



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**Το αναλυτικό πρόγραμμα για τα μαθηματικά στην προσχολική
εκπαίδευση και η ανθρωπολογική προσέγγιση των Everett και Ingold**

Πτυχιακή Εργασία

Ελένη Αλεξάκη

Επιβλέποντες: Άννα Χρονάκη
Αναστάσιος Σιάτρας

Ιούνιος 2023



**UNIVERSITY OF THESSALY
SCHOOL OF HUMANITIES
DEPARTMENT OF PRESCHOOL EDUCATION**

**The curriculum for mathematics in early childhood education and
the anthropological approach of Everett and Ingold**

Diploma Thesis

Eleni Alexaki

Supervisors: Anna Chronaki

Anastasios Siatras

June 2023

Εγκρίνεται από την Επιτροπή Εξέτασης:

Επιβλέπων/πουσα **Άννα Χρονάκη**

Καθηγήτρια, παιδαγωγικό τμήμα προσχολικής εκπαίδευσης,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Αναστάσιος Σιάτρας

Επίκουρος καθηγητής, παιδαγωγικό τμήμα προσχολικής
εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ ΠΕΡΙ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΗΣ
ΔΕΟΝΤΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ**

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ρητά ότι η παρούσα πτυχιακή εργασία, καθώς και τα ηλεκτρονικά αρχεία που αναπτύχθηκαν ή τροποποιήθηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας, αποτελούν αποκλειστικά προϊόν προσωπικής μου εργασίας, δεν προσβάλλουν οποιασδήποτε μορφής δικαιώματα διανοητικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας και προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχουν έργα/εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών/δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης. Τα σημεία όπου έχω χρησιμοποιήσει ιδέες, κείμενο, αρχεία ή/και πηγές άλλων συγγραφέων αναφέρονται ευδιάκριτα στο κείμενο με την κατάλληλη παραπομπή και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή. Δηλώνω επίσης ότι τα αποτελέσματα της εργασίας δεν έχουν χρησιμοποιηθεί για την απόκτηση άλλου πτυχίου. Αναλαμβάνω πλήρως, ατομικά και προσωπικά, όλες τις νομικές και διοικητικές συνέπειες που δύναται να προκύψουν στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής.

Ο/Η Δηλών/ούσα

Ελένη Αλεξάκη

DISCLAIMER ON ACADEMIC ETHICS AND INTELLECTUAL PROPERTY RIGHTS

Being fully aware of the implications of copyright laws, I expressly state that this diploma thesis, as well as the electronic files developed or modified in the course of this thesis, are solely the product of my personal work and do not infringe any rights of intellectual property, personality and personal data of third parties, do not contain work / contributions of third parties for which the permission of the authors / beneficiaries is required and are not a product of partial or complete plagiarism, while the sources used are limited to the bibliographic references only and meet the rules of scientific citing. The points where I have used ideas, text, files and / or sources of other authors are clearly mentioned in the text with the appropriate citation and the relevant complete reference is included in the bibliographic references section. I also declare that the results of the work have not been used to obtain another degree. I fully, individually, and personally undertake all legal and administrative consequences that may arise in the event that it is proven, in the course of time, that this thesis or part of it does not belong to me because it is a product of plagiarism.

The Declarant

Eleni Alexaki

Ευχαριστίες

*Θα ήθελα να ευχαριστήσω την επιβλέπουσα καθηγήτριά μου **Άννα Χρονάκη** για την καθοδήγηση και τον χρόνο που μου διέθεσε προσφέροντάς μου χρήσιμες συμβουλές και οδηγίες για την ολοκλήρωση της πτυχιακής μου εργασίας. Όπως επιπλέον και για τις μοναδικές ευκαιρίες που μου έδωσε κατά τη διάρκεια αυτού του χρόνου να συμμετάσχω και να αποκτήσω ακόμη περισσότερες εμπειρίες, γνώσεις και ικανότητες. Στο ίδιο πλαίσιο ευγνωμοσύνης, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τον συν-επιβλέποντα καθηγητή μου **Αναστάσιο Σιάτρα** για την σημαντική συμβολή του και άμεση βοήθειά του στην πτυχιακή μου εργασία δίνοντάς μου τις δικές του απαραίτητες υποδείξεις που χρειάστηκα κατά την ολοκλήρωση της.*

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω όλους τους/τις καθηγητές – καθηγήτριές του Παιδαγωγικού Τμήματος Προσχολικής Αγωγής, που συνάντησα κατά τα ακαδημαϊκά μου χρόνια φοίτησης στο τμήμα, για τη συμβολή τους στην επιστημονική και εκπαιδευτική μου ταυτότητα.

Αφιέρωση

*Η παρούσα εργασία αφιερώνεται στους γονείς μου,
Κωνσταντίνο και Αναστασία Αλεξάκη
και στα αδέρφια μου,
Βασιλική, Δήμητρα και Δημήτρη
που δε σταμάτησαν ποτέ να υποστηρίζουν τα όνειρά μου.*

Το αναλυτικό πρόγραμμα για τα μαθηματικά στην προσχολική εκπαίδευση και η ανθρωπολογική προσέγγιση των Everett και Ingold

Ελένη Αλεξιάκη

Περίληψη

Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στην κριτική διερεύνηση των Αναλυτικών Προγραμμάτων υπό την ανθρωπολογική ματιά του Everett και Ingold όπως παρουσιάζονται μέσα από τα βιβλία τους «Numbers and the making of us» και «Lines. A brief history» αντίστοιχα. Και τα δυο αυτά βιβλία τονίζουν την αδήριτη ανάγκη να απομακρυνθούμε από τα αφαιρετικά μαθηματικά πλαίσια που εμφανίζονται στα Αναλυτικά Προγράμματα και να επικεντρωθούμε στα μαθηματικά που αναδύονται τόσο στο φυσικό όσο και στο πολιτισμικό περιβάλλον που επικρατεί γύρω μας. Έτσι λοιπόν κάνοντας μια ανασκόπηση στα Αναλυτικά Προγράμματα, κυρίως σε αυτό που διδάχτηκα κατά τα φοιτητικά μου χρόνια Αναλυτικό Πρόγραμμα 2011-14, όπως επίσης εξετάζοντας ταυτόχρονα τα δυο αυτά βιβλία, θα δοθεί μια νέα προσέγγιση για την προσχολική ηλικία η οποία θα εξασφαλίσει μια ποιοτική εκπαίδευση για κάθε παιδί ξεχωριστά δίχως αυτό να χάνεται από το προσκήνιο. Μια εκπαίδευση που θα προωθήσει την βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών δίνοντας έμφαση στις πρακτικές και βιωματικές εφαρμογές τους στην καθημερινότητα των παιδιών.

Λέξεις – κλειδιά: Αναλυτικά Προγράμματα, προσχολική ηλικία, μαθηματικά, εκπαίδευση

Diploma Thesis

The curriculum for mathematics in early childhood education and the anthropological approach of Everett and Ingold

Eleni Alexaki

Abstract

This paper focuses on the critical investigation of the Analytical Programs under the anthropological perspective of Everett and Ingold as presented through their books "Numbers and the making of us" and "Lines. A brief history" respectively. Both books highlight the urgent need to move away from the abstract mathematical frameworks that appear in the syllabuses and focus on the mathematics that emerges in both the natural and cultural environments around us. So, by reviewing the Curricula, especially the one I taught during my student years Curricula 2011-14, as well as by examining these two books simultaneously, a new approach to early childhood will be given which will ensure a quality education for each individual child without losing sight of this. An education that will promote a deeper understanding of mathematics by emphasizing its practical and experiential applications in children's everyday lives.

Keywords: Curricula, early childhood, mathematics, education

Πίνακας περιεχομένων

Ευχαριστίες.....	6
Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή	12
Κεφάλαιο 2. Αναλυτικά Προγράμματα και Μαθηματικά στην προσχολική εκπαίδευση.....	15
2.1. Εισαγωγή	15
2.2 Η εξέλιξη των αναλυτικών προγραμμάτων πριν και μετά το αναλυτικό πρόγραμμα του 2011-14.	18
2.3 Αναλυτικό πρόγραμμα 2011-2014	24
2.3.1 Περιεχόμενο Αναλυτικού Προγράμματος 2011-2014	27
2.3.2 Επιρροή προτύπων NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) στο Αναλυτικό Πρόγραμμα 2014	43
2.3.3 Το παιδί στα Αναλυτικά Προγράμματα των μαθηματικών.....	45
2.4 Κριτικοί προβληματισμοί για τα ΑΠ των μαθηματικών στις μικρές ηλικίες	45
Κεφάλαιο 3. Caleb Everett – The numbers and the making of us.....	48
3.1. Περίληψη βιβλίου	49
3.2. Δομή βιβλίου	54
3.3 “Numbers and the making of us” και προτάσεις για επέκταση του Αναλυτικού Προγράμματος.	60
3.3.1 Ενδεικτικοί άξονες δραστηριοτήτων	61
Δραματοποιούμε σημεία τις ιστορικής διαδρομής του αριθμού.	61
Εξερεύνηση στοιχείων στη φύση.	61
Γινόμαστε έμποροι, γεωργοί, αρχαιολόγοι.....	61
Το κέρατο μέτρησης του ταράνδου.....	61
Μετρώντας αφήνοντας το αποτύπωμά μας.	62
Μετρώντας με τα χέρια μας ή και το σώμα μας.	62
Κεφάλαιο 4. Tim Ingold – Lines. A brief history	63
4.1. Περίληψη βιβλίου	64
4.2. Δομή βιβλίου	65
4.2.1 Κεφάλαιο πρώτο: Γλώσσα, μουσική και σημειογραφία.	67

4.2.2. Κεφάλαιο δεύτερο: ίχνη, νήματα και επιφάνειες.	69
4.2.3. Κεφάλαιο τρίτο: πάνω, απέναντι και κατά μήκος.....	70
4.2.5. Κεφάλαιο πέμπτο: σχέδιο, γραφή και καλλιγραφία	74
4.2.6. Ενότητα έκτη: πως η γραμμή έγινε ευθεία	76
4.3. “Lines. A brief history” και η εφαρμογή του στο Αναλυτικό Πρόγραμμα.....	79
4.3.1. Ενδεικτικοί άξονες δραστηριοτήτων	80
Κεφάλαιο 5 – Συμπεράσματα	82
Βιβλιογραφικές αναφορές.....	85

Κεφάλαιο 1.Εισαγωγή

Σκοπός της συγκεκριμένης πτυχιακής εργασίας είναι η κριτική ανάλυση των Αναλυτικών Προγραμμάτων που αναφέρονται στην προσχολική εκπαίδευση. Καθυτό τον τρόπο και χρησιμοποιώντας τη μοναδική σκοπιά των ανθρωπολόγων Everett και Ingold με τα έργα τους «Numbers and the making of us» και «Lines. A brief history» αντίστοιχα, θα δοθούν νέες προτάσεις οι οποίες προσεγγίζουν τα μαθηματικά πολύπλευρα, δίνοντας τον πρωταγωνιστικό ρόλο στα παιδιά και το περιβάλλον στο οποίο αλληλοεπιδρούν και αναπτύσσονται.

Σύμφωνα με την Ντολιοπούλου 2003, το πρόβλημα με τα αναλυτικά προγράμματα είναι ότι προτείνει δραστηριότητες εντελώς δομημένες και προσανατολισμένες σε συγκεκριμένους σκοπούς με αποτέλεσμα οι εκπαιδευτικοί να οδηγούνται σε μια κατευθυνόμενη και τυποποιημένη εκπαίδευση που ακολουθεί τις οδηγίες του αναλυτικού προγράμματος και όχι του πραγματικού ενδιαφέροντος των παιδιών. Οι ανάγκες των παιδιών αγνοούνται καθώς ένα συγκεκριμένο πρόγραμμα δεν δύνανται να ταιριάζει σε όλα τα παιδιά (Goffin, 1994). Παίρνοντας ως παράδειγμα τον Bruner, ο οποίος συσχέτιζε συνεχώς τη διδασκαλία ως μέρος της ζωής των παιδιών επομένως θεωρούσε ότι θα έπρεπε να είναι απαγορευτικό οι εκπαιδευτικοί να μένουν πιστοί ακόλουθοι ενός μόνο αναλυτικού προγράμματος δίχως να ξεφεύγουν από τα όρια αυτού, υποστήριξε σθεναρά ότι η συμμετοχή των παιδιών στην εκπαιδευτική διαδικασία είναι αναμφίβολα σημαντική για την ανάπτυξη τους (Bruner 1994).

Παρατηρώντας τα υπάρχοντα Αναλυτικά Προγράμματα βέβαια αντιλαμβανόμαστε ότι η εκπαιδευτική πολιτική ασκεί έλεγχο τόσο σε αυτά όσο και στις εκπαιδευτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών με αποτέλεσμα να καθοδηγεί τον τρόπο διδασκαλίας ακόμη και τα αποτελέσματα αυτής (Walshaw,2007). Αυτό φέρνει ως αποτέλεσμα η πρόωμη παιδική ηλικία να αντιμετωπίζεται ως ένα εντελώς ακαδημαϊκό και τυποποιημένο πλαίσιο με αποτέλεσμα να αφιερώνει την προσοχή του στην μάθηση και τη γνώση παρά στο ίδιο το παιδί (Ντολιοπούλου, 2003). Αναμφίβολα η βιωματική δράση εμφανίζεται σε πολύ λίγα μαθησιακά περιβάλλοντα ενώ στα μαθηματικά απειροελάχιστα. Αντί να αποτελέσει πυλώνα σύνδεσης του παιδιού με τη φύση, το περιβάλλον τριγύρω του, την καθημερινότητα του, το Αναλυτικό Πρόγραμμα στρέφεται σε μια γνωσιοκεντρική απόκτηση της γνώσης η οποία κατευθύνεται από την/τον εκπαιδευτικό.

Εν αντιθέσει, τα μαθηματικά και συνεπώς η μαθηματική εκπαίδευση μπορούν να συνδυαστούν με ποικίλα μαθησιακά πλαίσια σε βιωματικά περιβάλλοντα τα οποία δημιουργούνται μέσα από τις ανάγκες και τα πραγματικά ενδιαφέροντα των παιδιών αλλά και σε άμεσα σχετικά με το ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο. Καθαυτό τον τρόπο, παραβλέποντας κάθε τυποποιημένη και μονοδιάστατη μορφή της γνώσης που διαμορφώνει το Αναλυτικό Πρόγραμμα, το παιδί μπορεί να πειραματιστεί και μέσα από τα βιώματά του να έρθει σε επαφή με τη λογικομαθηματική σκέψη (Ντολιοπούλου, 2003). Κι αυτό είναι πολύ σημαντικό διότι η φυσική εμπειρία των παιδιών μέσα από τη δράση αλλά και από τη νοητική τους επεξεργασία καθόλη τη διάρκεια οδηγεί στην γνώση που το παιδί εξερευνά και αποκτά μόνο του ακολουθώντας τα ενδιαφέροντα και τα προσωπικά του ένστικτα. Όχι ένα άκαμπτο και τυποποιημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα.

Και κάπου εδώ τοποθετείται στο προσκήνιο η ανθρωπολογική ματιά των Everett και Ingold δια μέσου των βιβλίων τους “Numbers and the making of us” και “Lines. A brief history” αντίστοιχα. Το πρώτο βιβλίο εξετάζει τον τρόπο με τον οποίο η ανθρώπινη ιστορία αλλά και η ιστορία του φυσικού κόσμου συμπορεύονται με την ιστορία των αριθμών. Εμβαθύνει στην ιστορία ανάπτυξης των αριθμών και αναπτύσσει μια βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών αλλά και της επιστήμης. Ξεδιπλώνεται έτσι ένα ταξίδι στον χρόνο παρουσιάζοντας την εξέλιξη των αριθμών και των μαθηματικών γενικότερα. Τον τρόπο με τον οποίο κυριάρχησαν αρχικά ως πρωταρχική ανάγκη στην καθημερινότητα των πρωτόγονων ανθρώπων και ύστερα τον τρόπο με τον οποίο διαμόρφωσαν την επιστήμη. Επιπρόσθετα, το δεύτερο βιβλίο εισάγει την σημαντικότητα των γραμμών στην ιστορία του ανθρώπινου πολιτισμού και της κοινωνίας από την προϊστορία μέχρι και τη σύγχρονη εποχή. Οι γραμμές ως τρόπος έκφρασης επηρέασαν αναμφίβολα την τέχνη και μας έφεραν ακόμη πιο κοντά με τη φύση και τις ιδιαίτερες εφαρμογές των γραμμών πάνω σε αυτή. Όπως επίσης την απόλυτη χρησιμότητά τους στην γραφή και επομένως στην επικοινωνία, την αρχιτεκτονική, τον σχεδιασμό αλλά και στην μαθηματική γεωμετρία.

Εν κατακλείδι, και τα δύο βιβλία μπορούν να προσφέρουν ιδέες για την εκπαίδευση των μικρών παιδιών στα μαθηματικά ενθαρρύνοντας τη φιλοσοφία και την εξερεύνηση. Μέσα από αυτά μπορούμε να προτείνουμε τη σχεδίαση βιωματικών και δημιουργικών πλαισίων για τη μάθηση μαθηματικών εννοιών.

Η οργάνωση της εργασίας έχει ως εξής:

Στο πρώτο κεφάλαιο δίνεται η εισαγωγή της παρούσας πτυχιακής εργασίας που επικεντρώνεται στο αναλυτικό πρόγραμμα για τα μαθηματικά στην προσχολική εκπαίδευση με την ανθρωπολογική προσέγγιση των Everett και Ingold.

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας περιγράφονται τα αναλυτικά προγράμματα δίνοντας έμφαση στην μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική αγωγή.

Συγκεκριμένα θα αναλυθεί η εξέλιξή τους, δίνοντας μεγαλύτερη έμφαση στο αναλυτικό πρόγραμμα του 2011-14 καθώς και τα πρότυπα του NCTM όπου κατά κύριο λόγο το επηρέασε.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το βιβλίο του ανθρωπολόγου Caleb Everett “Numbers and the making of us”. Ειδικότερα γίνεται μια προσπάθεια ένταξης αυτού του βιβλίου στο αναλυτικό πρόγραμμα ενσωματώνοντας ενδεικτικούς άξονες δραστηριοτήτων που προσφέρει το συγκεκριμένο βιβλίο.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται με τον ίδιο τρόπο το βιβλίο του ανθρωπολόγου Tim Ingold “Lines. A brief history” και τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να αποτελέσει πολύ σημαντική προσθήκη στο αναλυτικό πρόγραμμα για την προσχολική εκπαίδευση προσφέροντας ενδεικτικούς άξονες δραστηριοτήτων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας που προκύπτουν από την έρευνα που πραγματοποιήθηκε και επιβεβαιώνονται από την υπάρχουσα βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε.

Κεφάλαιο 2. Αναλυτικά Προγράμματα και Μαθηματικά στην προσχολική εκπαίδευση

2.1. Εισαγωγή

Αναμφίβολα το αναλυτικό πρόγραμμα αποτελεί, σύμφωνα με τον Apple (1986), πολιτικό κείμενο καθώς προδιαγράφει τις ανάγκες και τις προσδοκίες της σύγχρονης και αναπτυσσόμενης κοινωνίας (Φωτεινός, 2020). Το αναλυτικό πρόγραμμα έχει την τάση να επικεντρώνεται σε μεγαλύτερο βαθμό στην ανάπτυξη των κοινωνικών δεξιοτήτων και στην αλληλεπίδραση των παιδιών με την κοινωνία αντί να δίνει έμφαση στην ατομική ανάπτυξη του παιδιού (Ντολιοπούλου, 2003). Λιγότερο επομένως ο χώρος για την καλλιέργεια αυτονομίας των παιδιών μέσα στην σχολική τάξη με αποτέλεσμα η δημιουργικότητά τους να περιορίζεται γύρω από συγκεκριμένους στόχους ενός προκαθορισμένου αναλυτικού προγράμματος. Ένα «καλύτερο αναλυτικό πρόγραμμα» όπως αναφέρει η Ντολιοπούλου (2003) θα ήταν εκείνο που σέβεται και ανταποκρίνεται στις ανάγκες κάθε παιδιού ξεχωριστά. Ενός αναλυτικού προγράμματος όπου θα εστιάζει στα ενδιαφέροντα και τις εμπειρίες των παιδιών. Σαφώς η κοινωνική επίδραση στην προσχολική αγωγή είναι σημαντική. Όπως λέει ο Vygotsky (1997), η εκπαίδευση είναι αναγκαίο να είναι κοινωνικά προσανατολισμένη για τη ζωτική ανάπτυξη του παιδιού, αλλά όταν αυτή όμως μέσω των προγραμμάτων θα εστιάζει στην ομαλή ανάπτυξη του ίδιου του παιδιού και όχι στην ανάπτυξη ενός αναλυτικού προγράμματος που θα εξυπηρετεί την κοινωνία.

Ένα αναλυτικό πρόγραμμα θα πρέπει να αποτελείται από κατάλληλους συνδυασμούς περιεχομένων, όπως για παράδειγμα ο συνδυασμός των μαθηματικών με την τέχνη, οι οποίοι θα αποτελούν σημαντικοί για την κατάρτιση των παιδιών. Καθώς επίσης και από ένα ακόμη μέρος το οποίο θα βασίζεται στα βιώματα των παιδιών (Χρυσafiδης, 1993). Ακόμη είναι εξίσου αναγκαίο να περιλαμβάνει ως βάση του το μαθησιακό παιχνίδι μέσα από το οποίο τα νήπια θα έρχονται σε επαφή με τα μαθησιακά πλαίσια και περιβάλλοντα που προτείνει το αναλυτικό πρόγραμμα (Catron & Allen, 1999).

Μάλιστα κρίνεται αναγκαίο ένα αναλυτικό πρόγραμμα να είναι προσαρμοσμένο στις συνθήκες του περιβάλλοντος και στην καθημερινή πραγματικότητα ενός παιδιού. Αυτό σημαίνει επομένως ότι πρέπει να λαμβάνει υπόψη τις προσωπικές ανάγκες των παιδιών ξεχωριστά και να εναρμονίζεται βάση με αυτές (Σμιθ & Στόουν, 2020) ενώ η αξιολόγηση οφείλει να εστιάζει στον βαθμό κατανόησης και κατάκτησης των στόχων του αναλυτικού προγράμματος με βάση το περιεχόμενο που έχουν διδαχτεί (Black & William, 2006). Τέλος, σύμφωνα με την έρευνα που πραγματοποίησε ο Sternberg (2017), ένα από τα σημαντικότερα στοιχεία του αναλυτικού προγράμματος είναι η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης και η ικανότητα λήψης αποφάσεων των παιδιών. Είναι σημαντικό τα παιδιά να είναι σε θέση να σκέφτονται κριτικά, να προβληματίζονται, να ανταλλάσσουν απόψεις και να επιλύουν προβλήματα.

Αντιθέτως ένα αναλυτικό πρόγραμμα που έχει κέντρο βάρους την κάλυψη μιας συγκεκριμένης διδακτικής ύλης δεν θεωρείται σίγουρα ούτε ευέλικτο, ούτε ευπροσάρμοστο στις ανάγκες των μαθητών/τριών. Τα θέματα και οι δραστηριότητες είναι αναγκαίο να αναδύονται μέσα από τα παιδιά, από τις σκέψεις, τις ιδέες τους, τα ενδιαφέροντά τους και κυρίως με βάση τις εμπειρίες τους (Ντολιοπούλου, 2003). Αναντίρρητα μέσω της βιωματικής μάθησης θα υπάρχει μεγαλύτερο ενδιαφέρον και νόημα για εκείνα μιας και θα ασχολούνται με κάτι το οποίο θα τους αρέσει επομένως ο δρόμος προς νέες μαθησιακές εμπειρίες και γνώσεις είναι ανοιχτός (Ζαφρανά & Ζαφρανά, 1998).

Τα τελευταία χρόνια έχει αλλάξει η αντίληψη ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας δεν μπορούν να έρθουν σε επαφή με μαθηματικές έννοιες και νοήματα με το NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) να υποστηρίζει ότι τα μικρά παιδιά μπορούν να αναπτύξουν πολύπλοκη μαθηματική σκέψη. Κυρίαρχο ρόλο στην μαθηματική αγωγή του νηπιαγωγείου έχουν σαφώς οι εμπειρίες του παιδιού οι οποίες αρχίζουν από τα βιώματά τους μέσα από το περιβάλλον του και τα αυθόρμητα παιχνίδια του. Καθαυτό τον τρόπο το νηπιαγωγείο εμβαθύνει σε αυτές τις εμπειρίες, τις συστηματοποιεί και οδηγεί με αυτό τον τρόπο το παιδί προς τις μαθηματικές έννοιες. Σε αυτές ταυτόχρονα είναι απαραίτητο να δίνεται ιδιαίτερη σημασία στους νόμους της πνευματικής ανάπτυξης του παιδιού (Βοσνιάδου, 1993). Οι μαθηματικές έννοιες στην προσχολική ηλικία καλλιεργούνται κατάλληλα με τη χρήση των

αισθήσεων και του σώματος των παιδιών (για παράδειγμα μετρώντας με τα χέρια) πριν περάσουμε στην διεργασία του νου (μετρώντας με το μυαλό). Αδιαμφισβήτητο το νηπιαγωγείο είναι ένα οργανωμένο και κατάλληλο περιβάλλον που προσφέρει στα παιδιά αναρίθμητες μαθηματικές εμπειρίες μέσα από ένα καλά σχεδιασμένο και εξίσου οργανωμένο εκπαιδευτικό πρόγραμμα μαθηματικών. Η αλληλεπίδραση του φυσικού και κοινωνικού περιβάλλοντός τους και η ενθάρρυνσή τους στην καθημερινή πράξη και στην αντιμετώπιση των προβλημάτων τους προκύπτει μέσω των μαθηματικών (Βαληνάκη,1977).

Αυτό ενδυναμώνεται από τον τρόπο με τον οποίο το νήπιο εμπλέκεται βιωματικά και αξιοποιεί τις προϋπάρχουσες γνώσεις σε νέες καταστάσεις. Τα μαθηματικά συμβάλλουν στην διαμόρφωση της προσωπικότητας του παιδιού. Ουσιαστικά το χρίζει ικανό να επιλύει προβλήματα, να έχει την αντίληψη να συνδυάζει, να εφαρμόζει, να τροποποιεί και να παρουσιάζει δεδομένα και καταστάσεις από τις οποίες έχει επεξεργαστεί και αξιοποιήσει δεδομένα τόσο με μεθοδικό όσο και με κριτικό τρόπο σκέψης (Ντολιοπούλου,2003).

Επομένως φτάνουμε στο συμπέρασμα ότι η διδασκαλία των μαθηματικών στο νηπιαγωγείο είναι αδιαμφισβήτητα σημαντική διότι συμβάλλει στην απόκτηση των απαραίτητων νοητικών προϋποθέσεων για τα παιδιά δημιουργώντας το κατάλληλο περιβάλλον μάθησης και ανάπτυξης. Η μαθηματική εκπαίδευση στο νηπιαγωγείο είναι δυνατόν να διευρύνει τους ορίζοντες του νηπίου και να το βοηθήσει να αντιληφθεί σιγά σιγά τον πραγματικό κόσμο δίνοντας του θεμέλια για να μεταβεί προς την τυπική μαθηματική σκέψη και γνώση (Χρυσοφίδης,1992). Για να επιτευχθεί αυτό όμως ολοκληρωτικά απαιτείται το Αναλυτικό Πρόγραμμα που ακολουθείται να επιδιώκει το ίδιο. Έτσι ο οδηγός της νηπιαγωγού περιλαμβάνει δράσεις που είναι οικείες στα παιδιά. Δράσεις με τις οποίες μπορούν να μετρούν, να ζωγραφίζουν, να κατασκευάζουν, να λύνουν προβλήματα, να αντιμετωπίζουν καθημερινές καταστάσεις από τις οποίες εμπλέκονται τα μαθηματικά στοιχεία με τρόπο που μπορούν να αντιμετωπίζουν στην πραγματική τους ζωή (Τζεκάκη, 2010).

2.2 Η εξέλιξη των αναλυτικών προγραμμάτων πριν και μετά το αναλυτικό πρόγραμμα του 2011-14.

Ειδικότερα, θα κάνουμε αναφορά στο Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (ΔΕΠΠΣ) του 2003 που εφαρμόστηκε σταδιακά στην εκπαίδευση. Έπειτα θα συνεχίσουμε με το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών του 2011 που αργότερα εξελίχθηκε στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών του 2014 το οποίο κι εγώ διδάχτηκα κατά τα φοιτητικά μου χρόνια και θα βασιστώ περισσότερο στην πτυχιακή μου. Επιπλέον θα αναφερθούμε και στο αναλυτικό πρόγραμμα του 2021 που δεν έχει εφαρμοστεί, ακόμη τουλάχιστον, στην εκπαίδευση.

Το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (ΔΕΠΠΣ) 2003

αφιερώνει ένα ολόκληρο κεφάλαιο στα μαθηματικά (κεφάλαιο 9) ως συνέχεια των προ μαθηματικών σε ένα πλαίσιο διαθεματικής και παιγνιώδους μάθησης. Τα προσεγγίζει μέσα από μια σειρά πλούσιων παραδειγμάτων, δράσεων, υλικού αλλά και εικόνων που βοηθούν τον/την εκπαιδευτικό να κατανοήσει από κάθε πλευρά πως τα μαθηματικά αναπτύσσονται και εξελίσσονται (Βοσνιάδου,1993). Πιο συγκεκριμένα η διδασκαλία των μαθηματικών με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα του 2003 περιτριγυρίζεται γύρω από την αναγνώριση των αριθμών, την αντιστοίχιση αριθμών με αντικείμενα, την κατανόηση των μαθηματικών σχέσεων αλλά και την επίλυση απλών προβλημάτων.

