



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ ΚΑΙ
ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΜΗ ΕΜΦΑΝΕΙΣ ΒΛΑΒΕΣ ΚΑΙ
ΕΣΦΑΛΜΕΝΕΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΕΙΣ**

υπό
ΙΩΑΝΝΗ – ΧΡΥΣΟΣΤΟΜΟΥ ΓΚΑΣΔΑΡΗ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2023



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ ΚΑΙ
ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΜΗ ΕΜΦΑΝΕΙΣ ΒΛΑΒΕΣ ΚΑΙ
ΕΣΦΑΛΜΕΝΕΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΕΙΣ**

υπό
ΙΩΑΝΝΗ – ΧΡΥΣΟΣΤΟΜΟΥ ΓΚΑΣΔΑΡΗ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2023

© 2023 Ιωάννης – Χρυσόστομος Γκασδάρης

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Δημήτριος Παντελής Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
---------------------------------	---

Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
--------------------	---

Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
------------------	---

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΜΗ ΕΜΦΑΝΕΙΣ ΒΛΑΒΕΣ ΚΑΙ ΕΣΦΑΛΜΕΝΕΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΕΙΣ

ΙΩΑΝΝΗΣ – ΧΡΥΣΟΣΤΟΜΟΣ ΓΚΑΣΔΑΡΗΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2023

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Δημήτριος Παντελής,
Αναπληρωτής Καθηγητής

Περίληψη

Όλα τα τεχνολογικά συστήματα και προϊόντα υπόκεινται σε φθορές και βλάβες με την πάροδο του χρόνου και την εκτεταμένη χρήση τους. Η αναγκαιότητα μεθόδων προληπτικής επιθεώρησης και συντήρησης είναι εμφανής για την εύρυθμη και αδιάλειπτη λειτουργία τους, την μεγιστοποίηση της αξιοπιστίας και διαθεσιμότητας τους παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους λειτουργίας. Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά τέτοιες μεθόδους για συστήματα όπου οι βλάβες είναι μη εμφανείς, δηλαδή γίνονται αντιληπτές ύστερα από επιθεώρηση. Ταυτόχρονα, μελετάται η επίδραση εσφαλμένων επιθεωρήσεων, δηλαδή ψευδώς θετικών, όπου η επιθεώρηση κρίνει ότι το σύστημα έχει βλάβη ενώ λειτουργεί κανονικά, και ψευδώς αρνητικών επιθεωρήσεων, όπου η επιθεώρηση κρίνει ότι το σύστημα λειτουργεί κανονικά ενώ έχει βλάβη. Επιπρόσθετα, παρατηρείται η επίδραση της χρήσης εξαρτημάτων μειωμένης διάρκειας ζωής στο συνολικό κόστος και στην αξιοπιστία του συστήματος.

Αρχικά, περιγράφονται τα μαθηματικά μοντέλα που αποτυπώνουν αποτελεσματικά την πολυπλοκότητα συστημάτων με τα παραπάνω χαρακτηριστικά. Στη συνέχεια, περιγράφονται και εφαρμόζονται μέθοδοι για την επίλυση αυτών των μαθηματικών μοντέλων. Τέλος, πραγματοποιείται μία σύγκριση των αποτελεσμάτων των διαφορετικών μεθόδων προληπτικής συντήρησης και μελετάται η μεταβολή του συνολικού κόστους ως αποτέλεσμα μεταβολών στις αριθμητικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος. Τα αριθμητικά αποτελέσματα φανερώνουν την αδιαμφισβήτητη αξία της προγραμματισμένης συντήρησης για την μείωση του συνολικού κόστους συντήρησης. Επιπλέον, γίνεται φανερή η χρησιμότητα μίας δεύτερης επιβεβαιωτικής επιθεώρησης, ακόμη και αν αυτή

πραγματοποιείται με αυξημένο κόστος, για την επαλήθευση του αποτελέσματος της πρώτης. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται περαιτέρω μείωση στο συνολικό κόστος και ελαχιστοποιείται η επίδραση των ψευδώς θετικών και ψευδώς αρνητικών επιθεωρήσεων που προκύπτουν.

Λέξεις-κλειδιά: αξιοπιστία, εσφαλμένη επιθεώρηση, μη εμφανείς βλάβες, συντήρηση, προληπτική αντικατάσταση, επιθεώρηση δύο φάσεων, ποιότητα μονάδων

INVESTIGATION OF OPTIMAL INSPECTION AND MAINTENANCE POLICIES FOR SYSTEMS WITH UNREVEALED FAILURES AND IMPERFECT INSPECTIONS

IOANNIS - CHRYSOSTOMOS GKASDARIS

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2023

Supervisor: Dr Dimitrios Pandelis,
Associate Professor

Abstract

Every technological system and product is subject to wear and damage over time and extensive usage. The necessity of preventive inspection and maintenance methods is evident for their smooth and uninterrupted operation, maximizing their reliability and availability while lowering their overall operating cost. This thesis explores such methods for systems where damages remain unrevealed, meaning they are found through inspection. Simultaneously, the impact of imperfect inspection is examined, meaning false positive inspection, where the inspection indicates that the system is damaged while it is functioning properly, and false negative, where the inspection indicates that the system is functioning normally while it is damaged. Additionally, the impact of using components with reduced lifespan on the overall cost and system reliability is observed.

Initially, mathematical models that effectively capture the complexity of systems with the aforementioned characteristics are described. Then, methods for solving these mathematical models are described and implemented into code. Finally, a comparison of the results of various preventive maintenance methods and the study of the variation in overall cost or cost rate as a result of changes in the numerical values of system parameters are performed. The numerical results demonstrate the undeniable value of planned maintenance in reducing the overall maintenance cost. Furthermore, the usefulness of a second confirmatory inspection becomes evident, even if it is performed at an increased cost. This way, overall cost is reduced more and the impact of false positive and false negative inspections that arise is minimized.

Key words: reliability, imperfect inspection, hidden failures, maintenance, preventive replacement, two-stage inspection, unit quality

Πίνακας Περιεχομένων

Πίνακας Περιεχομένων	viii
Κατάλογος Πινάκων	x
Κατάλογος Σχημάτων	xi
Κεφάλαιο 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 Κίνητρο εργασίας	1
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	2
1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας	3
Κεφάλαιο 2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ	5
2.1 Αξιοπιστία συστήματος/εξαρτήματος	5
2.2 Είδη βλαβών	6
2.3 Ρυθμός βλαβών	7
2.4 Μέσος Χρόνος έως την Βλάβη	8
2.5 Μέθοδοι συντήρησης και επιθεώρησης συστήματος	8
2.5.1 Μη Προγραμματισμένη Συντήρηση	9
2.5.2 Προγραμματισμένη Συντήρηση	10
2.6 Περιγραφή περιπτώσεων συστημάτων εργασίας	12
Κεφάλαιο 3. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ	17
3.1 Μαθηματική διατύπωση Μοντέλου 1	17
3.1.1 Παράμετροι - Δεδομένα Μοντέλου 1	18
3.1.2 Μεταβλητές απόφασης Μοντέλου 1	18
3.1.3 Περιορισμοί Μοντέλου 1	19
3.1.4 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 1.1	19
3.1.5 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 1.2	21
3.1.6 Συνολικό κόστος μη διενέργειας επιθεωρήσεων	24
3.2 Μαθηματική διατύπωση Μοντέλου 2	24
3.2.1 Παράμετροι - Δεδομένα Μοντέλου 2	24
3.2.2 Μεταβλητές απόφασης Μοντέλου 2	25
3.2.3 Περιορισμοί Μοντέλου 2	25
3.2.4 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 2.1	25
3.2.5 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 2.2	26
3.2.6 Συνολικό κόστος μη διενέργειας επιθεωρήσεων	28
3.3 Μαθηματική διατύπωση Μοντέλου 3	29
3.3.1 Παράμετροι – Δεδομένα Μοντέλου 3	29
3.3.2 Μεταβλητές απόφασης Μοντέλου 3	30
3.3.3 Περιορισμοί Μοντέλου 3	30
3.3.4 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 3	31

Κεφάλαιο 4. ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΡΟΠΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΣΤΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ MATLAB	33
Κεφάλαιο 5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ	38
5.1 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης Μοντέλου 1 και 2	38
5.2 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου a Μοντέλου 1 και 2.....	40
5.3 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 1 και 2	41
5.4 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 1 και 2.....	42
5.5 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 1 και 2.....	45
5.6 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_P Μοντέλου 1 και 2	46
5.7 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cd Μοντέλου 1 και 2.....	47
5.8 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cI Μοντέλου 1	48
5.9 Συνδυαστική ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων Μοντέλου 1 και 2	49
5.10 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης Μοντέλου 3	51
5.11 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου a Μοντέλου 3	52
5.12 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 3	52
5.13 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 3	53
5.14 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 3.....	55
5.15 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cm Μοντέλου 3	55
5.16 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cd Μοντέλου 3	56
5.17 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cr Μοντέλου 3.....	57
5.18 Συνδυαστική ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων Μοντέλου 3	58
Κεφάλαιο 6. ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	60
6.1 Σύνοψη εργασίας	60
6.2 Συμπεράσματα.....	61
Βιβλιογραφία	64
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	66

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4-1: Αποτελέσματα βέλτιστου συνολικού κόστους/μοναδιαίου συνολικού κόστους κάθε μοντέλου και μεθόδου επίλυσης περίπτωσης 0.	37
Πίνακας 4-2: Τιμές απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου κάθε μοντέλου και μεθόδου επίλυσης.....	37
Πίνακας 5-1: Τιμές παραμέτρων και βέλτιστη τιμή Μοντέλου 1.	39
Πίνακας 5-2: Τιμές παραμέτρων και βέλτιστη τιμή Μοντέλου 2.	39
Πίνακας 5-3: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου α Μοντέλου 1.	40
Πίνακας 5-4: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου α Μοντέλου 2.	40
Πίνακας 5-5: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 1.	41
Πίνακας 5-6: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 2.	42
Πίνακας 5-7: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 1.	43
Πίνακας 5-8: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 2.	43
Πίνακας 5-9: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 1.....	46
Πίνακας 5-10: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 2.....	46
Πίνακας 5-11: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_P Μοντέλου 1.	47
Πίνακας 5-12: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_P Μοντέλου 2.	47
Πίνακας 5-13: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cd Μοντέλου 1.	48
Πίνακας 5-14: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cd Μοντέλου 2.	48
Πίνακας 5-15: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cI Μοντέλου 1.	48
Πίνακας 5-16: Συγκεντρωτικός πίνακας περιπτώσεων Μοντέλου 1.....	49
Πίνακας 5-17: Συγκεντρωτικός πίνακας περιπτώσεων Μοντέλου 2.....	50
Πίνακας 5-18: Τιμές παραμέτρων και βέλτιστη τιμή Μοντέλου 3.....	51
Πίνακας 5-19: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου α Μοντέλου 3.	52
Πίνακας 5-20: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 3.	53
Πίνακας 5-21: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 3.	53
Πίνακας 5-22: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 3.....	55
Πίνακας 5-23: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cm Μοντέλου 3.	56
Πίνακας 5-24: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cd Μοντέλου 3.	56
Πίνακας 5-25: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου cr Μοντέλου 3.....	57
Πίνακας 5-26: Συγκεντρωτικός πίνακας περιπτώσεων Μοντέλου 3.....	58

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2-1: Bathtub curve.....	8
Σχήμα 2-2: Σχηματική απεικόνιση Μοντέλου 1.....	14
Σχήμα 2-3: Σχηματική απεικόνιση Μοντέλου 2.....	15
Σχήμα 5-1: Σχηματική απεικόνιση μεταβολής αξιοπιστίας λόγω μεταβολής παραμέτρου p .44	
Σχήμα 5-2: Σχηματική απεικόνιση μεταβολής αξιοπιστίας λόγω μεταβολής παραμέτρου p .54	

Κεφάλαιο 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός αυτού του εισαγωγικού κεφαλαίου είναι να πραγματοποιηθεί μία σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση του θέματος που πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία. Επίσης, θα παρουσιαστεί επιγραμματικά το περιεχόμενο των κεφαλαίων που ακολουθούν.

1.1 Κίνητρο εργασίας

Όλα τα τεχνολογικά συστήματα με την πάροδο του χρόνου και την διαρκή χρήση τους υπόκεινται σε φθορές και βλάβες προκαλώντας έτσι την διακοπή της λειτουργίας τους. Αυτή η παύση λειτουργίας όμως συνοδεύεται από μεγάλο κόστος, τόσο για την αποκατάσταση των ζημιών, όσο και ως προς την χαμένη παραγωγικότητα του συστήματος για όλο το διάστημα που ήταν μη διαθέσιμο, μειώνοντας έτσι την διαθεσιμότητα του. Καθώς όμως “το προλαμβάνειν εστί φιλοσοφείν”, η συντήρηση ενός μηχανήματος δεν πρέπει να υφίσταται μόνο υπό την έννοια της επιδιόρθωσης βλαβών (Corrective Maintenance), αλλά είναι μείζονος σημασίας να υπάρχει προληπτική συντήρηση και αντικατάσταση (Preventive Maintenance) των συστημάτων για την απρόσκοπτη λειτουργία τους. Ωστόσο οι επιθεωρήσεις δεν είναι πάντα τέλειες, υπό την έννοια ότι το αποτέλεσμα του δεν αντικατοπτρίζει πάντα την πραγματική κατάσταση του συστήματος, δηλαδή εάν λειτουργεί ή όχι. Ένα ακόμη μεγάλο ζήτημα που επηρεάζει πολλά σύγχρονα συστήματα είναι οι μη εμφανείς βλάβες, οι οποίες γίνονται εμφανείς μόνο με την διενέργεια επιθεώρησης. Οι μη εμφανείς βλάβες είναι κατά κύριο λόγο χαρακτηριστικό μηχανημάτων που δεν λειτουργούν διαρκώς, αλλά εναλλάσσονται περίοδοι λειτουργίας και περίοδοι αδράνειας. Τέλος, άξιο αναφοράς είναι και το ζήτημα της ποιότητας ενός εξαρτήματος ή μηχανήματος που αντικαθίσταται, καθώς διαφορετικές μονάδες του ίδιου μηχανήματος ενδέχεται να είναι ελαττωματικές εξ'αρχής, υπό την έννοια ότι έχουν μικρότερη διάρκεια ζωής από την αναμενόμενη.

Κίνητρο αυτής της εργασίας είναι να μελετήσει την επίδραση αυτών των παραγόντων κατά την ανάλυση ενός συστήματος. Ο τελικός στόχος της μελέτης αυτής είναι η παρουσίαση και σύγκριση των πολιτικών επιθεώρησης και προληπτικής αντικατάστασης και κατ' επέκταση η επιλογή της βέλτιστης πολιτικής ανάλογα με τα δεδομένα που δίνονται σε κάθε περίπτωση.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Υπάρχουν πολλές μελέτες πάνω σε συστήματα που λαμβάνονται συνολικά, ως μία μονάδα (single/one unit systems). Οι Barlow και Hunter [1] χρησιμοποιούν ένα μοντέλο που βασίζεται στην πολιτική αντικατάστασης με κριτήριο την ηλικία του μηχανήματος (age-based replacement policy), όπου το σύστημα αντικαθίσταται σε προκαθορισμένους σταθερούς χρόνους ή όταν πάθει βλάβη (περιοδική αντικατάσταση) και η μεταβλητή απόφασης του συστήματος είναι ο χρόνος T . Οι Tahara και Nishida [2] επεκτείνουν το μοντέλο που αναπτύχθηκε στην εργασία [1] προτείνοντας μία πολιτική αντικατάστασης μίας μονάδας μετά την πρώτη βλάβη ύστερα από την πάροδο συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος t_0 ή την αντικατάσταση μετά την πάροδο συνολικού χρόνου λειτουργίας T του μηχανήματος. Οι Wang και Pham [3] χρησιμοποιούν μια άλλη επέκταση αυτής της πολιτικής κατά την οποία μελετάται η επίδραση της ατελούς συντήρησης/επιδιόρθωσης στα πλαίσια ενός απείρου χρονικού ορίζοντα, όπου υπάρχουν δύο τύποι βλαβών ύστερα από συγκεκριμένο αριθμό επιδιορθώσεων. Ο κάθε τύπος βλάβης έχει συγκεκριμένη πιθανότητα να συμβεί και σε κάθε περίπτωση ακολουθείται άλλη πολιτική επιδιόρθωσης. Άξιες αναφοράς είναι οι έρευνες των McCall [4], Wang [5], Pierskalla και Voelker [6], Valdez-Flores και Feldman [7], οι οποίες συνοψίζουν και περιγράφουν εκτενώς την πρόοδο που σημειώθηκε έως τις αρχές του εικοστού πρώτου αιώνα.

Μέχρι τώρα οι αναφορές που έγιναν αφορούσαν κυρίως προβλήματα απείρου χρονικού ορίζοντα (infinite planning horizon), όπου το κριτήριο βελτιστοποίησης ήταν το μοναδιαίο συνολικό κόστος (cost-rate). Αντίθετα, οι μελέτες για προβλήματα πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα (finite planning horizon) ήταν σχετικά περιορισμένες. Αυτό οφείλεται στην αυξημένη πολυπλοκότητα που έχουν θεωρητικά συγκριτικά με τα προβλήματα απείρου χρονικού ορίζοντα. Οι Nakagawa και Mituzani [8] τροποποιούν πολλές κλασικές πολιτικές για συστήματα πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα. Σημαντική παράμετρος του θέματος που θα

αναλυθεί είναι η ποιότητα των εξαρτημάτων που θα χρησιμοποιηθούν, μιας και είναι αδύνατο να εξαλειφθεί η πιθανότητα ύπαρξης και χρήσης ενός ελαττωματικού προϊόντος σε ένα ρεαλιστικό σενάριο. Οι Scarf και Cavalcante [9] εξέτασαν την επίπτωση εξαρτημάτων μειωμένης διάρκειας ζωής (ετερογενής πληθυσμός εξαρτημάτων) σε ένα σύστημα με τρεις δυνατές καταστάσεις (λειτουργικό, ελαττωματικό και σε βλάβη) και age-based πολιτική επιθεωρήσεων. Όπως έχει αναφερθεί ήδη, οι επιθεωρήσεις δεν είναι πάντα ορθές και λάθος αποφάσεις για την κατάσταση ενός συστήματος επηρεάζουν σημαντικά το κόστος συντήρησης και την πολιτική επιθεώρησης. Μία κλασική μελέτη αυτή της επίδρασης πραγματοποίησε ο Vaurio [10], όπου ανέλυσε την διαθεσιμότητα ενός εφεδρικού συστήματος (standby system). Το σύστημα ελέγχεται περιοδικά για πιθανές κρυφές (μη εμφανείς) βλάβες, όσο είναι σε κατάσταση αναμονής, καθώς και για βλάβες όταν ενεργοποιείται (start-up failures) ή όσο βρίσκεται σε λειτουργία (failures during usage).

Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω και σε μία προσπάθεια να μελετηθούν όλοι αυτοί οι παράγοντες ταυτόχρονα, η παρούσα εργασία στηρίζεται στα μαθηματικά μοντέλα των Berrade, Cavalcante και Scarf [11] και Berrade, Scarf και Cavalcante [12]. Πιο συγκεκριμένα, στο άρθρο [11] μελετώνται δύο πολιτικές επιθεώρησης (μία με επιβεβαιωτικό-δεύτερο έλεγχο και μία χωρίς δεύτερο έλεγχο) για περιπτώσεις πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα με εσφαλμένες επιθεωρήσεις, ετερογενή πληθυσμό εξαρτημάτων και μη εμφανείς βλάβες. Όμοια, στο άρθρο [12] μελετάται μία πολιτική επιθεώρησης και προληπτικής αντικατάστασης για μία περίπτωση απείρου χρονικού ορίζοντα με τα ίδια χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Τα αποτελέσματα σχεδόν σε κάθε περίπτωση επιβεβαιώνουν την αξία της επιθεώρησης (περιοδικής ή μη) ως την πιο οικονομική επιλογή.

1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Το υπόλοιπο αυτής της διπλωματικής εργασίας απαρτίζεται από πέντε ενότητες που περιλαμβάνουν τα Κεφάλαια 2 - 6, αντίστοιχα. Αναλυτικά:

Στο Κεφάλαιο 2 περιγράφεται αναλυτικά το πρόβλημα που θα μελετηθεί με όλα τα χαρακτηριστικά που θα πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν και τα οποία έχουν σχολιαστεί περιληπτικά ήδη. Επίσης θα παρουσιαστούν οι βασικές έννοιες που είναι απαραίτητες για την κατανόηση της φύσης του προβλήματος που αναλύεται.

Στο Κεφάλαιο 3 αναπτύσσουμε τα μαθηματικά μοντέλα για την εύρεση της αντικειμενικής συνάρτησης κόστους, είτε υπό την έννοια συνολικού κόστους (total cost) είτε υπό την έννοια μοναδιαίου κόστους (cost rate), ανάλογα για κάθε περίπτωση.

Στο Κεφάλαιο 4 σχολιάζονται οι μέθοδοι επίλυσης που χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση των αποτελεσμάτων, καθώς και ο τρόπος δημιουργίας σε μορφή κώδικα των μοντέλων του Κεφαλαίου 3 στο υπολογιστικό πρόγραμμα MATLAB. Επιπρόσθετα, θα γίνει μία σύντομη αναφορά στον υπολογιστικό χρόνο που απαιτήθηκε από το MATLAB για την ανάκτηση των αποτελεσμάτων.

Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται αριθμητικά αποτελέσματα για κάθε πολιτική που θα μελετηθεί, καθώς και τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την μεταβολή ορισμένων παραμέτρων. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων κρίνει σε κάθε περίπτωση ποια πολιτική είναι η βέλτιστη.

Τέλος στο Κεφάλαιο 6 γίνεται μία σύνοψη αποτελεσμάτων και πιθανών επεκτάσεων για περαιτέρω έρευνα.

Κεφάλαιο 2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ

Αρχικά, στις ενότητες από 2.1 έως 2.5 θα παρουσιαστούν οι βασικές έννοιες για την καλύτερη κατανόηση του προβλήματος και ύστερα, στην Ενότητα 2.6 θα γίνει αναλυτική περιγραφή των συστημάτων που θα μελετηθούν.

2.1 Αξιοπιστία συστήματος/εξαρτήματος

Αξιοπιστία συστήματος (Reliability) είναι η ικανότητα ενός συστήματος να λειτουργεί αδιάλειπτα σύμφωνα με την χρήση για την οποία προορίζεται, για δεδομένο χρονικό διάστημα και για δεδομένες συνθήκες λειτουργίας χωρίς βλάβες. Εάν ένα σύστημα για δεδομένες προδιαγραφές λειτουργεί όπως είναι επιθυμητό τότε λέγεται αξιόπιστο, ειδάλλως ονομάζεται αναξιόπιστο. Η αξιοπιστία δηλαδή μεταφράζεται ως μία συνάρτηση με σύνολο τιμών από 0 έως 1, η οποία για δεδομένο χρόνο αποδίδει την πιθανότητα να λειτουργεί ένα σύστημα/εξάρτημα. Όπως είναι αναμενόμενο, η αξιοπιστία στην αρχή του χρόνου t έχει τιμή 1 και μειώνεται με την πάροδο του χρόνου. Πρακτικά, η αξιοπιστία αποτελεί ένα μέτρο εκτίμησης της πιθανής διάρκειας ζωής ενός εξαρτήματος σύμφωνα με τις απαιτούμενες προδιαγραφές. Έστω ότι T είναι η διάρκεια λειτουργίας του συστήματος, τότε ισχύει:

$$R(t) = P(T > t) = 1 - \int_0^t f(t)dt \quad (2.1)$$

Όπου t είναι ο χρόνος που έχει παρέλθει από την στιγμή που άρχισε να λειτουργεί το εξάρτημα και $f(t)$ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function-PDF).

Κρίνεται ιδιαίτερα σημαντική η προσπάθεια βελτίωσης της αξιοπιστίας ενός συστήματος. Αυτό επιτυγχάνεται με διάφορες στρατηγικές, μερικές εκ των κυριότερων είναι:

1. Σωστός σχεδιασμός και Ποιοτικός έλεγχος εξαρτημάτων: Με αυτόν τον τρόπο μειώνονται τα τρωτά σημεία του εξαρτήματος πριν τεθεί σε λειτουργία. Αυτά μπορούν να οφείλονται σε σχεδιαστικά λάθη ή λάθη κατά την επιλογή των κατάλληλων υλικών για την κατασκευή του εξαρτήματος. Ακόμη και εάν λάβουμε υπόψη τα παραπάνω, λάθη προκαλούνται κατά την κατασκευή των εξαρτημάτων δημιουργώντας έτσι ελαττωματικά προϊόντα ή προϊόντα μειωμένης διάρκειας ζωής.

Αυτός ο τύπος λάθους θα συμπεριληφθεί στην ανάλυση που θα πραγματοποιηθεί στα επόμενα κεφάλαια. Τα κατασκευαστικά λάθη περιορίζονται με ποιοτικούς ελέγχους και αυστηρές επιθεωρήσεις καθ' όλη την διεργασία κατασκευής των μονάδων.

2. Εφεδρεία: Για συστήματα που ο χρόνος που δεν είναι διαθέσιμα (unavailable) είναι κρίσιμος, χρησιμοποιούνται συχνά εφεδρικές μονάδες με σκοπό να τίθενται σε λειτουργία όταν οι κύριες μονάδες είναι σε βλάβη. Έτσι εξαλείφεται ο χρόνος που το σύστημα δεν λειτουργεί.
3. Προγραμματισμένη Συντήρηση: Έχει αποδειχθεί ως ένα αξιολογικό μέτρο για την αύξηση της αξιοπιστίας, αφότου έχει τεθεί σε λειτουργία το σύστημα. Η συχνή παρακολούθηση της κατάστασης της μονάδας, οι επιθεωρήσεις, οι επιδιορθώσεις και οι προληπτικές αντικαταστάσεις μειώνουν σημαντικά την μη διαθεσιμότητα του συστήματος μέσω εκτιμήσεων και προβλέψεων με βάση τα δεδομένα και την αξιοπιστία προηγούμενων όμοιων μονάδων. Σε αυτή την τεχνική θα επικεντρωθούμε για να μειώσουμε το κόστος λειτουργίας του συστήματος.

2.2 Είδη βλαβών

Υπάρχουν πολλές κατηγοριοποιήσεις όσον αφορά τις βλάβες. Δεν είναι σκοπός της παρούσας εργασίας να κάνει μια εξαντλητική απαρίθμηση όλων των τύπων βλαβών, παρά να σχολιάσει τους τύπους που θα χρειαστούν στα πλαίσια της ανάλυσης που θα ακολουθήσει. Για μία εκτεταμένη κατηγοριοποίηση των βλαβών προτείνονται τα βιβλία των Ben-Daya, Kumar και Murthy [13] και των Henley και Kumamoto [14].

