



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΜΕΑΣ: ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ
ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**

**ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΦΟΔΙΑΣΜΟΥ ΜΕ ΕΦΕΔΡΙΚΟ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΗ ΚΑΙ
ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ**

Διπλωματική Εργασία

Υπό

Λεωτσάκου Ιωάννη

Επιβλέπων: **Δρ. Παντελής Δημήτριος**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, (Ημερομηνία)

Copyright©2023 Λεωτσάκος Ιωάννης

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εξεταστική Επιτροπή

Πρώτος Εξεταστής : Δρ. Παντελής Δημήτριος
(Επιβλέπων) Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής: Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή Παντελή Δημήτριο για την πολύτιμη βοήθεια του, καθώς με την σωστή καθοδήγησή του και τον χρόνο που αφιέρωσε με βοήθησε στην εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας μου.

Επιπρόσθετα θα ήθελα να ευχαριστήσω τα δύο μέλη της εξεταστικής επιτροπής, Γεώργιο Κοζανίδη και Γεώργιο Λυμπερόπουλο για την συμμετοχή τους και τις πολύτιμες υποδείξεις τους.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τους φίλους μου, καθώς με στήριξαν με κάθε δυνατό τρόπο σε όλη την διάρκεια της φοίτησής μου στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Περίληψη

Ένα αναπόσπαστο κομμάτι της επιχειρησιακής έρευνας είναι ο τομέας της εφοδιαστικής αλυσίδας. Η χρήση αυτής είναι πολύ σημαντική και αναγκαία στην σημερινή εποχή καθώς αποτελεί την βάση της παραγωγικής διαδικασίας. Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται ένα πρόβλημα που εμπεριέχει έναν αναξιόπιστο προμηθευτή. Η αναξιόπιστία αυτού μπορεί να προκύψει από κάποια διαταραχή. Για αυτόν τον λόγο κρίνεται αναγκαία η χρήση ενός εφεδρικού προμηθευτή ο οποίος καλείται να ικανοποιήσει την ζήτηση.

Πιο συγκεκριμένα το μοντέλο που μελετάται απαρτίζεται από έναν πωλητή και δύο προμηθευτές. Ο πρώτος είναι αναξιόπιστος και ο δεύτερος είναι αξιόπιστος αλλά και πιο ακριβός. Κάποια βασικά χαρακτηριστικά του δεύτερου είναι ότι μπορεί να κάνει προ κράτηση των προϊόντων, καθώς επίσης και να προσφέρει ακόμα περισσότερα προϊόντα αν του ζητηθεί. Ωστόσο αυτά τα επιπλέον προϊόντα θα πρέπει να είναι ίσα ή μεγαλύτερα από μία ελάχιστη ποσότητα που έχει καθοριστεί από τον προμηθευτή.

Έτσι το πρόβλημα που μελετάται χωρίζεται σε δύο βασικές κατηγορίες. Στην πρώτη η ζήτηση είναι γνωστή και μέσω όσων αναφέρθηκαν παραπάνω δημιουργείται το μαθηματικό μοντέλο. Στην συνέχεια αυτό τροποποιείται σε κώδικα στο λογισμικό Matlab και έτσι βρίσκεται το βέλτιστο κέρδος. Στην δεύτερη η ζήτηση ακολουθεί τυχαία κατανομή και με παρόμοια διαδικασία βρίσκεται το βέλτιστο κέρδος

Τέλος για κάθε μία κατηγορία μεταβάλλουμε τις τιμές των σταθερών παραμέτρων. Μέσω αυτής της μεταβολής δημιουργούνται κάποια διαγράμματα στα οποία παρουσιάζεται η επίδραση της κάθε μεταβλητής στο κέρδος και στις ποσότητες των τεμαχίων που κρατούνται στον δεύτερο προμηθευτή.

Περιεχόμενα

Εξεταστική Επιτροπή.....	2
Ευχαριστίες.....	3
Περίληψη.	6
Περιεχόμενα.....	7
1. Εισαγωγή	8
1.1 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας	8
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	9
1.2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα.....	10
1.2.2 Εφοδιαστική αλυσίδα.....	11
1.2.3 Εφεδρικός προμηθευτής.....	11
1.2.4 Έρευνα παρόμοιων προβλημάτων.....	12
2. Μαθηματικό Μοντέλο	14
2.1 Ορισμός παραμέτρων και μεταβλητών.....	14
2.2 Μοντελοποίηση αντικειμενικής συνάρτησης.....	15
2.3 Επιλογή τιμών των Σταθερών Παραμέτρων	18
2.4 Υποθέσεις Μοντελοποίησης και Βελτιστοποίησης	19
3. Case Studies.....	20
3.1. Case Study 1 – Μεταβολή του R.....	21
3.2 Case Study – Μεταβολή του P και R με μεταβαλλόμενες σταθερές.....	22
3.2.1 Case Study 2 – Μεταβολή του w_1	22
3.2.2 Case Study 3 – Μεταβολή του w_2	23
3.2.3 Case Study 4 – Μεταβολή του w_3	24
3.2.4 Case Study 5 – Μεταβολή του w_r	25
3.2.5 Case Study 6 – Μεταβολή του r	26
3.2.6 Case Study 7 – Μεταβολή του M.....	27
3.2.7 Case Study 8 – Μεταβολή του h	28
3.2.8 Case Study 9 – Μεταβολή του μ	29
3.2.9 Case Study 10 – Μεταβολή του σ	30
4. Η Περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής των προϊόντων.....	31
4.1 Ορισμός παραμέτρων και μεταβλητών.....	31
4.2 Μοντελοποίηση αντικειμενικής συνάρτησης.....	32
5. Case Studies.....	36
5.1. Επίδραση των Παραμέτρων του Προβλήματος.....	36
5.2 Διαγράμματα-case studies.....	37
5.2.1 Case Study 1 - Μεταβολή του c_1	37
5.2.2 Case Study 2 - Μεταβολή του c_2	38
5.2.3 Case Study 3 - Μεταβολή του c_3	40
5.2.4 Case Study 4 - Μεταβολή του c_u	41
5.2.5 Case Study 5 - Μεταβολή του c_r	43
5.2.6 Case Study 6 - Μεταβολή του MOQ.....	44
5.2.7 Case Study 7 - Μεταβολή του h	46
5.2.8 Case Study 8 - Μεταβολή του s	47
5.2.9 Case Study 9 - Μεταβολή της μέσης τιμής g	49
5.2.10 Case Study 9 - Μεταβολή της διασποράς g	50

5.2.11 Case Study 9 - Μεταβολή της μέσης τιμής f.....	51
5.2.12 Case Study 9 - Μεταβολή της διασποράς f.....	53
6. Επίλογος	55
6.1 Συμπεράσματα.....	55
6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις.....	55
Βιβλιογραφία.....	57
Παραρτήματα-Κώδικες	59

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν πληροφορίες αναφορικά με την δομή της διπλωματικής εργασίας καθώς επίσης και η βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με το πρόβλημα που μελετήθηκε.

1.1 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Περίληπτικά η εργασία αποτελείται από 6 κεφάλαια τα οποία είναι τα εξής:

- Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή στα θέματα που μελετήθηκαν και βιβλιογραφική ανασκόπηση του προβλήματος.
- Κεφάλαιο 2: Ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου του προβλήματος, καθώς επίσης και ανάλυση μεθόδων προσέγγισης αυτού.
- Κεφάλαιο 3: Παρουσίαση των πειραμάτων και συμπερασμάτων που προέκυψαν από την μελέτη διαφόρων συμπεριφορών του μοντέλου (case studies).
- Κεφάλαιο 4: Ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου του προβλήματος καθώς επίσης και ανάλυση μεθόδων προσέγγισης αυτού με την ζήτηση να ακολουθεί τυχαία κατανομή.
- Κεφάλαιο 5: Παρουσίαση των πειραμάτων και συμπερασμάτων που προέκυψαν από την μελέτη διαφόρων συμπεριφορών του μοντέλου (case studies).
- Κεφάλαιο 6: Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση του προβλήματος.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Η παρούσα διπλωματική εργασία βασίζεται στο μοντέλο που μελετήθηκε από τους Hou, Zeng, Sun[1]. Σε αυτήν μελετάται ένα μοντέλο στο οποίο υπάρχει ένας βασικός προμηθευτής και ένας εφεδρικός, και στόχος είναι να βρεθεί τι ποσότητα πρέπει να κρατηθεί από τον δεύτερο ώστε να υπάρξει το μέγιστο δυνατό κέρδος. Σε αυτό το πρόβλημα η ζήτηση είναι γνωστή καθώς και η ποσότητα της ελάχιστης παραγγελίας. Ωστόσο μελετάται και η εναλλακτική που η ζήτηση ακολουθεί τυχαία κατανομή. Η επίλυση αυτής θα δώσει στον καταναλωτή την δυνατότητα να επιλέγει την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας ανάλογα με την ανάγκη που έχει. Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν βασικές έννοιες της φύσης του προβλήματος που μελετάται.

1.2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα

Τα τελευταία χρόνια έχει δημιουργηθεί έντονα η ανάγκη για την μελέτη και την ανάπτυξη της επιχειρησιακής έρευνας. Αυτή πραγματεύεται την εφαρμογή των μεθόδων λήψης αποφάσεων, οι οποίες κατά κανόνα είναι βέλτιστες ως προς τα δεδομένα του εκάστοτε προβλήματος. Αυτές στοχεύουν σε βελτιώσεις σε διάφορους σημαντικούς τομείς όπως είναι η τεχνολογία και το ανθρώπινο δυναμικό μίας επιχείρησης. Κάποια χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής της επιχειρησιακής έρευνας είναι η βέλτιστη κατανομή πόρων μίας επιχείρησης καθώς και η βέλτιστη μεταφορά αυτών παραδείγματος χάριν η επιλογή τροφών για τη σίτιση του στρατού με στόχο το ελάχιστο κόστος.

Το βέλτιστο της λύσης μπορεί να οριστεί από διάφορα μετρήσιμα κριτήρια, τα οποία αποτελούν τις μεταβλητές του μαθηματικού μοντέλου που μελετάται. Παραδείγματα αυτών των μεταβλητών μπορούν να θεωρηθούν τα κόστη, η ευστάθεια, ο χρόνος αναμονής καθώς επίσης και το πως συντονίζεται η δραστηριότητα της κάθε επιχείρησης. Ωστόσο υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στις οποίες τα δεδομένα που δίνονται είναι ελλιπή με αποτέλεσμα να πρέπει να χρησιμοποιούνται διάφοροι δείκτες αξιοπιστίας για την ρύθμιση αυτής της αβεβαιότητας.

Η χαρακτηριστική διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος Επιχειρησιακής Έρευνας αποτελείται από τρία βασικά βήματα. Αρχικά μελετώνται τα δεδομένα και μέσω αυτών γίνεται η δημιουργία του μαθηματικού μοντέλου. Στην συνέχεια μέσω της μελέτης και της δομής αυτού εντοπίζονται οι καταλληλότεροι μέθοδοι βελτιστοποίησής του. Τέλος η επίλυση αυτού του μοντέλου γίνεται με την χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή, όπως στην παρούσα εργασία στην οποία χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό MATLAB.

Τέλος η Επιχειρησιακή έρευνα απαρτίζεται από δύο βασικές κατηγορίες, τον δυναμικό και γραμμικό προγραμματισμό. Ο πρώτος αφορά την δόμηση της ίδιας

της παραγωγής καθώς και των εξόδων. Ο δεύτερος αφορά προβλήματα κατανομής ανθρωπίνου δυναμικού και διανομής προϊόντων. Ο γραμμικός είναι πιο διαδεδομένος καθώς για τον ίδιο έχουν γραφτεί πολλά βιβλία. Έτσι συμπεραίνεται ότι τα προβλήματα που τίθενται καλύπτουν ένα μεγάλο εύρος δραστηριοτήτων με μόνο αποτέλεσμα την καλύτερη εξυπηρέτηση πολλών επιστημονικών και εμπορικών κλάδων[2].

1.2.2 Εφοδιαστική αλυσίδα

Η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελεί το σύνολο των διαδικασιών που είναι απαραίτητες για την μεταφορά ενός προϊόντος από το σημείο παραλαβής στο σημείο παράδοσης. Αυτές οι διαδικασίες περιλαμβάνουν την επιλογή κατάλληλων πρώτων υλών, την επεξεργασία τους και την παράδοσή τους στον καταναλωτή. Στόχος αυτής είναι η μείωση του λειτουργικού κόστους μίας επιχείρησης και της μεγαλύτερης δυνατής ικανοποίησης ενός πελάτη. Χάρη σε αυτόν τον στόχο μία επιχείρηση μπορεί να ανταπεξέλθει στις νέες οικονομικές και κοινωνικές απαιτήσεις, καθώς γίνεται βιώσιμη σε ένα άκρως ανταγωνιστικό περιβάλλον.

Για την καλύτερη δυνατή εφαρμογή της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι αναγκαία η διαχείριση αυτής μέσω ενός σχεδίου. Το σχέδιο αυτό περιγράφεται από τον Hugos και περιλαμβάνει τα προϊόντα παραγωγής, την κατανομή αποθεμάτων, την τοποθεσία, την μεταφορά και την πληροφόρηση. Έτσι επιτυγχάνεται η καλύτερη δυνατή εξυπηρέτηση των καταναλωτών με το χαμηλότερο κόστος οδηγώντας την επιχείρηση σε κερδοφορία.

Τέλος ένα σημαντικό πρόβλημα που αφορά την εφοδιαστική αλυσίδα είναι το γεγονός ότι πολλοί προμηθευτές με στόχο την μείωση του κόστους χρησιμοποιούν αναξιόπιστους προμηθευτές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να υπάρχουν διάφορα προβλήματα, όπως η κακή ποιότητα προϊόντων και η αργή ανταπόκριση. Για αυτόν τον λόγο η βελτιστοποίηση αυτών των προβλημάτων θα έπρεπε να είναι ο βασικός στόχος των επιχειρήσεων.

1.2.3 Εφεδρικός προμηθευτής

Ο εφεδρικός προμηθευτής είναι ένας προμηθευτής που χρησιμοποιείται ως εναλλακτική λύση όταν οι κύριοι προμηθευτές αποδειχθούν αναξιόπιστοι. Ο εφεδρικός προμηθευτής παρέχει αξιοπιστία στον πωλητή, καθώς παραδίδει πάντα το 100% της ποσότητας προϊόντων που έχουν παραγγελθεί. Ωστόσο με την χρήση του εφεδρικού προμηθευτή συνεπάγεται και ένα επιπρόσθετο κόστος εξασφάλισης, πέρα από το κόστος αγοράς των προϊόντων.

Το κόστος αγοράς αναφέρεται στην τιμή που πληρώνει ο πωλητής για κάθε μονάδα προϊόντος που αγοράζει από τον προμηθευτή. Από την άλλη πλευρά, το κόστος εξασφάλισης αναφέρεται στο επιπρόσθετο αντίτιμο που πρέπει να πληρώσει ο

πωλητής για να εξασφαλίσει την αξιοπιστία του εφεδρικού προμηθευτή. Επιπλέον, ο πωλητής πρέπει να καταβάλει μια εγγύηση για τις μονάδες που θα παραλάβει από τον εφεδρικό προμηθευτή.

Το κόστος εξασφάλισης εξαρτάται από τη φύση και τα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης εφαρμογής ή κατάστασης που μελετάται. Συνολικά, ο εφεδρικός προμηθευτής προσφέρει αξιοπιστία, αλλά με αυτήν την αξιοπιστία συνδέεται και ένα επιπρόσθετο κόστος για τον πωλητή.

1.2.4 Έρευνα παρόμοιων προβλημάτων

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται διάφορες μελέτες οι οποίες αφορούν παρόμοια προβλήματα με αυτό που μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Οι Junlin, Xiaobo και Yun [9] ερεύνησαν την περίπτωση που υπάρχει απρόοπτη διακοπή στην προμήθεια. Έτσι επέλεξαν την χρήση ενός εφεδρικού προμηθευτή. Το γεγονός ότι η χρήση αυτού είναι πιο ακριβή από αυτήν του βασικού προμηθευτή, την καθιστά και πιο περιορισμένη. Έτσι δημιούργησαν ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο παρουσιάζει την επιρροή των μεταβλητών και έχει ως στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους.

Ένα παρόμοιο μοντέλο χρησιμοποιούν και οι Jian li, Shouyang και Cheng [10]. Αυτοί μέσω της χρήσης πολλαπλών προμηθευτών εντοπίζουν και επιλύουν προβλήματα τα οποία έχουν προκύψει από την διακοπή προμήθειας. Έτσι μέσω της δημιουργίας ενός ανταγωνιστικού περιβάλλοντος και της σωστής επιλογής και τιμολόγησης ενός προμηθευτή, επιτυγχάνουν την βελτιστοποίηση των κερδών τόσο των προμηθευτών όσο και του πωλητή.

Είναι απαραίτητο να αναφερθούν και μελέτες που έχουν δημιουργηθεί για την παράμετρο της ελάχιστης παραγγελίας (minimum order). Την επιρροή αυτής έχουν μελετήσει οι Irena Okhrin και Knut Richter [11]. Αυτοί δημιούργησαν ένα μοντέλο το οποίο για την μεταβολή του κέρδους, δεν λαμβάνει ως παράμετρο το κόστος αλλά την ελάχιστη παραγγελία. Έτσι μέσω της σύγκρισης με άλλους αλγορίθμους κατέληξαν στην αποδοτικότητα αυτής. Η περίπτωση της συμπερίληψης του κόστους παρουσιάστηκε από τους Bertrand Helion, Fabien Mangione και Bernand Penz [12] οι οποίοι μελέτησαν δύο διαφορετικούς μηχανισμούς (“turn-and-earn allocation” και “fixed allocation”) και κατέληξαν ότι αύξηση του κέρδους έχει μόνο ο προμηθευτής.

Μία ακόμα παραλλαγή του προβλήματος μελετήθηκε από τον Giri [14] ο οποίος εξέτασε ένα μοντέλο αποθέματος (μίας περιόδου) κατά το οποίο ένα προϊόν ο λιανοπωλητής μπορεί να το προμηθευτεί από δύο διαφορετικούς προμηθευτές. Ο κύριος προμηθευτής είναι φθηνότερος αλλά αναξιόπιστος, ενώ ο δεύτερος είναι απολύτως αξιόπιστος αλλά ταυτόχρονα πιο ακριβός από τον πρώτο. Η διαθεσιμότητα του αξιόπιστου προμηθευτή είναι σταθερή και ο λιανοπωλητής δεν μπορεί να παραγγείλει περισσότερο από την ποσότητα που έχει δεσμευτεί εκ των

προτέρων. Μελετάται το πρόβλημα, στο πλαίσιο ενός λιανοπωλητή που αποστρέφεται τον κίνδυνο και πρέπει να προσδιορίσει τη βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας από τον κύριο προμηθευτή καθώς και τη βέλτιστη δεσμευμένη ποσότητα από τον δεύτερο προμηθευτή. Μέσω αριθμητικών πειραμάτων οι στρατηγικές διπλής προμήθειας που προέκυψαν διαφέρουν από αυτές που λαμβάνονται στην ανάλυση ουδέτερου κινδύνου. Επίσης, στο πλαίσιο της εν λόγω έρευνας, εξετάστηκε η ευαισθησία ορισμένων παραμέτρων του μοντέλου στις βέλτιστες αποφάσεις.

Ένα παρόμοιο πρόβλημα ανέλυσαν και οι Ganesan, Tyworth, Guo [13] οι οποίοι μέσω της χρήσης ενός μαθηματικού μοντέλου και μέσω διαγραμμάτων οδηγήθηκαν στην πιο σωστή επιλογή προμηθευτή. Σύμφωνα με αυτούς συμφέρει η χρήση του αναξιόπιστου καθώς αν και έχει πιο μεγάλα κόστη μεταφοράς, παρέχει έκπτωση. Έτσι μέσω της χρήσης διαγραμμάτων το μέγιστο κέρδος που προκύπτει καθορίζεται από την διάσπαση των παραγγελιών από τον εκάστοτε προμηθευτή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. Μαθηματικό Μοντέλο

Το συγκεκριμένο πρόβλημα το οποίο μελετάται αφορά μία εφοδιαστική αλυσίδα που αποτελείται από έναν πωλητή και από δύο προμηθευτές, έναν κύριο και έναν εφεδρικό. Σε αρχικό στάδιο ο πωλητής για να καλύψει την ζήτηση παραγγέλλει μία ποσότητα προϊόντων από τον κύριο προμηθευτή. Όμως επειδή αυτός είναι αναξιόπιστος, με αποτέλεσμα σε κάποιες περιπτώσεις να μην του καλύπτει ολόκληρη την ζήτηση, απευθύνεται σε έναν πιο ακριβό αλλά αξιόπιστο εφεδρικό προμηθευτή. Ο προμηθευτής αυτός μπορεί και επιτρέπει την προ κράτηση των προϊόντων με ένα μικρό κόστος ανά τεμάχιο που καθορίζεται από τον ίδιο. Επιπλέον σε περίπτωση που ο πωλητής χρειαστεί επιπλέον αγορά προϊόντων, ο εφεδρικός μπορεί να το υποστηρίξει. Ωστόσο για να γίνει αυτό, ο πωλητής θα πρέπει να πραγματοποιήσει μία αγορά ίση ή μεγαλύτερη από μία προκαθορισμένη από τον εφεδρικό ποσότητα τεμαχίων. Αυτή η ποσότητα είναι η ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας και κοστολογείται παραπάνω από τα τεμάχια κράτησης. Τέλος αν ο συνδυασμός των τεμαχίων που αγοράστηκαν καταφέρει να ξεπεράσει την ζήτηση, τα εναπομείναντα τεμάχια μπορούν να πωληθούν σε μία αισθητά πιο χαμηλή τιμή προκειμένου το κόστος για τον πωλητή να μην είναι μεγάλο. Επομένως μετά την παράδοση από τον εφεδρικό προμηθευτή, αν και εφόσον χρειαστεί, ικανοποιείται η ζήτηση.

Λαμβάνοντας υπόψιν τα προηγούμενα δεδομένα σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να δημιουργηθεί το κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο. Μέσα από το μοντέλο και την μορφοποίησή του στο λογισμικό Matlab, δίνεται η δυνατότητα να βρεθεί η βέλτιστη ποσότητα που μπορεί να κρατήσει ο δεύτερος προμηθευτής με σκοπό να βελτιστοποιηθεί το κέρδος.