Η διδασκαλία εμπλουτίζεται με παιχνίδια και δραστηριότητες που κρατούν το ενδιαφέρον το παιδιών αμείωτο και τους δίνει τις κατάλληλες αφορμές και ερεθίσματα για να προσελκύσουν την ενεργή συμμετοχή τους. Σαφώς δεν μένει μόνο εκεί, η εκπαιδευτική διαδικασία εστιάζει ακριβώς πάνω στα ενδιαφέροντα και τις ανάγκες τους αναπτύσσοντας τις δεξιότητές, την κριτική τους σκέψη αλλά και πυροδοτώντας την συνεργασία μεταξύ των παιδιών. εστιάζοντας όμως ακόμη περισσότερο στις μαθηματικές δεξιότητες που το ΔΕΠΠΣ 2003 θέλει να αξιοποιηθεί στο νηπιαγωγείο παρατηρούμε ότι δίνεται βάση και αμέριστη προσοχή και ενθάρρυνση σε ένα πλαίσιο διαθεματικών δραστηριοτήτων (Βοσνιάδου,1993). Για παράδειγμα τα παιδιά εμπλέκονται σε δράσεις που μαθαίνουν, μέσω των εμπειριών τους φυσικά, να ομαδοποιούν, να διατάσσουν, να ταξινομούν αλλά και να κάνουν

αντιστοιχίσεις (Βρεττός & Καψάλης, 1997). Επιπλέον να συγκεντρώνουν, να οργανώνουν και να επεξεργάζονται δεδομένα. Να αριθμούν – απαριθμούν, να αντιλαμβάνονται τη θέση αντικειμένων στο χώρο αλλά και του εαυτού τους. Να προσανατολίζονται, να αναγνωρίζουν σχήματα – θέσεις – ιδιότητες αυτών. Να κάνουν μετρήσεις και εκτιμήσεις, να διατυπώνουν και να ελέγχουν υποθέσεις, να επιλύουν προβλήματα και τέλος να χρησιμοποιούν την τεχνολογία ως βοηθητικό μέσο για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Αναμφίβολα το συγκεκριμένο Αναλυτικό Πρόγραμμα δίνει τεράστια σημασία και έμφαση στην ανάπτυξη της αυθόρμητης μαθηματικής σκέψης μέσα από εμπειρίες και βιώματα.

Όχι σε μια γνωσιοκεντρική και διδασκαλοκεντρική μάθηση που στηρίζεται σε μια ‘ξερή’ επαφή με τις μαθηματικές έννοιες. Το γεγονός αυτό είναι απαραίτητα σημαντικό διότι τα παιδιά δεν μαθαίνουν απλώς για αριθμούς και γεωμετρικά σχήματα αλλά μαθαίνουν να τα εφαρμόζουν στην καθημερινότητά τους χρησιμοποιώντας τη μαθηματική τους σκέψη και τις δεξιότητες – ικανότητες που πλέον θα έχουν αποκτήσει (Ζαχαρενάκης,1996).

Το Αναλυτικό Πρόγραμμα 2003 δίνει αρκετά λεπτομερειακές οδηγίες στον/την εκπαιδευτικό τόσο για τη σχεδίαση και υλοποίηση της διδασκαλίας αλλά όσο και για τις μεθόδους αξιολόγησης των παιδιών προκειμένου να αντιληφθούν την πρόοδό τους καθ’ όλη τη διάρκεια των δραστηριοτήτων. Ακόμη πιο σημαντική κρίνεται και η συνεργασία μεταξύ του σχολείου και των γονέων, γι’ αυτό το λόγο δίνεται τεράστια σημασία από το αναλυτικό πρόγραμμα και παρέχονται αρκετές ευκαιρίες ανάπτυξης σχέσεων υποστήριξης και βοήθειας μεταξύ τους (Βαληνάκη,1997). Όσον αφορά τη διδασκαλία, το αναλυτικό πρόγραμμα 2003, ενθαρρύνει τους/τις εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν ένα ευχάριστο μαθησιακό πλαίσιο που να είναι δημιουργικό και να οδηγεί τα παιδιά προς τη μάθηση μέσω της εξερεύνησης, του παιχνιδιού και των καθημερινών βιωμάτων τους (Κιτσάρας,1998). Είναι σημαντικό λοιπόν να δίνεται βάση στα ενδιαφέροντα τους, τις ανάγκες αλλά και τις ικανότητές τους. Γι’ αυτό είναι σημαντικό η διδασκαλία να βασίζεται στην ενεργό συμμετοχή των παιδιών και στην επίτευξη των στόχων τους μέσω της συνεργατικής εργασίας. Αναντίρρητα κρίνεται επίσης απαραίτητο να περιλαμβάνει δραστηριότητες που προάγουν όλες τις πτυχές ανάπτυξης του παιδιού, λόγου χάρη τις κοινωνικές, συναισθηματικές, κινητικές και γνωστικές δεξιότητες (Κιτσάρας,1998).

Ωστόσο το παιδί στο αναλυτικό πρόγραμμα 2003 εμφανίζεται τόσο ως ένας ικανός πολίτης, όσο και ως ένας ικανός ενήλικας. Μάλιστα συμμετέχει στην μαθησιακή ανάπτυξη, είναι αυτόνομο, επικοινωνεί, κοινωνικοποιείται και οδηγείται προς την εξερεύνηση και την ανακάλυψη. Ειδικότερα το παιδί εμφανίζεται ως μια οντότητα που διακατέχεται από ποικίλα ενδιαφέροντα, δεξιότητες, ανάγκες και ανησυχίες. Έτσι το αναλυτικό πρόγραμμα διασφαλίζει την ενεργητική συμμετοχή των παιδιών στη διαδικασία της μάθησης. Οι δραστηριότητες που προτείνονται αναφέρονται σε όλες τις γνωστικές, κοινωνικές, αισθητηριακές και κοινωνικές περιοχές ανάπτυξης του παιδιού (Ζαχαρενάκης,1993). Με αυτό τον τρόπο το παιδί αποτελεί ένα αυτόνομο και ενεργό μέλος της κοινωνίας. Αναμφίβολα οι ευαισθησίες, τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και οι ανάγκες τους προστατεύονται και τα παιδιά ενθαρρύνονται να ανακαλύψουν τον εαυτό τους. Αυτό φέρει ως αποτέλεσμα να αισθάνονται ασφαλείς και να καλλιεργούν ακόμη περισσότερες δεξιότητες χωρίς κανένα να μένει πίσω. Αναντίρρητα παρουσιάζεται ως ένα έξυπνο, δημιουργικό και ως ένα ικανό κοινωνικοποιημένο παιδί. Ένα παιδί δημιουργικό και ικανό να ανταπεξέλθει στις βασικές μαθηματικές δεξιότητες. Όλα αυτά τα χαρακτηριστικά προσδίδουν στο παιδί αυτοπεποίθηση, αυτοεκτίμηση και τον τρόπο να ανακαλύπτει τον κόσμο από τη δική του, προσωπική οπτική γωνία (Λεοντάρη,1996).

Το αναλυτικό πρόγραμμα του 2021 για το νηπιαγωγείο θέτει βασικούς στόχους για επιτευχθεί η κοινωνικοπαιδαγωγική προοπτική της εκπαίδευσης που θέλει να επιτύχει. Συγκεκριμένα ο πρώτος στόχος του είναι η «ομαλή μετάβαση» των παιδιών από το ένα πλαίσιο στο άλλο. Όπως για παράδειγμα η μετάβασή τους από το νηπιαγωγείο στο δημοτικό σχολείο. Ο δεύτερος στόχος είναι η «διασφάλιση των συνθηκών για την επιτυχημένη πορεία κάθε παιδιού». Δηλαδή κάθε παιδί να αντιμετωπίζεται ως μια ξεχωριστή προσωπικότητα και τα χαρακτηριστικά του που το κάνει ξεχωριστό να μην στέκονται εμπόδιο στην επιτυχία του. Ο τρίτος στόχος είναι η «διασφάλιση των συνθηκών για την επιτυχημένη συμμετοχή κάθε εκπαιδευτικού και κάθε ενήλικα στην εκπαίδευση των παιδιών». Συγκεκριμένα με τον στόχο αυτό επιτυγχάνεται αρμονικά η συμμετοχή, η συνεργασία και η ενασχόληση όλων των σημαντικών προσώπων για το παιδί (όπως γονείς, εκπαιδευτικοί, κ.α.) προκειμένου η διαπαιδαγώγησή του να είναι ακόμη πιο αποτελεσματική. Ο τέταρτος στόχος είναι η «λειτουργία του νηπιαγωγείου ως κοινότητα μάθησης». Σε αυτό το σημείο τονίζεται η ανάγκη να προσαρμόζεται το πρόγραμμα από τους/τις νηπιαγωγούς αλλά και όσα

πρακτικά εφαρμόζεται στις ιδιαιτερότητες και τις ανάγκες τόσο των παιδιών όσο και των γονιών τους ώστε όλοι να συμμετέχουν στην εκπαιδευτική διαδικασία και να προσφέρουν όσα τους κάνουν μοναδικούς. Τέλος, ο τελευταίος στόχος αφορά την «ισχυρή και δημοκρατική ηγεσία» που επιτυγχάνεται μέσω ποικίλων δραστηριοτήτων που προσδίδουν μια πιο ρεαλιστική εικόνα για τη μάθηση υποστηρίζοντας κάθε ενέργεια που οδηγεί σε σημαντικότερους ηθικούς σκοπούς. Εστιάζοντας περισσότερο στο περιεχόμενο του παρατηρούμε μια νέα προσθήκη, την «εργαλειοθήκη τεσσάρων υποδοχών» που αποτελούν τα «εργαλεία σκέψης» όπως κριτική σκέψη – δημιουργικότητα, τα «εργαλεία επιστήμης και τεχνολογίας», υπολογιστική σκέψη, τα «εργαλεία ζωής», ιδιότητα του πολίτη – κοινωνική/προσωπική ευθύνη και τέλος τα «εργαλεία μάθησης» όπως επικοινωνία – συνεργασία.

Το αναλυτικό πρόγραμμα του 2021 για το νηπιαγωγείο φαίνεται περισσότερο αυστηρό και απόμακρο. Βλέπουμε τις μαθησιακές περιοχές να οργανώνονται σε θεματικά πεδία. Συγκεκριμένα σε τέσσερα, Α' θεματικό πεδίο: Παιδί και Επικοινωνία, Β' θεματικό πεδίο: Παιδί, Εαυτός και κοινωνία, Γ' θεματικό πεδίο: Παιδί και θετικές επιστήμες, Δ' θεματικό πεδίο: Παιδί, Σώμα, Δημιουργία και Έκφραση. Καθίσταται λοιπόν φανερό πως στο αναλυτικό πρόγραμμα του 2021 τα μαθηματικά ξαφνικά χάνουν την αυτόνομη θέση τους και πλαισιώνονται ως μέρος των θετικών επιστημών.

Αναλύοντας περισσότερο το θεματικό πεδίο των μαθηματικών παρατηρούμε ότι χωρίζεται σε τρεις κατηγορίες – ως τρία **ανεξάρτητα** θεματικά πλαίσια, α. Γεωμετρία και Μετρήσεις (κάνει λόγο για τον χώρο, τα σχήματα, τις σχέσεις και τις μετρήσεις), β. Αριθμοί - Πράξεις και άλγεβρα (ασχολείται με τους αριθμούς και τα σύμβολα, ποιο συγκεκριμένα με τις ποσοτικές και ποιοτικές σχέσεις), γ. Στοχαστικά Μαθηματικά (αφορά την επίλυση προβλημάτων συλλογής και οργάνωσης δεδομένων αλλά και τον συλλογισμό των πιθανοτήτων). Κοιτώντας προσεκτικά και συγκριτικά με το αναλυτικό πρόγραμμα του 2014, υπάρχει μια απόπειρα ομαδοποίησης με διαφορετικό όμως τρόπο και ιεράρχηση. Επιπλέον μια ακόμη πιο σοβαρή διαφορά είναι η απουσία της ενσώματης αλλά και κάθε δημιουργικής δράσης. Τα μαθηματικά δεν συνδέονται πλέον με τις τέχνες ούτε με την κινητική αγωγή. Γίνεται φανερή η αποξένωση των καλλιτεχνικών και συνεπώς της δημιουργικότητας.

Η βασικότερη προσθήκη στο αναλυτικό πρόγραμμα του 2021 αποτελεί το STEM και

υποστηρίζει: Science – Technology – Engineering – Mathematics (Επιστήμη – Τεχνολογία – Μηχανική – Μαθηματικά). Τα μαθηματικά στην εκπαίδευση ουσιαστικά αποτελούν ένα θεμελιώδες εργαλείο των STEM, γεγονός που έκανε το αναλυτικό πρόγραμμα να το ενσωματώσει σε αυτό (Παπαδοπούλου,2010).

Εμβαθύνοντας περισσότερο στην συγκεκριμένη ορολογία παρατηρούμε ότι στην επιστήμη, τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία μοντέλων, την ανάλυση δεδομένων αλλά και την πραγματοποίηση προβλέψεων. Στην τεχνολογία, τα μαθηματικά βασίζονται στον σχεδιασμό και τη βελτιστοποίηση συστημάτων λόγω χάρη τα δίκτυα υπολογιστών, τους αλγόριθμους αλλά και τις δομές δεδομένων.

Επιπλέον τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται και για την ασφάλεια των δεδομένων και των επικοινωνιών μέσω της κρυπτογραφίας. Στη μηχανική, τα μαθηματικά στοχεύουν στον σχεδιασμό και την ανάλυση κτιρίων, γεφυρών ή άλλων μηχανολογικών συστημάτων (Χριστίδου & Συμεωνίδου,2014). Επιπλέον χρησιμοποιούνται στον σχεδιασμό ηλεκτρικών συστημάτων και κυκλωμάτων αλλά και στη βελτιστοποίηση των διαδικασιών παραγωγής. Εν κατακλείδι τα μαθηματικά είναι αδιαμφισβήτητα το σημαντικότερο εργαλείο των STEM και ο βασικότερος πυλώνας για την κατανόηση και ταυτόχρονα για την πρόοδο της επιστήμης, της τεχνολογίας, της μηχανικής και των μαθηματικών εφαρμογών (Παπαδοπούλου,2010).

Έτσι λοιπόν, τα μαθηματικά ως μέρος των STEM στο αναλυτικό πρόγραμμα προσπαθούν να ενισχύσουν τις μαθηματικές δεξιότητες με τη χρήση τεχνολογίας όπου τα παιδιά κάνουν μαθηματικές πράξεις μέσω ψηφιακών εκπαιδευτικών παιχνιδιών, να προωθήσουν ποικίλες επιστημονικές προσεγγίσεις μέσα από τις οποίες τα παιδιά σκέφτονται ως επιστήμονες καθώς και να ασχολούνται με επιστημονικά πειράματα ως μια προσπάθεια να κατανοήσουν και να εξερευνήσουν τον κόσμο γύρω τους (Κολιοπάνος,2013). Επιπλέον ενισχύεται η τεχνολογία στη διδασκαλία μέσω της χρήσης υπολογιστών ή άλλων διαδικτυακών πόρων και ενσωματώνεται η έννοια της μηχανικής κατά την οποία τα παιδιά έρχονται σε επαφή με αυτή έμμεσα χάρη στις κατασκευές που μπορούν να πραγματοποιηθούν από τα ίδια. Τέλος, δίνεται τεράστια βάση στην κατανόηση της τεχνολογίας γενικότερα. Ποικίλές διαδραστικές εμπειρίες, δραστηριότητες ή παιχνίδια αποτελούν σημαντική αφορμή για να έρθουν σε επαφή με την τεχνολογία και να την κάνουν μέρος της καθημερινότητάς τους (Χριστίδου & Συμεωνίδου,2014).

Καθαυτό τον τρόπο το αναλυτικό πρόγραμμα του 2021 εισάγει το STEM στη διδασκαλία των μαθηματικών ενθαρρύνοντας τα παιδιά να γνωρίσουν τον κόσμο γύρω τους μέσω της τεχνολογίας και της επιστήμης (Πολυχρονίδου & Σκαλίδα,2018) Η διδασκαλία των μαθηματικών ενισχύεται μέσα από διάφορες δραστηριότητες που σχετίζονται με την εφαρμογή πραγματικών προβλημάτων όπως αυτά της μέτρησης, της γεωμετρίας και της στατιστικής. Η εφαρμογή λοιπόν του STEM στην σχολική κοινότητα των νηπιαγωγείων επιτυγχάνεται μέσω του αναλυτικού προγράμματος για δύο κύριους σκοπούς. Ο πρώτος είναι οι μαθητές/τριες να αποκτήσουν μια ολοκληρωμένη αντίληψη για τα μαθηματικά και ο δεύτερος είναι να καλλιεργήσουν σύγχρονες δεξιότητες οι οποίες θα σταθούν σημαντικές για την ανέλιξη του ατόμου στον επαγγελματικό κόσμο αλλά και στην ορθή ανταπόκρισή του σε κάθε απαίτηση της σύγχρονης κοινωνίας (Σιμόγλου & Παπαδοπούλου,2015).

Τα μαθηματικά πλέον είναι μέρος του τρίτου θεματικού πεδίου, αυτό των θετικών σπουδών και πιο συγκεκριμένα «Γ' θεματικό πεδίο: Παιδί και Θετικές Επιστήμες». Εστιάζει στα μαθηματικά, τις φυσικές επιστήμες, την τεχνολογία κατασκευών και παρέχει αρκετές και βασικές ικανότητες - γνώσεις, δεξιότητες και στάσεις. Ωστόσο για την/τον εκπαιδευτικό το Αναλυτικό Πρόγραμμα του 2021 δεν είναι πλέον τόσο λεπτομερειακό, ούτε περιγραφικό. Είναι ένα μακροσκελές πινακάκι που αναλύει μονάχα τη θεματική ενότητα του πεδίου, τις θεματικές υποενότητες, τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα (που χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες: Γνώσεις, Δεξιότητες, Στάσεις) και τις ενδεικτικές δραστηριότητες.

Η πρώτη θεματική ενότητα του πεδίου αναφέρεται στα μαθηματικά και οι θεματικές του υποενότητες χωρίζονται ως εξής:

Γ.1.1. Γεωμετρία και Μετρήσεις: δίνεται έμφαση στις «έννοιες του χώρου ως σύστημα αναφοράς, στα γεωμετρικά σχήματα, στις σχέσεις στον χώρο, στην εισαγωγή στις μετρήσεις – μήκους επιφάνειας, όγκου, χωρητικότητας».

Γ.1.2. Αριθμοί – Πράξεις και Άλγεβρα: εδώ επεξεργάζονται η «γνωριμία των παιδιών με τους αριθμούς και τα σύμβολα, η επεξεργασία ποσοτικών μαθηματικών σχέσεων και η επεξεργασία ποιοτικών μαθηματικών σχέσεων».

Γ.1.3. Στοχαστικά Μαθηματικά: αναλύονται η «επίλυση απλών μαθηματικών προβλημάτων συλλογής και οργάνωσης δεδομένων και η εξοικείωση με τον συλλογισμό των πιθανοτήτων».

Όπως είδαμε παραπάνω, το αναλυτικό πρόγραμμα του 2021 που αναφέρεται για το νηπιαγωγείο προετοιμάζει ήδη τα μικρά παιδιά, από την τρυφερή τους κιόλας ηλικία, για ένα λαμπρό μέλλον και μια ικανοποιητική επαγγελματική σταδιοδρομία.

Ουσιαστικά η παιδικότητα χάνεται όταν το αναλυτικό πρόγραμμα εστιάζει στην ανάπτυξη ικανοτήτων για μια επιτυχημένη και δυναμική ανταπόκριση των μαθητών στη σύγχρονη κοινωνία και τους καθοδηγεί προς την ωριμότητα και την έννοια του ενεργού πολίτη. Με όλα αυτά, ξαφνικά ξεχνάμε πόσο σημαντική είναι, σε αυτή την ηλικία ειδικά, η απόκτηση ταυτότητας των παιδιών, η αναγνώριση της διαφορετικότητας, το παιχνίδι και η δημιουργικότητα που κρύβεται μέσα τους. Χάνονται μπροστά στον βωμό της επαγγελματικής αποκατάστασης και στην τάση για τη γρήγορη ενηλικίωση του παιδιού που θα αποδώσει σε μια επιτυχημένη καριέρα.

2.3 Αναλυτικό πρόγραμμα 2011-2014

Στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του 2011-14 η αντίληψη του ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας δεν μπορούν να κατανοήσουν σημαντικές μαθηματικές έννοιες και νοήματα ανήκει στο παρελθόν. Επομένως και το αναλυτικό πρόγραμμα είναι απαραίτητο να συμπεριλάβει την μαθηματική εκπαίδευση σε έναν ενιαίο κύκλο σπουδών (4-8 χρονών) κατά το οποίο θα καλλιεργούν και θα θεμελιώνουν βασικές μαθηματικές διεργασίες και γνώσεις. Μια σοβαρή εκπαιδευτική διαδικασία που συμπεριλαμβάνει τα παιδιά και τους δίνει χώρο να εκφραστούν μέσω των μαθηματικών και να αποκτήσουν σημαντικές κοινωνικές και αναπτυξιακές δεξιότητες. Άλλωστε ζούμε σε ένα κόσμο που οι κοινωνικές, επιστημονικές και τεχνολογικές εξελίξεις ολοένα και πληθαίνουν.

Έτσι λοιπόν μέσα από τα μαθηματικά αποκτούμε ποικίλες και αρκετά χρήσιμες ικανότητες και γνώσεις με τις οποίες θα μπορέσουμε να ενταχθούμε ομαλά στην συνεχή αναπτυσσόμενη πραγματικότητα. Για παράδειγμα μαθαίνουμε να επιλύουμε προβλήματα, να επεξεργαζόμαστε δεδομένα, να αναλύουμε και να συνθέτουμε πληροφορίες. Επιπλέον ο συλλογισμός μας γίνεται πιο συστηματικός. Όλα αυτά τα πλεονεκτήματα που δίνει η μαθηματική εκπαίδευση γενικότερα αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι μιας ολοκληρωμένης προσωπικότητας, γι' αυτό και το αναλυτικό πρόγραμμα επιδιώκει να αναπτύξει περισσότερα σύγχρονα προγράμματα σπουδών πάνω στα μαθηματικά. Αυτό που στοχεύει λοιπόν είναι στην ανάπτυξη ενός

τρόπου σκέψης που θα αξιοποιεί τα στοιχεία της μαθηματικής επιστήμης. Δεν θα στηρίζεται πλέον στην τυπική και μονοδιάστατη εκπαίδευση μάθησης εννοιών και διαδικασιών. Εστιάζει στην εκπαίδευση των μαθηματικών που θα ξεκινά από τις μικρότερες ηλικίες και θα καλλιεργεί το άτομο με τέτοιο τρόπο ώστε να τοποθετούνται σιγά σιγά τα θεμέλια για τη νοητική του ανάπτυξη όπως εξίσου και για τον ιδιαίτερο τρόπο σκέψης αλλά και δράσης προσεγγίζοντας βαθμιαία τις μαθηματικές έννοιες μέσα από συστηματικές εμπειρίες και βιώματα.

Η οργάνωση του προγράμματος των μαθηματικών στο νηπιαγωγείο στηρίζεται σε πέντε βασικούς άξονες μέσα από τους οποίους αναπτύσσονται όλες οι έννοιες που θα ακολουθήσουν τη μαθησιακή δραστηριότητα και εμπειρία των παιδιών. Ο πρώτος άξονας αναφέρεται στους αριθμούς και τις πράξεις και πιο συγκεκριμένα στους φυσικούς αριθμούς μέχρι το δέκα αλλά και πράξεις μεταξύ των αριθμών. Ο δεύτερος άξονας για στον χώρο και τη γεωμετρία που εστιάζει στον προσανατολισμό στο χώρο, σε βασικά γεωμετρικά σχήματα, μετασχηματισμούς και οπτικοποιήσεις. Ο τρίτος άξονας κάνει λόγο για την εισαγωγή στην αλγεβρική σκέψη και ασχολείται με κανονικότητες και ισότητες. Ύστερα ο τέταρτος άξονας περιλαμβάνει τις μετρήσεις. Ειδικότερα κάνει μια εισαγωγή στη μέτρηση μηκών, επιφανειών, όγκου και χωρητικότητας. Τέλος, ο πέμπτος άξονας βασίζεται στα στοχαστικά μαθηματικά με τα οποία βοηθά τα παιδιά να οργανώσουν δεδομένα και να τα εισάγει στις πιθανότητες.

Αναντίρρητα, κανένας από τους παραπάνω άξονες δεν πρέπει να διδάσκεται, ούτε και να μαθαίνονται σε ένα δασκαλοκεντρικό παραδοσιακό πλαίσιο. Αντιθέτως τα παιδιά θα πρέπει να αντλούν αυτές τις γνώσεις μέσα από βιώματα και ατομικές αναζητήσεις. Μέσα από το παιχνίδι, την εξερεύνηση του περιβάλλοντός τους και επομένως μέσα από τις εμπειρίες τους. Έτσι στο αναλυτικό πρόγραμμα του 2014, αναλύεται η θεματική περιοχή σε βασικές τροχιές ανάπτυξης όπου σε κάθε μια από αυτές αντιστοιχεί ένα περιεχόμενο ανάπτυξης με αντίστοιχες οδηγίες και δραστηριότητες. Αναφέρονται οι δράσεις που το παιδί ενδείκνυται να ακολουθήσει καθώς και ιδέες για τον εκπαιδευτικό προκειμένου να οργανώσει τη δραστηριότητα κατάλληλα.

Ο/Η εκπαιδευτικός υποστηρίζει τη μαθηματική εκπαίδευση των παιδιών επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον του στο να δημιουργήσει δράσεις αλλά και το ιδανικό περιβάλλον με το οποίο θα έρθουν σε επαφή τα παιδιά προκειμένου να τα

φέρει σε επαφή με τις μαθηματικές έννοιες. Έτσι προσπαθεί να αναπτύξει με δημιουργικούς τρόπους ποικίλες χρήσιμες ικανότητες, όπως για παράδειγμα την ικανότητα διερεύνησης, επίλυσης προβλήματος, συλλογισμού, τεκμηρίωσης καθώς και τη σημαντική εξίσου ικανότητα επικοινωνίας. Συγκεκριμένα είναι απαραίτητο να δημιουργεί δραστηριότητες με τη βοήθεια των παιδιών ώστε να ασχολούνται με ενδιαφέροντα που είναι κοντά με τις εμπειρίες που ήδη έχουν για να οδηγηθούν όσο το δυνατό περισσότερο στο αποτέλεσμα χωρίς την ιδιαίτερη βοήθεια του/της εκπαιδευτικού. Επιπλέον η ενθάρρυνση της μαθηματικής δράσης είναι απαραίτητη καθώς περιλαμβάνει μια σειρά από δράσεις που φέρνουν ποικίλα πλεονεκτήματα για τα παιδιά, όπως ήδη έχουμε αναφέρει παραπάνω, φέρνοντας ως αποτέλεσμα τα παιδιά σε επαφή με τις μαθηματικές έννοιες χωρίς περιορισμένη απλή ενασχόληση με τα μαθηματικά αντικείμενα αλλά βαθύτερη κατανόηση. Ένα ακόμη σημαντικό στοιχείο ενθάρρυνσης αποτελεί αυτό της/του εκπαιδευτικού καθώς με αυτό τον τρόπο τα παιδιά παίρνουν θάρρος να παρουσιάσουν όσα κάνουν, να συζητήσουν γι' αυτό και γενικότερα να φτάσουν κατά κάποιο τρόπο στις πρώτες γενικεύσεις. Προκειμένου η μαθηματική ανάπτυξη που επιδιώκουμε να είναι αποτελεσματική κρίνεται απαραίτητη η επιλογή κατάλληλων δραστηριοτήτων οι οποίες θα πλαισιώνονται από τα αντίστοιχα ψηφιακά ή χειραπτικά υλικά με αποτέλεσμα να δημιουργήσουν ένα περιβάλλον γεμάτο ερεθίσματα που θα ευνοεί την μαθηματική ανάπτυξη.

Τέλος, το αναλυτικό πρόγραμμα μας δείχνει τον τρόπο με τον οποίο τα μαθηματικά συνδέονται με τις υπόλοιπες μαθησιακές περιοχές. Υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά και γενικότερα οι μαθηματικές έννοιες μπορούν να συνδυαστούν με πολλά διαφορετικά μαθησιακά πλαίσια μέσα από δράσεις ποικίλων θεματικών περιοχών (λόγου χάρη της κινητικής αγωγής, της γλώσσας, κ.α.) ή καθημερινών δραστηριοτήτων για να προσεγγίσουν τα μαθηματικά. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά μέσα από την παρατήρηση συμμετριών σε έργα τέχνης, οικοδομήματα ή εντοπίζοντας κανονικότητες στη φύση, μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά προκειμένου να κατανοήσουν τις συγκεκριμένες έννοιες. Δηλαδή να κάνουν μετρήσεις, να υπολογίζουν και να λύνουν προβλήματα.

2.3.1 Περιεχόμενο Αναλυτικού Προγράμματος 2011-2014

Το αναλυτικό πρόγραμμα, όπως αναφέραμε παραπάνω, είναι χωρισμένο σε άξονες και τροχιές ανάλογα με τις έννοιες και τις διεργασίες που θα οργανωθούν για να αναπτυχθούν κατάλληλα οι απαραίτητες μαθησιακές εμπειρίες των μαθητών πάνω στα μαθηματικά. Πιο συγκεκριμένα σε κάθε τροχιά αναλύονται οι μαθησιακοί στόχοι και το περιεχόμενο στο οποίο βασίζονται όπως επίσης και οι ενδεικτικές δραστηριότητες για τις οποίες δίνονται τα προτεινόμενα περιβάλλοντα και διδακτικές προσεγγίσεις. Μάλιστα, οι δραστηριότητες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Πρώτη κατηγορία «Η υλοποίηση του στόχου διευκολύνεται όταν τα παιδιά...» και η δεύτερη κατηγορία «Οι εκπαιδευτικοί συμβάλλουν στην υλοποίηση του στόχου...».

