**ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ
ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΝΔΕΣΕΩΝ
ΧΑΛΥΒΔΙΝΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΜΕ ΔΟΚΟΥΣ
ΜΕΙΩΜΕΝΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ**

ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΠΟΥ ΥΠΟΒΛΗΘΗΚΕ ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΕΠΤΑΜΕΛΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

ΣΕ ΜΕΡΙΚΗ ΕΚΠΛΗΡΩΣΗ ΤΩΝ ΑΠΑΙΤΗΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΤΗΣΗ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ

Αγορίτσα Ε. Ντέρη

2013

Βεβαιώνω ότι έχω διαβάσει αυτή τη διατριβή και ότι κατά τη γνώμη μου είναι απολύτως επαρκής, σε πεδίο εφαρμογής, ποιότητα και προαγωγή της επιστήμης, ως διατριβή για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος.

Δημήτριος Σ. Σοφιανόπουλος,
Επίκουρος Καθηγητής
Πανεπιστήμιου Θεσσαλίας,
Επιβλέπων και 1^ο μέλος της Τριμελούς
Συμβουλευτικής Επιτροπής

Βεβαιώνω ότι έχω διαβάσει αυτή τη διατριβή και ότι κατά τη γνώμη μου είναι απολύτως επαρκής, σε πεδίο εφαρμογής, ποιότητα και προαγωγή της επιστήμης, ως διατριβή για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος.

Παναγιώτης Τσόπελας,
Αναπληρωτής Καθηγητής
Πανεπιστήμιου Θεσσαλίας,
2^ο μέλος της Τριμελούς
Συμβουλευτικής Επιτροπής

Βεβαιώνω ότι έχω διαβάσει αυτή τη διατριβή και ότι κατά τη γνώμη μου είναι απολύτως επαρκής, σε πεδίο εφαρμογής, ποιότητα και προαγωγή της επιστήμης, ως διατριβή για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος.

Ευριπίδης Μυστακίδης ,
Καθηγητής
Πανεπιστήμιου Θεσσαλίας,
3^ο μέλος της Τριμελούς
Συμβουλευτικής Επιτροπής

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Δημήτρη Σοφιανόπουλο, για την ανεκτίμητη καθοδήγηση, υποστήριξη και ενθάρρυνση που μου παρείχε σε όλα τα στάδια της εκπόνησης της παρούσας Διατριβής. Δουλεύοντας υπό την επίβλεψή του ήταν για μένα μια ευχάριστη και δημιουργική εμπειρία.

Επίσης, εκφράζω την ευγνωμοσύνη μου στους κ. Τσόπελα και Μυστακίδη, μέλη της τριμελούς, για τη συμπαράστασή τους και την αμέριστη βοήθεια που μου προσέφεραν.

Ιδιαίτερη υπήρξε η βοήθεια του αγαπητού φίλου και συναδέλφου Γιώργου Βαρέλη σε θέματα προσομοίωσης στο Abaqus, για την οποία τον ευχαριστώ θερμά, όπως και γενικότερα το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Π.Θ.

Αφιερώνω την όλη προσπάθειά μου στους γονείς μου, τον σύζυγό μου Δημήτρη, για την υπομονή και κατανόησή τους, και στο Νικήτα με την ευχή που ο ίδιος έκανε για μένα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευχαριστίες	iii
1 Εισαγωγή	1
1.1 Κίνητρο	1
1.2 Αντικείμενο και στόχοι	2
1.3 Δομή και περίγραμμα	4
2 Ιστορική Αναδρομή και Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	8
2.1 Πλαίσια Ανθεκτικά σε Ροπές (Moment Resisting)	8
2.2 Γνώση και κατασκευαστική πρακτική πριν το σεισμό του Northridge (1994)	11
2.3 Καταστροφές από τον σεισμό του Northridge (1994)	14
2.4 Επανεξέταση της κατασκευαστικής πρακτικής που επικρατούσε πριν το σεισμό του Northridge (1994)	18
2.5 Στρατηγικές κατά τον σχεδιασμό συνδέσεων στις κατασκευές νέων κτηρίων μετά το σεισμό του Northridge	19
2.5.1 Γενικές επισημάνσεις	19
2.5.2 Στρατηγικές Ενισχύσεων	20
2.5.3 Στρατηγικές Απομείωσης της Δοκού της Σύνδεσης	24
2.6 Σύνδεση τύπου RBS	25
2.6.1 Γενικά στοιχεία	25
2.6.2 Η επινόηση – ανάπτυξη της σύνδεσης RBS	27
2.6.3 Παράμετροι που επηρεάζουν τη σεισμική συμπεριφορά και τον σχεδιασμό συνδέσεων RBS	29
2.6.4 Συνδέσεις RBS στους Ευρωπαϊκούς Κανονισμούς	47
2.6.5 Εναλλακτικές Συνδέσεις τύπου RBS	53
2.6.6 Βελτιστοποίηση σχήματος RBS	59
3 Χρήση της μεθόδου των βασικών συστατικών για τη βελτιστοποίηση συνδέσεων καμπικών πλαισίων με δοκούς RBS με βάση την Ευρωπαϊκή Πρακτική	61
3.1 Ανάπτυξη της Μεθόδου των Βασικών Συστατικών (Component Method)	61
3.2 Υπολογισμός της αντοχής, της δυσκαμψίας και της στρωφικής ικανότητας μιας σύνδεσης	63
3.2.1 Γενικά στοιχεία	63
3.2.2 Κοχλιωτές συνδέσεις με μετωπική πλάκα	65
3.3 Μαθηματική βελτιστοποίηση υπό μονοτονική φόρτιση	69

3.3.1	Περιγραφή της μεθόδου	69
3.3.2	Αριθμητικά αποτελέσματα	97
4	Επαλήθευση βελτιστοποίησης συνδέσεων καμπτικών πλαισίων με δοκούς RBS υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, μέσω ανάλυσης με Πεπερασμένα Στοιχεία	108
4.1	Κόμβοι δοκών – στύλων υπό μονοτονική και ανακυκλιζόμενη φόρτιση	108
4.1.1	Ικανότητα απορρόφησης ενέργειας	108
4.1.2	Προσομοίωση της (περι)στροφικής συμπεριφοράς κόμβων δοκών-στύλων υπό στατική (μονοτονική) φόρτιση	113
4.1.3	Προσομοίωση της συμπεριφοράς κόμβων δοκών-στύλων υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση	117
4.1.4	Κανόνες (εκτατικής) κράτυνσης και μοντέλα κυκλικής πλαστικότητας	123
4.2	Συνδέσεις RBS υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση: Προσομοίωση και Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων (Abaqus)	129
4.2.1	Εισαγωγικά στοιχεία	129
4.2.2	Λεπτομερής περιγραφή προσομοίωσης	131
4.2.3	Πρωτόκολλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης	136
4.2.4	Βαθμονόμηση της προτεινόμενης προσομοίωσης	140
4.2.5	Αριθμητικά αποτελέσματα της προτεινόμενης προσομοίωσης	144
5	Εφαρμογή βελτιστοποίησης για πραγματικό πλαίσιο ροπής	154
6	Συμπεράσματα	162
6.1	Περίληψη και Συνολικά Συμπεράσματα	162
6.2	Περιορισμοί και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	164
	Βιβλιογραφία	166
	Παράρτημα	177

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΩΝ

2.1	Ειδικό Πλαίσιο Ροπής	9
2.2	Λεπτομέρεια κόμβου χαλύβδινου πλαισίου του τέλους του 19 ^{ου} αιώνα (Reliance Building, Chicago, αποπεράτωση 1894, από McGuire 1998)	10
2.3	Πιστοποιημένη σύνδεση καμπτικού πλαισίου πριν το σεισμό του Northridge (Krawinkler et al. 1971)	12
2.4	Ενισχύσεις συνδέσεων καμπτικών πλαισίων (Bruneau et al. 1997)	21
2.5	Θραύση κάτω πέλματος δοκού στις θέσεις των βοηθητικών ράβδων (Bruneau et al. 1997)	21
2.6	Οι τέσσερις βασικοί τύποι απότμησης συνδέσεων RBS	26
2.7	Τραπεζοειδής ευθύγραμμη απότμηση σύνδεσης RBS (Plumier 1990)	28
2.8	Αρχική επινόηση απότμησης δοκού σε σύνδεση RBS (Moore et al 1999)	28
2.9	Σχηματική αναπαράσταση ευρέως αποδεκτών μορφών RBS	30
2.10	Προεπιλεγμένη RBS κυκλικής απότμησης για σεισμικές εφαρμογές και συνιστώμενα όρια διαστάσεων (FEMA 2000, ANSI/AISC 2005, CISC 2008)	32
2.11	Συστάσεις χρήσης της RBS στον Ευρωκώδικα 8	33
2.12	Φορτία και μετατοπίσεις ενός δισδιάστατου RBS μέλους πλαισίου	34
2.13	Μη πρισματικό στοιχείο δοκού RBS	34
2.14	Πειραματική διάταξη (α) και ιστορικό (β) των δοκιμών των Chi et al Wang (2002)	35
2.15	Λεπτομέρειες των τριών δοκιμών που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα των Chi et al. Wang (2002)	36
2.16	Στρέψη του στύλου και κάμψη περί τον ασθενή άξονα λόγω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού της δοκού: (α) κεκλιμένη δύναμη στο πέλμα της δοκού λόγω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού και (β) εκτός επιπέδου δυνάμεις επί του στύλου	37
2.17	Πειραματική διάταξη και λεπτομέρεια RBS σύνδεσης με δάπεδο των δοκιμών των Zhang et al. Ricles (2006)	38
2.18	Λεπτομέρεια πλευρικού συνδέσμου των πειραμάτων των Zhang et al. Ricles (2006)	39
2.19	Απλά μοντέλα DRAIN-2DX της RBS των Shen et al. (2000)	41
2.20	Τυπική γεωμετρία RBS κυκλικής απότμησης (α) και προφίλ σεισμικής ροπής (β), (Lee et al. 2005)	42

2.21	Βελτιωμένη κοχλιωτή σύνδεση (α) και λεπτομέρειες τυπικού παραδείγματος, σύμφωνα με τους Lee et al. Kim (2007)	45
2.22	Κατανομή τάσεων κατά μήκος του πέλματος του στύλου (α) για σύνδεση ισχυρού και (β) για σύνδεση ασθενούς άξονα	46
2.23	Πειραματικές διατάξεις των Gilton et al. Uang (2002)	47
2.1	Συνοπτική παρουσίαση των περιεχομένων των Δομικών Ευρωκωδίκων σε σχέση με τις RBS συνδέσεις	52
2.24	Διατομές I με κορμό από πτυχωτά ελάσματα	53
2.25	Εναλλακτική μορφή σύνδεσης RBS με πτυχώσεις στο κορμό της δοκού	55
2.26	Οι τύποι των συνδέσεων απομειωμένου κορμού που ερευνήθηκαν	56
2.27	Λεπτομέρειες της τελικά προταθείσας διαμόρφωσης της δοκού με ενισχυμένα διάκενα κορμού επιμήκους ορθογωνικού σχήματος	58
2.28	Κανονικό σχήμα πέλματος – αριθμητική εφαρμογή – μοντέλο προβόλου προς βελτιστοποίηση των Oshaki et al.	59
2.29	Διάγραμμα ροής διαδικασίας βελτιστοποίησης	60
3.1	Συστατικά μέρη σύνδεσης προσομοιωμένα με ελατήρια σε κοχλιωτή σύνδεση δοκού σε υποστύλωμα	62
3.2	Βασικά συστατικά κοχλιωτού κόμβου δοκού – στύλου με μετωπική πλάκα και διάγραμμα ροπής – στροφής αυτού	64
3.3	Στροφική ικανότητα και όριο αντοχής σχεδιασμού για ψαθυρή κατάρρευση ενός κόμβου του Σχήματος 3.2	64
3.4	Γραφική απεικόνιση κοχλιωτής σύνδεσης δοκού – στύλου με αμφιπροεξέχουσα μετωπική πλάκα και συμμετρική διάταξη κοχλίων	65
3.5	Βασικά συστατικά μέρη	68
3.6	Τυπική διάταξη σύνδεσης δοκού – στύλου με αμφιπροεξέχουσα μετωπική πλάκα	69
3.7	Γεωμετρία και κατανομή σεισμικών και μη σεισμικών εντατικών μεγεθών σε δοκό τυπικού πλαισίου ροπής με RBS	71
3.8	Γραφικός υπολογισμός της μέγιστης τιμής της παραμέτρου γ για διατομές IPE	73
3.9	Γραφικός υπολογισμός της μέγιστης τιμής της παραμέτρου γ για διατομές HEA	74
3.10	Κώδικας Mathematica και αποτελέσματα για δοκούς IPE	75
3.11	Κώδικας Mathematica και αποτελέσματα για δοκούς HEA	75
3.12	Όρια μήκους ανοίγματος δοκών διατομής IPE	76
3.13	Όρια μήκους ανοίγματος δοκών διατομής HEA	77

3.1	Αποσπάσματα από την θεωρητική τεκμηρίωση του λογισμικού Origin Pro για πολυωνυμική προσαρμογή καμπύλης	78
3.2	Αποσπάσματα από την θεωρητική τεκμηρίωση του λογισμικού OriginPro για προσαρμογή καμπύλης μέσω της συνάρτησης Gauss	79
3.14	Προσαρμογή καμπύλης $b=f(h)$ για διατομές HEA	80
3.15	Προσαρμογή καμπύλης $t_f=f(h)$ για διατομές HEA	81
3.16	Προσαρμογή καμπύλης $t_w=f(h)$ για διατομές HEA	82
3.17	Προσαρμογή καμπύλης $r=f(h)$ για διατομές HEA	83
3.18	Προσαρμογή καμπύλης $W_{pl,y}=f(h)$ για διατομές HEA	84
3.19	Προσαρμογή καμπύλης $b=f(h)$ για διατομές HEB	85
3.20	Προσαρμογή καμπύλης $t_f=f(h)$ για διατομές HEB	86
3.21	Προσαρμογή καμπύλης $t_w=f(h)$ για διατομές HEB	87
3.22	Προσαρμογή καμπύλης $r=f(h)$ για διατομές HEB	88
3.23	Προσαρμογή καμπύλης $b=f(h)$ για διατομές IPE	89
3.24	Προσαρμογή καμπύλης $t_f=f(h)$ για διατομές IPE	90
3.25	Προσαρμογή καμπύλης $t_w=f(h)$ για διατομές IPE	91
3.26	Προσαρμογή καμπύλης $r=f(h)$ για διατομές IPE	92
3.27	Προσαρμογή καμπύλης $W_{pl,y}=f(h)$ για διατομές IPE	93
3.3	Σύνταξη και δυνατότητες της εντολής NMinimize του Mathematica	96
3.28	Βελτιστοποιημένη σύνδεση 1	100
3.29	Βελτιστοποιημένη σύνδεση 2	101
3.30	Βελτιστοποιημένη σύνδεση 3	102
3.31	Βελτιστοποιημένη σύνδεση 4	103
3.32	Βελτιστοποιημένη σύνδεση 5	104
3.33	Βελτιστοποιημένη σύνδεση 6	105
3.34	Βελτιστοποιημένη σύνδεση 7	106
3.35	Βελτιστοποιημένη σύνδεση 8	107
4.1	Διατμητική ζώνη κορμού στύλου	109
4.2α	Περιστροφική παραμόρφωση μιας σύνδεσης	114
4.2β	Τυπική καμπύλη ροπής - στροφής μιας σύνδεσης	114
4.3	Μηχανικό μοντέλο για κοχλιωτό κόμβο με προεξέχουσα μετωπική πλάκα	115
4.4	Γενικευμένο μηχανικό μοντέλο (Del Savio et al. 2009)	116
4.5	Καταστατικοί νόμοι για τα συστατικά κόμβων με μετωπικές πλάκες	116
4.6	Μοντέλο ανεξάρτητης κράτυνσης	118
4.7	Μοντέλο κινηματικής κράτυνσης	120
4.8	Υστερητική καμπύλη ροπής – στροφής για κοχλιωτούς κόμβους	

	με αμφιπροέχουσες μετωπικές πλάκες	121
4.9	Μοντέλο επιφάνειας οριοθέτησης	122
4.10	Πειραματική καμπύλη τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης για μονοαξονική φόρτιση	123
4.11	Επίδραση Bauschinger	124
4.12	Κανόνες κράτυνσης	125
4.13	Ιδεατές καμπύλες τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης	126
4.14	Κοχλιωτή σύνδεση υποστυλώματος με δοκό RBS	130
4.15	Τριγραμμικό μοντέλο κινηματικής κράτυνσης που χρησιμοποιήθηκε	131
4.16	Part δοκού	132
4.17	Part υποστυλώματος	132
4.18	Part κοχλία	132
4.19	Προσομοίωμα στο Abaqus	133
4.20	Τροποποιημένο τετραεδρικό στοιχείο δέκα κόμβων (C3D10M)	133
4.21	Αλληλεπίδραση επιφάνειας με επιφάνεια (surface-to-surface contact interaction) μεταξύ της μετωπικής πλάκας και του πέλματος του υποστυλώματος	135
4.22	Αλληλεπίδραση επιφάνειας με επιφάνεια (surface-to-surface contact interaction) μεταξύ κοχλία με την εσωτερική επιφάνεια της οπής της μετωπικής πλάκας	135
4.23	Αλληλεπίδραση επιφάνειας με επιφάνεια (surface-to-surface contact interaction) μεταξύ κοχλία με την εσωτερική επιφάνεια της οπής του πέλματος του υποστυλώματος	136
4.24	Πρωτόκολλο φόρτισης ATC-24 (1992)	137
4.25	Πρωτόκολλο φόρτισης SAC (1997)	137
4.26	Επιλογή σημείου επιβολής μετατόπισης με βάση στατική υπερωθητική ανάλυση	138
4.27	Προτεινόμενο αριθμητικό πρωτόκολλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης	139
4.28	Πειραματική διάταξη (Sofias et. al 2011)	140
4.29	Πρωτόκολλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης (Sofias et al. 2011)	141
4.30	Μηχανικές ιδιότητες υλικού δοκιμών (Sofias et al. 2011)	141
4.31	Προσομοίωση της πειραματικής διάταξης των Sofias et al. (2011)	142
4.32	Σύγκριση πειραματικού και αναλυτικού διαγράμματος M-δ σε απόσταση 3cm από το μέτωπο του υποστυλώματος	143
4.33	Σύγκριση πειραματικού και αναλυτικού διαγράμματος M-δ στο μέσο της απομείωσης της δοκού	143
4.34	Χαρακτηριστικές θέσεις καταγραφής αποτελεσμάτων ανάλυσης	144
5.1	Πλαίσιο ροπής υπό στατική φόρτιση	154

5.2	Γεωμετρία των διατομών δοκού και στύλων του πλαισίου	155
5.3	Διαγράμματα εντατικών μεγεθών του πλαισίου για τα φορτία λειτουργίας	156
5.4	Διαγράμματα εντατικών μεγεθών του πλαισίου για τον συνδυασμό 1.35G+1.50Q	157
5.5	Τελική διαμόρφωση σύνδεσης δοκού-στύλου του πλαισίου	160
5.6	Υπολογισμοί χαρακτηριστικών εντατικών μεγεθών της σύνδεσης και σχετικών παραμέτρων	161

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

3.1	<i>Δεδομένα συνδέσεων υπό βελτιστοποίηση</i>	98
3.2	<i>Αποτελέσματα βελτιστοποίησης</i>	98
3.3	<i>Κατασκευαστική διαμόρφωση βελτιστοποιημένων συνδέσεων</i>	99
4.1	<i>Ικανότητα απορρόφησης ενέργειας από κάθε συστατικό κόμβου</i>	110
4.2	<i>Ακολουθία φόρτισης του προτεινόμενου αριθμητικού πρωτόκολλου ανακυκλιζόμενης φόρτισης</i>	139
4.3	<i>ΣΥΝΔΕΣΗ 1_CON1</i>	146
4.4	<i>ΣΥΝΔΕΣΗ 2_CON2</i>	147
4.5	<i>ΣΥΝΔΕΣΗ 3_CON3</i>	148
4.6	<i>ΣΥΝΔΕΣΗ 4_CON4</i>	149
4.7	<i>ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΥΝΔΕΣΕΩΝ</i>	150
5.1	<i>Αποτελέσματα μαθηματικής βελτιστοποίησης για τη σύνδεση του πλαισίου</i>	159
5.2	<i>Βέλτιστη σύνδεση πλαισίου σύμφωνα με την προτεινόμενη διαδικασία</i>	159

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1. Κίνητρο

Η ολοένα αυξανόμενη απαίτηση των Μηχανικών να μειώσουν το κατασκευαστικό κόστος, προκειμένου να ανταπεξέλθουν στο κλίμα παγκόσμιου ανταγωνισμού, έδωσε την ώθηση στους ίδιους να αναζητήσουν ακριβείς μεθόδους λήψης αποφάσεων, όπως οι μέθοδοι βελτιστοποίησης. Απώτερος στόχος αποτελεί ο σχεδιασμός και η παραγωγή οικονομικών και ταυτόχρονα αποτελεσματικών προϊόντων και συστημάτων. Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης, δεδομένου του επιπέδου ωριμότητάς τους τα τελευταία χρόνια, χρησιμοποιούνται ευρέως σε βιομηχανίες όπως η αεροναυπηγική, η αυτοκίνηση, η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας και η κατασκευαστική βιομηχανία. Η ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας των υπολογιστών, αύξησε το επίπεδο του μεγέθους και της πολυπλοκότητας των προβλημάτων που μπορούν να επιλυθούν με τεχνικές βελτιστοποίησης. Μέθοδοι βελτιστοποίησης, συνδυασμένοι με μοντέρνα εργαλεία σχεδιασμού με τη βοήθεια υπολογιστή, χρησιμοποιούνται προκειμένου να εμπλουτίσουν δημιουργικά το λεπτομερή σχεδιασμό των κατασκευαστικών συστημάτων.

Στα πλαίσια του παραπάνω κλίματος αναζήτησης του καλύτερου κατασκευαστικού αποτελέσματος, υπό δεδομένες συνθήκες, η παρούσα διδακτορική διατριβή διερευνά τη συμπεριφορά συνδέσεων χαλύβδινων πλαισίων με δοκούς μειωμένης διατομής (Reduced Beam Section, RBS) με χρήση πρότυπων διατομών δοκών και υποστυλωμάτων της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας χάλυβα. Καθώς το επιθυμητό κατασκευαστικό όφελος μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση συγκεκριμένων παραμέτρων σχεδιασμού, η βελτιστοποίηση μπορεί να προσδιοριστεί σαν η διαδικασία εύρεσης των συνθηκών που ελαχιστοποιούν τη διαφορά μεταξύ της αντοχής του κόμβου και της αντοχής στη θέση της απομειωμένης διατομής της δοκού.

Η απόκριση των κατασκευών σε σεισμικές δονήσεις του παρελθόντος, όπως επίσης και η αντίστοιχη εμπειρία βιομηχανοποίησης μεταλλικών πλαισίων έχει αποδείξει ότι πλέον απομακρυνόμαστε από τη λογική της δημιουργίας άκαμπτων συνδέσεων, ενισχυμένων στο μέγιστο βαθμό, επιφέροντας σπατάλη υλικού και

ενέργειας. Στόχος μας πλέον δεν είναι οι “άτρωτες” κατασκευές, αλλά εκείνες που παρουσιάζουν τη μέγιστη ικανότητα απορρόφησης σεισμικής-κινητικής ενέργειας και οι οποίες ανταποκρίνονται όχι μόνο στις απαιτήσεις αντοχής αλλά και στις απαιτήσεις παραμορφώσεων. Καθοριστικός παράγοντας κατά το σχεδιασμό συνδέσεων καμπτικών πλαισίων αποτελεί και η δυνατότητα εύκολης επισκευής και αποκατάστασης αστοχιών μετά από ένα σεισμό, με την ελάχιστη δυνατή διακοπή της λειτουργίας του κτιρίου.

Η θεμελιώδης αλλαγή που επήλθε εξαιτίας της χρησιμοποίησης των βελτιωμένων συνδέσεων απομειωμένης δοκού τύπου RBS εντοπίζεται στην ανάπτυξη πλαστικής άρθρωσης στο εσωτερικό της δοκού που λειτουργεί σαν ασφάλεια πλαστιμότητας σε αντίθεση με τις τυπικές συνδέσεις πριν το σεισμό του Northridge, όπου επιδιώκονταν η πλαστικοποίηση των άκρων της δοκού στην περιοχή της σύνδεσής της με το υποστύλωμα. Στην περίπτωση της απομειωμένης δοκού τα άκρα της αναμένεται να παραμείνουν σε επίπεδα ονομαστικών ελαστικών τάσεων. Η επιλογή των επιδιωκόμενων ζωνών πλαστικοποίησης κατά τη φάση του σχεδιασμού επηρεάζει επιπλέον και το μηχανισμό μεταφοράς ροπής από τη δοκό στο υποστύλωμα. Σε αντίθεση με τις “ενισχυμένες” συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος, στην περίπτωση της RBS η ροπή του υποστυλώματος είναι μικρότερη από την ονομαστική πλαστική αντοχή ροπής της δοκού ενώ παράλληλα δίνεται η δυνατότητα για ελεγχόμενη μεταφορά ροπής στα άκρα της δοκού και κατ’ επέκταση στο υποστύλωμα.

Ερέθισμα για την εκπόνηση της παρούσας έρευνας αποτέλεσε η ανάγκη για εξέλιξη και θεωρητική υποστήριξη κατασκευαστικών λύσεων συνδέσεων τύπου RBS που προκύπτουν πρακτικά και εμπειρικά, αλλά απαιτούν νομοθετική τεκμηρίωση για να χρησιμοποιηθούν στα μεταλλικά δομικά συστήματα. Στα πλαίσια λοιπόν της παραπάνω προσπάθειας διερευνάται ο μηχανισμός συνδέσεων RBS, όπως έχει θεμελιωθεί και έχει γίνει αποδεκτός στην Αμερική, ο τρόπος εναρμόνισής του σε Ευρωπαϊκές διατομές και η κατάλληλη προσαρμογή του στην διαδικασία βιομηχανοποίησης και ανέγερσης των μεταλλικών κατασκευών.

1.2. Αντικείμενο και στόχοι

Οι συνδέσεις σε πλαίσια ανθεκτικά σε ροπή (Moment Resisting Frames) με απομειωμένα πέλματα δοκών (RBS), θεωρούνται μεταξύ των πλέον οικονομικών και αποτελεσματικών συνδέσεων για αντισεισμικές εφαρμογές, λόγος

για τον οποίο είναι επίσημα προεγκεκριμένες και τυγχάνουν ευρείας εφαρμογής στις Η.Π.Α. και στον Καναδά, σε νέες κατασκευές. Η έρευνα της συμπεριφοράς συνδέσεων RBS έχει διεξαχθεί τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά με χρήση Αμερικανικών προδιαγραφών και χαλύβδινων διατομών, ενώ αντίθετα οι σχετικές μελέτες με Ευρωπαϊκού τύπου διατομές και Ευρωπαϊκούς κώδικες είναι πολύ περιορισμένες σε αριθμό. Ειδικότερα, οι συνδέσεις RBS συνιστώνται μόνο για ενισχύσεις κτιρίων (Ευρωκώδικας 8, Μέρος 3), όπου η προτεινόμενη μεθοδολογία σχεδιασμού τους αποτελεί αντιγραφή των αντίστοιχων Αμερικανικών συστάσεων, χωρίς ουδεμία αναφορά στο είδος του κόμβου ή διατομές δοκών και στύλων της Ευρωπαϊκής βιομηχανίας χάλυβα. Παράλληλα, σύμφωνα με την Ευρωπαϊκή πρακτική ο πλέον διαδεδομένος αντισεισμικός κόμβος πλαισίων ροπής είναι ο συμμετρικός κοχλιωτός με προεξέχουσα μετωπική πλάκα.

Δοθέντων όλων των ανωτέρω, αντικείμενο της παρούσας Διατριβής είναι η ανάπτυξη μεθοδολογίας βέλτιστου σχεδιασμού των ως άνω συνδέσεων της Ευρωπαϊκής πρακτικής με χρήση δοκών απομειωμένης διατομής και προφίλ Ευρωπαϊκού τύπου για αντισεισμικές εφαρμογές. Με χρήση συνδυασμού των διατάξεων του Μέρους 1-8 του Ευρωκώδικα 3 για τον υπολογισμό της ροπής αντοχής σχεδιασμού κοχλιωτών συνδέσεων με προεξέχουσα μετωπική πλάκα και των συστάσεων της γεωμετρίας απομείωσης των Αμερικανικών προδιαγραφών υπολογίζεται με βάση απλές αρχές της Μηχανικής, μια έκφραση για την συνολική ροπή στον κόμβο του πλαισίου. Η έκφραση αυτή περιέχει τόσο τη συνεισφορά των στατικών φορτίων, όσο και την αναμενόμενη σεισμική ροπή που θα αναπτυχθεί στην RBS, με γνώμονα την ανάπτυξη της πρώτης πλαστικής άρθρωσης εκεί λόγω καμπτικής και όχι διατμητικής διαρροής. Στη συνέχεια πραγματοποιείται παραμετροποίηση της ροπής αυτής με βάση τη γεωμετρία του κόμβου και της απομείωσης και εφαρμόζοντας διαδικασίες αριθμητικής βελτιστοποίησης προκύπτει η βέλτιστη σύνδεση, λαμβάνοντας υπόψη και την απαιτούμενη υπεραντοχή.

Μορφώνοντας κατόπιν ένα προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων των βελτιστοποιημένων συνδέσεων, με χρήση κατάλληλων στοιχείων αλλά και νόμου κινηματικής κράτυνσης του χάλυβα, το οποίο σχεδιάζεται κατά τρόπο ώστε να διαθέτει πλήρη συμβατότητα με την προηγηθείσα διαδικασία βελτιστοποίησης. Το μοντέλο αυτό βαθμονομείται σύμφωνα με υφιστάμενα πειραματικά αποτελέσματα και αναλύεται υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση που οδηγεί σε τεκμηρίωση της προτεινόμενης μεθοδολογίας και σε πλήρως αποδεκτά αποτελέσματα από πλευράς

ολκιμότητας, επιθυμητών ανελαστικών παραμορφώσεων και αποφυγής ανεπιθύμητων φαινομένων διαρροής ή αστοχίας στον κόμβο, με παράλληλη μη εμφάνιση πλευρικού ή τοπικού λυγισμού στη δοκό.

Στόχος της έρευνας είναι τα αποτελέσματά της να συμβάλουν ως έναυσμα για την υιοθέτηση σε Ευρωπαϊκό ορίζοντα της χρήσης RBS με το βέλτιστο δυνατό τρόπο σε νέες αντισεισμικές χαλύβδινες κατασκευές με κύριους φορείς MRF.

1.3. Δομή και περίγραμμα

Πέραν του παρόντος Κεφαλαίου, η παρούσα Διατριβή απαρτίζεται από πέντε (5) επόμενα Κεφάλαια, Βιβλιογραφία και Παράρτημα, το περιεχόμενο των οποίων έχει ως εξής:

Το **Κεφάλαιο 2** αποτελεί ιστορική αναδρομή και ταυτόχρονα βιβλιογραφική ανασκόπηση της δημιουργίας και της εξέλιξης της σύνδεσης τύπου RBS. Αρχικά, θεμελιώνεται ο όρος και η χρήση των καμπτικών πλαισίων, που είναι ανθεκτικά σε ροπές. Περιγράφεται η κατασκευαστική πρακτική συνδέσεων σε τέτοιου είδους πλαίσια, πριν από το σεισμό του Northridge (1994). Οι καταστροφές από τον εν λόγω σεισμό αφύπνισαν τους μηχανικούς να αναζητήσουν νέες κατασκευαστικές λύσεις σχεδιασμού. Στα πλαίσια αυτής της αναζήτησης, αναπτύχθηκαν και θεμελιώθηκαν δύο στρατηγικές, αντικρουόμενες μεταξύ τους, η θεωρία της ενίσχυσης της σύνδεσης και η θεωρία της απομείωσης της διατομής της δοκού που συντρέχει στην σύνδεση. Περιγράφονται αναλυτικά οι μέθοδοι ενίσχυσης του κόμβου της σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος, προκειμένου αυτή να καταστεί ισχυρότερη σε σχέση με τη δοκό που συντρέχει σε αυτή. Κατόπιν παρουσιάζεται η έννοια και η λειτουργία της απομείωσης της δοκού, μέσω της σύνδεσης τύπου RBS. Θεμελιώνεται ο ρόλος και ο μηχανισμός της εν λόγω σύνδεσης και παρουσιάζονται οι βασικότεροι τύποι απότμησης, ανάλογα με τη γεωμετρία της. Επίσης, αναλύονται οι σημαντικότερες παράμετροι που επηρεάζουν τη σεισμική συμπεριφορά και το σχεδιασμό των συνδέσεων RBS, όπως η αντοχή, η γεωμετρία και η θέση της απότμησης, η δυσκαμψία της δοκού, η χρήση υψίκορμων στύλων, η παρουσία σύμμικτου δαπέδου και πλευρικών συνδέσμων, η αντοχή και η ολκιμότητα του κορμού του στύλου (panel zone), ο τύπος της σύνδεσης (κοχλιωτή ή συγκολλητή) και ο προσανατολισμός της δοκού σε σχέση με τον κύριο άξονα του στύλου. Σημείο προβληματισμού και διερεύνησης αποτέλεσε η τεκμηρίωση της σύνδεσης RBS στους Ευρωπαϊκούς Κανονισμούς. Επίσης, προσδιορίζονται εναλλακτικές θεωρίες

απομείωσης, όπως οι τοπικά πτυχωτοί κορμοί από λεπτότοιχα ελάσματα. Τέλος, πραγματοποιείται μια μικρή εισαγωγή στη βελτιστοποίηση του σχήματος της RBS.

Το **Κεφάλαιο 3** αποτελεί το πρώτο σκέλος της παρούσας έρευνας, καθώς προτείνει και τεκμηριώνει την αριθμητική βελτιστοποίηση συνδέσεων καμπτικών πλαισίων με δοκούς RBS, υπό μονοτονική φόρτιση, μέσω της χρήσης της μεθόδου των βασικών συστατικών που εισάγει ο Ευρωκώδικας 3 στο Μέρος 1.8. Σε πρώτη φάση προσδιορίζεται η λειτουργία και η εφαρμογή της εν λόγω μεθόδου. Επιπλέον, προσδιορίζονται οι μέθοδοι υπολογισμού της αντοχής, της δυσκαμψίας και της στρωφικής ικανότητας μιας σύνδεσης. Επιλέγεται η διερεύνηση της κοχλιωτής σύνδεσης με μετωπική πλάκα και δοκό απομειωμένης διατομής, δεδομένου ότι είναι ευρέως χρησιμοποιούμενη στην Ευρωπαϊκή κατασκευαστική πρακτική και διαθέτει το πλεονέκτημα της εύκολης αντικατάστασης της δοκού, σε περίπτωση βλάβης από σεισμό. Μετά το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου των συστατικών, προσδιορίζονται και τεκμηριώνονται οι παράμετροι, οι αρχές, οι περιορισμοί και οι στόχοι της μαθηματικής βελτιστοποίησης υπό μονοτονική φόρτιση, που προτείνει η παρούσα Διδακτορική Διατριβή για κοχλιωτές συνδέσεις μετωπικής πλάκας με δοκούς μειωμένης διατομής. Αποτυπώνεται παραμετρικά η συνάρτηση βελτιστοποίησης (αντικειμενική, objective function), μέσω της ελαχιστοποίησης της διαφοράς της ροπής αντοχής του κόμβου της σύνδεσης και της ροπής στο σημείο απότμησης της δοκού, πολλαπλασιαζόμενη με ένα συντελεστή, ο οποίος προέκυψε από εκτεταμένη θεωρητική τεκμηρίωση. Τα αριθμητικά αποτελέσματα της επίλυσης, ουσιαστικά προτείνουν οκτώ βελτιστοποιημένες συνδέσεις, οι τέσσερις εκ των οποίων αποτελούν τη βάση και το ερέθισμα για την τεκμηρίωση της μεθόδου σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, μέσω της χρήσης πεπερασμένων στοιχείων.

Στο **Κεφάλαιο 4** διερευνάται κατά πόσο οι βέλτιστοι συνδυασμοί συνδέσεων, που προέκυψαν από το προηγούμενο στάδιο υπό μονοτονική φόρτιση, επαληθεύονται υπό συνθήκες ανακυκλιζόμενης φόρτισης. Αρχικά, προσδιορίζονται ποια συστατικά του κόμβου σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος είναι ικανά να ενεργοποιήσουν μηχανισμούς απορρόφησης ενέργειας. Επίσης, παρουσιάζεται η σημασία της αποτύπωσης της (περι)στρωφικής συμπεριφοράς κόμβων δοκών-στύλων μέσω της καμπύλης ροπής-στρωφής ($M-\varphi_c$). Στην περίπτωση της μονοτονικής φόρτισης, η σχέση ροπής-στρωφής εκφράζεται μέσω μαθηματικών, αναλυτικών, μικτών και μηχανικών μοντέλων προσομοίωσης. Όσον αφορά την ανακυκλιζόμενη φόρτιση, η παραπάνω προσομοίωση της συμπεριφοράς του κόμβου είναι πιο

πολύπλοκη, και προς την κατεύθυνση αυτή αναπτύχθηκαν και τεκμηριώθηκαν διάφορες θεωρίες, όπως η μέθοδος ανεξάρτητης κράτυνσης, η μέθοδος κινηματικής κράτυνσης και η μέθοδος επιφάνειας οριοθέτησης. Κατόπιν αναλύονται τα μοντέλα κυκλικής πλαστικότητας που αντιστοιχούν σε κάθε θεωρία και η επίδραση του φαινομένου Bauschinger. Η θεωρητική διατύπωση της διαμόρφωσης των βρόγχων υστέρησης κόμβου σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, βρίσκει εφαρμογή στην προσομοίωση και ανάλυση τεσσάρων βέλτιστων συνδέσεων της προηγούμενης ενότητας, υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Προσδιορίζονται οι παράμετροι της ανάλυσης μέσω της χρήσης πεπερασμένων στοιχείων, όπως το μοντέλο του υλικού, η σύνθεση των τμημάτων της σύνδεσης, το είδος των χρησιμοποιούμενων πεπερασμένων στοιχείων, η πύκνωση του καννάβου τους, οι ιδιότητες της αλληλεπίδρασης μεταξύ των θεωρούμενων διεπιφανειών και το πρωτόκολλο της ανακυκλιζόμενης φόρτισης. Πριν την παρουσίαση των αποτελεσμάτων της επίλυσης επιχειρείται η βαθμονόμηση της προτεινόμενης προσομοίωσης, μέσω σύγκρισης με υφιστάμενα πειραματικά αποτελέσματα. Η σύγκριση πειραματικών και αναλυτικών μοντέλων, επαληθεύει και τεκμηριώνει τις παραδοχές και τις θεωρήσεις προσομοίωσης του κόμβου υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων των τεσσάρων βελτιστοποιημένων συνδέσεων, μέσω καμπυλών ροπής-στροφής σε τρεις χαρακτηριστικές θέσεις. Πραγματοποιούνται συγκριτικές αναλύσεις των παραπάνω αποτελεσμάτων, με στόχο την επαλήθευση της μεθόδου της αριθμητικής βελτιστοποίησης.

Το **Κεφάλαιο 5** περιλαμβάνει την εφαρμογή της βελτιστοποίησης σε πραγματικό πλαίσιο ροπής. Συγκεκριμένα, θεωρείται πλαίσιο ροπής δεδομένων διαστάσεων και διατομών που δέχεται θεωρούμενα φορτία. Η επιλογή των βέλτιστων παραμέτρων της κοχλιωτής σύνδεσης μετωπικής πλάκας δοκού RBS – υποστυλώματος υλοποιείται μέσω της μεθόδου βελτιστοποίησης που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3. Η εύρεση βέλτιστης λύσης επαληθεύει την εφαρμοσιμότητα της μεθόδου.

Το **Κεφάλαιο 6** συνοψίζει τα πλεονεκτήματα και τους περιορισμούς της προτεινόμενης μεθόδου βελτιστοποίησης. Ταυτόχρονα, περιγράφονται οι κατευθύνσεις και διατυπώνονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα επί του θέματος. Η καταγραφή των συμπερασμάτων της παρούσας έρευνας φιλοδοξεί να αποτελέσει τη

βάση μιας τεκμηριωμένης πρότασης στους Ευρωκώδικες για την επιλογή παραμέτρων στις συνδέσεις τύπου RBS, προσαρμοσμένων σε Ευρωπαϊκού τύπου προφίλ.

Η Διατριβή περιλαμβάνει επίσης **Παράρτημα**, όπου παρουσιάζεται ο αναλυτικός παραμετρικός υπολογισμός της ροπής αντοχής κόμβου δοκού-υποστυλώματος και της ροπής αντοχής δοκού RBS στη θέση της απότμησης, οι οποίες συμμετέχουν στη συνάρτηση βελτιστοποίησης. Επίσης παρατίθενται τα δεδομένα, η διαδικασία επίλυσης και τα αποτελέσματα στο Mathematica για μια βελτιστοποιημένη σύνδεση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Ιστορική Αναδρομή και Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

2.1. Πλαίσια Ανθεκτικά σε Ροπές (Moment Resisting)

Οι εκτεταμένες αστοχίες που παρατηρήθηκαν σε πλαίσιακές κατασκευές στους σεισμούς του Northridge(1994,Η.Π.Α.) και του Kobe(1995,Ιαπωνία) προβλημάτισαν έντονα ερευνητές και κατασκευαστές την τελευταία δεκαπενταετία, δίνοντας τους έναυσμα για να αναθεωρήσουν, να επανεξετάσουν και να διερευνήσουν περαιτέρω τα υλικά, το σχεδιασμό και την εργασιακή τεχνική των μεταλλικών καμπτικών πλαισίων (moment resisting frames, MRF). Επίσης, με αφορμή τα παραπάνω επήλθε εκτεταμένη αναθεώρηση των κωδίκων αντισεισμικού σχεδιασμού και εξετάστηκαν νέες διέξοδοι στην κατασκευαστική πρακτική. Η έννοια και η βαρύτητα του ικανοτικού σχεδιασμού άρχισε να βρίσκει πρόσφορο έδαφος, δεδομένου ότι η απαίτηση για ολκιμότητα έγινε επιτακτική.

Κατά το σχεδιασμό πλαίσιακών φορέων υπό ανακυκλιζόμενες φορτίσεις μεγάλης έντασης, αναμένεται να παρατηρηθούν αστοχίες τόσο σε φέροντα όσο και σε μη φέροντα στοιχεία της κατασκευής. Συνεπώς, κατά τη διαστασιολόγηση του φορέα ο μελετητής πρέπει να λάβει υπόψη τις συνέπειες της απόκρισης πέραν των ορίων της ελαστικής περιοχής. Αρωγός στην προσπάθεια των ερευνητών να σχεδιάσουν κατασκευές, που πλέον δεν θα επιδιώκεται να είναι άτρωτες σε κινήσεις ταλαντώσεων, αλλά θα διαθέτουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ικανότητα απορρόφησης σεισμικής ενέργειας, αποτέλεσε η χρησιμοποίηση των Ειδικών Καμπτικών Πλαισίων (ΕΚΠ – Special Moment Frames, SMF). Πρόκειται για ένα σύγχρονο σύστημα δόμησης πλαισίων, το οποίο προδιαγράφεται ώστε οι συνδέσεις μεταξύ των δοκών και των υποστυλωμάτων να καταναλώνουν σημαντικά ποσά ενέργειας, συμβάλλοντας στην απαίτηση για ολκιμότητα μετακινήσεων και για αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται ευρέως σε περιοχές μεγάλης σεισμικότητας.

Τα ΕΚΠ είναι ιδιαίτερα δημοφιλή διότι εκτός της μεγάλης ικανότητας για ανελαστικές παραμορφώσεις που διαθέτουν, δίνουν στον αρχιτέκτονα τη δυνατότητα να διαμορφώσει μεγάλους χώρους χωρίς ενδιάμεσες στηρίξεις, ιδιαίτερα χρήσιμους σε εμπορικά, βιομηχανικά, διοικητικά κτίρια και γενικότερα χώρους συνάθροισης κοινού. Χαρακτηριστικός τύπος επίπεδου ΕΚΠ απεικονίζεται στο Σχήμα 2.1.

Σχήμα 2.1. Ειδικό Πλαίσιο Ροπής

Τα ΕΚΠ τυπικά απαρτίζονται από συνδέσεις μεταξύ πλατύπελμων δοκών και υποστυλωμάτων, στα οποία τα πέλματα των δοκών συγκολλούνται στα αντίστοιχα πέλματα των υποστυλωμάτων με ραφές πλήρους διεισδύσεως, ενώ ο κορμός των δοκών κοχλιώνεται ή συγκολλείται στις μετωπικές πλάκες των υποστυλωμάτων. Η συγκεκριμένη κατασκευαστική πρακτική επικρατούσε έντονα πριν το σεισμό του Northridge και στηριζόταν στη λογική ότι οι διατμητικές τάσεις μεταφέρονται από τις δοκούς στα υποστυλώματα μέσω της σύνδεσης του κορμού ενώ οι ροπές μεταφέρονται μέσω των πελμάτων της δοκού. Ωστόσο, νεότερες έρευνες απέδειξαν ότι η εν λόγω θεώρηση μεταφοράς τάσεων απέχει πολύ από την πραγματική συμπεριφορά. Πλέον γνωρίζουμε ότι κατά το σχεδιασμό ενός ΕΚΠ, στόχο δεν αποτελεί η μόρφωση δύσκαμπτων συνδέσεων μεγάλης αντοχής, αλλά ο σχεδιασμός κόμβων που θα μπορούν να ανταποκρίνονται τόσο στις απαιτήσεις οριακού φορτίου αντοχής όσο και σε απαιτήσεις παραμορφώσεων. Συνεπώς, μια σύνδεση σε ΕΚΠ πρέπει να είναι αρκετά ισχυρή ώστε να μπορεί να αναπτύξει την πλήρη αντοχή της συνδεόμενης δοκού μειώνοντας τον κίνδυνο ψαθυράς αστοχίας στον κόμβο, αλλά ταυτόχρονα απαιτείται να διαθέτει ικανότητα ανελαστικών παραμορφώσεων, διασφαλίζοντας πλαστιμότητα σε προκαθορισμένες θέσεις, όταν υπόκειται σε ισχυρές σεισμικές κινήσεις.

Η σεισμική απόκριση ενός όλκιμου πλαισίου ροπής θα είναι ικανοποιητική μόνο στην περίπτωση που οι συνδέσεις μεταξύ των μελών των πλαισίων έχουν επαρκή αντοχή ώστε να επιτρέψουν την επίτευξη του επιθυμητού πλάστιμου (όλκιμου) μηχανισμού κατάρρευσης, επαρκή δυσκαμψία ώστε να δικαιολογήσουν την υ-

πόθεση στην ανάλυση της πλήρους άκαμπτης συμπεριφοράς και επαρκή ολκιμότητα ώστε να επιτρέψουν την ανάπτυξη μεγάλων ανακυκλιζόμενων ανελαστικών παραμορφώσεων, που αναμένονται κατά τη διάρκεια ενός σεισμού, χωρίς κάποια σημαντική μείωση της αντοχής της σύνδεσης. Οι δοκοί, τα φατνώματα των κορμών των στύλων (panel zone) και σε κάποιο βαθμό τα υποστύλώματα μπορούν να απορροφήσουν σεισμική ενέργεια μέσω πλαστικών κυκλικών παραμορφώσεων, αλλά η αστοχία της σύνδεσης δεν είναι αποδεκτή κατά το σχεδιασμό. Από αυτή τη σκοπιά, οι κοχλίες και οι συγκολλήσεις θεωρούνται μη όλκιμα στοιχεία που πρέπει να σχεδιάζονται με επαρκή αντοχή για να παραλάβουν τις μέγιστες δυνάμεις που αναπτύσσονται στις περιοχές των συνδέσεων. Ακόμη και αν οι κοχλίες, και σε κάποιο βαθμό οι ραφές, είναι ικανές να αναλάβουν πλαστικές παραμορφώσεις, το μικρό τους μέγεθος και η περιορισμένη ολκιμότητα γενικά εμποδίζουν την ανάληψη σημαντικού μεγέθους παραμορφώσεων σε αυτό το κατασκευαστικό τμήμα.

Τα καμπτικά πλαίσια απέκτησαν εξαιρετική φήμη σαν αντισεισμικά κατασκευαστικά συστήματα μετά το σεισμό του San Francisco το 1906. Ωστόσο, τα λίγα χαλύβδινα κτίρια μεσαίου ύψους που είχαν κατασκευαστεί εκείνη την περίοδο αποκρίθηκαν ικανοποιητικά στις σεισμικές κινήσεις, ενώ είναι εμφανώς αντιληπτό ότι οι εκτεταμένες ηλωτές συνδέσεις εκείνης της εποχής έμοιαζαν ελάχιστα με τις σύγχρονες αντισεισμικές συνδέσεις χαλύβδινων πλαισίων. Παραδείγματα συνδέσεων που χρησιμοποιήθηκαν στις πρώτες δεκαετίες του 1900 φαίνονται στο Σχήμα 2.2, με εμφανή χαρακτηριστικά πολυπλοκότητας και κατασκευαστικών δυσκολιών.

Σχήμα 2.2. Λεπτομέρεια κόμβου χαλύβδινου πλαισίου του τέλους του 19ου αιώνα (Reliance Building, Chicago, αποπεράτωση 1894, από McGuire 1988)

Η συνδεσμολογία – κομβολογία των καμπτικών χαλύβδινων πλαισίων πέρασε από διάφορα πειραματικά στάδια, δοκιμάστηκε σε πραγματικές συνθήκες υπό ανακυκλιζόμενες σεισμικές φορτίσεις και εξελίχτηκε κατασκευαστικά με την πρόοδο της τεχνολογίας και τη χρησιμοποίηση του χάλυβα ως δομικό υλικό.

2.2. Γνώση και κατασκευαστική πρακτική πριν το σεισμό του Northridge (1994)

Πριν το σεισμό του Northridge στη Βόρεια Αμερική χρησιμοποιούνταν ευρέως στα καμπτικά χαλύβδινα πλαίσια συνδέσεις αποκλειστικά συγκολλητές τόσο στο πέλμα όσο και στον κορμό. Παρά τις αντιλήψεις των επιστημόνων εκείνης της εποχής, ότι οι συγκολλήσεις πλήρους διείδυσης τόσο στα πέλματα όσο και στον κορμό των δοκών είναι ικανές να δημιουργήσουν συνδέσεις που ανταποκρίνονται στις υψηλές απαιτήσεις αντοχής και δυσκαμψίας, η κατασκευαστική βιομηχανία χρησιμοποιούσε ήδη μια εναλλακτική πιο οικονομική τύπου σύνδεση και ευκολότερη στην κατασκευή, η οποία προδιαγράφονταν με συγκολλήσεις πλήρους διείδυσης στα πέλματα και κοχλιώσεις στον κορμό.

Οι πρώτες πειραματικές δοκιμές προκειμένου να διερευνηθεί η πλαστική συμπεριφορά των συνδέσεων ροπής πραγματοποιήθηκαν από τον Poron και τον Pinkney το 1969. Τα εν λόγω πειράματα κατέδειξαν την πολύ καλή ανελαστική συμπεριφορά της μικτής σύνδεσης (συγκολλήσεις πλήρους διείδυσης στα πέλματα και κοχλίωση στον κορμό) σε σχέση με τις αποκλειστικά συγκολλητές συνδέσεις. Επιπλέον, οι συνδέσεις τύπου ροπής αποκλειστικά κοχλιωτές αποδείχτηκαν περισσότερο τρωτές, δεδομένου ότι η ολίσθηση των κοχλιών κατά τη διάρκεια κυκλικής φόρτισης κρίθηκε ανησυχητική, εξαιτίας των εφελκυστικών ρωγμών που παρατηρήθηκαν κατά μήκος της μεγαλύτερης διάστασης της διατομής μεταξύ των οπών των κοχλιών.

Οι εργαστηριακές δοκιμές πάνω στο ίδιο αντικείμενο συνεχίστηκαν και στη δεκαετία του 1970 (Poron και Stephen 1970), πραγματοποιώντας συγκριτικούς ελέγχους μεταξύ των διαδεδομένων πλέον μικτών συνδέσεων και των αντίστοιχων πλήρως συγκολλητών συνδέσεων. Και οι δύο τύπου συνδέσεις αποδείχτηκαν ισχυρότερες από το αναμενόμενο στα πλαίσια της πλαστικής ανάλυσης. Η αποκλειστικά συγκολλητή σύνδεση επέδειξε περισσότερο όλκιμη συμπεριφορά. Η μικτή σύνδεση παρουσίασε απότομη αστοχία, και η ολκιμότητά της θεωρήθηκε λιγότερο αξιόπιστη. Εντούτοις, οι συνδέσεις με κοχλιώσεις στον κορμό κρίθηκαν αρκετά όλκιμες

με μικρότερο κόστος κατασκευής. Η ομάδα του Popon και του Stephen πέραν των παραπάνω κατέληξε στο εξής κρίσιμο συμπέρασμα : **“Η ποιότητα της κατασκευής και οι επί τόπου έλεγχοι είναι υπερβολικά καθοριστικοί για την επίτευξη των καλύτερων αποτελεσμάτων.”**

Στη δεκαετία του 1970 ασχολήθηκαν και άλλες ερευνητικές ομάδες με τους μηχανισμούς μεταφοράς δυνάμεων στα πλαίσια (Krawinkler et al. 1971, Bertero et al. 1973, Popon et al. 1975), διερευνώντας την επίδραση του φατνώματος του κορμού του στύλου και των πλαστικών αρθρώσεων σε διαφορετικού τύπου συνδέσεις ροπής και συνέβαλλαν με τα αποτελέσματά τους στην ανάδειξη της μικτής σύνδεσης (συγκολλητά πέλματα- κοχλιωτός κορμός) με την προϋπόθεση ότι μορφώνονται υπό την τήρηση προκαθορισμένων κανόνων. Αυτή η τύπου σύνδεση παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.3., με κάποιες επιπλέον βελτιώσεις, στις οποίες υποβλήθηκε στα τέλη του 1980.

Σχήμα 2.3. Πιστοποιημένη σύνδεση καμπτικού πλαισίου πριν το σεισμό του Northridge (Krawinkler et al. 1971)

Για αρκετά χρόνια μετά, σχεδόν όλες οι συνδέσεις δοκών-υποστυλωμάτων στα πλαίσια συστήματα φορέων με όλκιμη συμπεριφορά, σχεδιάζονταν ώστε να είναι ικανά να μεταφέρουν την ονομαστική πλαστική ροπή από τις δοκούς στα υποστυλώματα (Roeder and Foutch 1996). Σαν αποτέλεσμα, σχετικά μικρότερες διατομές υποστυλωμάτων και δοκών κρίθηκαν επαρκείς σε αυτά τα πλαίσια ροπής για να παρέχουν την απαιτούμενη σεισμική αντοχή. Εντούτοις, με το πέρασμα του χρόνου, πολλοί μηχανικοί κατέληξαν ότι είναι οικονομικότερο να περιορίσουν τον αριθμό των πλαισίων στον σχεδιασμό κτιρίων με τέτοιο κυρίαρχο επιθυμητά όλ-

κιμο δομικό σύστημα. Σε ακραίες περιπτώσεις, πριν το σεισμό του Northridge, πολλοί μηχανικοί συχνά σχεδίαζαν κτίρια με μόνο τέσσερα κύρια όλκιμα πλαίσια ροπής (δύο σε κάθε διεύθυνση, για να παρέχουν επαρκή στρεπτική αντίσταση και στις δύο διευθύνσεις). Αυτή η τάση αναπτύχθηκε με τίμημα τη δραματική μείωση υλικού στην κατασκευαστική πρακτική, η οποία μπορεί να θεωρηθεί σαν μια μη αμελητέα μείωση στην όλη ασφάλεια της κατασκευής, με δραματικότερες επιπτώσεις στην περίπτωση κατασκευαστικών ατελειών. Επιπλέον, απαιτούνταν για την ανάληψη των ίδιων σεισμικών δυνάμεων πιο υψίκορμες δοκοί, υποστυλώματα με μεγαλύτερο πάχος πελμάτων και μεγαλύτερες θεμελιώσεις στην περίπτωση των παραπάνω πλαισίων σε σχέση με παλαιότερα κατασκευαστικά συστήματα.

Μετά το κλίμα επιστημονικής ανησυχίας από την απλοποιητική τάση στις κατασκευές, όπως αναπτύχθηκε παραπάνω, ο Tsai και ο Popon (1988,1989) προχώρησαν ένα βήμα παρακάτω, προσθέτοντας πολύτιμα δεδομένα στο υπάρχον επίπεδο γνώσης, παρέχοντας τη δυνατότητα να διερευνηθούν οι πιθανές επιπτώσεις από το μέγεθος των διατομών. Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν ήταν ανάλογου μεγέθους με αυτά που χρησιμοποίησαν οι Popon και Stephen το 1971, και αποδείχτηκαν λιγότερο όλκιμα από το αναμενόμενο, όταν ο κορμός ανέπτυξε σημαντικό ποσοστό της αντοχής της δοκού σε πλαστική ροπή. Δηλαδή, συνδέσεις με συγκολλητά πέλματα και κοχλιωτό κορμό αστόχησαν αιφνίδια πριν αναπτύξουν επαρκείς πλαστικές στροφές. Τα συγκεκριμένα δοκίμια κατασκευάστηκαν από έναν εμπορικό κατασκευαστή και οι συγκολλήσεις ελέγχτηκαν ηλεκτρομαγνητικά και βρέθηκαν ικανοποιητικές. Η χρήση κοχλίων στον κορμό με άκρα χωρίς σπείρωμα για ελεγχόμενο εφελκυσμό ή η εφαρμογή επιπλέον συγκολλήσεων στον κορμό βελτίωσαν την υστερητική συμπεριφορά και εμπόδισαν την αιφνίδια αστοχία.