2.1 Ορισμός παραμέτρων και μεταβλητών

Παρακάτω παρουσιάζονται οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόβλημα:

$P(R)$: Είναι η συνάρτηση κέρδους του προβλήματος που αργότερα βελτιστοποιείται

R : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή.

M : Ελάχιστη παραγγελία.

d : Ζήτηση προϊόντων.

r : τιμή πώλησης προϊόντος.

w_r : κόστος κράτησης προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή.

w1: Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή.

w2: Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή.

w3: Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή, το οποίο αφορά προϊόντα που θα αγορασθούν στην περίπτωση που χρειαστούν επιπλέον των προϊόντων για τα οποία έγινε κράτηση.

h: Είναι η τιμή που πωλείται το περίσσευμα με $h < w_3$

f(x): Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της χωρητικότητας (capacity).

mu: Μέση τιμή.

sigma: Τυπική απόκλιση.

2.2 Μοντελοποίηση αντικειμενικής συνάρτησης

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστεί η διαδικασία κατά την οποία επιτεύχθηκε η μοντελοποίηση του προβλήματος.

Αρχίζοντας να κατανοούμε την μαθηματική φύση του προβλήματος γίνεται αντιληπτός ο παρακάτω περιορισμός. Ο συγκεκριμένος περιορισμός θα πρέπει να τηρείται σε κάθε προσπάθεια του χρήστη να μεταβάλλει τις τιμές των σταθερών.

$$h < w_1 < w_2 + w_r < w_3 < r$$

Σκοπός της μοντελοποίησης του προβλήματος είναι να βρεθεί η τιμή της ποσότητας κράτησης των προϊόντων από τον εφεδρικό προμηθευτή (R) για την οποία μεγιστοποιείται το κέρδος. Το μαθηματικό μοντέλο χωρίζεται σε 3 συναρτήσεις οι οποίες αλλάζουν ανάλογα με κάποιους περιορισμούς. Οι περιορισμοί καθώς και το μέγιστο κέρδος ορίζονται παρακάτω.

Ως μέγιστο κέρδος έχουμε το P_i όπου $i=1,2,3$ ανάλογα με την κάθε περίπτωση.

1^η περίπτωση: Όταν η ποσότητα της κράτησης είναι τόσο μικρή που η παραγγελία είναι μεγαλύτερη από την ελάχιστη παραγγελία ($R+M \leq d$). Τότε το μέγιστο κέρδος είναι το εξής.

$$\begin{aligned}
P1 = & \int_0^{d-R-M} (-w1 * x - w2 * R - w3 * (d - x - R) + r * d) * f(x) \\
& + \int_{d-R-((w3-h)*\frac{M}{r-h})}^{d-R-M} (-w1 * x - w2 * R - w3 * M + h \\
& * (x + R + M - d) + r * d) * f(x) \\
& + \int_{d-R}^{d-R} (-w1 * x - w2 * R + r(x + R)) * f(x) \\
& + \int_{d-R-((w3-h)*\frac{M}{r-h})}^d (-w1 * x - w2 * (d - x) + r * d) * f(x) \\
& + \int_{d-R}^{\infty} (-w1 * d + r * d) * f(x)
\end{aligned}$$

Στην συνέχεια παρουσιάζεται το πως προέκυψε αυτή η συνάρτηση
Το πρώτο ολοκλήρωμα από 0 έως d-R-M αφορά μία περίπτωση στην οποία για να καλυφθεί η ζήτηση πρέπει να αγορασθούν όλα τα κρατημένα προϊόντα από τον εφεδρικό προμηθευτή καθώς επίσης και μία επιπλέον ποσότητα που μπορεί να παρέχει ο ίδιος μεγαλύτερη από την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας. Η συνάρτηση μέσα στο ολοκλήρωμα αφορά τα κέρδη και τα κόστη. Η απώλεια απαρτίζεται από το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή ($w1 * x$), το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή ($w2 * R$) και το κόστος αγοράς των επιπρόσθετων προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή ($w3 * (d - x - R)$), ενώ το κέρδος από την πώληση των προϊόντων ($r * d$), και τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ($f(x)$).

Το δεύτερο ολοκλήρωμα από d-R-M έως d-R- $((w3-h)*M/(r-h))$ γίνεται όταν το άθροισμα των προϊόντων του πρώτου προμηθευτή, των προϊόντων που κρατήθηκαν και των προϊόντων της ελάχιστης παραγγελίας είναι μεγαλύτερα η ίσα με την ζήτηση. Εδώ υπολογίζεται η απώλεια από το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή ($w1 * x$), το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή ($w2 * R$), ενώ το κέρδος από την πώληση των προϊόντων ($r * d$), την πώληση των υπολοίπων προϊόντων που κρατήθηκαν με μειωμένη τιμή ($h * (x + R + M - d)$) και τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ($f(x)$).

Το τρίτο ολοκλήρωμα από d-R- $((w3-h)*M/(r-h))$ έως d-R αφορά μία περίπτωση στην οποία δεν έχει προκύψει η ανάγκη για αγορά επιπλέον προϊόντων από την ελάχιστη παραγγελία. Εδώ υπολογίζεται η απώλεια από το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή ($w1 * x$) και την αγορά των προϊόντων που κρατήθηκαν από τον εφεδρικό προμηθευτή ($w2 * R$), το κέρδος από την πώληση των προϊόντων ($r * (x + R)$) και τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ($f(x)$).

Το τέταρτο ολοκλήρωμα από $d-R$ έως d αφορά μία περίπτωση που η ποσότητα των προϊόντων είναι μικρότερη από την ζήτηση, ταυτόχρονα όμως είναι μεγαλύτερη ή ίση με την ζήτηση αν αγορασθούν κάποια ή όλα τα προϊόντα που έχουν κρατηθεί από τον εφεδρικό. Εδώ υπολογίζεται η απώλεια από το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή ($w_1 * x$), το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή ($w_2 * (d-x)$), ενώ το κέρδος από την πώληση των προϊόντων ($r * d$) και τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ($f(x)$).

Το πέμπτο ολοκλήρωμα από d έως άπειρο αφορά την περίπτωση όπου τα προϊόντα που παρέχει ο πρώτος προμηθευτής είναι αρκετά και δεν υπάρχει η ανάγκη χρήσης του εφεδρικού. Εδώ υπολογίζεται η απώλεια από το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή ($w_1 * d$) και το κέρδος από την πώληση των προϊόντων ($r * d$) με τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ($f(x)$).

2^η περίπτωση: Ο δεύτερος περιορισμός είναι ο $(R + ((w_3 - h) * M) / (r - h)) < d < R + M$. Σε αυτόν ο αγοραστής επιλέγει να τοποθετήσει μία έκτακτη παραγγελία της M στον εφεδρικό προμηθευτή. Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε το παρακάτω μέγιστο κέρδος.

$$\begin{aligned}
 P2 = & \int_0^{d-R-((w_3-h)*\frac{M}{r-h})} (-w_1 * x - w_2 * R - w_3 * M + h * (x + R + M - d) + r * d) * f(x) \\
 & + \int_{d-R}^{d-R-((w_3-h)*\frac{M}{r-h})} (-w_1 * x - w_2 * R + r(x + R)) * f(x) \\
 & + \int_{d-R}^d (-w_1 * x - w_2 * (d - x) + r * d) * f(x) \\
 & + \int_d^{\infty} (-w_1 * d + r * d) * f(x)
 \end{aligned}$$

3^η περίπτωση: Όταν ισχύει $(R + ((w_3 - h) * M) / (r - h)) > d$. Εδώ η ποσότητα της κράτησης είναι τόσο μεγάλη όπου ο αγοραστής δεν θα τοποθετήσει κάποια επείγουσα παραγγελία.

$$\begin{aligned}
P3 = & \int_0^{d-R} (-w1 * x - w2 * R + r(x + R)) * f(x) \\
& + \int_{d-R}^d (-w1 * x - w2 * (d - x) + r * d) * f(x) \\
& + \int_d^{d-R} (-w1 * d + r * d) * f(x)
\end{aligned}$$

Οι τρεις αυτές περιπτώσεις μας δίνουν τρεις τιμές μέγιστου κέρδους (P1, P2, P3 αντίστοιχα) όπου ανάλογα με τον περιορισμό επιλέγεται μία από αυτές που θα χρησιμοποιηθεί στην τελική τιμή του μέγιστου κέρδους P.

Η τελική τιμή του κέρδους διαμορφώνεται ως εξής: $P = P(i) - wr * R$

Συνολικά, το άθροισμα αυτών των ολοκληρωμάτων παριστάνει τη συνάρτηση κέρδους (P) του προβλήματος, όπου αξιολογούμε το κέρδος ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής R. Ο εφεδρικός προμηθευτής έχει την δυνατότητα να κρατήσει τα προϊόντα με ένα μικρό κόστος το οποίο επιβαρύνει τον πωλητή ($wr * R$). Έτσι, η συνάρτηση P(R) υπολογίζει το συνολικό κέρδος που μπορεί να επιτευχθεί με μια συγκεκριμένη τιμή του R.

2.3 Επιλογή τιμών των Σταθερών Παραμέτρων

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιαστούν οι σταθερές τιμές οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για την μελέτη του προβλήματος της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Αρχικά οι τιμές επιλέχθηκαν με βάση τον περιορισμό που διατυπώθηκε στο κεφάλαιο 3.2. Στην συνέχεια μέσω της δοκιμής και σφάλματος καταλήξαμε στις τιμές που παρουσιάζονται παρακάτω. Το πως επηρεάζει η κάθε τιμή τα διαγράμματα του P και του R θα αναλυθεί σε παρακάτω κεφάλαιο.

M=120

d=500

r=100

wr=2

w1=40

w2=43

w3=60

h=30

2.4 Υποθέσεις Μοντελοποίησης και Βελτιστοποίησης

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν στοιχεία και μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν για να επιτευχθεί ο κώδικας βελτιστοποίησης. Σε αρχικό στάδιο, μέσω της εντολής `input` δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη να επιλέξει τις σταθερές τιμές των παραμέτρων που θέλει. Στην συνέχεια για να βρεθεί ο βέλτιστος τρόπος μεγιστοποίησης του κέρδους πρέπει να πραγματοποιηθεί μία επαναληπτική ευρετική διαδικασία. Αυτή θα χρησιμοποιεί τις τιμές που έδωσε ο χρήστης σαν `input` και μέσω της συνάρτησης του $P(R)$ θα δίνει τον συνδυασμό που θα παρέχει το βέλτιστο αποτέλεσμα. Μετά από αναζήτηση στην βιβλιοθήκη του MATLAB προέκυψε ότι ο πιο αποτελεσματικός τρόπος για την ευκολία του χρήστη είναι μέσω της εντολής `patternsearch`. Μέσω αυτής της εντολής ο αλγόριθμος ψάχνει τον εφικτό χώρο για την ελαχιστοποίηση ή την μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό επιτυγχάνεται δημιουργώντας και αξιολογώντας μία σειρά από σημεία στον εφικτό χώρο. Έτσι σε κάθε επανάληψη γίνεται η προσπάθεια να βελτιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση και έτσι επιλέγεται το σημείο που θα δώσει το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Στην συνέχεια απαιτείται και η εισαγωγή του `options`. Αυτή η εντολή δίνει την δυνατότητα να τροποποιηθεί η συμπεριφορά του αλγόριθμου. Αυτή η τροποποίηση πραγματοποιείται προσδιορίζοντας την ανοχή, το μέγιστο πλήθος των επαναλήψεων, το αρχικό μέγεθος των βημάτων καθώς επίσης και το σημείο εκκίνησης και τερματισμού της επαναληπτικής διαδικασίας. Αυτά τα στοιχεία είναι απαραίτητα για το πρόβλημα που μελετήθηκε.

Ύστερα από την ανάλυση των επιλογών (`options`) , πρέπει να γίνει και η επιλογή της αρχικής τιμής της μεταβλητής βελτιστοποίησης (Rst) . Η συγκεκριμένη τιμή δεν έχει μεγάλη σημασία καθώς τα πειράματα που γίνονται βασίζονται στις μεταβολές των σταθερών παραμέτρων . Ωστόσο η ενασχόληση με την αρχική τιμή γίνεται διότι όσο πιο κοντά βρίσκεται στο βέλτιστο σημείο τόσο πιο λίγες επαναλήψεις θα υπάρχουν. Η αρχική τιμή είναι $Rst=100$.

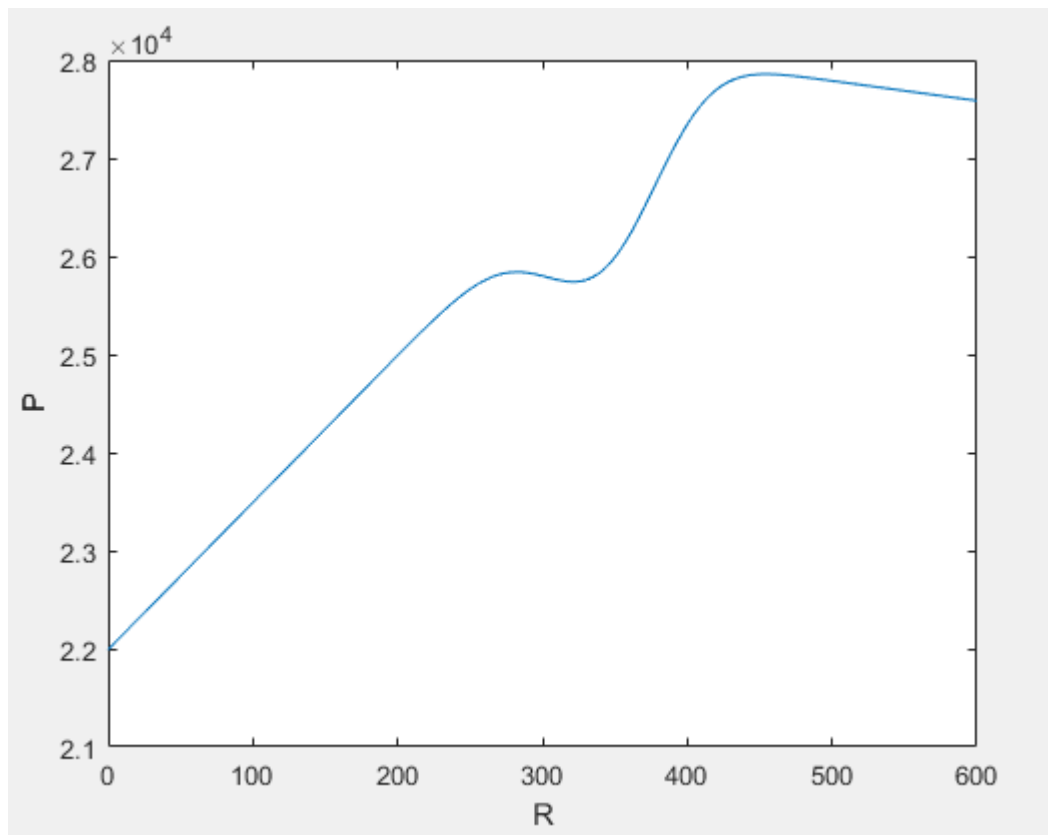
3. Case Studies

Το παρών κεφάλαιο αφορά το τελευταίο στάδιο του προβλήματος που μελετάται. Μέσα σε αυτό παρουσιάζεται ο τρόπος συμπεριφοράς του μοντέλου μέσω κάποιων πειραμάτων (case studies) που πραγματοποιήθηκαν. Αυτά τα πειράματα αποτελούνται από κάποιες βελτιστοποιήσεις, οι οποίες επικεντρώνονται στην μεταβολή μίας μόνο παραμέτρου και διατηρώντας τις υπόλοιπες σταθερές για όλες τις δοκιμές του case study. Μέσω αυτής της διαδικασίας εντοπίζεται η δυναμική της συγκεκριμένης παραμέτρου. Η επιλογή αυτών των παραμέτρων γίνεται με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί σε προηγούμενα κεφάλαια. Μέσω αυτών των δοκιμών δημιουργείται ένα γράφημα το οποίο παρέχει κάποια σημαντικά συμπεράσματα.

Τα case studies χωρίζονται σε δύο υποκατηγορίες. Στην πρώτη (Κεφάλαιο 3.1) παρέχεται το διάγραμμα R-P στο οποίο μεταβάλλεται το R και μέσω αυτού ελέγχεται αν υπάρχει διπλό ολικό μέγιστο. Στην δεύτερη χρησιμοποιείται ο αρχικός κώδικας και μεταβάλλοντας μία σταθερά κρατώντας τις άλλες αμετάβλητες, προκύπτουν δύο διαγράμματα (σταθερά-R, σταθερά-P).

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι για την πρώτη υποκατηγορία το διάγραμμα που προέκυψε υλοποιήθηκε μέσω κώδικα στο MATLAB. Στο παράρτημα 2 βρίσκεται ο κώδικας για την περίπτωση που το R είναι μεταβαλλόμενο και οι μεταβλητές είναι σταθερές. Για την δεύτερη κατηγορία χρησιμοποιήθηκε ο αρχικός κώδικας του οποίου τα αποτελέσματα τοποθετήθηκαν στο Excel και έτσι δημιουργήθηκαν τα γραφήματα.

3.1. Case Study 1 – Μεταβολή του R



1.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-P

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για το συγκεκριμένο διάγραμμα βρίσκεται στο Παράρτημα 2.

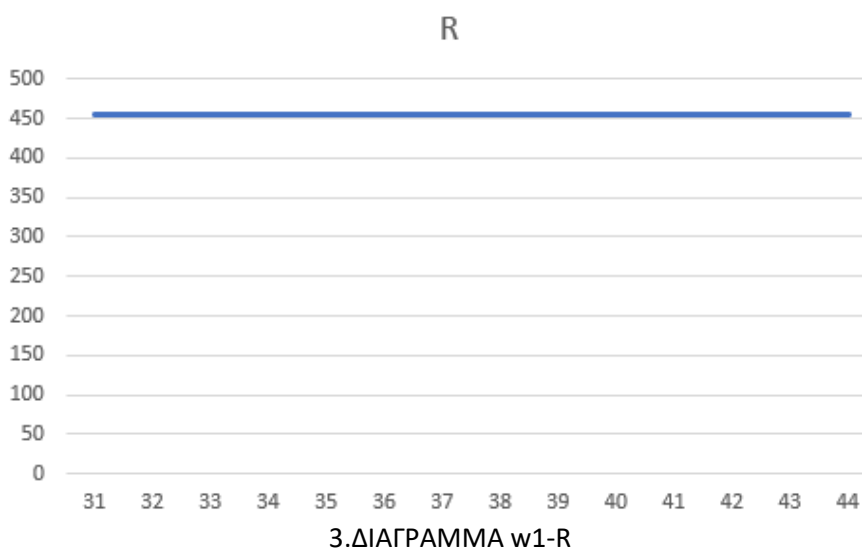
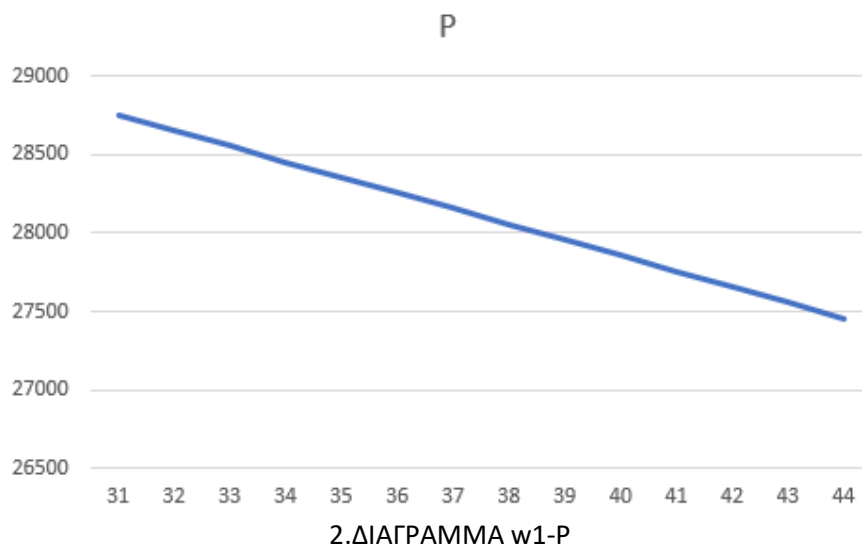
Οι τιμές των σταθερών είναι: $M=120$, $r=100$, $w_1=40$, $w_2=43$, $w_3=60$, $h=30$, $w_r=2$.

Η μεταβολή του R έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς δεν εντοπίζονται δύο ολικά μέγιστα που ήταν και ο λόγος που υπήρχε η ανάγκη του συγκεκριμένου γραφήματος, ωστόσο παρατηρείται η παρουσία δύο τοπικών μεγίστων. Η ύπαρξη αυτών μπορεί να δημιουργήσει πρόβλημα στην δημιουργία γραφημάτων, καθώς για κάποια τιμή σταθεράς μπορεί να δοθεί σαν βέλτιστο αποτέλεσμα το μικρότερο τοπικό μέγιστο οπότε να χρειαστεί να δοθεί διαφορετική τιμή εκκίνησης R_{st} . Κάτι τέτοιο εντοπίζεται στο κεφάλαιο 3.2.6 και εκεί παρουσιάζεται ο τρόπος που επιλύθηκε.

3.2 Case Study – Μεταβολή του P και R με μεταβαλλόμενες σταθερές

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα διαγράμματα του P και R όταν μεταβάλλεται μία μόνο σταθερά ενώ οι υπόλοιπες παραμένουν σταθερές . Μετά από κάθε διάγραμμα διατυπώνονται και τα συμπεράσματα που προέκυψαν.