Στα πλαίσια της εργασίας είναι σημαντικό να αναλυθούν οι εμφανείς και μη εμφανείς βλάβες. Οι εμφανείς βλάβες μπορούν να παρατηρηθούν άμεσα την στιγμή που συμβαίνουν χωρίς να είναι αναγκαίος ένας λεπτομερής έλεγχος της κατάστασης του συστήματος, καθώς προκαλούνται ορατές ενδείξεις που υποδεικνύουν ότι το σύστημα βρίσκεται σε βλάβη. Σε αντίθεση, οι μη εμφανείς βλάβες μπορεί να συμβούν χωρίς καμία προφανή ένδειξη. Αυτές οι βλάβες γίνονται ορατές μόνο ύστερα από επιθεώρηση. Αυτές οι βλάβες συναντώνται σε συστήματα που δεν είναι διαρκώς ενεργά, δηλαδή υπάρχουν και χρονικά διαστήματα που είναι ανενεργά. Λόγω της φύσης των μη εμφανών βλαβών, προκαλούνται μεγαλύτερα προβλήματα όταν το σύστημα είναι μη διαθέσιμο, καθώς το κόστος της μη άμεσης λειτουργίας μπορεί να είναι τεράστιο. Για παράδειγμα, μη εμφανής βλάβη σε εφεδρικό σύστημα σε πυρηνικό εργοστάσιο παραγωγής ενέργειας, όταν αυτό είναι απαραίτητο να

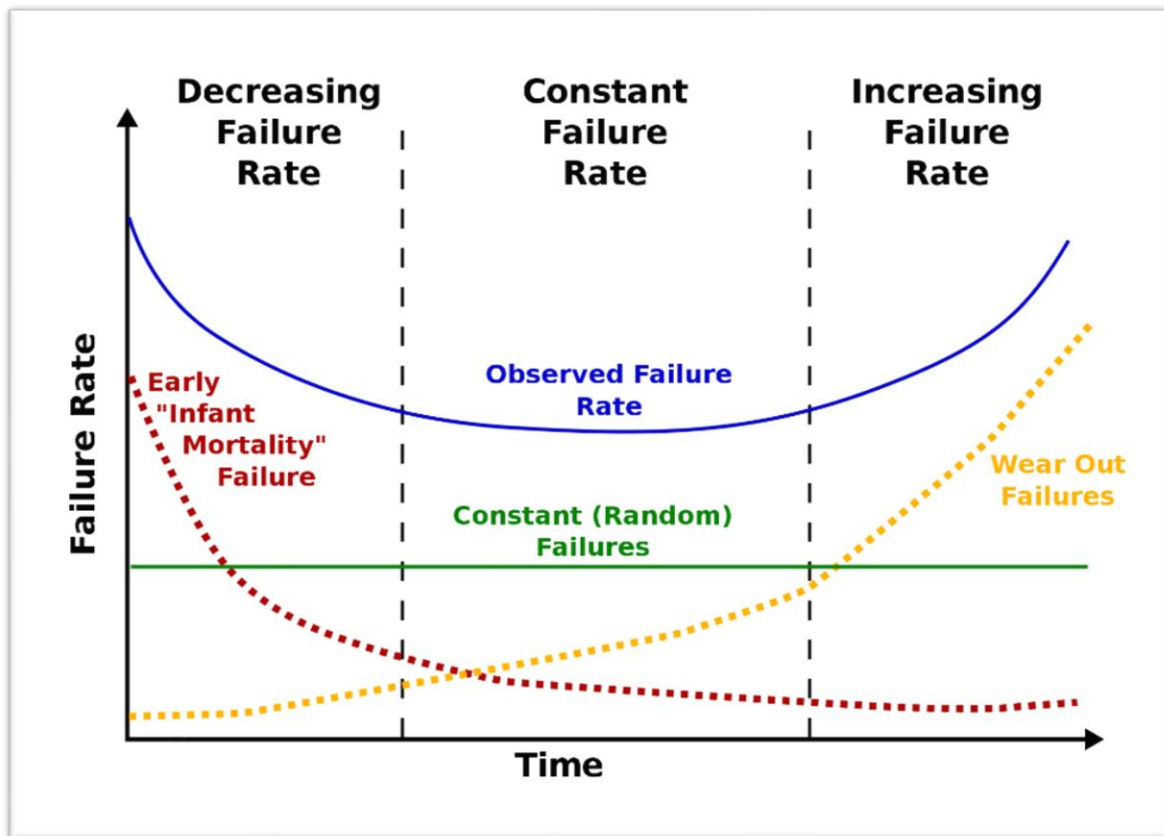
λειτουργήσει, μπορεί να έχει τεράστιο περιβαλλοντικό αντίκτυπο και να προκαλέσει τον θάνατο πολλών ανθρώπων, χωρίς να υπολογίζεται το άμεσο χρηματικό κόστος που είναι δεδομένο ότι θα είναι μεγάλο.

2.3 Ρυθμός βλαβών

Ο ρυθμός βλαβών (failure rate), που συμβολίζεται $z(t)$ ή $h(t)$, είναι μία παράμετρος που χρησιμοποιείται συχνά στην ανάλυση αξιοπιστίας συστημάτων και αναφέρεται στον ρυθμό με τον οποίο ένα σύστημα είναι αναμενόμενο να αποτύχει με την πάροδο του χρόνου. Χαμηλός ρυθμός βλαβών συνεπάγεται ότι το σύστημα έχει μικρή πιθανότητα να αποτύχει για δεδομένο χρόνο, άρα υψηλή αξιοπιστία. Υψηλός ρυθμός βλαβών συνεπάγεται ότι το σύστημα έχει μεγάλη πιθανότητα να αποτύχει, άρα χαμηλή αξιοπιστία. Ο ρυθμός βλαβών υπολογίζεται με την βοήθεια της Σχέσης (2.2), δηλαδή ισχύει:

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{-R'(t)}{R(t)} \quad (2.2)$$

Αξίζει να αναφερθεί η περίοδος παιδικής θνησιμότητας (initial infant mortality), η οποία χαρακτηρίζεται από υψηλό ρυθμό βλαβών. Αυτή η περίοδος αυξημένων βλαβών οφείλεται σε ελαττωματικές μονάδες, κακή ή λάθος εγκατάσταση εξαρτημάτων. Λόγω αυτής της περιόδου πρώιμης θνησιμότητας ο ρυθμός βλαβών διαγράφει μία χαρακτηριστική καμπύλη χρόνου ζωής όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-1, γνωστή ως bathtub curve. Αυτή η περίπτωση θα μελετηθεί στα επόμενα κεφάλαια, καθώς τα συστήματα/εξαρτήματα που θα αναλυθούν προέρχονται από ετερογενή πληθυσμό με εξαρτήματα μειωμένης διάρκειας ζωής. Στο Σχήμα 2-1 φαίνεται ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των βλαβών στην πρώιμη περίοδο παιδικής θνησιμότητας οφείλεται στα ελαττωματικά προϊόντα ενώ ύστερα το μεγαλύτερο ποσοστό βλαβών οφείλεται στην φυσική και αναμενόμενη βλάβη των κανονικών-μη ελαττωματικών μονάδων.



Σχήμα 2-1: Bathtub curve [15].

2.4 Μέσος Χρόνος έως την Βλάβη

Η αξιοπιστία συνδέεται συχνά με ένα άλλο μέτρο εκτίμησης, τον Μέσο Χρόνο έως την Βλάβη (Mean time to failure-MTTF). Υπολογίζει τον μέσο χρόνο που περνάει από την στιγμή που αρχίζει να λειτουργεί μία μονάδα έως την βλάβη. Υπολογίζεται από τον τύπο που δίνεται στην σχέση (2.3), όπου:

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (2.3)$$

2.5 Μέθοδοι συντήρησης και επιθεώρησης συστήματος

Όπως έχουμε αναφέρει ήδη, η συντήρηση ενός συστήματος χωρίζεται σε δύο βασικές κατηγορίες, την *Προγραμματισμένη Συντήρηση* και την *Μη Προγραμματισμένη Συντήρηση*.

2.5.1 Μη Προγραμματισμένη Συντήρηση

Σύμφωνα με την πηγή [16], κατά την *μη προγραμματισμένη συντήρηση* τα μηχανήματα δεν συντηρούνται καθόλου πριν αστοχήσουν και πάθουν σημαντική φθορά ή ολική βλάβη. Ουσιαστικά, δεν υπάρχει προγραμματισμός των διαδικασιών συντήρησης, αφού δεν είναι δυνατό να είναι γνωστή εκ των προτέρων η χρονική στιγμή που θα συμβεί η βλάβη. Αυτή η στρατηγική συντήρησης ονομάζεται *Επιδιορθωτική Συντήρηση* (Corrective Maintenance). Μέχρι τις αρχές του εικοστού πρώτου αιώνα πολύ μεγάλο ποσοστό συστημάτων συντηρούνταν μόνο υπό αυτή την έννοια.

Οι σημαντικότεροι λόγοι που προτιμάται είναι οι εξής:

1. Η ανάγκη για περιορισμένο προσωπικό σε σχέση με την προγραμματισμένη συντήρηση, αφού η δυσκολία εξήγησης και μαθηματικής αποτύπωσης του προβλήματος προς βελτιστοποίηση απαιτεί εξειδικευμένο προσωπικό και χρόνο για να υλοποιηθεί σωστά.
2. Η δυσκολία κοστολόγησης των διαδικασιών επιθεώρησης καθώς και των συνεπειών (κόστος προβλημάτων εφοδιασμού, παραγωγικότητας ή πιθανών κινδύνων λόγω βλάβης) κατά το χρονικό διάστημα που το σύστημα είναι μη διαθέσιμο.
3. Ο απαιτούμενος χρόνος για την σωστή και ασφαλή ανάλυση των χρονικών δεδομένων που προκύπτουν οι βλάβες σε προηγούμενες όμοιες μονάδες, ώστε να γίνει σωστή μελέτη της βέλτιστης πολιτικής συντήρησης, ενδέχεται να είναι αρκετά μεγάλος. Έτσι μη έχοντας δεδομένη την συνάρτηση αξιοπιστίας των εξαρτημάτων, ενθαρρύνεται η χρήση της σημαντικά απλούστερης μη προγραμματισμένης πολιτικής.
4. Αποδοτική για συστήματα χαμηλού κόστους και σημασίας, τα οποία επιδρούν ελάχιστα στην παραγωγική διαδικασία.

Αντίθετα τα μειονεκτήματα της είναι:

1. Αυξημένο χρονικό διάστημα μη διαθεσιμότητας του συστήματος λόγω βλαβών.
2. Αυξημένο κόστος συντήρησης/ επιδιόρθωσης μονάδων σε βλάβη, σε περιπτώσεις που το κόστος επιδιόρθωσης είναι μεγαλύτερο από το κόστος προληπτικής επιθεώρησης.
3. Αβεβαιότητα ως προς την συνεχή λειτουργία του συστήματος και το απαιτούμενο κόστος επιδιόρθωσης, καθώς ο χρόνος βλαβών είναι τυχαίος και μη προβλέψιμος.

4. Αυξημένη ανάγκη για stand-by διαθέσιμο τεχνικό προσωπικό που είναι υπεύθυνο για επιδιορθώσεις βλαβών, ιδίως σε περιπτώσεις που οι βλάβες πρέπει να αντιμετωπίζονται άμεσα.

Η πολιτική αυτή συχνά κρίνεται ως δελεαστική επιλογή σε καινούργιες μονάδες, διότι θεωρείται ότι υπάρχει πολύ μικρή πιθανότητα να αποτύχουν σε μικρό χρονικό διάστημα. Κατ' επέκταση η απουσία επιθεωρήσεων ή μικρών στοχευμένων παρεμβάσεων φαντάζει ως η καλύτερη επιλογή για εξοικονόμηση πόρων και χρημάτων. Στην πράξη όμως, αυτή η πολιτική οδηγεί σε συσσώρευση πολλών αμελητέων μη ορατών βλαβών ή αστοχιών περιορισμένης κλίμακας, οι οποίες με την πάροδο του χρόνου και ελλείψει προληπτικών παρεμβάσεων οδηγούν σε σημαντικές βλάβες πολύ συντομότερα από το αναμενόμενο. Έτσι, η υποτιθέμενη εξοικονόμηση κόστους στην αρχή της λειτουργίας μίας μονάδας προκαλεί συχνότερες επιδιορθώσεις και μειωμένη διάρκεια ζωής σε βάθος χρόνου σε αντίθεση με την πολιτική προληπτικής συντήρησης. Εν ολίγοις, πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψιν όλοι οι πιθανοί παράγοντες που επηρεάζουν την λειτουργία ενός μηχανήματος και να μην λαμβάνονται αποφάσεις με μυωπικά και βραχυπρόθεσμα κριτήρια.

2.5.2 Προγραμματισμένη Συντήρηση

Αντίθετα με όσα αναλύθηκαν προηγουμένως, η *προγραμματισμένη συντήρηση* λειτουργεί στρατηγικά τόσο για την πρόληψη και προστασία από πιθανές βλάβες, όσο και για την έγκαιρη επιδιόρθωση τους. Οι επιμέρους μέθοδοι της στρατηγικής αυτής περιλαμβάνουν την Προληπτική, Προβλεπτική και Επιδιορθωτική συντήρηση. Η επιδιορθωτική πολιτική σχολιάστηκε εκτενώς προηγουμένως, αφού αυτή αποτελεί την μοναδική στρατηγική της μη προγραμματισμένης συντήρησης. Η προληπτική συντήρηση (Preventive Maintenance) περιλαμβάνει κάθε ενέργεια που εφαρμόζεται στον εξοπλισμό σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές με σκοπό να λειτουργεί σύμφωνα με τις προδιαγραφές που έχουν οριστεί εξ' αρχής[16]. Έτσι διατηρείται η απόδοση του, αυξάνεται η διαθεσιμότητα και διατηρείται ή επεκτείνεται η διάρκεια ζωής των εξαρτημάτων. Η προληπτική συντήρηση περιέχει την Περιοδική Συντήρηση (Periodic Maintenance), όταν δηλαδή η επιθεώρηση και συντήρηση πραγματοποιείται περιοδικά σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές, παραδείγματος χάριν κάθε μήνα ή ανά 1.000 ώρες λειτουργίας της μηχανής. Το μεγαλύτερο όφελος της περιοδικής συντήρησης είναι το σταθερό πλαίσιο προγραμματισμού της παραγωγικής

διαδικασίας που δεν μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου και δεν προκαλεί προβλήματα αναπροσαρμογής, όπως συμβαίνει σε πολιτικές μη περιοδικής επιθεώρησης και συντήρησης. Στα πλαίσια της προληπτικής συντήρησης, σε ορισμένες περιπτώσεις αντικαθίστανται μέρη ή το σύνολο ενός συστήματος (προληπτική αντικατάσταση), χωρίς να έχει επέλθει σημαντική φθορά ή βλάβη.

Συνοπτικά, τα πλεονεκτήματα αυτής της στρατηγικής είναι τα εξής:

1. Αυξημένη διάρκεια της λειτουργικής ζωής των μονάδων.
2. Αυξημένη διαθεσιμότητα και αξιοπιστία.
3. Δυνατότητα προληπτικών παρεμβάσεων πριν γίνουν κρίσιμοι οι παράγοντες μείωσης της παραγωγικής δυνατότητας.
4. Μείωση κόστους προσωπικού επιδιόρθωσης βλαβών.
5. Μείωση κόστους επιδιόρθωσης βλαβών.
6. Αυξημένη ασφάλεια για τους εργαζομένους στους χώρους λειτουργίας των συστημάτων.
7. Μειωμένες ενεργειακές ανάγκες λειτουργίας συστήματος.

Τα σημαντικότερα μειονεκτήματα είναι:

1. Μεγάλο κόστος αρχικής επένδυσης σε διαγνωστικό εξοπλισμό.
2. Μεγαλύτερο κόστος επένδυσης σε εξειδικευμένο προσωπικό.
3. Πολύπλοκη οργάνωση της διαδικασίας συντήρησης.
4. Αυξημένος χρόνος επιθεώρησης μονάδων.

Τέλος, η *Προβλεπτική Συντήρηση* (Predictive or Condition-based Maintenance) περιλαμβάνει κάθε προσπάθεια που πραγματοποιείται για να παρατηρηθεί μία ενδεχόμενη αλλαγή κατάστασης του συστήματος και να περιοριστούν οι συνέπειες αυτής της αλλαγής σε πραγματικό χρόνο λειτουργίας της μονάδας. Εκ πρώτης όψεως ομοιάζει με την προληπτική συντήρηση, όμως έχει μία σημαντική ειδοποιό διαφορά, ότι οι αποφάσεις για την πολιτική συντήρησης που ακολουθείται λαμβάνονται με βάση τις παρατηρήσεις της τελευταίας επιθεώρησης και όχι με βάση συγκεκριμένες παραμέτρους που λαμβάνονται πριν τεθεί σε λειτουργία το σύστημα. Αυτοί οι έλεγχοι μπορούν να πραγματοποιούνται περιοδικά ή μη, ανάλογα με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του συστήματος και την ακρίβεια παρατήρησης βλαβών των επιθεωρήσεων. Πρακτικά πρόκειται για μία εξελιγμένη και πολυπλοκότερη στρατηγική προγραμματισμένης συντήρησης και αποτελεί υποκατηγορία της προληπτικής

συντήρησης. Τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα αυτού του είδους συντήρησης είναι όμοια με της προληπτικής συντήρησης, αλλά εντονότερα. Δηλαδή, παραδείγματος χάριν, αυξάνεται περισσότερο το κόστος επιθεώρησης σε πραγματικό χρόνο, ταυτόχρονα όμως αυξάνεται ακόμη περισσότερο η διαθεσιμότητα και η διάρκεια ζωής των μονάδων. Όμοια ισχύει για όλα τα υπόλοιπα θετικά και αρνητικά που αναφέρθηκαν προηγουμένως στην προληπτική συντήρηση. Να αναφερθεί ωστόσο ότι η προβλεπτική πολιτική είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική για πολύ κρίσιμα και ευαίσθητα σε αλλαγές συστήματα με τεράστιες επιπτώσεις σε περιπτώσεις βλαβών.

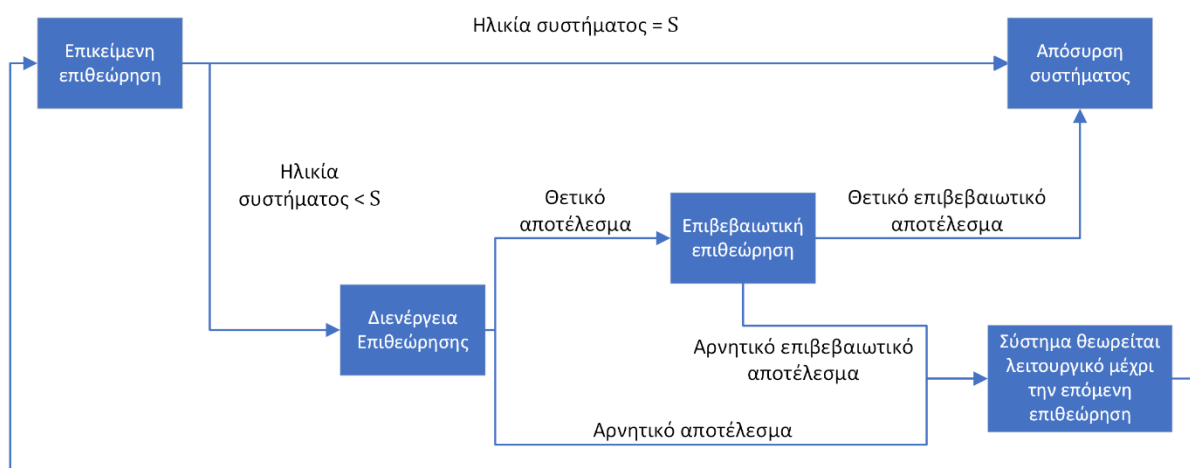
2.6 Περιγραφή περιπτώσεων συστημάτων εργασίας

Ύστερα από την περιγραφή των βασικών εννοιών, είναι πλέον αναγκαίο να αναφερθούν οι περιπτώσεις που θα μελετηθούν. Θα αναλυθούν δύο περιπτώσεις συστημάτων μίας μονάδας, δηλαδή το σύστημα μελετάται συνολικά και δεν αποτελείται από επιμέρους υποσυστήματα (single unit system). Όσον αφορά τις δυνατές καταστάσεις φθοράς των συστημάτων, θα μελετηθούν συστήματα δύο καταστάσεων, λειτουργία μονάδας ή βλάβη μονάδας. Όταν λειτουργεί κανονικά το σύστημα βρίσκεται στην πρώτη κατάσταση, ενώ όταν πάθει βλάβη βρίσκεται στην δεύτερη κατάσταση. Τα συστήματα αυτά υπόκεινται σε βλάβες που δεν είναι άμεσα ορατές και προκύπτουν όταν οι μονάδες βρίσκονται σε κατάσταση stand-by, για αυτό τον λόγο οι βλάβες γίνονται ορατές μόνο με την διενέργεια επιθεωρήσεων (not self-announcing failures). Τέτοιες περιπτώσεις συστημάτων είναι πολύ συχνές για εφεδρικά συστήματα ασφαλείας που λειτουργούν μόνο σε έκτακτες περιπτώσεις. Οι επιθεωρήσεις που πραγματοποιούνται και στα δύο συστήματα δεν είναι πάντα τέλειες, δηλαδή υπάρχει πιθανότητα να υπάρξει ψευδώς αρνητικό ή ψευδώς θετικό αποτέλεσμα και αυτό λαμβάνεται υπ' όψιν στην ανάλυση που θα γίνει. Οι μονάδες που χρησιμοποιούνται δεν επιδιορθώνονται, παρά μόνο αντικαθίστανται με καινούργιες (Μοντέλο 3). Επίσης μελετάται η επίδραση της ποιότητας των εξαρτημάτων καθώς αυτά προέρχονται από ένα ετερογενή πληθυσμό. Δηλαδή υπάρχουν μονάδες με μικρή διάρκεια ζωής που επηρεάζουν την συνολική αξιοπιστία του συστήματος. Έστω ότι οι μονάδες μειωμένης διάρκειας ζωής έχουν γνωστή συνάρτηση αξιοπιστίας $R_1(x)$ και οι μονάδες κανονικής διάρκειας ζωής έχουν γνωστή συνάρτηση αξιοπιστίας $R_2(x)$ και θεωρώντας ότι η πιθανότητα να χρησιμοποιηθεί μονάδα μειωμένης διάρκειας ζωής είναι p , τότε η συνολική συνάρτηση αξιοπιστίας του συστήματος δίνεται από την σχέση:

$$R_{ολικό} = pR_1(x) + (1 - p)R_2(x) \quad (2.4)$$

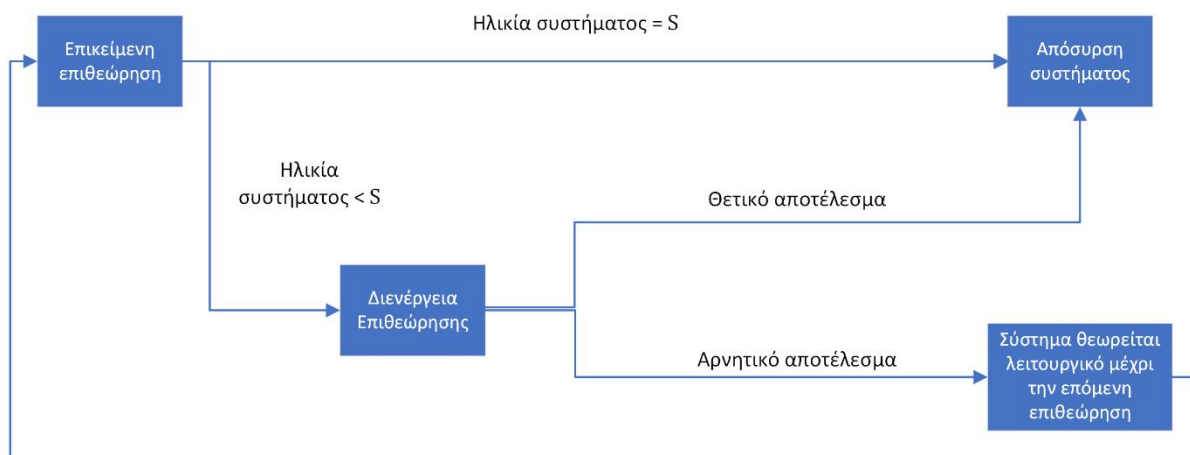
Όσα αναφέρθηκαν μέχρι αυτό το σημείο αφορούν τα κοινά χαρακτηριστικά των δύο συστημάτων. Υπάρχουν όμως και ορισμένες διαφοροποιήσεις. Το πρώτο σύστημα που θα περιγραφεί είναι πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα, καθώς μετά το πέρας ενός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος αποσύρεται, ακόμη και εάν λειτουργεί μέχρι τότε. Η απόσυρση σε αυτό το σύστημα αναφέρεται με την έννοια ότι μετά την πάροδο του καθορισμένου διαστήματος λειτουργίας το παρόν σύστημα θα πρέπει να αντικατασταθεί εξ' ολοκλήρου από ένα πιο εξελιγμένο, νεότερης τεχνολογίας, που είναι πιο αποδοτικό ή με την έννοια ότι το υπάρχον μετά το καθορισμένο χρονικό διάστημα δεν θα πληροί συγκεκριμένα πρότυπα ασφαλείας. Σε αυτή την περίπτωση συστήματος θα μελετήσουμε δύο βασικές πολιτικές επιθεώρησης. Η πρώτη βασική πολιτική επιθεώρησης που θα μελετήσουμε εφεξής θα καλείται ως Μοντέλο 1 και η δεύτερη ως Μοντέλο 2.

Στο Μοντέλο 1 κάθε φορά που η επιθεώρηση αποφαινεται ότι το σύστημα είναι θετικό, δηλαδή ότι υπάρχει βλάβη, πραγματοποιείται δεύτερος επιβεβαιωτικός έλεγχος για να βεβαιωθεί αν το σύστημα είναι θετικό ή ψευδώς θετικό. Πρακτικά, με αυτό τον τρόπο μειώνεται η επίδραση των ψευδώς θετικών αποτελεσμάτων. Στα πλαίσια του Μοντέλου 1 θα σχολιαστούν δύο υποπεριπτώσεις επιθεώρησης, μία περιοδική (Μοντέλο 1.1) και μία μη περιοδική επιθεώρηση δύο-φάσεων (Μοντέλο 1.2). Για την καλύτερη κατανόηση του Μοντέλου 1 στο Σχήμα 2-2 παρουσιάζεται μια διαγραμματική αναπαράσταση αυτού. Στο μοντέλο 1 το σύστημα αποσύρεται είτε όταν πάθει βλάβη, είτε στην περίπτωση θετικής επιβεβαιωτικής επιθεώρησης είτε στο τέλος του χρονικού ορίζοντα λειτουργίας που έχει καθοριστεί εκ των προτέρων.



Σχήμα 2-2: Σχηματική απεικόνιση Μοντέλου 1.

Το Μοντέλο 2 διαφέρει από το Μοντέλο 1 στο γεγονός ότι δεν πραγματοποιείται δεύτερος-επιβεβαιωτικός έλεγχος όταν η επιθεώρηση αποφαινεται ότι το σύστημα βρίσκεται σε βλάβη, έτσι το σύστημα αποσύρεται απευθείας χωρίς να είμαστε βέβαιοι ότι είναι πραγματικά σε βλάβη. Πάλι στα πλαίσια του Μοντέλου 2 εξετάζονται δύο υποπεριπτώσεις επιθεώρησης, μία περιοδική (Μοντέλο 2.1) και μία μη περιοδική επιθεώρηση δύο-φάσεων (Μοντέλο 2.2). Σε κάθε περίπτωση του Μοντέλου 1 και του Μοντέλου 2, εάν το σύστημα λειτουργήσει για το προκαθορισμένο μέγιστο χρονικό διάστημα, τότε αποσύρεται ακόμη και αν είναι ακόμη λειτουργικό. Στο Σχήμα 2-3 ακολουθεί μία σχηματική αναπαράσταση του Μοντέλου 2 για την καλύτερη κατανόηση του ζητήματος από τον αναγνώστη. Στο μοντέλο 2 το σύστημα αποσύρεται σε περίπτωση θετικής επιθεώρησης, είτε αληθώς είτε ψευδώς, είτε στο τέλος του χρονικού ορίζοντα λειτουργίας που έχει καθοριστεί εκ των προτέρων.



Σχήμα 2-3: Σχηματική απεικόνιση Μοντέλου 2.

