \geq S_{13} - X_{13} + 5$, $S_{16} \geq S_{15} - X_{15} + 15$, $S_{17} \geq S_{16} - X_{16} + 17$, $S_{18} \geq S_{17} - X_{17} + 6$, $S_{20} \geq S_{13} - X_{13} + 13$, $S_{21} \geq S_{20} - X_{20} + 13$, $S_{22} \geq S_{20} - X_{20} + 13$, $S_{23} \geq S_{22} - X_{22} + 19$, $S_{24} \geq S_{23} - X_{23} + 23$, $S_{25} \geq S_{24} - X_{24} + 9$, $S_{27} \geq S_{24} - X_{24} + 9$, $S_{28} \geq S_{27} - X_{27} + 1$, $S_{29} \geq S_{27} - X_{27} + 1$, $S_{30} \geq S_{29} - X_{29} + 2$, $S_{31} \geq S_{30} - X_{30} + 3$, $S_{32} \geq S_{30} - X_{30} + 3$, $S_{33} \geq S_{30} - X_{30} + 3$, $S_{35} \geq S_3 - X_3 + 1$, $S_{36} \geq S_3 - X_3 + 1$, $S_{37} \geq S_3 - X_3 + 1$, $S_{38} \geq S_3 - X_3 + 5$, $S_{39} \geq S_{38} - X_{38} + 13$, $S_{40} \geq S_{39} - X_{39} + 8$, $S_{41} \geq S_{40} - X_{40} + 4$, $S_{42} \geq S_{39} - X_{39} + 8$, $S_{44} \geq S_3 - X_3 + 46$, $S_{45} \geq S_{44} - X_{44} + 8$, $S_{46} \geq S_{44} - X_{44} + 8$, $S_{47} \geq S_{46} - X_{46} + 21$, $S_{48} \geq S_{47} - X_{47} + 20$, $S_{49} \geq S_{48} - X_{48} + 6$, $S_{50} \geq S_{49} - X_{49} + 4$, $S_{51} \geq S_{50} - X_{50} + 1$, $S_{53} \geq S_{30} - X_{30} + 3$, $S_{53} \geq S_{33} - X_{33} + 1$, $S_{53} \geq S_{53} - X_{33} + 1$, $S_{54} \geq S_{53} - X_{53} + 15$, $S_{55} \geq S_{54} - X_{54} + 4$, $S_{57} \geq S_{41} - X_{41} + 2$, $S_{57} \geq S_{42} - X_{42} + 5$, $S_{57} \geq S_{50} - X_{50} + 1$, $S_{57} \geq S_{51} - X_{51} + 2$, $S_{61} \geq S_{55} - X_{55} + 6$, $S_{62} \geq S_{61} - X_{61} + 1$

Οι δραστηριότητες 57,58 εκτελούνται παράλληλα, έχουν την ίδια χρονική διάρκεια και ως προς την χρονική συντριβή, ελαχιστοποίηση λαμβάνεται υπόψη η μία εκ των δύο. Ωστόσο εις ότι αφορά το κόστος συμπεριλαμβάνονται και οι δύο.

4) Περιορισμός της χρονικής διάρκειας του έργου:

$$S_{62} \leq (97-5)$$

$S_{62} \leq 92$, θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος του έργου κατά 5 χρονικές μονάδες, εβδομάδες, για $S_{62} \leq 96$, $S_{62} \leq 95$, $S_{62} \leq 94$, $S_{62} \leq 93$, $S_{62} \leq 92$

$$5) S_i, X_i \in \mathbb{Z}$$

Ανάλυση και αποτελέσματα:

Η βελτιστοποίηση κόστους – χρόνου για το συγκεκριμένο έργο επιτυγχάνεται μέσω της τεχνικής του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού και την χρήση του λογισμικού solver του excel, simplex Linear Programming. Αφότου ταξινομηθούν τα δεδομένα σε έναν συγκεντρωτικό πίνακα, πίνακας 6.11 ορίζεται η αντικειμενική συνάρτηση, οι μεταβλητές απόφασης, $S_i = 0$ ο χρόνος όπου συμβαίνει ένα γεγονός, μετρημένος από την αρχή του και $X_i =$ πόσες χρονικές μονάδες, εβδομάδες ο χρόνος της κάθε δραστηριότητας μπορεί να ελαχιστοποιηθεί. (συντριβεί). Κατόπιν ορίζεται η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί. Υπάρχουν πέντε κατηγορίες περιορισμών: 1) περιορισμοί μέγιστης μείωσης, 2) περιορισμοί μη αρνητικότητας, 3) περιορισμοί χρόνου έναρξης, 4) περιορισμός της χρονικής διάρκειας του έργου, 5) περιορισμοί ακέραιων τιμών των μεταβλητών απόφασης. Στον πίνακα 6.6 αποτυπώνονται δύο στιγμιότυπα της εφαρμογής με χρήση του solver excel. Τα αποτελέσματα αναφορικά με το πρόσθετο κόστος και ειδικότερα την αύξηση ή την μείωση αυτού, από την ελαχιστοποίηση, συντριβή για την κάθε χρονική μονάδα, εβδομάδα ολοκλήρωσης του έργου την 96^η, 95^η, 94^η, 93^η, 92^η εβδομάδα αποτυπώνονται στον πίνακα 6.14