3.2.1 Case Study 2 – Μεταβολή του w_1

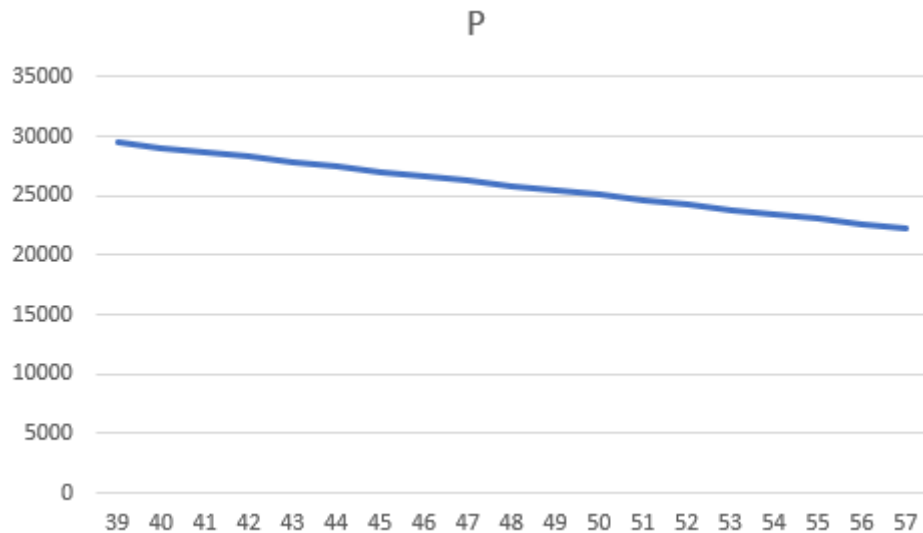


Με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο οι τιμές που μπορεί να πάρει το w_1 είναι : $30 < w_1 < 45$

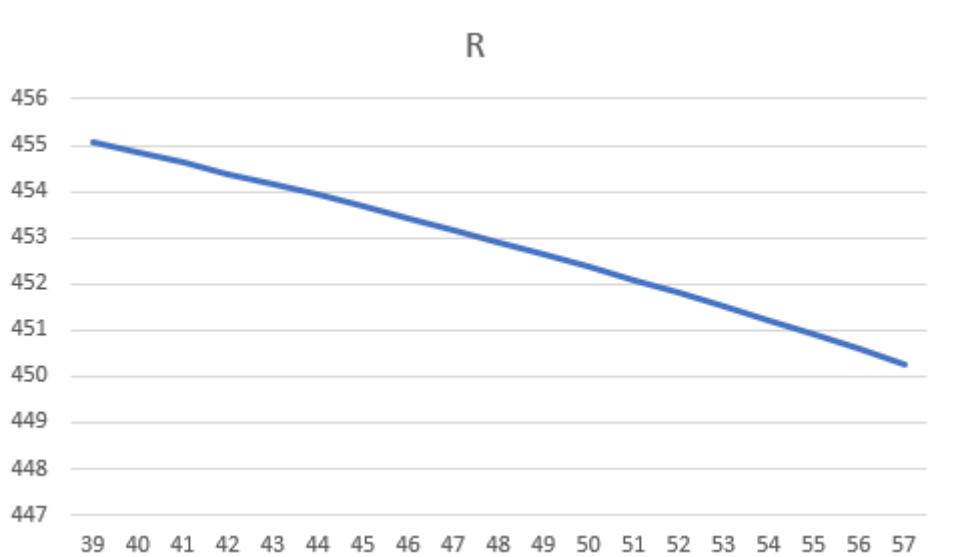
Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

- Όσο αυξάνεται το w_1 τόσο μειώνεται το P και η μείωση του είναι γραμμική.
- Το R παραμένει σταθερό όσο και αν αυξηθεί το w_1 .

3.2.2 Case Study 3 – Μεταβολή του w_2



4.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ w_2 -P



5.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ w_2 -R

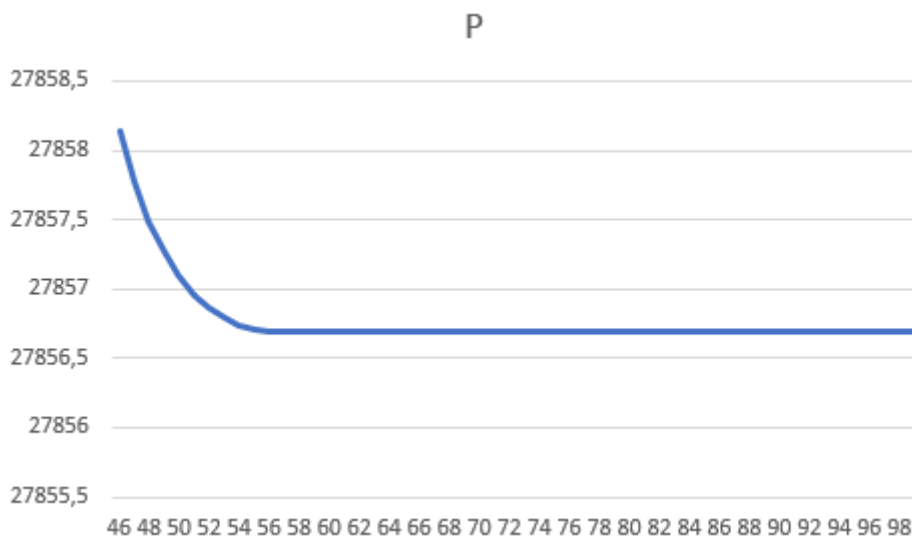
Με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο οι τιμές που μπορεί να πάρει το w_2 είναι : $38 < w_2 < 58$.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

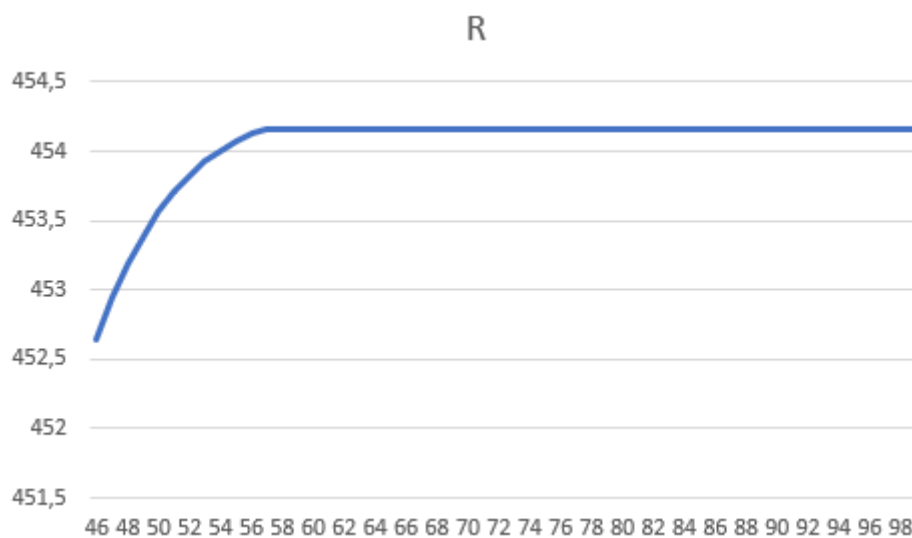
- Όσο αυξάνεται το w_2 τόσο μειώνεται το P και η μείωση του είναι γραμμική.

- Η αύξηση του w_2 προκαλεί την μείωση του R .

3.2.3 Case Study 4 – Μεταβολή του w_3



6.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ w_3 -P



7.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ w_3 -R

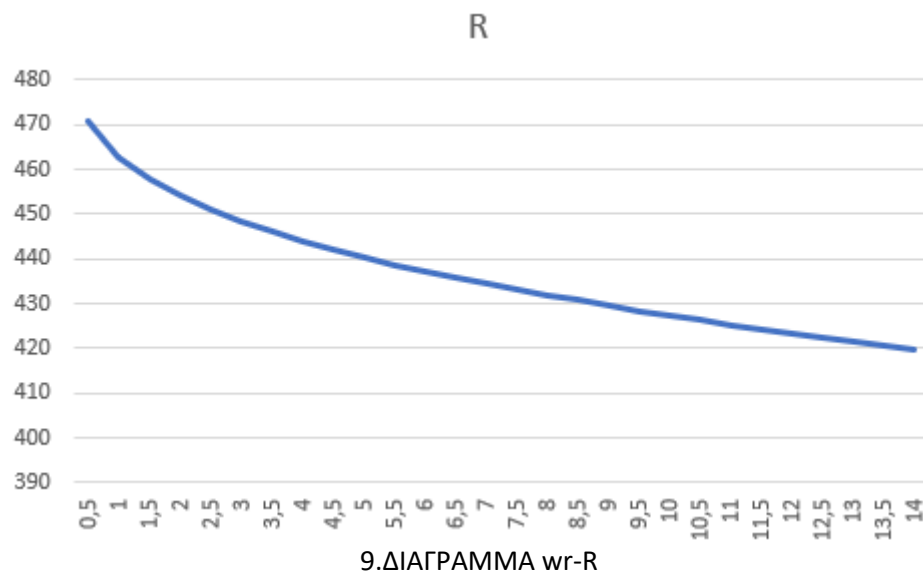
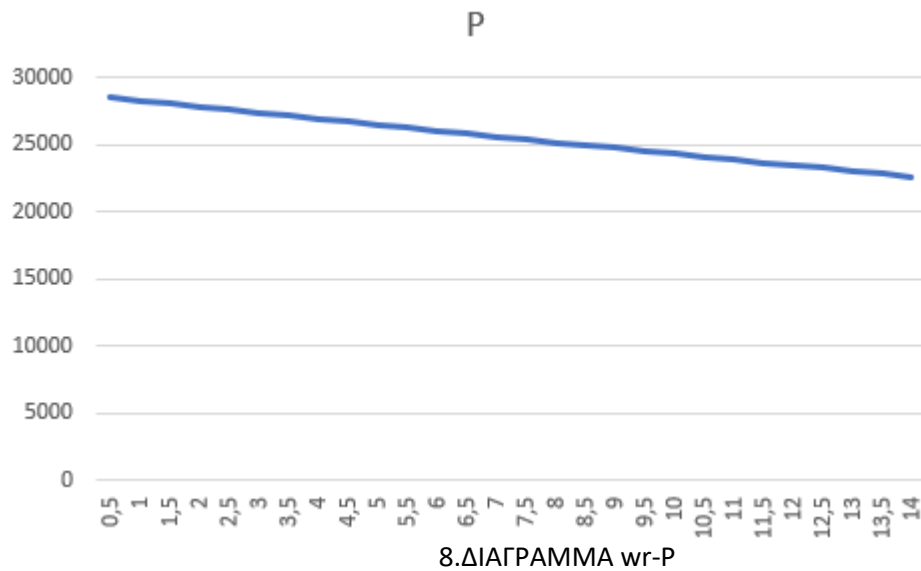
Με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο οι τιμές που μπορεί να πάρει το w_3 είναι : $45 < w_3 < 100$.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

- Όσο αυξάνεται το w_3 τόσο μειώνεται το P μέχρι να φτάσει σε ένα σημείο όπου παραμένει σταθερό.

- Αντιθέτως με την αύξηση του w_3 το R αυξάνεται μέχρι να φτάσει στο σημείο που παραμένει σταθερό.

3.2.4 Case Study 5 – Μεταβολή του w_r

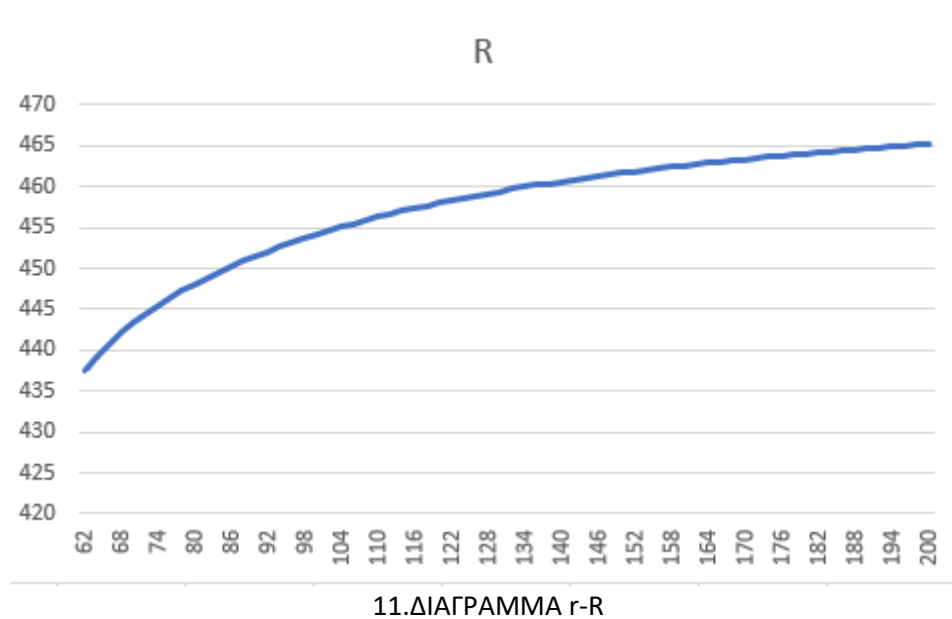
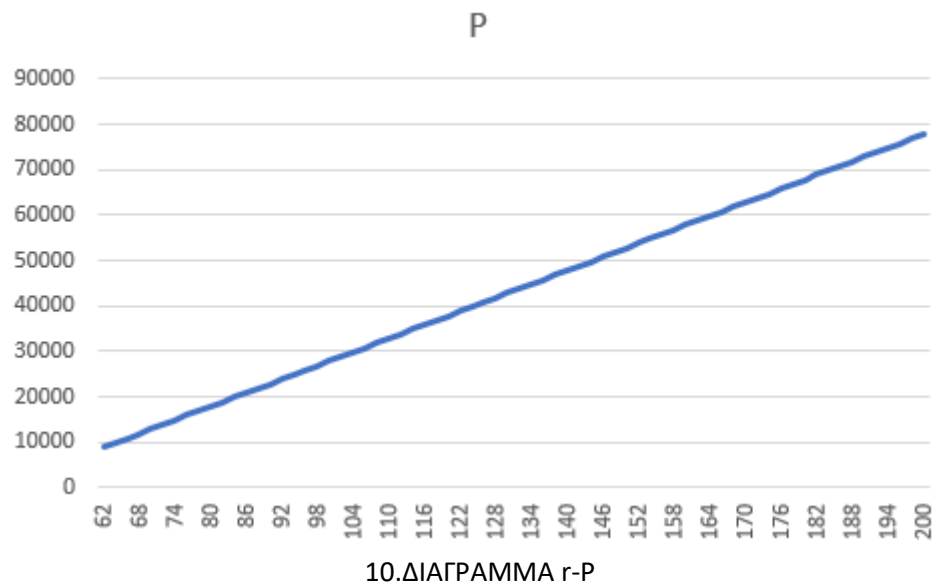


Με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο οι τιμές που μπορεί να πάρει το w_r είναι : $0 < w_r < 14$.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

- Όσο αυξάνεται το w_r τόσο μειώνεται γραμμικά το P .
- Με την αύξηση του w_r έχουμε και την μείωση του R .

3.2.5 Case Study 6 – Μεταβολή του r

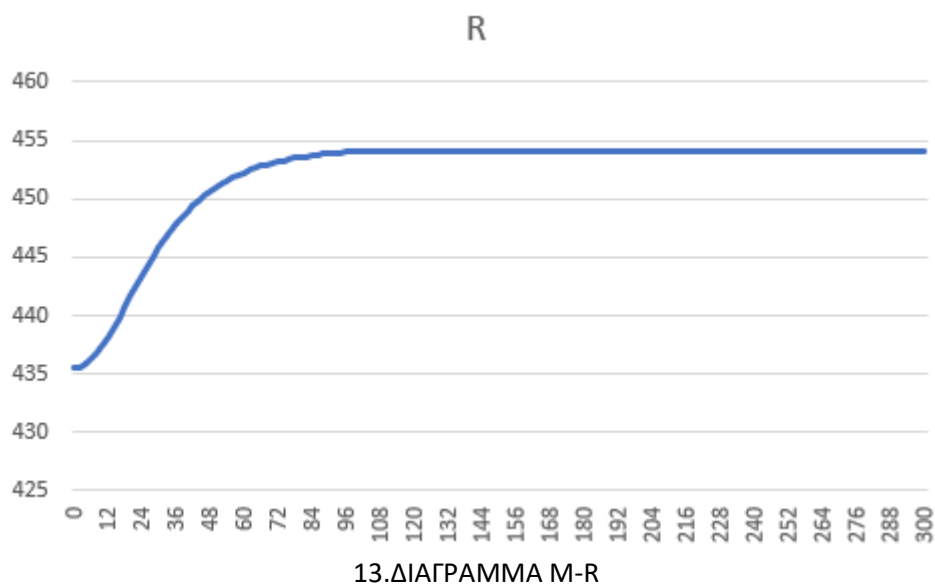
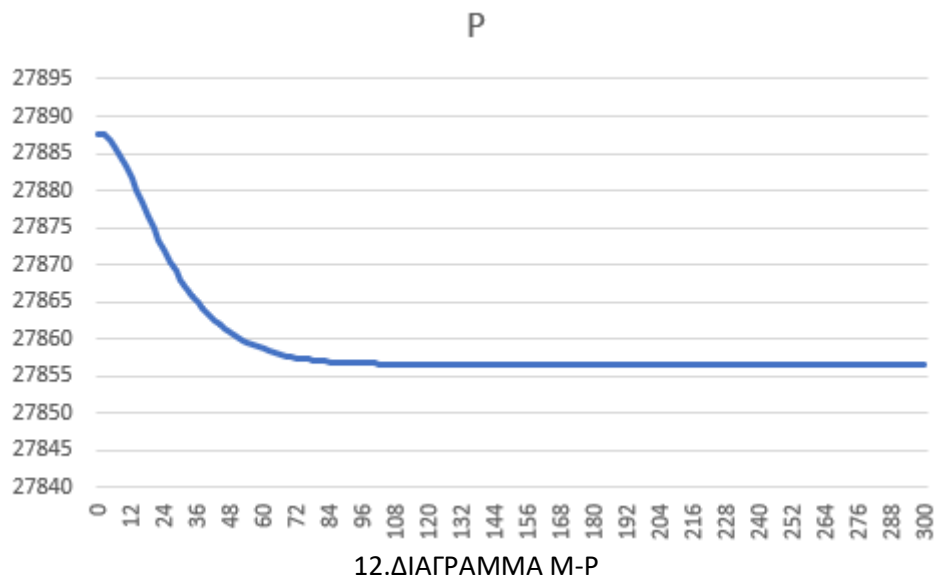


Με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο οι τιμές που μπορεί να πάρει το r είναι : $100 < r$.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

- Όσο αυξάνεται το r τόσο αυξάνεται γραμμικά το P .
- Με την αύξηση του r έχουμε και την αύξηση του R .

3.2.6 Case Study 7 – Μεταβολή του M



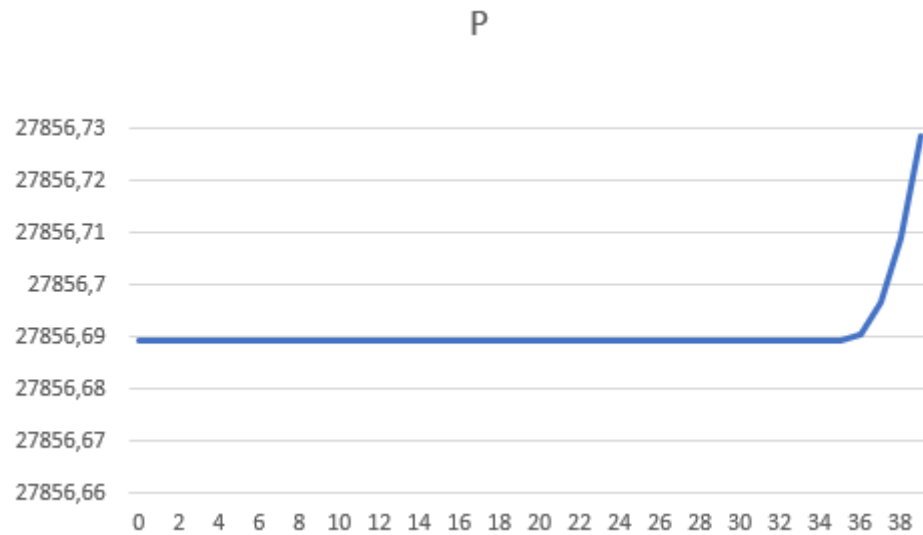
Εδώ εμφανίστηκε το πρόβλημα που αναφέραμε σε προηγούμενο κεφάλαιο φτιάχνοντας το διάγραμμα του M. Δηλαδή βάζοντας σαν τιμή εκκίνησης του $R_{st}=100$ από μία τιμή και μετά μας έπαιρνε σαν μέγιστο το πιο χαμηλό τοπικό μέγιστο. Αυτό διορθώθηκε βάζοντας σαν τιμή εκκίνησης το $R_{st}>180$ και έτσι έγινε εφικτό να βγουν τα σωστά αποτελέσματα για τα διαγράμματα του M.

Έτσι τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

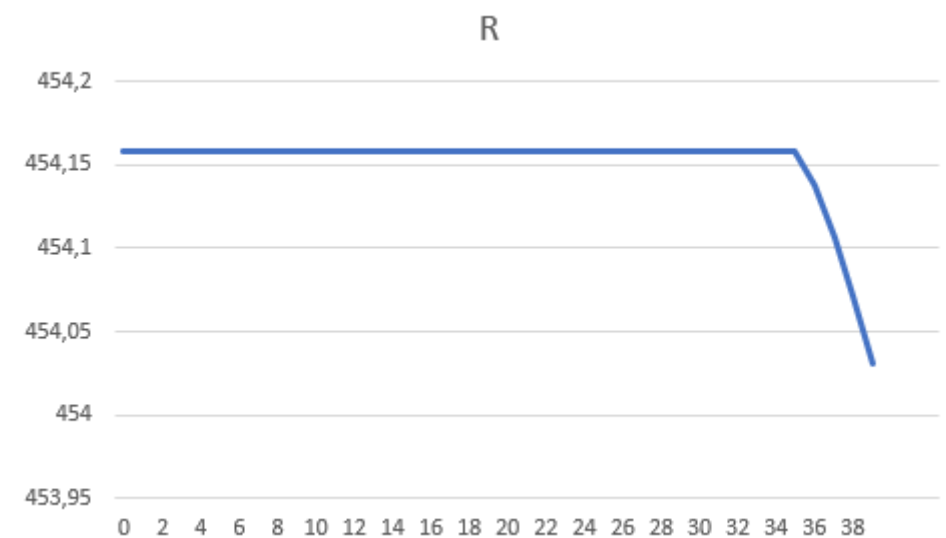
- Όσο αυξάνεται το M τόσο μειώνεται το P μέχρι να φτάσει σε μια σταθερά τιμή.