Πέρα των παραπάνω πορισμάτων, η πιστοποιημένη σύνδεση ροπής με συγκολλητά πέλματα-κοχλιωτό κορμό τροποποιήθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1980 για την περίπτωση δοκών που ο λόγος Z_f/Z είναι μικρότερος του 0.70, όπου Z_f είναι η πλαστική ροπή αντίστασης των πελμάτων της διατομής ενώ Z είναι η πλαστική ροπή αντίστασης ολόκληρης της διατομής της δοκού. Για τις εν λόγω δοκούς προκειμένου να πιστοποιηθεί και να κατοχυρωθεί η χρήση της σύνδεσης ροπής με συγκολλητά πέλματα-κοχλιωτό κορμό, απαιτούνταν και πρόσθετες συγκολλήσεις στην κοχλιωτή πλάκα διάτμησης του κορμού, σύμφωνα με το Σχήμα 2.3. Οι πρόσθετες συγκολλήσεις απαιτούνταν επίσης να διαθέτουν ελάχιστη αντοχή της τάξης του 20% της ονομαστικής αντοχής σε κάμψη του κορμού της δοκού.

Δεδομένου ότι αυτές οι νέες απαιτήσεις υποστηρίχθηκαν από περιορισμένα πειραματικά δεδομένα, οι Engelhardt και Husain το 1993 εκτέλεσαν επιπλέον δοκιμές προκειμένου να διερευνήσουν την επίδραση του λόγου Z_F/Z στην ικανότητα ανάληψης στροφών, χρησιμοποιώντας ελάχιστα πιο υψίκορμες δοκούς από τα αντίστοιχα δοκίμια του Tsai και του Popov. Ενδιαφέρον παρουσίασε το γεγονός ότι κάποια από τα δοκίμια που χρησιμοποίησαν οι Engelhardt και Husain επέδειξαν ανησυχητική έλλειψη ολκιμότητας, αν και όλα είχαν κατασκευαστεί από ικανούς παραγωγούς χάλυβα με πιστοποιημένους συγκολλητές και όλες οι συγκολλήσεις είχαν ελεγχθεί ηλεκτρομαγνητικά από πιστοποιημένους επιθεωρητές. Κάποια δοκίμια δεν επέδειξαν κανένα βαθμό όλκιμης συμπεριφοράς ενώ κάποια άλλα συμπεριφέρθηκαν όλκιμα όταν ξαφνικά παρατηρήθηκε αστοχία. Ο βαθμός υστερητικής συμπεριφοράς που αναπτύχθηκε πριν την αστοχία έμοιαζε να μη συσχετίζεται με τον παράγοντα Z_F/Z . Κάποια δοκίμια αστόχησαν χωρίς προειδοποίηση λόγω θραύσεων στο κάτω πέλμα της δοκού στη διεπιφάνεια δοκού-υποστρώματος, κάποια άλλα παρουσίασαν σταδιακές ρωγμές, που κατέληξαν σε διαδοχική θραύση σε αντίστοιχο σημείο στο πάνω πέλμα, ή κατά μήκος του κάτω πέλματος της δοκού σε θέση παρακείμενη της συγκόλλησης.

Οι Engelhardt και Husain συνέκριναν τα αποτελέσματα τους με πειραματικά δεδομένα του παρελθόντος. Υποθέτοντας ότι οι συνδέσεις έπρεπε να διαθέτουν ικανότητα πλαστικής στροφής της τάξης των 0.015 rad, προκειμένου να επιβιώσουν σε περίπτωση αυξημένων σεισμικών δυνάμεων, κατέληξαν στο ότι κανένα από τα δοκίμιά τους δεν μπορούσε να ανταπεξέλθει σε αυτή την απαίτηση αλλά ούτε και τα αντίστοιχα δοκίμια των άλλων ερευνητών. Σαν αποτέλεσμα, οι εν λόγω ερευνητές εξέφρασαν σε μεγάλο βαθμό την ανησυχία τους και τον προβληματισμό τους για τη χρήση συνδέσεων ροπής με συγκολλητά πέλματα-κοχλιωτό κορμό που ήδη είχαν καθιερωθεί στην κατασκευαστική πρακτική όλκιμων καμπτικών πλαισίων σε περιοχές έντονης σεισμικότητας. Παράλληλα με το κλίμα σκεπτικισμού και αμφισβήτησης, που παρουσιάστηκε στην επιστημονική κοινότητα και είχε αντίκτυπο στην κατασκευαστική βιομηχανία, συνέβη ο σεισμός του Northridge το 1994.

2.3. Καταστροφές από τον σεισμό του Northridge (1994)

Στις 17 Ιανουαρίου του 1994, ένας σεισμός μεγέθους 6.7 Ρίχτερ χτύπησε την περιοχή του Los Angeles. Ο σεισμός προκάλεσε ζημιές που εκτιμήθηκαν να υπερβαίνουν τα 20 δισεκατομμύρια δολάρια. Διάσπαρτες και πολυάριθμες κατα-

στροφές καταγράφηκαν σε κτίρια και έργα υποδομής, αλλά δεν καταγράφηκαν άμεσα μετά το σεισμό ζημιές σε κτίρια από χάλυβα. Οι επιθεωρητές μηχανικοί όπως επίσης και οι ομάδες έρευνας που εξέτασαν τις καταστροφές μετά το σεισμό μπορούσαν να καταγράψουν μόνο τα ορατά αποτελέσματα και όχι εκείνα που κρύβονταν πίσω από μη φέροντα στοιχεία. Η προσεκτική επιθεώρηση ενός μεταλλικού πλαισίου απαιτεί την αφαίρεση των αρχιτεκτονικών τελειωμάτων (επενδύσεις, πάνελ, ψευδοροφές κλπ) όπως επίσης και της πυροπροστατευτικής βαφής των μεταλλικών στοιχείων, γεγονός που απαιτούσε χρόνο. Συνεπώς, κανένα μεταλλικό κτίριο δεν κατέρρευσε ή παρουσίασε άμεσα αντιληπτές κατασκευαστικές αστοχίες.

Παρά ταύτα, στους μήνες που ακολούθησαν μετά το σεισμό, οι μηχανικοί ανακάλυψαν σημαντικές αστοχίες σε κατασκευές από χάλυβα, συμπεριλαμβανομένων και πολλών θραύσεων σε συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος. Αρχικά, οι ζημιές γίνονταν τυχαία αντιληπτές, όταν οι μηχανικοί προσπαθούσαν να δώσουν λύση σε αστοχίες που εμφανίστηκαν σε μη φέροντα στοιχεία, όπως καταγράφονταν από τους ιδιοκτήτες τους μετά το σεισμό. Για παράδειγμα, αστοχίες στις συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος θα παρέμεναν για αρκετό καιρό ακόμα κρυμμένες, αν δεν διαμαρτύρονταν έντονα οι ένοικοι για τις δυσκολίες στην κίνηση του ανελκυστήρα. Ο μηχανικός της κατασκευής παρατήρησε ότι το συγκεκριμένο κτίριο παρουσίαζε μια απόκλιση από την κατακόρυφο στη μια διεύθυνση με αποτέλεσμα κάποιες συνδέσεις να δέχονται μεγαλύτερο ποσοστό φορτίσεων. Άτυπες συζητήσεις και προβληματισμοί μεταξύ των αρμόδιων μηχανικών καλλιέργησαν κλίμα ανησυχίας και πραγματοποιήθηκαν έκτακτες επιθεωρήσεις σε κόμβους-συνδέσεις. Αυτό οδήγησε στην ανακάλυψη περισσότερων αστοχιών, δίνοντας μεγαλύτερη διάσταση στο πρόβλημα. Θραύσεις σε συνδέσεις καταγράφηκαν σε κτίρια που είχαν κατασκευαστεί σε διαφορετικές χρονικές περιόδους και με διαφορετικά μεταξύ τους ύψη (από έναν έως είκοσι επτά ορόφους), συμπεριλαμβάνοντας νέα κτίρια υπό κατασκευή τη χρονική στιγμή που εκδηλώθηκε ο σεισμός. Οι περισσότερες αστοχίες καταγράφηκαν στις συγκολλήσεις πλήρους διείδυσης στο κάτω πέλμα της δοκού σε επαφή με το υποστυλώμα, όπου η θραύση σε πολλές περιπτώσεις είχε προχωρήσει κατακόρυφα σε μικρή απόσταση στο εσωτερικό του κορμού του υποστυλώματος, φτάνοντας στο άνω πέλμα της δοκού.

Μέσα σε διάστημα δύο μηνών, καταγράφηκαν περισσότερα από δώδεκα κτίρια με σοβαρές αστοχίες σε καμπτικές συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος αποδιδόμενες στο σεισμό του Northridge. Η συγκεκριμένη καταγραφή έφερε στο φως ένα ιδιαίτερα ευαίσθητο ζήτημα, δεδομένου ότι τα εν λόγω κτίρια εξακολουθούσαν να

κατοικούνται και μετά το σεισμό. Σαν πρώτο βήμα για την επίλυση του ζητήματος ήταν η σύσταση επιτροπής μεταξύ ερευνητών και μηχανικών-κατασκευαστών προκειμένου από κοινού να ανταλλάξουν απόψεις και να δημιουργήσουν τις προϋποθέσεις για μια βιώσιμη λύση για όλες τις πλευρές. Στα πλαίσια αυτής της συνεργασίας διατυπώθηκαν αβέβαιες προβλέψεις για την επισκευή των αστοχιών, και παρά το ότι πολλές πιθανές αιτίες για το πρόβλημα μπόρεσαν να αναγνωριστούν, εντούτοις οι ζημιές δεν ήταν δυνατόν να εξηγηθούν και να αποδοθούν από κοινού σε συγκεκριμένες κατασκευαστικές αδυναμίες.

Τρεις μήνες μετά τον καταστρεπτικό σεισμό, περίπου πενήντα κτίρια είχαν καταγραφεί να έχουν υποστεί καμπτικές αστοχίες στα πλαίσια σύμφωνα με τα δεδομένα του τμήματος ασφάλειας των κτιρίων του Los Angeles. Μέχρι το τέλος του 1994, περισσότερα από εκατό είχαν αναγνωριστεί, αλλά ο πιθανός αριθμός κτιρίων με θραύσεις σε κόμβους δοκών-υποστυλωμάτων καμπτικών πλαισίων εκτιμάται πολύ μεγαλύτερος δεδομένου ότι πολλοί ιδιοκτήτες απαγόρευαν την επιθεώρηση των κτιρίων τους, θέλοντας να προστατέψουν τα συμφέροντά τους σε βάρος της δημόσιας ασφάλειας. Ο μεγαλύτερος εκτιμώμενος αριθμός κτιρίων με αδυναμίες στο φέροντα οργανισμό, δικαιολογείται από το γεγονός ότι πάνω από πεντακόσια μεταλλικά κτίρια με φορέα από μεταλλικά καμπτικά πλαίσια εντοπίζονταν στην περιοχή κοντά στο επίκεντρο του σεισμού. Τα πορίσματα από το σεισμό του Northridge οδήγησαν τους ερευνητές στην υποψία ότι οι ζημιές στα χαλύβδινα πλαίσια μπορεί να είχαν παρουσιαστεί σαν αποτέλεσμα προηγούμενων σεισμών, όπως για παράδειγμα ο σεισμός στη Loma Prieta (Οκτώβριος 1989), και παρέμεναν κρυμμένες.

Οι ρωγμές ως επί το πλείστον παρατηρήθηκαν σε επίπεδο καμπτικών συνδέσεων, στις συγκολλήσεις πλήρους διείσδυσης του κάτω πέλματος της δοκού στη διεπιφάνεια με το υποστύλωμα, προχωρώντας είτε κατακόρυφα μέσω του κορμού του υποστυλώματος στο άνω πέλμα της δοκού, είτε οριζόντια διαπερνώντας τον κορμό του στύλου και φτάνοντας πολλές φορές στο απέναντι πέλμα του. Ελάχιστες ήταν οι περιπτώσεις που καταγράφηκαν αστοχίες στις συγκολλήσεις του άνω πέλματος στο υποστύλωμα, αν και αντίστοιχες θραύσεις μπορεί να παρέμεναν ανεξιχνίαστες αφού οι σύμμεικτες πλάκες συνήθως εμπόδιζαν το έργο της αυτοψίας.

Οι ζημιές που περιγράφηκαν παραπάνω συνοδεύονταν συχνά και από σοβαρές ρωγμές στις διατμητικές πλάκες σύνδεσης του κορμού της δοκού στο υποστύλωμα, διευκολύνοντας την εκδήλωση αντίστοιχων ρωγμών μεταξύ των οπών των κοχλιών στον κορμό. Όταν οι συγκεκριμένες ρωγμές συνοδεύονται από θραύσεις στα

πέλματα τίθεται σε κίνδυνο η δυνατότητα ανάληψης δυνάμεων βαρύτητας. Τέλος, σε κάποιες περιπτώσεις παρατηρήθηκε διαρροή του φατνώματος του κορμού του υποστυλώματος (panel zone).

Δεδομένου ότι οι παραπάνω ζημιές καταγράφηκαν σε κτίρια με εντελώς διαφορετικά χαρακτηριστικά, έγιναν προσπάθειες να συνδεθούν τα στατιστικά των αστοχιών με το πλάτος της δοκού, το άνοιγμα της δοκού, την ποιότητα του χάλυβα, τις λεπτομέρειες σχεδιασμού, τον τύπο της διατμητικής σύνδεσης, τη διαδικασία συγκόλλησης, τη συμπεριφορά της σύνθετης-συγκολλητής διατομής δοκού και την ποιότητα της κατασκευής. Οι μελέτες αυτές δεν έδωσαν συγκεκριμένα πορίσματα ή συμπεράσματα.

Αν και κανένα κτίριο από χάλυβα δεν κατέρρευσε κατά το σεισμό του Northridge, η ανακάλυψη αυτών των μη αναμενόμενων αστοχιών υποχρέωσε την κατασκευαστική κοινότητα να επανεξετάσει το σχεδιασμό, την συνδεσμολογία και την κατασκευαστική πρακτική των χαλύβδινων καμπτικών πλαισίων. Ένα αίσθημα επιτακτικότητας άρχισε να καλλιεργείται στην αμερικάνικη επιστημονική κοινότητα, δεδομένου ότι ο σεισμός του Northridge δεν ήταν ο μεγαλύτερος σεισμός που αναμενόταν στην βόρεια Αμερική καθώς τα χαλύβδινα καμπτικά πλαίσια μπορεί να υποβληθούν σε μεγαλύτερες ανελαστικές παραμορφώσεις σε μελλοντικούς σεισμούς. Προκειμένου να δοθούν βραχυπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες λύσεις, εκδηλώθηκε έντονο ενδιαφέρον για τη δημιουργία εκτεταμένων ερευνητικών δραστηριοτήτων από ομοσπονδιακές υπηρεσίες και βιομηχανίες. Η πιο διαδεδομένη προσπάθεια είναι η Κοινοπραξία (Joint Venture) που συστήθηκε μεταξύ της Ένωσης Κατασκευαστών Μηχανικών της California (Structural Engineers Association of California-SEAOC), του Συμβουλίου Εφαρμοσμένης Τεχνολογίας (Applied Technology Council-ATC) και των Πανεπιστημίων της California που ασχολούνται με την έρευνα στη σεισμική μηχανική (California Universities for Research in Earthquake Engineering - CUREe). Η κοινοπραξία SAC συνδύαζε τις προσπάθειες κατασκευαστών μηχανικών, συγγραφέων κανονισμών, εκπροσώπων της βιομηχανίας και ερευνητών, οι οποίοι μοιράζονταν το επαγγελματικό, ερευνητικό ή οικονομικό τους ενδιαφέρον για τη λύση των προβλημάτων στις συνδέσεις δοκών – υποστυλωμάτων, που προέκυψαν σαν αποτέλεσμα του σεισμού του Northridge. Η Κοινοπραξία αυτή εξέδωσε σημαντικά κείμενα με επιστημονικά πορίσματα επί του θέματος (SAC 1995α, 1995β, 1997).

2.4. Επανεξέταση της κατασκευαστικής πρακτικής

που επικρατούσε πριν το σεισμό του Northridge

Οι εκτεταμένες αστοχίες σε χαλύβδινα πλαίσια που παρατηρήθηκαν στο σεισμό του Northridge, ενθάρρυναν και επέσπευσαν τη διαδικασία επαναξιολόγησης των πειραματικών δεδομένων του παρελθόντος. Αν και πειραματικές έρευνες του παρελθόντος σε συγκεκριμένου τύπου καμπτικές συνδέσεις γενικά κατέγραψαν ικανοποιητική απόκριση και κάποιες φορές εντυπωσιακά όλκιμη συμπεριφορά, ***οι περισσότερες μελέτες κατέγραψαν αστοχίες μετά από απώλεια περιορισμένης ποσότητας ανελαστικής ενέργειας.*** Πραγματοποιήθηκε νέα σειρά πειραμάτων προκειμένου να επαληθευτεί η επάρκεια των κριτηρίων σχεδιασμού για συνδέσεις δοκών-υποστυλωμάτων, χρησιμοποιώντας μεγαλύτερα δοκίμια από τις αντίστοιχες δοκιμές του παρελθόντος. Τα πέλματα των δοκών ήταν συγκολλημένα με πλήρη διείσδυση, οι κορμοί των δοκών κοχλιωτοί και οι ερευνητές κατέγραψαν ότι άκουγαν την ολίσθηση των κοχλιών του κορμού της δοκού σε κάθε αλλαγή φοράς του φορτίου κατά τη διάρκεια των δοκιμών ανακυκλιζόμενης φόρτισης. Επίσης, σημείωσαν ότι δοκίμια με εγκάρσιες νευρώσεις στα πέλματα των στύλων στην προέκταση των πελμάτων των δοκών όπως επίσης και με ενισχυτικά ελάσματα κορμού στύλου (στην περιοχή του φατνώματος αυτού), συμπεριφέρθηκαν πολύ καλύτερα σε σχέση με τα μη ενισχυμένα.

Πριν το σεισμό του Northridge οι αστοχίες που είχαν καταγραφεί στη Βόρεια Αμερική περιορίζονταν σε θραύσεις στις διεπιφάνειες των συγκολλήσεων και δεν είχαν παρατηρηθεί προεκτάσεις των ρωγμών στο εσωτερικό των υποστυλωμάτων. Ωστόσο, οι Bertero et al. το 1994 σημείωσαν ότι Ιάπωνες ερευνητές είχαν παρατηρήσει τέτοιου είδους ρωγμές στα υποστυλώματα δεκαετίες πριν. Στη νέα σειρά πειραματικών δοκιμών σε στύλους με διατομές μεγαλύτερων διαστάσεων, παρατηρήθηκαν ρωγμές που επεκτάθηκαν από τα πέλματα των δοκών στο εσωτερικό των υποστυλωμάτων, όταν το υποστυλώμα υποβάλλονταν σε μειωμένες αξονικές καταπονήσεις, και σε περιπτώσεις μεγαλύτερων αξονικών θλιπτικών δυνάμεων η επέκταση της ρωγμής κατέληξε σε θραύση του πέλματος του υποστυλώματος.

Με την κοινοποίηση των αποτελεσμάτων των πρώτων πειραματικών δοκιμών μετά το σεισμό του Northridge, η πιστοποιημένη πρότυπη καμπτική σύνδεση δοκού-υποστυλώματος διαγράφηκε από τους περισσότερους κανονισμούς κτιρίων, κυρίως για εφαρμογές σε περιοχές με υψηλή σεισμικότητα. Η εν λόγω σύνδεση αντι-

καταστάθηκε από συγκολλητές ή κοχλιωτές συνδέσεις, που υπό γενικούς όρους απαιτούνταν να μπορούν να απορροφήσουν ανελαστικές παραμορφώσεις και να αναπτύξουν την απαιτούμενη αντοχή, όπως οριοθετήθηκε από πιστοποιημένους υπολογισμούς που στηρίχτηκαν σε πειραματικά δεδομένα. Η ερμηνεία των όρων που τέθηκαν κατά την επιλογή του τύπου σύνδεσης, κυρίως όσον αφορά τον ορισμό των αποδεκτών επιπέδων ανελαστικών παραμορφώσεων, ανατέθηκε στις Αρχές και στους Επαγγελματικούς Οργανισμούς. Συνεπώς, οι αντίστοιχοι εξουσιοδοτημένοι αρμόδιοι σε πολλές περιπτώσεις απαιτούσαν υποχρεωτικές δοκιμές κάθε νέου τύπου συνδέσεων, που δεν ήταν τεκμηριωμένος πειραματικά, όπως επίσης και σε περιπτώσεις συνδέσεων που οι διατομές δοκών-υποστυλωμάτων ήταν μεγαλύτερες από αυτές που είχαν ήδη ελεγχθεί πειραματικά.

2.5. Στρατηγικές κατά το σχεδιασμό συνδέσεων στις

κατασκευές νέων κτιρίων μετά το σεισμό του Northridge

2.5.1. Γενικές επισημάνσεις

Πολυάριθμες λύσεις προτάθηκαν για τις συνδέσεις των καμπτικών χαλύβδινων πλαισίων. Οι εν λόγω λύσεις αναπτύχθηκαν και βελτιώθηκαν περισσότερο τα χρόνια που ακολούθησαν και εμπλουτίστηκαν με νέα δεδομένα. Ωστόσο, όλα τα δεδομένα συνέκλιναν σε δύο καθορίσθηκες στρατηγικές, με σαφώς διαφορετική μεταξύ τους φιλοσοφία, προκειμένου να αντιμετωπιστούν τα φαινόμενα θραύσεων που παρατηρήθηκαν σε συνδέσεις:

- *Ενισχύσεις της σύνδεσης*
- *Απομείωση (της διατομής) της δοκού που συντρέχει στη σύνδεση*

Και οι δύο στρατηγικές έχουν ως απώτερο σκοπό την αποτελεσματική μετακίνηση της θέσης δημιουργίας πλαστικής άρθρωσης μακριά από το μέτωπο του υποστυλώματος, αποφεύγοντας έτσι τα προβλήματα που συνδέονται με την πιθανή θραύση των συγκολλήσεων, που υποβάλλονται σε τριαξονικές καταπονήσεις. Οι άλλες λύσεις που προτάθηκαν, όπως οι στρατηγικές καθαρά μεταλλουργικού χαρακτήρα και οι θεωρίες περί απωλειών ενέργειας μέσω τριβών και οι λοιπές διαφορετικές προσεγγίσεις θα μπορούσαν να είχαν γίνει αποδεκτές μόνο μέσω της πιστοποίησης με εκτεταμένες δοκιμές.

Προκειμένου να εκτιμηθεί η συμπεριφορά του διαφορετικού τύπου συνδέσεων, οριοθετήθηκε σαν στόχος οι πλαστικές στροφές να μην ξεπερνούν τα 0.02~0.03 rad. Αυτά τα όρια μπορεί να ξεπεραστούν σε περιοχές που βρίσκονται δίπλα σε μεγάλα ενεργά ρήγματα και μπορεί να θεωρηθούν υπερβολικά για κατασκευές που βρίσκονται σε λιγότερο σεισμικές περιοχές. Ωστόσο, προκειμένου να τεθεί ένα μέτρο αξιολόγησης, η ικανοποιητική συμπεριφορά μιας σύνδεσης καθορίζεται από την ικανότητά της να μπορεί να παραλάβει πλαστικές στροφές της τάξης των 0.03 rad χωρίς να χάνει αντοχή περισσότερο από το 20% της πλαστικής της ροπής (SAC Interim Guidelines 1995β). Είναι απαραίτητο να σημειωθεί ότι μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του 1990 καμία σύνδεση ροπής δεν μπορούσε να ανταποκριθεί στα παραπάνω όρια. Επιπλέον, η σύνδεση που υπαγορεύει ο παραπάνω κανόνας θέτει υπό αμφισβήτηση την οικονομικότητά της. Η συνάρτηση αποτελεσματικότητας-κόστους μιας σύνδεσης εξαρτάται από πολλούς παράγοντες όπως το κόστος παραγωγής και ανέγερσης, η πληρωμή πνευματικών δικαιωμάτων για τις πιστοποιημένες συνδέσεις, η επιρροή του τύπου της σύνδεσης στο συνολικό βάρος του μεταλλικού σκελετού και το κόστος της θεμελίωσης.

2.5.2. Στρατηγικές Ενισχύσεων

Πολυάριθμες στρατηγικές ενίσχυσης προτάθηκαν προκειμένου να καταστεί η σύνδεση ισχυρότερη σε σχέση με τη δοκό που συντρέχει σε αυτή. Οι παραπάνω προτάσεις ενισχύσεων παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.4., και η υλοποίησή τους απαιτούσε τη χρήση υψηλής ανθεκτικότητας μετάλλου συγκολλήσεων, καλύτερη πρακτική συγκόλλησης και υψηλή ποιότητα επιθεώρησης και ελέγχων. Ας σημειωθεί ότι η απομάκρυνση των βοηθητικών ράβδων (back up bars) που χρησιμοποιούνταν για τη συγκόλληση των πελμάτων σε συνδέσεις πριν το σεισμό του Northridge, δεν βελτίωσαν ουσιαστικά τη συμπεριφορά των παλαιότερων συνδέσεων, αλλά τα σημαντικά επιχειρήματα που παρουσιάστηκαν αργότερα για την επίδραση στη θραύση του κενού που δημιουργείται λόγω αυτών των ράβδων (ως Σχήμα 2.5.), κατέστησαν επιτακτικό το αίτημα για την απομάκρυνσή τους.

Όπως κάθε πρόταση έτσι και οι στρατηγικές ενίσχυσης, παρά την ικανότητά τους να μετατοπίζουν τη δημιουργία πλαστικής άρθρωσης μακριά από την περιοχή του μετώπου του υποστρώματος, παρουσιάζουν και πολλά μειονεκτήματα που περιορίζουν την ευρεία χρησιμοποίησή τους. Αυξάνοντας τις ροπές της δοκού στην μετώπη του υποστρώματος, αυξάνονται και οι απαιτήσεις σε μέγεθος για

τη διατομή του υποστυλώματος προκειμένου η σύνδεση να συμβαδίζει με την απαίτηση του ικανοτικού σχεδιασμού για ισχυρούς στύλους-ασθενή ζυγώματα, ανεβάζοντας και το κόστος κατασκευής. Παρουσιάζεται αδυναμία ανακατανομής της ροπής στη μετωπική ζώνη και αυξάνονται σημαντικά οι απαιτήσεις στροφικών παραμορφώσεων της πλαστικής άρθρωσης. Οι συγκεκριμένες πτυχές πρέπει κάθε φορά να συνεκτιμώνται από το μελετητή, προκειμένου να υιοθετηθεί η βέλτιστη λύση που συνδυάζει την ικανότητα ανάληψης ανελαστικών παραμορφώσεων και δυνάμεων με το κόστος κατασκευής.

Σχήμα 2.4. Ενισχύσεις συνδέσεων καμπτικών πλαισίων (Bruneau et al. 1997)

Σχήμα 2.5. Θραύση κάτω πέλματος δοκού στις θέσεις των βοηθητικών ράβδων (Bruneau et al. 1997)

- Επικαλυπτικές ενισχυτικές πλάκες παράλληλες στα πέλματα των δοκών (cover plates)

Μέσω της χρήσης πλακών ενίσχυσης, συγκολλημένων παράλληλα στα πέλματα των δοκών και σε επαφή με αυτές (Σχήμα 2.4α), αναπτύχθηκαν πολλές θεωρίες ενίσχυσης, οι οποίες τεκμηριώθηκαν πειραματικά από τους Whittaker et al(1995), Engelhardt and Sabol(1996), Noel and Uang(1996). Στις περισσότερες των περιπτώσεων η άνω πλάκα ενίσχυσης είναι στενότερη στα άκρα και έχει μικρότερο πλάτος σε σχέση με το πλάτος του πέλματος της δοκού, ενώ η κάτω πλάκα ενίσχυσης είναι ορθογωνική και έχει μεγαλύτερο πλάτος σε σχέση με το πλάτος του κάτω πέλματος. Αυτή η διάταξη διευκολύνει τη συγκόλληση και στα δύο πέλματα ενώ επιπλέον οδηγεί στην ομαλή μεταφορά τάσεων μεταξύ του πέλματος και της πλάκας ενίσχυσης.

Οι πειραματικές δοκιμές ανέδειξαν τη χρήση των πλακών ενίσχυσης, δεδομένου ότι σε πολλές περιπτώσεις καταγράφηκαν πλαστικές στροφές της τάξης του 0.03 rad χωρίς θραύση, απομακρύνοντας τη θέση της πλαστικής άρθρωσης από το μέτωπο του υποστυλώματος. Παρά ταύτα, η πειραματική διαδικασία απέδωσε και πολλές ενστάσεις σε σχέση με τη χρήση των πλακών. Πρώτον, λόγω των μεγαλύτερων ροπών κάμψης στη μετωπική ζώνη καταγράφηκε ανεπαρκής συμπεριφορά με μεγάλες ανελαστικές παραμορφώσεις. Επίσης, οι συγκολλήσεις των πλακών πρέπει να προδιαγράφονται μόνο με τη χρήση όμοιων ηλεκτροδίων, δεδομένου ότι σε πολλές περιπτώσεις καταγράφηκε απώλεια αντοχής λόγω της μίξης διαφορετικών μετάλλων. Τρίτον, οι πλάκες ενίσχυσης δεν μπορούν να θεωρηθούν πανάκεια καθώς σε ένα ποσοστό 20% των πειραματικών δοκιμών παρατηρήθηκε αστοχία. Τέλος, η κοινοπραξία SAC(1997) κατέγραψε ότι, όταν οι πλάκες ενίσχυσης του κάτω πέλματος συγκολλούνται εργοταξιακά στο πέλμα του υποστυλώματος, χρησιμοποιούμενες σαν οδηγός για την τοποθέτηση της δοκού, σε πολλές περιπτώσεις παρουσιάζεται πρόιμη θραύση στο πέλμα του υποστυλώματος, καθώς ο αρμός μεταξύ του κάτω πέλματος της δοκού και της πλάκας ενίσχυσης ενεργεί σαν εγκοπή που ευνοεί τη διάδοση της ρωγμής.

- Σχεδόν τριγωνικά ελάσματα κάθετα στα πέλματα των δοκών και των στύλων(ribs)

Για τη χρήση ευθύγραμμων ελασμάτων ενίσχυσης κάθετων στα πέλματα των δοκών-υποστυλωμάτων (ως Σχήμα 2.4β) έχει πραγματοποιη-

θεί περιορισμένος αριθμός δοκιμών μετά το σεισμό του Northridge, αν και η συγκεκριμένη κατασκευαστική λύση είχε προταθεί από τους Tsai και Popon το 1988. Γενικά η εν λόγω λογική ενίσχυσης φαίνεται αποτελεσματική, αλλά απαιτούνται επιπλέον πειραματικές δοκιμές προκειμένου να προσδιοριστεί πως οι διαφορετικές κατασκευαστικές και σχεδιαστικές παράμετροι επηρεάζουν την ανελαστική συμπεριφορά της σύνδεσης.

- Τριγωνικής μορφής T ενισχύσεις δοκών (haunches)

Η θεωρία ενίσχυσης μέσω τριγωνικών πλακών διατομής T (Σχήμα 2.4δ), μελετήθηκε πειραματικά από τους Uang και Bondad (1996). Στις δοκιμές χρησιμοποιήθηκαν οι εν λόγω πλάκες μόνο στο κάτω πέλμα της δοκού, ενώ εγκάρσιες νευρώσεις τοποθετήθηκαν στα υποστυλώματα στην προέκταση των πελμάτων της δοκού και της τριγωνικής ενίσχυσης (πλάκες συνέχειας – continuity plates). Τα ενισχυμένα δοκίμια παρουσίασαν σημαντικά βελτιωμένη συμπεριφορά σε σχέση με τις αντίστοιχες συνδέσεις πριν το σεισμό του Northridge, καθώς οι πλαστικές αρθρώσεις αναπτύχθηκαν εκτός της περιοχής ενίσχυσης. Επίσης, οι πλαστικές παραμορφώσεις της μετωπικής ζώνης μειώθηκαν και σχεδόν όλη η ανελαστική δράση συγκεντρώθηκε στη δοκό. Ας σημειωθεί ότι η παρουσία της τριγωνικής ενίσχυσης αυξάνει το πλάτος της μετωπικής ζώνης, μειώνοντας έτσι την έκταση της διαρροής της εν λόγω περιοχής. Η αστοχία των δοκιμών επήλθε λόγω εκτεταμένης απώλειας αντοχής εξαιτίας του τοπικού λυγισμού των πελμάτων της δοκού, μετά την απορρόφηση αυξημένων ανελαστικών παραμορφώσεων και την απώλεια υστερητικής ενέργειας. Σε γενικές γραμμές, τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα προτείνουν ότι χρησιμοποιώντας τριγωνικές ενισχύσεις δοκών (T-shaped haunches) είναι ένα αποτελεσματικό μέσο για την ενίσχυση της σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος. Η συχνή χρήση τους σε έναν πλαισιακό φορέα συμβάλλει στη διατήρηση καλής πλαστικής συμπεριφοράς σε περίπτωση που κάποια από τις συγκολλήσεις πλήρους διεύθυνσης αστοχήσει. Ωστόσο, η εν λόγω πρακτική ενίσχυσης έχει αυξημένο κατασκευαστικό κόστος και η παρουσία τριγωνικών πλακών στο άνω πέλμα της δοκού, εμποδίζει τη διαμόρφωση της σύμμεκτης πλάκας του αντίστοιχου οριζόντιου επιπέδου ορόφου.

- Πλευρικές πλάκες ενίσχυσης (side plates)

Οι περιορισμένες δοκιμές συνδέσεων με τη χρήση πλευρικών πλακών ενίσχυσης (Σχήμα 2.4γ) παρουσίασαν ανεπαρκή ανελαστική συμπεριφορά. Ωστόσο, μια εναλλακτική πρόταση σχεδιασμού χρησιμοποιώντας μεγά-

λες πλευρικές πλάκες ενίσχυσης που εκτείνονται σε όλο το ύψος της δοκού, αποδείχτηκε αποτελεσματική στην ανάληψη ανελαστικών παραμορφώσεων. Με την εν λόγω λύση ασχολήθηκε εντατικά ο Nelson(1995), αλλά λόγω της δαπανηρής και δύσκολης εφαρμογής της κατασκευαστικά δεν χρησιμοποιείται συχνά σε καμπτικά πλαίσια. Πάντως, σχετικά πρόσφατα, αναζωπυρώθηκε το ενδιαφέρον τόσο των μελετητών όσο και των κατασκευαστών για τον τρόπο αυτό μόρφωσης συνδέσεων καμπτικών πλαισίων, με σειρά δημοσιεύσεων και αρκετά ικανοποιητική θεωρητική τεκμηρίωση, πλην όμως η περαιτέρω αναφορά επ' αυτών εκφεύγει κατά πολύ των σκοπών του παρόντος Πονήματος.

2.5.3. Στρατηγικές Απομείωσης της Δοκού της Σύνδεσης

Εναλλακτική πρόταση στις λογικές ενίσχυσης της δοκού αποτέλεσε η θεωρία που στηρίζεται στην απομείωση της δοκού του πλαισίου, σε μια περιοχή παρακείμενη της σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος, μέσω της επιλεκτικής αφαίρεσης υλικού από τα πέλματα της δοκού στη συγκεκριμένη περιοχή. Αυτή η τοπική εξασθένιση της δοκού μειώνει την καμπτική αντοχή της σε προκαθορισμένη θέση και είναι γνωστή σαν “Reduced BeamSection (RBS)” ή “Dog Bone” Connection, λόγω της ομοιότητας της με οστό κυνός. Πρόκειται για μια ευρέως διαδεδομένη και πειραματικά τεκμηριωμένη σύνδεση, η μελέτη της οποίας αποτελεί το κατ’ εξοχήν αντικείμενο της παρούσας Διατριβής, και της οποίας αντικειμενικός στόχος είναι η δημιουργία πλαστικής άρθρωσης στην εξασθενημένη απομειωμένη περιοχή της δοκού, που μπορεί να αναλάβει μεγάλες ανελαστικές παραμορφώσεις, περιορίζοντας την ανάπτυξη τάσεων στη λιγότερο όλκιμη περιοχή κοντά στο μέτωπο του υποστυλώματος. Η συγκεκριμένη επιλογή σύνδεσης στα καμπτικά πλαίσια συμβαδίζει με τις νέες απαιτήσεις αντισεισμικότητας, οι οποίες επιβάλλουν τη χρήση ισχυρού υποστυλώματος και ασθενούς δοκού, έτσι ώστε να αποφεύγεται η δημιουργία μηχανισμού «μαλακού ορόφου» που έχει ως συνέπεια την κατάρρευση της κατασκευής.

Η μέχρι στιγμής έρευνα έχει αποδείξει ότι η χρήση συνδέσεων τύπου RBS σε καμπτικά πλαίσια συμβάλλει καθοριστικά στην αύξηση της ολκιμότητας στα πλαίσια που υποβάλλονται σε μεγάλες σεισμικές δυνάμεις. Σε αντίθεση με τις ενισχυμένες συνδέσεις (Cover plates, Ribs, Haunches), η επιστημονική προσέγγιση της απομείωσης δεν απαιτεί αυξημένη αντοχή στο υποστύλωμα, αυξημένες συγκολλήσεις στον κόμβο και επιπλέον απαιτήσεις σε υλικό. Εξαιτίας της αποδεδειγμένης

και πιστοποιημένης συμπεριφορά της και οικονομίας, η RBS αποτελεί μια δημοφιλή λεπτομέρεια αντισεισμικού σχεδιασμού στις μεταλλικές κατασκευές.

Εκτεταμένες πειραματικές διαδικασίες κατέδειξαν ότι η δημιουργία πλαστικής άρθρωσης σε θέση παρακείμενη του άκρου της δοκού, είναι καθοριστική για τη βελτίωση των επιπέδων ολκιμότητας μέσω της μείωσης της επιρροής της συγκέντρωσης τάσεων στα άκρα της δοκού. Αυτή η άποψη ενισχύεται και από την αρχή του St. Venant, σύμφωνα με την οποία η τοπική επιρροή του φορτίου στα άκρα της δοκού και στα σημεία κάμψης περιορίζεται σε μήκος ίσο με το πλάτος του πέλματος της δοκού. Αυτή η απόσταση μπορεί να περιοριστεί στο ένα τρίτο με ένα δεύτερο του πλάτους της δοκού, όταν πρόκειται για πλατύπελμες δοκούς. Επιπλέον, η εν λόγω απόσταση είναι αρκετά μικρή ώστε να αποφεύγονται σημαντικές διατμητικές ενισχύσεις και επακόλουθες μεταβολές ροπών μεταξύ της θέσης της πλαστικής άρθρωσης και του άκρου της δοκού. Η απότμηση των πελμάτων της δοκού καθυστερεί τον τοπικό λυγισμό, αλλά αυξάνει την πιθανότητα καμπτικού λυγισμού του κορμού και στρεπτοκαμπτικού λυγισμού εξαιτίας της μείωσης της δυσκαμψίας των πελμάτων. Η σύνδεση τύπου RBS συνήθως υφίσταται πρώτα φαινόμενα καμπτικού λυγισμού του κορμού, ακολουθεί ο τοπικός λυγισμός των πελμάτων και ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός της δοκού με αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση αντοχής. Η προσθήκη πλευρικών συνδέσμων δυσκαμψίας στην απομειωμένη δοκό καθυστερεί την εν λόγω μείωση αντοχής και επιτρέπει την ανάληψη μεγάλων ανελαστικών παραμορφώσεων βάσει πειραματικών πορισμάτων από τους Noel και Uang (1996).

2.6. Σύνδεση τύπου RBS

2.6.1. Γενικά στοιχεία

Η επιλεκτική αφαίρεση υλικού από τα άνω-κάτω πέλματα της δοκού έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση του εμβαδού της διατομής της δοκού τοπικά και κατ' επέκταση τη μείωση της ροπής αντοχής σε μια συγκεκριμένη περιοχή. Πολλά σχήματα απομείωσης είναι πιθανά, όπως πολυγωνική απότμηση σταθερής και συνεχούς απομείωσης, κυκλική απότμηση, απότμηση με διάνοιξη οπών κλπ., όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6 που ακολουθεί.

Σχήμα 2.6. Οι τέσσερις βασικοί τύποι απότμησης συνδέσεων RBS

Το σχήμα, το μέγεθος και η θέση της απομείωσης της δοκού (RBS) επηρεάζουν τις απαιτήσεις των συνδέσεων και εξαρτώνται από τη γεωμετρία της διατομής της δοκού, την αντοχή της δοκού και του υποστυλώματος και γενικότερα τις απαιτήσεις αντισεισμικότητας της κατασκευής. Πολυάριθμες μορφές RBS αποτέλεσαν αντικείμενο πειραματικών δοκιμών και χρησιμοποιήθηκαν σε νέες κατασκευές τα τελευταία χρόνια. Ερευνητικά πειραματικά προγράμματα πραγματοποιήθηκαν για την πολυγωνική απότμηση σταθερής απομείωσης (straight cut) από τον Plumier(1990), για την πολυγωνική απότμηση συνεχούς απομείωσης (tapered cut) από τους Chen et al. (1996) και για την κυκλική απότμηση (radius cut) από τους Engelhardt et al. (1996) κλπ.

Το γεγονός ότι η χρήση πολυγωνικού προφίλ απότμησης (tapered or straight cut) παρουσιάζει γεωμετρικές ασυνέχειες, οδηγώντας στη συγκέντρωση τάσεων και κατ' επέκταση στην πρόκληση θραύσεων στα εν λόγω σημεία κατά τη διάρκεια ανελαστικών παραμορφώσεων, καθιστά την απομείωση δοκού μέσω κυκλικής απότμησης (radius cut) ιδιαίτερα δημοφιλή. Το “radius cut” αποτρέπει την τοπική συγκέντρωση τάσεων ενώ παράλληλα κατανέμει ομοιόμορφα τις ανελαστικές παραμορφώσεις κατά μήκος της απομειωμένης περιοχής. Επιπλέον πειραματικές έρευνες κατέδειξαν τη μεγαλύτερη, συγκριτικά με οποιοδήποτε άλλο προφίλ, στρωφική ικανότητα, ενώ παράλληλα η κυκλική απομείωση, είναι η πλέον οικονομική από άποψη κατασκευής.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, στόχος της RBS είναι η αποφυγή της δημιουργίας πλαστικής άρθρωσης στην περιοχή της σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος

και η μεταφορά της σε απόσταση από το μέτωπο του υποστυλώματος, στο εσωτερικό της δοκού. Η τοπική απομείωση της δοκού (RBS) επιβάλλει τη διαρροή της δοκού και την πλαστική άρθρωση να εμφανιστούν εντός της απομειωμένης περιοχής, περιορίζοντας την αναπτυσσόμενη ροπή στο μέτωπο του υποστυλώματος. Μειώνοντας τις απαιτήσεις στις συγκολλήσεις των πελμάτων και των παρακείμενων διεπιφανειών, η RBS μειώνει την πιθανότητα θραύσεων στη συγκεκριμένη τρωτή περιοχή. Αν και η απομείωση μειώνει την αντοχή της δοκού, η επιρροή της στην ολική αντοχή και δυσκαμψία του μεταλλικού καμπτικού πλαισίου είναι μικρή.

Οι ανελαστικές παραμορφώσεις, που συγκεντρώνονται στη σύνδεση τύπου RBS, εντοπίζονται στην απομειωμένη περιοχή, με αποτέλεσμα να απαιτούνται περιορισμένες ενισχύσεις στην σύνδεση δοκού-υποστυλώματος. Λόγω της μικρότερης ροπής που εμφανίζεται στο μέτωπο του υποστυλώματος, δεν απαιτείται η πραγματοποίηση περισσότερων συγκολήσεων και η προσθήκη επιπλέον ενισχυτικών ελασμάτων δυσκαμψίας στα υποστυλώματα, με αποτέλεσμα τη μείωση του συνολικού βάρους και του κόστους της κατασκευής. Η διαδικασία κοπής των συνδέσεων τύπου RBS γίνεται πλήρως αυτοματοποιημένα στο εργοστάσιο, καθιστώντας αυτές αξιόπιστες από πλευράς κατασκευής και επακριβούς γεωμετρίας. Συνεπώς, η σύνδεση τύπου RBS κατατάσσεται στις πιο οικονομικές και ανταγωνιστικές συνδέσεις αντισεισμικών απαιτήσεων. Εξαιτίας του ανταγωνιστικού κόστους και της τεκμηριωμένης καλής συμπεριφοράς, με βάση εκτενή πειραματικά και αναλυτικά δεδομένα, η σύνδεση τύπου RBS και ιδιαίτερα η κυκλική κοπή (radius cut) είναι αποδεκτή και ευρέως χρησιμοποιούμενη κατά τον αντισεισμικό σχεδιασμό Ειδικών Καμπτικών Πλαισίων (SMF) στις Η.Π.Α. και στην Ιαπωνία.

2.6.2. Η επινόηση – ανάπτυξη της σύνδεσης RBS

Η ιδέα της RBSκατ' εξοχήν οφείλεται στον Ευρωπαίο ερευνητή A. Plumier (Plumier 1990), ο οποίος, με σκοπό τον σχεδιασμό ασφαλών κατασκευών σε ζώνες υψηλής σεισμικής επικινδυνότητας, ανέπτυξε την ιδέα προδιαγεγραμμένων - προκατασκευασμένων ζωνών απορρόφησης ενέργειας εκτός αλλά εγγύς της σύνδεσης, μέσω της δημιουργίας καθορισμένων εξασθενημένων περιοχών, οι οποίες υλοποιούνται μειώνοντας τη διατομή της δοκού, όπου αναμένεται διαρροή με ασφάλεια και επαρκή ολκιμότητα. Σαν παράδειγμα, ο Plumierήταν ο πρώτος που εισήγαγε την τραπεζοειδή απότμηση της δοκού, όπου τα πέλματα αυτής απομειώνονται σύμφωνα με το Σχήμα 2.7.

Σχήμα 2.7. Τραπεζοειδής ευθύγραμμη απότμηση σύνδεσης RBS (Plumier 1990)

Η επινόηση αυτή, που την εποχή της δεν εφαρμοζόταν, ήταν ένα υπο-προϊόν περιορισμένων πειραμάτων με μικρών διαστάσεων Ευρωπαϊκές διατομές, έγινε ευρεσιτεχνία του Ευρωπαίου Παραγωγού Χάλυβα S.A. Arbed (“Anti-seismic steel structural work” U.S. Patent No. 148, 642 (1992)), σύμφωνα με τον Iwankiw (2004). Ο Arbed γενναιόδωρα παραιτήθηκε από τα εμπορικά πνευματικά δικαιώματα της επινόησής του, προσφέροντας την ευρεία χρησιμοποίηση της αρχικά στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής. Η εν λόγω καινοτόμα για εκείνη την εποχή αντίληψη περιλάμβανε τη σκόπιμη μείωση της διατομής της δοκού σε περιοχή παρακείμενη του κόμβου δοκού-υποστυλώματος, παρέχοντας έτσι μια προκαθορισμένη και αξιόπιστη ασφάλεια έναντι διαρροής στο κυρίως μέλος, στο οποίο η δημιουργία πλαστικής άρθρωσης θα προλάμβανε την υπερβολική ανάληψη φορτίων και παραμορφώσεων από την ίδια τη σύνδεση δοκού-υποστυλώματος. Αρχικά, το σχήμα της κοπής των πελμάτων του Arbed ήταν ίδιο με αυτό του Σχήματος 2.7. Παράλληλα, με σκοπό να προσφερθεί μια σύνδεση δοκού – στύλου με μεγάλη ολκιμότητα, έρευνες στην Ταϊπέι οδήγησαν στην εφεύρεση μιας παρόμοιας μορφής RBS σύνδεσης, η οποία απετέλεσε τελικά ευρεσιτεχνία τόσο στις ΗΠΑ όσο και στην Ευρώπη, με κάτοχο την National Science Foundation της Ταϊπέι (EP 0699808B1 1999, US Patent 559040 1997), με διαστάσεις σύμφωνα με το Σχήμα 2.8.

Σχήμα 2.8. Αρχική επινόηση απότμησης δοκού σε σύνδεση RBS (Moore et al. 1999)

2.6.3. Παράμετροι που επηρεάζουν τη σεισμική συμπεριφορά και τον σχεδιασμό συνδέσεων RBS

Σύμφωνα με πρόσφατη δημοσίευση (Sophianopoulos and Deri 2011a) και την πληθώρα των εκεί περιεχόμενων βιβλιογραφικών αναφορών, οι σπουδαιότερες των παραμέτρων που επηρεάζουν τη σεισμική συμπεριφορά και τον σχεδιασμό συνδέσεων RBS είναι οι ακόλουθες:

- **Αντοχή της σύνδεσης**

Με σκοπό την εξασφάλιση αποδεκτής σεισμικής απόκρισης, πρέπει να επιτευχθεί ένας κατάλληλος συνδυασμός δυσκαμψίας, αντοχής και ολκιμότητας της σύνδεσης (Jin and El-Tawil 2005), γεγονός που άλλωστε ισχύει για οιαδήποτε μορφή σύνδεσης. Έχουν αναφερθεί διάφορες βασικές αρχές αντοχής, που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε πλαίσια ροπής με RBS συνδέσεις, με σκοπό την επίτευξη επιθυμητής ισορροπίας μεταξύ σεισμικής ολκιμότητας και απαιτήσεων αντοχής (Iwankiw 1997, Carter and Iwankiw 1998). Ανάλογα με τη θέση και την γεωμετρία της απότμησης, το άνοιγμα της δοκού και τη διατομή της, και με άλλες παραμέτρους (όπως μείωση της αντοχής λόγω τοπικού λυγισμού, κράτυνση, ύπαρξης δαπέδων από σκυρόδεμα, διατμητικές επιρροές, ανελαστικές σχετικές πλευρικές μετατοπίσεις ορόφων), έχουν διατυπωθεί νέα κριτήρια σχεδιασμού και αποτελεσματικότερες εξισώσεις σε ότι αφορά την αντοχή μιας σύνδεσης RBS (Iwankiw 2004, Han et al. 2009). Περισσότερες λεπτομέρειες μπορούν να ευρεθούν στις παραπάνω δημοσιεύσεις καθώς και στο περιεχόμενο που ακολουθεί.

- **Γεωμετρία και θέση της RBS**

Τρεις βασικοί τύποι αποτμήσεων δοκών έχουν αποτελέσει το αντικείμενο μεγάλου αριθμού πειραματικών και θεωρητικών εργασιών (Iwankiw 2004, Jin and El-Tawil 2005). Ηευθύγραμμη, η τραπεζοειδής (γνωστή επίσης και ως μορφής δακρύου – Carter and Iwankiw 1998) και μια μικρή διαφοροποίηση αυτής (Chen and Tu 2004) καθώς και η κυκλική (ενώ έχουν αναφερθεί ακόμη και δύο περιθωριακοί τύποι). Οι σπουδαιότερες μορφές έχουν ήδη δοθεί στο Σχήμα 2.6, ενώ περισσότερες γεωμετρικές λεπτομέρειες και ονομαστικές τιμές διαστάσεων περιέχονται στο Σχήμα 2.9 (από Carter and Iwankiw 1998), με τα σχετικά αποσπάσματα να παραμένουν στην αρχική αγγλική γραφή τους, για λόγους συγγραφικών δικαιωμάτων.

Σχήμα 2.9. Σχηματική αναπαράσταση ευρέως αποδεκτών μορφών RBS(Carter και Iwankiw 1998)

Παλιότερα πειράματα σε συνδέσεις RBS του τύπου του Σχήματος 2.9α (Plumier 1997 – ARBED EU project), με χρήση διατομών HEB 300 για τους στύλους και HEA 260 για τις δοκούς, κατέδειξαν ότι το σχήμα της απομείωσης στη δοκό και η τεχνική υλοποίησης αυτής θα πρέπει να ορίζονται με βάση τα ακόλουθα: (α) το μήκος της πλαστικής άρθρωσης να είναι τάξης μεγέθους του ύψους της δοκού, (β) να λαμβάνονται υπόψη δύο τύποι συγκέντρωσης τάσεων, τοπικοί λόγω κοπής φλόγας και καθολικοί λόγω του σχήματος της απομειωμένης διατομής και (γ) οι τοπικές συγκεντρώσεις τάσεων είναι αρκούντως μεγαλύτερες των καθολικών. Επιπρόσθετα, σε μια ιδιαίτερος ενδιαφέρουσα έκδοση των Steel Tips (Moore et al. 1999) περιέχεται μια εξαιρετική αξιολόγηση των πειραματικών αποτελεσμάτων για τις προαναφερθείσες κυρίαρχες μορφές συνδέσεων RBS μέχρι εκείνο το χρονικό σημείο.

Για την μορφή απότμησης του Σχήματος 2.9b (Chen et al. 1996), παρόλο ότι σκοπός του σχεδιασμού της ήταν να επιτρέπει περισσότερο ομοιόμορφη διαρροή στην απομείωση, οι συγκεντρώσεις τάσεων στις γωνίες αποκοπής

των πελμάτων μπορεί να οδηγήσει σε θραύση είτε εκεί είτε στη διατομή της δοκού με την ελάχιστη επιφάνεια (FEMA 355D, 2000). Το φαινόμενο αυτό έχει παρατηρηθεί σε πειράματα τόσο για ευθύγραμμες όσο και για κεκλιμένες τραπεζοειδείς αποτμήσεις μετά από σημαντικές πλαστικές στροφές. Τούτο όμως δεν ισχύει για την RBSκυκλικής απότμησης, η οποία φαίνεται να ελαχιστοποιεί τις συγκεντρώσεις τάσεων, μειώνοντας τον κίνδυνο θραύσεων στην απομειωμένη περιοχή της δοκού (Engelhardt et al. 1996), οι ανελαστικές παραμορφώσεις κατανέμονται σε όλο το μήκος της RBS, δίδοντας έτσι τη μέγιστη ολκιμότητα (Carter and Iwankiw 1998) και η υλοποίησή της είναι σχετικά απλή. Για όλους τους λόγους αυτούς, η RBSκυκλικής απότμησης έχει προεπιλεγεί στην FEMA, στην ANSI/AISCαλλά και στους Καναδικούς κανονισμούς (FEMA 350 – 2000, ANSI/AISC 358 – 2005, CISC – 2008 αντίστοιχα) και απεικονίζεται στο Σχήμα 2.10, συνοδευόμενη από συνιστώμενα όρια διαστάσεων. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι έχει προεπιλεγεί μόνο για δοκούς σχετικά μικρού ύψους κορμού.

Σχήμα 2.10. (συνεχίζεται)

Σχήμα 2.10. Προεπιλεγμένη RBS κυκλικής απότμησης για σεισμικές εφαρμογές και συνιστώμενα όρια διαστάσεων (FEMA 2000, ANSI/AISC 2005, CISC 2008)

Η εν λόγω μορφή RBS έχει επίσης περιληφθεί στο Ευρωκώδικα 8 – Μέρος 3 του 2005 (EN 1998.03: Αντισεισμικός σχεδιασμός των κατασκευών – Μέρος 3: Αποτίμηση της φέρουσας ικανότητας και ενισχύσεις κτιρίων) και η χρήση της συνιστάται για την απομάκρυνση της δημιουργίας πλαστικής άρθρωσης από το πρόσωπο του στύλου. Γραφικά τούτο αναπαρίσταται στο Σχήμα 2.11, όπου επίσης φαίνονται τόσο οι συνιστώμενες διαστάσεις όσο και η απαιτούμενη στρωφική ικανότητα της RBS στις τρεις οριακές καταστάσεις του Κώδικα. Οι ομοιότητες μεταξύ των ανωτέρω με τις αντίστοιχες Αμερικανικές και Καναδικές είναι προφανείς. Περισσότερες λεπτομέρειες περί του περιεχομένου του EC8 σε σχέση των συνδέσεων RBS αναφέρονται στην (επόμενη) παράγραφο 2.6.4 του παρόντος Κεφαλαίου.

Απαιτούμενη στροφική ικανότητα RBS (rad)

Περιορισμός βλαβών	Σημαντικές βλάβες	Σχεδόν κατάρρευση
0,010	0,025	0,040

Σχήμα 2.11. Συστάσεις χρήσης της RBS στον Ευρωκώδικα 8

- Δυσκαμψία δοκού, πλαισίου και σύνδεσης

Αναμφίβολα, η απότμηση των πελμάτων της δοκού στην περιοχή της RBS έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση της δυσκαμψίας αυτής αλλά και της δυσκαμψίας τόσο του πλαισίου ροπής όσο και της σύνδεσης συνολικά. Το μέγεθος της μείωσης αυτής εξαρτάται από πολλές παραμέτρους, όπως η γεωμετρία και η θέση της απότμησης, οι διαστάσεις και τα αδρανειακά χαρακτηριστικά των μελών του πλαισίου και της σύνδεσης καθώς και άλλων μη δομικών στοιχείων (Carter and Iwankiw 1998). Αρχικές μελέτες μετά το σεισμό του Northridge ανέφεραν ότι η εν λόγω μείωση είναι της τάξης του 5% (Chen et al. 1996, Iwankiw 1997), που μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα για το δομοστατικό σχεδιασμό. Από τότε, έχει δημοσιευθεί ένας σημαντικός αριθμός εργασιών με σκοπό τον υπολογισμό του μητρώου δυσκαμψίας μελών πλαισίων με RBS, η γνώση του οποίου είναι θεμελιώδης για την ποσοτικοποίηση της ελαστικής και ανελαστικής απόκρισης χαλύβδινων πλαισίων με συνδέσεις RBS. Μια εξαιρετική βιβλιογραφική ανασκόπηση με περιεχόμενο τη διαμόρφωση του μαθηματικού προβλήματος υπολογισμού του μητρώου δυσκαμψίας σε ένα δισδιάστατο μέλος πλαισίου με RBS έχει προταθεί πρόσφατα (Bartley and

Chambers2008). Στην εργασία αυτή μπορούν ακόμα να ευρεθούν προτεινόμενες λύσεις του προβλήματος, συνοδευόμενες από τις πιο σημαντικές μαθηματικές εκφράσεις, καθώς και προσεγγίσεις για να ληφθεί υπόψη η δυσκαμψία του μέλους, όταν το λογισμικό που χρησιμοποιηθεί δεν επιτρέπει μητρώα δυσκαμψίας ορισμένα από τον εκάστοτε χρήστη.