✕

Παράμετροι Επύλωσης

Ορισμός στόχου:

Σε: ☐ Μέγιστη ☒ Ελάχιστη ☐ Ίση του:

Με αλλαγή μεταβλητών κελιών:

Σύμφωνα με τους περιορισμούς:

Προσθήκη

Αλλαγή

Διαγραφή

Επαναφορά όλων

Φόρτωση/αποθήκ.

Σελίδα 1 >= Σελίδα 2-Σελίδα 3+5

Σελίδα 4 >= Σελίδα 5-Σελίδα 6+15

Σελίδα 7 >= Σελίδα 8-Σελίδα 9+17

Σελίδα 10 >= Σελίδα 11-Σελίδα 12+6

Σελίδα 13 >= Σελίδα 14-Σελίδα 15+13

Σελίδα 16 >= Σελίδα 17-Σελίδα 18+1

Σελίδα 19 >= Σελίδα 20-Σελίδα 21+13

Σελίδα 22 >= Σελίδα 23-Σελίδα 24+9

Σελίδα 25 >= Σελίδα 26-Σελίδα 27+13

Σελίδα 28 >= Σελίδα 29-Σελίδα 30+19

Σελίδα 31 >= Σελίδα 32-Σελίδα 33+23

Σελίδα 34 >= Σελίδα 35-Σελίδα 36+9

Σελίδα 37 >= Σελίδα 38-Σελίδα 39+9

☒ Καταστήστε τις μεταβλητές που δεν έχουν περιορισμούς μη αρνητή

Επιλέξτε μια μέθοδο επύλωσης:

Επύλωση

Μέθοδος επύλωσης
Επιλέξτε το μη γραμμικό GRG μηχανισμό για προβλήματα της Επύλωσης που είναι ομαλά μη γραμμικά. Επιλέξτε το μηχανισμό LP Simplex για γραμμικά προβλήματα της Επύλωσης και επιλέξτε το μηχανισμό Evolutionary για προβλήματα της Επύλωσης που δεν είναι ομαλά.

Βοήθεια

Επύλωση

Κλείσιμο

✕

Παράμετροι Επύλωσης

Ορισμός στόχου:

Σε: ☐ Μέγιστη ☒ Ελάχιστη ☐ Ίση του:

Με αλλαγή μεταβλητών κελιών:

Σύμφωνα με τους περιορισμούς:

Προσθήκη

Αλλαγή

Διαγραφή

Επαναφορά όλων

Φόρτωση/αποθήκ.

Σελίδα 1 <= 3

Σελίδα 2 <= 4

Σελίδα 3 <= 5

Σελίδα 4 <= 3

Σελίδα 5 <= 4

Σελίδα 6 <= 3

Σελίδα 7 <= 4

Σελίδα 8 <= 5

Σελίδα 9 <= 4

Σελίδα 10 <= 0

Σελίδα 11 <= 5

Σελίδα 12 <= 3

☒ Καταστήστε τις μεταβλητές που δεν έχουν περιορισμούς μη αρνητή

Επιλέξτε μια μέθοδο επύλωσης:

Επύλωση

Μέθοδος επύλωσης
Επιλέξτε το μη γραμμικό GRG μηχανισμό για προβλήματα της Επύλωσης που είναι ομαλά μη γραμμικά. Επιλέξτε το μηχανισμό LP Simplex για γραμμικά προβλήματα της Επύλωσης και επιλέξτε το μηχανισμό Evolutionary για προβλήματα της Επύλωσης που δεν είναι ομαλά.

Βοήθεια

Επύλωση

Κλείσιμο

Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly
04/09/2026 18:04:29 EEST - 216.73.216.250

Πίνακας 6.13 Αποτελέσματα κόστους από την ελαχιστοποίηση της χρονικής διάρκειας του έργου

Χρόνος ελαχιστοποίησης	96th wk	95th wk	94th wk	93th wk	92th wk
Αύξηση άμεσου κόστους (+)(€)	310.000,00 €	338.000,00 €	366.000,00 €	394.000,00 €	422.000,00 €
Πρόσθετο κόστος - Συνολική αύξηση ή μείωση κόστους (€)	-78.000,00 €	-50.000,00 €	-22.000,00 €	6.000,00 €	34.000,00 €