- Αντιθέτως όσο αυξάνεται το M τόσο αυξάνεται το R μέχρι να φτάσει σε μία σταθερά τιμή.

3.2.7 Case Study 8 – Μεταβολή του h



14.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ h-P



15.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ h-R

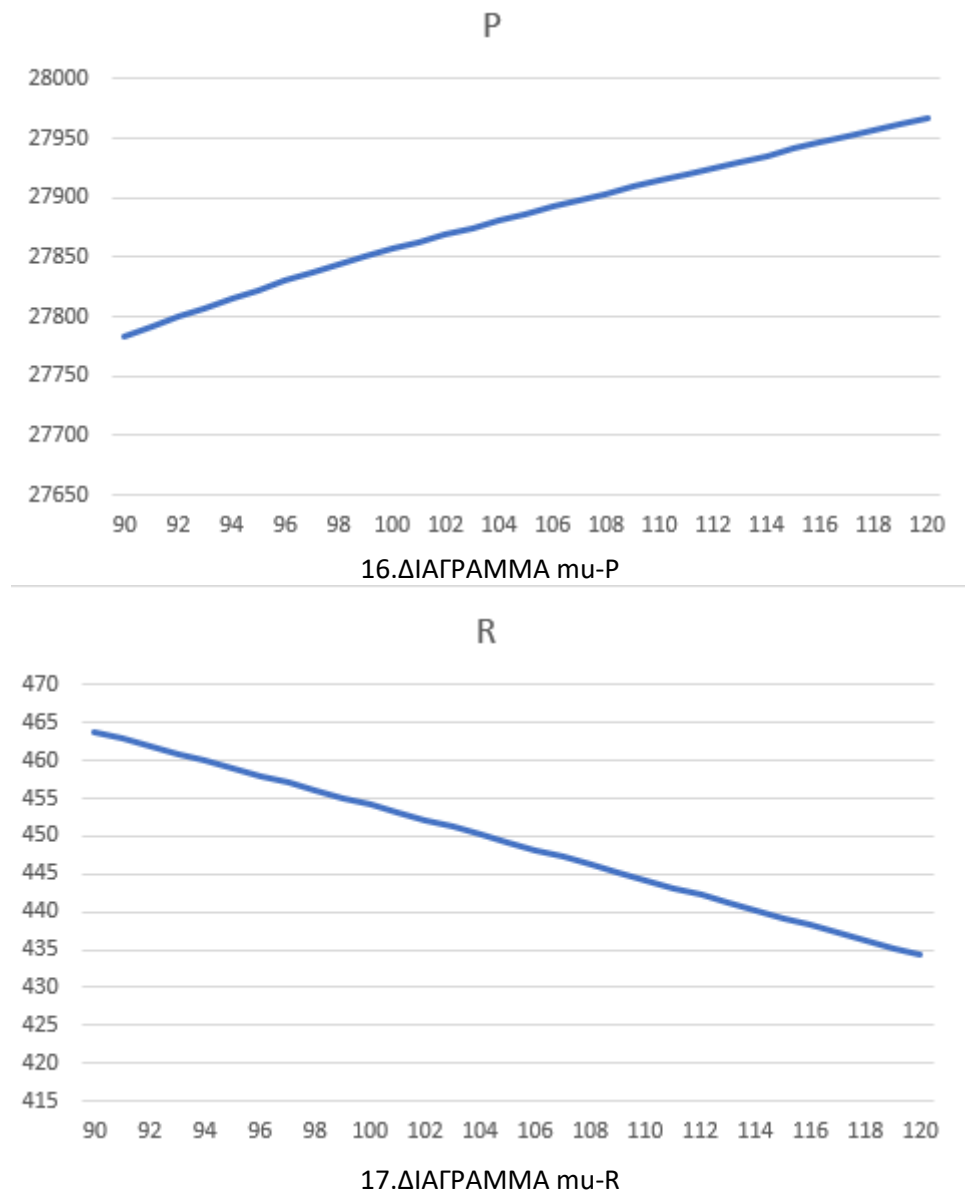
Με βάση τους περιορισμούς που έχουν τεθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο οι τιμές που μπορεί να πάρει το h είναι : $h < 40$

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

- Όσο αυξάνεται το h το P παραμένει σταθερό μέχρι να φτάσει σε μία τιμή όπου αρχίζει να αυξάνεται.

- Όσο αυξάνεται το h το R παραμένει σταθερό μέχρι να φτάσει σε μία τιμή όπου αρχίζει να μειώνεται.

3.2.8 Case Study 9 – Μεταβολή του μ

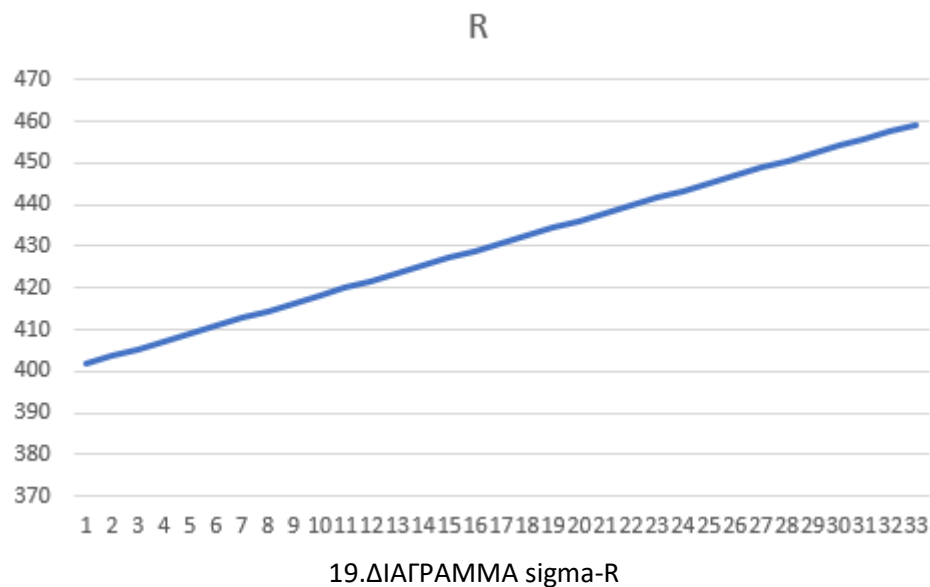
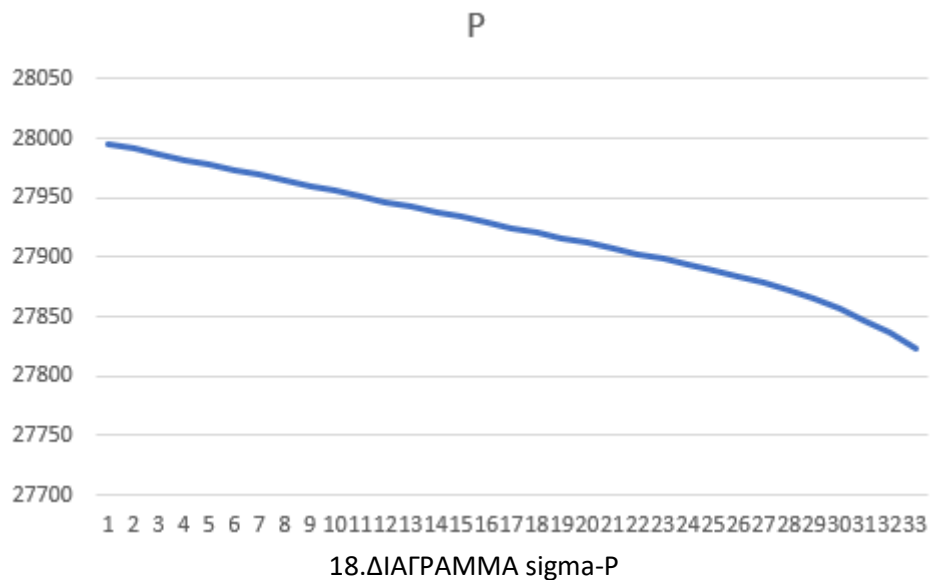


Η σχέση που δείχνει το μ και το σ είναι $\mu > 3 \cdot \sigma$. Για αυτόν τον λόγο $\mu > 90$ καθώς $\sigma = 30$

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

- Όσο αυξάνεται το μ τόσο αυξάνεται το P.
- Όσο αυξάνεται το μ τόσο μειώνεται γραμμικά το R.

3.2.9 Case Study 10 – Μεταβολή του sigma



Η σχέση που δείχνει το μ και το sigma είναι $\mu > 3 * \sigma$. Για αυτόν τον λόγο $\sigma < 33$ καθώς $\mu = 100$

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά τα δύο διαγράμματα είναι τα εξής:

- Όσο αυξάνεται το σ τόσο μειώνεται το P .
- Όσο αυξάνεται το σ τόσο αυξάνεται γραμμικά το R .

Κεφάλαιο 4. Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ

Αυτή η ενότητα εξετάζει ένα πρόβλημα στο οποίο η ζήτηση ακολουθούν τυχαία κατανομή.

Το παρών κεφάλαιο χωρίζεται σε δύο ενότητες. Στην ενότητα 4.1, καθορίζονται οι μεταβλητές και οι παράμετροι που σχετίζονται με αυτό το πρόβλημα. Στην ενότητα 4.2, γίνεται η μοντελοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή της συνάρτησης που προσπαθούμε να βελτιστοποιήσουμε.

4.1 Ορισμός Παραμέτρων και Μεταβλητών του προβλήματος

Σε αυτήν την ενότητα θα αναφερθούν οι παράμετροι και οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται.

$P(Q, R)$: Όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα, είναι η συνάρτηση κέρδους του προβλήματος που αργότερα βελτιστοποιείται. Περιέχει πάλι τις εξής 2 μεταβλητές:

- Q : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που αγοράζεται από τον πρώτο προμηθευτή.
- R : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή.

Το συγκεκριμένο πρόβλημα περιέχει τις παρακάτω παραμέτρους:

c_1 : Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή.

c_2 : Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή

c_3 : Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή, το οποίο αφορά προϊόντα που θα αγορασθούν στην περίπτωση που χρειαστούν επιπλέον των προϊόντων, για τα οποία έγινε κράτηση.

c_r : Είναι το κόστος κράτησης ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή.

s : Τιμή πώλησης προϊόντων.

x : δυναμικότητα (capacity).

$f(x)$: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

h : Μειωμένη τιμή πώλησης προϊόντων.

cu : Κόστος μη πώλησης προϊόντων.

MOQ : Ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας.

Παρατηρείται ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα οι παράμετροι είναι ίδιοι με τις παραμέτρους των προηγούμενων κεφαλαίων. Ωστόσο προστέθηκαν τέσσερις ακόμα οι οποίες είναι:

u : Τυχαία ζήτηση προϊόντων.

$g(u)$: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

z : Είναι η ποσότητα των τεμαχίων που αγοράζεται από τον πρώτο προμηθευτή.

k : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή. Αυτές είναι οι μεταβλητές και οι παράμετροι που συμπεριλαμβάνονται στην μοντελοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης.

4.2 Μοντελοποίηση Αντικειμενικής Συνάρτησης

Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύεται η διαδικασία μοντελοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης.

Σε πρώτο σκέλος έχουμε την αφαίρεση προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή και το κόστος των προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή.

$$P(Q, R) = -c_1 * E(\min(Q, x)) - cr * R$$

Ενώ στην συνέχεια ορίζεται η συνάρτηση αναμενόμενου κέρδους της μορφής $L(z, k)$ και έτσι ολοκληρώνεται η μορφή της $P(Q, R)$

$$P(Q, R) = -c_1 * \int_a^b \min(Q, x) * f(x) dx - cr * R + \int_a^b [L(\min(Q, x), R)] * f(x) dx$$

Το επόμενο στάδιο που ακολουθήθηκε ήταν η μοντελοποίηση της συνάρτησης L η οποία χωρίζεται σε τμήματα για κάθε πιθανό ενδεχόμενο της ζήτησης. Το κάθε τμήμα αποτελείται από ένα ολοκλήρωμα όπου στο εσωτερικό του βρίσκεται η συνάρτηση πιθανούς κέρδους.

Ξεκινώντας μελετάται το πρώτο ολοκλήρωμα το οποίο έχει ως κάτω όριο την τιμή 0 και ως άνω όριο την ποσότητα προϊόντων που αγοράζεται από τον πρώτο προμηθευτή (z) και την συνάρτηση πιθανούς κέρδους. Σε αυτήν συμπεριλαμβάνεται η ποσότητα των προϊόντων που θα είναι ίσα με την ζήτηση και θα πωλούνται στην αρχική τιμή s , καθώς επίσης και η υπόλοιπη τιμή των προϊόντων που θα πωλούνται στην μειωμένη τιμή h. Επομένως η συνάρτηση L έχει την παρακάτω μορφή.

$$L(z, k) = \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du$$

Η επόμενη περίπτωση είναι η ποσότητα της ζήτησης να είναι μεγαλύτερη από την ποσότητα των προϊόντων (z), αλλά ταυτόχρονα να είναι μικρότερη από το άθροισμα της προηγούμενης ποσότητας με την ποσότητα των προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή. Επομένως το κάτω όριο είναι z και το άνω είναι z+k. Τα έσοδα είναι η πώληση όλης της ποσότητας των προϊόντων που αγοράστηκαν στην αρχική τιμή. Τα έξοδα είναι αγορά προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή, ποσότητας ίση με αυτήν που χρειάζεται , έτσι ώστε σε συνδυασμό με την αγορά των προϊόντων που κρατήθηκαν να καλύπτεται η ζήτηση.

Με βάση αυτή την περίπτωση καθώς και την προηγούμενη προκύπτει:

$$L(z, k) = \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du + \int_z^{z+k} [-c_2 * (u - z) + s * u] * g(u) du$$

Στην συνέχεια προστίθεται το τρίτο ολοκλήρωμα. Σε αυτήν την περίπτωση δεν επαρκούν οι ποσότητες των προϊόντων που αγοράστηκαν από τον πρώτο προμηθευτή με των προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο. Έτσι έχουμε δύο περιπτώσεις και για αυτόν τον λόγο το τρίτο ολοκλήρωμα σπάει σε δύο. Η πρώτη περίπτωση είναι να αγορασθούν παραπάνω προϊόντα με τίμημα την ύπαρξη ενός επιπλέον κόστους (cu) που αφορά την μη πώληση. Η δεύτερη περίπτωση είναι να αγορασθούν προϊόντα ίσα με την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (MOQ) και όποιο προϊόν ξεπεράσει την ζήτηση να πωληθεί σε μικρότερη τιμή (h). Έτσι αναλύονται και οι δύο περιπτώσεις και θεωρώντας αυτές ίσες, προκύπτει το όριο στο οποίο διαχωρίζονται.

Για την πρώτη περίπτωση τα έσοδα είναι η πώληση μιας ποσότητας που είναι ίση με την ζήτηση στην αρχική τιμή (s). τα έξοδα αφορούν την αγορά όλων των προϊόντων που κρατήθηκαν, καθώς επίσης και το κόστος μη πώλησης της ποσότητας των προϊόντων, που είναι η διαφορά της ζήτησης με τα προϊόντα που αγοράστηκαν από τον πρώτο προμηθευτή και τα προϊόντα που κρατήθηκαν (cu). Έτσι η εξίσωση που προκύπτει είναι η εξής :

$$[-c_2 * k + s * (z + k) - cu * (u - z - k)] * g(u)$$

Για την δεύτερη περίπτωση τα έσοδα που προκύπτουν είναι είναι η πώληση μιας ποσότητας που είναι ίση με την ζήτηση στην αρχική τιμή (s) και η πώληση μιας ποσότητας στην μειωμένη τιμή (h). Ενώ τα έξοδα είναι η αγορά μίας ποσότητας που κρατήθηκε και η αγορά μίας επιπλέον ποσότητας που είναι ίση με την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας σε τιμή (c3). Έτσι η εξίσωση που προκύπτει είναι η εξής :

$$[-c2 * k - c3 * MOQ + s * u + h * (z + k + MOQ - u)] * g(u)$$

Επομένως το κάτω και άνω όριο για την πρώτη εξίσωση είναι αντίστοιχα:

$$u \geq z + k$$

$$u \leq z + k + MOQ * \frac{c3 - h}{s + cu - h}$$

Ενώ για την δεύτερη εξίσωση:

$$u \geq z + k + MOQ * \frac{c3 - h}{s + cu - h}$$

$$u \leq z + k + MOQ$$

Έτσι η συνάρτηση παίρνει την μορφή:

$$\begin{aligned} L(z, k) = & \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du \\ & + \int_z^{z+k} [-c2 * (u - z) + s * u] * g(u) du \\ & + \int_{z+k}^{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}} [-c2 * k + s * (z + k) - cu * (u - z - k)] \\ & * g(u) du \\ & + \int_{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}}^{z+k+MOQ} [-c2 * k - c3 * MOQ + s * u + h * (z + k \\ & + MOQ - u)] * g(u) du \end{aligned}$$

Τέλος προστίθεται το πέμπτο και τελευταίο ολοκλήρωμα , στο οποίο ουσιαστικά για να καλυφθεί πλήρως η ζήτηση χρειάζεται η αγορά όλων των προϊόντων που κρατήθηκαν , της ποσότητας προϊόντων μεγαλύτερη από το MOQ και προϊόντων που αγοράστηκαν από τον πρώτο προμηθευτή. Άρα το άνω όριο είναι το άπειρο και το κάτω είναι:

$$u \geq z + k + MOQ$$

Στο εσωτερικό του ορίου περιλαμβάνονται τα έσοδα και τα έξοδα. Τα έσοδα αφορούν την αγορά των προϊόντων στην αρχική τιμή και τα έξοδα το κόστος αγοράς

των προϊόντων που κρατήθηκαν καθώς και την αυξημένη τιμή στο κόστος των προϊόντων.

Επομένως η τελική εξίσωση είναι:

$$\begin{aligned}
 L(z, k) = & \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du \\
 & + \int_z^{z+k} [-c2 * (u - z) + s * u] * g(u) du \\
 & + \int_{z+k}^{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}} [-c2 * k + s * (z + k) - cu * (u - z - k)] \\
 & * g(u) du \\
 & + \int_{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}}^{z+k+MOQ} [-c2 * k - c3 * MOQ + s * u + h * (z + k \\
 & + MOQ - u)] * g(u) du \\
 & + \int_{z+k+MOQ}^{\infty} [-c2 * k - c3 * (u - z - k) + s * u] * g(u) du
 \end{aligned}$$

Τέλος ο κώδικας που δίνει τις βέλτιστες τιμές παρουσιάζεται στο παράρτημα 3.

5. Case studies

Το παρών κεφάλαιο αφορά το τελευταίο στάδιο του προβλήματος που μελετάται. Μέσα σε αυτό παρουσιάζεται ο τρόπος συμπεριφοράς του μοντέλου μέσω κάποιων πειραμάτων (case studies) που πραγματοποιήθηκαν. Αυτά τα πειράματα αποτελούνται από κάποιες βελτιστοποιήσεις, οι οποίες επικεντρώνονται στην μεταβολή μίας μόνο σταθερής παραμέτρου και διατηρώντας τις άλλες σταθερές για όλες τις δοκιμές του case study. Μέσω αυτής της διαδικασίας εντοπίζεται η δυναμική της συγκεκριμένης παραμέτρου. Η επιλογή αυτών των παραμέτρων γίνεται με βάση τους περιορισμούς που θα τεθούν σε αυτό το κεφάλαιο. Μέσω αυτών των δοκιμών δημιουργείται ένα γράφημα το οποίο μας παρέχει κάποια σημαντικά συμπεράσματα.

Τα γραφήματα που θα παρουσιαστούν έχουν προκύψει μέσω κώδικα στο Matlab. Ο κώδικας που θα παρουσιαστεί στο παράρτημα 4 περιέχει μόνο την μεταβολή του c_1 , ωστόσο ίδια τακτική ακολουθήθηκε και για τα υπόλοιπα διαγράμματα. Τέλος σε κάθε μεταβαλλόμενη σταθερά θα προκύπτουν δύο διαγράμματα (R-Q και P).

5.1 Επίδραση των Παραμέτρων του Προβλήματος

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούν οι σταθερές τιμές που έχουν οι παράμετροι του προβλήματος καθώς επίσης και οι περιορισμοί που θα πρέπει να ισχύουν για τις μεταβαλλόμενες παραμέτρους.