Οι θεματικές ενότητες επομένως αποσκοπούν στην βαθμιαία ανάπτυξη κάθε μαθηματικής έννοιας οι οποίες δεν ακολουθούν τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Ούτε διδάσκονται, ούτε μαθαίνονται αλλά αποκτούνται εμπειρικά μέσα από ένα καθαρά βιωματικό πλαίσιο.

Θεματική ενότητα : Αριθμοί και πράξεις

Η πρώτη θεματική ενότητα (ΑΠ, 2014, σελ. 138-145) μας εισάγει στους αριθμούς και τις πράξεις έχοντας ως περιεχόμενα τους φυσικούς αριθμούς με τα αριθμητικά σύμβολα, την άμεση αναγνώριση, την καταμέτρηση ποσοτήτων, την διάταξη ποσοτήτων και αριθμών, την πρόσθεση και αφαίρεση καθώς και τον πολλαπλασιασμό.

Πιο συγκεκριμένα, στο περιεχόμενο «φυσικοί αριθμοί, αριθμητικά σύμβολα» δίνονται οι μαθησιακοί στόχοι : «να απαγγέλλουν, διαβάζουν και να γράφουν αριθμούς μέχρι το δέκα» και στη συνέχεια δίνονται προτεινόμενες δραστηριότητες. Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά αναγνωρίζουν σε διάφορες περιστάσεις τα αριθμητικά σύμβολα (1-10) ή όταν χρησιμοποιούν κάρτες αριθμητικών συμβόλων για ποικίλες δραστηριότητες. Στη δεύτερη κατηγορία οι εκπαιδευτικοί για να πετύχουν τον μαθησιακό στόχο μπορούν να αξιοποιήσουν τις ρουτίνες της τάξης, να οργανώσουν δραστηριότητες αναγνώρισης αριθμητικών συμβόλων πριν κατανοήσουν το νόημα του αριθμού.

Στο περιεχόμενο της άμεσης αναγνώρισης δίνεται ο μαθησιακός στόχος «να αναγνωρίζουν αριθμητικές ποσότητες χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης» και πάνω σε αυτό προτείνονται οι δραστηριότητες, της πρώτης κατηγορίας, όπου τα παιδιά για να διευκολυνθούν συμμετέχουν σε παιχνίδια ταχύτητας προκειμένου να αναγνωρίσουν γρήγορα και δίχως καταμέτρηση ποσότητες διαφορετικών σχηματισμών αντιστοιχίζοντας τις λέξεις με τα σύμβολα, ή διαφορετικά ενθαρρύνονται να αναγνωρίσουν ξανά γρήγορα τις ίδιες ποσότητες με διαφορετικούς σχηματισμούς. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί για να πετύχουν την υλοποίηση του μαθησιακού στόχου οργανώνουν παιχνίδια προτείνοντας στην αρχή συγκεκριμένο χειραπτικό υλικό και στη συνέχεια αναπαραστατικό και εικονιστικό υλικό που μπορεί να σχηματιστεί ποικιλοτρόπως. Για παράδειγμα σχηματισμοί ζαριών που σχηματίζονται σε δυάδες, τριάδες και σε τετραγωνάκια καθώς και σχηματισμοί γραμμικοί, κυκλικοί και διάσπαρτοι.

Στο περιεχόμενο «καταμέτρηση ποσοτήτων» μας δίνεται ο μαθησιακός στόχος «να καταμετρούν πραγματικά αντικείμενα και αντικείμενα σε εικόνες και άλλες μορφές συμβολικών παραστάσεων μέχρι το 10».

Ακολουθείται από την πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων κατά την οποία τα παιδιά ενθαρρύνονται να καταμετρούν ποσότητες με την παραμικρή αφορμή ή να καταμετρούν ποσότητες σε ποικίλες δραστηριότητες, και από την δεύτερη κατηγορία κατά την οποία οι εκπαιδευτικοί διατυπώνουν ερωτήματα που ενθαρρύνουν τα παιδιά να καταμετρούν ποσότητες σε καθημερινά επαναλαμβανόμενες καταστάσεις δίνοντας βάση στην ανάδειξη μεθόδων και στρατηγικών. Επιπλέον προτείνει συγκεκριμένα ψηφιακά περιβάλλοντα που μπορούν να αξιοποιηθούν για «δραστηριότητες μαθηματικών – αρίθμηση – μέτρηση αντικειμένων» προκειμένου τα παιδιά να εξασκηθούν στις έννοιες αυτές. Στο συγκεκριμένο περιεχόμενο δίνεται και δεύτερος μαθησιακός στόχος ο οποίος είναι «να συγκρίνουν και διατάσσουν ποσότητες και αριθμούς και παραστούν στην αριθμογραμμή». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων, τα παιδιά μπορούν να κάνουν άμεσες συγκρίσεις και να διατάσσουν ποσότητες (με υλικό τουβλάκια, κυβάρια κ.α.), να παίζουν ομαδικά και να συγκρίνουν κάρτες με ποσότητες και αριθμούς οι οποίες διατάσσονται σε αριθμογραμμή, να προσπαθούν να εντοπίσουν τον αριθμό και την ποσότητα που λείπει σε μια συγκεκριμένη διάταξη αριθμών – ποσοτήτων και τέλος να παίζουν «ο κρυμμένος αριθμός» μαντεύοντας μέσω ερωτήσεων του τύπου «είναι μεγαλύτερος ή

μικρότερος από...». Στην δεύτερη κατηγορία, οι εκπαιδευτικοί εκμεταλλεύονται περιστάσεις της καθημερινότητας και ενθαρρύνουν τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν αριθμούς και να τους συγκρίνουν μεταξύ τους, δημιουργούν καταστάσεις με 'λανθασμένες' διατάξεις προκαλώντας τα παιδιά να βρουν το 'λάθος' ζητώντας τους να αιτιολογήσουν τις επιλογές τους και τέλος να χρησιμοποιούν συχνά εκφράσεις «ο αριθμός Χ είναι μικρότερος / μεγαλύτερος από τον αριθμό Ψ».

Στο περιεχόμενο «διάταξη ποσοτήτων και αριθμών» τίθεται ο μαθησιακός στόχος «να αναλύουν και να συνθέτουν ποσότητες μέχρι το 10». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά χρησιμοποιούν το υλικό που μπορούν να αναλύσουν και συνθέτουν ποσότητες μέχρι το 10 διευρύνοντας με αυτό τον τρόπο τις σχέσεις αριθμών που διευκολύνουν τις μικρές πράξεις.

Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί προτείνουν παιχνίδια όπου τα παιδιά μπορούν να διακρίνουν 'πόσα χρειάζονται να είναι', 'πόσα να βγάλουν για να είναι' κ.α., επιπλέον ενθαρρύνουν κατασκευές χρησιμοποιώντας χειραπτικό υλικό, κυβάρια ή υλικό που μπορεί να ενωθεί ή να χωριστεί όπως κύβοι, κάρτες διαφορετικών χρωμάτων κ.α., ενθαρρύνουν συζητήσεις σε μικρές ή μεγάλες ομάδες διαφορετικών συνθέσεων των αριθμών που ανακαλύπτουν τα παιδιά καθώς και προωθούν τη γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων ανάλυσης – σύνθεσης ποσοτήτων ως το 10.

Στο περιεχόμενο «πρόσθεση – αφαίρεση» δίνονται δύο μαθησιακοί στόχοι. Αρχικά ο ένας είναι «να προσεγγίζουν τις πράξεις και πρόσθεση και αφαίρεση». Σε αυτόν, στην πρώτη κατηγορία για τη διευκόλυνση των παιδιών δίνονται οι δραστηριότητες : να διερευνούν καταστάσεις 'βάζω μαζί', 'βάζω ακόμη' και 'συγκρίνω' για να εισαχθούν στις πράξεις, να χωριστούν σε ζευγάρια και να χρησιμοποιήσουν υλικά που μπορούν να χωριστούν και να ενωθούν προκειμένου η μια ομάδα να κρύψει ένα μέρος από αυτά και η άλλη ομάδα να προσπαθεί να ανακαλύψει το μέρος που λείπει και τέλος να κατασκευάζουν απλά προβλήματα πρόσθεσης – αφαίρεσης. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί αξιοποιούν ευνοϊκές καθημερινές καταστάσεις που να προσεγγίζουν την πρόσθεση και αφαίρεση καθώς και να παρακινήσουν τους γονείς να παίζουν παιχνίδια στο σπίτι χρησιμοποιώντας την τράπουλα. Ο επόμενος μαθησιακός στόχος που εμφανίζεται είναι «να διευρύνουν τις σταθερές σχέσεις των αριθμών ως το 10» δίνοντας ως δραστηριότητες στην πρώτη

κατηγορία τα παιδιά να συμμετέχουν σε ομαδικά παιχνίδια και να συνδυάζουν με ποικίλους τρόπους αριθμούς για να προκύψει κάποιος συγκεκριμένος αριθμός και να οδηγούνται σε συμπεράσματα σταθερών σχέσεων των αριθμών της πρώτης δεκάδας μέσα από αντίστοιχες δράσεις. Τέλος στην δεύτερη κατηγορία για τους εκπαιδευτικούς δίνεται η οδηγία να οργανώνουν παιχνίδια ταχύτητας στα οποία θα κερδίζει η ομάδα που θα δημιουργεί περισσότερους συνδυασμούς αριθμών σε συγκεκριμένο χρόνο.

Στο περιεχόμενο «Πολλαπλασιασμός – Διαίρεση» υπάρχουν δύο μαθησιακοί στόχοι. Ο πρώτος είναι «να ομαδοποιούν αντικείμενα σε δυάδες, τριάδες, τετράδες και πεντάδες». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά χωρίζονται ανάλογα με το πως θα ομαδοποιήσουν αντικείμενα ή διάφορο εικονιστικό υλικό απαντώντας σε ερωτήσεις όπως: «πόσες δυάδες μπορούν να γίνουν τα έξι ζωάκια;». Επιπλέον γνωρίζοντας πόσα άτομα ανήκουν σε κάθε ομάδα καθώς και το πόσα αντικείμενα έχουν, προσπαθούν να βρουν πόσα είναι όλα συνολικά χωρίς όμως να μετρήσουν αλλά αντιθέτως προσπαθώντας να επινοήσουν υπολογιστικούς ή αναπαραστατικούς τρόπους (π.χ. «σημειώνοντας, ζωγραφίζοντας, υπολογίζοντας νοερά»). Στην δεύτερη κατηγορία δίνεται στους εκπαιδευτικούς η δυνατότητα να αξιοποιήσουν την καθημερινότητα προκειμένου να δοθεί η ευκαιρία στα παιδιά να οργανώσουν μικρές ποσότητες οι οποίες περιτριγυρίζονται από τους όρους ‘δυάδες’, ‘τριάδες’ και τα λοιπά. Μπορούν επίσης να δημιουργήσουν παιχνίδια κατά τα οποία τα παιδιά υπολογίζουν πόσα αντικείμενα έχουν τοποθετηθεί σε δυάδες ή τριάδες για παράδειγμα αν τα μετρήσουν όλα μαζί. Έτσι με αυτό τον τρόπο τα παιδιά έρχονται σε επαφή με τον πολλαπλασιαστικό συλλογισμό και όχι με την άμεση καταμέτρηση όλων των αντικειμένων.

Τέλος, ενθαρρύνουν τα παιδιά στην γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων τους και συζητούν γύρω από αυτά. Ο δεύτερος μαθησιακός στόχος είναι «να μοιράζουν αντικείμενα σε δυάδες και τριάδες». Δηλαδή, στην πρώτη κατηγορία τα παιδιά χωρίζονται σε ομάδες και καλούνται να βρουν τρόπους με τους οποίους μπορούν να μοιράσουν κάποιο αντικείμενο σε δύο ή τρία μέρη. Στην δεύτερη κατηγορία επίσης, οι εκπαιδευτικοί αξιοποιούν εκ των προτέρων την καθημερινότητα ή αναδυόμενες περιστάσεις κατά τις οποίες θα μπορούσαν να μοιραστούν μεταξύ τους οτιδήποτε προκύψει για την υλοποίηση του στόχου. Διατυπώνουν ανοιχτές ερωτήσεις έτσι ώστε να βοηθήσουν τα παιδιά να περιγράψουν τους τρόπους σκέψης

τους και τη διαδικασία που ακολούθησαν («τι σκεφτήκατε για να το κάνετε;»). Τέλος δίνουν στα παιδιά ποικίλα υλικά, διαφορετικά μεταξύ τους για να μοιραστούν. Λόγου χάρη κάρτες, κυβάρια και άλλα.

Θεματική ενότητα : Άλγεβρα

Η δεύτερη θεματική ενότητα (ΑΠ, 2014, σελ. 146-148) εστιάζει στην άλγεβρα και χωρίζει το περιεχόμενό της στις κατηγορίες «κανονικότητες: αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή / εξήγηση κανονικότητας», «κατασκευή κανονικοτήτων», «συναρτήσεις: εξερεύνηση σχέσεων μεταξύ μεταβαλλόμενων μεγεθών» και τέλος «ισότητα / ανισότητα: έννοια της ισότητας και ανισότητας».

Το πρόγραμμα προτρέπει να ξεκινάμε με το περιεχόμενο «κανονικότητες: αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή / εξήγηση κανονικότητας» το οποίο δίνει δύο μαθησιακούς στόχους. Και θέτει ως στόχο για τα παιδιά αρχικά, «να αναγνωρίζουν, να περιγράφουν και να συμπληρώνουν κανονικότητες με χειραπτικό ή εικονιστικό υλικό». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων για τον πρώτο μαθησιακό στόχο διευκολύνεται όταν τα παιδιά αναγνωρίζουν, περιγράφουν και συμπληρώνουν μοτίβα ή κανονικότητες με διαφορετικό υλικό σε διαφορετικά πλαίσια. Επιπλέον δύναται να εντοπίζουν τα στοιχεία που είτε λείπουν, είτε είναι λανθασμένα σε μια κανονικότητα. Στην δεύτερη κατηγορία οι εκπαιδευτικοί ξανά αξιοποιούν την καθημερινότητα αλλά και τις ρουτίνες των παιδιών για να προσεγγίσουν κανονικότητες. Προτείνουν δράσεις που εμπλέκουν οπτικές κανονικότητες («διαδοχές χρωμάτων , σχημάτων, ποσοτήτων»), ακουστικές κανονικότητες («τραγούδια»), ή κινητικές κανονικότητες («διαδοχή κινήσεων»). Ενθαρρύνουν τα παιδιά στην παρουσίαση και περιγραφή των σχεδίων κανονικοτήτων εντοπίζοντας τον τρόπο κατά τον οποίο δημιουργήθηκαν («πχ. Κόκκινο, κίτρινο, μπλε»). Ενώ τέλος αξιοποιούν ψηφιακά περιβάλλοντα για την καλύτερη προσέγγιση του μαθησιακού στόχου.

Στο περιεχόμενο «κατασκευή κανονικοτήτων» δίνεται ο μαθησιακός στόχος «να κατασκευάζουν δικές τους κανονικότητες με διάφορα υλικά». Οι δραστηριότητες στην πρώτη κατηγορία ωθούν τα παιδιά να επινοήσουν δικά τους μοτίβα που στη συνέχεια περιγράφουν και συγκρίνουν, να μετατρέψουν κανονικότητες από το ένα υλικό σε κάποιο διαφορετικό διατηρώντας το σχέδιο («πχ. από χάντρες σε ζωγραφιά»), ή τέλος να περιγράψουν το σχέδιο που δημιούργησαν στα υπόλοιπα παιδιά τα οποία καλούνται να το ανασχεδιάσουν επίσης χωρίς όμως να βλέπουν. Στην

δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνουν τα παιδιά να παρουσιάσουν και να περιγράψουν τα σχέδια κανονικότητας που έφτιαξαν χρησιμοποιώντας ερωτήσεις του τύπου «πώς σκέφτηκες για να το κάνεις;», «πώς μπορείς να το περιγράψεις στα παιδιά;».

Στο περιεχόμενο «συναρτήσεις: εξερεύνηση σχέσεων μεταξύ μεταβαλλόμενων μεγεθών» υπάρχει ο μαθησιακός στόχος «να διερευνούν σχέσεις ανάμεσα σε συμμεταβαλλόμενα ή αντίστροφα μεταβαλλόμενα μεγέθη σε απλές καταστάσεις». Οι δραστηριότητες που ακολουθούν στην πρώτη κατηγορία είναι τα παιδιά να διερευνούν τρόπους διάταξης υλικών που μεταβάλλεται σε μια ή και δύο διαστάσεις («πχ. Μήκος ή πλάτος, πλάτος ή μήκος») και να συζητήσουν πάνω σε αυτό. Επίσης μπορούν να χρησιμοποιήσουν την τεχνική του παιχνιδιού για να «τοποθετήσουν στη σειρά» διαφορετικά αντικείμενα («πχ. Ράβδους, κύβους, κα.»). Στη δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων, οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν υλικά που μεταβάλλονται σε δύο διαστάσεις («πχ. Κορδέλες, ράβδους, πύργους»). Τα μεταβαλλόμενα υλικά θα πρέπει είτε να συμμεταβάλλονται (δηλαδή καθώς μεγαλώνει το ένα μεγαλώνει και το άλλο) είτε να μεταβάλλονται αντίστροφα (δηλαδή καθώς μεγαλώνει το ένα μικραίνει το άλλο).

Στο περιεχόμενο «ισότητα / ανισότητα: έννοια της ισότητας και ανισότητας» περιλαμβάνεται ο μαθησιακός στόχος «να διερευνούν την έννοια της ισότητας και ανισότητας σε διαφορετικά πλαίσια (στόχος από γεωμετρία, μέτρηση και αριθμούς)». Στο περιεχόμενο αυτό δεν εμφανίζονται ιδέες για δραστηριότητες ή μεθοδολογικές προσεγγίσεις στην πρώτη κατηγορία που αναφέρεται στα παιδιά. Ενώ στη δεύτερη κατηγορία που αφορά τους εκπαιδευτικούς σημειώνεται μόνο να αξιοποιήσουν τα μαθησιακά πλαίσια προκειμένου να προβούν σε συγκρίσεις μεγεθών.

Θεματική ενότητα : Χώρος και Γεωμετρία – Μέτρηση

Η Τρίτη θεματική ενότητα (ΑΠ, 2014, σελ. 149-162) είναι η μεγαλύτερη όλων καθώς περιλαμβάνει αρκετούς μαθησιακούς στόχους και πολλές ιδέες δραστηριοτήτων και μεθοδολογικών προσεγγίσεων. Τα περιεχόμενα που δίνονται είναι «χώρος: θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές», «ανάγνωση χαρτών», «δόμηση χώρου και συντεταγμένες», «γεωμετρικά σχήματα: αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση επιπέδων και στερεών γεωμετρικών σχημάτων», «ανάλυση επίπεδων και στερεών γεωμετρικών σχημάτων σε στοιχεία και ιδιότητες», «κατασκευές επιπέδων

γεωμετρικών σχημάτων και στερεών», «σύνδεση μεταξύ γεωμετρικών σχημάτων και στερεών», «ανάλυση ή σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών», «ανάλυση ή σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε άλλα σχήματα ή μέρη», «μετασχηματισμοί και συμμετρία: μετατόπιση και στροφή», «αξονική συμμετρία», «οπτικοποίηση και χωρικός συλλογισμός – αναγνώριση οπτικών γωνιών, δημιουργία οπτικοποιήσεων», «μέτρηση μήκους: άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις», «μέτρηση με επικαλύψεις, με και χωρίς επανάληψη μονάδας», «χρήση τυπικών οργάνων μέτρησης μήκους», «εκτιμήσεις αποστάσεων και μηκών», «μέτρηση επιφάνειας: άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις», «δόμηση επιφανειών», «χρήση οργάνων (τετραγώνων) μέτρησης», «εκτιμήσεις επιφανειών», «μέτρηση όγκου: άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις με τη χρήση μη τυπικών μονάδων μέτρησης όγκου» και τέλος «εκτιμήσεις όγκων».

Στο περιεχόμενο «χώρος: θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές» τίθεται ο μαθησιακός στόχος «να εντοπίζουν και να περιγράφουν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές στο χώρο ως προς διαφορετικά συστήματα αναφοράς με τη χρήση απλών χωρικών εννοιών». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά μαθαίνουν να εντοπίζουν και να περιγράφουν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές παίζοντας παιχνίδια προσανατολισμού είτε στο σχολείο, είτε στην αυλή, είτε σε άλλα περιβάλλοντα χρησιμοποιώντας εκφράσεις ‘μπρος – πίσω’, ‘δεξιά – αριστερά’, ‘πάνω – κάτω’. Επιπλέον ορίζοντας ένα σύστημα αναφοράς εκτός του εαυτού των παιδιών αλλά τοποθετώντας άλλα παιδιά ‘η αντικείμενα ‘μπρος – πίσω’, ‘δεξιά – αριστερά’, ‘πάνω – κάτω’. Καθ’ αυτό τον τρόπο δίνουν εντολές σε συμμαθητές/τριες τους για να κινηθούν στο αντίστοιχο σημείο. Στην άλλη πλευρά της δεύτερης κατηγορίας, οι εκπαιδευτικοί σταδιακά μπορούν να οργανώσουν πιο σύνθετα παιχνίδια αλλάζοντας τον χώρο ή μεταφέροντας τη δράση σε αναπαραστάσεις. Επίσης μπορούν να χρησιμοποιήσουν ψηφιακά περιβάλλοντα τύπου Logo («Ladybug Leaf») αλλά και να αξιοποιήσουν με παράλληλη προσέγγιση περιεχομένων και στόχων από τη μαθησιακή περιοχή των κοινωνικών επιστημών («ενότητα γεωγραφικός χώρος, χωρικές έννοιες).

Στο περιεχόμενο «ανάγνωση χαρτών» δίνεται ο μαθησιακός στόχος «να αναγνωρίζουν οικείους απλούς χάρτες, εντοπίζοντας θέσεις και διαδρομές».

Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά εξοικειώνονται με τη χρήση χαρτών είτε του σχολείου, είτε της τάξης, του κήπου, της γειτονιάς, του σπιτιού τους. Εντοπίζουν και σημειώνουν σε ένα σχέδιο της τάξης το περιεχόμενο της τάξης τους προκειμένου να θυμούνται πως ήταν ώστε να το επαναφέρουν ξανά στην ίδια μορφή αφού αλλάξουν προσωρινά τον χώρο. Τέλος μπορούν να παίξουν παιχνίδια κρυμμένου θησαυρού με βάση έναν χάρτη που θα έχουν σχεδιάσει τα ίδια. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να περιλαμβάνουν στο υλικό της τάξης διάφορους χάρτες, να ενθαρρύνουν τα παιδιά να χρησιμοποιούν χάρτες για να παραστήσουν χωρικές καταστάσεις ή μετακινήσεις. Μάλιστα, σε δραστηριότητες όπου τα παιδιά δημιουργούν τους δικούς τους χάρτες να προσπαθήσουν να τραβήξουν την προσοχή των παιδιών στην αντιστοίχιση των αντικειμένων που βρίσκονται στον χώρο με αυτά που έχουν σχεδιάσει στο χάρτη τους. Επιπλέον προτείνεται η σύνδεση του στόχου με εκείνους της θεματικής ενότητας των κοινωνικών επιστημών.

Στο περιεχόμενο «δόμηση χώρου και συντεταγμένες» περιλαμβάνεται ο μαθησιακός στόχος «να εντοπίζουν, να περιγράφουν και να αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές σε τετραγωνισμένα περιβάλλοντα». Γι' αυτόν τον μαθησιακό στόχο στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων για τα παιδιά δίνονται οι ιδέες να πραγματοποιούν αρχικά αλλά και να περιγράφουν διαδρομές σε τετραγωνισμένα περιβάλλοντα στο πλαίσιο ενός παιχνιδιού, να εξοικειωθούν με την τοποθέτηση υλικών σε τετραγωνισμένα περιβάλλοντα και να περιγράφουν τη θέση τους καθώς και να αναπαράγουν σχηματισμούς και τοποθετήσεις σε παιχνίδια κατασκευών. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί μπορούν να οργανώνουν παιχνίδια τοποθέτησης σε βιωματικά και αναπαραστατικά περιβάλλοντα, να προτείνουν σε ομάδες την αναπαραγωγή σχηματισμών με ποικίλους τρόπους («από μνήμης, μέσα από λεκτικές περιγραφές, παρατηρώντας») και τέλος ενθαρρύνοντας συζητήσεις που φτάνουν σε συμπεράσματα για τον προσανατολισμό σε τετραγωνισμένα περιβάλλοντα.

Στο περιεχόμενο «γεωμετρικά σχήματα: αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση επιπέδων και στερεών γεωμετρικών σχημάτων» τίθεται ο μαθησιακός στόχος «να αναγνωρίζουν και να ταξινομούν τα βασικά επίπεδα και στερεά σχήματα με βάση γενικά χαρακτηριστικά και σε ποικιλία θέσεων, μεγεθών και προσανατολισμών». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά θα πρέπει να ενθαρρύνονται να

παίζουν παιχνίδια γρήγορης αναγνώρισης σχημάτων όπως και να ψάχνουν κρυμμένα σχήματα και να παρουσιάζουν στα υπόλοιπα παιδιά όσα γνωρίζουν γι' αυτά. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων για τους εκπαιδευτικούς προτείνεται να αποφεύγουν τις «τετριμμένες δράσεις αναγνώρισης» ενώ να δίνεται περισσότερη βάση στα παιδιά να εμπλουτίζουν τα σχήματα με ποικίλες μορφές σε διαφορετικά μεγέθη και προσανατολισμούς.

Στο περιεχόμενο «ανάλυση επιπέδων και στερεών γεωμετρικών σχημάτων σε στοιχεία και ιδιότητες» δίνεται ο μαθησιακός στόχος «να περιγράψουν επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα χρησιμοποιώντας στοιχεία και ιδιότητες». Μάλιστα, στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων, τα παιδιά μπορούν να πειραματιστούν με παιχνίδια περιγραφής των σχημάτων ή με παιχνίδια του τύπου «μαντεύω τον κανόνα» όπου μια ομάδα κατηγοριοποιεί τα σχήματα. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί παροτρύνονται να εντοπίσουν και να περιγράψουν τις κατηγορίες που υπάρχουν στην ίδια ομάδα σχημάτων.

Στο περιεχόμενο «κατασκευές επιπέδων γεωμετρικών σχημάτων και στερεών» και περιλαμβάνει τον μαθησιακό στόχο «να κατασκευάζουν επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα με διάφορα μέσα». Στην πρώτη κατηγορία τα παιδιά χρησιμοποιούν πολλά διαφορετικά υλικά προκειμένου να κατασκευάσουν σχήματα προσεγγίζοντας με αυτό τον τρόπο άτυπες ιδιότητες και σχέσεις. Επιπλέον να συγκρίνουν αλλά και να συζητούν για όσα κατασκεύασαν καθώς επίσης και να τα συγκρίνουν με τα 'πρότυπα' σχήματα για να εντοπίσουν τα λάθη στις κατασκευές τους. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί προτείνουν ποικίλα υλικά διαφορετικών ιδιοτήτων όπως ευθύγραμμο υλικά (ξυλάκια, καλαμάκια), εύκαμπτο υλικό (σύρματα, πλαστελίνη), σημειακό υλικό (πινέζες, καρφάκια), υλικό με αρθρώσεις, τουβλάκια, κ.α. Αφού οι κατασκευές λάβουν τέλος να ενθαρρύνουν τα παιδιά να ανοίξουν συζητήσεις όπου θα μιλούν για τις κατασκευές τους με αποτέλεσμα να καταλήξουν σε μια περιγραφή για την κατασκευή κάθε σχήματος. (πχ. «για να φτιάξουμε ένα τετράγωνο...»).

Για το περιεχόμενο «σύνδεση μεταξύ επιπέδων γεωμετρικών σχημάτων και στερεών» υπάρχει ο μαθησιακός στόχος «να συνδέουν επίπεδα και στερεά σχήματα». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά δημιουργούν αποτυπώματα στερεών σχημάτων με υγρά χρώματα και οδηγούνται σε συμπεράσματα ανάλογα με τις

σχέσεις στερεών και επίπεδων σχημάτων. Επιπλέον παίζουν επιδαπέδια – επιτραπέζια παιχνίδια χρησιμοποιώντας ζάρι στερεών σχημάτων όπου οι παίκτες ακολουθώντας τα αντίστοιχα επίπεδα σχήματα μετακινούνται στον χώρο ή το ταμπλό. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί δύνανται να παρέχουν στα παιδιά ποικιλία υλικών τόσο ως προς το μέγεθος όσο και ως προς το υλικό των σχημάτων αλλά και των αποτυπωμάτων που αφήνουν.

Στο περιεχόμενο «ανάλυση ή σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε άλλα σχήματα ή μέρη» τίθεται ο μαθησιακός στόχος «να συνθέτουν και να αναλύουν απλά επίπεδα, γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε 2 ή περισσότερα μέρη». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά ασχολούνται με παιχνίδια κατασκευών με επίπεδα γεωμετρικών σχημάτων του τύπου τανγκραμ, επικαλύψεις ή με κατάλληλο υλικό γεωμετρικών σχημάτων που αναλύεται και επανασυνδέεται στην αρχική του μορφή. Μπορούν επίσης να πειραματιστούν με χάρτινα επίπεδα σχήματα τα οποία στη συνέχεια θα κόψουν και έτσι θα δημιουργήσουν άλλα σχήματα ή και να κάνουν συνθέσεις με το οικοδομικό υλικό επινοώντας τρόπους για να δημιουργήσουν μεγαλύτερα γεωμετρικά σχήματα. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί οργανώνουν δημιουργικά παιχνίδια κατασκευών με σχήματα ρωτώντας για παράδειγμα «τι θα μπορούσατε να φτιάξετε με τέσσερα τρίγωνα;». Προτείνεται ότι μπορούν να ξεκινήσουν μια συζήτηση όπου τα παιδιά θα συγκρίνουν τις συνθέσεις τους μέσα στην τάξη.