Πηγή: Ιδία επεξεργασία

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο

Συμπεράσματα

Στο αντικείμενο της βελτιστοποίησης κόστους – χρόνου, δυναμικού, σε τεχνικά έργα, έργα υποδομών, εμφανίζονται εμπόδια και δυσκολίες λόγω της πολυπλοκότητας, των ιδιομορφιών και της φύσης τους. Στην περίπτωση της βελτιστοποίησης κόστους – χρόνου σε ένα τεχνικό έργο, το άμεσο κόστος, συνδέεται με το έμμεσο κόστος και τον χρόνο, με σχέση αντιστρόφως ανάλογη, μιας και το έμμεσο κόστος είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου. Αυτό, διότι η βελτιστοποίηση – ελαχιστοποίηση (συντριβή) του χρόνου των εργασιών – δραστηριοτήτων του έργου, έχει ως επακόλουθο την αύξηση του άμεσου κόστους και συνάμα την μείωση του έμμεσου κόστους, με μία συνολική αύξηση ή μείωση εν τέλει του συνολικού κόστους ανά χρονική μονάδα.

Στην κατανομή δυναμικού, η ανάγκη για βελτιστοποίηση αυτού, προκύπτει σε δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη, όταν το έργο πρέπει να αποπερατωθεί σε αυστηρά προκαθορισμένες χρονικές διορίες, αλλά υπάρχει διαθέσιμο δυναμικό. Στην δεύτερη περίπτωση, όταν υπάρχουν περιθώρια χρόνου, αλλά το διαθέσιμο δυναμικό δεν επαρκεί. Και στις δύο περιπτώσεις, πέραν της μεθοδολογίας που ακολουθείται, για να επέλθει βελτιστοποίηση, υπάρχουν συγκεκριμένοι κανόνες και τεχνικές προτεραιότητας, οι οποίοι συμβάλουν καθοριστικά στην επιλογή της βέλτιστης λύσης και έχουν αναλυθεί διεξοδικώς, στο αντίστοιχο κεφάλαιο.

Η βελτιστοποίηση κόστους – χρόνου, αλλά και δυναμικού όταν αυτό είναι εφικτό και το επιτρέπουν οι συνθήκες, δηλαδή οι χρονικές προθεσμίες αποπεράτωσης του έργου και η δυνατότητα ύπαρξης ή εύρεσης του πόρου δυναμικού, διασφαλίζουν σε καθοριστικό βαθμό, την επίτευξη βασικών στόχων περί άμεσης εκτέλεσης του έργου και όσο το δυνατόν βέλτιστης επιλογής κόστους, με συγκεκριμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά και πρότυπα.

Συμπεριλαμβάνοντας στα παραπάνω, το άκρως ανταγωνιστικό περιβάλλον στον κατασκευαστικό κλάδο περί προοπτικών κέρδους των κατασκευαστών, σε μία εποχή υπό συνθήκες διεθνούς οικονομικής κρίσης, πληθωριστικών τάσεων και συνεχών ανατιμήσεων και αυξήσεων του κόστους των πρώτων υλών, καθίσταται σημαντική η ορθολογική λήψη αποφάσεων και τεχνογνωσίας, από πλευράς των αναδόχων, προκειμένου να επιτευχθούν οι στόχοι αποπεράτωσης ενός project με συγκεκριμένες απαιτήσεις και χαρακτηριστικά.

Η αναγκαιότητα επίλυσης αυτού του τύπου προβλημάτων, έχει ως επακόλουθο την ανάπτυξη ποικίλων μεθοδολογιών. Με γνώμονα την ακρίβεια των αποτελεσμάτων, την όσο το δυνατόν μεγαλύτερη αποφυγή σφαλμάτων, του χρόνου επίλυσης, ο μαθηματικός προγραμματισμός και ειδικότερα ο ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός, αποτελεί την πλέον διαδεδομένη επιστημονική μέθοδο που χρησιμοποιείται για την αντιμετώπιση προβλημάτων βελτιστοποίησης κόστους-χρόνου, στην διοίκηση και διαχείριση έργων και υποδομών. (Hillier, Lieberman, 2021) Κάτι τέτοιο ωστόσο, είναι συναρτήσεως των δυσκολιών, της πολυπλοκότητας και της κλίμακας του έργου.

Ειδικότερα στο συγκεκριμένο έργο, μελέτη περίπτωσης οδικού τμήματος Ε.Ο Λάρισας - Τρικάλων, Ι/Κ Τερψιθέας έως Α/Κ Ραχούλας, η βελτιστοποίηση κόστους – χρόνου επιλύεται με την μέθοδο του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, μέσω του λογισμικού solver του excel, simplex Linear Programming. Αφού επιτυγχάνεται πρώτα, πιθανοτική ανάλυση του έργου, δηλαδή εκτέλεση της κάθε δραστηριότητας στο ελάχιστο δυνατό χρόνο, στο πιθανότερο χρόνο, στο μέγιστο δυνατό χρόνο και για το σύνολο του