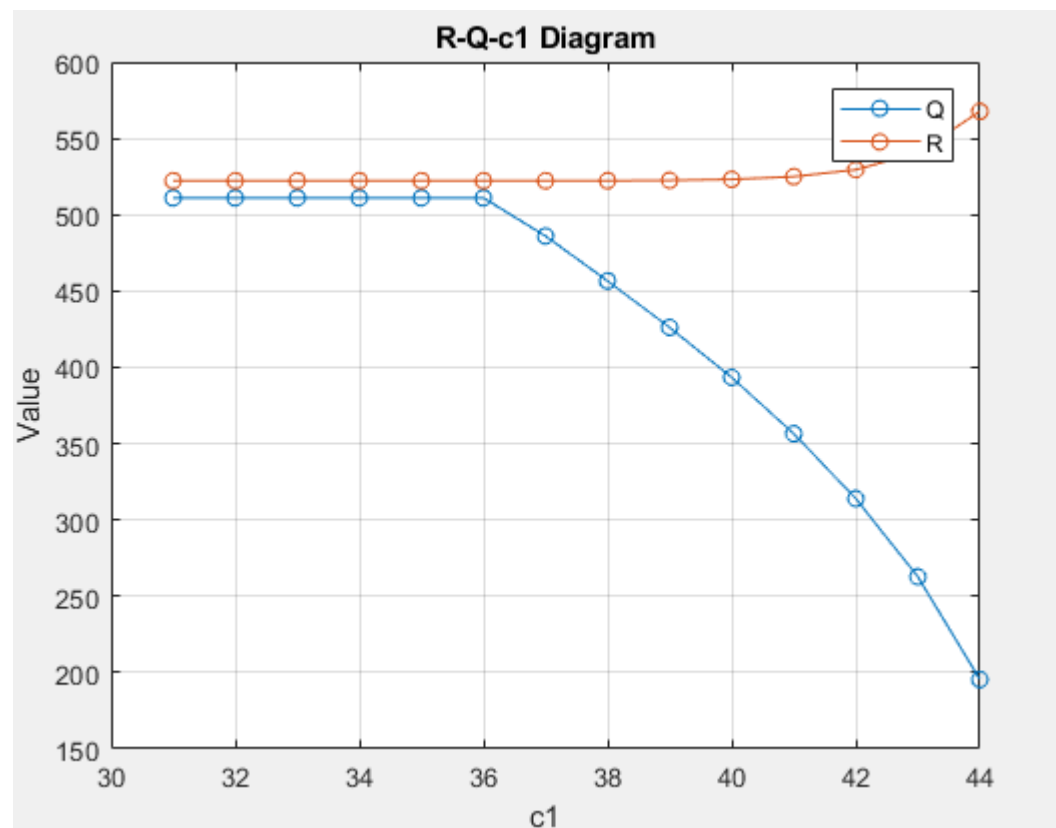
Οι περιορισμοί που ισχύουν είναι:

- $c_1 < c_2 + c_r < c_3$
- $s > c_3$
- $h < c_1$

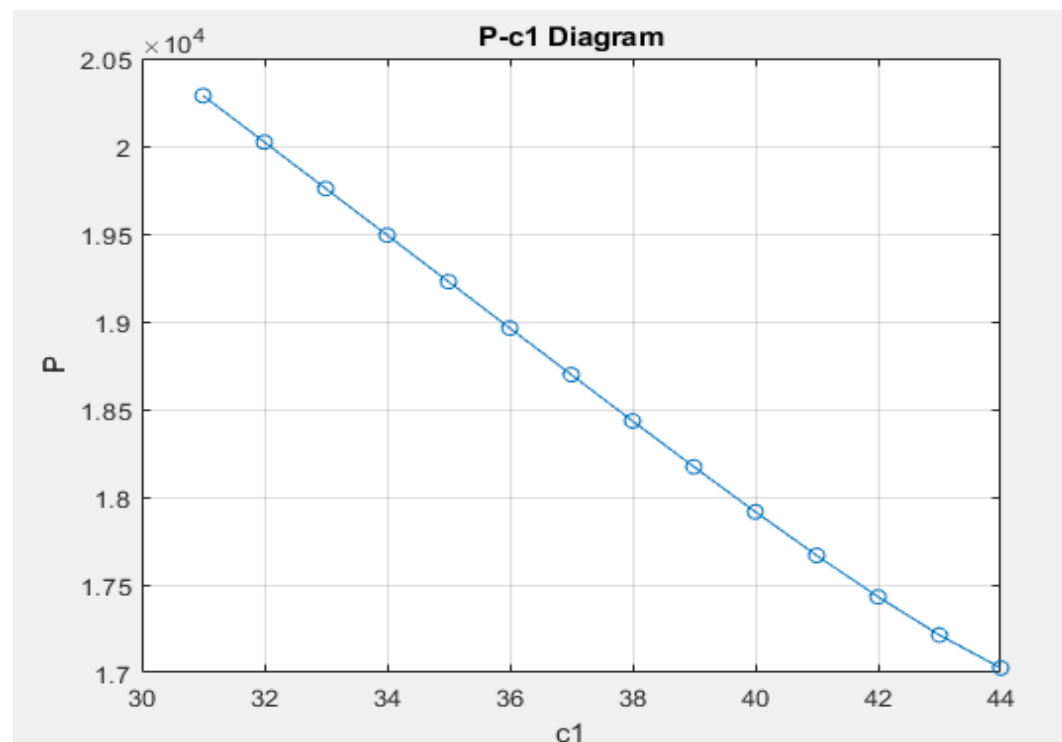
Οι σταθερές τιμές των παραμέτρων είναι:

- $c_1=45$
- $c_2=43$
- $c_r=2$
- $c_3=60$
- $s=80$
- $h=30$
- $c_u=45$
- $MOQ=120$
- g : κανονική με μέση τιμή 500 και διασπορά 150
- f : ομοιόμορφη με κάτω και άνω όρια αντίστοιχα 30- 500

5.2.1 Case study 1- μεταβολή του c_1



20.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q- c_1

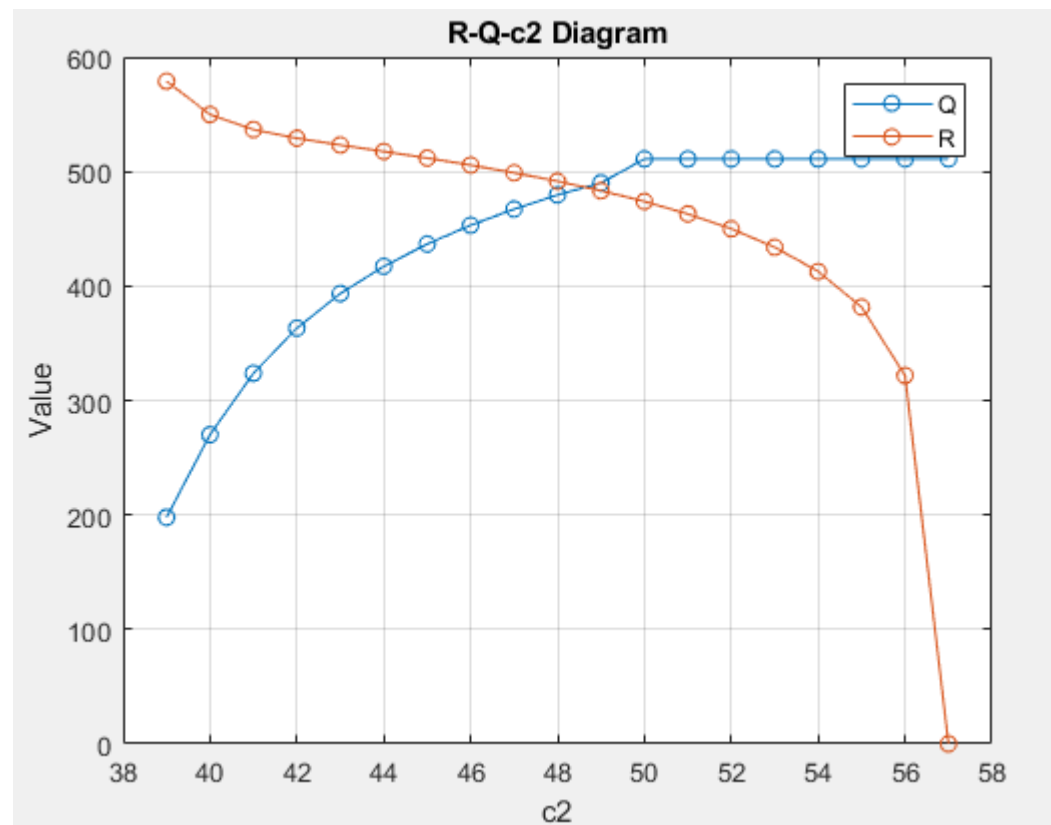


21.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P- c_1

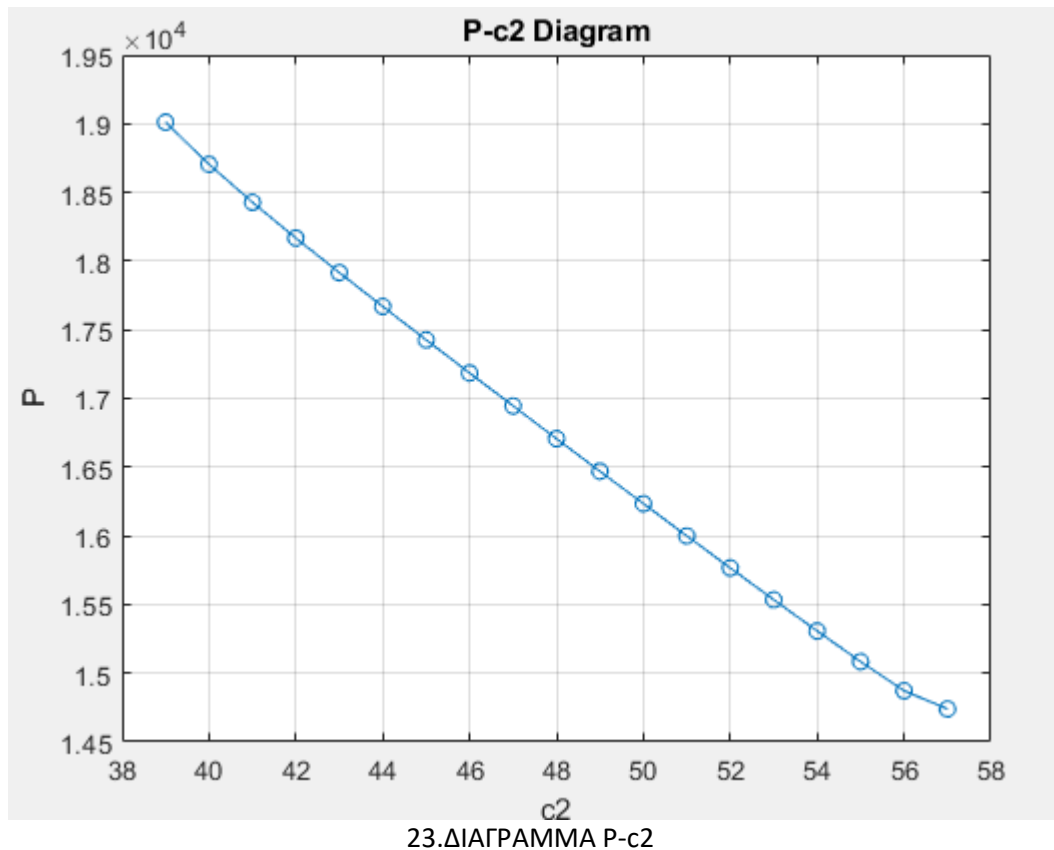
Από τα διαγράμματα του c_1 προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση του c_1 μειώνεται σταθερά και γραμμικά.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) παραμένει σταθερή στο μεγαλύτερο μέρος της αύξησης του c_1 και όποια αύξηση δέχεται είναι πολύ μικρή.
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παραμένει σταθερή μέχρι την τιμή $c_1=36$ και ύστερα από αυτή την τιμή παρατηρείται μία έντονη μείωση.

5.2.2 Case study 2- μεταβολή του c_2



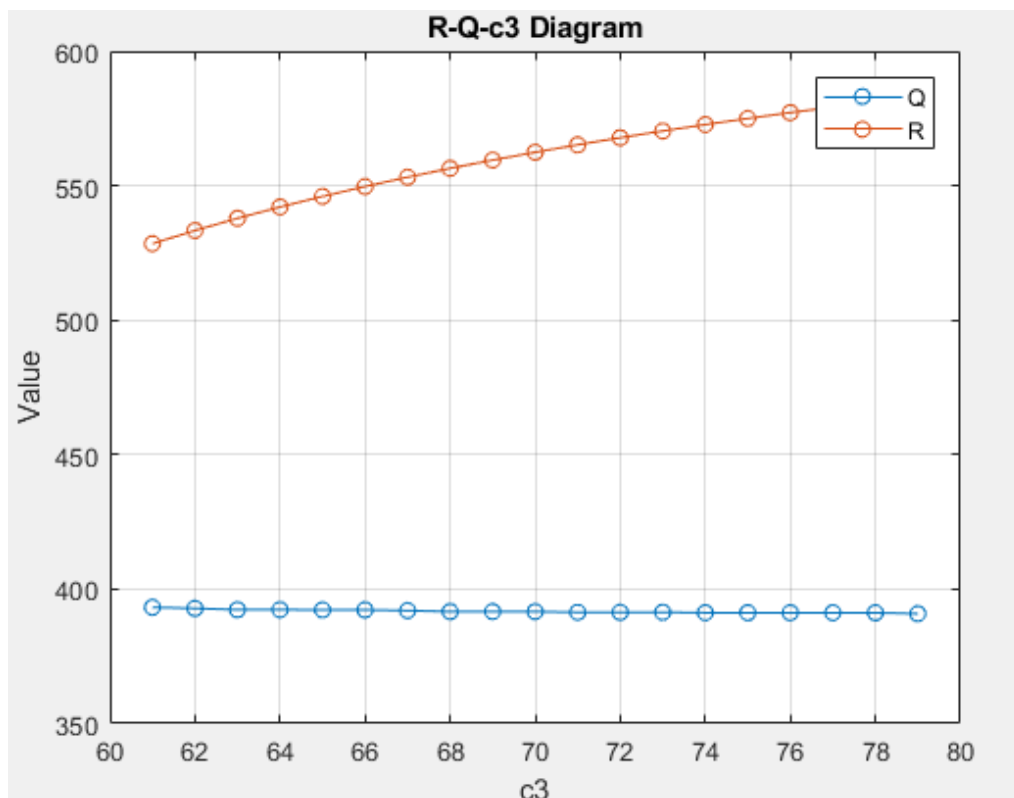
22.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q- c_2



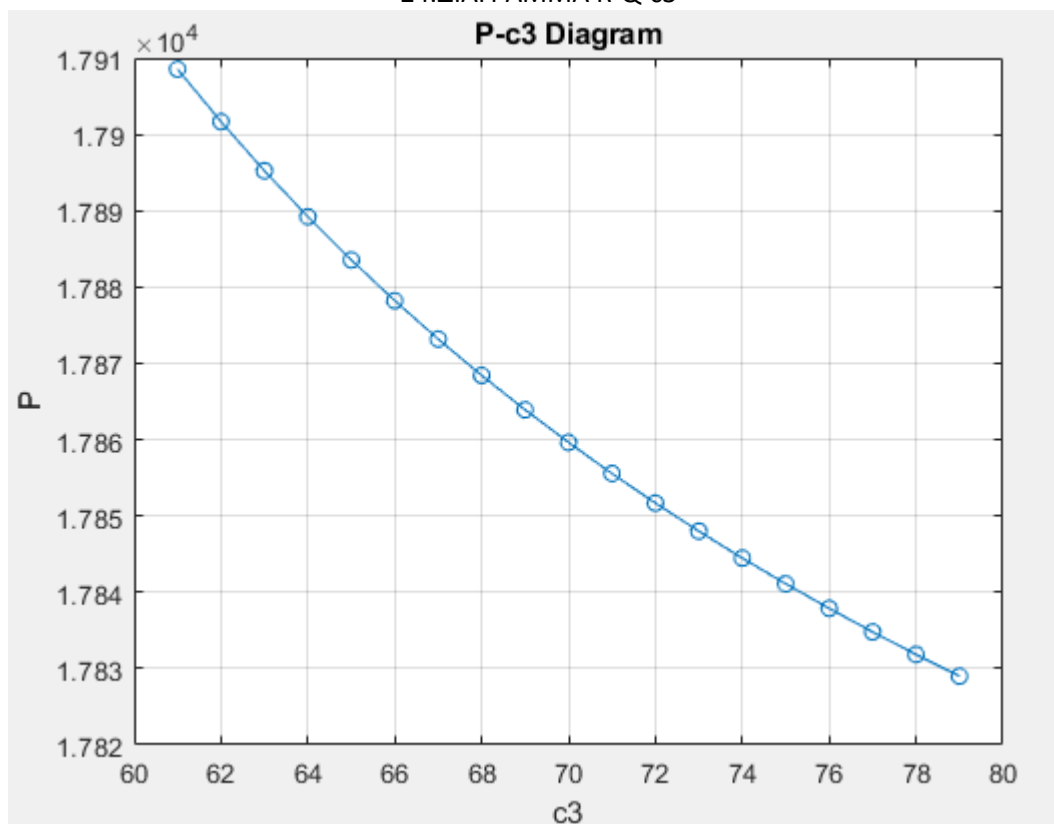
Από τα διαγράμματα του c2 προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση του c2 μειώνεται σταθερά κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) παρουσιάζει σταθερή αύξηση μέχρι να φτάσει σε ένα σημείο όπου παραμένει σταθερή.
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) μειώνεται μέχρι το σημείο όπου μηδενίζεται καθώς συμφέρει να αγοράζονται προϊόντα από τον δεύτερο προμηθευτή.

5.2.3 Case study 3- μεταβολή του c_3



24.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q- c_3

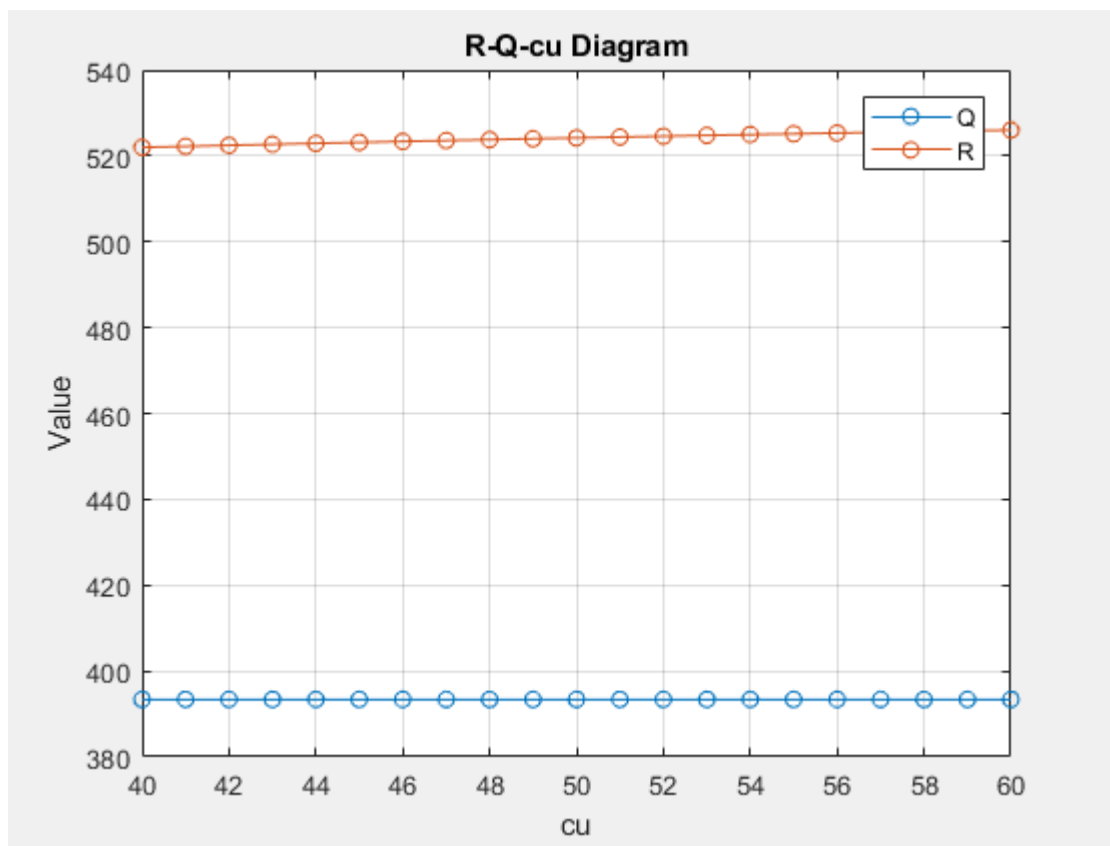


25.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P- c_3

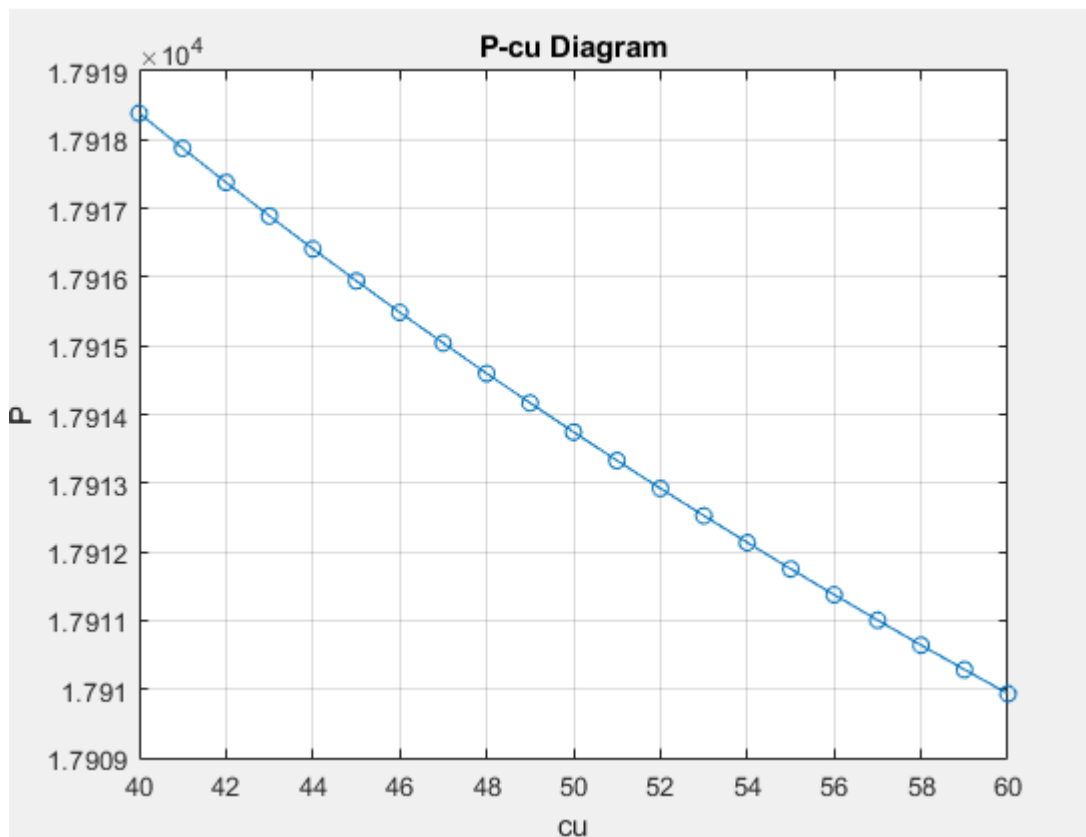
Από τα διαγράμματα του c3 προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση του c3 μειώνεται σταθερά κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) σημειώνει αμελητέες διαφορές κάτι το οποίο σημαίνει ότι το κόστος c3 δεν επηρεάζει Q.
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει σταθερή αύξηση .