Όταν γίνεται αναφορά στη μη περιοδική πολιτική δύο-φάσεων, εννοείται ότι το χρονικό διάστημα μεταξύ των επιθεωρήσεων δεν είναι μοναδικό και σταθερό, αλλά υπάρχουν δύο μεταβλητές που ορίζουν τα χρονικά διαστήματα μεταξύ των επιθεωρήσεων. Κατά αυτόν τον τρόπο, μπορεί να μεταβάλλεται η συχνότητα των επιθεωρήσεων προς την αρχή ή προς το τέλος του μέγιστου επιτρεπτού χρονικού ορίζοντα, ώστε να προφυλάσσεται το σύστημα τόσο από την επίδραση των μονάδων μειωμένης διάρκειας ζωής, όσο και από την επίδραση της φυσικής αυξημένης φθοράς των μονάδων με το πέρας του χρόνου. Αυτή η πολιτική προσφέρει περισσότερη ευελιξία στους χρόνους που πραγματοποιούνται οι επιθεωρήσεις, ενώ μάλιστα έχει αποδειχθεί ότι μειώνει το συνολικό κόστος επιθεωρήσεων και αυξάνει την διαθεσιμότητα του συστήματος, σύμφωνα με τους Cavalcante, Scarf, De Almeida και Cosmo de Silva [17] και Berrade [18].

Τέλος στα πλαίσια του Μοντέλου 3, δηλαδή της δεύτερης γενικής περίπτωσης συστήματος μίας μονάδας που θα περιγραφεί, πραγματοποιείται μία ανάλυση απείρου χρονικού ορίζοντα καθώς δεν υφίσταται κάποιος περιορισμός όσον αφορά το μέγιστο χρονικό διάστημα λειτουργίας του εν λόγω συστήματος, όπως ίσχυε στα Μοντέλα 1 και 2. Το μοντέλο 3 λοιπόν θα εξεταστεί ως μία ξεχωριστή περίπτωση, όπου γίνονται επιθεωρήσεις στο σύστημα μέχρι την στιγμή της προληπτικής αντικατάστασης, εάν λειτουργεί έως τότε, διαφορετικά αντικαθίσταται στον χρόνο που γίνεται αντιληπτή η βλάβη από την διενέργεια επιθεώρησης. Να σημειωθεί πως κάθε μονάδα που αντικαθίσταται, ανεξαρτήτως της αιτίας που την προκαλεί, πάντα αντικαθίσταται με νέα καινούργια μονάδα. Επίσης, στο Μοντέλο 3 δεν υπάρχει δεύτερος επιβεβαιωτικός έλεγχος. Έτσι, εάν προκύψει ψευδώς θετική επιθεώρηση δεν διενεργείται δεύτερη επιθεώρηση για να γίνει αντιληπτή η πραγματική κατάσταση του συστήματος, αλλά αντικαθίσταται απευθείας η μονάδα.

Είναι απαραίτητο να επισημανθεί ότι στα Μοντέλα 1 και 2, που αφορούν το ίδιο ζήτημα, το κριτήριο προς βελτιστοποίηση είναι το συνολικός κόστος από την έναρξη λειτουργίας της μονάδας έως την απόσυρση ή βλάβη της, συμπεριλαμβάνοντας οποιοδήποτε κόστος προκαλείται από την μη διαθεσιμότητα του συστήματος. Το κόστος μη διαθεσιμότητας του συστήματος προκαλείται όταν η μονάδα βρίσκεται σε βλάβη που δεν είχε γίνει αντιληπτή μέχρι την στιγμή που τελικά ήταν αναγκαία η λειτουργία του συστήματος. Δηλαδή αφορά περιπτώσεις όπου δεν είναι άμεσα διαθέσιμη η μονάδα την

χρονική στιγμή που χρειάζεται να λειτουργήσει. Προτιμάται ως κριτήριο βελτιστοποίησης το συνολικό κόστος σε προβλήματα πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα, όπως στα Μοντέλα 1 και 2. Αντίθετα, για το Μοντέλο 3 προτιμάται το μακροχρόνιο κόστος ανά μονάδα χρόνου (cost-rate) σε προβλήματα απείρου χρονικού ορίζοντα, καθώς δεν είναι σταθερό και γνωστό εκ των προτέρων το μέγιστο χρονικό διάστημα λειτουργίας.

Κεφάλαιο 3. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσεται ο τρόπος προσέγγισης και μαθηματικής διατύπωσης των περιπτώσεων που περιγράφηκαν προηγουμένως. Να επισημανθεί για ακόμη μία φορά ότι τα μοντέλα που θα αναλυθούν βασίζονται στις μελέτες [11] και [12]. Ένα ολοκληρωμένο μαθηματικό μοντέλο πρέπει να διαθέτει τα εξής χαρακτηριστικά (σύμφωνα με την πηγή [19]) :

1. **Παραμέτρους-Συντελεστές προβλήματος (parameters):** γνωστά - ελεγχόμενα μεγέθη μοντέλου.
2. **Μεταβλητές απόφασης (decision variables):** έννοιες - αντικείμενα των οποίων οι τιμές προκύπτουν ως αποτέλεσμα της μαθηματικής ανάλυσης και βελτιστοποίησης και δίνουν απάντηση στο πρόβλημα που τίθεται προς επίλυση.
3. **Περιορισμοί (constraints):** Όρια που τίθενται λόγω της φύσης του προβλήματος ή από τους δημιουργούς του μαθηματικού μοντέλου, ώστε να περιορίζονται οι μεταβλητές και να προκύπτουν λογικές τιμές σύμφωνα με τα δεδομένα του ζητήματος.
4. **Αντικειμενική συνάρτηση (objective function):** η σχέση που συνδέει παραμέτρους με μεταβλητές απόφασης και μέσω της οποίας θα δοθεί η βέλτιστη λύση που ικανοποιεί τους περιορισμούς του προβλήματος.

Είναι επιθυμητό ένα μαθηματικό μοντέλο να χαρακτηρίζεται από:

- Απλότητα
- Αντικειμενικότητα
- Ευαισθησία
- Σταθερότητα
- Καθολικότητα

3.1 Μαθηματική διατύπωση Μοντέλου 1

Σε αυτή την παράγραφο θα αναλυθεί το Μοντέλο 1. Αρχικά θα παρουσιαστούν όλες οι απαραίτητες παράμετροι, περιορισμοί και μεταβλητές απόφασης, καθώς είναι κοινές και για τις δύο υποπεριπτώσεις πολιτικών επιθεώρησης. Στη συνέχεια, θα αναλυθεί σε κάθε υποπερίπτωση η αντικειμενική συνάρτηση που αποτυπώνει σωστά την ανάλογη πολιτική.

3.1.1 Παράμετροι - Δεδομένα Μοντέλου 1

Αρχικά θεωρούμε ότι X είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή που συμβολίζει τον χρόνο λειτουργίας του συστήματος έως την βλάβη. Συνεπώς ισχύει ότι:

1. $R(x)$: συνάρτηση αξιοπιστίας μονάδας
2. $f(x)$: συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του χρόνου X
3. $F(x)$: συνάρτηση αθροιστικής κατανομής πιθανότητας του χρόνου X

Εννοείται πως η συνάρτηση αξιοπιστίας της κάθε μονάδας είναι γνωστή.

Οι αναγκαίες παράμετροι – γνωστά μεγέθη, με τον αντίστοιχο συμβολισμό, για τον ορισμό τόσο του Μοντέλου 1.1, όσο και του Μοντέλου 1.2 είναι οι εξής:

- ❖ S : μέγιστος χρονικός ορίζοντας λειτουργίας μονάδας
- ❖ α : πιθανότητα ψευδώς θετικής επιθεώρησης (λειτουργία μονάδας ενώ η επιθεώρηση δηλώνει πως η μηχανή βρίσκεται σε βλάβη)
- ❖ β : πιθανότητα ψευδώς αρνητικής επιθεώρησης (βλάβη μονάδας ενώ η επιθεώρηση δηλώνει πως η μηχανή λειτουργεί κανονικά)
- ❖ c_0 : κόστος επιθεώρησης
- ❖ c_I : κόστος επιβεβαιωτικής επιθεώρησης ύστερα από θετική πρώτη επιθεώρηση
- ❖ c_d : κόστος μη διαθεσιμότητας ανά μονάδα χρόνου πριν αποσυρθεί το σύστημα
- ❖ c_P : κόστος μη διαθεσιμότητας ανά μονάδα χρόνου μετά την απόσυρση του συστήματος μέχρι τον χρόνο S

Προς αποφυγή ασαφειών, το κόστος c_d υποδηλώνει το κόστος μη διαθεσιμότητας όταν η μονάδα πάθει βλάβη και χρειαστεί να λειτουργήσει πριν γίνει αντιληπτή η βλάβη από κάποια επιθεώρηση, ενώ το κόστος c_P υποδηλώνει το κόστος μη διαθεσιμότητας λόγω πρόωρης απόσυρσης του συστήματος πριν το τέλος του χρονικού ορίζοντα S .

3.1.2 Μεταβλητές απόφασης Μοντέλου 1

Όσον αφορά το Μοντέλο 1.1 με περιοδική επιθεώρηση ορίζουμε ως μεταβλητές απόφασης:

- ❖ T_1 : χρονικό διάστημα ανάμεσα στις προγραμματισμένες επιθεωρήσεις
- ❖ N_1 : αριθμός διαστημάτων μεταξύ των επιθεωρήσεων

Αν $N_1 = 1$, σημαίνει ότι δεν πραγματοποιείται καμία επιθεώρηση μέχρι το τέλος του χρόνου S .

Για το Μοντέλο 1.2 με την μη περιοδική επιθεώρηση δύο φάσεων ορίζουμε ως μεταβλητές απόφασης:

- ❖ T_1 : χρονικό διάστημα πρώτης φάσης ανάμεσα στις προγραμματισμένες επιθεωρήσεις
- ❖ N_1 : αριθμός διαστημάτων πρώτης φάσης μεταξύ των επιθεωρήσεων
- ❖ T_2 : χρονικό διάστημα δεύτερης φάσης ανάμεσα στις προγραμματισμένες επιθεωρήσεις
- ❖ N_2 : αριθμός διαστημάτων δεύτερης φάσης μεταξύ των επιθεωρήσεων

3.1.3 Περιορισμοί Μοντέλου 1

Πρακτικά το πρόβλημα διαθέτει μόνο ένα περιορισμό που προκύπτει από τον μέγιστο χρονικό ορίζοντα που είναι εφικτό να λειτουργήσει το σύστημα. Συνεπώς για το Μοντέλο 1.1, της περιοδικής επιθεώρησης, προκύπτει ο μη γραμμικός περιορισμός:

$$N_1 T_1 = S \quad (3.1)$$

Για το Μοντέλο 1.2, της μη περιοδικής επιθεώρησης δύο φάσεων, προκύπτει ο μη γραμμικός περιορισμός:

$$N_1 T_1 + N_2 T_2 = S \quad (3.2)$$

Προφανώς, ισχύουν και οι περιορισμοί μη αρνητικότητας των μεταβλητών απόφασης, καθώς δεν είναι δυνατό να λαμβάνουν αρνητικές τιμές. Πιο συγκεκριμένα:

$$N_1, N_2 \in \mathbb{Z}^+$$

$$T_1, T_2 \in \mathbb{R}^+$$

3.1.4 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 1.1

Η αναμενόμενη συνάρτηση κόστους του Μοντέλου 1.1 δίνεται από τον τύπο:

$$C(N_1, T_1) = \sum_{k=0}^{N_1-1} \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} \left\{ c_0 \left(k + 1 + \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} \right) + c_d \left((k+1)T_1 + \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} T_1 - t \right) \right\} dF(t) + c_0 N_1 R(N_1 T_1) + \alpha c_I \sum_{k=1}^{N_1} R(kT_1) + c_I (1 - \beta^{N_1} - (1-\beta) \sum_{k=1}^{N_1} \beta^{N_1-k} R(kT_1)) \quad (3.3)$$

Αρχικά να αναφερθεί ότι ολοκληρώματα της μορφής $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dF(x)$, γνωστά και ως Riemann-Stieltjes ολοκληρώματα, έχουν ευρεία εφαρμογή στην θεωρία πιθανοτήτων [20]. Συγκεκριμένα, αν η $F(x)$ είναι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής πιθανότητας της

συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ και η g είναι οποιαδήποτε συνάρτηση, τότε η αναμενόμενη τιμή της g είναι:

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)dF(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)F'(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx \quad (3.4)$$

Τα όρια στην Σχέση (3.4) αλλάζουν ανάλογα με την περίπτωση, δεν ισχύει δηλαδή η σχέση μόνο για αυτά που αναφέρονται.

Επίσης, να σημειωθεί ότι οι παρακάτω σχέσεις που θα αναλυθούν αφορούν την περίπτωση που υλοποιείται επιθεώρηση στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S . Για την περίπτωση όπου δεν υλοποιείται επιθεώρηση ούτε στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S , ισχύουν οι ίδιες σχέσεις με μικρές τροποποιήσεις.

Ο *πρώτος όρος του ολοκληρώματος* της Σχέσης (3.3) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος που προκύπτει από συγκεκριμένο αριθμό επιθεωρήσεων που πραγματοποιούνται μέχρι να συμβεί η βλάβη και να γίνει αντιληπτή, καθώς οι βλάβες δεν γίνονται πάντα άμεσα αντιληπτές λόγω των ψευδώς αρνητικών επιθεωρήσεων, με δεδομένο ότι το σύστημα έπαθε βλάβη στο διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k+1)T_1$. Να αναφερθεί ότι το k είναι ο αριθμός των χρονικών διαστημάτων, άρα και επιθεωρήσεων, που παρήλθαν πριν πάθει βλάβη η μονάδα. Ο *δεύτερος όρος του ολοκληρώματος* υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος λόγω μη διαθεσιμότητας του συστήματος πριν την απόσυρση, δηλαδή το κόστος c_d πολλαπλασιασμένο με τον χρόνο που παρέρχεται από την στιγμή που παθαίνει βλάβη έως την στιγμή που γίνεται αντιληπτή και αντικαθίσταται η μονάδα. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_1 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα, στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη (δηλαδή από 0 έως $N_1 T_1$).

Ο *δεύτερος όρος* της Σχέσης (3.3) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος διενέργειας όλων των επιθεωρήσεων (συνολικά N_1) έως το τέλος του χρονικού ορίζοντα S πολλαπλασιασμένο με την πιθανότητα (συνάρτηση αξιοπιστίας) να λειτουργήσει η μονάδα έως τότε.

Ο *τρίτος όρος* της σχέσης υποδηλώνει το κόστος διενέργειας δεύτερου επιβεβαιωτικού ελέγχου, δεδομένου ότι από την πρώτη επιθεώρηση προέκυψε θετικό αποτέλεσμα, επί την πιθανότητα ψευδώς θετικού πρώτου ελέγχου επί την πιθανότητα η μονάδα να λειτουργεί έως τότε. Σε αυτές τις περιπτώσεις η μονάδα εν τέλει δεν αποσύρεται μετά την δεύτερη επιθεώρηση. Το άθροισμα υποδηλώνει το συνολικό αναμενόμενο κόστος διενέργειας επιβεβαιωτικού ελέγχου για όλες τις επιθεωρήσεις (από την πρώτη έως την τελευταία N_1) που μπορεί να προκύψει ψευδώς θετικός έλεγχος.

Ο τέταρτος και τελευταίος όρος υποδηλώνει το κόστος διενέργειας επιβεβαιωτικού ελέγχου, εφόσον στην πρώτη επιθεώρηση προέκυψε θετικό αποτέλεσμα, πολλαπλασιασμένο με την πιθανότητα να είναι αληθώς σε βλάβη η μονάδα, άρα τελικά η μονάδα αποσύρεται μετά την δεύτερη επιθεώρηση.

Μέχρι τώρα στην ανάλυση δεν έχει υπολογιστεί το κόστος μη διαθεσιμότητας ανά μονάδα χρόνου μετά την απόσυρση της μονάδας. Θεωρείται L ο χρόνος μέχρι να συμβεί και να γίνει αντιληπτή η βλάβη ή ο χρόνος μέχρι να φτάσουμε στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S , αναλόγως τι θα συμβεί πρώτο. Η Σχέση (3.5) μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τον χρόνο L . Συνεπώς έχουμε:

$$E(L) = \sum_{k=0}^{N_1-1} \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} T_1 \left(k + 1 + \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} \right) dF(t) + N_1 T_1 R(N_1 T_1) \quad (3.5)$$

Ο πρώτος όρος της Σχέσης (3.5) υποδηλώνει τον αναμενόμενο χρόνο μέχρι να συμβεί και να γίνει αντιληπτή η βλάβη δεδομένου ότι συνέβη στο διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k+1)T_1$. Έτσι αθροίζονται όλοι αυτοί οι χρόνοι για k από το 0 έως $N_1 - 1$.

Ο δεύτερος όρος της Σχέσης (3.5) υποδηλώνει την πιθανότητα να επιβιώσει η μονάδα μέχρι το τέλος του χρονικού ορίζοντα, δηλαδή να ισχύει ότι $L = S = N_1 T_1$.

Πλέον είναι δυνατόν να υπολογιστεί η συνολική αντικειμενική συνάρτηση που περιλαμβάνει και το κόστος μη διαθεσιμότητας μετά την απόσυρση του συστήματος. Άρα η συνολική αντικειμενική συνάρτηση με βάση την οποία θα γίνει ελαχιστοποίηση κόστους είναι η εξής:

$$C_{\text{συνολικό}} = C(N_1, T_1) + c_P(S - E(L)) \quad (3.6)$$

3.1.5 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 1.2

Η αναμενόμενη συνάρτηση κόστους 1.2 της μη περιοδικής επιθεώρησης δύο-φάσεων δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned} C(N_1, T_1, N_2, T_2) = & \sum_{k=0}^{N_1-1} \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} c_0 \left(k + 1 + \frac{\beta - \beta^{N_1+N_2-k}}{1-\beta} \right) dF(t) + \sum_{k=0}^{N_1-1} \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} c_d \left((k+1)T_1 + \right. \\ & \left. \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} T_1 + \frac{\beta^{N_1-k} - \beta^{N_1+N_2-k}}{1-\beta} T_2 - t \right) dF(t) + \sum_{k=0}^{N_2-1} \int_{N_1 T_1 + kT_2}^{N_1 T_1 + (k+1)T_2} \{ c_0 \left(N_1 + k + 1 + \frac{\beta - \beta^{N_2-k}}{1-\beta} \right) + \\ & c_d \left(N_1 T_1 + (k+1)T_2 + \frac{\beta - \beta^{N_2-k}}{1-\beta} T_2 - t \right) \} dF(t) + c_0(N_1 + N_2)R(N_1 T_1 + N_2 T_2) + \\ & c_I \alpha \left(\sum_{k=1}^{N_1} R(kT_1) + \sum_{k=1}^{N_2} R(N_1 T_1 + kT_2) \right) + c_I \left(1 - \beta^{N_1+N_2} - (1-\beta) \sum_{k=1}^{N_1} \beta^{N_1+N_2-k} R(kT_1) - \right. \\ & \left. (1-\beta) \sum_{k=1}^{N_2} \beta^{N_2-k} R(N_1 T_1 + kT_2) \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Ο *πρώτος όρος-ολοκλήρωμα* της Σχέσης (3.7) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος που προκύπτει από συγκεκριμένο αριθμό επιθεωρήσεων, που πραγματοποιούνται μέχρι να συμβεί η βλάβη και να γίνει αντιληπτή, με δεδομένο ότι το σύστημα έπαθε βλάβη στη πρώτη φάση σε διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k + 1)T_1$. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_1 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα, στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη (δηλαδή από 0 έως N_1T_1).

Ο *δεύτερος όρος-ολοκλήρωμα* της Σχέσης (3.7) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος λόγω μη διαθεσιμότητας του συστήματος πριν την απόσυρση, δηλαδή το κόστος c_d πολλαπλασιασμένο με τον χρόνο που παρέρχεται από την στιγμή που παθαίνει βλάβη έως την στιγμή που γίνεται αντιληπτή και αντικαθίσταται η μονάδα, δεδομένου ότι η βλάβη έγινε στην πρώτη φάση σε διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k + 1)T_1$. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_1 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη (δηλαδή από 0 έως N_1T_1).

Ο *τρίτος όρος-ολοκλήρωμα* της Σχέσης (3.7) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος που προκύπτει από συγκεκριμένο αριθμό επιθεωρήσεων, που πραγματοποιούνται μέχρι να συμβεί η βλάβη και να γίνει αντιληπτή, με δεδομένο ότι το σύστημα έπαθε βλάβη στη δεύτερη φάση σε διάστημα $N_1T_1 + kT_2 \leq X \leq N_1T_1 + (k + 1)T_2$. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_2 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα, στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη (δηλαδή από N_1T_1 έως N_2T_2). Στη συνέχεια του ολοκληρώματος υποδηλώνεται το αναμενόμενο κόστος λόγω μη διαθεσιμότητας του συστήματος πριν την απόσυρση, δηλαδή το κόστος c_d , πολλαπλασιασμένο με τον χρόνο που παρέρχεται από την στιγμή που παθαίνει βλάβη έως την στιγμή που γίνεται αντιληπτή και αλλάζει η μονάδα, δεδομένου ότι η βλάβη έγινε στην δεύτερη φάση σε διάστημα $N_1T_1 + kT_2 \leq X \leq N_1T_1 + (k + 1)T_2$.

Ο *τέταρτος όρος* της σχέσης υποδηλώνει το κόστος διενέργειας όλων των επιθεωρήσεων (συνολικά $N_1 + N_2$) έως το τέλος του χρονικού ορίζοντα S πολλαπλασιασμένο με την πιθανότητα (συνάρτηση αξιοπιστίας) να λειτουργήσει η μονάδα έως τότε.

Ο *πέμπτος όρος* της σχέσης υποδηλώνει το κόστος διενέργειας δεύτερου επιβεβαιωτικού ελέγχου, όταν στην πρώτη επιθεώρηση προκύπτει θετικό αποτέλεσμα, επί την πιθανότητα ψευδώς θετικού πρώτου ελέγχου επί την πιθανότητα η μονάδα να λειτουργεί

έως τότε, άρα η μονάδα εν τέλει δεν αποσύρεται. Υπάρχουν δύο αθροίσματα ένα ως προς N_1 και ένα ως προς N_2 . Αυτό συμβαίνει έτσι ώστε να βρεθεί το συνολικό αναμενόμενο κόστος διενέργειας επιβεβαιωτικού ελέγχου για κάθε επιθεώρηση που μπορεί να προκύψει ψευδώς θετικός έλεγχος (στην πρώτη φάση για το χρονικό διάστημα από την πρώτη επιθεώρηση, δηλαδή T_1 και έως το τέλος του διαστήματος $N_1 T_1$ και στην δεύτερη φάση για το χρονικό διάστημα ύστερα από την πρώτη επιθεώρηση έως τέλος του μέγιστου χρονικού ορίζοντα λειτουργίας, δηλαδή από τον χρόνο $N_1 T_1 + T_2$ έως $N_1 T_1 + N_2 T_2$).

Ο *έκτος και τελευταίος όρος* υποδηλώνει το κόστος διενέργειας επιβεβαιωτικού ελέγχου, όταν στην πρώτη επιθεώρηση προκύπτει θετικό αποτέλεσμα, πολλαπλασιασμένο με την πιθανότητα να είναι πράγματι σε βλάβη η μονάδα, άρα τελικά η μονάδα αποσύρεται. Αυτός ο όρος ισχύει γενικά για όποιο χρονικό διάστημα συμβεί η βλάβη είτε στην πρώτη είτε στην δεύτερη φάση.

Όπως και πριν στο Μοντέλο 1.1, έτσι και εδώ ακόμη δεν έχει συμπεριληφθεί το κόστος μη διαθεσιμότητας μετά την απόσυρση της μονάδας. Με την Σχέση (3.8) βρίσκουμε τον αναμενόμενο χρόνο μέχρι να γίνει αντιληπτή η βλάβη. Άρα:

$$E(L) = \sum_{k=0}^{N_1-1} \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} \left((k+1)T_1 + \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} T_1 + \frac{\beta^{N_1-k} - \beta^{N_1+N_2-k}}{1-\beta} T_2 \right) dF(t) + \sum_{k=0}^{N_2-1} \int_{N_1 T_1 + kT_2}^{N_1 T_1 + (k+1)T_2} \left(N_1 T_1 + (k+1)T_2 + \frac{\beta - \beta^{N_2-k}}{1-\beta} T_2 \right) dF(t) + (N_1 T_1 + N_2 T_2) R(N_1 T_1 + N_2 T_2) \quad (3.8)$$

Ο *πρώτος όρος* της Σχέσης (3.8) υποδηλώνει τον αναμενόμενο χρόνο μέχρι να συμβεί και να γίνει αντιληπτή η βλάβη δεδομένου ότι συνέβη στο διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k+1)T_1$. Έτσι αθροίζονται όλοι αυτοί οι χρόνοι για k από το 0 έως $N_1 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν οι χρόνοι για όποιο διάστημα και αν συνέβη η βλάβη.

Ο *δεύτερος όρος* της Σχέσης (3.8) υποδηλώνει τον αναμενόμενο χρόνο μέχρι να συμβεί και να γίνει αντιληπτή η βλάβη δεδομένου ότι συνέβη στο διάστημα $N_1 T_1 + kT_2 \leq X \leq N_1 T_1 + (k+1)T_2$. Έτσι αθροίζονται όλοι οι χρόνοι για k από το 0 έως $N_2 - 1$.

Ο *τρίτος και τελευταίος όρος* υποδηλώνει την πιθανότητα να λειτουργεί το σύστημα έως το τέλος του χρονικού ορίζοντα επί τον χρόνο S .

Άρα η συνολική αντικειμενική συνάρτηση, που περιλαμβάνει και το κόστος μη διαθεσιμότητας μετά την απόσυρση του συστήματος, είναι η εξής:

$$C_{\text{συνολικό}} = C(N_1, T_1, N_2, T_2) + c_P(S - E(L)) \quad (3.9)$$

3.1.6 Συνολικό κόστος μη διενέργειας επιθεωρήσεων

Όσον αφορά το κόστος μη διενέργειας επιθεωρήσεων διακρίνονται δύο περιπτώσεις. Κατά την πρώτη πραγματοποιείται μόνο μία επιθεώρηση στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S , δεδομένου ότι δεν έχει πραγματοποιηθεί καμία επιθεώρηση προηγουμένως. Αυτή η περίπτωση είναι προτιμητέα για μονάδες όπου θέλουμε να γνωρίζουμε την κατάσταση τους, ακόμη και αν πρόκειται να αποσυρθούν. Για αυτή την περίπτωση το συνολικό κόστος είναι:

$$C(1, S) = c_0 + c_d \int_0^S F(t)dt + c_I aR(S) + c_I(1 - \beta)(1 - R(T_1)) \quad (3.10)$$

Όπως είναι λογικό, ο αναμενόμενος χρόνος μέχρι να γίνει αντιληπτή η βλάβη είναι $E(L) = S$, άρα μηδενίζεται η επίδραση του κόστους c_P , αφού το σύστημα αποσύρεται ολοκληρωτικά έτσι και αλλιώς μετά το πέρας του χρόνου S .