έργου, αποπεράτωση αυτού, στο ελάχιστο δυνατό χρόνο, αυτό των 92 εβδομάδων, αποπεράτωσης του στον πιθανότερο χρόνο, που αντιστοιχεί σε αυτό, των 97 εβδομάδων και πραγματοποίησης του στον μέγιστο δυνατό χρόνο αυτό, των 107 εβδομάδων, κατόπιν με την χρήση του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, παρέχεται η δυνατότητα να καθοριστεί κατά πόσο και εάν χρειάζεται να επισπευσθεί η κάθε δραστηριότητα, προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση στο συνολικό κόστος της αλλαγής, βελτιστοποίησης, ελαχιστοποίησης της εκτιμώμενης διάρκειας του έργου σε διαδοχικές εναλλακτικές τιμές μεταξύ της κανονικής διάρκειας εκτέλεσής του και της ελάχιστης δυνατής, δηλαδή για την 96^η εβδομάδα, την 95^η εβδομάδα, την 94^η εβδομάδα, την 93^η εβδομάδα και την 92^η εβδομάδα, που αποτελεί και την ελάχιστη δυνατή χρονική διάρκεια αποπεράτωσης του. Βάση πλέον της πιθανοτικής ανάλυσης, του συγκεντρωτικού πίνακα των δεδομένων που διαμορφώνονται, του καθορισμού των μεταβλητών απόφασης, της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών που αναλύθηκαν διεξοδικά στο προηγούμενο κεφάλαιο με την εκτέλεση του ακέραιου γραμμικού μοντέλου διαμέσου του λογισμικού solver του excel, συγκεκριμένα σε αριθμούς τα αποτελέσματα που ανάγονται είναι τα εξής: Για την αποπεράτωση του έργου την 96^η εβδομάδα το συνολικό άμεσο κόστος του έργου αυξάνεται κατά 310.000 €, συνεπώς από 18.130.000 € ανέρχεται στα 18.440.000 €, $C_{096}=18.130.000+310.000=18.440.000$ €. Για την αποπεράτωση του έργου, την 95^η εβδομάδα, το συνολικό άμεσο κόστος του, αυξάνεται κατά 338.000 €, συνεπώς από 18.130.000 € ανέρχεται στα 18.468.000€, $C_{095}=18.130.000+338.000=18.468.000$ €. Για την πραγματοποίηση του έργου κατά την 95^η εβδομάδα το συνολικό άμεσο κόστος αυξάνεται κατά 366.000 €, συνεπώς από 18.130.000 € ανέρχεται στα 18.496.000, $C_{094}=18.130.000+366.000=18.496.000$. Με την πραγματοποίηση του έργου την 93^η εβδομάδα το συνολικό άμεσο κόστος αυξάνεται 394.000 €, επομένως από 18.130.000 € ανέρχεται στα 18.524.000 €, $C_{093}=18.130.000+394.000=18.524.000$. Για την εκτέλεση του έργου, στο ελάχιστο δυνατό χρόνο, δηλαδή την 92^η εβδομάδα το συνολικό άμεσο κόστος, αυξάνεται κατά 422.000 €, επομένως από 18.130.000 € ανέρχεται στα 18.552.000 €, $C_{092}=18.130.000+422.000=18.552.000$ €. Το συνολικό άμεσο κόστος του έργου με την εκτέλεση του, στον μέγιστο δυνατό χρόνο, την 107^η εβδομάδα ανέρχεται, βάση του πίνακα 6.11, $C_{\max}=20.942.000$. Αυτό σημαίνει ότι με την εκτέλεση του έργου την 92^η εβδομάδα εξοικονομούνται $C_{opt} = C_{\max} - C_{092} = 20.942.000 - 18.552.000 = 2.390.000$ €. Τα τελικά αποτελέσματα, αναφορικά με την αύξηση του άμεσου κόστους, το συνολικό άμεσο κόστος που προκύπτει από την ελαχιστοποίηση, συμπίεση της χρονικής διάρκειας αποπεράτωσης του έργου, το πρόσθετο κόστος, συνολική αύξηση ή μείωση του κόστους και την εξοικονόμηση του άμεσου κόστους παρουσιάζονται στο πίνακα 7.1.