5.2.4 Case study 4- μεταβολή του cu



26.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q-cu



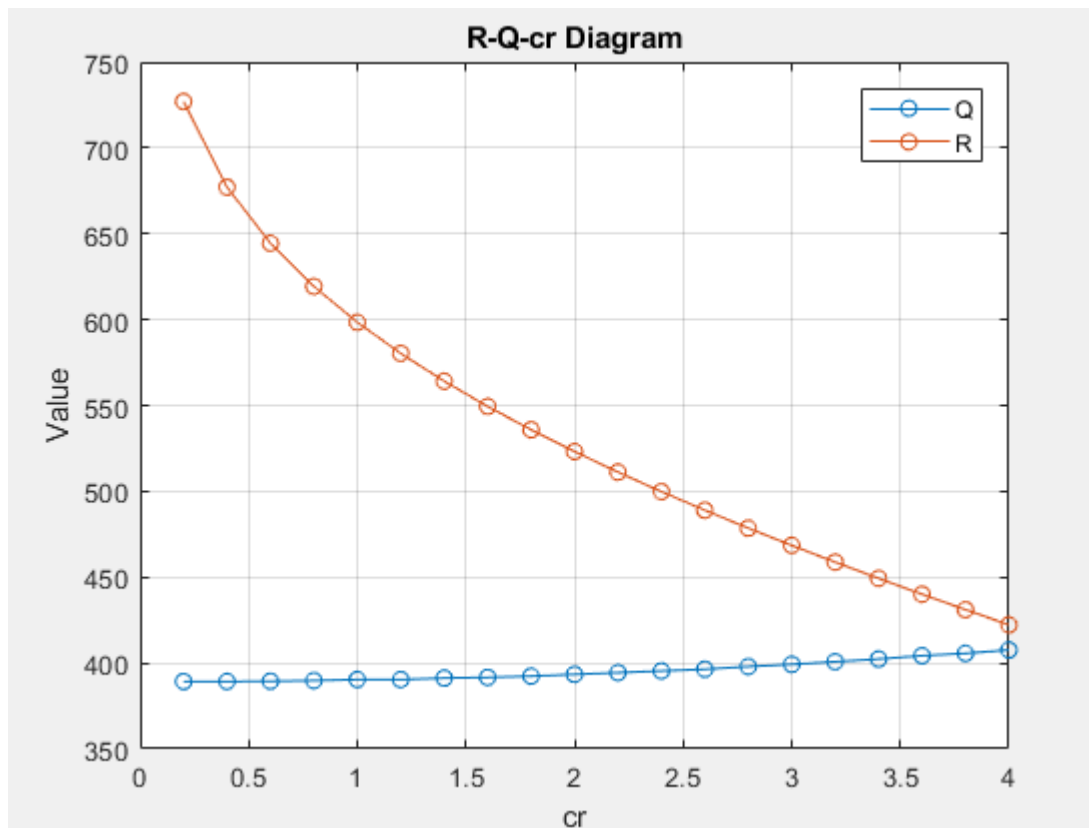
27.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P-cu

Από τα διαγράμματα του cu προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

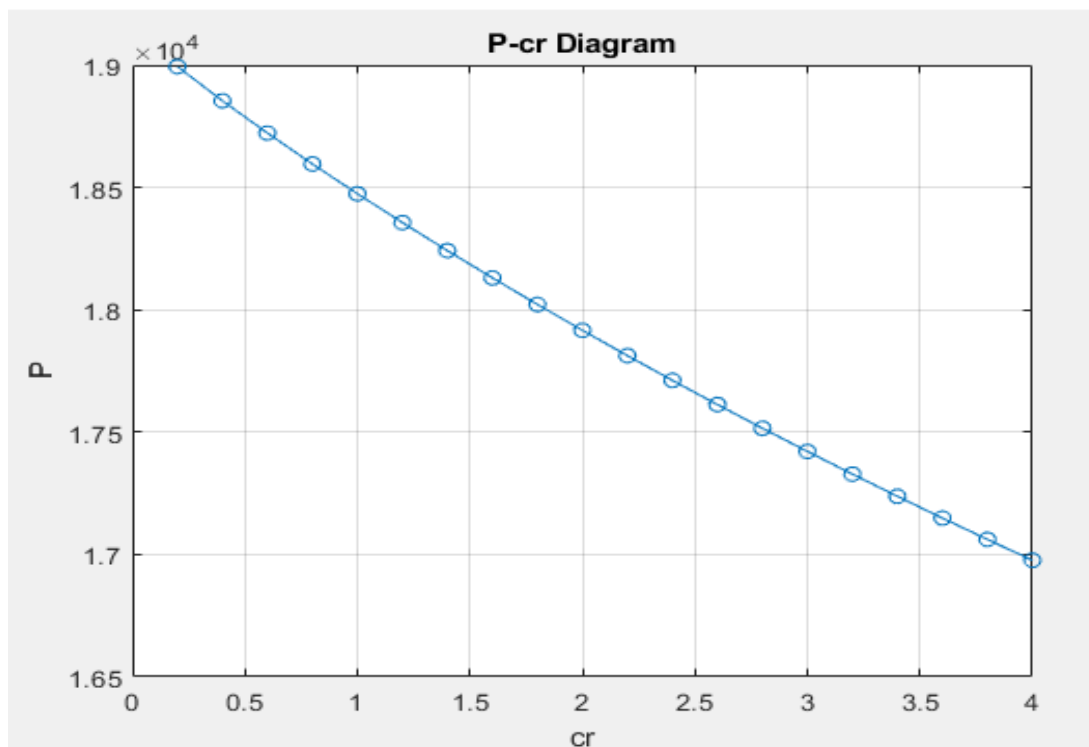
- Το κέρδος με την αύξηση του cu μειώνεται σταθερά κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) παραμένει σταθερή .
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει πολύ μικρές αλλαγές.

Τα αποτελέσματα για το Q και το R δείχνουν ότι το κόστος της μη πώλησης επηρεάζει στον μεγαλύτερο βαθμό το κέρδος.

5.2.5 Case study 5- μεταβολή του cr



28.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q-cr

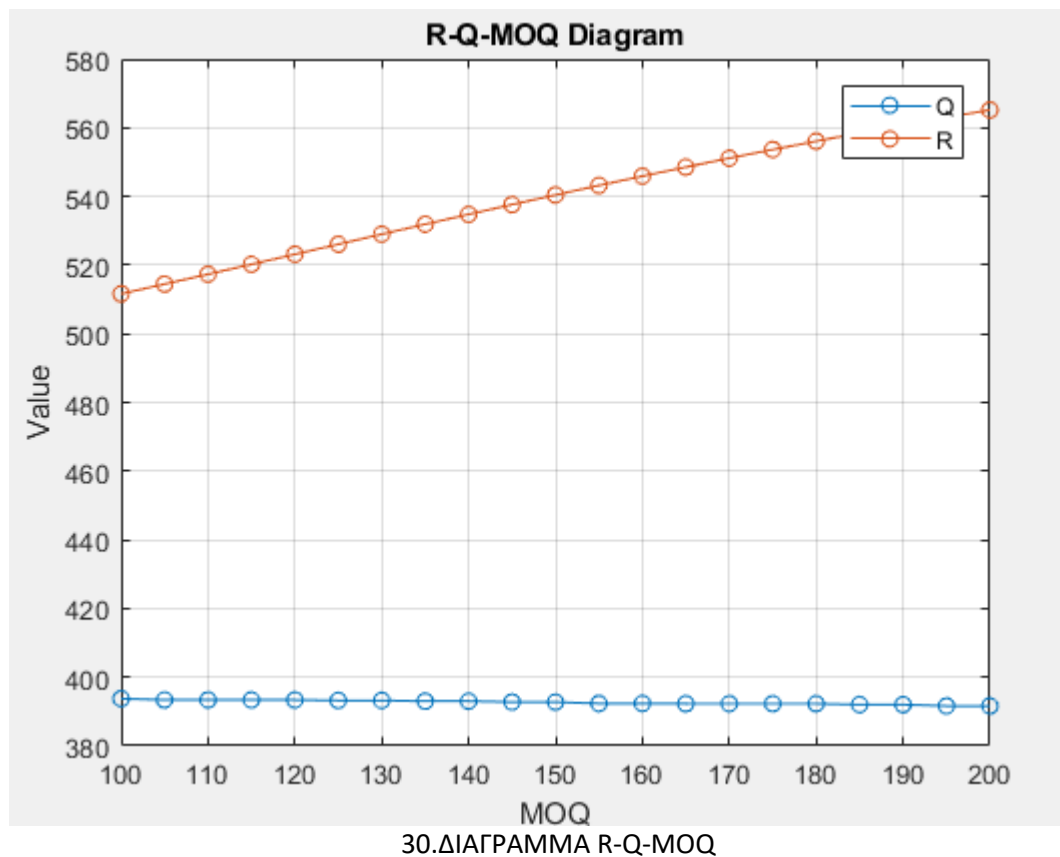


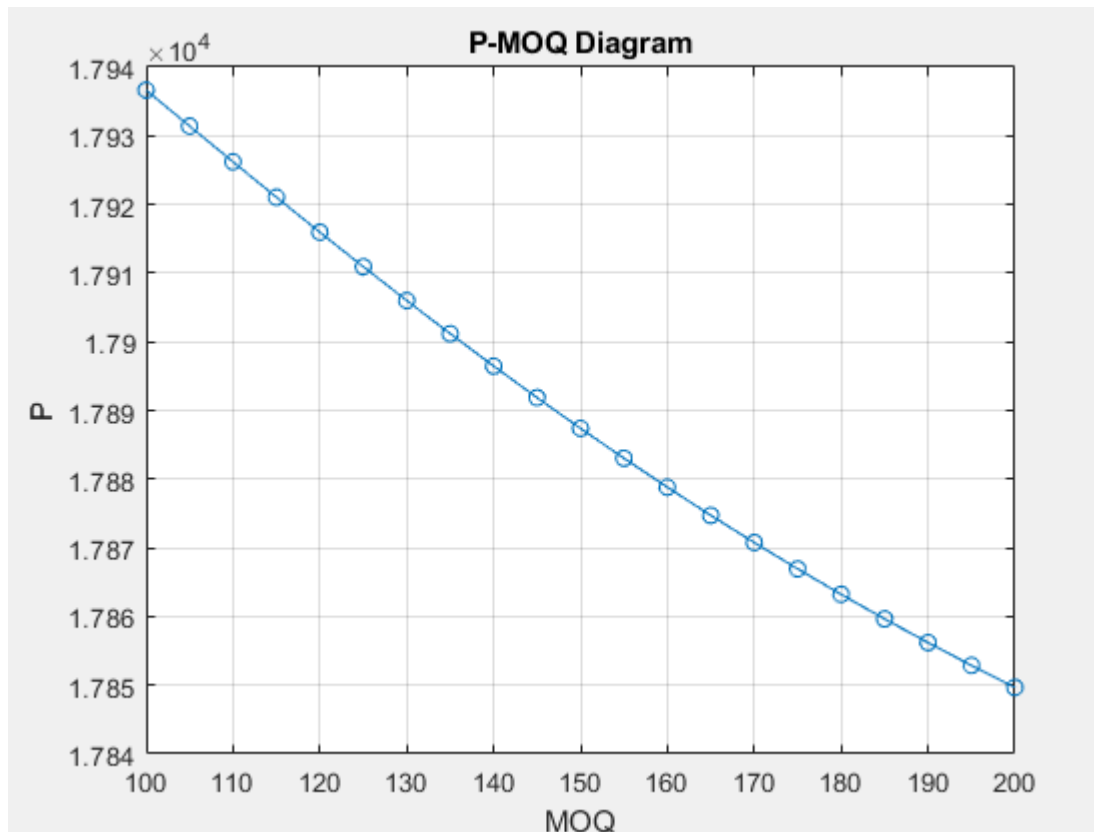
29.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P-cr

Από τα διαγράμματα του cr προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση του cr μειώνεται σταθερά κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) παρουσιάζει μία μικρή αύξηση.
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει έντονη μείωση καθώς με την αύξηση του cr αυξάνεται το κόστος κράτησης .

5.2.6 Case study 6- μεταβολή του MOQ



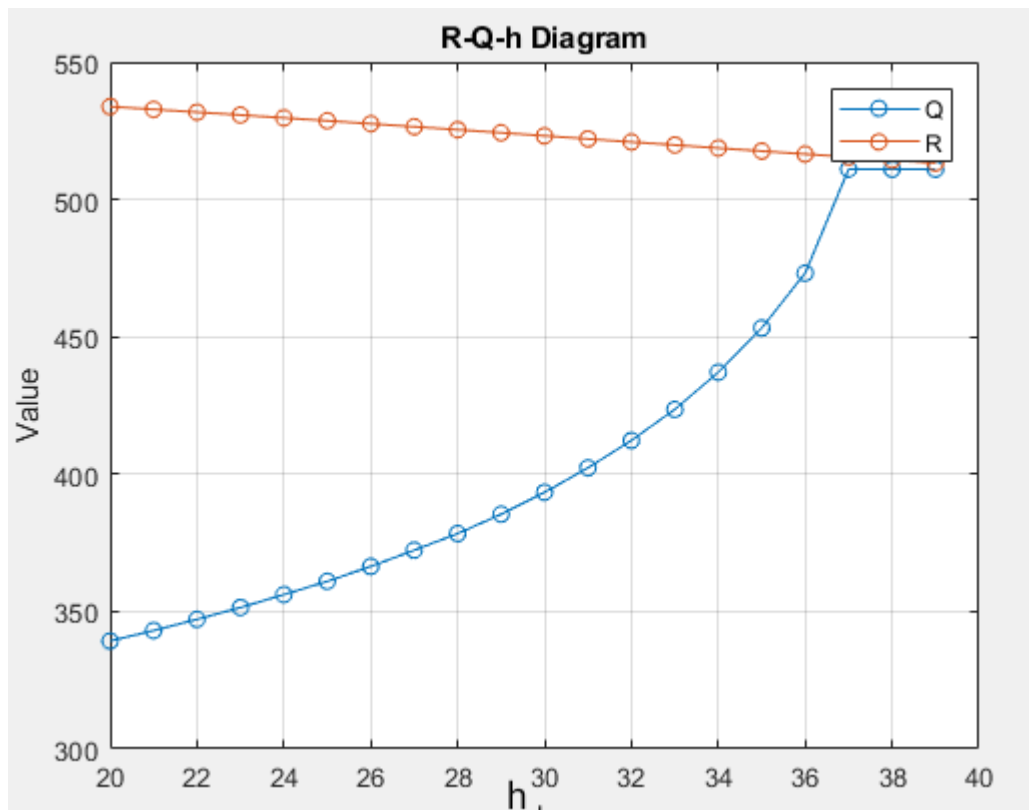


31.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P-MOQ

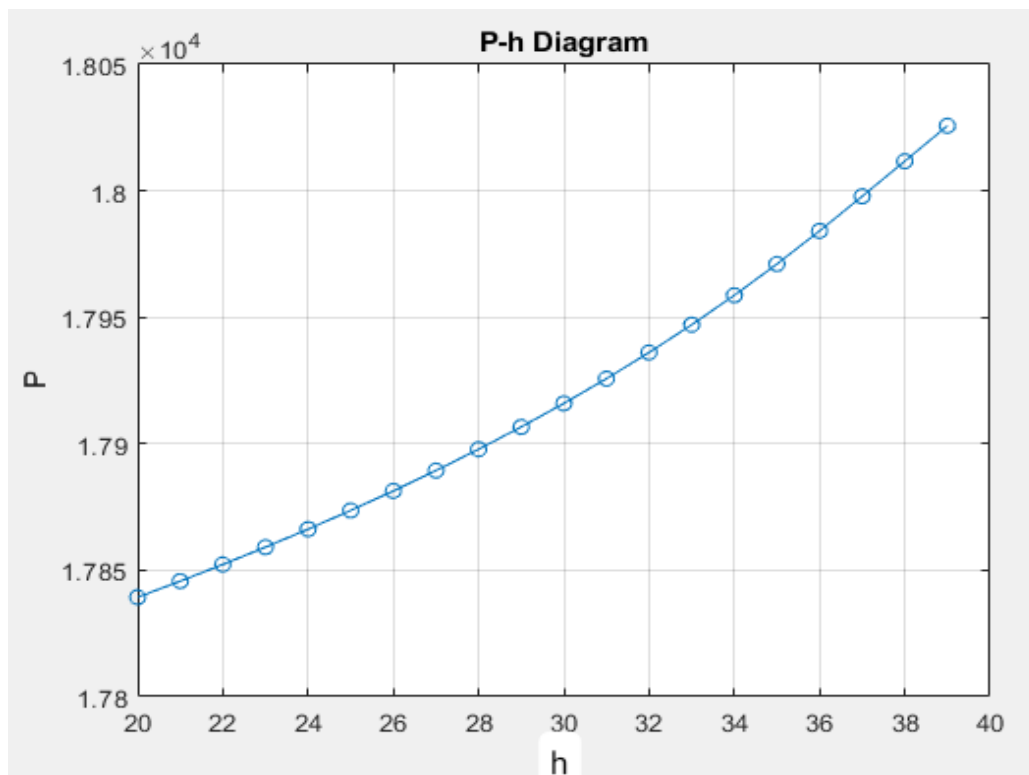
Από τα διαγράμματα του MOQ προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση του MOQ μειώνεται σταθερά κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) παρουσιάζει μικρές μεταβολές οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν και αμελητέες.
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει σταθερή αύξηση.

5.2.7 Case study 7- μεταβολή του h



32.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q-h

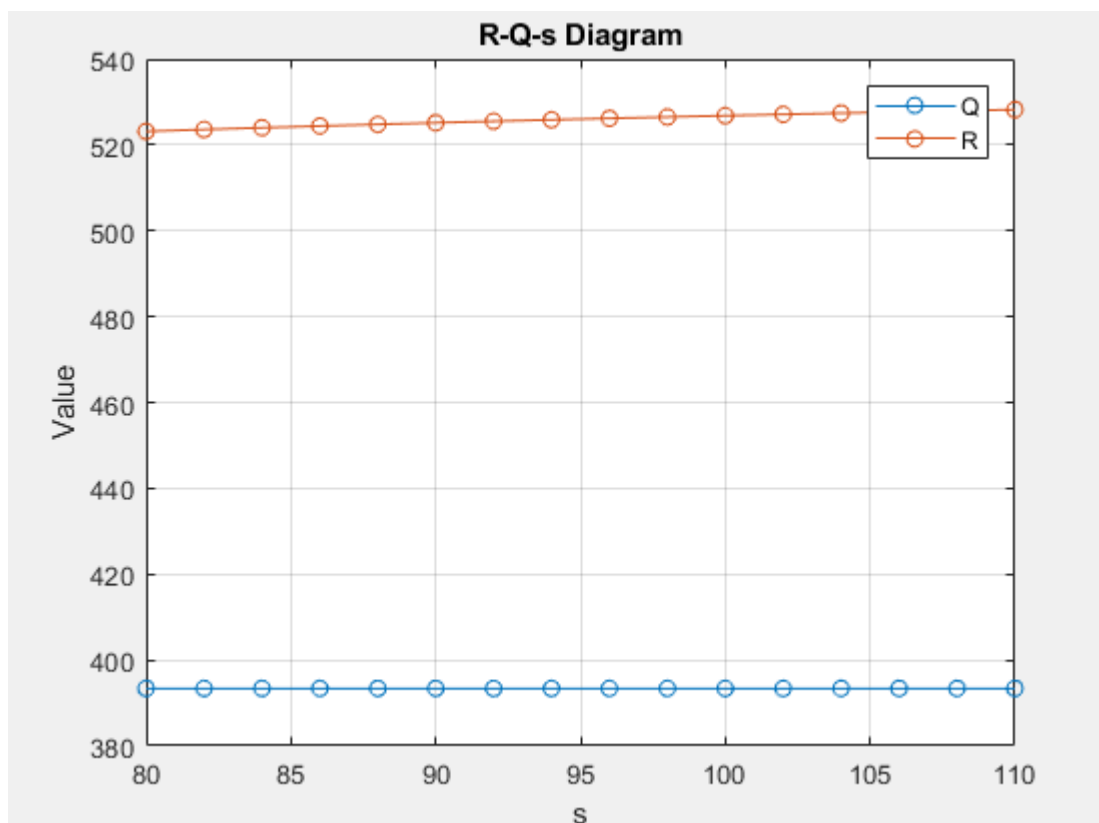


33.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P-h

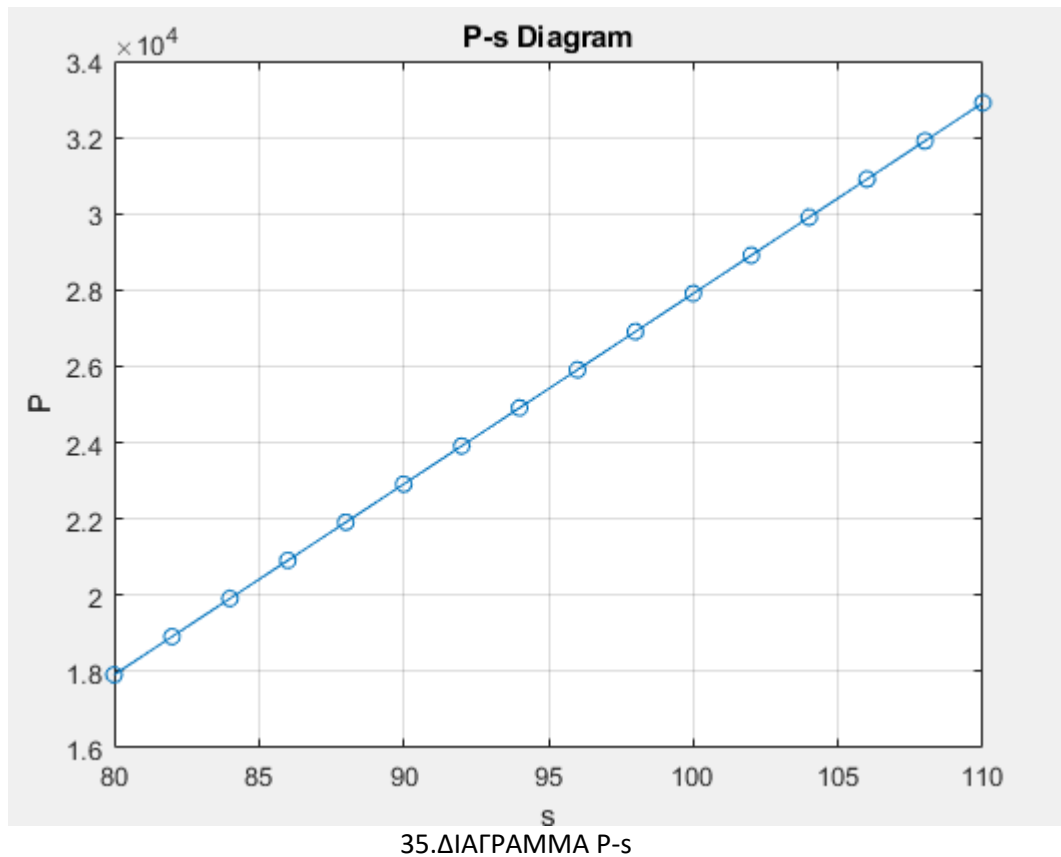
Από τα διαγράμματα του h προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση του h αυξάνεται σταθερά κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) παρουσιάζει αύξηση μέχρι να φτάσει σε ένα σημείο στο οποίο παραμένει σταθερή
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει μικρή γραμμική μείωση.