Πιο συγκεκριμένα, οι πλέον σημαντικές συνεισφορές σχετιζόμενες με την ανωτέρω παράμετρο είναι αυτές των Grubbs (Grubbs 1997), Chambers et al. (2003), Mortensen, Chambers and Bartley (2003), Iwankiw and Mohammadi (2004), Dumonteil (2006), Kim and Engelhard (2007). Κατά βάση, το μητρώο δυσκαμψίας $[k]$ ενός δύο διαστάσεων μέλους πλαισίου συσχετίζει τις δυνάμεις και τις μετατοπίσεις που φαίνονται στο Σχήμα 2.12, δηλ. $\{p\} = [k]\{\delta\}$. Οι παραπάνω εργασίες έκαναν χρήση διαφόρων μεθόδων, με βάση τη σχέση αυτή, για να διαμορφώσουν την εξίσωση για ένα RBSμέλος πλαισίου του Σχήματος 2.13, όπως π.χ. της αρχής των δυνατών έργων, της συζυγούς δοκού και του θεωρήματος του Castigliano.

Σχήμα 2.12. Φορτία και μετατοπίσεις ενός δισδιάστατου RBS μέλους πλαισίου (Bartley and Chambers 2008)

Σχήμα 2.13. Μη πρισματικό στοιχείο δοκού RBS (Chambers et al. 2003, Kim and Engelhardt 2007)

- Χρήση υψίκορμων στύλων και σχετικά φαινόμενα αστάθειας

Η αυξημένη δημοτικότητα των συνδέσεων RBS σε συνδυασμό με το γεγονός ότι οι μελετητές συχνά χρησιμοποιούν υψίκορμες δοκούς σε χαλύβδινα Ειδικά Πλαίσια Ροπής για τον έλεγχο της σχετικής πλευρικής μετατόπισης ορόφων, οδήγησε στην ανάγκη περισσότερων πειραματικών και αναλυτικών εργασιών, καθώς, όπως ήδη προαναφέρθηκε, η σύνδεση με RBS είχε ελεγχθεί και προεπιλεγεί για στύλους σχετικά μικρού ύψους κορμού. Τα πρώτα προς τούτο πειράματα πραγματοποιήθηκαν στο Πανεπιστήμιο του San Diego, California (Uang and Chi 2000, Chi and Uang 2002) και δημοσιεύτηκαν τα αποτελέσματα τριών πειραμάτων πλήρους κλίμακας με βάση χρονο-ιστορία φόρτισης του SAC. Η όλη διάταξη και το πρωτόκολλο φόρτισης φαίνονται στο Σχήμα 2.14, ενώ λεπτομέρειες των τριών δοκιμών απεικονίζονται στο Σχήμα 2.15.

Σχήμα 2.14. Πειραματική διάταξη (a) και ιστορικό (b) των δοκιμών των Chi and Wang (2002)

Η διαρροή παρατηρήθηκε αρχικά στο φάτνωμα του κορμού του στύλου (panel zone), κατόπιν συνέβη τοπικός λυγισμός στη περιοχή της RBS και μετά έλαβαν χώρα στρεπτοκαμπτικός λυγισμός και τοπικός λυγισμός πέλματος, ενώ δεν αναφέρθηκαν θραύσεις συγκολλήσεων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι υψίκορμοι στύλοι είναι επιρρεπείς σε συστροφή απουσία πλευρικών συνδέσμων κοντά στην περιοχή RBS ή απουσία σύμμικτου δαπέδου. Οι παραπάνω ερευνητές έφτασαν στο συμπέρασμα ότι η συστροφή οφειλόταν σε δύο παράγοντες.

Κατά πρώτον, επειδή οι δοκοί RBS λυγίζουν περισσότερα
ρο πλευρικά, εισάγουν στρέψη και εκτός επιπέδου κάμψη στους στύλους και κατα
δεύτερον, οι στρεπτικές ιδιότητες των υψίκορμων διατομών οδηγούν σε ανάπτυξη
υψηλότερων τάσεων συστροφής σε έναν στύλο, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.16
για μονόπλευρες αλλά και αμφίπλευρες συνδέσεις RBS.

Σχήμα 2.16. Στρέψη του στύλου και κάμψη περί τον ασθενή άξονα λόγω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού της δοκού: (α) κεκλιμένη δύναμη στο πέλμα της δοκού λόγω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού και (β) εκτός επιπέδου δυνάμεις επί του στύλου (Chi and Wang 2002)

Επίσης, διαπιστώθηκε ότι η υψηλή τιμή του λόγου $\frac{h}{t_{cf}^3}$,

όπου h το ύψος της διατομής του υψίκορμου στύλου και t_{cf} το πάχος των πελμάτων αυτής, είναι βασικά υπεύθυνα για τη μεγάλη τάση συστροφής.

Πέραν των ανωτέρω, στο Κεφάλαιο 3 των Steel Tips του Ιουνίου 2002 (Shen et al. 2002) παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα μιας αναλυτικής μελέτης περί της κυκλικής συμπεριφοράς συνδέσεων δοκών – στύλων με RBS και υψίκορμους στύλους. Πιο συγκεκριμένα, το δοκίμιο DC-2 της προηγούμενης μελέτης, χωρίς όμως επιπρόσθετα ελάσματα κορμού στύλου (doubler plates) προσομοιώθηκε στο ABAQUS και αναλύθηκε. Μετά την επιτυχή προσομοίωση, χρησιμοποιήθηκε το πρωτότυπο μοντέλο ABQ-DEEP του λογισμικού αυτού για την σύνδεση με διάφορες διαστάσεις στύλων. Οι παραμετρικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν οδήγησαν στα ακόλουθα συμπεράσματα: (α) δεν βρέθηκαν σοβαροί λόγοι για την μη χρήση υψίκορμων στύλων σε κανένα τύπο πλαισίων ροπής, (β) οι μελετηθείσες συνδέσεις με υψίκορμα υποστυλώματα ικανοποιούν τις απαιτήσεις της FEMA, (γ) η συστροφή των στύλων που είχε παρατηρηθεί στα πειράματα των Chi and Wang δεν θα είχε συμβεί αν τα δοκίμια αντιπροσώπευαν ρεαλιστικότερες κατασκευαστικές λεπτο-

μέρειες (όπως εγκάρσιες ενισχυτικές δοκούς συνδεόμενες με το φάτνωμα του κορμού του στύλου και σύμμικτο δάπεδο), (δ) η χρήση υψίκορμων στύλων οδηγεί σε οικονομικότερες λύσεις και (ε) τα πειράματα των Chikai Wangήταν αντιπροσωπευτικά πραγματικών κατασκευών.

Επί πλέον πειραματικές και αναλυτικές μελέτες έγιναν επίσης και στο Πανεπιστήμιο του Lehighπάνω στο τρέχον αντικείμενο (Ricles et al. 2004, Zhang and Ricles 2006α,β). Τα πειράματα περιελάμβαναν έξι πλήρους κλίμακας εσωτερικές συνδέσεις RBSσε υψίκορμα – πλατύπελμα υποστυλώματα, εκ των οποίων τα πέντε διέθεταν και σύμμικτο δάπεδο ενώ το ένα δεν διέθετε δάπεδο αλλά έναν επιπρόσθετο πλευρικό σύνδεσμο στο τέλος της RBS. Η πειραματική διάταξη, και μια τυπική λεπτομέρεια σύνδεσης με δάπεδο περιέχονται στο Σχήμα 2.17, ενώ η λεπτομέρεια του πλευρικού συνδέσμου στο Σχήμα 2.18.

Σχήμα 2.17. Πειραματική διάταξη και λεπτομέρεια RBSσύνδεσης με δάπεδο των δοκιμών των Zhan and Ricles (2006)

Σχήμα 2.18. Λεπτομέρεια πλευρικού συνδέσμου των πειραμάτων των Zhang and Ricles (2006)

Τα αποτελέσματα των πειραμάτων αυτών αποκάλυψαν την ευνοϊκή παρουσία των σύμμικτων δαπέδων, καθόσον μειώνεται τόσο το μέγεθος της πλευρικής μετατόπισης αμφοτέρων των πελμάτων στην RBS όσο και η απώλεια αντοχής λόγω αστάθειας της δοκού στην απομειωμένη περιοχή. Τα πειραματικά αυτά ευρήματα, που συμφωνούν με εκείνα των Shen et al. (2002), επιβεβαιώθηκαν αναλυτικά μέσω τρισδιάστατων προσομοιώσεων των συνδέσεων RBS με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, σε περιμετρικά πλαίσια ροπής με υψίκορμους στύλους (Zhang and Ricles 2006β). Πραγματοποιήθηκαν παραμετρικές μελέτες που περιελάμβαναν παραμέτρους όπως τον τύπο σύνδεσης δοκού-στύλου, τη διατομή του στύλου, το σύμμικτο δάπεδο, την αντοχή του φατνώματος του κορμού του στύλου και τη λυγρότητα του κορμού της δοκού. Βρέθηκε επίσης ότι η σύνδεση RBS με υψίκορμα υποστύλωματα διαθέτει μικρότερη τάση για όλκιμη θραύση στη σύνδεση από ότι μια συγκολλητή ενισχυμένη σύνδεση, και ότι η τάση αυτή αυξάνεται όταν οι διαστάσεις της διατομής του στύλου μειώνονται.

Από τα περιεχόμενα της ενότητας αυτής καθίσταται πρόδηλο το γεγονός ότι οι παράμετροι που επηρεάζουν μια RBS σύνδεση (όσες συζητήθηκαν μέχρι στιγμής αλλά και οι υπόλοιπες που αναφέρονται στη συνέχεια) είναι αλληλένδετες και συζευγμένες.

- Υπαρξη σύμμικτου δαπέδου και πλευρικών συνδέσεων

Ο ρόλος της συγκεκριμένης παραμέτρου σε σχέση με τη χρήση υψίκορμων στύλων καταδείχτηκε προηγουμένως. Επιπρόσθετα, και σε χρονολογική σειρά, κάποια προκαταρκτικά αποτελέσματα έρευνας της επιρροής σύμμικτου δαπέδου με RBS συνδέσεις (Tremblay et al. 1997) έδειξαν ότι η λεπτομέρεια κατασκευής του δαπέδου θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να ελαχιστοποιείται η αλληλεπί-

δραση του με την RBS. Επίσης, πειράματα που αφορούσαν την εύρεση της επιρροής των δαπέδων σε τραπεζοειδούς, ευθύγραμμης και λοξής απότμησης (Chen 1998, Chen and Chao 2001 αντίστοιχα) οδήγησαν, μεταξύ άλλων, στο συμπέρασμα ότι η παρουσία των δαπέδων σε συνδέσεις RBS χαλαρώνει την ευαισθησία των συγκολλήσεων στο κάτω πέλμα της δοκού, που οδηγεί σε μια πιο αξιόπιστη απορρόφηση ενέργειας και μεγαλύτερες πλαστικές στροφές. Αργότερα, πραγματοποιήθηκαν και άλλα πειράματα, με σκοπό τη διερεύνηση της επιρροής του φατνώματος κορμού στύλου, της σύνδεσης μεταξύ του κορμού της δοκού και του πέλματος του στύλου αλλά και της παρουσίας σύμμικτου δαπέδου (Jones et al. 2002). Σε αντίθεση με προηγούμενα ευρήματα, διαπιστώθηκε ότι δεν απαιτείται ιδιαίτερη σχεδιαστική μέριμνα σε ότι αφορά τα δάπεδα, ενώ τονίστηκε εκ νέου η ευεργετική τους παρουσία. Τέλος, από μια στατιστικής φύσης ανάλυση, βασισμένη σε αποτελέσματα 55 πειραμάτων πλήρους κλίμακας του παρελθόντος (Uang and Fan 2001), προέκυψε ότι η παρουσία δαπέδων ενισχύει την αντοχή και τη στροφική ικανότητα δοκών RBS μόνο υπό θετική ροπή.

- Αντοχή και ολκιμότητα φατνώματος του κορμού του στύλου (panel zone, PZ) - αστάθεια της δοκού

Η αντοχή και η ολκιμότητα του φατνώματος του κορμού του στύλου έχει από καιρού αναγνωριστεί ως ιδιαίτερα κρίσιμης σημασίας παράμετρος που επηρεάζει την απόκριση συνδέσεων δοκών – στύλων σε χαλύβδινα πλαίσια ροπής (Bertero et al. 1973, Popov et al. 1975, Popov and Chai 1989, Engelhardt and Husain 1993). Ειδικότερα, για σεισμικές εφαρμογές, η όλκιμη συμπεριφορά τόσο του φατνώματος του κορμού του στύλου όσο και της δοκού (πριν η σύνδεση αστοχήσει) θεωρείται κρίσιμη όσον αφορά τον σχεδιασμό με βάση την επιτελεστικότητα.

Μετά τους σεισμούς σε Northridge και Kobe, και τη σταδιακή αύξηση του ενδιαφέροντος για τις RBS συνδέσεις, η επιρροή του PZ σε συνδυασμό με άλλες παραμέτρους επανεξετάστηκε διεξοδικά. Ένας σημαντικός στόχος ήταν, μεταξύ πολλών άλλων, να βρεθεί τόσο πειραματικά όσο και αναλυτικά η βέλτιστη κατανομή ανελαστικής παραμόρφωσης υλικού σε μια RBS σύνδεση, καθώς τόσο αυτή όσο και το PZ συνεισφέρουν στην απορρόφηση ενέργειας. Αρχικά, στις αρχές της τρέχουσας δεκαετίας, σε μια προσπάθεια απλής προσομοίωσης της ανελαστικής απόκρισης χαλύβδινων πλαισίων με RBS (Shen et al. 2000, Kitjasateanphun et al. 2001) το PZ προσομοιάστηκε ως ένα στροφικό ελατήριο με διγραμμική σχέση διατμητικής παραμόρφωσης και ενσωματώθηκε στο λογισμικό DRAIN-2DX. Η κυκλική συμπεριφορά RBS συνδέσεων μέσω δύο απλών μοντέλων, που απεικονίζονται στο

Σχήμα 2.19, συγκρίθηκε με την απόκριση εξευγενισμένων τρισδιάστατων μοντέλων του ABAQUS και διαπιστώθηκε πολύ καλή συμφωνία.

Σχήμα 2.19. Απλά μοντέλα DRAIN-2DX της RBS των Shen et al(2000)

Εξήχθη το συμπέρασμα, ότι με όρους κατανομής της πλαστικής παραμόρφωσης της RBS, το PZ έχει μια προφανή επιρροή στην ανελαστική παραμόρφωση των χαλύβδινων πλαισίων, ενώ διαπιστώθηκε ότι πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή σε ασθενή PZ.

Στην πειραματική εργασία που προαναφέρθηκε (Jones et al. 2002) ελέγχθηκαν δοκίμια με ισχυρά PZ, ισορροπημένα PZ και ασθενή PZ, σε σχέση με την αντοχή της δοκού. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ασθενή PZ επιτρέπουν την πιο ευσταθή υστερητική απόκριση για μεγάλες σχετικές πλευρικές παραμορφώσεις ορόφων, καθώς τα δείγματα παρουσίασαν ελάχιστη μείωση αντοχής και πολύ καλή απορρόφηση ενέργειας. Η διαρροή συνέβη εντός των PZ, αφήνοντας ουσιαστικά την απομειωμένη περιοχή ελαστική, πλην όμως οι συνδέσεις αστόχησαν λόγω ταχείας θραύσης σε χαμηλούς κύκλους.

Η τρέχουσα παράμετρος (PZ) καθώς και ο τύπος σύνδεσης (που θα συζητηθεί παρακάτω) απετέλεσαν τις θεμελιώδεις μεταβλητές μιας πειραματικής μελέτης σε οκτώ κυκλικής απότμησης συνδέσεις RBS(Lee et al. 2005). Η μελέτη αυτή είχε σαν κύριο κίνητρο το γεγονός ότι, παρόλη την ύπαρξη μεγάλου αριθμού πειραματικών αποτελεσμάτων για συνδέσεις RBS, δεν είχαν δοθεί συγκε-

κριμένες προτάσεις αναφορικά με το επιθυμητό εύρος τιμών αντοχής του PZ. Με σκοπό την εύρεση ενός κριτηρίου για ισορροπημένο PZ, και με βάση τα δικά τους αλλά και προηγούμενα πειράματα, οι ως άνω ερευνητές σχεδίασαν τα PZ των δειγμάτων τους υιοθετώντας την παρακάτω έκφραση για τη διατμητική αντοχή σχεδιασμού:

$$V_p = \gamma F_{yc} d_c t_p \left[1 + \frac{3b_{cf} t_{cf}^2}{d_b d_c t_p} \right] \quad (2.1)$$

όπου F_{yc} είναι η τάση διαρροής του υλικού του στύλου, d_b το ύψος της διατομής της δοκού, d_c το ύψος της διατομής του στύλου, t_p το πάχος του PZ, b_{cf} το πλάτος του πέλματος του στύλου και t_{cf} το πάχος αυτού. Ο συντελεστής γ ελήφθη ίσος με 0.75×0.6 για ισχυρά PZ και ίσος με 0.60 για ενδιάμεσης αντοχής PZ. Σημειωτέον ότι η εξίσωση (2.1) έχει υιοθετηθεί στις AISC Seismic Provisions του 2002, ενώ ο συντελεστής μείωσης αντοχής 0.75 υπήρχε στις AISC Seismic Provisions του 1997. Η εξίσωση αυτή μπορεί επίσης να γραφεί υπό τη μορφή

$$V_p = V_y (1 + CFC), \quad V_y = \frac{1}{\sqrt{3}} F_{yc} d_c t_p \approx 0.6 F_{yc} d_c t_p$$

$$CFC = \frac{3b_{cf} t_{cf}^2}{d_b d_c t_p} \quad (2.2)$$

Το CFC αντιστοιχεί στην συνεισφορά του πέλματος του στύλου επί της αντοχής μετά τη διαρροή, και χρησιμοποιήθηκε σαν μέτρο της αντοχής του PZ, ενώ το αντίστοιχο μέτρο αντοχής της δοκού είναι η ποσότητα $V_{RBS,p}$, δηλαδή η διατμητική δύναμη του PZ που αντιστοιχεί στην ανάπτυξη της πλαστικής ροπής αντοχής της RBS, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$V_{RBS,p} = \left(\frac{M_{RBS,p}}{d_b} \right) \times \left(\frac{\frac{1}{2}[L_b + d_c]}{\frac{L_b}{2} - e} \right) \times \left(1 - \frac{d_b}{H_c} \right) \quad (2.3)$$

στην οποία η $M_{RBS,p}$ είναι πλαστική ροπή στην RBS, H_c το ύψος της διατομής του στύλου, ενώ τα υπόλοιπα γεωμετρικά χαρακτηριστικά φαίνονται στο Σχήμα 2.20.

Σχήμα 2.20. Τυπική γεωμετρία RBS κυκλικής απότμησης (α) και προφίλ σεισμικής ροπής (β),
(Lee et al. 2005)

Τα αποτελέσματα των δοκιμών κατέδειξαν ότι η παρουσία ισχυρού PZ οδήγησε την απορρόφηση ενέργειας στη περιοχή της RBS, την εμφάνιση σημαντικών φαινομένων λυγισμού, καθώς και ότι ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός των δοκών, σχετιζόμενος με μεγάλες εκτός επιπέδου παραμορφώσεις, απέτρεψε την ανάπτυξη επαρκούς ολκιμότητας, όπως είχε ήδη διαπιστωθεί και σε προηγούμενες μελέτες (Chi and Uang 2002, Jones et al. 2002). Ασθενή PZ, παρόλη την απορρόφηση μεγάλου ποσοστού ενέργειας, απομάκρυναν την ανελαστικότητα από την RBS και οδήγησαν σε θράυση του πέλματος της δοκού. Για το λόγο συνεστήθη η χρήση ενός ισορροπημένου PZ, με βάση το ακόλουθο κριτήριο:

$$0.70 \leq \frac{V_{RBS,p}}{V_p} \leq 0.90 \quad (2.4)$$

Η επιρροή της ολκιμότητας του PZ στην τοπική και πλευρική αστάθεια RBSκυκλικής απότμησης σε χαλύβδινες συνδέσεις μελετήθηκε και αναλυτικά μέσω παραμετρικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων (Mosheli Tabar and Deylami 2005). Όμοια με την προηγούμενη μελέτη, οι συγγραφείς σκοπεύοντας στον υπολογισμό της αντοχής κάθε PZ, συνέκριναν την απαιτούμενη τέμνουσα σχεδιασμού V_r με την οριακή αντοχή σε τέμνουσα V_y του PZ. Για την V_p χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση (2.1) με $\gamma = 1$, ενώ η V_r υπολογίστηκε βάσει της έκφρασης

$$V_r = 0.85M_p \left[\frac{1}{0.95d_b} - \frac{L_b - 0.5d_c}{L_b} \frac{1}{H} \right] \quad (2.5)$$

όπου M_p η πλαστική ροπή αντοχής της διατομής της δοκού. Για τους στύλους και τις δοκούς χρησιμοποιήθηκαν Ευρωπαϊκές διατομές (IPB και IPE αντίστοιχα) και οι συνδέσεις συγκολλητές (επίσης Ευρωπαϊκού τύπου) σε συνδυασμό με Αμερικανικές σχεδιαστικές οδηγίες για το PZ, γεγονός που πρώτη φορά εμφανίστηκε στη βιβλιογραφία. Όμως, η ποιότητα του χάλυβα ($f_y = 250$ MPa, $f_u = 370$ MPa) δεν αντιστοιχούσε σε καμία ποιότητα της Ευρωπαϊκής βιομηχανίας. Παρά ταύτα, η μέσω πεπερασμένων στοιχείων προσομοίωση και η παραμετρική μελέτη υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση έδωσε ενδιαφέροντα αποτελέσματα, σε πολύ καλή συμφωνία με άλλα παρόμοια. Το σπουδαιότερο συμπέρασμα ήταν ότι μερική διαρροή στο PZ μπορεί να βελτιώσει την υστερητική συμπεριφορά, αποφεύγοντας αστάθεια των δοκών.

- Τύπος σύνδεσης (κοχλιωτή ή συγκολλητή) κορμού δοκού – πέλματος στύλου.

Στα περισσότερα πειράματα για τη σύνδεση τύπου RBS ο κορμός της δοκού συνδεόταν με το πέλμα του υποστυλώματος με συγκόλληση πλήρους διείδυσης. Πειράματα που έγιναν από τους Jones et al. (2002) έδειξαν ότι η

χρήση κοχλιώσεων στον κορμό της δοκού εγκυμονούσε μεγαλύτερο κίνδυνο θραύσεων αλλά δεν απείχε και πολύ από την αντίστοιχη απόδοση των συγκολλητών συνδέσεων. Οι συγκολλήσεις στον κορμό δεν παρέχουν προνόμια στη συμπεριφορά της σύνδεσης. Ωστόσο, δεν υπάρχει συγκεκριμένο κριτήριο το οποίο να ευνοεί τη χρήση συγκολλητών συνδέσεων αντί των κοχλιώσεων στον κορμό της δοκού.

Σε σειρά δοκιμών που διενεργήθηκε, με στόχο τη συσχέτιση της συμπεριφοράς συγκολλήσεων έναντι κοχλιών στον κορμό δοκού RBS (Lee et al. 2005), τα αποτελέσματα κατέδειξαν ότι τα δοκίμια με κοχλίες αστόχησαν αιφνίδια λόγω πρόωμης θραύσης του πέλματος της δοκού στο κενό που δημιουργείται μεταξύ πέλματος δοκού και υποστυλώματος για την επίτευξη της συγκόλλησης. Αυτή η αυξημένη πιθανότητα θραύσης στην περίπτωση των κοχλιωτών συνδέσεων βάσει των μετρημένων παραμορφώσεων, αποδόθηκε στις αυξημένες απαιτήσεις για ανάληψη δυνάμεων στα πέλματα εξαιτίας της ολίσθησης των κοχλιών στον κορμό και του πραγματικού μηχανισμού μεταφοράς δυνάμεων που είναι πολύ διαφορετικός σε σχέση με αυτόν που συνήθως θεωρούμε στο σχεδιασμό συνδέσεων. Η εν λόγω ερευνητική προσπάθεια απέδειξε ότι η ολίσθηση των κοχλιών δεν μπορεί να αποφευχθεί μέσω του συμβατικού υπολογισμού συνδέσεων. Έτσι, με βάση πειραματικά αποτελέσματα όσο και αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων (με τις οποίες αναγνωρίστηκε με ακρίβεια ο τρόπος και η διεύθυνση μετάδοσης των δυνάμεων στη σύνδεση) προτάθηκε μία βελτιωμένη διαμόρφωση κοχλιωτής σύνδεσης του κορμού της δοκού RBS με το πέλμα του στύλου (Lee and Kim 2007), η οποία απεικονίζεται στο Σχήμα 2.21.

Σχήμα 2.21. (συνεχίζεται)

(β)

Σχήμα 2.21. Βελτιωμένη κοχλιωτή σύνδεση (α) και λεπτομέρειες τυπικού παραδείγματος (β), σύμφωνα με τους Lee and Kim (2007)

- Προσανατολισμός της δοκού σε σχέση με τον κύριο άξονα του στύλου

Οι παράμετροι που εξετάστηκαν μέχρι το σημείο αυτό αναφέρονται σε συνδέσεις RBS, όπου η κύρια ροπή που μεταφέρεται στο στύλο δρα περί τον ισχυρό άξονα της διατομής του (πέλμα στύλου – δοκός). Μια ιδιάζουσα αλ-

λά όχι τόσο συνηθισμένη περίπτωση κόμβου δοκών – στύλων με χρήση RBS είναι αυτή προς τον ασθενή άξονα του στύλου. Παρόλο δε που η εν λόγω περίπτωση δεν πρόκειται να απασχολήσει περαιτέρω το περιεχόμενο της παρούσας, κρίνεται απαραίτητο όπως αναφερθούν μερικά συνοπτικά στοιχεία.

Πιο συγκεκριμένα, από πειράματα μονοτονικής φόρτισης που είχαν πραγματοποιηθεί στις αρχές τις δεκαετίας του 80 σε συνδέσεις δοκών – στύλων στον ασθενή άξονα των τελευταίων, διαπιστώθηκε ψαθυρά θραύση κατά μήκος της εγκάρσιας νεύρωσης στο εφελκυσμένο πέλμα του στύλου πλησίον της ραφής με το πέλμα της δοκού, πολύ πριν την ανάπτυξη σημαντικών ανελαστικών στροφών. Τούτο ερμηνεύτηκε από την επιστημονική κοινότητα ως αποτέλεσμα της διαφορετικής κατανομής των τάσεων στο εφελκυσμένο πέλμα του στύλου σε συνδέσεις ισχυρού έναντι ασθενούς άξονα, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.22, με το μέγιστο να εμφανίζεται στο μέσο και στα άκρα του πέλματος αντίστοιχα. Σε κάποια άλλα πειράματα υπό ανακυκλιζόμενη αυτή τη φορά φόρτιση, πάλι πριν το σεισμό του Northridge, για τον ίδιο τύπο συνδέσεων, απότομη ψαθυρά θραύση έλαβε χώρα στις συγκολλήσεις των πελμάτων της δοκού, ενώ σε κάποια λίγα πειράματα που έγιναν με RBSδοκούς πολυγωνικής απότμησης ενισχυμένες με σχεδόν τριγωνικά ελάσματα (ως Σχήμα 2.4β) δεν έλαβε χώρα ουδεμία ψαθυρά θραύση.

Σχήμα 2.22. Κατανομή τάσεων κατά μήκος του πέλματος του στύλου (α) για σύνδεση ισχυρού και (β) για σύνδεση ασθενούς άξονα

Με σκοπό τη διερεύνηση της συμπεριφοράς σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση συνδέσεων δοκών – υποστυλωμάτων με RBS στον ασθενή άξονα των στύλων οι Gilton and Uang (2002) προέβησαν στη διενέργεια μιας σειράς πειράματων όπου χρησιμοποίησαν δύο διατάξεις πλήρους κλίμακας τέτοιων συνδέσεων, που φαίνονται στο Σχήμα 2.23.

Σχήμα 2.23. Πειραματικές διατάξεις των Gilton and Uang (2002)

Με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία εν πολλοίς επιβεβαιώθηκαν και από αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων, εξήχθησαν τα ακόλουθα βασικά συμπεράσματα:

(α) Η RBSκατόρθωσε να αποτρέψει ψαθυρά θραύση συγκολλήσεων και στις δύο διατάξεις, ακόμα και αν η μετάβαση από το πέλμα της δοκού στην εγκάρσια νεύρωση ήταν σχετικά οξεία. Μέσω αναλυτικών δε αποτελεσμάτων βρέθηκε ότι η RBSοδήγησε την συγκέντρωση παραμορφώσεων στην άκρη του πέλματος της δοκού (πλησίον της ραφής) σε μείωση τάξης μεγέθους $1/3$.

(β) Αμφότερες οι διατάξεις επέδειξαν την επιθυμητή πλαστική στροφή των 0.03 rad . Η συνεισφορά του στύλου, και ειδικά του φατνώματος του κορμού του, στη συνολική πλαστική στροφική ικανότητα της σύνδεσης υπήρξε μηδαμινή, καθώς το μέγιστο μέρος της πλαστικής στροφής παρατηρήθηκε πλησίον της RBS.

Τέλος, έγινε καταγραφή του ρόλου των διαστάσεων των εγκάρσιων νευρώσεων σε σχέση με τα πέλματα των δοκών και προτάθηκαν πρακτικοί κανόνες σχεδιασμού της σύνδεσης του είδους αυτού.

2.6.4. Συνδέσεις RBS στους Ευρωπαϊκούς Κανονισμούς

Σε συνέχεια της 2^{ης} ενότητας της προηγούμενης παραγράφου, και μετά από διεξοδική μελέτη των Δομικών Ευρωκωδίκων που αφορούν κατασκευές από χάλυβα, ήτοι του Ευρωκώδικα 3 και του Ευρωκώδικα 8, διαπιστώνε-

ται ότι η μοναδική αναφορά σε συνδέσεις με RBSυφίσταται στο Παράρτημα Β του Μέρους 3 του Ευρωκώδικα 8, «Αποτίμηση της φέρουσας ικανότητας και ενισχύσεις κτιρίων», με άλλα λόγια *η χρήση συνδέσεων με RBS δεν προβλέπεται για νέες κατασκευές*. Το ακριβές περιεχόμενο αυτό παρατίθεται υπό τη μορφή της Εικόνας 2.1 των αμέσως επομένων σελίδων στην Αγγλική (απόσπασμα), όπου κανείς μπορεί άμεσα να διαπιστώσει ότι, πέραν των ορίων γεωμετρίας της RBS, δίδονται και κανόνες σχεδιασμού των σχετικών συνδέσεων. Δέον όπως τονιστεί στο σημείο αυτό, ότι το Μέρος 1.8 του Ευρωκώδικα 3 «Σχεδιασμός κόμβων», παρέχει κανόνες σχεδιασμού υπό στατική φόρτιση τριών τύπων συνδέσεων δοκών – στύλων, της συγκολλητής, της κοχλιωτής με (προεξέχουσα ή μη μετωπική πλάκα) και της κοχλιωτής με γωνιακά στα πέλματα της δοκού. Πλην όμως, το ως άνω Παράρτημα Β, για χρήση συνδέσεων με RBS(§B.6.2.3.1 (2)) αναφέρεται ότι « Η δοκός θα πρέπει να συνδέεται με το πέγμα του στύλου είτε μέσω συγκολλητών πελμάτων, είτε μέσω διατμητικών ελασμάτων συγκολλημένων στο πρόσωπο του πέματος του στύλου και στον κορμό της δοκού....». Η αναφορά αυτή ανάγει τον σχεδιασμό σε Αμερικανικού και Καναδικού τύπου συνδέσεις (ANSI/AISC 358-05, CISC 2008) χαλύβδινων πλαισίων ροής σεισμικών εφαρμογών χωρίς κοχλιώσεις (από τα περιεχόμενα του Σχήματος 2.10 ελάσματα συγκολλητά με τον κορμό της δοκού δεν προδιαγράφονται), που όμως έχουν προκύψει από έρευνες με χρήση διατομών δοκών και στύλων της εκεί Βιομηχανίας και όχι των πρότυπων Ευρωπαϊκών διατομών Ι ή Η, παρόλο που οι συστάσεις της γεωμετρίας της κυκλικής απότμησης είναι ίδιες. Επίσης είναι εύλογο να αναρωτηθεί κανείς με ποια πρακτική λογική πλήρως συγκολλητές συνδέσεις μπορούν να υλοποιηθούν για ενισχύσεις – αποκατάσταση φέρουσας ικανότητας χαλύβδινων κτιρίων μετά από σεισμό, καθόσον οι απαιτήσεις ποιότητας των ραφών είναι μεγάλες, ενώ αυτές θα πρέπει να υλοποιηθούν επί τόπου. Αυτός ο σκεπτικισμός άλλωστε αποτελεί και το βασικό κίνητρο εκπόνησης της παρούσας Διατριβής, καθόσον από πρακτικής άποψης πρώτα σχεδιάζεται από το Μηχανικό μια σύνδεση υπό στατικά φορτία και κατόπιν επανασχεδιάζεται υπό σεισμικά, αλλά με την απαίτηση να υφίστανται συναφείς προδιαγραφές και οδηγίες αλληλοσυνδεόμενες.

Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance -
Part 3: Assessment and retrofitting of buildings

6	DESIGN OF STRUCTURAL INTERVENTION.....	34
6.1	RETROFIT DESIGN PROCEDURE.....	34
ANNEX A	(INFORMATIVE) REINFORCED CONCRETE STRUCTURES.....	35
ANNEX B	(INFORMATIVE) STEEL AND COMPOSITE STRUCTURES ...	55

B.5 Member assessment and retrofitting

B.5.3 Beams

B.5.3.4 Weakening of beams

- (1) The ductility of steel beams may be improved by weakening of the beam flange at desired locations, to shift the dissipative zones away from the connections.
- (2) Reduced beam sections (RBSs) behave like a fuse that protects beam-to-column connections against early fracture. The reduced beam sections should be such that they can develop at each L.S the minimum rotations specified in Table B.5.

Table B.5. - Required rotation capacity of reduced beam sections, RBSs (in radians).

DL	SD	NC
0,010	0,025	0,040

περιέχεται
στο Σχήμα 2.11

- (3) The rotations in Table B.5 may be considered to be achieved, if the design of RBS in the beam is carried out through the procedure outlined hereafter:

- i. Compute the distance of the beginning of the RBS from the column face, a , and the length over which the flange will be reduced, b , as follows:

$$a = 0,60b_f \quad (\text{B.10})$$

$$b = 0,75d_b \quad (\text{B.11})$$

where:

b_f is the flange width.

d_b is the beam depth.

- ii. Compute the distance of the intended plastic hinge section at the centre of the RBS, s , from the column face as:

$$s = a + \frac{b}{2} \quad (\text{B.12})$$

περιέχεται
στο Σχήμα 2.11

Figure B.1. - Geometry of flange reduction for reduced beam section (RBS).

Εικόνα 2.1 (συνεχίζεται)

- iii. Determine the depth of the flange cut (g) on each side; this depth should be not greater than $0,25 \cdot b_f$. As a first trial it may be taken as:

$$g = 0,20b_f \quad (\text{B.13})$$

- iv. Compute the plastic modulus (Z_{RBS}) and the plastic moment ($M_{\text{pl,Rd,RBS}}$) of the plastic hinge section at the centre of the RBS:

$$Z_{\text{RBS}} = Z_b - 2 \cdot g \cdot t_f \cdot (d_b - t_f) \quad (\text{B.14})$$

$$M_{\text{pl,Rd,RBS}} = Z_{\text{RBS}} \cdot f_{yb} \quad (\text{B.15})$$

where Z_b is the plastic modulus of the beam and f_{yb} is as defined in **B.5.1(5)**.

- v. Compute the shear force ($V_{\text{pl,RBS}}$) in the section of plastic hinge formation from equilibrium of the beam part (L') between the two intended plastic hinges (Figure B.2). For a uniform gravity load w acting on the beam in the seismic design situation:

$$V_{\text{pl,RBS}} = \frac{2M_{\text{pl,Rd,RBS}}}{L'} + \frac{wL'}{2} \quad (\text{B.16})$$

Different distributions of the gravity loads along the beam span should be properly accounted for in (the last term of) Expression (B.16).

- vi. Compute the beam plastic moment away from the RBS, $M_{\text{pl,Rd,b}}$, as follows:

$$M_{\text{pl,Rd,b}} = Z_b \cdot f_{yb} \quad (\text{B.17})$$

where Z_b and f_{yb} are as defined in step (iv) above.

- vii. Verify that $M_{\text{pl,Rd,b}}$ is greater than the bending moment that develops at the column face when a plastic hinge forms at the centre of the RBS: $M_{\text{cf,Ed}} = M_{\text{pb,Rd,RBS}} + V_{\text{pl,RBS}} \cdot e$. If it is not, increase the cut-depth c and repeat steps (iv) to (vi). The length g should be chosen such that $M_{\text{cf,Ed}}$ is about 85% to 100% of $M_{\text{pl,Rd,b}}$.

Key:

w = uniform gravity load in the seismic design situation

L' = Distance between the centres of RBS cuts

L = Distance between column centerlines

Figure B.2. -Typical sub-frame assembly with reduced beam sections (RBS).

- viii. Check the width-to-thickness ratios at the RBS to prevent local buckling. The flange width should be measured at the ends of the central two-thirds of the reduced section of the beam.

- ix. Compute the radius (r) of the cuts in both top and bottom flanges over the length b of the RBS of the beam:

$$r = \frac{b^2 + 4g^2}{8g} \quad (\text{B.18})$$

- x. Check that the fabrication process ensures the adequate surface roughness (i.e. between 10 and 15 μm) for the finished cuts and that grind marks are not present.

Εικόνα 2.1 (συνεχίζεται)

B.6 Connection retrofitting

B.6.2 Beam-to-column connections

B.6.2.1 General

- (1) The retrofitting should aim at shifting the beam plastic hinge away from the column face (see first row in Table B.6).
- (2) Beam-to-column connections may be retrofitted through either weld replacement, or a weakening strategy, or a strengthening strategy.

B.6.2.3 Weakening strategies

B.6.2.3.1 Connections with RBS beams

- (1) Reduced Beam Sections (RBS), designed in accordance with (5), can force plastic hinges to occur within the reduced section, thus decreasing the likelihood of fracture at the beam flange welds and in the surrounding heat affected zones.

(2) The beam should be connected to the column flange either through welded webs, or through shear tabs welded to the column flange face and to the beam web. The tab length should be equal to the distance between the weld access holes, with an offset of 5 mm. A minimum tab thickness of 10 mm is required. Shear tabs should be either cut square or with tapered edges (tapering corner about 15°) and should be placed on both sides of the beam web.

(3) Welding should employ groove welds or fillet welds for the column flange and fillet welds for the beam web. Bolting of the shear tab to the beam web is allowed as an alternative.

(4) Shear studs should not be placed within the RBS zones.

- (5) The design procedure for RBS connections is outlined below:

- i. Use RBS beams designed in accordance with the procedure in B.5.3.4, but computing the beam plastic moment, $M_{pl,Rd,b}$, as:

$$M_{pl,Rd,b} = Z_{RBS} \cdot f_{yb} \cdot \left(\frac{L - d_c}{L - d_c - 2 \cdot b} \right) \quad (B.31)$$

where:

f_{yb} is the yield strength of steel in the beam, defined as in B.5.1(5),

L is the distance between column centerlines,

d_c is the column depth, and

b is the length of RBS.

- ii. Compute the beam shear, $V_{pl,Rd,b}$, in accordance with B.5.3.4(3)v for a span length between plastic hinges, L' :

$$L' = L - d_c - 2 \cdot b \quad (B.32)$$

- iii. Verify the web connection, e.g. the welded shear tab, for the shear force $V_{pl,Rd,b}$ from ii above.

- iv. Check that the column-to-beam flexural capacity ratio, $CBMR$, satisfies the condition:

$$CBMR = \frac{\sum Z_c \left(f_{ydc} - \frac{N_{Ed}}{A_c} \right)}{\sum Z_b \cdot f_{yb} \cdot \left(\frac{L - d_c}{L - d_c - 2 \cdot b} \right)} \geq 1.20 \quad (B.33)$$

Εικόνα 2.1 (συνεχίζεται)

where:

Z_b and Z_c plastic moduli of the beams and the columns, respectively,

N_{Ed} is the axial load of the column in the seismic design situation,

A_c is the area of the column section,

f_{yb} is the yield strength of steel in the beam, defined as in **B.5.1(5)**,

$f_{yd,c}$ is the design yield strength of steel in the column, defined as in **B.6.2.1(3)**.

v. Determine the thickness of the continuity plates to stiffen the column web at the level of the top and bottom beam flange. This thickness should be at least equal to that of the beam flange.

vi. Check that the strength and stiffness of the panel zone are sufficient for the panel to remain elastic:

$$d_c \cdot t_{wc} \cdot \frac{f_{yw,d}}{\sqrt{3}} \geq \frac{\sum Z_b \cdot f_{yb}}{d_b} \cdot \left(\frac{L - d_c}{L - d_c - 2 \cdot b} \right) \cdot \left(\frac{H - d_b}{H} \right) \quad (B.34)$$

where:

d_c is the depth of the column web,

t_{wc} is the thickness of the column web, including the doubler plates, if any,

$f_{yw,d}$ is the design yield strength of the panel zone,

Z_b is the plastic modulus of the beams,

N_{Ed} is the axial load of the column in the seismic design situation,

A_c is the area of the column section,

f_{yb} is the yield strength of steel in the beam, defined as in **B.5.1(5)**, and

H is the frame storey height.

vii. Compute and detail the welds between the joined parts.

Εικόνα 2.1. Συνοπτική παρουσίαση των περιεχομένων των Δομικών Ευρωκωδίκων σε σχέση με τις RBS συνδέσεις

Δεν είναι τυχαίο συνεπώς ότι υφίστανται ελάχιστες δημοσιεύσεις που αφορούν πειραματικές ή / και αναλυτικές μελέτες για συνδέσεις RBS με βάση πλήρως την Ευρωπαϊκή Πρακτική, τόσο παραγωγής όσο και σχεδιασμού - κατασκευής. Αν εξαιρεθούν κάποια αρχικά πειραματικά αποτελέσματα (Plumier 1996), που προέκυψαν από δοκιμές στο Πανεπιστήμιο της Timisoara στη Ρουμανία, οι μοναδικές σχετικές εργασίες είναι εντελώς πρόσφατες (Pachoumis et al. 2009, 2010, Sofias et al. 2011). Οι δύο πρώτες εξ αυτών αναφέρονται σε πλήρως συγκολλητές συνδέσεις δοκού – στύλου με ενισχυμένα φατνώματα κορμού και εγκάρσια ενισχυτικά ελάσματα, η δε τρίτη σε κοχλιωτή με αμφιπροέχουσα μετωπική πλάκα και παρόμοιες ενισχύσεις. Και οι τρεις αυτές εργασίες περιέχουν τόσο αναλυτικά (μέσω πεπερασμένων στοιχείων) όσο και περιορισμένα πειραματικά αποτελέσματα, με διατομές δοκών και στύλων της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας χάλυβα και κυκλική απότμηση RBS.

Για τις δύο πρώτες των ως άνω εργασιών διαπιστώθηκε ότι απομειώνοντας τα πέλματα της δοκού κοντά στην περιοχή της σύνδεσης, έτσι ώστε η αντοχή έναντι ροπής να είναι ίση με την αντοχή σχεδιασμού, δημιουργείται μια διευρυμένη πλαστική ζώνη και η ικανότητα παραμόρφωσης μπορεί να βελτιωθεί. Ω-

στόσο, το κρισιμότερο συμπέρασμα τόσο της αναλυτικής όσο και της πειραματικής διαδικασίας είναι ότι χρησιμοποιώντας τις γεωμετρικές παραμέτρους της απομείωσης από τον EC8, τα αντίστοιχα δοκίμια παρουσίασαν πολύ φτωχή συμπεριφορά καθώς η διαρροή παρατηρήθηκε στο κάτω πέλμα της δοκού κοντά στο μέτωπο του υποστυλώματος και όχι στην περιοχή της απομείωσης όπως αναμενόταν. Στην 3^η εργασία κατεγράφη πειραματικά μια μη αναμενόμενη ψαθυρή μορφή αστοχίας, που σχετιζόταν με την διάρρηξη στο κέντρο της RBS, γεγονός που ερμηνεύτηκε ότι οφειλόταν στις μηχανικές ιδιότητες του υλικού του δοκιμίου (μη όλκιμο και εκτός Ευρωπαϊκών προδιαγραφών χαλύβων). Κατά τα λοιπά, και για το λόγο ότι η τελευταία αυτή εργασία αποτελεί ό,τι νεότερο σχετικά με συνδυασμό αναλυτικής / πειραματικής μελέτης κοχλιωτών συνδέσεων RBS με αμφιπροέχουσα μετωπική πλάκα και Ευρωπαϊκές διατομές δοκού και στύλου, τα πειραματικά της αποτελέσματα θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα για την βαθμονόμηση του αναλυτικού προσομοιώματος που χρησιμοποιήθηκε, σύμφωνα με τα περιεχόμενα του Κεφαλαίου 4.

2.6.5. Εναλλακτικές Συνδέσεις τύπου RBS

- Τοπικά πτυχωτοί κορμοί από λεπτότοιχα ελάσματα

Υπάρχει εκτεταμένη βιβλιογραφία που αφορά τη συμπεριφορά δοκών διατομής διπλού ταυ με κορμό από πτυχωτά ελάσματα (corrugated I – girders) διαφόρων μορφών σύμφωνα με το Σχήμα 2.24, όπως π.χ. οι εργασίες των Elgaaly et al. 1997, Abbas et al. 2006 κλπ., και οι σχετικές σε αυτές αναφορές.

Σχήμα 2.24. Διατομές I με κορμό από πτυχωτά ελάσματα (Abbas et al. 2006)

Προέκυψε ότι η συνεισφορά του κορμού στην οριακή καμπτική αντοχή της δοκού με κορμό από πτυχωτά ελάσματα είναι αμελητέα, και ότι η οριακή αντοχή σε ροπή βασίζεται στην τάση διαρροής των πελμάτων. Επίσης, σαν συμπέρασμα των ανωτέρω μελετών, οι τάσεις στον κορμό λόγω κάμψης είναι μηδενικές, με εξαίρεση για περιοχές πολύ πλησίον των πελμάτων, όπου παρεμποδίζεται ο κορμός, και έτσι η τέμνουσα αναλαμβάνεται πλήρως από τον κορμό με το λυγισμό ως προεξάρχον φαινόμενο. Τα πέλματα προσδίδουν συνοριακές συνθήκες στήριξης για τον κορμό, που βρίσκονται μεταξύ αμφιερείστου και αμφιπάκτου για πέλματα πρακτικών διαστάσεων. Με βάση τις μελέτες αυτές καταδείχτηκε ότι δεν υφίσταται αλληλεπίδραση μεταξύ κάμψης και διάτμησης.

Επίσης, καταδείχτηκε ότι, μέλη διατομής **I** με πτυχωτούς κορμούς σε κάμψη, δεν μπορούν να αναλυθούν με χρήση μόνο συμβατικών θεωριών δοκών, σε ότι αφορά την εκτός επιπέδου στρεπτική απόκριση, η οποία δέον όπως αντιμετωπιστεί σαν ένα πρόβλημα εγκάρσιας κάμψης πελμάτων, το οποίο ομοιάζει με το πρόβλημα συμπεριφοράς δοκού διατομής **I** υπό στρέψη. Η συνολική κατάσταση που διέπει τις τάσεις για δοκούς με πτυχωτής μορφής κορμούς, μπορεί να προσδιοριστεί μέσω επαλληλίας τάσεων λόγω εντός επιπέδου κάμψης και λόγω εγκάρσιας κάμψης των πελμάτων. Η τελευταία δράση διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην απόκριση δοκών με πτυχωτούς κορμούς, και θα πρέπει να λαμβάνεται οπωσδήποτε υπ' όψη στο σχετικό σχεδιασμό.

Με βάση τα ανωτέρω συνοπτικά εκτεθέντα, έχει περιθωριακά μελετηθεί (Mirghaderi et al. 2006, 2010, Imanpour et al. 2007) η χρήση απομείωσης της δοκού σε συνδέσεις καμπτικών πλαισίων, όχι μέσω απότμησης των πελμάτων αυτής, αλλά με αντικατάσταση του κορμού, στις θέσεις που αναμένεται ή σχεδιάζεται ο σχηματισμός πλαστικής άρθρωσης, με αμφίπλευρες πτυχώσεις τριγωνικής μορφής σύμφωνα με το Σχήμα 2.25. Τα πλεονεκτήματα της χρήσης πτυχωτών ελασμάτων στη πλαστική ζώνη του κορμού της δοκού είναι περιληπτικά (α) η απομειωμένη διατομή στη ζώνη της πλαστικής άρθρωσης στη δοκό διαθέτει ιδεώδη χαρακτηριστικά, καθόσον η καμπτική αντίσταση των δοκών στη περιοχή αυτή ισούται με τη πλαστική ροπή αντίστασης των πελμάτων, οπότε ο κορμός θα παραλάβει μόνο διατμητικές τάσεις, (β) η όλη γεωμετρική διάταξη συντελεί στην αύξηση της εκτός επιπέδου δυσκαμψίας με αποτέλεσμα τη δραστική μείωση της πιθανότητας εμφάνισης φαινομένων στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, (γ) η παρουσία των πτυχώσεων αποτρέπει φαινόμενα τοπικού λυγισμού στην περιοχή της πλαστικής άρθρωσης, (δ) με

χρήση πτυχώσεων, ελαχιστοποιείται η αξονική δυσκαμψία στον κορμό, οπότε οι αξονικές δυνάμεις που ασκούνται εκεί λόγω κάμψης θα μειώνονται σταδιακά, οπότε ο κορμός δεν θα είναι πλέον ευαίσθητος σε λυγισμό και (ε) από πλευράς κατασκευαστικής ευκολίας και μικρού κόστους, η εφαρμογή των πτυχώσεων υπερέχει.

Σχήμα 2.25. Εναλλακτική μορφή σύνδεσης RBS με πτυχώσεις στο κορμό της δοκού (Imanpour et al. 2007)

Η όλη θεώρηση βρίσκεται ακόμα σε προκαταρκτικό στάδιο, δεν έχει τεκμηριωθεί αρκούντως, και δεν πρόκειται να απασχολήσει περαιτέρω το περιεχόμενο της παρούσας Διατριβής.

- Διάκενα κορμών

Μια εναλλακτική λογική μείωσης της διατομής της δοκού, με σκοπό την απομάκρυνση των πλαστικών αρθρώσεων από την περιοχή της σύνδεσης, είναι και η απομείωση της διατομής του κορμού της δοκού με την πρόβλεψη διακένων σε αυτόν, σε κατάλληλα επιλεγείσες περιοχές και θέσεις πλησίον της σύνδεσης. Μια πρόσφατη ερευνητική εργασία, η οποία βασίστηκε στην ανωτέρω λογική είναι αυτή των Hedayat and Celikag (2009), όπου προτάθηκε μια διαφορετική διαμόρφωση των άκρων της δοκού με σκοπό την αύξηση αντοχής και ολκιμότητας. Η

όλη εργασία, βασισμένη σε αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων μέσω του προγράμματος ANSYS, εξέτασε την απόκριση τριών τυπικών αλλά και τροποποιημένων συνδέσεων του SAC, και με βάση τα σχετικά ευρήματα προτάθηκαν αρχικά έξι (6) τύποι διαμόρφωσης των άκρων της δοκού (με πρόβλεψη διακένων κορμού διαφόρων σχημάτων), οι οποίοι απεικονίζονται στο Σχήμα 2.26(α-στ).

Σχήμα 2.26. Οι τύποι των συνδέσεων απομειωμένου κορμού δοκού που ερευνήθηκαν (Hedayat and Celikag 2009)

Η πρόταση (α), ένα μοναδικό κυκλικό διάκενο κορμού διαφόρων διαμέτρων, βρέθηκε ότι για να μειωθούν οι τάσεις που αναπτύσσονται στα

πέλματα στην περιοχή των συγκολλήσεων απαιτείται ιδιαίτερα μεγάλο διάκενο. Όμως, στις πλείστες των περιπτώσεων, λόγω σύγχρονης επιρροής κάμψης και διάτμησης στα μέρη σχήματος T πάνω και κάτω από το διάκενο, έλαβε χώραν πρώιμη θραύση του πέλματος της δοκού στις θέσεις που αντιστοιχούσαν στο κέντρο του διακένου. Κατά συνέπεια, για να μειωθούν στο ελάχιστο οι διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται στις διατομές T στο κέντρο του διακένου, αποφασίστηκε περί το μέσο του κορμού να μην υπάρχει διάκενο. Έτσι, μελετήθηκαν αρχικά δύο είδη συμμετρικών ως προς τον κεντροβαρικό άξονα της δοκού διακένων, κυκλικής και ημικυκλικής μορφής (Σχήμα 2.26β και γ αντίστοιχα), οι οποίες όμως δεν αποδείχτηκαν αποτελεσματικές στο να μειώσουν τις κύριες τάσεις στην περιοχή της οπής πρόσβασης της συγκόλλησης (στο κάτω πέλμα της δοκού κοντά στο πέλμα του στύλου, τυπική για συνδέσεις πριν το σεισμό του Northridge). Λόγω τούτου, θεωρήθηκε ότι θα ήταν προτιμότερη η χρήση πολλαπλών μικρού μεγέθους διακένων κορμού, και έτσι μελετήθηκαν οι απομειώσεις του Σχήματος 2.26δ και ε. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι στη σύνδεση του τύπου (δ), παρόλο που αυτή ήταν πιο αποτελεσματική σε ότι αφορά την καθυστέρηση του λυγισμού του κορμού της δοκού, έλαβε χώραν πρώιμη θραύση του πέλματος της δοκού στην περιοχή των διακένων. Οι τοξωτής μορφής διατομές T που δημιουργήθηκαν στον τύπο (ε) αποδείχτηκαν αποτελεσματικές στην αποφυγή λυγισμού κορμού και θραύσης πελμάτων αλλά ανέπτυξαν αυξημένες τάσεις στη περιοχή των συγκολλήσεων. Γενικότερα δε, η παρουσία επιμήκων διακένων είχε σαν αποτέλεσμα οι πλαστικές αρθρώσεις να τείνουν να εμφανιστούν στα άκρα των διακένων αυτών (αρχή – τέλος) και η όλη περιοχή περί το διάκενο πλαστικοποιείται υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση και ουσιαστικά αναλαμβάνει την απορρόφηση της σεισμικής ενέργειας. Όμως, λόγω του σχήματος τους, τα διάκενα των τύπων (δ) και (ε) βρέθηκε ότι δεν διαθέτουν την απαιτούμενη δυνατότητα απορρόφησης ενέργειας, πριν τη θραύση στη περιοχή των συγκολλήσεων ή στα πέλματα πάνω από τα διάκενα), έτσι ώστε να αναπτύσσεται η επιθυμητή πλαστική ροπή της σύνδεσης. Λόγω όλων των ανωτέρω, η έρευνα επικεντρώθηκε στη μορφή διακένου του Σχήματος 2.26στ.

Ο εν λόγω τύπος αποτελείται από δύο παράλληλα μεταξύ τους επιμήκη ορθογωνικής μορφής διάκενα (με ημικυκλικά άκρα), με τη γεωμετρία του να φαίνεται στο Σχήμα 2.27α,β. Για περαιτέρω δε αύξηση της αντοχής και της ολκιμότητας της σύνδεσης, προτάθηκε η ενίσχυση τους είτε μόνο με ελάσματα είτε σε συνδυασμό με προσθήκη μικρού μήκους σωλήνων τετραγωνικής κοίλης διατομής στα μέσα των διακένων, σύμφωνα με το Σχήμα 2.27γ.

Σχήμα 2.27. Λεπτομέρειες της τελικά προταθείσας διαμόρφωσης της δοκού με ενισχυμένα διάκενα κορμού επιμήκους ορθογωνικού σχήματος (Hedayat and Celikag 2009)

Με βάση προηγούμενες έρευνες για δοκούς με διάκενα κορμών αλλά και συστάσεις σχεδιασμού των ΗΠΙΑ (π.χ. Specification for structural steel beams with web openings, ASCE Standard, SEI/ASCE 23-97 κ.α.) και μετά από πολλές παραμετρικές αναλύσεις, η όλη έρευνα αφ' ενός μεν κατέδειξε την επιρροή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της παραπάνω σύνδεσης αλλά και άλλων παραμέτρων στη σεισμική συμπεριφορά της (συμπεριλαμβανόμενης σημειωτέον και της στρεφικής δυσκαμψίας της σύνδεσης), αφ' ετέρου δε πρότεινε μια πρακτική διαδικασία σχεδιασμού. Η όλη προσπάθεια είναι άκρως ενδιαφέρουσα, και αναμένονται και πειραματικές μελέτες για την τεκμηρίωση της, ενώ δεν υπάρχουν μέχρι στιγμής αναλύσεις

σχετικές με την εφαρμοσιμότητα της από πλευράς αυτόματης παραγωγής αλλά και αντίστοιχες συγκριτικές οικονομικές μελέτες.