Κατά την δεύτερη περίπτωση, δεν πραγματοποιείται καμία επιθεώρηση, ούτε στο τέλος του χρονικού ορίζοντα, συνεπώς το συνολικό κόστος είναι:

$$C_{\text{χωρίς επιθεώρηση}} = c_d \int_0^S F(t)dt \quad (3.11)$$

3.2 Μαθηματική διατύπωση Μοντέλου 2

Σε αυτή την παράγραφο θα αναλυθεί το Μοντέλο 2. Αρχικά θα παρουσιαστούν όλες οι απαραίτητες παράμετροι, περιορισμοί και μεταβλητές απόφασης, καθώς είναι κοινές και για τις δύο υποπεριπτώσεις πολιτικών επιθεώρησης. Στην συνέχεια, θα αναλυθεί σε κάθε υποπερίπτωση η αντικειμενική συνάρτηση που αποτυπώνει σωστά την ανάλογη πολιτική. Όπως έχουμε αναφέρει, η διαφορά του Μοντέλου 2 σε σχέση με το Μοντέλο 1 είναι ότι δεν διενεργείται δεύτερος-επιβεβαιωτικός έλεγχος όταν προκύπτει θετικό αποτέλεσμα σε επιθεώρηση. Για αυτό τον λόγο η ανάλυση του Μοντέλου 2 είναι σχεδόν ίδια με μικρές διαφορές. Να σημειωθεί ξανά ότι οι παρακάτω σχέσεις που θα αναλυθούν αφορούν την περίπτωση που υλοποιείται επιθεώρηση στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S . Για την περίπτωση όπου δεν υλοποιείται επιθεώρηση ούτε στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S , ισχύουν οι ίδιες σχέσεις με μικρές τροποποιήσεις.

3.2.1 Παράμετροι - Δεδομένα Μοντέλου 2

Οι παράμετροι και τα δεδομένα του Μοντέλου 2 είναι ακριβώς τα ίδια με αυτά του Μοντέλου 1, για αυτό και δεν θα δηλωθούν εκ νέου. Η μόνη αλλαγή είναι το κόστος c_I , που είναι το κόστος του επιβεβαιωτικού ελέγχου για το Μοντέλο 1. Στο Μοντέλο 2 δεν

διενεργείται επιβεβαιωτική επιθεώρηση, συνεπώς αυτό το κόστος δεν υφίσταται σε αυτή την περίπτωση.

3.2.2 Μεταβλητές απόφασης Μοντέλου 2

Όπως και πριν, οι μεταβλητές απόφασης του Μοντέλου 2 είναι ίδιες με αυτές του Μοντέλου 1, συνεπώς δεν θα αναλυθούν εκ νέου.

3.2.3 Περιορισμοί Μοντέλου 2

Οι περιορισμοί είναι ίδιοι τόσο για το Μοντέλο 2.1, όσο και για το Μοντέλο 2.2 κατά αντιστοιχία με το Μοντέλο 1.1 και 1.2 που έχει αναλυθεί ήδη.

3.2.4 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 2.1

Η αναμενόμενη συνάρτηση κόστους του Μοντέλου 2.1 δίνεται από τον τύπο:

$$C(N_1, T_1) = \sum_{k=0}^{N_1-1} \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} (1-a)^k \left\{ c_0 \left(k+1 + \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} \right) + c_d \left((k+1)T_1 + \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} T_1 - t \right) \right\} dF(t) + c_0 \sum_{k=1}^{N_1-1} k(1-\alpha)^{k-1} \alpha R(kT_1) + c_0 N_1 (1-\alpha)^{N_1-1} R(N_1 T_1) \quad (3.12)$$

Ο πρώτος όρος του ολοκληρώματος της Σχέσης (3.12) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος που προκύπτει από συγκεκριμένο αριθμό επιθεωρήσεων, που πραγματοποιούνται μέχρι να συμβεί η βλάβη και να γίνει αντιληπτή, με δεδομένο ότι το σύστημα έπαθε βλάβη στο διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k+1)T_1$ και ότι δεν υπήρξε ψευδώς θετική επιθεώρηση πριν την βλάβη. Να αναφερθεί ότι το k είναι ο αριθμός των χρονικών διαστημάτων, άρα και επιθεωρήσεων, που συνέβησαν πριν πάθει βλάβη η μονάδα. Ο δεύτερος όρος του ολοκληρώματος υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος λόγω μη διαθεσιμότητας του συστήματος πριν την απόσυρση, δηλαδή το κόστος c_d πολλαπλασιασμένο με τον χρόνο που παρέρχεται από την στιγμή που παθαίνει βλάβη έως την στιγμή που γίνεται αντιληπτή και αλλάζει η μονάδα. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_1 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη (δηλαδή από 0 έως $N_1 T_1$).

Ο δεύτερος όρος της Σχέσης (3.12) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος να αποσυρθεί η μονάδα εξαιτίας ψευδώς θετικής επιθεώρησης, δεδομένου ότι δεν είχε προηγηθεί ψευδώς θετική επιθεώρηση στους προηγούμενους ελέγχους και ότι λειτουργούσε κανονικά η μονάδα μέχρι την τελευταία, ψευδώς θετική, επιθεώρηση.

Ο τρίτος όρος της Σχέσης (3.12) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος να μην αποσυρθεί η μονάδα, εξαιτίας πιθανής ψευδώς θετικής επιθεώρησης, δεδομένου ότι λειτουργούσε κανονικά έως το τέλος του χρονικού ορίζοντα S .

Μέχρι τώρα στην ανάλυση δεν έχει υπολογιστεί το κόστος μη διαθεσιμότητας ανά μονάδα χρόνου μετά την απόσυρση της μονάδας. Θεωρούμε L τον χρόνο μέχρι να συμβεί και να γίνει αντιληπτή η βλάβη ή να συμβεί ψευδώς θετική επιθεώρηση ή να φτάσουμε στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S . Η Σχέση (3.13) μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τον χρόνο L . Συνεπώς έχουμε:

$$E(L) = \sum_{k=0}^{N_1-1} \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} T_1 (1-\alpha)^k \left(k+1 + \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} \right) dF(t) + N_1 T_1 (1-\alpha)^{N_1-1} R(N_1 T_1) + T_1 \sum_{k=1}^{N_1-1} k (1-\alpha)^{k-1} \alpha R(k T_1) \quad (3.13)$$

Ο πρώτος όρος της Σχέσης (3.13) υποδηλώνει τον αναμενόμενο χρόνο μέχρι να συμβεί και να γίνει αντιληπτή η βλάβη δεδομένου ότι συνέβη στο διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k+1)T_1$ και ότι δεν συνέβη ψευδώς θετική επιθεώρηση μέχρι αυτό το διάστημα. Έτσι αθροίζονται όλοι αυτοί οι χρόνοι για k από το 0 έως $N_1 - 1$.

Ο δεύτερος όρος της Σχέσης (3.13) υποδηλώνει τον αναμενόμενο χρόνο να επιβιώσει η μονάδα μέχρι το τέλος του χρονικού ορίζοντα, δηλαδή να ισχύει ότι $L = S$, δεδομένου ότι δεν συνέβη καμία ψευδώς θετική επιθεώρηση προηγουμένως.

Ο τρίτος όρος της Σχέσης (3.13) υποδηλώνει τον αναμενόμενο χρόνο να αποσυρθεί η μονάδα, λόγω ψευδώς θετικής βλάβης, ενώ λειτουργεί κανονικά και έχοντας ως δεδομένο ότι δεν σημειώθηκε ψευδώς θετική επιθεώρηση σε προγενέστερο χρόνο. Αθροίζονται οι χρόνοι από 0 έως $N_1 - 1$ για να συμπεριληφθούν όλοι, όποτε και αν προέκυψε ψευδώς θετική επιθεώρηση.

Άρα η συνολική αντικειμενική συνάρτηση με βάση την οποία θα γίνει ελαχιστοποίηση κόστους είναι η εξής:

$$C_{\text{συνολικό}} = C(N_1, T_1) + c_P(S - E(L)) \quad (3.14)$$

3.2.5 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 2.2

Η αναμενόμενη συνάρτηση κόστους 2.2 της μη περιοδικής επιθεώρησης δύο φάσεων δίνεται από τον τύπο:

$$C(N_1, T_1, N_2, T_2) = c_0 \sum_{k=0}^{N_1-1} \left\{ \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} T_1 (1-\alpha)^k \left(k+1 + \frac{\beta - \beta^{N_1+N_2-k}}{1-\beta} \right) dF(t) + k(1-\alpha)^{k-1} \alpha R(k T_1) \right\} + \sum_{k=0}^{N_1-1} \int_{kT_1}^{(k+1)T_1} c_d (1-\alpha)^k \left((k+1)T_1 + \frac{\beta - \beta^{N_1-k}}{1-\beta} T_1 + \frac{\beta^{N_1-k} - \beta^{N_1+N_2-k}}{1-\beta} T_2 - \right.$$

$$\begin{aligned}
& t) dF(t) + c_0 \sum_{k=0}^{N_2-1} \left\{ \int_{N_1 T_1 + k T_2}^{N_1 T_1 + (k+1) T_2} (1 - \alpha)^{N_1+k} \left(N_1 + k + 1 + \frac{\beta - \beta^{N_2-k}}{1-\beta} \right) dF(t) + (N_1 + k)(1 - \right. \\
& \left. \alpha)^{N_1+k-1} \alpha R(N_1 T_1 + k T_2) \right\} + \sum_{k=0}^{N_2-1} \int_{N_1 T_1 + k T_2}^{N_1 T_1 + (k+1) T_2} c_d (1 - \alpha)^{N_1+k} \left(N_1 T_1 + (k + 1) T_2 + \right. \\
& \left. \frac{\beta - \beta^{N_2-k}}{1-\beta} T_2 - t \right) dF(t) + c_0 (N_1 + N_2) (1 - \alpha)^{N_1+N_2-1} R(N_1 T_1 + N_2 T_2) \quad (3.15)
\end{aligned}$$

Ο πρώτος όρος του πρώτου ολοκληρώματος της Σχέσης (3.15) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος που προκύπτει από συγκεκριμένο αριθμό επιθεωρήσεων, που πραγματοποιούνται μέχρι να συμβεί η βλάβη και να γίνει αντιληπτή, είτε αυτή γίνει αντιληπτή στην πρώτη φάση είτε στην δεύτερη, με δεδομένο ότι το σύστημα έπαθε βλάβη στη πρώτη φάση σε διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k+1)T_1$ και ότι δεν συνέβη ψευδώς θετική επιθεώρηση στις προηγούμενες επιθεωρήσεις. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_1 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη. Ο δεύτερος όρος του πρώτου ολοκληρώματος υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος εάν συμβεί ψευδώς θετική επιθεώρηση, ενώ η μονάδα λειτουργεί κανονικά δεδομένου ότι δεν συνέβη ψευδώς θετική επιθεώρηση προηγουμένως.

Ο δεύτερος όρος-ολοκλήρωμα της Σχέσης (3.15) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος λόγω μη διαθεσιμότητας του συστήματος πριν την απόσυρση, δηλαδή το κόστος c_d πολλαπλασιασμένο με τον χρόνο που παρέρχεται από την στιγμή που παθαίνει βλάβη έως την στιγμή που γίνεται αντιληπτή και αλλάζει η μονάδα, δεδομένου ότι η βλάβη έγινε στην πρώτη φάση σε διάστημα $kT_1 \leq X \leq (k+1)T_1$. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_1 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα, στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη.

Ο πρώτος όρος του τρίτου ολοκληρώματος της Σχέσης (3.15) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος που προκύπτει από συγκεκριμένο αριθμό επιθεωρήσεων, που πραγματοποιούνται μέχρι να συμβεί η βλάβη και να γίνει αντιληπτή, με δεδομένο ότι το σύστημα έπαθε βλάβη στη δεύτερη φάση σε διάστημα $N_1 T_1 + k T_2 \leq X \leq N_1 T_1 + (k + 1) T_2$ και ότι δεν συνέβη ψευδώς θετική επιθεώρηση στις προηγούμενες επιθεωρήσεις. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_2 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα, στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη. Ο δεύτερος όρος του τρίτου ολοκληρώματος υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος όταν συμβεί ψευδώς θετική

επιθεώρηση δεδομένου ότι το σύστημα λειτουργεί έως κάποιο χρονικό σημείο της δεύτερης φάσης.

Ο τέταρτος όρος-ολοκλήρωμα της Σχέσης (3.15) υποδηλώνει το αναμενόμενο κόστος που προκύπτει λόγω μη διαθεσιμότητας του συστήματος πριν την απόσυρση, δηλαδή το κόστος c_d πολλαπλασιασμένο με τον χρόνο που παρέρχεται από την στιγμή που παθαίνει βλάβη έως την στιγμή που γίνεται αντιληπτή και αλλάζει η μονάδα, δεδομένου ότι η βλάβη έγινε στην δεύτερη φάση σε διάστημα $N_1 T_1 + k T_2 \leq X \leq N_1 T_1 + (k + 1) T_2$ και δεδομένου ότι δεν συνέβη ψευδώς θετική επιθεώρηση προηγουμένως. Το ολοκλήρωμα αυτό αθροίζεται για k από 0 έως το $N_2 - 1$, ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα χρονικά διαστήματα, στα οποία η μονάδα μπορεί να πάθει βλάβη.

Ο πέμπτος όρος της σχέσης υποδηλώνει το κόστος των επιθεωρήσεων δεδομένου ότι η μονάδα λειτούργησε έως το τέλος του χρονικού ορίζοντα S και δεδομένου ότι δεν συνέβη ψευδώς θετική επιθεώρηση.

Με όμοιο τρόπο προκύπτει και ο αναμενόμενος χρόνος μέχρι να γίνει αντιληπτή η βλάβη ως εξής:

$$\begin{aligned}
 E(L) = & T_1 \left(\frac{1-\beta^{N_1}}{1-\beta} + \sum_{k=1}^{N_1-1} (1-\alpha)^k R(kT_1) - \frac{1}{1-\beta} \sum_{k=1}^{N_1-1} ((1-\alpha-\beta)\beta^{N_1-k} + \alpha\beta)(1-\alpha)^{k-1} R(kT_1) \right) \\
 & + T_2 \left((1-\alpha)^{N_1} \frac{1-\beta^{N_2}}{1-\beta} R(N_1 T_1) + \sum_{k=1}^{N_2-1} (1-\alpha)^{N_1+k} R(N_1 T_1 + kT_2) \right) - \\
 & T_2 \left(\frac{1}{1-\beta} \sum_{k=1}^{N_2-1} ((1-\alpha-\beta)\beta^{N_2-k} + \alpha\beta)(1-\alpha)^{N_1+k-1} R(N_1 T_1 + kT_2) \right) + \\
 & T_2 \left(\frac{\beta^{N_1-\beta^{N_1+N_2}}}{1-\beta} + \frac{\beta^{N_2+1}-\beta}{1-\beta} (1-\alpha)^{N_1-1} R(N_1 T_1) \right) + T_2 \left(\frac{1-\alpha-\beta}{1-\beta} \sum_{k=1}^{N_1-1} (\beta^{N_1-k} - \right. \\
 & \left. \beta^{N_1+N_2-k})(1-\alpha)^{k-1} R(kT_1) \right)
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Συνεπώς η συνολική αντικειμενική συνάρτηση με βάση την οποία θα γίνει ελαχιστοποίηση κόστους είναι η εξής:

$$C_{\text{συνολικό}} = C(N_1, T_1, N_2, T_2) + c_P(S - E(L)) \tag{3.17}$$

Με την παραπάνω ανάλυση ολοκληρώθηκε η μαθηματική διατύπωση των μεθόδων επιθεώρησης του προβλήματος πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα.

3.2.6 Συνολικό κόστος μη διενέργειας επιθεωρήσεων

Όπως αναπτύξαμε πριν για το Μοντέλο 1, όμοια και για το Μοντέλο 2 το κόστος μη διενέργειας επιθεωρήσεων αναπτύσσεται σε δύο περιπτώσεις. Κατά την πρώτη πραγματοποιείται μόνο μία επιθεώρηση στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S , δεδομένου ότι

δεν έχει πραγματοποιηθεί καμία επιθεώρηση προηγουμένως. Για αυτή την περίπτωση το συνολικό κόστος είναι:

$$C(1, S) = c_0 + c_d \int_0^S F(t) dt \quad (3.18)$$

Ο αναμενόμενος χρόνος μέχρι να γίνει αντιληπτή η βλάβη είναι $E(L) = S$, άρα μηδενίζεται η επίδραση του κόστους c_p αφού το σύστημα αποσύρεται ολοκληρωτικά μετά την επιθεώρηση.

Κατά την δεύτερη περίπτωση, δεν πραγματοποιείται καμία επιθεώρηση, συνεπώς το συνολικό κόστος είναι:

$$C_{\text{χωρίς επιθεώρηση}} = c_d \int_0^S F(t) dt \quad (3.19)$$

3.3 Μαθηματική διατύπωση Μοντέλου 3

Σε αυτή την παράγραφο θα αναλυθεί το Μοντέλο 3. Αρχικά θα παρουσιαστούν όλες οι απαραίτητες παράμετροι, περιορισμοί και μεταβλητές απόφασης. Στην συνέχεια, θα αναλυθεί η αντικειμενική συνάρτηση που αποτυπώνει σωστά το πρόβλημα.

3.3.1 Παράμετροι – Δεδομένα Μοντέλου 3

Αρχικά θεωρούμε ότι X είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή που συμβολίζει τον χρόνο λειτουργίας του συστήματος έως την βλάβη. Συνεπώς ισχύει ότι:

1. $R(x)$: συνάρτηση αξιοπιστίας μονάδας
2. $f(x)$: συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του χρόνου X
3. $F(x)$: συνάρτηση αθροιστικής κατανομής πιθανότητας του χρόνου X

Εννοείται πως η συνάρτηση αξιοπιστίας της μονάδας είναι γνωστή.

Ορίζονται επίσης οι εξής μεταβλητές που βοηθούν στην μαθηματική ανάλυση του προβλήματος:

- K_1 : αριθμός επιθεωρήσεων πριν την βλάβη ή πριν την διενέργεια ψευδώς θετικής επιθεώρησης ή πριν την προληπτική αντικατάσταση, ό,τι προκύψει πρώτο
- K_2 : αριθμός επιθεωρήσεων μετά την βλάβη μέχρι να γίνει αντιληπτή ή μέχρι την προληπτική αντικατάσταση, ό,τι προκύψει πρώτο

Οι αναγκαίες παράμετροι – γνωστά μεγέθη, με τον αντίστοιχο συμβολισμό, είναι οι εξής:

- ❖ τ : μήκος κύκλου

- ❖ α : πιθανότητα ψευδώς θετικής επιθεώρησης (λειτουργία μονάδας ενώ η επιθεώρηση δηλώνει πως η μηχανή βρίσκεται σε βλάβη)
- ❖ β : πιθανότητα ψευδώς αρνητικής επιθεώρησης (βλάβη μονάδας ενώ η επιθεώρηση δηλώνει πως η μηχανή λειτουργεί κανονικά)
- ❖ c_0 : κόστος επιθεώρησης
- ❖ c_m : κόστος προληπτικής αντικατάστασης στον χρόνο MT είτε αντικατάστασης λόγω ψευδώς θετικής επιθεώρησης
- ❖ c_d : κόστος μη διαθεσιμότητας ανά μονάδα χρόνου (μέχρι να γίνει αντιληπτή η βλάβη)
- ❖ c_{ins} : αναμενόμενο κόστος που προκύπτει από το σύνολο των επιθεωρήσεων που διενεργούνται κατά την διάρκεια ενός κύκλου τ
- ❖ c_{ren} : αναμενόμενο κόστος εξαιτίας της αντικατάστασης της μονάδας
- ❖ c_r : κόστος αντικατάστασης λόγω αληθώς θετικής επιθεώρησης

Προς αποφυγή ασαφειών όταν γίνεται αναφορά στον χρονικό κύκλο τ μίας μονάδας, εννοείται το χρονικό διάστημα από την στιγμή που αρχίζει να λειτουργεί η μονάδα μέχρι την στιγμή που αντικαθίσταται, για οποιοδήποτε λόγο και αν συμβαίνει αυτό. Θεωρείται U (Uptime) το χρονικό διάστημα του κύκλου που η μονάδα λειτουργεί κανονικά και D (Downtime) το χρονικό διάστημα που είναι σε βλάβη και δεν έχει αντικατασταθεί.

3.3.2 Μεταβλητές απόφασης Μοντέλου 3

Ως μεταβλητές απόφασης ορίζονται οι εξής:

- ❖ T : χρονικό διάστημα μεταξύ των επιθεωρήσεων
- ❖ M : μέγιστος αριθμός επιθεωρήσεων μέχρι την προληπτική αντικατάσταση

Στον χρόνο MT πραγματοποιείται η προληπτική αντικατάσταση της μονάδας.

3.3.3 Περιορισμοί Μοντέλου 3

Λόγω της φύσης του προβλήματος δεν νοείται κάποιος περιορισμός για τις μεταβλητές απόφασης, πέραν των περιορισμών μη αρνητικότητας, δηλαδή:

$$M \in \mathbb{Z}^+$$

$$T \in \mathbb{R}^+$$

3.3.4 Αντικειμενική συνάρτηση Μοντέλου 3

Η αντικειμενική συνάρτηση του Μοντέλου 3 αρχικά θα υπολογιστεί τμηματικά και μετά θα αθροιστεί συνολικά, ώστε να βρούμε το συνολικό κόστος ανά μονάδα χρόνου (cost rate) με βάση το οποίο θα γίνει η βελτιστοποίηση.

Υπολογίζουμε αρχικά το κόστος c_{ins} με την βοήθεια της Σχέσης (3.20), δηλαδή:

$$c_{ins} = c_0(E[K_1] + E[K_2]) = c_0 \sum_{i=1}^M R(iT)(1-\alpha)^{i-1} + c_0 \sum_{i=1}^M \left(R((i-1)T) - R(iT) \right) (1-\alpha)^{i-1} \frac{1-\beta^{M+1-i}}{1-\beta} \quad (3.20)$$

Ο πρώτος όρος της Σχέσης (3.20) υποδηλώνει το κόστος επιθεωρήσεων σε ένα κύκλο δεδομένου ότι η μονάδα λειτουργούσε ως την στιγμή iT και ότι δεν συνέβησαν ψευδώς θετικές επιθεωρήσεις προηγουμένως. Αθροίζονται οι χρόνοι από 1 έως M , ώστε να βρεθεί το συνολικό αναμενόμενο κόστος επιθεωρήσεων.

Ο δεύτερος όρος της σχέσης υποδηλώνει το κόστος επιθεωρήσεων αφότου συμβεί η βλάβη στην μονάδα και μέχρι να γίνει αντιληπτή σε ένα κύκλο, δεδομένου ότι η μονάδα έπαθε βλάβη στο διάστημα $(i-1)T \leq X \leq iT$ και ότι δεν προέκυψε ψευδώς θετική επιθεώρηση προηγουμένως. Αθροίζονται όλοι οι χρόνοι από 1 έως M , ώστε να βρεθεί το συνολικό αναμενόμενο κόστος μέχρι να γίνουν αντιληπτές οι βλάβες.

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το αναμενόμενο κόστος που προκύπτει λόγω της αντικατάστασης μίας μονάδας με την βοήθεια της Σχέσης (3.21), δηλαδή:

$$c_{ren} = P(c_r)c_r + P(c_m)c_m = \left(1 - \alpha \sum_{i=1}^{M-1} R(iT)(1-\alpha)^{i-1} - (1-\alpha)^{M-1}R(MT) \right) c_r + \left(\alpha \sum_{i=1}^{M-1} R(iT)(1-\alpha)^{i-1} + (1-\alpha)^{M-1}R(MT) \right) = (c_m - c_r)\alpha \sum_{i=1}^{M-1} R(iT)(1-\alpha)^{i-1} + (c_m - c_r)(1-\alpha)^{M-1}R(MT) + c_r \quad (3.21)$$

Με $P(c_r)$ συμβολίζουμε την πιθανότητα να προκύψει αληθώς θετική επιθεώρηση, δηλαδή να πάθει βλάβη το σύστημα και να παρατηρηθεί. Με $P(c_m)$ συμβολίζουμε την πιθανότητα αντικατάστασης λόγω ψευδώς θετικής επιθεώρησης είτε λόγω προληπτικής αντικατάστασης στον χρόνο MT .

Το αναμενόμενο μήκος κύκλου τ δίνεται από την Σχέση (3.22), σύμφωνα με την οποία ισχύει:

$$E[\tau] = E[(K_1 + K_2)T] = \sum_{i=1}^M (1-\alpha)^{i-1} T \frac{\beta^{M+1-i}-\beta}{1-\beta} R(iT) + \sum_{i=1}^M (1-\alpha)^{i-1} T \frac{1-\beta^{M+1-i}}{1-\beta} R((i-1)T) \quad (3.22)$$

Το αναμενόμενο συνολικό κόστος που προκύπτει κατά την διάρκεια ενός κύκλου είναι:

$$C(\tau) = c_{ins} + c_{ren} + c_d E[D] = c_{ins} + c_{ren} + c_d \left(E[\tau] - \sum_{i=1}^M (1-\alpha)^{i-1} \int_{(i-1)T}^{iT} R(t) dt \right) \quad (3.23)$$

Όπου $E[D]$ είναι ο αναμενόμενος χρόνος που το σύστημα είναι μη διαθέσιμο. $E[\tau]$ είναι ο αναμενόμενος χρόνος που διαρκεί ένας κύκλος και το άθροισμα εντός της παρένθεσης είναι ο αναμενόμενος χρόνος που το σύστημα είναι διαθέσιμο, δηλαδή σε λειτουργία.

Τώρα θα υπολογιστεί η τελική αντικειμενική συνάρτηση που περιγράφει το συνολικό αναμενόμενο κόστος ανά μονάδα χρόνου. Με βάση αυτή θα γίνει βελτιστοποίηση για την επιλογή της καλύτερης πολιτικής. Η τελική αντικειμενική συνάρτηση είναι η εξής:

$$Q(T, M) = c_d + \frac{c_{ins} + c_{ren} - c_d \sum_{i=1}^M (1-\alpha)^{i-1} \int_{(i-1)T}^{iT} R(t) dt}{E[\tau]} \quad (3.24)$$

Κεφάλαιο 4. ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΡΟΠΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΣΤΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ MATLAB

Στο κεφάλαιο αυτό θα σχολιαστεί ο τρόπος υλοποίησης του κώδικα και επίλυσης των προβλημάτων που αναλύθηκαν στο Κεφάλαιο 2 και 3. Η ανάπτυξη των υπολογιστικών προγραμμάτων για την επίλυση των προβλημάτων πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια του υπολογιστικού προγράμματος MATLAB που αναπτύχθηκε από την MathWorks. Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή που χρησιμοποιήθηκε είναι τα εξής:

- Επεξεργαστής: AMD Ryzen 7 5800H 3.20 GHz
- Εγκατεστημένη μνήμη: 16 GB
- Λογισμικό: Windows 11 Pro 64-bit

Το MATLAB είναι ένα ισχυρό εργαλείο επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων και βελτιστοποίησης. Διαθέτει αρκετές ενσωματωμένες εντολές με αλγορίθμους βελτιστοποίησης, δύο εκ των οποίων χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της εύρεσης των βέλτιστων πολιτικών επιθεώρησης και προληπτικής αντικατάστασης. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις `patternsearch` και `ga`, οι οποίες θα αναλυθούν παρακάτω.

Πριν χρησιμοποιηθούν αυτές οι εντολές βελτιστοποίησης πρέπει να γραφεί με κατάλληλο τρόπο το μαθηματικό πρόβλημα σε μορφή κώδικα. Οι δύο εντολές που αναφέραμε πραγματοποιούν βελτιστοποίηση μίας αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία θα πρέπει να γραφεί σε ένα ξεχωριστό αρχείο (function handle) και ύστερα αυτό καλείται από το κεντρικό πρόγραμμα για την εκτέλεση της βελτιστοποίησης. Όμως, οι αντικειμενικές συναρτήσεις και των δύο προβλημάτων που αναλύθηκαν είναι σχετικά περίπλοκες, υπό την έννοια ότι περιλαμβάνουν πολλά αθροίσματα παρόμοιων όρων, που συμβολίζονται με $\sum$, και ολοκληρώματα που περιλαμβάνουν συναρτήσεις αξιοπιστίας μονάδων. Για κάθε ένα από τα αθροίσματα αυτά ή τα ολοκληρώματα ήταν αναγκαίο να δημιουργηθούν ξεχωριστά function handles (M-files) με κατάλληλες μεταβλητές εισόδου και εξόδου που αποτυπώνουν κατάλληλα κάθε όρο της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτά τα function handles, που αποτυπώνουν σωστά σε μορφή κώδικα αυτούς τους όρους, καλούνται από το function handle της αντικειμενικής συνάρτησης το οποίο με την σειρά του καλείται από το κεντρικό πρόγραμμα όπου με την βοήθεια είτε της εντολής `patternsearch` είτε της `ga` λαμβάνεται η βέλτιστη λύση και οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης ανάλογα με την κάθε περίπτωση.