5.2.8 Case study 8- μεταβολή του s



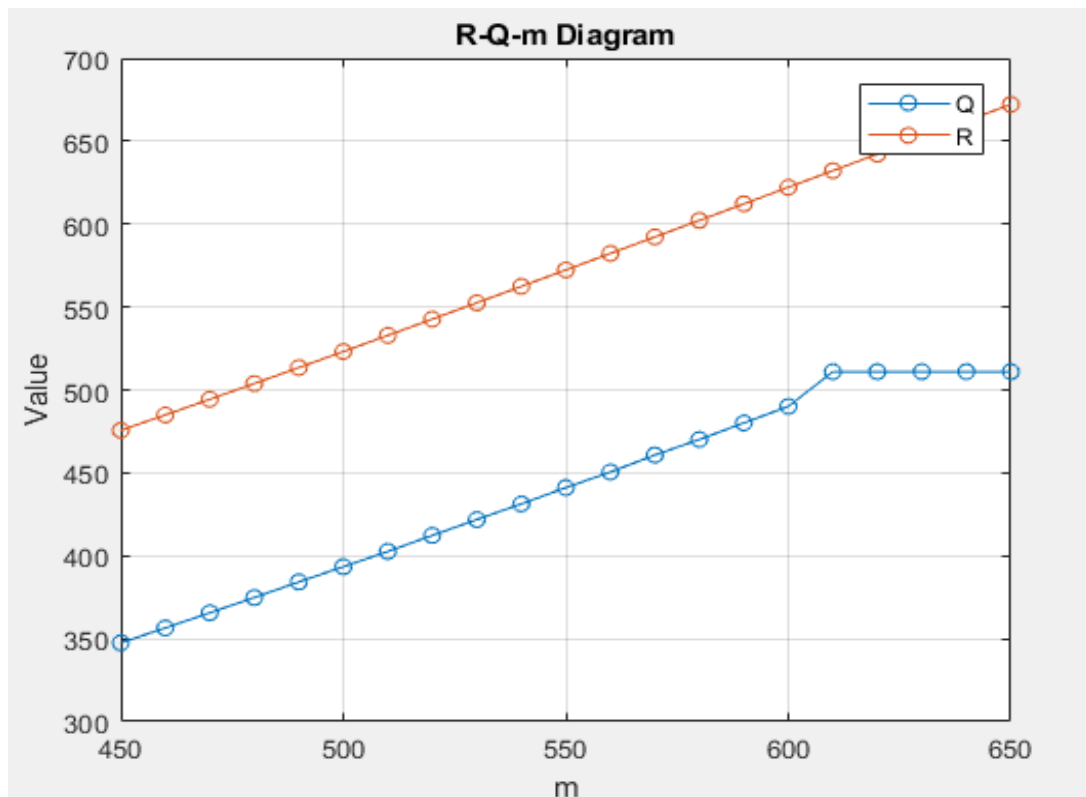
34.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q-s



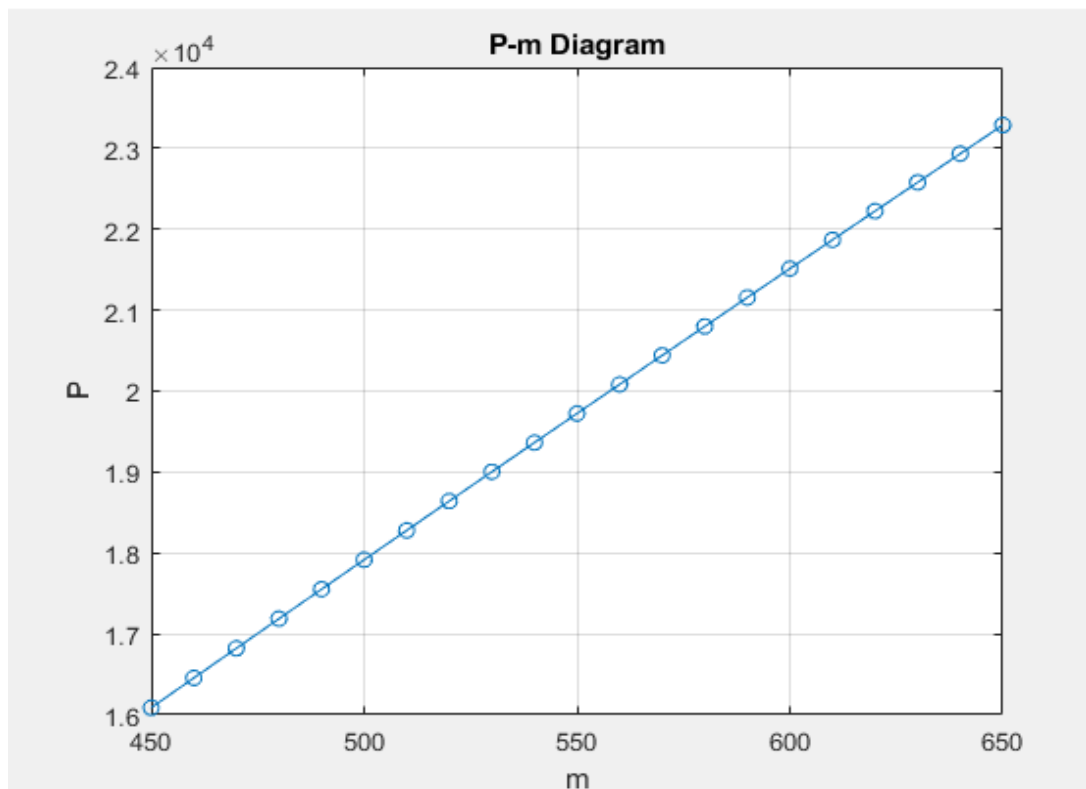
Από τα διαγράμματα του s προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση του s αυξάνεται σταθερά και γραμμικά κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) παραμένει σταθερή.
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει μικρή αύξηση.

5.2.9 Case study 9- μεταβολή μέσης τιμής της g



36.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q-m

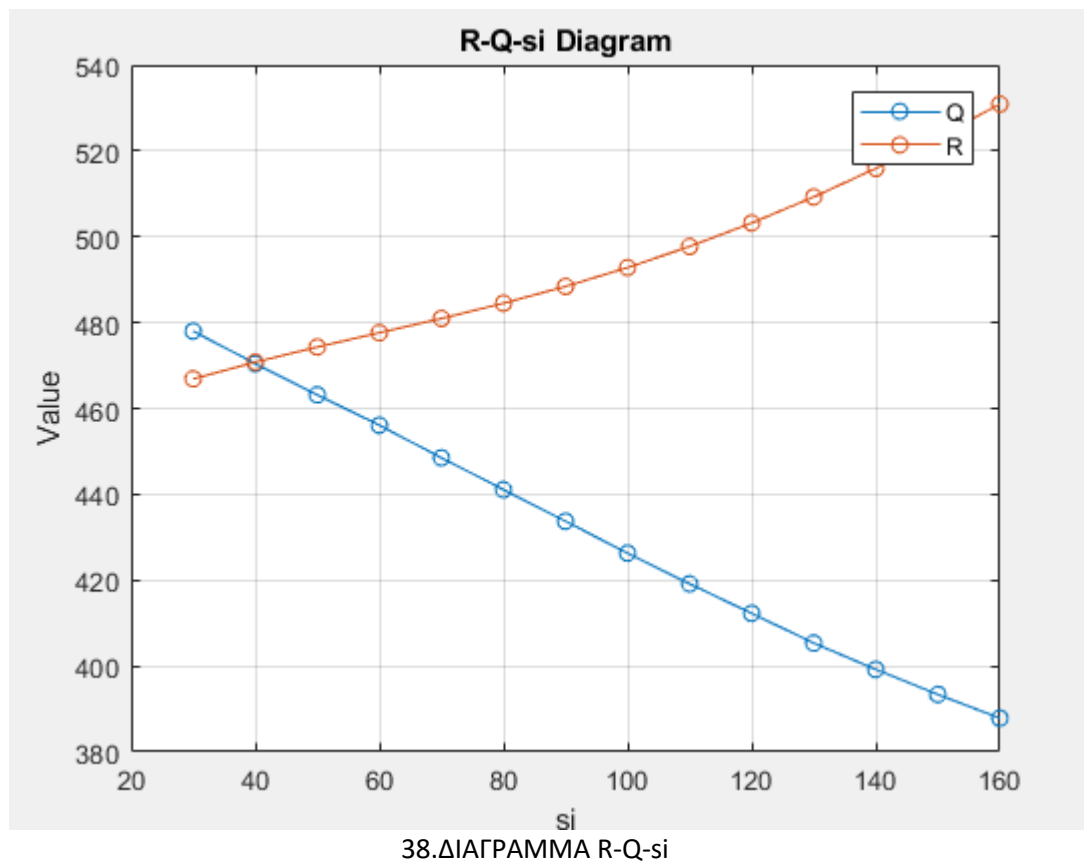


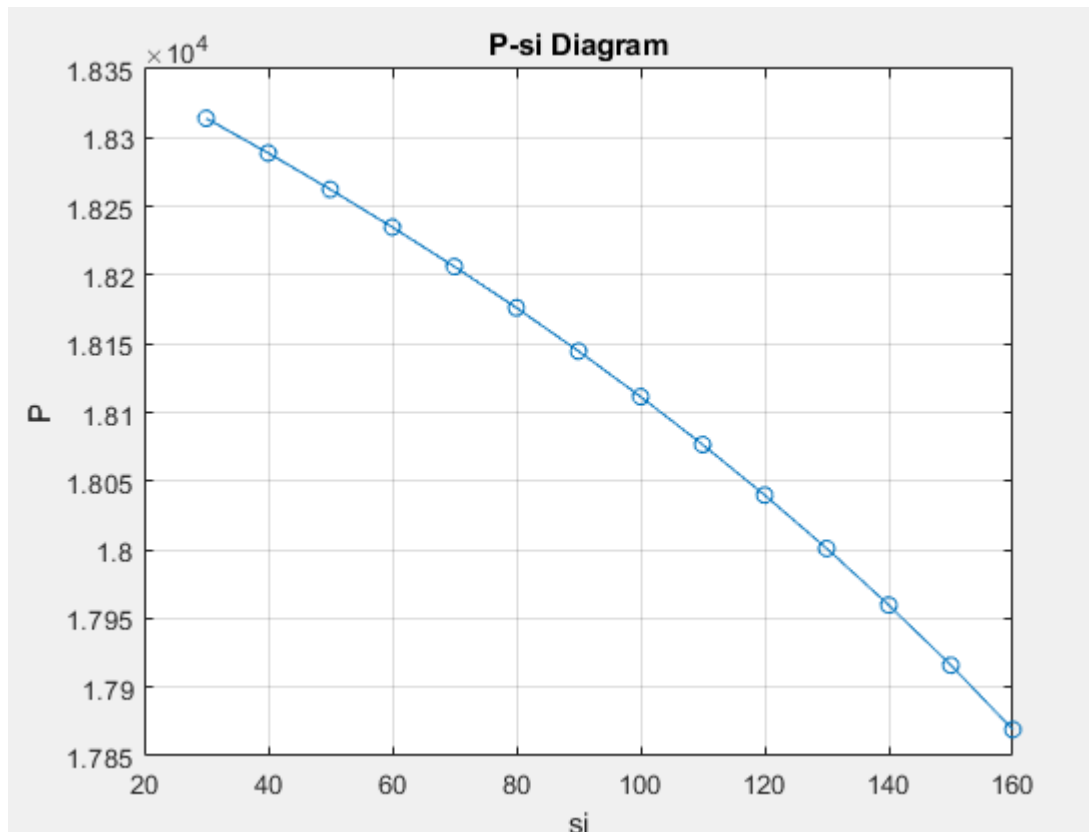
37.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P-m

Από τα διαγράμματα της μέσης τιμής προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση της μέσης τιμής αυξάνεται σταθερά και γραμμικά κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό καθώς μέσω της αύξησης της μέσης τιμής, έχουμε αύξηση προϊόντων πώλησης άρα και εσόδων.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) αυξάνεται καθώς αγοράζουμε περισσότερα προϊόντα.
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει αύξηση καθώς αγοράζουμε και σε αυτή την περίπτωση περισσότερα προϊόντα.

5.2.10 Case study 10- μεταβολή διασποράς της g





39.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P-si

Από τα διαγράμματα της διασποράς προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση της διασποράς μειώνεται σταθερά.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) μειώνεται .
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει αύξηση.

5.2.11 Case study 11- μεταβολή μέσης τιμής της f

Σε αυτό το κεφάλαιο αρχικά βρήκαμε την μέση τιμή και την διασπορά της f. Για την εύρεση αυτών χρησιμοποιήθηκαν οι δύο παρακάτω τύποι:

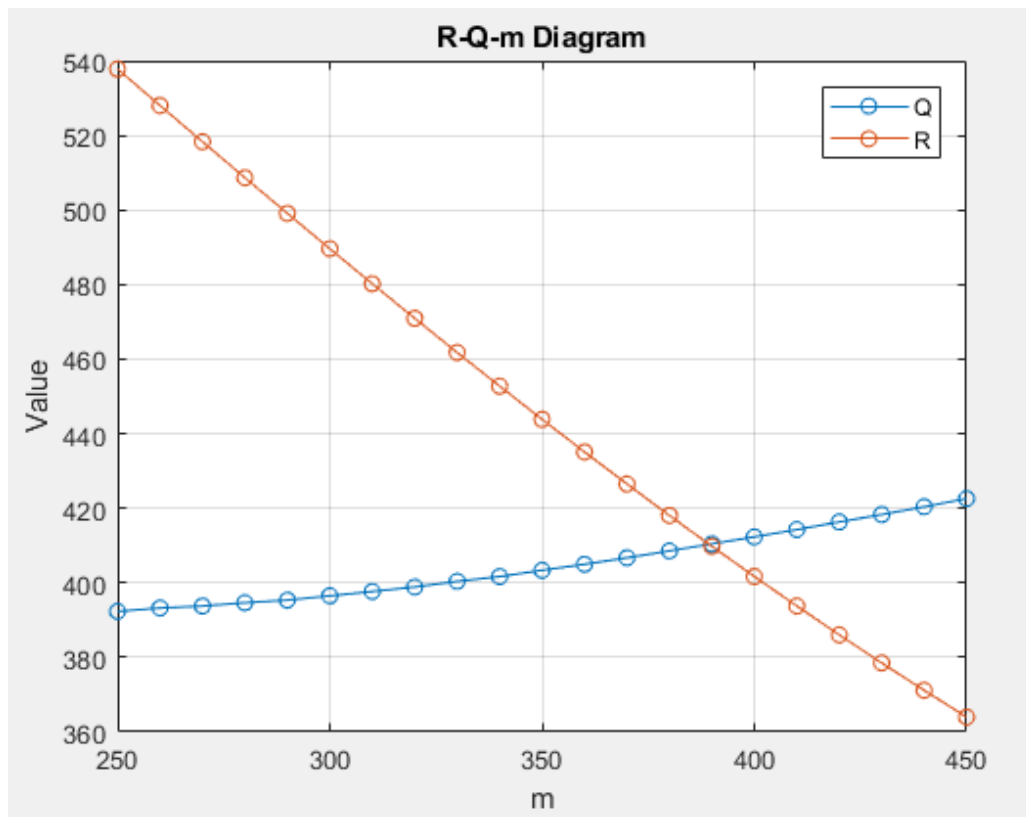
$$m = \frac{a + b}{2}$$

$$s^2 = \frac{(b - a)^2}{12}$$

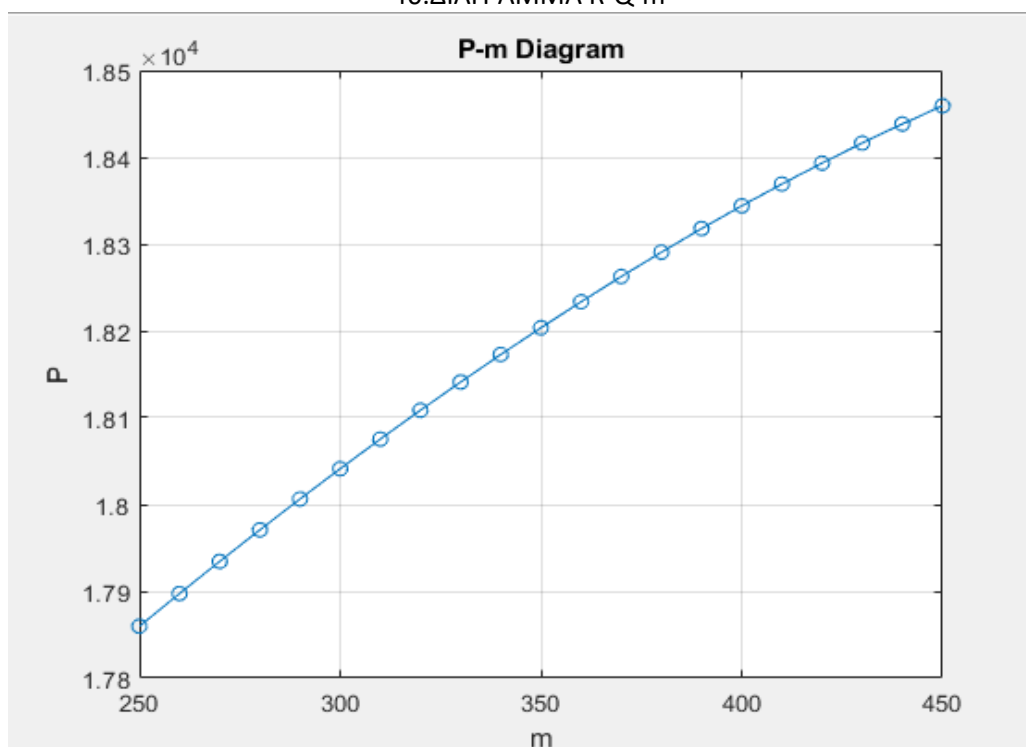
Όπου για a=30 και b=500 προέκυψαν οι τιμές m=265 και $s^2 = 18408$.

Σε αυτό το case study καθώς επίσης και στο επόμενο που θα μελετηθεί για την μεταβολή της διασποράς δημιουργήθηκε νέος κώδικας. Αυτός ο κώδικας βρίσκεται

στο παράρτημα 5 και αφορά την περίπτωση της μεταβαλλόμενης διασποράς. Παρόμοια τακτική ακολουθήθηκε και για το κομμάτι της μεταβαλλόμενης μέσης τιμής.



40.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q-m

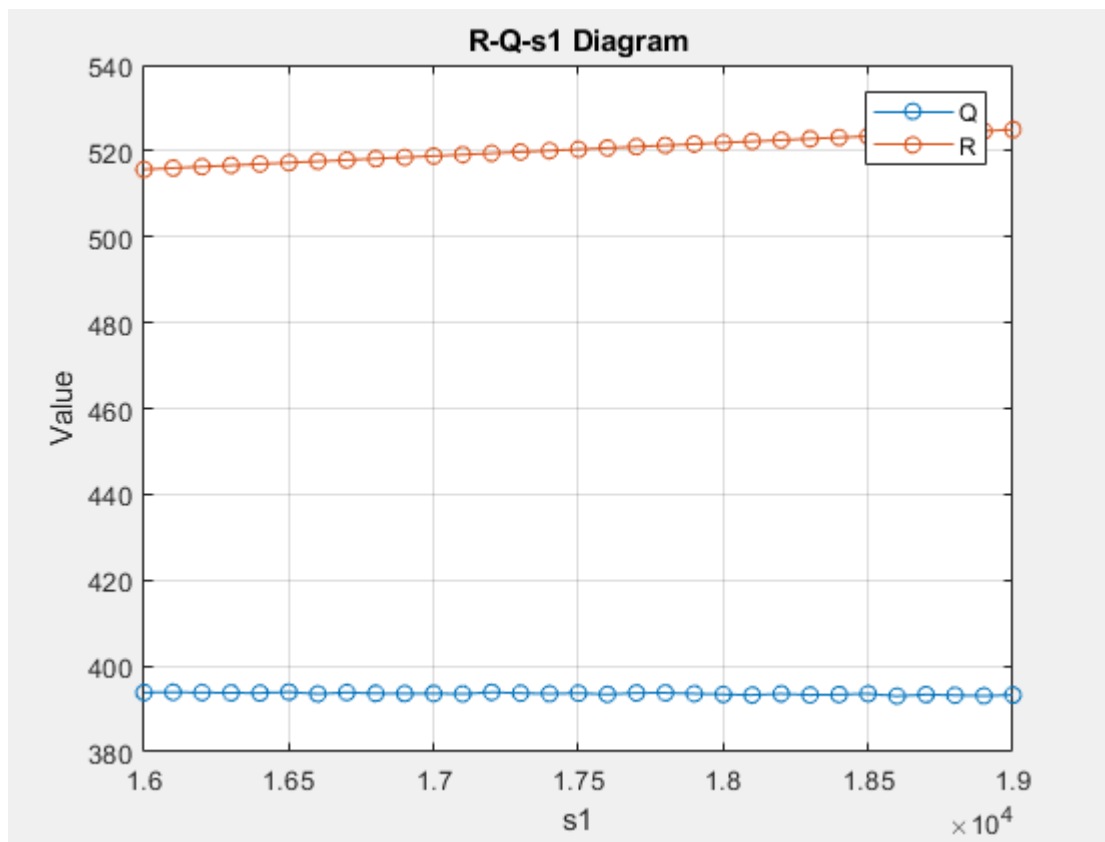


41.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P-m

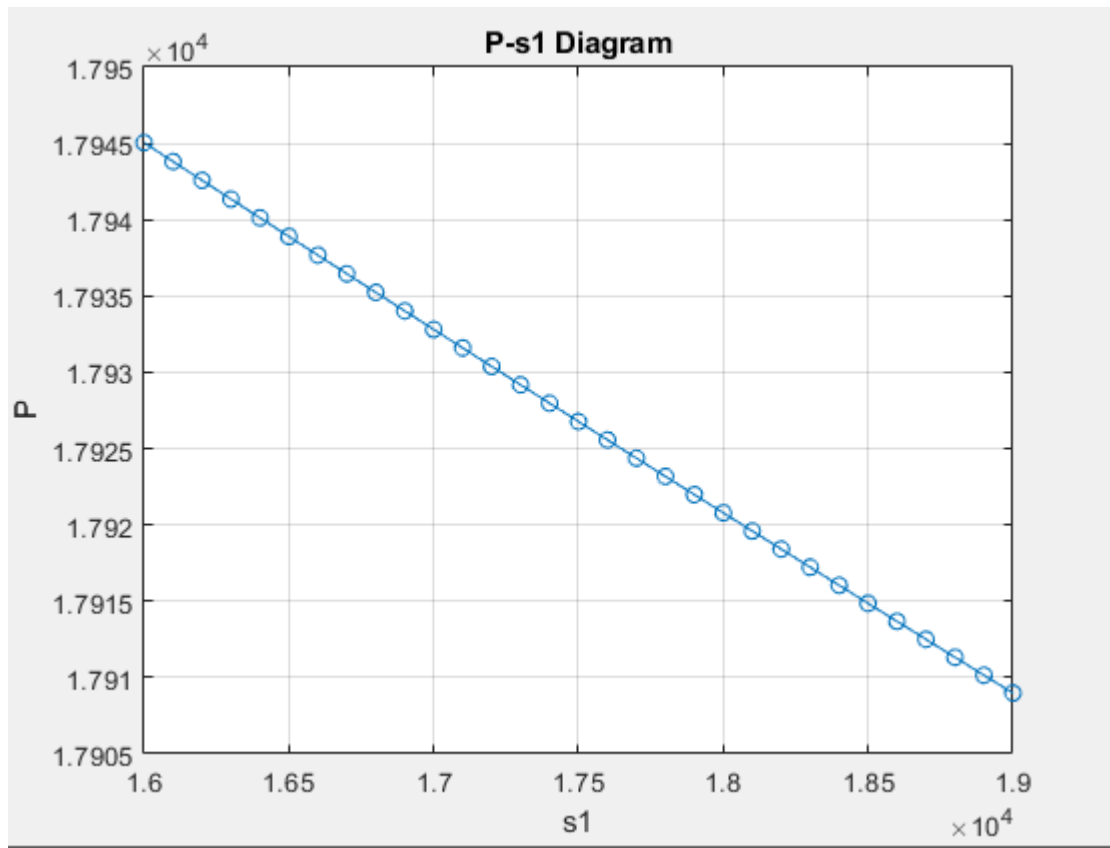
Από τα διαγράμματα της μέσης τιμής προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση της μέσης τιμής της f αυξάνεται.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) αυξάνεται με μικρό βαθμό .
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει έντονη μείωση .