Πίνακας 7.1 Τελικά αποτελέσματα κόστους από την ελαχιστοποίηση του χρόνου του έργου

Χρόνος ελαχιστοποίησης	92th wk	93th wk	94th wk	95th wk	96th wk
Αύξηση άμεσου κόστους (+)(€)	422.000,00 €	394.000,00 €	366.000,00 €	338.000,00 €	310.000,00 €
Πρόσθετο κόστος - Συνολική αύξηση ή μείωση κόστους (€)	34.000,00 €	6.000,00 €	-22.000,00 €	-50.000,00 €	-78.000,00 €
Άμεσο κόστος έργου (Direct cost) (€)	18.552.000,00 €	18.524.000,00 €	18.496.000,00 €	18.468.000,00 €	18.440.000,00 €
Συνολική εξοικονόμηση άμεσου κόστους (€)	2.390.000,00 €	2.418.000,00 €	2.446.000,00 €	2.474.000,00 €	2.502.000,00 €

Ιδία επεξεργασία

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνόγλωσση

Καρλαύτης, Μ. Γ., Λαγαρός, Ν. Δ. (2010), *Επιχειρησιακή έρευνα και βελτιστοποίηση για μηχανικούς*, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα

Κουνετάς, Η. Κ., Χατζησταμούλος, Ν. (2015), *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα και στον Γραμμικό Προγραμματισμό. Λύσεις προβλημάτων με το πρόγραμμα R*, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα, Αθήνα

Πολύζος, Σ. (2017), *Προγραμματισμός και Οργάνωση των έργων, Μέθοδοι και Τεχνικές*, 2^η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη

Πολύζος, Σ. (2018), *Διοίκηση και Διαχείριση των έργων, Μέθοδοι και τεχνικές*, 3^η Έκδοση, Εκδόσεις Κριτική, Αθήνα

Burke, R. (2014), *Διαχείριση Έργου, Αρχές και Τεχνικές*, Επιμέλεια Κηρυττόπουλος, Κ., Ρόκου, Ε., Εκδόσεις Κριτική, Αθήνα

Δημητριάδης, Α. (2019), *Διοίκηση – Διαχείριση Έργου, Project Management*, 5^η έκδοση, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα

Κοντογιάννης, Γ., Τουμπής, Σ., (2015), *Στοιχεία Πιθανοτήτων, Με Εφαρμογές στην Στατιστική και την Πληροφορική*, Εκδόσεις Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα, Αθήνα

Κουνιάς, Σ., Κολυβά – Μαχαίρα, Φ., Μπαγιάτης, Κ., Μπόρα – Σέντα., Ε. (2018), *Εισαγωγή στην Στατιστική*, Εκδόσεις Αφοί Κυριακίδη, Θεσσαλονίκη

Ζιούτας, Γ., (2022), *Πιθανότητες και Στατιστική για Μηχανικούς, Μέθοδοι – Εφαρμογές*, 5^η Έκδοση, Εκδόσεις Σοφία, Θεσσαλονίκη

Εφραιμίδης, Χ. Ι. (2001), *Διαχείριση των κατασκευών*, 2^η Έκδοση, Έκδοση ιδιωτική, Αθήνα

Υψηλάντης, Π., (2015), *Επιχειρησιακή Έρευνα, Μέθοδοι και τεχνικές λήψης αποφάσεων*, 5^η έκδοση, Εκδόσεις Προπομπός, Αθήνα

Κοκκόσης, Α., (2005), *Διαχείριση Έργων, Project Management*, Εκδόσεις Σύγχρονη Εκδοτική, Αθήνα

Τεχνική περιγραφή, (2019), Έργο: Ε.Ο. ΛΑΡΙΣΑΣ – ΤΡΙΚΑΛΩΝ: «ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΟΔΙΚΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΑΠΟ Ι/Κ ΤΕΡΨΙΘΕΑΣ ΕΩΣ Α/Κ ΡΑΧΟΥΛΑΣ», Τμήμα Συγκοινωνιακών Έργων, Διεύθυνση Τεχνικών Έργων, Γενική Διεύθυνση Αναπτυξιακού Προγραμματισμού, Περιβάλλοντος και Υποδομών, Περιφέρεια Θεσσαλίας

Προϋπολογισμός, (2019) Έργο: Ε.Ο. ΛΑΡΙΣΑΣ – ΤΡΙΚΑΛΩΝ: «ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΟΔΙΚΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΑΠΟ Ι/Κ ΤΕΡΨΙΘΕΑΣ ΕΩΣ Α/Κ ΡΑΧΟΥΛΑΣ», Τμήμα Συγκοινωνιακών Έργων, Διεύθυνση Τεχνικών Έργων, Γενική Διεύθυνση Αναπτυξιακού Προγραμματισμού, Περιβάλλοντος και Υποδομών, Περιφέρεια Θεσσαλίας

Ξενόγλωσση

Matoušek, J., Gärtner, B. (2007), *Understanding and Using Linear Programming*, Springer Publications, Berlin

Bazaraa, M. S., Jarvis, J.J., Sherali, H.D. (2010), *Linear Programming and Network Flows*, John Wiley & Sons Publications, Hoboken, New Jersey

Hillier, F. S., Lieberman, G.J. (2021), *Introduction to Operations Research*, 11th Edition, McGraw-Hill Publications, New York

Rardin, R. L., (2016), *Optimization in Operations Research*, Pearson Publications, Hoboken, New Jersey

Taha, H. A., (2016), *Operations Research An Introduction*, 1th Edition Pearson Publications, London

Kerzner, H. (2022), *Project Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling, and Controlling*, 13th Edition, Wiley Publications, Hoboken, New Jersey

Project Management Institute (PMI). (2021), *A Guide to the Project Management Body of Knowledge*, 7th Edition, Project Management Institute Publications, Pennsylvania, USA

Shtub, A., Bard, J., Globerson, S. (2014), *Project Management: Processes, Methodologies, and Economics*, Pearson Publications

Burke Rory. (2013), *Project Management Planning and Control Techniques*, 5th Edition, Wiley Publications, United Kindom

Mubarak, S. A., (2019), *Construction Project Scheduling and Control*, 4th Edition, Wiley Publications, New Jersey.