Ενδεικτικά παρουσιάζεται ο τρόπος γραφής του κώδικα στο MATLAB στο παράρτημα της εργασίας για κάθε μοντέλο.

Στις απλές περιπτώσεις των Μοντέλων 1.1 και 2.1 δεν ήταν απαραίτητη η χρήση κάποιας από τις εντολές που αναφέρθηκαν, καθώς ο περιορισμός $N_1 T_1 = S$ σε συνδυασμό με τον περιορισμό ότι η μεταβλητή απόφασης N_1 λαμβάνει μόνο ακέραιες θετικές τιμές διευκόλυναν αρκετά την επίλυση. Έτσι με την βοήθεια ενός επαναληπτικού βρόχου, δηλαδή for loop, με ακέραιες τιμές για την μεταβλητή επανάληψης, έγινε απαρίθμηση των δυνατών συνδυασμών που ενδεχομένως δίνουν την βέλτιστη λύση. Με την χρήση της εντολής if κάθε φορά που υπολογιζόταν η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, για ένα σετ τιμών, αν αυτή ήταν η ελάχιστη που είχε βρεθεί αποθηκευόταν στην μνήμη ως η βέλτιστη με τις αντίστοιχες τιμές για τις μεταβλητές απόφασης. Με αυτή την λογική, μετά την ολοκλήρωση όλων των επαναλήψεων των δυνατών συνδυασμών λαμβάνεται η βέλτιστη λύση και οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης. Είναι προφανές ότι κάτι τέτοιο δεν θα ήταν εφικτό αν δεν υπήρχαν οι παραπάνω περιορισμοί, καθώς τότε θα απαιτούνταν τεράστιος υπολογιστικός χρόνος για την εύρεση της βέλτιστης λύσης και δεν θα ήμασταν βέβαιοι αν θα ήταν πραγματικά η βέλτιστη ή μία τοπική βέλτιστη λύση. Αυτή η μέθοδος επίλυσης δεν κρίνεται αποτελεσματική για τα Μοντέλα 1.2, 2.2 και 3 καθώς αυξάνεται σημαντικά ο υπολογιστικός χρόνος.

Η εντολή patternsearch αποτελεί ιδανική επιλογή για προβλήματα με σχετικά μικρό αριθμό μεταβλητών απόφασης, όπως στις περιπτώσεις της παρούσας εργασίας, και λειτουργεί μόνο με προβλήματα που οι μεταβλητές απόφασης είναι συνεχείς και όχι ακέραιες. Έτσι διαφαίνεται ήδη ένας σημαντικός περιορισμός αυτής της συνάρτησης. Τα προβλήματα που αναλύθηκαν περιέχουν τόσο συνεχείς όσο και ακέραιες μεταβλητές απόφασης. Έτσι είναι αδύνατο να επιλυθεί, ολικά, απευθείας το πρόβλημα και ήταν αναγκαίο να γίνει απαρίθμηση για τις ακέραιες μεταβλητές απόφασης, ώστε να λαμβάνονται αυτές ως σταθερές και ύστερα ο αλγόριθμος της εντολής patternsearch να λαμβάνει τις βέλτιστες τιμές για τις συνεχείς μεταβλητές. Με την βοήθεια εντολής συνθήκης - if κάθε φορά αποθηκευόταν στην μνήμη η βέλτιστη τιμή για την αντικειμενική συνάρτηση και τις μεταβλητές απόφασης. Στο τέλος της απαρίθμησης το πρόγραμμα έδινε το ολικό βέλτιστο σημείο και το βέλτιστο κόστος. Κατά αυτόν τον τρόπο, ο μη γραμμικός περιορισμός των μοντέλων γινόταν γραμμικός. Αυτή η μέθοδος εφαρμόστηκε στα Μοντέλα 1.2, 2.2 και 3. Προφανώς, αυτή η μέθοδος απαιτεί αυξημένο υπολογιστικό χρόνο κατά την επίλυση, παρ'

αυτά όχι ιδιαίτερα μεγάλο για να κριθεί ακατάλληλη μέθοδος. Αυτή η μέθοδος είναι ωφέλιμη για περιπτώσεις προβλημάτων όπως αυτές που συζητήθηκαν, καθώς η βέλτιστη τιμή προκύπτει για σχετικά μικρές τιμές των ακέραιων μεταβλητών, όπως θα φανεί στο Κεφάλαιο 5, έτσι δεν ήταν αναγκαία μία εξαντλητική απαρίθμηση των δυνατών συνδυασμών που θα έκρινε αυτή την τακτική επίλυσης ως υπολογιστικά ασύμφορη.

Η εντολή `patternsearch` βρίσκει μία ακολουθία σημείων $x_0, x_1, \dots$ με σκοπό να προσεγγίσει ένα βέλτιστο σημείο, όπου η αντικειμενική συνάρτηση μειώνεται. Χρησιμοποιεί αυτόματα ως αλγόριθμο επίλυσης τον `GPS algorithm`. Αυτό δεν ισχύει για την περίπτωση προβλημάτων με μη γραμμικούς περιορισμούς, όπου χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος `Augmented Lagrangian Pattern Search` [21], όμως με την απαρίθμηση των δυνατών συνδυασμών που αναφέραμε αναιρείται η μη γραμμικότητα των περιορισμών των προβλημάτων.

Ο τρόπος που λειτουργεί γενικά ο `GPS algorithm` που χρησιμοποιεί η εντολή `patternsearch` για ένα πρόβλημα χωρίς όρια και γραμμικούς περιορισμούς είναι ο εξής [22] :

Αρχικά δίνεται ένα τυχαίο αρχικό σημείο από τον χρήστη. Με βάση αυτό το σημείο x_0 αρχίζει να δημιουργεί το πλέγμα ο αλγόριθμος. Έστω ότι αυτό το σημείο είναι το $x_0 = [5 \ 3]$. Κατά την πρώτη επανάληψη, το μέγεθος του πλέγματος είναι 1 και ο αλγόριθμος προσθέτει διανύσματα (pattern vectors) στο αρχικό σημείο για να υπολογίσει νέα σημεία πλέγματος. Δηλαδή προκύπτουν τα σημεία:

$$[1 \ 0] + x_0 = [6 \ 3]$$

$$[0 \ 1] + x_0 = [5 \ 4]$$

$$[-1 \ 0] + x_0 = [4 \ 3]$$

$$[0 \ -1] + x_0 = [5 \ 2]$$

Στην συνέχεια, ο αλγόριθμος υπολογίζει την αντικειμενική συνάρτηση σε κάθε σημείο και προσπαθεί να βρει ένα σημείο με μικρότερη αντικειμενική συνάρτηση από το αρχικό, αν βρει τέτοιο σημείο τότε θεωρείται `successful roll` στην πρώτη επανάληψη . Έστω ότι το σημείο $[6 \ 3]$ έχει μικρότερη αντικειμενική συνάρτηση από το αρχικό, τότε λαμβάνει αυτό ως σημείο για την δεύτερη επανάληψη όπου το μέγεθος του πλέγματος είναι 2, δηλαδή $x_1 = [6 \ 3]$. Έπειτα, συνεχίζει στην δεύτερη επανάληψη αυξάνοντας το μέγεθος του πλέγματος με τον εξής τρόπο:

$$2 * [1 \ 0] + x_1 = [8 \ 3]$$

$$2 * [0 \ 1] + x_1 = [6 \ 5]$$

$$2 * [-1 \ 0] + x_1 = [4 \ 3]$$

$$2 * [0 \ -1] + x_1 = [6 \ 1]$$

Εάν κάποιο από αυτά τα σημεία δίνει μικρότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, λαμβάνεται αυτό ως σημείο x_2 για την τρίτη επανάληψη όπου αυξάνεται εκ νέου το μέγεθος του πλέγματος που τώρα είναι 4 και συνεχίζεται η διαδικασία με ίδια λογική. Ο αλγόριθμος σταματάει ανάλογα με την ανοχή που έχει οριστεί ως ικανοποιητική για το μέγεθος πλέγματος ή τον μέγιστο επιτρεπτό αριθμό επαναλήψεων. Ο αλγόριθμος σταματάει και σε άλλες περιπτώσεις, οι οποίες αναλύονται στην πηγή που παραθέσαμε παραπάνω. Εάν, παραδείγματος χάριν, στην τρίτη επανάληψη το σημείο x_2 δίνει την βέλτιστη τιμή και όχι κάποιο από τα σημεία του πλέγματος τότε θεωρείται unsuccessful roll στην τρίτη επανάληψη και στην επόμενη επανάληψη θεωρείται το ίδιο σημείο ως αρχικό πάλι και υποδιπλασιάζεται το υπάρχον πλέγμα συνεχίζοντας με ανάλογη λογική. Εννοείται ότι όλα τα σημεία υπολογίζονται τηρώντας τους περιορισμούς και τα όρια που τίθενται ανάλογα με το κάθε πρόβλημα.

Η δεύτερη εντολή ga χρησιμοποιήθηκε ως εναλλακτική λύση, καθώς δεν απαιτεί οι μεταβλητές απόφασης να είναι μόνο συνεχείς, αλλά είναι δυνατόν να είναι και ακέραιες. Χρησιμοποιεί τον γενετικό αλγόριθμο κατά την βελτιστοποίηση και μπορεί να διαχειριστεί προβλήματα με μη γραμμικούς περιορισμούς. Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης δίδεται σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, αν και είναι υποβέλτιστο στις περιπτώσεις των Μοντέλων 1 και 2, σε σύγκριση με την τακτική που χρησιμοποιήθηκε η εντολή patternsearch. Ο αναλυτικός τρόπος λειτουργίας του γενετικού αλγορίθμου δίδεται στο άρθρο [23].

Στον Πίνακα 4-1, που παρατίθεται παρακάτω, δίδονται παραδείγματα που αποδεικνύουν ότι η εντολή ga δίνει υποβέλτιστα αποτελέσματα στα Μοντέλα 1 και 2. Ο σημαντικότερος λόγος για τον οποίο δεν είναι δυνατό να βρεθεί η βέλτιστη λύση αφορά τον αλγόριθμο επίλυσης προβλημάτων με ακέραιες μεταβλητές απόφασης. Πιο συγκεκριμένα, όταν έχουμε ένα πρόβλημα με ακέραιες μεταβλητές απόφασης και μη γραμμικούς περιορισμούς ισότητας είναι αναγκαία η τροποποίηση των περιορισμών αυτών για να λειτουργήσει ο αλγόριθμος [24]. Αλλά ακόμη και αν λειτουργήσει δεν είναι εγγυημένο ότι θα λειτουργήσει όπως είναι επιθυμητό, το οποίο φάνηκε και στην πράξη από τα αποτελέσματα που παρατίθενται. Τα παρακάτω αποτελέσματα ελήφθησαν με βάση την περίπτωση 0 που

αναλύεται περαιτέρω στο Κεφάλαιο 5, όπου και παρατίθενται όλες οι παράμετροι που οδηγούν στο συνολικό κόστος που παρουσιάζεται στον Πίνακα 4-1.

Πίνακας 4-1: Αποτελέσματα βέλτιστου συνολικού κόστους/μοναδιαίου συνολικού κόστους κάθε μοντέλου και μεθόδου επίλυσης περίπτωσης 0.

Μοντέλο	Μέθοδος επίλυσης	Βέλτιστο συνολικό κόστος/ μοναδιαίο συνολικό κόστος (ανάλογα το εκάστοτε μοντέλο)
1.2	Απαρίθμηση δυνατών συνδυασμών - patternsearch	36,5785
1.2	Genetic algorithm	38,9190
2.2	Απαρίθμηση δυνατών συνδυασμών - patternsearch	54,4479
2.2	Genetic algorithm	66,2851
3	Απαρίθμηση δυνατών συνδυασμών - patternsearch	0,0668
3	Genetic algorithm	0,0668

Ενδεικτικά δίδονται οι χρόνοι εκτέλεσης της βελτιστοποίησης στο MATLAB για κάθε Μοντέλο και για κάθε τρόπο επίλυσης με βάση τα στοιχεία παραμέτρων που θα αναφερθούν πιο αναλυτικά στο Κεφάλαιο 5.

Πίνακας 4-2: Τιμές απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου κάθε μοντέλου και μεθόδου επίλυσης.

Μοντέλο	Μέθοδος επίλυσης	Απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος (δευτερόλεπτα)
1.1	Απαρίθμηση δυνατών συνδυασμών	0,353
2.1	Απαρίθμηση δυνατών συνδυασμών	29,127
1.2	Απαρίθμηση δυνατών συνδυασμών - patternsearch	65,054
1.2	Genetic algorithm	0,439
2.2	Απαρίθμηση δυνατών συνδυασμών - patternsearch	214,056
2.2	Genetic algorithm	2,559
3	Απαρίθμηση δυνατών συνδυασμών - patternsearch	141,855
3	Genetic algorithm	6,437

Κεφάλαιο 5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα βελτιστοποίησης για κάθε μοντέλο, τα οποία προέκυψαν με την βοήθεια του MATLAB. Για όλα τις περιπτώσεις που θα αναλυθούν θεωρείται πως οι βλάβες στις μονάδες ακολουθούν κατανομή τύπου Weibull με διαφορετικές παραμέτρους για κάθε περίπτωση μονάδας (κανονικής και μειωμένης διάρκειας) και για κάθε μοντέλο. Οι παράμετροι κατανομών αποτυχίας με δείκτη 1 αφορούν την κατανομή των μονάδων μειωμένης διάρκειας λειτουργίας, ενώ αυτοί με δείκτη 2 αφορούν την κατανομή των μονάδων κανονικής διάρκειας. Επίσης ως p συμβολίζουμε το ποσοστό μονάδων μειωμένης διάρκειας ζωής προς το συνολικό πληθυσμό. Ύστερα, για κάθε μοντέλο θα μεταβληθούν οι παράμετροι με σκοπό να παρατηρήσουμε πως αλλάζει η βέλτιστη πολιτική και θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα με την βοήθεια πινάκων και διαγραμμάτων για κάθε περίπτωση. Να σημειωθεί ότι τα Μοντέλα 1 και 2 μελετώνται παράλληλα για την καλύτερη σύγκριση τους και η τελευταία στήλη σε όλους τους πίνακες ανταποκρίνεται στην κατάσταση χωρίς επιθεώρηση. Όταν γίνεται αναφορά στην περίπτωση χωρίς επιθεώρηση, εννοείται η περίπτωση που δεν πραγματοποιείται καμία επιθεώρηση, τόσο κατά την διάρκεια λειτουργίας του συστήματος, όσο και στο τέλος του χρονικού ορίζοντα S που αποσύρεται οριστικά το σύστημα.

5.1 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης Μοντέλου 1 και 2

Στον Πίνακα 5-1 βλέπουμε τις τιμές των παραμέτρων του προβλήματος καθώς και τις βέλτιστες λύσεις για το Μοντέλο 1.1 (Περιοδική επιθεώρηση) και Μοντέλο 1.2 (Μη περιοδική επιθεώρηση). Στον Πίνακα 5-2 βλέπουμε τις τιμές των παραμέτρων του προβλήματος, όπως πριν, καθώς και τις βέλτιστες λύσεις για το Μοντέλο 2.1 (Περιοδική επιθεώρηση) και Μοντέλο 2.2 (Μη περιοδική επιθεώρηση). Η περίπτωση 0 αποτελεί σημείο αναφοράς για την ανάλυση ευαισθησίας που θα πραγματοποιηθεί στη συνέχεια. Σε κάθε πίνακα πρακτικά γράφονται οι παράμετροι στα αριστερά και οι βέλτιστες πολιτικές με το αντίστοιχο κόστος στα δεξιά. Να σημειωθεί ότι η χρονική μονάδα του προβλήματος είναι ο μήνας και το κάθε κόστος υπολογίζεται ενδεικτικά σε ευρώ. Τονίζεται πως για την ανάλυση που θα ακολουθήσει ορίζεται ως $S = 18$ μήνες.

Πίνακας 5-1: Τιμές παραμέτρων και βέλτιστη τιμή Μοντέλου 1.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541

Πίνακας 5-2: Τιμές παραμέτρων και βέλτιστη τιμή Μοντέλου 2.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 2.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 2.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D		a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	72	3	72	0,1	1	15	75		0,05	0,1	7,1556	1	5,4227	2	54,4479	6	3	56,132	99,541

Όπως παρατηρείται για τις δεδομένες τιμές παραμέτρων τόσο η περιοδική επιθεώρηση, όσο και η μη περιοδική επιθεώρηση των δύο μοντέλων μειώνουν σημαντικά το κόστος λειτουργίας του συστήματος σε σχέση με την περίπτωση που δεν πραγματοποιείται επιθεώρηση (μείωση κόστους περίπου 61% στο Μοντέλο 1 και περίπου 43% στο Μοντέλο 2). Η υπεροχή της μη περιοδικής επιθεώρησης στη μείωση κόστους σε σχέση με την πολιτική της περιοδικής επιθεώρησης θα παρατηρηθεί και στις αναλύσεις ευαισθησίας που θα παρουσιαστούν παρακάτω. Παρατηρείται ότι η μη περιοδική επιθεώρηση είναι ελαφρώς καλύτερη από την περιοδική (κατά 3-3,5%), καθώς δίνεται μεγαλύτερη ευελιξία στους χρόνους που πραγματοποιούνται οι επιθεωρήσεις. Επίσης είναι εμφανής η αξία του δεύτερου επιβεβαιωτικού ελέγχου στα Μοντέλα 1.1 και 1.2, αφού παρατηρείται μείωση κόστους της τάξεως του 30% σε σύγκριση με τα Μοντέλα 2.1 και 2.2. Ακόμη, παρατηρούμε πως στο Μοντέλο 1.2, που υπάρχει επιβεβαιωτικός έλεγχος, ευνοείται η διενέργεια πολλών ελέγχων στο πρώιμο διάστημα λειτουργίας της μονάδας, ώστε να περιοριστεί η επίδραση των μονάδων μειωμένης διάρκειας ζωής. Αντίθετα στο Μοντέλο 2.2 ευνοείται η διενέργεια περισσότερων ελέγχων στο δεύτερο μισό του χρονικού ορίζοντα λειτουργίας της μονάδας, ενώ παράλληλα μειώνεται αισθητά ο προτεινόμενος αριθμός επιθεωρήσεων σε σύγκριση με το Μοντέλο 1.2. Ο λόγος που ο συνολικός αριθμός προτεινόμενων επιθεωρήσεων στο Μοντέλο 1.2 είναι σημαντικά μεγαλύτερος από αυτόν του Μοντέλου 2.2 είναι η επιβεβαιωτική επιθεώρηση που εξαλείφει τον κίνδυνο απόσυρσης λειτουργικής μονάδας λόγω ψευδώς θετικής επιθεώρησης. Ενώ στο Μοντέλο 2.2 που δεν εφαρμόζεται δεύτερος επιβεβαιωτικός έλεγχος κάθε αλλαγή λειτουργικής μονάδας, λόγω ψευδώς θετικής επιθεώρησης, προκαλεί ως επακόλουθο την περαιτέρω αύξηση του συνολικού κόστους.

5.2 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου α Μοντέλου 1 και 2

Αρχικά, πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας για την παράμετρο α και καταγράφεται η μεταβολή της κάθε πολιτικής του Μοντέλου 1 στον Πίνακα 5-3, ενώ στον Πίνακα 5-4 καταγράφεται η μεταβολή της κάθε πολιτικής του Μοντέλου 2.

Πίνακας 5-3: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου α Μοντέλου 1.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541
1	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0	0,1	1,6427	6	4,0715	2	34,9455	2	9	36,217	99,541
2	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,1	0,1	2,1179	5	7,4097	1	37,9653	2,5714	7	39,443	99,541
3	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,2	0,1	2,1232	5	7,3828	1	40,3140	3	6	42,079	99,541
4	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,4	0,1	2,5883	4	7,6457	1	44,2268	3,6	5	46,291	99,541

Πίνακας 5-4: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου α Μοντέλου 2.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 2.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 2.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	
0	3	72	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	7,1556	1	5,4227	2	54,4479	6	3	56,132	99,541
1	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0	0,1	1,6443	6	4,0676	2	34,457	2	9	35,67	99,541
2	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,1	0,1	8,1867	1	9,8143	1	63,4785	9	2	64,387	99,541
3	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,2	0,1	8,5375	1	9,4635	1	75,789	9	2	76,024	99,541
4	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,4	0,1	11,5238	1	6,4772	1	98,2646	9	2	99,298	99,541

Όσον αφορά τα Μοντέλα 1.1 και 1.2 παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου α υπάρχει μία μικρή αύξηση του συνολικού κόστους. Η αύξηση του κόστους όμως δεν είναι ανάλογη με την αύξηση του α . Αυτό συμβαίνει εξαιτίας της ύπαρξης δεύτερου-επιβεβαιωτικού ελέγχου που βοηθά να μειωθεί η επίδραση των ψευδώς θετικών επιθεωρήσεων. Πράγματι το κόστος αυξάνεται ελάχιστα, ενώ υπάρχει σημαντική αύξηση της πιθανότητας ψευδώς θετικής επιθεώρησης. Ακόμη και στην περίπτωση 4 του Μοντέλου 1 όπου οι ψευδώς θετικές επιθεωρήσεις έχουν μεγάλη πιθανότητα να συμβούν ($\alpha = 0,4$), το συνολικό κόστος των προτεινόμενων προληπτικών πολιτικών είναι το μισό σε σύγκριση με το κόστος της πολιτικής όπου δεν πραγματοποιούνται επιθεωρήσεις.

Αντίθετα, στα Μοντέλα 2.1 και 2.2 βλέπουμε ότι το κόστος και η βέλτιστη πολιτική είναι πολύ πιο ευαίσθητα στην αύξηση του α . Ενώ μάλιστα στην περίπτωση 4 του Μοντέλου 2 βλέπουμε ότι το συνολικό κόστος γίνεται σχεδόν ίδιο με το κόστος εάν δεν

πραγματοποιούσαμε καμία επιθεώρηση. Παρατηρείται για ακόμη μία φορά λοιπόν η αξία του επιβεβαιωτικού ελέγχου.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση 1 στα Μοντέλα 1 και 2, καθώς η πιθανότητα ψευδώς θετικού ελέγχου είναι 0, δηλαδή χάνει την αξία της η επιβεβαιωτική επιθεώρηση. Πράγματι βλέπουμε ότι στο Μοντέλο 2, που δεν πραγματοποιείται δεύτερος έλεγχος, το συνολικό κόστος κάθε πολιτικής είναι λίγο μικρότερο από το συνολικό κόστος των αντίστοιχων πολιτικών του Μοντέλου 1, που πραγματοποιείται επιβεβαιωτικός έλεγχος. Επιπρόσθετα, παρατηρούμε και στα δύο μοντέλα πως όσο αυξάνεται το ποσοστό των ψευδώς θετικών επιθεωρήσεων μειώνεται ο αριθμός των επιθεωρήσεων, που είναι απόλυτα λογικό αφού όσο περισσότερες επιθεωρήσεις διενεργούνται, τόσο μεγαλύτερη η συνολική πιθανότητα εσφαλμένων επιθεωρήσεων.

Τέλος, να αναφερθεί ότι στο Μοντέλο 1.2 ευνοείται η διενέργεια πολλών επιθεωρήσεων στο πρώιμο στάδιο λειτουργίας σε κάθε περίπτωση μεταβολής του α . Σε αντίθεση, στο Μοντέλο 2.2 οι έλεγχοι είναι πολύ λιγότεροι σε σύγκριση με το Μοντέλο 1.2. Η μόνη περίπτωση που διαφέρει είναι η 1 του Μοντέλου 2.2, καθώς πλέον το μειονέκτημα της πολιτικής αυτής, δηλαδή η μη διενέργεια επιβεβαιωτικών ελέγχων, γίνεται πλεονέκτημα, αφού μηδενίζεται η πιθανότητα ψευδώς θετικών επιθεωρήσεων. Έτσι ευνοείται η διενέργεια πολλών ελέγχων, όπως φαίνεται στον Πίνακα 5-4.

5.3 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 1 και 2

Μεταβάλλοντας τις τιμές της παραμέτρου β παρατηρούμε τις αλλαγές για τα Μοντέλα 1.1 και 1.2 στον Πίνακα 5-5 και για τα 2.1 και 2.2 στον Πίνακα 5-6.

Πίνακας 5-5: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 1.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541
5	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0	1,8975	5	4,2559	2	34,9427	2,5714	7	36,191	99,541
6	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,2	1,5825	7	6,9214	1	38,3393	2	9	39,889	99,541
7	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,4	1,2661	9	6,6040	1	42,8197	1,6364	11	44,858	99,541
8	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,6	0,9745	12	6,3053	1	49,8483	1,2857	14	52,519	99,541

Πίνακας 5-6: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 2.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους			Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 2.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 2.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	
0	3	72	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0,1	7,1556	1	5,4227	2	54,4479	6	3	56,132	99,541
5	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0	7,0577	1	5,4717	2	50,7859	6	3	52,221	99,541
6	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0,2	6,5935	1	3,8025	3	57,9146	6	3	60,503	99,541
7	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0,4	6,4894	1	2,8779	4	66,1942	4,5	4	70,365	99,541
8	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0,6	6,8664	1	2,7837	4	77,2398	4,5	4	82,458	99,541

Όπως βλέπουμε στον Πίνακα 5-5 για το Μοντέλο 1 όσο αυξάνεται η παράμετρος β η βέλτιστη μεταβάλλεται πραγματοποιώντας περισσότερους ελέγχους. Χαρακτηριστικά βλέπουμε ότι για την περίπτωση 8 η βέλτιστη πολιτική για το Μοντέλο 1.1 και το Μοντέλο 1.2 είναι να πραγματοποιηθούν παραπάνω από 10 επιθεωρήσεις. Αυτό συμβαίνει για να αντισταθμιστεί η μεγάλη πιθανότητα των ψευδώς αρνητικών επιθεωρήσεων, καθώς όσο αυξάνεται ο συνολικός αριθμός επιθεωρήσεων μειώνεται η πιθανότητα να μην ανιχνευθεί η βλάβη στην μονάδα. Οι ψευδώς αρνητικές επιθεωρήσεις δεν αυξάνουν αισθητά το συνολικό κόστος, όπως συμβαίνει με την αύξηση των ψευδώς θετικών επιθεωρήσεων. Για το Μοντέλο 1 όσο αυξάνεται το α μειώνεται ο αριθμός των επιθεωρήσεων, ενώ όσο αυξάνεται το β αυξάνεται ο αριθμός των επιθεωρήσεων.

Όμοια, αντίστοιχες παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν για το Μοντέλο 2, παρόλο που σε αυτή την περίπτωση η αύξηση των επιθεωρήσεων δεν είναι τόσο έντονη όσο στο Μοντέλο 1. Ο ρυθμός αύξησης του συνολικού κόστους όσο αυξάνεται η παράμετρος β είναι παρόμοιος και στα 2 μοντέλα.

5.4 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 1 και 2

Η παράμετρος p , όπως είναι αναμενόμενο, παίζει καθοριστικό ρόλο στο συνολικό κόστος και την βέλτιστη πολιτική, καθώς οι μονάδες μειωμένης διάρκειας επηρεάζουν σημαντικά κάθε μεταβλητή του προβλήματος. Στους πίνακες 5-7 και 5-8 βλέπουμε την μεταβολή την παραμέτρου p και την αντίστοιχη μεταβολή της βέλτιστης πολιτικής σε κάθε περίπτωση.