2.6.6. Βελτιστοποίηση σχήματος RBS

Οι Pan et al. (2007) και Ohsaki et al. (2009) – ουσιαστικά η ίδια ερευνητική ομάδα – ασχολήθηκαν πρόσφατα με τη βελτιστοποίηση του σχήματος RBS υπό μονοτονική και ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Σκοπός των ερευνών τους ήταν η εύρεση του βέλτιστου σχήματος κοπής των πελμάτων της δοκού σε μια RBS σύνδεση, με κριτήριο τη μεγιστοποίηση της ενέργειας που απορροφάται καθ' όλο το ιστορικό φόρτισης και με περιορισμό της μέγιστης ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης στη συγκολλημένη περιοχή της σύνδεσης δοκού – στύλου. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.28, το πέλμα θεωρήθηκε ότι ακολουθεί από πλευράς εξωτερικού περιγράμματος μια ομαλή κυβική καμπύλη (cubic spline curve), οι παράμετροι σχεδιασμού ήταν οι θέσεις των σημείων ελέγχου, ως αντικειμενική (προς μεγιστοποίηση) συνάρτηση (objective function) η απορροφούμενη ενέργεια (dissipated energy) και δεσμεύσεις – περιορισμοί (constraints) για τη μέγιστη ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση μεταξύ των στοιχείων στο σταθερό άκρο προς αποφυγή θραύσης των συγκολλήσεων στα πέλματα.

Σχήμα 2.28.Κανονικό σχήμα πέλματος – αριθμητική εφαρμογή – μοντέλο προβόλου προς βελτιστοποίηση των Oshaki et al.

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκε ήταν Simulated Annealing (SA) σε συνδυασμό με γεωμετρικά μη γραμμική ελαστοπλαστική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (Abaqus), τα δε αποτελέσματα της τελευταίας – πριν την διαδικασία βελτιστοποίησης – επαληθεύτηκαν πειραματικά.

Το διάγραμμα ροής της συνδυασμένης βελτιστοποίησης - ελαστοπλαστικής ανάλυσης, ως Σχήμα 2.29, έχει περιληπτικά ως εξής:

(1) Το πρόγραμμα SA παράγει νέες συντεταγμένες των σημείων ελέγχου, που αποτελούν τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος βελτιστοποίησης. Οι πληροφορίες αυτές μεταδίδονται στη μονάδα προ-επεξεργασίας του Abaqus, όπου δημιουργείται το μοντέλο της δοκού. Η μονάδα αυτή συνολικά ελέγχεται μέσω της γλώσσας script Python, η οποία λειτουργεί σαν το προγραμματικό διασυνδετικό στοιχείο του Abaqus. Το script ελέγχου απαρτίζεται από τα ακόλουθα έξι βήματα: (α) δημιουργούνται δύο μέρη, ένα μέρος πέλματος και ένα κορμού και μορφή απότμησης («κοπής») του πέλματος καθορίζεται από μια ομαλή κυβική καμπύλη σε σχέση με τα σημεία ελέγχου, (β) ορίζονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες του υλικού για κάθε μέρος, (γ) δύο μέρη πελμάτων και ένα κορμού εισάγονται και δημιουργούν μια συναρμολόγηση (assembly), που κατόπιν συνενώνεται σε ένα μοναδικό στοιχείο δοκού, (δ) ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες και η φόρτιση για την ανάλυση, (ε) το στοιχείο δοκού διακριτοποιείται μέσω τετράπλευρων στοιχείων κελύφους και (στ) ανατίθεται η ανάλυση στο Abaqus.

(2) Τα αποτελέσματα της ανάλυσης καταγράφονται και μέσω μιας μονάδας μετα – επεξεργασίας (πάλι σε γλώσσα Python) τα απαραίτητα στοιχεία (ενέργεια που απορροφήθηκε και μέγιστη ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση κοντά στη σύνδεση δοκού - στύλου) επιστρέφουν στον αλγόριθμο SA για τον επόμενο κύκλο υπολογισμών.

Σχήμα 2.29. Διάγραμμα ροής διαδικασίας βελτιστοποίησης

Η όλη θεώρηση – εντός του εύρους εφαρμοσιμότητας της - αποτελεί εξαιρετο αρχικό βήμα βελτιστοποίησης RBS, με αποτελέσματα που είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για περαιτέρω εμβάθυνση και επιστημονική ενασχόληση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Χρήση της μεθόδου των βασικών συστατικών για τη βελτιστοποίηση συνδέσεων καμπτικών πλαισίων με δοκούς RBS με βάση την Ευρωπαϊκή Πρακτική

3.1. Ανάπτυξη της Μεθόδου των Βασικών Συστατικών

(Component Method)

Οι συνδέσεις ροπής σχεδιάζονται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να δύνανται να μεταφέρουν ροπές, διατμητικές δυνάμεις και κάποιες φορές ορθές δυνάμεις. Η αντοχή και η δυσκαμψία σχεδιασμού μιας σύνδεσης ροπής προσδιορίζονται σε σχέση με την αντοχή και την δυσκαμψία των συνδεόμενων μελών. Οι συνδέσεις ροπής ανάλογα με την αντοχή τους κατατάσσονται σε συνδέσεις πλήρους αντοχής (η ικανότητα ανάληψης ροπής από τη σύνδεση είναι ίση ή μεγαλύτερη από την αντίστοιχη ικανότητα του συνδεόμενου μέλους) ή μερικής αντοχής (η ικανότητα ανάληψης ροπής από τη σύνδεση είναι μικρότερη από την αντίστοιχη ικανότητα του συνδεόμενου μέλους). Όμοια, μια σύνδεση ροπής κατατάσσεται βάσει της δυσκαμψίας σε άκαμπτη ή ημιάκαμπτη ανάλογα με τη δυσκαμψία του συνδεόμενου μέλους. Η στρωφική ικανότητα της κατασκευής μπορεί να προέρχεται είτε από τις συνδέσεις είτε από τα συνδεόμενα μέλη.

Στο παρελθόν οι συνδέσεις σχεδιάζονταν αρθρωτές ή δύσκαμπτες πλήρους αντοχής. Μετά την ολοκλήρωση σημαντικής έρευνας στη συμπεριφορά συνδέσεων, αναπτύχθηκαν και τεκμηριώθηκαν οι έννοιες της ημιάκαμπτης σύνδεσης και αυτή της μερικής αντοχής, οι οποίες προσομοιώνουν με μεγαλύτερη ακρίβεια την πραγματική συμπεριφορά των συνδέσεων. Αυτά τα μοντέλα συνδέσεων αναπτύχθηκαν σε ένα μεγάλο εύρος εύκολα κατανοητών κανόνων σχεδιασμού, οι οποίοι υιοθετήθηκαν από τον Ευρωκώδικα 3 Μέρος 1.8. Αυτοί οι κανόνες επιτρέπουν στον μελετητή να υπολογίσει την αντοχή, τη δυσκαμψία και την ικανότητα ανάληψης παραμορφώσεων των καμπτικών συνδέσεων. Κατά το σχεδιασμό μιας σύνδεσης ροπής απαιτούνται τα παρακάτω βήματα:

- Προσδιορισμός της διαδρομής μεταφοράς των δυνάμεων διαμέσου της σύνδεσης. Για παράδειγμα η εφελκυστική δύναμη του άνω πέλματος της δοκού του Σχήματος 3.1 πρέπει να περάσει διαμέσου των εξωρραφών της

συνδεόμενης μετωπικής πλάκας, της μετωπικής πλάκας σε κάμψη, των κοχλιών σε εφελκυσμό, του πέλματος του υποστυλώματος σε κάμψη, του κορμού του υποστυλώματος σε εφελκυσμό, του κορμού του υποστυλώματος σε διάτμηση και του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη, προκειμένου να ισορροπήσει την θλιπτική δύναμη που προέρχεται από την θλίψη του πέλματος της δοκού. Επιπλέον, η διαδρομή των άλλων δυνάμεων (π.χ. της διατμητικής δύναμης της δοκού) πρέπει να προσδιοριστεί με λογικό τρόπο. Σε κάθε περίπτωση, οι δυνάμεις στη σύνδεση πρέπει να ισορροπούν με την επιβαλλόμενη καμπτική ροπή, διατμητική ή αξονική δύναμη στη σύνδεση.

Σχήμα 3.1. Συστατικά μέρη σύνδεσης προσομοιωμένα με ελατήρια σε κοχλιωτή σύνδεση δοκού σε υποστύλωμα (Wald, http://people.fsv.cvut.cz/~wald/CESTRU/CO/Texts_of_lessons/06-GB_Moment_Connections.pdf)

- Μετά τον προσδιορισμό της διαδρομής των δυνάμεων, πρέπει να προσδιοριστεί η αντοχή κάθε τμήματος ή συστατικού μέρους της σύνδεσης στη διαδρομή αυτή. Το συστατικό μέρος με την μικρότερη αντοχή καθορίζει την αντοχή της σύνδεσης.
- Η δυσκαμψία της σύνδεσης εξαρτάται από τις παραμορφώσεις των συστατικών και προσδιορίζεται από την παραμόρφωση κάθε τμήματος.
- Η ικανότητα παραμορφώσεων αποτελεί την τρίτη σημαντική μηχανική ιδιότητα μιας σύνδεσης. Η ικανότητα παραμορφώσεων παρέχεται στη σύνδεση μέσω της πλαστικής παραμόρφωσης ενός ή και περισσότερων συστατικών. Αν η αντοχή της σύνδεσης υπερβαίνει την αντοχή ενός από τα συνδεόμενα μέλη, ο μελετητής μπορεί να βασίζεται στην ικανότητα παραμόρφωσης που προέρχεται από

το συγκεκριμένο συνδεδεμένο μέλος, π.χ. τη δημιουργία πλαστικής άρθρωσης στη δοκό.

Μετά τον προσδιορισμό όλων των μηχανικών ιδιοτήτων των συστατικών, τα συστατικά μέρη του κόμβου ενώνονται προκειμένου να προσδιοριστεί η αντοχή, η δυσκαμψία και η ικανότητα παραμορφώσεων όλης της σύνδεσης. Η παραπάνω μέθοδος προσδιορισμού των μηχανικών ιδιοτήτων της σύνδεσης ονομάζεται **Μέθοδος των Βασικών Συστατικών (Component Method)**.

Η ακρίβεια της ως άνω μεθόδου εξαρτάται από την ακρίβεια της περιγραφής των βασικών συστατικών και την ποιότητα της διαδικασίας σύνθεσης - συναρμολόγησης τους. Θεωρείται ότι οι ιδιότητες των συστατικών είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Ωστόσο, κάποια συστατικά δεν δρουν ανεξάρτητα, αλλά επηρεάζουν άλλα. Κατά την επίλυση με το χέρι γίνονται πολλές απλοποιητικές παραδοχές, επειδή η γενικότερη προσέγγιση οδηγεί σε περίπλοκη επαναληπτική διαδικασία υπολογισμού. Ωστόσο, τούτο δεν αποτελεί πρόβλημα για ένα λογισμικό, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1 όπου τα συστατικά μέρη της κοχλιωτής σύνδεσης με μετωπική πλάκα αναπαριστώνονται με ελατήρια.

Η μέθοδος των συστατικών επιτρέπει στον μελετητή να αναλύσει πολλούς διαφορετικούς συνδυασμούς συνδέσεων. Επιτρέπει το σχεδιασμό πιο οικονομικών συνδέσεων σε σχέση με τις παραδοσιακές μεθόδους σχεδιασμού που βασίζονται σε πίνακες, και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε περιορισμένο αριθμό συνδυασμών συνδέσεων.

3.2. Υπολογισμός της αντοχής, της δυσκαμψίας και της στροφικής ικανότητας μιας σύνδεσης

3.2.1. Γενικά στοιχεία

Όπως προαναφέρθηκε (και θα ξαναπαρουσιαστεί και στο επόμενο Κεφάλαιο της παρούσας), οι ιδιότητες που απαιτούνται για την καθολική ανάλυση είναι η ροπή αντοχής σχεδιασμού $M_{j,Rd}$, η στροφική δυσκαμψία S_j και η στροφική ικανότητα $\varphi_{j,Cd}$ της σύνδεσης. Στο Σχήμα 3.2 φαίνεται ένα παράδειγμα σύνδεσης δοκού – στύλου και το διάγραμμα ροπής – στροφής της. Από πειράματα που έχουν πραγματοποιηθεί, το πρώτο μέρος του διαγράμματος αυτού (η κλίση του οποίου αντιπροσωπεύει την δυσκαμψία) είναι συνήθως ευθύγραμμο. Όμως, η ελαστική καμπύλη παύει να είναι ευθύγραμμη για αρκετά χαμηλές τιμές της

εξωτερικά μονοτονικά επιβαλλόμενης καμπτικής ροπής, γεγονός που οφείλεται σε τοπικά φαινόμενα πλαστικότητας, εμφανιζόμενα λόγω συγκέντρωσης τάσεων αλλά και παραμενουσών τάσεων. Στο Μέρος 1.8 του Ευρωκώδικα 3 θεωρείται ότι μέχρι τα $2/3$ της υπολογιζόμενης ροπής αντοχής σχεδιασμού η συμπεριφορά είναι ελαστική, και ακολουθεί την ευθεία γραμμή που ορίζεται από τη υπολογιζόμενη (αρχική) δυσκαμψία. Μόλις φθάσει τα $2/3$ της καμπτικής αντοχής, η δυσκαμψία μειώνεται, μέχρι να αποκτηθεί η πλήρης καμπτική αντοχή $M_{j,Rd}$.

Σχήμα 3.2. Βασικά συστατικά κοχλιωτού κόμβου δοκού – στύλου με μετωπική πλάκα και διάγραμμα ροπής – στροφής αυτού

Η απαιτούμενη στροφική ικανότητα ενός κόμβου εξαρτάται από τον τύπο της κατασκευής – φορέα (ισοστατικός – υπερστατικός) και από τη μέθοδο καθολικής ανάλυσης αυτού (ελαστική ή πλαστική), αλλά σπάνια υπερβαίνει τα 0.06rad , σύμφωνα με το Σχήμα 3.3. Ο υπολογισμός της ικανότητας αυτής είναι ποιοτικός, και βασίζεται σε κανόνες αποφυγής ψαθυρών μορφών αστοχίας (όπως αστοχία κοχλιών και πλαστική άρθρωση στη μετωπική πλάκα) και αστοχίας συγκολλήσεων.

Σχήμα 3.3. Στροφική ικανότητα και όριο αντοχής σχεδιασμού για ψαθυρή κατάρρευση ενός κόμβου του τύπου του Σχήματος 3.2

3.2.2. Κοχλιωτές συνδέσεις με μετωπική πλάκα

Οι κοχλιωτές συνδέσεις μετωπικής πλάκας χρησιμοποιούνται ευρέως στην κατασκευαστική πρακτική των μεταλλικών κατασκευών επειδή επιτρέπουν μια μεγάλη ποικιλία λύσεων, από ημι-άκαμπτες συνδέσεις μέχρι πλήρως δύσκαμπτες, τροποποιώντας κατάλληλα την εκάστοτε κατασκευαστική λεπτομέρεια. Η πλέον χρησιμοποιούμενη τέτοιου είδους σύνδεση στην Ευρωπαϊκή πρακτική, για εφαρμογές ιδία σεισμικές, είναι αυτή με αμφιπροέχουσα μετωπική πλάκα και συμμετρική διάταξη κοχλιών, η οποία περιέχει επίσης εγκάρσιες ενισχύσεις του κορμού του στύλου, και απεικονίζεται στο Σχήμα 3.4. Τονίζεται ότι αυτό το είδος της σύνδεσης διαθέτει το βασικό πλεονέκτημα ότι σε περίπτωση βλάβης μακριά από τον κόμβο (στη δοκό) υφίσταται η δυνατότητα άμεσης και εύκολης αντικατάστασης του μέλους αυτού, σε συνθήκες λειτουργίας.

Σχήμα 3.4. Γραφική απεικόνιση κοχλιωτής σύνδεσης δοκού – στύλου με αμφιπροέχουσα μετωπική πλάκα κα συμμετρική διάταξη κοχλιών

Για τον εν λόγω τύπο σύνδεσης, υπό μονοτονική φόρτιση ροπής και για μικρό αξονικό φορτίο στύλου, η μέθοδος των βασικών συστατικών του Μέρους 1.8 του EC3 περιέχει σαφείς οδηγίες για τον υπολογισμό της ροπής αντοχής σχεδιασμού $M_{j,Rd}$, που γενικά ισούνται με $M_{j,Rd} = \sum_r h_r F_{tr,Rd}$, όπου $F_{tr,Rd}$ είναι η ενεργός αντοχή σε εφελκυσμό της σειράς κοχλιών r , h_r είναι η απόσταση της σειράς

κοχλίων r από το κέντρο θλίψης και r είναι ο αριθμός των σειρών κοχλίων. Κατά τα λοιπά, ο όλος υπολογισμός της ροπής αντοχής θα πρέπει να βασίζεται στα ακόλουθα (η αρίθμηση αναφέρεται στα περιεχόμενα του σχετικού μέρους του EC3):

- Το κέντρο θλίψης πρέπει να θεωρείται στο μέσο του θλιβόμενου πέλματος του συνδεόμενου μέλους,

- Η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{tr,Rd}$ σε κάθε σειρά κοχλίων πρέπει να προσδιορίζεται διαδοχικά, ξεκινώντας από τη σειρά κοχλίων 1, την πλέον απομακρυσμένη από το κέντρο θλίψης, και συνεχίζοντας με τη σειρά κοχλίων 2 κλπ.,

- Όταν υπολογίζεται η τιμή $F_{tr,Rd}$ για τη σειρά κοχλίων r πρέπει να αγνοείται η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό όλων των σειρών κοχλίων που βρίσκονται πλησιέστερα στο κέντρο θλίψης,

- Η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{tr,Rd}$ της σειράς κοχλίων r πρέπει να λαμβάνεται ίση με την αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{t,Rd}$ της σειράς κοχλίων, θεωρώντας τη ως μεμονωμένη, σύμφωνα με την 6.2.7.2(6), και απομειωμένη, αν απαιτείται, προκειμένου να ικανοποιούνται οι συνθήκες των 6.2.7.2(7), (8) και (9),

- Η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{tr,Rd}$ της σειράς κοχλίων r , θεωρώντας τη ως μεμονωμένη, πρέπει να λαμβάνεται ίση με τη μικρότερη τιμή των αντοχών σχεδιασμού σε εφελκυσμό των επόμενων βασικών συστατικών μερών με μια σειρά κοχλίων:

- κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό	$F_{t,wc,Rd}$	-	βλέπε 6.2.6.3
- πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη	$F_{t,fc,Rd}$	-	βλέπε 6.2.6.4
- μετωπική πλάκα σε κάμψη	$F_{t,ep,Rd}$	-	βλέπε 6.2.6.5
- κορμός δοκού σε εφελκυσμό	$F_{t,wb,Rd}$	-	βλέπε 6.2.6.8

- Η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{tr,Rd}$ της σειράς κοχλίων r πρέπει να μειώνεται, αν χρειάζεται από την τιμή $F_{t,Rd}$ που δίνεται στην 6.2.7.2(6), έτσι ώστε όταν συνυπολογίζονται όλες οι σειρές κοχλίων άνω της r , συμπεριλαμβανομένης και της ίδιας, να ικανοποιούνται οι επόμενες συνθήκες:

- συνολική αντοχή σχεδιασμού $\sum F_{t,Rd} \leq V_{wp,Rd} / \beta$ - το β από την 5.3(7)- βλέπε 6.2.6.1

- συνολική αντοχή σχεδιασμού $\sum F_{t,Rd}$ δεν υπερβαίνει τη μικρότερη από την:

– αντοχή σχεδιασμού του κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη $F_{c,wc,Rd}$ - βλέπε 6.2.6.2

– αντοχή σχεδιασμού του πέλματος και κορμού της δοκού σε θλίψη $F_{c,fb,Rd}$ - βλέπε 6.2.6.7

• Η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{tr,Rd}$ της σειράς κοχλίων r πρέπει να μειώνεται, αν χρειάζεται από την τιμή $F_{t,Rd}$ που δίνεται στην 6.2.7.2(6), έτσι ώστε το άθροισμα των αντοχών σχεδιασμού των σειρών κοχλίων μέχρι και την r , οι οποίες σχηματίζουν μέρος της ίδιας ομάδας κοχλίων, να μην υπερβαίνει την αντοχή σχεδιασμού της ομάδας αυτής θεωρούμενης ως σύνολο. Η συνθήκη αυτή πρέπει να ελεγχθεί για τα εξής βασικά συστατικά μέρη:

- κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό $F_{t,wc,Rd}$ -βλέπε 6.2.6.3
- πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη $F_{t,fc,Rd}$ -βλέπε 6.2.6.4
- μετωπική πλάκα σε κάμψη $F_{t,ep,Rd}$ - βλέπε 6.2.6.5
- κορμός δοκού σε εφελκυσμό $F_{t,wb,Rd}$ - βλέπε 6.2.6.8

• Όταν η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{tr,Rd}$ μιας από τις προηγούμενες σειρές κοχλίων x είναι μεγαλύτερη από $1,9 F_{t,Rd}$, τότε η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{tr,Rd}$ της σειράς κοχλίων r πρέπει να απομειώνεται, αν χρειάζεται, έτσι ώστε $F_{tr,Rd} \leq F_{tx,Rd} h_r / h_x$, όπου h_x είναι η απόσταση από τη σειρά κοχλίων x μέχρι το κέντρο θλίψης, x είναι η πιο απομακρυσμένη σειρά κοχλίων από το κέντρο θλίψης η οποία έχει αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό μεγαλύτερη από $1,9 F_{t,Rd}$.

Κατά συνέπεια, η πρόβλεψη της συμπεριφοράς της σύνδεσης πρέπει να περιλαμβάνει τα παρακάτω βασικά συστατικά:

- Κορμός υποστυλώματος σε διάτμηση
- Κορμός υποστυλώματος σε θλίψη
- Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη
- Μετωπική πλάκα σε κάμψη
- Κοχλίες σε εφελκυσμό
- Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό
- Πέλμα και κορμός δοκού σε θλίψη
- Κορμός δοκού σε εφελκυσμό

Για λόγους εποπτείας, παρατίθενται στο Σχήμα 3.5 οι ενδεικτικές θέσεις των ανωτέρω βασικών συστατικών μερών του τρέχοντος είδους

κόμβου (όπου για ευκολία εμφανίζονται τα βασικά συστατικά για εντός επιπέδου δεξιόστροφη ροπή στη δοκό και με άνω προεξέχουσα μετωπική πλάκα).

Σχήμα 3.5. Βασικά συστατικά μέρη

Οι επί μέρους λεπτομέρειες υπολογισμού, οι πίνακες, οι προσομοιώσεις (όπως αυτή του ισοδυνάμου βραχέως T) και οι σχέσεις για τις αντοχές των ως άνω βασικών συστατικών και συνολικά της ροπής αντοχής σχεδιασμού του κόμβου περιέχονται στο πλήρες κείμενο του Μέρους 1.8 του EC3 και προς τούτο δεν παρατίθεται επ' αυτών ουδεμία περαιτέρω αναλυτική αναφορά, εκτός της σχετικής εξειδικευμένης της επόμενης παραγράφου.

3.3. Μαθηματική βελτιστοποίηση υπό μονοτονική φόρτιση

3.3.1. Περιγραφή της μεθόδου

Θεωρούμε την τυπική συμμετρική μορφή μιας κλασικής σύνδεσης πλαισίου ροπής με προεξέχουσα μετωπική πλάκα, της οποίας ο μεν στύλος είναι διατομής HEB ή HEA, η δε δοκός διατομής IPE ή HEA, με κυκλικής μορφής απότμηση, σύμφωνα με το Σχήμα 3.6. Το φάτνωμα του κορμού του στύλου ενισχύεται με εγκάρσιες αμφίπλευρες λεπίδες πάχους ίδιου με αυτού των πελμάτων της εκάστοτε δοκού, ενώ η ποιότητα του χάλυβα όλων των επί μέρους μελών είναι η αυτή (Sophianopoulos and Deri 2011β). Χωρίς απώλεια γενικότητας, εξετάζεται η πλέον διαδεδομένη γεωμετρία διάταξης κοχλιών, ήτοι μια σειρά στην προεξέχουσα περιοχή της μετωπικής πλάκας και τρεις σειρές κοχλιών εσωτερικά, όλες με ίσες μεταξύ τους σχετικές αποστάσεις κατά την κατακόρυφη έννοια, ενώ οι αποστάσεις από τις ακμές της μετωπικής πλάκας ακολουθούν τις απαιτήσεις μέγιστων και ελάχιστων του Ευρωκώδικα 3, Μέρος 1.8. Η γεωμετρία της απότμησης στη δοκό, σε ότι αφορά τις παραμέτρους a και b , λαμβάνεται ίση με τις συστάσεις του Ευρωκώδικα 8 (βλ. Κεφάλαιο 2, Σχήμα 2.11), δηλαδή $a=0.60b_f$, $b=0.75h_b$, ενώ η παράμετρος c θεωρείται ως μεταβλητή.

Σχήμα 3.6. Τυπική διάταξη σύνδεσης δοκού – στύλου με αμφιπροέχουσα μετωπική πλάκα

Για να υπάρχει συμβατότητα μεταξύ των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της ανωτέρω διαμόρφωσης της σύνδεσης και συμμόρφωση με τις αποδεκτές αποστάσεις από τις ακμές της μετωπικής πλάκας, αν δοθεί η διάμετρος της οπής των κοχλίων, θα πρέπει να υφίστανται οι παρακάτω περιορισμοί, υπό μορφή ισοτήτων και ανισοτήτων:

$$\frac{h_p}{b_p} = \frac{h_b}{b_b} \Leftrightarrow \frac{b_p}{h_p} = \frac{b_b}{h_b} \quad (3.1)$$

$$b_b \leq b_c \quad (3.2)$$

$$b_p \geq b_b \quad (3.3)$$

$$3d_o \leq x \leq 5d_o \quad (3.4)$$

$$3d_o \leq y \leq 5d_o \quad (3.5)$$

$$\min(e; e_1) = 1.5d_o \quad (3.6)$$

$$b_p = 2e + x, \quad h_p = 2e_1 + 4y \quad (3.7)$$

Σε ένα τυπικό πλαίσιο ροπής (MRF), του οποίου η δοκός (ζύγωμα) ανοίγματος L διαθέτει και στις δύο πλευρές συνδέσεις μειωμένης διατομής στην οποία οι πρώτες πλαστικές αρθρώσεις έχουν αναπτυχθεί στο ασθενέστερο σημείο των RBS, η κατανομή σεισμικών και μη σεισμικών τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψης απεικονίζεται στο Σχήμα 3.7. Οι μη σεισμικές δυνάμεις οφείλονται σε ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο w σε όλο το άνοιγμα της δοκού.

Κατά συνέπεια, η συνολική ροπή που θα αναπτυχθεί στη παρειά του στύλου (και ουσιαστικά στον κόμβο δοκού – υποστύλωματος) θα ισούται με:

$$M_{fc} = M_{RBS} + (V_{RBS})s \quad (3.8)$$

όπου

$$M_{RBS} = W_{pl,RBS} f_{RBS} = (W_{pl,b} - 2ct_{fb}(h_b - t_{fb})) f_{RBS} \quad (3.9\alpha)$$

σχέση που γράφεται υπό τη μορφή

$$M_{RBS} = (W_{pl,b} - ck) f_{RBS}, \quad k = 2t_{fb}(h_b - t_{fb}) \quad (3.9\beta)$$

Η τέμνουσα στην πλέον απομειωμένη διατομή της δοκού οφείλεται εν μέρει σε σεισμικά και εν μέρει σε μη σεισμικά φορτία, οπότε μπορεί να γραφεί ότι

$$V_{RBS} = V_{RBS}^{\sigma\epsilon\iota\sigma\mu} + V_{RBS}^w \quad (3.10)$$

σχέση στην οποία

$$V_{RBS}^{\sigma\epsilon\iota\sigma\mu} = \frac{M_{RBS}}{\frac{L-2s}{2}} \rightarrow V_{RBS}^{\sigma\epsilon\iota\sigma\mu} = \frac{2M_{RBS}}{L-2s} \quad (3.11\alpha)$$

$$V_{RBS}^w = \frac{wL}{2} \quad (3.11\beta)$$

Αντικαθιστώντας τις (3.11α,β) στην (3.8) λαμβάνουμε:

$$M_{fc} = M_{RBS} + \left(\frac{2M_{RBS}}{L-2s} + \frac{wL}{2} \right) s \quad (3.12)$$

Σχήμα 3.7. Γεωμετρία και κατανομή σεισμικών και μη σεισμικών εντατικών μεγεθών σε δοκό τυπικού
πλαισίου ροπής με RBS

Στις σχέσεις (3.9α,β), η τάση f_{RBS} αντιπροσωπεύει την μέγιστη αναμενόμενη που θα εμφανιστεί στην μειωμένη διατομή της δοκού. Υπό συνθήκες ανακυκλίζουσας φόρτισης και μεγάλων ανελαστικών παραμορφώσεων, και στην ασθενέστερη διατομή, η τιμή αυτή μπορεί να φθάσει ακόμα και την τάση θραύσης του χάλυβα, δηλαδή $max f_{RBS} = f_u$. Καθόσον δε η περιοχή της RBS είναι η επιθυμητή εκείνη για απορρόφηση ενέργειας (δημιουργία 1^{ης} πλαστικής άρθρωσης),

επιλέγεται στο εξής $\max f_{RBS} = f_u$, που καλύπτει τις σχετικές απαιτήσεις υπεραντοχής των §6.5.2, 6.5.5 και 6.6.4 του Μέρους 1 του Ευρωκώδικα 8.

Για μια βέλτιστη σύνδεση της μορφής του Σχήματος 3.6, θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$\Delta M = M_{j,Rd} - M_{fc} \geq 0 \text{ και } \Delta M \text{ ελάχιστη} \quad (3.13)$$

Προς αποφυγή της κατάστασης που η ΔM μηδενίζεται ιδεατά, που θα ισοδυναμούσε με ταυτόχρονη αστοχία κόμβου και RBS, προτείνεται η εισαγωγή ενός συντελεστή ασφαλείας-υπεραντοχής ίσου με 1.1 στην σχέση (3.8), οπότε η τελική της έκφραση λαμβάνει μετά από αντικαταστάσεις τη μορφή:

$$M_{fc} = 1.1M_{RBS} + \left(\frac{2M_{RBS}}{L-2s} + \frac{wL}{2} \right) s \quad (3.14)$$

Ο δεύτερος δεξιά όρος της ανωτέρω ισότητας, ο οποίος ισοδυναμεί με τη συμμετοχή της τέμνουσας στη ροπή της σύνδεσης, επιχειρείται στα πλαίσια της παρούσας να συσχετισθεί άμεσα με την τιμή της M_{RBS} , οπότε η (3.14) γράφεται ως:

$$M_{fc} = 1.1M_{RBS} + \mu M_{RBS} \quad (3.15)$$

και στη συνέχεια επιχειρείται ο υπολογισμός της τιμής της παραμέτρου μ , έτσι ώστε αυτή να ικανοποιεί τα ακόλουθα χαρακτηριστικά – απαιτήσεις:

(α) Η (3.15) να ισχύει για ικανή γκάμα ανοιγμάτων πλαισίων ροπής L και κατανεμημένων φορτίων w , σύμφωνα με τον ορισμό των πλαισίων αυτών και

(β) Όπως προβλέπεται από την §6.2.2 (2) του EN 1998.01, στη θέση δημιουργίας της πλαστικής άρθρωσης (ήτοι στην πλέον απομειωμένη διατομή της δοκού) να μην υπάρχει μείωση της αντοχής σε κάμψη λόγω τέμνουσας, δηλαδή να ισχύει η σχέση

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 0.50 \quad (3.16)$$

Στην ως άνω η δρώσα τέμνουσα V_{Ed} , άθροισμα σεισμικής και μη σεισμικής ισούται με V_{RBS} εκ της (3.10), και με βάση τη συσχέτιση της έκφρασης (3.15) μπορεί να γραφτεί ως

$$V_{Ed} = \frac{\mu M_{RBS}}{s} \xrightarrow{(3.9\beta)} V_{Ed} = \mu \frac{(W_{pl,b} - ck)f_{RBS}}{s} \quad (3.17)$$

ενώ, αν A_v είναι η επιφάνεια διάτμησης της διατομής της δοκού, ισχύει ότι

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v f_u}{\sqrt{3}} \quad (3.18)$$

Στην παραπάνω σχέση έγινε χρήση της τάσης θραύσης (f_u) και όχι της τάσης διαρροής (f_y) για λόγους συμβατότητας με τη χρήση της στον υπολογισμό της M_{RBS} και κα' επέκταση για την απόκτηση φυσικής σημασίας του λόγου της (3.16).

Αντικαθιστώντας τις (3.17) και (3.18) στην ανισότητα (3.16) και ορίζοντας ως $\gamma = \mu\sqrt{3}$, θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$\frac{\gamma(W_{pl,b} - ck)}{sA_v} \leq 0.50 \leftrightarrow c \geq \frac{W_{pl,b}}{k} - \frac{0.5sA_v}{\gamma k} \quad (3.19)$$

Δεδομένου ότι για οποιαδήποτε διατομή δοκού οι ποσότητες s , $W_{pl,b}$ και k είναι γνωστές, η μικρότερη αποδεκτή τιμή του πλάτους απομείωσης c εξαρτάται πλέον μόνο από την παράμετρο γ , που προς στιγμή παραμένει προσδιοριστέα. Πλην όμως, τόσο στις σχετικές τόσο Ευρωπαϊκές όσο και Αμερικανικές συστάσεις, η τιμή του c θα πρέπει να είναι μικρότερη από $0.25b$, όπου b το πλάτος του πέλματος της διατομής της δοκού. Από τον περιορισμό αυτό σε συνδυασμό με την ανισότητα (3.19) μπορεί να βρεθεί η μέγιστη τιμή της παραμέτρου γ , που να ικανοποιεί το προαναφερθέν χαρακτηριστικό (β) που αφορά την τέμνουσα. Ο υπολογισμός της τιμής αυτής πραγματοποιείται γραφικά, τόσο για όλες τις διατομές IPE όσο και για όλες τις διατομές HEA, το δε σχετικό αποτέλεσμα παρατίθεται στα Σχήματα 3.8 και 3.9 αντίστοιχα. Στα γραφήματα αυτά οι τιμές των γεωμετρικών παραμέτρων κάθε διατομής αλλά που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των k , s και αυτές των $W_{pl,b}$ και A_v (που υπεισέρχονται στη σχέση (3.19)) ελήφθησαν από Πίνακες προτύπων διατομών (Profil Arbed – Catalog, σε ηλεκτρονική έκδοση με κριτήρια επιλογής).

Σχήμα 3.8. Γραφικός υπολογισμός της μέγιστης τιμής της παραμέτρου γ για διατομές IPE

Σχήμα 3.9. Γραφικός υπολογισμός της μέγιστης τιμής της παραμέτρου γ για διατομές HEA

Οι τιμές που βρέθηκαν για την παράμετρο γ είναι $\gamma = 0.64$ και $\gamma = 0.58$ για δοκούς IPE και HEA αντίστοιχα, που ισοδυναμούν με τιμές της παραμέτρου μ ίσες με $\mu = 0.37$ και $\mu = 0.335$. Άρα, με βάση την (3.15) θα ισχύει ότι

$$M_{fc} = 1.1 M_{RBS} + 0.37 M_{RBS} \quad \text{για δοκούς IPE} \quad (3.20\alpha)$$

$$M_{fc} = 1.1 M_{RBS} + 0.335 M_{RBS} \quad \text{για δοκούς HEA} \quad (3.20\beta)$$

που σύμφωνα με το ανωτέρω σκεπτικό εξασφαλίζουν την δυνατότητα της πλήρους ανάπτυξης της καμπτικής αντοχής στην RBS, καθόσον η αλληλεπίδραση ροπής – τέμνουσας μπορεί να αμεληθεί.

Στη συνέχεια εξετάζεται η τήρηση της ως άνω απαίτησης (α), δηλαδή του κατά πόσον η αντικατάσταση της συνεισφοράς της τέμνουσας στη συνολική ροπή της παρειάς του στύλου με τις ποσότητες $0.37 \times M_{RBS}$ ή $0.335 \times M_{RBS}$ αντιπροσωπεύει ρεαλιστικούς συνδυασμούς ανοίγματος πλαισίου L και φορτίου w . Προς τούτο ακολουθούνται δύο επί μέρους στάδια. Στο πρώτο συσχετίζεται η τιμή της «σεισμικής» τέμνουσας και της τέμνουσας στατικών φορτίων υπό την μορφή:

$$M_{fc} = 1.1 M_{RBS} + \left(\frac{\sigma M_{RBS}}{L - 2s} \right) s \quad (3.21)$$

Στην παρούσα Διατριβή, και χωρίς να περιορίζεται η γενικότητα της εφαρμογής της προτεινόμενης μεθοδολογίας, η παράμετρος σ κυμαίνεται από $\sigma = 2$ (αγνοώντας τα φορτία βαρύτητας στη δοκό) μέχρι $\sigma = 4$, που αντιπροσωπεύει μια κατάσταση κατά την οποία η σεισμική τέμνουσα ισούται με την τέμνουσα των στατικών φορτίων. Στη

συνέχεια και σε δεύτερο στάδιο, υπολογίζεται μέσω του λογισμικού *Mathematica*, για ποιες τιμές του ανοίγματος της δοκού L , σε σχέση με την ποσότητα s , ισχύει συνολικά η σχέση (3.20α) ή (3.20β) κατά περίπτωση. Οι υπολογισμοί αυτοί φαίνονται στους αντίστοιχους κώδικες των Σχημάτων 3.10 και 3.11.

```
ClearAll[Mfc, Mrbs, s, L, σ, tt, μ]
μ = 0.37;
σ = 2;
tt = 1.1 + μ;
Mfc = 1.1 * Mrbs +  $\left(\frac{\sigma * Mrbs}{L - 2 * s}\right) * s$ ;
rt = FullSimplify[(tt * Mrbs - Mfc) / Mrbs];
Reduce[rt > 0 && s > 0 && L - 2 * s > 0, L, Reals] //
TraditionalForm
ClearAll[Mfc, Mrbs, s, L, σ, tt, μ]
σ = 4;
μ = 0.37;
tt = 1.1 + μ;
Mfc = 1.1 * Mrbs +  $\left(\frac{\sigma * Mrbs}{L - 2 * s}\right) * s$ ;
rt = FullSimplify[(tt * Mrbs - Mfc) / Mrbs];
Reduce[rt > 0 && s > 0 && L - 2 * s > 0, L, Reals] //
TraditionalForm
```

$s > 0 \wedge L \geq 7.40541 s$

$s > 0 \wedge L \geq 12.8108 s$

Σχήμα 3.10. Κώδικας Mathematica και αποτελέσματα για δοκούς ΙΡΕ

```
ClearAll[Mfc, Mrbs, s, L, σ, tt, μ]
μ = 0.335;
σ = 2;
tt = 1.1 + μ;
Mfc = 1.1 * Mrbs +  $\left(\frac{\sigma * Mrbs}{L - 2 * s}\right) * s$ ;
rt = FullSimplify[(tt * Mrbs - Mfc) / Mrbs];
Reduce[rt > 0 && s > 0 && L - 2 * s > 0, L, Reals] //
TraditionalForm
ClearAll[Mfc, Mrbs, s, L, σ, tt, μ]
σ = 4;
μ = 0.335;
tt = 1.1 + μ;
Mfc = 1.1 * Mrbs +  $\left(\frac{\sigma * Mrbs}{L - 2 * s}\right) * s$ ;
rt = FullSimplify[(tt * Mrbs - Mfc) / Mrbs];
Reduce[rt > 0 && s > 0 && L - 2 * s > 0, L, Reals] //
TraditionalForm
```

$s > 0 \wedge L \geq 7.97015 s$

$s > 0 \wedge L \geq 13.9403 s$

Σχήμα 3.11. Κώδικας Mathematica και αποτελέσματα για δοκούς ΗΕΑ

Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα έχουν ως εξής:

<u>Δοκοί IPE</u>		
μ	$L_{min}, \sigma=2$	$L_{min}, \sigma=4$
0.37	7.40541s	12.8108s
<u>Δοκοί HEA</u>		
μ	$L_{min}, \sigma=2$	$L_{min}, \sigma=4$
0.335	7.97015s	13.9403s

Υπενθυμίζεται στο σημείο αυτό (σύμφωνα και με τα περιεχόμενα του Κεφαλαίου 2) ότι οι συνδέσεις RBS είναι προεπιλεγμένες σύμφωνα με τους Αμερικανικούς Κανονισμούς (ANSI/AISC 358-10) για τα αποκαλούμενα Ειδικά Πλαίσια Ροπής και Ενδιάμεσα Πλαίσια Ροπής (Special Moment Frames – SMF και Intermediate Moment Frames – IMF). Για αυτά τα πλαίσια, από πλευράς σχέσης μεταξύ του ύψους της διατομής της δοκού h_b και του ανοίγματος του πλαισίου (δηλ. του μήκους της δοκού) L , ισχύουν οι περιορισμοί $L/h_b \geq 7$ (για SMF) και $L/h_b \geq 5$ (για IMF). Φυσικά, οι περιορισμοί αυτοί αναφέρονται σε διατομές πλατύπελμων δοκών της Αμερικανικής Βιομηχανίας (W – beams), που αντιστοιχούν περισσότερο προς τις Ευρωπαϊκές τύπου HEB (που δεν χρησιμοποιούνται στην παρούσα). Παρά ταύτα, στις γραφικές αναπαραστάσεις των Σχημάτων 3.12 και 3.13 (για δοκούς IPE και HEA αντίστοιχα), όπου παρατίθενται οι καμπύλες (h_b, L_{min}) των ανωτέρω αποτελεσμάτων, έχουν επίσης για λόγους σύγκρισης χαραχθεί και οι γραμμές $L = 5h_b$ (IMF) και $L = 7h_b$ (SMF).

Σχήμα 3.12. Όρια μήκους ανοίγματος δοκών διατομής IPE

Σχήμα 3.13. Όρια μήκους ανοίγματος δοκών διατομής HEA

Από τις γραφικές αυτές αναπαραστάσεις προκύπτει ότι οι ελάχιστες διαστάσεις των ανοιγμάτων των πλαισίων που προέκυψαν από την μεθοδολογία που προηγήθηκε είναι σε ικανοποιητικό βαθμό αποδεκτές σύμφωνα και με την κατασκευαστική πρακτική, δλδ. για ρεαλιστικά ανοίγματα πλαισίων.

Κατόπιν των ανωτέρω, η έρευνα εστιάζεται πλέον στη χρήση των βέλτιστων συνδυασμών των επί μέρους μερών της RBS σύνδεσης, έτσι ώστε υπό μονοτονική φόρτιση να προκύψει μια τέτοια γεωμετρική διαμόρφωση, για την οποία να ισχύουν οι σχέσεις:

$$\text{IPE: } f(p) = M_{j,Rd} - \psi M_{RBS} \geq 0, f(p) = \min, \psi = 1.1 + \mu = 1.47 \quad (3.22\alpha)$$

$$\text{HEA: } f(p) = M_{j,Rd} - \psi M_{RBS} \geq 0, f(p) = \min, \psi = 1.1 + \mu = 1.4335 \quad (3.22\beta)$$

όπου p το σύνολο των παραμέτρων που υπεισέρχονται στον υπολογισμό τόσο της $M_{j,Rd}$ (υπολογιζόμενης σύμφωνα με τη μέθοδο των βασικών συστατικών) όσο και της M_{RBS} , υπό τους περιορισμούς των σχέσεων (3.1) – (3.7).

Πρόκειται συνεπώς για έντονα μη γραμμικό πρόβλημα μαθηματικής βελτιστοποίησης υπό συνθήκες (Bhatti 2000, Rao 2009), που απαιτεί κατ' αρχήν την ελαχιστοποίηση των εξαρτημένων μεταβλητών, που θα προκύψει εφόσον καταστεί δυνατή η συσχέτιση αυτών μεταξύ τους. Προς τούτο, πραγματοποιείται – μέσω διαδικασιών προσαρμογής καμπυλών – η παραγωγή προσεγγιστικών συναρτήσεων, που να εξαρτούν τα γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά των διατομών

στύλων (HEA ή HEB) και δοκών (HEA ή IPE) από το ύψος αυτών. Τούτο επιτυγχάνεται μέσω εξειδικευμένου λογισμικού (*OriginPro*) και οι καμπύλες προσαρμογής των παραμέτρων που απαιτούνται για τον προσδιορισμό της συνολικής *αντικειμενικής συνάρτησης (objective function) f(p)*-σύμφωνα με τη σχέση (3.22) - απεικονίζονται, μαζί με τις αντίστοιχες συναρτήσεις προσαρμογής, στα περιεχόμενα των Σχημάτων 3.14 – 3.27. Η όλη διαδικασία γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης παλινδρόμησης (linear and nonlinear regression analysis) που χρησιμοποιήθηκε για την προσαρμογή, βασίστηκε σε ενσωματωμένες διαδικασίες του ως άνω λογισμικού, και περιέλαβε γραμμική, πολυωνυμική και Gaussπροσαρμογή, σύμφωνα με τα περιεχόμενα των Εικόνων 3.1 και 3.2 (αναφορά στη γραμμική προσαρμογή θεωρείται προφανής).

Polynomial Regression

Polynomial regression fits a given data set to the following model:

$$\begin{cases} y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \dots + \beta_n x^n + \varepsilon \\ \varepsilon \sim N(0, \sigma^2) \end{cases}$$

where β_j are the **coefficients** and ε is the **error** term. The error term represents the unexplained variation in the dependent variable. It is assumed that the mean of the random variable ε is equal to zero.

Parameters are estimated using a weighted least-square method. This method minimizes the sum of the squares of the deviations between the theoretical curve and the experimental points for a range of independent variables. After fitting, the model can be evaluated using hypothesis tests and by plotting residuals.

It is worth noting that the higher order terms in polynomial equation have the greatest effect on the dependent variable. Consequently, models with high order terms (higher than 4) are extremely sensitive to the precision of coefficient values, where small differences in the coefficient values can result in a large differences in the computed y value. We mention this because, by default, the polynomial fitting results are rounded to 5 decimal places. If you manually plug these reported worksheet values back into the fitted curve, the slight loss of precision that occurs in rounding will have a marked effect on the higher order terms, possibly leading you to conclude wrongly, that your model is faulty. If you wish to perform manual calculations using your best-fit parameter estimates, make sure that you use full-precision values, not rounded values. Note that while Origin may round reported values to 5 decimal places (or other), these values are only for display purposes. Origin always uses full precision (double(8)) in mathematical calculations unless you have specified otherwise. For more information, see [Numbers in Origin](#) in the Origin Help file.

Generally speaking, any continuous function can be fitted to a higher order polynomial model. However, higher order terms may not have much practical significance.

Polynomial Regression

With the X data, the independent variable, and the Y data, the dependent variable, a polynomial regression model of the k^{th} order is written:

$$Y = A + B_1 X + B_2 X^2 + \dots + B_k X^k$$

After the fitting, Origin creates a new (hidden) worksheet containing the fitted data, and plots this data in the active graph window. Additionally, Origin copies the following parameters to the Results Log.

Parameter	Description
A, B1, B2, etc.	The parameter estimates and standard errors
R-squared	R-squared = (SYY-RSS)/SYY
p-value	Probability (that R-square is zero)
N	Number of data points
SD	Standard deviation of the fit

Εικόνα 3.1. Αποσπάσματα από την θεωρητική τεκμηρίωση του λογισμικού OriginPro για πολυωνυμική προσαρμογή καμπύλης

Gauss

Function

$$y = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} e^{-2\frac{(x-x_c)^2}{w^2}}$$

Brief Description

Area version of Gaussian function.

Sample Curve

Parameters

Number: 4

Names: y_0 , x_c , w , A

Meanings: y_0 = offset, x_c = center, w = width, A = area

Lower Bounds: $w > 0.0$

Upper Bounds: none

Script Access

`gauss(x,y0,xc,w,A)`

Function File

FITFUNC\GAUSS.FDF

Εικόνα 3.2. Αποσπάσματα από την θεωρητική τεκμηρίωση του λογισμικού OriginPro για προσαρμογή καμπύλης μέσω της συνάρτησης Gauss

Σχήμα 3.14. Προσαρμογή καμπύλης $b=f(h)$ για διατομές HEA

Σχήμα 3.15. Προσαρμογή καμπύλης $t_f=f(h)$ για διατομές HEA

Σχήμα 3.16. Προσαρμογή καμπύλης $t_w=f(h)$ για διατομές ΗΕΑ

Σχήμα 3.17. Προσαρμογή καμπύλης $r=f(h)$ για διατομές HEA

3.18. Προσαρμογή καμπύλης $W_{pl,y}=f(h)$ για διατομές HEA

Σχήμα 3.19. Προσαρμογή καμπύλης $b=f(h)$ για διατομές HEB

Σχήμα 3.20. Προσαρμογή καμπύλης $t_f=f(h)$ για διατομές ΗΕΒ

Σχήμα 3.21. Προσαρμογή καμπύλης $t_w=f(h)$ για διατομές ΗΕΒ

Σχήμα 3.22. Προσαρμογή καμπύλης $r=f(h)$ για διατομές HEB

Σχήμα 3.23. Προσαρμογή καμπύλης $b=f(h)$ για διατομές IPE

Σχήμα 3.24. Προσαρμογή καμπύλης $t_f=f(h)$ για διατομές IPE

Σχήμα 3.25. Προσαρμογή καμπύλης $t_w=f(h)$ για διατομές IPE

Σχήμα 3.26. Προσαρμογή καμπύλης $r=f(h)$ για διατομές IPE

Σχήμα3.27. Προσαρμογή καμπύλης $W_{pl,y}=f(h)$ για διατομές IPE

Μετά τον συμβολικό υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης εφαρμόζεται η διαδικασία ελαχιστοποίησης υπό περιορισμούς, μέσω της ισχυρής ενσωματωμένης στο *Mathematica* εντολής *NMinimize* για δοθείσα γεωμετρία θέσης κοχλιών (υπό τους σχετικούς περιορισμούς), πάχους μετωπικής πλάκας και κοινής ποιότητας χάλυβα όλης της σύνδεσης.

Η τελική μορφή του προβλήματος ελαχιστοποίησης είναι:

$$\text{Minimize}\{f(h_b, h_c; c, x, y)\} \geq 0 \quad (3.23)$$

με περιορισμούς εκ των (3.1) – (3.7)

Οι τιμές των παραμέτρων x και y , δηλαδή οι οριζόντιες και κατακόρυφες αποστάσεις των κέντρων των οπών των κοχλιών μεταξύ τους είναι άμεσα εξαρτημένες από τους περιορισμούς διαστάσεων της μετωπικής πλάκας καθώς και των αποστάσεων του κέντρου των ακραίων κοχλιών από τα άκρα αυτής, οπότε δεν θεωρούνται ως καθολικές παράμετροι.

Στο σημείο αυτό τονίζεται ότι σαν ελεύθερες παράμετροι θα μπορούσαν να εισαχθούν τόσο το πάχος της μετωπικής πλάκας (υπό κάποιους περιορισμούς, όπως π.χ. να μην υπερβαίνει ιδιαίτερα το πάχος του πέλματος του στύλου) όσο και η διάμετρος – ποιότητα των κοχλιών. Σε ότι αφορά τους κοχλίες, με βάση την Ευρωπαϊκή κατασκευαστική πρακτική για πλαίσια ροπής, αποκλείστηκαν ποιότητες κατώτερες του 8.8 καθώς και διαμέτροι μικρότεροι του M20, ενώ δεν έχει γίνει χρήση διαμέτρων μεγαλύτερων των M24 με γνώμονα την οικονομία. Από πλευράς πάχους μετωπικής πλάκας, επελέγη η χρήση δύο διαστάσεων πάχους, ήτοι 20mm και 30 mm, που εν πολλοίς συνάδει με τις επιλεγείσες διαμέτρους κοχλιών. Επιπρόσθετα, χρησιμοποιήθηκε ο πλέον συγκολλησίμος χάλυβας S235 για όλα τα επί μέρους συστατικά των συνδέσεων.

Η προτεινόμενη διαδικασία βελτιστοποίησης μπορεί επίσης άμεσα να εφαρμοστεί και σε καταστάσεις κατά τις οποίες είναι γνωστές οι διατομές των δοκών και των στύλων, οι διαστάσεις των μελών καθώς και τα εντατικά μεγέθη που δρουν στα μέλη αυτά (προϊόντα γνωστών στατικών φορτίων).

Σε ένα πλαίσιο ροπής με γνωστά τα L , w , αλλά και τις διατομές των στύλων και ζυγώματος (που ισοδυναμεί με γνωστό s), η αντικειμενική συνάρτηση θα έχει πλέον ως ελεύθερες παραμέτρους τη διάμετρο και την ποιότητα των κοχλιών, τα πάχη της μετωπικής πλάκας και των εγκάρσιων νευρώσεων καθώς και τις διαστάσεις x και y , όπως αυτές έχουν οριστεί στα προηγούμενα. Ελεύθερη επίσης θα είναι και η παράμετρος c , υπό τον περιορισμό της σχέσης (3.19), ενώ ο

καθορισμός του σ προκύπτει άμεσα από τα υφιστάμενα δεδομένα. Χαρακτηριστική εφαρμογή που σχετίζεται με τα παραπάνω δίνεται στο Κεφάλαιο 5 της παρούσας.

Η υπολογιστική διαδικασία και τα σχετικά προγράμματα *Mathematica*, για τις εφαρμογές που αφορούν τα αριθμητικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται κατωτέρω, εμπεριέχονται στο **Παράρτημα** που συνοδεύει την παρούσα Διατριβή. Τονίζεται ότι παρόλη τη μεγάλη αβεβαιότητα σύγκλισης, λόγω της έντονης μη γραμμικότητας και ασυνέχειας της αντικειμενικής συνάρτησης, καθώς και των περιορισμένων υπολογιστικών πόρων, τα αποτελέσματα ελήφθησαν σε αποδεκτό χρόνο και χωρίς ιδιαίτερα αριθμητικά προβλήματα.

Τούτο οφείλεται σε ένα βαθμό στην επιτυχή μόρφωση και δομή της μεθοδολογίας που παρατέθηκε ανωτέρω (η *επιβεβαίωση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων του οποίου αποτελεί ικανό μέρος του επόμενου Κεφαλαίου, που πραγματεύεται την απόκριση των βελτιστοποιημένων RBS συνδέσεων υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση*) αλλά και στις δυνατότητες της *NMinimize*, που σύμφωνα με τα αρχεία τεκμηρίωσης του λογισμικού είναι άκρως ευέλικτη, αποτελεσματική και ενσωματώνει τις σπουδαιότερες μεθόδους βελτιστοποίησης (Nelder–Mead, Differential Evolution, Simulated Annealing και Random Search), όπως ενημερωτικά διακρίνεται στην Εικόνα 3.3.

`NMinimize[f, x]`
minimizes f numerically with respect to x .

`NMinimize[f, {x, y, ...}]`
minimizes f numerically with respect to $x, y, \dots$.

`NMinimize[{f, cons}, {x, y, ...}]`
minimizes f numerically subject to the constraints $cons$.

- `NMinimize` returns a list of the form $\{f_{min}, \{x \rightarrow x_{min}, y \rightarrow y_{min}, \dots\}\}$.
- $cons$ can contain equations, inequalities, or logical combinations of these.
- `NMinimize` always attempts to find a global minimum of f subject to the constraints given.
- By default, all variables are assumed to be real.
- `Integers` can be used to specify that a variable can take on only integer values.
- If f and $cons$ are linear, `NMinimize` can always find global minima, over both real and integer values.
- If f and $cons$ are linear, `NMinimize` can always find global minima, over both real and integer values.
- Otherwise, `NMinimize` may sometimes find only a local minimum.
- If `NMinimize` determines that the constraints cannot be satisfied, it returns $\{Infinity, \{x \rightarrow Indeterminate, \dots\}\}$.
- The following options can be given:

<code>AccuracyGoal</code>	<code>Automatic</code>	number of digits of final accuracy sought
<code>EvaluationMonitor</code>	<code>None</code>	expression to evaluate whenever f is evaluated
<code>MaxIterations</code>	100	maximum number of iterations to use
<code>Method</code>	<code>Automatic</code>	method to use
<code>PrecisionGoal</code>	<code>Automatic</code>	number of digits of final precision sought
<code>StepMonitor</code>	<code>None</code>	expression to evaluate whenever a step is taken
<code>WorkingPrecision</code>	<code>MachinePrecision</code>	the precision used in internal computations
- The default settings for `AccuracyGoal` and `PrecisionGoal` are `WorkingPrecision / 2`.
- The settings for `AccuracyGoal` and `PrecisionGoal` specify the number of digits to seek in both the value of the position of the minimum, and the value of the function at the minimum.
- `NMinimize` continues until either of the goals specified by `AccuracyGoal` or `PrecisionGoal` is achieved.
- Possible settings for the `Method` option include "NelderMead", "DifferentialEvolution", "SimulatedAnnealing", and "RandomSearch".