Στο περιεχόμενο «μετασχηματισμοί και συμμετρία: μετατόπιση και στροφή» παρέχει τον μαθησιακό στόχο «να παρατηρούν μετατοπίσεις και στροφές (90, 180 μοίρες) και να μπορούν να προβλέψουν το αποτέλεσμα». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά παρατηρούν αλλαγές σε θέσεις και στροφές περιγράφοντας το είδος της αλλαγής (πχ «προχώρησε δύο βήματα και στρίψε δεξιά») προβλέποντας ακόμη και το αποτέλεσμα μιας κίνησης. Στην δεύτερη κατηγορία οι εκπαιδευτικοί μπορούν να οργανώσουν παιχνίδια που θα εκτυλίσσονται σε διαφορετικούς χώρους στα οποία δύναται να αλλάξει η θέση κάποιων παιδιών ή και κάποιων αντικειμένων με τα υπόλοιπα παιδιά να καλούνται να εντοπίσουν την αλλαγή που συνέβη. Η αλλαγή αυτή μπορεί να είναι μετακίνηση κατά μήκος, στροφή ή ακόμη και τα δύο. Επιπλέον ξανά και σε αυτόν τον μαθησιακό στόχο μπορούν να χρησιμοποιήσουν ψηφιακά περιβάλλοντα τύπου Logo, όπως το «Ladybug Leaf».

Στο περιεχόμενο «αξονική συμμετρία» δίνονται δύο μαθησιακοί στόχοι. Ο πρώτος είναι «να αναγνωρίζουν απλά συμμετρικά δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα και σχήματα με άξονες συμμετρίας και να εντοπίζουν τους άξονες». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά είναι σημαντικό να εντοπίζουν τη συμμετρία στο ανθρώπινο σώμα, να παρατηρούν τη συμμετρία στην καθημερινότητά τους μέσα από αντικείμενα, συλλογές, εικόνες κ.α., να ενώνουν τα δύο μέρη σχημάτων προκειμένου να δημιουργήσουν το αρχικό όπως επίσης και να διπλώνουν συμμετρικά σχήματα προσπαθώντας να ανακαλύψουν τον άξονα συμμετρίας τους. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί φέρνουν τα παιδιά σε επαφή με ποικίλα αντικείμενα, εικόνες και σχέδια. Βέβαια το υλικό που επιλέγεται θα πρέπει να προσέχουν τη συμμετρία να μην είναι αρκετά σαφής. Επιπλέον είναι σημαντικό να ενθαρρύνουν τα παιδιά να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν συμμετρικά σχέδια και σχήματα καθώς και να μπαίνουν στη διαδικασία να αιτιολογήσουν γιατί είναι συμμετρικά.

Τέλος, παρέχοντας στα παιδιά υλικό που διπλώνεται ευκολότερα μπορούν να ανακαλύψουν τη συμμετρία και να εντοπίσουν τον άξονα. Ο δεύτερος μαθησιακός στόχος είναι «να κάνουν απλές κατασκευές συμμετρικών σχημάτων και να προσεγγίζουν εμπειρικά τις ιδιότητες της συμμετρίας» στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά πραγματοποιούν κατασκευές με διάφορα υλικά, συμπληρώνουν είτε σχεδιάζοντας, είτε ζωγραφίζοντας μισά σχήματα ή σχέδια, παίζουν επιτραπέζια παιχνίδια με τα οποία προσεγγίζουν εμπειρικά τις ιδιότητες της συμμετρίας. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί προτείνουν στα παιδιά να κολλήσουν, να βάνουν σε χαρτιά ή άλλα πλέγματα. Για παράδειγμα τα διαφανή χαρτιά διευκολύνουν στην δίπλωσή τους άρα οι κατασκευές ελέγχονται αβίαστα. Σημειώνει επίσης το υλικό που προτείνουν να σχετίζεται με τις ιδιότητες που αναδεικνύονται και γι' αυτό χρησιμοποιούνται σταδιακά και με ποικίλα υλικά. Αρκετά σημαντικό είναι να ενθαρρύνεται η συζήτηση στην τάξη καθώς και ο τρόπος περιγραφής της κατασκευής. Αυτό επισημαίνεται καθώς από το διάλογο αναμειγνύονται οι ιδιότητες της συμμετρίας.

Στο επόμενο περιεχόμενο «οπτικοποίηση και χωρικός συλλογισμός» και «αναγνώριση οπτικών γωνιών, δημιουργία οπτικοποιήσεων» τίθενται ξανά δύο μαθησιακοί στόχοι. ο πρώτος είναι «να αναγνωρίζουν απλές καταστάσεις από διαφορετικές οπτικές γωνίες». Σε αυτόν τον στόχο υπάρχουν προτεινόμενες

δραστηριότητες μόνο στην πρώτη κατηγορία και υποδεικνύουν τα παιδιά να ασχολούνται με παιχνίδια μέσω των οποίων παρατηρούν μια τρισδιάστατη κατασκευή από μια οπτική γωνία η οποία στη συνέχεια αναγνωρίζεται από τα παιδιά και έπειτα εντοπίζεται είτε σε μια παρόμοια κατασκευή, είτε σε μια φωτογραφία. Επιπρόσθετα μπορούν να συνεχίσουν με τα παιχνίδια αναγνώρισης οπτικής γωνίας η οποία στη συνέχεια θα αναγνωρίζεται ξανά σε μια όμως δισδιάστατη απεικόνιση αυτή τη φορά. Ο επόμενος μαθησιακός στόχος είναι «να πραγματοποιούν κατασκευές απλών τρισδιάστατων συνθέσεων από εικόνες, σχέδια ή άλλες αναπαραστάσεις». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά καλούνται να ανακατασκευάζουν τρισδιάστατες συνθέσεις εικόνων, σχεδίων, φωτογραφιών. Στη δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων προτείνεται οι εκπαιδευτικοί να φέρνουν τα παιδιά σε επαφή με διάφορα υλικά και κατασκευές.

Στο περιεχόμενο «μέτρηση μήκους: άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις» υπάρχουν δυο μαθησιακοί στόχοι με τον πρώτο να είναι «να πραγματοποιούν άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις όπως και διατάξεις ίσων και άνισων μηκών». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά πραγματοποιούν σε πρώτη φάση άμεσες συγκρίσεις μηκών και στη συνέχεια με τη βοήθεια ενός ενδιαμέσου (μιας κορδέλας, ράβδων κα.) να πραγματοποιήσουν συγκρίσεις και τέλος υλοποιούν τις διατάξεις μεταξύ των άνισων μηκών. Στην δεύτερη κατηγορία οι εκπαιδευτικοί αξιοποιούν τις συγκρίσεις που εμπλέκονται στη ρουτίνα των παιδιών, εμπλέκουν τα παιδιά σε δράσεις σύγκρισης χαρακτηριστικών που συνδέονται με το σώμα τους και έπειτα οργανώνουν παιχνίδια σύγκρισης μηκών με ποικίλα υλικά. Αφού φτάσουν στο τέλος παρουσιάζουν τη δουλειά τους καθώς και καταστάσεις ή προβλήματα κατά τα οποία τα παιδιά οδηγούνται εύκολα από τη μεταφορά του ενός μεγέθους σε ένα άλλο. Ο δεύτερος μαθησιακός στόχος είναι «να αναλύουν και να συνθέτουν μήκη σε δύο μέρη». Στην πρώτη κατηγορία τα παιδιά καλούνται να συνδυάσουν ζεύγη μεγεθών για να είναι ίσα με το αρχικό μέγεθος, ενώ στη δεύτερη κατηγορία οι εκπαιδευτικοί μπορούν να οργανώσουν ομαδικά παιχνίδια ταχύτητας προσφέροντας ποικιλία υλικών.

Στο περιεχόμενο «μέτρηση με επικαλύψεις, με – και χωρίς επανάληψη μονάδας» και τίθεται ο μαθησιακός στόχος «να πραγματοποιούν επικαλύψεις μηκών και στη συνέχεια επικαλύψεις με επαναλήψεις με μη τυπικές και τυπικές μονάδες». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά πραγματοποιούν επικαλύψεις

αποστάσεων είτε με τυπικές είτε δίχως τυπικές μονάδες. Καθώς ασχολούνται με το οικοδομικό υλικό μπορούν να δημιουργήσουν διαδρομές με ισομεγεθή τουβλάκια και στη συνέχεια να συγκρίνουν τις αποστάσεις μεταξύ τους. Επιπλέον προτείνεται με εργαλεία και διάφορους τρόπους να συγκρίνουν έμμεσα μήκη αντικειμένων αλλά και αποστάσεων που δεν συγκρίνονται άμεσα. Στη δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί οργανώνουν υπολογιστικά παιχνίδια αποστάσεων που δεν μπορούν άμεσα να συγκριθούν. Έτσι τα παιδιά ενθαρρύνονται να κάνουν εκτιμήσεις και έπειτα να βρουν τρόπους να ‘μετρήσουν’ τόσο με άτυπες όσο και με τυπικές μονάδες. Επιπλέον είναι σημαντικό να ενθαρρύνονται συζητήσεις για τα αποτελέσματα των μετρήσεων ανάλογα με τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν από τα παιδιά. Μπορούν επίσης να παρουσιάσουν καταστάσεις μέσα από τις οποίες τα παιδιά πρέπει να συγκρίνουν μεγέθη που χρειάζονται περισσότερους χρησιμοποιώντας έναν ενδιάμεσο ώστε να προκύψει η ανάγκη επανάληψης της μονάδας. Τέλος τα παιδιά ενθαρρύνονται να συνδέσουν τις επικαλύψεις ή και τις επαναλήψεις με το αριθμητικό αποτέλεσμα.

Στο περιεχόμενο «χρήση τυπικών οργάνων μέτρησης μήκους» δίνεται ο μαθησιακός στόχος «να προσεγγίζουν τη χρήση τυπικών εργαλείων μέτρησης». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά επιχειρούν μετρήσεις χρησιμοποιώντας τυπικά ή μη τυπικά εργαλεία μέτρησης συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους. Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί εμπλουτίζουν τη γωνιά των μαθηματικών αλλά και τις γωνιές της τάξης με ποικίλα συμβατικά εργαλεία μέτρησης του μήκους. Ενθαρρύνουν τις αυθόρμητες συζητήσεις ή προτάσεις των παιδιών για μετρήσεις, τον προβληματισμό σε μικρές ή μεγάλες ομάδες σχετικά με συγκρίσεις αποστάσεων που έχουν υλοποιηθεί με διαφορετικές μονάδες μέτρησης και καταλήγουν σε διαφορετικό αριθμητικό αποτέλεσμα. Τέλος οδηγούν τα παιδιά με τις κατάλληλες ερωτήσεις να ανακαλύπτουν την αναγκαιότητα για τη σταθερή μονάδα μέτρησης.

Στο περιεχόμενο «εκτιμήσεις αποστάσεων και μηκών» το μόνο που δίνεται είναι ο μαθησιακός στόχος «να κάνουν απλές εκτιμήσεις και συγκρίσεις». Ενώ, στο περιεχόμενο «μέτρηση επιφάνειας: άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις» δίνεται ο μαθησιακός στόχος «να πραγματοποιούν απλές, άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις επιφανειών». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά καλούνται να ασχολούνται με παιχνίδια έμμεσων συγκρίσεων με επικαλύψεις και ‘γεμίσματα’.

Και στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί παρουσιάζουν καταστάσεις που οδηγούν τα παιδιά στην άμεση σύγκριση επιφανειών.

Παράλληλα, στο περιεχόμενο «δόμηση επιφανειών» τίθεται ο μαθησιακός στόχος «να δομούν επιφάνειες με τετράγωνα σε γραμμές και στήλες και να μετρούν το αποτέλεσμα». Στην πρώτη κατηγορία τα παιδιά επικαλύπτουν ορθογώνιες επιφάνειες με τετράγωνα και μετρούν το αποτέλεσμα και στη συνέχεια υπολογίζουν τα τετράγωνα που χρησιμοποιήθηκαν για να συμπληρωθεί το σχήμα σε μια επιφάνεια που έχει επικαλυφθεί κατά ένα μέρος. Στη δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί προτείνουν υλικό που ευνοεί τη δόμηση σε γραμμές και στήλες, ενώ τα παιχνίδια ταχύτητας («του τύπου: 'βρίσκω πόσα τετράγωνα έχει'») εξακολουθούν να προτείνονται.

Στο περιεχόμενο «χρήση οργάνων (τετραγώνων) μέτρησης» ο μαθησιακός στόχος «να χρησιμοποιούν τετράγωνα για να μετρήσουν τις επιφάνειες». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά ασχολούνται με παιχνίδια που χρειάζεται να επιλέξουν το μεγαλύτερο σχήμα (πχ. Ορθογώνιο) και να το επικαλύψουν με ένα άλλο (πχ. Τετράγωνο). Στην δεύτερη κατηγορία δραστηριοτήτων προτείνεται για τους εκπαιδευτικούς να παρέχουν στα παιδιά υλικό που περιέχει ορθογώνια σε διάφορες διαστάσεις προκειμένου το μεγαλύτερο να μη γίνεται αμέσως αντιληπτό από τα παιδιά.

Στο περιεχόμενο «εκτιμήσεις επιφανειών» δίνεται μόνο ο μαθησιακός στόχος «να εκτιμούν το μέγεθος απλών επιφανειών και να κάνουν συγκρίσεις». Και στο περιεχόμενο «μέτρηση όγκου: άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις με τη χρήση μη τυπικών μονάδων μέτρησης όγκου» παρέχεται ο μαθησιακός στόχος «να συγκρίνουν χωρητικότητες και όγκους με επανάληψη μη τυπικών μονάδων». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά καλούνται να συγκρίνουν άμεσα κι έμμεσα τη χωρητικότητα δοχείων, όγκους κατασκευών που αποτελούνται από μικρό αριθμό δομικών υλικών ή κουτιά που τα βάζουν στη σειρά ώστε το ένα να χωράει μέσα στον άλλο. Επίσης δίνεται η ιδέα να χωρίζονται σε ομάδες όπου η κάθε μια διαλέγει από ένα κουτί το οποίο θα γεμίζουν με όσους κύβους χωράει προκειμένου έπειτα να υπολογίσουν τους κύβους που έχει η μια κατασκευή και τους κύβους που τη συμπληρώνουν. Στη δεύτερη κατηγορία οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αξιοποιήσουν ξανά τις ρουτίνες των παιδιών και να βρουν ευκαιρίες να συγκρίνουν όγκους καθώς

και να προτείνουν παιχνίδια με τα οποία θα χρησιμοποιούν κουτιά διαφορετικών μεγεθών, με διαστάσεις που δε θα δίνουν αμέσως την αντίληψη για τον όγκο που έχουν, προκειμένου τα παιδιά να επιλέξουν το μεγαλύτερο.

Στο περιεχόμενο «εκτιμήσεις όγκων» δίνεται μόνο ο μαθησιακός στόχος που είναι «να εκτιμούν τον όγκο απλών στερεών και να κάνουν συγκρίσεις».

Θεματική ενότητα : Στατιστική

Η τέταρτη θεματική ενότητα (ΑΠ, 2014, σελ. 163-164) μας εισάγει στην έννοια της στατιστικής έχοντας ως περιεχόμενο «στατιστική: κατηγορικά δεδομένα, διαγράμματα με υλικά, εικονογράμματα». Στο μοναδικό αυτό περιεχόμενο τίθενται αρκετοί μαθησιακοί στόχοι. «Να θέτουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με (κατηγορικά) δεδομένα», «να συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών και να τα οργανώνουν χρησιμοποιώντας υλικά», «να κατασκευάζουν διαγράμματα με υλικά, εικονογράμματα». Για αυτούς τους μαθησιακούς στόχους στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων που αφορά τα παιδιά ευνοείται η επινόηση δικών τους τρόπων συλλογής και οργάνωσης δεδομένων καθώς και συζήτησης πάνω στις διάφορες μορφές διαγραμμάτων που έχουν προκύψει από την έρευνα τους και κλείνουν εξάγοντας συμπεράσματα. Στη δεύτερη κατηγορία οι εκπαιδευτικοί προκειμένου να συμβάλλουν στην υλοποίηση των συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων ενθαρρύνουν τα παιδιά ώστε να κάνουν ερωτήσεις αλλά και να διερευνούν ερωτήματα που απαντώνται με συλλογή δεδομένων. Αξιοποιούν την καθημερινότητα των παιδιών και όσα ενδιαφέρουν τα παιδιά για να εξοικειωθούν με την ερευνητική διαδικασία. Διατυπώνουν ανοιχτές ερωτήσεις, προτρέπουν τα παιδιά να συλλέξουν δεδομένα, να πειραματιστούν με διάφορες μορφές οργάνωσης καθώς και να εξάγουν συμπεράσματα. Επιπλέον το συγκεκριμένο περιεχόμενο συμπληρώνεται από έναν ακόμη μαθησιακό στόχο ο οποίος είναι «να διαβάζουν πληροφορίες σε εικονογράμματα και διαγράμματα». Και σε αυτόν προστίθενται οι δραστηριότητες για την πρώτη κατηγορία, όπου τα παιδιά προσπαθούν να περιγράψουν τα διαγράμματα και τις πληροφορίες που παρουσιάζουν, ενώ στην δεύτερη κατηγορία προστίθενται οι δραστηριότητες κατά τις οποίες οι εκπαιδευτικοί παρουσιάζουν στα παιδιά διαγράμματα και τους περιγράφουν τις πληροφορίες που περιέχουν καθώς και τα προτρέπουν να κάνουν συγκρίσεις διάφορες μορφές διαγραμμάτων.

Θεματική ενότητα : Πιθανότητες

Η πέμπτη θεματική ενότητα (ΑΠ, 2014, σελ. 165-166) μας εισάγει στην έννοια των πιθανοτήτων και περιλαμβάνει μόνο ένα περιεχόμενο που εστιάζει στις «πιθανότητες: πείραμα τύχης, δειγματικός χώρος» και αναπτύσσει αρκετούς στόχους. Πιο συγκεκριμένα ο πρώτος μαθησιακός στόχος είναι «να περιγράφουν ένα γεγονός ως βέβαιο, πιθανό, αδύνατο». Στην πρώτη κατηγορία δραστηριοτήτων τα παιδιά κατασκευάζουν ομαδικά «τη χώρα του ‘πάντα’, τη χώρα του μερικές φορές’ και τη χώρα του ‘ποτέ’». Στην δεύτερη κατηγορία ωστόσο οι εκπαιδευτικοί συζητούν με τα παιδιά γεγονότα που συμβαίνουν πάντα, μερικές φορές ή ποτέ στην καθημερινότητα και το σχολείο τους. Ο δεύτερος μαθησιακός στόχος «να πραγματοποιούν απλά πειράματα τύχης ενός σταδίου και να περιγράφουν το δειγματικό χώρο (το σύνολο των πιθανών εκβάσεων)» δίνει ως δραστηριότητα στην πρώτη κατηγορία τα παιδιά να πραγματοποιούν απλά πειράματα τύχης («ρίψη κέρματος, ζαριού»), να εξετάζουν τα πιθανά αποτελέσματα, να κάνουν προβλέψεις και να ανακοινώνουν το αποτέλεσμα. Στην δεύτερη κατηγορία οι εκπαιδευτικοί ξανά καλούνται να αξιοποιήσουν πραγματικές καταστάσεις και με βάση αυτές να συζητάνε πιθανές περιπτώσεις. Μπορούν επίσης να χρησιμοποιήσουν και τα ενδεικτικά ψηφιακά περιβάλλοντα που αναφέρονται. Ο τρίτος μαθησιακός στόχος είναι «να χαρακτηρίζουν ένα παιχνίδι τύχης ως δίκαιο – άδικο». Ο συγκεκριμένος στόχος προτείνει ιδέες δραστηριοτήτων μόνο στην πρώτη κατηγορία, όπου τα παιδιά αρχικά συμμετέχουν σε ένα παιχνίδι τύχης το οποίο έχει αλλοιωθεί και κερδίζει μόνο ένας (πχ. «παίζουν με ένα ζάρι που οι περισσότερες πλευρές του έχουν το ίδιο χρώμα») και στη συνέχεια συζητάνε προκειμένου να χαρακτηρίσουν αν το παιχνίδι ήταν δίκαιο ή άδικο με βάση το αποτέλεσμα. Έπειτα μπορούν να διαμορφώσουν το παιχνίδι με τέτοιο τρόπο προκειμένου να πραγματοποιείται με δίκαιο τρόπο.

2.3.2 Επιρροή προτύπων NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) στο Αναλυτικό Πρόγραμμα 2014

Στο αναλυτικό πρόγραμμα του 2014 όλες οι σημαντικές μαθησιακές περιοχές αναλύονται σε ξεχωριστά κεφάλαια στα οποία παρουσιάζονται τα οφέλη και η σημαντικότητα της διδασκαλίας τους ενώ παράλληλα δίνονται προτεινόμενες δραστηριότητες. Τα μαθηματικά βρίσκονται μέσα σε αυτές τις μαθησιακές περιοχές και συγκεκριμένα στην τρίτη θέση. Πρώτα εμφανίζεται η προσωπική και κοινωνική ανάπτυξη, ύστερα η γλώσσα και έπειτα τα μαθηματικά. Ύστερα ακολουθούν οι τέχνες, η φυσική αγωγή, οι φυσικές επιστήμες και οι κοινωνικές επιστήμες. Να σημειωθεί ότι δεν υπάγονται στο Τεχνολογίες Πληροφοριών και Επικοινωνιών (Τ.Π.Ε), αυτό αποτελεί ξεχωριστό και μάλιστα τελευταίο στη λίστα των μαθησιακών περιοχών (Ορφανάκης & Παπαδάκης, 2015).

Αυτό που παρατηρείται είναι ότι τα μαθηματικά στέκονται αυτόνομα στο αναλυτικό πρόγραμμα και για πρώτη φορά μιλάμε γι' αυτά ως έννοιες. Ειδικότερα, οι κατηγορίες περιεχομένου είναι: «Αριθμοί και Πράξεις» (φυσικοί αριθμοί ως το 10 και οι πράξεις: πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση), «Χώρος και Γεωμετρία» (προσανατολισμοί, διαδρομές, σχήματα, μετασχηματισμοί, οπτικοποιήσεις), «Εισαγωγή στην Αλγεβρική Σκέψη» (κανονικότητες, ισότητες), «Μετρήσεις» (μήκος, επιφάνεια, όγκος, χωρητικότητα) και «Στοχαστικά Μαθηματικά» (οργάνωση δεδομένων, πιθανότητες). Έτσι στοχεύει να φέρει τα παιδιά σε μια πρώτη επαφή με τις βασικές αυτές έννοιες των μαθηματικών, που πλέον ξεκαθαρίζονται, μέσα από παιχνίδια, δραστηριότητες γεμάτες και εμπειρίες σκοπεύοντας να ενισχύσει την περιέργεια και το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά (National Research Council, 2009). Αναμφίβολα το αναλυτικό πρόγραμμα του 2014 αναγνωρίζει τη σημασία των μαθηματικών στην πρώιμη παιδική ηλικία και προωθεί την εξέλιξη τόσο των δεξιοτήτων όσο και των γνώσεων για τα παιδιά στον συγκεκριμένο τομέα. (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

Στα πλαίσια των μαθηματικών δραστηριοτήτων τα παιδιά καλούνται να αναγνωρίσουν, να αναπαραστήσουν και να περιγράψουν μαθηματικά αντικείμενα και δομές. Επιπλέον να εξερευνούν τις ομοιότητες και τις διαφορές μεταξύ τους αλλά και να λύνουν προβλήματα αξιοποιώντας τα μαθηματικά εργαλεία και τις αντίστοιχες

μαθηματικές στρατηγικές. Γι' αυτό και οι δραστηριότητες που προτείνονται αφορούν την αναγνώριση και τη σύγκριση σχημάτων, την καταμέτρηση και ταξινόμηση των αντικειμένων και τον χειρισμό αριθμητικών συμβόλων (Χριστίδου & Συμεωνίδου,2014).

Αναμφίβολα όλη αυτή η προσπάθεια για την ομαδοποίηση των εννοιών βασίζεται στα πρότυπα NCTM (National Council of Teachers of Mathematics,2000).

Συγκεκριμένα τα πρότυπα αυτά, που θεσπίστηκαν για πρώτη φορά το 1989, αναφέρονται σε ένα σύνολο κατευθυντήριων γραμμών για τη διδασκαλία των μαθηματικών σε μαθητές/τριες στις Ηνωμένες Πολιτείες. Τα πρότυπα NCTM χωρίζονται σε πέντε τομείς περιεχομένου: Αριθμοί και πράξεις, Γεωμετρία, Μέτρηση και Ανάλυση δεδομένων και Πιθανότητες. Καθένας από τους τομείς αυτούς υποδιαιρείται σε συγκεκριμένα πρότυπα που καθορίζουν τι πρέπει οι μαθητές/τριες να γνωρίζουν και να μπορούν να κάνουν οι μαθητές/τριες σε κάθε επίπεδο τάξης (National Research Council,2009). Τα πρότυπα τονίζουν τη σημασία της ανάπτυξης των μαθηματικών ικανοτήτων όπου περιλαμβάνουν ποικίλες ικανότητες.

Υπολογιστικές, την επίλυση προβλημάτων, του συλλογισμού καθώς και την επικοινωνία. Ιδιαίτερος τονίζουν τη σημασία δημιουργίας συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών μαθηματικών εννοιών τόσο μεταξύ των μαθηματικών αλλά και σε συνδυασμό με άλλα μαθήματα. Επιπλέον αναδείχθηκαν και πρότυπα διαδικασίας κατά τα οποία περιγράφονται οι τρόποι με τους οποίους οι μαθητές/τριες μπορούν να συμμετάσχουν στην μαθηματική σκέψη αλλά και στην επίλυση των προβλημάτων. Ειδικότερα τα Πρότυπα Διαδικασίας ενσωματώνουν κατά κύριο λόγο την επίλυση προβλημάτων, τον συλλογισμό αλλά και την απόδειξη του συλλογισμού, την επικοινωνία, τις συνδέσεις και την αναπαράσταση (Boaler,2016).

Για όλους αυτούς τους λόγους επομένως τα πρότυπα NCTM έπαιξαν κυρίαρχο ρόλο στην μαθηματική εκπαίδευση των Ηνωμένων Πολιτειών που σαφώς δεν έμεινε μόνο εκεί. Επηρέασε την ανάπτυξη προγραμμάτων σπουδών σε άλλες χώρες πιέζοντας προς μια ομογενοποίηση των Αναλυτικών Προγραμμάτων και στις μορφές αξιολόγησης.

2.3.3 Το παιδί στα Αναλυτικά Προγράμματα των μαθηματικών

Το παιδί στο αναλυτικό πρόγραμμα του 2014 εμφανίζεται ως πολίτης του κόσμου που πρέπει να διαθέτει ποικίλες ικανότητες και δεξιότητες. Εμφανίζεται ως ένα παιδί ενήλικας που μπορεί να επικοινωνεί, να είναι δημιουργικό, να έχει ανεπτυγμένη κριτική σκέψη, να εκπροσωπεί την ταυτότητά του, να είναι αυτόνομο καθώς επίσης να είναι διακατέχεται με κοινωνικές ικανότητες έχοντας επίσης εξασφαλίσει την ιδιότητα του πολίτη. Αυτές είναι οι βασικές ικανότητες στις οποίες στοχεύει το αναλυτικό πρόγραμμα του 2014 για την ανάπτυξη των παιδιών. Επιπλέον κάτι ακόμη που ξεχωρίζει στο αναλυτικό πρόγραμμα αυτό είναι η αναγνώριση της διαφορετικότητάς μεταξύ των παιδιών. Παρόλα αυτά όμως το παιδί ως παιδί με αυτόνομη προσωπικότητα χάνεται πραγματικά μέσα στο αναλυτικό πρόγραμμα. Ενώ λοιπόν το παιδί εμπλέκεται σε όλες τις δράσεις, η προσοχή εστιάζεται στον τρόπο που θα υλοποιηθούν οι δραστηριότητες και το πως θα κατανοηθούν οι έννοιες. Επομένως μιλάμε για ένα γνωσιοκεντρικό αναλυτικό πρόγραμμα που δεν δίνει ξεκάθαρη βάση στις εμπειρίες και τα βιώματα του παιδιού σαν παιδί καθαυτό.

2.4 Κριτικοί προβληματισμοί για τα ΑΠ των μαθηματικών στις μικρές ηλικίες

Ύστερα από την ανάλυση του τρόπου με τον οποίο τα μαθηματικά παρουσιάζονται στο αναλυτικό πρόγραμμα αντιλαμβανόμαστε ότι ναι μεν δίνεται βάση στην μαθηματική εκπαίδευση με διαφορετικούς τρόπους σε ποικίλες μαθησιακές θεματικές, όμως αν το ξεφυλλίσουμε συνολικά θα παρατηρήσουμε ότι το κεφάλαιο που αναφέρεται στην μαθηματική εκπαίδευση είναι αρκετά μικρό και συνοπτικό στην έκταση. Αυτό φανερώνει ότι παρά την θέλησή μας να ξεφύγουμε από την αντίληψη ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας δεν είναι ικανά ακόμη να ασχοληθούν με τα μαθηματικά, το αναλυτικό πρόγραμμα εξακολουθεί να παραμένει επιφυλακτικό. Βλέπουμε τη γλώσσα ή άλλες γνωστικές ενότητες να αναλύονται σε βάθος μέσα από πολλές δραστηριότητες ενώ τα μαθηματικά να είναι παραγκωνισμένα ως ένα δύσκολο μαθησιακό περιβάλλον που δεν «συμφέρει» κανέναν να αγγίξει. Κι αυτό γιατί πολλοί θεωρούν ότι τα μαθηματικά στην προσχολική εκπαίδευση δεν μπορούν να κατανοηθούν από τα μικρά παιδιά. Κανείς όμως δε προσπάθησε να φέρει τα ίδια

τα μαθηματικά κοντά στο παιδί και την καθημερινότητά του, μέσα από εξίσου ποικίλες δραστηριότητες όπως συμβαίνει για παράδειγμα με το μάθημα της γλώσσας. Αυτό συμβαίνει λοιπόν γιατί είναι ένα μαθησιακό περιβάλλον που αντιμετωπίζεται με δισταγμό προς τα παιδιά προσχολικής ηλικίας. Είναι αδιαμφισβήτητο όμως ότι αν προσεγγιστούν με τον κατάλληλο τρόπο μπορεί να γίνουν ένα απόλυτα δημιουργικό περιβάλλον προσφέροντας πάρα πολλά για τα παιδιά.