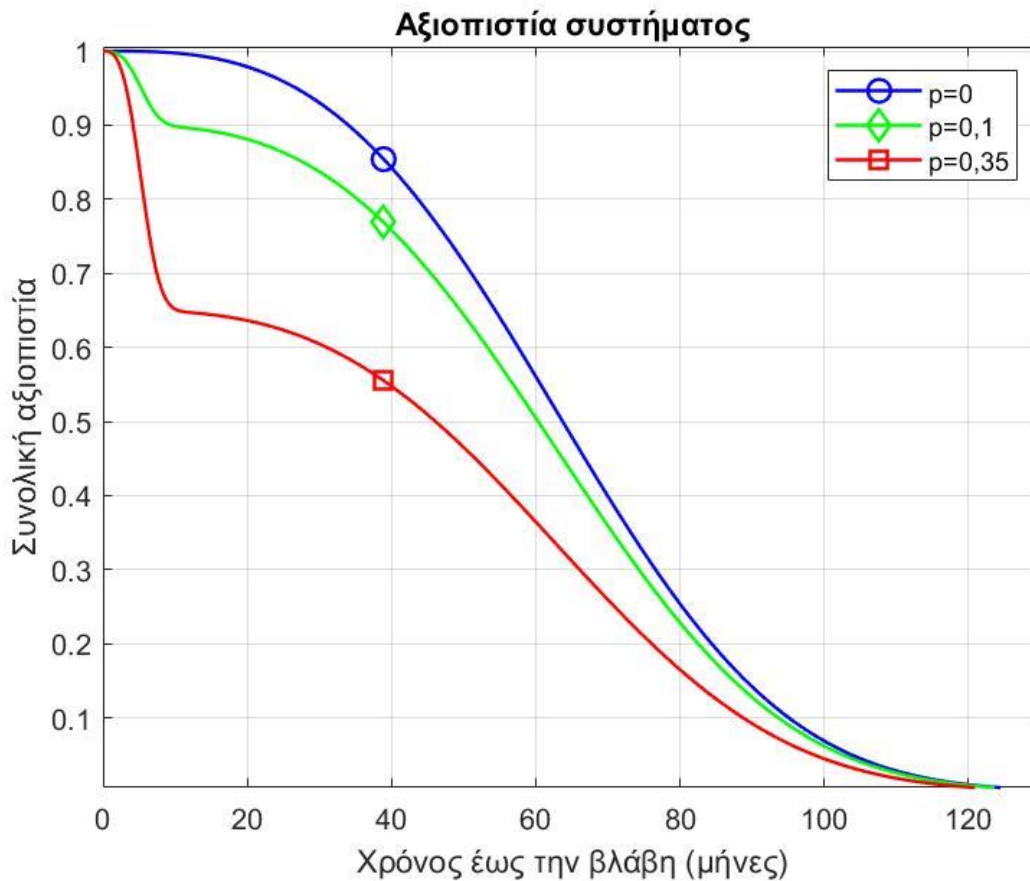
Πίνακας 5-7: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 1.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541
9	3	6	3	72	0	1	15	75	5	0,05	0,1	13,4293	1	4,5697	1	4,8715	9	2	5,560	5,25
10	3	6	3	72	0,05	1	15	75	5	0,05	0,1	2,3798	4	4,24	2	23,1337	3	6	23,701	52,395
11	3	6	3	72	0,15	1	15	75	5	0,05	0,1	1,4214	7	4,0247	2	48,984	1,8	10	50,989	146,686
12	3	6	3	72	0,2	1	15	75	5	0,05	0,1	1,2555	8	3,9777	2	60,8843	1,6364	11	63,379	193,832
13	3	6	3	72	0,3	1	15	75	5	0,05	0,1	1,0228	10	3,8853	2	83,6998	1,2857	14	86,837	288,123
14	3	6	3	72	0,35	1	15	75	5	0,05	0,1	0,9378	11	3,8416	2	94,7543	1,1250	16	98,077	335,268

Πίνακας 5-8: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 2.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 2.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 2.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	72	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	7,1556	1	5,4227	2	54,4479	6	3	56,132	99,541
9	3	6	3	72	0	1	15	75	5	0,05	0,1	17,6247	1	0,3763	1	6,2177	9	2	11,858	5,25
10	3	6	3	72	0,05	1	15	75	5	0,05	0,1	8,3415	1	9,6595	1	34,9100	9	2	35,214	52,395
11	3	6	3	72	0,15	1	15	75	5	0,05	0,1	6,1899	1	3,9370	3	70,8817	4,5	4	73,873	146,686
12	3	6	3	72	0,2	1	15	75	5	0,05	0,1	5,4710	1	3,1325	4	85,3594	3,6	5	88,854	193,832
13	3	6	3	72	0,3	1	15	75	5	0,05	0,1	4,6056	1	2,2326	6	111,1035	2,5714	7	115,479	288,123
14	3	6	3	72	0,35	1	15	75	5	0,05	0,1	4,3173	1	1,9548	7	122,7484	2,5714	7	127,326	335,268

Ενδεικτικά, για την καλύτερη κατανόηση της επιρροής της πιθανότητας p στο σύστημα, στην βέλτιστη πολιτική και στο κόστος, στο Σχήμα 5-1 βλέπουμε την σχηματική μεταβολή της συνολικής αξιοπιστίας όσο μεταβάλλεται η παράμετρος.



Σχήμα 5-1: Σχηματική απεικόνιση μεταβολής αξιοπιστίας λόγω μεταβολής παραμέτρου p .

Όπως παρατηρούμε στο Σχήμα 5-1 ιδίως στην αρχή, πριν το χρονικό σημείο 20, η επιρροή των μονάδων μειωμένης διάρκειας είναι μεγάλη. Συγκεκριμένα, μετά τις 20 πρώτες χρονικές μονάδες, εάν $p = 0$ η αξιοπιστία του συστήματος είναι περίπου 0,98, εάν $p = 0,1$ τότε η αξιοπιστία είναι περίπου 0,88 και τέλος εάν $p = 0,35$ η αξιοπιστία είναι 0,63. Από τους Πίνακες 5-7 και 5-8 βλέπουμε την σημαντική μείωση του κόστους όταν η παράμετρος p μηδενίζεται, όμοια όταν το p αυξάνεται παραπάνω από την περίπτωση 0 τότε αυξάνεται σημαντικά και το συνολικό κόστος.

Πιο συγκεκριμένα στον Πίνακα 5-7 για το μοντέλο 1.2 βλέπουμε ότι όσο αυξάνεται η παράμετρος p τόσο μειώνεται ο χρόνος T_1 και αυξάνεται ο αριθμός επιθεωρήσεων, N_1 , αντίθετα οι μεταβλητές απόφασης T_2, N_2 μένουν σχεδόν σταθερές. Αυτό συμβαίνει γιατί αυξάνεται το ποσοστό ελαττωματικών μονάδων, έτσι είναι αναγκαίες περισσότερες επιθεωρήσεις για να γίνουν εμφανείς οι ενδεχόμενες βλάβες λόγω ελαττωματικών μονάδων. Όπως είναι λογικό η αύξηση των επιθεωρήσεων ακολουθείται από μία ανάλογη αύξηση στο συνολικό κόστος. Σε κάθε περίπτωση τόσο το Μοντέλο 1.2 όσο και το Μοντέλο 1.1 μειώνουν

αισθητά το κόστος σε σχέση με την πολιτική που δεν πραγματοποιούνται επιθεωρήσεις. Παρατηρούμε επίσης ότι με το Μοντέλο 1.2 πραγματοποιούνται λιγότερες επιθεωρήσεις, σε κάθε περίπτωση, σε σχέση με το Μοντέλο 1.1. Αξίζει να σημειωθεί η περίπτωση 9, όπου με τιμή $p = 0$ η βέλτιστη πολιτική είναι του Μοντέλου 1.2 που δίνει το μικρότερο συνολικό κόστος, ενώ η πολιτική του Μοντέλου 1.1 κρίνεται η χειρότερη καθώς δίνει μεγαλύτερο κόστος ακόμη και από την περίπτωση μη διενέργειας επιθεωρήσεων. Φαίνεται λοιπόν πως η πολιτική δύο φάσεων μπορεί να αποδειχθεί χρήσιμη ακόμη και σε περιπτώσεις όπου η απλούστερη πολιτική 1.1 φαίνεται να μην παρουσιάζει κανένα όφελος.

Όσον αφορά το Μοντέλο 2 από τον Πίνακα 5-8 βλέπουμε ότι για την βέλτιστη πολιτική του Μοντέλου 2.2 όσο αυξάνεται η παράμετρος p , ο χρόνος T_1 μειώνεται ενώ ο αριθμός των διαστημάτων N_1 παραμένει σταθερός. Επίσης ο χρόνος T_2 μειώνεται και ο αριθμός των διαστημάτων, άρα και επιθεωρήσεων, N_2 αυξάνεται. Όπως είναι λογικό επίσης όσον αφορά την περιοδική πολιτική 2.1 ο αριθμός επιθεωρήσεων αυξάνεται με την αύξηση του p , αφού υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα βλάβης στο σύστημα. Σε κάθε περίπτωση η πολιτική δύο φάσεων είναι καλύτερη από την περιοδική πολιτική και αυτή με την σειρά της καλύτερη από την πολιτική που δεν διενεργούνται επιθεωρήσεις, με εξαίρεση την περίπτωση 9. Αναφέραμε πριν για την περίπτωση 9 στο Μοντέλο 1 ότι μόνο η μη περιοδική 1.2 κατάφερε να μειώσει το συνολικό κόστος. Στο Μοντέλο 2 για την περίπτωση 9 βλέπουμε ότι τόσο η μη περιοδική επιθεώρηση 2.2, όσο και η περιοδική 2.1 χειροτερεύουν το συνολικό κόστος. Για αυτό προτιμάται η πολιτική μη διενέργειας επιθεωρήσεων. Διαφαίνεται για ακόμη μία φορά λοιπόν η αξία του δεύτερου επιβεβαιωτικού ελέγχου της πολιτικής 1.2, καθώς είναι η μόνη που μειώνει το κόστος όταν όλες οι άλλες κρίνονται αναποτελεσματικές.

5.5 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 1 και 2

Σε αυτό το σημείο θα πραγματοποιηθεί ανάλυση ευαισθησίας για την παράμετρο c_0 . Στον Πίνακα 5-9 παρουσιάζονται οι περιπτώσεις για το Μοντέλο 1 και στον Πίνακα 5-10 για το Μοντέλο 2.

Πίνακας 5-9: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 1.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541
15	3	6	3	72	0,1	0,5	15	75	5	0,05	0,1	1,4374	7	3,9686	2	33,0656	1,8	10	34,19	99,541
16	3	6	3	72	0,1	2	15	75	5	0,05	0,1	2,5808	4	7,676	1	41,5235	3	6	43,352	99,541
17	3	6	3	72	0,1	5	15	75	5	0,05	0,1	3,3306	3	8,0072	1	51,4198	3	6	53,759	99,541
18	3	6	3	72	0,1	10	15	75	5	0,05	0,1	7,93	1	10,069	1	60,497	9	2	62,418	99,541

Πίνακας 5-10: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 2.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 2.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 2.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	
0	3	72	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	7,1556	1	5,4227	2	54,4479	6	3	56,132	99,541
15	3	6	3	72	0,1	0,5	15	75	5	0,05	0,1	6,4729	1	3,8427	3	53,3347	6	3	55,184	99,541
16	3	6	3	72	0,1	2	15	75	5	0,05	0,1	7,1601	1	5,4204	2	56,3277	6	3	58,028	99,541
17	3	6	3	72	0,1	5	15	75	5	0,05	0,1	8,0542	1	9,9468	1	61,2168	9	2	62,569	99,541
18	3	6	3	72	0,1	10	15	75	5	0,05	0,1	8,0542	1	9,9468	1	66,2168	9	2	67,569	99,541

Παρατηρείται ότι και στα δύο μοντέλα με την αύξηση του κόστους c_0 αυξάνεται το συνολικό κόστος και μειώνεται ο αριθμός των συνολικών επιθεωρήσεων, που είναι λογικό. Παρατηρούμε ωστόσο, ότι στα Μοντέλα 1.1 και 1.2 η αλλαγή της βέλτιστης λύσης είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την μεταβολή στα Μοντέλα 2.1 και 2.2, όσο αυξάνεται το κόστος επιθεώρησης. Στα Μοντέλα 2.1 και 2.2 ο συνολικός αριθμός επιθεωρήσεων είναι μικρότερος και το συνολικό κόστος μεγαλύτερο σε σχέση με τα Μοντέλα 1.1 και 1.2. Σε κάθε περίπτωση το Μοντέλο 1.2 δίνει το βέλτιστο κόστος και την καλύτερη πολιτική επιθεώρησης. Να επισημανθεί πως στην Περίπτωση 18 το κόστος $c_0 > c_I$, το οποίο συνήθως δεν συμβαίνει σε ρεαλιστικά πλαίσια. Ωστόσο, παρουσιάστηκε και αυτή η περίπτωση για να μελετηθεί και αυτό το ενδεχόμενο, χωρίς εν τέλει να προκύψει μη αναμενόμενη αύξηση ή μείωση στο συνολικό κόστος.

5.6 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_P Μοντέλου 1 και 2

Δίδονται στους Πίνακες 5-11 και 5-12 οι μεταβολές των βέλτιστων πολιτικών για κάθε μοντέλο.

Πίνακας 5-11: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_P Μοντέλου 1.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541
19	3	6	3	72	0,1	1	5	75	5	0,05	0,1	1,6438	6	4,0681	2	24,6188	2	9	26,168	99,541
20	3	6	3	72	0,1	1	10	75	5	0,05	0,1	1,6447	6	4,0654	2	30,6027	2,25	8	32,056	99,541
21	3	6	3	72	0,1	1	30	75	5	0,05	0,1	2,118	5	7,4088	1	54,1014	2,5714	7	55,326	99,541
22	3	6	3	72	0,1	1	50	75	5	0,05	0,1	2,5803	4	7,6777	1	76,8511	3,6	5	77,733	99,541

Πίνακας 5-12: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_P Μοντέλου 2.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 2.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 2.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D		a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	
0	3	72	3	72	0,1	1	15	75		0,05	0,1	7,1556	1	5,4227	2	54,4479	6	3	56,132	99,541
19	3	6	3	72	0,1	1	5	75		0,05	0,1	4,8884	1	2,6225	5	31,9664	3	6	33,585	99,541
20	3	6	3	72	0,1	1	10	75		0,05	0,1	6,1902	1	3,9369	3	44,4167	4,5	4	46,571	99,541
21	3	6	3	72	0,1	1	30	75		0,05	0,1	8,4053	1	9,5957	1	76,2297	9	2	76,603	99,541
22	3	6	3	72	0,1	1	50	75		0,05	0,1	12,9526	1	5,0484	1	99,7667	9	2	100,648	99,541

Όσο αυξάνεται το κόστος μη διαθεσιμότητας της μονάδας μετά την απόσυρση μειώνεται ο συνολικός αριθμός επιθεωρήσεων σε κάθε μοντέλο, ώστε να μειωθεί η πιθανότητα να προκύψει ανάγκη απόσυρσης της μονάδας. Ταυτόχρονα, μεγαλώνει το χρονικό διάστημα T_1 , όσο αυξάνεται το κόστος μη διαθεσιμότητας. Σε κάθε περίπτωση η μη περιοδική πολιτική και στα δύο μοντέλα δίνει μικρότερο συνολικό κόστος από την αντίστοιχη περιοδική πολιτική, με εξαίρεση για την περίπτωση 22 της πολιτικής 2.1 και 2.2. Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε ότι όταν το κόστος μη διαθεσιμότητας είναι ίσο με 50, οι βέλτιστες πολιτικές του Μοντέλου 2.1 και 2.2 κρίνονται χειρότερες από την πολιτική μη διενέργειας επιθεωρήσεων. Όπως είναι αναμενόμενο, το κόστος μη διαθεσιμότητας μετά την απόσυρση δεν επηρεάζει το κόστος της πολιτικής μη επιθεώρησης, καθώς δεν αποσύρεται ποτέ η μονάδα.

5.7 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_d Μοντέλου 1 και 2

Τώρα θα μελετηθεί η επίδραση του κόστους μη διαθεσιμότητας πριν την απόσυρση της μονάδας. Στον Πίνακα 5-13 παρουσιάζονται οι μεταβολές για το Μοντέλο 1 και στον Πίνακα 5-14 για το Μοντέλο 2.

Πίνακας 5-13: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_d Μοντέλου 1.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541
23	3	6	3	72	0,1	1	15	25	5	0,05	0,1	4,5907	2	8,8175	1	26,4131	6	3	26,67	33,18
24	3	6	3	72	0,1	1	15	50	5	0,05	0,1	2,1213	5	7,3924	1	32,4615	3	6	33,5	66,361
25	3	6	3	72	0,1	1	15	100	5	0,05	0,1	1,4397	7	3,9607	2	39,7694	2	9	41,502	132,721

Πίνακας 5-14: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_d Μοντέλου 2.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 2.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 2.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	72	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	7,1556	1	5,4227	2	54,4479	6	3	56,132	99,541
23	3	6	3	72	0,1	1	15	25	5	0,05	0,1	9,4622	1	8,5388	1	32,1715	9	2	32,212	33,18
24	3	6	3	72	0,1	1	15	50	5	0,05	0,1	8,1977	1	9,8033	1	44,8438	9	2	45,391	66,361
25	3	6	3	72	0,1	1	15	100	5	0,05	0,1	6,2569	1	3,9147	3	61,7620	4,5	4	64,867	132,721

Όπως παρατηρείται όσο αυξάνεται το κόστος c_d , τόσο στο Μοντέλο 1 όσο και στο Μοντέλο 2, αυξάνεται και ο αριθμός των επιθεωρήσεων που διενεργούνται. Η αλλαγή αυτή είναι εντονότερη στο Μοντέλο 1, όπου υπάρχει ο δεύτερος επιβεβαιωτικός έλεγχος, το οποίο είναι λογικό καθώς οι επιθεωρήσεις στο Μοντέλο 1 ανιχνεύουν με μεγαλύτερη πιθανότητα τις βλάβες. Επίσης είναι λογικό ότι το κόστος μη διαθεσιμότητας επηρεάζει το κόστος και της πολιτικής μη διενέργειας επιθεωρήσεων. Για ακόμη μία φορά βλέπουμε πως η βέλτιστη πολιτική είναι αυτή του μοντέλου 1.2.

5.8 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_I Μοντέλου 1

Η ανάλυση ευαισθησίας σχετικά με την παράμετρο c_I πραγματοποιείται μόνο για το Μοντέλο 1, καθώς μόνο σε αυτό υφίσταται ο επιβεβαιωτικός έλεγχος. Στον Πίνακα 5-15 παρουσιάζονται οι βέλτιστες πολιτικές.

Πίνακας 5-15: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_I Μοντέλου 1.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541
26	3	6	3	72	0,1	1	15	75	1	0,05	0,1	1,6445	6	4,0659	2	34,8503	2	9	36,149	99,541
27	3	6	3	72	0,1	1	15	75	10	0,05	0,1	2,1139	5	7,4293	1	38,4725	2	7	39,985	99,541
28	3	6	3	72	0,1	1	15	75	30	0,05	0,1	2,5606	4	7,7565	1	44,8562	3	6	47,076	99,541

Όπως είναι αναμενόμενο όσο αυξάνεται το κόστος του δεύτερου ελέγχου, μειώνεται ο αριθμός των επιθεωρήσεων που πραγματοποιούνται και αυξάνεται το συνολικό κόστος. Αλλά ακόμη και στην περίπτωση 28 όπου το κόστος εξαπλασιάζεται σε σχέση με την περίπτωση 0, η αλλαγή στο συνολικό κόστος είναι της τάξεως του 20%. Συνεπώς η επίδραση του κόστους του επιβεβαιωτικού ελέγχου δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική. Αυτό βέβαια οφείλεται στην μικρή πιθανότητα ψευδώς θετικής επιθεώρησης.

5.9 Συνδυαστική ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων Μοντέλου 1 και 2

Τέλος, ολοκληρώνεται η ανάλυση ευαισθησίας για τα δύο μοντέλα παρατηρώντας την συνδυαστική επίδραση ορισμένων παραμέτρων στο συνολικό κόστος. Παράλληλα παρουσιάζονται οι συγκεντρωτικοί πίνακες όλων των περιπτώσεων που αναλύθηκαν. Ο Πίνακας 5-16 αναφέρεται στο Μοντέλο 1, ενώ ο Πίνακας 5-17 στο Μοντέλο 2.

Πίνακας 5-16: Συγκεντρωτικός πίνακας περιπτώσεων Μοντέλου 1.

Περίπωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 1.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 1.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	c_I	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,1	1,8054	6	7,1663	1	36,5785	2,25	8	37,92	99,541
1	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0	0,1	1,6427	6	4,0715	2	34,9455	2	9	36,217	99,541
2	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,1	0,1	2,1179	5	7,4097	1	37,9653	2,5714	7	39,443	99,541
3	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,2	0,1	2,1232	5	7,3828	1	40,3140	3	6	42,079	99,541
4	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,4	0,1	2,5883	4	7,6457	1	44,2268	3,6	5	46,291	99,541
5	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0	1,8975	5	4,2559	2	34,9427	2,5714	7	36,191	99,541
6	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,2	1,5825	7	6,9214	1	38,3393	2	9	39,889	99,541
7	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,4	1,2661	9	6,6040	1	42,8197	1,6364	11	44,858	99,541
8	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,05	0,6	0,9745	12	6,3053	1	49,8483	1,2857	14	52,519	99,541
9	3	6	3	72	0	1	15	75	5	0,05	0,1	13,4293	1	4,5697	1	4,8715	9	2	5,560	5,25
10	3	6	3	72	0,05	1	15	75	5	0,05	0,1	2,3798	4	4,24	2	23,1337	3	6	23,701	52,395
11	3	6	3	72	0,15	1	15	75	5	0,05	0,1	1,4214	7	4,0247	2	48,984	1,8	10	50,989	146,686
12	3	6	3	72	0,2	1	15	75	5	0,05	0,1	1,2555	8	3,9777	2	60,8843	1,6364	11	63,379	193,832
13	3	6	3	72	0,3	1	15	75	5	0,05	0,1	1,0228	10	3,8853	2	83,6998	1,2857	14	86,837	288,123
14	3	6	3	72	0,35	1	15	75	5	0,05	0,1	0,9378	11	3,8416	2	94,7543	1,1250	16	98,077	335,268
15	3	6	3	72	0,1	0,5	15	75	5	0,05	0,1	1,4374	7	3,9686	2	33,0656	1,8	10	34,19	99,541
16	3	6	3	72	0,1	2	15	75	5	0,05	0,1	2,5808	4	7,676	1	41,5235	3	6	43,352	99,541
17	3	6	3	72	0,1	5	15	75	5	0,05	0,1	3,3306	3	8,0072	1	51,4198	3	6	53,759	99,541
18	3	6	3	72	0,1	10	15	75	5	0,05	0,1	7,93	1	10,069	1	60,497	9	2	62,418	99,541
19	3	6	3	72	0,1	1	5	75	5	0,05	0,1	1,6438	6	4,0681	2	24,6188	2	9	26,168	99,541
20	3	6	3	72	0,1	1	10	75	5	0,05	0,1	1,6447	6	4,0654	2	30,6027	2,25	8	32,056	99,541
21	3	6	3	72	0,1	1	30	75	5	0,05	0,1	2,118	5	7,4088	1	54,1014	2,5714	7	55,326	99,541
22	3	6	3	72	0,1	1	50	75	5	0,05	0,1	2,5803	4	7,6777	1	76,8511	3,6	5	77,733	99,541
23	3	6	3	72	0,1	1	15	25	5	0,05	0,1	4,5907	2	8,8175	1	26,4131	6	3	26,67	33,18
24	3	6	3	72	0,1	1	15	50	5	0,05	0,1	2,1213	5	7,3924	1	32,4615	3	6	33,5	66,361
25	3	6	3	72	0,1	1	15	100	5	0,05	0,1	1,4397	7	3,9607	2	39,7694	2	9	41,502	132,721
26	3	6	3	72	0,1	1	15	75	1	0,05	0,1	1,6445	6	4,0659	2	34,8503	2	9	36,149	99,541
27	3	6	3	72	0,1	1	15	75	10	0,05	0,1	2,1139	5	7,4293	1	38,4725	2	7	39,985	99,541
28	3	6	3	72	0,1	1	15	75	30	0,05	0,1	2,5606	4	7,7565	1	44,8562	3	6	47,076	99,541
29	3	6	3	72	0	1	15	75	5	0	0	13,4258	1	4,5732	1	4,49	9	2	5,206	5,25
30	3	6	3	72	0,1	1	15	75	5	0,3	0,3	2,1795	5	7,1016	1	47,9624	2,5714	7	50,199	99,541

Η περίπτωση 29 είναι η ιδανική περίπτωση που θα μπορούσε να υπάρχει, καθώς η πιθανότητα ψευδώς θετικών και ψευδώς αρνητικών επιθεωρήσεων είναι μηδενική. Επίσης δεν υπάρχει πιθανότητα να χρησιμοποιηθεί ελαττωματική μονάδα. Ακόμη και σε αυτή την περίπτωση όμως τόσο η περιοδική πολιτική 1.1, όσο και η μη περιοδική 1.2 μειώνουν το συνολικό κόστος και κρίνονται καλύτερες πολιτικές. Φαίνεται λοιπόν πως ακόμη και σε ιδανικές συνθήκες, που ίσως κρίνεται ως υπερβολική μία πολιτική προληπτικών επιθεωρήσεων, το όφελος της παραμένει και πρέπει να εξετάζεται. Στην περίπτωση 30, βλέπουμε ότι αυξάνοντας σημαντικά την πιθανότητα ψευδώς θετικής και ψευδώς αρνητικής επιθεώρησης, το κόστος αυξάνεται, αλλά όχι αισθητά. Ενώ η βέλτιστη πολιτική τροποποιείται ελάχιστα ως προς τα χρονικά διαστήματα και τον αριθμό επιθεωρήσεων.