Yang I-Tung, Ioannou G. Photios. (2001), *Resource-Driven Scheduling for Repetitive Projects: A Pull-System Approach*, 9th Annual Conference of the International Group for Lean Construction – Singapore

Ming Lu, Abourizk, S. (2000), *Simplified CPM/PERT Simulation Model*, Journal of Construction Engineering and Management, , Issue 6, Volume 127, number 3, page 219-226

Goldratt, E. M., (2002), *Critical Chain*, The North River Press Publications, USA

Gordon, J., Lockyer, K., (2005), *Project Management and Project Network Techniques*, 7th Edition, Financial Times Prentice Hall Publications, Harlow, England

Adeli, H., Karim, A., (2001), *A New Model Based on Neurocomputing and Object Technologies*, Taylor & Francis Group Publications, New York, USA

Lester, A., (2021), *Project Management, Planning and Control: Managing Engineering, Construction and Manufacturing Projects to PMI, APM and BSI Standards*, 8th Edition, Elsevier Ltd Publications, Waltham, USA

Kantianis, D., (2016), *Towards More Effective Cost Management in Construction: An Integrated Project Management Holistic Approach*, PhD thesis, Department of Economic and Regional Development, Faculty of Sciences of Economy and Public Administration, Panteion University of Social and Political Sciences

Walpole, R.E., Myers R.H., Myers, S.L., Ye, K. (2011), *Probability & Statistics for Engineers & Scientists*, 9th Edition, Pearson Publications, USA

Alfredo, H.S.A., Wilson, H.T. (2006), *Probability Concepts in Engineering, Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering*, 2th Edition, John Wiley & Sons Publications, USA

Fischer, H. (2012), *A History of the Central Limit Theorem, From Classical to Modern Probability Theory*, Springer Publications, Germany

Gray, C. F., Larson, E. W., (2021), *Project Management: The Managerial Process*, 8th Edition, Mc Graw-Hill Publications, New York,

Hastak, M., Gokhale, S., Goyani, K., Safi B., Hong, T., (2008), *Analysis of Techniques Leading to Radical Reduction in Project Cycle Time*, Journal of construction engineering and management, Issue12, Volume 134, page 916,926

Huang, J. W., Zhou, Y. H., Wang, X. X., (2008), *Research on Time-Cost Optimization Model of Construction Projects*, 4th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing 2008, Dalian, China

Seymour, T. J., (2014), *The History of Project Management*, Journal of Management & Information Systems, Issue 34, Volume 18, number 4, page 234-237

Harvey, M., Neil, T., (2022), *Project management*, 5th Edition, Pearson Publications, United Kingdom

Chapra, S., Canale, R., (2020), *Numerical Methods for Engineers*, 8th Edition, McGraw Hill Publications, New York

Turner, R., (2014), *Gower Handbook of Project Management*, 5th Edition, Gower Publications, United Kingdom