Γενικότερα μέσα από τα αναλυτικά προγράμματα διακρίνεται η εντατικοποίηση της εκπαίδευσης στην προσχολική ηλικία μέσα από σχεδιασμούς και ερευνητικές στρατηγικές που επικεντρώνονται σε μια συσσωρευμένη διδασκαλία από απαιτητικά γνωστικά περιεχόμενα όπως αυτά των μαθηματικών (βλ. OECD,2020). Οι προγραμματισμένοι μαθησιακοί στόχοι που εμφανίζονται στο αναλυτικό πρόγραμμα αλλά και οι εκπαιδευτικές πρακτικές επηρεάζουν σημαντικά τόσο την εκπαιδευτική πολιτική και ειδικότερα την παιδική ταυτότητα. Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο κρίνεται απαραίτητη μια συστηματική αλλά και κριτική διερεύνηση πάνω στους μηχανισμούς που διαμορφώνουν αυτού του είδους τις νοηματοδοτήσεις (Πεχτελίδης, 2015). Όσο για τους μαθησιακούς στόχους που θέτει παρατηρούνται συγκρούσεις μεταξύ των αφηρημένων ακαδημαϊκών εννοιών (πχ. Στατιστική, πιθανότητες) και της απλής καθημερινότητας των παιδιών.

Μέσα σε ένα ανταγωνιστικό περιβάλλον που δημιουργεί το αναλυτικό πρόγραμμα, δίνεται περισσότερη έμφαση στις έννοιες και το παιδί αυτομάτως χάνεται από το προσκήνιο. Αντιθέτως εμβαθύνει στην αξιολόγηση και το πόσοι τελικά μαθησιακοί στόχοι επιτεύχθηκαν (Bazzul, 2012· Bazzul & Sykes, 2011). Αυτές λοιπόν είναι μερικές από τις κύριες τάσεις και προτεραιότητες της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Να θεωρείται, δηλαδή, σημαντική η δια βίου μάθηση για να προσαρμόζεται το παιδί στην σύγχρονη κοινωνία, οι εκπαιδευτικοί να αναζητούν συνεχώς νέες μεθόδους και νέες πρακτικές για να βελτιωθεί η διδασκαλία και να είναι αποτελεσματική ενώ το παιδί απλώς να μένει στην άκρη και να παρακολουθεί.

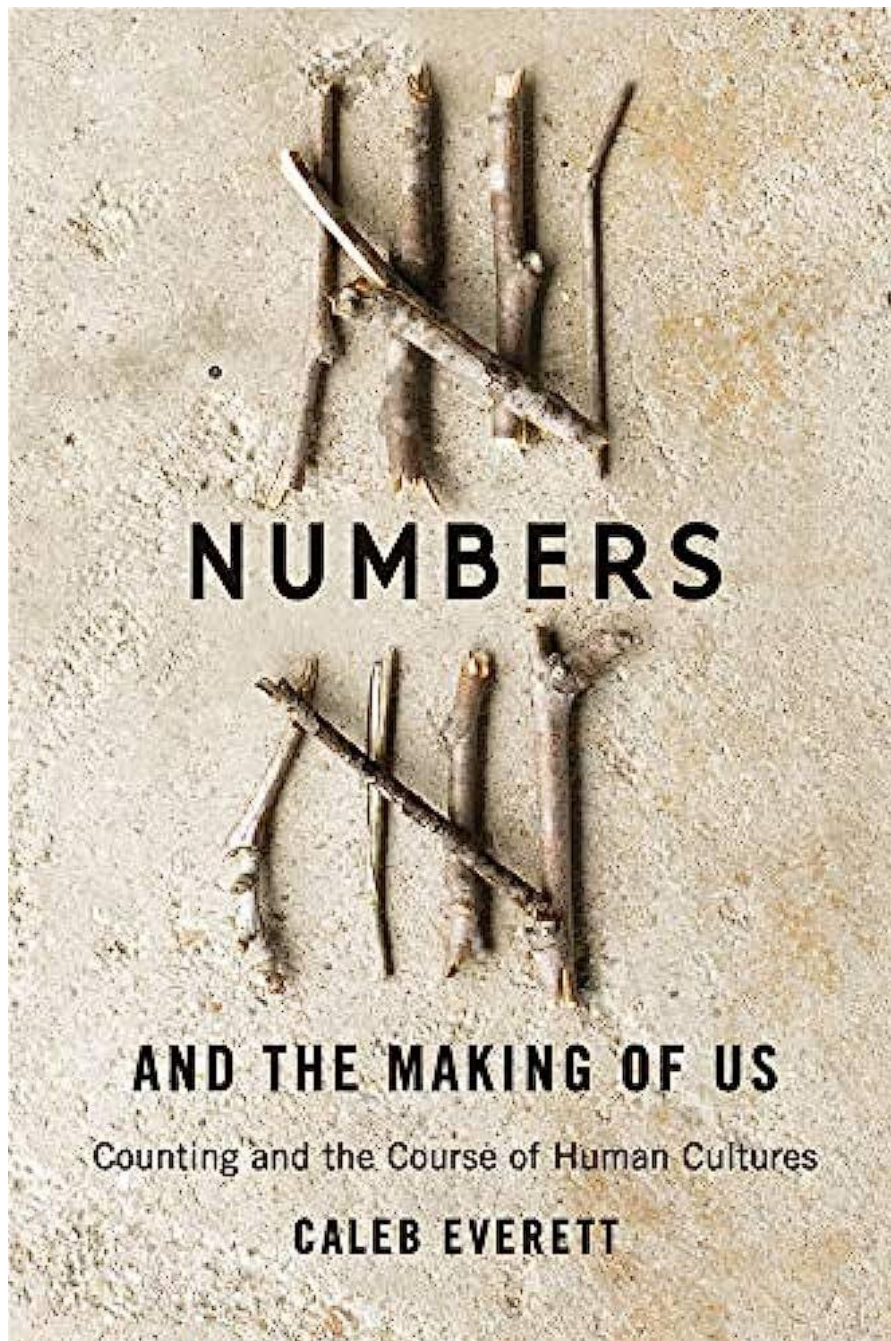
Πως πραγματικά το αναλυτικό πρόγραμμα βοηθάει το παιδί; Δεν ασχολείται ούτε αναφέρει τις πραγματικές ανάγκες του. Ίσα ίσα που τις παραγκωνίζει γιατί το μόνο που το ενδιαφέρει είναι να πραγματοποιηθεί σωστά οι μαθησιακή διαδικασία. Έτσι είναι δύσκολο για το παιδί να συμμετέχει ενεργά όταν νιώθει ότι οι ανάγκες και τα

ενδιαφέροντά του δεν βρίσκονται στο προσκήνιο. Όταν οι διδακτικές μέθοδοι δεν προσαρμόζονται στις ανάγκες και τις ικανότητες κάθε παιδιού ξεχωριστά αλλά στον τρόπο με τον οποίο θα επιτευχθούν οι στόχοι και θα ακολουθηθεί το αναλυτικό πρόγραμμα σωστά (Van de Walle & Karp & Bay-Williams, 2013).

Αναμφίβολα, μια ακόμη παρατήρηση, στο αναλυτικό πρόγραμμα του 2011-14 συγκεκριμένα, είναι η εναρμόνισή του με τα πρότυπα του NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). Αυτό καθιστά το αναλυτικό πρόγραμμα περιοριστικό ως προς την προσέγγιση των μαθηματικών επιβάλλοντας ένα πανομοιότυπο πλαίσιο το οποίο θα πρέπει να ακολουθείται από κάθε τάξη με τους/τις μαθητές/τριες να ασχολούνται σε συγκεκριμένους στόχους και προσαρμοσμένες δραστηριότητες. Όχι αναδυόμενες που θα πηγάζουν από τα πραγματικά ενδιαφέροντα και ανάγκες τους. Επομένως η εφαρμογή του αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών από το NCTM μπορεί να οδηγήσει σε μια επιφανειακή κατανόηση των μαθηματικών εννοιών αφού η διδασκαλία προσεγγίζεται μαθησιοκεντρικά. Καθ' αυτό τον τρόπο λοιπόν η δημιουργικότητα και η κριτική σκέψη περιορίζονται μαζί με τις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των παιδιών (NCTM,2014).

Συνολικά η κατεύθυνση του αναλυτικού προγράμματος με βάση το NCTM κάνει την μαθηματική εκπαίδευση να αγνοεί την πολυπλοκότητα και την ποικιλομορφία των μαθηματικών με αποτέλεσμα να μη συνδυάζεται με άλλες μαθησιακές περιοχές. Έτσι φτάνει τα παιδιά στο λανθασμένο συμπέρασμα ότι τελικά τα μαθηματικά είναι ένα σύνολο κανόνων και διαδικασιών που πρέπει να ακολουθήσουν. Τους στερεί εμπειρίες που τα βοηθούν να δημιουργήσουν πλουσιότερες αντιλήψεις όπως την ιστοριογραφία και την άμεση σχέση των μαθηματικών με τη φύση και το περιβάλλον. Όχι ότι τα μαθηματικά είναι ένα βασικό εργαλείο για την ανάπτυξη της σκέψης και της δημιουργικότητας τους.

**Κεφάλαιο 3. Caleb Everett – The numbers and the making
of us.**



3.1. Περίληψη βιβλίου

Ο Caleb Everett είναι γνωστός ανθρωπολόγος. Πιο συγκεκριμένα καθηγητής γλωσσολογίας - ανθρωπολογίας και ερευνά τους τρόπους με τους οποίους η γλώσσα επηρεάζει αλλά και αντανακλά την ανθρώπινη σκέψη. Το μεγαλύτερο μέρος των ερευνών του διεξάγεται στους απομακρυσμένους πληθυσμούς της ζούγκλας του Αμαζονίου. Το βιβλίο του, *Numbers and the making of us* (Harvard University Press) συζητά το ζήτημα γύρω από την επινόηση των αριθμών από τους ανθρώπους καθώς και το πως οι αριθμοί διαμόρφωσαν ολόκληρους πολιτισμούς, συνεπώς και τη ζωή μας. Είναι γνωστό ότι οι αριθμητικές αναπαραστάσεις συνδέονται άρρηκτα αλλά έμμεσα με την καθημερινότητά μας. Για παράδειγμα για να καλέσουμε κάποιον/α πατάμε ψηφία στο τηλέφωνό μας. Για να λύσουμε ένα αριθμητικό πρόβλημα ή ακόμη για να εντοπίσουμε ακριβώς μια διεύθυνση σκεφτόμαστε αριθμούς. Πιο αναλυτικά, το βιβλίο εστιάζει σε ένα κύριο επιχείρημα. Οι αριθμοί αποτελούν ανθρώπινη εφεύρεση την οποία συνεχώς επεξεργαζόμαστε και αναπτύσσουμε προκειμένου να μεταμορφώσουμε τόσο την σκέψη όσο και τον κόσμο στον οποίο ζούμε. Αυτό περιγράφεται μέσα στο βιβλίο από μια ευρεία έρευνα για τις ρίζες της αριθμητικής μας σκέψης αξιοποιώντας αρχαιολογικά ευρήματα και δεδομένα από την πολιτισμική ανθρωπολογία, τη γλωσσολογία, την αρχαιολογία, την νευροεπιστήμη και την αναπτυξιακή ψυχολογία.

Στο πρώτο κεφάλαιο, ο Everett παρουσιάζει τις αναπαραστάσεις των αριθμών που έχουν επινοηθεί από ποικίλες πολιτισμικές ομάδες. Ακολουθεί μια ιστοριογραφική αναπαραστάσεων τόσο στο σήμερα όσο και των αρχαίων αλλά και προϊστορικών χρόνων. Βέβαια το ενδιαφέρον του στρέφεται στην ποικιλομορφία της μορφής και λειτουργίας του αριθμού. Ειδικότερα δίνει τεράστια βάση στα παλαιολιθικά – αρχαία τεχνουργήματα με σημάδια καταμέτρησης, όπως για παράδειγμα ένα κέρατο τάρανδου που βρέθηκε στη Βόρεια Αμερική με ανθρώπινες χαρακιές ή ακόμη και σπηλαιογραφίες που εμφανίζονταν σε αυτές αποτυπώματα χεριών που υποδηλώνει ένα σύστημα καταμέτρησης.



Εικόνα 1. The reindeer of Little Salt Spring, Florida



Εικόνα 2. Hand stencils at Cueva de las Manos, Argentina

Αντλεί παραδείγματα από γεωγραφικά διαχωρισμένες περιοχές στην Κεντρική Αμερική, τη Νότια Αμερική και την Αφρική. Ένα ακόμη στοιχείο επίσης στο οποίο ο Everett δίνει μεγάλη σημασία είναι η ιστορική εμφάνιση διάφορων συμβατικών συστημάτων αριθμητικής αναπαράστασης. Εξετάζει συγκεκριμένα το σύστημα αξιών θέσης των αρχαίων Μάγια, το σύστημα κόμβων quipu των Ίνκας και τέλος, τα σφηνοειδή αρχεία της αρχαίας Μεσοποταμίας. Ύστερα από την αρχαία ζωή περνά στη σύγχρονη περιγράφοντας την εντυπωσιακή ποικιλομορφία των σύγχρονων αριθμητικών συστημάτων επισημαίνοντας με αυτό τον τρόπο ζωντανές ομάδες, λόγου χάρι των Mundurucu που χρησιμοποιούν σαφείς λέξεις για να αναπαραστήσουν τον αριθμό ένα (1) και δύο (2) και ασαφείς αναφορές σε μεγαλύτερες ποσότητες. Γενικότερα εκφράζει ότι οι μορφές αναπαράστασης που επινόησαν οι άνθρωποι βοηθούν στην κατασκευή διάφορων πολιτιστικών και υλικών κόσμων της καθημερινής ζωής.

Στο δεύτερο μέρος του βιβλίου ο Everett εστιάζει στην αριθμητική νόηση και στο τι μπορούμε να μάθουμε μέσα από αυτό δίνοντας έμφαση σε τρεις διαφορετικούς πληθυσμούς. Σε πολιτισμικές – γλωσσικές ομάδες που χρησιμοποιούν πολύ περιορισμένα συστήματα αριθμών (όπως τα συστήματα των Mundurucu), σε πρωτεύοντα θηλαστικά αλλά και σε ανθρώπινα είδη, βρέφη και παιδιά. Η έρευνα αυτή παρουσιάζει ότι κάθε μια από αυτές τις ομάδες είναι δυνατόν να κάνουν συχνά τη διάκριση μεταξύ ενός, δύο και τριών στοιχείων αλλά ακόμη και διακρίσεις που αφορούν ποσότητες μεγαλύτερες από τρεις είναι συχνά ανακριβείς. Τα ευρήματα αυτών των πληθυσμών είναι κατάλληλα για να υποστηρίξει το επιχείρημα του ότι η εξελικτική ιστορία δίνει στους ανθρώπους ερεθίσματα προκειμένου να αναπτυχθούν εκ γενετής προικισμένοι με περιορισμένες ικανότητες αλλά ωστόσο βασικές ικανότητες διάκρισης μικρών ποσοτήτων. Επομένως οι ικανότητες αυτές προσφέρουν τις κατάλληλες βάσεις στα ανθρώπινα αλλά και μη είδη, τα ανθρώπινα βρέφη και ποικίλες πολιτισμικές ομάδες περιορισμένων συστημάτων αριθμών. Αντιθέτως για τις μεγαλύτερες ποσότητες θα πρέπει να βασιζόμαστε στην εφεύρεση πολιτισμικών και επεξεργασμένων συστημάτων αρίθμησης. Οι συγκεκριμένες ικανότητες βέβαια αποκτούνται μόνο από μεγαλύτερα παιδιά και ενήλικες που δύνανται να χρησιμοποιήσουν αυτά τα επεξεργασμένα συστήματα αναπαράστασης των αριθμών. Το τρίτο μέρος του βιβλίου, συζητά για την προέλευση των αριθμών και της αριθμητικής στις ανθρώπινες κοινότητες. Αποκωδικοποιεί τις ιδέες τόσο των

ποσοτήτων που υπάρχουν διάπλατα στον φυσικό μας κόσμο όσο και των ποσοτήτων που ούτε υπάρχουν στον υλικό μας κόσμο αλλά και ούτε αποτελούν εγγενή μέρη της σκέψης ή διάνοιάς μας. Ο Everett για να εμβαθύνει ως προς την προέλευσή τους συμβουλευεται το έργο των γνωστικών γλωσσολόγων George Lakoff και Raphael Nunez (Lakoff, Nunez, 2000). Υπάρχουν αρκετά κοινά στοιχεία μεταξύ τους, γι' αυτό και η έρευνα αυτή αποτέλεσε σημαντικό ρόλο στις μελέτες του Everett. Κάποια από αυτά τα κοινά σημεία είναι ότι, αρχικά επικεντρώνονται στη σημασιολογία και τη γλωσσική έκφραση καθώς είναι βέβαιοι ότι η γλώσσα μπορεί να επηρεάσει τον τρόπο με τον οποίο σκεπτόμαστε. Επιπλέον εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίο η αντίληψη της γλώσσας και της γλωσσικής δομής αποτελεί έναν σημαντικό τρόπο για να κατανοηθεί η ανθρώπινη φύση και η σχέση των ανθρώπων με τον κόσμο.

Πιο συγκεκριμένα υποστηρίζει ότι η χρήση των πολιτισμικών και γλωσσικών κωδίκων (όπως η μεταφορά ή κυριολεξία) ουσιαστικά χρησιμοποιούνται για να διαμορφώσουν επικοινωνιακά νοήματα που μας βοηθούν να διατηρήσουμε τόσο την ταυτότητά μας, όσο και την ιστορία ενός πολιτισμού. Έτσι με τη χρήση αυτών των μέσων η πολιτισμική ανταλλαγή η πολυπολιτισμικότητα και η κοινωνική συνοχή αναγνωρίζονται και ενισχύονται. Καθ'αυτό τον τρόπο τα άτομα μοιράζονται τη γνώση μέσω των εμπειριών τους που σίγουρα διαφέρουν μεταξύ τους. Αυτό διακρίνεται μέσα στο βιβλίο από τον διαφορετικό τρόπο όπου οι θεμελιώδεις και αφηρημένες έννοιες χρησιμοποιούνται σε κάθε πολιτισμό. Για παράδειγμα η αφηρημένη έννοια του χρόνου μπορεί να γίνει πιο συγκεκριμένη και να ποσοτικοποιηθεί ακόμη χάρη στην χρήση χωρικών μεταφορών όπως «το μέλλον είναι 'μπροστά'», «το παρελθόν είναι 'πίσω'». Σαφώς οι μεταφορές αυτές είναι δυνατόν να διαφέρουν μεταξύ των ανθρώπινων κοινωνιών. Οι άνθρωποι στην φυλή Aymara, όπου κατοικούσαν στις περιοχές των Άνδεων στη Νότια Αμερική, για παράδειγμα έχουν την έκφραση ότι το μέλλον είναι 'πίσω από' (αυτό που μπορεί να φανεί) και το παρελθόν είναι 'μπροστά από' (αυτό που μπορεί να φανεί). Καθ' αυτό τον τρόπο ο Everett στοχεύει να δημιουργήσει έναν τρόπο για να δούμε το πως οι άνθρωποι φτάνουν στο σημείο να κατανοήσουν την έννοια του αριθμού. Και για να φτάσουμε σε αυτό το αποτέλεσμα μας κάνει να αντιληφθούμε και να έρθουμε σε επαφή με ποικίλους τρόπους σκέψης και διαπολιτισμικές διαφορές που ανιχνεύονται σε διάφορους πολιτισμούς.

Τα επιχειρήματα του Everett που συγκεντρώνονται γύρω από το βιβλίο του βασίζονται στους αριθμούς. Σύμφωνα με τα λεγόμενά του, ο αριθμός είναι μια ανθρώπινη εφεύρεση που απηχεί στην πρωτοποριακή έρευνα και θεωρία του Piaget σχετικά με την προέλευση των αριθμών (Piaget, 1952) χωρίς όμως ο Everett να δίνει ιδιαίτερη έμφαση στον πυρήνα επιχειρηματολογίας του Piaget αλλά και στον τρόπο με τον οποίο διαφέρει η άποψή του από τη δική του. Μάλιστα, σύμφωνα με τον Everett, οι ανώτερες γνωστικές λειτουργίες, όπως ο αριθμός, έχει τις ρίζες της στα γλωσσικά συστήματα των πολιτισμών που τα παιδιά ανακατασκευάζουν στα μέτρα τους για να οργανώσουν τον κόσμο και τον εαυτό τους. Ακολουθώντας τη θεμελιώδη αναπτυξιακή θεωρία του Vygotsky (Vygotsky, 1986), χωρίς τον Everett να συμβιβάζεται με τον τρόπο με τον οποίο τα επιχειρήματά του είτε συμβαδίζουν, είτε συγκρούονται με εκείνα του Vygotsky. Ένα τελευταίο επιχείρημα που πηγάζει από το βιβλίο του Everett είναι ότι οι αριθμοί δημιουργούνται μέσω της χρήσης από τα άτομα των ειδικά πολιτισμικών γλωσσικών μορφών. Αυτά αναλύονται περισσότερο στις αναλύσεις των Warner και Kaplan (1963) για δραστηριότητες που αφορούν στον σχηματισμό των συμβόλων. Μια διαδικασία που για κάθε πολιτισμό αποκτούν προσωπικό νόημα για τα άτομα δίχως βέβαια να γίνεται κάποια προσπάθεια εμπλοκής της σημαντικής αναπτυξιακής περιγραφής των Warner – Kaplan.

Συνεπώς το συγκεκριμένο βιβλίο εστιάζει στην ριζικά, ανθρώπινη κατανόηση όχι μόνο στις εποικοδομητικές δραστηριότητες των ατόμων αλλά και στις πολιτισμικές ιστορίες στις οποίες εμπλέκονται. Σε αυτές τις δραστηριότητες τα άτομα είναι ικανά να αναπαράγουν και να μεταβάλλουν τα συστήματα αναπαράστασης του αριθμού σε μια πιο σύνθετη ιστορικά αναπτυξιακή προοπτική.

3.2. Δομή βιβλίου

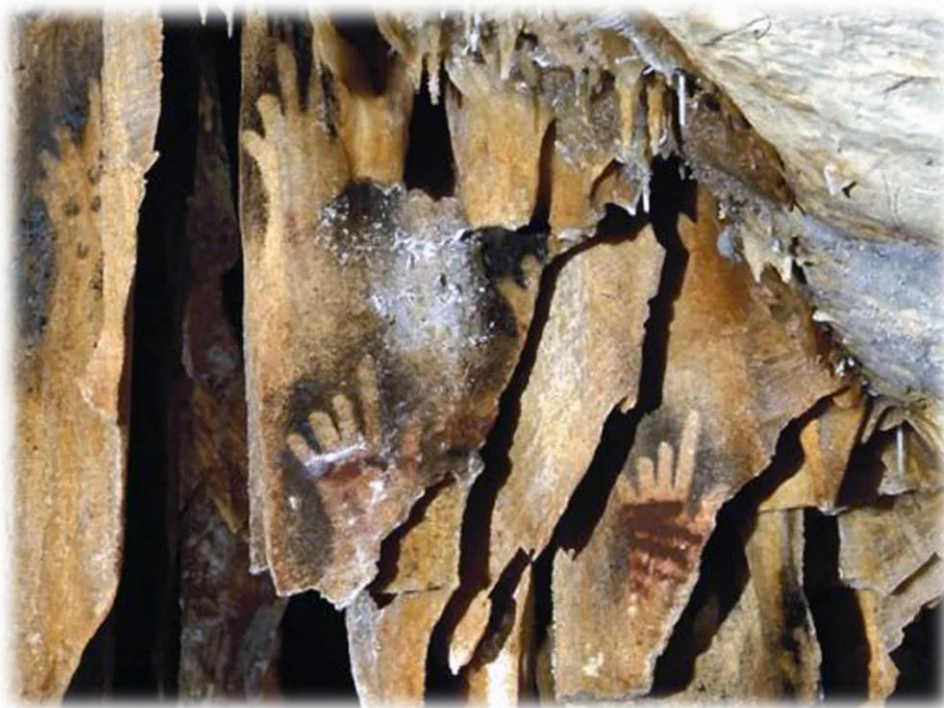
Το *Numbers and the making of us* αποτελεί ένα έργο που μας εισάγει στον κόσμο εφεύρεσης των αριθμών ως μια ανθρώπινη κατασκευή. Παρατηρώντας διάφορους πολιτισμούς ανά τον κόσμο όπως αυτών των Mundurucu και των Pirahã ο Everett εστιάζει στις συνδέσεις μεταξύ των γνωστικών, πολιτισμικών, γνωστικών και γλωσσικών διαφορών τους και μας παρουσιάζει τις ανάγκες του κάθε λαού για αριθμητική και μαθηματικά. Τοποθετεί λοιπόν με μεγάλη αρμονία τις αριθμητικές, ανθρωπολογικές, ιστορικές και ψυχολογικές γνώσεις για να αποδείξει ότι η εφεύρεση των αριθμών αποτέλεσε σημαντικό στοιχείο για πολλούς πληθυσμούς ξεχωρίζοντάς τους μάλιστα από εκείνους που δεν είχαν ανακαλύψει ακόμη τους αριθμούς.

Ο Everett ουσιαστικά ισχυρίζεται ότι οι αριθμοί ανακαλύφθηκαν κυρίως λόγω μιας σημαντικής αλλαγής, αυτής του εμπορίου η οποία δεν θα μπορούσε να συμβεί χωρίς τις αναπαραστάσεις των αριθμών. Η κοινωνική αλλαγή επομένως έφερε στο προσκήνιο τις συμβολικές αναπαραστάσεις των ποσοτήτων ήδη από το στάδιο ανάπτυξης των αριθμών στα σπήλαια. Αναντίρρητα λοιπόν τα συστήματα συναλλαγών, το πέρασμα από το κυνήγι στη γεωργία, στο εμπόριο και πολύ αργότερα την ψηφιοποίηση και αυτοματοποίηση προήλθαν από την ικανότητα συμβολικής αναπαράστασης των ποσοτήτων. Καθ' αυτό τον τρόπο οι αριθμοί (οι οποίοι όπως θα δούμε στη συνέχεια είναι ανθρώπινες δημιουργίες όπως η μαγειρική, τα πέτρινα εργαλεία, ο τροχός) μπορούν να συγκριθούν με αναρίθμητες ανθρώπινες εφευρέσεις που έδωσαν πολλά πλεονεκτήματα τόσο στην επιβίωσή όσο και στην ανάπτυξη των πολιτισμών και των επιστημών μεταμορφώνοντας στο έπακρο τον τρόπο με τον οποίο ζούμε και εξελισσόμαστε. Επομένως ο Everett αναντίρρητα υποστηρίζει ότι η ανακάλυψη των αριθμών ήταν τόσο σημαντική για τους ανθρώπους και τον ανθρώπινο πολιτισμό καθώς επηρέασε σημαντικά και σε μεγάλο βαθμό την ανάπτυξη των γραπτών γλωσσών. Έτσι λοιπόν οι αριθμοί αμφίδρομα συνδέονται με τη γλώσσα. Η ανάπτυξη της γλώσσας λοιπόν έφερε στο προσκήνιο την συμβολική αναπαράσταση των ποσοτήτων οι οποίες με τη σειρά τους επηρέασαν άμεσα την ανάπτυξη της γλώσσας. Όπως άλλωστε αναλύει και ο Everett, οι αριθμοί και οι μαθηματικές πρακτικές δημιούργησαν την επιστημονική επανάσταση, την εκβιομηχάνιση και την σύγχρονη ιατρική.

Έτη ολόκληρα πριν από την ύπαρξη αυτών των πρακτικών τόσο οι λεκτικοί, όσο και οι γραπτοί αριθμοί συνέβαλαν σε σημαντικές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο οι άνθρωποι χρησιμοποιούσαν τα αριθμητικά σύμβολα για να μεταφέρουν ιδέες και νοήματα. Επιπλέον οι αριθμοί (προφορικοί και γραπτοί) ήταν καθοριστικοί για τη διαμόρφωση των πολιτισμών χιλιετίες πριν. Η σημασία επινόησης συμβολικών αναπαραστάσεων των ποσοτήτων ανιχνεύεται από τις πρώιμες απαρχές μέχρι και τη σύγχρονη εποχή. Όπως αναφέραμε επηρέασαν τον τρόπο με τον οποίο εξελίχθηκαν οι γλώσσες οι οποίες με τη σειρά τους ήταν καθοριστικές για να αναπτύξουμε ιδέες και εργαλεία για να επιβιώσουμε και να ευδοκιμήσουμε σε αυτό τον κόσμο. Τα πλεονεκτήματα αυτά όμως οι πολιτισμοί που δεν είχαν ανακαλύψει τους αριθμούς δε τα είχανε.