Πίνακας 5-17: Συγκεντρωτικός πίνακας περιπτώσεων Μοντέλου 2.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους			Παράμετροι επιθεώρησης		Μη περιοδική επιθεώρηση 2.2 (Βέλτιστη πολιτική)					Περιοδική επιθεώρηση 2.1 (Βέλτιστη πολιτική)			Χωρίς επιθεώρηση
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_P	c_D	a	b	T_1	N_1	T_2	N_2	Κόστος	T_1	N_1	Κόστος	Κόστος
0	3	72	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0,1	7,1556	1	5,4227	2	54,4479	6	3	56,132	99,541
1	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0	0,1	1,6443	6	4,0676	2	34,457	2	9	35,67	99,541
2	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,1	0,1	8,1867	1	9,8143	1	63,4785	9	2	64,387	99,541
3	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,2	0,1	8,5375	1	9,4635	1	75,789	9	2	76,024	99,541
4	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,4	0,1	11,5238	1	6,4772	1	98,2646	9	2	99,298	99,541
5	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0	7,0577	1	5,4717	2	50,7859	6	3	52,221	99,541
6	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0,2	6,5935	1	3,8025	3	57,9146	6	3	60,503	99,541
7	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0,4	6,4894	1	2,8779	4	66,1942	4,5	4	70,365	99,541
8	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,05	0,6	6,8664	1	2,7837	4	77,2398	4,5	4	82,458	99,541
9	3	6	3	72	0	1	15	75	0,05	0,1	17,6247	1	0,3763	1	6,2177	9	2	11,858	5,25
10	3	6	3	72	0,05	1	15	75	0,05	0,1	8,3415	1	9,6595	1	34,9100	9	2	35,214	52,395
11	3	6	3	72	0,15	1	15	75	0,05	0,1	6,1899	1	3,9370	3	70,8817	4,5	4	73,873	146,686
12	3	6	3	72	0,2	1	15	75	0,05	0,1	5,4710	1	3,1325	4	85,3594	3,6	5	88,854	193,832
13	3	6	3	72	0,3	1	15	75	0,05	0,1	4,6056	1	2,2326	6	111,1035	2,5714	7	115,479	288,123
14	3	6	3	72	0,35	1	15	75	0,05	0,1	4,3173	1	1,9548	7	122,7484	2,5714	7	127,326	335,268
15	3	6	3	72	0,1	0,5	15	75	0,05	0,1	6,4729	1	3,8427	3	53,3347	6	3	55,184	99,541
16	3	6	3	72	0,1	2	15	75	0,05	0,1	7,1601	1	5,4204	2	56,3277	6	3	58,028	99,541
17	3	6	3	72	0,1	5	15	75	0,05	0,1	8,0542	1	9,9468	1	61,2168	9	2	62,569	99,541
18	3	6	3	72	0,1	10	15	75	0,05	0,1	8,0542	1	9,9468	1	66,2168	9	2	67,569	99,541
19	3	6	3	72	0,1	1	5	75	0,05	0,1	4,8884	1	2,6225	5	31,9664	3	6	33,585	99,541
20	3	6	3	72	0,1	1	10	75	0,05	0,1	6,1902	1	3,9369	3	44,4167	4,5	4	46,571	99,541
21	3	6	3	72	0,1	1	30	75	0,05	0,1	8,4053	1	9,5957	1	76,2297	9	2	76,603	99,541
22	3	6	3	72	0,1	1	50	75	0,05	0,1	12,9526	1	5,0484	1	99,7667	9	2	100,648	99,541
23	3	6	3	72	0,1	1	15	25	0,05	0,1	9,4622	1	8,5388	1	32,1715	9	2	32,212	33,18
24	3	6	3	72	0,1	1	15	50	0,05	0,1	8,1977	1	9,8033	1	44,8438	9	2	45,391	66,361
25	3	6	3	72	0,1	1	15	100	0,05	0,1	6,2569	1	3,9147	3	61,7620	4,5	4	64,867	132,721
26	3	6	3	72	0	1	15	75	0	0	13,4896	1	4,5114	1	4,4618	9	2	5,196	5,25
27	3	6	3	72	0,1	1	15	75	0,3	0,3	10,5614	1	7,4396	1	97,7449	9	2	98,281	99,541

Όπως και στο Μοντέλο 1 πριν, έτσι και τώρα, στην περίπτωση 26 που είναι η ιδανική παρατηρούμε ότι οι πολιτικές των μοντέλων 2.1 και 2.2 εξακολουθούν να μειώνουν το συνολικό κόστος, ακόμη και χωρίς την ύπαρξη επιβεβαιωτικού ελέγχου. Συνεπώς παρατηρείται για ακόμη μία φορά η αξία της προληπτικής επιθεώρησης. Στην περίπτωση 27, παρατηρούμε ότι αυξάνοντας σημαντικά την πιθανότητα ψευδώς θετικής και ψευδώς αρνητικής επιθεώρησης το κόστος αυξάνεται σημαντικά. Μάλιστα η βέλτιστη πολιτική τροποποιείται ως προς τα χρονικά διαστήματα και τον αριθμό επιθεωρήσεων, ενώ το συνολικό κόστος είναι οριακά καλύτερο για τις πολιτικές των μοντέλων 2.1 και 2.2.

Ολοκληρώνεται σε αυτό το σημείο η ανάλυση ευαισθησίας για τα Μοντέλα 1 και 2 και ακολουθεί για το Μοντέλο 3.

5.10 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης Μοντέλου 3

Η ανάλυση αποτελεσμάτων για το Μοντέλο 3 που θα ακολουθήσει είναι ανεξάρτητη από αυτή που έγινε για τα προηγούμενα δύο μοντέλα. Παρόλα αυτά, ο τρόπος που θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα είναι παρόμοιος. Στον Πίνακα 5-18 βλέπουμε τις τιμές των παραμέτρων του προβλήματος καθώς και τις βέλτιστες λύσεις για κάθε περίπτωση. Η περίπτωση 0 αποτελεί σημείο αναφοράς για την ανάλυση ευαισθησίας που θα πραγματοποιηθεί στη συνέχεια. Σε κάθε πίνακα πρακτικά γράφονται οι τιμές των παραμέτρων στα αριστερά και η βέλτιστη πολιτική με το αντίστοιχο κόστος στα δεξιά. Να σημειωθεί ότι η χρονική μονάδα είναι η ώρα και το κάθε κόστος υπολογίζεται ενδεικτικά σε ευρώ.

Πίνακας 5-18: Τιμές παραμέτρων και βέλτιστη τιμή Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668

Οι τιμές που επιλέχθηκαν είναι τέτοιες ώστε να αντικατοπτρίζουν μία πραγματική περίπτωση, τόσο ως προς τις τιμές κόστους όσο και ως προς την πιθανότητα χρησιμοποίησης ελαττωματικής μονάδας και εσφαλμένων επιθεωρήσεων. Όπως βλέπουμε στην περίπτωση 0 η βέλτιστη πολιτική προτείνει έξι επιθεωρήσεις ανά 606 ώρες περίπου και ύστερα προληπτική αντικατάσταση σε 4 245,06 ώρες.

5.11 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου α Μοντέλου 3

Στον πίνακα 5-19 δίδονται οι περιπτώσεις που μελετήθηκαν για τις διαφορετικές τιμές της παραμέτρου α , που σχετίζεται με τις ψευδώς θετικές επιθεωρήσεις.

Πίνακας 5-19: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου α Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668
1	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0	0,2	363,7813	11	0,0471
2	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,1	0,2	512,0625	8	0,0571
3	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,4	0,2	733,2188	6	0,0885

Όπως φαίνεται στην περίπτωση 1 σε σχέση με την περίπτωση 0, όταν μηδενίζεται η παράμετρος α αυξάνεται σημαντικά ο αριθμός των επιθεωρήσεων της βέλτιστης πολιτικής, ενώ μειώνεται σημαντικά το χρονικό διάστημα μεταξύ των επιθεωρήσεων. Ο χρόνος που προτείνεται να πραγματοποιηθεί η προληπτική αντικατάσταση είναι περίπου ίδιος, δηλαδή 4 001 ώρες. Γενικά όσο αυξάνεται το α , αυξάνεται το χρονικό διάστημα μεταξύ των επιθεωρήσεων και αυτό είναι λογικό καθώς αυξάνεται ο κίνδυνος να αντικατασταθούν λειτουργικές μονάδες χωρίς βλάβη. Στην περίπτωση 2 προτείνεται προληπτική αντικατάσταση στις 4 096,5 ώρες και στην περίπτωση 3 στις 4 399,31 ώρες. Παρατηρούμε ότι ο χρόνος της προληπτικής αντικατάστασης ακολουθεί μία αυξητική πορεία όσο αυξάνεται η παράμετρος α . Όσον αφορά το μοναδιαίο κόστος, όπως είναι λογικό, αυξάνεται όσο αυξάνεται η παράμετρος α , λόγω του κινδύνου αντικατάστασης λειτουργικής μονάδας λόγω των ψευδώς θετικών επιθεωρήσεων.

5.12 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 3

Οι περιπτώσεις μεταβολής της παραμέτρου β , που συμβολίζει την πιθανότητα ψευδώς αρνητικής επιθεώρησης, δίδονται στον Πίνακα 5-20.

Πίνακας 5-20: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου β Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668
4	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0	686,6719	6	0,0565
5	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,4	527,2344	8	0,0819
6	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,6	449,0625	9	0,1066

Παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η παράμετρος β , αυξάνεται ο αριθμός των επιθεωρήσεων και μειώνεται το χρονικό διάστημα μεταξύ των επιθεωρήσεων. Αυτό συμβαίνει ώστε να μετριαστεί η επίδραση της αύξησης της παραμέτρου. Προληπτική αντικατάσταση προτείνεται στις 4 120,03 ώρες για την περίπτωση 4, στις 4 217,88 ώρες για την περίπτωση 5 και στις 4 041,56 ώρες για την περίπτωση 6. Φαίνεται λοιπόν, ότι ο χρόνος προληπτικής αντικατάστασης αυξομειώνεται με την αύξηση της παραμέτρου β , αν και η μεταβολή δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη σε κάθε περίπτωση. Παρόλα αυτά, το συνολικό μοναδιαίο κόστος αυξάνεται. Είναι λογική η αύξηση, αφού αυξάνεται το κόστος των επιθεωρήσεων και πιθανώς κόστος λόγω μη διαθεσιμότητας του συστήματος. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση των περιπτώσεων 3 και 5. Βλέπουμε ότι η επιρροή της παραμέτρου α είναι μεγαλύτερη όσον αφορά το συνολικό κόστος σε σχέση με την παράμετρο β .

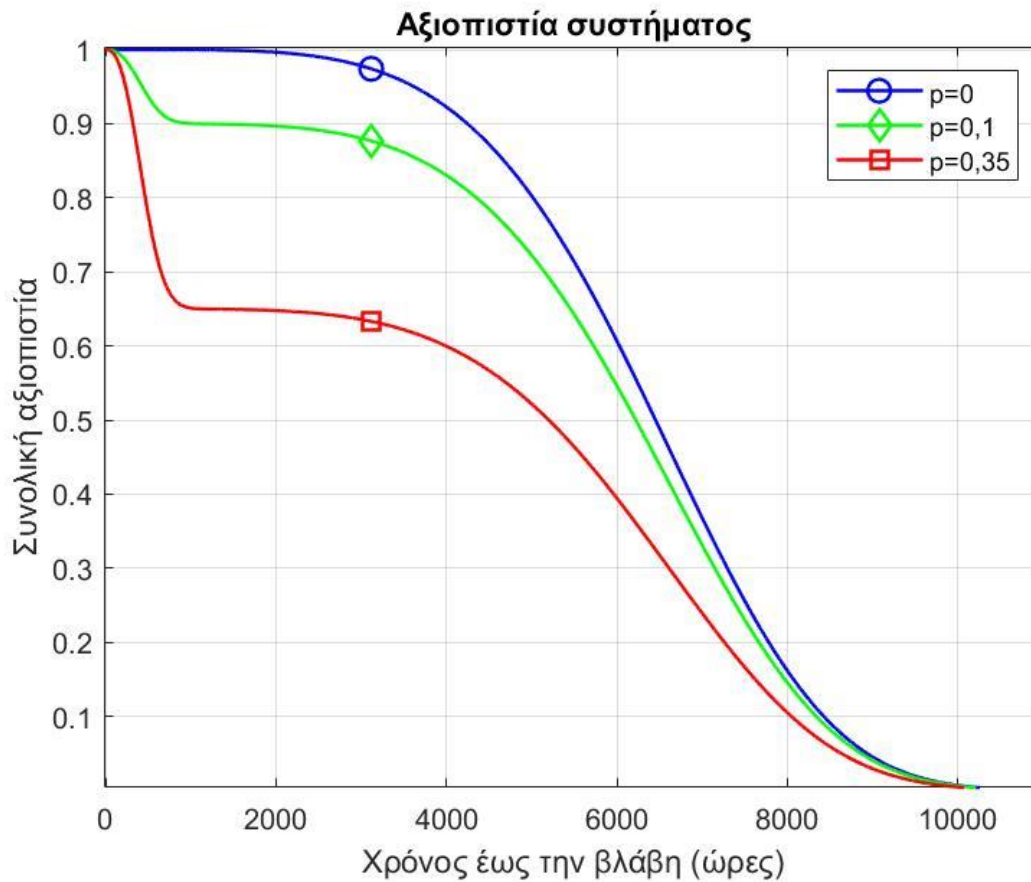
5.13 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 3

Σε αυτό το σημείο μεταβάλλεται η πιθανότητα να χρησιμοποιηθεί ελαττωματική μονάδα. Στον Πίνακα 5-21 βλέπουμε τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν.

Πίνακας 5-21: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου p Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668
7	2,5	500	4,5	7000	0	5	55	1,35	105	0,2	0,2	2870,9531	1	0,0256
8	2,5	500	4,5	7000	0,01	5	55	1,35	105	0,2	0,2	1514,9063	2	0,0354
9	2,5	500	4,5	7000	0,05	5	55	1,35	105	0,2	0,2	740,0781	5	0,0510
10	2,5	500	4,5	7000	0,2	5	55	1,35	105	0,2	0,2	526,3125	9	0,0978
11	2,5	500	4,5	7000	0,3	5	55	1,35	105	0,2	0,2	426,1406	13	0,1309
12	2,5	500	4,5	7000	0,35	5	55	1,35	105	0,2	0,2	404,5000	14	0,1488

Ενδεικτικά, στο Σχήμα 5-2 βλέπουμε την σχηματική μεταβολή της συνολικής αξιοπιστίας του συστήματος, για ορισμένες περιπτώσεις, όσο μεταβάλλεται η παράμετρος p .



Σχήμα 5-2: Σχηματική απεικόνιση μεταβολής αξιοπιστίας λόγω μεταβολής παραμέτρου p .

Η διαφορά στην συνολική αξιοπιστία του συστήματος είναι σημαντική όσο μεταβάλλεται το ποσοστό του πληθυσμού ελαττωματικών μονάδων επί του συνόλου. Ιδίως στην περίπτωση 12, όπου το ποσοστό είναι ιδιαίτερα μεγάλο. Προτείνεται προληπτική αντικατάσταση στις 2 870,95 ώρες για την περίπτωση 7, στις 3 029,81 ώρες για την περίπτωση 8, στις 3 700,39 ώρες για την περίπτωση 9, στις 4 736,81 ώρες για την περίπτωση 10, στις 5 539,83 ώρες για την περίπτωση 11 και στις 5 663 ώρες για την περίπτωση 12. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το ποσοστό p , μεγαλώνει το χρονικό διάστημα λειτουργίας της κάθε μονάδας, αφού μεγαλώνει ο χρόνος κατά τον οποίο θα αντικατασταθεί, και αυξάνεται ο αριθμός επιθεωρήσεων της βέλτιστης πολιτικής. Αυτό συμβαίνει διότι με την αύξηση του p αυξάνεται η πιθανότητα να αντικατασταθεί προληπτικά μία μονάδα με κανονική διάρκεια ζωής από μία με μειωμένη διάρκεια ζωής. Επιπρόσθετα, αυξάνεται ο αριθμός των επιθεωρήσεων, ώστε να αντιμετωπιστεί η αυξημένη πιθανότητα να προκύψει

βλάβη λόγω ελαττωματικής μονάδας και να μην γίνει αντιληπτό. Εννοείται ότι με την αύξηση του αριθμού επιθεωρήσεων, αυξάνεται και το μοναδιαίο συνολικό κόστος. Αξίζει να αναφερθεί ότι το κόστος στην περίπτωση 12, όπου $p = 0,35$, είναι έξι φορές μεγαλύτερο από το κόστος στην περίπτωση 7, όπου $p = 0$. Εν ολίγοις, κρίνεται ιδιαίτερη σημαντική η ανάγκη περιορισμού του πληθυσμού ελαττωματικών μονάδων.

5.14 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 3

Συνεχίζουμε την ανάλυση μελετώντας την επίδραση κάθε κόστους στην βέλτιστη πολιτική. Στον Πίνακα 5-22 παρουσιάζονται οι περιπτώσεις μεταβολής του κόστους επιθεώρησης, δηλαδή c_0 .

Πίνακας 5-22: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_0 Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668
13	2,5	500	4,5	7000	0,1	1	55	1,35	105	0,2	0,2	536,5469	8	0,0599
14	2,5	500	4,5	7000	0,1	3	55	1,35	105	0,2	0,2	595,5000	7	0,0634
15	2,5	500	4,5	7000	0,1	10	55	1,35	105	0,2	0,2	685,8750	6	0,0744
16	2,5	500	4,5	7000	0,1	20	55	1,35	105	0,2	0,2	800,4063	5	0,0879

Αρχικά να αναφερθεί ότι με την αύξηση του κόστους επιθεώρησης μειώνεται ο αριθμός των επιθεωρήσεων που διενεργούνται και αυξάνεται το συνολικό αναμενόμενο μοναδιαίο κόστος. Προληπτική αντικατάσταση προτείνεται στις 4 292,38 ώρες για την περίπτωση 13, στις 4 168,5 ώρες για την περίπτωση 14, στις 4 115,25 ώρες για την περίπτωση 15 και τέλος στις 4 002,03 ώρες για την περίπτωση 16. Είναι λογικό ότι μειώνεται το χρονικό διάστημα μέχρι την προληπτική επιθεώρηση, όσο αυξάνεται το κόστος επιθεωρήσεων, διότι γίνεται ασύμφορο οικονομικά να επιτελούνται πολλές επιθεωρήσεις και έτσι αυξάνεται ο κίνδυνος να προκύψει βλάβη που δεν θα γίνει αντιληπτή.

5.15 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_m Μοντέλου 3

Μελετώντας την μεταβολή της βέλτιστης πολιτικής, όταν μεταβάλλουμε το κόστος c_m , δηλαδή το κόστος προληπτικής αντικατάστασης στον χρόνο MT είτε το κόστος αντικατάστασης λόγω ψευδώς θετικής επιθεώρησης, προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα στον Πίνακα 5-23.

Πίνακας 5-23: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_m Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668
17	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	10	1,35	105	0,2	0,2	467,4375	8	0,0474
18	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	35	1,35	105	0,2	0,2	572,2344	7	0,0587
19	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	80	1,35	105	0,2	0,2	640,8281	7	0,0763
20	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	100	1,35	105	0,2	0,2	721,8906	6	0,0834

Εκ πρώτης όψεως, παρατηρούμε ότι με την αύξηση του κόστους c_m , αυξάνεται το συνολικό αναμενόμενο κόστος της βέλτιστης πολιτικής και μειώνεται ο αριθμός επιθεωρήσεων. Όπως ίσχυε και προηγουμένως για το κόστος c_0 , έτσι και τώρα είναι λογικό που αυξάνεται το συνολικό κόστος. Επίσης, είναι λογικό που μειώνεται ο αριθμός των επιθεωρήσεων, καθώς όσες περισσότερες επιθεωρήσεις πραγματοποιούνται τόσο αυξάνεται η πιθανότητα ψευδώς θετικής επιθεώρησης, όπου προκύπτει το κόστος c_m . Η προληπτική αντικατάσταση προτείνεται στις 3 729,5 ώρες για την περίπτωση 17, στις 4 005,64 ώρες για την περίπτωση 18, στις 4 485,8 ώρες για την περίπτωση 19 και στις 4 331,34 ώρες για την περίπτωση 20. Αυξομειώνεται δηλαδή ο χρόνος αντικατάστασης όσο αυξάνεται η παράμετρος του κόστους.

5.16 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_d Μοντέλου 3

Τώρα θα μελετηθεί η επίδραση της παραμέτρου c_d , δηλαδή του κόστους λόγω μη διαθεσιμότητας του συστήματος. Παρουσιάζονται στον Πίνακα 5-24 οι περιπτώσεις που εξετάστηκαν.

Πίνακας 5-24: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_d Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668
21	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	0,8	105	0,2	0,2	723,6563	6	0,0531
22	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1	105	0,2	0,2	695,4531	6	0,0583
23	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	2	105	0,2	0,2	520,5938	8	0,0811

Αρχικά, παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το κόστος μη διαθεσιμότητας, παράλληλα αυξάνεται και το συνολικό κόστος. Επίσης, όσο αυξάνεται το κόστος c_d είναι λογικό να

αυξάνεται και ο αριθμός των επιθεωρήσεων που πραγματοποιούνται, καθώς αυξάνεται η ανάγκη ελαχιστοποίησης του χρόνου μη διαθεσιμότητας του συστήματος. Όσον αφορά τον χρόνο που λειτουργεί κάθε μονάδα μέχρι την προληπτική αντικατάσταση έχουμε τις εξής περιπτώσεις: προληπτική αντικατάσταση στις 4 341,93 ώρες για την περίπτωση 21, στις 4 172,72 ώρες για την περίπτωση 22 και στις 4 164,75 ώρες για την περίπτωση 23. Προκύπτει λοιπόν ότι η βέλτιστη πολιτική μειώνει τον χρόνο προληπτικής αντικατάστασης με την αύξηση του κόστους c_d . Αυτό συμβαίνει, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, ώστε να περιοριστεί ο χρόνος μη διαθεσιμότητας της μονάδας, άρα και το κόστος.

5.17 Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_r Μοντέλου 3

Τέλος, μελετάται η επίδραση του κόστους c_r , το κόστος αντικατάστασης μονάδας όταν προκύπτει αληθώς θετική επιθεώρηση. Στον Πίνακα 5-25 παρουσιάζονται οι περιπτώσεις που διερευνήθηκαν.

Πίνακας 5-25: Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρου c_r Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668
24	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	75	0,2	0,2	607,4844	7	0,0651
25	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	125	0,2	0,2	605,7656	7	0,0679
26	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	140	0,2	0,2	605,2813	7	0,0687

Όπως φαίνεται από το πίνακα το κόστος c_r έχει μικρή επίδραση στην βέλτιστη πολιτική. Πιο συγκεκριμένα, το συνολικό μοναδιαίο κόστος μένει σχεδόν αμετάβλητο. Παραδείγματος χάριν, το κόστος c_r στην περίπτωση 26 είναι σχεδόν διπλάσιο από το κόστος στην περίπτωση 24, παρόλα αυτά η διαφορά του συνολικού κόστους της περίπτωσης 26 είναι μόνο 0,36%. Όσον αφορά τον χρόνο που διενεργείται η προληπτική αντικατάσταση έχουμε: 4 252,39 ώρες για την περίπτωση 24, 4 240,36 ώρες για την περίπτωση 25 και 4 236,96 ώρες για την περίπτωση 26. Υπάρχει μια αμυδρή μείωση στον χρόνο διενέργειας της προληπτικής αντικατάστασης, όσο αυξάνεται το κόστος. Ο αριθμός των επιθεωρήσεων σε κάθε περίπτωση παραμένει σταθερός. Η ελάχιστη επίδραση της παραμέτρου αυτής εξηγείται λόγω της μικρής επιβάρυνσης που έχει στο συνολικό σύστημα, καθώς δεν προκύπτουν πολλές αληθώς θετικές επιθεωρήσεις.

5.18 Συνδυαστική ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων Μοντέλου 3

Ολοκληρώνοντας την ανάλυση ευαισθησίας για το Μοντέλο 3 στον Πίνακα 5-26 παρουσιάζονται όλες οι περιπτώσεις που σχολιάστηκαν μέχρι τώρα καθώς και κάποιες συνδυαστικές αναλύσεις παραμέτρων που θα σχολιαστούν παρακάτω. Οι περιπτώσεις συνδυαστικής ανάλυσης είναι οι 27,28,29. Να αναφερθεί επίσης ότι δεν εξετάστηκαν περιπτώσεις μεταβολής των παραμέτρων της κατανομής του χρόνου έως την βλάβη, τόσο για τις μονάδες κανονικής διάρκειας όσο και για τις μονάδες μειωμένης διάρκειας ζωής, καθώς σε ρεαλιστικά πλαίσια δεν θεωρείται ιδιαίτερα πιθανό να τροποποιηθούν τα εξαρτήματα που χρησιμοποιούνται και να προκύψουν άλλες συναρτήσεις αξιοπιστίας για το συνολικό σύστημα.

Πίνακας 5-26: Συγκεντρωτικός πίνακας περιπτώσεων Μοντέλου 3.

Περίπτωση	Παράμετροι κατανομών αποτυχίας					Παράμετροι κόστους				Παράμετροι επιθεώρησης		Βέλτιστη πολιτική		
	β_1	η_1	β_2	η_2	p	c_0	c_m	c_D	c_r	a	b	T_{best}	N_{best}	Κόστος
0	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,2	606,4375	7	0,0668
1	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0	0,2	363,7813	11	0,0471
2	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,1	0,2	512,0625	8	0,0571
3	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,4	0,2	733,2188	6	0,0885
4	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0	686,6719	6	0,0565
5	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,4	527,2344	8	0,0819
6	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,2	0,6	449,0625	9	0,1066
7	2,5	500	4,5	7000	0	5	55	1,35	105	0,2	0,2	2870,9531	1	0,0256
8	2,5	500	4,5	7000	0,01	5	55	1,35	105	0,2	0,2	1514,9063	2	0,0354
9	2,5	500	4,5	7000	0,05	5	55	1,35	105	0,2	0,2	740,0781	5	0,0510
10	2,5	500	4,5	7000	0,2	5	55	1,35	105	0,2	0,2	526,3125	9	0,0978
11	2,5	500	4,5	7000	0,3	5	55	1,35	105	0,2	0,2	426,1406	13	0,1309
12	2,5	500	4,5	7000	0,35	5	55	1,35	105	0,2	0,2	404,5000	14	0,1488
13	2,5	500	4,5	7000	0,1	1	55	1,35	105	0,2	0,2	536,5469	8	0,0599
14	2,5	500	4,5	7000	0,1	3	55	1,35	105	0,2	0,2	595,5000	7	0,0634
15	2,5	500	4,5	7000	0,1	10	55	1,35	105	0,2	0,2	685,8750	6	0,0744
16	2,5	500	4,5	7000	0,1	20	55	1,35	105	0,2	0,2	800,4063	5	0,0879
17	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	10	1,35	105	0,2	0,2	467,4375	8	0,0474
18	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	35	1,35	105	0,2	0,2	572,2344	7	0,0587
19	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	80	1,35	105	0,2	0,2	640,8281	7	0,0763
20	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	100	1,35	105	0,2	0,2	721,8906	6	0,0834
21	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	0,8	105	0,2	0,2	723,6563	6	0,0531
22	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1	105	0,2	0,2	695,4531	6	0,0583
23	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	2	105	0,2	0,2	520,5938	8	0,0811
24	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	75	0,2	0,2	607,4844	7	0,0651
25	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	125	0,2	0,2	605,7656	7	0,0679
26	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	140	0,2	0,2	605,2813	7	0,0687
27	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0	0	410,4375	10	0,0421
28	2,5	500	4,5	7000	0,1	20	55	1,35	105	0	0	771,9375	5	0,0654
29	2,5	500	4,5	7000	0,1	5	55	1,35	105	0,4	0,4	684,2188	6	0,1113

Από την περίπτωση 27 παρατηρούμε ότι αν εξαλειφθεί η πιθανότητα ψευδώς θετικής και ψευδώς αρνητικής επιθεώρησης, τότε υπάρχει σημαντική μείωση του συνολικού κόστους (περίπου 37%) σε σχέση με την περίπτωση 0. Αντίθετα, ο συνολικός αριθμός επιθεωρήσεων αυξάνεται, αφού δεν υπάρχει κίνδυνος για εσφαλμένες επιθεωρήσεις. Ο χρόνος κατά τον οποίο προτείνεται να πραγματοποιηθεί η προληπτική επιθεώρηση είναι οι 4 104,37 ώρες και συγκριτικά με την περίπτωση 0 είναι μικρότερος κατά 3,3%.

Από την περίπτωση 28 παρατηρούμε πως αν εξαλειφθεί η πιθανότητα ψευδώς θετικής και ψευδώς αρνητικής επιθεώρησης και τετραπλασιαστεί το κόστος επιθεωρήσεων, τότε σχεδόν εξισώνεται το συνολικό αναμενόμενο μοναδιαίο κόστος. Έτσι γίνεται ακόμη περισσότερο αντιληπτή η επίδραση των παραμέτρων α και β . Παρατηρούμε επίσης για την περίπτωση 28 ότι ο αριθμός επιθεωρήσεων που προτείνονται είναι τόσοι όσο και στην περίπτωση 16, όπου το κόστος επιθεώρησης είναι ίδιο, αλλά υπάρχει ο κίνδυνος εσφαλμένων επιθεωρήσεων. Βέβαια, στην περίπτωση 16 η βέλτιστη πολιτική προτείνει η προληπτική αντικατάσταση να συμβεί στις 4 002,03 ώρες, μειωμένος χρόνος κατά 2,4% σε σύγκριση με την περίπτωση 28. Παράλληλα, πρέπει να τονιστεί ότι το συνολικό κόστος στην περίπτωση 16 είναι αυξημένο κατά 34,4% σε σχέση με την περίπτωση 28, λόγω των εσφαλμένων επιθεωρήσεων και των συνεπειών τους.