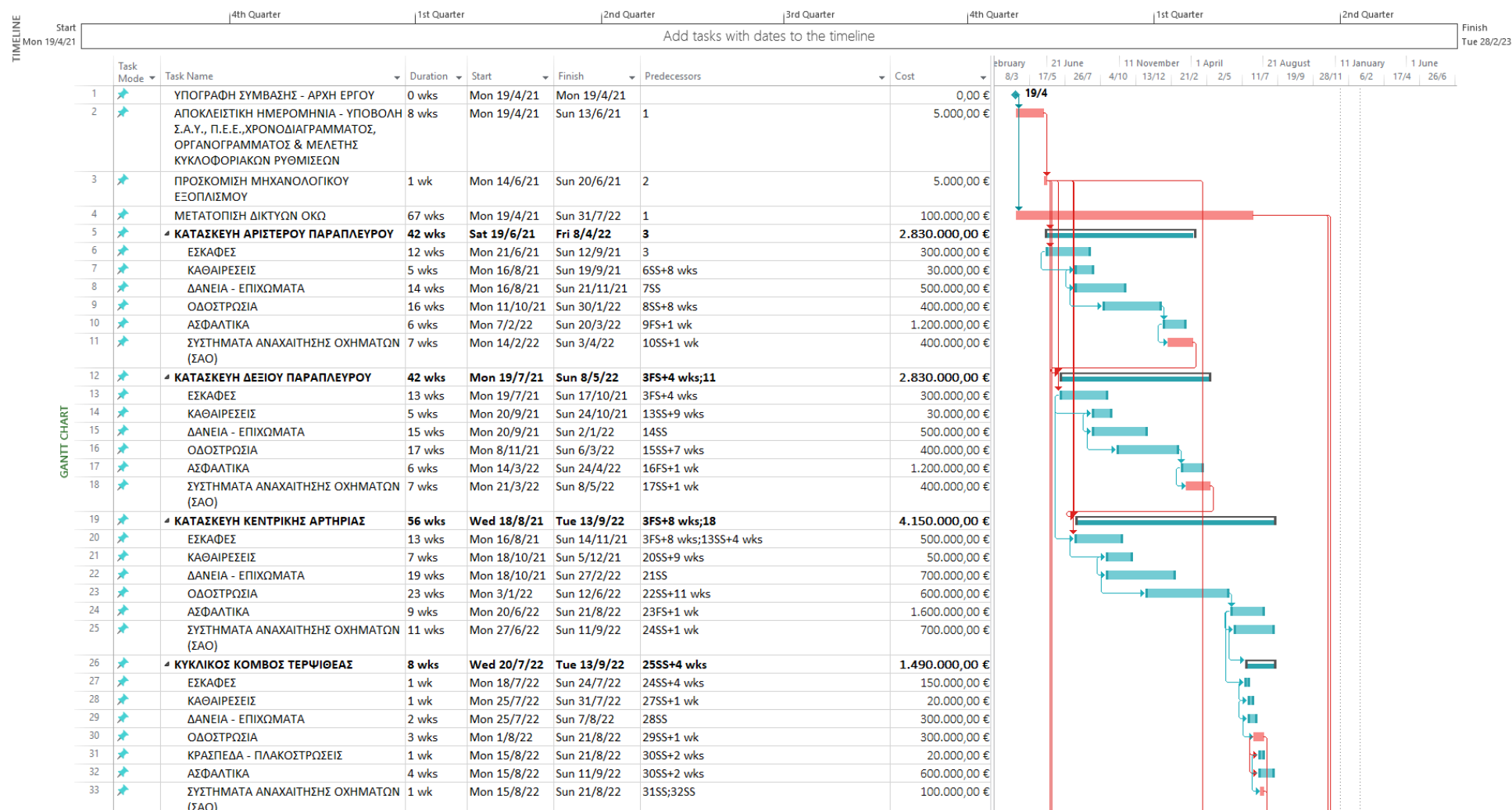
Διαδικτυακοί τόποι

Dreamtime Stock Photography Blog & Community Forum,
<https://www.dreamstime.com/standard-deviation-diagram-white-background-business-marketing-concepts-illustration-gaussian-bell-normal-image206717579> (accessed May, 7, 2023)

Cambridge Mathematics, <https://www.cambridgemaths.org/blogs/skewed-usage-skewed-distribution/>, (accessed June, 1, 2023)

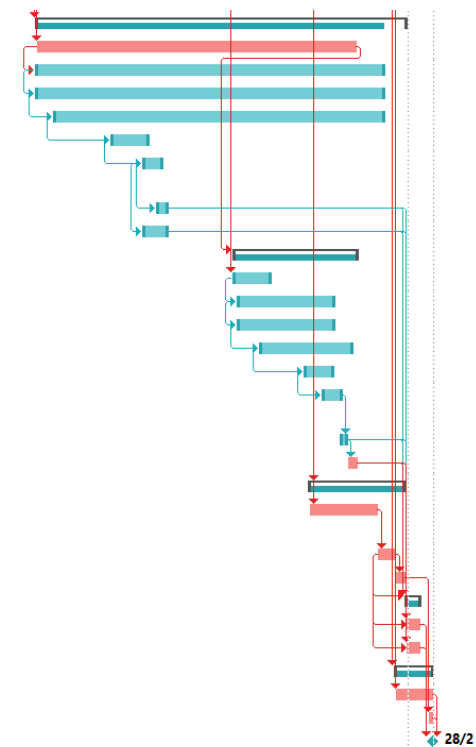
RFFLow5, https://www.rff.com/pert_hardware.php, (accessed November, 29, 2022)