Βέβαια παρά την ανθρωπολογική θέση που προσπαθεί ο Everett να ακολουθήσει στηρίζει πολλά από τα επιχειρήματά του και στις κοινωνικές, συμπεριφορικές και φυσικές επιστήμες. Επομένως τα τρία κεφάλαια του βιβλίου χωρίζονται ανάλογα προκειμένου να εξετάσουν κάθε επιχείρημα.

Στην πρώτη ενότητα («Οι αριθμοί διαπερνούν την ανθρώπινη εμπειρία») παρουσιάζεται η εφεύρεση των αριθμών και ο τρόπος με τον οποίο επηρέασαν την ανάπτυξη των πολιτισμών. Στο συγκεκριμένο μέρος ο Everett χρησιμοποιεί απόψεις του από την αρχαιολογία, την ιστορία, τη γλωσσολογία καθώς και από την μελέτη της αριθμητικής νόησης για την επιχειρηματολογία του και τονίζει με σαφήνεια ότι οι άνθρωποι από τη στιγμή που ήρθαν σε επαφή για πρώτη φορά με τις αριθμητικές αναπαραστάσεις για να επικοινωνούν ποσότητες ξεκίνησαν ταυτόχρονα να χαράσσουν ανεπιτήδευτα μια βαθιά γραμμή ανάπτυξης του πολιτισμού και όλης την ανθρωπότητας. Τα σημάδια χεριών που βρίσκονται στις αρχαιότερες σωζόμενες εικόνες όπως για παράδειγμα οι πίνακες στα σπήλαια Cosquer και Gargas είναι πολύ πιθανό να παρέχουν τις πρώτες γνωστές συμβολικές αναπαραστάσεις ποσοτικών πληροφοριών. Κι αυτό γιατί παρόλο που δε μπορούμε να είμαστε σίγουροι για τον επιδιωκόμενο σκοπό των εικονογραφιών αυτών στα συγκεκριμένα σπήλαια, γνωρίζουμε όμως ότι τα δάχτυλα και γενικότερα τα χέρια χρησιμοποιούνται (μέχρι και σήμερα) για τη μετάδοση ποσοτικών νοημάτων και πληροφοριών.



Εικόνα 3. Cosquer & Cargas cave

Έτσι η καταγραφή των χεριών μπορεί να σχετίζεται ως μια άλλη μέτρηση των ποσοτήτων. Όπως λόγω χάρη τα συστήματα καταμέτρησης σε οστά, πέτρες και κομμάτια ξύλου. Καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι η εφεύρεση συμβολικών αναπαραστάσεων της βάσης των ποσοτήτων ήταν άκρως απαραίτητη για να προσδιορίσουμε μεγαλύτερες ποσότητες με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Ουσιαστικά είναι απαραίτητο διότι μπορούμε να προσδιορίσουμε μη λεκτικά μικρότερες ποσότητες (μέχρι τρεις ή τέσσερις) αλλά όχι αποτελεσματικά και με ακρίβεια μεγαλύτερες ποσότητες. Το γεγονός αυτό αποδεικνύεται μάλιστα από έρευνα των γνωστικών επιστημών κατά την οποία παρουσιάζεται το επιχείρημα ότι οι ποσότητες επεξεργάζονται με διακριτό τρόπο μέχρι τις τέσσερις και εν συνεχεία με προσεγγιστικό όταν οι ποσότητες είναι μεγαλύτερες, τουλάχιστον μέχρι αρκετών χιλιάδων (Dehaene, 2011).

Επομένως ο εγκέφαλός μας επεξεργάζεται τις ποσότητες ανάλογα με το μέγεθός τους. Ένα παράδειγμα διακριτής επεξεργασίας είναι όταν μας δίνονται λόγω χάρη τέσσερα αντικείμενα και πρέπει να μετρήσουμε πόσα είναι. Εκείνη τη στιγμή ο εγκέφαλός μας αντιλαμβάνεται τα αντικείμενα ως ακριβείς ποσότητες και με βεβαιότητα φτάνουμε στο συμπέρασμα ότι τα αντικείμενα είναι τέσσερα.

Από την άλλη πλευρά η προσεγγιστική επεξεργασία είναι όταν θα πρέπει να μετρήσουμε είκοσι αντικείμενα που μας δόθηκαν για να δούμε πόσα είναι τελικά. Σε αυτή την περίπτωση ο εγκέφαλος δεν μπορεί να αντιληφθεί αμέσως τα είκοσι αντικείμενα. Σου δίνει όμως ως γενική εκτίμηση ότι είναι πολλά αλλά η ακριβής αρίθμηση τους είναι δυσκολότερη. Η ακρίβεια στις μεγαλύτερες ποσότητες και αριθμούς ήταν ένα σημαντικό στοιχείο στην βελτίωση της επικοινωνίας μεταξύ των πολιτισμών που στηρίζονταν στην γεωργία και το εμπόριο.

Το επόμενο ζήτημα που δημιουργήθηκε μετά την ενίσχυση της επικοινωνίας των μεγάλων ποσοτήτων ήταν η καταγραφή τους. Καθ'αυτό το τρόπο ο Everett υποστήριξε ότι οι αριθμοί ενδέχεται να παίζουν σημαντικό ρόλο στην διαμόρφωση των γλωσσών μας. Τόσο των προφορικών όσο και των γραπτών. Επομένως οι πρώτοι αριθμοί των σπηλαίων δεν ήταν μόνο αναπαραστάσεις αφηρημένων ποσοτήτων. Ήταν και οι πρώτες αναπαραστάσεις αφηρημένων εννοιών οποιουδήποτε είδους. Αυτό σημαίνει ότι οι πρώτοι άνθρωποι καταγράφοντας μεγάλες ποσότητες μπορούσαν να αναπτύξουν κάποιου είδους πρώτων μορφών γλώσσας αναπαράγοντας αφηρημένες έννοιες. για παράδειγμα ο άνθρωπος εκείνης της εποχής θα μπορούσε να καταγράφει τον αριθμό των ζώων που έχει κυνηγήσει και με αυτό τον τρόπο να αναπαράγει την έννοια του «πολλών» ή «λίγων» ζώων. Ο αριθμός επομένως γίνεται ένα σημαντικό μέσο για να εκφραστούν αφηρημένες έννοιες οι οποίες δεν αφορούν αποκλειστικά τις ποσότητες αλλά την οργάνωση και τη συλλογή.

Στην δεύτερη ενότητα («Κόσμοι χωρίς αριθμούς») ο Everett μελετά τις συμβολικές αναπαραστάσεις των αριθμών που επηρέασαν τον τρόπο δόμησης με τον οποίο οι άνθρωποι αναπαριστούν τους αριθμούς. Ιδιαίτερα φέρνει στο προσκήνιο τη σημασία και σημαντικότητα των εννοιολογικών και συμβολικών εργαλείων. Δηλαδή τα εκτός από τις πρακτικές εφευρέσεις που αφορούν την τροφή, την ασφάλεια ακόμη και την άνεση της διαβίωσης. Οι συμβολικές και εννοιολογικές δομές παρέχουν θεωρητικά πλαίσια της ανάπτυξης των πολιτισμών ειδικά όταν πρόκειται για εφευρέσεις πρακτικού φάσματος. Η σημασία των συμβολικών αναπαραστάσεων στην περίπτωση των μαθηματικών φαίνονται ακόμη πιο ξεκάθαρα στους ακόμη αναριθμητικούς πολιτισμούς. Για παράδειγμα παρατηρείται ότι οι Mundurucu, ιθαγενής φυλή της βραζιλιάνικης πολιτείας, έχουν ελάχιστες αριθμητικές λέξεις και οι Pirahã, μικρή φυλή του βραζιλιάνικου κράτους Αμαζόνα, δεν έχουν συγκεκριμένες λέξεις για ακριβείς ποσότητες. Η πολιτιστική απομόνωση σίγουρα δεν στάθηκε υπέρ τους ως

προς την ανάπτυξη των αριθμών και η μεταξύ τους επικοινωνία για να βοηθήσει ο ένας πολιτισμός να υιοθετήσει τους αριθμούς δεν υπήρχε εξαιτίας του μηδενικού πλαισίου επικοινωνίας.

Έτσι ο Everett φτάνει στο συμπέρασμα ότι ο κάθε πολιτισμός τείνει να εστιάζει και να δημιουργεί τα κατάλληλα εργαλεία με βάση τις δικές τους ανάγκες και συνθήκες διαβίωσης. Μάλιστα η περίπτωση των πολιτισμών Mundurucu και Pirahã αποτελούσαν δυο φυλές κυνηγών – συλλεκτών στον Αμαζόνιο που δεν χρησιμοποιούσαν το εμπόριο ή τη γεωργία. Τουλάχιστον όχι τακτικά, με αποτέλεσμα η χρήση των αριθμών να είναι περιορισμένη. Εύκολα υιοθετούμε την άποψη του Everett ότι οι άνθρωποι που μεγαλώνουν σε φυλές που δεν έχουν έρθει σε επαφή με τους αριθμούς αντιλαμβάνονται τον κόσμο διαφορετικά σε σχέση με τους πολιτισμούς που έχουν κάνει τα πρώτα βήματα στην ανακάλυψη των αριθμών. Στην σημερινή εποχή τα παιδιά μαθαίνουν από μικρή ηλικία να ονομάζουν μικρές ποσότητες και αυτό τους ασκεί τεράστια επίδραση στον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβάνονται και επιδρούν στον κόσμο.

Παρόλο που όλα τα παιδιά από τη γέννησή τους αντιλαμβάνονται κάποιες ποσοτικές ικανότητες, διαφέρει σε μεγάλο βαθμό από την φυσική τους ικανότητα να αναπτύξουν ακριβείς συμβολικές αναπαραστάσεις. Εκτός από τις μελέτες σε βρέφη, ο Everett εστιάζει ακόμη και στη νόηση των ζώων θέλοντας να παρουσιάσει την εννοιολογική διαφορά μεταξύ των ποσοτικών πληροφοριών με διάφορους τρόπους. Αναμφίβολα οι μελέτες αυτές σκοπεύουν στην ανάδειξη διαφορών και ομοιοτήτων που υπάρχουν μεταξύ ανθρώπων και ζώων.

Συγκεκριμένα οι μελέτες στα βρέφη πραγματοποιήθηκαν για να εξετάσουν την αντίληψη τους στις ποσοτικές πληροφορίες. Έτσι κάνοντας διάφορα πειράματα έφτασε στο συμπέρασμα ότι τα βρέφη είναι ικανά να αντιληφθούν διακριτές ποσότητες χωρίς όμως να κατανοήσουν ακριβείς αριθμούς. Σχετικά με τις μελέτες στα ζώα ωστόσο, μελετώντας αρκετά είδη από αυτά παρατήρησε ότι κάποια από αυτά, οι πίθηκοι για παράδειγμα, έχουν την ικανότητα να χρησιμοποιήσουν απλούς αριθμούς για να αναπαραστήσουν ποσότητες.

Αυτό δύναται να συμβεί είτε μέσω της μέτρησης αντικειμένων, είτε μέσω της εκπαίδευσης στην χρήση των αριθμητικών συμβόλων. Εν κατακλείδι, η έρευνα αυτή

βοήθησε στο να αντιληφθούμε ότι οι ποσοτικές πληροφορίες δεν κατακτούνται αποκλειστικά από τους ανθρώπους αλλά και από διάφορα είδη ζώων.

Στην τρίτη ενότητα («Οι αριθμοί και η διαμόρφωση της ζωής μας») αναπτύσσεται εκτενώς η σημασία της γλώσσας και ο τρόπος με τον οποίο έχει επηρεάσει κάθε πολιτισμική ανάπτυξη. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στα συστήματα των αριθμών και στο πως αυτά εμφανίζονται φυσικά σε αρκετά μέρη του σώματός μας ειδικότερα στα δάχτυλά μας. Βέβαια η χρήση μελών του σώματος δεν αποτέλεσε εξαρχής την καθολική εξέλιξη των αριθμητικών συστημάτων. Αντίθετα η χρήση της γλώσσας και κυρίως οι γλωσσικές αναπαραστάσεις υπήρξαν καθοριστικές για την ανάπτυξη των αριθμητικών συστημάτων. Είναι γνωστό ότι τα χαρακτηριστικά των γλωσσών καθορίζουν με σαφή, θεμελιώδη τρόπο τη σκέψη και τις ιδέες των ομιλητών και στη συνθήκη του πως αντιλαμβάνονται τον κόσμο και το περιβάλλον γύρω τους καθώς και στις εφευρέσεις και τα επιτεύγματα που δημιουργούν. Καθαυτό τον τρόπο εκφράζει ότι «τα πρότυπα της γλώσσας δίνουν τα πρότυπα στη σκέψη» και ότι «οι διαφορές μεταξύ των γλωσσών είναι ικανές να δώσουν διαφορετικά γνωρίσματα στις γνωστικές συνήθειες των ομιλητών τους» (Everett, 2017, σελ. 189).

Η ανάπτυξη των αριθμών όπως επίσης και της αριθμητικής αποτελεί μια κοινωνική δραστηριότητα που βασίζεται σε γλωσσικά χαρακτηριστικά. Ουσιαστικά τα εννοιολογικά εργαλεία είναι αυτά με τα οποία οι άνθρωποι μπορούν να μάθουν αλλά και να διευκολυνθούν στο να επικοινωνήσουν. Και το είδος των εννοιολογικών αυτών εργαλείων αποτελούν οι αριθμητικές λέξεις και οι συμβολικοί αριθμοί.

Ο Everett στο τελευταίο κεφάλαιο αναλύει και αποτυπώνει το ισχυρότερο επιχείρημά του κατά το οποίο η επικοινωνία διευκολύνεται μέσα από τα εννοιολογικά εργαλεία των αριθμητικών λέξεων και συμβολικών αριθμών. Έτσι αποδεικνύει την σημαντικότητα που διαδραματίζουν οι αριθμοί τόσο στον πολιτισμό, όσο και στη νόησή μας. Άλλωστε είναι πλέον γνωστό ότι οι άνθρωποι που έχουν εξοικειωθεί με τις αριθμητικές λέξεις όπως και με την αρίθμηση έχουν την ικανότητα να διαφοροποιήσουν με ακρίβεια μεγαλύτερες ποσότητες. Είναι επίσης εξίσου σημαντικό να τονίσουμε ότι η παρουσία των αριθμών σε μια γλώσσα όχι μόνο επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο σκεφτόμαστε για συγκεκριμένες ποσότητες αλλά ανοίγει ένα τεράστιο εύρος στον κόσμο της αριθμητικής και των μαθηματικών. Μάλιστα αυτά (τα μαθηματικά) καθώς και το πως σκεφτόμαστε τον κόσμο με όρους

ποσοτήτων συνδέεται με την εφεύρεση των αριθμών. Διαμόρφωσε τη γλώσσα, ανέπτυξε τους πολιτισμούς μας με θεμελιώδεις τρόπους.

3.3 “Numbers and the making of us” και προτάσεις για επέκταση του Αναλυτικού Προγράμματος.

Το βιβλίο “Numbers and the making of us” μπορεί ίσως να προτείνει στο αναλυτικό πρόγραμμα ένα ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο δράσης που στρέφει την μάθηση των αριθμών στην κατανόηση των αναγκών και συνθηκών συγκεκριμένων κοινωνιών. Συγκεκριμένα εισάγει την έννοια των αριθμών παρουσιάζοντας την συγκρότησή τους στο πλαίσιο της ανθρώπινης κοινωνίας γενικότερα αλλά και στην καθημερινή ζωή ειδικότερα. Έτσι μέσα από την ιστορική διαδρομή επινόησης των αριθμών καταφέρνει να κερδίσει το ενδιαφέρον των παιδιών και τα βοηθά να αναπτύξουν τις πρώτες αριθμητικές τους δεξιότητες μέσα από τις εμπειρίες και τα βιώματά τους. Καθαυτό τον τρόπο είναι δυνατόν να βοηθήσει τα παιδιά να αντιληφθούν τους αριθμούς και τη σημαντικότητά τους κατά την εφαρμογή τους στην καθημερινότητά τους αντλώντας παραδείγματα από το περιβάλλον στο οποίο βρίσκονται. Επομένως μαθαίνουν μέσα από τις εμπειρίες τους για τον ρόλο των αριθμών σε μετρήσεις, στον χρόνο, στα χρήματα ή ακόμη και στον τρόπο με τον οποίο συμβάλλουν στην οργάνωση αλλά και στην κατανόηση του κόσμου γενικότερα. Μάλιστα, τα ιστορικά παραδείγματα που αντλεί από διάφορες κουλτούρες και πολιτισμούς του κόσμου ανοίγουν τις πόρτες για συζητήσεις σχετικά με τη διαφορετικότητα και την πολυμορφία προάγοντας την κατανόηση και τον σεβασμό για ποικίλες προσεγγίσεις και πολιτισμούς παγκοσμίως. Αναμφίβολα, η βιωματική προσέγγιση που προσφέρει είναι ότι ακριβώς μπορεί να επιζητά ένα αναλυτικό πρόγραμμα για τα μικρά παιδιά αξιοποιώντας τις ανάγκες, τα ενδιαφέροντα και τις εμπειρίες του δίνοντάς του τον χώρο και τον χρόνο που χρειάζεται για να αναπτύξει και να κατανοήσει τις μαθηματικές έννοιες και τους αριθμούς μέσα από μια ενδιαφέρουσα και δημιουργική προοπτική. Αυτό θα φέρει ως αποτέλεσμα τη θετική σχέση των παιδιών με τους αριθμούς και θα τα εμπνεύσει να εξερευνήσουν τον μαθηματικό κόσμο που εμφανίζεται παντού στον κόσμο γύρω τους.

3.3.1 Ενδεικτικοί άξονες δραστηριοτήτων

Δραματοποιούμε σημεία της ιστορικής διαδρομής του αριθμού.

Συγκεκριμένα μπορούμε να γίνουμε οι ίδιοι ταξιδιώτες στον χρόνο και να ακολουθήσουμε βήμα - βήμα την καθημερινότητα των πρωτόγονων ανθρώπων με σκοπό να ανακαλύψουμε την αναγκαιότητα ανακάλυψης των αριθμών και του συμβολισμού των αριθμητικών πράξεων. Λόγου χάρη, μπορούμε να ξεκινήσουμε χτίζοντας το σενάριό μας, μαζί με τα παιδιά, ξεκινώντας από τα προϊστορικά χρόνια και να γίνουμε τα ίδια Σουμέριοι (σελ. 16, Caleb Everett, Numbers and the making of us). Οι Σουμέριοι ανέπτυξαν το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης με βάση το 10 χρησιμοποιώντας αντικείμενα από πυλό (ως αυτοσχέδια γλυπτά) για να αναπαραστήσουν τους αριθμούς. Έτσι κι εμείς με τη σειρά μας θα φτιάξουμε τα δικά μας γλυπτά με πηλό για να δημιουργήσουμε το δικό μας σύστημα αρίθμησης. Ύστερα μπορούμε να επεκταθούμε στην Αρχαία Αίγυπτο, την Αρχαία Ελλάδα, την Ινδία και την Αραβία, με τον τρόπο που εκτυλίσσονται τα γεγονότα ιστορικά.

Εξερεύνηση στοιχείων των αριθμών στη φύση.

Ειδικότερα θα γίνουμε εξερευνητές της φύσης και θα ψάξουμε για αριθμούς στη φύση (σελ. 23, Caleb Everett, Numbers and the making of us). Στα δέντρα, στα φύλλα των δέντρων, ή οπουδήποτε αλλού η φαντασία μας αποτυπώνει πάνω στη φύση αριθμούς.

Γινόμαστε έμποροι, γεωργοί, αρχαιολόγοι

Καθαυτό τον τρόπο θα μπούμε στη θέση ενός έμπορα, γεωργού, αρχαιολόγου. Θα φτιάξουμε τις δικές μας μάρκες από πηλό τις οποίες θα αποθηκεύουμε μέσα σε ένα πουγκί για να θυμόμαστε πόσα υλικά αγαθά πουλήσαμε ή ακόμη και πόσα μας έχουν μείνει (σελ. 47, Caleb Everett, Numbers and the making of us).

Το κέρατο τaráνδου και η καταμέτρηση ποσοτήτων

Χρησιμοποιώντας ως αφορμή το κέρατο τaráνδου που βρέθηκε στη Φλόριντα, πάνω στο οποίο υπήρχαν χαρακιές, η μια δίπλα στην άλλη, που εμφανώς αναδείκνυαν έναν τρόπο καταμέτρησης, θα βρούμε το δικό μας ξύλο, είτε θα κατασκευάσουμε το δικό μας κέρατο από κάποιο υλικό. Πάνω σε αυτό θα χαράξουμε μια γραμμή για κάθε τι

που πιθανώς να κάνουμε προκειμένου να τα αριθμήσουμε (σελ. 31, Caleb Everett, Numbers and the making of us). Είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ακόμη και στην καθημερινότητα των παιδιών για να μετράνε τις πόσες φορές έπαιξαν για παράδειγμα σε κάθε γωνιά.

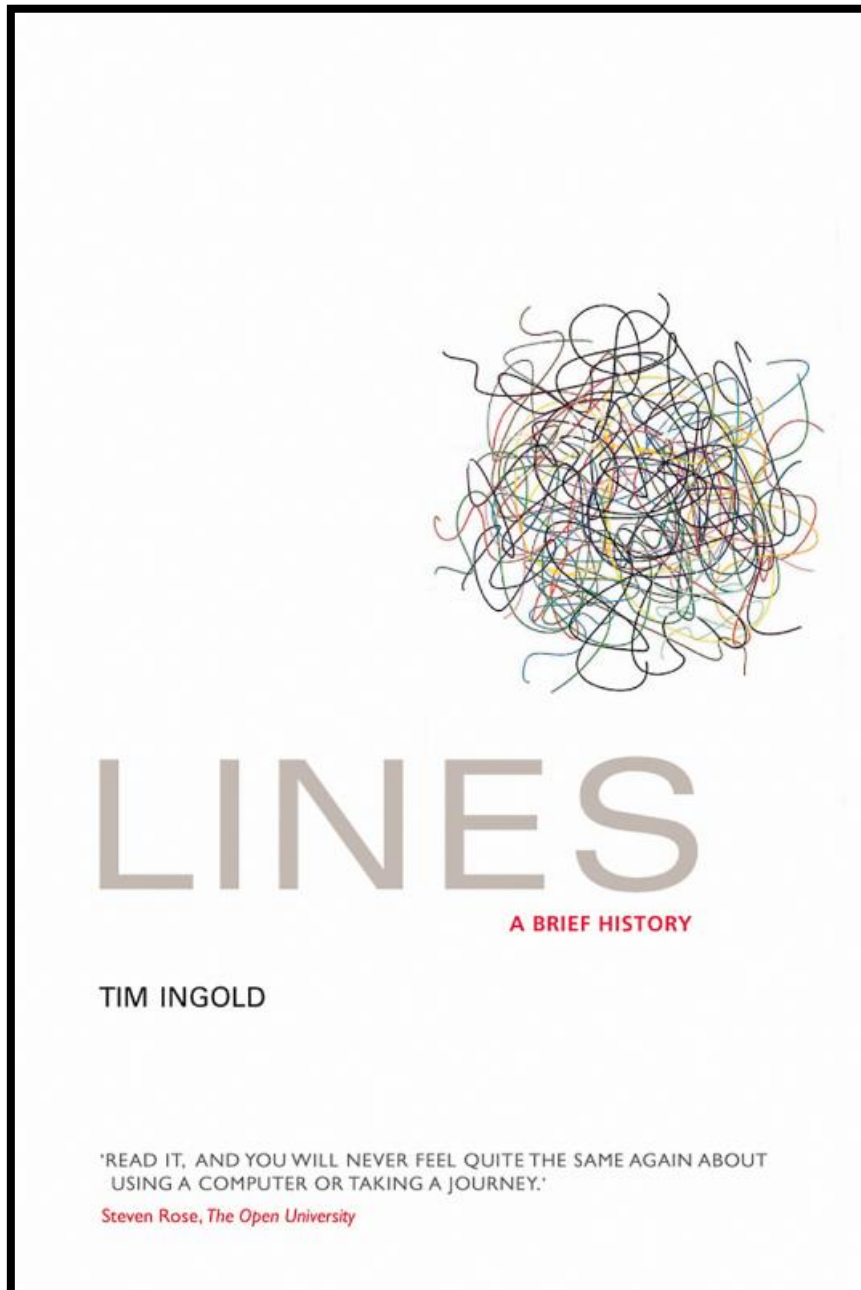
Μετρώντας αφήνοντας το αποτύπωμά μας.

Σε αυτό το σημείο θα αξιοποιήσουμε ως αφορμή τα σημάδια χεριών που βρίσκονται στις αρχαιότερες σωζόμενες εικόνες όπως για παράδειγμα οι πίνακες στα σπήλαια Cosquer και Gargas. Είναι ουσιαστικά τοιχογραφίες περίπου 27.000 ετών που απεικονίζουν χέρια και παλάμες αποτελώντας πιθανώς συστήματα καταμέτρησης (σελ. 40, Numbers and the making of us). Καθ'αυτό τον τρόπο θα χρησιμοποιήσουμε κι εμείς τις παλάμες μας ως ένα δικό μας σύστημα καταμέτρησης όπως λόγου χάρη στις ομαδικές συνελεύσεις που θα κάνουμε ή οπουδήποτε αλλού μας χρειαστεί.

Μετρώντας με τα χέρια μας ή και το σώμα μας.

Συγκεκριμένα θα χρησιμοποιήσουμε ένα πολύ συνηθισμένο τρόπο μέτρησης των παιδιών στην προσχολική ηλικία (σελ. 76-78, 143, Caleb Everett, Numbers and the making of us). Τα χέρια, τα δάχτυλά μας και το σώμα μας (σελ. 26, 81, Caleb Everett, Numbers and the making of us). Το σύστημα αυτό χρησιμοποιήθηκε από τους Μάγια για να μετρήσουν μεγαλύτερες αποστάσεις (σελ. 56, Caleb Everett, Numbers and the making of us). Επομένως, μαζί με τα παιδιά θα μετρήσουμε κι εμείς, για παράδειγμα, μια έκταση της τάξης που καθόμαστε συνήθως ή ακόμη και την επιφάνεια ενός πίνακα για να αντιληφθούμε πόσες ζωγραφιές χωράει.

Κεφάλαιο 4. Tim Ingold – Lines. A brief history



4.1. Περίληψη βιβλίου

Ο Tim Ingold είναι διακεκριμένος Σκοτσέζος ανθρωπολόγος, συγγραφέας και ακαδημαϊκός ευρέως γνωστός για την διεπιστημονική προσέγγισή του στη μελέτη της ανθρώπινης ζωής, της φύσης και του πολιτισμού. Έχει επικεντρωθεί στην μελέτη της ανθρώπινης κοινωνίας, του πολιτισμού με εστίαση στη φύση και το περιβάλλον. Το έργο του εστιάζει στην αλληλεπίδραση του ανθρώπου και του περιβάλλοντος και πλέον αποτελεί βασικό επιστημονικό πρόσωπο στην οικολογική ανθρωπολογία. Οι προσεγγίσεις του συνδυάζουν ποικίλους τομείς μεταξύ της ανθρωπολογίας, της αρχαιολογίας και της φιλοσοφίας προσφέροντας με αυτό τον τρόπο μια πιο ολιστική προοπτική στην ανθρώπινη εμπειρία αλλά και αντίληψη.

Στο έργο του «Lines. A brief history», που εμείς εξετάζουμε, διερευνάται η σχέση μεταξύ των ανθρώπων και του φυσικού κόσμου, η σημασία των εμπειριών στην ανθρώπινη αντίληψη καθώς και ο ρόλος της δημιουργικότητας και της φαντασίας στην ανθρώπινη πολιτιστική έκφραση. Πιο αναλυτικά το βιβλίο προσφέρει μια κριτική διερεύνηση της έννοιας των γραμμών και το πως αυτές επηρέασαν σημαντικά τον ανθρώπινο πολιτισμό και τη σκέψη όπως επιπλέον και μια ολοκληρωμένη αλλά και διεισδυτική ανάλυση των γραμμών ως βασικό στοιχείο τόσο της ανθρώπινης αντίληψης, όσο και της ανθρώπινης εμπειρίας. Ειδικότερα υποστηρίζει ότι οι γραμμές δεν αποτελούν αυστηρά οπτικές αναπαραστάσεις αλλά συνδέονται σε μεγάλο βαθμό με αισθητηριακές εμπειρίες όπως η αφή, ο ήχος και η κίνηση. Εννοεί επομένως ότι μέσα από τις φυσικές κινήσεις του σώματος (το περπάτημα, το σχέδιο) και τις αισθητηριακές εμπειρίες που προκαλούνται από αυτές τις κινήσεις δημιουργούνται γραμμές. Επισημαίνει επιπλέον ότι οι γραμμές κατασκευάζονται από ποικίλα υλικά (πηλό, μελάνι, χρώμα, ψηφιακά μέσα) και ανάλογα με το υλικό επηρεάζεται και η ιδιότητα της γραμμής που παράγεται.

Η σημαντικότερη συνεισφορά του Ingold με το έργο του είναι ο τρόπος με τον οποίο απέρριψε την δυαδική αντίθεση μεταξύ της φύσης και του πολιτισμού καθώς υποστήριξε ότι τόσο στον φυσικό κόσμο όσο και στον ανθρώπινο πολιτισμό οι γραμμές υπάρχουν και μάλιστα είναι αρκετά συνυφασμένες. Αναμφίβολα παρακολουθεί την ιστορία των γραμμών από τη στιγμή που εμφανίστηκαν στον

φυσικό κόσμο μέχρι και την ανάδειξή τους ως ένα από τα βασικά στοιχεία της ανθρώπινης πολιτισμικής έκφρασης. Ειδικότερα τονίζει την ιδέα ότι οι γραμμές δεν είναι μόνο στατικές ή αφηρημένες έννοιες, παθητικά σημάδια σε μια επιφάνεια αλλά και ενεργητικοί παράγοντες που διαμορφώνονται και ενσωματώνονται από τον κόσμο γύρω τους.