Στην περίπτωση 29 διπλασιάζοντας τις πιθανότητες των παραμέτρων α και β , παρατηρούμε μικρή μείωση στον συνολικό αριθμό επιθεωρήσεων αλλά εκτίναξη του συνολικού κόστους σε σχέση με την περίπτωση 0. Για την ακρίβεια, το συνολικό κόστος στην περίπτωση 29 αυξήθηκε κατά 66,6% σε σχέση με την περίπτωση 0. Στην περίπτωση 29 προτείνεται προληπτική αντικατάσταση στις 4 105,31 ώρες. Μικρή μείωση σε σύγκριση με την περίπτωση 0. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η βέλτιστη πολιτική αλλάζει μεν ελάχιστα, αλλά αυξάνεται πολύ το κόστος λόγω των αυξημένων κινδύνων από τις εσφαλμένες επιθεωρήσεις.

Ολοκληρώθηκε σε αυτό το σημείο η ανάλυση ευαισθησίας και η σύγκριση αποτελεσμάτων για κάθε μοντέλο. Στο κεφάλαιο 6 συνοψίζονται οι σημαντικότερες παρατηρήσεις που έγιναν.

Κεφάλαιο 6. ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το κεφάλαιο 6 είναι το τελευταίο της παρούσας εργασίας. Στη συνέχεια, θα γίνει μια σύνοψη της ανάλυσης που πραγματοποιήθηκε. Επίσης, θα αναφερθούν επιγραμματικά τα σημαντικότερα συμπεράσματα που εξήχθησαν στο Κεφάλαιο 5 από την ανάλυση ευαισθησίας που πραγματοποιήθηκε για κάθε παράμετρο.

6.1 Σύνοψη εργασίας

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκαν δύο περιπτώσεις προβλημάτων με μη εμφανείς βλάβες, οι οποίες γίνονται αντιληπτές μόνο με την διενέργεια επιθεωρήσεων. Οι επιθεωρήσεις ωστόσο δεν είναι τέλειες, συνεπώς υπάρχει πιθανότητα να προκύψουν ψευδώς θετικές ή/και ψευδώς αρνητικές επιθεωρήσεις. Επίσης, διερευνήθηκε η επίδραση της ποιότητας των μονάδων που χρησιμοποιούνται στο σύστημα (ελαττωματικές – μειωμένης διάρκειας ζωής μονάδες). Σκοπός της εργασίας ήταν η επίλυση και κατά συνέπεια εύρεση των βέλτιστων πολιτικών επιθεώρησης και προληπτικής αντικατάστασης των μονάδων, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του συνολικού αναμενόμενου κόστους (total cost) και του συνολικού αναμενόμενου μοναδιαίου κόστους (cost rate). Η πρώτη περίπτωση αφορούσε συστήματα με πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα λειτουργίας λόγω χρονικού περιορισμού που ορίζει ότι μετά το πέρας του προδιαγεγραμμένου διαστήματος τα συστήματα αυτά αποσύρονται, είτε λειτουργούν είτε όχι. Συνήθεις περιπτώσεις τέτοιων προβλημάτων είναι συστήματα που αποσύρονται επειδή χρησιμοποιούν παρωχημένες τεχνολογίες και έχει δρομολογηθεί να γίνει μελλοντικά η αντικατάστασή τους από νεότερα, πιο ασφαλή συστήματα. Στα πλαίσια αυτής της περίπτωσης, αναπτύχθηκαν τα Μοντέλα 1 και 2 και διερευνήθηκαν οι βέλτιστες πολιτικές επιθεώρησης με γνώμονα την ελαχιστοποίηση του συνολικού αναμενόμενου κόστους (total cost). Η δεύτερη περίπτωση αφορούσε συστήματα όπου δεν υπάρχουν χρονικοί περιορισμοί λειτουργίας των συστημάτων, παρά μόνο οι φυσιολογικοί περιορισμοί που σχετίζονται με την διάρκεια ζωής των εξαρτημάτων του συστήματος. Στα πλαίσια της δεύτερης περίπτωσης, αναπτύχθηκε το μοντέλο 3 και εξετάστηκαν οι βέλτιστες πολιτικές επιθεώρησης και προληπτικής αντικατάστασης, με γνώμονα την ελαχιστοποίηση του μοναδιαίου συνολικού αναμενόμενου κόστους (cost rate). Αφότου γράφηκαν σε μορφή κώδικα στο MATLAB τα μοντέλα, σχολιάστηκαν τα αποτελέσματα της κάθε πολιτικής και πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας για κάθε

παράμετρο των προβλημάτων. Έτσι, με τον σχολιασμό των αποτελεσμάτων ολοκληρώθηκε η εργασία.

6.2 Συμπεράσματα

Τα κυριότερα συμπεράσματα που εξήχθησαν για κάθε περίπτωση συνοψίζονται παρακάτω. Όσον αφορά το πρώτο πρόβλημα, με τον χρονικό περιορισμό λειτουργίας του συστήματος (Μοντέλα 1 και 2), συμπεραίνουμε ότι:

1. Οι πολιτικές επιθεώρησης μειώνουν αισθητά το συνολικό κόστος λειτουργίας και συνδράμουν στην αύξηση της διαθεσιμότητας του συστήματος.
2. Η μη περιοδική πολιτική επιθεώρησης δύο φάσεων μειώνει ακόμη περισσότερο το συνολικό κόστος, σε σχέση με την περιοδική πολιτική. Μάλιστα κρίνεται ως η βέλτιστη πολιτική ακόμη και σε περιπτώσεις όπου η περιοδική πολιτική είναι οικονομικά ασύμφορη.
3. Σε περιπτώσεις όπου υπάρχει κίνδυνος να διενεργηθεί ψευδώς θετική επιθεώρηση, η ύπαρξη και διενέργεια δεύτερου επιβεβαιωτικού ελέγχου μειώνει σημαντικά το συνολικό κόστος. Σε περιπτώσεις όπου εξαλείφεται αυτός ο κίνδυνος, ενδέχεται να αυξηθεί το κόστος χωρίς να υπάρχει κανένα όφελος από αυτή την πολιτική.
4. Όσο αυξάνεται η πιθανότητα διενέργειας ψευδώς θετικής επιθεώρησης, μειώνεται ο προτεινόμενος αριθμός επιθεωρήσεων από κάθε πολιτική και αυξάνεται το συνολικό κόστος. Για αυτό και κρίνεται ως η ιδανικότερη πολιτική η μη περιοδική επιθεώρηση δύο φάσεων με διενέργεια επιβεβαιωτικών ελέγχων.
5. Η αύξηση της πιθανότητας διενέργειας ψευδώς αρνητικών επιθεωρήσεων, προκαλεί αύξηση στο συνολικό κόστος και στον προτεινόμενο αριθμό επιθεωρήσεων σε κάθε πολιτική.
6. Το μέγεθος του υποπληθυσμού μονάδων μειωμένης διάρκειας ζωής επηρεάζει έντονα το συνολικό κόστος κάθε πολιτικής. Μάλιστα ακόμη και στην περίπτωση όπου εξαλείφεται η πιθανότητα χρήσης τέτοιων μονάδων, οι πολιτικές που δεν μεριμνούν για την διενέργεια επιβεβαιωτικού ελέγχου κρίνονται οικονομικά ασύμφωρες και ακατάλληλες.
7. Στην ιδανική περίπτωση όπου εξαλείφεται η πιθανότητα ψευδώς αρνητικής, ψευδώς θετικής επιθεώρησης αλλά και του υποπληθυσμού μονάδων μειωμένης

διάρκειας ζωής, όλες οι πολιτικές επιθεώρησης εξακολουθούν να ελαχιστοποιούν το συνολικό κόστος σε σχέση με την μη διενέργεια επιθεωρήσεων. Η αξία του επιβεβαιωτικού ελέγχου χάνεται υπό αυτές τις συνθήκες.

8. Η αύξηση οποιουδήποτε επιμέρους κόστους προκαλεί αύξηση του συνολικού κόστους του συστήματος. Αύξηση του κόστους επιθεώρησης (c_0) ή του κόστους μη διαθεσιμότητας μετά την απόσυρση του συστήματος (c_p) ή του κόστους επιβεβαιωτικής-δεύτερης επιθεώρησης ύστερα από θετική πρώτη επιθεώρηση (c_l) προκαλεί μείωση του προτεινόμενου αριθμού επιθεωρήσεων (ισχύει για κάθε πολιτική), ενώ αύξηση του κόστους μη διαθεσιμότητας πριν την απόσυρση του συστήματος (c_d) προκαλεί αύξηση του προτεινόμενου αριθμού επιθεωρήσεων.

Όσον αφορά το δεύτερο πρόβλημα, που δεν υπάρχει κανένας χρονικός περιορισμός για την λειτουργία του συστήματος (Μοντέλο 3) συμπεραίνουμε ότι:

1. Με την αύξηση της πιθανότητας ψευδώς θετικής επιθεώρησης, μειώνεται ο αριθμός επιθεωρήσεων της βέλτιστης πολιτικής και αυξάνεται ο χρόνος κατά τον οποίο προτείνεται να πραγματοποιηθεί η προληπτική αντικατάσταση.
2. Με την αύξηση της πιθανότητας ψευδώς αρνητικής επιθεώρησης, αυξάνεται ο αριθμός επιθεωρήσεων που διενεργούνται όσο λειτουργεί το σύστημα, ενώ αυξομειώνεται ο χρόνος κατά τον οποίο διενεργείται προληπτική αντικατάσταση.
3. Όσο αυξάνεται η πιθανότητα χρησιμοποίησης μονάδας μειωμένης διάρκειας ζωής, δηλαδή αυξάνεται το μέγεθος του υποπληθυσμού αυτού, αυξάνεται αισθητά το μοναδιαίο συνολικό αναμενόμενο κόστος και ο αριθμός των προτεινόμενων επιθεωρήσεων.
4. Η αύξηση κάθε επιμέρους κόστους αυξάνει το συνολικό αναμενόμενο κόστος. Επίσης, αύξηση του κόστους επιθεώρησης (c_0) ή του κόστους αντικατάστασης μονάδας είτε λόγω ψευδώς θετικής επιθεώρησης είτε λόγω προληπτικής αντικατάστασης (c_m) προκαλεί μείωση στον προτεινόμενο αριθμό επιθεωρήσεων. Αύξηση του κόστους μη διαθεσιμότητας μέχρι να γίνει αντιληπτή η βλάβη (c_d) προκαλεί αύξηση του αριθμού επιθεωρήσεων. Τέλος, οποιαδήποτε μεταβολή του κόστους αντικατάστασης της μονάδας λόγω αληθώς θετικής επιθεώρησης (c_r) επιδρά ελάχιστα στον αριθμό επιθεωρήσεων που προτείνεται από την βέλτιστη πολιτική.

5. Η εξάλειψη της πιθανότητας ψευδώς θετικών και ψευδώς αρνητικών επιθεωρήσεων, οδηγεί σε μία πολιτική με αυξημένο αριθμό επιθεωρήσεων και μειωμένο κόστος.

Βιβλιογραφία

- [1] Barlow, R.E. and Hunter, L.C. (1960) Optimum Preventive Maintenance Policies. *Operations Research*, 8 (1), 90-100.
- [2] Tahara, A. and Nishida, T. (1975) Optimal replacement policy for minimal repair model. *Journal of Operations Research Society of Japan*, 18 (3-4), 113-124.
- [3] Wang, H. and Pham, H. (1996) Optimal age-dependent preventive maintenance policies with imperfect maintenance. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 3 (2), 119-135.
- [4] McCall J.J. (1965) Maintenance policies for stochastically failing equipment: A survey. *Management Science*, 11 (5), 493-524.
- [5] Wang, H. (2002) A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research*, 139 (3), 469-489.
- [6] Pierskalla, W.P. and Voelker, J.A. (1976) A survey of maintenance models: the control and surveillance of deteriorating systems. *Naval Research Logistics Quarterly*, 23, 353-388.
- [7] Valdez-Flores, C. and Feldman, R.M. (1989) A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems. *Naval Research Logistics*, 36, 419-446.
- [8] Nakawaga, T. and Mituzani, S. (2009) A summary of maintenance policies for a finite interval. *Reliability engineering and System Safety*, 94 (1), 89-96.
- [9] Scarf, P.A. and Cavalcante, C.A.V (2012) Modelling quality in replacement and inspection maintenance. *International journal of Production Economics*, 135 (1), 372-381.
- [10] Vaurio, J.K. (1995) Unavailability analysis of periodically tested standby components. *IEEE Transactions on Reliability*, 44 (3), 512-517.
- [11] Berrade, M.D., Cavalcante, C.A.V. and Scarf, P.A. (2013) Modelling imperfect inspection over a finite horizon. *Reliability Engineering and System Safety*, 111, 18-29.
- [12] Berrade, M.D., Scarf, P.A. and Cavalcante, C.A.V. (2015) Some insights into the effect of maintenance quality for a protection system. *IEEE Transactions on Reliability*, 64 (2), 661-672.
- [13] Ben-Daya, M., Kumar, U. and Murthy, D. Basics of Reliability Theory, *Introduction to maintenance engineering: Modelling, optimization and management*, Wiley, New York, 25-50, 2016.
- [14] Henley, E.J. and Kumamoto, H Accident Mechanisms and Risk Management, *Probabilistic Risk Assessment and Management for Engineers and Scientists*, 2nd Edition, IEEE Press, New York, 55-94, 1981.
- [15] Bathtub Curve [https://en.wikipedia.org/wiki/Bathtub_curve, ανακτήθηκε 4/7/2023].
- [16] Sullivan, GP., Melendez, AP., Pugh R. and Hunt, WD. (2010) *Operations & Maintenance Best Practices – A Guide to Achieving Operational Efficiency*, United States of America. Department of Energy. [https://www.pnnl.gov/main/publications/external/technical_reports/PNNL-19634.pdf, ανακτήθηκε 4/7/2023]
- [17] Cavalcante, C.A.V, Scarf, P.A. and De Almeida, A. A two-phase inspection policy for a single component preparedness system with a mixed time to failure distribution, *Reliability, Risk and Safety: Theory and Applications*, Bris, Guedes Soares, Martorell, vol 1, London: Taylor and Francis Group, 525-530, 2009.

- [18] Berrade, M.D. (2012) A two-phase inspection policy with imperfect testing. *Applied Mathematical Modelling*, 36 (1), 108-114
- [19] Μαθηματικό μοντέλο – Τι είναι, ορισμός και έννοια [<https://el.economy-pedia.com/11030332-mathematical-model>], ανακτήθηκε 10/7/2023].
- [20] *Riemann – Stieltjes integral* [[https://en.wikipedia.org/wiki/Riemann%E2%80%93Stieltjes integral](https://en.wikipedia.org/wiki/Riemann%E2%80%93Stieltjes_integral)], ανακτήθηκε 11/7/2023]
- [21] *Nonlinear Constraint Solver Algorithm for Pattern Search* [<https://www.mathworks.com/help/gads/description-of-nonlinear-constraint-solver.html>], ανακτήθηκε στις 16/7/2023]
- [22] *How Pattern Search Polling Works* [<https://www.mathworks.com/help/gads/how-pattern-search-polling-works.html>], ανακτήθηκε στις 16/7/2023]
- [23] *How the Genetic Algorithm Works* [<https://www.mathworks.com/help/gads/how-the-genetic-algorithm-works.html>], ανακτήθηκε στις 17/7/2023]
- [24] *Mixed Integer ga Optimization*, [<https://de.mathworks.com/help/gads/mixed-integer-optimization.html>], ανακτήθηκε στις 3/8/2023]

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παρατίθενται ενδεικτικά μέρος του κώδικα που δημιουργήθηκε στο MATLAB. Ό,τι παραλείπεται μπορεί να αναλυθεί με παρόμοιο τρόπο με όσα αποτυπωθούν παρακάτω.

Κώδικας Μοντέλου 1.1

```
%INFO FOR THE WEIBULL DISTRIBUTIONS OF EACH SUBPOPULATION
beta1 = 3; %shape parameter beta of weibull distribution 1
eta1 = 6; %scale parameter eta of weibul distribution 1
p1 = 0.1; % possibility of the component to be from the subpopulation with weibull
distribution 1
beta2 = 3; %shape parameter beta of weibull distribution 2
eta2 = 72; %scale parameter eta of weibul distribution 2
p2 = 0.9; %possibility of the component to be from the subpopulation with weibull
distribution 2
%END OF INFO FOR THE WEIBULL DISTRIBUTIONS OF EACH SUBPOPULATION
%-----
%INFO FOR PARAMETERS OF PROBLEM (COST, POSSIBILITY A KAI B etc)
a=0.05; %false positive
b=0.1; %false negative
c_d=75; %cost per unit time due to unavailability pre-retirement
c_o=1; %cost of inspection
c_i=5; %cost of a positive inspection for MODEL 1
c_p=15; %cost per unit time due to unavailability post-retirement
s=18; %planning horizon end
%END OF INFO FOR PARAMETERS OF PROBLEM (COST, POSSIBILITY A KAI B etc)
%-----
tic %start of timer
%TOTAL COST-NO INSPECTION
Cost_without_inspection=c_d*integral(@(t) p1*(1-exp(-(t/eta1).^beta1))+p2*(1-exp(-(t/eta2).^beta2)),0,s);
fprintf('Το κόστος χωρίς επιθεώρηση είναι: %.3f \n',Cost_without_inspection)
%-----
%CONSTRUCTION OF OBJECTIVE FUNCTION
C_xwris_El=@(T1,N1) (c_o+c_d*T1)*smixrel(T1,0,N1)-c_d*integral(@(t) 1 - p1 * (1 - exp(-(t/eta1).^beta1)) - p2 * (1 - exp(-(t/eta2).^beta2)),0,s)...
+c_o*((b-b^(N1-1))/(1-b)-smixrelwithb1(T1,1,N1,b))+c_d*T1*((b-b^N1)/(1-b)-smixrelwithb2(T1,1,N1,b))+a*c_i*smixrel(T1,1,N1)...
+c_i*(1-b^(N1-1)-(1-b)*smixrelwithb1(T1,1,N1,b));
E_l=@(T1,N1) T1*(smixrelforel(T1,1,N1,b)+(1-b^N1)/(1-b));
%END OF CONSTRUCTION OF OBJECTIVE FUNCTION
%-----
%SOLVER ALGORITHM
Min=10000000; %enas poli megalos arithmos
N1_best=1;
```

```

T1_best=s;
for N1=2:500 %enas poli megalos arithmos epithewrisewn
    T1=s/N1;
    Teliko_kostos=C_xwris_El(T1,N1)+c_p*(s - E_l(T1,N1));
    if Teliko_kostos>=0
        if Teliko_kostos<Min
            Min=Teliko_kostos;
            N1_best=N1;
            T1_best=T1;
        end
    end
end
%END OF SOLVER ALGORITHM
fprintf('Το ελάχιστο – βέλτιστο κόστος είναι: %.3f με βέλτιστο N1: %d και βέλτιστο T1:
%.4f\n',Min,N1_best,T1_best)
toc % end of timer

```

Τα function handles με ονόματα όπως smixrelwithb1.m αποτελούν τους όρους της αντικειμενικής συνάρτησης που αναλύονταν ξεχωριστά κάθε φορά σε αρχεία και καλούνταν από το παραπάνω κεντρικό πρόγραμμα. Παρόμοια αναλύθηκε σε μορφή κώδικα η αντικειμενική συνάρτηση και για όλα τα υπόλοιπα μοντέλα. Με όμοιο τρόπο λειτουργεί ο κώδικας του Μοντέλου 2.1. Να σημειωθεί, προς αποφυγή ασαφειών, ότι η αντικειμενική συνάρτηση των υπόλοιπων μοντέλων αναπτύχθηκε σε ξεχωριστά αρχεία που καλούνταν από το κεντρικό πρόγραμμα. Δεν συμπεριλαμβάνονται αυτά τα αρχεία, καθώς έχουν παρόμοια μορφή με την αντικειμενική συνάρτηση του Μοντέλου 1.1 αλλά μεγαλύτερη έκταση .

Κώδικας Μοντέλου 1.2 με χρήση εντολής patternsearch

```
%INFO FOR THE WEIBULL DISTRIBUTIONS OF EACH SUBPOPULATION
beta1 = 3; %shape parameter beta of weibull distribution 1
eta1 = 6; %scale parameter eta of weibul distribution 1
p1 = 0.1; %possibility of the component to be from the subpopulation with weibull
distribution 1
beta2 = 3; %shape parameter beta of weibull distribution 2
eta2 = 72; %scale parameter eta of weibul distribution 2
p2 = 0.9; %possibility of the component to be from the subpopulation with weibull
distribution 2
%END OF INFO FOR THE WEIBULL DISTRIBUTIONS OF EACH SUBPOPULATION
%-----
%INFO FOR PARAMETERS OF PROBLEM (COST, POSSIBILITY A KAI B etc)
a=0.05; %false positive
b=0.1; %false negative
c_d=75; %cost per unit time due to unavailability pre-retirement
c_o=1; %cost of inspection
c_i=5; %cost of a positive inspection for MODEL 1
c_p=15; %cost per unit time due to unavailability post-retirement
s=18; %planning horizon end
%END OF INFO FOR PARAMETERS OF PROBLEM (COST, POSSIBILITY A KAI B etc)
%-----
tic %start of timer
%TOTAL COST - NO INSPECTION
Cost_without_inspection=c_d*integral(@(t) p1 * (1 - exp(-(t/eta1).^beta1)) + p2 * (1 - exp(-(t/eta2).^beta2)),0,s);
%-----
%SOLVER PATTERNSEARCH
tic
Min=100000; %enas poli megalos arithmos
T1_best=0;
N1_best=0;
T2_best=0;
N2_best=0;
for N1=1:30
    for N2=1:30
        x0=[0,0];
        fun= @(x) parameterfun(x,N1,N2);
        A=[];
        b=[];
        Aeq=[N1 N2];
        beq=[18];
        lb=[0,0];
        ub=[18,18];
        options = optimoptions('patternsearch','UseCompletePoll',true);
        [x,fval]= patternsearch(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,options);
        if fval<Min
```



```

    Min=fval;
    T1_best=x(1);
    T2_best=x(2);
    N1_best=N1;
    N2_best=N2;
end
end
end
fprintf('Το κόστος χωρίς επιθεώρηση είναι : %.3f \n',Cost_without_inspection)
fprintf('Οι βέλτιστες τιμές είναι : T1_best= %.4f , N1_best=%.4f , T2_best= %.4f ,
N2_best=%.4f , Min= %.4f \n',T1_best,N1_best,T2_best,N2_best,Min)
toc %end of timer

```

Κώδικας Μοντέλου 1.2 με χρήση εντολής ga

```

tic %start of timer
intcon=2:2:4;
lb=[1 1 1 1];
ub=[18 30 18 30];
nonlcon=@eqcon;
rng(0,'twister') % For reproducibility
fun = @psobj;
opts = optimoptions('ga','MaxStallGenerations',50,'FunctionTolerance',1e-10,...
'MaxGenerations',300);
[x,fval,exitflag,output]=ga(fun,4,[],[],[],[],lb,ub,nonlcon,intcon,opts)
toc %end of timer

```

Η απαιτούμενη τροποποίηση του μη γραμμικού περιορισμού για να λειτουργήσει ο αλγόριθμος παρατίθεται παρακάτω από το αρχείο eqcon.m :

```

function [c,ceq]=eqcon(x)
tol=1e-3;
confcnval=x(1)*x(2)+x(3)*x(4)-18;
c=[confcnval-tol;-confcnval-tol];
ceq=[];

```

Με όμοιο τρόπο μπορεί να γραφεί ο κώδικας του Μοντέλου 2.2 τόσο με την χρήση της εντολής patternsearch, όσο και της εντολής ga.

Κώδικας Μοντέλου 3 με χρήση εντολής patternsearch

```
%INFO FOR THE WEIBULL DISTRIBUTIONS OF EACH SUBPOPULATION
beta1 = 2.5; %shape parameter beta of weibull distribution 1
eta1 = 500; %scale parameter eta of weibul distribution 1
p1 = 0.1; %possibility of the component to be from subpopulation with weibull distribution 1
beta2 = 4.5; %shape parameter beta of weibull distribution 2
eta2 = 7000; %scale parameter eta of weibul distribution 2
p2 = 0.9; %possibility of the component to be from the subpopulation with weibull
distribution 2
%END OF INFO FOR THE WEIBULL DISTRIBUTIONS OF EACH SUBPOPULATION
%-----
%INFO FOR PARAMETERS OF PROBLEM(COST, POSSIBILITY A KAI B etc)
a=0.2; %false positive
b=0.2; %false negative
c_r=105; %cost of replacement at true positive inspection
c_d=1.35; %cost rate of unavailability
c_o=5; %cost of inspection
c_m=55; %cost of preventive maintenance either at time MT or replacement
%or false positive inspection
%END OF INFO FOR PARAMETERS OF PROBLEM (COST, POSSIBILITY A KAI B etc)
%-----
%SOLVER ALGORITHM(PATTERNSEARCH)
tic %start of timer
Min=1000; %enas megalos arithmos
for M=1:130
    x0=[0];
    fun= @(x) parameterfun(x,M);
    A=[];
    b=[];
    Aeq=[];
    beq=[];
    lb=[0];
    ub=[12000];
    non1con=[];
    [x,fval]= patternsearch(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,non1con);
    if fval<Min
        Min=fval;
        x_best=x;
        M_best=M;
    end
end
fprintf('Οι βέλτιστες τιμές είναι : T_best= %.4f , M_best= %.4f , Min= %.4f
\n',x_best,M_best,Min)
toc %end of timer
```

Κώδικας Μοντέλου 3 με χρήση εντολής ga

```
%INFO FOR THE WEIBULL DISTRIBUTIONS OF EACH SUBPOPULATION
beta1 = 2.5; %shape parameter beta of weibull distribution 1
eta1 = 500; %scale parameter eta of weibul distribution 1
p1 = 0.1; %possibility of the component to be from the subpopulation with weibull
distribution 1
beta2 = 4.5; %shape parameter beta of weibull distribution 2
eta2 = 7000; %scale parameter eta of weibul distribution 2
p2 = 0.9; %possibility of the component to be from the subpopulation with weibull
distribution 2
%END OF INFO FOR THE WEIBULL DISTRIBUTIONS OF EACH SUBPOPULATION
%-----
%INFO FOR PARAMETERS OF PROBLEM (COST, POSSIBILITY A KAI B etc)
a=0.2; %false positive
b=0.2; %false negative
c_r=105; %cost of replacement at true positive inspection
c_d=1.35; %cost rate of unavailability
c_o=5; %cost of inspection
c_m=55; %cost of preventive maintenance either at time MT or replacement
%or false positive inspection
%END OF INFO FOR PARAMETERS OF PROBLEM (COST, POSSIBILITY A KAI B etc)
%-----
tic %start of timer
%SOLVER ALGORITHM (GA)
intcon=2;
lb=[0 1];
ub=[10000 100];
nonlcon=[];
rng default % For reproducibility
fun = @psobjga;
opts = optimoptions('ga','MaxStallGenerations',50,'FunctionTolerance',1e-10,...
    'MaxGenerations',300);
[x,fval,exitflag,output]=ga(fun,2,[],[],[],[],lb,ub,nonlcon,intcon,opts);
fprintf('Οι βέλτιστες τιμές είναι : T_best= %.4f , M_best= %.4f , Min= %.4f \n',x(1),x(2),fval)
toc %end of timer
```