Πίνακας 6.7 Διάγραμμα Gantt του έργου



34	✦	✦ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ	81 wks	Wed 30/6/21	Tue 17/1/23	3	3.520.000,00 €
35	✦	ΧΩΜΑΤΟΥΡΓΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ	70 wks	Wed 30/6/21	Tue 1/11/22	3	700.000,00 €
36	✦	ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΑ	76 wks	Wed 30/6/21	Tue 13/12/22	35SS	1.200.000,00 €
37	✦	ΟΠΛΙΣΜΟΙ	76 wks	Wed 30/6/21	Tue 13/12/22	36SS	900.000,00 €
38	✦	ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ - ΔΙΚΤΥΑ	72 wks	Wed 28/7/21	Tue 13/12/22	37SS+4 wks	300.000,00 €
39	✦	ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ-ΕΓΚΙΒΩΤΙΣΜΟΙ-ΕΞΥΓΙΑΝΣΕΙΣ	8 wks	Sun 24/10/21	Sat 18/12/21	38SS+13 wks	120.000,00 €
40	✦	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΜΟΝΩΣΕΙΣ - ΑΡΜΟΙ	4 wks	Sun 12/12/21	Sat 8/1/22	39SS+6 wks	80.000,00 €
41	✦	ΦΡΕΑΤΙΑ - ΒΑΘΜΙΔΩΤΑ ΡΕΙΘΡΑ	2 wks	Sun 2/1/22	Sat 15/1/22	40SS+2 wks	120.000,00 €
42	✦	ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ	5 wks	Sun 12/12/21	Sat 15/1/22	40SS	100.000,00 €
43	✦	✦ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΕΧΝΙΚΟΥ ΚΑΤΩ ΔΙΑΒΑΣΗΣ	27 wks	Fri 29/4/22	Thu 3/11/22	35	1.760.000,00 €
44	✦	ΕΣΚΑΦΕΣ	8 wks	Fri 29/4/22	Thu 23/6/22	3FS+43 wks	300.000,00 €
45	✦	ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΑ	21 wks	Thu 5/5/22	Wed 28/9/22	44SS	600.000,00 €
46	✦	ΟΠΛΙΣΜΟΙ	21 wks	Thu 5/5/22	Wed 28/9/22	45SS	500.000,00 €
47	✦	ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ - ΔΙΚΤΥΑ	20 wks	Thu 9/6/22	Wed 26/10/22	46SS+5 wks	120.000,00 €
48	✦	ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ	6 wks	Tue 16/8/22	Mon 26/9/22	47SS+9 wks	60.000,00 €
49	✦	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ - ΜΟΝΩΣΕΙΣ - ΑΡΜΟΙ	4 wks	Tue 13/9/22	Mon 10/10/22	48SS+4 wks	50.000,00 €
50	✦	ΦΡΕΑΤΙΑ - ΒΑΘΜΙΔΩΤΑ ΡΕΙΘΡΑ	1 wk	Tue 11/10/22	Mon 17/10/22	49	80.000,00 €
51	✦	ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ	2 wks	Fri 21/10/22	Thu 3/11/22	50	50.000,00 €
52	✦	✦ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΗΜΑΝΣΗΣ & ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ	21 wks	Mon 22/8/22	Sun 15/1/23	30;33	330.000,00 €
53	✦	ΚΙΓΛΙΔΩΜΑΤΑ - ΠΕΡΙΦΡΑΞΕΙΣ - ΟΡΙΟΔΕΙΚΤΕΣ	15 wks	Mon 22/8/22	Sun 4/12/22	30	150.000,00 €
54	✦	ΠΙΝΑΚΙΔΕΣ	4 wks	Mon 5/12/22	Sun 1/1/23	53	80.000,00 €
55	✦	ΛΟΙΠΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΗΜΑΝΣΗΣ	2 wks	Mon 2/1/23	Sun 15/1/23	54	100.000,00 €
56	✦	✦ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΠΡΑΣΙΝΟΥ	3 wks	Wed 18/1/23	Tue 7/2/23	41;42;50FS+12 wks;51FS+10 wks;54SS+7 wks	600.000,00 €
57	✦	ΦΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ	3 wks	Wed 18/1/23	Tue 7/2/23	41;42;50FS+12 wks;51FS+10 wks;54SS+7 wks	150.000,00 €
58	✦	ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΡΑΣΙΝΟΥ	3 wks	Wed 18/1/23	Tue 7/2/23	41;42;50FS+12 wks;51FS+10 wks;54SS+7 wks	450.000,00 €
59	✦	✦ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΦΩΤΙΣΜΟΥ	8 wks	Mon 2/1/23	Sun 26/2/23	4FS+22 wks	500.000,00 €
60	✦	ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΦΩΤΙΣΜΟΥ ΟΔΩΝ	8 wks	Mon 2/1/23	Sun 26/2/23	4FS+22 wks	500.000,00 €
61	✦	ΔΟΚΙΜΕΣ & ΚΑΘΑΡΙΣΜΟΙ ΕΡΓΟΤΑΞΙΟΥ	1 wk	Tue 21/2/23	Mon 27/2/23	55FS+4 wks	10.000,00 €
62	✦	ΠΕΡΑΣ ΕΡΓΟΥ	0 wks	Tue 28/2/23	Tue 28/2/23	61;57;58;60	0,00 €

GANIT CHART



Πηγή: Ιδία επεξεργασία