4.2. Δομή βιβλίου

Καθ' όλο το εύρος του βιβλίου εξετάζει το ρόλο των γραμμών σε διάφορα πλαίσια τέχνης, αρχιτεκτονικής, γλώσσας, μουσικής, χορού, μαθηματικών και επιστήμης. Μας παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο οι γραμμές ουσιαστικά δίνουν νόημα και επικοινωνούν ιδέες μέσα από όλους τους παραπάνω τομείς, οι οποίοι συνδέονται στενά με το πως αντιλαμβανόμαστε τον κόσμο. Επομένως φτάνουμε στο συμπέρασμα ότι οι γραμμές διαμορφώνουν την εμπειρία μας για τον κόσμο και η κατανόηση των γραμμών συνδέεται στενά με τις σωματικές μας εμπειρίες. Επιπλέον σαφώς και θεωρεί ότι η ενσώματη φύση των γραμμών δεν αποτελείται αποκλειστικά από οπτικά ή ακουστικά στοιχεία αλλά και από απτικά και κυρίως από βιωματικά. Ειδικότερα είναι σημαντικό να τονιστεί ένα ακόμη σημείο όπου κατά τον Ingold η ενσώματη φύση δημιουργεί γραμμές που συνδέονται με τις φυσικές κινήσεις και τις αισθητηριακές εμπειρίες των ατόμων που τις δημιουργούν. Επίσης αναφέρει ότι οι γραμμές δεν μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με σαφήνεια ούτε ως φυσικές, ούτε ως πολιτισμικές αλλά σίγουρα μπορούν να προκύψουν από τις πολύπλοκες αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ανθρώπων και του περιβάλλοντός τους.

Στην πρώτη ενότητα «γλώσσα, μουσική και σημειογραφία» διερευνά τους τρόπους με τους οποίους οι γραμμές χρησιμοποιούνται σε διάφορες μορφές επικοινωνίας όπως είναι αυτή της γλώσσας και της μουσικής. Στο κεφάλαιο αυτό αναγνωρίζεται πως οι γραμμές δεν είναι απλώς οπτικές αναπαραστάσεις αλλά επίσης διακρίνονται σε αυτές μια ηχητική ποιότητα που συμβάλει στο νόημά τους. Για παράδειγμα στη μουσική χρησιμοποιούμε τις γραμμές για να αναπαραστήσουμε τις νέτες διάφορων μουσικών οργάνων πάνω σε γραμμές που συνδυάζονται και δημιουργούν μελωδίες.

Στην δεύτερη ενότητα «ίχνη, νήματα και επιφάνειες» εξετάζει τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορούν να υπάρχουν γραμμές. Για παράδειγμα τα ίχνη που

αφήνει ένα ζώο ή ο ιστός μιας αράχνης αποτελούν φυσικές γραμμές ή οι γραμμές που σχεδιάζονται πάνω σε ένα χάρτη είναι εννοιολογικές. Επιπλέον οι γραμμές δεν είναι μόνο δισδιάστατες αλλά μπορούν να υπάρξουν και στον τρισδιάστατο χώρο.

Στην τρίτη ενότητα «πάνω, απέναντι και κατά μήκος» αναστοχάζεται στις ποικίλες κατευθύνσεις που μπορούν να πάρουν οι γραμμές. Υποδηλώνει ότι οι γραμμές δεν είναι απλώς στατικά αντικείμενα αλλά μπορούν να είναι και διαδραστικά. Για παράδειγμα ένα δέντρο μπορεί να θεωρηθεί ως μια γραμμή που κινείται προς τα πάνω ενώ ένα ποτάμι μπορεί να θεωρηθεί ως μια γραμμή που κινείται κατά μήκος. Επιπλέον υποστηρίζει ότι οι γραμμές μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την πλοήγηση στο χώρο, λόγω χάρη μονοπατιών και δρόμων.

Στην τέταρτη ενότητα «η γενεαλογική γραμμή» ο Ingold κάνει λόγο για τη χρήση γραμμών στην ανίχνευση της γενεαλογίας και επομένως στις οικογενειακές σχέσεις. Υποστηρίζει ότι οι γραμμές συχνά χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών ατόμων και κοινοτήτων. Καθ' αυτό τον τρόπο οι γραμμές αποτελούν ένα σημαντικό στοιχείο για την κατανόηση της θέσης του ατόμου στον κόσμο και του αποδίδει την αίσθηση του ανήκειν.

Στην πέμπτη ενότητα «σχέδιο γραφή και καλλιγραφία» παρουσιάζεται η σημαντικότητα και η χρήση των γραμμών στην οπτική επικοινωνία. Μας δείχνει ότι η οι γραμμές δεν είναι παθητικές αναπαραστάσεις αλλά ότι συμμετέχουν στη δημιουργία νοήματος. Για παράδειγμα διαφορετικά συναισθήματα ή νοήματα μπορεί να μεταφέρει η χρήση συγκεκριμένου πάχους και η υφή των γραμμών στο σχέδιο. Το ίδιο συμβαίνει και στην καλλιγραφία καθώς ο τρόπος με τον οποίο σχηματίζονται οι γραμμές δημιουργεί εξίσου διαφορετικά συναισθήματα και νοήματα.

Στην τελευταία και έκτη ενότητα «πως η γραμμή έγινε ευθεία» αναδεικνύεται η ιστορία της ευθείας γραμμής. Η άνοδος της επιστημονικής σκέψης και της επιθυμίας να μετρηθεί και να ποσοτικοποιηθεί ο κόσμος έφερε στο προσκήνιο την ευθεία γραμμή. Μέχρι σήμερα, η γραμμή πλέον θεωρείται δεδομένη διότι έχουμε συνηθίσει τόσο πολύ να χρησιμοποιούμε ευθείες γραμμές και αδυνατούμε να λάβουμε υπόψιν τους περιορισμούς και τα μειονεκτήματά τους.

Αναμφίβολα η τέχνη, η μουσική, η λογοτεχνία και η επιστήμη αποτελούν τους κυριότερους τομείς από τους οποίους ο Ingold αντλεί παραδείγματα για να μας δείξει πως οι γραμμές χρησιμοποιήθηκαν σε όλη την ανθρώπινη ιστορία καθώς και τον τρόπο με τον οποίο εξακολουθούν να συμβάλλουν σημαντικά στην κατανόησή μας για τον κόσμο σήμερα. Η διεπιστημονική προσέγγιση που ακολουθείται στο βιβλίο αυτό το καθιστά το πολυτιμότερο βοήθημα για κάποιον που αναζητεί τον ρόλο των γραμμών στον ανθρώπινο πολιτισμό.

4.2.1 Κεφάλαιο πρώτο: Γλώσσα, μουσική και σημειογραφία.

Ένα από τα πιο κεντρικά σημεία στο βιβλίο του αποτελεί ο ρόλος της γραμμής στη γλώσσα, τη μουσική και τη σημειογραφία. Μάλιστα προτείνει ότι οι γραμμές δεν είναι απλές οπτικές αναπαραστάσεις αλλά προσδίδουν και μια ηχητική ποιότητα που συμβάλλει στο νόημά τους. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό τόσο στην περίπτωση της γλώσσας όσο και της μουσικής το γεγονός ότι οι γραμμές χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν ήχους και να δημιουργήσουν ρυθμό αλλά και ροή. Ξεκινώντας από τη μουσική, οι γραμμές αναπαριστούν τις νότες που παίζονται από διαφορετικά όργανα και καθώς οι γραμμές αυτές συνδυάζονται δημιουργούν μια μοναδική μελωδία. Κάθε γραμμή αντιπροσωπεύει έναν διαφορετικό τόνο ενώ ο τρόπος που οι γραμμές είναι τοποθετημένες στο μουσικό σύστημα υποδεικνύουν τον ρυθμό του κομματιού. Σκεφτείτε τη μουσική χωρίς γραμμές. Θα ήταν πολύ δύσκολο να σημειωθεί και επομένως να εκτελεστεί ενώ ο ήχος που θα πρόκυπτε θα ήταν λιγότερο ακριβής και εκλεπτυσμένος.

Το ίδιο συμβαίνει και με τη γλώσσα. Οι γραμμές χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν τους ήχους των λέξεων και να δημιουργήσουν ξανά ρυθμό και ροή. Στην ποίηση για παράδειγμα οι γραμμές χρησιμοποιούνται για να δημιουργήσουμε στίχους και να ελέγξουμε τον ρυθμό του. Άλλωστε η διάταξη των λέξεων στη σελίδα δημιουργεί ένα οπτικό μοτίβο που αναπόσπαστα αποτελεί μέρος του νοήματος του ποιήματος. Η σημειογραφία είναι ένας άλλος τομέας όπου οι γραμμές είναι απαραίτητες καθώς είναι ένα σύστημα που χρησιμοποιεί σύμβολα ή σημεία για να αναπαραστήσει συγκεκριμένες λέξεις ή έννοιες. Το διασημότερο παράδειγμα σημειογραφίας είναι η μουσική σημειογραφία. Οι μουσικές νότες, ο ρυθμός και άλλα

μουσικά στοιχεία ουσιαστικά αντικαταστάθηκαν από σύμβολα.

Άλλοι τομείς ήταν τα μαθηματικά, η επιστήμη και η μηχανική, όπου οι γραμμές χρησιμοποιήθηκαν για την αναπαράσταση δεδομένων καθώς και τη δημιουργία διαγραμμάτων και γραφημάτων. Στην σημειογραφία οι γραμμές χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν τη σχέση μεταξύ διαφορετικών σημείων των δεδομένων ενώ και η οπτική διάταξη των γραμμών μεταφέρει σημαντικές πληροφορίες για τα ίδια τα δεδομένα.

Ο Ingold υποστηρίζει ότι ο ρόλος των γραμμών στη γλώσσα, τη μουσική και τη σημειογραφία είναι αναμφίβολα σημαντικός για τον ανθρώπινο πολιτισμό. Χωρίς τις γραμμές δεν θα ήταν δυνατό να επικοινωνήσουμε, να δημιουργήσουμε και ειδικότερα να κατανοήσουμε τον κόσμο γύρω μας. Σε αυτά τα πλαίσια η χρήση των γραμμών δεν είναι απλώς πρακτική αλλά και εις βάθος ουσιαστική. Κι αυτό γιατί μας επιτρέπει να εκφραζόμαστε πέρα από τις λέξεις.

	SANGALLIAN	FRENCH	AQUITANIAN	BENEVENTAN	NORMAN	MESSINE	GOthic	SQUARE	
SINGLE NOTES									
VIRGA	/		∧	∏	∩	∩	↑	∩	∩
PUNCTUM	∩
TWO-NOTE NEUMES									
PODATUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
CLIVIS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
THREE-NOTE NEUMES									
SCANDICUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
CLIMACUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
TORCULUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
PORRECTUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
COMPOUND NEUMES									
PODATUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
SUBBIPUNCTIS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
TORCULUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
RESUPINUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
PORRECTUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
FLEXUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
LIQUESCENT NEUMES									
EPIPHONUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
CEPHALICUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
STROPHIC NEUMES									
DISTROPHA & TRISTROPHA	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
ORISCUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
PRESSUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
SPECIAL NEUMES									
SALICUS	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
QUILISMA	/	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩

Εικόνα 4. The neumes of Gregorian notation. Reproduced from Parrish (1957: 6). From *The Notation of Medieval Music* by Carl Parrish. © 1957 by W. W. Norton & Company Inc. Used by permission of W. W. Norton & Company Inc (σελ..22, Lines: A brief history)

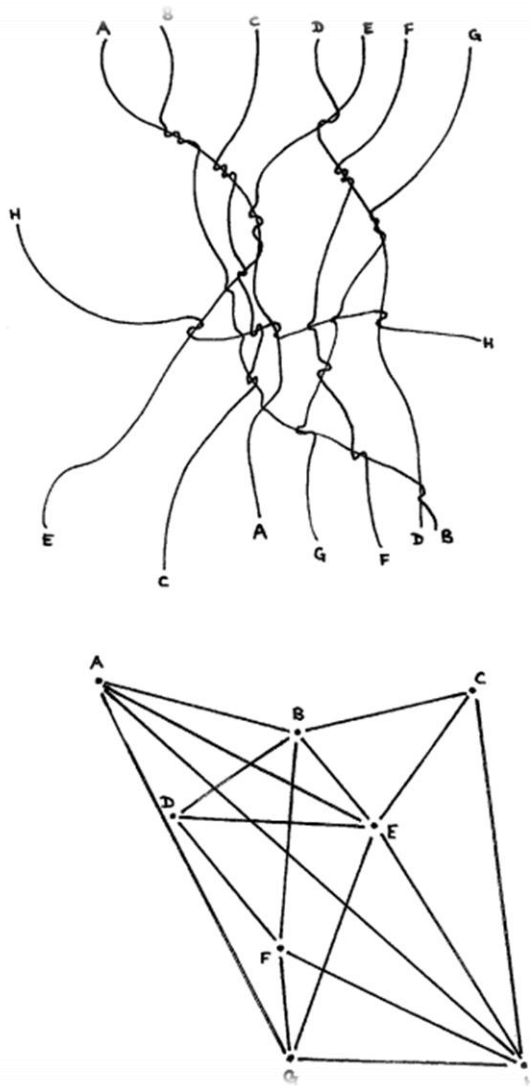
4.2.2. Κεφάλαιο δεύτερο: ίχνη, νήματα και επιφάνειες.

Ένα άλλο θέμα που διερευνάται στο βιβλίο είναι ο ρόλος των γραμμών στη δημιουργία των ιχνών, των νημάτων και των επιφανειών. Η κίνηση των σωμάτων ή ακόμη και κάποιων υλικών πάνω σε μια επιφάνεια που αφήνουν πίσω τους ορατά σημάδια ή αποτυπώματα ονομάζονται ίχνη. Οι πατημασιές μας στην άμμο ή τα σημάδια που αφήνει ένα όχημα πάνω στο χιόνι για παράδειγμα αποτελούν παραδείγματα ιχνών. Και καθ' αυτό τον τρόπο οι γραμμές χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν τη διαδρομή της κίνησης όπως το σχήμα και την υφή της επιφάνειας που διασχίζεται. Ένας διαφορετικός τρόπος με τον οποίο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις γραμμές είναι με τα νήματα για την αναπαράσταση της κίνησης και του μετασχηματισμού. Σε αυτό το πλαίσιο οι γραμμές χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν την πορεία ανάπτυξης και αλλαγής που συχνά συμβαίνουν σε φυσικά υλικά όπως τα φυτά και τα ζώα. Λόγου χάρη, το μοτίβο με το οποίο ένα δέντρο αναπτύσσεται ή το μοτίβο κίνησης ενός εντόμου στον αέρα είναι καταστάσεις που μπορούν να αναπαρασταθούν με μια γραμμή που φαινομενικά δείχνει την πορεία – διαδρομή της κίνησης.

Επιπλέον, στο κεφάλαιο αυτό ο Ingold εξετάζει τη σημασία των επιφανειών. Μάλιστα αναφέρει ότι οι επιφάνειες δεν είναι συνετό να αντιμετωπίζονται απλώς ως περιγράμματα ή σύνορα διότι εκτός από αποτελέσματα ανθρώπινων παρεμβάσεων, οι επιφάνειες αναπτύσσονται ολοένα και περισσότερο μέσα από τη συνεχή αλληλεπίδραση με το περιβάλλον στο οποίο βρίσκονται. Ένας άλλος τρόπος με τον οποίο οι γραμμές χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν ξανά τον φυσικό κόσμο και τον ανθρώπινο πολιτισμό. Οι γραμμές στις επιφάνειες αξιοποιούνται για να αναπαραστήσουν το σχήμα και την υφή των επιφανειών και να αναδείξουν πως το φως και η σκιά αλληλοεπιδρούν με αυτές. Για παράδειγμα οι γραμμές που εμφανίζονται σε έναν πίνακα ζωγραφικής μπορούν να αξιοποιηθούν για να αναπαραστήσουν την επιφάνεια του καμβά και τον τρόπο με τον οποίο το φως και οι πινελιές αντιδρούν μεταξύ τους για να δημιουργήσουν ένα μοναδικά τρισδιάστατο θέαμα. Συνολικά αντιλαμβανόμαστε ότι τα ίχνη, τα νήματα και οι επιφάνειες αναδεικνύουν με ποικίλους τρόπους την κίνηση, την ανάπτυξη και τη μεταμόρφωση του φυσικού κόσμου και του πολιτισμού μέσα από τη σπουδαιότητα των γραμμών.

4.2.3. Κεφάλαιο τρίτο: πάνω, απέναντι και κατά μήκος

Στο κεφάλαιο αυτό δίνεται έμφαση στη διάσταση του χώρου και της κίνησης εστιάζοντας περισσότερο στους τρόπους με τους οποίους οι γραμμές αναπαριστούν τις κινήσεις των σωμάτων και των υλικών μέσα στο χώρο. Γι' αυτό το λόγο σε αυτό το κεφάλαιο διερευνώνται οι τρεις κατευθύνσεις της κίνησης: πάνω, κάτω και κατά μήκος. Ξεκινώντας με την κίνηση «προς τα πάνω», την πιο απλή κίνηση όλων των διαστάσεων, η οποία λαμβάνει χώρο σε κατακόρυφη κατεύθυνση. Για παράδειγμα η αναρρίχηση σε ένα βουνό ή η οικοδομή ενός ουρανοξύστη αποτελούν παραδείγματα στα οποία εφαρμόζονται οι γραμμές και αναπαριστούν τις ανοδικές κινήσεις δείχνοντας την τροχιά της καθώς εκείνη 'ανεβαίνει'.



Εικόνα 5. *The meshwork of entangled lines (above) and the network of connected points (below).* (σελ. 82, Lines: A brief history)

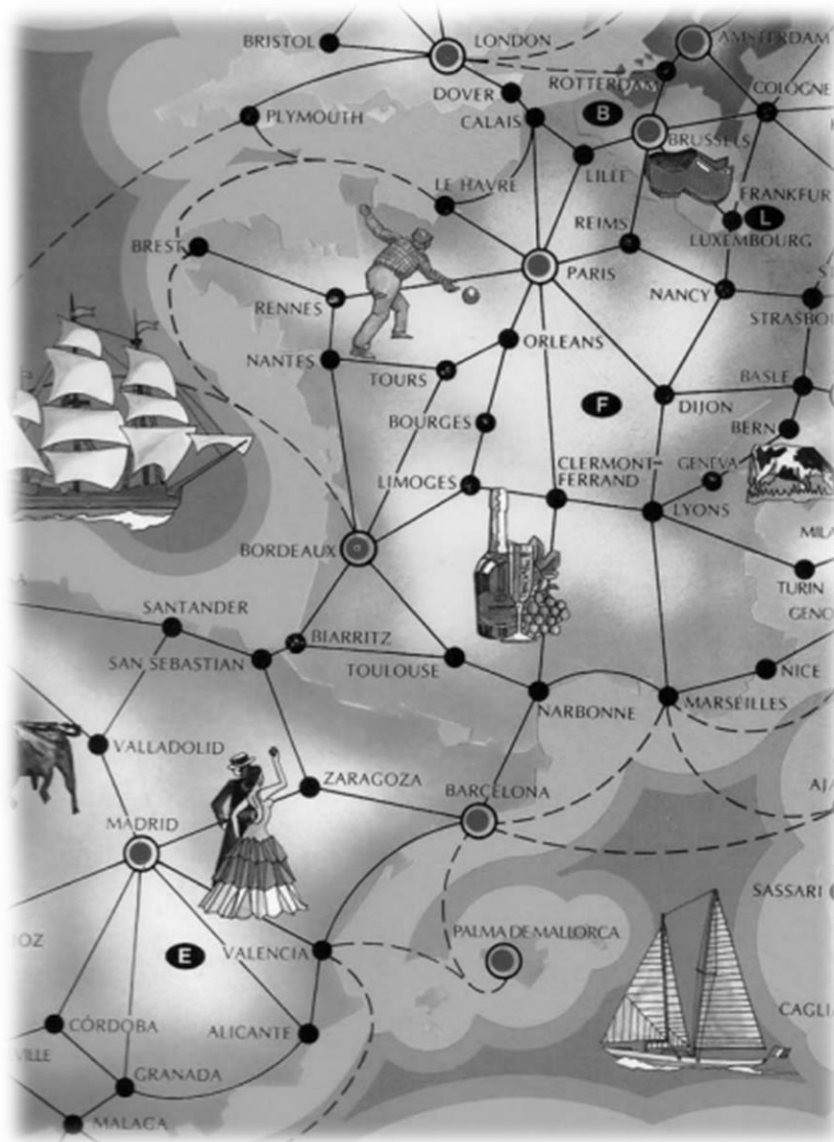
Η δεύτερη διάσταση κίνησης, «απέναντι», αναφέρεται στην κίνηση που πραγματοποιείται σε οριζόντια κατεύθυνση από το ένα μέρος στο άλλο. Όταν περπατάμε ή οδηγούμε από τη μια τοποθεσία στην άλλη ή όταν βλέπουμε σε ένα τοπίο το ποτάμι να ρέει παρατηρούμε τις γραμμές να αναπαριστούν τη διαγώνια κίνησή μας πάνω σε μία επιφάνεια. Η τελευταία διάσταση της κίνησης «κατά μήκος» αναφέρεται στην κίνηση που συμβαίνει κατά μήκος μιας διαδρομής, ή μιας διαδρομής που συμβαίνει συχνά με αδιάκοπο τρόπο.

Τέτοια παραδείγματα μπορεί να είναι οι κινήσεις ενός φιδιού που γλιστρά κατά μήκος τους εδάφους ή ακόμη και η ροή της κυκλοφορίας κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου. Διαπιστώνεται λοιπόν ότι οι γραμμές αναπαριστούν την κίνηση που γίνεται κατά μήκος δείχνοντάς μας τη διαδρομή της σε μια συνεχής γραμμή.



Εικόνα 6. 'A line made by walking,' England, 1967, by Richard Long. Reproduced by permission of Richard Long. (σελ. 44, Lines: A brief history)

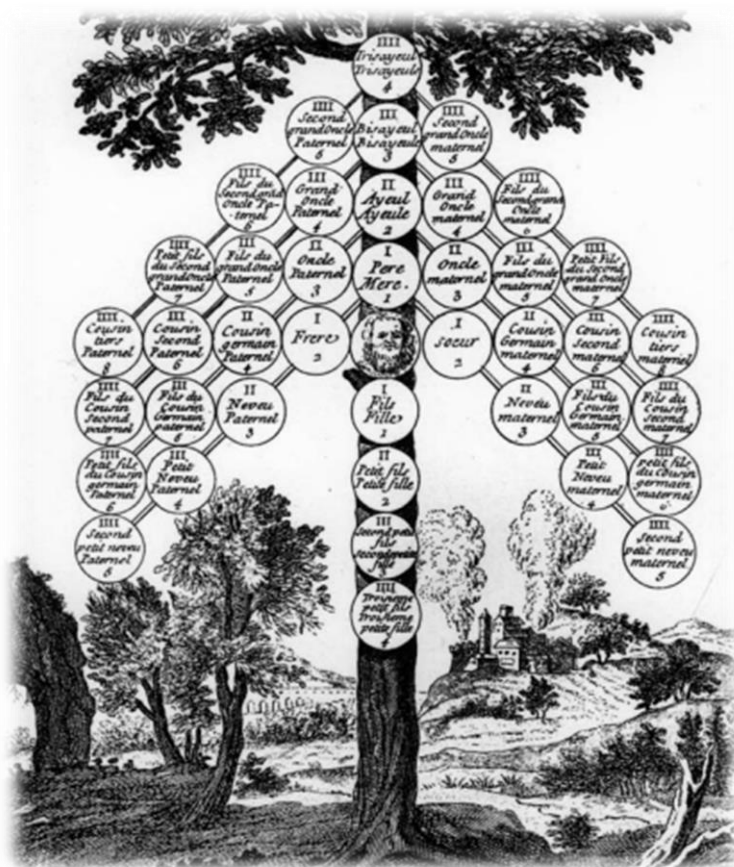
Συμπερασματικά ο Ingold αναδεικνύει στο κεφάλαιο αυτό τις αναπαραστάσεις των κινήσεων των σωμάτων και των υλικών στον τρισδιάστατο χώρο. Μάλιστα υπογραμμίζει ότι μελετώντας την πορεία της κίνησης οι γραμμές μας βοηθούν να αντιληφθούμε αλλά και να δημιουργήσουμε πολύπλοκους τρόπους με τους οποίους η κίνηση εμφανίζεται στον φυσικό και ανθρώπινο πολιτισμό.



Εικόνα 7. Part of the board for the game *Journey through Europe*. Players have to transport their pieces from one city to another, depending on cards they have been dealt, with a number of moves determined by the throw of a dice, but only by way of the marked lines. (σελ. 97, Lines: A brief history)

4.2.4. Κεφάλαιο τέταρτο: η γενεαλογική γραμμή

Τα γενεαλογικά δέντρα, οι χρονογραμμές και γενικότερα όλα όσα αναπαριστούν τις σχέσεις μεταξύ των ανθρώπων και συγκεκριμένα των οικογενειών αποτελούν μια ακόμη αφορμή για τον Ingold να μας παρουσιάσει την αναγκαιότητα των γραμμών στη ζωή μας.



Εικόνα 8. An eighteenth-century French arbor consanguinitatis. The face halfway up the trunk represents ego. Below him, down the trunk, are four generations of descendants, and above four generations of ancestors. Patrilineal kin are arrayed on the left, and matrilineal kin on the right. Arabic and roman numerals indicate degrees of consanguinity according to Roman civil law and Christian canon law, respectively. Reproduced from Domat (1777, I: 405) (σελ. 106, Lines: A brief history)

Μια βασική πτυχή της γενεαλογικής γραμμής είναι ουσιαστικά η αναπαράσταση της ‘συνέχειας’ και της ‘αλλαγής’ κατά την πάροδο του χρόνου. Βλέποντας δηλαδή την γενεαλογική γραμμή μιας οικογένειας για παράδειγμα, παρατηρούμε την εξέλιξη της βλέποντας τις αλλαγές που τυχαίνει να συμβαίνουν. Επιπλέον μια γενεαλογική γραμμή μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για να αναδείξει τη δυναμική μιας ομάδας ή ενός οργανισμού.

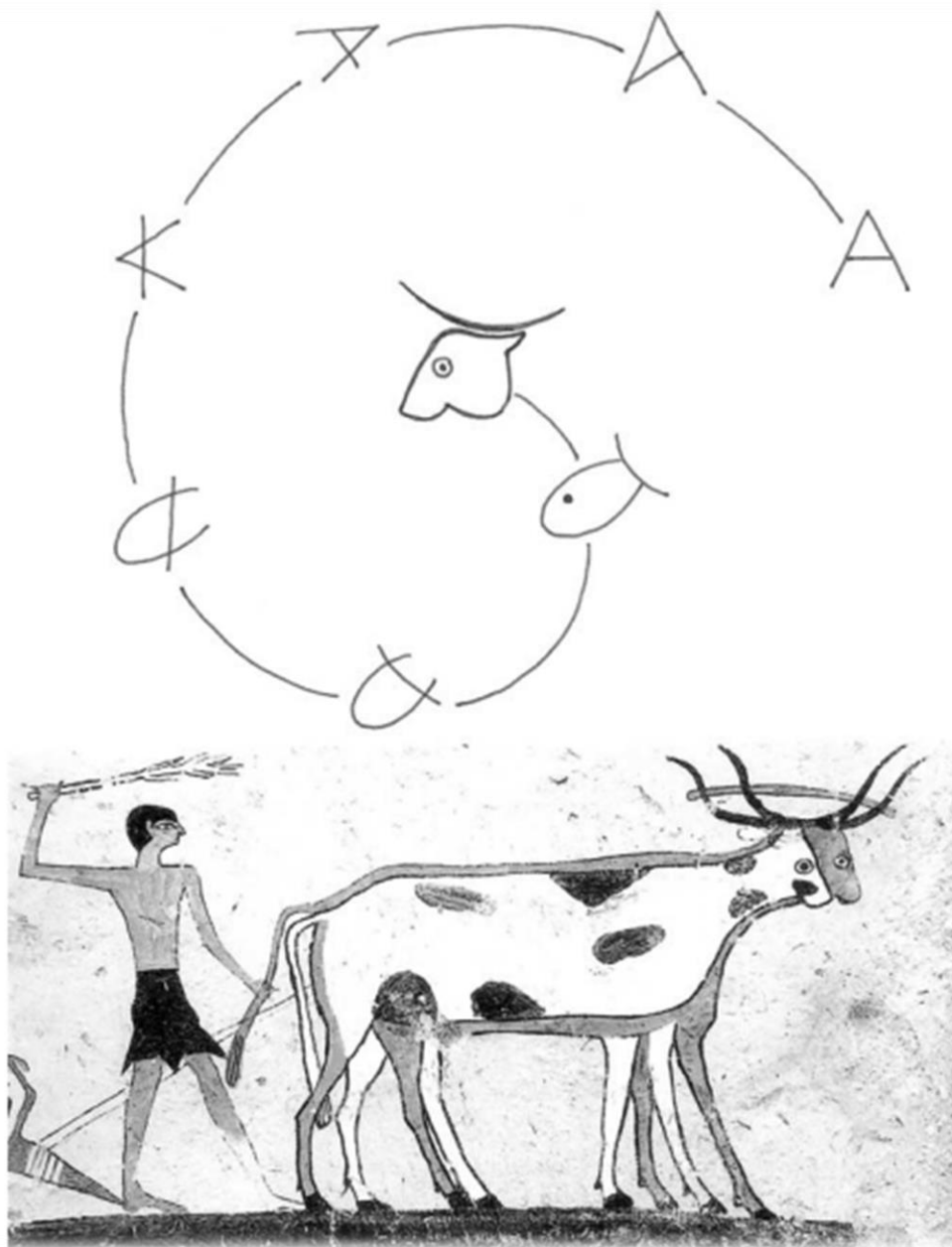
Ένα οργανωτικό διάγραμμα χρησιμοποιεί τις γραμμές για να συνδέσει τα άτομα που βρίσκονται σε θέσεις εξουσίας με εκείνα που υπάγονται σε αυτούς δείχνοντας έτσι την αλυσίδα της διοίκησης και τους τρόπους με τους οποίους κατανέμεται η εξουσία. Αντιθέτως η γενεαλογική γραμμή μπορεί να χρησιμοποιηθεί επίσης και για να ανατρέψει τις παραδοσιακές δομές μιας εξουσίας αναδεικνύοντας τη συμβολή των γυναικών για παράδειγμα ή άλλων περιθωριοποιημένων ατόμων που βρίσκονται στο περιθώριο των παραδοσιακών γενεαλογιών.