Εικόνα 3.3. Σύνταξη και δυνατότητες της εντολής `NMinimize` του *Mathematica*

3.3.2. Αριθμητικά αποτελέσματα

Παρήχθησαν αποτελέσματα για δύο ομάδες συνδέσεων, η πρώτη περιλαμβάνει δοκούς διατομής IPE και στύλους διατομής είτε HEB είτε HEA και η δεύτερη περιλαμβάνει δοκούς διατομής HEA και στύλους διατομής είτε HEB είτε HEA, σύμφωνα με την προηγούμενη μεθοδολογία και προέκυψαν οκτώ (8) βελτιστοποιημένες συνδέσεις για χάλυβα S235, τα στοιχεία των οποίων περιέχονται στους Πίνακες 3.1, 3.2, 3.3.

Από τους Πίνακες αυτούς, ο 3.1 περιέχει τα αρχικά δεδομένα των συνδέσεων προς βελτιστοποίηση, δηλαδή ανά δύο συνδυασμούς HEB στύλου και IPE δοκού – HEA στύλου και IPE δοκού (συνδέσεις 1 έως 4) καθώς και ανά δύο συνδυασμούς HEB στύλου και HEA δοκού – HEA στύλου και HEA δοκού (συνδέσεις 5 έως 8) , όπου το πάχος της μετωπικής πλάκας έχει ληφθεί ίσο με 20mm οι κοχλίες είναι M20 8.8, ενώ για μετωπική πλάκα πάχους 30mm οι κοχλίες είναι M24 10.9, σύμφωνα με τους κανόνες της πρακτικής. Στον Πίνακα 3.2 περιέχονται τα ακριβή αποτελέσματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης, ενώ στον Πίνακα 3.3 η προκύπτουσα πραγματική κατασκευαστική αντιστοιχία κάθε βελτιστοποιημένης σύνδεσης και οι επί μέρους αντοχές. Η επιλογή των διατομών δοκών και στύλων έγινε από την πλησιέστερη πρότυπη σε σχέση με τις διαστάσεις που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση, η γεωμετρία της διάταξης των κοχλιών αλλά και της απότμησης προήλθε μετά από κατάλληλη στρογγυλοποίηση ενώ οι τιμές των αντοχών αναφέρονται στις τελικές διαστάσεις της σύνδεσης και της RBS.

Πίνακας 3.1. Δεδομένα συνδέσεων υπό βελτιστοποίηση

Α/Α Συνδυασμού	ΔΕΔΟΜΕΝΑ				
	ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑ	ΔΟΚΟΣ	ΠΑΧΟΣ ΜΕΤΩΠΙΚΗΣ ΠΛΑΚΑΣ (mm)	ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΚΟΧΛΙΩΝ	ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΚΟΧΛΙΩΝ
1	HEB	IPE	20	M20	8.8
2	HEB	IPE	30	M24	10.9
3	HEA	IPE	20	M20	8.8
4	HEA	IPE	30	M24	10.9
5	HEB	HEA	20	M20	8.8
6	HEB	HEA	30	M24	10.9
7	HEA	HEA	20	M20	8.8
8	HEA	HEA	30	M24	10.9

Πίνακας 3.2. Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Α/Α Σύνδεσης	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ					
	Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης(kNmm)	x (mm)	y (mm)	h_b (mm)	h_c (mm)	c (mm)
1	0.03678080	98.3977	73.7539	224.278	379.034	25.945
2	0.00002401	95.3295	87.9345	266.094	465.859	32.8589
3	0.00000480	101.534	69.7096	224.809	545.241	26.8303
4	0.00001018	85.3441	95.5925	267.77	478.626	32.7745
5	0.00000304	107.472	107.675	209.867	386.487	52.966
6	0.00000156	111.132	88.050	204.017	473.534	46.978
7	0.00000542	100.608	100.584	206.695	461.655	52.243
8	0.00006089	98.894	91.472	218.321	370.747	48.109

Πίνακας 3.3. Κατασκευαστική διαμόρφωση βελτιστοποιημένων συνδέσεων

Α/Α Σύνδεσης	ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΥΝΔΕΣΕΩΝ (πραγματικές διαστάσεις σύνδεσης)							$M_{jRd} \cdot 1.47 M_{RBS}$ $M_{jRd} \cdot 1.435 M_{RBS}$ (kNm)	M_{jRd} (kNm)	M_{RBS} (kNm)	V_{RBS} (kN)	$V_{pl,RBS}$ (kN)	$V_{RBS}/V_{pl,RBS}$ (%)
	x (mm)	y (mm)	h_b (mm)	ΔΟΚΟΣ	h_c (mm)	ΣΤΥΛΟΣ	c (mm)						
1	100	75	220	IPE220	400	HEB400	25	3.98	68.84	44.13	102	247	42%
2	95	90	270	IPE270	450	HEB450	33	2.3	116.23	77.503	143	343.94	42%
3	100	70	220	IPE220	540	HEA550	27	4.2	65.09	41.42	95.78	247	39%
4	85	95	270	IPE270	490	HEA500	33	2.398	116.33	77.503	143	343.94	42%
5	110	110	210	HEA220	400	HEB400	53	2.014	143.878	98.86	157.143	469.721	33%
6	110	90	210	HEA220	500	HEB500	47	10.182	165.162	108	171.686	469.721	37%
7	100	100	210	HEA220	440	HEA450	52	10.134	154.185	100.384	159.567	469.721	34%
8	100	90	210	HEA220	350	HEA360	48	4.68	157.483	106.483	169.262	469.721	36%

Η γεωμετρία των τεσσάρων αυτών βελτιστοποιημένων συνδέσεων απεικονίζεται στα Σχήματα 3.28 – 3.35.

Σχήμα 3.28. Βελτιστοποιημένη σύνδεση 1

Σχήμα 3.29. Βελτιστοποιημένη σύνδεση 2

Σχήμα 3.30. Βελτιστοποιημένη σύνδεση 3

Σχήμα 3.31. Βελτιστοποιημένη σύνδεση 4

Σχήμα 3.32. Βελτιστοποιημένη σύνδεση 5

Σχήμα 3.33. Βελτιστοποιημένη σύνδεση 6

Σχήμα 3.34. Βελτιστοποιημένη σύνδεση 7

Σχήμα 3.35. Βελτιστοποιημένη σύνδεση 8

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Επαλήθευση βελτιστοποίησης συνδέσεων καμπτικών πλαισίων με δοκούς RBS υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, μέσω ανάλυσης με Πεπερασμένα Στοιχεία

4.1. Κόμβοι δοκών – στύλων υπό μονοτονική και ανακυκλιζόμενη φόρτιση

4.1.1. Ικανότητα απορρόφησης ενέργειας

Η γνώση της συμπεριφοράς κόμβων δοκού-υποστυλώματος σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση αποτελεί απαίτηση πρωταρχικής σημασίας για τον Αντισεισμικό Σχεδιασμό των Μεταλλικών Κατασκευών. Η φιλοσοφία σχεδιασμού των υφιστάμενων Κανονισμών υπό σεισμικές φορτίσεις είναι η αποδοχή απορρόφησης ενέργειας και παραμόρφωσης κατ' εξοχήν στην ελαστική περιοχή. Συνεπώς, οι κατασκευές αναμένονται να παρουσιάσουν μεγάλες παραμορφώσεις με όλκιμο τρόπο, αποφεύγοντας την κατάρρευση. Με βάση αυτή τη λογική, είναι επιθυμητοί οι μηχανισμοί αστοχίας που παρουσιάζουν σταθερούς κύκλους παραμόρφωσης, ικανούς να απορροφήσουν ενέργεια με αποτέλεσμα την αποφυγή θραύσης και σημαντικής μείωσης της αντοχής. Από την άλλη πλευρά, πρέπει να αποφεύγονται ψαθυρές μορφές αστοχίας, οι οποίες προκαλούν αιφνίδια μείωση αντοχής, μείωση της ικανότητας στροφής και θραύσεις.

Σε ένα δεδομένο κόμβο, ο μηχανισμός διαρροής μπορεί να εμφανιστεί στο υποστυλώμα, στη δοκό ή στη σύνδεση (κόμβο). Προκειμένου να αποφευχθεί η κατάρρευση, εξαιτίας των μεγάλων μετατοπίσεων ορόφων, των αυξημένων απαιτήσεων τοπικής όλκιμότητας και του σχηματισμού μηχανισμού ορόφου, τα υποστυλώματα πρέπει να παραμένουν κατά το δυνατόν στην ελαστική περιοχή πριν την διαρροή στις δοκούς, ενεργοποιώντας κατά το σχεδιασμό τον μηχανισμό «ασθενείς δοκοί – ισχυρά υποστυλώματα».

Πράγματι, μεταλλικά πλαίσια με αντοχή σε σεισμικές φορτίσεις σχεδιάζονται συνήθως κατά τέτοιο τρόπο που να επιτρέπουν την απορρόφηση σεισμικής ενέργειας στα άκρα των δοκών παρά στα υποστυλώματα. Συγκεκριμένα, όταν η ελαστική αντοχή σε κάμψη του κόμβου δοκού-υποστυλώματος είναι μεγαλύτερη από τη ροπή κάμψης που αντιστοιχεί στην παρουσία τοπικού

λυγισμού στο θλιβόμενο πέλμα της δοκού, η ζώνη απορρόφησης ενέργειας περιλαμβάνει μόνο το άκρο της δοκού. Αντίστροφα, όταν η καμπτική αντοχή αστοχίας του άκρου της δοκού είναι μεγαλύτερη από την ελαστική αντοχή σε κάμψη του κόμβου δοκού-υποστυλώματος, η απορρόφηση ενέργειας περιλαμβάνει μόνο τον κόμβο. Στην πρώτη περίπτωση, μας ενδιαφέρει η συμπεριφορά σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση της δοκού υπό μη ομοιόμορφη κάμψη, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η απορρόφηση ενέργειας σχετίζεται με τη συμπεριφορά σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση των κόμβων δοκού-υποστυλώματος. Απορρόφηση ενέργειας δύναται να πραγματοποιηθεί και στη διατμητική ζώνη του κορμού του στύλου (panel zone), δηλαδή το τμήμα του κορμού του υποστυλώματος που εμπεριέχεται μεταξύ των εγκάρσιων νευρώσεων (continuity plates) στην προέκταση των πελμάτων της δοκού και των πελμάτων του υποστυλώματος (Σχήμα 4.1). Πρόκειται για ένα στοιχείο που υπόκειται κυρίως σε διατμητικές τάσεις και έτσι η αστοχία του χαρακτηρίζεται από διατμητική διαρροή (El-Tawil et al. 1999). Ωστόσο, λόγω της παραπάνω απαίτησης των υποστυλωμάτων να παραμένουν στην ελαστική περιοχή, κατά το σχεδιασμό πρέπει να διασφαλίζεται ότι δεν πραγματοποιείται απορρόφηση ενέργειας στη διατμητική ζώνη κορμού-στύλου.

Σχήμα 4.1. Διατμητική ζώνη κορμού στύλου

Καθώς η συμπεριφορά σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις των κόμβων δοκού-υποστυλώματος επηρεάζεται σημαντικά από τα συστατικά τους, που παραλαμβάνουν πλαστικές παραμορφώσεις, είναι απαραίτητο να διερευνηθεί πρώτα η ικανότητα απορρόφησης ενέργειας κάθε συστατικού του κόμβου. Σε σχέση με τα παραπάνω, είναι σημαντικό να γίνει διάκριση μεταξύ των συστατικών που

απορροφούν και των συστατικών που δεν απορροφούν ενέργεια. Η συγκεκριμένη διάκριση δύναται να πραγματοποιηθεί βάσει του Πίνακα 4.1.

Πίνακας 4.1. Ικανότητα απορρόφησης ενέργειας από κάθε συστατικό κόμβου

Συστατικό	Ικανότητα Απορρόφησης Ενέργειας	Αδυναμία Απορρόφησης Ενέργειας
Κορμός Υποστυλώματος σε διάτμηση	●	
Κορμός Υποστυλώματος σε θλίψη χωρίς λυγισμό με λυγισμό	●	●
Κορμός Υποστυλώματος σε εφελκυσμό	●	
Πέλμα Υποστυλώματος σε κάμψη συγκολλητοί κόμβοι κοχλιωτοί κόμβοι	●	●
Μετωπική πλάκα σε κάμψη	●	
Πέλμα Δοκού σε κάμψη χωρίς τοπικό λυγισμό πρώιμος τοπικός λυγισμός	●	●
Κορμός Δοκού σε εφελκυσμό	●	
Τυχόν ενισχυτικά ελάσματα σε εφελκυσμό	●	
Τυχόν ενισχυτικά ελάσματα σε θλίψη χωρίς τοπικό λυγισμό πρώιμος τοπικός λυγισμός	●	●
Κοχλίας σε εφελκυσμό		●
Κοχλίας σε διάτμηση		●
Κοχλίας σε τριβή (σε πέλμα δοκού, πέλμα υποστυλώματος, μετωπική πλάκα)	●	

Ο παραπάνω Πίνακας περιγράφει πως ο τοπικός λυγισμός μπορεί να προκαλέσει μηχανισμούς αστοχίας χωρίς απορρόφηση ενέργειας. Αυτή είναι η περίπτωση του κορμού υποστυλώματος σε θλίψη και η περίπτωση των

πλακών σε θλίψη, όπως και μια θλιβόμενη συγκόλληση ή ένα γωνιακό σύνδεσης. Όσον αφορά το πέλμα και τον κορμό της δοκού σε θλίψη, ακόμα και όταν παρουσιάζεται τοπικός λυγισμός, μπορεί να αναπτυχθεί ένας μηχανισμός απορρόφησης ενέργειας, με την προϋπόθεση ότι οι λόγοι πλάτους προς πάχος των ελασμάτων που συνθέτουν τη διατομή της δοκού είναι εντός ορίων της όλκιμης συμπεριφοράς (π.χ. οι διατομές κατηγορίας I κατά τον Ευρωκώδικα 3). *Συγκεκριμένα, το φαινόμενο του τοπικού λυγισμού υπό κυκλική φόρτιση στην ελαστική περιοχή πρέπει οπωσδήποτε να αποφεύγεται, δεδομένου ότι συνδέεται άμεσα με την εμφάνιση κόπωσης του υλικού σε χαμηλούς κύκλους (low cycle fatigue).*

Επιπλέον, μπορεί να τεκμηριωθεί ότι η αστοχία των κοχλιών, τόσο σε διάτμηση όσο και σε εφελκυσμό, είναι ένας ψαθυρός μηχανισμός αστοχίας και πρέπει να αποφεύγεται, παρέχοντας επαρκή βαθμό υπεραντοχής. Η αστοχία επίσης των συγκολλήσεων πρέπει να αποφεύγεται, δηλ. να σχεδιάζονται με επαρκή βαθμό υπεραντοχής λαμβάνοντας υπόψη το ασθενέστερο συστατικό του κόμβου.

Παρατηρώντας τα συστατικά που μπορούν να απορροφήσουν ενέργεια, συμπεραίνουμε ότι κυρίως αποτελούνται από στοιχεία πλακών του συστήματος δοκού-κόμβου όπου η διαρροή μπορεί να συμβεί. Ένα ή και περισσότερα συστατικά του κόμβου μπορούν να μπουν στην πλαστική περιοχή, τόσο υπό μονοτονική όσο και υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, εξαρτώμενα από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κατασκευαστικής λεπτομέρειας της σύνδεσης και από τα μηχανικά χαρακτηριστικά των συνδεόμενων συστατικών. Έτσι, ο ακριβής σχεδιασμός της κατασκευαστικής λεπτομέρειας που στοχεύει στην ορθότερη ισορροπία της αντοχής σε αστοχία των συστατικών που απορροφούν ενέργεια μπορεί να οδηγήσει σε συστήματα δοκού-υποστυλώματος με μεγάλη ολκιμότητα και ικανότητα πλαστικής παραμόρφωσης. Στην πραγματικότητα, καθόσον η συμπεριφορά υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση του συστήματος δοκού-κόμβου μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα ενός κατάλληλου συνδυασμού της απόκρισης σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση των εμπλεκόμενων βασικών συστατικών, επαρκής ικανότητα απορρόφησης ενέργειας μπορεί να διασφαλιστεί υπό την προϋπόθεση ότι στο σχετικό μηχανισμό συμμετέχουν (δηλ. εμπλέκονται) μόνο τα συστατικά του κόμβου που χαρακτηρίζονται από σταθερή υστερητική συμπεριφορά.

Όσον αφορά τις κοχλιωτές συνδέσεις μετωπικής πλάκας δοκού-υποστυλώματος, η ικανότητα απορρόφησης ενέργειας της σύνδεσης μπορεί να επιτευχθεί αποφεύγοντας, κατά την ανακυκλιζόμενη φόρτιση, τον τοπικό λυγισμό του

κορμού του υποστυλώματος σε θλίψη. Ωστόσο, ο αυξημένος αριθμός των συστατικών του κόμβου επιτρέπει εναλλακτικές μεθοδολογίες σχεδιασμού, που μπορούν να βασιστούν στη διαρροή του πέλματος του υποστυλώματος ή της μετωπικής πλάκας σε κάμψη. Σε κάθε περίπτωση, η είσοδος των κοχλίων στην πλαστική περιοχή πρέπει να αποφευχθεί, επειδή οδηγεί σε μια συμπεριφορά σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση χωρίς την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, η οποία χαρακτηρίζεται από το στένεμα των υστερητικών βρόγχων και από τη γρήγορη απώλεια της ικανότητας για απορρόφηση ενέργειας καθώς αυξάνεται ο αριθμός των κύκλων. Όλες οι παραπάνω θεωρήσεις σχετικά με το διαχωρισμό ζωνών απορρόφησης και μη-απορρόφησης ενέργειας των συστατικών ενός κόμβου κοχλιωτής σύνδεσης μετωπικής πλάκας δοκού-υποστυλώματος υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, μπορούν να τεκμηριωθούν από πειραματικές δοκιμές που έχουν υλοποιηθεί παγκοσμίως.

Σε περιπτώσεις τέτοιων συνδέσεων, όταν η διαρροή εντοπίζεται κυρίως στην μετωπική πλάκα, έχει παρατηρηθεί (Sanpaolesi et al 1981, Bernuzzi et al 1996) ότι ο τρόπος αστοχίας χαρακτηρίζεται από τη θραύση της μετωπικής πλάκας κοντά στη συγκόλληση πέλματος δοκού με μετωπική πλάκα. Στην πραγματικότητα, η θραύση της μετωπικής πλάκας, εξαιτίας της κόπωσης από τον λυγισμό σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση, σταδιακά διαδίδεται μέσω του πάχους της μετωπικής πλάκας και κατά μήκος του πλάτους της στην ολική θραύση που σηματοδοτεί την κατάρρευση της σύνδεσης. Ωστόσο, ανάλογα με το λόγο της αξονικής αντοχής των κοχλίων προς την καμπτική αντοχή του εξωτερικού τμήματος της μετωπικής πλάκας, μπορεί να προκύψει ένας εναλλακτικός τρόπος αστοχίας που αντιστοιχεί στη θραύση της δεύτερης σειράς κοχλίων, ακριβώς κάτω από το εφελκυόμενο πέλμα. Στην πραγματικότητα η θραύση του εξωτερικού τμήματος της μετωπικής πλάκας οδηγεί στη μείωση της αντίστοιχης καμπτικής δυσκαμψίας. Σαν αποτέλεσμα, συμβαίνει μια ανακατανομή των τάσεων στους κοχλίες. Αυτό χαρακτηρίζεται από τη μείωση των τάσεων στους εξωτερικούς κοχλίες και αντίστοιχη αύξηση στη δεύτερη γραμμή κοχλίων, κάτω από το εφελκυόμενο πέλμα, που μπορεί να αστοχήσει. Σαν συμπέρασμα, εξαιτίας αυτής της ανακατανομής των τάσεων στους κοχλίες που προκαλεί η θραύση της μετωπικής πλάκας, ανάλογα με το λόγο της αξονικής αντοχής των κοχλίων προς την καμπτική αντοχή της μετωπικής πλάκας, η κατάρρευση μπορεί να χαρακτηρίζεται από την ολοκληρωτική θραύση της μετωπικής πλάκας, έξω από την περιοχή του καμπτόμενου πέλματος της δοκού, ή από τη

θραύση της σειράς των κοχλιών ακριβώς κάτω από το εφελκυσμένο πέλμα της δοκού (Sanpaolesi et al 1981).

Γενικά, οι κοχλιωτές συνδέσεις μετωπικής πλάκας είναι ικανές να απορροφήσουν σημαντικά ποσά ενέργειας, έτσι που να είναι κατάλληλες για κατασκευές με αντοχή σε σεισμικά φορτία (Ghobarah et al 1992, Tsai and Popov 1989). Παρόλο αυτά, πρέπει να σημειωθεί ότι η εκτέλεση κάθε τυπολογίας σύνδεσης επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από το ύψος της συνδεόμενης δοκού. Πράγματι, για μια δεδομένη πλαστική στροφή, η ανάληψη πλαστικών παραμορφώσεων των εμπλεκόμενων συστατικών στο εφελκυσμένο πέλμα αυξάνεται καθώς αυξάνεται το ύψος της δοκού. Με αναφορά στις συνδέσεις μετωπικής πλάκας, αυτό το φαινόμενο έχει παρατηρηθεί κατά τη διάρκεια πειραμάτων (Adey et al 1998), όσον αφορά συνδέσεις μετωπικής πλάκας των οποίων τα κριτήρια σχεδιασμού εντοπίζονται στην αποφυγή διαρροής της μετωπικής ζώνης και θραύσης των κοχλιών.

Συγκεκριμένα για τις συνδέσεις μη προεξέχουσας μετωπικής πλάκας, η συμπεριφορά που παρατηρείται υπό ανακυκλιζόμενες φορτίσεις δεν χαρακτηρίζεται από ιδιαίτερη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας (Bernuzzi et al 1996). Η τυπική μορφή αστοχίας περιλαμβάνει την θραύση της συγκόλλησης στο εσωτερικό τμήμα του πέλματος της δοκού. Επιπλέον, για το δεδομένο τύπο σύνδεσης, ο λόγος της καμπτικής αντοχής της μετωπικής πλάκας προς την αξονική αντοχή των κοχλιών είναι πρωταρχικής σημασίας. Στην πραγματικότητα, η είσοδος των κοχλιών στην πλαστική περιοχή, αυξάνει σημαντικά το στένεμα των υστερητικών βρόγχων με συνέπεια τη σημαντική μείωση της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας.

4.1.2. Προσομοίωση της (περι)στροφικής συμπεριφοράς κόμβων δοκών-στύλων υπό στατική (μονοτονική) φόρτιση

Σε συνέχεια και συμπλήρωση ορισμένων εισαγωγικών στοιχείων του Κεφαλαίου 3 της παρούσας διατριβής (μέθοδος βασικών συστατικών), είναι αποδεκτό ότι για την πλειοψηφία των συνδέσεων μεταλλικών πλαισίων ισχύει πως οι αξονικές και οι διατμητικές παραμορφώσεις είναι συνήθως πολύ μικρότερες των αντίστοιχων καμπτικών. Η κύρια συνεπώς παραμόρφωση μιας σύνδεσης δοκού-υποστύλωματος οφείλεται στη δράση ροπών και η μη γραμμική συμπεριφορά της μπορεί να αναπαρασταθεί μέσω της λεγόμενης καμπύλης ροπής-στροφής ($M-\phi_c$), σύμφωνα με τη γραφική αναπαράσταση των Σχημάτων 4.2α και 4.2β. Με σκοπό να υπάρξει η δυνατότητα τα χαρακτηριστικά των ως άνω καμπυλών να εισαχθούν

συστηματικά και αποτελεσματικά στην ανάλυση των πλαισίων μέσω H/Y η σχέση $M-\varphi_c$ προσομοιάζεται μέσω κάποιας μαθηματικής συνάρτησης. Μια εύχρηστη τέτοια συνάρτηση πρέπει να είναι απλή, να εξαρτάται από μικρό αριθμό παραμέτρων, οι οποίες να υπολογίζονται εύκολα, να έχει φυσική σημασία, να είναι αριθμητικά ευσταθής χωρίς αρνητική πρώτη παράγωγο και τέλος να είναι ικανή να προσομοιάσει όσο το δυνατόν περισσότερους τύπους συνδέσεων.

Σχήμα 4.2α. Περιστροφική παραμόρφωση μιας σύνδεσης

Σχήμα 4.2β. Τυπική καμπύλη ροπής - στροφής μιας σύνδεσης

Γενικότερα, η συμπεριφορά των συνδέσεων μπορεί να απλοποιηθεί σαν ένα σύνολο σχέσεων μεταξύ ροπής και στροφής, $M-\varphi_c$. Μαθηματικά οι σχέσεις αυτές εκφράζονται ως $M=f(\varphi_c)$ ή αντίστροφα $\varphi_c=g(M)$, όπου f και g είναι προσδιοριστέες μαθηματικές συναρτήσεις, M είναι η ροπή που δρα στον κόμβο και φ_c η γωνία ολίσθησης, δηλαδή η περιστροφή της σύνδεσης, που ισούται με τη διαφορά μεταξύ των γωνιών στα δύο άκρα της σύνδεσης.

Κατά καιρούς έχουν προταθεί διαφόρων μορφών προσομοιώσεις της ως άνω καμπύλης, καθώς και διαφορετικοί τρόποι ταξινόμησης των σχετικών μοντέλων. Υιοθετώντας την ταξινόμηση των Chan and Chui (2000)), τα μοντέλα αυτά διακρίνονται σε αναλυτικά, μαθηματικά και μίκτα, ενώ με βάση την

κριτική ανασκόπηση των Diaz et al (2011) υφίστανται μοντέλα αναλυτικά, εμπειρικά, πειραματικά, πληροφοριακά, μηχανικά και αριθμητικά. Εξαιρώντας τα μηχανικά και τα αριθμητικά μοντέλα, επί των οποίων θα δοθεί εκτενέστερη αναφορά στη συνέχεια, μεταξύ των υπολοίπων δέον όπως αναφερθούν το πολυωνυμικό μοντέλο των Frye and Morris, αυτό της κυβικής b-spline του Jones, διάφορα μοντέλα δυνάμεων (Colson and Louveau, Kishi and Chen, King and Chen, Krishnamurthy, Kukreti, Attiogbe and Morris), μοντέλα οριακής γραμμής (Al-Bermani et al, Zhu et al), εκθετικά μοντέλα (Lui and Chen, Kishi and Chen, Yee and Melchers), το μοντέλο Ramberg – Osgood (Ang and Morris), καθώς και το μοντέλο Richard – Abbott.

Μηχανικά μοντέλα (ελατηρίων)

Τα μοντέλα αυτά (επονομαζόμενα επίσης και μοντέλα ελατηρίων) αναπαριστούν τον κόμβο χρησιμοποιώντας ένα συνδυασμό δύσκαμπτων και εύκαμπτων συστατικών, τα οποία προσομοιάζονται μέσω τιμών δυσκαμψίας και αντοχής, οι οποίες αποκτώνται από εμπειρικές σχέσεις. Η μη γραμμικότητα της απόκρισης λαμβάνεται με χρήση ανελαστικών καταστατικών νόμων (ως παράγραφοι 4.1.3 και 4.1.4 παρόντος Κεφαλαίου). Ενδεικτικά, στο Σχήμα 4.3 παρατίθεται το μηχανικό μοντέλο των Faella et al (2000) για κοχλιωτές συνδέσεις δοκών-στύλων με προεξέχουσα μετωπική πλάκα, που αποτελεί μια βελτίωση του μοντέλου των βασικών συστατικών του Ευρωκώδικα 3.

Σχήμα 4.3. Μηχανικό μοντέλο για κοχλιωτό κόμβο με προεξέχουσα μετωπική πλάκα
(<http://mycourses.ntua.gr/document/document.php?cmd=exChDir&file=%2F%C4%E9%E1%EB%DD%EE%E5%E9%F2>)

Τόσο το ως άνω προσομοίωμα όσο και η μέθοδος του EC3 παράγουν καλά αποτελέσματα όταν ο κόμβος δρα κυρίως καμπτικά με μικρό αξονικό φορτίο. Για να ξεπεραστεί δε το πρόβλημα αυτό, πρόσφατα προτάθηκε και ένα

γενικευμένο μοντέλο ελατηρίων (Del Savio et al 2009), στο οποίο λαμβάνεται υπόψη και η αλληλεπίδραση ροπής – αξονικής, και το οποίο αφορά κοχλιωτούς κόμβους με μετωπικές πλάκες. Το προσομοίωμα αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 4.4, ενώ οι καταστατικοί νόμοι για τα συστατικά κόμβων με μετωπικές πλάκες δίδονται στο Σχήμα 4.5. Σημειωτέον ότι το μοντέλο έχει επαληθευτεί για συνδέσεις με προεξέχουσες μετωπικές πλάκες με βάση παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα (Lima et al 2004).

Σχήμα 4.4. Γενικευμένο μηχανικό μοντέλο (Del Savio et al 2009)

Σχήμα 4.5. Καταστατικοί νόμοι για τα συστατικά κόμβων με μετωπικές πλάκες

Αριθμητικά μοντέλα

Η αριθμητική προσομοίωση άρχισε να χρησιμοποιείται για διάφορους λόγους: (1) ως μέσο για να ξεπεραστεί η έλλειψη πειραματικών αποτελεσμάτων, (2) για να γίνουν αντιληπτές σημαντικές τοπικές επιρροές (όπως π.χ. δυνάμεις επαφής) και (3) για να παραχθούν εκτενείς παραμετρικές μελέτες.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι ιδεώδης για την προσομοίωση των κόμβων, πλην όμως παραμένει ακόμη υπολογιστικά δαπανηρή. Η καμπύλη ροπής – στροφής είναι το αποτέλεσμα σύνθετης αλληλεπίδρασης μεταξύ των διαφόρων μερών ενός κόμβου, και η όλη ανάλυση απαιτεί την εισαγωγή μη γραμμικοτήτων (γεωμετρικών και υλικού), κατάλληλης προσομοίωσης τριβών, ολισθήσεων κοχλιών, μεταβλητότητας ζωνών επαφής κλπ.

Αυτή την εποχή, οι κώδικες πεπερασμένων στοιχείων επιτρέπουν την εισαγωγή μεγάλων παραμορφώσεων στο μοντέλο, πλαστικότητας, κράτυνσης, φαινομένων αστάθειας, μεγάλων τάσεων – παραμορφώσεων, προφόρτισης κοχλιών και επαφής μεταξύ διαφορετικών μερών. Εξαιρετικά ενδιαφέρουσες πληροφορίες για τη βαθμονόμηση και την αποτελεσματικότητα του τρέχοντος είδους προσομοίωσης μπορούν να ευρεθούν στις εργασίες των Bursi and Jaspart (1997α,β, 1998), όπου περιέχεται και πληθώρα σχετικών βιβλιογραφικών αναφορών, ενώ πιο ενημερωμένη βιβλιογραφία υφίσταται στην ήδη αναφερθείσα εργασία των Diaz et al (2011).

4.1.3. Προσομοίωση της συμπεριφοράς κόμβων δοκών-στύλων υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση

Κατά τη δομική δυναμική ανάλυση χαλύβδινων πλαισίων ροπής, πρέπει πρώτα να καθοριστεί η προσομοίωση της «κυκλικής» συμπεριφοράς των σχετικών κόμβων. Όπως έχει προκύψει από μια πληθώρα πειραμάτων κόμβων δοκών – στύλων υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, οι βρόγχοι ροπής – στροφής είναι ευσταθείς και μπορούν να αναπαραχθούν. Σύμφωνα με εκτεταμένες τόσο θεωρητικές όσο και πειραματικές μελέτες έχει καταστεί αποδεκτό ότι η στατική (μονοτονική) καμπύλη ροπής –στροφής ενός κόμβου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την δυναμική ανάλυση υπό κύρια ανακυκλιζόμενη φόρτιση μέσω μιας γενικά απλής διαδικασίας, η οποία βασίζεται σε τρεις χαρακτηριστικές μεθόδους προσομοίωσης της υστερητικής συμπεριφοράς των συνδέσεων, που περιγράφονται συνοπτικά παρακάτω.

Μέθοδος ανεξάρτητης κράτυνσης

Πρόκειται περί απλής μεθόδου περιγραφής της συμπεριφοράς κόμβων υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, στην οποία η μείωση των χαρακτηριστικών τους, όπως η αρχική δυσκαμψία και η αρχική ροπή διαρροής δεν λαμβάνονται υπόψη. Τούτο σημαίνει ότι τα εν λόγω χαρακτηριστικά απόκρισης παραμένουν αναλλοίωτα

κατά τη διάρκεια της φόρτισης και ακολουθούν την αρχική καμπύλη ροπής-στροφής σε κάθε κύκλο, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 4.6 .

Σχήμα 4.6. Μοντέλο ανεξάρτητης κράτυνσης

Υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, ο βρόγχος υστέρησης και η στιγμιαία εφαπτομενική δυσκαμψία της σύνδεσης της καμπύλης ροπής-στροφής ($M - \varphi_c$) μεταβάλλεται σύμφωνα με την τρέχουσα τιμή της ροπής M , της σχετικής στροφής ολίσθησης φ_c και της μεταβολής της ροπής ΔM (είτε επαυξητικά είτε μειωτικά). Σύμφωνα με τα παραπάνω, μπορεί κάλλιστα να παραχθεί ένας αλγόριθμος πρόβλεψης της μη γραμμικής απόκρισης της σύνδεσης υπό γενικευμένα δυναμικά φορτία.

Ο αλγόριθμος, με τη θεώρηση ότι η σχέση $(M - \varphi_c)$ είναι μια μη γραμμική συνάρτηση της μορφής $M = f(\varphi_c)$ αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

- (1) Αν ο δρόμος ξεκινά από το σημείο $(\varphi_p, 0)$ ή διέρχεται από αυτό, ευρισκόμενος στον άξονα x (γραμμή $M=0$) παρακολουθεί την αρχική καμπύλη OA , BC , ή DE , κλπ. θα υπακούει στην συνθήκη φόρτισης $M \times \Delta M > 0$ και θα ακολουθεί την καμπύλη του μαθηματικού μοντέλου λαμβάνοντας το σημείο $(\varphi_p, 0)$ ως τη νέα (επικαιροποιημένη) αρχή των αξόνων, όπου πλέον η φ_p είναι η τελευταία μόνιμη στροφή της σύνδεσης υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Κατά συνέπεια, η σχέση $M - \varphi_c$ γράφεται ως:

$$M = f(\varphi_c - \varphi_p) \quad (4.1)$$

και η στιγμιαία εφαπτομενική δυσκαμψία της σύνδεσης ως:

$$S_c = \left. \frac{dM}{d\phi_c} \right|_{|\phi_c| = |\phi_c - \phi_p|} \quad (4.2)$$

(2) Αν ο δρόμος υπόκειται σε αποφόρτιση, δηλαδή αν ισχύει ότι $M \times \Delta M < 0$ για τα ευθύγραμμα τμήματα AB ή CD θα μετακινηθεί κατά τον άξονα των x σε ευθεία γραμμή ή με κλίση ίση με την αρχική δυσκαμψία της σύνδεσης S_c^0 και το σημείο αντιστροφής (ϕ_{ca}, M_a) υπολογίζεται ρητά και καταγράφεται. Η σχέση ροπής-στροφής λαμβάνει πλέον τη μορφή

$$M = M_a - S_c^0 (\phi_{ca} - \phi_c) \quad (4.3)$$

ενώ η εφαπτομενική δυσκαμψία της σύνδεσης S_c ισούται με

$$S_c = \frac{dM}{d\phi_c} = S_c^0 \quad (4.4)$$

όπου η ροπή αναστροφής M_a καθορίζεται υπό τη μορφή

$$M_a = f(\phi_{ca} - \phi_p) \quad (4.5)$$

(3) Παρά ταύτα, αν η σύνδεση αποφορτιστεί από το σημείο A στο σημείο F και κατόπιν επαναφορτιστεί από το F στο A, ο δρόμος θα ακολουθήσει μια γραμμή παράλληλη με την αρχική δυσκαμψία S_c^0 μέχρι να φθάσει την τελευταία ροπή αντιστροφής M_a , που καταγράφηκε προηγούμενα. Όταν η σύνδεση επαναφορτιστεί περαιτέρω ($M \times \Delta M > 0$), θα ακολουθήσει την αρχική καμπύλη AG, η οποία εκκινεί από το προηγούμενο σημείο μόνιμης (σταθερής) στροφής $(\phi_p, 0)$. Άρα, η ροπή της σύνδεσης θα δίδεται από τη σχέση

$$\left. \begin{aligned} M &= M_a + S_c^0 (\phi_c - \phi_c) \quad , \quad |M| < |M_a| \\ M &= f(\phi_c - \phi_p) \quad , \quad |M| \geq |M_a| \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

και η αντιστοιχούσα σε αυτή εφαπτομενική δυσκαμψία θα είναι ίση με

$$\left. \begin{aligned} S_c &= S_c^0 \quad , \quad |M| < |M_a| \\ S_c &= \left. \frac{dM}{d\phi_c} \right|_{|\phi_c| = |\phi_c - \phi_p|} \quad , \quad |M| \geq |M_a| \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

Ο αλγόριθμος αυτός είναι απλός, λογικός και μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιαδήποτε τύπο σύνδεσης, οπότε είναι περισσότερο γενικός και ισχυρός από κάποιες υφιστάμενες μεθόδους, περιορισμένες μόνο σε συγκεκριμένα μοντέλα συνδέσεων. Έχει δε το πλεονέκτημα της ύπαρξης μεγάλου αριθμού αξιόλογων εξισώσεων για τις σχέσεις ροπής-στροφής, που είναι βασισμένες σε πειραματικά αποτελέσματα (Nethercot 1985, Kishi and Chen 1986a,b, Lui and Chen 1988).

Μέθοδος κινηματικής κράτυνσης

Η μέθοδος αυτή αποτελεί τροποποίηση της προηγούμενης, και επιτρέπει την επιρροή της κράτυνσης του υλικού. Τούτο αναπαρίσταται από την γραμμή κράτυνσης ($M = S_h \phi_c$) με κλίση S_h στο διάγραμμα ροπής – στροφής του Σχήματος 4.7.

Σχήμα 4.7. Μοντέλο κινηματικής κράτυνσης

Σε περίπτωση αποφόρτισης αντιστροφής, ο δρόμος της καμπύλης ροπής – στροφής κινείται κατά μήκος της γραμμής με κλίση την αρχική δυσκαμψία της σύνδεσης S_c^0 (AB ή CD) μέχρι να τη γραμμή κράτυνσης. Για περαιτέρω αποφόρτιση αντιστροφής ο δρόμος ακολουθεί την αρχική μη γραμμική (για μονοτονικό στατικό φορτίο) καμπύλη $M-\phi_c$ της σύνδεσης (BC ή DE). Από μαθηματική άποψη, αν η γραμμή κράτυνσης έχει μηδενική κλίση ($S_h=0$), η μέθοδος ταυτίζεται με την προηγούμενη.

Ειδικότερα για κοχλιωτές συνδέσεις με αμφιπροεξέχουσες μετωπικές πλάκες και εγκάρσιες νευρώσεις, έχει προταθεί (Shietal 2007) ένα υστερητικό μοντέλο ροπής – στροφής, το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 4.8 και υιοθετεί ένα διγραμμικό μοντέλο κινηματικής κράτυνσης.

Σχήμα 4.8. Υστερητική καμπύλη ροπής – στροφής για κοχλιωτούς κόμβους με αμφιπροέχουσες μετωπικές πλάκες

Μέθοδος επιφάνειας οριοθέτησης

Σε αντίθεση με τις προηγούμενες μεθόδους, στη παρούσα ο δρόμος ροπής – στροφής ακολουθεί μια μη γραμμική καμπύλη κατευθείαν μετά την έναρξη της αποφόρτισης αναστροφής. Σύμφωνα με τον κανόνα του Masing, αν η αρχική καμπύλη φόρτισης ορίζεται από σχέση της μορφής

$$f(M, \phi_c) = 0 \quad (4.8)$$

οι καμπύλες αποφόρτισης και επαναφόρτισης θεωρούνται ότι δίδονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$f\left(\frac{M - M^*}{2}, \frac{\phi_c - \phi_c^*}{2}\right) = 0 \quad (4.9)$$

όπου (ϕ_c^*, M^*) είναι το σημείο στο οποίο λαμβάνει χώρα η αναστροφή φορτίου. Κατά συνέπεια, η αντιστοιχούσα στιγμιαία δυσκαμψία της σύνδεσης δίδεται από την έκφραση

$$S_c = \frac{dM}{d\phi_c} = g(M, \phi_c) \quad (4.10)$$

και η στιγμιαία δυσκαμψία της καμπύλης αποφόρτισης και επαναφόρτισης εκφράζεται ως

$$S_c = \frac{dM}{d\phi_c} = g\left(\frac{M - M^*}{2}, \frac{\phi_c - \phi_c^*}{2}\right) \quad (4.11)$$

Αν για παράδειγμα γίνει επιλογή του μοντέλου Richard – Abbottγια την αναπαράσταση της αρχικής καμπύλης ροπής – στροφής της σύνδεσης, σύμφωνα με τη σχέση

$$M = \frac{(k - k_p)\phi_c}{\left(1 + \left|\frac{(k - k_p)\phi_c}{M_0}\right|^n\right)^{1/n}} + k_p\phi_c \quad (4.12)$$

στην οποία k είναι η αρχική δυσκαμψία της σύνδεσης, k_p η δυσκαμψία κράτυνσης, M_0 μια ροπή αναφοράς και n παράμετρος που ορίζει την οξύτητα της καμπύλης, τότε η έκφραση της καμπύλης ροπής – στροφής που προσομοιάζει το μέρος αποφόρτισης και επαναφόρτισης AB του Σχήματος 4.9 γράφεται ως:

$$M = M_a - \frac{(k - k_p)(\phi_{ca} - \phi_c)}{\left(1 + \left|\frac{(k - k_p)(\phi_{ca} - \phi_c)}{2M_0}\right|^n\right)^{1/n}} - k_p(\phi_{ca} - \phi_c) \quad (4.13)$$

και η εφαπτομενική δυσκαμψία του κόμβου ως:

$$S_c = \frac{dM}{d\phi_c} = \frac{(k - k_p)}{\left(1 + \left|\frac{(k - k_p)(\phi_{ca} - \phi_c)}{2M_0}\right|^n\right)^{(n+1)/n}} + k_p \quad (4.14)$$

Σχήμα 4.9. Μοντέλο επιφάνειας οριοθέτησης

Στις παραπάνω σχέσεις, σύμφωνα και με το Σχήμα 4.9, (ϕ_{ca}, M_a) είναι το σημείο εκκίνησης της αποφόρτισης. Αν (ϕ_{cb}, M_b) είναι το επόμενο σημείο αναστροφής της φόρτισης, η έκφραση για το μέρος επαναφόρτισης της καμπύλης ροπής – στροφής αποκτάται με αντικατάσταση του (ϕ_{ca}, M_a) από το (ϕ_{cb}, M_b) στις δύο τελευταίες σχέσεις.

Ανάλογα με την υιοθέτηση του μοντέλου προσομοίωσης της καμπύλης $M - \phi$ της σύνδεσης υπό μονοτονική στατική φόρτιση (σύμφωνα και με τα περιεχόμενα προηγούμενης παραγράφου), προκύπτουν ανάλογες σχέσεις με βάση την τρέχουσα μέθοδο.

4.1.4. Κανόνες (εκτατικής) κράτνωσης και μοντέλα

κυκλικής πλαστικότητας

Στο Σχήμα 4.10 αναπαρίσταται μια τυπική καμπύλη τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων ενός χαλύβδινου δείγματος υπό μονοαξονική φόρτιση. Αν το υλικό θλίβεται μονοαξονικά, τότε ελάχιστη διαφορά υπάρχει στη σχετική καμπύλη με αυτή του εφελκυσμού.

Σχήμα 4.10. Πειραματική καμπύλη τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης για μονοαξονική φόρτιση

Παρά ταύτα, αν το δείγμα εφελκυστεί μέχρι να φθάσει την ανελαστική περιοχή και κατόπιν επαναφορτιστεί σε θλίψη, τότε η τάση διαρροής σε θλίψη θα είναι αρκετά μικρότερη της τάσης διαρροής σε αρχική δοκιμή θλίψης. Όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 4.11, για ένα δείγμα μια εφελκυστική τάση διαρροής προφόρτισης σ'_y , η αντίστοιχη τάση διαρροής σε θλίψη θα ισούται με σ''_y . Η νέα αυτή τάση είναι μικρότερη της τάσης διαρροής σ_y και πολύ μικρότερη της τάσης του επόμενου σημείου διαρροής σ'_y . Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως *επίδραση Bauschinger*.

Σχήμα 4.11. Επίδραση Bauschinger

Καθόσον ένα δείγμα επιβάλλεται σε επαναλαμβανόμενες φορτίσεις, δηλαδή σε διαδικασία αποφόρτισης και επαναφόρτισης, η τάση διαρροής αυξάνεται συνήθως. Το φαινόμενο αυτό καλείται *εκτατική κράτυνση* (strain-hardening). Για ένα υλικό υπό συνθήκες αντιστρεφόμενης φόρτισης, η επακόλουθη τάση διαρροής συνήθως καθορίζεται από έναν από τους ακόλουθους νόμους *κράτυνσης*. Κατωτέρω παρατίθενται διγραμμικά μοντέλα τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων/ελαστικών με διάφορους κανόνες εκτατικής κράτυνσης.

Κανόνας ισοτροπικής κράτυνσης

Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, η θλιπτική τάση διαρροής ανεστραμμένης φόρτισης θεωρείται ίση με την προηγούμενη εφελκυστική τάση διαρροής. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.12α, η θλιπτική αυτή τάση διαρροής σ_B ισούται με την εφελκυστική τάση διαρροής σ_B πριν την αντιστροφή της φόρτισης, όπου ισχύει ότι $|B'C| = |BC|$. Άρα, ο συγκεκριμένος κανόνας αγνοεί την επίδραση Bauschinger, αφού η σ_B είναι μεγαλύτερη της αρχικής θλιπτικής τάσης σ_A .

Κανόνας κινηματικής κράτυνσης

Βάσει αυτού του κανόνα, η διακύμανση της ελαστικής τάσης (ήτοι $2\sigma_y$) θεωρείται ότι παραμένει σταθερή καθ' όλη τη διαδικασία εκτατικής σκλήρυνσης. Καθόσον η ανεστραμμένη θλιπτική τάση διαρροής σ_B είναι μικρότερη από τη θλιπτική τάση σ_A , ο εν λόγω κανόνας λαμβάνει πλήρως υπόψη την επίδραση Bauschinger, ενώ από το Σχήμα 4.12β φαίνεται ότι $|BB'| = |AA'|$. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο κανόνας περιέχει και μια κεκλιμένη γραμμή $x-x'$, παράλληλη με τη γραμμή AB. Το αρχικό κέντρο της ελαστικής περιοχής (σημείο O) μετατοπίζεται στο σημείο τομής αυτής της γραμμής $x-x'$ με το δρόμο ανεστραμμένης φόρτισης.

Κανόνας ανεξάρτητης κράτυνσης

Εδώ η θλιπτική τάση αναστροφής σ_B θεωρείται ίση με την αρχική θλιπτική σ_A στην κράτυνση που επακολουθεί. Τούτο σημαίνει ότι η αυξημένη εφελκυστική τάση σ_B δεν επηρεάζει την σ_A , οπότε αμελείται η επίδραση Bauschinger, και το υλικό παρουσιάζει ανεξάρτητη κράτυνση σε θλίψη και εφελκυσμό. Από το Σχήμα 4.12γ, όπου $|BC| > |OA|$ αλλά και $|CB'| = |OA'|$, φαίνεται ότι το υλικό παρουσιάζει κράτυνση μόνο σε εφελκυσμό, αλλά συμπεριφέρεται σαν παρθένο υλικό σε συνθήκες αντιστροφής σε φόρτιση θλίψης.

Σχήμα 4.12. Κανόνες κράτυνσης

Οι ανωτέρω κανόνες συνδυάζονται άμεσα με τα μοντέλα κυκλικής πλαστικότητας, που κατά καιρούς έχουν προταθεί στη διεθνή βιβλιογραφία, δηλαδή με απλές ή σύνθετες εξιδανικεύσεις των πραγματικών σχέσεων τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων ειδικά του χάλυβα (αλλά και άλλων υλικών) υπό συνθήκες ανακυκλιζόμενης φόρτισης. Οι σχέσεις – μοντέλα αυτές είναι συνήθως ενσωματωμένες σε λογισμικό δυναμικής ανάλυσης, καθώς και σε κώδικες πεπερασμένων στοιχείων, γεγονός που επιτρέπει – ανάλογα με την ακρίβεια και την εφαρμοσιμότητα τους – να επιτυγχάνεται η βέλτιστη προσομοίωση της αναλυόμενης κατά περίπτωση κατασκευής. Τα πιο γνωστά μοντέλα κυκλικής πλαστικότητας είναι τα ακόλουθα, που απεικονίζονται γραφικά στο Σχήμα 4.13 α-ε:

Ελαστικό – ιδεατά πλαστικό μοντέλο

Πρόκειται για το προσομοίωμα του Σχήματος 4.13α, που ευρύτατα χρησιμοποιείται, παρόλο που είναι εξαιρετικά απλουστευμένο. Πιο συγκεκριμένα, απαιτεί τη γνώση δύο μόνο παραμέτρων, ήτοι του μέτρου ελαστικότητας του Young E και της τάσης διαρροής σ_y . Λόγω δε της απλότητάς του, αμελεί με βολικό τρόπο την επιρροή της κράτυνσης σε μερικά προβλήματα. Η πλαστικότητα θεωρείται ότι λαμβάνει χώραν όταν η τάση φθάσει την τάση διαρροής. Άρα, η τάση σ κατά την 1^η φόρτιση εκφράζεται συναρτήσει της ανηγμένης παραμόρφωσης ε μέσω της σχέσης:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad , \quad \sigma < \sigma_y \quad - \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon_0 \quad , \quad \sigma = \sigma_y \quad \left. \vphantom{\varepsilon = \frac{\sigma}{E}} \right\} \quad (4.15)$$

όπου ε_0 είναι η μόνιμη παραμόρφωση

Σχήμα 4.13. Ιδεατές καμπύλες τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης

Διγραμμικό μοντέλο κράτυνσης

Με αναφορά στο Σχήμα 4.13β, το μοντέλο αυτό αποτελεί τροποποίηση του ελαστικού – ιδεατά πλαστικού καθόσον η δεύτερη γραμμή με μη μηδενική κλίση E_{s1} χρησιμοποιείται αντί της οριζόντιας, και συμπεριλαμβάνει την ιδιότητα κράτυνσης του υλικού. Η σχέση τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης είναι:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} , \quad \sigma \leq \sigma_y \\ \varepsilon &= \frac{\sigma_y}{E} + \frac{1}{E_{s1}}(\sigma - \sigma_y) , \quad \sigma > \sigma_y \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

Πολυγραμμικά μοντέλα κράτυνσης

Αποτελούν βελτίωση του διγραμμικού και η καμπύλη μετάβασης από την ελαστική στην πλαστική περιοχόδιαίρεται σε πολλά ευθύγραμμα τμήματα. Για το τριγραμμικό π.χ. μοντέλο του Σχήματος 4.13γ, οι αντίστοιχες σχέσεις $\sigma - \varepsilon$ είναι:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} , \quad \sigma \leq \sigma_y \\ \varepsilon &= \frac{\sigma_y}{E} + \frac{1}{E_{s1}}(\sigma - \sigma_y) , \quad \sigma_y < \sigma \leq \sigma_{y1} \\ \varepsilon &= \frac{\sigma_y}{E} + \frac{1}{E_{s1}}(\sigma_{y1} - \sigma_y) + \frac{1}{E_{s2}}(\sigma - \sigma_{y1}) , \quad \sigma > \sigma_{y1} \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

Αντίστροφο μοντέλο Ramberg – Osgood

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.13δ, το μοντέλο αυτό επιτρέπει ομαλή μετάβαση από την ελαστική στην πλαστική περιοχή μέσω μιας συνεχούς μαθηματικής συνάρτησης. Αφού απαιτεί μόνο τρεις παραμέτρους (οι οποίες έχουν άμεση φυσική σημασία) για να οριστεί καμπύλη $\sigma - \varepsilon$, δηλαδή πέραν των E και σ_y , και την παράμετρο n (που χαρακτηρίζει το σχήμα - μορφή της καμπύλης) έχει ευρύτατα χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση καταστατικών σχέσεων υλικών. Επιπρόσθετα, η συνάρτηση αυτή εξασφαλίζει θετική παράγωγο. Όμως, το φαινόμενο της κράτυνσης δεν μπορεί να ληφθεί υπόψη στο μοντέλο αυτό καθώς η κλίση της καμπύλης τείνει στο μηδέν για μεγάλες παραμορφώσεις. Η μαθηματική έκφραση του μοντέλου είναι η ακόλουθη:

$$\sigma = \frac{E\varepsilon}{\left(1 + |E\varepsilon / \sigma_y|^n\right)^{1/n}} \quad (4.18)$$

και η κλίση της ισούται με

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{E}{\left(1 + |E\varepsilon / \sigma_y|^n\right)^{(n+1)/n}} \quad (4.19)$$

Η εξίσωση (4.18) είναι απλή και ομαλή, ενώ μπορεί να επεκταθεί για να εκφράσει ορισμένες σχέσεις δύναμης – παραμόρφωσης. Μια από αυτές τις εκφράσεις μπορεί να γραφεί με όρους ροπής και στροφής ως εξής:

$$M = \frac{K\theta}{\left(1 + |K\theta / M_p|^n\right)^{1/n}} \quad (4.20)$$

με κλίση

$$\frac{dM}{d\theta} = \frac{K}{\left(1 + |K\theta / M_p|^n\right)^{(n+1)/n}} \quad (4.21)$$

όπου M είναι η ροπή, θ η στροφή του άκρου του μέλους, K η ελαστική δυσκαμψία του άκρου του μέλους και M_p πλαστική ροπή αντοχής του μέλους.

Μοντέλο εξαρτώμενο από την χρονική μεταβολή της παραμόρφωσης (βισκοπλαστικό)

Υπό δυναμικά φορτία, η τάση διαρροής αλλά όχι και το μέτρο ελαστικότητας, βρέθηκε ότι εξαρτώνται από το ρυθμό μεταβολής του φορτίου. Αμφότερες οι τάσεις διαρροής και θραύσης αυξάνονται μονοτονικά με το ρυθμό μεταβολής της παραμόρφωσης. Οι Cowper και Symonds (1957) ανέπτυξαν μια σχέση που συνδέει τη δυναμική τάση διαρροής, την οιονεί στατική τάση διαρροής και τη χρονική μεταβολή της παραμόρφωσης. Η εξίσωση που πρότειναν είναι:

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon \text{ για } \varepsilon < \varepsilon_y = \varepsilon_{y,st} \left[1 + \left(\frac{|\dot{\varepsilon}|}{D} \right)^{1/p} \right] \\ \sigma &= \sigma_y = \sigma_{y,st} \left[1 + \left(\frac{|\dot{\varepsilon}|}{D} \right)^{1/p} \right] \text{ για } \varepsilon \geq \varepsilon_y \end{aligned} \quad (4.22)$$

Στην ανωτέρω εξίσωση η ποσότητα $\varepsilon_{y,st}$ αντιπροσωπεύει την δυναμική παραμόρφωση διαρροής, η σ_y την δυναμική τάση διαρροής που αντιστοιχεί στην ε_y , $\dot{} = d/dt$, E το μέτρο ελαστικότητας και οι υποδείκτες y,st καταδεικνύουν τις σχετικές οιονεί στατικές τιμές. Οι p και D είναι οι παράμετροι του υλικού, που

μπορούν να αποκτηθούν μέσω αριθμητικής διαδικασίας προσαρμογής καμπύλης των υφιστάμενων πειραματικών αποτελεσμάτων.

Η παράμετρος D μπορεί να θεωρηθεί ως μια αμοιβαία σταθερά ιξώδους και μπορεί να ερμηνευθεί ότι αν $\dot{\epsilon} = D$ η τάση διαρροής σ_y θα αυξηθεί κατά το διπλάσιο της αντίστοιχης οιονεί στατικής τάσης διαρροής. Στο Σχήμα 4.13ε οι διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν τις πραγματικές καμπύλες τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων υπό διάφορους ρυθμούς μεταβολής του ϵ , ενώ οι συνεχείς γραμμές τις ιδεατές αντίστοιχες σχέσεις εκ των εξισώσεων 4.22. Για χάλυβες, οι τιμές των p και D έχουν εκτιμηθεί σε $p = 5$ και $D = 40/sec$ μέσω προσεγγίσεων προσαρμογής καμπύλης των πειραματικών αποτελεσμάτων των Cowper and Symonds (1957).

Περισσότερες πληροφορίες περί κανόνων κράτυνσης και μοντέλων κυκλικής πλαστικότητας του χάλυβα μπορούν να αντληθούν από τις παρακάτω βιβλιογραφικές πηγές: Lemaitre and Chaboche 1990, Hill 1950 και Naghdi 1960, Odqvist 1933, Prager 1949, 1955, Kadashevich και Novozhilov 1958, Eisenberg και Philips 1968, Chaboche 1986, Valanis 1971 και Backhaus 1976, Mroz, 1967, 1969, 1972, Dafalias and Popov 1975, Krieg 1975, Armstrong and Frederic 1966, Učak and Tsopelas 2011, 2012, SANISTEEL (Mahan et al 2011) . Πλην όμως περισσότερη αναφορά στο περιεχόμενό τους εκφεύγει των σκοπών του παρόντος Πονήματος.