5.2.12 Case study 12- μεταβολή μέσης τιμής της f



42.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ R-Q-s



43.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ P-s

Από τα διαγράμματα της διασποράς προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το κέρδος με την αύξηση της διασποράς μειώνεται σταθερά.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q) παρουσιάζει αμελητέες αυξομειώσεις .
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R) παρουσιάζει μία μικρή αύξηση.

6. Επίλογος

6.1. Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία ο όγκος των συμπερασμάτων είναι πολύ μεγάλος, καθώς εύκολα μπορεί να γίνει αντιληπτό ότι τα συμπεράσματα, πάνω στο αντικείμενο μελέτης, εξάγονται σχεδόν από την αρχή του δευτέρου κεφαλαίου έως και το τέλος του πέμπτου. Τα συμπεράσματα ανάλογα με το είδος τους μπορούν να χωριστούν σε συμπεράσματα σχετικά με τη φύση της επέκτασης, με τη μαθηματική της προσέγγιση και κυριότερα με τον προγραμματισμό και την κωδικοποίηση αυτής. Έτσι καθίσταται αναγκαία η σύμπτυξη όλων των παραπάνω πορισμάτων σε μορφή κεντρικών ιδεών.

Όσον αφορά το πρώτο σκέλος της εργασίας στο οποίο έχουμε γνωστή ζήτηση αρχικά μοντελοποιήθηκε η συνάρτηση. Σε πρώτη ανάγνωση παρατηρήθηκε ότι παρουσιάζονται δύο τοπικά μέγιστα στο R το οποίο θα μπορούσε να δημιουργήσει διάφορα προβλήματα στην εύρεση του ολικού μεγίστου. Ωστόσο με διάφορες τιμές και δοκιμές οποιοδήποτε πρόβλημα εντοπίστηκε μπόρεσε να αντιμετωπιστεί. Επίσης παρατηρήθηκε ότι οι αλλαγές στις μεταβλητές είχαν άμεση επιρροή στο κέρδος και στο R . Αυτό παρουσιάστηκε μέσω διαγραμμάτων τα οποία δείχνουν την επιρροή της εκάστοτε παραμέτρου σε αυτές τις τιμές, άλλες φορές περισσότερο ενώ άλλες λιγότερο.

Στο δεύτερο σκέλος του προβλήματος υλοποιήθηκε μία παραλλαγή του αρχικού προβλήματος στο οποίο η ζήτηση ακολουθεί τυχαία κατανομή. Εδώ ακολουθήθηκε παρόμοια διαδικασία όπως και στο πρώτο σκέλος. Μέσω της χρήσης διαγραμμάτων εντοπίστηκαν τι επιρροές έχουν οι μεταβαλλόμενες μεταβλητές στην ποσότητα των προϊόντων και στο μέγιστο κέρδος. Παρατηρήθηκε ότι όσον αφορά το κέρδος όλες οι μεταβλητές είχαν επιρροή, ωστόσο κάποιες επηρέαζαν διαφορετικά το Q και το R . Για παράδειγμα οι c_1, s δεν δημιουργούσαν αισθητές και σε κάποιες περιπτώσεις μηδενικές αλλαγές στις τιμές των Q, R . Καθώς επίσης και οι c_3, MOQ διατηρούσαν σταθερά το R και το Q αντίστοιχα.

6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις

Ένα σημαντικό πόρισμα που εξάχθηκε κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ύπαρξη μεγάλου εύρους δυνατών επεκτάσεων που επιδέχεται η συγκεκριμένη εργασία. Το πόρισμα αυτό δεν ήταν απόρροια μόνο της μελέτης που πραγματοποιήθηκε και της συλλογιστικής πορείας που ακολουθήθηκε, αλλά ήταν απόρροια και των δυσκολιών που παρουσιάστηκαν ιδίως μέχρι και την ολοκλήρωση του κώδικα βελτιστοποίησης. Επομένως σε αυτή την ενότητα θα προταθούν μελλοντικές επεκτάσεις και θα παρατεθούν παράλληλα πιθανοί τρόποι ευκολότερης υλοποίησης παρόμοιων μοντέλων.

Ως προς τις πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις:

1) Εισαγωγή περισσότερων του ενός είδους προϊόντων, τα οποία θα προμηθεύεται ο πωλητής από τους προμηθευτές.

2) Εισαγωγή του στοιχείου του χρόνου. Για παράδειγμα, ο χρόνος διανομής από τον κάθε προμηθευτή στον πωλητή.

3) Εισαγωγή αποθήκης στην θέση του πωλητή, δίνοντας τη δυνατότητα στο μοντέλο να πραγματεύεται και ζητήματα διαχείρισης αποθεμάτων.

4) Εισαγωγή πλήθους πελατών, για τον πωλητή, οι οποίοι θα έχουν διαφορετικά χαρακτηριστικά μεταξύ τους.

Ως προς τους πιθανώς προτιμότερους τρόπους υλοποίησης αντίστοιχης επέκτασης μοντέλου:

1) Επιλογή κατανομών, για τα στοιχεία που περιέχουν αβεβαιότητα, που να μην δημιουργούν προβλήματα στην αριθμητική επίλυση.

2) Δοκιμή υλοποίησης κώδικα βελτιστοποίησης σε διαφορετικό προγραμματιστικό περιβάλλον από το περιβάλλον της MATLAB. Ο λόγος είναι ότι το συγκεκριμένο περιβάλλον στο οποίο εργαστήκαμε δεν έχει τελειοποιηθεί σε τέτοιο βαθμό ούτως ώστε να επιδέχεται εύκολα προβλήματα τέτοιας πολυπλοκότητας.

3) Ενδέχεται να είναι ασφαλέστερη η κατασκευή ενός διακριτοποιημένου εξ' αρχής μοντέλου, καθώς μπορεί να υλοποιηθεί ευκολότερα και είναι σχεδόν σίγουρο ότι με τις κατάλληλες ρυθμίσεις θα παράγει αξιοποιήσιμα αποτελέσματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Hou, H, Zeng, Z.A, and Sun, L (2016) Backup sourcing with capacity reservation under uncertain disruption risk and minimum order quantity. *Computers & Industrial Engineering*, 103, 216-226.
- [2] MathWorks [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/> [Accessed].
- [3] Backup sourcing with capacity reservation under uncertain disruption risk and minimum order quantity Jing Hou , Amy Z. Zeng b , Li Sun a
- [4] HILL, A. V. 2017. THE NEWSVENDOR PROBLEM [Online]. Clamshell Beach Press. Available: - https://www.clamshellbeachpress.com/downloads/newsvendor_problem.pdf [Accessed].
- [5] STEVEN C. CHAPRA & CANALE, R. P. 2010. NUMERICAL METHODS for ENGINEERS, McGRAW-HILL
- [6] ΔΗΜΗΤΡΗΣ Π. ΜΠΕΡΤΣΕΚΑΣ & ΤΣΙΤΣΙΚΛΗΣ, Γ. Ν. 2010. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ.
- [7] ΚΟΛΈΤΣΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ & ΙΩΑΝΝΗΣ, Κ. 2012. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, Αθήνα, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΣΥΜΕΩΝ.
- [8] Hugos, M.H, Essentials of Supply Chain Management, 4 th Edition, John Wiley & Sons, New Jersey, 2018.
- [9] Chen, J., Zhao, X., & Zhou, Y. (2012). A periodic-review inventory system with a capacitated backup supplier for mitigating supply disruptions. *European Journal of Operational Research*, 219(2), 312–323.
- [10] Li, J., Wang, S., & Cheng, T. C. E. (2010). Competition and cooperation in a singleretailer two-supplier supply chain with supply disruption. *International Journal of Production Economics*, 124(1), 137–150.
- [11] Okhrin, I., & Richter, K. (2011). The linear dynamic lot size problem with minimum order quantity. *International Journal of Production Economics*, 133(2), 688–693.
- [12] Hellion, B., Mangione, F., & Penz, B. (2014). A polynomial time algorithm for the single-item lot sizing problem with capacities, minimum order quantities and dynamic time windows. *Operations Research Letters*, 42(8), 500–504.
- [13] Ganeshan, A, Tyworth J.E, Guo and Y (1999) Dual sourced supply chains: the discount supplier option. *Transportation Research Part E*, 35, 11-23.

[14] Giri B.C., (2011), Managing inventory with two suppliers under yield uncertainty and risk aversion, *International Journal of Production Economics*, 133 80-85.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

```

format long
mu=input('give middle value of normal distribution of demand: ');
sigma=input('give fluctuation of normal distribution of demand: ');

tic

% Make distributions

F= @(x) normcdf(x,mu,sigma);

f= @(x) normpdf(x,mu,sigma);

% Constants
d=500; M=120; r=100; w1=40; w2=43; w3=60; h=30; wr=2;

% Case 1 (R+M<=d)
P1=@(R) integral(@(x) (-w1*x-w2*R-w3*(d-x-R)+r*d).*f(x),0,(d-R-M))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*R-w3*M+r*d+h*(x+R+M-d)).*f(x),(d-R-M),(d-R-
((w3-h)*M/(r-h))))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*R+r*(x+R)).*f(x),(d-R-((w3-h)*M/(r-h))),(d-
R))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*(d-x)+r*d).*f(x),(d-R),d)...
+integral(@(x) (-w1*d+r*d).*f(x),d,4000);

% Case 2 (R+M>d) && ((R+((w3-h)*M)/(r-h)<d))
P2=@(R) integral(@(x) (-w1*x-w2*R-w3*M+h*(R+x+M-d)+r*d).*f(x),0,(d-R-
((w3-h)*M/(r-h))))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*R+r*(x+R)).*f(x),(d-R-((w3-h)*M/(r-h))),(d-
R))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*(d-x)+r*d).*f(x),(d-R),d)...
+integral(@(x) (-w1*d+r*d).*f(x),d,4000);

% Case 3
P3=@(R) integral(@(x) (-w1*x-w2*R+r*(x+R)).*f(x),0,(d-R))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*(d-x)+r*d).*f(x),(d-R),d)...
+integral(@(x) (-w1*d+r*d).*f(x),d,4000);

P=@(R) P1(R)*(R+M<=d)+P2(R)*((R+M>d) & ((R+((w3-h)*M)/(r-
h)<d)))+P3(R)*((R+((w3-h)*M)/(r-h)>d))-(wr*R);

options =
optimoptions(@patternsearch,'MaxIterations',1000000,'Display','off');
Rst=input('Timi ekkinesis ths R:');

[t,fval]= patternsearch(@(v) -
P(v(1)), [Rst], [], [], [], [], [0], [], options);
Rval=t(1);
P=-fval;
toc
beep

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

```

format long
mu=100;
sigma=30;

% Make distributions

F= @(x) normcdf(x,mu,sigma);

f= @(x) normpdf(x,mu,sigma);

R=0:600;
P=zeros(1,length(R));
% Constants
d=500; M=120; r=100; w1=40; w2=43; w3=60; h=30; wr=2;
for i=1:length(R)
if ((R(i)+M)<=d)
P(i)=integral(@(x) (-w1*x-w2*R(i)-w3*(d-x-R(i))+r*d).*f(x),0,(d-R(i)-M))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*R(i)-w3*M+r*d+h*(x+R(i)+M-d)).*f(x),(d-R(i)-M),(d-R(i)-((w3-h)*M/(r-h))))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*R(i)+r*(x+R(i))).*f(x),(d-R(i)-((w3-h)*M/(r-h))), (d-R(i)))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*(d-x)+r*d).*f(x),(d-R(i)),d)...
+integral(@(x) (-w1*d+r*d).*f(x),d,4000);

elseif ((R(i)+M>d) && ((R(i)+((w3-h)*M)/(r-h)<d)))
P(i)=integral(@(x) (-w1*x-w2*R(i)-w3*M+h*(R(i)+x+M-d)+r*d).*f(x),0,(d-R(i)-((w3-h)*M/(r-h))))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*R(i)+r*(x+R(i))).*f(x),(d-R(i)-((w3-h)*M/(r-h))), (d-R(i)))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*(d-x)+r*d).*f(x),(d-R(i)),d)...
+integral(@(x) (-w1*d+r*d).*f(x),d,4000);
else
P(i)=integral(@(x) (-w1*x-w2*R(i)+r*(x+R(i))).*f(x),0,(d-R(i)))...
+integral(@(x) (-w1*x-w2*(d-x)+r*d).*f(x),(d-R(i)),d)...
+integral(@(x) (-w1*d+r*d).*f(x),d,4000);
end
P(i)=P(i)-(wr*R(i));
end
plot(R,P)
xlabel('R')
ylabel('P')

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

```
global c2
c2=43;
global c3
c3=60;
global s
s=80;
global h
h=30;
global cu
cu=45;
global MOQ
MOQ=120;
global c1
c1=40;

global f
f=@(x) unifpdf(x,30,500);
global cr
cr=2;
global g
g=@(u) normpdf(u,500,150);
[t,fval]=patternsearch(@(v) -
P(v(1),v(2)), [0,0], [], [], [], [], [0,0], []);
Rval=t(2);
Qval=t(1);

function w=L(z,R)
global h s g c2 c3 MOQ cu

w=integral(@(u) (s*u +h*(z-u)).*g(u),0,z)+...
integral(@(u) (-c2*(u-z)+s*u).*g(u),z,z+R)+...
integral(@(u) (-c2*R+s*(z+R)-cu*(u-z-R)).*g(u),...
z+R,z+R+MOQ*(c3-h)/(s+cu-h))+...
integral(@(u) (-c2*R-c3*MOQ+s*u+h*(z+R+MOQ-u)).*g(u),...
z+R+MOQ*(c3-h)/(s+cu-h),z+R+MOQ)+...
integral(@(u) (-c2*R-c3*(u-z-R)+s*u).*g(u),z+R+MOQ,Inf);
end

function y=P(Q,R)
global c1 cr f
y=-c1*quadv(@(x) (min(Q,x)).*f(x),30,500)-
cr*R+quadv(@(x) L(min(Q,x),R).*f(x),30,500);

end
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4

```
global c2
c2=43;
global c3
c3 = 60;
global s
s = 80;
global h
h = 30;
global cu
cu = 45;
global MOQ
MOQ = 120;
global c1
global f
f = @(x) unifpdf(x,30,500);
global cr
cr = 2;
global g
g = @(u) normpdf(u,500,150);

c1_values = 30:1:44;

%store the results
Q_values = zeros(size(c1_values));
R_values = zeros(size(c1_values));
P_values = zeros(size(c1_values));

% iterate over the values of c2 and compute Q and R using
patternsearch
for i = 1:numel(c1_values)
    c1 = c1_values(i);
    [x,fval] = patternsearch(@(v) -
P(v(1),v(2)),[0,0],[[],[],[],[],[],[0,0],[[]]);
    Q_values(i) = x(1);
    R_values(i) = x(2);
    P_values(i) = -fval;
end

subplot(1,3,1) % first subplot for Q-c1
plot(c1_values,Q_values,'o-')
xlabel('c1')
ylabel('Q')
title('Q-c1 Diagram')
grid on

subplot(1,3,2) % second subplot for R-c1
plot(c1_values,R_values,'o-')
xlabel('c1')
ylabel('R')
title('R-c1 Diagram')
grid on

subplot(1,3,3) % third subplot for fval-c1
plot(c1_values,P_values,'o-')
xlabel('c1')
ylabel('fval')
title('fval-c1 Diagram')
```

```

grid on
function y = P(Q,R)
    global c1 cr f
    y = -c1*quadv(@(x) (min(Q,x)).*f(x),30,500)-
    cr*R+quadv(@(x) L((min(Q,x)),R).*f(x),30,500);
end

function w = L(z,R)
    global h s g c2 c3 MOQ cu
    w = integral(@(u) (s*u +h*(z-u)).*g(u),0,z)+...
        integral(@(u) (-c2*(u-z)+s*u).*g(u),z,z+R)+...
        integral(@(u) (-c2*R+s*(z+R)-cu*(u-z-R)).*g(u),...
            z+R,z+R+MOQ*(c3-h)/(s+cu-h))+...
        integral(@(u) (-c2*R-c3*MOQ+s*u+h*(z+R+MOQ-u)).*g(u),...
            z+R+MOQ*(c3-h)/(s+cu-h),z+R+MOQ)+...
        integral(@(u) (-c2*R-c3*(u-z-R)+s*u).*g(u),z+R+MOQ,4000);
end

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 5

```
global m
m=265;
global a
global b
global c2
c2 = 43;
global c3
c3 = 60;
global s
s = 80;
global h
h = 30;
global cu
cu = 45;
global MOQ
MOQ = 120;
global c1
c1 = 40;
global cr
cr = 2;
global s1;

global g
g = @(u) normpdf(u,500,150);
global f
s1_values = 16000:100:19000;

% Store the results
Q_values = zeros(size(s1_values));
R_values = zeros(size(s1_values));
P_values = zeros(size(s1_values));

% Iterate over the values of m and compute Q and R using
patternsearch
for i = 1:numel(s1_values)
    s1 = s1_values(i);

    a = m - sqrt(s1 * 3);
    b = m + sqrt(s1 * 3);

    f = @(x) unifpdf(x, a, b);

    % Use patternsearch to optimize and find Q and R
    [x, fval] = patternsearch(@(v) -P(v(1), v(2)), [0, 0], [], [],
    [], [], [0, 0], []);
    Q_values(i) = x(1);
    R_values(i) = x(2);
    P_values(i) = -fval;
end

% Plot the Q-s diagram
subplot(1, 3, 1)
plot(s1_values, Q_values, 'o-')
xlabel('s1')
```



```

ylabel('Q')
title('Q-s1 Diagram')
grid on

% Plot the R-s diagram
subplot(1, 3, 2)
plot(s1_values, R_values, 'o-')
xlabel('s1')
ylabel('R')
title('R-s1 Diagram')
grid on

% Plot the fval-s diagram
subplot(1, 3, 3)
plot(s1_values, P_values, 'o-')
xlabel('s1')
ylabel('fval')
title('fval-s1 Diagram')
grid on

% Plot the R-Q-s diagram
figure;
plot(s1_values, Q_values, 'o-', s1_values, R_values, 'o-')
xlabel('s1')
ylabel('Value')
title('R-Q-s1 Diagram')
legend('Q', 'R')
grid on

% Plot the P-s diagram
figure;
plot(s1_values, P_values, 'o-')
xlabel('s1')
ylabel('P')
title('P-s1 Diagram')
grid on

function w = L(z, R)
    global h s g c2 c3 MOQ cu
    w = integral(@(u) (s * u + h * (z - u)) .* g(u), 0, z) + ...
        integral(@(u) (-c2 * (u - z) + s * u) .* g(u), z, z + R) +
    ...
        integral(@(u) (-c2 * R + s * (z + R) - cu * (u - z - R)) .*
g(u), ...
        z + R, z + R + MOQ * (c3 - h) / (s + cu - h)) + ...
        integral(@(u) (-c2 * R - c3 * MOQ + s * u + h * (z + R + MOQ
- u)) .* g(u), ...
        z + R + MOQ * (c3 - h) / (s + cu - h), z + R + MOQ) + ...
        integral(@(u) (-c2 * R - c3 * (u - z - R) + s * u) .* g(u), z
+ R + MOQ, 4000);
end
function y = P(Q, R)
    global c1 cr f a b
    y = -c1*quadv(@(x) min(Q, x) .* f(x), a, b) - cr * R + quadv(@(x)
L(min(Q, x), R) .* f(x), a, b);
end

```