4.2.5. Κεφάλαιο πέμπτο: σχέδιο, γραφή και καλλιγραφία

Αναμφίβολα από το βιβλίο αυτό δε θα μπορούσε να λείπει το σχέδιο, η γραφή και η καλλιγραφία που σε συνδυασμό με τις γραμμές διαμόρφωσαν τον ανθρώπινο πολιτισμό και την ανθρώπινη ιστορία. Στην πιο βασική του μορφή, το σχέδιο με τη χρήση των γραμμών αποτυπώνει αντικείμενα, ανθρώπους και άλλα στοιχεία της φύσης και του κόσμου γενικότερα. Τα σκίτσα μπορεί να είναι απλά ή με εξαιρετικά λεπτομερείς απεικονίσεις που συχνά χρησιμοποιούνται ως επικοινωνιακά μέσα επιτρέποντας στους ανθρώπους να μεταφέρουν τα συναισθήματά τους, τις εντυπώσεις τους ή και όσα παρατηρούν. Από την άλλη πλευρά η γραφή περιλαμβάνει τη χρήση γραμμών για την αναπαράσταση της γλώσσας και αποτελεί ένα καθαρά επικοινωνιακό μέσο.

Οι πρώτες μορφές γραφής ήταν εικονογραφίες οι οποίες εξελίχθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν για να αναπαράγουν μεμονωμένους ήχους ή συλλαβές φτάνοντας τελικά στο σημείο να δημιουργείται το αλφάβητο και άλλα συστήματα γραφής που χρησιμοποιούνται έως και σήμερα. Η καλλιγραφία από την άλλη είναι μια μορφή γραφής που δίνει έμφαση στην δημιουργία όμορφων και εκφραστικών έργων τέχνης. Μάλιστα σε πολλούς πολιτισμούς η καλλιγραφία θεωρείται υψηλή μορφή τέχνης με πολλούς εξειδικευμένους καλλιγράφους να θαυμάζονται για την ικανότητά τους να δημιουργούν πολύπλοκα και οπτικά εντυπωσιακά έργα. Αναντίρρητα το σχέδιο, η γραφή και η καλλιγραφία είναι μορφές που δημιουργούνται μέσα από τις γραμμές. Η συμβολή τους είναι απαραίτητα σημαντική για να μεταδώσουν πληροφορίες, να εκφράσουν ιδέες και συναισθήματα καθώς και στη δημιουργία έργων τέχνης που θαυμάζονται για την μοναδική ομορφιά και δημιουργικότητά τους.

Εξερευνώντας τις γραμμές αυτές ο Ingold μεγαλώνει την ακτίνα των κατηγοριών που οι γραμμές έχουν χρησιμοποιηθεί από τους ανθρώπους για να δημιουργήσουν, να εκφραστούν και να επικοινωνήσουν μεταξύ τους σε όλη την ιστορία.



Εικόνα 9. The evolution of the letter A, from ox-head hieroglyph to Roman capital. A detail (below) from an agricultural scene in the chapel of Djar, Thebes, shows the clear iconic resemblance between the hieroglyph and the way the head was conventionally depicted in Ancient Egyptian representations of the ox. The crossbar of the Roman A is derived, after several rotations, from the line of the ox's horns. (σελ. 126, Lines: A brief history)

4.2.6. Ενότητα έκτη: πως η γραμμή έγινε ευθεία

Με την πάροδο των χρόνων η γραμμή εξελίχθηκε και συνδέθηκε με την ιδέα της ευθύτητας. Την εξέλιξη αυτή διερευνά και ο Ingold στο συγκεκριμένο κεφάλαιο. Οι πρώτες μορφές των γραμμών στον ανθρώπινο πολιτισμό πιθανότατα ‘εμφανίζονταν’ ως καμπύλες ή ελικοειδής όπως αυτό παρατηρήθηκε αρκετά σε σπηλαιογραφίες και σε άλλες μορφές πρώιμης τέχνης. Οι γραμμές αυτές δεν είχαν απαραίτητα το σκοπό να αναδείξουν ευθείες ή γεωμετρικά σχήματα απλά αποτελούσαν μέσα έκφρασης και επικοινωνίας.



Εικόνα 10. Sketch from Janáček's last composition, I await thee. Reproduced from Janáček (1989: 68), by permission of Marion Boyars Publishers. (σελ. 165, Lines: A brief history)

Καθώς τα χρόνια περνούσαν ωστόσο και η αστικοποίηση και η εκβιομηχάνιση αυξήθηκαν ραγδαία η έννοια της ευθύτητας απέκτησε μεγαλύτερη σημασία και νόημα για την ανθρώπινη κοινωνία. Οι ευθείες γραμμές άρχισαν να αντιπροσωπεύουν την τάξη, την αποτελεσματικότητα και την ακρίβεια ενώ συνδέθηκαν άρρηκτα με την ανάπτυξη της σύγχρονης επιστήμης και τεχνολογίας.

The image shows a page from a musical score for twelve male voices. It is a highly complex and dense score, characteristic of modernist or postmodernist music. The page is filled with numerous staves, each representing a different voice part. The notation is intricate, with many notes, rests, and dynamic markings. The lyrics are written in Italian and are scattered across the staves, often appearing in fragments. The dynamic markings include *pppp*, *mf*, *p*, *f*, *fpp*, and *mp*. The overall appearance is that of a highly technical and challenging musical work.

Εικόνα 11. Page from the score of *Siciliano* for twelve male voices by Sylvano Bussotti (1962). (σελ. 169, Lines: A brief history)

Δημιουργήθηκαν μάλιστα για την ανάπτυξη εργαλείων και τεχνικών που επέτρεπαν ακριβείς μετρήσεις και κατασκευές. Τέτοια εργαλεία είναι οι χάρακες, οι πυξίδες και άλλα όργανα που δημιουργούσαν ευθείες γραμμές με ακόμη μεγαλύτερη ακρίβεια απ' ό τι προηγουμένως.

Βέβαια εκτός από τη σύνδεσή της με την ακρίβεια και την αποτελεσματικότητα, η ευθεία γραμμή έγινε εξίσου σύμβολο για την πρόοδο και τη νεωτερικότητα. Οι ευθύγραμμοι δρόμοι και τα ευθύγραμμα κτίρια αντιπροσώπευαν για τις κοινωνίες την κυριαρχία και τη δύναμη ενώ αντιθέτως οι ελικοειδής γραμμές και οι καμπύλες θεωρούνταν ξεπερασμένες. Μπορεί οι ευθείες γραμμές να έχουν αναρίθμητα πλεονεκτήματα αλλά σύμφωνα με τον Ingold έχουν εξίσου και αρκετούς περιορισμούς. Οι καμπυλωτές γραμμές είναι περισσότερο προσαρμόσιμες σε αντίθεση με τις ευθείες γραμμές που είναι εγγενώς άκαμπτες και λιγότερο προσαρμόσιμες. Άλλωστε με το να δίνουμε βάση στις ευθείες γραμμές ταυτοχρόνως είναι σα να παραμελούμε την αξία των υπολοίπων μορφών κατασκευής των γραμμών. Λόγου χάρη της καλλιγραφίας, του σχεδίου ή άλλων έργων τέχνης.

Γενικότερα η ιστορία της ευθείας γραμμής σε βάθος χρόνου μας παρουσιάζει τον πολύπλοκο και πολύπλευρο ρόλο που έχουν διαδραματίσει σε ολόκληρη την ανθρώπινη ιστορία, στον πολιτισμό και στην έκφραση των ανθρώπων. Παρά όμως την σημαντική συμβολή των ευθειών γραμμών στον σύγχρονο τρόπο ζωής μας είναι απαραίτητο να αναγνωρίσουμε την αξία των υπολοίπων μορφών κατασκευής γραμμών. Να εκτιμήσουμε την ποικιλομορφία τους και να εμπνευστούμε από τον πλούτο της ανθρώπινης δημιουργικότητας.

4.3. “Lines. A brief history” και η εφαρμογή του στο Αναλυτικό Πρόγραμμα

Το βιβλίο “Lines. A brief history” εξετάζει τη σημασία των γραμμών στην ανθρώπινη εμπειρία αλλά και στη διαμόρφωση της κοινωνίας. Εξασφαλίζει ένα δημιουργικό πλαίσιο εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων που ενθαρρύνουν τα παιδιά να ανακαλύπτουν και να αναγνωρίζουν τις γραμμές στο φυσικό και καθημερινό περιβάλλον των παιδιών. Ενθαρρύνει τη φαντασία των παιδιών κατά την ανάγνωση των ιστοριών του βιβλίου καθώς και μέσω της συζήτησης που προάγεται για τις γραμμές. Δίνει επιπλέον τη δυνατότητα να δουλέψουν συνεργατικά και να ανταλλάξουν ιδέες μαθαίνοντας να αποδέχονται όλες τις απόψεις που μπορεί να υπάρξουν για τις γραμμές ή ακόμη και για τη δημιουργία νέων γραμμών (κυματοειδής γραμμή).

Το συγκεκριμένο βιβλίο είναι ικανό να προωθήσει την παρατήρηση, την έκφραση, τη δημιουργικότητα ακόμη και να εμπνεύσει τα νήπια να ανακαλύψουν τον κόσμο που είναι αναμφίβολα γεμάτος από γραμμές. Είναι ικανό να αναπτύξει την ευαισθησία της τέχνης και της αισθητικής, μελετώντας τις γραμμές στην τέχνη αλλά και στον πολιτισμό από την αρχαιότητα μέχρι και σήμερα μιας και οι γραμμές μπορούν να εκφράσουν τις δικές τους ιδέες, τα δικά τους συναισθήματα. Φέρνοντας σαν αποτέλεσμα τα παιδιά να δουν τα μαθηματικά και τις μαθηματικές έννοιες ως εργαλείο ακόμη και των εικαστικών. Επιπρόσθετα είναι σημαντικό που εμπλέκει τη φύση. Αυτό σημαίνει ότι προσφέρει στα παιδιά τη δυνατότητα να αλληλοεπιδράσουν με το περιβάλλον στο οποίο βρίσκονται όπως και με τα ήδη υπάρχοντα βιώματά τους. Ακόμη, εμπλέκοντας την κοινωνία στον τρόπο με τον οποίο οι γραμμές κατασκευάζονται και παρατηρώντας τη σημασία των γραμμών στην αρχιτεκτονική ανά τον κόσμο προσφέρει στο παιδί μια πολύπλευρη αίσθηση του πως ο κάθε πολιτισμός αντιλαμβάνεται τους γραμμές. Έτσι ο σεβασμός προς τους άλλους πολιτισμούς και ακόμη προς τις άλλες απόψεις καλλιεργούνται δια μέσου των μαθηματικών. Ένα μάθημα που δεν είναι καθόλου μονοδιάστατο όπως συνήθως παρουσιάζεται αλλά αντιθέτως προσφέρει πολλές διδακτικές ευκαιρίες, εμπειρίες, βιώματα, αξίες και δράσεις.

4.3.1. Ενδεικτικοί άξονες δραστηριοτήτων

Γινόμαστε ερευνητές και ερευνήτριες γραμμών

Καθαυτό τον τρόπο θα αξιοποιήσουμε το φυσικό περιβάλλον για να βρούμε κάθε είδους γραμμής που εμφανίζεται σε αυτή (καμπύλη, ευθεία, κυματοειδή, κ.α.).

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα κλαδιά ενός δέντρου, ένα ρυζόχαρτο και ένα μολύβι. Τοποθετώντας τα κλαδιά κάτω από το χαρτί μπορούμε να χρωματίσουμε την επιφάνεια του πάνω από το χαρτί αποτυπώνοντας έτσι τη γραμμή που εμφανίζεται.

Στο τέλος μπορούμε να συγκεντρώσουμε όλα τα σχέδια των παιδιών και να συζητήσουμε πάνω σε αυτά (σελ. 82, Tim Ingold, Lines. A brief history).

Δημιουργούμε γραμμές

Ειδικότερα, μοιράζουμε στα παιδιά κορδέλες με αποτέλεσμα να δημιουργήσουν τα δικά τους γραμμικά τεχνουργήματα. Μπορούν είτε να κατασκευάσουν το σχέδιο της γραμμής τους πάνω στο τραπέζι εργασίας τους, είτε σε ένα χαρτί, είτε ακόμη στον αέρα (σελ. 22, Tim Ingold, Lines. A brief history).

Δημιουργούμε δικά μας έργα τέχνης

Πιο συγκεκριμένα θα γίνουμε καλλιτέχνες χρησιμοποιώντας μονάχα γραμμές. Έτσι θα δημιουργήσουμε τους δικούς μας πίνακες και τα δικά μας έργα με πρωταγωνιστές διάφορα είδη γραμμών (σελ.165, Tim Ingold, Lines. A brief history).

Ανιχνευτές και ανιχνεύτριες βημάτων

Θα προσπαθήσουμε να ανιχνεύσουμε τα βήματά μας αξιοποιώντας ξανά το φυσικό περιβάλλον. Παρατηρούμε ότι αφήνουμε ίχνη βημάτων τόσο στο χώμα όταν βρέχει, στη λάσπη, όσο και στην άμμο καθώς περπατάμε. Αν κοιτάξουμε πίσω μας τα βήματά μας σχηματίζουν κι εκείνα μια γραμμή, τη λεγόμενη «κίνηση κατά μήκος». Έτσι μπορούμε κι εμείς να ανιχνεύσουμε τα βήματά μας δημιουργώντας ταυτόχρονα με αυτά γραμμές. Μπορεί να είναι ευθείες, κυματοειδής, ελικοειδής ή οτιδήποτε άλλο σκεφτούμε (σελ. 44, Tim Ingold, Lines. A brief history).

Κάνουμε ταξίδια ονείρων

Θα χρησιμοποιήσουμε έναν μεγάλο χάρτη, πινέξες, κλωστή και τη φαντασία μας για τους προορισμούς που θα θέλαμε να επισκεφτούμε. Όλες οι κλωστές θα ξεκινούν από

την Ελλάδα, τη χώρα που βρισκόμαστε, και θα καταλήγουν στη χώρα που θα θέλαμε να επισκεφτούμε. Αφού ολοκληρωθεί αυτή η διαδικασία παρατηρούμε ότι οι διαδρομές μας έχουν σχηματίσει ξανά γραμμές. Όπως επίσης και ο χάρτης έχει πάνω του διάφορες γραμμές όπου η κάθε μια έχει τη δική της σημασία. Επιπλέον θα μπορούσαμε να φτιάξουμε και τον δικό μας χάρτη (λόγου χάρη έναν χάρτη θησαυρού) με βήματα που θα πρέπει να ακολουθήσουμε, τα οποία θα αποτυπώνονται ξανά ως γραμμές (σελ. 97, Tim Ingold, Lines. A brief history).

Γενεαλογικό δέντρο

Ειδικότερα, θα δημιουργήσουμε το δικό μας γενεαλογικό δέντρο με πληροφορίες που θα συλλέξουμε νωρίτερα από τους γονείς των παιδιών. Ή ακόμη μπορούμε να συνεργαστούμε μαζί με τους γονείς και τα παιδιά για την κατασκευή του. καθαυτό τον τρόπο θα χρησιμοποιήσουμε τις γραμμές για να δούμε πώς η οικογένειά μας εξελίχθηκε στον χρόνο (σελ. 106, Tim Ingold, Lines. A brief history).

Αναγνώριση γραμμών

Πιο συγκεκριμένα, θα παρακολουθήσουμε πολύ καλά τα αντικείμενα και τα χαρακτηριστικά του χώρου στον οποίο βρισκόμαστε (το πάτωμα, τα έπιπλα, τα παιχνίδια, κ.α.) και θα προσπαθήσουμε να ανιχνεύσουμε πάνω σε αυτά τις γραμμές που υπάρχουν. Θα μπορούσαμε να αντικαταστήσουμε αυτό το είδος γραμμής που βρήκαμε με κάποιο άλλο; Τι παρατηρούμε περισσότερο; (σελ. 82, Tim Ingold, Lines. A brief history).

Κεφάλαιο 5 – Συμπεράσματα

Εν κατακλείδι, η ανθρωπολογική προσέγγιση αυτών των δύο βιβλίων του Caleb Everett “Numbers and the making of us” και του Tim Ingold “Lines. A brief history” προσφέρουν πολύ σημαντικές προοπτικές για σημαντικές αλλαγές στο Αναλυτικό Πρόγραμμα καθώς ανοίγει δρόμους στα παιδιά για την επαφή με την μαθηματική γνώση σε πλαίσια που αφορούν την ιστορία, την φύση, το περιβάλλον και τον πολιτισμό. Έτσι εμπλέκει τα παιδιά με ανοιχτούς και δημιουργικούς τρόπους στην μαθηματική εκπαίδευση. Με τη σημαντικότερη προοπτική και αλλαγή να είναι πιο συγκεκριμένα η αλληλεπίδραση του παιδιού με τη φύση και το περιβάλλον αλλά και ταυτοχρόνως η ενσωμάτωσή τους στην κοινότητα και τον πολιτισμό τους.

Αναμφίβολα προάγει την ανάπτυξη της δημιουργικότητας, της κριτικής σκέψης και ωθεί τα παιδιά να είναι περισσότερο ελεύθερα, επεκτείνοντας τις κύριες προθέσεις που έχει το Αναλυτικό Πρόγραμμα για την μετάδοση προκαθορισμένων μονοδιάστατων τυποποιημένων γνώσεων. Προωθούνται αντιθέτως, παιδαγωγικές πρακτικές που δίνουν έμφαση στη συμμετοχή των παιδιών σε δράσεις που έχουν άμεση σχέση με το ιστορικό, φυσικό και πολιτισμικό περιβάλλον όπου τα μαθηματικά έχουν μια από τις πολλές θέσεις για την κατάκτηση της γνώσης.

Με αυτό τον τρόπο ενισχύεται η αίσθηση της ευθύνης σε πλαίσια που δεν αφορούν μόνο τα μαθηματικά ως καθαρή γνώση αλλά σε περισσότερο πολύπλοκα πλαίσια. Έτσι, τα παιδιά αποκτούν αυτοπεποίθηση και αντιλαμβάνονται ότι μπορούν να έχουν φωνή μέσα από την κατανόηση των πλαισίων και πολύ σημαντικό ρόλο στην εκπαιδευτική διαδικασία. Έτσι δημιουργείται αυτόματα ένα κλίμα που προσφέρει αμοιβαία επικοινωνία και συνεργασία καλλιεργώντας την κοινωνική αλληλεπίδραση των παιδιών με το φυσικό και πολιτισμικό περιβάλλον τους. Αναντίρρητα, όταν το μαθησιακό περιβάλλον επικεντρώνεται στην σύνδεση του περιβάλλοντος με τις ανάγκες και ικανότητες κάθε παιδιού ξεχωριστά, όταν έχει ως σκοπό την ικανοποίηση και ευχαρίστησή του, προχωρώντας με βάση τους δικούς τους προσωπικούς ρυθμούς τότε επιδιώκεται μια πιο ολοκληρωμένη ανάπτυξη των παιδιών.

Επιπρόσθετα, παρατηρώντας ενδελεχώς τα δύο αυτά βιβλία αντιλαμβανόμαστε κι άλλα σημαντικά πλεονεκτήματα. Λόγου χάριν αυτό της συνειδητοποίησης της πολυπλοκότητας. Η ανθρωπολογική προσέγγιση αυτών των βιβλίων τονίζει ότι η γνώση δεν πρέπει να αντιμετωπίζεται από τα Αναλυτικά Προγράμματα ως δεδομένη και παθητική που απλώς διδάσκεται από τους εκπαιδευτικούς μέσα σε από-πλαισιωμένα πλαίσια και όρια. Αντιθέτως διαμορφώνεται και ερμηνεύεται με τη βοήθεια των πολιτισμικών εμπειριών και του περιβάλλοντός μας. Επομένως η γνώση είναι κάθε άλλο εκτός από απλή και απόλυτη. Ακόμη, η αξία της πολυμορφίας και της διαπολιτισμικότητας ενισχύεται φέρνοντας στο προσκήνιο την πολυφωνία γλωσσών και συμβολικών κωδικών. Η συνειδητοποίηση αυτή όμως προωθεί τον σεβασμό και την αποδοχή των διαφορετικών προσεγγίσεων και αντιλήψεων καθώς όλες είναι απόλυτα σημαντικές κι αυτό διότι τονίζεται η σημασία της αλληλεπίδρασης και της συνεργασίας μεταξύ όλων των μαθητών/τριών.

Φτάνοντας στο τέλος δε θα μπορούσαμε να μην αναφερθούμε στην ανάγκη του ανθρώπου και ειδικά του παιδιού να βρίσκεται κοντά στο φυσικό και ιστορικό περιβάλλοντος του οποίου βιωματικά αντλεί εμπειρίες και γνώση. Κάτι που το Αναλυτικό Πρόγραμμα δεν εφαρμόζει, στον βαθμό που τουλάχιστον χρειάζεται για να αποδώσει. Τα δύο αυτά βιβλία έδωσαν πολλά πλεονεκτήματα και αφορμές για να συμπεριληφθεί το περιβάλλον, η φύση και η ιστορία πολιτισμών στην εκπαιδευτική διαδικασία φέρνοντας ως αποτέλεσμα την πολύπλευρη ανάπτυξη των παιδιών και την ευαισθητοποίησή τους με τα μαθηματικά προσεγγίζοντας τον κόσμο και τον πολιτισμό που τόσα έχει αποδεδειγμένα να τους μάθει.

Είναι αδιαμφισβήτητα σημαντικός ο τρόπος με τον οποίο τα βιβλία “Numbers and the making of us” και “Lines. A brief history” προσεγγίζουν τα μαθηματικά και τη γεωμετρία αναδεικνύοντας τον καθοριστικό ρόλο που διαδραμάτισαν στην ανθρώπινη πολιτιστική ανάπτυξη από την αρχαιότητα μέχρι και τη σύγχρονη εποχή. Τον τρόπο με τον οποίο οι αριθμοί αλλά και οι γραμμές χρησιμοποιούνται όχι μόνο για να μετράμε και να υπολογίζουμε αλλά για να αναπαριστούμε ιδέες, να δομούμε μορφές σε μια κοινωνία ή ακόμη και να οργανώσουμε έναν χώρο. Τον τρόπο όπου επηρέασαν την τέχνη, την αρχιτεκτονική και ακόμη περισσότερες πτυχές ενός πολιτισμού. Αυτά τα βιβλία, μπορεί να αναφέρονται σε ενήλικες, αλλά αποτελούν σημαντική πηγή έμπνευσης για τους εκπαιδευτικούς που θέλουν να ξεφύγουν από το

περιορισμένο Αναλυτικό Πρόγραμμα και να προωθήσουν τη μαθηματική εκπαίδευση στο νηπιαγωγείο κάνοντας τα παιδιά να το απολαμβάνουν ενώ οι γνώσεις τους να πηγάζουν μέσα από τα ίδια, μέσα από τη φύση και το περιβάλλον στο οποίο βρίσκονται, τα βιώματα και την καθημερινότητα τους.

Κάτι ακόμη σημαντικό που προσφέρουν αυτά τα βιβλία είναι ότι απομακρύνουν τα μαθηματικά από το στερεότυπο του ότι δεν συνδυάζονται με άλλα μαθησιακά περιβάλλοντα πόσο μάλλον με αυτό των τεχνών. Οι μαθηματικές έννοιες μπορούν να συνδεθούν με την καθημερινότητα και να εφαρμοστούν σε πρακτικές και δημιουργικές καταστάσεις, καθώς η ανάγκη της καθημερινότητας στο πλαίσιο ιστορικο-πολιτισμικών συνθηκών ξεκίνησε την ανάγκη για μαθηματικά.

Αναμφίβολα λοιπόν εισάγει τα παιδιά στην έννοια των αριθμών μαθαίνοντας πως να τους χρησιμοποιούν στην καθημερινότητά τους και τα ενθαρρύνει να ανακαλύψουν την ευχαρίστηση της μαθηματικής σκέψης μέσα από ενδιαφέροντες ιστορίες και παραδείγματα καθώς και να εφευρίσκουν παρατηρώντας γραμμές και σχήματα γύρω τους. Έτσι η περιέργεια και το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά προωθείται και αναπτύσσεται από την παιδική τους ηλικία ακολουθώντας τους καθόλη τη διάρκεια της ζωής τους.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Ελληνόγλωσση βιβλιογραφία:

ΒΑΛΗΝΑΚΗ, Π. (1977α), Νηπιαγωγική 1. Αθήνα, Εκδόσεις: Αφοί Βλάσση

ΒΟΣΝΙΑΔΟΥ, Σ. (1993), «Προσχολική ηλικία». Παιδαγωγική Ψυχολογική Εγκυκλοπαίδεια – Λεξικό, τ. 7, 4160-4164. Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα.

ΒΡΕΤΤΟΣ, Γ. & ΚΑΨΑΛΗΣ, Α. (1997), Αναλυτικό πρόγραμμα: Σχεδιασμός αξιολόγηση-αναμόρφωση. Αθήνα.

Ζαφρανά, Μ. & Ζαφρανά, Κ. (1998), «Νευροψυχολογία και προσχολική εκπαίδευση». Σύγχρονο νηπιαγωγείο, 4, 188-191.

ΖΑΧΑΡΕΝΑΚΗΣ, Κ. (1993). «Προσχολική αγωγή». Παιδαγωγική Ψυχολογική Εγκυκλοπαίδεια – Λεξικό, τ. 7. 4156-4159, Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα.

ΖΑΧΑΡΕΝΑΚΗΣ, Κ. (1991), «Προσχολική αγωγή». Παιδαγωγική Ψυχολογική Εγκυκλοπαίδεια – Λεξικό, τ. 7. 4156-4159, Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα,

ΖΑΧΑΡΕΝΑΚΗΣ, Κ. (1992), Αντισταθμιστική αγωγή για ίσες εκπαιδευτικές αφετηρίες. Αθήνα.

ΛΕΟΝΤΑΡΗ, Α. (1996), Αυτοαντίληψη. Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα.

ΚΙΤΣΑΡΑΣ, Γ. (1988), Εισαγωγή στην προσχολική παιδαγωγική. Αθήνα.

Ντολιοπούλου, Ε. (2003), «Σύγχρονα Προγράμματα για Παιδιά Προσχολικής Ηλικίας». Αθήνα. Εκδόσεις Τυπωθήτω

Παπαδοπούλου, Α. (2010). *Μαθηματικά και Τεχνολογία στην Εκπαίδευση: Αρχές, Προκλήσεις, Προοπτικές*. Εκδόσεις Gutenberg.

Πεχτελίδης, Γ. (2011). *Κυριαρχία και αντίσταση – Μεταδομιστικές αναλύσεις της εκπαίδευσης*. Αθήνα: Εκκρεμές.

Φωτεινός, Δ. (2020). Αναλυτικά προγράμματα και εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις στην Ελλάδα (1950-2020): Η φονταμενταλιστική, άστοχη και τοτεμική εκπαίδευση. *Συγκριτική Διεθνής και Εκπαιδευτική Επιθεώρηση*, 24, 32-63.

Χρυσafίδης, Κ. (1993), «Οι σύγχρονες απόψεις γύρω από την προσχολική αγωγή και ο ρόλος του νέου αναλυτικού προγράμματος του ελληνικού νηπιαγωγείου». Πρακτικά

6ου Πανελληνίου Εκπαιδευτικού Συνεδρίου Δ.Ο.Ε.-Π.Ο.Ε.Δ. Χανιά 19-20/4.

Ορφανάκης, Β., & Παπαδάκης, Σ. (2015). Χρήση Λογισμικού Ανοικτού Κώδικα στο Νηπιαγωγείο για την υποστήριξη των ΤΠΕ.

Bazzul, J. (2012). «Οι έννοιες του λόγου και της υποκειμενικότητας στη μελέτη των αναλυτικών προγραμμάτων και σχολικών εγχειριδίων φυσικών επιστημών: Μια προσέγγιση με βάση το έργο του Michel Foucault». Διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών: Έρευνα και Πράξη, 40-41, 55-72.

Vygotsky, L. (1997), Νους στην κοινωνία. Gutenberg.

Ξενογλώσση βιβλιογραφία:

Bazzul, J., & Sykes, H. (2011). “The secret identity of a biology textbook: Straight and naturally sexed.” *Cultural Studies of Science Education*, 6(2), 265-286.

Black, P., & William, D. (2006). Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *Phi Delta Kappan*, 87(4), 264-271.

BRUNER. J. (1977). *The process of education*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Everett, C. (2017). *Numbers and the making of us: Counting and the course of human cultures*. Harvard University Press.

Carton, C. & Allen, J. (1999), *Early childhood curriculum: A creative play model*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall Inc.

Copley, J. V. (Ed.). (2010). *Mathematics in the Early Years*. National Council of Teachers of Mathematics.

Ingold, T. (2016). *Lines: A brief history*. Routledge.

NCTM. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. National Council of Teachers of Mathematics.

National Research Council. (2009). *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths Toward Excellence and Equity*. National Academies Press.

Sternberg, R. J. (2017). Teaching for wisdom, intelligence, creativity, and success. *Educational Psychologist*, 52(2), 87-95.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. Pearson.