4.2. Συνδέσεις RBS υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση:

Προσομοίωση και Ανάλυση Πεπερασμένων

Στοιχείων(ABAQUS)

4.2.1. Εισαγωγικά στοιχεία

Διερευνάται στη συνέχεια κατά πόσον οι βέλτιστοι συνδυασμοί συνδέσεων με δοκούς IPE (συνδέσεις 1 – 4), που προέκυψαν υπό μονοτονική φόρτιση, σύμφωνα με τη μεθοδολογία του Κεφαλαίου 3, επιδεικνύουν την αναμενόμενη πλήρως αποδεκτή απόκριση (με βάση τις απαιτήσεις που αναφέρθηκαν προηγούμενα) υπό συνθήκες ανακυκλιζόμενης φόρτισης. Η διαδικασία που θα ακολουθηθεί για τις συνδέσεις αυτές μπορεί κάλλιστα να εφαρμοστεί και για αυτές με δοκούς HEA (5 – 8), που παραλείπεται στα πλαίσια της παρούσας.

Προς τούτο, γίνεται χρήση υπολογιστικού μοντέλου με βάση συνεχή ομογενή στερεά πεπερασμένα στοιχεία (continuum solids elements), η δε προσομοίωση και ανάλυση πραγματοποιείται μέσω του λογισμικού ABAQUS, με την όλη διάταξη να παρατίθεται γραφικά στο Σχήμα 4.14.

Σχήμα 4.14. Κοχλιωτή σύνδεση υποστυλώματος με δοκό RBS

Ταυτόχρονα, με τη διαδικασία βελτιστοποίησης διερευνάται η λειτουργία της απομείωσης στην προστασία της κοχλιωτής σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος υπό κυκλική φόρτιση. Για την αποφυγή οποιασδήποτε μορφής αστοχίας στην περιοχή της σύνδεσης πρέπει η πλαστική άρθρωση να σχηματιστεί στην εξασθενημένη περιοχή της δοκού, μια περιοχή που μπορεί να αναλάβει μεγάλες ανελαστικές παραμορφώσεις, ενώ ταυτόχρονα η απομείωση θα περιορίσει την ανάπτυξη τάσεων στην λιγότερο όλκιμη περιοχή κοντά στην παρειά του υποστυλώματος.

Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε στην προσομοίωση είναι δομικός χάλυβας ποιότητας S235 ($f_y=235\text{MPa}$ & $f_u=360\text{MPa}$) με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{ GPa}$ και λόγο του Poisson $\nu=0.30$. Ειδικά για τους κοχλίες χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικές τιμές τάσεων διαρροής (f_y) και τάσεων θραύσης (f_u) ανάλογα με την ποιότητά τους, δηλαδή για κοχλίες 8.8 ($f_y=640\text{MPa}$ & $f_u=800\text{MPa}$) και 10.9 ($f_y=900\text{MPa}$ & $f_u=1000\text{MPa}$) αντίστοιχα. Επιπρόσθετα, σε ότι αφορά την απόκριση του υλικού σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση, έγινε χρήση τριγωνικού μοντέλου κινηματικής κράτυνσης (Σχήμα 4.15), που λαμβάνει υπόψη του την επιρροή Bauschinger, σύμφωνα με τα ανωτέρω εκτεθέντα, και συνιστάται τόσο από τον Ευρωκώδικα 3 όσο και από τη βιβλιογραφία (Simoes da Silva et al. 2009).

Σχήμα 4.15. Τριγραμμικό μοντέλο κινηματικής κράτυνσης υλικού που χρησιμοποιήθηκε

4.2.2. Λεπτομερής περιγραφή προσομοίωσης

Η προσομοίωση στο ABAQUS περιλαμβάνει τη θεώρηση τριών επί μέρους τμημάτων (parts). Κάθε part αποτελεί ένα φυσικό τμήμα κατασκευής και διαθέτει παρουσίαση βασισμένη στα χαρακτηριστικά του. Κάθε χαρακτηριστικό περικλείει την πρόθεση σχεδιασμού και περιέχει πληροφορίες γεωμετρίας, όπως επίσης και ένα σύνολο κανόνων που διαχειρίζεται τη συμπεριφορά αυτής. Για παράδειγμα, μία κυκλική οπή διαμετρής είναι ένα χαρακτηριστικό, και το λογισμικό έχει τη δυνατότητα να αποθηκεύει τη διάμετρο της οπής μαζί με την πληροφορία ότι πρέπει να διαπερνά το part. Αν σε περίπτωση χρειασθεί να αυξηθεί η διάσταση του part, τότε το πρόγραμμα αναγνωρίζει ότι το βάθος της οπής πρέπει να αυξηθεί, ώστε να εξακολουθεί να διαπερνά το part. Επίσης, το ABAQUS αποθηκεύει κάθε part στη φόρμα μιας οριοθετημένης λίστας χαρακτηριστικών. Οι παράμετροι που προσδιορίζουν κάθε χαρακτηριστικό (το βάθος της διατομής, η διάμετρος της οπής, ο τρόπος περιστροφής κ.α.) συνδυάζονται προκειμένου να προσδιορίσουν τη γεωμετρία του part.

Εδώ, η προσομοίωση κοχλιωτής σύνδεσης μετωπικής πλάκας δοκού RBS με υποστύλωμα, περιλαμβάνει τα εξής parts: τη δοκό, το υποστύλωμα και τον κοχλία, ο οποίος στη σύνθεση του μοντέλου θα επαναληφθεί προκειμένου να προκύψει γραμμική διάταξη οπών σε αντίστοιχες σειρές και στήλες. Αυτά τα τμήματα απεικονίζονται γραφικά στα Σχήματα 4.16, 4.17 και 4.18 αντίστοιχα.

Σχήμα 4.16. Partδοκού

Σχήμα 4.17. Partυποστυλώματος

Σχήμα 4.18. Partκοχλία

Κατά τη μόρφωση των τριών παραπάνω parts, αυτά υφίστανται στο δικό τους σύστημα συντεταγμένων, ανεξάρτητο για το καθένα χωριστά. Χρησιμοποιείται το Assembly (Συνδεσμολογία) για να δημιουργηθούν instances (ομοιώματα) των parts και για να τοποθετηθούν τα instances εξαρτημένα μεταξύ τους σε ένα γενικό σύστημα συντεταγμένων, δημιουργώντας ένα μοντέλο, που φαίνεται

στο Σχήμα 4.19. Για τις εξωτερικές στηρίξεις του μοντέλου απαιτείται η διαμόρφωση πακτώσεων στα άκρα του υποστυλώματος, προσομοιώνοντας τις δεσμεύσεις των αντίστοιχων ακμών του υποστυλώματος σε μετακινήσεις και στροφές. Επίσης, στο ελεύθερο άκρο της δοκού περιορίστηκαν οι πλευρικές μετακινήσεις με κατάλληλα restraints, με σκοπό την αποφυγή φαινομένων πλευρικού λυγισμού αυτής κατά την ανακυκλιζόμενη φόρτιση.

Σχήμα 4.19. Προσομοίωμα στο Abaqus

Κατά τη προσομοίωση στο ABAQUS χρησιμοποιήθηκαν συνεχή παραμορφώσιμα στερεά στοιχεία (continuumdeformablesolidelements). Συγκεκριμένα, θεωρήθηκαν Τροποποιημένα τετραεδρικά στοιχεία (C3D10M), τα οποία είναι εύρωστα για προβλήματα μεγάλων παραμορφώσεων και προβλήματα επαφής. Σε αυτά τα στοιχεία χρησιμοποιείται η μέθοδος τετραγωνισμού του Gauss για την ολοκλήρωση στους κόμβους. Τα σημεία του εν λόγω τετραγωνισμού του στοιχείου φαίνονται στο Σχήμα 4.20.

Σχήμα 4.20. Τροποποιημένοτετραεδρικό στοιχείο δέκα κόμβων (C3D10M)

Για τη διακριτοποίηση του μοντέλου επιλέχθηκε πυκνότερος κάνναβος (mesh) στις περιοχές ενδιαφέροντος, που είναι η περιοχή της απομείωσης και εκείνη της σύνδεσης της δοκού με το υποστυλώμα. Είναι σημαντικό να χρησιμοποιούνται αρκετά πυκνά πλέγματα για να εξασφαλίζεται ότι τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι ικανοποιητικά. Τα χονδροειδή πλέγματα μπορούν να παράξουν ανακριβή αποτελέσματα στις αναλύσεις χρησιμοποιώντας εν δυνάμει ασαφείς (implicit) ή σαφείς (explicit) μεθόδους. Ωστόσο, με την αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος, αυξάνονται σημαντικά και οι πόροι του συστήματος που απαιτούνται για να τρέξουν την προσομοίωση. Μετά από δοκιμές επιτεύχθηκε σύγκλιση πλέγματος (meshconvergence) για εκείνη την διακριτοποίηση για την οποία περαιτέρω πύκνωση του κανάβου παρήγαγε μια αμελητέα αλλαγή στην τελική τιμή της λύσης.

Η απόλυτη φυσική εγγύτητα δύο επιφανειών σε ένα μοντέλο δεν είναι επαρκής για να δείξει οποιοδήποτε είδος αλληλεπίδρασης μεταξύ των επιφανειών. Έτσι, προκειμένου να καθοριστούν οι μηχανικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των θεωρούμενων διεπιφανειών του μοντέλου (assembly), χρησιμοποιήθηκε η αντίστοιχη δυνατότητα περιγραφής αλληλεπιδράσεων του προγράμματος (Interaction). Οι αλληλεπιδράσεις επαφής επιφάνεια με επιφάνεια (surface-to-surfacecontactinteractions) περιγράφουν το είδος της επαφής μεταξύ δύο παραμορφώσιμων επιφανειών. Ο προσδιορισμός της προσομοίωσης της επαφής δύο επιφανειών περιλαμβάνει την θεώρηση των επιφανειών που είναι σε επαφή και τις μηχανικές ιδιότητες του μοντέλου που κατευθύνουν την συμπεριφορά των επιφανειών, όταν είναι σε επαφή. Στην προκειμένη περίπτωση υπάρχουν τρία είδη αλληλεπιδράσεων επαφής επιφανειών στο μοντέλο: η επαφή της μετωπικής πλάκας με το πέλμα του υποστυλώματος (Σχήμα 4.21), η επαφή του κάθε κοχλία με την εσωτερική επιφάνεια της οπής της μετωπικής πλάκας (Σχήμα 4.22) και η επαφή του κάθε κοχλία με την εσωτερική επιφάνεια της οπής του πέλματος του υποστυλώματος (Σχήμα 4.23).

Σχήμα 4.21. Αλληλεπίδραση επιφάνειας με επιφάνεια (surface-to-surface contact interaction) μεταξύ της μετωπικής πλάκας και του πέλματος του υποστυλώματος

Σχήμα 4.22. Αλληλεπίδραση επιφάνειας με επιφάνεια (surface-to-surface contact interaction) μεταξύ κοχλίας με την εσωτερική επιφάνεια της οπής της μετωπικής πλάκας

Σχήμα 4.23. Αλληλεπίδραση επιφάνειας με επιφάνεια (surface-to-surface contact interaction) μεταξύ κοχλίας με την εσωτερική επιφάνεια της οπής του πέλματος του υποστυλώματος

Κατά τη θεώρηση των μηχανικών ιδιοτήτων των επιφανειών που έρχονται σε επαφή, θεωρήθηκε ότι στις εφαπτόμενες επιφάνειες δεν αναπτύσσεται τριβή (frictionless). Επίσης, στο αντίστοιχο θεωρούμενο ζεύγος επιφανειών σε επαφή αποδίδεται πεπερασμένη δυνατότητα ολίσθησης και βαθμός επιπεδότητας της κύριας επιφάνειας (mastersurface) που διαχειρίζεται την επαφή ίσος με 0.2. Επίσης, δίνεται μια μικρή γεωμετρική ανοχή στη ζώνη φυσικής προσαρμογής (adjustment) των δύο επιφανειών, προκειμένου να αποφευχθούν φαινόμενα αλληλεπικάλυψης (overclosure).

4.2.3. Πρωτόκολλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης

Διάφορα πρωτόκολλα φόρτισης έχουν προταθεί με τον πέρασμα των χρόνων για τις δοκιμές σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση των κατασκευαστικών στοιχείων και ολόκληρων των κατασκευών. Εξαιτίας της φύσης των διαφορετικών υλικών και των κατασκευαστικών συστημάτων, οι ερευνητικές προσπάθειες κατέληξαν σε πρωτόκολλα φόρτισης διαφορετικά για τις κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα, τις μεταλλικές κατασκευές, τις ξύλινες κατασκευές και τις κατασκευές από τοιχοποιία. Συγκεκριμένα, δύο πρωτόκολλα φόρτισης αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν ευρέως για τις δοκιμές σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση των μεταλλικών κατασκευών και κατασκευαστικών στοιχείων : το πρωτόκολλο ATC-24(1992 – Σχήμα 4.24) και το πρωτόκολλο SAC(1997β – Σχήμα 4.25).

Σχήμα 4.24. Πρωτόκολλο φόρτισης ATC-24 (1992)

Σχήμα 4.25. Πρωτόκολλο φόρτισης SAC (1997)

Σύμφωνα με τους Filiatrault et al. (2008) θεσπίστηκε η ανάγκη να προκύψει ενιαίο αριθμητικό πρωτόκολλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης που να ικανοποιεί τα παρακάτω κριτήρια:

- Να εφαρμόζεται σε όλους τους τύπους κτιριακών κατασκευών και να είναι ανεξάρτητο από τους τύπους των υλικών που χρησιμοποιούνται, δηλαδή πρέπει να αντιστοιχεί σε ένα μέσο όρο των πειραματικών πρωτοκόλλων φόρτισης.
- Να βασίζεται σε μια μετατόπιση αναφοράς, που θα προκύπτει από μια προκαταρκτική υπερωθητική ανάλυση (pushover analysis) του μοντέλου.
- Ο συνολικός αριθμός κύκλων φόρτισης του προτεινόμενου αριθμητικού μοντέλου φόρτισης να είναι κοντά στο μέσο όρο του

συνολικού αριθμού κύκλων των θεωρούμενων πειραματικών πρωτοκόλλων φόρτισης.

- Το προτεινόμενο αριθμητικό πρωτόκολλο φόρτισης να μην περιλαμβάνει προκαταρτικούς κύκλους, καθώς αυτοί θα κινητοποιούσαν μόνο την ελαστική απόκριση του κτιριακού μοντέλου, χωρίς να παρέχουν καμία χρήσιμη πληροφορία στην υστερητική του απόκριση.

- Ο αντικειμενικός στόχος του πρωτοκόλλου και κατ'επέκταση των αναλύσεων σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση να είναι η ανίχνευση της μη γραμμικής απόκρισης κτιριακών μοντέλων με αυξανόμενο πλάτος μετατόπισης.

- Το προτεινόμενο αριθμητικό μοντέλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης να περιλαμβάνει επαναλαμβανόμενους κύκλους. Ο αριθμός αυτών εξαρτάται από τον τύπο των χρησιμοποιούμενων υστερητικών μοντέλων. Αν τα υστερητικά μοντέλα υφίστανται μείωση αντοχής ή δυσκαμψίας με επαναλαμβανόμενους κύκλους στο ίδιο επίπεδο παραμόρφωσης, ο αριθμός των επαναλαμβανόμενων κύκλων πρέπει να είναι δύο αν οι υστερητικοί βρόγχοι σταθεροποιούνται μετά τον δεύτερο κύκλο ή τρεις αν οι αντίστοιχοι βρόγχοι σταθεροποιούνται μετά τον τρίτο κύκλο κ.ο.κ.

Το προτεινόμενο και εν τέλει χρησιμοποιούμενο αριθμητικό πρωτόκολλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης περιλαμβάνει αρχικά μια προκαταρτική μη γραμμική στατική ανάλυση (pushoveranalysis), η οποία σκοπό έχει τον ακριβή προσδιορισμό της θέσης επιβολής της μετατόπισης (και ουσιαστικά του μήκους της δοκού στο προσομοίωμα), έτσι ώστε η αναπτυσσόμενη σεισμική τέμνουσα να ισούται με την V_{RBS} (ως Σχήμα 3.7 και σχέση 3.10). Πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.26, επιλέγεται η κατάλληλη απόσταση z και εξ' αυτής εκτιμάται η μετατόπιση αστοχίας.

Σχήμα 4.26. Επιλογή σημείου επιβολής μετατόπισης με βάση στατική υπερωθητική ανάλυση

Μετά τον προσδιορισμό της αναμενόμενης μετατόπισης αστοχίας Δ_f , προσδιορίζεται η γενική ακολουθία φόρτισης του προτεινόμενου αριθμητικού πρωτοκόλλου φόρτισης σαν ποσοστό της Δ_f , όπως φαίνεται στο σχήμα 4.27 και στον Πίνακα 4.2.

Σχήμα 4.27. Προτεινόμενο αριθμητικό πρωτόκολλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης

Πίνακας 4.2. Ακολουθία φόρτισης του προτεινόμενου αριθμητικού πρωτόκολλου ανακυκλιζόμενης φόρτισης

Ομάδα Κύκλων	Αριθμός Κύκλων	Εύρος Μετατόπισης Κορυφής
1	3	$0.10\Delta_f$
2	3	$0.20\Delta_f$
3	3	$0.30\Delta_f$
4	3	$0.40\Delta_f$
5	3	$0.60\Delta_f$
6	3	$0.80\Delta_f$
7	3	$1.0\Delta_f$

Η μετατόπιση επιβάλλεται βηματικά στο μέσο του πλάτους του άνω πέλματος της δοκού και σε απόσταση από το μέσο της RBS, που υπολογίστηκε με βάση το σκεπτικό και τη διαδικασία που προηγήθηκε και η ανακυκλιζόμενη φόρτιση προσομοιώνεται μέσω της διαδοχής των βημάτων. Οι εντάσεις και παραμορφώσεις στις περιοχές ενδιαφέροντος υπολογίζονται αυτόματα από το λογισμικό.

4.2.4. Βαθμονόμηση της προτεινόμενης προσομοίωσης

Κατ' αρχή, και πριν την οποιαδήποτε ανάλυση των βελτιστοποιημένων (υπό μονοτονική φόρτιση) συνδέσεων του προηγούμενου Κεφαλαίου, με βάση την προτεινόμενη προσομοίωση υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, πραγματοποιείται βαθμονόμηση αυτού με βάση υφιστάμενα πειραματικά αποτελέσματα. Αυτά αντλούνται από πρόσφατη εργασία (Sofias et al. 2011), η οποία αφορά την μελέτη συμπεριφοράς κοχλιωτής σύνδεσης δοκού – υποστυλώματος με απομειωμένα πέλματα δοκού (RBS) υπό κυκλική φόρτιση. Η πειραματική διάταξη της δοκιμής που πραγματοποιήθηκε απεικονίζεται στο Σχήμα 4.28, ενώ το πρωτόκολλο φόρτισης που εφαρμόστηκε δίδεται στο Σχήμα 4.29, όπου δγν αναμενόμενη μετατόπιση διαρροής, κατά ακολουθία με τα περιεχόμενα της §4.2.3. Το δοκίμιο φορτίστηκε σε απόσταση 1.00 μαπό το μέτωπο του υποστυλώματος, ενώ οι μηχανικές ιδιότητες των δοκιμίων, υπό μορφή διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων (που προέκυψαν από δοκιμές εφελκυσμού) φαίνεται στο Σχήμα 4.30.

Σχήμα 4.28. Πειραματική διάταξη (Sofias et. al 2011)

Σχήμα 4.29. Πρωτόκολλο ανακυκλιζόμενης φόρτισης (Sofias et al. 2011)

Σχήμα 4.30. Μηχανικές ιδιότητες υλικού δοκιμίων (Sofias et al., 2011)

Οι τιμές των γεωμετρικών παραμέτρων της απομείωσης της δοκού του δοκιμίου ήταν:

Δοκίμιο	b_f	d_b	a	b	g	s	r
	(mm)	(mm)	% b_f	(mm)	% d_b	(mm)	(mm)
S02A	160	152	60	96	75	114	25
	40	153	60.61				

Όπου οι διαστάσεις φαίνονται στο σχήμα 4.32.

ενώ τα μηχανικά χαρακτηριστικά του χάλυβα βρέθηκαν ίσα με:

Μέτρο ελαστικότητας $E = 220000 \text{ N/mm}^2$

Τάση διαρροής $f_y = 430 \text{ MPa}$

Τάση θραύσης $f_u = 530 \text{ MPa}$

που προφανώς δεν αντιστοιχούν σε καμιά ποιότητα Ευρωπαϊκού χάλυβα. Ο εν λόγω χάλυβας, όπως άλλωστε αναφέρεται και στο κείμενο της εργασίας, «..δεν είχε την απαιτούμενη ολκιμότητα ώστε να καθιστά το υλικό απόλυτα συμβατό με τις ονομαστικές τιμές, οι οποίες εξασφαλίζουν την κανονιστική συμπεριφορά του εξεταζόμενου δομικού συστήματος».

Φωτογραφία της πειραματικής διάταξης

Όπως διαπιστώνεται και από τη φωτογραφία της πειραματικής διάταξης, οι στηρίξεις του στύλου άνω και κάτω θεωρήθηκαν πακτώσεις, αλλά είναι βέβαιο ότι οι στηρίξεις αυτές διέθεταν σίγουρα μη αμελητέα ικανότητα στροφής.

Η γεωμετρία, το υλικό, οι συνοριακές συνθήκες και το πρωτόκολλο φόρτισης ως ανωτέρω εισήχθησαν στο προσομοίωμα, το

οποίο προτείνεται στο παρόν Κεφάλαιο, και αναπαρίσταται στο Σχήμα 4.31.

Σχήμα 4.31. Προσομοίωση της πειραματικής διάταξης των Sofias et al. (2011)

Τα διαγράμματα ροπής – βύθισης που προέκυψαν από την αναλυτική διαδικασία συγκρίνονται με τα αντίστοιχα πειραματικά σε απόσταση 3cm από το μέτωπο του υποστυλώματος, καθώς και στο μέσο της απομείωσης της δοκού και παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.32 και 4.33 αντίστοιχα.

Σχήμα 4.32. Σύγκριση πειραματικού και αναλυτικού διαγράμματος M-δ σε απόσταση 3cm από το μέτωπο του υποστυλώματος

Σχήμα 4.33. Σύγκριση πειραματικού και αναλυτικού διαγράμματος M-δ στο μέσο της απομείωσης της δοκού

Από τα ανωτέρω Σχήματα τεκμαίρεται ότι το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της παρούσας έχει τη δυνατότητα να προβλέψει με πολύ ικανοποιητική ακρίβεια την ελαστική δυσκαμψία, το φορτίο λυγισμού, την απώλεια δυσκαμψίας και τη μείωση της αντοχής των πειραματικών αποτελεσμάτων. Ωστόσο, μικρές αποκλίσεις που παρατηρούνται κυρίως στην ελαστική δυσκαμψία, οφείλονται στη θεώρηση των άκαμπτων στηρίξεων στα άκρα (πακτώσεων), οι οποίες ενδεχομένως δεν ανταποκρίνονται απόλυτα στις πραγματικές συνθήκες του πειράματος, όπως έχει ήδη τονιστεί. Το φορτίο αστοχίας, οι μέγιστες παραμορφώσεις και η απώλεια αντοχής του αναλυτικού μοντέλου προσεγγίζουν σε μεγάλο βαθμό τα πειραματικά αποτελέσματα. Συνεπώς, οι θεωρήσεις και η μέθοδος προσομοίωσης των συνδέσεων επαληθεύονται από τα αποτελέσματα της παραπάνω πειραματικής διάταξης και η βαθμονόμηση του όλου προσομοιώματος θεωρείται επιτυχής.

4.2.5. Αριθμητικά αποτελέσματα της προτεινόμενης προσομοίωσης

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις με βάση τη προτεινόμενη προσομοίωση των παραγράφων 4.2.2 και 4.2.3 στις τέσσερις βελτιστοποιημένες συνδέσεις – αποτελέσματα του προηγούμενου Κεφαλαίου, και εξήχθησαν οι σχετικές καμπύλες ροπής στρώσης σε τρεις χαρακτηριστικές θέσεις της σύνδεσης, ήτοι στο μέσο απομείωσης δοκού (RBS), στην διεπιφάνεια δοκού – μετωπικής πλάκας – και στο μέσο της διατμητικής ζώνης κορμού υποστρώματος (panel zone), σύμφωνα με το Σχήμα 4.34.

Σχήμα 4.34. Χαρακτηριστικές θέσεις καταγραφής αποτελεσμάτων ανάλυσης

Για κάθε σύνδεση πραγματοποιήθηκε μη γραμμική στατική ανάλυση, ως ανωτέρω, και κατόπιν κάθε μοντέλο υποβλήθηκε σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση επτά κύκλων φόρτισης – αποφόρτισης. Στους Πίνακες 4.3 – 4.6, που ακολουθούν, παρουσιάζονται για κάθε σύνδεση

- τα κύρια γεωμετρικά στοιχεία του προσομοιώματος,
- διάφορες καμπύλες τέμνουσας δύναμης - μετατόπισης της προκαταρκτικής στατικής μη γραμμικής ανάλυσης, για διάφορες θέσεις επιβολής της μετατόπισης. Η τελική θέση επιβολής της ανακυκλιζόμενης μετατόπισης επιλέχτηκε από την καμπύλη που συγκλίνει στη VRBS
- τα διαγράμματα ροπής-στροφής για τις τρεις χαρακτηριστικές διατομές που περιγράφηκαν παραπάνω,
- η κατανομή των τάσεων στον κόμβο της σύνδεσης κατά τη δημιουργία της πρώτης πλαστικής άρθρωσης και

Επιπρόσθετα, στον μεν Πίνακα 4.7 φαίνονται τα αποτελέσματα αυτά συγκεντρωτικά για τις συνδέσεις 1 – 4 και ανά διατομή σύνδεσης (μέσο RBS, παρειά υποστυλώματος & μέσο panel zone).

Ο λεπτομερής σχολιασμός των αποτελεσμάτων αυτών παρατίθεται μετά την γραφική αναπαράσταση τους ως άνω.

Πίνακας 4.3: ΣΥΝΔΕΣΗ 1 _CON1

Προκαταρκτική Υπερωθητική Ανάλυση

Πίνακας 4.4: ΣΥΝΔΕΣΗ 2_CON2

Υποστυλώμα: HEB450

Δοκός: IPE270

a=80mm b=200mm c=33mm

Μετ. πλάκα: $t_p=30\text{mm}$
x=95mm y=90mm
e=e₁=40mm

Κοχλίες: M24 10.9

Προκαταρκτική Υπερωθητική Ανάλυση

Δημιουργία 1^{ης} πλαστικής άρθρωσης

Πίνακας 4.5: ΣΥΝΔΕΣΗ 3_CON3

Υποστυλώμα: HEA550

Δοκός: IPE220

a=65mm b=165mm c=27mm

Μετ. πλάκα: $t_p=20\text{mm}$
x=100mm y=70mm
e=e₁=35mm

Κοχλίες: M20 8.8

Προκαταρκτική Υπερωθητική Ανάλυση

Δημιουργία 1^{ης} πλαστικής άρθρωσης

Πίνακας 4.6: ΣΥΝΔΕΣΗ 4 _CON4

CON4

$V_{RBS} = 143.00 \text{ kN}$

500mm

542mm

700mm

$V(\text{kN})$

$\Delta(\text{mm})$

Δημιουργία 1^{ης} πλαστικής άρθρωσης

Πίνακας 4.7: ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΥΝΔΕΣΕΩΝ

Τα ανωτέρω αποτελέσματα αξιολογούνται σύμφωνα με τα παρακάτω **κριτήρια επιτυχούς βελτιστοποίησης**, τα οποία αποτελούν κατά τεκμήριο και τα βασικά πλεονεκτήματα χρήσης σύνδεσης RBS:

- (α) εμφάνιση της πρώτης πλαστικής άρθρωσης στην απομειωμένη περιοχή της δοκού,
- (β) ανάπτυξη πλαστικών στροφών στην RBS τουλάχιστον 0.03 rad, με αντίστοιχο περιορισμό αυτών στην θέση σύνδεσης της δοκού με τη μετωπική πλάκα,
- (γ) απορρόφηση μεγάλου ποσοστού ενέργειας στην απομειωμένη περιοχή της δοκού, με περιορισμό φαινομένων τοπικού λυγισμού (που μειώνουν την όλκιμη απόκριση),
- (δ) περιορισμό της διάδοσης της διαρροής στους κοχλίες με ταυτόχρονη ελάχιστη δράση δυνάμεων μοχλού (§3.11, §6.2.2, §6.2.4 και Πίνακας 6.2 του Μέρους 1.8 του Ευρωκώδικα 3),
- (ε) σταθερή υστερητική συμπεριφορά του φατνώματος του κορμού του στύλου, με μικρή απορρόφηση ενέργειας και
- (στ) ελαστική απόκριση του πέλματος του στύλου, που συμμετέχει στη σύνδεση.

Από τα περιεχόμενα των Πινάκων 4.3 – 4.7 προκύπτει ότι όλα τα ανωτέρω κριτήρια ικανοποιούνται για τις αναλυθείσες συνδέσεις. Ειδικότερα, είναι εμφανές ότι οι βρόγχοι υστέρησης στην περιοχή του RBS των συνδέσεων υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση περικλείουν επιφάνειες μεγαλύτερου εμβαδού σε σχέση με τις αντίστοιχες επιφάνειες των άλλων δύο κρίσιμων θέσεων που εξετάστηκαν. Ιδιαίτερα στις περιοχές της διατμητικής ζώνης του κορμού του υποστυλώματος (panel zone), οι βρόγχοι παρουσιάζονται ιδιαίτερα στενοί, διασφαλίζοντας την μη απορρόφηση ενέργειας στη δεδομένη ζώνη. Συνεπώς, η διαδικασία της βελτιστοποίησης επιβεβαιώνεται, καθώς ο μηχανισμός απορρόφησης ενέργειας εντοπίζεται στην περιοχή της απομείωσης και όχι στο panel zone ή σε άλλο μέρος της σύνδεσης, αποφεύγοντας την εμφάνιση αστοχίας στον κόμβο.

Η διερεύνηση της λειτουργίας ή όχι της απομείωσης στην προστασία της κοχλιωτής σύνδεσης δοκού – υποστυλώματος υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση σηματοδοτείται επίσης και από την εμφάνιση της πλαστικής άρθρωσης στην εξασθενημένη περιοχή της δοκού, μια περιοχή που μπορεί να αναλάβει μεγάλες ανελαστικές παραμορφώσεις, ενώ ταυτόχρονα η απομείωση περιορίζει την ανάπτυξη

κρίσιμων τάσεων στη λιγότερο όλκιμη περιοχή κοντά στο μέτωπο του υποστύλωματος εξασφαλίζοντας τη συνθήκη του Ικανοτικού Σχεδιασμού για “Ισχυρούς Στύλους – Ασθενή Ζυγώματα / Δοκούς”. Επιπρόσθετα δε η αστοχία στην RBS είναι καμπτική και όχι διατμητική, γεγονός που εξασφαλίστηκε τόσο από την βελτιστοποίηση του Κεφαλαίου 3, όσο και από την κατάλληλη επιλογή της θέσης εφαρμογής της ανακυκλιζόμενης μετατόπισης, κατά μήκος της δοκού. Άλλωστε και στις τέσσερις μελετηθείσες συνδέσεις εξαντλείται η μέγιστη καμπτική αντοχή της RBS, όπως φαίνεται από τους σχετικούς βρόγχους υστέρησης.

Φαινόμενα πλευρικού λυγισμού της δοκού δεν παρατηρήθηκαν καθόσον οι αντίστοιχοι βαθμοί ελευθερίας μετατόπισης της δοκού είχαν δεσμευτεί, ενώ ανεπιθύμητες καταστάσεις σχετιζόμενες με τοπικό λυγισμό επίσης δεν παρατηρήθηκαν στο συγκεκριμένο μοντέλο, φαινόμενο το οποίο σε δυναμικές φορτίσεις σχετίζεται ως γνωστόν με κόπωση χαμηλών κύκλων.

Σε δεύτερο επίπεδο αξιολόγησης, από τα συγκριτικά διαγράμματα του Πίνακα 4.7, συμπεραίνουμε ότι η σύνδεση 2 παρουσιάζει την μεγαλύτερη επιφάνεια βρόγχων υστέρησης στην περιοχή της RBS, ενώ ταυτόχρονα σε αυτή τη θέση παρουσιάζει σταθερή συμπεριφορά απόκρισης στην ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Παρατηρείται επίσης ότι εκτός από την ανάπτυξη των μέγιστων γωνιακών παραμορφώσεων στην περιοχή της RBS, σε σχέση με τις υπόλοιπες συνδέσεις, και του μεγάλου εύρους παραμορφώσεων στην εν λόγω θέση, στη διεπιφάνεια δοκού-μετωπικής πλάκας οι αντίστοιχες παραμορφώσεις είναι περιορισμένες. Οι παραπάνω παρατηρήσεις επισφραγίζουν και ποσοτικοποιούν τη χρήση της μεθόδου της αριθμητικής βελτιστοποίησης που υλοποιήθηκε στην πρώτη φάση, καθώς η καλύτερη συμπεριφορά της σύνδεσης 2 στηρίζεται στο γεγονός ότι η εν λόγω σύνδεση παρουσιάζει την ελάχιστη (βέλτιστη) τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (Πίνακας 3.3). Συνεπώς, όσο πιο βέλτιστος είναι ο συνδυασμός των παραμέτρων της σύνδεσης υπό μονοτονική φόρτιση σύμφωνα με τα εδώ προτεινόμενα, τόσο περισσότερο προσεγγίζεται η όλκιμη συμπεριφορά του κόμβου, ενεργοποιώντας το μηχανισμό απορρόφησης ενέργειας στις λιγότερο κρίσιμες περιοχές με τελικό στόχο την αποφυγή αστοχίας της σύνδεσης.

Επιπλέον, στον Πίνακα 4.7 και συγκεκριμένα στην περιοχή του κόμβου δοκού υποστύλωματος και στο φάτνωμα του κορμού του στύλου η συμπεριφορά των συνδέσεων διαχωρίζεται σε δύο ομάδες. Κυρίαρχο χαρακτηριστικό των con2 & con4 είναι τα μεγαλύτερα επίπεδα δυσκαμψίας (βρόγχοι κατακόρυφοι),

έναντι των con1 & con3. Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 3.1, η συγκεκριμένη συμπεριφορά επαληθεύεται από το γεγονός ότι η ομάδα συνδέσεων 2,4 περιλαμβάνει μεγαλύτερο πάχος μετωπικής πλάκας ($t=30\text{mm}>20\text{mm}$) δοκού και μεγαλύτερη διάμετρο κοχλιών ($M24>M20$), όπως και καλύτερη ποιότητα κοχλιών ($10.9 > 8.8$) σε σχέση με τις αντίστοιχες συνδέσεις της πρώτης ομάδας. Επομένως, η προσομοίωση των συνδέσεων με πεπερασμένα στοιχεία επικυρώνει και συμπεριφορές σύνδεσης που δεν συνδέονται αποκλειστικά με τις παραμέτρους της βελτιστοποίησης, αλλά συμπληρώνουν από την πλευρά τους τον όλκιμο χαρακτήρα αυτών των κόμβων σύνδεσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Εφαρμογή βελτιστοποίησης για πραγματικό πλαίσιο ροπής

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 3 της παρούσας, η προτεινόμενη εδώ μέθοδος βελτιστοποίησης μπορεί να εφαρμοστεί με ορισμένες τροποποιήσεις και σε περίπτωση υφιστάμενων πλαισίων ροπής. Κρίνεται συνεπώς σκόπιμη η παράθεση μιας τέτοιας περίπτωσης και μέσω αυτής η επίδειξη της εφαρμοσιμότητας της μεθόδου.

Προς τούτο θεωρείται πλαίσιο ροπής ανοίγματος $L = 6.00$ m και ύψους $H = 4.00$ m, το ζύγωμα του οποίου φέρει ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο, που οφείλεται σε μόνιμες δράσεις ίσες με $g = 1.00$ kN/m και σε κινητές δράσεις ίσες με $q = 1.45$ kN/m, ενώ οι κορυφές εκάστου στύλου φέρουν συγκεντρωμένα φορτία $P_g=45$ kN (μόνιμα) και $P_q=65$ kN (κινητά). Το πλαίσιο, οι φορτίσεις και οι διατομές των μελών του απεικονίζονται στο Σχήμα 5.1. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών των μελών δίδονται στο Σχήμα 5.2.

Σχήμα 5.1. Πλαίσιο ροπής υπό στατική φόρτιση

Σχήμα 5.2. Γεωμετρία των διατομών δοκού και στύλων του πλαισίου

Τα διαγράμματα εντατικών μεγεθών του πλαισίου υπό στατική φόρτιση για τα φορτία λειτουργίας αθροιστικά αλλά και για τον συνδυασμό της οριακής κατάστασης αστοχίας $1.35G + 1.50Q$ δίδονται στα Σχήματα 5.3 και 5.4 αντίστοιχα.

Σχήμα 5.3 (συνεχίζεται)

Σχήμα 5.3. Διαγράμματα εντατικών μεγεθών του πλαισίου για τα φορτία λειτουργίας

Σχήμα 5.4 (συνεχίζεται)

Σχήμα 5.4. Διαγράμματα εντατικών μεγεθών του πλαισίου για τον συνδυασμό 1.35G+1.50Q

Κατ' αρχήν ελέγχεται η δυνατότητα εφαρμογής της μεθόδου των βασικών συστατικών του Μέρους 1-8 του Ευρωκώδικα 3 για την μόρφωση και υπολογισμό της ροπής αντοχής σχεδιασμού ($M_{j,Rd}$) του κόμβου δοκού-στύλου ως κοχλιωτού με αμφιπροεξέχουσα μετωπική πλάκα, όπως προτείνεται εδώ. Υπολογίζονται συνεπώς η αξονική αντοχή των διατομών στύλου και δοκού και το 5% αυτών συγκρίνεται με τις αντίστοιχες δράσεις σχεδιασμού. Για μεν το στύλο, διατομής HEA400 με επιφάνεια $A = 158.98 \text{ cm}^2$, ισχύει ότι :

$$N_{pl,Rd}^{HEA 400} = \frac{158.98 * 23.5}{1.00} \Rightarrow N_{pl,Rd}^{HEA 400} = 3736.03 \text{ kN}$$

για δε τη δοκό, διατομής IPE 270 με επιφάνεια $A = 45.95 \text{ cm}^2$ θα έχουμε

$$N_{pl,Rd}^{IPE 270} = \frac{45.95 * 23.5}{1.00} \Rightarrow N_{pl,Rd}^{IPE 270} = 1079.825 \text{ kN}$$

Αντίστοιχα, οι τιμές των αξονικών δράσεων ισούνται με $N_{Ed}^{HEA 400} = 184.87 \text{ kN}$ και $N_{Ed}^{IPE 270} = 8.01 \text{ kN}$, οπότε

Δοκός : $max N_{\varepsilon\pi\iota\rho} = 0.05 N_{pl,Rd} = 53.99 \text{ kN} > N_{Ed} = 8.01 \text{ kN}$

Στύλος: $max N_{\varepsilon\pi\iota\rho} = 0.05 N_{pl,Rd} = 186.80 \text{ kN} > N_{Ed} = 184.87 \text{ kN}$

οπότε μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος των βασικών συστατικών.

Πέραν τούτων, οι διαστάσεις a και b , οπότε και η s , είναι επίσης δεδομένες και ίσες με:

$$s = a + 0.5b = 0.60 b_{fb} + \frac{0.75}{2} h_b = 81 + \frac{202.5}{2} \Rightarrow s = 182.25 \text{ mm}$$

Είναι επίσης γνωστά τα γεωμετρικά στοιχεία του πλαισίου και οι φορτίσεις, άρα $w = g + q + g_{i\beta}^{IPE 270} = 1.00 + 1.45 + 0.3611 = 2.8111 \text{ kN/m}$, οπότε η σχέση (3.14) λαμβάνει πλέον τη μορφή:

$$M_{fc} = (A_1 + 1.1)M_{RBS} + A_2 \quad (5.1)$$

όπου οι ποσότητες A_1 , A_2 δίδονται κατωτέρω:

$$A_1 = \frac{2s}{L-2s}, A_2 = \frac{wL}{2}s \quad (5.2)$$

Στην (5.1) η μοναδική «ελεύθερη» παράμετρος είναι πλέον η c , η οποία και αυτή υπόκειται στον περιορισμό, για την δοκό διατομής IPE 270,

$$c \leq 33.75 \text{ (σε mm)} \quad (5.3)$$

Κατόπιν των ανωτέρω, η αντικειμενική συνάρτηση (βλ. (3.22α)) λαμβάνει τη μορφή

$$f(p, c) = M_{j,Rd}(p) - M_{fc}(c) \quad (5.4)$$

με την M_{fc} εκ των (5.1) και (5.2).

Οι «ελεύθερες» παράμετροι p , που υπεισέρχονται στον υπολογισμό της $M_{j,Rd}$ διαφοροποιούνται από εκείνες της σχέσης (3.23) και είναι πλέον οι ακόλουθες:

- Πάχος εγκαρσίων ενισχυτικών ελασμάτων t_{ip}
- Πάχος μετωπικής πλάκας t_{ep}
- Διάμετρος κοχλίων d (και αντίστοιχα οπών d_o)
- Ποιότητα κοχλίων (f_{yb} , f_{ub}) με κατάλληλους συνδυασμένους τάσης διαρροής και οριακής αντοχής ανά ποιότητα
- Γεωμετρία κοχλίωσης (x , y)

ενώ οι αντίστοιχοι περιορισμοί για το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι, πέραν της σχέσης (5.3) και εκείνων που παρατίθενται στο Κεφάλαιο 3 (σχέσεις (3.1) – (3.7)), οι εξής:

$$t_{ip} \geq t_{fb} \leftrightarrow t_{ip} \geq 10.20 \text{ mm}$$

$$t_{ep} \geq t_{fc} \leftrightarrow t_{ep} \geq 19 \text{ mm}$$

Από τη φύση του προβλήματος, δεν απαιτείται πλέον προσαρμογή καμπυλών μεταξύ των διαστάσεων των διατομών δοκού και στύλου, οπότε μειώνεται αισθητά η μη γραμμικότητα της αντικειμενικής συνάρτησης, ενώ αυξάνονται και οι περιορισμοί, γεγονός που οδηγεί εύκολα στη βέλτιστη λύση. Η ύπαρξη της πάντως προϋποθέτει ότι το φάτνωμα του κορμού του στύλου έχει επαρκή διατμητική αντοχή ώστε να μπορεί έστω και ενισχυμένο να αναλάβει το σύνολο των φορτίων.

Στην παρούσα εφαρμογή πάντως, όπου εξαντλήθηκαν οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί κοχλίων M20, M24 και ποιοτήτων 8.8 και 10.9, προέκυψε βέλτιστη λύση, τα στοιχεία της οποίας δίδονται στα περιεχόμενα του Πίνακα 5.1, και η οποία αντιστοιχεί κατασκευαστικά σε σύνδεση με διαστάσεις και αντοχές που περιέχονται στον Πίνακα 5.2 και στο Σχήμα 5.5.

Πίνακας 5.1. Αποτελέσματα μαθηματικής βελτιστοποίησης για τη σύνδεση του πλαισίου

$M_{j,Rd} - M_{fc}$ (kNm)	t_{ip} (mm)	t_{ep} (mm)	Κοχλίας / Ποιότητα	x (mm)	y (mm)	c (mm)
0.0067	11.58	28.17	M24 / 10.9	127.10	128.43	21.3

Πίνακας 5.2. Βέλτιστη σύνδεση πλαισίου σύμφωνα με την προτεινόμενη διαδικασία

$M_{j,Rd} - M_{fc}$ (kNm)	t_{ip} (mm)	t_{ep} (mm)	Κοχλίας / Ποιότητα	x (mm)	y (mm)	c (mm)
8.95	12	30	M24 / 10.9	130	130	21

Οι τιμές των αντοχών της σύνδεσης βρέθηκαν ίσες με:

$$M_{j,Rd} = 166.76 \text{ kNm} , M_{fc} = 157.81 \text{ kNm} , M_{RBS} = 134.17 \text{ kNm}$$

ενώ ισχύει επίσης ότι $V_{RBS}/V_{pl,Rd} = 0.122 < 0.50$, όπως φαίνεται και από τους υπολογισμούς στο *Mathematica* του Σχήματος 5.6.

Σχήμα 5.5. Τελική διαμόρφωση σύνδεσης δοκού – στύλου του πλαισίου

```

ClearAll[W, Wrbs, c, t, h, f, Mrbs, Vrbs, Vw, Vpl, rr, k, fp, σ, μ]
Mjrd = 166.763*100;
Avz = 22.14;
L = 600;
s = 18.225;
c = 2.10;
w = 2.8111/100;
W = 484;
t = 1.02;
h = 27;
f = 36;
k = 2*c*t*(h - t);
Print["Ροπή αντοχής της RBS (kNm)"]
Wrbs = W - k;
Mrbs = Wrbs*f/100
Vrbs = 2*Mrbs/(L - 2*s);
Vw = w*L/2;
Print["Ροπή στην παρειά του στύλου Mfc (kNm)"]
Mfc = (1.1*Mrbs + (Vrbs + Vw)*s)/100
Print["Τέμνουσα στην RBS (kN)"]
Vrbs + Vw
Print["Αντοχή σε διάτμηση της RBS (kNm)"]
Vpl = (Avz*f/√3)
Print["Λόγος αναπτυσσόμενης προς μέγιστη τέμνουσα"]
rr = (Vrbs + Vw)/Vpl
Print["Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (kNm)"]
fp = (Mjrd/100 - Mfc)
Print["Υπολογισμός συντελεστή σ (από την 3.21)"]
σ = ((Mfc - 1.1*(Mrbs/100))*(L - 2*s)/s)/(Mrbs/100)
Print["Υπολογισμός συντελεστών μ και γ(ως 3.20α και 3.19 αντίστοιχα)"]
μ = (100*Mfc - 1.1*Mrbs)/Mrbs
γ = μ*√3

```

Ροπή αντοχής της RBS (kNm)

134.173

Ροπή στην παρειά του στύλου M_{fc} (kNm)

3.09965

Τέμνουσα στην RBS (kN)

8.90947

Αντοχή σε διάτμηση της RBS (kNm)

460.171

Λόγος αναπτυσσόμενης προς μέγιστη τέμνουσα

0.0193612

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (kNm)

163.663

Υπολογισμός συντελεστή σ (από την 3.21)

37.4214

Υπολογισμός συντελεστών μ και γ(ως 3.20α και 3.19 αντίστοιχα)

1.2102

2.09612

Σχήμα 5.6. Υπολογισμοί χαρακτηριστικών εντατικών μεγεθών της σύνδεσης και σχετικών παραμέτρων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Συμπεράσματα

6.1. Περίληψη και Συνολικά Συμπεράσματα

Στα Κεφάλαια που προηγήθηκαν παρατέθηκε αναλυτικά μια μέθοδος βελτιστοποίησης κοχλιωτών συνδέσεων με αμφιπροεξέχουσα μετωπική πλάκα και συμμετρική διάταξη κοχλιών, σε καμπτικά πλαίσια της Ευρωπαϊκής κατασκευαστικής πρακτικής και Ευρωπαϊκών διατομών δοκών και στύλων, με απομειωμένες διατομές δοκών (RBS), τόσο υπό μονοτονική όσο και υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Η όλη διαδικασία ακολούθησε το σκεπτικό να υπάρξει μαθηματικός κανόνας, που να οδηγεί στην βέλτιστη συνδυασμένη επιλογή γεωμετρικών παραμέτρων και χαρακτηριστικών τόσο της σύνδεσης (διαστάσεων διατομών δοκών, στύλων, πάχους και διαστάσεων μετωπικής πλάκας, πάχους ενισχυτικών ελασμάτων, διαμέτρου, ποιότητας, θέσεων και αριθμού κοχλιών) όσο και της απομείωσης της διατομής της δοκού (απόσταση απομείωσης από την παρειά του στύλου, μήκος και ακτίνα αυτής), με σκοπό η διαρροή να εμφανιστεί στη θέση της απομείωσης, αυτή να είναι καμπτική και όχι διατμητική και να μην υπάρξει βλάβη στον κόμβο. Τα ανωτέρω συνδυάστηκαν με στόχο την επίτευξη επαρκούς ολκιμότητας και περιορισμού των ανελαστικών παραμορφώσεων στην RBS.

Με βάση την μέθοδο των βασικών συστατικών, υπολογίστηκε παραμετρικά η ροπή αντοχής σχεδιασμού $M_{j,Rd}$ του κόμβου, και στη συνέχεια με χρήση κανόνων της Μηχανικής και της αναμενόμενης κατανομής στατικών αλλά και σεισμικών εντατικών μεγεθών (καμπτικής ροπής και τέμνουσας) στη δοκό του πλαισίου στην περιοχή της RBS μορφώθηκε παραμετρικά η συνάρτηση που περιγράφει την αναμενόμενη μέγιστη σεισμική ροπή στην παρειά του στύλου, σαν διαφορά μεταξύ επαυξημένου ποσοστού της $M_{j,Rd}$ και της M_{RBS} πολλαπλασιασμένης επί κατάλληλο συντελεστή, που να επιτρέπει εξάντληση της καμπτικής αντοχής της χωρίς εμφάνιση διατμητικής διαρροής αλλά και να λαμβάνει υπόψη σε ικανοποιητικό βαθμό την τυχόν παρουσία ομοιόμορφα κατανεμημένου στατικού φορτίου κατά μήκος της δοκού. Η συνάρτηση αυτή, που παραμετροποιήθηκε κατάλληλα με βάση τεχνικές προσαρμογής καμπυλών θεωρήθηκε ως αντικειμενική συνάρτηση προς μαθηματική βελτιστοποίηση, δηλαδή να λαμβάνει ελάχιστες θετικές τιμές,

προκειμένου να εξασφαλιστεί η μη βλάβη στον κόμβο με παράλληλη εξάντληση της αντοχής της RBS. Κάνοντας χρήση εξειδικευμένου λογισμικού βελτιστοποίησης παρήχθησαν δύο ομάδες βέλτιστων συνδέσεων, η μια με συνδυασμό δοκών διατομής IPE και στύλων διατομής HEB ή HEA και η άλλη με συνδυασμό δοκών διατομής HEA και στύλων διατομής HEB ή HEA. Αυτές διαμορφώθηκαν κατάλληλα σύμφωνα με τους κανόνες της πρακτικής και οδήγησαν σε συνδέσεις τύπου RBS τηρώντας απόλυτα τις οδηγίες των Αμερικανικών και Ευρωπαϊκών συστάσεων.

Τα ανωτέρω απετέλεσαν το 1^ο στάδιο της προτεινόμενης διαδικασίας – μεθοδολογίας. Σε 2^ο στάδιο, τα αποτελέσματα του 1^{ου} σταδίου (βελτιστοποίησης υπό μονοτονική φόρτιση) ελέγχθηκαν και επαληθεύθηκαν για την ως άνω 1^η ομάδα συνδέσεων υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Προς τούτο μορφώθηκε μοντέλο της σύνδεσης RBS στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus, όπου το υλικό του χάλυβα προσομοιάστηκε με μοντέλο κινηματικής κράτυνσης, θεωρήθηκαν κατάλληλες συνθήκες επαφής επί μέρους τμημάτων (κοχλίων, πέλματος στύλου και μετωπικής πλάκας) και επιβλήθηκαν κατάλληλες δεσμεύσεις στην πλευρική μετατόπιση της δοκού, προς αποφυγή φαινομένων λυγισμού τέτοιου τύπου. Μετά δε από μη γραμμική στατική ανάλυση, καθορίστηκε η ακριβής θέση επιβολής της ανακυκλιζόμενης φόρτισης κατά μήκος της δοκού (κατ' ουσίαν του μήκους αυτής στο μοντέλο) με τρόπο ώστε να υπάρχει πλήρης αντιστοιχία του μοντέλου με την ανάλυση βελτιστοποίησης υπό μονοτονική φόρτιση που προηγήθηκε (από πλευράς μεγέθους της τέμνουσας στην RBS και εν γένει των εντατικών μεγεθών από το σημείο αυτό μέχρι την παρειά του στύλου). Μετά από επιτυχή βαθμονόμηση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων με υφιστάμενα πειραματικά αποτελέσματα, τούτο αναλύθηκε σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση ευρέως αποδεκτού πρωτοκόλλου, και παρήχθησαν καμπύλες υστερητικής συμπεριφοράς (υπό μορφή διαγραμμάτων ροπής – στροφής) για την RBS στην πλέον απομειωμένη θέση, πλησίον της παρειάς του στύλου (στη διεπιφάνεια δοκού – μετωπικής πλάκας) και στο μέσο (σε οριζόντια έννοια) του φατώματος του κορμού του στύλου καθώς και απεικονίσεις της κατανομής των τάσεων στη σύνδεση – μοντέλο κατά τη δημιουργία της 1^{ης} πλαστικής άρθρωσης, η οποία εμφανίστηκε στην πιο αδύνατη RBS διατομή. Με βάση τα ήδη τεθέντα κριτήρια επιτυχούς βελτιστοποίησης, που είναι: (α) εμφάνιση της πρώτης πλαστικής άρθρωσης στην απομειωμένη περιοχή της δοκού, (β) ανάπτυξη πλαστικών στροφών στην RBS τουλάχιστον 0.03 rad, με αντίστοιχο περιορισμό αυτών στην θέση σύνδεσης της δοκού με τη μετωπική πλάκα, (γ) απορρόφηση μεγάλου ποσοστού

ενέργειας στην απομειωμένη περιοχή της δοκού, με περιορισμό φαινομένων τοπικού λυγισμού (που μειώνουν την όλκιμη απόκριση), (δ) περιορισμό της διάδοσης της διαρροής στους κοχλίες με ταυτόχρονη ελάχιστη δράση δυνάμεων μοχλού (§3.11, §6.2.2, §6.2.4 και Πίνακας 6.2 του Μέρους 1.8 του Ευρωκώδικα 3), (ε) σταθερή υστερητική συμπεριφορά του φατνώματος του κορμού του στύλου, με μικρή απορρόφηση ενέργειας και (στ) ελαστική απόκριση του πέλματος του στύλου, που συμμετέχει στη σύνδεση, τα ληφθέντα αποτελέσματα ικανοποίησαν όλα τα ανωτέρω κριτήρια. Πέραν δε των ανωτέρω, η απόκριση του μοντέλου σύμφωνα με τις διαστάσεις των συστατικών των προσομοιωμένων βελτιστοποιημένων συνδέσεων ήταν η πλήρως αναμενόμενη.

Η ως άνω μέθοδος διαθέτει μεγάλη ευκαμψία, προσαρμοστικότητα και εφαρμοσιμότητα, καθόσον μπορεί να παράγει βέλτιστες συνδέσεις ανεξάρτητα από τα δεδομένα που θεωρούνται σταθερά στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Τούτο τεκμηριώθηκε μέσω εφαρμογής της όλης μεθοδολογίας σε πλαίσιο ροπής με δεδομένες γεωμετρικές διαστάσεις, διατομές και φορτία, που οδήγησε σε βέλτιστη σύνδεση με RBS.

Η ανωτέρω μεθοδολογία, όπως αναλυτικά περιγράφηκε στα οικεία Κεφάλαια της παρούσας Διατριβής, αποδείχτηκε αποτελεσματική, εύκαμπτη και προσαρμόσιμη, βασισμένη σε ευρέως αποδεκτούς κανόνες σχεδιασμού και αποτελεί εν συνόλω ένα νέο στοιχείο, *απαντώντας για πρώτη φορά στη διεθνή πρακτική και βιβλιογραφία, δυνατό να εντάξει και να καταξιώσει την χρήση συνδέσεων RBS σε Ευρωπαϊκά πλαίσια ροπής τόσο σε θεωρητικό όσο και σε εφαρμοσμένο επίπεδο, προκειμένου η εν λόγω σύνδεση προωθηθεί σαν αντισεισμική τοιαύτη σε νέες κατασκευές από χάλυβα στην Ευρώπη. Και να ενταχθεί μελλοντικά στους σχετικούς Κώδικες, με βάση την προταθείσα διαδικασία βελτιστοποίησης.*

6.2. Περιορισμοί και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Η παραμετρική ανάλυση και βελτιστοποίηση των συνδέσεων RBS που προτείνεται στην παρούσα Διατριβή είναι θεωρητική και βασίζεται σε κλασικές συμμετρικές μορφές συνδέσεων της Ευρωπαϊκής πρακτικής με επίσης συμμετρική διάταξη κοχλίων και αμφιπροεξέχουσα μετωπική πλάκα, χωρίς θεώρηση σύμμικτου δαπέδου στις δοκούς. Επίσης, η βελτιστοποίηση υπό μονοτονική φόρτιση βασίζεται στη μέθοδο των βασικών συστατικών, η οποία ισχύει για συνδέσεις όπου τα υποστύλωματα φέρουν μικρό σχετικά με τη μέγιστη αντοχή τους αξονικό φορτίο, για

το λόγο αυτό άλλωστε τούτο δεν λήφθηκε υπόψη στην ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης, όπως προκύπτει και από τη σχετική βιβλιογραφική ανασκόπηση του Κεφαλαίου 2, υφίστανται ελάχιστα πειραματικά αποτελέσματα σε σχέση με το είδος των μελετώμενων συνδέσεων. Κατά συνέπεια οι βασικοί περιορισμοί είναι η μορφή της σύνδεσης, η μειωμένη αξονική δύναμη των στύλων στην όλη θεώρηση και η έλλειψη πειραματικών αποτελεσμάτων. Συνεπώς, για μελλοντική έρευνα προτείνονται τα ακόλουθα:

(α) Χρήση πιο εξευγενισμένου μοντέλου για τον υπολογισμό της ροπής αντοχής της σύνδεσης, που να περιλαμβάνει και τη δράση αυξημένου αξονικού φορτίου στους στύλους.

(β) Διενέργεια αριθμού πειραμάτων φυσικής κλίμακας για την εύρεση της απόκρισης συνδέσεων διαφόρων τύπων σε καμπτικά πλαίσια της Ευρωπαϊκής πρακτικής υπό ανακυκλιζόμενη αλλά και προσομοιωμένη σεισμική φόρτιση, με επιδίωξη τη σωστή αναπαράσταση των πραγματικών κατασκευαστικών συνθηκών και ανάλογη βαθμονόμηση του εδώ προτεινόμενου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Abaqus Ver. 6.8 Users Manuals (10 Volumes), Dassault Systemes Simulia Corp., 2008.
- Abbas, H.H., Sause, R. and Driver, R.G. (2006). "Behavior of corrugated web I-girders under in-plane loads." *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 132(8), pp. 806-814.
- Adey, B.T., Grondin, G.Y. and Cheng, J.J.R. (1998). "Extended End Plate Moment Connections under Cyclic Loading." *Journal of Constructional Steel Research* 46(1-3), Paper No. 133.
- Applied Technology Council (ATC). (1992). "Guidelines for Seismic Testing of Components for Steel Structures." ATC-24 Report, Redwood City, California.
- ANSI/AISC 358-05, *Prequalified Connections for Special and Intermediate Steel Moment Frames for Seismic Applications*, American Institute of Steel Construction, 2005, Chicago, Illinois, USA.
- ANSI/AISC 341-05, 341s1-05, *Seismic Provisions for Structural Steel Buildings (Including Supplement No.1)*, 2005, American Institute of Steel Construction, 2005, Chicago, Illinois, USA.
- Armstrong, P.J. and Frederic, C. C. (1966). "A Mathematical Representation of the Multiaxial Baushinger Effect." CEGB Report No.RD/B/N731, Central Electricity Generating Board, Berkeley, UK.
- Bartley, T.C. and Chambers, J.J. (2008). "State-of-the-art analysis of frames with reduced beam section connections." *Proc. Structures 2008: Crossing Borders*, ASCE, Canada, pp. 1-10.
- Backhaus, G. (1976). "Fließspannungen und Fließbendingung bei zyklischen Verformungen." *Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 56(8), pp. 337-348.
- Bernuzzi, C., Zandonini, R. and Zanon, P. (1996). "Experimental Analysis and modeling of Semi-Rigid Steel Joints under Cyclic Reversal Loading." *Journal of Constructional Steel Research* 38(2), pp. 95 – 123.
- Bertero, V.V., Krawinkler, H. and Popov, E.P. (1973). "Further studies on seismic behavior of steel beam-to-column subassemblages." Report UCB/EERC-73-27, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, USA.

- Bertero, V.V., Anderson, H.J. and Krawinkler, H. (1994). “*Performance of steel building structures during the Northridge earthquake.*” Report UCB/EERC-94-09, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, USA.
- Bhatti, M.S.: Practical Optimization Methods: With Mathematica Applications, Springer, 2000.
- Bruneau, M., Uang, C.-M., Whittaker, A.: Ductile Design of Steel Structures, McGraw-Hill, 1997.
- Bursi, O.S., Jaspart, J.P. (1997 α). “Benchmarks for Finite Element Modelling of Bolted Steel Connections.” *Journal of Constructional Steel Research* 43(1-3), pp. 17-42.
- Bursi, O.S., Jaspart, J.P. (1997 β). “Calibration of a Finite Element Model for Isolated Bolted End-Plate Steel Connections.” *Journal of Constructional Steel Research* 44(3), pp. 225-262.
- Bursi, O.S., Jaspart, J.P. (1998). “Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections”, *Computers & Structures* 69(3), pp. 361- 382.
- Canadian Institute of Steel Construction (CISC/ICCA, 2008), *Moment Connections for Seismic Applications*, Markham, Ontario, Canada.
- Carter, C.J. and Iwankiw, N.R. (1998). “Improved ductility in seismic steel moment frames with dogbone connections.” *Journal of Constructional Steel Research* 46(1-3), Paper Number 253.
- Chaboche, J.L. (1986). “Time-independent Constitutive Theories for Cyclic Plasticity.” *International Journal of Plasticity* 2(2), pp. 149-188
- Chambers, J.J., Almudhafar, S. and Stenger, F. (2003). “Effect of reduced beam section frame elements on stiffness of moment frames.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 129(3), pp. 383-398.
- Chan S.L., Chui P.P.T.: Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections, Elsevier Science Ltd., 2000.
- Chen, S.-J., Yeh, C.H. and Chu, J.M. (1996). “Ductile steel beam-to-column connections for seismic resistance.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 122(11), pp. 1292-1299.
- Chen, S.-J. (1998). “Effects of floor slabs on the seismic behavior of steel beam-to-column connections with reduced beam section.” *Journal of Constructional Steel Research* 46(1-3), Paper Number 218.

- Chen S.-J. and Chao, Y.C. (2001). "Effect of composite action on seismic performance of steel moment connections with reduced beam sections." *Journal of Constructional Steel Research* 57(4), pp. 417-434.
- Chen, S.-J. and Tu, C.-T. (2004). "Experimental study of jumbo size reduced beam section connections using high-strength steel." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 130(4), pp. 582-587.
- Chi, B. and Uang, C.-M. (2002). "Cyclic response and design recommendations of reduced beam section moment connections with deep columns." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 128(4), pp. 464-473.
- Cowper, G.R. and Symonds, P.S. (1957). "*Strain Hardening and Strain Rate Effects in the Impact Loading of Cantilever Beams*", Technical Report 28, Brown University.
- Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. (1975). "A Model of Nonlinearly Hardening Materials for Complex Loading." *Acta Mechanica* 21(3), pp. 173-192.
- Del Savio, A.A., Nethercot, D.A., Vellasco, P.C.G.S., de Andrade, S.A.L. and Martha, L.F. (2009). "Generalized component-based model for beam-to-column connections including axial versus moment interaction." *Journal of Constructional Steel Research* 65(8-9), pp. 1876 – 1895.
- Diaz, C., Marti, P., Victoria, M and Querin, O.M. (2011). "Review on the modelling of joint behavior in steel frames." *Journal of Constructional Steel Research* 67(5), pp. 741 – 758.
- Dumonteil, P. (2006). "In-Plane Properties and Modeling of Reduced Beam Sections." *Engineering Journal*, AISC, 43(2), pp. 103-109.
- Eisenberg, M.A. and Philips, A. (1968). "On Nonlinear Kinematic Hardening." *Acta Mechanica* 5(1), pp. 1-13.
- El-Tawil, S., Vidarsson, E., Mikesell, T. and Kunnath, S.K. (1999). "Inelastic Behavior and Design of Steel Panel Zones." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 125(2), pp. 183-193.
- Elgaaly, M., Seshadri, A. and Hamilton, R.W. (1997). "Bending strength of steel beams with corrugated webs." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 123(6), pp. 772-782.
- EN 1993-1-8: 2005, Eurocode 3: *Design of steel structures – Part 1-8: Design of joints*, CEN 2005.

- EN 1993-8: 2005, Eurocode 8: *Design of structures for earthquake resistance – Part3: Assessment and retrofitting of buildings*, CEN 2005.
- Engelhardt, M.D. and Husain, A.S. (1993). “Cyclic-loading performance of welded flange – bolted web connections.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 119(12), pp. 3537-3550.
- Engelhardt, M.D., Sabol, T.A. (1996). “Reinforcing of Steel Moment Connections with Cover Plates: Benefits and Limitations.” *Proceedings, U.S. – Japan Seminar on Innovations in Stability Concepts and Methods for Seismic Design in Structural Steel*, Honolulu, Hawaii.
- Engelhardt, M.D., Winnerberger, T., Zekany, A.I. and Potyraj, T.J. (1998). “Experimental investigation of dogbone moment connections.” *Engineering Journal*, AISC, 4th Quarter, pp. 128-139.
- Faella, C., Piluso, V. and Rizzano, G.: *Structural Steel Semirigid Connections*, CRC Press, 2000.
- Federal Emergency Management Agency, FEMA-350/June 2000, *Recommended Seismic Design Criteria for New Steel Moment Frame Buildings*. Washington D.C., USA.
- Federal Emergency Management Agency, FEMA-355D/September 2000, *State of the Art Report on Connection Performance*. Washington D.C., USA.
- Filiatrault, A., Wanitkorkul, A. and Constantinou, M. (2008). “*Development and Appraisal of a Numerical Cyclic Loading Protocol for Quantifying Building System Performance*”, Technical Report MCEER-08-0013, Buffalo, USA.
- Gilton, C., Chi, B. and Uang, C.-M. (2000). “*Cyclic Response of RBS Moment Connections: Weak-Axis Configuration and Deep Column Effects*.” Report No. SSRP-2000/03, Structural Systems Research Project, Department of Structural Engineering, University of California, San Diego, La Jolla, CA.
- Gilton, C.S. and Uang, C.-M. (2002). “Cyclic response and design recommendations of weak-axis reduced beam section moment connections.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 128(4), pp. 452-463.
- Ghobarah, A., Korol, R.M. and Osman, A. (1992). “Cyclic Behaviour of Extended End Plate Joints”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 118 (5), pp. 1333 – 1353.
- Grubbs, K.V. (1997). “The Effect of the Dogbone Connection on the Elastic Stiffness of Steel Moment Frames.” *MSc Thesis*, University of Texas at Austin.

- Han, S.-W., Moon, K.-H. and Stojadinovic, B. (2009). "Design equations for moment strength of RBS-B connections." *Journal of Constructional Steel Research* 65(5), pp. 1087-1095.
- Hedayat, A.A. and Celikoglu, M. (2009). "Post-Northridge connection with modified beam end configuration to enhance strength and ductility." *Journal of Constructional Steel Research* 65(7), pp. 1413-1430.
- Hill, R.: The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press, Oxford, 1950.
- Imanpour, A., Mirghaderi, N., Keshavarzi, F. and Khafaf, B. (2007). "Seismic Design Procedure and Detailing of New Reduced Beam Section Moment Connection with Corrugated Web in Beam Plastic Hinge Zone." *Proceedings of the International Earthquake Symposium*, 22 – 25 December, Kocaeli, Turkey, pp. 405 – 413.
- Iwankiw, R.N. (1997). "Ultimate strength considerations for seismic design of the reduced beam section (internal plastic hinge)." *Engineering Journal*, AISC, 34(1), pp. 3-16.
- Iwankiw, N. and Mohamadi, J. (2004). "Elastic In-Plane Stiffness for a Circular Cut Reduced Beam Section." *Engineering Journal*, ASCE, 41(1), pp. 23-36.
- Iwankiw, N. (2004). "Seismic design enhancements and the reduced beam section detail for steel moment frames." *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, ASCE, 9(2), pp. 87-92.
- Jin, J. and El-Tawil, S. (2005). "Seismic performance of steel frames with reduced beam section connections." *Journal of Constructional Steel Research* 61(4) pp. 453-471.
- Jones, S L., Fry, G.T. and Engelhardt, M.D. (2002). "Experimental evaluation of cyclically loaded reduced beam section moment connections." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 128(4), pp. 441-451.
- Kadashevic, I. and Novozhilov, V.V. (1958). "The Theory of Plasticity which Takes Into Account Residual Microstresses." *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 22(1), pp. 104-118.
- Kim, K.-D. and Engelhardt, M.D. (2007). "Nonprismatic beam element for beams with RBS connections in steel moment frames." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 133(2), pp. 176-184.

- Kishi, N. and Chen, W.F. (1986a). Data Base of Steel Beam-to-Column Connections, Structural Engineering Report No. CE-STR-86-26, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN.
- Kishi, N. and Chen, W.F. (1986b). Steel Connection Data Bank Program, Structural Engineering Report No. CE-STR-86-18, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN.
- Kitjasateanphun, T., Shen, J., Srivanich, W. and Hao, H. (2001). "Inelastic analysis of steel frames with reduced beam sections." *The Structural Design of Tall Buildings* 10(4), pp. 231-244.
- Kochalski, G. and Ericksen, J. (2007). "Prequalified seismic moment connections." *Modern Steel Construction*, AISC, January, pp. 52-57.
- Krawinkler, H, Bertero, V.V. and Popov, E.P. (1971). "Inelastic behavior of steel beam-to-column subassemblages." *Report UCB/EERC-71-7*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, USA.
- Krieg, R.D. (1975). "A Practical Two Surface Plasticity Theory." *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 42, pp. 641-654
- Lee, C.-H., Jeon, S.-W., Kim, J.-H. and Uang, C.-M. (2005). "Effects of panel zone strength and beam web connection method on seismic performance of reduced beam section steel moment connections." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 131(12), pp. 1854-1865.
- Lee, C.-H. and Kim, J.-H. (2007). "Seismic design of reduced beam section steel moment connections with bolted web attachment." *Journal of Constructional Steel Research* 63(4), pp. 522-531.
- Lemaitre, J. and Chaboche, J.L.: *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 1990.
- Lima, L.R.O., de Simoes da Silva, L., Vellasco, P.C.G.S. and de Andrade, S.A. (2004). "Experimental evaluation of extended end-plate beam-to-column joints subjected to bending and axial force", *Engineering Structures* 26(10), pp. 1333 – 1347.
- Lui, E.M. and Chen, W.F. (1988). "Behavior of Braced and Unbraced Semi-Rigid Frames." *International Journal of Solids and Structures* 24(9), pp. 395 – 399.
- Mahan, M., Dafalias, Y.F., Taiebat, M., Heo, Y. and Kunnath, S.K. (2011). "SANISTEEL: Simple Anisotropic Steel Plasticity Model", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 137(2), pp. 185 – 194.

- Mathematica 8, A System of Doing Mathematics with Computers, Wolfram Research, Champaign, IL, USA.
- McGuire, W. (1988). "Introduction." *Journal of Constructional Steel Research* 10, pp. 1-35.
- Mirghaderi, R., Imanpour, A., Torabian, A. and Keshavarzi, F. (2008). "Experimental and Numerical Assessment of a New Alternative of RBS Moment Connections." *AIP Conference Proceedings* 1020 (2008 Seismic Engineering Conference, Reggio Calabria, Italy, 8-11 July), pp. 1024 – 1033.
- Mirghaderi, R., Torabian, S., Imanpour, A. (2010). "Seismic performance of the Accordion-Web RBS connection." *Journal of Constructional Steel Research* 66(2), pp. 277 – 288.
- Moore, K.S., Malley, J.O., and Engelhardt, M.D. (1999). "Design of Reduced Beam Section (RBS) Moment Frame Connections." *Steel TIPS, Structural Steel Educational Council*, Moraga, CA.
- Mortensen, B., Chambers, J., and Bartley, T. (2008). "Reduced Beam Section Spring Constants." *Engineering Journal*, AISC, 45(2), pp. 107-116.
- Moslehi Tabar, A. and Deylami, A. (2005). "Instability of beams with reduced beam section moment connections emphasizing the effect of column panel zone ductility." *Journal of Constructional Steel Research* 61(11), pp. 1475-1491.
- Mroz, Z. (1967). "On the Description of Anisotropic Workhardening." *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 15(3), pp. 163-175.
- Mroz, Z. (1969). "An Attempt to Describe the Behavior of Metals under Cyclic Loads Using a More General Workhardening Model." *Acta Mechanica* 7, pp. 199-212.
- Mroz, Z. (1972). "A Description of Workhardening of Metals with Application to Variable Loading." *International Symposium on Foundations of Plasticity*, A. Sawczuk, ed., Noordhoff International Publishing, Leyden, pp. 551-570.
- Naghdi, P.M. (1960). "Stress-Strain Relations in Plasticity and Thermoplasticity." *Proc. Of the Second Symposium on Naval Structural Mechanics*, Lee, E.H. and Symonds, P.S., eds., O.N.R. Structural Mechanics Series: Plasticity, Pergamon Press, pp. 121-167.
- Nelson, R.F. (1995). "Proprietary solutions." *Modern Steel Construction*, AISC, 36(1), pp. 40-44.

- Nethercot, D.A. (1985). Steel Beam-to-Column Connections – A Review of Test Data, Construction Industry Research and Information Association, London, England.
- Noel, S., Uang, S. M. (1996). “Cyclic Test of Steel Moment Connections for the San Francisco Civil Center Complex”, *Division of Structural Engineering Report* No TR-96/07, University of California, San Diego.
- Odqvist, F.K.G. (1933). "Die Verfestigung von Flußeisenähnlichen Körpern. Ein Beitrag zur Plastizitätstheorie." *Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 13(5), pp. 360-363.
- Ohsaki, M., Tagawa, M. and Pan, P. (2009). “Shape optimization of reduced beam section under cyclic loads.” *Journal of Constructional Steel Research* 65(7), pp. 1511-1519.
- Origin Pro, Data Analysis and Graphing Software, OriginLab Corporation, Northampton, MA, USA.
- Pahoumis, D. T., Galoussis, E. G., Kalfas, C. N. and Christitsas, A. D. (2009). “Reduced beam section moment connections subjected to cyclic loading: Experimental analysis and FEM simulation.” *Engineering Structures* 21(1), pp. 216-223.
- Pahoumis, D.T, Galoussis, E.G., Kalfas, C.N., Efthimiou, I.Z. (2010). “Cyclic performance of steel moment-resisting connections with reduced beam sections – experimental and finite element model simulation.” *Engineering Structures* 32(9), pp. 2683-2692.
- Pan, P., Ohsaki, M. and Tagawa, H. (2007). “Shape optimization of H-beam flange for maximum plastic energy dissipation.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 133(8), pp. 1176-1179.
- Plumier, A. (1990). “New Idea for Safe Structures in Seismic Zones.” *Proc. IABSE Symposium – Mixed Structures Including New Materials*, Brussels, Belgium, pp. 431-436.
- Plumier, A. (1997). “The Dogbone: Back to the Future.” *Engineering Journal*, AISC, 2nd Quarter, pp. 61-67.
- Plumier, A. (2000). “General report on local ductility.” *Journal of Constructional Steel Research*, 55(1-3), pp. 91-107.
- Popov, E.P. and Pinkney, R.B. (1969). “Cyclic yield reversals in steel building connections.” *Journal of the Structural Division*, ASCE, 95(3), pp. 327-353.

- Popov, E.P. and Stephen, R.M. (1970). “*Cyclic loading of full-size steel connections.*” Report UCB/EERC-70-03, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, USA.
- Popov, E.P., Bertero, V.V. and Chandramouli, S. (1975). “*Hysteretic Behavior of steel beam-to-column subassemblages.*” Report UCB/EECR-75-11, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, USA.
- Popov, E.P. and Tsai, K.C. (1989). “Performance of large seismic steel moment connections under cyclic loading.” *Engineering Journal*, AISC, 26(2), pp. 51-60.
- Prager, W. (1949). “Recent Developments in the Mathematical Theory of Plasticity.” *Journal of Applied Physics* 20(3), pp. 235-241.
- Prager, W. (1955). “The Theory of Plasticity: A Survey of Recent Achievements.” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, London, 169(21), pp. 3-19.
- Rao, S.S.: Engineering Optimization, Theory and Practice, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey, 2009.
- Ricles, J. M., Zhang, X., Fisher, J. W. and Lu, L. W. (2004). “Seismic performance of deep column-to-beam welded reduced beam section moment connections.” *Proc. 5th International Workshop Connections in Steel Structures V: Behaviour, Strength and Design*, Amsterdam, The Netherlands, 2-4 June, pp. 211-222.
- Roeder, C.W. and Foutch, D.A. (1996). “Experimental results for seismic resistant steel moment frame connections.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 122(6), pp. 581-588.
- SAC, 1995 α , Steel Moment Frame Connections – Advisory No3 SAC-95-01. SAC Joint Venture, Sacramento, California.
- SAC, 1995 β , Interim Guidelines: Evaluation, Repair, Modification and Design of Welded Steel Moment Frame Solutions. Program to Reduce the Earthquake Hazards of Steel Moment Frame Structures. Federal Emergency Management Agency. Report FEM 267/SAC-95-02. SAC Joint Venture, Sacramento, California.
- SAC, 1997, Interim Guidelines Advisory No1: Supplement to FEMA 267. Report FEMA 267A/SAC-96-03. SAC Joint Venture, Sacramento, California.

- SAC, 1997β, “Protocol for Fabrication, Inspection, Testing and Documentation of Beam-Column Connection and Other Experimental Specimens.” *Report No. SAC/BD-97-02*, Sacramento, California.
- Shen, J., Kitjasateanphun, T. and Srivanich, W. (2000). “Seismic performance of steel moment frames with reduced beam sections.” *Engineering Structures* 22(8), pp. 968-983.
- Sanpaolesi, L., et al. (1981). “Experimental investigation on strength and ductility of structural connections.” *Monographia N. 5, Pubblicazione Italsider*, Nuova Italsider, Genova .
- Shen, J., Astaneh-Asl, A. and McCallen, D.B. (2002). “Use of deep columns in special steel moment frames.” *Steel Tips, Structural Steel Education Council*, American Institute for Steel Construction, Inc.
- Shi, G., Shi, Y. and Wang, Y. (2007). “Behaviour of end-plate moment connections under earthquake loading”, *Engineering Structures* 29(5), pp. 703-716.
- Simoes da Silva, L., Rebelo, C., Nethercot, D., Marques, L., Simoes, R. and Vila Real, P.M.M. (2009). “Statistical evaluation of the lateral-torsional buckling resistance of steel I-beams, Part 2: Variability of steel properties”, *Journal of Constructional Steel Research* 65(4), pp. 832-849.
- Sofias, C.E., Kalfas, C.N., Pachoumis, D.T. (2011). “Cyclic Performance of Reduced Beam Section Bolted Moment Connections – Experimental Analysis and FEM Simulation”, *Proceedings of the 7th National Conference on Steel Structures*, Sept. 29 – Oct.1, 2011, Volos, Greece, Vol. 2, pp. 207-216.
- Sophianopoulos, D. S., Deri, A. E. (2011α): “Parameters affecting response and design of steel moment frame reduced beam section connections: An Overview”, *International Journal of Steel Structures* 10(2), pp. 133-144.
- Sophianopoulos, D. S., Deri, A. E. (2011β): “Steel End-Plate Beam-to-Column RBS Connections: Optimum Design under Monotone Loading Utilizing European I-profiles”, *Proceedings of Eurosteel 2011, 6th European Conference on Steel and Composite Structures* (Dunai L. et al eds.), Budapest, Hungary, August 31 – September 2, Vol. A., pp. 501-506.
- Structural Engineers Association of California (SEAOC) – Seismology Committee, FEMA 350 Task Group, January 2000, Commentary and Recommendations on FEMA 350.
- Tremblay, R., Tchegotarev, N. and Filiatrault, A. (1997). “Seismic Performance of RBS Connections for Steel Moment Resisting Frames: Influence of Loading Rate and Floor Slab.” *Proc. Stessa 97*, August 4-7, Kyoto, Japan, pp. 664-671.

- Tsai, K.C. and Popov, E.P. (1988). “*Steel beam-column joints in seismic moment resisting frames.*” Report UCB/EERC-88-19, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, USA.
- Tsai, K.C. and Popov, E.P. (1989). “End Plate Moment Connections for Cyclic Loads, Proceedings of the Sessions related to Steel Structures”, ASCE Structures Congress '89, San Francisco, USA, May 1-5, pp. 569-578.
- Uang, C.-M., Bondad, D.M. (1996). “Dynamic Testing of Full-Scale Moment Connections.” *Proceedings of the 11th World Congress on Earthquake Engineering*, Acapulco, CD-ROM, Paper 407, Pergamon, N.Y.
- Uang, C.-M. and Chi, B. (2000). “Cyclic response and design recommendations of RBS moment connections with deep columns.” *Proc. 4th International Workshop on Connections in Steel Structures (Connections IV)*, Raonake, VA, USA, 22-25 October, pp. 287-296.
- Uang, C.-M. and Fan, C.-C. (2001). “Cyclic stability criteria for steel moment connections with reduced beam sections.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 127(9), pp. 1021-1027.
- Ucak, A. and Tsopelas, P. (2011). “Constitutive Model for Cyclic Response of Structural Steels with Yield Plateau.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 137(2), pp. 196 – 206.
- Ucak, A. and Tsopelas, P. (2012). “Accurate Modeling of the cyclic response of structural components constructed of steel with yield plateau.” *Engineering Structures* 35, pp. 272 – 280.
- Valanis, K.C. (1971). “A Theory of Viscoplasticity without a Yield Surface.” *Archives of Mechanics* 23(4), pp. 517-551.
- Whittaker, A., Bertero, V., Gilani, A. (1995). “Testing of Full-Scale Steel Beam-Column Assemblies, *SAC Phase I Report*, SAC Joint Venture, Sacramento, California,
- Zhang, X. and Ricles, J. M. (2006 α). “Experimental evaluation of reduced beam section connections to deep columns.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 132(3), pp. 346-357.
- Zhang, X. and Ricles, J. M. (2006 β). “Seismic behavior of reduced beam section moment connections to deep columns.” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 132(3), pp. 358-367.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Αριθμητική Βελτιστοποίηση υπό Μονοτονική Φόρτιση Παραμετρικός Υπολογισμός της Αντικειμενικής Συνάρτησης Βελτιστοποίησης

Π.1. Ορισμός επιμέρους παραμέτρων

Π.1.1. Κοχλίες

Έστω ότι επιλέγουμε κοχλίες M20 ποιότητας 8.8, οπότε :

Διάμετρος κοχλία : $d=20\text{mm}$

Διάμετρος οπής : $d_o = 22\text{mm}$

Ενεργός διατομή : $A_s=2.45\text{ cm}^2$

Όριο Θραύσης : $f_{ub}=800\text{ N/mm}^2$

Π.1.2. Υποστύλωμα διατομής HEB

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Για } h < 300 \rightarrow b = h \\ \text{Για } h \geq 300 \rightarrow b = 300\text{mm} \end{array} \right\}$$

$$t_{fc} = 7.046 + \frac{17087.370}{593.378 \sqrt{\frac{\pi}{2}}} e^{-\frac{2(h_c - 630.67)^2}{593.378^2}} \rightarrow \boxed{t_{fc} = 7.046 + 22.976 e^{-\frac{(h_c - 630.67)^2}{176048.725}}}$$

$$\begin{aligned} t_{wc} = & -1.152h_c + 0.023h_c^2 - 1.832 \times 10^{-4}h_c^3 + 7.525 \times 10^{-7}h_c^4 - 1.710 \times 10^{-9}h_c^5 \\ & + 2.003 \times 10^{-12}h_c^6 - 7.132 \times 10^{-16}h_c^7 - 6.944 \times 10^{-19}h_c^8 + 5.491 \times 10^{-22}h_c^9 \end{aligned}$$

Π.1.3. Δοκός διατομής IPE

$$\boxed{b_b = -96.343 + 1.379h_b - 0.002h_b^2 + 1.512 \times 10^{-6}h_b^3}$$

$$\boxed{t_{fb} = 9.127 - 0.037h_b + 2.549 \times 10^{-4}h_b^2 - 4.587 \times 10^{-7}h_b^3 + 3.052 \times 10^{-10}h_b^4}$$

$$\boxed{t_{wb} = 2.576 + 0.016h_b - 5.833 \times 10^{-6}h_b^2 + 9.108 \times 10^{-9}h_b^3}$$

Π.1.4. Μετωπική πλάκα

Έστω ότι επιλέγω πάχος πλάκας $t_p = 20\text{mm}$

$$\text{Ισχύει : } \frac{h_p}{b_p} = \frac{h_b}{b_b} \rightarrow \frac{b_p}{h_p} = \frac{b_b}{h_b}$$

όπου h_p και b_p το ύψος και το πλάτος της μετωπικής πλάκας αντίστοιχα.

Π.1.5. Περιορισμοί (Restrains)

$$b_b < b_c$$

$$b_p > b_b$$

Π.1.6. Τρυπολογία / Γεωμετρία Μετωπικής Πλάκας

Ελάχιστη απόσταση κοχλίας από άκρο πλάκας :

$$1.5d_o = 1.5 \times 22 = 33 \text{ mm}$$

Επιλέγονται **$e=35\text{mm}$**

και **$e_1=35\text{mm}$**

Απόσταση κοχλιών :

$$3d_o \leq x \leq 5d_o \rightarrow 66 \leq x \leq 110$$

$$3d_o \leq y \leq 5d_o \rightarrow 66 \leq y \leq 110$$

$$b_p = 35 + x + 35 \rightarrow b_p = x + 70$$

$$136 \leq b_p \leq 180$$

$$h_p = 35 + 4y + 35 \rightarrow h_p = 70 + 4y$$

$$334 \leq h_p \leq 510$$

$$\frac{h_p}{b_p} = \frac{h_b}{b_b} = \frac{70 + 4y}{x + 70}$$

Σχήμα Π.1. Γεωμετρία μετωπικής πλάκας

Π.1.7. Σχέση ακτίνας καμπυλότητας – ύψους διατομής

$$r_c = 27.024 - \frac{963.787}{83.242 \sqrt{\frac{\pi}{2}}} \cdot e^{-\left(\frac{2(h_c - 203.617)^2}{83.242^2}\right)} \rightarrow r_c = 27.024 - 9.238 \cdot e^{-\left(\frac{(h_c - 203.617)^2}{3464.615}\right)}$$

$$r_b = -123.727 + \frac{458877.581}{2465.777 \sqrt{\frac{\pi}{2}}} \cdot e^{-\left(\frac{2(h_b - 724.150)^2}{2465.777^2}\right)} \rightarrow r_b = -123.727 + 148.485 \cdot e^{-\left(\frac{(h_b - 724.150)^2}{3040028.107}\right)}$$

Π.2. Υπολογισμός ροπής αντοχής κόμβου δοκού- υποστυλώματος

Σχήμα Π.2. Όψη και τομή της σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος

ποιότητα χάλυβα : S235

ποιότητα κοχλιών : 8.8

πάχος ραφής κορμού : 4 mm

πάχος ραφής πελμάτων : 6 mm

Η αντοχή σχεδιασμού σε ροπή $M_{j,Rd}$ ενός κόμβου δοκού-υποστυλώματος με κοχλιωτή σύνδεση με μετωπική πλάκα υπολογίζεται από τη σχέση :

$$M_{j,Rd} = \sum_r h_r F_{tr,Rd} \quad 6.25 \text{ s6.2.7.2 EC3 Part 1.8}$$

Όπου :

$F_{tr,Rd}$: ενεργός αντοχή σε εφελκυσμό της σειράς κοχλιών r

h_r : απόσταση της σειράς κοχλιών r από το κέντρο θλίψης

r : αριθμός των σειρών κοχλιών

Π.2.1. Προσδιορισμός της αντοχής των βασικών στοιχείων της σύνδεσης

Η αντοχή των βασικών στοιχείων της σύνδεσης συνοψίζεται στα παρακάτω :

- κορμός του υποστυλώματος σε διάτμηση : $V_{wp,Rd}$
- κορμός του υποστυλώματος σε θλίψη : $F_{c,wc,Rd}$
- πέλμα και κορμός της δοκού σε θλίψη : $F_{c,fb,Rd}$

Σημείωση: Στις παρακάτω παραμετρικές παραστάσεις θεωρούμε ότι τα γεωμετρικά στοιχεία των διατομών και της μετωπικής πλάκας εκφράζονται σε mm, όπως επίσης και η αντοχή και οι δυνάμεις εκφράζονται αντίστοιχα σε kN.

- κορμός του υποστυλώματος σε διάτμηση ($V_{wp,Rd}$)

$$A_{vc} = 1.04 \times h_c \times t_{wc}$$

$$V_{wp,Rd} = \frac{0.9 f_{ywc} A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{Mo}} = \frac{0.9 \times 0.235 \times (1.04 \times h_c \times t_{wc})}{\sqrt{3} \times 1} = 0.127 \times h_c \times t_{wc}$$

- κορμός του υποστυλώματος σε θλίψη ($F_{c,wc,Rd}$)

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2} \cdot a_p + 5(t_{fc} + r_c) + s_p = t_{fb} + 2\sqrt{2} \cdot 6 + 5(t_{fc} + r_c) + 2 \cdot 20$$

$$= t_{fb} + 5(t_{fc} + r_c) + 56.97$$

παράμετρος μετασχηματισμού $\beta \approx 1$

$$\omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3(b_{eff,c,wc} t_{wc} / 1.04 h_c t_{wc})}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.25(b_{eff,c,wc} / h_c)}}$$

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{Mo}} = 0.235 \omega b_{eff,c,wc} t_{wc}$$

- Πέλμα και κορμός δοκού σε θλίψη ($F_{c,fb,Rd}$)

$$M_{c,Rd} = \frac{M_{pl,b}}{\gamma_{Mo}} = W_{pl,b} \cdot f_y = (2s_y) \cdot 0.235 = 0.47s_y$$

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h_b - t_{fb}} = \frac{0.47s_y}{h_b - t_{fb}} \quad (24)$$

$$\text{όπου : } s_y = 4 \cdot 10^{-8} h_b^4 - 5 \cdot 10^{-5} h_b^3 + 0.0335 h_b^2 - 6.9566 h_b + 533.35$$

Π.2.2. Προσδιορισμός της αντοχής σε εφελκυσμό των κοχλιών $F_{tr,Rd}$

Η ενεργός αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό $F_{tr,Rd}$ της σειράς κοχλιών r πρέπει να λαμβάνεται ίση με τη μικρότερη τιμή των αντοχών σχεδιασμού σε εφελκυσμό των επόμενων βασικών συστατικών μερών με μια σειρά κοχλιών :

- πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη $F_{t,fc,Rd}$
- κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό $F_{t,wc,Rd}$
- μετωπική πλάκα σε κάμψη $F_{t,ep,Rd}$
- κορμός δοκού σε εφελκυσμό $F_{t,wb,Rd}$

Π.2.2.1. Πέλμα υποστυλώματος σε κάμψη $F_{t,fc,Rd}$

Η αντοχή σχεδιασμού και ο μηχανισμός αστοχίας ενός ενισχυμένου πέλματος υποστυλώματος σε εγκάρσια κάμψη, σε συνδυασμό με τους κοχλίες σε εφελκυσμό, πρέπει να προσδιορίζεται με βάση ένα ισοδύναμο βραχύ ταυ, και για τις δύο περιπτώσεις :

- για κάθε μεμονωμένη σειρά κοχλιών που απαιτείται να παραλάβει εφελκυσμό
- για κάθε ομάδα σειρών κοχλιών που απαιτείται να παραλάβουν εφελκυσμό

▪ Άνω 1^η σειρά κοχλιών

$$e_1 = 35 \quad e = 35 \quad p=y$$

$$m = \frac{x - t_{wc}}{2} - 0.8r_c$$

Ενεργό μήκος για μεμονωμένους κοχλίες :

$$l_{eff,cp} = \min \{2\pi m, \pi m + 2e_1\} = \min \{2\pi m, \pi m + 7\}$$

Μετά από υπολογισμό του λόγου $(\pi m + 7)/2\pi m$ προέκυψε $(\pi m + 7) < 2\pi m$, οπότε :

$$\text{Κυκλικές μορφές : } \boxed{l_{eff,cp} = \pi m + 7}$$

Μη κυκλικές μορφές : $l_{eff,nc} = e_1 + am - (2m + 0.625e) = 35 + am - 2m - 0.625 \cdot 35$

$$l_{eff,nc} = 13.125 + m(a - 2)$$

Με τη χρησιμοποίηση των σχετικών ανισοτήτων αποδεικνύεται : $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,nc} = 13.125 + m(a - 2)$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$\Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 13.125 + m(a - 2)$$

Όταν πρόκειται για ακραία σειρά κοχλίων πλησίον νεύρωσης δεν υπάρχει θεώρηση για ομάδα σειρών κοχλίων.

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.25(13.125 + m(a - 2)) t_{fc}^2 \frac{0.235}{1} = 0.059 t_{fc}^2 (13.125 + m(a - 2))$$

$$M_{pl,2,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,2} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.059 t_{fc}^2 (13.125 + m(a - 2))$$

$$M_{bp,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{bp}^2 \frac{f_{ybp}}{\gamma_{Mo}} = 5.875(13.125 + m(a - 2))$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 2 F_{t,Rd} = 2 \cdot 141 = 282 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4 M_{pl1,Rd} + 2 M_{bp,Rd}}{m} = \frac{[13.125 + m(a - 2)] \cdot (0.236 t_{fc}^2 + 11.75)}{m}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2 M_{pl2,Rd} + n \Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{0.118 t_{fc}^2 (13.125 + m(a - 2)) + 9870}{m + 35}$$

Όπου $n = e_{min} = 35$

Μηχανισμός αστοχίας 3 (αστοχία κοχλία):

$$F_{t3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd} = 282 kN$$

$$F_{T,Rd(1ησειρά)} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd}, F_{T3,Rd})$$

▪ **Ενδιάμεση, 2^η σειρά κοχλίων**

$$e_1 = 35 \quad e = 35 \quad p=y$$

$$m = \frac{x - t_{wc}}{2} - 0.8r_c$$

Ενεργό μήκος για μεμονωμένους κοχλίες :

Κυκλικές μορφές : $l_{eff,cp} = 2\pi m$

Μη κυκλικές μορφές : $l_{eff,nc} = am$

Υπάρχουν δύο περιπτώσεις :

-Αν $\alpha < 2\pi$ τότε $\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,nc} = am$

Οπότε : $M_{pl,1,Rd} = M_{pl,2,Rd} = 0.25amt_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.059t_{fc}^2 am$ για $\alpha < 2\pi$

-Αν $\alpha \geq 2\pi$ τότε $\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,cp} = 2\pi m$ και $\Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = am$

Οπότε : $M_{pl,1,Rd} = 0.25 \cdot 2\pi m \cdot t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.369mt_{fc}^2$ για $\alpha \geq 2\pi$

$$M_{bp,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{bp}^2 \frac{f_{ybp}}{\gamma_{Mo}} = 5.875am$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 2F_{t,Rd} = 2 \cdot 141 = 282 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4M_{pl1,Rd} + 2M_{bp,Rd}}{m} = \begin{cases} \alpha(0.236t_{fc}^2 + 11.75) \\ 1.476t_{fc}^2 + 11.75a \end{cases} \alpha \nu \begin{cases} a < 2\pi \\ \alpha \geq 2\pi \end{cases}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2M_{pl2,Rd} + n\Sigma F_{tRd}}{m+n} = \frac{0.118\alpha mt_{fc}^2 + 9870}{m+35}$$

Όπου $n=e_{min}=35$

Μηχανισμός αστοχίας 3 (αστοχία κοχλία):

$$F_{t3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd} = 282 kN$$

$$F_{T,Rd(2\eta\sigma\epsilon\iota\rho\acute{\alpha})} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd}, F_{T3,Rd})$$

Ενεργό μήκος για ομάδα κοχλίων :

$$\text{Κυκλικές μορφές : } l_{eff,cp} = \pi m + p = \pi m + y$$

$$\text{Μη κυκλικές μορφές : } l_{eff,nc} = 0.5p + am - (2m + 0.625e) = 0.5y + m(a - 2) - 21.88$$

Με τη χρησιμοποίηση των σχετικών ανισοτήτων αποδεικνύεται : $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$

$$\text{Οπότε για ομάδα κοχλίων : } \Sigma l_{eff,1} = \Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 0.5y + m(a - 2) - 21.88$$

▪ Μεσαία, 3^η σειρά κοχλίων

$$e_1 = 35 \quad e = 35 \quad p=y$$

$$m = \frac{x - t_{wc}}{2} - 0.8r_c$$

Ενεργό μήκος για μεμονωμένους κοχλίες :

$$\text{Κυκλικές μορφές : } l_{eff,cp} = 2\pi m$$

$$\text{Μη κυκλικές μορφές : } l_{eff,nc} = 4m + 1.25e = 4m + 43.75$$

Με τη χρησιμοποίηση των σχετικών ανισοτήτων αποδεικνύεται : $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$

$$\text{Οπότε : } M_{pl,1,Rd} = M_{pl,2,Rd} = 0.25(4m + 43.75)t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.059(4m + 43.75)t_{fc}^2$$

$$M_{bp,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{bp}^2 \frac{f_{ybp}}{\gamma_{Mo}} = 5.875(4m + 43.75)$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 2F_{t,Rd} = 2 \cdot 141 = 282 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4M_{pl1,Rd} + 2M_{bp,Rd}}{m} = \frac{(4m + 43.75)(0.236t_{fc}^2 + 11.75)}{m}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2M_{pl2,Rd} + n \Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{0.118(4m + 43.75)t_{fc}^2 + 9870}{m + 35}$$

$$\text{Όπου } n=e_{\min}=35$$

Μηχανισμός αστοχίας 3 (αστοχία κοχλίας):

$$F_{t3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd} = 282kN \quad (33)$$

$$F_{T,Rd(3\eta\sigma\epsilon\iota\rho\acute{\alpha})} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd}, F_{T3,Rd})$$

Ενεργό μήκος για ομάδα κοχλίων :

$$\text{Κυκλικές μορφές : } l_{eff,cp} = 2p = 2y$$

$$\text{Μη κυκλικές μορφές : } l_{eff,nc} = p = y$$

▪ **1^η και 2^η σειρά κοχλίων**

$$\text{Κυκλικές μορφές : } l_{eff,cp} = 0 + \pi m + y = \pi m + y$$

$$\text{Μη κυκλικές μορφές : } l_{eff,nc} = 0 + m(a - 2) + 0.5y - 2.188 = m(a - 2) + 0.5y - 21.88$$

$$\text{Με τη χρησιμοποίηση των σχετικών ανισοτήτων αποδεικνύεται : } l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$$

$$\Sigma l_{eff,1} = \Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = m(a - 2) + 0.5y - 21.88$$

Οπότε :

$$M_{pl,1,Rd} = M_{pl,2,Rd} = 0.25(m(a - 2) + 0.5y - 21.88)t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.059(m(a - 2) + 0.5y - 21.88)t_{fc}^2$$

$$M_{bp,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{bp}^2 \frac{f_{ybp}}{\gamma_{Mo}} = 5.875(m(a - 2) + 0.5y - 21.88)$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλίας :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 4F_{t,Rd} = 4 \cdot 141 = 564kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4M_{pl1,Rd} + 2M_{bp,Rd}}{m} = \frac{[m(a - 2) + 0.5y - 21.88](23.5t_{fc}^2 + 11.75)}{m}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλίας με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2M_{pl2,Rd} + n \Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{0.118(m(a - 2) + 0.5y - 21.88)t_{fc}^2 + 19740}{m + 35}$$

Όπου $n = e_{min} = 35$

Μηχανισμός αστοχίας 3 (αστοχία κοχλίας):

$$F_{t3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd} = 564kN \quad (36)$$

$$F_{T,Rd(1\eta\&2\eta\sigmaειρά)} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd}, F_{T3,Rd})$$

▪ 1^η, 2^η και 3^η σειρά κοχλίων

Κυκλικές μορφές : $l_{eff,cp} = 0 + \pi m + y + 2y = \pi m + 3y$

Μη κυκλικές μορφές : $l_{eff,nc} = 0 + m(a - 2) + 0.5y - 21.88 + y = 1.5y + m(a - 2) - 21.88$

Με τη χρησιμοποίηση των σχετικών ανισοτήτων αποδεικνύεται : $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$

$$\Sigma l_{eff,1} = \Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 1.5y + m(a - 2) - 21.88$$

Οπότε

:

$$M_{pl,1,Rd} = M_{pl,2,Rd} = 0.25(1.5y + m(a - 2) - 21.88)t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 5.875(1.5y + m(a - 2) - 21.88)t_{fc}^2$$

$$M_{bp,Rd} = 0.25\Sigma l_{eff,1} t_{bp}^2 \frac{f_{ybp}}{\gamma_{Mo}} = 5.875(1.5y + m(a - 2) - 21.88)$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλίας :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 6F_{t,Rd} = 6 \cdot 141 = 846kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4M_{pl1,Rd} + 2M_{bp,Rd}}{m} = \frac{[1.5y + m(a - 2) - 21.88](23.5t_{fc}^2 + 11.75)}{m}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλίας με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2M_{pl2,Rd} + n\Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{11.75(1.5y + m(a - 2) - 21.88)t_{fc}^2 + 29610}{m + 35}$$

Όπου $n = e_{min} = 35$

Μηχανισμός αστοχίας 3 (αστοχία κοχλίας):

$$F_{t3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd} = 846kN$$

$$F_{T,Rd(1\eta,2\eta\&3\eta\sigmaειρά)} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd}, F_{T3,Rd})$$

▪ **2^η και 3^η σειρά κοχλίων**

Κυκλικές μορφές : $l_{eff,cp} = \pi m + y + 2y = \pi m + 3y$

Μη κυκλικές μορφές : $l_{eff,nc} = 0 + m(a - 2) + 0.5y - 21.88 + y = 1.5y + m(a - 2) - 21.88$

Με τη χρησιμοποίηση των σχετικών ανισοτήτων αποδεικνύεται : $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$

$$\Sigma l_{eff,1} = \Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 1.5y + m(a - 2) - 21.88$$

Οπότε :

$$M_{pl,1,Rd} = M_{pl,2,Rd} = 0.25(1.5y + m(a - 2) - 21.88)t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.059(1.5y + m(a - 2) - 21.88)t_{fc}^2$$

$$M_{bp,Rd} = 0.25\Sigma l_{eff,1} t_{bp}^2 \frac{f_{ybp}}{\gamma_{Mo}} = 5.875(1.5y + m(a - 2) - 21.88)$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 4F_{t,Rd} = 4 \cdot 141 = 564 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4M_{pl1,Rd} + 2M_{bp,Rd}}{m} = \frac{[1.5y + m(a - 2) - 21.88](0.236t_{fc}^2 + 11.75)}{m}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2M_{pl2,Rd} + n\Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{0.118(1.5y + m(a - 2) - 21.88)t_{fc}^2 + 19740}{m + 35}$$

Όπου $n = e_{min} = 35$

Μηχανισμός αστοχίας 3 (αστοχία κοχλία):

$$F_{t3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd} = 564 kN$$

$$F_{T,Rd(2\eta \& 3\eta \sigma \epsilon \iota \rho \acute{\alpha})} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd}, F_{T3,Rd})$$

Π.2.2.2. Κορμός υποστυλώματος σε εφελκυσμό $F_{t,wc,Rd}$

2^η σειρά κογλιών

$b_{eff} = \alpha m$ (έστω $\alpha < 2\pi$)

$$\beta \approx 1 \rightarrow \omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3(b_{eff,c,wc} / A_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.2(am / h_c)^2}}$$

$$F_{t2,wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{Mo}} = \frac{0.235 \alpha m t_{wc}}{\sqrt{1 + 0.92(am / h_c)^2}}$$

1^η και 2^η σειρά κογλιών

$b_{eff} = m(\alpha - 2) - 0.5y - 21.88$

$$\beta \approx 1 \rightarrow \omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3(b_{eff,c,wc} / A_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.2\left(\frac{m(\alpha - 2) - 0.5y - 21.88}{h_c}\right)^2}}$$

$$F_{t(1+2),wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{Mo}} = \frac{0.235(m(\alpha - 2) - 0.5y - 21.88)t_{wc}}{\sqrt{1 + 1.2\left(\frac{m(\alpha - 2) - 0.5y - 21.88}{h_c}\right)^2}}$$

(1^η, 2^η και 3^η σειρά κογλιών) & (2^η και 3^η σειρά κογλιών)

$b_{eff} = 0.5y + m(\alpha + 2) + 21.87$

$$\beta \approx 1 \rightarrow \omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3(b_{eff,c,wc} / A_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.2\left(\frac{0.5y + m(\alpha + 2) + 21.87}{h_c}\right)^2}}$$

$$F_{t(1+2+3),wc,Rd} = F_{t(2+3),wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{Mo}} = \frac{0.235(0.5y + m(\alpha + 2) + 21.87)t_{wc}}{\sqrt{1 + 1.2\left(\frac{0.5y + m(\alpha + 2) + 21.87}{h_c}\right)^2}}$$

3^η σειρά κογλιών

$b_{eff} = 4m + 43.75$

$$\beta \approx 1 \rightarrow \omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3(b_{eff,c,wc} / A_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.2\left(\frac{4m + 43.75}{h_c}\right)^2}}$$

$$F_{t(3),wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{Mo}} = \frac{0.235(4m + 43.75)t_{wc}}{\sqrt{1 + 1.2 \left(\frac{4m + 43.75}{h_c} \right)^2}}$$

Π.2.2.3. Μετωπική πλάκα σε κάμψη $F_{t,ep,Rd}$

Ανω 1^η σειρά κοχλίων

$$e_{min} = e_x = 35 \quad e = 35$$

$$m_x = y - 0.8 \cdot 6 \cdot \sqrt{2} = y - 6.79$$

$$l_{eff,cp} = \min \{ 2\pi m_x, \pi m_x + w, \pi m_x + 2e \} = \min \{ 2\pi(y - 6.79), \pi(y - 6.79) + x, \pi(y - 6.79) + 70 \}$$

$$\text{Έστω } l_{eff,cp} = \pi(y - 6.79) + 70$$

$$l_{eff,nc} = \min \{ 4m_x + 1.25e_x, e + 2m_x + 0.625e_x, 0.5b_p, 0.5w + 2m_x + 0.625e_x \} =$$

$$\min \{ 4(y - 6.79) + 43.75, 56.875 + 2(y - 6.79), 0.5x + 35, 0.5x + 2(y - 6.79) + 21.875 \}$$

$$\text{Έστω } l_{eff,nc} = 0.5x + 35$$

Με τη χρησιμοποίηση των σχετικών ανισοτήτων αποδεικνύεται : $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) : $\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,nc} = 0.5x + 35$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$\Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 0.5x + 35$$

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.25(0.5x + 35) 2^2 \frac{0.235}{1} = 0.235(0.5x + 35)$$

$$M_{pl,2,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,2} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.235(0.5x + 35)$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 2 F_{t,Rd} = 2 \cdot 141 = 282 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος)

$$F_{t1,Rd} = \frac{4M_{pl1,Rd}}{m} = \frac{0.47x + 32.9}{y - 6.79} \quad (47)$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοιλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2M_{pl2,Rd} + n\Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{0.235x + 9886.45}{y + 28.21}$$

Όπου $n = e_{\min} = 35$

$$F_{T,ep,Rd} (\text{λησειρά}) = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd})$$

▪ 2^η σειρά κοιλιών

$$e_{\min} = e_x = 35 \quad p = y$$

$$m = \frac{w - t_{wb}}{2} - 0.8a_c \sqrt{2} = \frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \rightarrow \lambda_1 = \frac{m}{m + e} = \frac{\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53}{\frac{x - t_{wb}}{2} + 30.47}$$

$$m_2 = \frac{y - t_{fb}}{2} - 0.8a_c \sqrt{2} = \frac{y - t_{wb}}{2} - 6.79 \rightarrow \lambda_2 = \frac{m_2}{m_2 + e} = \frac{\frac{y - t_{fb}}{2} - 6.79}{\frac{y - t_{fb}}{2} + 28.21}$$

Βάσει των παραπάνω τιμών λ_1 και λ_2 και του διαγράμματος 6.11 s6.2.6.5 EC3 Part 1.8 προκύπτει η τιμή του α' .

Ενεργό μήκος για μεμονωμένους κοιλίες :

$$l_{eff,cp} = 2\pi m = 2\pi \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right)$$

$$l_{eff,nc} = \alpha' m = \alpha' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right)$$

Έστω $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$ οπότε

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,nc} = \alpha' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right)$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$\Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right)$$

Ενεργό μήκος για ομάδα κοχλίων:

$$l_{eff,cp} = \pi m + p = \pi \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + y$$

$$l_{eff,nc} = 0.5p + a'm - (2m + 0.625e) = 0.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

$$M_{pl1,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 0.25 a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) 20^2 \frac{0.235}{1} = 23.5 a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right)$$

$$M_{pl2,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,2} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right)$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 2 F_{t,Rd} = 2 \cdot 141 = 282 kN$$

$$\text{Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος)} : F_{t1,Rd} = \frac{4 M_{pl1,Rd}}{m} = 94 a'$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2 M_{pl2,Rd} + n \Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{47 a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + 9870}{\left(\frac{x-t_{wb}}{2} + 30.47 \right)}$$

Όπου $n = e_{min} = 35$

$$F_{T,ep,Rd(2\eta\sigma\epsilon\iota\rho\acute{\alpha})} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd})$$

▪ 3^η σειρά κοχλίων

$$e = 35 \quad p = y$$

$$m = \frac{w-t_{wb}}{2} - 0.8 a_c \sqrt{2} = \frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53$$

Ενεργό μήκος για μεμονωμένους κοχλίες :

$$l_{eff,cp} = 2\pi m = 2\pi \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right)$$

$$l_{eff,nc} = 4m + 1.25e = 4 \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + 43.75 = 2(x - t_{wb}) + 25.63$$

Έστω $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$ οπότε

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,nc} = 2(x - t_{wb}) + 25.63$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$\Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 2(x - t_{wb}) + 25.63$$

Ενεργό μήκος για ομάδα κοχλίων:

$$l_{eff,cp} = 2p = 2y$$

$$l_{eff,nc} = p = y$$

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 [2(x - t_{wb}) + 25.63]$$

$$M_{pl,2,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,2} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 [2(x - t_{wb}) + 25.63]$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 2 F_{t,Rd} = 2 \cdot 141 = 282 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4 M_{pl1,Rd}}{m} = \frac{94 [2(x - t_{wb}) + 25.63]}{\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2 M_{pl2,Rd} + n \Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{47 [2(x - t_{wb}) + 25.63] + 9870}{\left(\frac{x - t_{wb}}{2} + 30.47 \right)}$$

Όπου $n = e_{min} = 35$

$$F_{T,ep,Rd(3\eta\sigma\epsilon\iota\rho\acute{\alpha})} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd})$$

▪ **1^η και 2^η σειρά κοχλίων**

$$l_{eff,cp} = 0 + \pi \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + y = \pi \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + y$$

$$l_{eff,nc} = 0 + 0.5y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 = 0.5y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

Έστω $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$ οπότε

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,nc} = 0.5y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$\Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 0.5y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 [0.5y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875]$$

$$M_{pl,2,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,2} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 [0.5y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875]$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 4 F_{t,Rd} = 4 \cdot 141 = 564 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4 M_{pl1,Rd}}{m} = \frac{94 \left[0.5y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right]}{\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2M_{pl2,Rd} + n\Sigma F_{tRd}}{m+n} = \frac{47 \left[0.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right] + 19740}{\left(\frac{x-t_{wb}}{2} + 30.47 \right)}$$

(54) Όπου $n=e_{\min}=35$

$$F_{T,ep,Rd(1\eta\&2\eta\sigma\epsilon\iota\rho\acute{\alpha})} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd})$$

▪ 2^η και 3^η σειρά κοχλίων

$$l_{eff,cp} = \pi \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + y + 2y = \pi \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + 3y$$

$$l_{eff,nc} = 0.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 + y = 1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

Έστω $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$ οπότε

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,nc} = 1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$\Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 \left[1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right]$$

$$M_{pl,2,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,2} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 \left[1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right]$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 4 F_{t,Rd} = 4 \cdot 141 = 564 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4M_{pl1,Rd}}{m} = \frac{94 \left[1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right]}{\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2M_{pl2,Rd} + n\Sigma F_{tRd}}{m+n} = \frac{47 \left[1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right] + 19740}{\left(\frac{x-t_{wb}}{2} + 30.47 \right)}$$

(56) Όπου $n=e_{\min}=35$

$$F_{T,ep,Rd(2\eta\&3\eta\text{σειρά})} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd})$$

▪ **1^η και 2^η και 3^η σειρά κοχλίων**

$$l_{eff,cp} = 0 + \pi \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 0.45 \right) + y + 2y = \pi \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + 3y$$

$$l_{eff,nc} = 0 + 0.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 + y = 1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

Έστω $l_{eff,nc} < l_{eff,cp}$ οπότε

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$\Sigma l_{eff,1} = l_{eff,nc} = 1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος):

$$\Sigma l_{eff,2} = l_{eff,nc} = 1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875$$

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,1} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 \left[1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right]$$

$$M_{pl,2,Rd} = 0.25 \Sigma l_{eff,2} t_{fc}^2 \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = 23.5 \left[1.5y + a' \left(\frac{x-t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right]$$

Αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό του κοχλία :

$$B_{t,Rd} = F_{t,Rd} = \frac{0.9 A_s f_{ub}}{\gamma_{Mb}} = \frac{0.9 \cdot 2.45 \cdot 80}{1.25} = 141 kN$$

$$\Sigma B_{t,Rd} = 6 F_{t,Rd} = 6 \cdot 141 = 846 kN$$

Μηχανισμός αστοχίας 1 (πλήρης διαρροή πέλματος) :

$$F_{t1,Rd} = \frac{4 M_{pl1,Rd}}{m} = \frac{94 \left[1.5 y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right]}{\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53}$$

Μηχανισμός αστοχίας 2 (αστοχία κοιλία με διαρροή πέλματος):

$$F_{t2,Rd} = \frac{2 M_{pl2,Rd} + n \Sigma F_{tRd}}{m + n} = \frac{47 \left[1.5 y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right] + 29610}{\left(\frac{x - t_{wb}}{2} + 30.47 \right)}$$

(58) Όπου $n = e_{min} = 35$

$$F_{T,ep,Rd(1\eta \& 2\eta \& 3\eta \text{σειρά})} = \min(F_{T1,Rd}, F_{T2,Rd})$$

Π.2.2.4. Κορμός δοκού σε εφελκυσμό $F_{t,wb,Rd}$

▪ 2^η σειρά κοιλιών

$$F_{t,wb,Rd} = \frac{b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb}}{\gamma_{Mo}} = 0.235 a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) t_{wb}$$

▪ 3^η σειρά κοιλιών

$$F_{t,wb,Rd} = \frac{b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb}}{\gamma_{Mo}} = 0.235 t_{wb} [2(x - t_{wb}) + 25.63]$$

▪ 2^η και 3^η σειρά κοιλιών

$$F_{t,wb,Rd} = \frac{b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb}}{\gamma_{Mo}} = 0.235 t_{wb} \left[1.5 y + a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) - x + t_{wb} - 21.875 \right]$$

Π.2.2.5. Αντοχή σε εφελκυσμό των κογλιών

1^η σειρά κογλιών

$$F_{T,(1),Rd} = \min \left(\begin{array}{c} F_{t,fc,Rd} \\ F_{t,ep,Rd} \end{array} \right) = \min \left(\begin{array}{c} \frac{[13.125 + m(a-2)] \cdot (0.236t_{fc}^2 + 11.75)}{m} \\ \frac{0.118t_{fc}^2 (13.125 + m(a-2)) + 9870}{m + 35} \\ \frac{282}{282} \\ \frac{0.47x + 32.9}{y - 6.79} \\ \frac{0.235x + 9886.45}{y + 28.21} \end{array} \right)$$

2^η σειρά κογλιών

$$F_{T,(2),Rd} = \min \left(\begin{array}{c} \frac{V_{wp,Rd}}{\beta} - F_{T,(1),Rd} \\ F_{c,wc,Rd} - F_{T,(1),Rd} \\ F_{c,fb,Rd} - F_{T,(1),Rd} \\ F_{t2,fc,Rd} \\ F_{t2,wc,Rd} \\ F_{t2,ep,Rd} \\ F_{t(1+2),fc,Rd} - F_{T,(1),Rd} \\ F_{t(1+2),wc,Rd} - F_{T,(1),Rd} \end{array} \right) = \min \left(\begin{array}{c} 0.127 \times h_c \times t_{wc} - F_{T,(1),Rd} \\ 0.235 \omega b_{eff,c,wc} t_{wc} - F_{T,(1),Rd} \\ \frac{0.47s_y}{h_b - t_{fb}} - F_{T,(1),Rd} \\ \left(\begin{array}{c} \alpha(0.236t_{fc}^2 + 11.75) - a < 2\pi \\ 1.476t_{fc}^2 + 11.75a - \alpha \geq 2\pi \end{array} \right) \\ \frac{0.118\alpha m t_{fc}^2 + 9870}{m + 35} \\ \frac{282}{282} \\ \frac{0.235\alpha m t_{wc}}{\sqrt{1 + 0.92(am/h_c)^2}} \\ \left(\begin{array}{c} 94a' \\ 47a' \left(\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53 \right) + 9870 \\ \left(\frac{x - t_{wb}}{2} + 30.47 \right) \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} \frac{[m(a-2) + 0.5y - 2.188](23.5t_{fc}^2 + 11.75)}{m} - F_{T,(1),Rd} \\ \frac{0.118(m(a-2) + 0.5y - 2.188)t_{fc}^2 + 19740}{m + 35} - F_{T,(1),Rd} \\ 564 - F_{T,(1),Rd} \end{array} \right) \\ \frac{0.235(m(a-2) - 0.5y - 21.88)t_{wc}}{\sqrt{1 + 1.2 \left(\frac{(m(a-2) - 0.5y - 21.88)}{h_c} \right)^2}} - F_{T,(1),Rd} \end{array} \right)$$

▪ 3^η σειρά κοχλίων

$$F_{T,(3),Rd} = \min \left(\begin{array}{c} \frac{V_{wp,Rd}}{\beta} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \\ F_{c,wc,Rd} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \\ F_{c,fb,Rd} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \\ F_{t3,fc,Rd} \\ F_{t3,wc,Rd} \\ F_{t3,ep,Rd} \\ F_{t(1+2+3),fc,Rd} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \\ F_{t(1+2+3),wc,Rd} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \end{array} \right) = \min \left(\begin{array}{c} 0.127 \times h_c \times t_{wc} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \\ 0.235 \omega b_{eff,c,wc} t_{wc} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \\ \frac{0.47 s_y}{h_b - t_{fb}} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \\ \left(\frac{(4m + 43.75)(0.236 t_{fc}^2 + 11.75)}{m} \right. \\ \left. \frac{0.118(4m + 43.75) t_{fc}^2 + 9870}{m + 35} \right. \\ \left. \frac{282}{282} \right) \\ \frac{0.235(4m + 43.75) t_{wc}}{\sqrt{1 + 1.2 \left(\frac{4m + 43.75}{h_c} \right)^2}} \\ \left(\frac{94[2(x - t_{wb}) + 25.63]}{\frac{x - t_{wb}}{2} - 4.53} \right. \\ \left. \frac{47[2(x - t_{wb}) + 25.63] + 9870}{\left(\frac{x - t_{wb}}{2} + 30.47 \right)} \right) \\ \left(\frac{[1.5y + m(a - 2) - 21.88](23.5 t_{fc}^2 + 11.75)}{m} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \right. \\ \frac{11.75(1.5y + m(a - 2) - 21.88) t_{fc}^2 + 29610}{m + 35} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \\ \left. \frac{846 - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd}}{846 - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd}} \right) \\ \frac{0.235(0.5y + m(\alpha + 2) + 21.87) t_{wc}}{\sqrt{1 + 1.2 \left(\frac{0.5y + m(\alpha + 2) + 21.87}{h_c} \right)^2}} - F_{T,(1),Rd} - F_{T,(2),Rd} \end{array} \right)$$

Π.2.3. Αποστάσεις από το κέντρο θλίψης (κάτω πέλμα δοκού)

$$h_1 = h_p - 35 - 35 - \left(\frac{y - t_{fb}}{2} \right) - \frac{t_{fb}}{2} = h_p - 70 - \frac{y}{2} + t_{fb}$$

$$h_2 = h_1 - y = h_p - 70 - \frac{y}{2} + t_{fb} - y = h_p - 70 - \frac{3y}{2} + t_{fb}$$

$$h_3 = h_2 - y = h_p - 70 - \frac{3y}{2} + t_{fb} - y = h_p - 70 - \frac{5y}{2} + t_{fb}$$

$$h_4 = h_3 - y = h_p - 70 - \frac{5y}{2} + t_{fb} - y = h_p - 70 - \frac{7y}{2} + t_{fb}$$

$$h_5 = \frac{y}{2}$$

Σχήμα Π.3. Κατανομή δυνάμεων κοχλιών καθ' ύψος της διατομής σύνδεσης

Η αντοχή σχεδιασμού σε ροπή $M_{j,Rd}$ ενός κόμβου δοκού-υποστυλώματος με κοχλιωτή σύνδεση με μετωπική πλάκα υπολογίζεται από τη σχέση :

$$M_{j,Rd} = \sum_r h_r F_{r,Rd} = h_1 \cdot F_{T,(1),Rd} + h_2 \cdot F_{T,(2),Rd} + h_3 \cdot F_{T,(3),Rd}$$

Η αντοχή σχεδιασμού σε ροπή $M_{j,Rd}$ πρέπει να συγκριθεί με τη ροπή αντοχής της δοκού $M_{c,Rd}$, ώστε να μπορούμε να κρίνουμε αν πρόκειται για σύνδεση μερικής ή πλήρους αντοχής.

Π.3. Υπολογισμός αντοχής κόμβου δοκού-υποστυλώματος HEA

Για υποστύλωμα διατομής HEA :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma \alpha h < 290 \rightarrow b = h + 10 \\ \Gamma \alpha h \geq 290 \rightarrow b = 300 \text{ mm} \end{array} \right\}$$

$$r_c = 27.024 - \frac{963.787}{83.242 \sqrt{\frac{\pi}{2}}} \cdot e^{-\left(\frac{2(h_c - 193.617)^2}{83.242^2}\right)} \rightarrow \boxed{r_c = 27.024 - 9.238 \cdot e^{-\left(\frac{(h_c - 193.617)^2}{3464.615}\right)}}$$

$$t_{fc} = 2.046 + \frac{17087.370}{593.378 \sqrt{\frac{\pi}{2}}} e^{-\frac{2(h_c - 620.670)^2}{593.378^2}} \rightarrow \boxed{t_{fc} = 2.046 + 22.976 e^{-\frac{(h_c - 620.670)^2}{352097.392}}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} t_{wc} = & -1.056h_c + 0.022h_c^2 - 1.793 \times 10^{-4}h_c^3 + 7.731 \times 10^{-7}h_c^4 - 1.875 \times 10^{-9}h_c^5 \\ & + 2.463 \times 10^{-12}h_c^6 - 1.349 \times 10^{-15}h_c^7 - 2.638 \times 10^{-19}h_c^8 + 4.399 \times 10^{-22}h_c^9 \end{aligned}}$$

Σημείωση: Για λόγους συντομίας δεν παρατίθενται και η διαδικασία υπολογισμού της ροπής αντοχής $M_{j,Rd}$ του κόμβου δοκού IPE – υποστυλώματος HEA, με τη μέθοδο των συστατικών (Component method) κατά τον Ευρωκώδικα 3 (Μέρος 1-8_6.2.7.2).

Π.4. Υπολογισμός αντοχής δοκού RBS στη θέση της απότμησης

Η μέγιστη ροπή που αναμένεται στο κέντρο της απότμησης της δοκού RBS δίνεται από τη σχέση :

$$M_{RBS} = z_{RBS} \cdot F_{ye}$$

Όπου F_{ye} : η αναμενόμενη τάση θραύσης της δοκού η οποία δίνεται από τη σχέση :

$$F_{ye} = 0.36kN / mm^2$$

z_{RBS} : η πλαστική ροπή αντίστασης στη θέση απότμησης της δοκού και δίνεται από τη σχέση :

$$z_{RBS} = z_b - 4 \cdot c \cdot t_{fb} \cdot \left(\frac{h_b - t_{fb}}{2} \right)$$

z_b : η πλαστική ροπή αντίστασης της διατομής της δοκού χωρίς την απότμηση

Π.5. Υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(p)=M_j R_d - 1.47 M R B S \geq 0$,
 $f(p)=\min$ του Συνδυασμού Σύνδεσης “1” κατά τον Πίνακα 3.1

Π.5. Αλγόριθμος υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης $f(p) = Mj$,
 $Rd - 1.47 MRBS \geq 0$, $f(p) = \min$ του Συνδυασμού Σύνδεσης "1" κατά τον Πίνακα 3.1

In[1]:= **e1 = 35**

Out[1]= 35

In[2]:= **e = 35**

Out[2]= 35

In[3]:= **p = y**

Out[3]= y

In[4]:= **tfc = 7.04583 + $\frac{17087.36997}{593.37795 \sqrt{\frac{\pi i}{2}}} E^{\frac{-2 (hc - 630.66985)^2}{593.37795^2}}$**

Out[4]= $7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2}$

In[5]:= **rc = 27.02366 - $\frac{963.7874}{83.24178 \sqrt{\frac{\pi i}{2}}} E^{\frac{-2 (hc - 203.61677)^2}{83.24178^2}}$**

Out[5]= $27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2}$

In[6]:= **twc = -1.15213 hc + 0.02327 hc^2 - 1.83214 × 10⁻⁴ hc^3 +
 7.5253 × 10⁻⁷ hc^4 - 1.71037 × 10⁻⁹ hc^5 + 2.00338 × 10⁻¹² hc^6 -
 7.13216 × 10⁻¹⁶ hc^7 - 6.94413 × 10⁻¹⁹ hc^8 + 5.49082 × 10⁻²² hc^9**

Out[6]= $-1.15213 hc + 0.02327 hc^2 - 0.000183214 hc^3 + 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 - 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 +$
 $2.00338 \times 10^{-12} hc^6 - 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 - 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 + 5.49082 \times 10^{-22} hc^9$

In[7]:= **mc = $\frac{x - twc}{2}$ - 0.8 rc**

Out[7]= $-0.8 (27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2}) +$
 $\frac{1}{2} (1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 -$
 $2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x)$

$$\text{In[8]:= } \mathbf{ac} = \frac{43.75 + 4 \times \mathbf{mc}}{\mathbf{mc}}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[8]= } & \left(43.75 + \right. \\ & 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\mathbf{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \mathbf{hc} - 0.02327 \mathbf{hc}^2 + 0.000183214 \right. \right. \\ & \quad \mathbf{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \mathbf{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \mathbf{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \mathbf{hc}^6 + \\ & \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \mathbf{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \mathbf{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \mathbf{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \Bigg/ \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\mathbf{hc})^2} \right) + \right. \\ & \quad \frac{1}{2} \left(1.15213 \mathbf{hc} - 0.02327 \mathbf{hc}^2 + 0.000183214 \mathbf{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \mathbf{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \mathbf{hc}^5 - \right. \\ & \quad \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \mathbf{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \mathbf{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \mathbf{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \mathbf{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{In[9]:= } \mathbf{Bolt\ tension_First\ Line}$$

$$\text{Out[9]= } \mathbf{Bolt\ Line\ tension_First}$$

$$\text{In[10]:= } \mathbf{lefflc1st = e1 + ac\ mc - (2\ mc + 0.625\ e)}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[10]= } & 56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\mathbf{hc})^2} \right) + \right. \\ & \quad \frac{1}{2} \left(1.15213 \mathbf{hc} - 0.02327 \mathbf{hc}^2 + 0.000183214 \mathbf{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \mathbf{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \mathbf{hc}^5 - \right. \\ & \quad \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \mathbf{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \mathbf{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \mathbf{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \mathbf{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{In[11]:= } \mathbf{Mpl1Rdc1st = Mpl2Rdc1st = 0.25 \times lefflc1st \times tfc^2 \times 0.235}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[11]= } & 0.05875 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+\mathbf{hc})^2} \right)^2 \\ & \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\mathbf{hc})^2} \right) + \right. \right. \\ & \quad \frac{1}{2} \left(1.15213 \mathbf{hc} - 0.02327 \mathbf{hc}^2 + 0.000183214 \mathbf{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \mathbf{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \mathbf{hc}^5 - \right. \\ & \quad \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \mathbf{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \mathbf{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \mathbf{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \mathbf{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \Bigg) \end{aligned}$$

$$\text{In[12]:= } \mathbf{MbpRdc1st = 0.25 \times lefflc1st \times 100 \times 0.235}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[12]= } & 5.875 \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\mathbf{hc})^2} \right) + \right. \right. \\ & \quad \frac{1}{2} \left(1.15213 \mathbf{hc} - 0.02327 \mathbf{hc}^2 + 0.000183214 \mathbf{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \mathbf{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \mathbf{hc}^5 - \right. \\ & \quad \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \mathbf{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \mathbf{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \mathbf{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \mathbf{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \Bigg) \end{aligned}$$

$$\text{In[13]:=}$$

$$\text{In[14]:= FT1Rdc1st} = \frac{4 \times \text{Mpl1Rdc1st} + 2 \times \text{MbpRdc1st}}{\text{mc}}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[14]= } & \left(11.75 \right. \\ & \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\ & \quad 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) + \\ & 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+\text{hc})^2} \right)^2 \left(56.875 + \right. \\ & \quad 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \Bigg/ \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \\ & \quad \frac{1}{2} \\ & \quad \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - \right. \\ & \quad \left. 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \\ & \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{In[15]:= FT2Rdc1st} = \frac{2 \times \text{Mpl2Rdc1st} + 35 \times 282}{\text{mc} + 35}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[15]= } & \left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+\text{hc})^2} \right)^2 \right. \\ & \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\ & \quad 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \Bigg/ \\ & \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \\ & \quad \frac{1}{2} \\ & \quad \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - \right. \\ & \quad \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{In[16]:= mb} = \text{y} - 0.8 \times 6 \sqrt{2}$$

$$\text{Out[16]= } -6.78823 + \text{y}$$

$$\text{In[17]:= leff1b1st} = 0.5 (\text{x} + 70)$$

$$\text{Out[17]= } 0.5 (70 + \text{x})$$

$$\text{In[18]:= Mpl1Rdbl1st} = \text{Mpl2Rdbl1st} = 0.25 \times \text{leff1b1st} \times 20^2 \times 0.235$$

$$\text{Out[18]= } 11.75 (70 + \text{x})$$

$$\text{In[19]:= FT1Rdblst} = \frac{4 \times \text{Mp11Rdblst}}{\text{mb}}$$

$$\text{Out[19]=} \frac{47. (70 + x)}{-6.78823 + y}$$

$$\text{In[20]:= FT2Rdblst} = \frac{2 \times \text{Mp12Rdblst} + 35 \times 282}{\text{mb} + 35}$$

$$\text{Out[20]=} \frac{9870 + 23.5 (70 + x)}{28.2118 + y}$$

$$\text{In[21]:= Ft1Rd} = \text{Min}[\{\text{FT1Rdc1st}, \text{FT2Rdc1st}, \text{FT1Rdblst}, \text{FT2Rdblst}\}]$$

$$\begin{aligned} \text{Out[21]=} & \text{Min} \left[\left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) / \\ & \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + x \right) \right) \right), \\ & \left(11.75 \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) + \\ & 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} \right)^2 \left(56.875 + \right. \\ & 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) / \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + x \right) \right) \right), \\ & \left. \frac{47. (70 + x)}{-6.78823 + y}, \frac{9870 + 23.5 (70 + x)}{28.2118 + y} \right] \end{aligned}$$

$$\text{In[22]:= Bolt tension_ 2 nd line}$$

$$\text{Out[22]=} 2 \text{ Bolt line nd tension_}$$

In[23]:= **lefflc2nd = ac × mc**

$$\text{Out[23]} = 43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right)$$

In[24]:= **Mpl1Rdc2nd = Mpl2Rdc2nd = 0.25 × lefflc2nd × tfc ^ 2 × 0.235**

$$\text{Out[24]} = 0.05875 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} \right)^2 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right)$$

In[25]:= **MbpRdc2nd = 0.25 × lefflc2nd × 100 × 0.235**

$$\text{Out[25]} = 5.875 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right)$$

In[26]:= **FT1Rdc2nd = $\frac{4 \times \text{Mpl1Rdc2nd} + 2 \times \text{MbpRdc2nd}}{mc}$**

$$\text{Out[26]} = \left(11.75 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \right) + 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} \right)^2 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \right) / \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right)$$

$$\text{In[27]:= FT2Rdc2nd} = \frac{2 \times \text{Mp12Rdc2nd} + 35 \times 282}{\text{mc} + 35}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[27]= } & \left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} \right)^2 \right. \\ & \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\ & 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) / \\ & \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \right. \\ & \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - \right. \\ & \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \Bigg) \end{aligned}$$

$$\text{In[28]:= twb} = 2.57599 + 0.01593 \text{hb} - 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 + 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3$$

$$\text{Out[28]= } 2.57599 + 0.01593 \text{hb} - 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 + 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3$$

$$\text{In[29]:= mb2nd} = \frac{\text{x} - \text{twb}}{2} - 0.8 \times 4 \sqrt{2}$$

$$\text{Out[29]= } -4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right)$$

$$\text{In[30]:= ab2nd} = \frac{43.75 + 4 \times \text{mb2nd}}{\text{mb2nd}}$$

$$\text{Out[30]= } \frac{43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right) \right)}{-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right)}$$

$$\text{In[31]:= leff1b2nd} = \text{ab2nd} \text{mb2nd}$$

$$\text{Out[31]= } 43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right) \right)$$

$$\text{In[32]:= Mp11Rdb2nd} = \text{Mp12Rdb2nd} = 0.25 \times \text{leff1b2nd} \times 20^2 \times 0.235$$

$$\text{Out[32]= } 23.5 \left(43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right) \right) \right)$$

$$\text{In[33]:= FT1Rdb2nd} = \frac{4 \times \text{Mp11Rdb2nd}}{\text{mb2nd}}$$

$$\text{Out[33]= } \frac{94. \left(43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right) \right) \right)}{-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right)}$$

$$\text{In}[34]:= \text{FT2Rdb2nd} = \frac{2 \times \text{Mp12Rdb2nd} + 35 \times 282}{\text{mb2nd} + 35}$$

$$\text{Out}[34]= \left(9870 + 47 \cdot \left(43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right) \right) \right) \right) / \left(30.4745 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right) \right)$$

$$\text{In}[35]:= \text{Avc} = 1.04 \times \text{hc} \times \text{twc}$$

$$\text{Out}[35]= 1.04 \text{hc} \left(-1.15213 \text{hc} + 0.02327 \text{hc}^2 - 0.000183214 \text{hc}^3 + 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 - 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 + 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 - 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 - 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 + 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 \right)$$

$$\text{In}[36]:= \text{VwpRd} = \frac{0.9 \times 0.235 \times \text{Avc}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Out}[36]= 0.126994 \text{hc} \left(-1.15213 \text{hc} + 0.02327 \text{hc}^2 - 0.000183214 \text{hc}^3 + 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 - 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 + 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 - 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 - 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 + 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 \right)$$

$$\text{In}[37]:= \text{tfb} = 9.127280 - 0.03731 \text{hb} + 2.54856 \times 10^{-4} \text{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{hb}^4$$

$$\text{Out}[37]= 9.12728 - 0.03731 \text{hb} + 0.000254856 \text{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{hb}^4$$

$$\text{In}[38]:= \text{beffcwc2nd} = \text{tfb} + 2 \times \sqrt{2} \times 6 + 5 (\text{tfc} + \text{rc}) + 40$$

$$\text{Out}[38]= 66.0978 + 5 \left(34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) - 0.03731 \text{hb} + 0.000254856 \text{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{hb}^4$$

$$\text{In}[39]:= \omega 2\text{nd} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.25 \times \frac{\text{beffcwc2nd}}{\text{hc}}}}$$

$$\text{Out}[39]= 1 / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\text{hc}} 1.25 \left(66.0978 + 5 \left(34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) - 0.03731 \text{hb} + 0.000254856 \text{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{hb}^4 \right)} \right)$$

$$\text{In}[40]:= \text{FcwcRd2nd} = \omega 2\text{nd} \times \text{beffcwc2nd} \times \text{twc} \times 0.235$$

$$\text{Out}[40]= \left(0.235 \left(66.0978 + 5 \left(34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) - 0.03731 \text{hb} + 0.000254856 \text{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{hb}^4 \right) \right. \\ \left. \left(-1.15213 \text{hc} + 0.02327 \text{hc}^2 - 0.000183214 \text{hc}^3 + 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 - 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 + 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 - 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 - 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 + 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 \right) \right) / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\text{hc}} 1.25 \left(66.0978 + 5 \left(34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) - 0.03731 \text{hb} + 0.000254856 \text{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{hb}^4 \right)} \right)$$

$$\text{In[41]:= sy} = 4 \times 10^{-5} \text{hb}^4 - 0.0536 \text{hb}^3 + 33.483 \text{hb}^2 - 6956.6 \text{hb} + 533353$$

$$\text{Out[41]= } 533353 - 6956.6 \text{hb} + 33.483 \text{hb}^2 - 0.0536 \text{hb}^3 + \frac{\text{hb}^4}{25000}$$

$$\text{In[42]:= FcfbRd} = \frac{0.47 \text{sy}}{\text{hb} - \text{tfb}}$$

$$\text{Out[42]= } \frac{0.47 \left(533353 - 6956.6 \text{hb} + 33.483 \text{hb}^2 - 0.0536 \text{hb}^3 + \frac{\text{hb}^4}{25000} \right)}{-9.12728 + 1.03731 \text{hb} - 0.000254856 \text{hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \text{hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \text{hb}^4}$$

$$\text{In[43]:= beff2nd} = \text{ac} \times \text{mc}$$

$$\text{Out[43]= } 43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right)$$

$$\text{In[44]:= w1nd} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3 \left(\frac{\text{beff2nd twc}}{\text{Avc}} \right)^2}}$$

$$\text{Out[44]= } 1 / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\text{hc}^2} 1.20192 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right)^2} \right)$$

$$\text{In[45]:= Ft2wcRd2nd} = \frac{\text{w1nd beff2nd twc} 0.235}{1}$$

$$\text{Out[45]= } \left(0.235 \left(-1.15213 \text{hc} + 0.02327 \text{hc}^2 - 0.000183214 \text{hc}^3 + 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 - 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 + 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 - 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 - 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 + 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 \right) \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \right) / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\text{hc}^2} 1.20192 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \right)^2} \right)$$

In[46]:= **leff1c12 = mc (ac - 2) + 0.5 y - 21.875**

$$\begin{aligned} \text{Out[46]} = & -21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - \right. \right. \\ & \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \\ & \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \right) / \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) + 0.5 y \end{aligned}$$

In[47]:= **Mpl1Rdc12 = Mpl2Rdc12 = 0.25 x leff1c12 x tfc^2 x 0.235**

$$\begin{aligned} \text{Out[47]} = & 0.05875 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} \right)^2 \\ & \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \\ & \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \right) / \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) + 0.5 y \end{aligned}$$

In[48]:= **MbpRdc12** = **0.25 × leff1c12 × 100 × 0.235**

Out[48]=
$$5.875 \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right. \\ \left. \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \right) / \\ \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) + 0.5 y \right)$$

In[49]:= **FT1Rdc12** =
$$\frac{4 \times \text{Mpl1Rdc12} + 2 \times \text{MbpRdc12}}{\text{mc}}$$

$$\begin{aligned}
\text{Out[49]} = & \left(11.75 \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \right. \\
& 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \\
& \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \right. \right. \right. \\
& \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + \right. \\
& \left. 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + \right. \\
& \left. \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg/ \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) + 0.5 y \Bigg) + \\
& 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} \right)^2 \left(-21.875 + \right. \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \right. \\
& \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - \right. \\
& 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \\
& \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \right. \right. \right. \\
& \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + \right. \\
& \left. 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + \right. \\
& \left. \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg/ \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) + 0.5 y \Bigg) \Bigg/ \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \right. \\
& \frac{1}{2} \\
& \left(1.15213 \right. \\
& hc - 0.02327 \\
& hc^2 + 0.000183214 \\
& hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + \\
& 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + \\
& 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - \\
& 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + \\
& \left. \left. \left. x \right) \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\text{In[50]:= FT2Rdc12} = \frac{2 \times \text{Mpl2Rdc12} + 35 \times 564}{\text{mc} + 35}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[50]=} & \left(19\,740 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} \right)^2 \right. \\ & \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\ & \quad 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \\ & \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \right. \right. \right. \\ & \quad \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + \right. \\ & \quad \left. 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + \right. \\ & \quad \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \Bigg/ \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \\ & \quad 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \Bigg) + 0.5 \text{y} \Bigg) \Bigg/ \\ & \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \right. \\ & \quad \frac{1}{2} \\ & \quad \left(1.15213 \text{hc} - \right. \\ & \quad 0.02327 \text{hc}^2 + \\ & \quad 0.000183214 \text{hc}^3 - \\ & \quad 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + \\ & \quad 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - \\ & \quad 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \quad 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + \\ & \quad 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - \\ & \quad \left. \left. 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \end{aligned}$$

In[51]:= **befflc12 = lefflc12**

$$\begin{aligned} \text{Out[51]} = & -21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - \right. \right. \\ & \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \\ & \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) / \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \Bigg) + 0.5 y \end{aligned}$$

$$\text{In[52]}:= \mathbf{\omega 12} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3 \left(\frac{\mathbf{befflc12} \text{ twc}}{\Delta v c} \right)^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[52]} = & 1 / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{hc^2} 1.20192 \right. \\ & \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \\ & \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) / \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + \right. \right. \\ & \left. \left. 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + \right. \right. \\ & \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \Bigg) \Bigg) + 0.5 y \Bigg) \Bigg) \end{aligned}$$

$$\text{In[53]:= Ft2wcRd12} = \frac{\omega12 \text{ beff1c12 twc } 0.235}{1}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[53]= } & \left(0.235 \left(-1.15213 \text{ hc} + 0.02327 \text{ hc}^2 - 0.000183214 \text{ hc}^3 + 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 - 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 + \right. \right. \\ & \quad \left. 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 - 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 - 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 + 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 \right) \\ & \quad \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - 0.02327 \text{ hc}^2 + 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + \text{x} \right) \right) \\ & \quad \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - 0.02327 \text{ hc}^2 + 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) / \\ & \quad \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - 0.02327 \text{ hc}^2 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + \text{x} \right) \right) + 0.5 \text{ y} \Big) / \\ & \quad \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\text{hc}^2}} 1.20192 \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - 0.02327 \text{ hc}^2 + 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + \text{x} \right) \right) \\ & \quad \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - \right. \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 0.02327 \text{ hc}^2 + 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 10^{-22} \text{ hc}^9 + \text{x} \right) \right) \Big) / \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - 0.02327 \text{ hc}^2 + 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + \text{x} \right) \right)^2 + 0.5 \text{ y} \Big) \Big) \end{aligned}$$

$$\text{In[54]:= Ft2Rd} = \text{Min}[\{\text{VwpRd} - \text{Ft1Rd}, \text{FcwcRd2nd} - \text{Ft1Rd}, \text{FcfbRd} - \text{Ft1Rd}, \text{FT1Rdc2nd}, \text{FT2Rdc2nd}, \\ \text{Ft2wcRd2nd}, \text{FT1Rdb2nd}, \text{FT2Rdb2nd}, \text{FT1Rdc12} - \text{Ft1Rd}, \text{FT2Rdc12} - \text{Ft1Rd}, \text{Ft2wcRd12} - \text{Ft1Rd}\}]$$

$$\begin{aligned}
\text{Out[54]} = & \text{Min} \left[\right. \\
& 94. \left(43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \\
& \quad \left. - 4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right) \\
& , \left(9870 + 47. \left(43.75 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \right) \right) \Big/ \\
& \left(30.4745 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right) , \\
& \left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} \right)^2 \right. \\
& \quad \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \Big/ \\
& \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \Big/ \\
& \left(11.75 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \Big/ + \\
& 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} \right)^2 \left(43.75 + \right. \\
& \quad \left. 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \Big/ \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \Big/ , \\
& \left. \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(0.235 \left(-1.15213 \, \text{hc} + 0.02327 \, \text{hc}^2 - 0.000183214 \, \text{hc}^3 + 7.5253 \times 10^{-7} \, \text{hc}^4 - 1.71037 \times 10^{-9} \, \text{hc}^5 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \, \text{hc}^6 - 7.13216 \times 10^{-16} \, \text{hc}^7 - 6.94413 \times 10^{-19} \, \text{hc}^8 + 5.49082 \times 10^{-22} \, \text{hc}^9 \right) \right. \\
& \quad \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, \text{hc} - 0.02327 \, \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. 0.000183214 \, \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, \text{hc}^6 + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \, \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) \Bigg) / \\
& \left(\sqrt{\left(1 + \frac{1}{\text{hc}^2} 1.20192 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \right. \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. \frac{1}{2} \left(1.15213 \, \text{hc} - 0.02327 \, \text{hc}^2 + 0.000183214 \, \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, \text{hc}^4 + \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. 1.71037 \times 10^{-9} \, \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \, \text{hc}^7 + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} \, \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) \Bigg) \Bigg) , \\
& \frac{0.47 \left(533 \, 353 - 6956.6 \, \text{hb} + 33.483 \, \text{hb}^2 - 0.0536 \, \text{hb}^3 + \frac{\text{hb}^4}{25 \, 000} \right)}{-9.12728 + 1.03731 \, \text{hb} - 0.000254856 \, \text{hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \, \text{hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \, \text{hb}^4} - \\
& \text{Min} \Big[\\
& \quad \left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 \, e^{-5.68025 \times 10^{-6} \, (-630.67+\text{hc})^2} \right)^2 \right. \\
& \quad \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, \text{hc} - 0.02327 \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. \text{hc}^2 + 0.000183214 \, \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \, \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) \Bigg) / \\
& \quad \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, \text{hc} - 0.02327 \, \text{hc}^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \, \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, \text{hc}^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \, \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \Bigg) , \\
& \quad \left(11.75 \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, \text{hc} - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. \text{hc}^2 + 0.000183214 \, \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \, \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, \text{hc}^9 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) \Bigg) + \\
& \quad 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 \, e^{-5.68025 \times 10^{-6} \, (-630.67+\text{hc})^2} \right)^2 \left(56.875 + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \Bigg) \Bigg) \Bigg) / \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \Bigg) , \\
& \frac{47. (70 + x)}{-6.78823 + y} , \frac{9870 + 23.5 (70 + x)}{28.2118 + y} \Bigg] , \\
& (0.235 (66.0978 + 5 (34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2}) - \\
& \quad 0.03731 hb + 0.000254856 hb^2 - 4.58691 \times 10^{-7} hb^3 + 3.05171 \times 10^{-10} hb^4) \\
& \quad (-1.15213 hc + 0.02327 hc^2 - 0.000183214 hc^3 + 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 - \\
& \quad 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 + 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 - 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 - \\
& \quad 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 + 5.49082 \times 10^{-22} hc^9)) / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{hc} 1.25} \right. \\
& \quad \left. (66.0978 + 5 (34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2}) - \right. \\
& \quad \left. 0.03731 hb + 0.000254856 hb^2 - 4.58691 \times 10^{-7} hb^3 + 3.05171 \times 10^{-10} hb^4) \right) \Bigg) - \\
& \text{Min} \left[\left(9870 + 0.1175 (7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2})^2 \right. \right. \\
& \quad \left. \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) / \\
& \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \Bigg) , \\
& \left(11.75 \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg) \Bigg) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2} \right)^2 \left(56.875 + \right. \\
& 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \\
& \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg/ \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right), \\
& \frac{47. (70 + x)}{-6.78823 + y}, \frac{9870 + 23.5 (70 + x)}{28.2118 + y} \Bigg], 0.126994 \\
& hc \\
& (-1.15213 hc + \\
& \quad 0.02327 hc^2 - \\
& \quad 0.000183214 hc^3 + \\
& \quad 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 - \\
& \quad 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 + \\
& \quad 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 - \\
& \quad 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 - \\
& \quad 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 + \\
& \quad 5.49082 \times 10^{-22} hc^9) - \\
& \text{Min} \left[\left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2} \right)^2 \right. \right. \\
& \quad \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \\
& \quad \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg/ \\
& \quad \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \quad \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right), \\
& \quad \left(11.75 \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \quad \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \Bigg) \Bigg) + \\ & 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} \right)^2 \left(56.875 + \right. \\ & 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \\ & hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\ & hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \Bigg) \Bigg) \Bigg) / \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\ & 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\ & 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \Bigg) \Bigg), \\ & \frac{47. (70+x)}{-6.78823+y}, \frac{9870+23.5 (70+x)}{28.2118+y} \Big], \\ & \left(19\,740 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} \right)^2 \right. \\ & \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \right. \\ & 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\ & 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \Bigg) \Bigg) \left(-2 + \left(43.75 + 4 \right. \right. \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\ & 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\ & hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \Bigg) \Bigg) \Bigg) / \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\ & 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\ & 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \Bigg) \Bigg) + 0.5 y \Bigg) \Bigg) / \\ & \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\ & 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\ & 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \Bigg) \Bigg) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Min} \left[\left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2} \right)^2 \right. \right. \\
& \quad \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \\
& \quad \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \quad \quad hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \left. \right) \left. \right) \left. \right) \Bigg] / \\
& \quad \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \quad \quad \quad 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \left. \right) \Bigg) , \\
& \quad \left(11.75 \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \quad \quad hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \left. \right) \left. \right) \left. \right) \Bigg] + \\
& \quad 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2} \right)^2 \left(56.875 + \right. \\
& \quad 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \\
& \quad \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \quad \quad hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \left. \right) \left. \right) \left. \right) \Bigg] / \\
& \quad \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \quad \quad \quad 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \left. \right) \Bigg) , \\
& \quad \frac{47. (70 + x)}{-6.78823 + y} , \frac{9870 + 23.5 (70 + x)}{28.2118 + y} \Bigg] , \\
& \quad \left(11.75 \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \quad 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times \\
& \quad \quad \quad 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \left. \right) \left. \right) \left. \right) \Bigg) \\
& \quad \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \left(1.15213 \, hc - 0.02327 \, hc^2 + 0.000183214 \, hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, hc^4 + \right. \\
& \quad \left. 1.71037 \times 10^{-9} \, hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \, hc^7 + \right. \\
& \quad \left. 6.94413 \times 10^{-19} \, hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, hc^9 + x \right) \Bigg) \Bigg) / \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, hc - 0.02327 \, hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \, hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \, hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, hc^9 + x \right) \right) \Bigg) + 0.5 \, y \Bigg) + \\
& 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 \, e^{-5.68025 \times 10^{-6} \, (-630.67+hc)^2} \right)^2 \left(-21.875 + \right. \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, hc - 0.02327 \, hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \, hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \, hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, hc^9 + x \right) \right) \left(-2 + \left(43.75 + 4 \right. \right. \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, hc - 0.02327 \, hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \, hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \, hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, hc^9 + x \right) \right) \Bigg) \Bigg) / \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, hc - 0.02327 \, hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \, hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \, hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, hc^9 + x \right) \right) \Bigg) + 0.5 \, y \Bigg) \Bigg) / \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, hc - 0.02327 \, hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 \, hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \, hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \, hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, hc^9 + x \right) \right) \Bigg) - \\
& \text{Min} \left[\left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 \, e^{-5.68025 \times 10^{-6} \, (-630.67+hc)^2} \right)^2 \right. \right. \\
& \quad \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \, e^{-0.000288634 \, (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \, hc - 0.02327 \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. hc^2 + 0.000183214 \, hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \, hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \, hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \, hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \, hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \, hc^9 + x \right) \right) \Bigg) \Bigg) \Bigg) /
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right), \\
& \left(11.75 \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) + \\
& \quad 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} \right)^2 \left(56.875 + \right. \\
& \quad 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \\
& \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg/ \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right), \\
& \frac{47. (70 + x)}{-6.78823 + y}, \frac{9870 + 23.5 (70 + x)}{28.2118 + y} \Bigg], \\
& \left(0.235 \left(-1.15213 hc + 0.02327 hc^2 - 0.000183214 hc^3 + \right. \right. \\
& \quad 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 - 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 + 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 - \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 - 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 + 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 \right) \right. \\
& \quad \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \right. \right. \\
& \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \left(-2 + \left(43.75 + \right. \right. \\
& \quad 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg/
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) + 0.5 y \Big) \Big) / \\
& \left(\sqrt{1 + \frac{1}{hc^2}} 1.20192 \left(-21.875 + \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \left(-2 + \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Big) \Big) / \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) + 0.5 y \Big)^2 \Big) \Big) - \\
& \text{Min} \left[\left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+hc)^2} \right)^2 \right. \right. \\
& \quad \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Big) \Big) / \\
& \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \Big), \\
& \left(11.75 \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Big) \Big) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2} \right)^2 \left(56.875 + \right. \\
& 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 \right. \right. \\
& \quad hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \\
& \quad \left. \left. hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \right) \Bigg/ \\
& \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + \right. \right. \\
& \quad 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + \\
& \quad \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right), \\
& \left. \frac{47. (70 + x)}{-6.78823 + y}, \frac{9870 + 23.5 (70 + x)}{28.2118 + y} \right] \Bigg]
\end{aligned}$$

In[55]:= **Bolt tension_ 3 rd line**

Out[55]= 3 Bolt line rd tension_

In[56]:= **lefflc3rd = 4 mc + 1.25 e**

$$\begin{aligned}
\text{Out[56]} = & 43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \right. \\
& \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - \right. \\
& \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right)
\end{aligned}$$

In[57]:= **Mpl1Rdc3rd = Mpl2Rdc3rd = 0.25 x lefflc3rd x tfc^2 x 0.235**

$$\begin{aligned}
\text{Out[57]} = & 0.05875 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2} \right)^2 \\
& \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \right. \right. \\
& \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - \right. \\
& \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \Bigg)
\end{aligned}$$

In[58]:= **MbpRdc3rd = 0.25 x lefflc3rd x 100 x 0.235**

$$\begin{aligned}
\text{Out[58]} = & 5.875 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \right. \right. \\
& \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - \right. \\
& \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) \Bigg)
\end{aligned}$$

$$\text{In[59]:= FT1Rdc3rd} = \frac{4 \times \text{Mp11Rdc3rd} + 2 \times \text{MbpRdc3rd}}{\text{mc}}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[59]=} & \left(11.75 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \right. \\ & 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) + \\ & 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+\text{hc})^2} \right)^2 \\ & \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\ & 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \Bigg) / \\ & \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \\ & \frac{1}{2} \\ & \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - \right. \\ & 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \Bigg) \end{aligned}$$

$$\text{In[60]:= FT2Rdc3rd} = \frac{2 \times \text{Mp12Rdc3rd} + 35 \times 282}{\text{mc} + 35}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[60]=} & \left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67+\text{hc})^2} \right)^2 \right. \\ & \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\ & 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \left. \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \Bigg) / \\ & \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \\ & \frac{1}{2} \\ & \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - \right. \\ & \left. \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \right) \Bigg) \end{aligned}$$

$$\text{In[61]:= mb3rd} = \frac{\text{x} - \text{twb}}{2} - 0.8 \times 4 \sqrt{2}$$

$$\text{Out[61]=} -4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right)$$

$$\text{In[62]:= ab3rd} = \frac{43.75 + 4 \times \text{mb3rd}}{\text{mb3rd}}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[62]=} & \frac{43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right) \right)}{-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \text{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \text{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \text{hb}^3 + \text{x} \right)} \end{aligned}$$

$$\text{In[63]:= } \mathbf{leff1b3rd} = 4 \mathbf{mb3rd} + 1.25 \mathbf{e}$$

$$\text{Out[63]= } 43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \mathbf{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \mathbf{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \mathbf{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right)$$

$$\text{In[64]:= } \mathbf{Mpl1Rdb3rd} = \mathbf{Mpl2Rdb3rd} = 0.25 \times \mathbf{leff1b3rd} \times 20^2 \times 0.235$$

$$\text{Out[64]= } 23.5 \left(43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \mathbf{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \mathbf{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \mathbf{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right) \right)$$

$$\text{In[65]:= } \mathbf{FT1Rdb3rd} = \frac{4 \times \mathbf{Mpl1Rdb3rd}}{\mathbf{mb3rd}}$$

$$\text{Out[65]= } \frac{94. \left(43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \mathbf{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \mathbf{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \mathbf{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right) \right)}{-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \mathbf{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \mathbf{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \mathbf{hb}^3 + \mathbf{x} \right)}$$

$$\text{In[66]:= } \mathbf{FT2Rdb3rd} = \frac{2 \times \mathbf{Mpl2Rdb3rd} + 35 \times 282}{\mathbf{mb3rd} + 35}$$

$$\text{Out[66]= } \left(9870 + 47. \left(43.75 + 4 \left(-4.52548 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \mathbf{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \mathbf{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \mathbf{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right) \right) \right) / \left(30.4745 + \frac{1}{2} \left(-2.57599 - 0.01593 \mathbf{hb} + 5.8332 \times 10^{-6} \mathbf{hb}^2 - 9.10757 \times 10^{-9} \mathbf{hb}^3 + \mathbf{x} \right) \right)$$

$$\text{In[67]:= } \mathbf{beffcwc3rd} = \mathbf{tfb} + 2 \times \sqrt{2} \times 6 + 5 (\mathbf{tfc} + \mathbf{rc}) + 40$$

$$\text{Out[67]= } 66.0978 + 5 \left(34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \mathbf{hc})^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \mathbf{hc})^2} \right) - 0.03731 \mathbf{hb} + 0.000254856 \mathbf{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \mathbf{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \mathbf{hb}^4$$

$$\text{In[68]:= } \mathbf{\omega 3rd} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.25 \times \frac{\mathbf{beffcwc3rd}}{\mathbf{hc}}}}$$

$$\text{Out[68]= } 1 / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\mathbf{hc}} 1.25 \left(66.0978 + 5 \left(34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \mathbf{hc})^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \mathbf{hc})^2} \right) - 0.03731 \mathbf{hb} + 0.000254856 \mathbf{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \mathbf{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \mathbf{hb}^4 \right) \right)} \right)$$

$$\text{In[69]:= } \mathbf{FcwcRd3rd} = \mathbf{\omega 3rd} \times \mathbf{beffcwc3rd} \times \mathbf{twc} \times 0.235$$

$$\text{Out[69]= } \left(0.235 \left(66.0978 + 5 \left(34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \mathbf{hc})^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \mathbf{hc})^2} \right) - 0.03731 \mathbf{hb} + 0.000254856 \mathbf{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \mathbf{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \mathbf{hb}^4 \right) \right. \\ \left. \left(-1.15213 \mathbf{hc} + 0.02327 \mathbf{hc}^2 - 0.000183214 \mathbf{hc}^3 + 7.5253 \times 10^{-7} \mathbf{hc}^4 - 1.71037 \times 10^{-9} \mathbf{hc}^5 + 2.00338 \times 10^{-12} \mathbf{hc}^6 - 7.13216 \times 10^{-16} \mathbf{hc}^7 - 6.94413 \times 10^{-19} \mathbf{hc}^8 + 5.49082 \times 10^{-22} \mathbf{hc}^9 \right) \right) / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\mathbf{hc}} 1.25 \left(66.0978 + 5 \left(34.0695 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \mathbf{hc})^2} - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \mathbf{hc})^2} \right) - 0.03731 \mathbf{hb} + 0.000254856 \mathbf{hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \mathbf{hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \mathbf{hb}^4 \right) \right)} \right)$$

In[70]:= **beff3rd = 4 mc + 1.25 e**

$$\text{Out[70]} = 43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right)$$

In[71]:= **word = $\frac{1}{\sqrt{1 + 1.3 \left(\frac{\text{beff3rd twc}}{\text{Avc}} \right)^2}}$**

$$\text{Out[71]} = 1 / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{hc^2} 1.20192 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right)^2 \right)} \right)$$

In[72]:= **Ft2wcRd3rd = $\frac{\text{word beff3rd twc } 0.235}{1}$**

$$\text{Out[72]} = \left(0.235 \left(-1.15213 hc + 0.02327 hc^2 - 0.000183214 hc^3 + 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 - 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 + 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 - 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 - 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 + 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 \right) \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right)^2 \right) \right) / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{hc^2} 1.20192 \left(43.75 + 4 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right)^2 \right)} \right)$$

In[73]:= **leff1c123 = 0.5 y + ac mc - (2 mc + 0.625 e) + y**

$$\text{Out[73]} = 21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) + 1.5 y$$

In[74]:= **Mpl1Rdc123 = Mpl2Rdc123 = 0.25 × leff1c123 × tfc ^ 2 × 0.235**

Out[74]= $0.05875 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2} \right)^2$
 $\left(21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) + 1.5 y \right)$

In[75]:= **MbpRdc123 = 0.25 × leff1c123 × 100 × 0.235**

Out[75]= $5.875 \left(21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) + 1.5 y \right)$

In[76]:= **FT1Rdc123 = $\frac{4 \times \text{Mpl1Rdc123} + 2 \times \text{MbpRdc123}}{mc}$**

Out[76]= $\left(11.75 \left(21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) + 1.5 y \right) + 0.235 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + hc)^2} \right)^2 \left(21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right) + 1.5 y \right) \right) / \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + hc)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 hc - 0.02327 hc^2 + 0.000183214 hc^3 - 7.5253 \times 10^{-7} hc^4 + 1.71037 \times 10^{-9} hc^5 - 2.00338 \times 10^{-12} hc^6 + 7.13216 \times 10^{-16} hc^7 + 6.94413 \times 10^{-19} hc^8 - 5.49082 \times 10^{-22} hc^9 + x \right) \right)$

$$\text{In}[77]:= \text{FT2Rdc123} = \frac{2 \times \text{Mp12Rdc123} + 35 \times 846}{\text{mc} + 35}$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[77]= & \left(29\,610 + 0.1175 \left(7.04583 + 22.9765 e^{-5.68025 \times 10^{-6} (-630.67 + \text{hc})^2} \right)^2 \right. \\ & \left(21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + \right. \right. \right. \\ & 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \left. \right) + 1.5 \text{y} \left. \right) \left. \right) / \\ & \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \right. \\ & \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - \right. \\ & \left. \left. 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{In}[78]:= \text{beff1c123} = \text{leff1c123}$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[78]= & 21.875 + \\ & 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \right. \right. \\ & \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + \\ & \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) + 1.5 \text{y} \right) \end{aligned}$$

$$\text{In}[79]:= \omega 123 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3 \left(\frac{\text{beff1c123 twc}}{\text{Avc}} \right)^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[79]= & 1 / \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\text{hc}^2}} \right. \\ & 1.20192 \left(21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{hc} - \right. \right. \right. \\ & 0.02327 \text{hc}^2 + 0.000183214 \text{hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{hc}^5 - \\ & 2.00338 \times 10^{-12} \text{hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{hc}^7 + \\ & \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} \text{hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{hc}^9 + \text{x} \right) + 1.5 \text{y} \right) \left. \right)^2 \end{aligned}$$

$$\text{In}[80]:= \text{Ft2wcRd123} = \frac{\omega_{123} \text{ befflc}_{123} \text{ twc } 0.235}{1}$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[80]= & \left(0.235 \left(-1.15213 \text{ hc} + 0.02327 \text{ hc}^2 - 0.000183214 \text{ hc}^3 + 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 - 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 + \right. \right. \\ & 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 - 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 - 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 + 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 \left. \right) \\ & \left(21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - 0.02327 \text{ hc}^2 + \right. \right. \right. \\ & 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + \\ & 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + x \left. \right) \left. \right) + 1.5 y \left. \right) \Bigg/ \\ & \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\text{hc}^2}} 1.20192 \left(21.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617+\text{hc})^2} \right) + \right. \right. \right. \\ & \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - 0.02327 \text{ hc}^2 + 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + \right. \\ & 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + \\ & \left. \left. \left. 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + x \right) \right. \right. \left. \right) + 1.5 y \left. \right) \Bigg) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{In}[81]:= & \text{Ft3Rd} = \text{Min}[\{\text{VwpRd} - \text{Ft1Rd} - \text{Ft2Rd}, \text{FcwcRd3rd} - \text{Ft1Rd} - \text{Ft2Rd}, \\ & \text{FcfbRd} - \text{Ft1Rd} - \text{Ft2Rd}, \text{FT1Rdc3rd}, \text{FT2Rdc3rd}, \text{Ft2wcRd3rd}, \text{FT1Rdb3rd}, \text{FT2Rdb3rd}, \\ & \text{FT1Rdc123} - \text{Ft1Rd} - \text{Ft2Rd}, \text{FT2Rdc123} - \text{Ft1Rd} - \text{Ft2Rd}, \text{Ft2wcRd123} - \text{Ft1Rd} - \text{Ft2Rd}\}] \end{aligned}$$

A very large output was generated. Here is a sample of it:

Min[<<1>>]

Show Less

Show More

Show Full Output

Set Size Limit...

$$\text{In}[82]:= \text{h1} = 70 + 4 y - 35 - 35 - \frac{y - \text{tfb}}{2} - \frac{\text{tfb}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[82]= & \frac{1}{2} \left(-9.12728 + 0.03731 \text{ hb} - 0.000254856 \text{ hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) + \\ & \frac{1}{2} \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 - y \right) + 4 y \end{aligned}$$

$$\text{In}[83]:= \text{h2} = \text{h1} - y$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[83]= & \frac{1}{2} \left(-9.12728 + 0.03731 \text{ hb} - 0.000254856 \text{ hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) + \\ & \frac{1}{2} \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 - y \right) + 3 y \end{aligned}$$

$$\text{In}[84]:= \text{h3} = \text{h2} - y$$

$$\begin{aligned} \text{Out}[84]= & \frac{1}{2} \left(-9.12728 + 0.03731 \text{ hb} - 0.000254856 \text{ hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) + \\ & \frac{1}{2} \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 - y \right) + 2 y \end{aligned}$$

In[85]:= **h4 = h3 - y**

$$\text{Out[85]} = \frac{1}{2} \left(-9.12728 + 0.03731 \text{ hb} - 0.000254856 \text{ hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) + \frac{1}{2} \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 - y \right) + y$$

In[86]:= **h5 = \frac{y}{2}**

$$\text{Out[86]} = \frac{y}{2}$$

In[87]:= **Mjrd = h1 Ft1Rd + h2 Ft2Rd + h3 Ft3Rd**

A very large output was generated. Here is a sample of it:

$$\begin{aligned} \text{Out[87]} = & \left(\frac{1}{2} \left(-9.12728 + 0.03731 \text{ hb} - 0.000254856 \text{ hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 - y \right) + \right. \\ & \left. 4 y \right) \text{Min} \left[\left(9870 + 0.1175 \left(7.04583 + \ll 1 \gg \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left(56.875 + 2 \left(-0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-0.000288634 (-203.617 + \text{hc})^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 0.02327 \text{ hc}^2 + \ll 7 \gg + 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + x \right) \right) \right) \right] / \\ & \left(35 - 0.8 \left(27.0237 - 9.23804 e^{-\ll 23 \gg \ll 1 \gg} \right) + \frac{1}{2} \left(1.15213 \text{ hc} - 0.02327 \text{ hc}^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. 0.000183214 \text{ hc}^3 - 7.5253 \times 10^{-7} \text{ hc}^4 + 1.71037 \times 10^{-9} \text{ hc}^5 - 2.00338 \times 10^{-12} \text{ hc}^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. 7.13216 \times 10^{-16} \text{ hc}^7 + 6.94413 \times 10^{-19} \text{ hc}^8 - 5.49082 \times 10^{-22} \text{ hc}^9 + x \right) \right), \\ & \left. \frac{\ll 1 \gg}{\ll 1 \gg}, \frac{\ll 1 \gg}{\ll 1 \gg}, \frac{9870 + 23.5 (70 + x)}{28.2118 + y} \right] + \ll 1 \gg + \ll 1 \gg \end{aligned}$$

Show Less

Show More

Show Full Output

Set Size Limit...

In[88]:= **zb = 7 10⁻⁵ hb⁴ - 0.1029 hb³ + 63.791 hb² - 13 340 hb + 1 10⁶**

$$\text{Out[88]} = 1\,000\,000 - 13\,340 \text{ hb} + 63.791 \text{ hb}^2 - 0.1029 \text{ hb}^3 + \frac{7 \text{ hb}^4}{100\,000}$$

In[89]:= **zRBS = zb - \left(4 c \text{ tfb} \left(\frac{\text{hb} - \text{tfb}}{2} \right) \right)**

$$\text{Out[89]} = 1\,000\,000 - 13\,340 \text{ hb} + 63.791 \text{ hb}^2 - 0.1029 \text{ hb}^3 + \frac{7 \text{ hb}^4}{100\,000} - 2 c \left(-9.12728 + 1.03731 \text{ hb} - 0.000254856 \text{ hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right)$$

In[90]:= **Fye = 1.5 × 0.235**

$$\text{Out[90]} = 0.3525$$

In[91]:= **MRBS = zRBS Fye**

$$\text{Out[91]} = 0.3525 \left(1\,000\,000 - 13\,340 \text{ hb} + 63.791 \text{ hb}^2 - 0.1029 \text{ hb}^3 + \frac{7 \text{ hb}^4}{100\,000} - 2 c \left(-9.12728 + 1.03731 \text{ hb} - 0.000254856 \text{ hb}^2 + 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 - 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) \right)$$

In[92]:= **Avb = (hb - 2 tfb) twb**

Out[92]= $\left(2.57599 + 0.01593 \text{ hb} - 5.8332 \times 10^{-6} \text{ hb}^2 + 9.10757 \times 10^{-9} \text{ hb}^3 \right) \left(\text{hb} - 2 \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) \right)$

In[93]:= **VpRd = $\frac{0.36 \times \text{Avb}}{\sqrt{3}}$**

Out[93]= $0.207846 \left(2.57599 + 0.01593 \text{ hb} - 5.8332 \times 10^{-6} \text{ hb}^2 + 9.10757 \times 10^{-9} \text{ hb}^3 \right) \left(\text{hb} - 2 \left(9.12728 - 0.03731 \text{ hb} + 0.000254856 \text{ hb}^2 - 4.58691 \times 10^{-7} \text{ hb}^3 + 3.05171 \times 10^{-10} \text{ hb}^4 \right) \right)$

In[94]:= **bfb = -96.343 + 1.379 hb - 0.002 hb² + 0.000001512 hb³**

Out[94]= $-96.343 + 1.379 \text{ hb} - 0.002 \text{ hb}^2 + 1.512 \times 10^{-6} \text{ hb}^3$

In[95]:= **s = 0.6 bfb + 0.375 hb**

Out[95]= $0.375 \text{ hb} + 0.6 \left(-96.343 + 1.379 \text{ hb} - 0.002 \text{ hb}^2 + 1.512 \times 10^{-6} \text{ hb}^3 \right)$

In[96]:= **NMinimize[{(Mjrd - 1.47 MRBS), 66 < x < 110, 66 < y < 110, 200 < hb < 600, 200 < hc < 600, 10 < c < 30, (Mjrd - 1.47 MRBS) > 0, (0.37 MRBS / s) < (VpRd / 2)}, {x, y, hb, hc, c}]**

Out[96]= $\{0.0367808, \{x \rightarrow 98.3977, y \rightarrow 73.7539, \text{hb} \rightarrow 224.278, \text{hc} \rightarrow 379.034, c \rightarrow 25.945\}\}$

In[97]:= **x = 100**

Out[97]= 100

In[98]:= **y = 75**

Out[98]= 75

In[99]:= **hb = 220**

Out[99]= 220

In[100]:= **hc = 400**

Out[100]= 400

In[101]:= **c = 25**

Out[101]= 25

In[102]:= **Mjrd = 1.47 MRBS**

Out[102]= 3975.99

In[103]:= **MRBS = zRBS Fye**

Out[103]= 44125.2

In[104]:= **Mjrd = h1 Ft1Rd + h2 Ft2Rd + h3 Ft3Rd**

Out[104]= 68840.

In[105]:= **s = 0.6 bfb + 0.375 hb**

Out[105]= 158.302

$$\text{In[106]:= } \mathbf{VpRd} = \frac{0.36 \times \mathbf{Avb}}{\sqrt{3}}$$

Out[106]= 247.303